

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DİŞLİ SİSTEMLERİNİN TİTREŞİMLERİNİN
İNCELENMESİ

Mak. Müh. M. Yavuz KONUCUK

YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

F.B.E Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Konstrüksiyon Programında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı

: Yrd. Doç Dr. Rahmi GÜÇLÜ

Prof. Nevatî TAHRALİ

İSTANBUL, 2002

128628

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	iii
KISALTIMA LİSTESİ.....	v
ŞEKİL LİSTESİ.....	vi
ÖNSÖZ.....	viii
ÖZET.....	ix
ABSTRACT.....	x
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Bu Konu Üzerine Daha Önce Yapılmış Çalışmalar.....	1
1.2 Bu Çalışmanın Amacı ve Aşamaları.....	2
2. MEKANİK SİSTEM ELEMANLARININ MODELLENMESİ.....	4
2.1 Modelleme.....	4
2.1.1 Öteleme hareketi.....	4
2.1.2 Dönel hareket.....	5
2.2 Dişli Takımlar.....	7
2.3 Diferansiyel Denklemler.....	8
2.3.1 Adi doğrusal diferansiyel denklemler.....	8
2.3.2 Doğrusal olmayan diferansiyel denklemler.....	8
2.3.3 Birinci mertebeden diferansiyel denklemler: Durum denklemleri.....	8
2.4 Blok Diyagramları.....	9
2.4.1 Kontrol sistemlerinin blok diyagramları.....	10
2.5 Kontrol Sistemlerinde Doğru Akım Motorları.....	13
2.5.1 Doğru akım motorlarının temel çalışma prensipleri.....	13
2.5.2 Kalıcı mıknatıslı doğru akım motorlarının matematiksel modeli.....	14
2.5.3 Bir doğru akım motorunun moment-hız eğrileri.....	17
3. MATLAB SIMULINK.....	19
3.1 Uygulama Araç Kutuları (Toolbox).....	20
3.2 Simulinkteki Yeni Özellikler.....	21
3.3 Simulink'in Çalıştırılması.....	21
3.3.1 Yeni bir modelin oluşturulması.....	22
3.3.2 Mevcut bir modelin düzenlenmesi.....	22
3.3.3 Simulink komutlarının girilmesi.....	23
3.4 Simulink Pencereleeri.....	23
3.5 Bloklar.....	23
3.6 Kütüphaneler.....	24
3.6.1 Terminoloji.....	24

4.	OTOMATİK KONTROL SİSTEMLERİ	25
4.1	Giriş.....	25
4.1.1	Tasarım kriterleri.....	25
4.1.2	Kontrolcü yapıları.....	27
4.1.3	Tasarımın temel ilkeleri.....	30
4.2	Kontrol Sistemleri	31
4.2.1	Orantı kontrol ve orantı tipi kontrol sistemi (P-Kontrol).....	31
4.2.2	İntegral kontrol ve kontrol sistemi (I-Kontrol).....	32
4.2.3	Türev kontrol ve kontrol sistemi (D-Kontrol).....	33
4.2.4	Orantı, integral kontrol ve kontrol sistemi (PI-Kontrol).....	34
4.2.5	Orantı, türev kontrol ve kontrol sistemi (PD-Kontrol).....	35
4.2.6	Orantı, integral, türev kontrol ve kontrol sistemi (PID-Kontrol).....	36
4.2.6.1	PID kontrolün belli başlı temel özellikleri	37
4.2.7	Sürekli titreşim metodu	39
4.3	Doğrusal Geribeslemeli Sistemlerin Kararlılığı	41
4.3.1	Karmaşık düzlemde kararlılık çözümlemesi	43
4.3.2	Routh-Hurwitz kararlılık ölçütü	45
4.3.3	Bağıl kararlılık.....	45
4.3.4	Routh-Hurwitz ölçütünün kontrol sistemlerinde uygulanması	46
4.4	Frekans Cevabı	46
4.4.1	Kapalı çevrimli sistemin frekans cevabı	48
4.4.2	Logaritmik eğriler veya Bode diyagramları	49
4.4.3	Frekans tanım bölgesi kriterleri.....	50
5.	DİŞLİ SİSTEMLERİNİN DİNAMİK MODELLENMESİ	52
5.1	Dinamik Modelin Oluşturulması.....	52
5.1.1	1.Model : Dişli modeli.....	57
5.1.2	2.Model : Millerin dahil edildiği dişli modeli	61
5.1.3	3.Model : Mil ve yatakların dahil edildiği dişli modeli.....	65
5.1.4	4.Model : Tam dişli modeli (Millerin, yatakların, motor ve makine kütlelerinin dahil edildiği dişli modeli)	73
6.	4. MODELDEKİ DİŞLİ SİSTEMİNE KONTROL UYGULAMASI.....	80
6.1	P-Kontrol	81
6.2	PD-Kontrol	83
6.3	PID-Kontrol.....	85
6.4	Kontrolcülerin Karşılaştırılması.....	86
7.	SONUÇLAR	89
	KAYNAKLAR.....	90
	EKLER.....	94
	Ek 1 1. modelin parametreleri ve simulinkte hazırlanmış blok seması :.....	95
	Ek 2 2. modelin parametreleri ve simulinkte hazırlanmış blok seması:.....	96
	Ek 3 3. modelin parametreleri ve simulinkte hazırlanmış blok seması:.....	97
	Ek 4 4. modelin parametreleri ve simulinkte hazırlanmış blok seması:.....	98
	ÖZGEÇMİŞ	106

SİMGE LİSTESİ

ϕ	Hava aralığı aksı
θ_1	Pinyon (1.dişli) açısal yer değişimi
θ_2	Dişli çark (2.dişli) açısal yer değişimi
θ_D	Motorun açısal yer değişimi
θ_L	Makinenin açısal yer değişimi
$\theta_m(t)$	Rotor açısal konumu
B	Motorun indirgenmiş sürtünme katsayısı
B_m	Motorun Viskoz sürtünme katsayısı
BG	Bant genişliği
c_1	1.yatağın sönüm sabiti
c_2	2.yatağın sönüm sabiti
cb_1	1.milin sönüm sabiti
cb_2	2.milin sönüm sabiti
c_m	Diş çiftinin sönüm sabiti
dt	Örnekleme zamanı
e	Diş boşluğundan kaynaklanan hata
$e_a(t)$	Uygulanan gerilim
$e_b(t)$	Zıt elektromotor gerilimi
E_d	Sönüm terimi
E_k	Kinetik enerji
E_p	Potansiyel enerji
f	Doğal frekans
h	Adım büyüklüğü
$\dot{I}_a(t)$	Armatür akımı
J_1	Pinyon (1.dişli) kütle atalet momenti
J_2	Dişli çark (2.dişli) kütle atalet momenti
J_D	Motorun kütle atalet momenti
J_L	Makinenin kütle atalet momenti
J_m	Motor kütle atalet momenti
K	Orantı kontrol katsayısı
k_1	1.yatağın yay sabiti
k_2	2.yatağın yay sabiti
K_b	Zıt elektromotor sabiti
kb_1	1.milin yay sabiti
kb_2	2.milin yay sabiti
K_d	Türev kontrol katsayısı
(K_d)	Motor katsayısı
K_i	İntegral kontrol katsayısı
(K_i)	Moment sabiti
k_m	Diş çiftinin yay sabiti
L_a	Armatür endüktansı
$ M(jw) $	Kesme oranı
m_1	Pinyon (1. dişli) kütlesi
m_2	Dişli çark (2. dişli) kütlesi
M_r	Rezonans tepesi
n	Örnekleme adımı
r_1	1. Dişlinin temel dairesi yarıçapı
r_2	2. Dişlinin temel dairesi yarıçapı
R_a	Armatür direnci

T_D	Motor momenti
T_L	Makine momenti
t_f	Simülasyon bitiş zamanı
t_i	Simülasyon başlama zamanı
t_{od}	Türev kontrol katsayısı
t_{oi}	İntegral kontrol katsayısı
t_s	Adım zamanı
V	Motora uygulanan gerilim
w	Doğal frekans
$w_m(t)$	Rotor açısal hızı
w_r	Rezonans frekansı
y_1	1.Yatağın düşey yer değişimi
y_2	2.Yatağın düşey yer değişimi



KISALTMA LİSTESİ

DA	Doğru Akım
GUI	Grafic User Interface (Grafik kullanıcı arabirimi)
P	Proportional Control (Orantı kontrol)
PD	Proportional and Derivative Control (Orantı ve türev kontrol)
PI	Proportional and Integral Control (Orantı ve integral kontrol)
PID	Proportional, Integral and Derivative Control (Orantı, integral ve türev kontrol)



ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Kuvvet-kütle sistemi.	5
Şekil 2.2 Kuvvet-yay sistemi.	5
Şekil 2.3 Moment-atalet sistemi.	6
Şekil 2.4 Moment-burulma yayı sistemi.	7
Şekil 2.5 Dişli takımı.	8
Şekil 2.6 (a) Bir DA motor kontrol sisteminin blok diyagramı. (b) Transfer fonksiyonlu ve kuvvetlendirici karakteristikli blok diyagramı.	9
Şekil 2.7 Kontrol sistemlerindeki örneksel algılayıcı düzenlere ilişkin blok diyagramı örnekleri:(a)Fark alma, (b)Toplama, (c)Toplama ve fark alma, (d) Çarpma. ..	11
Şekil 2.8 Geribeslemeli kontrol sisteminin temel blok diyagramı.	12
Şekil 2.9 Bir doğru akım motorunda moment üretimi.	14
Şekil 2.10 Bir hareketli sargılı doğru akım motorunun yan kesit görünümü. Kuo (1995)	15
Şekil 2.11 Serbest uyarmalı bir doğru akım motorunun modeli.	15
Şekil 2.12 Bir doğru akım motorunun örneksel moment-hız eğrileri. Kuo (1995).....	17
Şekil 3.1 Simulink kütüphane tarayıcı.	22
Şekil 3.2 Simulink model penceresi.	23
Şekil 3.3 Kopyalama işlemi.	24
Şekil 4.1 Kontrol edilen sistem (proses).	25
Şekil 4.2 Kontrol sistem kompanzasyonunda çeşitli kontrolcü yapıları.	29
Şekil 4.3 Orantı + integral (PI) kontrolü. Yüksel (1997)	34
Şekil 4.4 Orantı + türev (PD) kontrolü. Yüksel (1997).....	35
Şekil 4.5 PID kontrol.....	36
Şekil 4.6 Parametre değişimleri. Yüksel (1997)	38
Şekil 4.7 Kontrol sistemlerinin karşılaştırılması. Yüksel (1997).....	39
Şekil 4.8 Çeşitli cevap eğrileri. Yüksel (1997)	40
Şekil 4.9 Denge durumları.	41
Şekil 4.10 Köklerin s-düzlemindeki yerlerine bağlı olarak değişen çeşitli ani darbe cevap eğrileri, Yüksel (1997).....	44
Şekil 4.11 Bir ideal alçak geçiren filtrenin genlik-faz karakteristiği. Kuo (1995).....	49
Şekil 4.12 Geribeslemeli bir kontrol sisteminin örneksel bir genlik-faz karakteristiği. Kuo (1995).....	50
Şekil 5.1 Kavrama durumunda dişli çifti geometrisi.....	52
Şekil 5.2 Kavramadaki dişlilerin dinamik modeli.....	53
Şekil 5.3 Diş profil hatası.....	54
Şekil 5.4 Dişli modeli.....	57
Şekil 5.5 1. Modelde dişlilerin rölatif açısasal yer değişimi ve ivmesi.	60
Şekil 5.6 1. Modelde dişlilerin rölatif açısasal yer değişim ve ivmesinin frekans cevapları.	60
Şekil 5.7 Millerin dahil edildiği dişli modeli.	61
Şekil 5.8 2. Modelde dişlilerin rölatif açısasal yer değişimi ve ivmesi.	64
Şekil 5.9 2. Modelde dişlilerin rölatif açısasal yer değişim ve ivmesinin frekans cevapları.	64
Şekil 5.10 Mil ve yatakların dahil edildiği dişli modeli.....	65
Şekil 5.11 3. Modelde dişlilerin rölatif açısasal yer değişimi ve ivmesi.	69
Şekil 5.12 3. Modelde dişlilerin rölatif açısasal yer değişim ve ivmesinin frekans cevapları....	70
Şekil 5.13 3. Modelde yataklara ait yer değişimleri	70
Şekil 5.14 3. Modelde yatakların yer değişiminin frekans cevapları.	71
Şekil 5.15 3. Modelde yataklara ait ivme değerleri.....	71
Şekil 5.16 3. Modelde yatakların ivmelerinin frekans cevapları.....	72
Şekil 5.17 Tam dişli modeli.	73
Şekil 5.18 4. Modelde dişlilerin rölatif açısasal yer değişimi ve ivmesi.	79

Şekil 5.19 4. Modelde dişlilerin rölatif açısal yer değişim ve ivmesinin frekans cevapları....	79
Şekil 6.1 T_u kontrol momentinin 4. modele uygulanması.....	80
Şekil 6.2 P-kontrolcü momenti.	81
Şekil 6.3 P-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açısal yer değişimi ve ivmeleri.	82
Şekil 6.4 P-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açısal yer değişim ve ivmelerinin frekans cevapları.	82
Şekil 6.5 PD kontrolcü momenti.	83
Şekil 6.6 PD-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açısal yer değişimi ve ivmeleri.	84
Şekil 6.7 PD-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açısal yer değişim ve ivmelerinin frekans cevapları.	84
Şekil 6.8 PID kontrolcü momenti.....	85
Şekil 6.9 PID-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açısal yer değişimi ve ivmeleri.	85
Şekil 6.10 PID-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açısal yer değişim ve ivmelerinin frekans cevapları.....	86
Şekil 6.11 Kontrolcüsüz ve kontrolcülü açısal yer değişimlerinin karşılaştırılması.	87
Şekil 6.12 Kontrolcüsüz ve kontrolcülü açısal ivme değişimlerinin karşılaştırılması.	87
Şekil 6.13 Kontrolcüsüz ve kontrolcülü açısal yer değişimlerinin frekans cevapları.	88
Şekil 6.14 Kontrolcüsüz ve kontrolcülü açısal ivme değişimlerinin frekans cevapları.	88



ÖNSÖZ

Dişli sistemlerinin yapıları , dinamik davranışları , titreşimleri birçok uzman tarafından araştırılmıştır ve bu titreşimlerin kontrol edilesi için farklı yöntemler geliştirilmiştir. Bu çalışmada, en basit model olarak, bir dişli çiftinden başlayarak birbirinden farklı dört ayrı model hazırlanmıştır. Bu modellerin her birinin titreşim karakteristiği incelenmiş ve en gelişmiş model olan, 4. modele farklı kontrol yöntemleri uygulanarak, en uygun yöntemin hangisi olduğu araştırılmıştır.

