

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

168474

PORTAL KREYN KÖPRÜLERİNİN SONLU LEMANLAR METODUYLA STATİK ANALİZİ

Makine Müh. Bahir OLCAY

**FBE Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Konstrüksiyon Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Muharrem E. BOĞOÇLU

Yrd. Doç. Dr. Muharrem BOĞOÇLU

Prof. Dr. Ahmet ALKAN

İSTANBUL, 2005

Doç. Dr. İsmail YÜKSEK

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	iv
KISALTIMA LİSTESİ.....	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	viii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	x
ÖNSÖZ.....	xi
ÖZET.....	xii
ABSTRACT.....	xiii
1 GİRİŞ.....	1
2 KATI MODELLEME.....	3
2.1 Sınır (B-Rep) Gösterim.....	7
2.2 Konstrüktif Katı Geometrisi.....	8
2.3 Süpürme (Sweep) Gösterimi.....	9
2.4 Analitik Katı Modelleme.....	10
3. SONLU ELEMANLAR METODU.....	11
3.1 Giriş.....	11
3.2 Sayısal Metodlar.....	11
3.3 Sonlu Elemanlar Metodu.....	13
3.3.1 Metodun adımları.....	14
3.3.1.1 Problem Geometrisinin Elemanlara Ayrılması	14
3.3.1.2 Alan değişkeninin tayini.....	14
3.3.1.3 Eleman matrislerinin birleştirilmesi.....	14
3.3.1.4 Elemanların davranış matrislerinin hesaplanması	15
3.3.1.5 Sistem denklemlerinin çözümü.....	15
3.3.2 Eleman rijitlik matrisi.....	15
3.3.3 Rijitlik matrisinin türetilmesi.....	17
3.3.4 Yer değiştirme fonksiyonu.....	19
3.3.5 İzoparametrik dörtgen eleman.....	23
3.3.5.1 İzoparametrik eşleme.....	23
3.3.5.2 Eleman rijitlik matrisi.....	23
3.3.5.3 Sayısal İntegrasyon.....	23
3.4 İki Boyutlu Modelleme.....	30
4 KÖPRÜLÜ KRENLERİN KONSTRÜKSİYONU ve HESAP ESASLARI...33	
4.1 Kaldırma Makinalarının Sınıflandırılması.....	34
4.1.1 Sistem sınıflandırması.....	34

4.1.2	Kullanım sınıflandırması.....	34
4.1.3	Yük dağılımı.....	35
4.1.4	Kaldırma makinalarının grup sınıflandırması.....	36
4.1.5	Kaldırma makinalarının sınıflandırması.....	36
4.2	Yükleme Tiplerinin Sınıflandırılması.....	37
4.2.1	Yüklemenin H hali.....	38
4.2.2	Yüklemenin HZ hali.....	38
4.2.3	Yüklemenin HS hali.....	39
4.2.4	Yükleme katsayısının " γ_c " seçilmesi.....	39
4.2.5	Kaldırma yükü katsayısının " ψ " seçilmesi.....	39
4.3	Çift Kirişli Köprülü Kreyinler ve Hesapları.....	40
4.3.1	Çift kirişli köprülü kreyinin kiriş konstrüksiyon esasları.....	41
4.3.2	Kutu kirişlerde eğilme atalet ve mukavemet momenti.....	42
4.4	Kreyin Kirişinde Normal Gerilmeler ve Hesapları.....	44
4.4.1	Kreyin öz ağırlığından oluşan gerilme " σ_1 ".....	45
4.4.2	Arabanın öz ağırlığından oluşan gerilme " σ_2 ".....	46
4.4.3	Kaldırma yükünden oluşan gerilme " σ_3 ".....	48
4.4.4	Atalet kuvvetlerinden oluşan gerilme " σ_4 ".....	49
4.4.5	Araba kasılması sonucu oluşan gerilme " σ_5 ".....	51
4.5	Kren Kirişindeki Kayma Gerilmesi " τ_{top} ".....	53
4.5.1	Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen torsiyon gerilmesi " τ_t ".....	54
4.5.2	Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen kesme gerilmesi " τ_k ".....	56
4.6	Statik Kontrol İçin Emniyetli Mukavemet Değeri " σ_{EM} ".....	58
4.7	Dinamik Kontrol İçin Emniyetli Mukavemet Değeri.....	58
4.8	Kreyin Kirişindeki Çentik Grubu.....	62
4.9	Yan Levhaların Buruşmaya Karşı Kontrolü.....	63
4.10.	Üst Kuşak Levhalarının Buruşmaya Karşı Kontrolü.....	64
4.11.	Çift Kirişli Portal Kren Hesap Örneği.....	66
4.11.1	Kren grubunun seçilmesi.....	67
4.11.2	Yükleme tipinin belirlenmesi.....	67
4.11.3	Yükseltme katsayısının " γ_c " seçilmesi.....	67
4.11.4	Kaldırma yükü katsayısının " ψ " seçilmesi.....	67
4.11.5	Köprü tipinin belirlenmesi.....	67
4.11.6	Kutu kirişin eğilme atalet ve mukavemet moment hesabı.....	68
4.11.7	Kiriş seçimi ve hesabı.....	68
4.12	Kren Kirişindeki Normal Gerilmelerin Hesaplanması.....	71
4.12.1	Kren öz ağırlığından oluşan gerilme " σ_1 ".....	71
4.12.2	Arabanın öz ağırlığından oluşan gerilme " σ_2 ".....	72
4.12.3	Kaldırma yükünden oluşan gerilme " σ_3 ".....	72
4.12.4	Atalet kuvvetlerinden oluşan gerilme " σ_4 ".....	72
4.12.5	Araba kasılması sonucu oluşan gerilme " σ_5 ".....	73
4.12.6	Maksimum ve minimum gerilmelerin hesaplanması.....	73
4.13	Kirişte Meydana Gelen Kayma Gerilmelerinin Hesaplanması.....	74
4.13.1	Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen torsiyon gerilmesi " τ_t ".....	74
4.13.2	Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen kesme gerilmesi " τ_k ".....	75
4.13.3	Kirişteki toplam kayma gerilmesi.....	75
4.14	Kreyin Kirişindeki Bileşke Gerilmeler.....	76
4.15	Normal Basma Gerilmelerinin Hesaplanması.....	76
4.15.1	Kreyin öz ağırlığından oluşan gerilme " σ_{1B} ".....	76
4.15.2	Arabanın öz ağırlığından oluşan gerilme " σ_{2B} ".....	76

4.15.3	Kaldırma yükünden oluşan gerilme " σ_{3B} "	77
4.15.4	Atalet kuvvetlerinden oluşan gerilme " σ_{4B} "	77
4.15.5	Araba kasılması sonucu oluşan gerilme " σ_{5B} "	77
4.15.6	Maksimum ve minimum gerilmelerin hesaplanması.....	77
4.16	Bileşke Basma Gerilmesi.....	78
4.17	Dinamik Kontrol.....	78
4.18	Yan Levhaların Buruşmaya Karşı Kontrolü.....	78
4.19	Üst Levhanın Buruşmaya Karşı Kontrolü.....	80
5	YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	82
5.1	Kreyn Köprüsünün Katı modellenmesi.....	82
5.1.1	Üst Plakanın katı modellenmesi.....	82
5.1.2	Alt Plakanın katı modellenmesi.....	82
5.1.3	Yan Levhanın katı modellenmesi.....	83
5.1.4	Perdenin katı modellenmesi.....	84
5.1.5	Kreyn köprüsünün katı model gösterimi.....	85
5.2	Sonlu Elemanlar Metodunun Portal Kreyn Uygulanması.....	86
5.2.1	Kreynin yüzey modellemesi.....	86
5.2.2	Kreyn yüzeyinde ağ (mesh) oluşturulması.....	87
5.2.3	Sınır değerlerin modele uygulanması.....	88
5.2.4	Gerilme sonuçları.....	88
6	SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRMELER.....	93
	KAYNAKLAR.....	94
	EKLER.....	96
Ek 1	Kutu giriş imalatı iç perde ve köşebentler.....	96
Ek 2	Cesan Vinç A.Ş. çift giriş tablosu.....	97
Ek 3	Yan ve üst levha için buruşma katsayıları.....	98
	ÖZGEÇMİŞ.....	99

SİMGE LİSTESİ

F_y	Kaldırma yükü
v_H	Yük kaldırma hızı
L_K	Köprü açıklığı
v_A	Araba hızı
F_A	Araba öz ağırlığı
v_F	Kreyn hızı
L_A	Araba tekerlek aks açıklığı
n_{Rad}	Tekerlek sayısı
E	Elastite modülü
ν_{St}	Poisson oranı
n_{max}	Maksimum yük kaldırma sayısı
k_p	Yük dağılım faktörü katsayısı
γ_c	Yükseltme katsayısı
ψ	Kaldırma yükü katsayısı
F_{Tek}	Tekerleğe etkiyen yük
J_{xerf}	Atalet momenti
B_1	Kiriş üst plaka genişliği
B_3	Kiriş alt plaka genişliği
t_1	Üst plaka kalınlığı
t_3	Alt plaka kalınlığı
t_2	Yan plaka kalınlığı
h_2	Yan plaka yüksekliği
b_R	Ray genişliği
h_R	Ray yüksekliği
A_1	Üst plaka alanı
A_2	Yan plaka alanı
A_R	Ray alanı
A_{Top}	Toplam giriş alanı
X_s	Ağırlık merkezinin x eksenine mesafesi
Y_s	Ağırlık merkezinin y eksenine mesafesi
I_x	X eksenine göre atalet momenti
I_y	Y eksenine göre atalet momenti

I_{xTop}	X eksenine göre toplam atalet momenti
I_{yTop}	Y eksenine göre toplam atalet momenti
W_x	X eksenine göre mukavemet momenti
W_y	Y eksenine göre mukavemet momenti
σ_1	Kren özağırlığından oluşan gerilme
M_1	Kirişteki yayılı kuvvetten ileri gelen eğilme momenti
F_{AK}	Kirişteki yayılı kuvvet
q_K	Kiriş birim ağırlık kuvveti
g	Yerçekimi ivmesi
σ_2	Araba özağırlığından oluşan gerilme
F_{TAA}	Her bir tekerleğe etkiyen araba ağırlık yükü
M_2	Araba ağırlığından ileri gelen eğilme momenti
σ_3	Kaldırma yükünden oluşan gerilme
F_{TY}	Her bir tekerleğe etkiyen kaldırma yükü
M_3	Kaldırma yükünden ileri gelen eğilme momenti
M_4	Atalet kuvvetlerinden ileri gelen moment
K_{r1}	Sürtünme kuvveti
σ_4	Atalet kuvvetlerinden oluşan gerilme
φ	Öz ağırlık katsayısı
F_{ATH}	Araba kasılması sonucu oluşan yatay kuvvet
M_5	Araba kasılmasından ileri gelen moment
σ_5	Araba kasılması sonucu oluşan gerilme
k_λ	Yatay yük katsayısı
F_{TD}	Tekerlekteki dik kuvvet
τ_{top}	Toplam kayma gerilmesi
τ_t	Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen burulma gerilmesi
τ_k	Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen kesme gerilmesi
M_t	Torsiyon momenti
W_t	Torsiyon mukavemet momenti
A_m	Kiriş ortalama alanı
F_{kmax}	Maksimum kesme yükü
A_k	Kirişte kesilme etkisinde kalan alan
σ_{EM}	Statik kontrol için emniyetli mukavemet değeri
κ	Sınır değer oranı

$\sigma_{D(-1)EM}$	$\kappa = -1$ değeri için malzemenin emniyetli mukavemet değeri
σ_{max}	Maksimum gerilme
σ_{min}	Minimum gerilme
σ_v	Bileşke gerilme
$\sigma_{Dz(\kappa)EM}$	Sürekli dinamik emniyetli çekme gerilmesi
σ_{VPi}	İdeal flambaj gerilmesi
σ_{Pi}	Yan levhadaki ideal flambaj normal gerilmesi
σ_e	Euler gerilmesi
k_σ	Buruşma katsayısı
k_τ	Kayma buruşma katsayısı
L_{pe}	Perdeler arası mesafe
σ_{VP}	Gerçek flambaj gerimesi



KISALTMA LİSTESİ

AKM	Analitik Katı Modelleme
CSG	Konstrüktif Katı Geometrisi
B-REP	Sınır Modelleme
CAD	Bilgisayar Destekli Çizim
FEM	Sonlu Elemanlar Metodu
CMMA	Amerikan Kreyn İmalatçıları Birliği



ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1	Katı modelin farklı şekillerde oluşturulması 3
Şekil 2.2	En yaygın primitifler 5
Şekil 2.3	Bir katıya ait yarım uzay gösterimi 7
Şekil 2.4	Sınırlanmış ve sınırlanmamış primitifler 8
Şekil 2.5	Katı ve katıyı oluşturan primitifler 9
Şekil 2.6	Süpürme çeşitleri 10
Şekil 3.1	Eleman sayısının artmasının çözümün hassasiyetine etkisi..... 12
Şekil 3.2	Problem geometrisinin sonlu farklar ve sonlu elemanlar 13
Şekil 3.3	Lineer dikdörtgen eleman..... 20
Şekil 3.4	Elemanın fiziksel koordinatlara eşlenmesi..... 24
Şekil 3.5	8-düğüm noktalı izoparametrik sonlu eleman 25
Şekil 3.6	Gauss Kareleştirme için optimum örnekleme noktası konumu..... 29
Şekil 3.7	8-düğüm noktalı eleman için örnekleme noktaları..... 30
Şekil 3.8	İki boyutlu katı geometrisi..... 30
Şekil 3.9	Lamelli kanca (Düzlem gerilme hali)..... 32
Şekil 3.10	Baraj duvarı (Düzlem birim şekil değiştirme)..... 32
Şekil 4.1	Kreynlerin sınıflandırılması 33
Şekil 4.2	Yük dağılım grafiği 35
Şekil 4.3	Kaldırma yükü katsayısı 40
Şekil 4.4	Çift kirişli gezer köprülü kreyn gösterimi 40
Şekil 4.5	Kutu kiriş konstrüksiyonu 41
Şekil 4.6	Kutu kirişlerde eğilme atalet ve mukavemet momenti kesiti..... 42
Şekil 4.7	Köprülü kreyn kirişi ve kirişe etkileyen kuvvetler 44
Şekil 4.8	Kirişin öz ağırlık momentinin dağılımı 45
Şekil 4.9	Arabanın öz ağırlık momentinin kirişteki dağılımı 46
Şekil 4.10	Kaldırma yükü öz ağırlık momentinin kirişteki dağılımı 48
Şekil 4.11	Kiriş üzerindeki atalet kuvvetleri 49
Şekil 4.12	Araba kasılması sonucu oluşan kuvvetler 52
Şekil 4.13	Kiriş kesiti 54
Şekil 4.14	Bredt'in ortalama alan tanımı 55
Şekil 4.15	Bredt'e göre ortalama kiriş kesiti 55
Şekil 4.16	Kesme kuvvetlerinin kiriş üzerindeki dağılımı 56
Şekil 4.17	Kesme kesiti A_k 57
Şekil 4.18	$\sigma_{D(-)EM}$ değeri ile $\sigma_{D(+)EM}$ değeri arasındaki bağıntı 60
Şekil 4.19	K dikişi ve kaynak dikiş tipleri 62
Şekil 4.20	Kiriş yan levhasındaki gerilmeler 63
Şekil 4.21	Kiriş üst levhasına etkileyen gerilmeler 64
Şekil 4.22	Çift kirişli köprülü kreyn 66
Şekil 4.23	Kutu kiriş hesap ölçüleri 68
Şekil 5.1	Üst plaka kesiti ve ölçüleri 82
Şekil 5.2	Üst plaka katı modeli..... 82
Şekil 5.3	Alt plaka kesiti ve ölçüleri 83
Şekil 5.4	Alt plaka katı modeli 83
Şekil 5.5	Yan levha ölçüleri..... 83
Şekil 5.6	Yan levha katı modeli 84
Şekil 5.7	Perde ölçüleri..... 84
Şekil 5.8	Perde katı modeli 84
Şekil 5.9	Kreyn köprüsü katı modeli 85
Şekil 5.10	Kreyn köprüsünün wireframe olarak görünüşü 85

Şekil 5.11	Kreyn köprüsü yüzey modeli	86
Şekil 5.12	Yüzeyde ağ oluşturulması	87
Şekil 5.13	Ağın detay görünüşü	87
Şekil 5.14	Sınır değerlerin kreyn köprüsüne uygulanması	88
Şekil 5.15	Gerilme analizi sonuçları	89
Şekil 5.16	Yan levhada oluşan gerilme değerleri.....	90
Şekil 5.17	Alt levhaya etkiyen gerilmelerin gösterimi.....	90
Şekil 5.18	Perde üzerindeki gerilmelerin analiz sonucu gösterimi.....	91
Şekil 5.19	Gerilme analizi önden görünüş.....	91
Şekil 5.20	Kirişte meydana gelen yer değiştirmeler	92



ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 4.1	Kreyner için toplam kullanım süresi..... 33
Çizelge 4.2	Yük dağım faktörü tablosu 35
Çizelge 4.3	Kaldırma makinalarının grup sınıflandırması..... 35
Çizelge 4.4	Kaldırma makinalarının sınıflandırılmasında rehber tablo..... 36
Çizelge 4.5	Kaldırma grubuna göre yükseltme katsayısı..... 38
Çizelge 4.6	Köprü malzemesi için emniyetli mukavemet değeri..... 57
Çizelge 4.7.a	$\kappa=-1$ için malzemenin emniyetli mukavemet değeri..... 59
Çizelge 4.7.b	κ ile bağlantılı malzemenin üst mukavemet değeri..... 60
Çizelge 4.8	İdeal flambaj gerilmeleri için hakiki flambaj gerilme değerleri.... 64

ÖNSÖZ

Yüksek lisans bitirme tezi olarak “ Portal Kreyin Köprülerinin Sonlu Elemanlar Metoduyla Statik Analizi ” konulu çalışmayı hazırladım. Çalışmamın giriş bölümünde kreyinler hakkında bilgiler, kutu kiriş konstrüksiyonu için hesap ve seçim kriterlerini ve sonlu elemanlar metodu ile ilgili temel kuramlar verilmektedir. Çalışmamın ileriki bölümünde uygulanmış bir proje olan 25 Ton Kapasiteli Portal vince ait hesaplar yapılmakta ve kritik nokta olan mafsalsal noktası mil hesabı yapılmaktadır. El ile yapılan hesap daha sonra sonlu elemanlar metodu ile analiz edilerek doğruluğu sorgulanmıştır.

Tez çalışmamda bana teknik ve literatür konusunda yol gösteren tez danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Muharrem Erdem Boğoçlu'ya ve bünyesinde çalışmakta olduğum Cesan Elektrikli Vinç A.Ş.'ye teşekkür ederim.



ÖZET

Tez çalışmamda mermer, çelik ve ağır iş sanayinde transport makinaları arasında büyük önem taşıyan portal kreynerler incelenmiştir. Kutu kiriş için FEM esaslarına göre hesap ve seçim kriterleri verilmiş ve örnek olarak seçilen portal kreynerin SOLIDWORKS 2003 programı ile modellenmesi yapılmıştır. Modellenen kreyner kirişleri Patran programı ile analiz edilerek hesaplanan değerlerin güvenilirliği ve doğruluğu test edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Portal Kreyner, Kiriş Analizi, Bilgisayar Destekli Analiz, Sonlu Elemanlar Metodu, Modelleme



ABSTRACT

In this study Goliath cranes which takes one of the most important part of transportation machines in Marble and Steel Industry is inspected. Calculation and selection details are given for box section Girders according to FEM norms and a sample of a goliath crane is modeled by using SOLIDWORKS 2003 program. Girder is checked by Patran Analysis program and results compared with calculation.

Keywords: Gantry Crane, Girder Analysis, F.E.M, Solid Modelling



1. GİRİŞ

Çift kirişli portal kreynerler, yükleri yalnız kaldırmakla kalmayıp onları yatay olarak da hareket ettiren iş veya tesir alanları geniş kaldırma makinalarıdır. Bu kreynerler, fabrikalarda, ambarlarda (kapalı veya açık), enerji santrallerinde kısaca malzeme transportu yapılan her yerde kullanılır.

Çift kirişli köprülü kreynerler, yerde bulunan ve genelde A tipi olarak nitelendirilen özel portal vinç rayları üzerinde hareket eden arabalı köprülerden ve ayaklardan ibarettir. Araba yükleri kaldırır veya indirir ve köprü boyunca taşır. Köprü, yükleri kreyner yolu boyunca götürür. Bu suretle, yükün birbirine dik üç doğrultuda hareket etme imkanı doğar.

Bölüm 2’de katı modelleme ve katı modelleme teknikleri konularında araştırma yapılmıştır. Mevcut olan bir çok katı modelin hangi katı modelleme tekniğiyle oluşturulduğu ve kreyner köprüsünün hangi katı modelleme tekniği ile modelleneceği bu araştırma çerçevesinde incelenmiştir.

Bölüm 3’de sonlu elemanlar metodu ve sonlu elemanlar metoduyla yapılan analiz tipleri incelenmiştir. Sonlu elemanlar yöntemiyle yapılan analiz basamakları ve hazır paket programları araştırılmıştır. Bu çalışma doğrultusunda static analiz ve esasları, modeli sonlu elemanlara ayıran elemanlar ve kullanıldığı yerler konularında bilgi edinilmiştir.

Bölüm 4’de portal kreynerler ve köprü tipleri hakkında bilgiler verilmiştir. Ayrıca g FEM (Federation de la European Manueantation) ve DIN 15018’de yer alan tablolara yer verilmiş ve bu normlar esas alınarak hesaplamalar yapılmıştır.

Bölüm 5’de belirlenen hesap esaslarına uygun olarak bir örnek hesaplama yapılmıştır. Yapılan bu hesaplama doğrultusunda bulunan değerler ile kutu kiriş konstrüksiyonu oluşturulmuştur. Katı modeli oluşturulan kreyner köprüsünün belirlenen sınır şartlar altında sonlu elemanlar yöntemi ile statik analizi yapılmıştır. “Dolu gövdeli köprülü kreyner ana kirişinin farklı yük konumlarındaki gerilme analizi” isimli çalışma Doç. Dr. Mine Demirsoy tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada belirlenen hesap ölçüleri doğrultusunda kreyner köprülerinin katı modellemesi yapılmış ve farklı yük konumlarında sonlu elemanlar metoduyla analizi yapılmıştır.

“Köprülü vinçlerde kirişlere etki eden gerilmelerin incelenmesi” isimli çalışma Karkuş S. ve Alışverişçi M., (2003) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada kreyn köprüleri konstrüksiyon esasları ve meydana gelen gerilmelerin hesapları F.E.M., (1998) ve DIN-15018 T1, (1993) nörmlarına uygun olarak yapılmıştır.



2. KATI MODELLEME

Katı modelleme teknikleri tamamıyla bilgilendirme üzerine kurulmuştur. Yani nesnelerin tereddütsüz şekilde gösterimini sağlar. Basitçe nesnenin üzerinde, içinde ve dışında olan bir noktanın konumunun verilebilmesi olarak düşünülebilir. Eğer modelleme tekniği ile tam olarak tanımlama, geçerlilik ve tereddütsüzlük sağlanamaz ise kullanıcı devreye girerek modelleme ile etkileşimde bulunarak modelin yapılandırılmasını gerçekleştirebilir. Tereddütlü modeller, kütle özellikleri hesaplarında, sonlu eleman modellemesinde, BDİP'da (CAPP-computer aided process planning-bilgisayar destekli işlem planlama) ve sayısal kontrol (NC) programlamada kullanılamazlar (Zeid , 1991).

Katı modelleyiciler tel kafes ve yüzey (geometri) modelleyicilerden daha fazla bilgi (geometrik ve topolojik) saklarlar. Tel kafes ve yüzey modellere göre daha avantajlı olmalarına rağmen bazı sınırlamalar vardır. Katı tanımından ne diğer modellerin otomatik olarak yaratılması ne de diğer modellerin yaratılmasında kullanılmış verilerin otomatik olarak katı modelin yaratılmasında kullanılması mümkün değildir. Buna ek olarak büyük ölçekli imalat uygulamalarında katı modelleme tercih edilmektedir. Kaplama ve hesaplamaların yavaş olması gelişen teknoloji ile problem olmaktan çıkmaktadır. Katı modelleme hacimsel modelleme olarak da anılmaktadır.

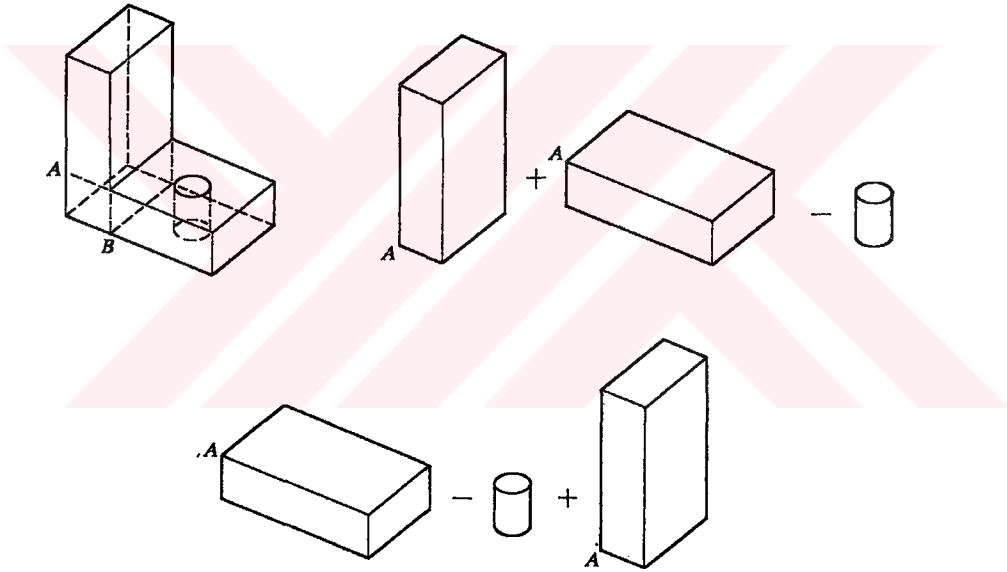
Geçerli BDK/BDİ sisteminde katı modeller yaratmak için kullanıcı tarafından veri girişi yapılmalıdır. Örnek olarak B-rep (boundary representation-sınır gösterimi) veri gösterimine sahip bir sistem CSG (constructive solid geometry-konstrüktif katı geometrisi) temelli kullanıcı bağlantısı sağlanabilir. Yani model primitif objelerden oluşturulabilir. Kullanıcı bağlantısı olarak çoğu sistem blok-yapısı yaklaşımı (CSG) ve süpürme (sweep) işlemleri kullanılmaktadır (Zeid , 1991).

Bir nesnenin katı modeli, yüzey model gösteriminden daha karmaşıktır. Topolojik ve geometrik bilgiler daha sonraki kütle özelliklerinin hesabı, sonlu elemanlar ağ üretme gibi işlemlerin otomatik olarak yapılmasında kullanılabilir. Bunda teorik olarak kullanıcının doğrudan bir katkısının olmadığı düşünülebilir.

Katı modelleme ile bir nesnenin tanımlanması eğri, yüzey ve katı gibi tekniklerin kullanılması ile çok kolay olarak yapılabilmektedir. Bazı durumlarda katı modeller tel kafes veya yüzey modellemeden daha basit ve kolay olmaktadır.

Katı modeller otomasyon ve integrasyon maksatları için kullanılacak ise kusursuz olmalıdırlar. Kavramsal konstrüksiyon aşamasında kusursuz modele ihtiyaç olmadığından bu modellere analiz ve uygulama algoritmalarında ihtiyaç duyulmaktadır. Modelin doğruluk ve hızı, kullanılan gösterim şemasına ve kullanılan veritabanında saklanan verilere bağlıdır. B-rep modelleyiciler genel şekilleri daha iyi sunarken daha fazla işlem zamanı gerektirmektedirler. CSG modelleyiciler yapılandırma açısından daha basit ve ekranda görüntüleme açısından daha uygundur. Fakat karmaşık bir şeklin tanımlanmasında zorluklar olabilir.

Katı modeller tam ve tereddütsüz olmalarına rağmen tek bir çözüm yoktur. Bir nesne çeşitli yollarla yapılandırılabilir. Şekil 2.1'de çeşitli primitiflerin toplama ve çıkarma işlemleri yardımıyla modelleme işlemi gösterilmiştir.