Bu çalışmanın başlangıcından itibaren, her konuda bana yardımcı olan, değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Rahmi GÜÇLÜ'ye, Doç. Dr. İsmail Yüksek'e, Mak. Müh. Gökhan Veli ATEŞ'e, YTÜ İnşaat bölümündeki asistan arkadaşlarıma ve aileme, tüm yardımları ve destekleri için çok teşekkür ederim.



ÖZET

Bu çalışmanın amacı, bir dişli çiftinin bilgisayarda modellenmesi ve titreşimlerinin incelenerek, bu titreşimlerin kontrol edilmesidir. Bu amaçla, modelleme ve kontrol aşamalarında Matlab Simulink programı kullanılmıştır.

Temel çalışma olarak iki serbestlik dereceli kütle yay sistemi örnek alınarak, bu sistemin hareket denklemleri kullanılarak bir model oluşturulmuş ve bu sistemin titreşim analizi yapılmıştır. Daha sonra bu sistemin titreşimlerinin kontrol edilebilmesi için, hazırlanan model geliştirilerek, sisteme PID kontrolü uygulanmıştır. İstenen sonuçlar elde edildiğinden dişli sisteminin modellenmesine geçilmiştir.

Bu hazırlık çalışmasından sonra ilk aşama olarak, basit bir dişli çifti için hareket denklemleri çıkartılmıştır. Bu denklemler yardımıyla bilgisayarda Simulink programı kullanılarak bir model oluşturulmuştur. Dişli çifti için gerekli parametreler belirlenmiş ve dişlilerin çalışma durumunda yaptıkları titreşim hareketi incelenmiştir.

İkinci aşamada, basit dişli çiftine, dişlilerle beraber çalışan miller eklenerek, sistem geliştirilmiştir. Bu yeni duruma uygun hareket denklemleri çıkartılarak, sistem tekrar modellenmiştir. Millerin burulma yay katsayısı ve sönüm katsayısı da parametrelere eklenerek sistemin titreşim analizi yapılmıştır.

Üçüncü aşamada, millerin yataklanması yapılarak ikinci aşamada oluşturulan model daha da geliştirilmiş, bu yeni duruma göre belirlenen hareket denklemleri ve parametrelerle sistem bir kez daha çalıştırılmış ve sistemin titreşim değerlerindeki değişimler gözlenmiştir.

Son aşamada, üçüncü aşamada hazırlanan model, tüm sistemi hareket ettirecek bir motora ve dişli sisteminin hareketi ileteceği bir makineye bağlanmasıyla daha da geliştirilerek son halini almıştır. Bu modelde diğerlerinden farklı olarak, titreşim analizi yapıldıktan sonra sisteme bağlı olan motora, titreşimlerin kontrol edilmesi amacıyla, PID kontrolcü kullanılarak moment kontrolü uygulanmıştır.

Sonuç olarak, bu çalışma bir dişli çiftinin farklı çalışma durumlarında yaptığı titreşimlerin incelenmesidir. Her aşama için hazırlanan modeller, elde edilen denklemler ve belirlenen parametrelerle elde edilen titreşim değerleri ve kontrolü çalışma içerisinde sunulmuştur.

Anahtar kelimeler: Dişli, düz dişli çifti, modelleme, titreşim, analiz, kontrol.

ABSTRACT

The main purpose of this study is, modelling a spur gear pair, studying the vibrations and controlling them with an appropriate control method. For this purpose Simulink is used in modelling and control stages.

As a pre-study, a two degree of freedom model which includes a mass and a spring is used as an example, a model is prepared with the use of this systems equations of motion and vibration analysis for the system is done. As the next step, to control the vibrations of this system, PID control is used and since the results were satisfactory, we started modelling the gear pair.

After the pre-study, the first step was, getting the equations of motion for a simple gear pair. A new model was prepared, using these equations, on a computer. Parameters for the gear pair is obtained from different references and the vibrations of the gear pair in motion was studied.

As the second step, the shafts working with the gears were added to the model. For the new system, the new equations of motion were used and a new model was prepared. The torsion coefficients and the damping coefficients for the shafts were added to the parameters and vibration analysis was performed.

On the third step, the bearings for the shafts were added to the model that we had worked on in the second step. Similar to the previous steps, the equations of motion and parameters were modified for the new situation and vibration analysis was performed.

A machine which would be driven by a DC motor were added to the system that we had on the third step. We performed vibration analysis to the model which has six-degree of freedom and different from the other models, torque control to the DC motor.

In conclusion, this study is the vibration analysis of a gear pair on different situations. The models, equations, parameter and vibration results for every step are given in this document.

Keywords: Gear, spur gear pair, modelling, vibration, analysis, control.

1. GİRİŞ

Dişli dizileri genellikle hareketi sağlayan momenti arttırmak ya da hareketi bir milden diğerine aktarmak için birbirinden farklı birçok sistemde kullanılırlar. Ancak, eş çalışan dişler arasındaki diş boşluğu, darbe etkisine, düzensiz çalışan bir sisteme, istenmeyen titreşimlere ve gürültüye neden olur. Diş boşluğunun neden olduğu bu belirsizlik, hareketin sürekliliğini azaltır ve istenen sonuçların elde edilmesini zorlaştırır.

Teoride, dişli çiftinin arasındaki diş boşluğunun sıfır olması gerekir. Ancak, pratikte imalat toleransları ve montaj hataları nedeniyle, diş boşluğu göz ardı edilemez. Ayrıca, çalışma sırasında dişlerin kilitlememesi için diş boşluğu gereklidir. Bu nedenlerden dolayı çeşitli yöntemlerle diş boşluğu en düşük düzeye indirilir. Bu yöntemler, diş boşluğu değerinin azaltılmasını sağlasa da üretim maliyetleri yüksektir ve istenen sonuçların elde edilmesi zordur.

Dişli mekanizmalarının kullanım alanı çok geniş olduğundan ve hatasız üretim hedeflendiğinden, çeşitli sebeplerden kaynaklanan bu hataların minimum değerlere çekilmesi çok önemlidir. Bu çalışmada, diş boşluğu da göz önüne alınarak modellenen bir dişli çiftinin, çeşitli modellerde yaptığı titreşimler incelenecek ve uygun bir kontrol yöntemiyle bu titreşimler kontrol edilmeye çalışılacaktır.

1.1 Bu Konu Üzerine Daha Önce Yapılmış Çalışmalar

Düz dişlilerin hareketlerinin dinamik analizi birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir (Remmers, (1971); Tobe ve Takatsu, (1973); Rebecchi ve Crisp, (1981); Baghbat vd. (1983); Özgüven ve Houser, (1988); Comparin ve Singh, (1989); Singh vd. (1989); Kahraman ve Singh, (1990); Kahraman ve Singh (1991); Özgüven ve Şener (1993); Cai ve Hayashi (1994); Shing (1994); Güçlü (1996); Amabili ve Fregolent (1998); Nadolski ve Pielorz (2001); Parker vd. (2000); Theodossiades ve Natsiavas (2001)). Literatür taramasında, bu çalışmalardan bazılarının, diş boşluğu ve toleransların, mekanik sistemlerin üzerindeki dinamik etkilerinin incelenmesiyle ilgili olduğu görülmüştür. Hunt ve Crossley (1975), Herbert ve McWhannell (1977) ve Lee ve Wang (1983), hareket mekanizmalarında darbe ve sönüm etkilerini incelemişlerdir. Goodman (1963) diş boşluğunun, bir mekanizma üzerindeki dinamik etkilerini hesaplayabilmek için bir yöntem geliştirmiştir. Dubowsky ve Freudenstein (1971) toleransları içeren çizgisel bir dinamik model hazırlamışlardır. Bu modelin geliştirilmesiyle, Azar ve Crossley (1977) bilgisayar simülasyonları ve deneysel verilerle, diş boşluğu dikkate alınarak, düz dişli sisteminin dinamik davranışını incelemişlerdir. Azar ve Crossley'in çizgisel

modelinden farklı olarak, Yang ve Sun (1985) diş boşluğu olan düz dişli sistemi için dairesel bir model geliştirmişlerdir. Ayrıca, beraber çalışan bir dişli çifti için yay katsayısı ve sönüm faktörünü belirlemek için, bir analitik metod sunmuşlardır.

Basit dişli çifti üzerindeki, diş boşluğu ve ani darbe etkilerinin modellenmesi üzerine yoğunlaşmış olan bu çalışmalar, gerçek zamanlı kontrol yapılması için fazla karmaşıklardır. Bu tür bir kontrolün yapılabilmesi için modelin daha detaylı hazırlanması ve parametrelerinin de daha iyi belirlenmesi gereklidir. Bu amaçla da birçok çalışma yapılmıştır (Timoshenko ve Baud (1926); O'Donnel, (1960); Matsuz vd. (1969); Elkholy, (1985); Yang ve Sun, (1985); Tavakoli ve Houser, (1986); Yang ve Lin,(1987)).

Diş boşluğu bulunan dişli sistemlerinin kontrol yöntemleri, birçok farklı açıdan değerlendirilmiştir. Bir yaklaşım, motor ve yük bölümlerine sensörler koyarak, hareketin düzgünlüğünün artırılmasıdır. "Tanımlayıcı fonksiyon" metodunun kullanılması diğer bir yöntemdir (Slotine ve Li, (1991)). Tao ve Kokotovic (1993a;1993b) uyum sağlayabilen kontrol stratejileri önermişlerdir. Ancak, bu yöntemlerin ya limitleri vardır ya da diş boşluğu olan, lineer hale dönüştürülebilen sistemlere uygulanabilirler.

Ackermann ve Muller (1986), kontrolcü dizaynlarında hem diş boşluğu hem de sürtünmeyi dikkate almışlardır. Diş boşluğunu, lineer olmayan ayrı bir eleman olarak almış, sürtünmeyi sabit kabul etmişlerdir. Daha sonra, Schafer ve Brandenburg (1991) ayrık model kullanarak ve "tanımlayıcı fonksiyon" yardımıyla stabilite analizi yaparak, bu problem için karmaşık kontrol metodu önermişlerdir.

Dişli çiftinin modellenmesi dışında, motor, makine, miller ve yataklardan oluşan dişli sistemlerinin modellenmesi ve titreşim analizleri üzerine de detaylı çalışmalar yapılmıştır. Ayrıca dişli dizilerinin dinamik davranışları da incelenmiştir (İida vd. (1980,1986); Kumar vd. (1985); Lin vd. (1988a,b); Umezawa vd. (1986); Özgüven (1991)).

1.2 Bu Çalışmanın Amacı ve Aşamaları

Dişli sistemlerinde, diş boşluğu ihmal edilemediğinden, araştırmacılar diş boşluğunun etkilerini azaltmak için çeşitli yöntemler denemişlerdir. Mekanizmaların yeniden dizaynı, bu yaklaşımlardan bir tanesidir. Örnek olarak, diş boşluğunun hiç oluşmaması için gereksiz kuvvetler uygulanmasını önerilmiştir. Bir diğer yaklaşım, kontrol mühendisleri tarafından benimsenmiş, gelişmiş lineer olmayan kontrol metotlarının uygulanmasıdır. Bu çalışmada, diş boşluğu da göz önüne alınarak, bir dişli sistemi modellenmiş, bu model geliştirilmiş ve

sisteme hareket sağlayan motor üzerine moment kontrolü uygulanarak, tüm sistem kontrol edilmiştir.

İlk aşamada bir dişli çiftinin dinamik modeli temel alınarak hazırlanmıştır. Bu modelin hareket denklemleri çıkartılmıştır. Matlab Simulink (Yüksel (2000)) kullanılarak dişli çifti modellenmiş ve çeşitli parametreler için sistemin verdiği dinamik cevaplar incelenerek, sistem için en uygun parametreler belirlenmiştir. Tüm bu çalışmalardan sonra bu basit dişli çiftinin titreşim analizi yapılmıştır.

Daha sonra basit dişli çifti sistemine miller, millerin yatakları ve son olarak da motor ve bu sistemin çalıştıracağı makine eklenerek farklı modeller geliştirilmiştir. Her bir modele, basit dişli çifti modeline uygulanan işlemler uygulanmıştır.

İkinci aşamada, en gelişmiş olan, dişli çifti, miller, yataklar ve makine ve motor kütlelerini içiren 4. modele diğerlerinden farklı olarak kontrol yöntemleri (P, PD, PID) uygulanmıştır. Burada, amaç tüm sistemin titreşimlerini kontrol altına almaktır. Bunu gerçekleştirebilmek için sisteme bağlı motor üzerinde, moment kontrolü yapılmıştır.

Sonuçlar kısmında ise, her bir modelden elde edilen titreşimlerin zaman cevapları ve frekans cevapları gösterilmiştir. Ayrıca 4. model için bunlardan farklı olarak sistemin kontrollü ve kontrolsüz cevapları verilmiştir. Moment kontrolü yapılması durumunda sistem titreşimlerinin oldukça azaldığı görülmüştür.

Bu çalışmada, daha önce yapılan çalışmalardan farklı olarak, dört ayrı model bir arada kullanılmış ve birbirlerinden olan farklılıkları ortaya konulmuş, ayrıca 4. model üzerinde farklı kontrol yöntemleri (P, PD, PID) kullanılarak, birbirlerine göre üstünlükleri incelenmiştir.

2. MEKANİK SİSTEM ELEMANLARININ MODELLENMESİ

2.1 Modelleme

Kontrol sistemlerinin çoğunda elektrik ve mekanik elemanlar birlikte yer alır, üstelik bazı sistemlerde hidrolik ve pnömatik elemanlar bile bulunur. Matematiksel bakış açısından elektrik ve mekanik elemanların ifadeleri eşdeğerdir. Genellikle verilmiş olan bir elektriksel düzenin, matematiksel bakımdan eşdeğer, bir mekanik karşılığı ve tersi bulunduğu gösterilebilir.

Mekanik elemanların hareketi ötelemeli, dönел ya da her ikisi birlikte olmak üzere, iki farklı boyutta ifade edilebilir. Bir mekanik sistemin hareketini belirleyen denklemler genellikle doğrudan ya da dolaylı olarak Newton hareket yasasından türetilir.

2.1.1 Öteleme hareketi

Ötelemeli hareket bir doğru boyunca oluşan hareket olarak tanımlanır. Ötelemeli hareket ivme, hız ve konum değişkenleriyle ifade edilir. Newton hareket yasasına göre bir katı cisme belirli yönde etki eden kuvvetlerin cebirsel toplamı cismin aynı yönde aldığı ivme ile kütesinin çarpımına eşittir. M cismin kütesi ve a söz konusu yönde aldığı ivme olmak üzere yasa:

$$\Sigma \text{ kuvvetler} = Ma \quad (2.1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Ötelemeli harekette aşağıdaki sistem öğeleri etkin olur.

1.Kütle: Kütle, ötelemeli harekette kinetik enerji depolayan bir öge özelliği taşır. Eğer W ile bir cismin ağırlığı ifade edilirse, $g = 9.8066 \text{ [m/s}^2\text{]}$ serbest düşen bir cismin yer çekimi ivmesi olmak üzere, M kütesi

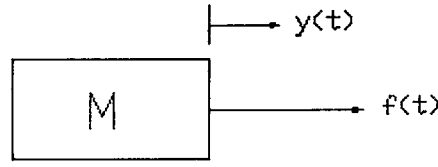
$$M=W/g \quad (2.2)$$

ifadesiyle belirlenir.

Şekil 2.1'de M kütesindeki bir cisme etki eden kuvvet görülmektedir. Kuvvet denklemi

$$f(t) = Ma(t) = M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = M \frac{dv(t)}{dt} \quad (2.3)$$

şeklinde yazılabilir, $v(t)$ hızı ifade eder.



Şekil 2.1 Kuvvet-kütle sistemi.

2. Doğrusal Yay: Uygulamada doğrusal yay gerçek bir yayın modeli olabileceği gibi bir kablo ya da kayışın gerilmesini de ifade edebilir. Genelde doğrusal yay potansiyel enerji depolayan bir eleman olarak kabul edilebilir. Gerçekte bir sınırın ötesinde yayların tümü doğrusallıklarını yitirirler. Ancak, küçük değişimler için davranış doğrusal yay ilişkisine yakınsar:

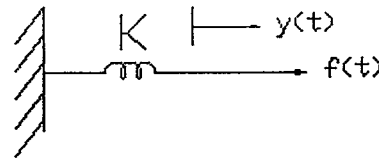
$$f(t) = Ky(t) \quad (2.4)$$

şeklimdedir. Burada, K yay sabiti ya da basitçe sertlik olarak adlandırılır.

Yukarıda verilen kuvvet ilişkisi yay konumunun (değişiminin) doğrudan yaya etki eden kuvvetle orantılı olduğu anlamına gelir. Şekil 2.2'de bir doğrusal yay modeli görülmektedir. Yayın T kuvveti ile ön gerilmesi halinde, (2.4) denklemini,

$$f(t) - T = Ky(t) \quad (2.5)$$

olarak değiştirmek gerekir.



Şekil 2.2 Kuvvet-yay sistemi.

2.1.2 Dönel hareket

Bir cismin dönel hareketi belirli bir eksen etrafındaki hareket olarak tanımlanır. Newton'un hareket yasası dönel hareketler için genelleştirilirse belirli bir eksen etrafındaki momentlerin

cebirsel toplamı, cismin ataleti ve aynı eksen etrafındaki açısal ivmenin çarpımına eşittir; ya da J kütle ataleti ve α açısal ivme olmak üzere,

$$\Sigma \text{ momentler} = J\alpha$$

geçerlidir. Genellikle dönel hareketi ifade etmede yararlanılan diğer değişkenler T moment, w açısal hız ve θ açısal konumdur. Dönel hareketle ilişkili ögeler aşağıda verilmiştir.

1. Atalet: Dönel harekette J atalet momenti kinetik enerji depolayan bir cismin özelliği olarak kabul edilir. Verilen bir cismin belirli bir eksen etrafındaki ataleti geometrik yapısına ve özgül kütesine bağlıdır. Örneğin; bir dairesel disk ya da milin geometrik eksen etrafındaki ataleti

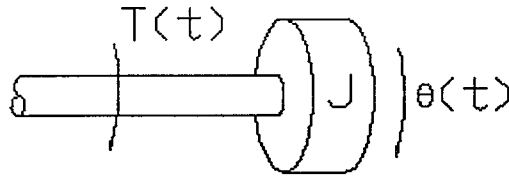
$$J = \frac{1}{2} Mr^2 \quad (2.6)$$

olarak verilir.

Şekil 2.3'de görüldüğü gibi, ataleti J olan bir cisme moment uygulanırsa, $\theta(t)$ açısal konum, $w(t)$ açısal hız ve $\alpha(t)$ açısal ivme olmak üzere moment denklemi

$$T(t) = J\alpha(t) = J \frac{dw(t)}{dt} = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} \quad (2.7)$$

olarak yazılabilir.



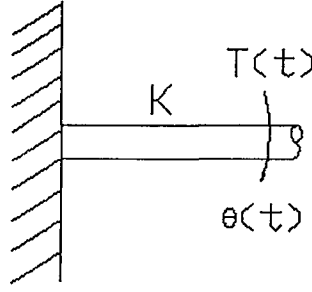
Şekil 2.3 Moment-atalet sistemi.

2. Burulma Yay: Ötelemeli harekette doğrusal yayda olduğu gibi bir çubuk ya da mile uygulanan momentin neden olduğu burulma açısı ile bir K burulma yay sabiti tanımlanabilir.

Şekil 2.4'de görülen basit moment burulma yayı sistemi

$$T(t) = K\theta(t) \quad (2.8)$$

ilişkisiyle ifade edilir.



Şekil 2.4 Moment-burulma yayı sistemi.

2.2 Dişli Takımlar

Dişli takımı, sistemin bir tarafından diğer tarafına enerji aktaran, kuvvet, moment, hız ve konum gibi büyüklükleri değiştiren mekanik düzenlerdir. Bu düzenler en doğrusu güç aktarımını sağlayan uyum elemanları olarak değerlendirilir. Şekil 2.5'de birbirleriyle ilişkili bir dişli çifti görülmektedir. İdeal durumda dişlilerin ataleti ve sürtünme kayıpları ihmal edilir. Dişli takımının T_1 ve T_2 momentleri, θ_1 ve θ_2 açısal konumları ile N_1 ve N_2 diş sayıları arasındaki ilişkiler aşağıdaki nedenlere dayanır:

- Dişlilerin çevresindeki dişlerin sayısı, dişlilerin r_1 ve r_2 yarıçapları ile orantılıdır;

$$r_1 N_1 = r_2 N_2 \quad (2.9)$$

- Her dişlinin çevresinde gidilen mesafe aynıdır;

$$\theta_1 r_1 = \theta_2 r_2 \quad (2.10)$$

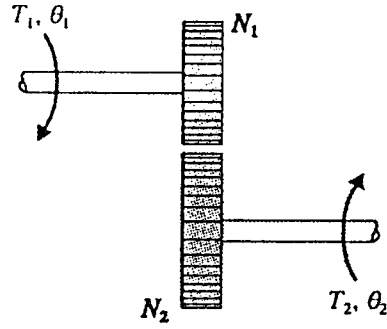
- Kayıpsız oldukları kabulü ile bir dişlinin yaptığı iş diğer dişlinin yaptığı işe eşittir;

$$T_1 \theta_1 = T_2 \theta_2 \quad (2.11)$$

Eğer dişlilerin w_1 ve w_2 açısal hızları da göz önünde bulundurulursa (2.9)-(2.11) ilişkilerinden

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad (2.12)$$

yazılabilir.



Şekil 2.5 Dişli takımı.

2.3 Diferansiyel Denklemler

2.3.1 Adi doğrusal diferansiyel denklemler

Mühendislikte sistemlerin büyük bir kısmı matematiksel olarak diferansiyel denklemlerle modellenir. Bu denklemler genellikle bağımlı değişkenin bağımsız değişkenlere göre türev ve integrallerinden oluşur.

Genelde n'inci mertebeden bir diferansiyel denklem,

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = f(t) \quad (2.13)$$

şeklinde yazılır ve a_0, a_1, \dots, a_{n-1} katsayıları $y(t)$ 'nin bir fonksiyonu olmadığı sürece doğrusal adi diferansiyel denklem olarak adlandırılır.

2.3.2 Doğrusal olmayan diferansiyel denklemler

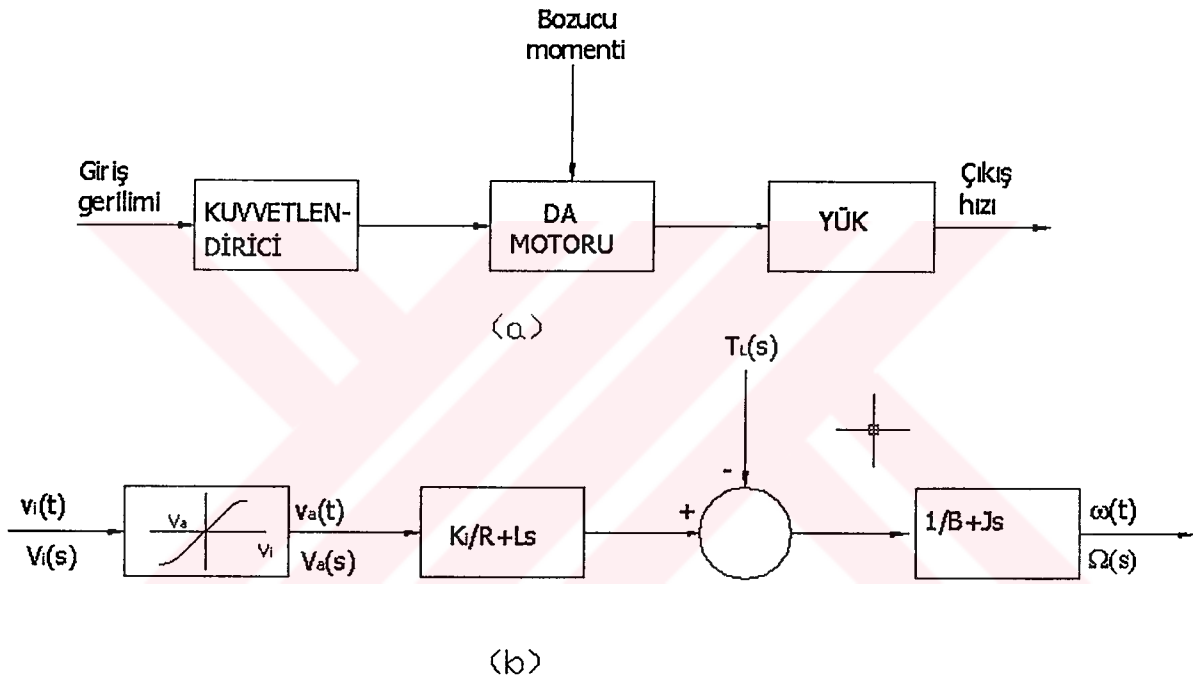
Bir çok fiziksel sistem doğrusal değildir ve doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerle ifade edilmek zorunluluğundadır.

2.3.3 Birinci mertebeden diferansiyel denklemler: Durum denklemleri

Genel olarak n'inci mertebeden bir diferansiyel denklem n adet birinci mertebeden diferansiyel denkleme ayrıştırılabilir. Birinci mertebeden diferansiyel denklemler, yüksek mertebeden diferansiyel denklemlere göre daha kolay çözüldüğünden, kontrol sistemlerinin analitik olarak incelenmesinde genellikle birinci mertebeden diferansiyel denklemler kullanılır.

2.4 Blok Diyagramları

Basit ve çok yönlü olmaları nedeniyle kontrol mühendisleri her tür sistemin modellenmesinde blok diyagramlarını kullanır. Blok diyagramı bir sistemin yapısını ve iç bağlantılarını basitçe ifade eder ve transfer fonksiyonları ile birlikte, sistemdeki neden ve etki ilişkisini belirtmede çok yararlı olur. Örneğin; Şekil 2.6 (a)'da bir doğru akım hız kontrol sisteminin açık çevrim blok diyagramı görülmektedir. Bu durumda blok diyagramı sadece sistem elemanlarının birbirlerine nasıl bağlandığını gösterir ve matematiksel ayrıntıya yer vermez. Sistem elemanlarındaki tüm matematiksel ve fonksiyonel ilişkilerin bilinmesi halinde blok diyagramı, sistemin analitik ya da nümerik çözümünde, araç olarak kullanılabilir.



Şekil 2.6 (a) Bir DA motor kontrol sisteminin blok diyagramı. (b) Transfer fonksiyonlu ve kuvvetlendirici karakteristikli blok diyagramı.

Blok diyagramları genelde doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesinde kullanılabilir. Örneğin, doğru akım motor kontrol sisteminin giriş çıkış ilişkisi Şekil 2.6 (b)'de görülen blok diyagramı ile ifade edilebilir. Şekilde motorun giriş gerilimi, gerçekte karakteristiği doğrusal olmayan, güç kuvvetlendiricisi çıkışından elde edilir. Motorun doğrusal olması, ya da daha doğrusu motorun karakteristiğinin doğrusal bölgede çalıştırılması halinde, dinamiği bir transfer fonksiyonu ile ifade edilebilir. Doğrusal olmayan kuvvetlendirici kazancı sadece $v_i(t)$ ve $v_a(t)$ zaman değişkenleri arasında ifade edilebilir, $V_i(s)$ ve $V_a(s)$ Laplace dönüşüm değişkenleri arasında bir transfer fonksiyonu tanımlanamaz. Ancak, $v_i(t)$ genliği, kuvvetlendiricide doğrusal bölge aşılmayacak şekilde sınırlanmalıdır.

olması halinde, kuvvetlendirici doğrusal kabul edilebilir ve K sabiti, kuvvetlendirici karakteristiğinin doğrusal bölge eğimini göstermek üzere, kuvvetlendirici,

$$\frac{V_a(s)}{V_i(s)} = K \quad (2.14)$$

transfer fonksiyonu ile ifade edilebilir.