Şekil 2.1 Katı modelin farklı şekillerde oluşturulması

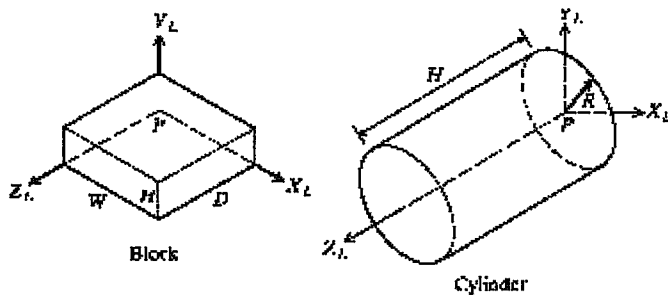
Çoğu ticari katı modelleme paketleri CSG uyumludur. Kullanıcının blok yapılarının (primitifler diye adlandırılır) kullanılmasına imkan sağlar. Primitifler basit temel şekiller olup matematiksel boolean işlemleriyle bir araya getirilmeleri ile kompleks katı modeller oluşturulabilir (Zeid , 1991).

Bazı paketler ise süpürme (sweep) işlemleri ile katı model oluşturmaktadır. Bunun için katının yüzeyleri oluşturulur ve daha sonra süpürme işlemleri ile katı model oluşturulur.

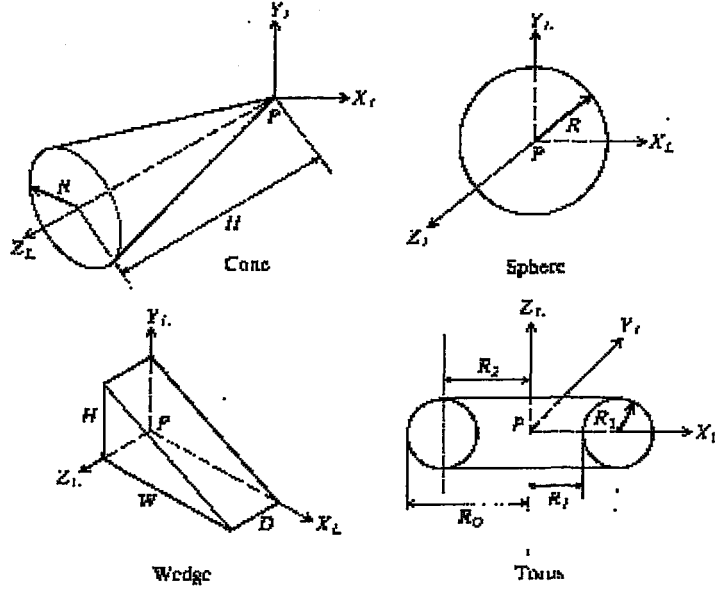
Çok çeşitli primitif nesnelere ticari olarak kullanılmaktadır. En yaygın olarak kullanılanlar blok, silindir, koni ve kürelerdir. Düzlemler, silindirler, koniler ve küreler dördüncü doğal kuadrik elemanı göstermektedir (McMahon , 1993).

Yaygın şekilde kullanılan primitifler aşağıda verilmiştir;

1. Blok: Genişliği, uzunluğu ve derinliği gibi geometrik verileri verilmiş kutudur. Şekil 4.2'de yerel koordinat sistemi X_L , Y_L , Z_L gösterilmiştir. P noktası X_L , Y_L , Z_L sisteminin orijin noktasıdır. W, H ve D kutunun relatif konumunu koordinat sistemine göre tanımlar.
2. Silindir: Bu primitif R yarıçap ve H boyu ile tanımlanmıştır. H genellikle Z_L ekseninde alınır ve negatif ya da pozitif olabilir.
3. Koni: Taban yarıçapı R ve yüksekliği H olan bir primitiftir. Eğer kesik koni oluşturulacaksa üst yarıçap verilmelidir.
4. Küre: Yerel koordinat sistemine göre bir merkez noktası ve verilen yarıçap ya da çap ile tanımlanır.
5. Üçgen Kama: Yüksekliği H, genişliği W ve taban derinliği D ile tanımlanan bir geometrik şekildir.
6. Simit (Torus): Çemberin düzlemde kalarak bir eksen etrafında döndürülmesi ile oluşan şekildir. R_1 (simitin yarıçapı), R_2 (simit gövdesinin yarıçapı) ile tanımlar. Simitin iç yapı R_1 ve dış çap R_0 dır.



Şekil 2.2.1. En yaygın pirimitifler



Şekil 2.2.2 En yaygın pirimitifler

İki ya da daha çok primitifi bir araya getirilerek istenen katı oluşturulabilir. Sonuç katının geçerliliği boolean işlemleri ile sağlanır. Birleştirme (\cup veya $+$), kesişim (\cap veya I) ve fark ($-$) işlemleri boolean işlemleri ile gerçekleştirilmektedir. Birleştirme operatörü iki nesne yada primitifi bir araya getirmek için kullanılır. Kesişim operatörü ise iki nesnenin ortak hacmini bularak bu kesişim kümesi ile ifade edilen yeni nesneyi tanımlar. Fark operatörü ise bir nesneden bir başka nesneyi çıkararak yeni bir nesne elde edilmesini sağlar.

Bilgisayarda ve mühendislik uygulamalarında katı model gösteriminin başarısı bu modellerin şema gösteriminin başarısına bağlıdır. Katı modelleme teorisi, gerçek nesnenin matematiksel bir model gösterimini tanımlar. Katı modellerin matematiksel özellikleri aşağıdaki gibi verilebilir (McMahon, 1993).

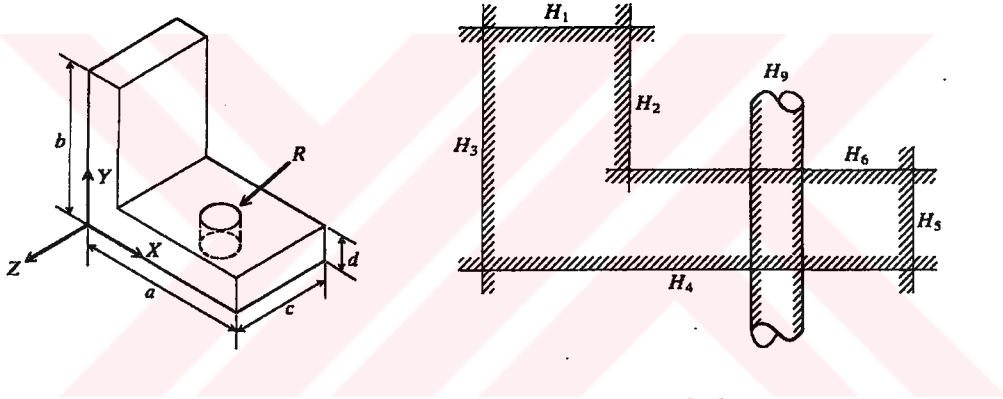
1. Rijitlik; Katı modelin şekli, modelin uzaydaki konumuna veya oryantasyonuna bağlı olmamalıdır.
2. Homojen üç boyutluluk; Katı sınırları iç bölgeye temas etmelidir. Uyuşmayan, sarkan yüzeyler ve kenarlar olmamalıdır.
3. Sonluluk ve tanımlanabilir sonluluk; Sınırlı sayıda bilgi ile katının boyutları belirlenebilmelidir. Çünkü bilgisayarın kapasitesi sınırlıdır. Örnek olarak, sonlu yarıçap ve yükseklikle tanımlanabilen bir silindir, sonsuz sayıda düzlemsel yüzeyle tanımlanabilir.

4. Katı hareketler ve düzenli boolean operasyonları ile model oluşturma; Katıları uzayda hareket ettirerek, çeşitli maniplasyonlar yapmak veya boolean operasyonları ile yeni geçerli nesnelere yaratılabilmeli.

5. Sınır belirleme; Katının sınırları katıyı içermeli ve katının iç bölgesini belirleyebilmelidir.

2.1. Sınır (B-Rep) Gösterimi

B-rep model veya sınır model, bir yüzey kümesi ile sınırlı fiziksel bir nesnenin topolojik ifadesidir. Bu yüzeyler bölgeler veya kapalı yüzeyler alt kümesidir. Kapalı bir yüzey kırılmalar olmayan sürekli yüzeydir. Sınır modeli ile bir nesnenin yüz, kenar ve köşelerinin bir araya getirilmesi ile topolojik olarak modelin geçerliliği garanti altına alınır (Zeid , 1991).



Şekil 2.3 Bir katıya ait yarım uzay gösterimi

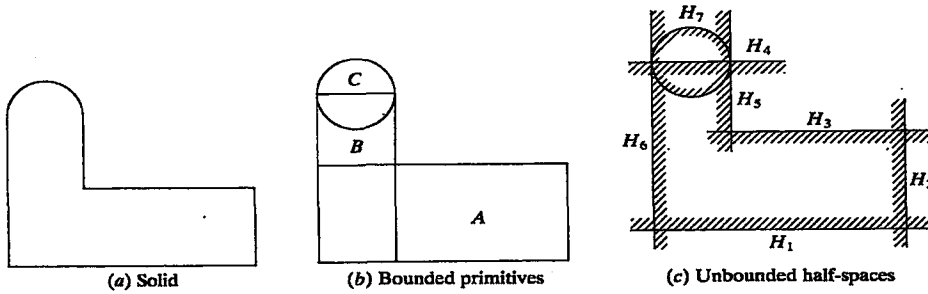
Sınır model veritabanı hem topolojiyi hem de geometriyi içerir. Topoloji Euler işlemleri ile yaratılır. Geometri ise Euclid hesapları ile elde edilir. Euler işlemleri primitif CSG modellere ait yüzlerde, kenarlarda ve köşelerde düzeltmeler ve manüplasyonlar yaratmak için kullanılır. Euler işlemleri (boolean işlemleri) sınır modellerin doğruluğu ve bütünlüğünü (kapalılık, uyuşmaz yüz ve kenarların olmamasını) sağlar. Bunlar aynı zamanda modelin geçerliliğini kontrol eden mekanizmalardır. Daha başka geçerlilik kontrolleri uygulanabilir. Geometri köşelerin koordinatlarını, rijit hareket ve transformasyonları (öteleme ve dönme vs.) ve metrik bilgileri ihtiva eder. Topoloji ve geometri iç içe geçmiştir ve birbirinden ayrılamaz. İkisi de birbirine uyumlu olmalıdır. Yoksa saçma bir şekil elde edilebilir.

2.2. Konstrüktif Katı Geometrisi

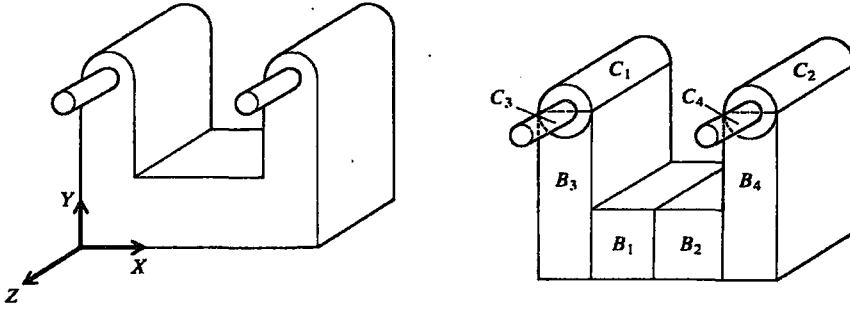
CSG ve B-rep şemaları, fiziksel nesnelerin katı modellerinin yaratılmasında kullanılan en popüler şemalardır. CSG, gösterimin az ve öz olmasından söz konusu nesnenin yaratılması ve saklanması çok daha kolaydır. Ayrıca geçerlilik kontrolü de oldukça kolaydır. Fark ve kesişim işlemleri kolayca yapılabilmektedir (Zeid, 1991).

CSG model, fiziksel bir nesnenin primitif kümelerine bölünerek ve belirli kuralların izlenmesi (boolean işlemleri) ile bu primitiflerin bir araya getirilmesi sonucunda oluşturulur. Primitifler geçerli CSG modelleri olarak kabul edilebilir. Her primitif bir yüzey kümesi ile sınırlanmış ve genellikle kapalıdır. Primitif yüzeyleri, sınır değerlendirme işleminden faydalanarak bulunan yüzler, kenarlar ve köşelerin bir araya getirilmesinden oluşur. CSG modeller, B-rep prensip ve topolojik olarak farklıdır. Yüzler, kenarlar ve köşeler eksplicit olarak hesaplanmaz bunun yerine ne zaman gerekiyorlar ise o zaman üretilirler. CSG modeller yüzler, köşeleri ve kenarları yeniden değerlendirmesine karşın konstrüksiyon ve imalat açısından çok uygundur (Zeid, 1991).

İki ana CSG şeması vardır. Birinci gruptaki CSG modeller sınırlanmış katı primitiflerini (r-kümeleri) esas alırlar. İkinci grup daha az popüler olup sınırlanmamış yarım uzayları (non r-kümeler) esas alırlar. Sınırlanmış katı primitifler aslında yarım uzayların ve bu primitiflerin sınırlarının karışımı olarak düşünülebilir.



Şekil 2.4 Sınırlanmış ve sınırlanmamış primitifler



Şekil 2.5. Tipik bir katı ve bu yapıyı oluşturan primitifler

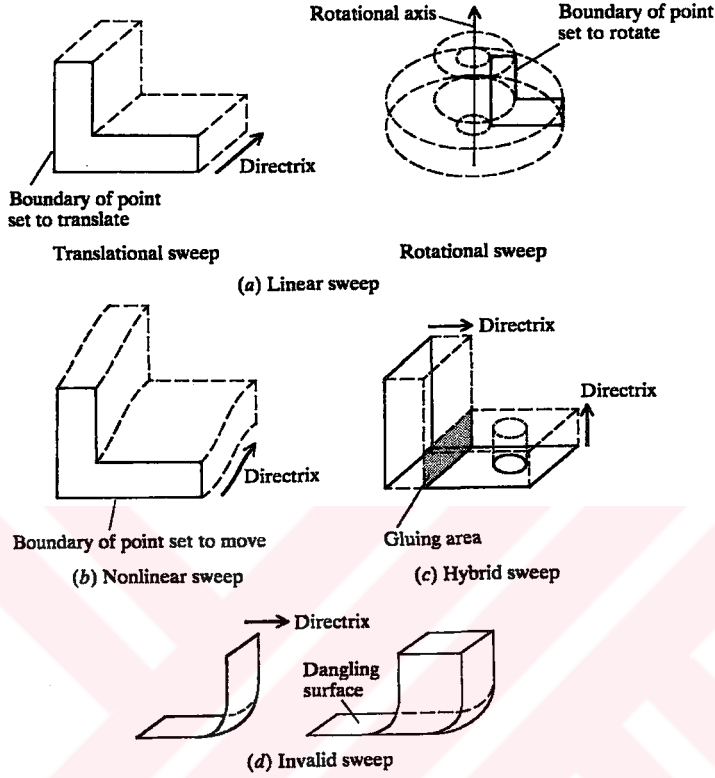
2.3. Süpürme (Sweep) Gösterimi

Süpürme gösterimi şemaları iki buçuk boyutlu katı nesnelerin yaratılmasında çok kullanışlıdır. İki buçuk boyutlu nesnelere sınıfı, verilen doğrultuda uniform kalınlık ve asimetrik katları ihtiva eder. Ekstürize katılar olarak bilinirler, doğrusal ve süpürme işlemleri ile yaratılırlar. Dönel katılar, dönel süpürme ile yaratılır. B-rep ve CSG temelli modelleyicilerle kullanılırlar. Bunun sebebi süpürme teorisindeki eksiklikler ve modelleme alanının sınırlı olmasıdır. Süpürme gösterimi için genel geçerlilik ve düzgünlük şartları bilinmediğinden bunlar kullanıcıya bırakılmıştır. Süpürme, verilen bir yol (patika, doğru) boyunca bir noktanın, eğrinin veya bir yüzeyin hareket ettirilmesi temeline dayanır. Üç çeşit süpürme yöntemi vardır. Bunlar lineer, nonlineer ve karma süpürmedir. Lineer süpürmede kullanılan yol(patika,doğru) lineer veya çembersel olup parametrik denklemlerle verilir. Nonlineer süpürmede ise daha yüksek dereceden bir polinom (kuadratik, kübik, veya daha yüksek dereceden) ile tanımlanır. Karma süpürme ise lineer ve/veya nonlineer süpürmenin (küme işlemleri yardımıyla) karışımından oluşur

(Zeid, 1991).

Lineer süpürme öteleme ve dönel süpürme olarak ikiye ayrılabilir. (Şekil 2.6.a). Öteleme süpürmede, sınırlarla tanımlanmış düzlemsel ve iki boyutlu nokta kümesi uzayda bir mesafe boyunca dik olarak hareket ettirilir. Nokta kümesi sınırı kapatılmış olmalıdır. Aksi takdirde geçersiz katılar (açık küme) elde edilir. Dönel süpürmede, düzlemsel iki boyutlu nokta kümesi bir eksen etrafında (simetri ekseni) verilen açıda döndürülmesi ile oluşur. Şekil 2.6.a. Nonlineer süpürmede ise vektör yerine bir eğri kullanılır. (Şekil 2.6.b.) Karma süpürmede küme işlemlerinden faydalanılır. (Şekil 2.6.c.) Şekil 4.6a'da görülen nesne karma

süpürme ile oluşturulan iki farklı katı birbirine yapıştırılması ile elde edilmiştir. Geçersiz katılar veya düzensiz kümeler, süpürme doğrultusunun uygun seçilmemesinden kaynaklanabilir. (Şekil 2.6.d)



Şekil 2.6. Süpürme çeşitleri

2.4. Analitik Katı Modelleme (ASM)

AKM sonlu eleman modellemeye çok yakındır. AKM, sonlu eleman analizi (FEA) için sekizden yirmiye kadar noktalara sahip hexahedral elemanların üç boyutlu parametrik isoparametrik formülasyonun matematiksel temelini izler. AKM üretim maksadından çok gösterim şeması için kullanılmaktadır. B-rep veya CSG'nin sahip olduğu oryante yüzeyleri içermezler (Zeid , 1991).

Sonlu elemanlar problemlerini çözmek için geliştirilen AKM kütle özelliklerinin hesaplanması ve ağ yapısı üretme gibi alanlarında kullanılmaktadır.

3. SONLU ELEMANLAR METODU

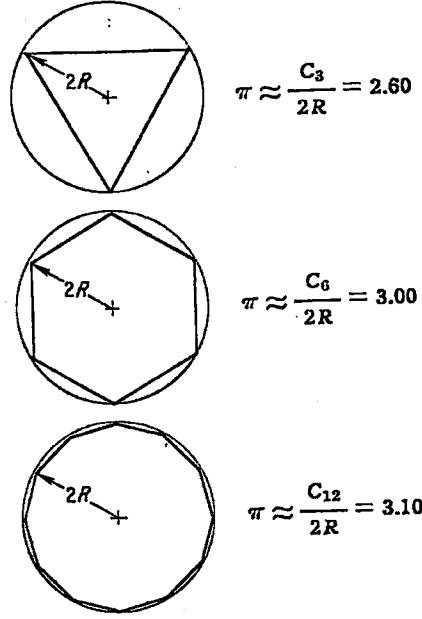
3.1 Giriş

Mühendisler fiziğin yasaları, malzeme ve doğal enerji kaynaklarını kullanarak insanlık yararına mamul ve hizmet üretmektedirler. Bu mamül ve hizmetler günlük yaşamın vazgeçilmez parçalarıdır. Güç iletimi, iletişim, veri değerlendirme, nakliye ve imalat mühendisliğinin sağladığı mamul ve hizmetlerdir.

Mühendisler bir problemi (fiziksel sistem) ele aldıklarında matematiksel modelleme ile işe başlarlar. Problemdeki fiziksel büyüklükler arasındaki bağ matematiksel ifadelerle dönüştürülür. Genelde bu matematiksel ifadeler cebrik, diferansiyel veya integral formdadır. Bu model basit ise analitik çözüm elde edilir. Pratikte karşılaşılan problemlerin matematik modelleri her zaman analitik yöntemlerle kolayca çözümlenecek tarzda olmaz. Bunun nedeni problemin geometrisinin ve tatbik edilen sınır şartlarının basit olmamasıdır. Bu durumda problemi karakterize eden denklemlere tatminkar netice verebilecek sayısal metodlar ile yaklaşılır. Bu şekilde problemi karakterize eden diferansiyel formdaki denklemler lineer denklemlere dönüştürülür. Bunların çözümü de sayısal bilgisayarlarla hızlı bir şekilde yapılır.

3.2 Sayısal Metodlar

Sayısal metodların özelliği problemi özellikleri bilinen sonlu sayıda küçük bölgelere ayırmaktır. Bu bölgelerin herbirinde incelenen büyüklük arasında bağı ifade eden denklemler tesis edilir. Problemi bu küçük bölgelere ayırmak ve bu parçaları birbirine bağlayacak ifadeleri tesis ederek, çözüm bölgesindeki gerilme ve yer değiştirme (gerilme analizi probleminde) gibi değişkenlerin değerinin tatminkar derecede hesaplanması mümkündür. Bu bölgeler ne kadar küçük olursa sayısal çözüm o derece gerçek çözüme yaklaşır (Becker ,1992). Şekil 3.1'de eleman sayısının artmasının çözüme etkisi gösterilmiştir.(Huebner , 1974)



Şekil 3.1 Eleman sayısının artmasının çözümün hassasiyetine etkisi

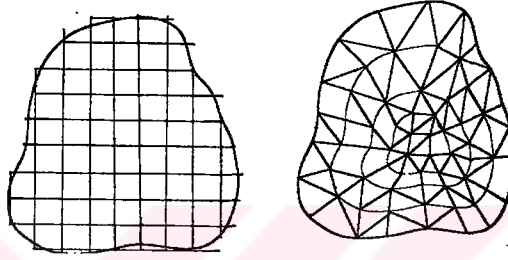
Sonlu farklar, sonlu elemanlar ve sınır eleman metotları bilinen sayısal metotlardır. Bilgisayar teknolojisinde gerek yazılım ve gerekse donanım bakımından gelişmelerle bu metotlar etkin olarak kullanılmaktadır. Yazılımcı firmalar bu metotları esas alan paket programlar geliştirmişlerdir. Bu programlar mühendisliğin farklı disiplinlerindeki analizler için kullanılabilir. ANSYS, MARC, NASTRAN ve ABAQUS modelleme, analiz ve sonuçların grafik değerlendirilmesi bakımından tercih edilen programlardır. (Akin, 1994)

Sonlu farklar metodunda, diferansiyel denklemlere sayısal yaklaşım fark denklemleri ile sağlanır. Bu prosedürde, koordinat eksenlerine paralel eşit (üniform) arttırmalar ile düğüm noktaları oluşturulur. Her bir artım için fark denklemleri düzenlenir. Düğüm noktaları birbirlerine eşit mesafede yerleştirilir. Eleman yoktur ve düğüm noktaları topluluğu arasındaki boşluklara herhangi bir özellik atanmaz. Bu özellikler diferansiyel denklemin içinde tanımlanmıştır. Noktaların koordinat eksenlerine paralel olması ve sadece eşit aralıklarla artımların yapılması karmaşık geometri problemlerin modellenmesinde sorun çıkarmaktadır. (Krisnamachari, 1993)

Sonlu elemanlar metodunda da problem geometrisi küçük bölgelere ayrılmaktadır. Fakat bu bölgelerin köşe noktalarının (düğüm noktaları) koordinat eksenlerine paralel olma zorunluluğu yoktur. Eleman şekilleri (problemin 1,2 veya 3 boyutlu olmasına göre) doğrular, üçgenler, dikdörtgenler, küp v.b şekillerde olabilir.

Karmaşık geometrili problemler kolaylıkla modellenmektedir. Problem geometrisinde incelenen büyüklüklerin hızlı değiştiği bölgelerde (çentikler, dış dibindeki gerilmeler v.d) eleman yoğunluğu kolaylıkla arttırılabilir. Bu şekilde gerçek fiziksel sisteme tatminkar yaklaşım sağlanır.

Şekil 3.2’de problem geometrisinin sonlu farklar metodu ve sonlu elemanlar metodu ile modellenmesi görülmektedir. Karmaşık geometri sonlu elemanlar metodu ile tatminkar şekilde modellenmiştir. Sonlu elemanlar metodunda çözüm bölgesinde farklı geometrik şekilli elemanlar olabilir.



Şekil 3.2 Problem geometrisinin sonlu farklar ve sonlu elemanlar metodu ile gösterimi

Sınır eleman (Sınır eleman integrasyonu) metodunda problemin diferansiyel denklemleri sınırlarda integral ifadelerle dönüştürülür. Bu ifadeler küçük parçalara ayrılmış sınır boyunca sayısal olarak integre edilir. Neticede diğer metodlarda da olduğu gibi lineer denklem seti elde edilir. (Becker ,1992)

3.3 Sonlu Elemanlar Metodu

Sonlu elemanlar metodu mühendislik problemlerine yaklaşık çözüm elde etmek için kullanılan bir sayısal analiz tekniğidir. Metod 50’li yıllarda Uçak-Uzay endüstrisinde karmaşık yapıların gerilme analizi için geliştirilmiştir. Metodun esasları üzerinde yapılan çalışmalar sonucunda kullanım sahası genişlemiştir. Günümüzde biomekanikten nükleer teknolojiye farklı disiplinlerdeki problemlerin çözümünde kullanılmaktadır.

Kompüter teknolojisindeki gelişmeler metodun yaygın olarak kullanılmasını sağlamıştır. Geliştirilen paket programlarla veri hazırlanması, çözümleme ve sonuçların değerlendirilmesi kolaylıkla gerçekleştirilmektedir.

3.3.1 Metodun Adımları

Ele alınan problemin sonlu eleman metodu ile analizinde takip edilen adımlar aşağıdadır.

3.3.1.1. Problem Geometrisinin Elemanlara Ayrılması

İlk adım problem sonlu sayıda basit geometrik şekilli bölgelere (sonlu elemanlar) ayırmaktır. Sonlu eleman, uzaydaki konumları global eksen takımına bağlı koordinatlarca verilen, düğüm noktalarına sahiptir. Herbir sonlu elemanın geometrik şekli interpolasyon fonksiyonlarıyla düğüm noktalarının koordinatları cinsinden tanımlanır.

Sayısal modelleme problemin, sınırlarının, sınır şartlarının ve malzeme özelliklerinin matematiksel olarak ifade edilmesinin gerektirmektedir. Analiz edilecek bir problemin karmaşık geometrisinin tam tanımı, yüzeyindeki sonsuz sayıda noktanın konumunun belirlenmesiyle sağlanır. Bu da sonsuz sayıda denklemin çözülmesini gerektirir. Bu nedenle geometri yaklaşık olarak makul sayıda elemanla ele alınır. Elemanların geometrik şekli düğüm noktalarının koordinatları cinsinden interpolasyon fonksiyonu ile tayin edilmektedir. (Beer ve Watson , 1994)

3.3.1.2 Alan Değişkenin Tayini

Alan değişkeni yapıdaki incelen birincil değişkendir. Gerilme analiz probleminde bu yer değiştirir. Bundan sonra yapılacak kabul, yer değiştirmenin eleman boyunca değişiminin basit bir fonksiyon olduğudur. İnterpolasyon fonksiyonu yer değiştirmenin her bir elemanda değişimini düğüm noktalarındaki değerleri cinsinden ifade edilmesini sağlar. Bu fonksiyonlar elemanların geometrik şeklini tayin eden interpolasyon fonksiyonları ile aynı olabilir. Bu durumda eleman izoparametrik olarak adlandırılır.

3.3.1.3 Elemanların Davranış Matrislerinin Hesaplanması

Her bir eleman için elemanın fiziksel davranışını tanımlayan katsayı matrisi tanımlanır. Katı cisim mekaniğinden rijitlik matrisi hesaplanır. Bu hesap için

kullanılan metodların çoğu toplam potansiyel enerjinin minimize edilmesine dayanır.

3.3.1.4 Eleman Matrislerinin Birleştirilmesi

Eleman ağı ile temsil edilen sistemin özelliklerini bulmak için eleman özelliklerinin birleştirilmesi gerekmektedir. Diğer bir anlatımla, her bir elemanın özelliklerini ifade eden matris denklemleri birleştirilerek tüm çözüm bölgesinin özelliklerini ifade eden matris denklemler elde edilir. Sistemin matris denklemleri tek bir elemanın matris denklemleri ile aynı formda olmasına karşın tüm düğüm noktalarını ihtiva ettiğinden daha fazla sayıda terime sahiptir.

Elemanların birbirlerine bağlandığı yerde (düğüm noktalarında) alan değişkeninin değeri bu noktayı paylaşan her elemanda aynıdır. Eleman denklemlerinin birleştirilmesi genel olarak sayısal bilgisayarlar ile yapılır.