2.4.1 Kontrol sistemlerinin blok diyagramları

Kontrol sistemlerinde en önemli eleman işaretleri birleştirerek karşılaştıran algılayıcı düzendir. İlişkili fiziksel elemanlar potansiyometreler, senkronlar, çözücüler, fark kuvvetlendiriciler, çarpma elemanları ve diğer işaret işleyen dönüştürücülerdir. Genelde algılayıcı düzenler toplama, çıkarma, çarpma (doğrusal değil) ve bunların bileşiminden oluşan matematiksel işlemleri gerçekler. Bu işlemlerin blok diyagram gösterimi Şekil 2.7'de verilmiştir. Şekil 2.7 (a), (b) ve (c)'de ki toplama ve çıkarma işlemleri doğrusaldır ve bu elemanların giriş ve çıkış değişkenleri zaman ya da Laplace dönüşüm değişkenleri olabilir. Buna göre Şekil 2.7 (a)'da blok diyagramı,

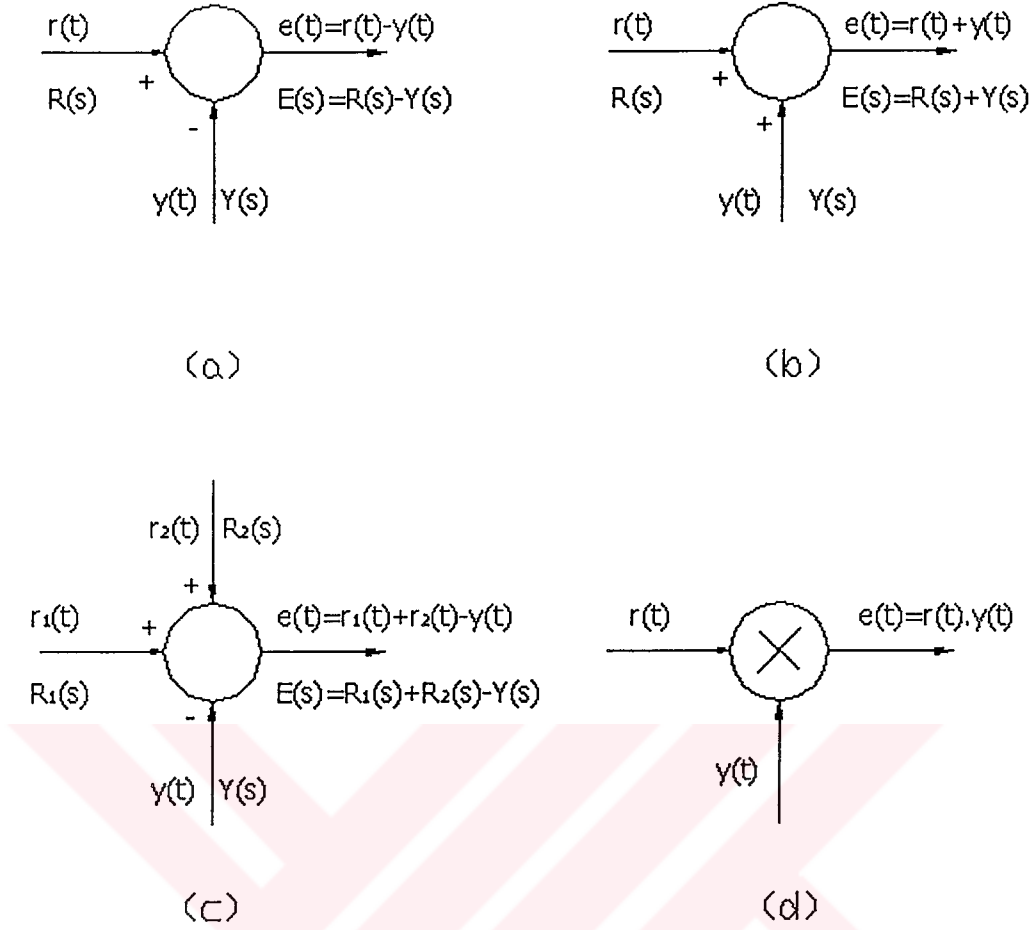
$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2.15)$$

ya da

$$E(s) = R(s) - Y(s) \quad (2.16)$$

ilişisini gerçekler. Şekil 2.7 (d)'de görülen çarpma işlemi ise doğrusal değildir ve giriş - çıkış ilişkisi sadece zaman tanım bölgesinde bir anlam taşır.

$$e(t) = r(t) \times y(t) \quad (2.17)$$



Şekil 2.7 Kontrol sistemlerindeki örneksel algılayıcı düzenlere ilişkin blok diyagramı örnekleri:(a)Fark alma, (b)Toplama, (c)Toplama ve fark alma, (d) Çarpma.

Zaman tanım bölgesinde geçerli çarpmanın Laplace tanım bölgesinde geçerli olmadığını ya da

$$E(s) \neq R(s) \times Y(s) \quad (2.18)$$

olduğunu unutmamak gerekir. (2.17) ilişkisinin dönüşümü,

$$E(s) = R(s) * Y(s) \quad (2.19)$$

şeklinde okunmalıdır, burada * simgesi $R(s)$ ve $Y(s)$ 'in Laplace tanım bölgesinde karmaşık katlandığı (karmaşık konvolüsyon) anlamına gelir. Şekil 2.8'de doğrusal geri beslemeli bir kontrol sisteminin blok diyagramı görülmektedir. Diyagrama bağlı aşağıdaki ifadeler tanımlanabilir:

$r(t)$, $R(s)$ = referans giriş (komut),

$y(t)$, $Y(s)$ = çıkış (kontrol edilen değişken),

$b(t)$, $B(s)$ = geri besleme işareti,

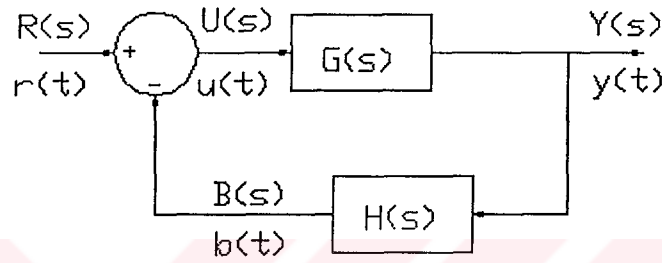
$u(t)$, $U(s)$ = etkin hata, ($H(s) = 1$ için $= e(t)$, $E(s)$ hata işareti),

$H(s)$ = geri besleme transfer fonksiyonu,

$G(s)$, $H(s) = L(s)$ = açık çevrim transfer fonksiyonu,

$G(s)$ = ileri yol transfer fonksiyonu,

$M(s) = Y(s) / R(s)$ = kapalı çevrim ya da sistem transfer fonksiyonu.



Şekil 2.8 Geribeslemeli kontrol sisteminin temel blok diyagramı.

Kapalı çevrim transfer fonksiyonu $M(s)$, $G(s)$ ve $H(s)$ 'in bir fonksiyonu olarak ifade edilebilir.

Şekil 2.8 gereği,

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (2.20)$$

ve

$$B(s) = H(s)Y(s) \quad (2.21)$$

yazılabilir. Etkin hata için,

$$U(s) = R(s) - B(s) \quad (2.22)$$

geçerlidir. (2.22) denklemi (2.20) ilişkisine uygulanırsa,

$$Y(s) = G(s)R(s) - G(s)B(s) \quad (2.23)$$

elde edilir. (2.21) ilişkisi (2.23) ifadesine uygulanır ve $Y(s) / R(s)$ 'e göre çözümlerse

kapalı çevrim transfer fonksiyonu,

$$M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2.24)$$

olarak elde edilir.

Genelde bir kontrol sisteminde, birden fazla geri besleme bulunabilir ve transfer fonksiyonunun yukarıda açıklanan cebirsel yöntemle elde edilmesi zor olabilir. Tek giriş ve tek çıkışlı bir sistemin blok diyagramı, indirgemedeki gerekli cebirsel adımlar sıkıcı da olsa, temelde hep Şekil 2.8'de verilen temel blok diyagramına indirgenebilir.

2.5 Kontrol Sistemlerinde Doğru Akım Motorları

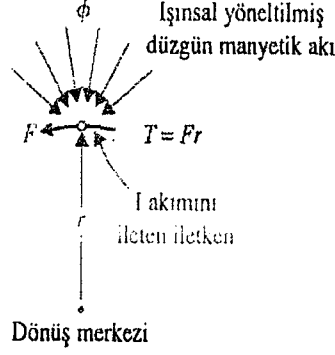
Doğru akım (DA) motorları bugün endüstride en yaygın kullanılan hareket elemanlarıdır. Yıllar önce kontrol amacıyla kullanılan küçük servo motorların çoğu alternatif akım türündendi. Alternatif akım motorlarının, özellikle konum kontrolünde kontrol edilmeleri, ayrıca karakteristikleri doğrusal olmadığından, analitik incelenmeleri çok daha zordur. Buna karşın doğru akım motorları fırça ve komütatörler nedeniyle daha pahalıdır ve değişken akıllı doğru akım motorları sadece bazı kontrol uygulamaları için uygundur. Kalıcı mıknatıslı motor teknolojisi tam geliştirilmeden önce, kalıcı mıknatıslı bir doğru akım motorunun hacim ya da ağırlık birimi başına ürettiği moment beklentilerin çok uzağındaydı. Bugün, ender-toprak mıknatıslarının geliştirilmesi ile moment-hacim oranı çok yüksek ve uygun fiyatlarda kalıcı mıknatıslı doğru akım motorları üretilmektedir. Ayrıca, fırça ve komütatör teknolojisindeki gelişmeler nedeniyle bu aşınan parçalar için uygulamada bakım gerekmez. Güç elektroniğindeki gelişmeler, fırçasız doğru akım motorlarının yüksek performanslı kontrol sistemlerine uygulanmasını sağlamıştır. İmalat tekniklerindeki gelişmeler, demir kapsamayan ve ataleti çok küçük olan, bu nedenle moment-atalet oranı çok büyük ve zaman sabiti küçük doğru akım motorlarının gerçekleştirilmesini, bu motorların teyp tahriki, yazıcı ve disket sürücüsü, kelime işlemcisi ve özellikle otomasyonda ve takım tezgahlarında kullanımını yaygınlaştırmıştır.

2.5.1 Doğru akım motorlarının temel çalışma prensipleri

Doğru akım motoru temelde elektrik enerjisini mekanik enerjiye çeviren bir dönüştürücüdür. Motor milinde oluşan moment alan akısı ve armatür akımıyla doğrudan orantılıdır. Şekil 2.9'dan görüldüğü gibi akım ileten bir iletken, akısı ϕ olan manyetik bir alanda, dönüş eksenine r mesafede bulunmaktadır. Üretilen moment ile ϕ akısı ve i_a akımı arasındaki ilişki,

$$T_m = K_m \phi i_a \quad (2.25)$$

olarak verilir; burada T_m [Nm] motor momenti, ϕ [Wb = V-s] manyetik akı, i_a [A] armatür akımı ve K_m bir orantı katsayısıdır.



Şekil 2.9 Bir doğru akım motorunda moment üretimi.

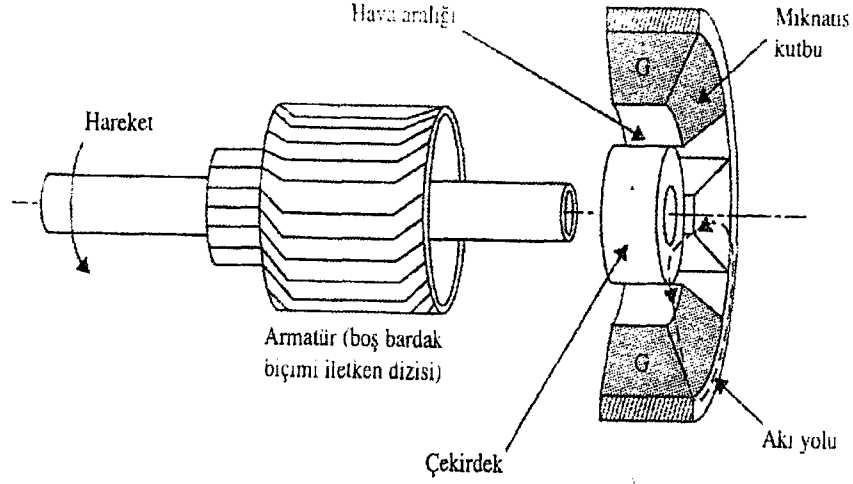
Şekil 2.9'daki düzende üretilen momentten başka, manyetik alanda hareket eden iletkenin uçlarında bir de gerilim oluşur. Bu akımın akışına karşı gelen ve milin açısal hızıyla orantılı gerilime zıt elektromotor kuvvet adı verilir. Zıt elektromotor kuvvet ile milin açısal hızı arasında,

$$e_b = K_m \phi \omega_m \quad (2.26)$$

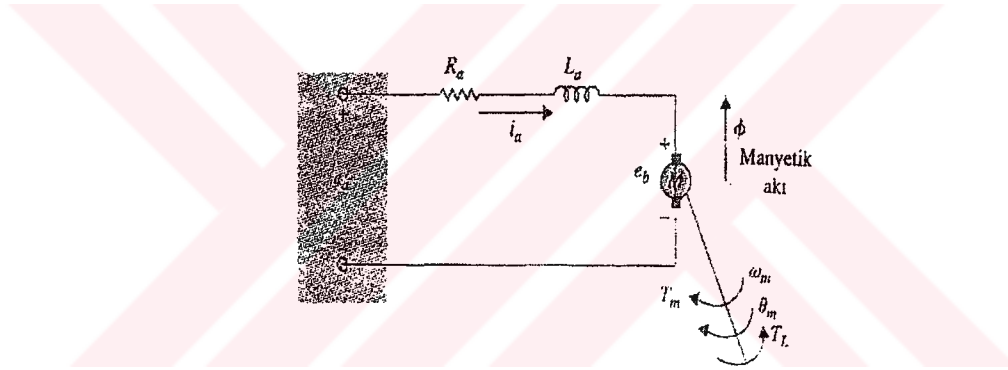
ilişkisi geçerlidir; burada e_b [V] zıt elektromotor gerilimi ve ω_m [rad/s] motor milinin açısal hızıdır. (2.25) ve (2.26) denklemleri doğru akım motorunun temel işlevini tanımlar.

2.5.2 Kalıcı mıknatıslı doğru akım motorlarının matematiksel modeli

Doğru akım motorları kontrol sistemlerinde çok yaygın kullanıldığından, kontrol uygulamalarını analitik inceleyebilmek için, doğru akım motorlarının matematiksel modellerini türetmek gerekir. Kalıcı mıknatıslı doğru akım motorunu modellemek için Şekil 2.10'da verilen eşdeğer devreden yararlanılır. Armatür, direnci R_a ve endüktansı L_a olan bir seri devre ile rotor döndüğünde oluşan bir zıt elektromotor gerilim kaynağı e_b 'den oluşur. Motor değişkenleri ve parametreleri şu şekilde tanımlanır:



Şekil 2.10 Bir hareketli sargılı doğru akım motorunun yan kesit görünümü. Kuo (1995)



Şekil 2.11 Serbest uyarmalı bir doğru akım motorunun modeli.