3.3.1.5 Sistem Denklemlerinin Çözümü

Birleştirme prosesi neticesinde alan değişkeninin bilinmeyen düğüm noktası değerlerini elde etmek için çözülmesi gereken simültane denklem seti elde edilir. Eğer denklemler lineer ise standart çözüm teknikleri kullanılabilir.

Denklemlerin çözümü neticesinde birincil bilinmeyenlerin (alan değişkeni) değerleri bulunur. Elastik gerilme-deformasyon analizinde birincil bilinmeyen yer değiştirmelerdir. Birim şekil değiştirmeler elastisite teorisindeki bağıntıları kullanarak elde edilir. Gerilmeler de Hook Kanunu yardımıyla birim şekil değiştirmelerden hesaplanır.

Düğüm noktası değerleri ve interpolasyon fonksiyonlarını kullanarak, eleman içinde birim şekil değiştirme ve gerilmeler hesaplanabilir.

3.3.2 Eleman Rijitlik Matrisi

Sonlu elemanlar metodunda, incelenen yapı birbirlerine düğüm noktalarından bağlanan elemanlar topluluğu (eleman ağı) ile modellenir. Çözüm, temel gerilme-birim şekil değiştirme (strain) ifadelerini ve komşu elemanlardan düğüm noktaları üzerinden aktarılan kuvvetler sistemini kullanarak her bir elemandaki çökmelerin hesaplanmasıyla elde edilir. Birim şekil değiştirme, düğüm noktalarının çökmelerinden elde edilir. Gerilmeler birim şekil değiştirmelerinden elde edilir.

Her düğüm noktasındaki kuvvet diğer düğüm noktalarındaki kuvvetlere bağlıdır. Elemanlar yay sistemine benzer davranır ve tüm kuvvetler dengede olana kadar şekil değiştirirler. Bu da aynı zamanda çözülmesi gereken lineer denklemler sistemini ifade eder.

Rijitlik matrisi tatbik edilen kuvvetler nedeniyle düğüm noktalarının ne kadar yer değiştirdiğini tanımlayan bir yay sabiti olarak düşünebilir. Matris formunda aşağıda ifade edilmiştir.

$$\{f\} = [k]\{u\} \quad (3.1)$$

Burada $\{f\}$ elemana etki eden kuvvetler vektörü, $[k]$ elemanın rijitlik matrisi, ve $\{u\}$ elemanın düğüm noktalarındaki yer değiştirme vektörüdür. Rijitlik matrisi düğüm noktalarının koordinatları ve malzemenin elastik sabitlerinden oluşur.

Sistemi oluşturan bütün elemanlar için aşağıdaki matris ifade elde edilir.

$$\{F\} = [K]\{U\} \quad (3.2)$$

$$\{F\} = \text{Herbir düğüm noktasındaki dış kuvvetler} \quad \{F\} = \sum_e \{f\}$$

$[K]$ = Tüm elemanlardaki rijitlik matrislerinin birleştirilmesi ile oluşan sistemin rijitlik matrisi $[K] = \sum_e [k]$

$$\{U\} = \text{Yer değiştirme vektörü}$$

Bu ifadede bilinmeyenler, yer değiştirmelerdir. Uygun matris işleminin tatbiki ile yer değiştirme vektörü eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılır. Gauss eliminasyon yöntemi ile her bir düğüm noktasındaki yer değiştirmeler hesaplanır.

Yer değiştirmeler vektörü, $[B]$ gradyen matrisi ve $[D]$ elastik sabitler matrisi ile çarpıldığında her bir düğüm noktasındaki gerilmeler hesaplanır.

$$[U] = [K]^{-1}\{F\} \quad (3.3)$$

$$\{\sigma\} = [D][B]\{u\}^e \quad (3.4)$$

3.3.3 Rijitlik Matrisin Türetilmesi

Eleman rijitlik matrisini elde etmek için virtüel işler prensipinden faydalanılabilir. Bu prensibe göre, tatbik edilen kuvvetler ile dengede olan bir yapının virtüel yer değiştirmesi halinde dış kuvvetlerin virtüel işi yapıdaki iç gerilmelerin virtüel şekil değiştirme enerjisine eşittir.

$$\delta U_e = \delta W_e \quad (3.5)$$

δU_e : iç gerilmelerin virtüel şekil değiştirme enerjisi

δW_e : dış kuvvetlerin virtüel işi

Yapıdaki gerilme ve birim şekil değiştirme dağılımlarını hesaplamak için öncelikle birim şekil değiştirmeler ile yer değiştirmeler arasındaki bağıntıyı tesis etmek gerekmektedir. Eleman içindeki herhangi bir noktanın yer değiştirmesi o noktanın koordinatlarının bir fonksiyonudur. Bu fonksiyon düğüm noktalarının koordinatları cinsinden ifade edilebilir. Bu polinom ifadesi ile, düğüm noktalarındaki değerlerden eleman içindeki herhangi bir noktanın yer değiştirmesi tayin edilebilmektedir. Bu fonksiyon interpolasyon fonksiyonu olarak adlandırılır.

$$\{u\} = [N]\{u\}^e \quad (3.6)$$

$\{u\}$ yer değiştirme bileşenleri $u(x,y)$ ve $v(x,y)$

$[N]$ interpolasyon fonksiyonu

$\{u\}^e$ düğüm noktasındaki yer değiştirme bileşenleri

Birim şekil değiştirme yer değiştirme bağıntısı bu durumda aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\{\epsilon\} = [\partial]\{u\} = [\partial][N]\{u\}^e = [B]\{u\}^e \quad (3.7)$$

$[B]$ Gradyen matrisi

$\{\epsilon\}$ birim şekil değiştirme sütun matrisi

$[\partial]$ diferansiyel operatör matrisi

Gradyen matrisi birim şekil değiştirme bileşenleri ile düğüm noktası yer değiştirme bileşenlerini birbirine bağlamaktadır.

Gerilme matrisi aşağıdaki şekilde yazılabilir .

$$\{\sigma\} = [E][B]\{u\}^e \quad (3.8)$$

Virtüel düğüm noktası yer değiştirmeleri $\{\delta u^e\}$ için virtüel birim şekil değiştirme enerjisi,

$$\delta U_e = \int_V \{\delta \epsilon\}^T \{\sigma\} dV \quad (3.9)$$

dir. Dış kuvvetlerin virtüel işi,

$$\delta W_e = \{\delta u^e\}^T \{f\} \quad (3.10)$$

Virtüel işler prensipinden aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\int_V \{\delta \epsilon\}^T \{\sigma\} dV = \{\delta u^e\}^T \{f\} \quad (3.11)$$

Gerilme ve birim şekil değiştirme ifadeleri yerine eşitlikleri konursa ,

$$\int_V \{\delta u^e\}^T [B]^T [E][B]\{u^e\} dV = \{\delta u^e\}^T \{f\} \quad (3.12)$$

Virtüel ve gerçek yer değiştirmeler hacimsel integralden bağımsız olduğundan aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\{\delta u^e\}^T \left(\int_V [B]^T [E][B] dV \right) \{u^e\} = \{\delta u^e\}^T \{f\} \quad (3.13)$$

Eşitliğin her iki tarafından $\{\delta u^e\}^T$ silinirse düğüm noktalarındaki yer değiştirmeleri tatbik edilen kuvvetlere bağlayan aşağıdaki ifade elde edilir .

$$[k]\{u\}^e = \{f\} \quad (3.14)$$

Bu ifadede eleman rijitlik matrisi

$$[k] = \int_V [B]^T [E][B] dV \quad (3.15)$$

iki boyutlu problemde ,

$$[k] = \int_V [B]^T [E][B] t dA \quad (3.16)$$

t eleman kalınlığı , A ise eleman alanıdır.

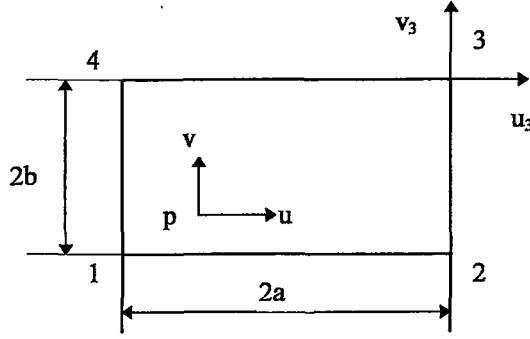
Bu şekilde kabul edilen yer değiştirme fonksiyonunu esas alan herhangi bir elemanın genel matematik ifadesi elde edilmiş oldu. Eleman rijitlik matrisi interpolasyon fonksiyonlarının formuna ve gradyen matrisini oluşturan türevlerine bağlıdır. (Knight ,1993)

3.3.4 Yer Değiştirme Fonksiyonu

Eleman boyunca yer değiştirmeleri kartezyen koordinatların (düzlemsel problemde x ve y) sürekli fonksiyonları olarak ifade etmekle, sonlu elemanın fiziksel davranışının matematiksel ifadesini elde etmek için ilk adım atılmış olur.

Yer değiştirme fonksiyonları sonlu eleman içinde sürekli ve tüm elemanlarla uyumlu olacak şekilde seçilir. Polinom ifadeler sürekliliği sağlarlar. Uyumluluk şartı, yük altında deformasyon neticesinde komşu elemanların birbiri üstüne binmemesi veya arada süreksizlik olmamasıdır. Bu nedenle seçilen polinom ifadesinin derecesine karşılık gelen tüm terimleri ihtiva etmesi istenir.

Polinom ifadeler üçgen ve dörtgen elemanların yer değiştirme fonksiyonları olarak kullanılırlar. Matematiksel olarak ele alınmaları kolaydır. Yakınsama için herhangi bir dereceden polinom kullanılabilir. Şekil 3.3'de lineer dikdörtgen eleman görülmektedir.



Şekil 3.3 Lineer dikdörtgen eleman

Düzlem eleman içindeki herhangi bir noktanın yer değiştirmesi u fonksiyonu matris formda aşağıdaki şekilde yazılır .

$$\{u\} = [u(x, y) \quad v(x, y)]^T \quad (3.17)$$

Değişim bir polinomla ifade edilebilir. Aşağıdaki polinom ifade lineer dikdörtgen elemanın yer değişimi fonksiyonu ifade etmektedir.

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy \quad (3.18a)$$

$$v = a_5 + a_6x + a_7y + a_8xy \quad (3.18b)$$

Yer değiştirmenin düğüm noktalarındaki değerleri ise aşağıdaki ifadelerden bulunur.

$$u(x_1, y_1) = a_1 + a_2x_1 + a_3y_1 + a_4x_1y_1 = u_1 \quad (3.19a)$$

$$u(x_2, y_2) = a_1 + a_2x_2 + a_3y_2 + a_4x_2y_2 = u_2 \quad (3.19b)$$

$$u(x_3, y_3) = a_1 + a_2x_3 + a_3y_3 + a_4x_3y_3 = u_3 \quad (3.19c)$$

$$u(x_4, y_4) = a_1 + a_2x_4 + a_3y_4 + a_4x_4y_4 = u_4 \quad (3.19d)$$

Benzer şekilde yer değiştirmenin v bileşeni için ifadeler yazılabilir.

Bundan sonra yapılacak iş yer değiştirme fonksiyonunu düğüm noktalarındaki değerleri cinsinden ifade etmektir.

$$u = N_1u_1 + N_2u_2 + N_3u_3 + N_4u_4 \quad (3.20a)$$

$$v = N_1v_1 + N_2v_2 + N_3v_3 + N_4v_4 \quad (3.20b)$$

Neticede matris formda aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\{u\} = [N]\{u\}^e \quad (3.22)$$

N_i interpolasyon fonksiyonları aşağıdaki eşitlikte verilmiştir. N_i fonksiyonu i numaralı düğüm noktasında 1 diğerlerinde 0 değerindedir. Buna göre şekilden aşağıdaki ifadeler çıkarılabilir .

$$N_1 = \frac{1}{4ab}(b-x)(a-y) \quad (3.23a)$$

$$N_2 = \frac{1}{4ab}(b+x)(a-y) \quad (3.23b)$$

$$N_3 = \frac{1}{4ab}(b+x)(a+y) \quad (3.23c)$$

$$N_4 = \frac{1}{4ab}(b-x)(a+y) \quad (3.23d)$$

N_i fonksiyonları iki adet birinci dereceden polinom ifadenin çarpımı olduğundan bu eleman iki doğrusal (bilinear) olarak adlandırılır. (Noboru , 1986)

Birim şekil değiştirmeler ile yer değiştirmeler arasındaki ifade,

$$\{\varepsilon\} = [\partial]\{u\} = [\partial][N]\{u\}^e = [B]\{u\}^e \quad (3.24)$$

$$[\partial] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Bu matrislerin elde edilmesinden sonra eleman rijitlik matrisi virtüel işler prensibinin tatbiki ile elde edilmektedir.

Birim şekil değiştirme bileşenleri aşağıda verilmiştir.

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_2 + a_4 y \\ a_6 + a_8 x \\ a_3 + a_4 x + a_6 + a_8 y \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

Birim şekil değiştirmeler eleman içinde x ve y' ye bağlı olarak değişmektedir. Gerilme birim şekil değiştirme bağları sabit olduğundan gerilme bileşenleri de eleman içinde şekil değiştirmelerle benzer değişecektir. Bu şekilde çözüme iyi bir yaklaşım sağlanır.

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{sabit} \\ \text{sabit} \\ \text{sabit} \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

Denklem (3.33)'de ise üç düğüm noktalı elemandaki şekil değişimini veren ifade verilmiştir. Eleman boyunca şekil değişimi bileşenleri sabit olduğundan performansı dörtgen elemandan düşüktür. (Moaveni , 1999)

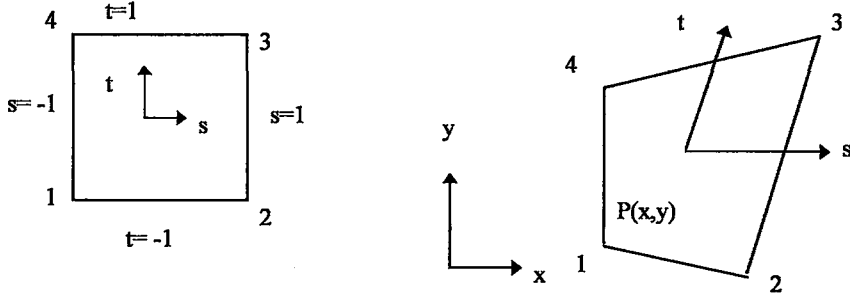
3.3.5 İzoparametrik Dörtgen Eleman

Karmaşık geometrilerin modellenmesinde iki doğrusal dikdörtgen eleman iyi bir performans göstermez. Genel dörtgen (quadrilateral) elemanlar karmaşık geometriyi daha iyi temsil eder (Moaveni , 1999). Bu eleman daha önce ele alınan ikidoğrusal dikdörtgen eleman gibi formüle edilebilirse de gerekli integral işlemleri hayli karmaşıktır. İntegral sınırlarının tanımlanmasında zorluk vardır. Kartezyen koordinatlarda koordinat interpolasyonu elemanın uzaydaki konumuna son derece hassasdır. Elemanın bazı konumlarında ara matrisler hesaplanamaz veya sistem denklemleri kötü sonuç verecek şekilde tesis edilir. İzoparametrik (Eşparametrik) elemanların kullanılması bu dezavantajları gidermektedir. İzoparametrik elemanlar doğal koordinatlarda kare elemanlar olarak formüle edilir ve fiziksel koordinatlara yerdeğiştirme enterpolasyon fonksiyonlara benzeyen koordinat enterpolasyon fonksiyonları yardımı ile eşlenir. Kullanılan izoparametrik elemanın tipine bağlı olarak elemanın fiziksel koordinatlardaki konfigürasyonu genel dörtgen ve eğri kenarlı olabilir. Koordinat enterpolasyonu için kullanılan şekil fonksiyonları yer değiştirme enterpolasyonu için kullanılanlara özdeş ise eleman izoparametrikdir. İzoparametrik elemanlar çok yönlü kullanılabilirliklerinden ve daha güvenilir sayısal netice verdiklerinden sonlu eleman programlarının temel elemanlarıdır.

3.3.5.1 İzoparametrik Eşleme

Şekil 3.4'de dört düğüm noktalı dörtgen elemanın (s,t) doğal koordinatlarından (x,y) koordinat sistemine dönüştürülmesi görülmektedir. Doğal koordinatlarda eleman bir karedir ve koordinat sisteminin orijini merkezdedir. Kartezyen koordinatlarda eleman keyfi dörtgen şeklindedir. Şekil fonksiyonları ile, herhangi

bir $P(x,y)$ noktasının koordinatları düğüm noktalarının (x,y) koordinatları cinsinden ifade edilebilir.



Şekil 3.4 Elemanın fiziksel koordinatlara eşlenmesi

$$u(s, t) = a_1 + a_2s + a_3t + a_4st \quad (3.29a)$$

$$v(s, t) = b_1 + b_2s + b_3t + b_4st \quad (3.29b)$$

$$x(s, t) = \sum_{i=1}^4 N_i(s, t) x_i \quad (3.30a)$$

$$y(s, t) = \sum_{i=1}^4 N_i(s, t) y_i \quad (3.30b)$$

$$\begin{Bmatrix} x(s, t) \\ y(s, t) \end{Bmatrix} = [N] \{x_i\} \quad (3.31)$$

$$\{x_i\} = [x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2 \ x_3 \ y_3 \ x_4 \ y_4]^T \quad (3.32)$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$N_1(s, t) = \frac{(1-s)(1-t)}{4} \quad (3.34a)$$

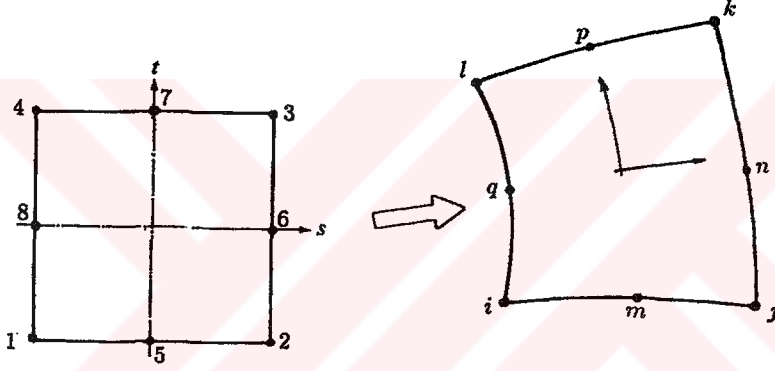
$$N_2(s, t) = \frac{(1+s)(1-t)}{4} \quad (3.34b)$$

$$N_3(s, t) = \frac{(1+s)(1+t)}{4} \quad (3.34c)$$

$$N_4(s, t) = \frac{(1-s)(1+t)}{4} \quad (3.34d)$$

Eleman doğal koordinatlardan kartezyen (fiziksel) koordinatlara eşlendikten sonra s ve t eksenlerinin birbirine dik olması şart değildir.

Analizde kullanılan diğer bir eleman tipi olan, ikinci dereceden yer değiştirme fonksiyonlu 8-düğüm noktalı elemana ait şekil fonksiyonları aşağıda verilmiştir. Bu eleman yapıdaki gerilme değişimini lineer eleman nazaran daha iyi temsil etmektedir. Şekil 3.5’de eleman görülmektedir.



Şekil 3.5. 8-düğüm noktalı izoparametrik sonlu eleman

Bu elemanın yer değişim fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$u = a_1 + a_2s + a_3t + a_4s^2 + a_5st + a_6t^2 + a_7s^2t + a_8st^2 \quad (3.35a)$$

$$v = b_1 + b_2s + b_3t + b_4s^2 + b_5st + b_6t^2 + b_7s^2t + b_8st^2 \quad (3.35b)$$

Benzer şekilde eleman içindeki herhangi bir noktanın yerdeğiştirmesi ve koordinatları düğüm noktasındaki değerler cinsinden şekil fonksiyonları yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i(s, t) u_i \quad (3.36a)$$

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^8 N_i(\mathbf{s}, \mathbf{t}) \mathbf{v}_i \quad (3.36b)$$

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^8 N_i(\mathbf{s}, \mathbf{t}) \mathbf{x}_i \quad (3.37a)$$

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^8 N_i(\mathbf{s}, \mathbf{t}) \mathbf{y}_i \quad (3.37b)$$

$$\{\mathbf{u}\} = [\mathbf{N}]\{\mathbf{u}\}^e \quad (3.38)$$

Şekil fonksiyonun düğüm noktasındaki değerlerini veren ifadeler aşağıdadır.

$$N_1(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = -\frac{(1-s)(1-t)(1+s+t)}{4} \quad (3.39a)$$

$$N_2(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = -\frac{(1+s)(1-t)(1-s+t)}{4} \quad (3.39b)$$

$$N_3(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = -\frac{(1+s)(1+t)(1-s-t)}{4} \quad (3.39c)$$

$$N_4(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = -\frac{(1-s)(1+t)(1+s-t)}{4} \quad (3.39d)$$

$$N_5(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = \frac{(1-s^2)(1-t)}{2} \quad (3.39e)$$

$$N_6(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = \frac{(1+s)(1-t^2)}{2} \quad (3.39f)$$

$$N_7(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = \frac{(1-s^2)(1+t)}{2} \quad (3.39g)$$

$$N_8(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = \frac{(1-s)(1-t^2)}{2} \quad (3.39h)$$

İzoparametrik elemanların tercih edilmesinin ana nedeni fiziksel koordinatlarda integral işlemlerinden kaçınmaktır. Bununla birlikte, (3.20) rijitlik matrisi fiziksel koordinatlarda ifade edilmiştir. Bu nedenle, dx ve dy diferansiyel uzunlukları ds ve dt doğal koordinat diferansiyel uzunlukları cinsinden ifade edilmelidir. Şekil değişimi fiziksel koordinatlara bağlı olarak şekil fonksiyonlarının türevleri cinsinden ifade edilir.

Bu türevler $[B]$ matrisinin elemanlarıdır ve doğal koordinatlara bağlı olarak dönüştürülmelidir.

(dx,dy) diferansiyelleri ile (ds,dt) diferansiyelleri arasındaki bağıntı aşağıdaki ifadede verilmiştir.

$$dx = \frac{\partial x}{\partial s} ds + \frac{\partial x}{\partial t} dt \quad (3.35a)$$

$$dy = \frac{\partial y}{\partial s} ds + \frac{\partial y}{\partial t} dt \quad (3.35b)$$

bu ifadedede ,

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \sum \frac{N_i}{\partial s} x_i, \quad \frac{\partial y}{\partial s} = \sum \frac{N_i}{\partial s} y_i, \quad \frac{\partial x}{\partial t} = \sum \frac{N_i}{\partial t} x_i, \quad \frac{\partial y}{\partial t} = \sum \frac{N_i}{\partial t} y_i$$

Koordinat türevleri matris formda ifade edilir,

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$[J]$ matrisi dönüşümün Jacobiyeni dir.

İki koordinat sisteminin diferansiyelleri aşağıdaki formda yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} = [J]^T \begin{Bmatrix} ds \\ dt \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

Yukarıda yapılan işlemlere benzer olarak, (i) düğüm noktası için şekil fonksiyonunun türevleri aşağıdaki formda elde edilir.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

$[J]^{-1}$ var ise, (s,t) koordinatlarından (x,y) koordinatlarına birebir eşleme yapma mümkün olmaktadır. İşlem tersinirdir. $|J|$ determinantı sıfırdan büyük ise, elemanın alanı muhafaza edilmekte ve eşleme fiziksel olarak bir anlam taşımaktadır. $|J|$ elemanın herhangi bir noktasında A_{xy}/A_{st} diferansiyel alan oranıdır.

$[J]$ sabit bir kalınlık için diferansiyel hacimde, düzlem elastisite elemanı için $h dx dy$ nin $h |J| ds dt$ dönüşümünü sağlamaktadır. İntegral sabitleri s için -1 den 1 e ve t için -1 den 1 e dir. Bu şekilde, herhangi bir $F(x,y)$ fonksiyonunun integrali doğal koordinatlara aşağıdaki ifade ile dönüştürülür.

$$\int_A F(x,y) dx dy = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 F(x(s,t), y(s,t)) |J| ds dt \quad (3.39)$$

3.3.5.2 Eleman Rijitlik Matrisi

(3.16) ifadesi izoparametrik lineer dörtgen eleman içinde kullanır. Koordinat dönüşümü neticesinde eleman rijitlik matrisi aşağıda ifade edilmiştir.

$$[K] = h \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D][B] |J| ds dt \quad (3.40)$$

3.3.5.3 Sayısal İntegrasyon

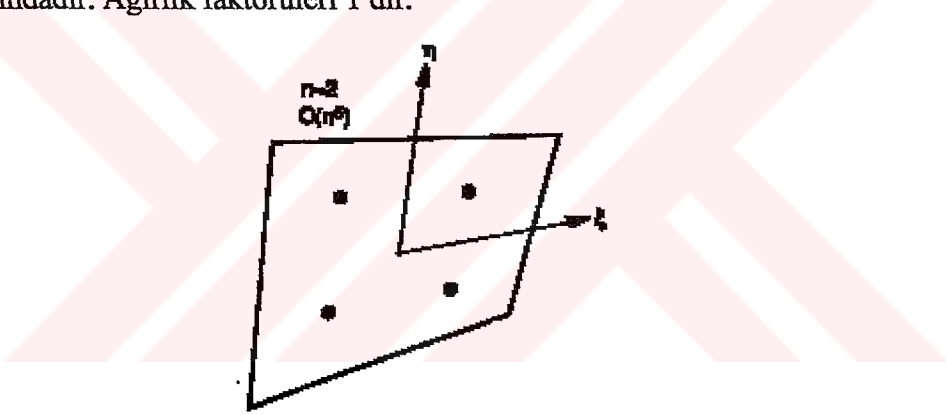
Sonlu elemanlar programlarında integral alma işlemleri sayısal olarak yapılmaktadır. Yaygın olarak kullanılan sayısal integrasyon metodu Gauss Kareleştirme (Quadrature) metodudur. Bu metotta diğerlerine nazaran daha az örnekleme noktası ile istenen yaklaşım elde edilir.

Bu metotta verilen bir $F(s,t)$ fonksiyonunun integral alma işlemi aşağıdaki forma dönüşür.

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 F(s,t) ds dt = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n w_k w_l F(s_k, s_l) \quad (3.41)$$

Bu ifadede m ve n s ve t yönündeki örnekleme noktaları sayılarıdır. s_k ve t_l k ve l örnekleme noktalarının konumları, w_k ve w_l örnekleme noktalarında $F(s,t)$ ye tatbik edilen ağırlıklardır. Genelde $m=n$ dir. (Knight , 1993)

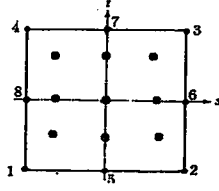
Gauss Kareleştirme metodu ile elde edilen isabetli yaklaşım örnekleme noktalarının yerleri ve ağırlıklarının uygun seçimine bağlıdır. Optimal örnekleme noktaları konumları ve ağırlıkları şekilde verilmiştir. Şekilde 3.6'de 4 örnekleme noktası vardır. Bu noktalar s ve t referans eksenlerine göre ± 0.577350269 konumlarındadır. Ağırlık faktörleri 1 dir.



Şekil 3.6 Gauss Kareleştirme için optimum örnekleme noktası konumları

İntegrasyon noktaları sayısı, elemanın performansına etki etmektedir. Tam integrasyon distorte olmamış eleman için rijitliği tam olarak integral alma için gerekli integrasyon derecesidir. Lineer izoparametrik dörtgen eleman için şekilde gösterildiği gibi 4 örnekleme noktası tam integrasyonu sağlamaktadır.

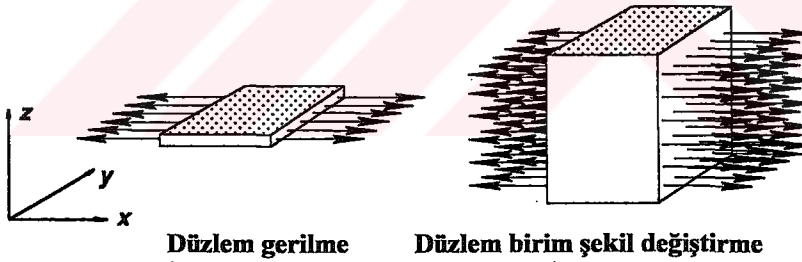
İkinci dereceden dörtgen eleman için örnekleme noktalarını Şekil 3.7'de görülmektedir.