Yukarıda verilen şekilde;

$\dot{I}_a(t)$ = armatür akımı	L_a = armatür endüktansı
R_a = armatür direnci	$e_a(t)$ = uygulanan gerilim
$e_b(t)$ = zıt elektromotor gerilimi	K_b = zıt elektromotor sabiti
$T_L(t)$ = yük momentini	ϕ = hava aralığı aksı
$T_m(t)$ = motor momentini	$\omega_m(t)$ = rotor açısal hızı

$\theta_m(t)$ = rotor açısal konumu	J_m = motor atalet momenti
K_i = moment sabiti	B_m = viskoz sürtünme katsayısı

Eğer, Şekil 2.11'de verilen devre göz önünde bulundurulursa, doğru akım motoru armatür uçlarına uygulanan $e_a(t)$ gerilimi ile kontrol edilir. Doğrusal analizde motorun oluşturduğu moment hava aralığı akısı ve armatür akımıyla orantılıdır. Buna göre,

$$T_m(t) = K_m \phi i_a(t) \quad (2.27)$$

geçerlidir. ϕ sabit olduğundan (2.27) ilişkisi K_i , [N-m/A] moment katsayısı olmak

üzere,

$$T_m(t) = K_i i_a(t) \quad (2.28)$$

yazılabilir.

Şekil 2.11'deki motor devresine ait etki-tepki ilişkileri, $e_a(t)$ giriş geriliminden başlayarak yazılırsa,

$$\frac{di_a(t)}{dt} = \frac{1}{L_a} e_a(t) - \frac{R_a}{L_a} i_a(t) - \frac{1}{L_a} e_b(t) \quad (2.29)$$

$$T_m(t) = K_i i_a(t) \quad (2.30)$$

$$e_b(t) = K_b \frac{d\theta_m(t)}{dt} = K_b w_m(t) \quad (2.31)$$

$$\frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2} = \frac{1}{J_m} T_m(t) - \frac{1}{J_m} T_L(t) - \frac{B_m}{J_m} \frac{d\theta_m(t)}{dt} \quad (2.32)$$

elde edilir, burada $T_L(t)$ Coulomb sürtünmesi gibi sürtünme yüklerini ifade eder. (2.29)'dan (2.32)'ye kadar denklemlerdeki etkenlerin tümü $e_a(t)$ 'den kaynaklanır; (2.29) denkleminde uygulanan $e_a(t)$ gerilimi nedeniyle $di_a(t)/dt$ oluşur, (2.30) denkleminde $i_a(t)$ nedeniyle $T_m(t)$ momenti meydana gelir, (2.31) denklemini zıt elektromotor gerilimini, (2.32) denklemindeki $T_m(t)$ momenti ise $\theta_m(t)$ açısal hızı ve $w_m(t)$ açısal konumu tanımlar.

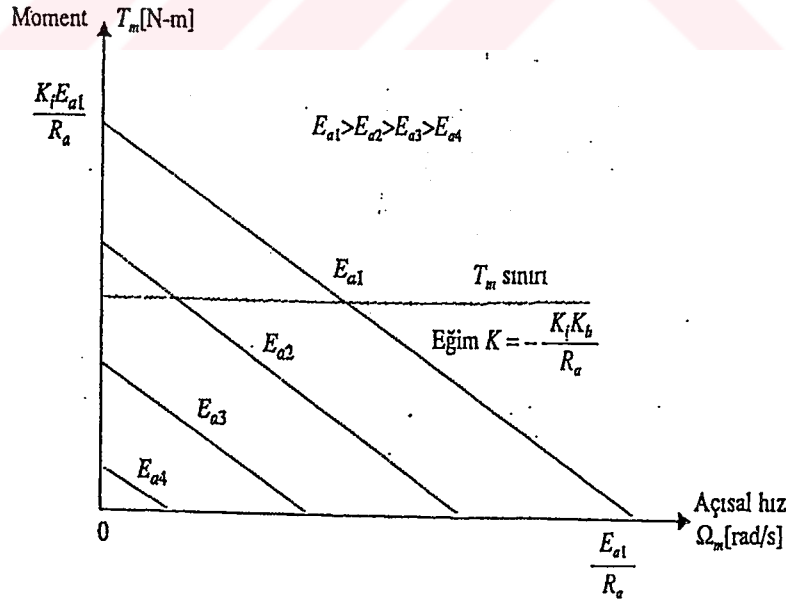
2.5.3 Bir doğru akım motorunun moment-hız eğrileri

Bir doğru akım motorunun moment-hız eğrileri uygulanan gerilim ve motor hızına bağlı olarak motorun sürekli hal moment üretme yeteneğini ifade eder. Sürekli halde endüktansın etkisi bulunmadığından, Şekil 2.12'de, T_m motor momentinin, I_a motor akımının, E_a motora uygulanan gerilimin ve Ω_m , motor açısal hızının sürekli değerini ifade etmek üzere, motor momenti,

$$T_m = K_t I_a = \frac{K_t (E_a - K_b \Omega_m)}{R_a} \quad (2.33)$$

olarak elde edilir.

Uygulanan belirli bir E_a gerilimi için doğru akım motorunun moment-hız karakteristiği (2.33) ilişkisinden bir doğru olarak elde edilir. Gerçek motorda iki tür doyma ya da sınırlamayla karşılaşılır. Sınırlamanın ilki E_a 'nın artması ile birlikte armatür akımının da artması, belirli bir değerden sonra manyetik devrenin doyuma erişmesi ve T_m , motor momentinin belirli bir sınır değeri aşmamasından kaynaklanır. İkinci sınırlama motorun dışarıya atabileceği ısıya bağlı dayanabileceği maksimum akımla ilişkilidir.



Şekil 2.12 Bir doğru akım motorunun örneksel moment-hız eğrileri. Kuo (1995)

Şekil 2.12'de motora uygulanan çeşitli E_a ; giriş gerilimlerine ilişkin örneksel moment-hız

eğrileri görülmektedir. Bu eğrilerin eğimi (2.33) ilişkisinden,

$$k = \frac{dT_m}{d\Omega_m} = \frac{K_i K_b}{R_a} \quad (2.34)$$

olarak elde edilir. Manyetik doymanın momente getirdiği sınır şekilde yatay eğriyle ifade edilmiştir. Uygulamada bir doğru akım motorunun moment-hız eğrileri bir dinamometreden yararlanılarak deneysel belirlenebilir.



3. MATLAB SIMULINK

Son yıllarda, simulink, endüstride ve akademik çalışmalarda, dinamik sistemlerin modellenmesinde ve simüle edilmesinde çok kullanılan bir paket program haline gelmiştir.

Simulink'le çok kolay bir şekilde sıfırdan model yapılabilir ya da hazır bir model değiştirilebilir. Simülasyonlar etkileşimli olduğundan herhangi bir parametrenin değiştirilmesinin yaratacağı sonucu anında elde edilebilir. Ayrıca, Matlab'in analiz araçlarına hemen ulaşılabileceğinden, simülasyon sonuçları analiz edilebilir ve görüntülenebilir.

Simulink kullanarak, ideal lineer modellerden uzaklaşıp, daha gerçekçi olan, lineer olmayan modellerle çalışılabilir. Sonuç olarak, kullanılan bilgisayar modelleme ve analiz yapan bir laboratuvar haline dönüşür.

Simulink, dinamik sistem modellerinin kurulması, simülasyonu ve çözümlemesinde kullanılan MATLAB' in eklentisi bir paket programdır. Sürekli zaman, kesikli zaman veya her ikisinin melez biçiminde modeli kurulmuş doğrusal ve doğrusal olmayan sistemleri destekler. Ayrıca bu sistemler örneklenmiş veya farklı oranlarda güncelleştirilmiş farklı kısımlara sahip olabilirler.

Simulink, model kurmak için tıkla ve sürükle fare işlemleri kullanan bir grafik kullanıcı ara birimi (GUI) sağlar. Bu ara birim ile birlikte, modelleri sanki bir kağıt üzerine kalem ile çiziyormuşçasına kolaylıkla oluşturmak mümkündür. Simulink, kaynaklar, yutucular, doğrusal ve doğrusal olmayan elemanlar ve bağlantılardan ibaret geniş bir blok kütüphanesine sahiptir. Ayrıca kullanıcı kendi bloklarını da oluşturabilir.

Modeller sıra düzenli olup hem yukarıdan-aşağıya ve hem de aşağıdan-yukarıya yaklaşımlar kullanılarak modeller kurmak mümkündür. Sistem yüksek seviyeden incelenebilir olmakla beraber ayrıca bloklar üzerine çift tıklamak suretiyle de model ayrıntılarının artan seviyelerini görebilmek mümkündür. Bu yaklaşım, bir modelin nasıl düzenlendiğini ve bölümlerinin ne şekilde birbiri ile etkileşimli olduğunu görme imkanı sağlar.

Bir model tanımlandıktan sonra, ya Simulink'ten ya da MATLAB komut penceresinden bir integral hesap yöntemi seçmek suretiyle modelin benzetimi yapılabilir. Menüler özellikle etkileşimli çalışmalarda uygun olurken, komut hattı yaklaşımı bir benzetim grubunun çalıştırılmasında da çok kullanışlı olmaktadır. Osiloskop ve diğer görüntü blokları kullanmak suretiyle, benzetim programı çalışırken benzetim sonuçlarını görmek mümkündür. Ayrıca, bu çalışma esnasında parametre değişimleri yaparak bunların sonuçlarını anında görmek

mümkündür. Simülasyon sonuçları daha sonraki çalışmalarda kullanılmak üzere MATLAB çalışma ortamına da aktarılabilir.

Model çözümlene araçları aynı zamanda doğrusallaştırma ve düzeltme araçlarını da kapsar. Bu araçlara MATLAB komut hattından olduğu kadar uygulama araç kutularından da ulaşmak mümkündür.

MATLAB ve Simulink birbiriyle uyumlu çalıştıklarından, kurulan modellerin herhangi bir noktada her iki ortamdan benzetimini, çözümlemesini ve incelemesini yapmak mümkündür.

3.1 Uygulama Araç Kutuları (Toolbox)

Simulink'in temel özelliklerinden birisi MATLAB' ın üstüne kurulmuş olmasıdır. Bunun sonucu olarak da Simulink kullanıcıları Simulink içinde yerine getirilen sistemlerin oluşturulması, çözümlenmesi ve en uygunluğu için gerekli geniş kapsamlı MATLAB tabanlı araçlara erişim imkanına sahiptir. Bu araçlar özel türden problemler üzerinde çalışmak için kullanılan özel M-dosyaları derlemesi olan MATLAB uygulama araç kutularını da kapsar. Bu araç kutularının büyük bir kısmı Simulink gibi MATLAB altında çalışırken bir kısmı da MATLAB ile birlikte Simulink altında çalışır. Yani; Simulink altında çalışan bu araç kutuları adı altındaki paket programlar MATLAB paketi ile birlikte ayrıca Simulink program paketini de gerektirir. Bunların en önemlileri,

- **Simulink Real-Time Workshop:** Bu paket program Simulink blok şemalarından otomatik olarak doğrudan C kodu üretir. Bu da gerçek zaman donanımını da içine alan geniş bir bilgisayar platformu üzerinde sürekli zaman, kesikli zaman ve melez sistem modellerinin icrasını mümkün kılar. The Real-Time Workshop paket programı aşağıdaki durumlarda kullanılır.
- **Hızlı ilk örnek kurma (prototyping) :** Bir hızlı örnek kurma aracı olarak bu paket program uzun elle kodlama ve hata izleme işlemi yapmadan tasarımların hızlı bir biçimde yerine getirilmesini sağlar. Kontrol, sinyal işleme ve dinamik sistem algoritmaları grafiksel Simulink blok şemaları geliştirmek ve otomatik C kodu üretmek suretiyle yerine getirilebilir.
- **Gömülü gerçek zaman kontrolü:** Bir sistem Simulink ile bir kez tasarlandıktan sonra, gerçek-zaman denetleyicileri veya sayısal sinyal işlemcileri için gerekli kodlar üretilebilir ve seçili hedef işlemciye yüklenebilir. Bu paket program DSP kartlarını, gömülü denetleyicileri ve çeşitli piyasa malı donanımı desteklemektedir.
- **Gerçek zaman benzetimi:** Döngü içi donanım benzetimlerinde (DIL9 bütün bir sistem veya

belli alt sistemler için kod oluşturmak ve icra etmek mümkündür. Eğitim benzetimcileri, (simulatör) gerçek zaman model doğrulaması ve test etme gibi tipik uygulamalar olarak gösterilebilir.

3.2 Simulinkteki Yeni Özellikler

Simulink 3'teki yeni özellikler

Stateflow ve Real-Time Workshop 3 ile sıkı bir biçimde bütünleşmiş olmasına ilaveten Simulink 3 aşağıda verilen yeteneklere de sahiptir. Kullanış kolaylığı sağlayan bu özellikler;

- Tümlşik Model Tarayıcı (Windows 95/98/NT)
- Blok şemaların zum yapılması
- Çoklu uçları ve eksenleri yönetmek için osiloskop şeması
- Tümlşik doğrusal çözümleme yetenekleri
- Sinyal niteliklerinin grafik kullanıcı arabirimi geliştirilmiştir.

Simulink 3'teki yeni özellikler

MATLAB 6 veya Realese 12 ile birlikte Simulink 4 sürülmüş ve bu gün itibari ile bu en yeni sürümde sağlanan ek özellikleri ise aşağıdaki alanlarda tanımlanmıştır.