Şekil 3.7 8-düğüm noktalı eleman için örnekleme noktaları

3.4 İki Boyutlu Modelleme

Problem geometrisi bir düzlemde tanımlanabilir ve tatbik edilen yüklerde aynı düzlemde ise, bu durumda problem düzlemsel (2 boyutlu) olarak incelenebilir. İki boyutlu problemlerin iki genel hali vardır: düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme. Düzlem gerilme, yapıların düzlemdeki boyutlarına nazaran küçük kalınlıkta olması durumunda söz konusudur. Bu durumda düzlem dışı koordinata bağlı gerilme bileşenlerinin tümü sıfırdır. Kalınlık düzlemdeki boyutlardan son derece büyükse bu durumda düzlem şekil değiştirme hali vardır. Düzlem şekil değiştirme halinde düzlem dışı doğrultuda birim şekil değiştirmeler sıfırdır.



Şekil 3.8 İki boyutlu katı geometrisi

Teorik olarak düzlem gerilme halinde kalınlık sıfıra, düzlem şekil değiştirme halinde kalınlık sonsuza gider. Kalınlık sonlu değerde ve aşağı yukarı düzlemdeki boyutlarla aynı ise bu durumda üç boyutlu hal söz konusudur. Bununla birlikte pratikte sadece düzlem yükleri varsa, düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme yaklaşımları gerçek 3 boyutlu çözüme uygundur. Düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme çözümleri genelde benzer ve bazı durumlarda ise aynı neticeyi vermektedir. (Knight , 1993)

Elastisite teorisinde türetilen ifadeler iki boyutlu problemlerin çözümünü sağlar. Bu ifadeler yer değiştirme, birim şekil değiştirme ve gerilme bileşenlerini birbirine

bağlamaktadır. Lineer elastisite mühendislik problemlerin incelenmesinde esas alınmaktadır. Malzeme homojen ve izotropiktir. Küçük deformasyonlara izin verilmiştir. Gerilme ve birim şekil değiştirme, veya kuvvet ve deformasyon arasında lineer bir bağ vardır. Tatbik edilen kuvvetler kaldırıldığında deformasyonlarda ortadan kalkar.

İki boyutlu yapıda, düzlemde herhangi bir noktanın hareketini tanımlayan iki yer değiştirme bileşeni vardır. Bir cisim x,y koordinat sistemine yerleştirildiğinde x yönündeki yer değiştirme bileşeni $u(x,y)$ ve y yönündeki yer değiştirme bileşeni $v(x,y)$ dir. Düzlem çözümde birim şekil değiştirme bileşenleri ϵ_x , ϵ_y ve γ_{xy} dir. Birim şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntıları aşağıda verilmiştir.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.42)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.43)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.44)$$

Bu birim şekil değiştirmelerine karşılık gelen gerilmeler σ_x , σ_y ve τ_{xy} dir. Düzlem gerilmede σ_z , τ_{yz} ve τ_{xz} sıfırdır. Düzlem gerilme hali için

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

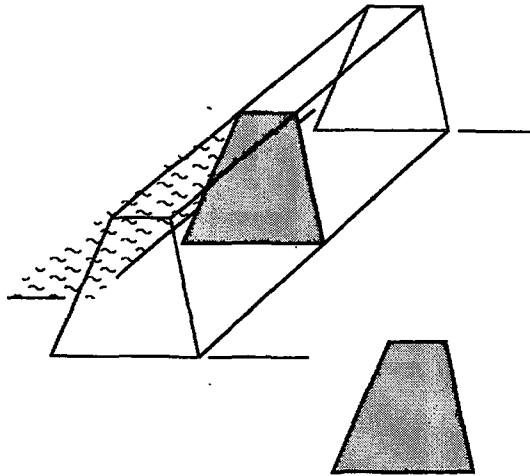
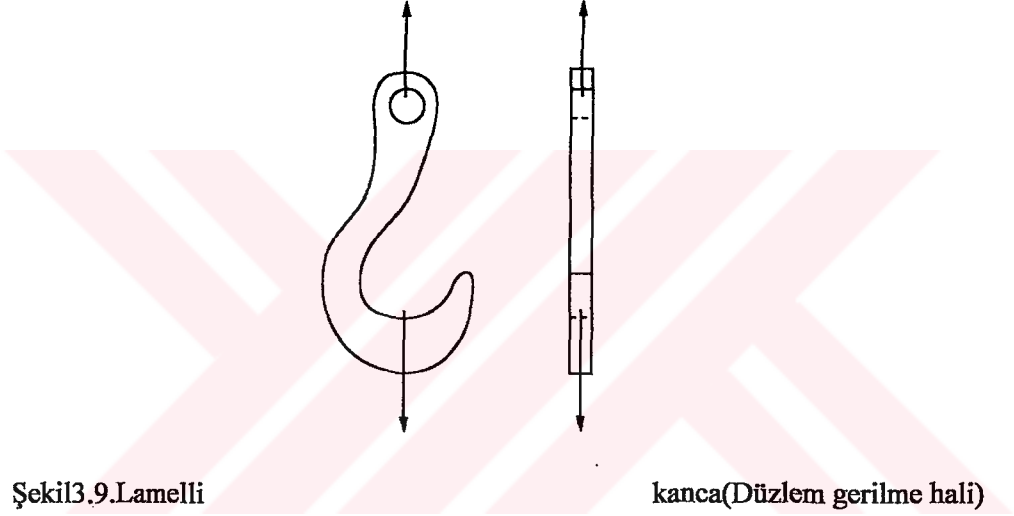
Bu ifadede σ_x ve σ_y normal gerilme bileşenleri, τ_{xy} kayma gerilmesi, E elastisite modülü ve ν poisson oranıdır.

Düzlem şekil değiştirme durumunda, birim şekil değiştirme bileşenleri ϵ_z , γ_{xz} ve γ_{yz} sıfırdır. Gerilme bileşenleri σ_z , τ_{xz} ve τ_{yz} sıfırdan farklı ve σ_z belirgin bir

değerde olabilir. $\sigma_z, \varepsilon_z=0$ şartının sağlanması durumunda düzlemdeki bileşenlerden doğrudan hesaplanabilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.46)$$

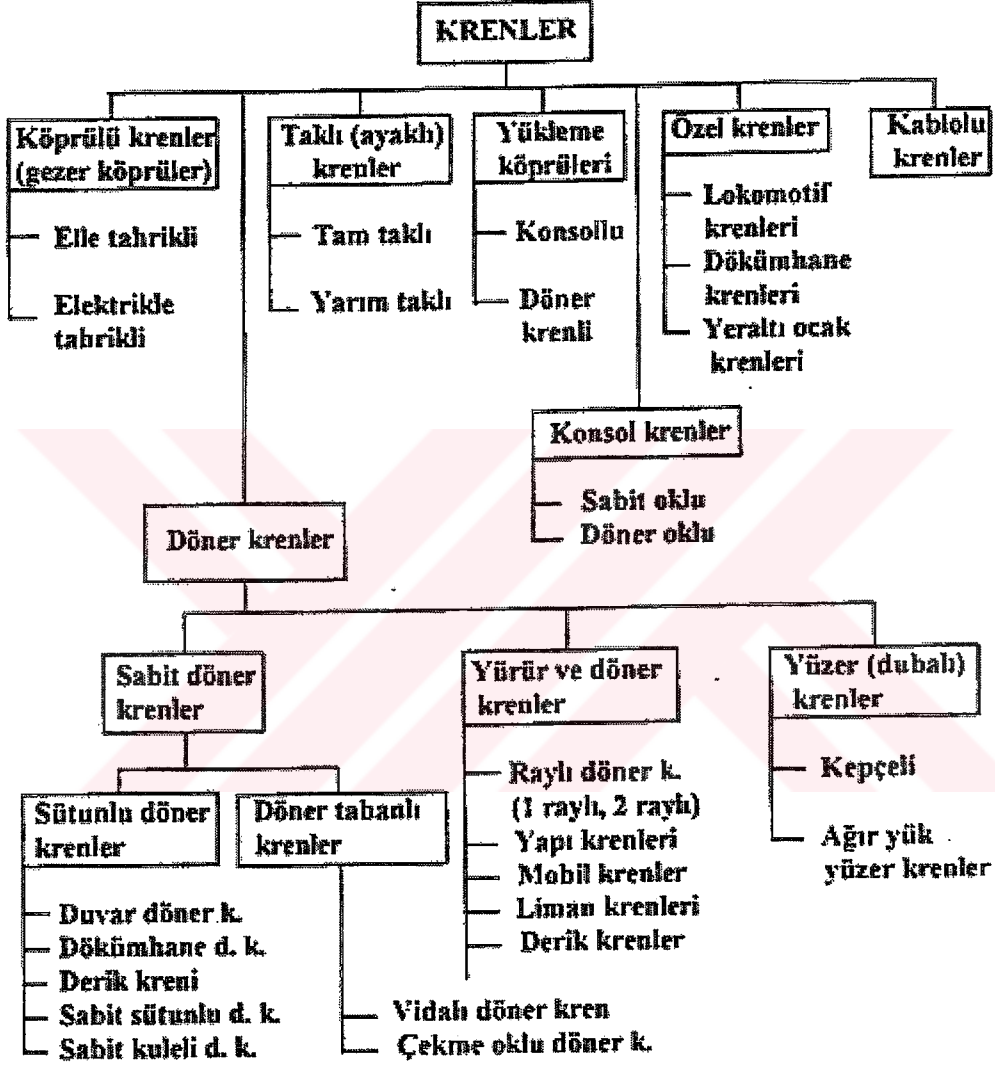
Aşağıdaki şekillerde iki boyutlu modellenebilen problemler görülmektedir.



Şekil 3.10 Baraj duvarı (Düzlem birim şekil değiştirme)

4. KREYNLERİN KONSTRÜKSİYONU VE HESAP ESASLARI

Kreynerler endüstride yüklerin kaldırılıp, indirilmesi veya bir yerden başka bir yere taşınması için kullanılırlar. Şekil 4.1’de kreynerler detaylı bir şekilde sınıflandırılmıştır.



Şekil 4.1 Kreynerlerin sınıflandırılması

Kaldırma makineleri ve parçalarının konstrüksiyonunda, sistemin kullanım süresince istenen performansta görevini yerine getirmesi dikkate alınması gereken en önemli özelliktir. (F.E.M., 1998) Bu amaç doğrultusunda ilk olarak dizaynı yapılacak olan kaldırma makinesinin ve parçalarının FEM (Federation Europeenne de la Manutention) standardına göre belirlenen çalışma grubu ve süresi

belirlenmelidir. FEM standardına göre kaldırma makinelerinin sınıflandırılması 3 gruba göre yapılmıştır. Bunlar;

- Kaldırma makinesi bütün olarak,
- Özel ekipman ve mekanizmalar bütün olarak,
- Yapısal ve mekanik parçalar.

Bu sınıflandırma yapılırken 2 kriter esas alınmıştır. Bunlar;

- Hesaba katılan parçaların toplam kullanım süresi,
- Kanca yükü, yükleme veya herhangi bir parçadaki gerilim dağılımı.

4.1. Kaldırma Makinelerinin Sınıflandırılması

4.1.1. Sistem sınıflandırması

Kaldırma makineleri bütün olarak A1, A2,....., A8'e kadar olan sembollerle 8 grup halinde, 10 adet kullanım süresine göre ve 4 adette yük dağılımına göre sınıflandırılırlar

4.1.2. Kullanım sınıflandırması

Kullanım sınıflandırmasının anlamı, kaldırma makinesinin çalışma süresi boyunca yapacağı kaldırma iş sayısıdır. Kaldırma işi bütün olarak bir dizi operasyonlar içerisinde gerçekleşir. Bunlar kaldırmanın başlaması, hareket yönü ve işlem sonudur[11].

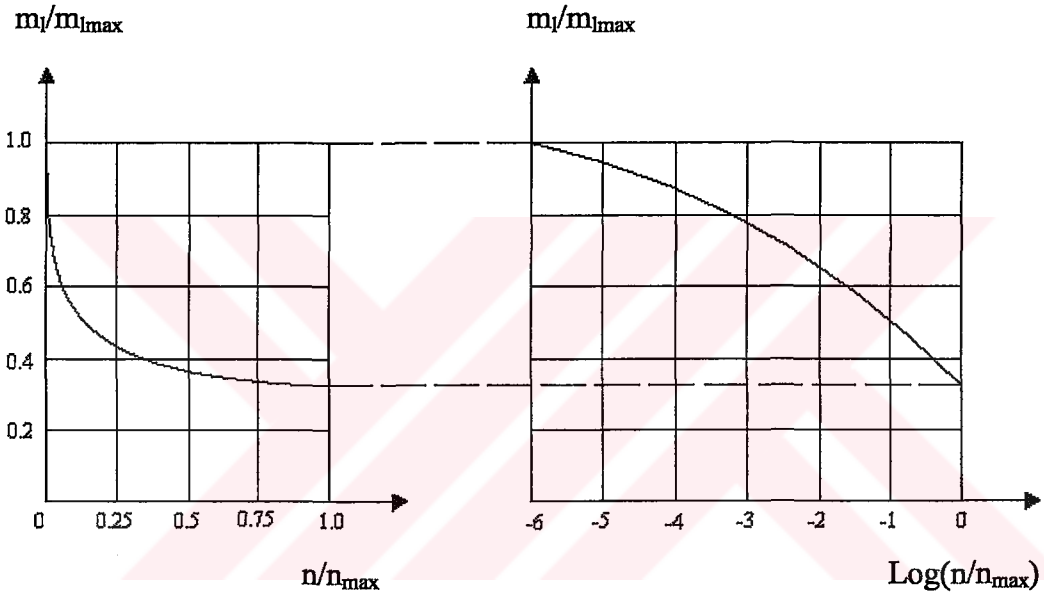
Toplam kullanım süresi, U0, U1,....., U9'a kadar olan 10 sembole göre dizayn edilmiştir.

Çizelge 4.1 Toplam kullanım süresi

Sembol	Toplam kullanım (n_{max} max. kaldırma sayısı) .			
U0			n_{max}	\leq 16000
U1	16000	<	n_{max}	\leq 32000
U2	32000	<	n_{max}	\leq 63000
U3	63000	<	n_{max}	\leq 125000
U4	125000	<	n_{max}	\leq 250000
U5	250000	<	n_{max}	\leq 500000
U6	500000	<	n_{max}	\leq 1000000
U7	1000000	<	n_{max}	\leq 2000000
U8	2000000	<	n_{max}	\leq 4000000
U9	4000000	<	n_{max}	

4.1.3 Yük dağılımı

Yük dağılımı, kaldırma makinasının toplam kullanım süresince kaldırdığı yüklerin toplamı $y=f(x)$ dağılım fonksiyonu ile ifade edilir. Burada x ($0 \leq x \leq 1$) süresi ve y ($0 \leq y \leq 1$) aralığındaki Şekil 4.2’de yük dağılım grafikleri görülmektedir. Burada y değeri kaldırılan emniyetli çalışma yükü oranını, x değeri ise toplam kullanım süresini belirtmektedir.



Şekil 4.2 Yük dağılım grafikleri

Burada m_i = yükleri, m_{lmax} = emniyetli çalışma yükünü, n = gerçek kaldırma sayısını, n_{max} = toplam kaldırma süresince toplanan kaldırma sayısını temsil etmektedir. (F.E.M., 1998)

Her bir dağılım, k_p dağılım faktörü ile hesaplanır. Burada k_p yaklaşık olarak;

$$k_p = (m_{i1} / m_{lmax})^3 \cdot n_1/n_{max} + (m_{i2} / m_{lmax})^3 \cdot n_2/n_{max} + \dots + (m_{ir} / m_{lmax})^3 \cdot n_r/n_{max}$$

$$k_p = \sum (m_{i_i} / m_{lmax})^3 \cdot n_i/n_{max} \text{ olarak bulunur.}$$

Yük dağılımına göre kaldırma makinası, Çizelge 4.2’de görülen ve Q1, Q2, Q3,

Q4 ile tanımlanan 4 dağılım sınıfından birine yerleştirilir.

Çizelge 4.2 Yük dağılım faktörü çizelgesi

Sembol	k_p yük dağılım faktörü					
Q1				k_p	\leq	0.125
Q2	0.125	<		k_p	\leq	0.250
Q3	0.250	<		k_p	\leq	0.500
Q4	0.500	<		k_p	\leq	1.000

4.1.4 Kaldırma makinelerinin grup sınıflandırması

Kaldırma makinaları Çizelge 4.3'te gösterildiği gibi A1 ile A8 arasında 8 grup halinde sınıflandırılmıştır. (F.E.M., 1998)

Çizelge 4.3 Kaldırma makinalarının grup sınıflandırması

Yük dağılım sınıfı	Kullanım Sınıflandırması									
	U0	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9
Q1	A1	A1	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q2	A1	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A8
Q3	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A8	A8
Q4	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A8	A8	A8

4.1.5 Kaldırma makinalarının sınıflandırılması

Çizelge 4.4'te kaldırma makinelerinin sınıflandırılması ile ilgili rehber bilgiler verilmiştir. Aynı tipteki kaldırma makineleri değişik yollarla kullanılabilirler, ancak ayırt etmek için bir gruplandırma yapmak gerekir. Bu gruplandırma yapılırken kaldırma makinesinin tipi, yükleme grubu ve kaldırma tipi kriterleri dikkate alınmalıdır. Kaldırma makinalarının sınıflandırılmasında kullanılan ve kreyn tipine göre sınıflandırma Çizelge 4.4'te görülmektedir.

Yapılan sınıflandırmada belirlenen kaldırma makinası grubu ve bu gruba göre kaldırma şekli esas alınmıştır. Kaldırma şeklinin kancalı, tutucu veya magnet olması kaldırma makinasının grup sınıflandırmasını etkilemektedir.

Çizelge 4.4 Kaldırma makinelerinin sınıflandırılması için rehber Çizelge

Referans	Kreyn Tipi	Kaldırma şekli	Vinç Grubu
1	El ile tahrikli vinçler		A1-A2
2	Tahrikli kreynler		A1-A2
3	Güç istasyonları ve atelyeler için tahrikli ve demontaj kreynleri		A2-A4
4	Depolama ve hurda taşıyıcıları	Kancalı	A5
5	Depolama ve hurda taşıyıcıları	Tutucu veya magnet	A6-A8
6	Atelye kreynleri		A3-A5
7	Gezer köprülü kreynler	Tutucu veya magnet	A6-A8
8	Kepçeli kreynler		A6-A8
9	Yer altı fırın köprüsü		A8
10	Kazıyıcı kreyn, fırın besleme kreyni		A8
11	Demir ocağı kreynleri		A6-A8
12.a	Yük boşaltma ve konteynırlar için köprü kreynleri	Kancalı veya çift kancalı	A5-A6
12.b	Diğer köprü vinçleri	Kancalı	A4
13	Yük boşaltma için köprü kreynleri	Tutucu veya magnet	A6-A8
14	Havuz kreynleri, tersane kreynleri (yük boşaltmak için)	Kancalı	A3-A5
15	Dok vinçleri, yüzer veya sahil kreynleri	Kancalı	A5-A6
16	Dok vinçleri, yüzer veya sahil kreynleri	Tutucu veya magnet	A6-A8
17	Ağır yükler için yüzer veya sahil kreynleri		A2-A3
18	Güverte kreynleri	Kancalı	A3-A4
19	Güverte kreynleri	Tutucu veya magnet	A4-A5
20	İnşaat için kule kreynler		A3-A4
21	Vinçler		A2-A3
22	Tren rayında çalışan raylı kreynler		A4

4.2 Yükleme Tiplerinin Sınıflandırılması

Bir kreynin konstrüksiyonunda DIN 15018 standardına göre yükleme belirlenmesidir.(Kutay , 1993)

Bunlar;

- Yüklemenin H (ana yük) hali
- Yüklemenin HZ (ana ve ek yükler) hali
- Yüklemenin HS (ana ve özel yükler) hali

4.2.1 Yüklemenin H (ana yük) hali

DIN 15018 standardına göre yüklemenin H hali “ ana yük ” anlamına gelen “Hauptlast” kelimesinin ilk harfi olarak isimlendirilmiştir. Yapılan hesaplarda sadece ana yükten ileri gelen kuvvetler dikkate alınmış ve hesaplar buna göre yapılmış demektir. Genel olarak ana yük, işletmede vince ait olan sabit ve hareketli parçalar ile yükün kaldırması için gerekli elemanların kütleleridir. Bu kütle değerleri yerçekimi ivmesi, " Kaldırma yükü katsayısı ψ " ve " yükseltme katsayısı γ " ile çarpılarak büyütülürler. (Kutay , 1993)

Ana yük denilince anlaşılması gereken kısımlar ve kuvvetler;

- Kaldırma makinesinin öz ağırlığının kuvveti (Kiriş, araba, kanca, travers, çelik halatlar, kepçe ve magnetler...vb.)
- Kaldırma yükü kuvveti,
- Tahrik ivmesi ve frenlemesinden kaynaklanan kütle kuvvetleri,
- Yük darbeleri sonucu oluşan kuvvet,
- Platform öz ağırlığından ileri gelen kuvvet.

4.2.2 Yüklemenin HZ (ana ve ek yükler) hali

DIN 15018 standardına göre yüklemenin HZ hali “ana ve ek ” yükler anlamına gelen “ Haupt und Zusatzlasten ” ifadesinin ilk harfleri olarak isimlendirilmiştir. Yani yapılan hesaplarda ana yükten ileri gelen kuvvetlerin yanında ek yüklerde dikkate alınmış ve hesaplar bunlarla yapılmış demektir. (Kutay , 1993)

Ek yük denilince anlaşılması gereken kuvvetler;

- Rüzgar kuvveti,
- Kasılmadan ve çarpık hareketlerden ileri gelen kuvvetler,
- Isıdan ileri gelen kuvvetler,
- Kar yükünden ileri gelen kuvvetler,

- Merdivenler, raflar ve korkulukların yük ağırlığından ileri gelen kuvvetler.

4.2.3 Yüklemenin HS (ana ve özel yükler) hali

DIN 15018 standardına göre yüklemenin HS hali “ana ve özel ” yükler anlamına gelen “ Haupt und Sonderlasten ” ifadesinin ilk harfleri olarak isimlendirilmiştir. Yani yapılan hesaplarda ana yükten ileri gelen kuvvetlerin yanında özel yüklerde dikkate alınmış ve hesaplar bunlarla yapılmış demektir. (Kutay , 1993)

Özel yük denilince anlaşılması gereken kuvvetler;

- Kaldırma makinesini işletmeye alırken kullanılan kontrol yüklerinden ileri gelen kuvvetler,
- Tampon kuvvetleri,
- İki araba veya iki vinç beraberce bir rayda çalışıyorlarsa, bunların çarpışma kuvveti.

4.2.4 Yükseltme katsayısının “ γ_c ” seçilmesi

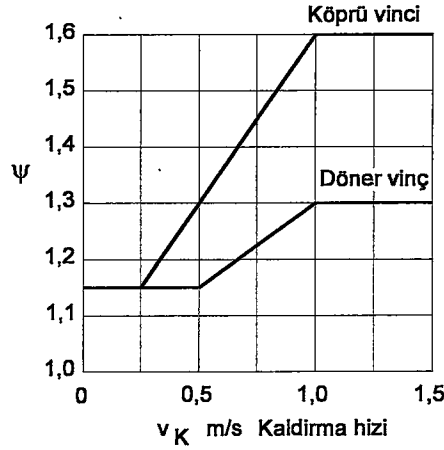
Kaldırma makinesinin çalışma tipine göre FEM standartlarına uygun olarak çeşitli Çizelgeler oluşturulmuştur. Yükseltme katsayısının kaldırma grubuna göre seçimi Çizelge 4.5’te görülmektedir. (Kutay , 1993)

Çizelge 4.5 Kaldırma grubuna göre yükseltme katsayısı

Kaldırma Grubu	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Yükseltme katsayısı (γ_c)	1.00	1.02	1.05	1.08	1.11	1.14	1.17	1.20

4.2.5 Kaldırma yükü katsayısının “ ψ ” seçilmesi

Kaldırma yükü katsayısı kaldırma makinesinin (kreyn veya vincin) kaldırma hızıyla ilgili tayin edilmiş bir katsayıdır. Kaldırma yükü katsayısı “ ψ ” 1.15 değerinden daha küçük seçilemez. Şekil 4.3’de kaldırma yük katsayısının kaldırma hızına göre değişimi görülmektedir.

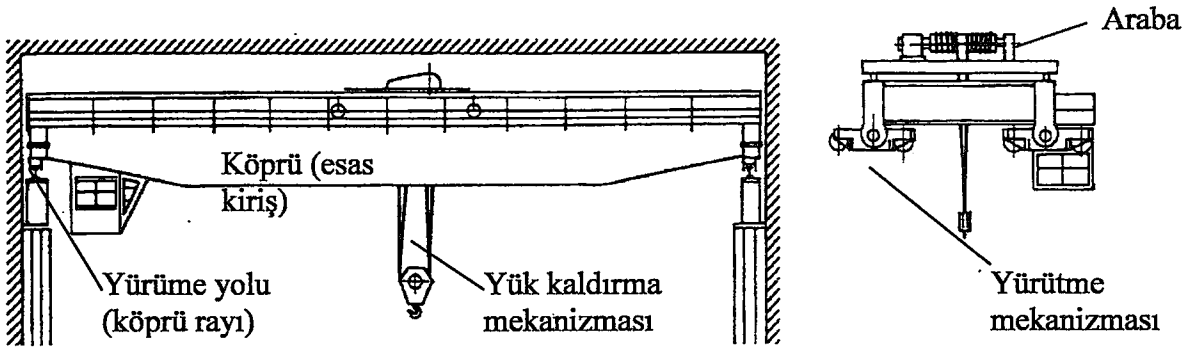


Şekil 4.3 Kaldırma yükü katsayısı

4.3 Çift Kirişli Portal Kreyner ve Hesapları

Çift kirişli köprülü kreynerler, yükleri yalnız kaldırmakla kalmayıp onları yatay olarak da hareket ettiren iş veya tesir alanları geniş kaldırma makinalarıdır. Bu kreynerler, fabrikalarda, ambarlarda (kapalı veya açık), enerji santrallerinde (montaj ve revizyon işlerinde) vb. kullanılır.

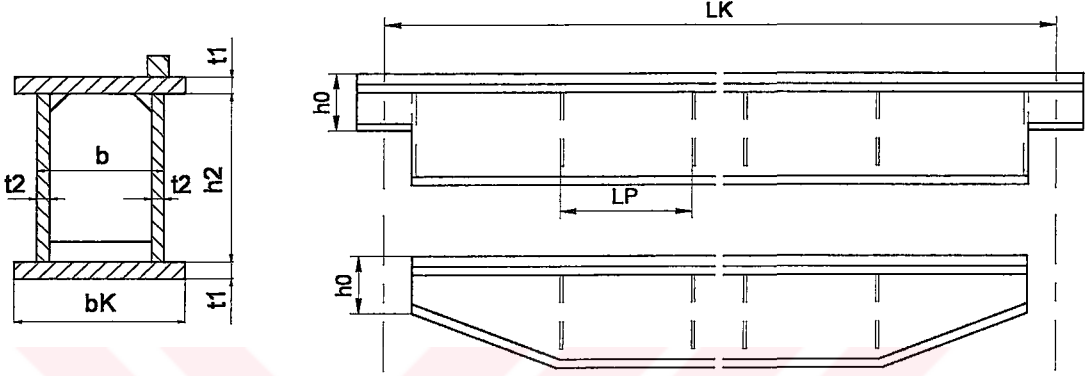
Çift kirişli köprülü kreynerler, yüksekte bulunan raylar üzerinde hareket eden arabalı köprülerden ibarettir. Araba yükleri kaldırır veya indirir ve köprü boyunca taşır. Köprü, yükleri kreyner yolu boyunca götürür. Bu suretle, yükün birbirine dik üç doğrultuda hareket etme imkanı doğar.



Şekil 4.4 Çift kirişli gezer köprülü kreyner gösterimi

4.3.1 Çift kirişli portal kreynin kiriş konstrüksiyon esasları

Yapılan tez çalışmasında çift kirişli portal kreynin kiriş konstrüksiyonu olarak kutu kiriş konstrüksiyonu verilmiştir. Şekil 4.5'te standart bir kutu kiriş konstrüksiyonu gösterilmiştir.



Şekil 4.5 Kutu kiriş konstrüksiyonu

Şekil 4.5'te görünen kutu kiriş konstrüksiyonunda yer alan tekil ölçüler şunlardır:

Kutu kiriş yan plaka yüksekliği h_2 için: $h \approx \frac{L_K}{15} \dots \frac{L_K}{12}$

Kutu kiriş yan plaka kalınlığı t_2 için: $t_2 \leq \frac{h_2}{100} \approx 6 \dots 12 \text{ mm}$

Kutu kiriş genişliği, yani yan plakalar arası b_K mesafesi için: $b_K \approx (0,85 \dots 1) h_2$ $b_K \approx \frac{L_K}{18} \dots \frac{L_K}{12}$

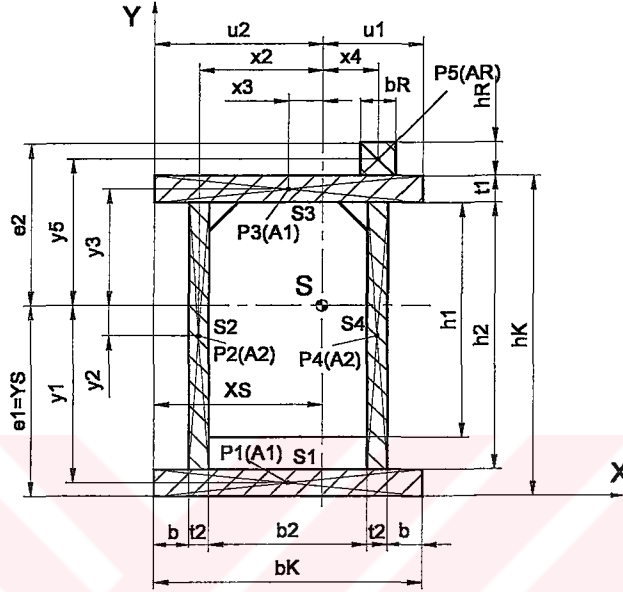
Üst ve alt başlık levhaları kalınlığı t_1 için: $t_1 \approx (1 \dots 2) t_2$

Kutu kiriş tekerlek başlığı bağlantı yüksekliği h_0 için: $h_0 \geq 0,4 h_2$

Kutu kirişte perde arası mesafesi L_{Pe} için: $L_{Pe} \approx (2 \dots 5) h_2$

4.3.2 Kutu kirişlerde eğilme atalet ve mukavemet momenti

Şekil 4.6'te kutu kirişlerde eğilme atalet ve mukavemet momenti kesiti gösterilmektedir.



Şekil 4.6 Kutu kirişlerde eğilme atalet ve mukavemet momenti kesiti

Kutu kirişlerde eğilme atalet momenti hesaplanırken ilk olarak tarafsız eksen veya kesit ağırlık merkezi bulunur.

$$S_x = \frac{b_K A_1 + \left[b_1 - \left(b + \frac{t_2}{2} \right) \right] (A_2 + A_R) + \left(b + \frac{t_2}{2} \right) A_2}{A_{top}}$$

$$S_x = \frac{b_1 \cdot (A_1 + A_2 + A_R) - \left(b + \frac{t_2}{2} \right) \cdot A_R}{A_{top}} \quad (1)$$

$$S_y = \frac{h_K A_2 + \frac{t_1}{2} A_1 + \left(h_K - \frac{t_1}{2} \right) A_1 + \left(h_K + \frac{h_R}{2} \right) A_R}{A_{top}}$$

$$S_y = \frac{h_K \cdot (A_1 + A_2 + A_R) + \frac{h_R}{2} \cdot A_R}{A_{top}} \quad (2)$$

$$A_{top} = 2A_1 + 2A_2 + A_R \quad (3)$$

Sistemin tarafsız eksenini bulduktan sonra Steiner'e göre kiriş atalet momenti hesaplanır.

X eksenine göre atalet momenti " I_x "

$$I_x = I_{x1} + y_1^2 A_1 + I_{x2} + y_2^2 A_2 + I_{x3} + y_3^2 A_3 + I_{x4} + y_4^2 A_4 + I_{x5} + y_5^2 A_5 \quad (4.a)$$

$$I_{x1} = I_{x3} ; I_{x2} = I_{x4} ; A_1 = A_3 ; A_2 = A_4 ; y_2 = y_4 \quad (4.b)$$

$$I_x = 2(I_{x1} + I_{x2}) + I_{x5} + (y_1^2 + y_3^2)A_1 + 2y_2^2 A_2 + y_5^2 A_R \quad (4.c)$$

Sonuç olarak I_x atalet momenti

$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{t_2 \cdot h_2^3}{12} + \frac{b_1 \cdot t_1^3}{12} \right) + \frac{b_R \cdot h_R^3}{12} + (y_1^2 + y_3^2)A_1 + 2 \cdot y_2^2 \cdot A_2 + y_5^2 \cdot A_R \quad (5)$$

dır.

Y-Eksenine göre atalet momenti " I_y "

$$I_y = I_{y1} + x_1^2 A_1 + I_{y2} + x_2^2 A_2 + I_{y3} + x_3^2 A_3 + I_{y4} + x_4^2 A_4 + I_{y5} + x_5^2 A_5 \quad (6.a)$$

$$I_{y1} = I_{y3} ; I_{y2} = I_{y4} ; A_1 = A_3 ; A_2 = A_4 ; x_1 = x_3 \quad (6.b)$$

$$I_y = 2(I_{y1} + I_{y2}) + I_{y5} + (x_2^2 + x_4^2)A_2 + 2x_3^2 A_1 + x_4^2 A_R \quad (6.c)$$

Sonuç olarak I_y atalet momenti

$$I_y = 2 \cdot \left(\frac{h_2 \cdot t_2^3}{12} + \frac{t_1 \cdot b_1^3}{12} \right) + \frac{h_R \cdot b_R^3}{12} + (x_2^2 + x_4^2)A_2 + 2 \cdot x_3^2 \cdot A_1 + x_4^2 \cdot A_R \quad (7)$$

dır.

X-Eksenine göre mukavemet momenti " W_x "

Hesaplarda maksimum gerilme kullanıldığından minimum mukavemet momentini hesaplamak gereklidir. Minimum mukavemet momentinde e_{max} ve u_{max} ile

$$W_x = \frac{I_x}{e_{\max}} \text{ ve } W_y = \frac{I_y}{U_{\max}} \quad (8)$$

şeklinde hesaplanır.

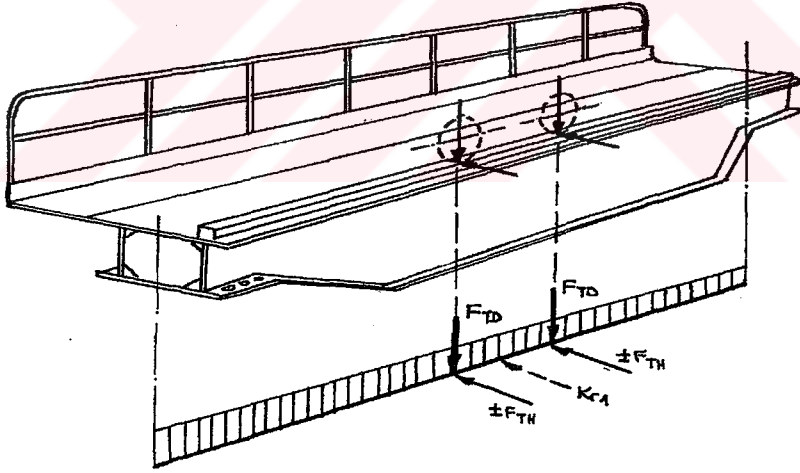
4.4 Kreyin Kirişinde Normal Gerilmeler ve Hesapları

Kreyin kirişinde meydana gelen normal gerilmeler H durumu dikkate alınarak hesaplanır. HS ve HZ hali için ek gerilmeler denklem (9.a) ifadesine ilave edilerek hesaplama yapılır.

$$\sigma_{\max} = \gamma_c (\sigma_1 + \sigma_2 + \psi\sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_5) \quad (9.a)$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (9.b)$$

Portal kreyin kirişi ve ray üzerinde bir çift tekerlek ve sembolize edilen araba (vinç) Şekil 4.7'da görülmektedir.



Şekil 4.7 Portal kreyin kirişi ve kirişe etkiyen kuvvetler

Burada,

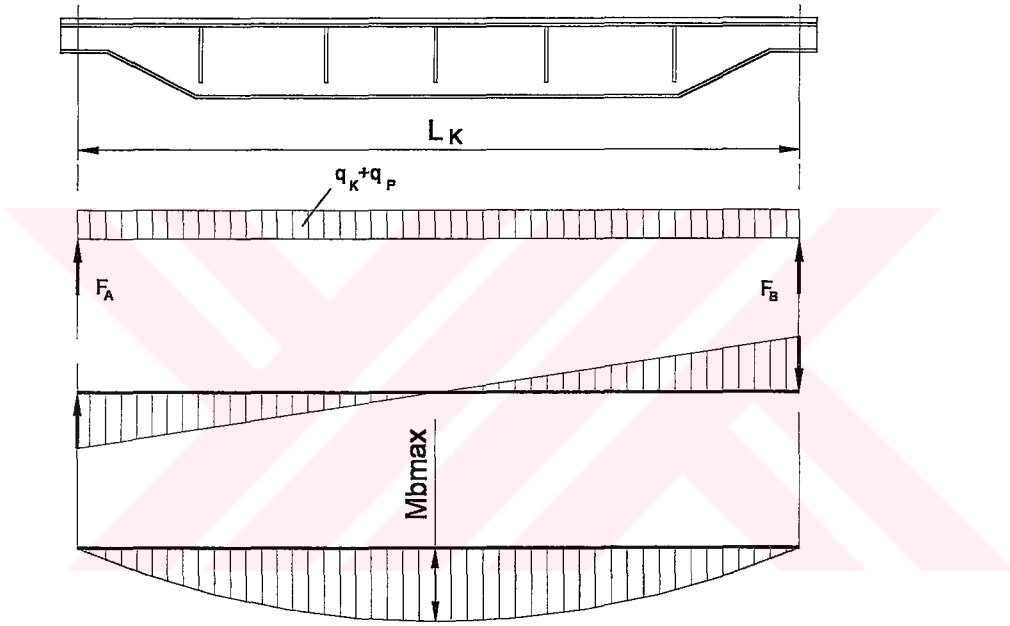
F_{TD} = Araba tekerleklerine etkiyen kuvvet,

F_{TH} = Araba kasılmasından ileri gelen ve araba tekerleğine etkiyen yatay kuvvet,

K_{r1} = Vinç tekerleğindeki ivme ve frenlemeden ileri gelen hareket yönündeki yatay kuvvet K_{r1} (sürtünme kuvveti).

4.4.1 Kreyn özağırlığından oluşan gerilme “ σ_1 ”

Kreyn kirişinin öz ağırlığından oluşan gerilme, kreyn kirişinin yayılı yükün doğurduğu momentin oluşturduğu eğilme gerilmesidir. Mukavemet momentinin hesabında platformun geometrik ölçüleri dikkate alınmadıysa da, mukavemet hesaplarında platform dikkate alınır. Böylece daha emniyetli hesap yapılmış olur. Şekil 4.8’de kirişin öz ağırlık momentinin dağılımı görülmektedir.



Şekil 4.8 Kirişin öz ağırlık momentinin dağılımı

Kirişteki yayılı kuvvetten ileri gelen eğilme momenti " M_1 ";

$$M_1 = \frac{F_{AK} \cdot L_K}{8} \quad (10)$$

Kirişteki yayılı yük kuvveti, yani kiriş ağırlık kuvveti ise

$$F_{AK} = (q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K \quad (11)$$

ile hesaplanır.

Böylece kirişteki yayılı kuvvetten ileri gelen eğilme momenti " M_1 ";

$$M_1 = \frac{(q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K^2}{8} \quad (12)$$

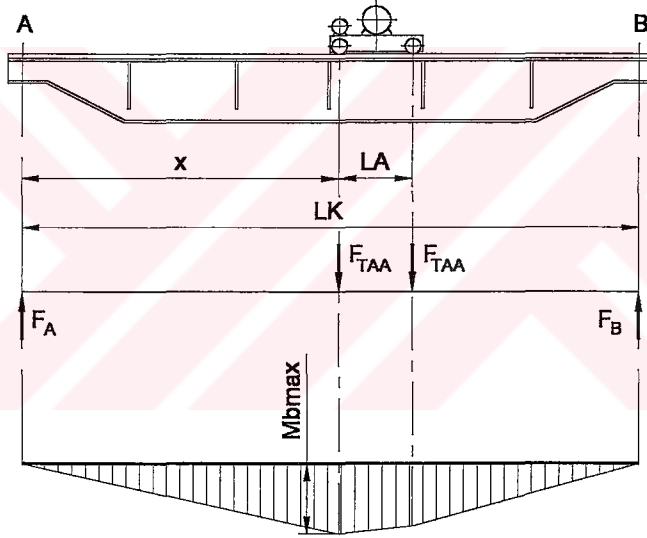
olarak yazılır.

Kreyn kirişinin öz ağırlığından oluşan gerilme " σ_1 " aşağıdaki ifade ile elde edilir.

$$\sigma_1 = \frac{(q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K^2}{8 \cdot W_{xK}} \quad (13)$$

4.4.2 Arabanın öz ağırlığından oluşan gerilme " σ_2 "

Arabanın öz ağırlığından oluşan gerilme, arabanın öz ağırlığının doğurduğu momentin oluşturduğu eğilme gerilmesidir. Arabanın öz ağırlığından kaynaklanan momentin kiriş boyunca dağılımı Şekil 4.9'de görülmektedir.



Şekil 4.9 Arabanın öz ağırlık momentinin kirişteki dağılımı

Arabanın öz ağırlığının doğurduğu tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen maksimum momenti " M_2 " nin hesabı için arabanın yerinin bulunması gereklidir. Bunun içinde B desteğindeki moment hesaplanır ve buradan F_A kuvveti

$$F_A \cdot L_K = F_{TAA} \cdot (L_K - x) + F_{TAA} \cdot (L_K - x - L_A) \quad (14.a)$$

$$F_A = \frac{F_{TAA}}{L_K} \cdot (2 \cdot L_K - 2x - L_A) \quad (14.b)$$

olarak bulunur.

Buradan (14.a) eşitliğinden elde edilen F_A kuvveti x mesafesi ile çarpılarak

$$M_{Fx} = F_A \cdot x = \frac{F_{TAA}}{L_K} \cdot (2 \cdot L_K \cdot x - 2 \cdot x^2 - L_A \cdot x) \quad (15)$$

momenti elde edilir.

Maksimum değeri bulmak için denklemin türevini alınarak sıfıra eşitlenir.

$$\frac{dM_{Fx}}{dx} = 0 = \frac{F_{TAA}}{L_K} (2 \cdot L_K - 4 \cdot x - L_A) \quad (16)$$

(16) ifadesinde sağ taraftaki parantez içi sıfır olacaktır.

$$2 \cdot L_K - 4 \cdot x - L_A = 0$$

Böylece x mesafesi

$$x = \frac{L_K}{2} - \frac{L_A}{4} \quad (17)$$

olarak bulunur.

(21) eşitliğinden bulunan x değerini türevi alınan (15) ifadesine yazılırsa aranılan maksimum moment,

$$M_2 = \frac{F_{TAA}}{8 \cdot L_K} (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad (18)$$

şeklinde elde edilir.

Arabanın öz ağırlığının doğurduğu tekerlek kuvvetleri ($F_{TAA} = \frac{F_{AA}}{4}$) alınarak, kirişteki arabanın öz ağırlığının doğurduğu kuvvetten ileri gelen eğilme momentini veren (18) ifadesinde yerine yazılırsa,

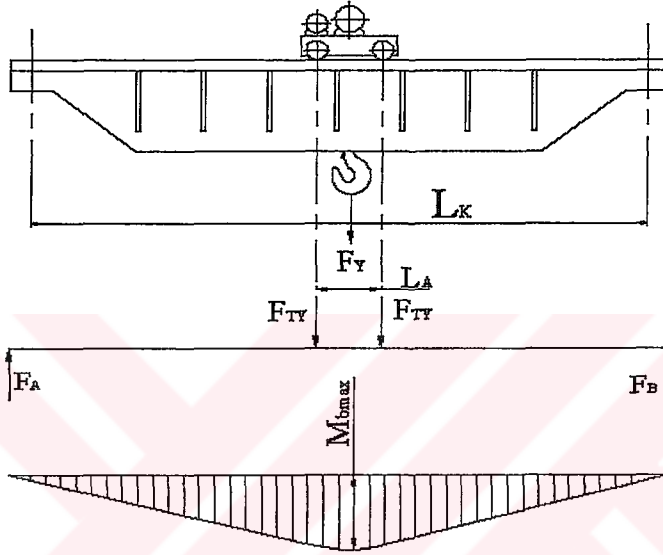
$$M_2 = \frac{F_{AA}}{32 \cdot L_K} \cdot (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad (19)$$

elde edilir. Arabanın öz ağırlığından oluşan gerilme " σ_2 " (19) ifadesi ve arabanın mukavemet momenti W_{XK} ile

$$\sigma_2 = \frac{F_{AA}}{32 \cdot L_K \cdot W_{xK}} \cdot (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad (20)$$

4.4.3 Kaldırma yükünden oluşan gerilme " σ_3 "

Kaldırma yükünün ağırlık kuvvetinden ileri gelen gerilme, kaldırma yükünün doğurduğu Şekil 4.10'da görülen momentin oluşturduğu eğilme gerilmesidir.



Şekil 4.10 Kaldırma yükünün öz ağırlık momentinin kirişteki dağılımı

Kaldırılan yükün doğurduğu tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen moment " M_3 " (18) eşitliğinden ve Şekil 4.10'dan yararlanılarak

$$M_3 = \frac{F_{TY}}{8 \cdot L_K} \cdot (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad (21)$$

şeklinde yazılır.

Araba tekerleklerinin herbirine yükten ileri gelen kuvvet ($F_{TY} = F_Y / 4$) alındığında, kirişteki kaldırılan yükün doğurduğu kuvvetten ileri gelen (21) ifadesindeki eğilme momentinin yeni değeri aşağıda gösterilmiştir.

$$M_3 = \frac{F_Y}{32 \cdot L_K} \cdot (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad (22)$$

Kaldırılan yükten oluşan gerilme " σ_3 ", (22) ifadesi ve arabanın mukavemet momenti W_{xK} dikkate alındığında

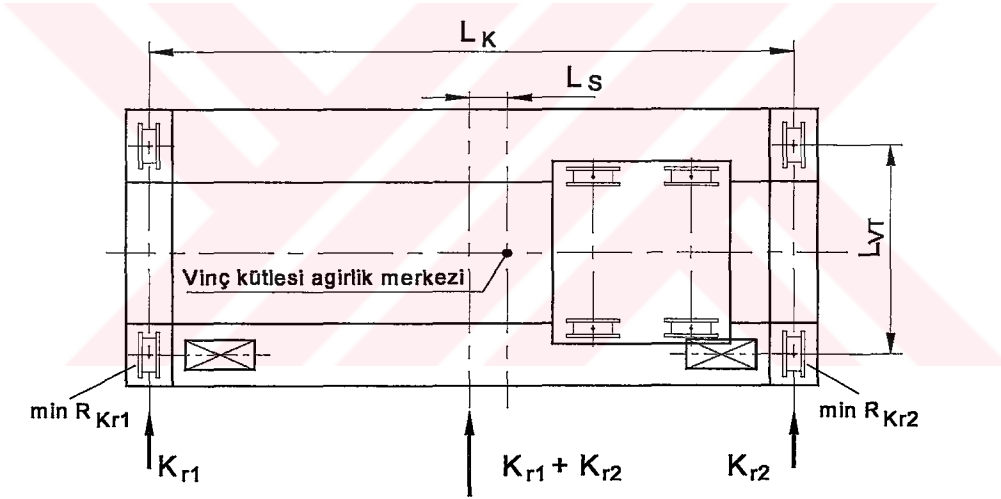
$$\sigma_3 = \frac{F_Y}{32 \cdot L_K \cdot W_{xK}} \cdot (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad (23)$$

ifadesi ile hesaplanır.

4.4.4 Atalet kuvvetlerinden oluşan gerilme “ σ_4 ”

Vinç kirişi ve arabanın kütesinin doğurduğu atalet kuvvetinden oluşan gerilmeyi DIN 15018 e göre hesaplanan yatay kuvvetler ile hesaplanır. Şekil 4.11’da kiriş üzerinde etkili olan atalet kuvvetleri görülmektedir. DIN 15018’e göre ivme veya frenlemeden doğan kütle kuvvetlerinin sonucu yatay tekerlek kuvveti şu şekilde hesaplanır (vinç tekerlekleri ayrı ayrı tahrik edildiği kabul edilmiştir.).

$$\sigma_4 = \frac{M_4}{W_{yK}} \quad (24)$$



Şekil4.11 Kiriş üzerindeki atalet kuvvetleri

Atalet kuvvetlerinden ileri gelen moment " M_4 " Şekil 4.11 yardımıyla

$$M_4 = \frac{L_K}{2} \cdot K_{r1} \quad (25)$$

olarak yazılır.

Vinç tekerleğindeki ivme ve frenlemeden ileri gelen hareket yönündeki yatay kuvvet K_{r1} (sürtünme kuvveti) ise

$$K_{r1} = 1,5 \cdot \mu \cdot (\min R_{Kr1} + \min R_{Kr2}) \quad (26)$$

dır.

Burada kullanılan 1,5 katsayısı bilinmeyen etkenleri göz önüne almak ve hesabı gereksiz yere detaylı yapmamak için seçilmiştir.

Sürtünme katsayısı μ , ray ve vinç tekerlekleri arasındaki kuvvet bağıntısını kurar. Ray ve tekerlek çiftinin malzemeleri çelik olduğundan burada $\mu = 0,2$ alınır. Bunun yanında kritik durum arabanın kirişin tam ortasında olmasıdır. Böylece kiriş ve arabanın öz ağırlığının kreyn tekerleklerindeki minimum dik kuvveti $\min R_{K1} = \min R_{K2}$ ve $K_{r1} = K_{r2}$ kabul edilirse, kreyn tekerleğindeki ivme ve frenlemeden ileri gelen hareket yönündeki yatay kuvvet K_{r1} 'i veren (26) ifadesinin düzenlenmiş hali

$$K_{r1} = 1,5 \cdot 0,2 \cdot \min R_{K1} = 0,3 \cdot \min R_{K1} \quad (27)$$

dir.

Kiriş ve arabanın öz ağırlığının vinç tekerleklerindeki minimum dik kuvveti $\min R_{K1}$

$$\min R_{K1} = \frac{\varphi \cdot (q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K}{2} + \frac{F_{AA}}{4} \quad (28.a)$$

$$\min R_{K1} = \frac{1}{2} \cdot \left[\varphi \cdot (q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K + \frac{F_{AA}}{2} \right] \quad (28.b)$$

olarak elde edilir.

Burada,

F_{AA} = Arabanın öz ağırlığının her bir tekerlekteki kuvveti,

$\varphi = 1.1$ Öz ağırlık katsayısı,

L_K = Köprü açıklığı,

$q_K + q_P$ = Kiriş ve platformun birim boy ağırlığı,

$g = 9.81$ N / mm² yerçekimi ivmesi.

Bulunan değer (27) ifadesinde yerine yazıldığında,

$$K_{r1} = 0,3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[\varphi \cdot (q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K + \frac{F_{AA}}{2} \right] \quad (29.a)$$

$$K_{r1} = 0,15 \cdot \left[\varphi \cdot (q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K + \frac{F_{AA}}{2} \right] \quad (29.b)$$

elde edilir.

Böylece atalet kuvvetlerinden oluşan eğilme momenti " M_4 ",

$$M_4 = \frac{L_K}{2} \cdot 0,15 \cdot \left[\varphi \cdot (q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K + \frac{F_{AA}}{2} \right] \quad (30.a)$$

$$M_4 = 0,075 \cdot L_K \cdot \left[\varphi \cdot (q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K + \frac{F_{AA}}{2} \right] \quad (30.b)$$

olacaktır.

Atalet kuvvetlerinden oluşan gerilme " σ_4 " ise (30.b) ifadesi ve W_{YK} mukavemet momentine göre

$$\sigma_4 = \frac{0,075 \cdot L_K}{W_{YK}} \cdot \left[\varphi \cdot (q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K + \frac{F_{AA}}{2} \right] \quad (31)$$

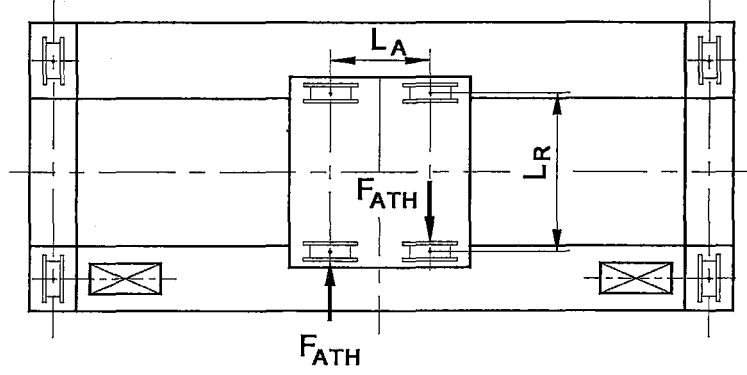
olacaktır.

4.4.5 Araba kasılması sonucu oluşan gerilme " σ_5 "

Şekil 4.12'de görülen kreyn kirişinde araba kasılmasından ileri gelen yatay kuvvetin " F_{ATH} " doğurduğu eğilme momentinden ileri gelen gerilme, FEM'e göre

$$\sigma_5 = \frac{M_5}{W_{YK}} \quad (32)$$

olacaktır.



Şekil 4.12 Araba kasılması sonucu oluşan kuvvetler

Araba kasılmasından ileri gelen yatay kuvvetten ileri gelen moment ise Şekil 4.12'den

$$M_5 = L_A \cdot F_{ATH} \quad (33)$$

olarak yazılır.

Araba kasılmasından ileri gelen araba tekerleğindeki yatay kuvvet F_{ATH} (yan kuvvet),

$$F_{ATH} = k_\lambda \cdot F_{TD} \quad (34)$$

Burada kullanılan yatay yük katsayısı k_λ kiriş ray açıklığı ile araba tekerlek açıklığı oranına bağlı olarak bulunur. Genellikle köprü vinçlerinde daha emniyetli hesap değerleri için k_λ değeri maksimum değeri olan 0,2 kabul edilir.

Tekerlekteki dik kuvvet F_{TD} ise,

$$F_{TD} = \frac{F_{AR}}{4} + \frac{F_Y}{4} = \frac{F_{AR} + F_Y}{4} \quad (35)$$

olarak bulunur.

Burada,

F_{AR} = Arabanın ağırlık kuvveti

F_Y = Kaldırma yükü

dür.

Böylece bulunan değerler (34) ifadesinde yerleştirildiğinde, yatay kuvvet

$$F_{ATH} = 0,2 \cdot \frac{F_{AA} + F_Y}{4} = 0,05 \cdot (F_{AR} + F_Y) \quad (36)$$

dır.

Araba kasılmasından ileri gelen yatay kuvvetlerin doğurduğu eğilme momenti ise,

$$M_5 = L_A \cdot F_{ATH} = 0,05 \cdot L_A \cdot (F_{AA} + F_Y) \quad (37)$$

olarak elde edilir.

Araba kasılmasından ileri gelen gerilme " σ_5 ", (37) ifadesi ve W_{YK} mukavemet momenti dikkate alınır,

$$\sigma_5 = \frac{0,05 \cdot L_A \cdot (F_{AA} + F_Y)}{W_{YK}} \quad (38)$$

olarak yazılır.

4.5 Kreyin Kirişindeki Kayma Gerilmesi " τ_{top} "

Kreyin kirişindeki toplam kayma gerilmesi (τ_{top}), iki ayrı tipteki kayma gerilmesi (torsiyon ve kesme) süperpozisyonundan oluşur. Her iki gerilme halinde de hiperstatik bir durum vardır. Gerek burulma momentinden gerek kesme kuvvetinden ileri gelen kayma gerilmelerinin tam olarak belirlenmesi için kayma akımlarının hiperstatik momentlerinin ve kayma merkez noktasının bulunması gerekir. Ancak bu tip hesapla bulunan gerilmede bizim kullanacağımız daha basit yaklaşık bir hesaplama yöntemi ile bulunan gerilmeler arasında çok az fark vardır, ve bu farklar hesabın emniyeti bakımından önemlidir.

$$\tau_{top} = \tau_t + \tau_k \quad (39)$$

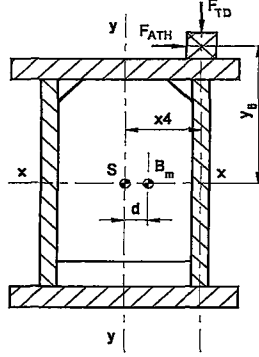
Burada,

τ_t = Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen burulma gerilmesi,

τ_k = Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen kesme gerilmesi.

4.5.1 Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen torsiyon gerilmesi “ τ_t ”

Kirişte asimetrik olarak araba tekerleklerindeki dik ve yatay kuvvetlerden ileri gelen burulma momentinin doğurduğu torsiyon (burulma) gerilmesidir.



Şekil 4.13 Kiriş kesiti

Torsiyon gerilmesi τ_t ;

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} \quad (40)$$

dır.