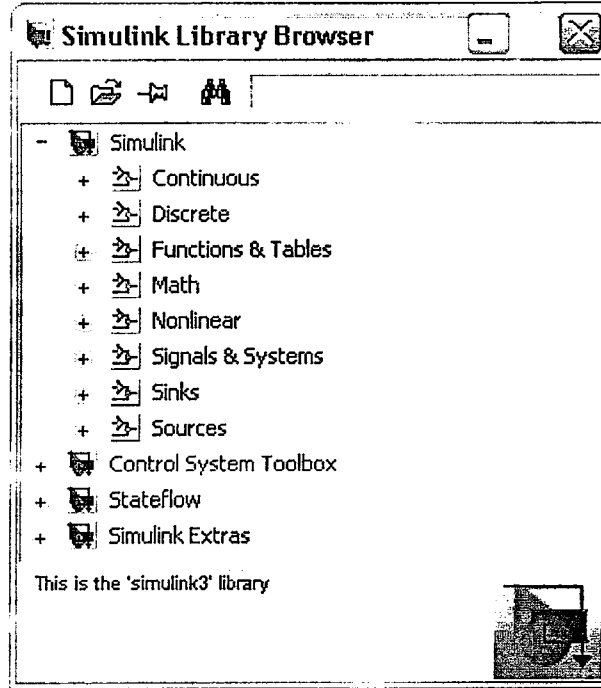
- Simulink Editor
- Modeling Enhancements
- Simulink Debugger
- Block Library
- SB2SL

3.3 Simulink'in Çalıştırılması

Simulink'i çalıştırmadan önce MATLAB'in çalıştırılması gerekir. MATLAB ortamında Simulink iki yoldan başlatılabilir.

- MATLAB araç çubuğu üzerindeki Simulink ikonuna tıklatarak,
- MATLAB iletilisinde simulink komutunu yazarak.

Microsoft Windows ortamında Simulink 3.0 dan itibaren, Simulink başlatıldığında Şekil 3.1'de görülen, Simulink kütüphane tarayıcı (Simulink Library Browser) penceresi açılır. (Simulink 3.0 dan önceki sürümlerde, Simulink başlatıldığında bir boş sayfa ile birlikte blok kütüphanesi açılır.)



Şekil 3.1 Simulink kütüphane tarayıcı.

Kütüphane tarayıcısı, sisteminize yüklenen Simulink blok kütüphanelerinin dallanmış ağaç yapısındaki görüntüsünü sergiler. Kütüphane tarayıcısından açılmış olan bir model penceresine blokları kopyalamak suretiyle modelleri kurmak mümkündür.

3.3.1 Yeni bir modelin oluşturulması

Yeni bir model oluşturmak için kütüphane tarayıcısı (Library Browser) araç çubuğu üzerindeki New düğmesi tıklanır yada kütüphane penceresinin File menüsü açılır ve buradan Model seçilir. Bundan sonra tarayıcıdan seçilen bloklar bu boş sayfaya taşınır ve istenen sistem modeli kurulur.

3.3.2 Mevcut bir modelin düzenlenmesi

Mevcut bir model şemayı düzeltmek veya düzenlemek için aşağıdaki işlemlerden birisi yerine getirilmelidir.

- Kütüphane tarayıcı araç çubuğu (Library Browser) üzerinden veya Simulink kütüphane penceresinin File menüsünden open düğmesi seçilir ve daha sonra düzenlenmek istenen model seçilir veya model ismi girilir.
- MATLAB komut penceresinde model ismi (.mdl uzantısı yazılmadan) girilir. Burada, söz konusu model halihazır klasör veya çalışma yolu üzerinde olmalıdır.

3.3.3 Simulink komutlarının girilmesi

Komutları girerek Simulink çalıştırabilir ve model ile çalışılabilir. Komutlar aşağıdaki biçimlerde girilebilir.

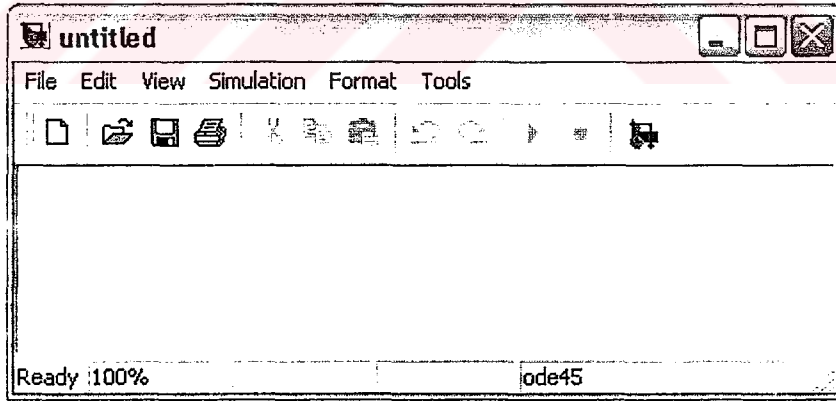
- Simulink menü çubuğu üzerinden komut satırlarını seçerek,
- Bağlam duyarlı Simulink menüsünde (yalnızca windows) komut satırlarını seçerek,
- Simulink araç çubuğu üzerindeki (yalnızca windows) düğmeleri tıklatarak,
- MATLAB komut penceresinden komutları girerek.

3.4 Simulink Pencereleri

Simulink, blok kütüphane tarayıcısı, blok kütüphanesi, model, ve grafiksel benzetim çıkışı görüntülemek için ayrı pencereler kullanır. Bu pencereler, MATLAB şekil pencereleri değildir ve grafik yönetim komutlarını kullanarak idare edilemezler.

Simulink pencereleri mevcut en genel ekran çözünürlüğüne yerleşecek biçimde boyutlandırılır.

Aşırı derecede yüksek veya düşük çözünürlükteki bir ekranda pencere boyutlara ya çok küçük yada çok büyük olarak görülür. Bu durumda pencere yeniden boyutlandırıldıktan sonra, yeni pencere boyutlarını korumak için model kayıt edilmelidir.



Şekil 3.2 Simulink model penceresi.

3.5 Bloklar

Bloklar, Simulink modellerinin kurulduğu elemanlardır. Blokları uygun bir şekilde oluşturarak ve birine karşılıklı bağlayarak, hemen, hemen her türden dinamik sistemin modelini kurmak mümkündür.

Model oluşturmasında kullanılan Simulink blokları; asıl olmayan ve asıl (nonvirtual ve virtual) olmak üzere iki temel sınıfa ayrılır. Asıl olmayan bloklar bir sistemin benzetiminde etkin bir rol oynar. Bir asıl olmayan bloğun eklenmesi veya çıkarılması model davranışının değişimine neden olur. Bunun aksine, asıl bloklar benzetimde hiçbir etkin rol oynamazlar. Bazı simulink blokları bazı durumlarda asıl ve diğer durumlarda da asıl olmayan olur. Bu tür bloklar şartlı asıl bloklar olarak bilinir.

3.6 Kütüphaneler

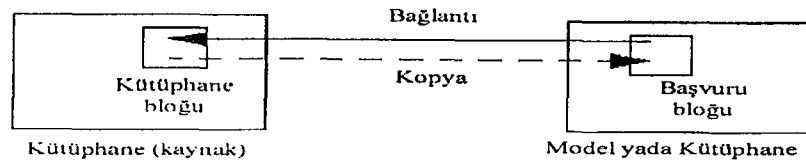
Kütüphaneler, kullanıcılara dış kütüphanelerden kendi modelleri içine blokları kopya etmesini ve kaynak bloklar değiştiğinde kopya edilen blokların otomatik olarak güncelleşmesini sağlar. Kütüphanelerin kullanımı, kendi blok kütüphanelerini oluşturan veya diğer kullanıcılar tarafından oluşturulanları kullanan kullanıcılara modellerinin bu blokların en son sürümlerini otomatik olarak içine alacağını kesinleştirilmesine olanak sağlar.

3.6.1 Terminoloji

Bu özelliklerle kullanılan aşağıda tanımlanan terminolojiyi anlamak önemlidir.

- Kütüphane (Library) - Bir kütüphane blokları derlemesi. Bir kütüphane, File menüsünden New Library kullanılarak belirgin biçimde oluşturulmalıdır.
- Kütüphane Bloku (Library block) - Bir kütüphanedeki bir blok.
- Başvuru Blok'u (Reference block) - Bir kütüphane bloğunun bir kopyası.
- Bağlantı (Link) - Kütüphane bloğu değiştiğinde, Simulink'e başvuru bloğunu güncelleştirme olanağı tanıyan başvuru bloğu ile bunun kütüphane bloğu arasındaki bağlantı.
- Kopya (Copy) - Ya bir kütüphane bloğu veya diğer başvuru bloğundan bir başvuru bloğu oluşturan işlemdir.

şekilde bu terminoloji gösterilmektedir.



şekil 3.3 Kopyalama işlemi.

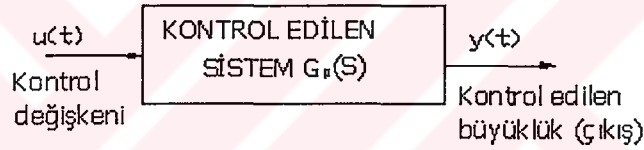
4. OTOMATİK KONTROL SİSTEMLERİ

4.1 Giriş

Dişli mekanizmalarında uygulanan kontrol yöntemleri diş boşluğu ve sürtünmeden kaynaklanan düzensiz, lineer olmayan durumları önlemek amacıyla uygulanırlar. Bu problemlerin üstesinden gelmek için, çeşitli kontrol stratejileri geliştirilmiştir (Ang vd. (2001)). Ancak, bu yöntemlerin limitleri vardır.

Bu bölümde, kontrol sistemleri incelenmiştir. Bu sistemler, dişli sistemini çalıştıran motor üzerinde moment kontrolü yapmak için kullanılmıştır (Lee (1991); Faiz (1999); Sturm vd.(1997); Tsai ve Chang (1992)). Sonuçlar kısmında, uygulanan bu kontrol yöntemlerinin, dişli sistemi üzerindeki etkileri değerlendirilmiştir.

Şekil 4.1'deki kontrol edilen prosesten hareket edilirse, kontrol sistem tasarımı aşağıdaki üç adımdan oluşur:



Şekil 4.1 Kontrol edilen sistem (proses).

- 1) Sistemin ne yapması ve nasıl yapması gerektiğinin belirlenmesi (tasarım koşulları).
- 2) Kontrolcü ya da kompensatör yapısının kontrol edilen sisteme (proses) nasıl bağlanacağını belirlenmesi.
- 3) Kontrolcü parametrelerinin tasarım hedeflerine göre belirlenmesi.

Bu tasarım hedefleri aşağıdaki alt bölümlerde detaylı olarak incelenecektir.

4.1.1 Tasarım kriterleri

Tasarım kriterleri genellikle sistemin ne yapması gerektiğini belirtmek ve nasıl yaptığını değerlendirmek için kullanılır. Bu kriterler her bir uygulamaya özgü farklıdır ve genellikle görece kararlılık, kararlı hal doğruluğu (hata), geçici yanıt ve frekans cevabı özellikleri ile ilgili kısımlardan oluşur. Bazı uygulamalarda parametre değişimlerine karşı duyarlılık (örneğin, dayanıklılık ya da bozucuları etkisiz kılma) gibi ilave kriterlerden de yararlanır.

Doğrusal kontrol sistemlerinin tasarımı zaman ya da frekans tanım bölgesinde

gerçekleştirilebilir. Örneğin, kararlı hal doğruluğu genellikle birim basamak, rampa ya da parabolik giriş için tanımlanır. Belirli tasarım kriterleri zaman tanım bölgesinde çok daha kolay değerlendirilebilir. En büyük aşım, yükselme zamanı ve yerleşme zamanı gibi birim basamak giriş için tanımlanan kriterler genellikle zaman tanım bölgesi tasarımlarında kullanılır. Göreli kararlılığın kazanç payı, faz payı ve M_r gibi büyüklüklerle ölçülebileceği gösterilmiştir. Bu tür frekans tanım bölgesi kriterleri Bode diyagramı, kutupsal yer eğrisi, genlik-faz eğrisi ve Nichols abağı ile birlikte kullanılmalıdır.

İkinci mertebeden sistemlerde, zaman ve frekans tanım bölgesi kriterleri arasında, bazı basit analitik ilişkiler bulunmaktadır. Ancak, yüksek mertebeden sistemlerde zaman ve frekans tanım bölgesi arasındaki ilişkileri kurmak zordur. Bunun iyi tarafı, aynı problemin alternatif yollardan çözülebilmesi, analiz ve sentezde farklı yöntemlerin uygulanabilmesidir. Tasarımın zaman ya da frekans tanım bölgesinde yapılması kararı genellikle tasarımcının seçimine kalmış bir konudur. Ancak, aşım, yükselme zamanı ve yerleşme zamanı gibi kriterler sistem davranışına ilişkin belirleyici sonuç değerleri verir. Deneyimsiz tasarımcı kazanç ve faz payı, rezonans tepesi gibi büyüklüklerin gerçek sistem davranışı üzerindeki etkisini açıklamakta zorlanır. Örneğin, 20 dB'lik bir kazanç payı, %10'dan az bir aşımı garanti eder mi? Tasarımcı için % 5'ten küçük bir aşım, 0.01 saniyeden az bir yerleşme zamanı çok daha anlamlıdır. Bu değerler şüphesiz ki 60°'lik faz payı ve 1.1'den küçük M_r gibi sistem davranışlarından daha anlamlıdır. Aşağıdaki özet, zaman ve frekans tanım bölgeleri arasındaki tercih mantığını açıklamakta yardımcı olacaktır:

1) Doğrusal kontrol sistemlerinin tasarımı tarihsel olarak Bode diyagramı, Nyquist yer eğrisi, genlik-faz eğrisi ve Nichols abağı gibi frekans tanım bölgesinde oluşturulan bir dizi güçlü grafiksel yöntemle başlamıştı. Bu yöntemlerin yararı yaklaşık çizimlerde ayrıntıya gerek duyulmamasıdır. Böylece tasarımcı kazanç payı, faz payı, M_r , vs. gibi frekans tanım bölgesi kriterlerinden yararlanarak yüksek mertebeden sistemleri bile tasarlayabilir. Böylece bazı kontrolcüler için frekans tanım bölgesinde gerekli deneme sına adımları en az sayıya indirilebilir.

2) Zaman tanım bölgesinde yükselme zamanı, yerleşme zamanı, aşım vs. gibi davranış kriterleri sadece ikinci mertebeden sistemlerde analitik tasarlanabilir, ya da ikinci mertebeden daha yüksek sistemlerde zaman tanım bölgesi için geçerli genel bir tasarım yöntemi vermek zordur.