Torsiyon momenti M_t , Şekil 4.13’de görülen B_m noktasını burulma merkezi olarak kabul edersek, araba tekerleklerindeki dik ve yatay kuvvetlerden ileri gelen burulma momentini,

$$M_t = (x_4 - d) 2 F_{TD} + y_5 2 F_{ATH} \quad (41)$$

olarak yazılır.

Burada daha önce vinçte kabul edilen değerlere göre $d = 0$ alındığında ve $F_{ATH} = 0,2 F_{TD}$ olduğuna göre (41) ifadesi,

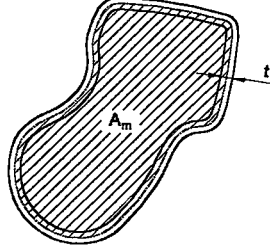
$$M_t = x_4 \cdot 2 \cdot F_{TD} + y_5 \cdot 2 \cdot 0,2 F_{TD} = 2 F_{TD} \cdot (x_4 + 0,2 y_5) \quad (42.a)$$

$$M_t = 2 \cdot \frac{F_{AA} + F_Y}{4} (x_4 + 0,2 \cdot y_5) \quad (42.b)$$

$$M_t = (x_4 + 0,2y_5) \cdot \frac{F_{AA} + F_Y}{2} \quad (42.c)$$

elde edilir.

Torsiyon mukavemet momenti W_t , Bredt'in Şekil 4.14'de görülen ortalama alan tanımına göre yapılacaktır.

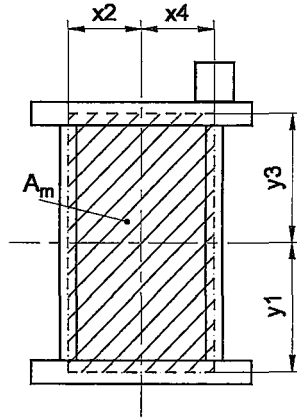


Şekil 4.14 Bredt'in ortalama alan tanımı

Buna göre W_t değeri,

$$W_t \approx 2 A_m t \quad (43)$$

dir.



Şekil 4.15 Bredt'e göre kiriş ortalama alanı

Burada Şekil 4.15'de görülen kiriş ortalama alanı,

$$A_m = (x_2 + x_4) \cdot (y_1 + y_3) \quad (44)$$

olarak yazılır.

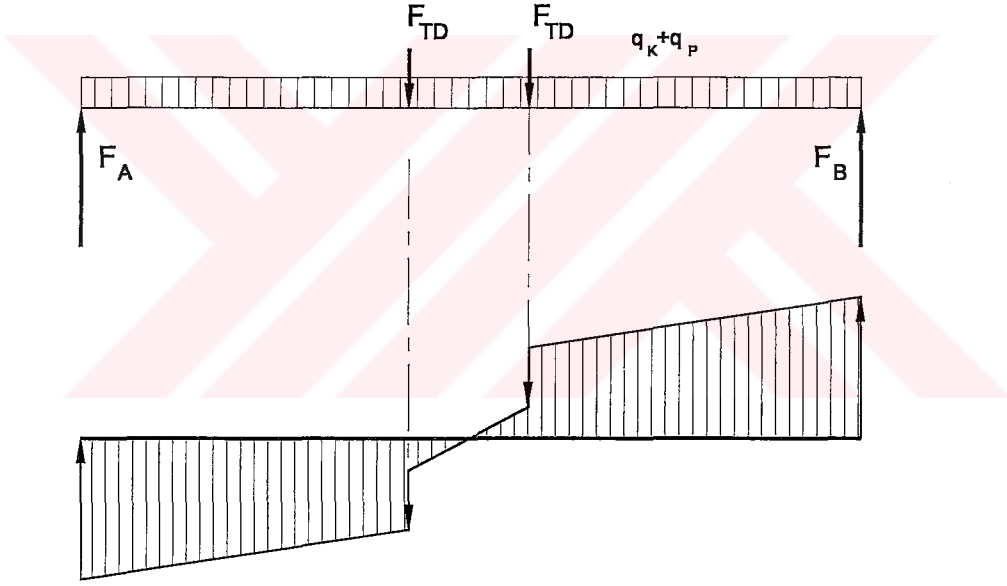
Böylece tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen Torsiyon gerilmesi " τ_t ", (42.c) ve (47) ifadeleri kullanılarak,

$$\tau_t = \frac{(x_4 + 0,2 \cdot y_5)(F_{AA} + F_Y)}{4 \cdot t_2 \cdot (x_2 + x_4)(y_1 + y_3)} \quad (45)$$

şeklinde yazılır.

4.5.2 Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen kesme gerilmesi " τ_k "

Kesme gerilmesi veya kesme yükü, arabanın kendi ağırlık kaldırma yükünün ağırlık ve kirişin kendi ağırlık kuvvetlerinden ileri gelen gerilmedir. Kesme kuvvetlerinin köprü kirişi üzerindeki dağılımı Şekil 4.16'de görülmektedir.

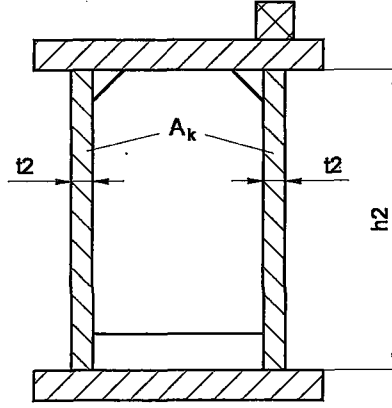


Şekil 4.16 Kesme kuvvetlerinin kiriş üzerindeki dağılımı

Kesme gerilmesi, kesme kuvvetinin kirişin kesmeye karşı koyan alanına (Şekil 4.17) bölünürse;

$$\tau_k = \frac{F_k}{A_k} \quad (46)$$

olarak hesaplanır.

Şekil 4.17 Kesme kesiti A_k

Bir kirişteki maksimum kesme yükü F_{kmax} ,

$$F_{kmax} = \frac{\Psi \cdot F_Y}{2} + \frac{\gamma \cdot F_{AA}}{2} \quad (47)$$

olarak yazılır.

Burada,

F_Y = Kaldırma yükü,

F_{AA} = Araba öz ağırlığının tekerlekteki değeri,

γ_c = yükseltme katsayısı.

Bir kirişteki kesilme etkisinde olan alan A_k ,

$$A_k = 2 \cdot t_2 \cdot h_2 \quad (48)$$

dir.

Böylece kreyn kirişinde tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen kesme gerilmesi " τ_k ",

(47) ve (48) ifadelerinden;

$$\tau_k = \frac{\Psi \cdot F_Y + \gamma \cdot F_{AA}}{4 \cdot t_2 \cdot h_2} \quad (49)$$

olarak elde edilir.

4.6 Statik Kontrol İçin Emniyetli Mukavemet Değeri “ σ_{EM} ”

Statik kontrol için emniyet mukavemet değeri σ_{EM} Çizelge 4.6’da görülmektedir.

Çizelge 4.6 Köprü malzemesi için emniyetli mukavemet değerleri

Malzeme cinsi		Yükle me hali	Emniy etli karşıla ştırma mukav emet değeri	emniye tli çekme mukav emet değeri	emniye tli basma mukav emet değeri	emniye tli kayma mukav emet değeri
Kısaltıl mış ismi	Normu		σ_{EM}	σ_{EM}	τ_{em}	
			N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	
St 37	DIN 17 100	H	160	140	92	
		HZ	180	160	104	
St 52-3	DIN 17 100	H	240	210	138	
		HZ	270	240	156	

Kutu kiriş St 37 malzemesinden imal edilmektedir. St 37 için emniyet mukavemet değeri $\sigma_{EM} = 160 \text{ N / mm}^2$ dir. Bu değer çekme gerilmesi içindir. Bir kutu kirişte görülmüştür ki çekme kuvvetlerinden kaynaklanan hasar ve deformasyonlar basma kuvvetlerinin meydana getirdiği hasardan daha fazla olmaktadır. Bu yüzden genellikle hesaplamalarda statik kontrol için esas alınan gerilme emniyetli çekme gerilmesidir. Ancak yapılan hesaplarda kontrol açısından basma gerilmesinin de dikkate alınması hesabın doğruluğu açısından önemlidir. Çizelge 4.6’dan emniyetli basma mukavemet değeri $\sigma_{EM} = 140 \text{ N / mm}^2$ dir. (Kutay , 1993)

4.7 Dinamik Kontrol İçin Emniyetli Mukavemet Değeri

Malzemenin sürekli dinamik emniyetli mukavemet değeri daha çok sınır değerler oranı κ ile çentik etkisine bağlıdır. Sınır değerler oranı κ (kapa) şu şekilde bulunur;

$$\kappa = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{F_{min}}{F_{max}}$$

Gerilmeler kuvvet ile doğru orantılı olduğundan, gerilmeler oranı yerine kuvvet oranı yazmakta bir sakınca yoktur. Sınır değerler oranı κ ’nın hesaplanmasında kuvvetin değeri ve yönü göz önüne alınmalıdır.

Statik yükleme halinde;

$$F_{\min} = F_{\max} \quad \rightarrow \quad \text{ve} \quad \kappa = +1$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_{\max}$$

Dalgalı (dinamik) yükleme halinde ise;

$$F_{\min} \geq 0 \text{ ve } F_{\max} > +1 \text{ vede } 0 \leq \kappa < +1$$

$$\sigma_{\min} \geq 0 \text{ ve } \sigma_{\max} > +1$$

olacaktır.

özel halde ise;

$$\sigma_{\min} = 0$$

dir.

Değişken yükleme halinde;

$$F_{\min} < 0 \text{ ve } F_{\max} > 0 \text{ vede } -1 \leq \kappa < 0$$

$$\sigma_{\min} < 0 \text{ ve } \sigma_{\max} > 0$$

dir.

özel halde ise;

$$|\sigma_{\min}| = |\sigma_{\max}|$$

dir.

Bu yükleme durumlarının en kiritiği olan tam değişken yükleme, ($\kappa = -1$) hesaplarda karşılaştırma mukavemet değeri bu yükleme durumunun etkisindeki çekme etkisi için seçilir. Çünkü pratikte görülmüştür ki basma gerilmesi büyük olmasına rağmen çatlamlar ve sonucu olan kopmalar malzemenin çekme etkisi tarafından olmaktadır. Çizelge 4.7'de malzemenin emniyetli mukavemet değerleri " $\sigma_{D(-1)EM}$ " vinç konstrüksiyonundaki çentik guruplarına göre verilmiştir.

Şekil 4.18'ye bağlı olarak Çizelge 4.7. b)'de κ ile bağıntılı malzemenin üst mukavemet değeri görülmektedir.

Çizelge 4.7. b) κ ile bağıntılı malzemenin üst mukavemet değeri

Değişken bölge	çekme	$\sigma_{Dz(\kappa)EM} = \frac{5}{3-2\kappa} \cdot \sigma_{D(-1)EM}$
	basma	$\sigma_{Dd(\kappa)EM} = \frac{2}{1-\kappa} \cdot \sigma_{D(-1)EM}$
Dalgalı bölge	çekme	$\sigma_{Dz(\kappa)EM} = \frac{\sigma_{Dz(0)EM}}{1 - \left(1 - \frac{\sigma_{Dz(0)EM}}{0,75 \sigma_B}\right) \kappa}$
	basma	$\sigma_{Dd(\kappa)EM} = \frac{\sigma_{Dd(0)EM}}{1 - \left(1 - \frac{\sigma_{Dd(0)EM}}{0,90 \sigma_B}\right) \kappa}$

Gezer köprülülük vinçlerde κ negatif değer alamayacağından burada sadece dalgalı yüklenme (sınır değer oranı $0 \leq \kappa \leq +1$) için gerekli formüller geçerlidir.

Sürekli dinamik emniyetli çekme gerilmesi;

$$\sigma_{Dz(\kappa)EM} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\sigma_{D(-1)EM}}{1 - \left(1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{\sigma_{D(-1)EM}}{0,75 \cdot R_m}\right) \cdot \kappa} \quad (50)$$

Sürekli dinamik emniyetli basma gerilmesi ise;

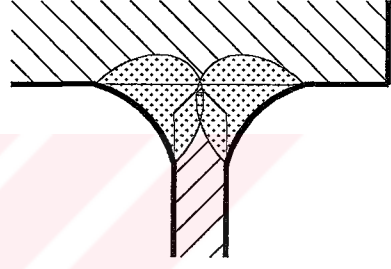
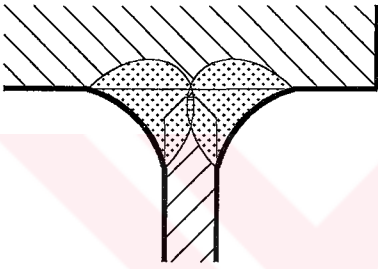
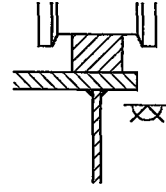
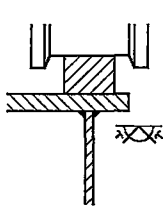
$$\sigma_{Dd(\kappa)EM} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\sigma_{D(-1)EM}}{1 - \left(1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{\sigma_{D(-1)EM}}{0,90 \cdot R_m}\right) \cdot \kappa} \quad (51)$$

olarak yazılır.

4.8 Kreyin Kirişindeki Çentik Grubu

K2 Grubu Şekil 4.19.1’de görüldüğü gibi kaynak dikişi malzemeye özel kaynak ağzı açılarak özel kalitede K dikişi olarak yapılmıştır.

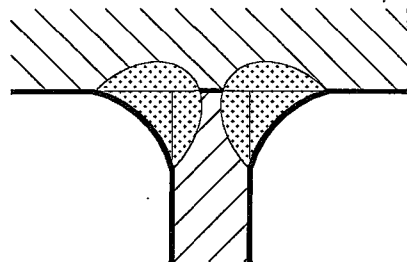
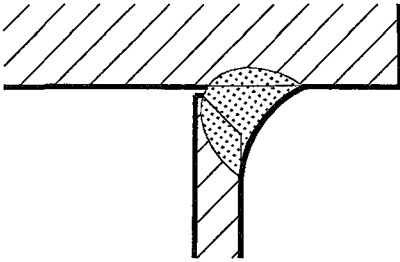
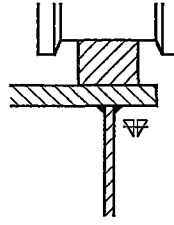
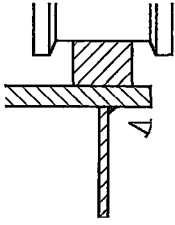
K3 Grubu Şekil 4.19.2’de görüldüğü gibi kaynak dikişi malzemeye kaynak ağzı açılarak normal kalitede K dikişi olarak yapılmıştır.



Şekil 4.19.1, K2-Gurubu

Şekil 4.19.2, K3-Gurubu

K4 Grubu kaynak dikişi Şekil 4.19.3 ve Şekil 4.19.4’te görüldüğü gibi malzemeye kaynak ağzı açılarak normal kalitede yarım ve dikişi ve çift taraflı köşe dikiştir.



Şekil 4.19.3, K4-Gurubu, yarım V-dikişi

Şekil 4.19.4, K4-Gurubu, çift köşe dikişi

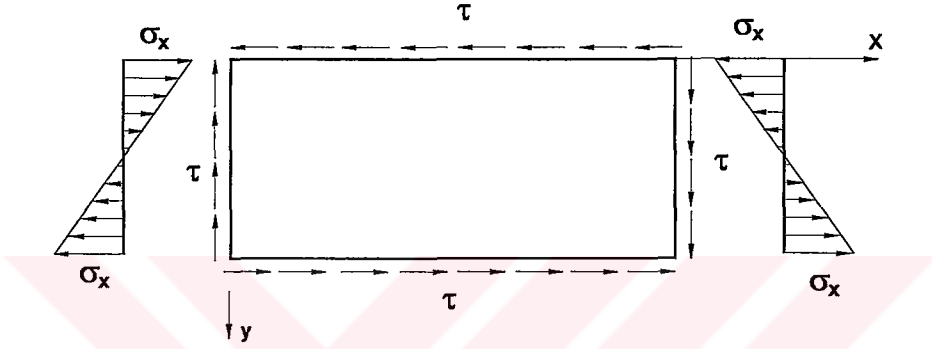
Burada verilen kiriş raylarının altındaki yan levha kaynak bağlantısına göre çentik gurubu seçilir. Çentik grubunun seçimine göre kirişin ağırlığı yani boyutlarının

değişmesi gerekli olduğundan, K3 Gurubunu seçmek ve kiriş imalatını bu şartlara göre yapmak uygundur.

Fakat yükleme gurubu U6 ve daha yüksek ise, çentik gurubunun K2 seçilmesi daha uygun olacaktır.

4.9 Yan Levhaların Buruşmaya Karşı Kontrolü

Kiriş yan levhalarında meydana gelen gerilmeler Şekil 4.20'de görülmektedir.



Şekil 4.20 Kiriş yan levhasındaki gerilmeler

Yan levhadaki ideal flambaj gerilmesi (DIN 4114T1) ;

$$\sigma_{VPI} = \frac{\sqrt{\sigma_{\max}^2 + 3\tau_{\max}^2}}{\frac{1+\kappa}{4} \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{PI}} + \sqrt{\left(\frac{3-\kappa}{4} \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{PI}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{\max}}{\tau_{PI}}\right)^2}} \quad (52)$$

dir.

Kreyn kirişinde kayma gerilmesi sıfır değildir, yani $\tau \neq 0$ ve sınır değerler oranı $\kappa = -1$ olarak alınırsa kreyn kirişindeki ideal flambaj mukayese gerilmesi

$$\sigma_{VPI} = \frac{\sigma_V}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{PI}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{\max}}{\tau_{PI}}\right)^2}} \quad (53)$$

olarak bulunur.

Levhadaki ideal flambaj (buruşma) normal gerilmesi, levhadaki Euler gerilmesinin buruşma katsayısı k_{σ} ile çarpılmasıyla bulunur.

$$\sigma_{Pi} = k_{\sigma} \sigma_e \quad (54)$$

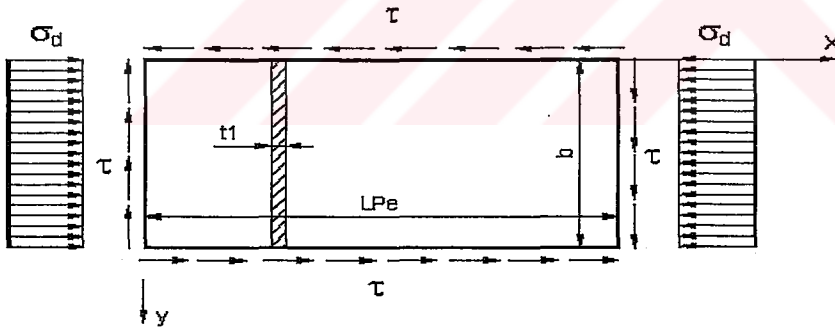
Levhadaki flambaj için geçerli gerilme Euler gerilmesidir. Euler gerilmesi formülü, malzemenin mekanik değerleri ve konstruksiyonu yapılan parçanın boyutları ile kurulacak olursa,

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_2}{h_2} \right)^2 \quad (55)$$

olarak ifade edilir.

4.10 Üst Kuşak Levhalarının Buruşmaya Karşı Kontrolü

Üst kuşak levhasına etkiyen gerilmeler Şekil 4.21’de görülmektedir. Burada τ kayma gerilmesidir. σ ise normal gerilmedir. t_1 üst kuşak levhasının kalınlığını, L_{Pe} perdeler arası mesafeyi, b ise üst kuşak levhasının genişliğini göstermektedir.



Şekil 4.21 Kiriş Üst Levhasına Etkiyen Gerilmeler ve Ölçüler

Üst kuşak levhasındaki ideal flambaj gerilmesi;

$$\sigma_{VPI} = \frac{\sqrt{\sigma_{\max}^2 + 3 \tau_{\max}^2}}{\frac{1 + \kappa}{4} \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{PI}} + \sqrt{\left(\frac{3 - \kappa}{4} \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{PI}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{\max}}{\tau_{PI}} \right)^2}} \quad (56)$$

Burada $\kappa = +1$ için ideal flambaj karşılaştırma gerilmesi;

$$\sigma_{VPi} = \frac{\sigma_V}{\frac{\sigma_{max}}{2 \sigma_{Pi}} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2 \sigma_{Pi}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{max}}{\tau_{Pi}}\right)^2}} \quad (57)$$

(56) ve (57) ifadeleri DIN 4114 normu tarafından kabul edilen değerlerdir.
(Alışverişiçi ve Arf D , 1988)

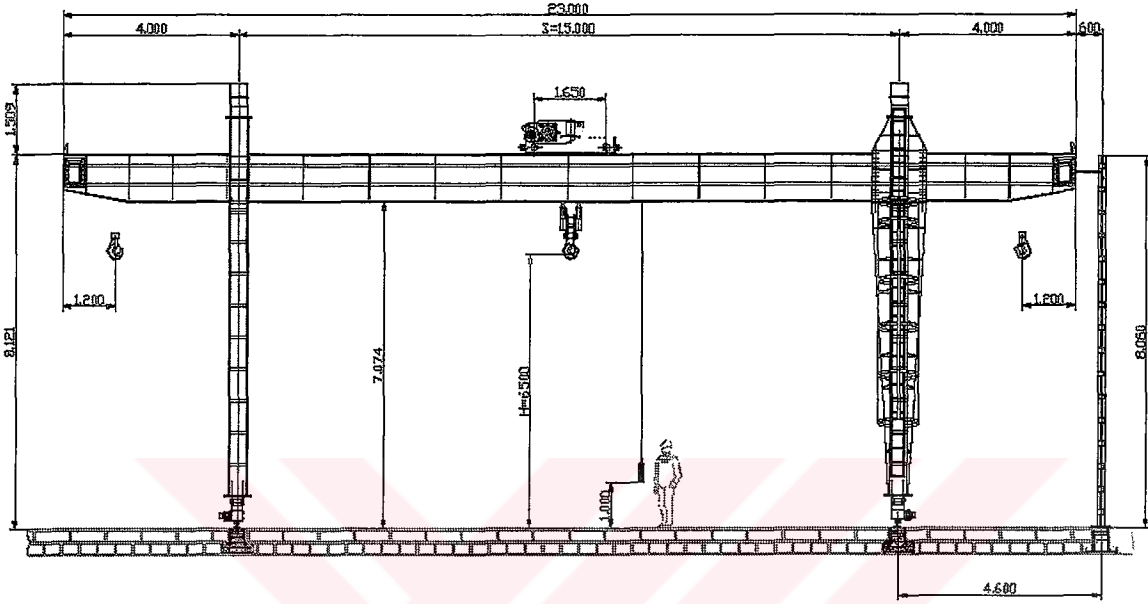
Ayrıca bulunan buruşma (flambaj) gerilmelerinin kontrolü için standart gerilme değerleri Çizelge 4.8'de görülmektedir.

Çizelge 4.8 İdeal flambaj gerilmeleri için hakiki flambaj gerilmeleri

σ_{VPi} N/mm ²	σ_{VP} N/mm ²		σ_{VPi} N/mm ²	σ_{VP} N/mm ²	
	St 37	St 52-3		St 37	St 52-3
< 157	σ_{VPi}	σ_{VPi}	360	228	320
192	192	σ_{VPi}	380	229	325
200	198	σ_{VPi}	400	230	328
210	204	σ_{VPi}	420	231	331
220	208	σ_{VPi}	440	232	334
230	211	σ_{VPi}	460	232	336
240	214	σ_{VPi}	480	233	338
250	216	σ_{VPi}	500	233	339
260	218	σ_{VPi}	550	234	343
270	219	σ_{VPi}	600	235	345
280	221	σ_{VPi}	650	235	347
288	221	288	700	236	348
290	222	290	800	237	351
300	223	297	1000	237	353
320	225	308	2000	239	357
340	227	315	∞	240	360

4.11 Çift Kirişli Portal Kreyin Hesap Örneği

Şekil 4.22' de görülen çift kirişli portal kreyin hesabı yapılırken aşağıdaki teknik veriler esas alınmıştır.



Şekil 4.22 Çift kirişli portal kreyin

Kullanılan yer :	Mermer Stok Holü
Kreyin tipi :	Çift kirişli portal kreyin
Kaldırma yükü :	$G_y = 25.000 \text{ kg}$ $F_y = G_y \cdot g$ $F_y = 245.250 \text{ N}$
Kaldırma hızı :	$v_H = 3.5 \text{ m / dk}$
Köprü açıklığı :	$S = 15 + 4 + 4 \text{ m}$
Arabanın hızı :	$v_A = 20 \text{ m / dk}$
Araba özağırlığı :	$G_A = 2.060 \text{ kg}$ $F_A = G_A \cdot g$ $F_A = 20.208 \text{ N}$
Kreyin hızı :	$v_F = 20 \text{ m / dk}$
Araba tekerlek aks açıklığı:	$L_A = 1,8 \text{ m}$
Araba tekerlek sayısı :	$n_{Rad} = 4$
Elastite modülü :	$E = 210000 \text{ N / mm}^2$
Poisson oranı :	$\nu_{St} = 0.3$

4.11.1 Kreyn grubunun seçilmesi

Kreyn grubunun belirlenmesinde ilk olarak projesi yapılacak olan kreynin yük kaldırma sayısının tayin edilmesi gereklidir. Çizelge 4.1' den U4 numaralı maksimum kaldırma sayısı seçilmiştir. U4 için maksimum kullanım sayısı $125000 < n_{max} \leq 250000$ değeri ile sınırlandırılmıştır.

Daha sonra yapılacak olan işlem kreynin kullanım süresince yük dağılımının belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için Çizelge 4.2'de k_p yük dağılım faktörü değerinin seçilmesi gerekmektedir. Bu değer $0.125 < k_p \leq 0.25$ olarak seçilmiş ve Q2 değeri uygun görülmüştür.

Üçüncü ve son adım olarak Çizelge 4.3'ten U4 ve Q2 değerleri kullanılarak A4 tipi portal kreyn seçilmiştir.

Çizelge 4.4'ten portal kreynler için vinç grubunun A4 seçilmesi uygun görülmüştür.

4.11.2 Yükleme tipinin belirlenmesi

Yükleme tipi olarak yüklemenin H hali (ana yük) seçilmiştir. Projesi yapılan çift kirişli portal kreyn atelye içinde çalışacaktır. Herhangi bir rüzgar kuvvetine maruz kalmayacağı düşünülmüştür.

4.11.3 Yükseltme katsayısının “ γ_c ” seçilmesi

Yükseltme katsayısının tayininde Çizelge 4.5 esas alınmıştır. Kreyn grubu A4 için yükseltme katsayısı $\gamma_c = 1.08$ olarak belirlenmiştir.

4.11.4 Kaldırma yükü katsayısının “ ψ ” seçilmesi

Kaldırma yükü katsayısının seçilmesinde kreynin yük kaldırma hızı dikkate alınmaktadır. Şekil 4.3'den kaldırma hızı $V_k = 3.5$ m /dk için $\psi = 1.15$ olarak seçilmiştir.

4.11.5 Köprü tipinin belirlenmesi

Köprü tipi olarak çift kutu kiriş konstrüksiyonu seçilmiştir.

4.11.6 Kutu kirişin eğilme atalet ve mukavemet momentinin hesaplanması

İlk olarak kiriş üzerine etkiyen tekerlek kuvvetinin hesaplanması gerekir.

$$F_{\text{Tek}} = \frac{F_Y + F_A}{n_{\text{Tek}}} \Rightarrow F_{\text{Tek}} = \frac{245250 + 20208}{4} \Rightarrow F_{\text{Tek}} = 68816 \text{ N olarak bulunur.}$$

Gerekli atalet momenti;

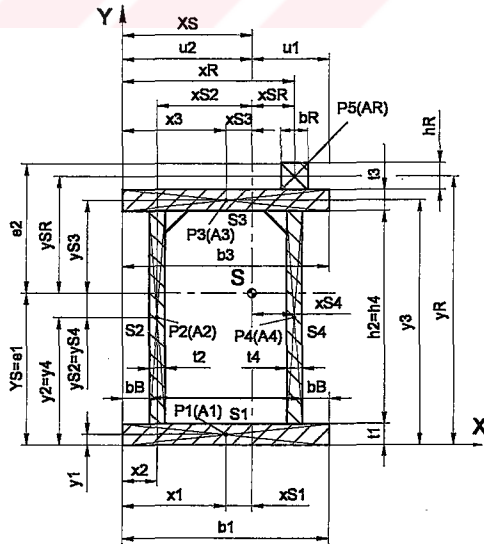
$$J_{\text{xerf}} = \frac{F_{\text{Tek}} (L_K - L_A)}{48 E f_k} \left[3L_K^2 - (L_K - L_A)^2 \right]$$

$$J_{\text{xerf}} = \frac{68816 (15000 - 1800)}{48 \cdot 210000 \cdot 13} \left[3 \cdot 15000^2 - (15000 - 1800)^2 \right]$$

$$J_{\text{xerf}} = 3008 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \text{ olarak bulunur.}$$

4.11.7 Kiriş seçimi ve hesabı

CESAN standart doublebeam kataloğundan $J_{\text{xerf}} = 3008 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ için DB15 nolu kutu kiriş seçilir. (Ek-B) Ancak DB15 nolu kiriş için hesaplar yapıldığında yan levhaların buruşmaya karşı mukavim olmadığı görülmüştür. Bu sebeple bir üst grup olan DB16 seçilmiştir.



Şekil 4.23 Standart kutu kirişin hesap ölçüleri

DB16 nolu kutu kiriş ölçüleri şunlardır;

$$B_1 = B_2 = 500\text{mm} \quad t_1 = t_3 = 8\text{mm} \quad t_2 = t_4 = 6\text{mm} \quad h_2 = h_4 = 1000\text{mm}$$

$$b_R = 50\text{mm} \quad h_R = 30\text{mm}$$

CMMA Standart No: 70'e göre $S/h < 25$ ve $S/B < 65$ olmalıdır. Buna göre seçilen boyutlar kontrol edilecek olur ise :

$$S/h = 15000/1000 = 15 < 25$$

Ve

$$S/B = 15000/500 = 30 < 65$$

Değerlerinin standartlara uygun olduğu görülmüştür.

Kiriş ölçüleri belirlendikten sonra parçaların ve sistemin alanının hesaplanması gereklidir.

$$A_1 = B_1 t_1 \Rightarrow A_1 = 4000\text{mm}^2$$

$$A_2 = h_2 t_2 \Rightarrow A_2 = 6000\text{mm}^2$$

$$A_R = b_R h_R \Rightarrow A_R = 1500\text{mm}^2$$

$$A_1 = A_3 \quad \text{ve} \quad A_2 = A_4$$

$$A_{\text{Top}} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_R$$

$$A_{\text{Top}} = 21500\text{mm}^2 \text{ olarak bulunur.}$$

Sistemin alanı hesaplandıktan sonra sistemi oluşturan parçaların ve kirişin ağırlık merkezinin koordinatlarının bulunması gerekmektedir.

$$X_1 = 0,5 \cdot B_1 \quad X_1 = 250\text{mm}$$

$$X_2 = b_B + 0,5 \cdot t_2 \quad X_2 = 20\text{mm}$$

$$X_3 = 0,5 \cdot B_3 \quad X_3 = 250\text{mm}$$

$$X_4 = B_2 - (b_B + 0,5 \cdot t_2) \quad X_4 = 467\text{mm}$$

$$X_R = B_2 - (b_B + 0,5 \cdot t_2) \quad X_R = 467\text{mm}$$

$$Y_1 = 0,5 \cdot t_1$$

$$Y_1 = 4 \text{ mm}$$

$$Y_2 = t_1 + 0,5 \cdot h_2$$

$$Y_2 = 508 \text{ mm}$$

$$Y_3 = t_1 + 0,5 \cdot t_1 + h_2$$

$$Y_3 = 1012 \text{ mm}$$

$$Y_4 = t_3 + 0,5 \cdot h_4$$

$$Y_4 = 508 \text{ mm}$$

$$Y_R = t_1 + t_1 + h_2 + 0,5 h_R$$

$$Y_R = 1031 \text{ mm}$$

$$X_{S1} = X_S - X_1$$

$$X_{S1} = 12,2 \text{ mm}$$

$$Y_{S1} = Y_S - Y_1$$

$$Y_{S1} = 641,2 \text{ mm}$$

$$X_{S2} = X_S - X_2$$

$$X_{S2} = 222,2 \text{ mm}$$

$$Y_{S2} = Y_S - Y_2$$

$$Y_{S2} = 46,2 \text{ mm}$$

$$X_{S3} = X_S - X_3$$

$$X_{S3} = 12,2 \text{ mm}$$

$$Y_{S3} = Y_S - Y_3$$

$$Y_{S3} = 568,8 \text{ mm}$$

$$X_{S4} = X_S - X_4$$

$$X_{S4} = 197,8 \text{ mm}$$

$$Y_{S4} = Y_S - Y_4$$

$$Y_{S4} = 46,2 \text{ mm}$$

$$X_{SR} = X_{S4}$$

$$X_{SR} = 197,8 \text{ mm}$$

$$Y_{SR} = Y_{S4}$$

$$Y_{SR} = 46,2 \text{ mm}$$

$$X_S = \frac{X_1 \cdot A_1 + X_2 \cdot A_2 + X_3 \cdot A_3 + X_4 \cdot A_4 + X_R \cdot A_R}{A_{\text{Top}}}$$

$$X_S = 265,2 \text{ mm}$$

$$Y_S = \frac{Y_1 \cdot A_1 + Y_2 \cdot A_2 + Y_3 \cdot A_3 + Y_4 \cdot A_4 + Y_R \cdot A_R}{A_{\text{Top}}}$$

$$Y_S = 544,2 \text{ mm}$$

X eksenine göre atalet momenti " I_x "

$$I_x = I_{x1} + y_1^2 A_1 + I_{x2} + y_2^2 A_2 + I_{x3} + y_3^2 A_3 + I_{x4} + y_4^2 A_4 + I_{x5} + y_5^2 A_5$$

$$I_{x1} = I_{x3} ; I_{x2} = I_{x4} ; A_1 = A_3 ; A_2 = A_4 ; y_2 = y_4$$

$$I_x = 2(I_{x1} + I_{x2}) + I_{x5} + (y_1^2 + y_3^2) A_1 + 2 y_2^2 A_2 + y_5^2 A_5$$

$$I_x = \frac{b_1 \cdot t_1^3}{12} + \frac{t_2 \cdot h_2^3}{12} + \frac{b_3 \cdot t_3^3}{12} + \frac{t_4 \cdot h_4^3}{12} + \frac{b_R \cdot h_R^3}{12} + Y_{S1}^2 \cdot A_1 + Y_{S2}^2 \cdot A_2 + Y_{S3}^2 \cdot A_3 + Y_{S4}^2 \cdot A_4 + Y_{SR}^2 \cdot A_R$$

$$I_{x\text{top}} = 3413 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Y-Eksenine göre atalet momenti " I_y "

$$I_y = I_{y1} + x_1^2 A_1 + I_{y2} + x_2^2 A_2 + I_{y3} + x_3^2 A_3 + I_{y4} + x_4^2 A_4 + I_{y5} + x_5^2 A_5$$

$$I_{y1} = I_{y3} ; I_{y2} = I_{y4} ; A_1 = A_3 ; A_2 = A_4 ; x_1 = x_3$$

$$I_y = 2(I_{y1} + I_{y2}) + I_{y5} + (x_2^2 + x_4^2)A_2 + 2x_3^2 A_1 + x_4^2 A_R$$

$$I_y := \frac{b_1^3 \cdot t_1}{12} + \frac{t_2^3 \cdot h_2}{12} + \frac{b_3^3 \cdot t_3}{12} + \frac{t_4^3 \cdot h_4}{12} + \frac{b_R^3 \cdot h_R}{12} + x_{S1}^2 \cdot A_1 + x_{S2}^2 \cdot A_2 + x_{S3}^2 \cdot A_3 + x_{S4}^2 \cdot A_4 + x_{SR}^2 \cdot A_R$$

$$I_{Ytop} = 772.10^6 \text{ mm}^4$$

X-Eksenine göre mukavemet momenti " W_x "

Hesaplarda maksimum gerilme kullanıldığından minimum mukavemet momentini hesaplamak gereklidir. Minimum mukavemet momenti, e_{max} ve u_{max} ile hesaplanır.

$$W_x = \frac{I_{Xtop}}{e_{max}} \quad e_{max} = Y_S \quad u_{max} = X_S$$

$$W_{X1} = 6270 \text{ cm}^3 \quad W_{X2} = 6807 \text{ cm}^3$$

$$W_Y = \frac{I_{Ytop}}{u_{max}}$$

$$W_{Y1} = 2912 \text{ cm}^3 \quad W_{Y2} = 3287 \text{ cm}^3$$

4.12 Kreyin Kirişindeki Normal Gerilmelerin Hesaplanması

4.12.1 Kreyin özağırlığından oluşan gerilme " σ_1 "

$$F_{AK} = (q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K \Rightarrow F_{AK} = 2,66.9,81.15000 \Rightarrow F_{AK} = 391419 \text{ N.}$$

$$M_1 = \frac{F_{AK} \cdot L_K}{8} \Rightarrow M_1 = \frac{391419.15000}{8} \Rightarrow M_1 = 733910625 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_1 = \frac{(q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K^2}{8 \cdot W_{X1}} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{2,66.9,81.15000^2}{8.6270000}$$

$$\sigma_1 = 11.7 \text{ N/mm}^2$$

Bulunan gerilme değeri uygundur. Çünkü ($\sigma_{EM}=160 \text{ N /mm}^2$) emniyetli gerilme değerinden küçüktür. Sistemimizde platform için $q_p=0,030 \text{ Kg /mm}$ dir.

4.12.2 Araba özağırlığından oluşan gerilme “ σ_2 ”

$$M_2 = \frac{F_{AA}}{32 \cdot L_K} (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad M_2 = \frac{20208}{32 \cdot 15000} (2 \cdot 15000 - 1800)^2$$

$$M_2 = 75329965 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_2 = \frac{F_{AA}}{32 \cdot L_K \cdot W_{X1}} (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad \sigma_2 = \frac{20208}{32 \cdot 15000 \cdot 6270000} (2 \cdot 15000 - 1800)^2$$

$$\sigma_2 = 5.3 \text{ N / mm}^2$$

Uygundur. Çünkü ($\sigma_{EM}=160 \text{ N /mm}^2$) emniyetli gerilme değerinden küçüktür.

4.12.3 Kaldırma yükünden ileri gelen gerilme “ σ_3 ”

$$M_3 = \frac{F_Y}{32 \cdot L_K} \cdot (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad M_3 = \frac{245250}{32 \cdot 15000} (2 \cdot 15000 - 1800)^2$$

$$M_3 = 422570655 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_3 = \frac{F_Y}{32 \cdot W_{X1} \cdot L_K} (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad \sigma_3 = \frac{245250}{32 \cdot 6270000 \cdot 15000} (2 \cdot 15000 - 1800)^2$$

$$\sigma_3 = 67.4 \text{ N / mm}^2$$

Bulunan gerilme değeri uygundur. Çünkü ($\sigma_{EM}=160 \text{ N /mm}^2$) emniyetli gerilme değerinden küçüktür.

4.12.4 Atalet kuvvetlerinden ileri gelen gerilme “ σ_4 ”

$$M_4 = 0.075 \cdot L_K \left[(q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K + \frac{F_{AA}}{2} \right]$$

$$M_4 = 0,075 \cdot 15000 \left[2,66.9,81 \cdot 15000 + \frac{20208}{2} \right]$$

$$M_4 = 55362931 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_4 = \frac{0.075 \cdot L_K}{W_{Y1}} \left[(q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K + \frac{F_{AA}}{2} \right]$$

$$\sigma_4 = \frac{0.075 \cdot 15000}{2912000} \left[2,66 \cdot 9,81 \cdot 15000 + \frac{20208}{2} \right]$$

$$\sigma_4 = 19.01 \text{ N / mm}^2$$

Bulunan gerilme değeri uygundur. Çünkü ($\sigma_{EM} = 160 \text{ N / mm}^2$) emniyetli gerilme değerinden küçüktür

4.12.5 Araba kasılması sonucu oluşan gerilme “ σ_5 ”

$$F_{TD} = \frac{F_{AA}}{4} + \frac{F_Y}{4} = \frac{F_{AA} + F_Y}{4} \quad F_{TD} = \frac{20208}{4} + \frac{245250}{4} \quad F_{TD} = 66364 \text{ N}$$

$$F_{ATH} = k_\lambda \cdot F_{TD} \quad F_{ATH} = 0,2 \cdot 66364 \quad F_{ATH} = 13272 \text{ N}$$

$$M_5 = L_A \cdot F_{ATH} = 0,05 \cdot L_A \cdot (F_{AA} + F_Y) \quad M_5 = 2000 \cdot 18639 \quad M_5 = 37278000 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_5 = \frac{0.05 \cdot L_A}{W_{Y1}} (F_A + F_Y) \quad \sigma_5 = \frac{0,05 \cdot 1800}{2912000} (20208 + 245250)$$

$\sigma_5 = 8.2 \text{ N / mm}^2$ Bulunan gerilme değeri uygundur. Çünkü ($\sigma_{EM} = 160 \text{ N / mm}^2$) emniyetli gerilme değerinden küçüktür.

4.12.6 Maksimum ve minimum gerilmelerin hesaplanması “ $\sigma_{max}, \sigma_{min}$ ”

Maksimum gerilme;

$$\sigma_{max} = \gamma_c \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \psi \cdot \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_5)$$

$$\sigma_{max} = 1.11 (11.7 + 5.3 + 1.15 \cdot 67.4 + 19.1 + 8.2)$$

$$\sigma_{max} = 135.2 \text{ N / mm}^2 \text{ dir.}$$

Minimum gerilme;

$$\sigma_{\min} = (\sigma_1 + \sigma_2) \quad \sigma_{\min} = 11.7 + 5.3$$

$$\sigma_{\min} = 17 \text{ N / mm}^2 \quad \text{dir.}$$

Bulunan maksimum ve minimum gerilme değerleri uygundur. Çünkü her iki değerde ($\sigma_{EM}=160 \text{ N / mm}^2$) emniyetli gerilme değerinden küçüktür.

4.13 Kirişte Meydana Gelen Kayma Gerilmelerinin Hesaplanması

4.13.1 Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen torsiyon gerilmesi “ τ_t ”

Torsiyon momenti (42.c) ifadesinden,

$$M_t = (x_4 + 0,2 y_5) \cdot \frac{F_{AA} + F_Y}{2} \quad M_t = (227 + 0,2 \cdot 424) \cdot \frac{20208 + 245250}{2}$$

$$M_t = 41278719 \text{ Nmm}$$

olarak hesaplanır.

Ortalama kiriş alanı ise (44) ifadesinden,

$$A_m = (x_2 + x_4) \cdot (y_1 + y_3) \quad A_m = (212 + 212) \cdot (605 + 605)$$

$$A_m = 513040 \text{ mm}^2 \text{ bulunur.}$$

Buna göre torsiyon gerilmesi,

$$\tau_t = \frac{(x_4 + 0,2 y_5) \cdot (F_{AA} + F_Y)}{4 \cdot t \cdot (x_2 + x_4) \cdot (y_1 + y_3)} \quad \tau_t = \frac{(227 + 0,2 \cdot 58) \cdot (20208 + 245250)}{4 \cdot 6 \cdot (227 + 227) \cdot (605 + 605)}$$

$$\tau_t = 4.80 \text{ N / mm}^2$$

bulunur. Çizelge 4.6’ dan emniyetli kayma gerilmesi $\tau_{EM} = 92 \text{ N / mm}^2$ dir. Bulunan gerilme değeri emniyet gerilmesi değerinden küçük olduğu için uygundur.

4.13.2 Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen kesme gerilmesi “ τ_k ”

Maksimum kesme yükü,

$$F_{kmax} = \frac{\Psi \cdot F_Y}{2} + \frac{\gamma \cdot F_{AA}}{2} \quad F_{kmax} = \frac{1,15 \cdot 245250}{2} + \frac{1,11 \cdot 20208}{2}$$

$$F_{kmax} = 152233 \text{ N}$$

olarak bulunur.

Kesme alanı ise,

$$A_k = 2 \cdot t_2 \cdot h_2 \quad A_k = 2 \cdot 6 \cdot 1000 \quad A_k = 12000 \text{ mm}^2$$

olarak bulunur.

Tekerlek kuvvetlerinden ileri gelen kesme gerilmesi,

$$\tau_k = \frac{\Psi \cdot F_Y + \gamma_c \cdot F_{AA}}{4 \cdot t_2 \cdot h_2} \quad \tau_k = \frac{1,15 \cdot 242500 + 1,11 \cdot 20408}{4 \cdot 6 \cdot 1000}$$

$$\tau_k = 11.74 \text{ N / mm}^2$$

bulunur. Çizelge 4.6'dan emniyetli kayma gerilmesi $\tau_{EM} = 92 \text{ N / mm}^2$ dir. Bulunan gerilme değeri emniyet gerilmesi değerinden küçük olduğu için uygundur.

4.13.3 Kirişteki toplam kayma gerilmesi

Kirişteki toplam kayma gerilmesi,

$$\tau_{top} = \tau_t + \tau_k \quad \tau_{top} = 4.80 + 11.74$$

$$\tau_{top} = 16.54 \text{ N / mm}^2$$

dir. Çizelge 4.6'dan emniyetli kayma gerilmesi $\tau_{EM} = 92 \text{ N / mm}^2$ dir. Hesaplanan gerilme değeri uygundur.

4.14 Kreyn Kirişindeki Bileşke Gerilmeler

Burada gerilmeler bir eksenli olarak kabul edilir ve Biçim Değiştirme Enerjisi hipotezine göre toplanır. Bileşke gerilme,

$$\sigma_V = (\sigma_{\max}^2 + 3 \cdot \tau_{\text{top}}^2)^{1/2} \quad \sigma_V = (135.2^2 + 3 \cdot 16.54^2)^{1/2}$$

$$\sigma_V = 138.201 \text{ N / mm}^2$$

olarak hesaplanır. Hesaplanan bu değer çekme gerilme değeridir. Çizelge 4.6'dan emniyetli çekme gerilmesi $\sigma_{EM}=160 \text{ N /mm}^2$ dir. Dolayısıyla hesaplanan bileşke gerilme emniyet gerilme değerinden küçük olduğu için uygundur.

4.15 Normal Basma Gerilmesinin Hesaplanması

Hesaplamalarda basma gerilmesinin hesaplanması ve kontrolünün yapılması gereklidir. Basma gerilmesi hesaplanırken normal gerilme formüllerinde emniyetli basma mukavemet momentinin kullanılması gerekmektedir.

X eksenine göre basma mukavemet değeri,

$$W_{X2} = 6807 \text{ cm}^3$$

Y eksenine göre basma mukavemet değeri,

$$W_{Y2} = 3287 \text{ cm}^3$$

4.15.1 Kreyn öz ağırlığından oluşan gerilme “ σ_{1B} ”

$$\sigma_{1B} = \frac{(q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K^2}{8 \cdot W_{X2}} \Rightarrow \sigma_{1B} = \frac{2,66,9,81.15000^2}{8.6807000} \Rightarrow \sigma_{1B} = 107.8 \text{ N / mm}^2$$

4.15.2 Araba öz ağırlığından oluşan gerilme “ σ_{2B} ”

$$\sigma_{2B} = \frac{F_{AA}}{32 \cdot L_K \cdot W_{X2}} (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad \sigma_{2B} = \frac{20208}{32.15000.6270000} (2.15000 - 1800)^2$$

$$\sigma_{2B} = 5.34 \text{ N / mm}^2$$

4.15.3 Kaldırma yükünden ileri gelen gerilme “ σ_{3B} ”

$$\sigma_{3B} = \frac{F_Y}{32 \cdot W_{x2} \cdot L_K} (2 \cdot L_K - L_A)^2 \quad \sigma_{3B} = \frac{245250}{32 \cdot 6807000 \cdot 15000} (2 \cdot 15000 - 1800)^2$$

$$\sigma_{3B} = 59,69 \text{ N / mm}^2$$

4.15.4 Atalet kuvvetlerinden ileri gelen gerilme “ σ_{4B} ”

$$\sigma_{4B} = \frac{0,075 \cdot L_K}{W_{Y2}} \left[(q_K + q_P) \cdot g \cdot L_K + \frac{F_{AA}}{2} \right]$$

$$\sigma_{4B} = \frac{0,075 \cdot 15000}{3287000} \left[2,66 \cdot 9,81 \cdot 15000 + \frac{20408}{2} \right]$$

$$\sigma_{4B} = 9,57 \text{ N / mm}^2$$

4.15.5 Araba kasılması sonucu oluşan gerilme “ σ_{5B} ”

$$\sigma_{5B} = \frac{0,05 \cdot L_A}{W_{Y2}} (F_{AA} + F_Y) \quad \sigma_{5B} = \frac{0,05 \cdot 1800}{3810000} (20208 + 245250)$$

$$\sigma_{5B} = 12,48 \text{ N / mm}^2$$

4.15.6 Maksimum ve minimum gerilmelerin hesaplanması “ σ_{Bmax} , σ_{Bmin} ”

$$\sigma_{Bmax} = \gamma_c \cdot (\sigma_{1B} + \sigma_{2B} + \psi \cdot \sigma_{3B} + \sigma_{4B} + \sigma_{5B})$$

$$\sigma_{Bmax} = 1,11 (38,8 + 4,31 + 1,15 \cdot 46 + 9,57 + 12,48)$$

$$\sigma_{Bmax} = 137 \text{ N / mm}^2$$

$$\sigma_{Bmin} = \sigma_{1B} + \sigma_{2B} \quad \sigma_{Bmin} = 17 \text{ N / mm}^2$$

4.16 Bileşke Basma Gerilmesi

Burada gerilmeler bir eksenli olarak kabul edilir ve Biçim Değiştirme Enerjisi hipotezine göre toplanır. Bileşke gerilme,

$$\sigma_{VB} = (\sigma_{Bmax}^2 + 3 \cdot \tau_{top}^2)^{1/2} \quad \sigma_V = (137^2 + 3 \cdot 20^2)^{1/2}$$

$$\sigma_V = 129.755 \text{ N / mm}^2$$

olarak hesaplanır. Çizelge 4.6'dan emniyetli çekme gerilmesi $\sigma_{EM}=140 \text{ N / mm}^2$ dir. Dolayısıyla hesaplanan bileşke gerilme emniyet gerilme değerinden küçük olduğu için uygundur.

4.17 Dinamik Kontrol

Gezer köprülü vinçlerde κ negatif değer alamayacağından burada sadece dalgalı yükleme (sınır değer oranı $0 \leq \kappa \leq +1$) için gerekli formüller geçerlidir.

Hesabı yapılan örnekte kreyn grubu U5, çentik grubu K3 ve $\kappa=0$ (en kötü hal) için sürekli dinamik çekme gerilmesi,

Çizelge 4.6.a'dan $\sigma_{DEMK3}= 127 \text{ N / mm}^2$ olarak seçilir.

$$\sigma_{DzEMK3} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\sigma_{DEMK3}}{1 - \left(1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{\sigma_{DEMK3}}{0,75 \cdot R_m} \right) \cdot \kappa}$$

$$\sigma_{Dz(\kappa)EM} = \frac{5}{3} \cdot \frac{127}{1 - \left(1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{127}{0,75 \cdot 340} \right) \cdot \kappa}$$

$$\sigma_{Dz(\kappa)EM} = 180.9 \text{ N / mm}^2$$

olarak hesaplanır.

$\sigma_{Dz(\kappa)EM} = 180.9 \text{ N / mm}^2 > \sigma_V = 150.186 \text{ N / mm}^2$ olduğu için sistem emniyetlidir.

4.18 Yan Levhaların Buruşmaya Karşı Kontrolü

Yan levhaların buruşmaya karşı kontrolü yapılırken DIN 4114T1 normu esas alınmıştır. DIN 4114T1 normuna göre ideal buruşma gerilmesi (53) ifadesinden,

$$\sigma_{VPi} = \frac{\sigma_V}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{Pi}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{\max}}{\tau_{Pi}}\right)^2}}$$

olarak yazılır.

Levhadaki ideal flambaj (buruşma) normal gerilmesi, levhadaki Euler gerilmesinin buruşma katsayısı k_σ ile çarpılmasıyla bulunur.

$$\sigma_{Pi} = k_\sigma \sigma_e$$

Levhadaki flambaj için geçerli gerilme Euler gerilmesidir ve Euler gerilmesi formülü, malzemenin mekanik değerleri ve konstruksiyonu yapılan parçanın boyutları ile kurulacak olursa,

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_2}{h_2}\right)^2 \quad E=210000 \text{ N/mm}^2 \text{ ve } \nu=0.3 \text{ için } \sigma_e = 189800 \cdot \left(\frac{t_2}{h_2}\right)^2$$

$$\sigma_e = 4.745 \text{ N/mm}^2 \text{ olur.}$$

Normal buruşma katsayısı Ek-C'den $\kappa=-1$ değeri için $k_\sigma = 23.9$ seçilir.

Kayma buruşma katsayısı Ek-C'den

$$\alpha = \frac{L_{Pe}}{h_2} \quad \alpha = \frac{1.5}{1.2} = 1.25 \geq 1 \text{ olduğu için,}$$

$$k_\tau = 5.34 + \frac{4}{\alpha^2} \quad k_\tau = 5.34 + \frac{4}{1.25^2} \quad k_\tau = 7.9 \text{ olur.}$$

Levhadaki ideal flambaj normal gerilmesi,

$$\sigma_{Pi} = k_\sigma \sigma_e \quad \sigma_{Pi} = 23,9 \cdot 4.745 \quad \sigma_{Pi} = 112 \text{ N/mm}^2 \text{ olur.}$$

Levhadaki ideal flambaj kayma gerilmesi,

$$\tau_{Pi} = k_\tau \cdot \sigma_e \quad \tau_{Pi} = 7,9 \cdot 4.745 \quad \tau_{Pi} = 37.5 \text{ N/mm}^2 \text{ olur.}$$

İdeal buruşma gerilmesi,

$$\sigma_{VPI} = \frac{\sigma_V}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{PI}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{max}}{\tau_{PI}}\right)^2}}$$

$$\sigma_{VPI} = \frac{150,186}{\sqrt{\left(\frac{143,9}{112}\right)^2 + \left(\frac{24,82}{37,5}\right)^2}}$$

$\sigma_{VPI} = 104 \text{ N/mm}^2$ olarak bulunur.

4.19 Üst Levhanın Buruşmaya Karşı Kontrolü

Üst kuşak levhasındaki ideal flambaj gerilmesi $\kappa = +1$ için,

$$\sigma_{VPI} = \frac{\sigma_V}{\frac{\sigma_{max}}{2\sigma_{PI}} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2\sigma_{PI}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{max}}{\tau_{PI}}\right)^2}}$$

olur. Bu değer DIN 4114 T1'e göre seçilmiştir.

Ek-C'den Normal buruşma katsayısı,

$$k_{\sigma} = \frac{8,4}{1,1 + \kappa} \quad k_{\sigma} = \frac{8,4}{1,1 + 1} \quad k_{\sigma} = 3,818 \text{ olur.}$$

Ek-C'den kayma buruşma katsayısı,

$$k_{\tau H} = 5,34 + (4 / \alpha_H^2) \quad k_{\tau H} = 5,66 \text{ bulunur.}$$

Euler gerilmesi,

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_l}{b_H}\right)^2 \quad \sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot 210000}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} \cdot \left(\frac{10}{426}\right)^2 \quad \sigma_e = 104,6 \text{ N/mm}^2 \text{ dir.}$$

Üst levhadaki ideal flambaj normal gerilmesi,

$$\sigma_{PI} = k_{\sigma} \cdot \sigma_e \quad \sigma_{PI} = 3,818 \cdot 104,6 \quad \sigma_{PI} = 399,4 \text{ N/mm}^2 \text{ olur.}$$

Üst levhadaki ideal flambaj kayma gerilmesi,

$$\tau_{PI} = k_{\tau H} \sigma_e \quad \tau_{PI} = 5,66 \cdot 104,6 \quad \tau_{PI} = 592 \text{ N/mm}^2 \text{ olur.}$$

Üst kuşak levhasındaki ideal flambaj gerilmesi,

$$\sigma_{VPi} = \frac{150.186}{\frac{143.9}{2.399,4} + \sqrt{\left(\frac{143.9}{2.399,4}\right)^2 + \left(\frac{24,82}{592}\right)^2}}$$

$\sigma_{VPi} = 411.35 \text{ N/mm}^2$ olur.

Çizelge 4.8'den $\sigma_{VPi} = 411.35 \text{ N/mm}^2$ değeri için hakiki flambaj (buruşma) gerilmesi $\sigma_{VP} \approx 220 \text{ N/mm}^2$ dir. Dolayısıyla $\sigma_{VPi} = 411.35 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{VP} \approx 220 \text{ N/mm}^2$ olduğu için kiriş üst başlık levhasında buruşma tehlikesi yoktur.