Güçlü ve kullanıcıya yönelik bilgisayar yazılımlarının geliştirilip yaygınlaştırılmış olması,

bundan önce tarihsel gelişmeyle gelenekselleşen kontrol sistem tasarımı, uygulamada hızlı bir şekilde etkilemeye başlamıştır. Yeni bilgisayar yazılım araçlarıyla tasarımcı birkaç dakika içinde çok sayıda ve değişik zaman tanım bölgesi kriterini değerlendirme olanağını bulur. Bu özellik, frekans tanım bölgesinde elle grafiksel tasarıma yönelik olarak geliştirilen, geleneksel tasarım yöntemlerinin değerini azaltmıştır. Ayrıca, deneyimli kişilerin dışında, istenen zaman tanım bölgesi koşullarına karşı gelen anlamlı frekans tanım bölgesi kriterlerini belirlemede de zorlanılır. Örneğin, hangi aşımaya karşı düşeceğini bilmeden, 60°'lik bir faz payını belirlemek, hiç bir anlam taşımaz. Ancak, genelde aşımı kontrol etmek için, en azından faz payı ve M_1 'yi belirlemek gerekir. Özetlenirse, anlamlı frekans tanım bölgesi koşullarının deneme sınaama ile belirlenmesi, kendisi de bir deneme sınaama gerektiren tasarım işleminin bir ön evresini oluşturur. Bununla birlikte frekans tanım bölgesi yöntemleri hala daha sistemlerde gürültü etkisini azaltmak ve duyarlılık değerlendirmeleri yapabilmek için gereklidir ve her şeyden önce tasarıma geniş bir görüş açısı sağlar. Bu nedenle bu bölümde, zaman ve frekans tanım bölgesi tasarım teknikleri yan yana işlenmiş ve böylece alternatif yöntemler arasında çapraz karşılaştırmalar yapabilme olanağı sağlanmıştır.

4.1.2 Kontrolcü yapıları

Kontrol edilen doğrusal bir sistemin dinamiği genelde Şekil 4.1'de verilen blok diyagramı ile ifade edilebilir. Tasarımın amacı $y(t)$ ile gösterilen kontrol edilen çıkış değişkeninin istenilen şekilde davranmasıdır. Sorun temelde tasarım amaçlarının tümü gerçekleşecek şekilde $u(t)$ kontrol işaretini belirli bir zaman aralığında belirtmektedir.

Geleneksel tasarım yönteminde, tasarımcı kontrolcüsünün kontrol edilen prosese göre nereye yerleştirmesi gerektiğini genellikle önceden belirler ve sisteme sabit yapıda bir tasarım uygular. Bu durumda, sorun kontrolcü elemanlarını belirlemeye dönüşür. Amaç sistem davranış özelliklerini karşılamaya ve değiştirmeye yönelik olduğunda genellikle sabit yapı tasarıma kompanzasyon adı verilir.

Şekil 4.2'de yaygın kontrol yapıları görülmektedir. Bunlar aşağıda kısaca özetlenmiştir:

Seri (kaskat) kompanzasyon. Şekil 4.2 (a)'da, kontrolcünün kontrol edilen sisteme seri yerleştirildiği en yaygın kontrolcü yapısı olan, seri ya da kaskat kompanzasyon görülmektedir. Tezde de bu kontrolcü yapısı kullanılmıştır.

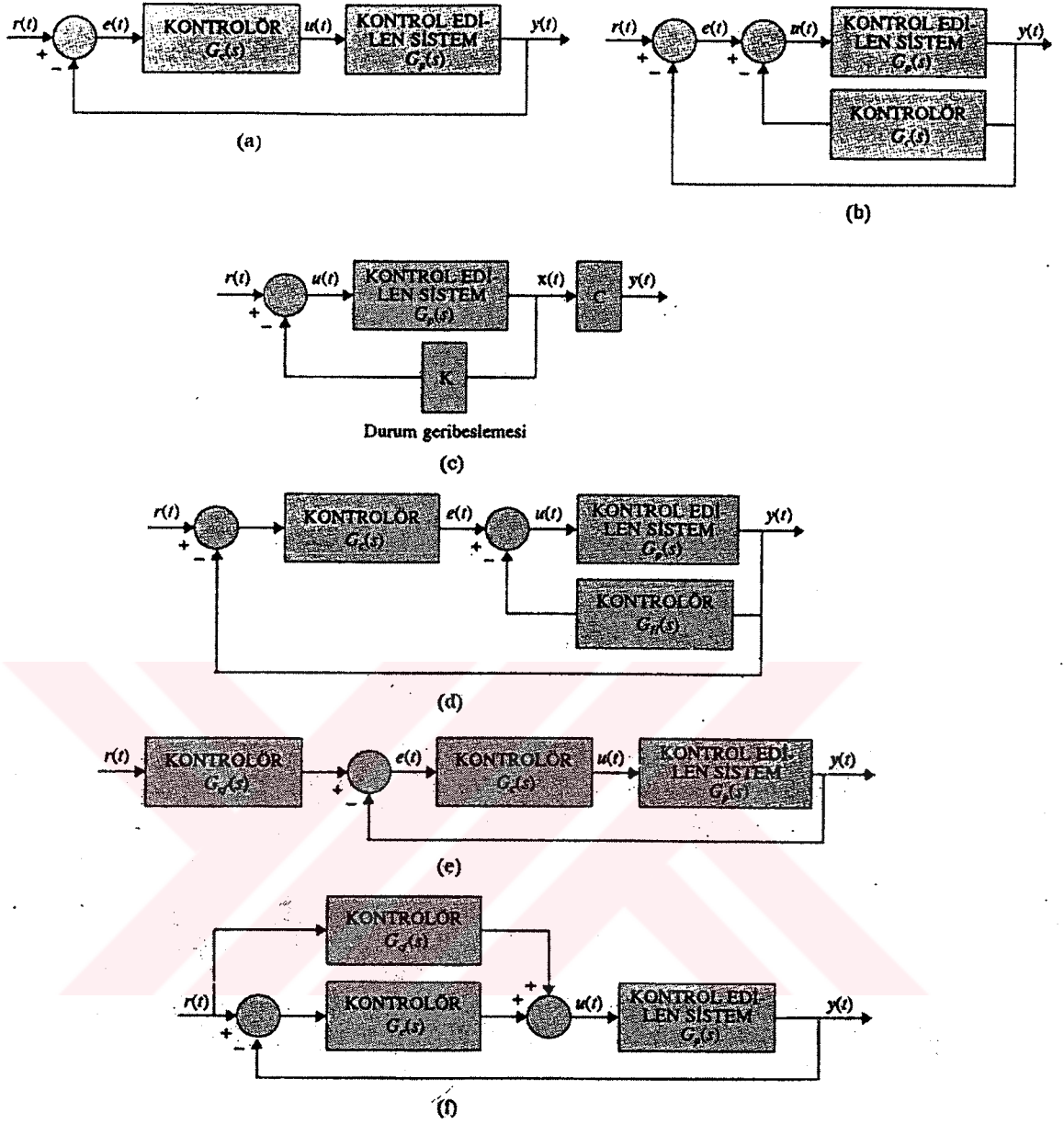
Geri beslemeli kompanzasyon. Şekil 4.2 (b)'de görüldüğü gibi kontrolcünün bir alt çevrime yerleştirildiği yapıya geri beslemeli kompanzasyon adı verilir.

Durum geri beslemeli kompanzasyon. Şekil 4.2 (c)'de görüldüğü gibi sistem durum değişkenlerinin sabit kazanç katsayıları ile geri beslendiği yapıya durum geri beslemesi denir. Ancak, yüksek mertebeden sistemlerde durumların tümünü geri besleme için çok sayıda dönüştürücüye ihtiyaç duyulur. Bu nedenle durum geri beslemeli yapının uygulanması çok masraflı ve zor olabilir. Düşük mertebeli sistemlerde bile tüm değişkenlere erişilemeyebilir ve çıkış değişkenlerinden bunları oluşturmak için bir gözleyici ya da kestirici'ye gerek duyulabilir.

Şekil 4.2 (a), (b) ve (c) yapıları, kompensatörlerde birden fazla değişken parametre bulursa bile, her sistemde sadece bir kontrolcü yer aldığından, tek serbestlik dereceli sınıfına girer. Tek serbestlik dereceli kompanzasyon yapılarının sakıncası gerçekleştirilebilir davranış kriterlerinin sınırlı olmasında yatar: Örneğin, eğer bir sistem belirli bir görelî kararlılığı sağlamak için tasarlanmış ise parametre değişimlerine karşı duyarlılığı fazladır. Ya da eğer sistem karakteristik denklem kökleri belirli bir görelî durum oluşturacak şekilde tasarlanmış ise, kapalı çevrim transfer fonksiyonundaki sıfırlar nedeniyle, basamak cevaba karşı gelen en büyük aşım buna rağmen çok fazla olabilir. Şekil 4.2 (d), (e) ve (f)'deki yapıların tümü iki serbestlik derecelidir.

Seri-geri beslemeli kompanzasyon, Şekil 4.2 (d)'de bir seri ve bir de geri beslemeli kontrolcünün kullanıldığı seri-geri beslemeli kompanzasyon yapısı görülmektedir.

İleri beslemeli kompanzasyon, Şekil 4.2 (e) ve (f)'de ileri ve ileri beslemeli kompanzasyon türleri görülmektedir. Şekil 4.2 (e)'de $G_{cf}(s)$ ileri kontrolcüsü, ileri yolda $G_{cf}(s)$ kontrolcüsü bulunan kapalı çevrimli sisteme, seri bağlıdır. Şekil 4.2 (f)'de ise $G_{cf}(s)$ ileri beslemeli kontrolcüyle ileri yola da paralel bağlıdır. İleri beslemeli kompanzasyonun temelinde $G_{cf}(s)$ 'nin sistem çevriminde bulunmaması ve özgün sistem karakteristik denklem köklerinden etkilenmemesi ana fikri yatar. $G_{cf}(s)$ 'nin kutup ve sıfırları kapalı çevrimli sistem transfer fonksiyonunun kutup ve sıfırlarını silecek şekilde seçilebilir.



Şekil 4.2 Kontrol sistem kompanzasyonunda çeşitli kontrolcü yapıları.

(a, b ve c tek d, e ve f iki serbestlik derecelidir). (a) Seri ya da kaskat kompanzasyon. (b) Geri beslemeli kompanzasyon. (c) Durum-geri beslemeli kompanzasyon. (d) Seri-geri beslemeli kompanzasyon. (e) Seri kompanzatorlü ileri kompanzasyon. (f) Seri kompanzatorlü ileri beslemeli kompanzasyon. Kontrol sistem kompanzasyonunda çeşitli kontrolcü yapıları (a, b ve c tek d, e ve f iki serbestlik derecelidir). (a) Seri ya da kaskat kompanzasyon. (b) Geri beslemeli kompanzasyon. (c) Durum-geri beslemeli kompanzasyon. (d) Seri-geri beslemeli kompanzasyon. (e) Seri kompanzatorlü ileri kompanzasyon. (f) Seri kompanzatorlü ileri

beslemeli kompanzasyon.

Yukarıdaki kompanzasyon yapıları içinde PID kontrolcüsü yaygın uygulama alanı bulan ve etkin işaretin oransal, integral ve türevsel bir bileşimini sisteme uygulayan bir kontrolcüdür. Bu işaret bileşenleri zaman tanım bölgesinde kolaylıkla gerçekleştirilip görüntülenebildiğinden, PID kontrolcüsü genellikle zaman tanıma bölgesi yöntemleriyle tasarlanır. PID türü kontrolcüler dışında faz ilerlemeli, gerilemeli, ilerlemeli - gerilemeli ve çentik kontrolcüler de sık kullanılır. Bu kontrolcülerin isimleri frekans tanım bölgesi özelliklerinden kaynaklanır. Sonuçta bu kontrolcüler genellikle frekans tanım bölgesi yöntemleriyle tasarlanır. Tasarım eğilimlerine rağmen kontrol sistemleri tasarımında zaman ve frekans tanım bölgesi yöntemleri birlikte kullanılır. Bu nedenle, burada her iki yaklaşımdan yararlanılacaktır.

Yukarıda verilen kompanzasyon yapılarının listesinin yeterli olduğu söylenemez. Şekil 4.2'deki sistemlerin tümü sürekli kontrol sistemlerine ilişkindir. Bu yapılar ayrıklı verili sistemlere de uygulanabilir, ancak bu durumda kontrolcüler sayısal olmalı ve bunlara işaret dönüştürücü ara birimler eklenmelidir.

4.1.3 Tasarımın temel ilkeleri

Belirli bir kontrolcü yapısını seçtikten sonra; tasarımcı tüm tasarım koşullarını gerçekleyen bir kontrolcü türünü, eleman değerleriyle birlikte belirlemelidir. Kontrol sistemlerinin tasarımda kullanılabilir kontrolcü türleri sadece hayal gücüyle sınırlıdır. Ancak, mühendislik uygulamaları gereği tüm tasarım koşullarını sağlayan en basit yapıyı kontrolcünün seçimi tercih edilir. Genellikle kontrolcünün karmaşıklığı arttıkça fiyatı artar, güvenilirliği azalır ve tasarımı güçleşir. Belirli bir uygulamaya yönelik bir kontrolcünün seçimi genellikle tasarımcının geçmiş deneyimine, önsezilerine ve tasarım hünerine bağlıdır.

Bir kontrolcüde karar kıldıktan; sonra ikinci adım kontrolcü parametre değerlerini belirlemektir. Bu parametre değerleri kontrolcüyü oluşturan bir ya da daha fazla transfer fonksiyona ilişkin katsayılarıdır. Temel tasarım yaklaşımı, analiz araçlarından yararlanarak, bireysel parametrelerin tasarım koşullarını ve neticede sistem davranışını nasıl etkilediğini belirlemektir. Bu bilgilere dayanarak kontrolcü parametreleri tüm tasarım kriterleri gerçekleştirilecek şekilde seçilir. Bu işlem oldukça açık olmakla birlikte, genellikle kontrolcü parametrelerinin birbirlerini ve özellikler tasarım kriterlerini çelişkili bir şekilde etkilemesi nedeniyle, çok sayıda tasarım adımının atılmasını gerektirebilir. Örneğin, belirli bir parametre değeri seçilerek aşım sağlatılabilir, ancak yükselme zamanı koşulunu ayarlamak için başka bir

parametre değiştirildiğinde aşım kriteri artık sağlanmayabilir. şüphesiz ki tasarım kriterleri ve kontrolcü parametrelerinin sayısı artıka tasarım işlemi de karmaşıklaşır.