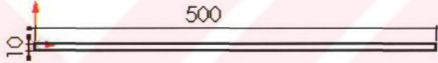
5. YAPILAN ÇALIŞMALAR

5.1. Kreyn Köprüsünün Katı Modellenmesi ve Katı Elemanların Gösterimi

Katı modellemesi yapılacak olan kreyn çift kirişli portal kreynidir. Katı modelleme yapılmadan önce hesapsal yöntemlerle kreyn köprüsünün boyutları belirlenmelidir. Bir çift kirişli kreyn köprüsü temel olarak a.) üst plaka, b.) alt plaka, c.) 2 adet yan levha, d.) perdeler olmak üzere 4 adet parçadan oluşmaktadır. Katı modelleme yapılırken SolidWorks katı model paket programı kullanılmıştır.

5.1.1. Üst plakanın katı modellemesi

İlk olarak Solidworks programında sketch açılmıştır ve üst plaka boyutları (500 x 10) çizilmiştir. Modellemede kullanılan ölçüler mm. (milimetre) dir.



Şekil 5.1 Üst plaka kesiti ve ölçüleri

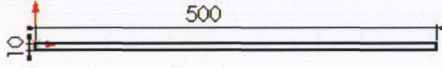
Daha sonra üst plaka boyunca (24200) ekstrude edilmiştir.



Şekil 5.2 Üst plaka katı modeli

5.1.2 Alt Plakanın Katı Modellemesi

İlk olarak Solidworks programında sketch açılmıştır ve alt plaka boyutları (500 x 10) çizilmiştir.



Şekil 5.3 Alt plaka kesiti ve ölçüleri

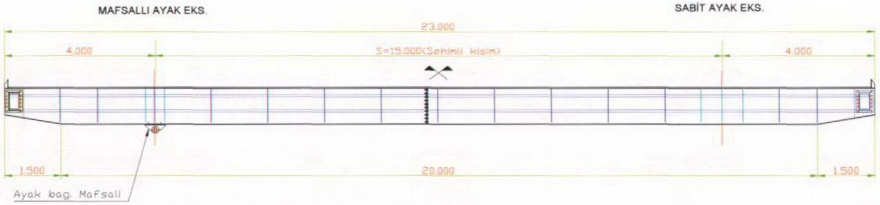
Daha sonra alt plaka boyunca (20000) ekstrude edilmiştir.



Şekil 5.4 Alt plaka katı modeli

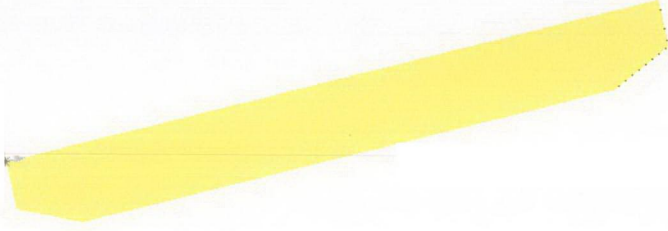
5.1.3. Yan levhanın katı modellemesi

İlk olarak Solidworks programında sketch açılmıştır ve yan levha ölçüleri ile modelleme yapılmıştır.



Şekil 5.5 Yan levha ölçüleri

Ölçüleriyle oluşturulan yan levha katı model oluşturulmak üzere 6mm ekstrude edildi.



Şekil 5.6 Yan levha katı modeli

5.1.4. Perdenin katı modellenmesi

Perde ölçüleri doğrultusunda sketch açılarak çizilir.



Şekil 5.7 Perde ölçüleri



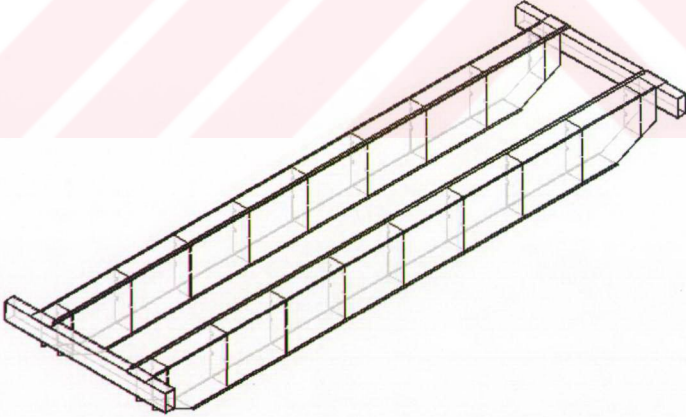
Şekil 5.8 Perde katı modeli

5.1.5. Kreyn köprüsünün katı modelinin gösterimi

Kreyn köprüsünü oluşturan her bir eleman katı model olarak çizildikten sonra montaj yapılarak kreyn köprüsü oluşturulur.



Şekil 5.9 Kreyn köprüsü katı modeli



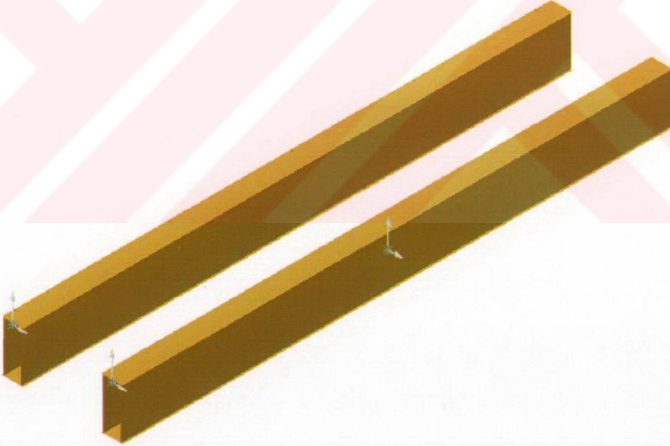
Şekil 5.10 Kreyn köprüsünün wireframe olarak gösterimi

5.2. Sonlu Elemanlar Metodunun Köprülü Kreyne Uygulanması

Kreyner yapı itibariyle katı model yapılarıdır. Sonlu elemanlar metoduyla analiz yapılırken ilk olarak akla gelen analizin tetra hedral elemanlarla yapılmasının uygun olacağıdır. Yalnız kreyni oluşturan elemanların boyutsal olarak yapıları gereği kuadratik eleman kullanmak daha uygundur. Çünkü kalınlıklarının boylarına oranı ($t / L < 1 / 20$)'den büyük olduğu için kreyin köprüsünün yüzey olarak modellenmesi ve analiz yaparken parçaların kalınlıklarının girilerek hesap yapılması daha sağlıklı bir sonuç verecektir.

5.2.1 Kreyinin yüzey modellemesi

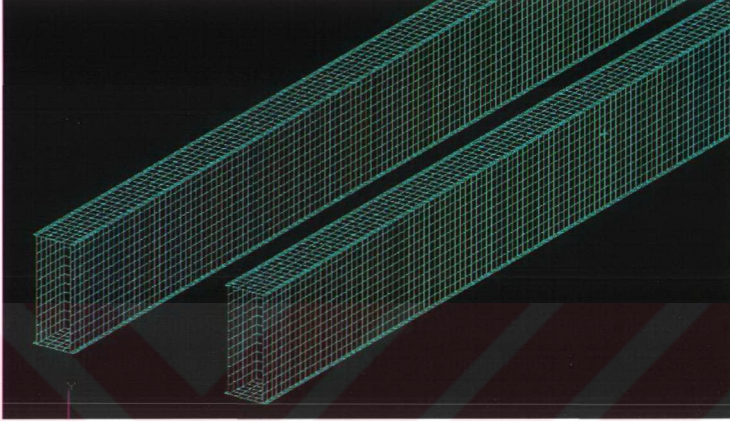
Kreyinin yüzey modeli oluşturulurken solidworks paket programı kullanılmıştır. Kullanılan bu programda yüzey tipi olarak ekstrude yüzey kullanılmıştır. Kreyinin iç kısmında bulunan perdelerde ekstrude yüzey kullanılmıştır. Daha sonra levhalar ve perdeler birleştirilmiştir ve komple yüzey modeli tamamlanmıştır.



Şekil 5.11 Kreyin köprüsü yüzey modeli

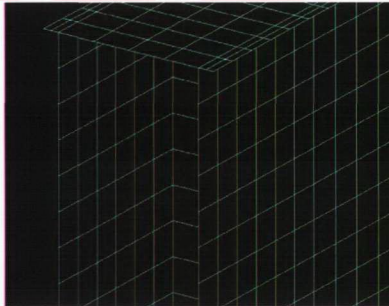
5.2.2 Kreyn yüzeyinde ağ (mesh) oluşturulması

Kreyn yüzey modeli MSC. Patran programında açılır. Sonlu elemanlar metoduyla analizin ilk safhası olarak yüzey modele ağ (mesh) oluşturulur.



Şekil 5.12 Yüzeyde ağ oluşturulması

Kreyn yüzeyinde ağ oluşturulurken dikkat edilmesi gereken en önemli nokta elemanların uç noktalarının birbiriyle çakışık olması gerekmektedir. Böylece sistemin sürekli olması sağlanmaktadır. Sistemin sürekli olması sistem çözümü ve alınacak sonuçların doğruluğu açısından önemlidir.



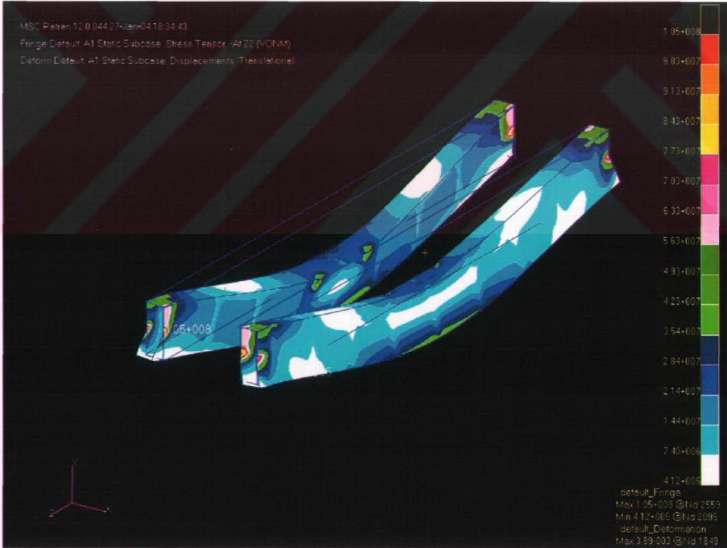
Şekil 5.13 Ağın detay görünüşü

5.2.3 Sınır değerlerinin modele uygulanması

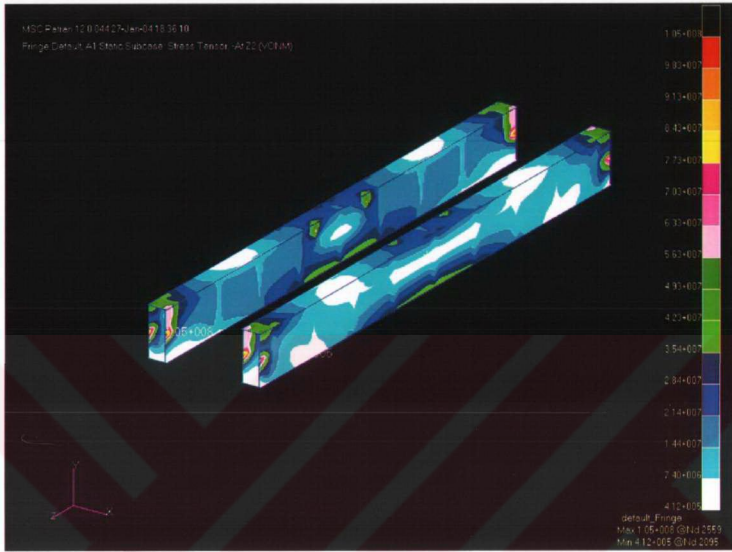
Köprü yüzeyine ağ oluşturulduktan sonra analiz yapılması için sınır değerlerin girilmesi gerekmektedir. Sistemimizde sınır değerler olarak uç noktalardan başlık ölçülerinde sabit kabul edilmiş ve kreyne etkileyen toplam yük kreyin açıklığının tam ortasında olacak şekilde (ray yüzeyi üzerinde) $F= 360000$ N olarak uygulanmıştır. Her bir köprüye gelen kuvvet $F=180000$ N olmaktadır. Bu yük araba tekerlek açıklığı boyunca iki noktadan uygulanmaktadır. Böylece her bir noktaya etkileyen yük $F= 90000$ N olacaktır. Yükün kreynin tam ortasında ve sabit olduğu kabul edilmiştir.

5.2.4 Gerilme sonuçları

MSC. Patran programında model için gerekli işlemler yapıldıktan sonra sistem çözdürülür. Gerilme değeri sonuçları ve görünümü Şekil 5.6, Şekil 5.7, Şekil 5.8, Şekil 5.9, Şekil 5.10 ve Şekil 5.11'de görülmektedir.



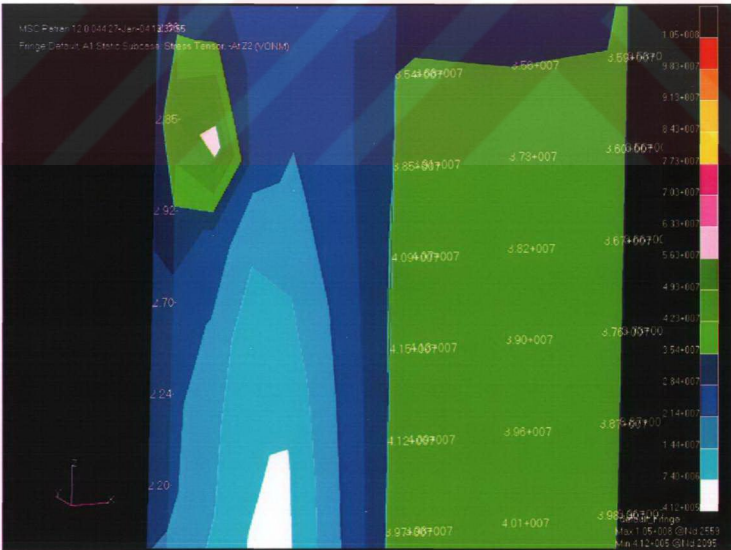
Şekil 5.14 Gerilme analizi sonuçları



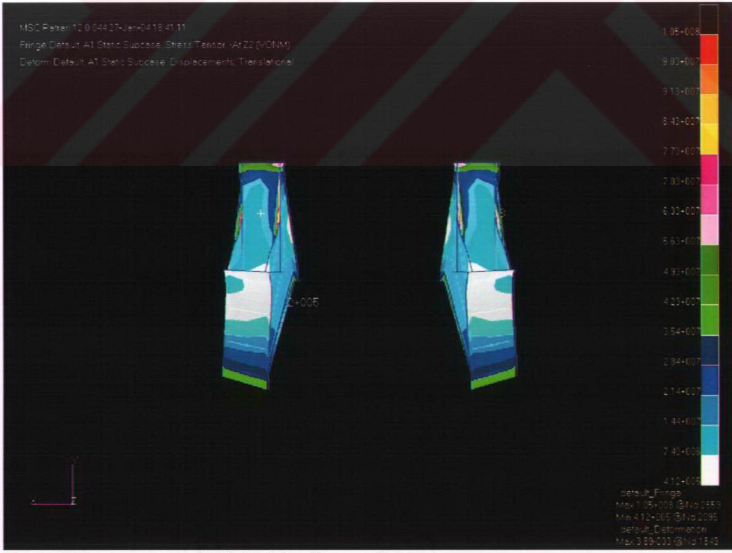
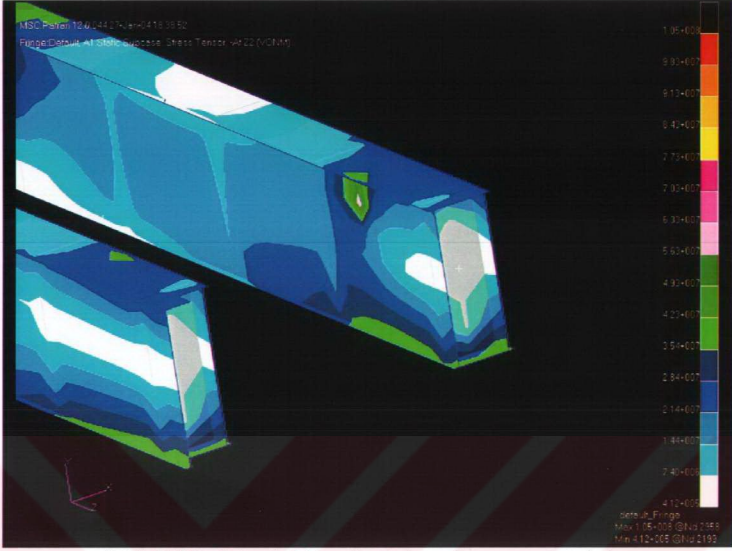
Şekil 5.15 Gerilme analizi sonuçları

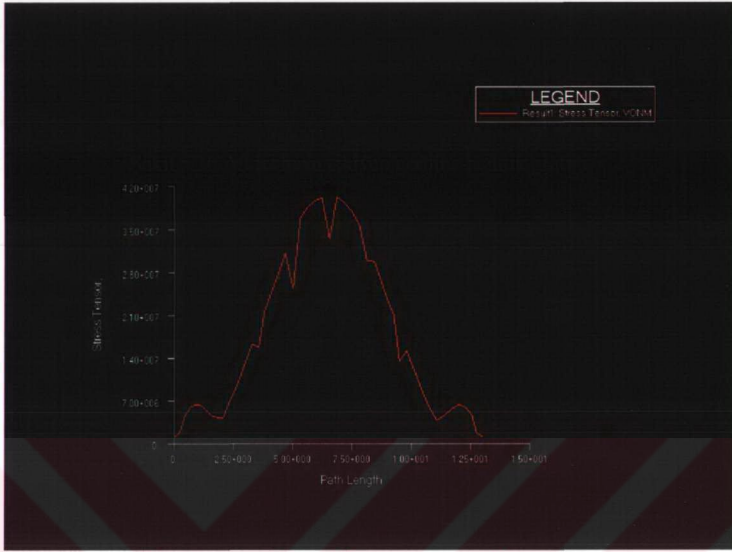


Şekil 5.16 Yan levhada oluşan gerilme değerleri



Şekil 5.17 Alt levhaya etkileyen gerilmelerin gösterimi





Şekil 5.20 Alt levhaya etkiyen gerilme-açıklık grafiği

6. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRMELER

Portal vinçlerde ve tavan vinçlerinde kirişler için açıklığın tam orta noktası teorik en zayıf nokta olarak karşımıza çıkmaktadır. Yaptığımız hesaplarda ve bilgisayar analizlerinde yüklenmeye bağlı olarak açıklığın orta noktasında maximum gerilme değerine ulaşıldığı görülmüştür. Kritik noktanın tam orta nokta olması kirişlerin bölünmesini gerektiren durumlarda (nakliye problemi gibi) önem kazanmaktadır. Mafsallı bağlantı yapılan durumlarda mafsalın açıklığın tam orta noktasına gelmemesine dikkat edilmelidir. Mafsalın tam ortaya geldiği durumlarda kaydırmalı bağlantı yapılmalı en azından her iki kirişinde tam orta noktasından bağlantı yapılmasına müsaade edilmemelidir.

KAYNAKLAR

Alkın C., (2004). Kreyn Köprülerinin Katı Modellemesi ve Sonlu Elemanlar Metoduyla Statik Analizi, *Yüksek Lisans Tezi*, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul

Alışverişçi M. ve Arf D., (1988). Kiriş hesapları, Cesan Teknik Yayınları, İstanbul.

Akin J.E., (1994). Finite Element Analyse and Design, Academic Press Limited, London.

Becker A.A., (1992). The Boundary Element Method in Engineering, McGraw-Hill Cambridge.

Beer G. and Watson J.O., (1994). Introduction to Finite and Boundary Element Method for Engineers, John Wiley.

Berg, D.V., (1982). Krane und kranbahnen berechnung, konstruktion, ausführung, B.G. Teubner Verlag, Stuttgart

Çeliktaş M., (1994). Examination of the motion resistance of bridge cranes, *Doktora Tezi*, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Demirsoy M., (2003). Dolu gövdeli köprülü kreyn ana kirişinin farklı yük konumlarındaki gerilme analizi, *TMMOB İletim Teknolojileri Kongre ve Sergisi*, İstanbul, 15-18 Ekim, s 89-97.

Demirsoy M., (1982). Kaldırma makineleri, Dokuz Eylül Üniv., İzmir

DIN-1055T4, (1993). Lastannahme im hochbau, verkehrslasten-windlast, Deutsche Norm, Germany.

DIN-1055T5, (1993). Lastannahme im hochbau, verkehrslasten-schneelast, Deutsche Norm, Germany.

DIN-15018 T1, (1993). Krane grundsätze für stahltragwerke berechnung, Deutsche Norm, Germany.

DIN 18 800 T3, (1993). Stahlbauten stabilitätsfälle, plattenbeulen, Deutsche Norm, Germany.

Eden J.F., (1976). Crane design theory and calculations of reliability, Israel University Press, Israel.

F.E.M., (1998). Rules For The Design Of Hoisting Appliances, Booklet 2 and Booklet 3, *Federation de la Manutention*

Huebner K. H., (1974). Stress Analysis and Much More, *Machine Design*,

Karakuş S. ve Alışverişi M., (2003). Köprülü vinçlerde kırılganlığa etki eden gerilmelerin incelenmesi, *TMMOB İletim Teknolojileri Kongre ve Sergisi*, İstanbul, 15-18 Ekim, s 245-252.

Kettil P. and Wilberg N.E., (2002). Application of 3D solid modeling and simulation programs to a bridge structure, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.

Knight C.E., (1993). The finite element method in mechanical design, PWS-KENT Publishing Company, Boston.

Krisnamachari S.L., (1993). Applied Stress Analysis of Plastics: A Mechanical Engineering Approach, Von Nostrand Reinhold, New York.

Kutay M.G., (1993). Gezerköprü Vinç Dolu Kiriş Hesapları, Almanya
McMahon C., Browne J., (1993). CAD/CAM from principles to practice, U.S.A.

Moaveni Saeed, (1999). Finite element analysis, Minnesota State Univ., Mankato.

Noboru Kikuchi, (1986). Finite element methods in mechanics, Cambridge Univ.Press.

Zeid I., (1991). CAD/CAM Theory and practice, U.S.A.

EKLER**EK- 1****Kutu kiriş imalatı: İç perde ve köşebentler**

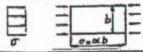
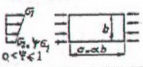
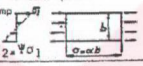
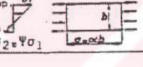

EK- 2

Cesna Vinç A.Ş. Çift kiriş çizelgesi

	B	h	S1	S2	Ry	Rx	e	r1	r2	U1	U2	Fm	Fo	Jx(cm-4)	Jy(cm-4)	Wx(cm ³)	Wy(cm ³)	M(mm)	Kesit(F) cm ²	ağırlık
DB 01	25	50	0,6	0,5	3	5	18	21,02	29,58	7,05	11,45	936,1	25	38.908	7.006	1.302	477	200	80	81
DB 02	25	50	0,6	0,6	3	5	17,8	21,43	29,17	7,2	11,2	931,04	30	41.157	7.812	1.397	539	0	90	84
DB 03	25	50	0,8	0,6	3	5	17,8	21,84	28,96	7,36	11,04	934,72	30	48.041	8.346	1.636	582	0	100	92
DB 04	30	60	0,6	0,5	3	5	23	25,96	34,64	9,32	14,18	1424,1	30	64.431	12.886	1.844	739	200	96	94
DB 05	30	60	0,6	0,6	3	5	22,8	26,39	34,21	9,5	13,9	1418,04	36	68.235	14.466	1.977	841	200	108	104
DB 06	30	60	0,8	0,6	3	5	22,8	26,81	33,99	9,68	13,72	1422,72	36	79.884	15.384	2.323	904	200	120	113
DB 07	30	60	1	0,6	3	5	22,8	27,18	33,82	9,84	13,56	1427,4	36	91.658	16.299	2.671	967	200	132	123
DB 08	37,5	75	0,6	0,5	3	5	30,5	33,4	42,2	12,83	18,17	2343,6	37,5	120.375	26.650	2.832	1.244	150-450	120	120
DB 09	37,5	75	0,6	0,6	3	5	30,3	33,84	41,76	13,04	17,86	2336,04	45	127.668	30.126	3.035	1.423	300	135	127
DB 10	37,5	75	0,8	0,5	3	5	30,5	33,92	41,88	13,08	17,92	2349,8	37,5	142.740	28.440	3.376	1.343		135	132
DB 11	37,5	75	1	0,5	3	5	30,5	34,36	41,64	13,29	17,71	2356	37,5	165.292	30.224	3.923	1.442		150	143
DB 12	37,5	90	0,6	0,5	3	5	30,5	40,59	50,01	13,08	17,92	2808,6	45	183.055	30.286	3.639	1.431	175-550	135	133
DB 13	37,5	90	0,8	0,5	3	5	30,5	41,1	49,7	13,29	17,71	2814,8	45	214.943	32.070	4.290	1.530	175-550	150	144
DB 14	37,5	90	1	0,5	3	5	30,5	41,54	49,46	13,46	17,54	2821	45	247.060	33.84	4.945	1.628	175-550	165	156
DB 15	50	100	0,8	0,5	3	5	43	46,38	54,42	19,1	24,4	4384,8	50	324.435	70.743	5.918	2.558	175-600	180	171
DB 16	50	100	0,8	0,6	3	5	42,8	46,75	54,05	19,29	24,11	4374,72	60	341.395	79.952	6.270	2.917	175-600	200	186
DB 17	50	100	1	0,5	3	5	43	46,84	54,16	19,33	24,17	4393,5	50	376.837	74.948	6.894	2.734	175-600	200	186
DB 18	50	120	0,8	0,5	3	5	43	56,05	64,75	19,33	24,17	5254,8	60	490.026	80.243	7.522	2.927	175-600	200	188
DB 19	50	120	0,8	0,6	3	5	42,8	56,49	64,31	19,52	23,88	5242,72	72	519.234	91.290	8.024	3.359	175-600	224	207
DB 20	50	120	1	0,6	3	5	42,8	56,88	64,12	19,68	23,72	5251,4	72	594.045	95.481	9.193	3.534	175-600	244	223
DB 21	50	120	1,2	0,6	3	5	42,8	57,23	63,97	19,82	23,58	5260,08	72	669.308	99.668	10.365	3.708	175-600	264	238
DB 22	60	150	0,8	0,6	3	5	52,8	71,42	79,38	24,48	28,92	8052,72	90	968.301	167.505	12.136	5.199	230-650-1050	276	258
DB 23	60	150	1	0,6	3	5	52,8	71,81	79,19	24,65	28,75	8063,4	90	1.107.355	174.734	13.896	5.451	230-650-1050	300	277
DB 24	60	150	1	0,8	3	5	52,4	72,4	78,6	24,87	28,33	8033,2	120	1.220.541	216.212	15.430	6.815	300-900	360	319
DB 25	60	150	1	1	3	5	52	72,83	78,17	25,01	27,99	8003	150	1.333.538	257.046	16.951	8.163	300-900	420	366

EK 3

Yan ve üst levha için buruşma katsayıları

No.	CASE	$\alpha = \frac{h}{D}$	K_G or K_T
1	Simple uniform compression 	$\alpha \geq 1$ $\alpha \leq 1$	$K_G = 4$ $K_G = (\alpha + \frac{1}{\alpha})^2$
2	Non-uniform compression 	$\alpha \geq 1$ $\alpha \leq 1$	$K_G = \frac{8,4}{\Psi + 1,1}$ $K_G = (\alpha + \frac{1}{\alpha})^2 \cdot \frac{2,1}{\Psi + 1,1}$
3	Pure bending $\Psi = -1$ or bending with tension preponderant $\Psi < -1$ 	$\alpha \geq \frac{2}{3}$ $\alpha \leq \frac{2}{3}$	$K_G = 23,9$ $K_G = 15,87 + \frac{1,87}{\alpha^2} + 8,6 \alpha^2$
4	Bending with compression preponderant $-1 < \Psi < 0$ 		$K_G = (1 + \Psi) K' - \Psi K'' + 10 \Psi (1 + \Psi)$ where: K' = value of K_G for $\Psi = 0$ in case no. 2 K'' = value of K_G for pure bending (case no. 3)
5	Pure shear 	$\alpha \geq 1$ $\alpha \leq 1$	$K_T = 5,34 + \frac{4}{\alpha^2}$ $K_T = 4 + \frac{5,34}{\alpha^2}$

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	04.05.1979	
Doğum yeri	İzmir	
Lise	1994-1997	Özel Türk Fen Lisesi
Lisans	1997-2001	Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fak. Makine Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans Enstitüsü	2001-2005	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Makine Müh. Anabilim Dalı, Konstrüksiyon Programı

Çalıştığı kurum(lar)

2001- Devam ediyor Cesan Elektrikli Vinç A.Ş.