Tasarım, zaman ya da frekans, hangi tanım bölgesinde sürdürülürse sürdürülsün, bazı yöntem ya da tasarım kurallarını izlemelidir. Zaman tanım bölgesi tasarımının özellikle s-düzlemine ve kök eğrilerine dayandığını göz önünde bulundurmak gerekir. Frekans tanım bölgesi tasarımında ise, çevrim transfer fonksiyonu genlik ve fazı etkilenerek, kriterler sağlatılmaya çalışılır.

Tasarımda kullanılmak amacıyla zaman ve frekans tanımlı bölgesi özelliklerini özetlemek gerekirse:

- 1) Kapalı çevrim transfer fonksiyonunda karmaşık eşlenik kutuplar az sönümlü basamak cevaplarına neden olur. Tüm kutupların gerçek olması halinde basamak cevabı aşırı sönümlüdür. Ancak, kapalı çevrim transfer fonksiyonundaki sıfırlar, sistem aşırı sönümlü olsa bile, aşım neden olabilir.
- 2) Sistem cevabı, s-düzlemde koordinat merkezine en yakın kutuplar tarafından belirlenir. Sola doğru uzaklaşan kutuplar geçiçi cevapta daha hızlı söner.
- 3) Baskın sistem kutupları s-düzlemde sola doğru uzaklaştıka, sistem cevabı hızlanır ve bant genişliği artar.
- 4) Baskın sistem kutupları s-düzlemde sola doğru uzaklaştıka, iç işaret genlikleri büyür ve sistem işletim masrafı artar. Bu her ne kadar analitik doğrulansa da, bir çiviye çekiçle daha sert vurulduğunda, çivinin daha fazla ötelendiği ve her darbede daha çok enerjiye ihtiyaç duyulduğu gerçeğinden kaynaklanır. Benzer şekilde, bir spor arabasının ivmesi fazladır, ancak normal bir arabaya göre daha fazla yakıt harcar.
- 5) Sistem transfer fonksiyonunda bir sıfır bir kutbun yanında yer alması halinde, kutup sistem cevabını çok küçük bir genlikle etkiler (sıfır-kutup silmesi).
- 6) Zaman ve frekans tanım bölgesi kriterleri kendi aralarında ilişkilidir. Yükselme zamanı ve bant genişliği ters orantılıdır. Faz payı, kazanç payı, M_r ve sönüm oranı ters orantılıdır.

4.2 Kontrol Sistemleri

4.2.1 Orantı kontrol ve orantı tipi kontrol sistemi (P-Kontrol)

Orantı kontrolde, kontrol sistemi çıkışı bir oransal sabit yoluyla kontrol sistemi girişine

oranlanır. Kontrol sistemi çıkışı, $m(t)$ ile girişi hata sinyali, $e(t)$ arasındaki bağıntı,

$$m(t) = K_p e(t) \quad (4.1)$$

şeklinde verilir. Burada, K_p orantı kazancı olup orantı (P) kontrolün transfer fonksiyonu,

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p \quad (4.2)$$

şeklinde orantı kazancı olan bir sabite eşittir.

Orantı kontrolde, herhangi bir anda kontrol sistemi çıkışı; $m(t)$ hatanın büyüklüğüne bağlıdır ve o anda hata ne kadar büyük olursa düzeltici kontrol sinyali, $m(t)$ o oranda büyük olur. Hata küçük olduğunda ise kontrol sistemi yeteri kadar etkili düzeltici sinyal üretemez. Kazanç katsayısını, K_p 'yi arttırarak kalıcı-durum hatasını azaltmak mümkündür. Orantı kontrolün en önemli üstünlüğü, yapısının basitliğidir. Basit bir kuvvetlendirici yardımıyla dahi orantı kontrol de çalışan kontrol sistemi gerçekleştirmek mümkündür.

4.2.2 İntegral kontrol ve kontrol sistemi (I-Kontrol)

Bu kontrol sisteminde, kontrol sistemi çıkışı, $m(t)$ hatanın, $e(t)$ zaman integrali ile orantılıdır. İntegral kontrol yasası,

$$m(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \quad veya \quad m(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (4.3)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, K_i integral kontrol kazancı, T_i integral zaman sabiti adını alır.

Bu kontrolün transfer fonksiyonu,

$$\frac{M(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s} \quad veya \quad \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{1}{T_i s} \quad (4.4)$$

şeklinde ifade edilir. İntegral kontrolün çıkışı geçmişte meydana gelen hatanın birikimi ile orantılıdır ve herhangi bir anda hatanın integrali büyük olursa büyük bir düzeltme etkisi sağlanır. İntegral kontrol aynı zamanda yeniden ayar adını da alır. İntegral zaman sabitinin tersi yeniden ayar oranı, $K_i = 1 / T_i$ olarak bilinir.

İntegral kontrol, orantı kontrole göre sistemde meydana gelebilecek kalıcı durum hatasını sıfır yapar. İntegral kontrolde, transfer fonksiyonu paydasına bir "s" çarpanı getirdiğinden sistemin derecesini bir kat arttırır. Buna göre integral kontrolü olmayan bir sistemin kalıcı durum

hatası bir üstte çıkarılmak suretiyle iyileştirilmiş olur. İntegral kontrolünün en önemli sakıncası ise açık-döngü transfer fonksiyonunda, s-düzlemi orjiniinde bir kutup ilavesi getirmesidir. Bu ise sisteme kararsızlık etkisi getirir. İntegral kontrol ile transfer fonksiyonu paydasına getirilen "s" çarpanı aynı zamanda sisteme 90° lik faz gecikmesi de getirir. Bunun sonucu olarak integral kontrol yavaş bir kontrol sağlar. İntegral zaman sabitini küçültürük kontrol etkisini belli oranda arttırmak mümkündür.

4.2.3 Türev kontrol ve kontrol sistemi (D-Kontrol)

Bu kontrolde, kontrol sistemi çıkışı, m(t) hatanın, e(t) zamana bağılı türevine orantılıdır. İdeal olarak,

$$m(t) = K_d \frac{de}{dt} \quad \text{veya} \quad m(t) = T_d \frac{de}{dt} \quad (4.5)$$

şeklinde ifade edilir. Transfer fonksiyonu,

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_d s \quad \text{veya} \quad \frac{M(s)}{E(s)} = T_d s \quad (4.6)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, K_d türev kontrol sistemi kazancı veya T_d türev kontrol zamanı adını alır.

Türev kontrolünün en önemli üstünlüğü; hatanın büyümesini önceden kestirmesi ve büyük bir hata ortaya çıkmadan bir düzelme etkisi sağlamasıdır. Türev kontrol daha hata değişmeye başlar başlamaz harekete geçtiğinden "önceden sezış" kontrolü olarak da bilinir. Türev kontrol açık döngü transfer fonksiyonu payına "s" çarpanı getirerek sisteme s-düzlemi orijiniinde bir sıfır ilave eder. Bu ise sistemin kararlılığı üzerinde iyileştirici bir etki yapar. Paydaki "s" çarpanı aynı zamanda sisteme 90° lik bir faz önceliğı getirir.

Bir sabitin türevi sıfır olduğundan türev kontrolün zamanla değişmeyen sabit hata üzerinde etkisi yoktur. $e(t) = \text{sbt.}$ olması halinde $de/dt = 0$ ve dolayısıyla $m(t) = 0$ olacağından sabit kalan hatalar üzerinde türev kontrolünün sağlayacağı kontrol sıfırdır. Türev kontrol yalnızca hatanın zamana göre değişimi karşısında kontrollü olduğunda kontrol sistemlerinde yalnız başına kullanılmaz ve ancak diğerkontrol sistemleri ile birleştirilerek kullanılabilir. Türev alıcı bir eleman gürültü sinyallerine çok duyarlıdır. Bu nedenle pratikte bir işlemsel kuvvetlendirici yoluyla türev alma yapmak çok zordur. Bu durumda türev kontrol yasası,

$$\frac{M(s)}{E(s)} = \left(\frac{K_d s}{T s + 1} \right) \quad (4.7)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, T bire göre çok küçük olan bir zaman sabitidir.

4.2.4 Orantı, integral kontrol ve kontrol sistemi (PI-Kontrol)

Bu kontrol sistemi; Şekil 4.3'de verildiği gibi orantı ve integral kontrol sistemlerinin birleştirilmesinden meydana gelir. Kontrol sistemi çıkışı,

$$m(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt \quad (4.8)$$

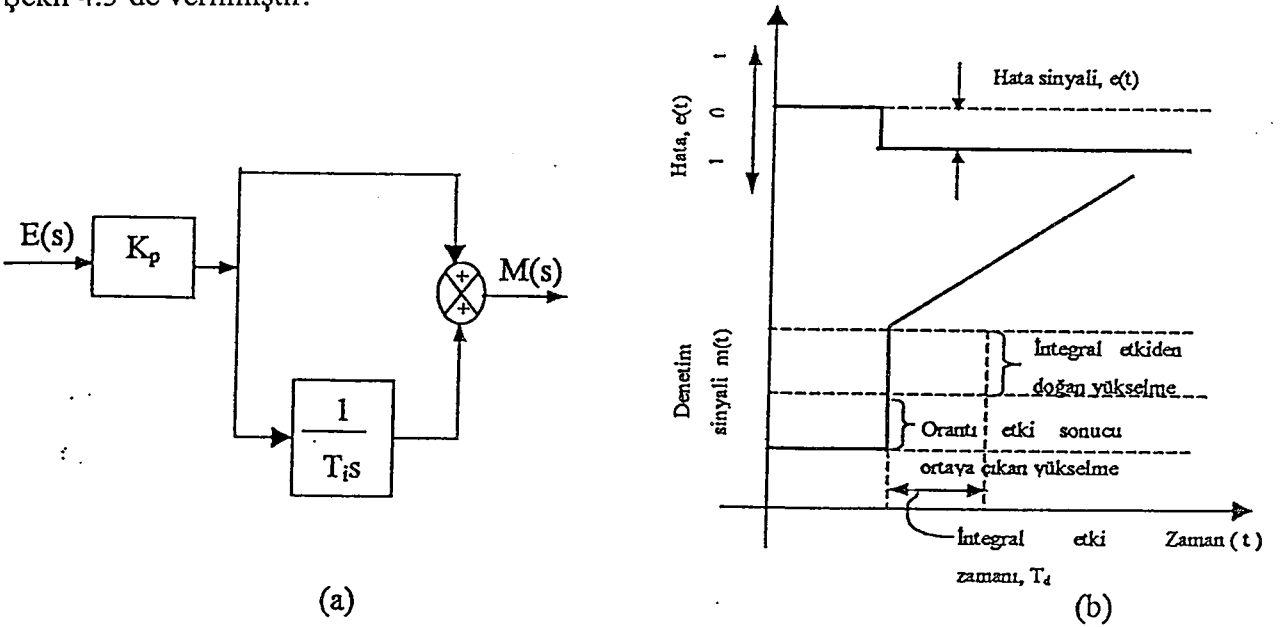
veya

$$m(t) = K_p \left[e(t) + \frac{K_i}{K_p} \int_0^t e(t) dt \right] \quad (4.9)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, $K_p/K_i=T_i$ integral kontrol zamanıdır. PI kontrolünün transfer fonksiyonu,

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (4.10)$$

şeklinde dir. Hatada bir basamak değişim karşısında PI-kontrol sistemi çıkışındaki değişim Şekil 4.3'de verilmiştir.



Şekil 4.3 Orantı + integral (PI) kontrolü. Yüksel (1997)

Orantı kontrole integral kontrol ilavesi, orantı kontrolünün tek başına kullanılması halinde sistemde ortaya çıkan kalıcı durum hatasını ortadan kaldırır. İntegrasyon işlemi kalıcı durum hatasını ortadan kaldırmakla beraber aynı bağıl kararlılık koşullarında verilen sistemin cevap hızı düşer. İntegral kontrol kazancını, K_i artırarak cevap hızı aramakla beraber kazanç değerinin çok fazla artırılması sistemi kararsızlığa götürebilir.

4.2.5 Orantı, türev kontrol ve kontrol sistemi (PD-Kontrol)

Orantı artı türev kontrol sistemi, Şekil 4.4 'de görüldüğü gibi orantı ve türev kontrol sistemlerinin birleşiminden meydana gelmiş olup bu kontrol sistemin çıkışı,

$$m(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de}{dt} \quad (4.11)$$

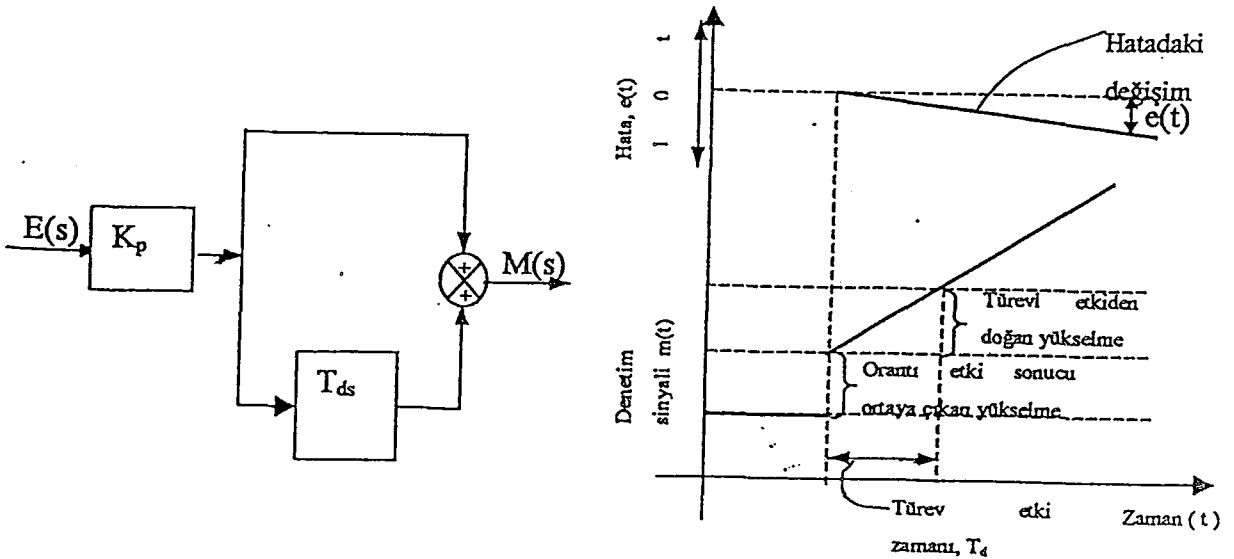
veya

$$m(t) = K_p \left[e(t) + \frac{K_d}{K_p} \frac{de}{dt} \right] \quad (4.12)$$

şeklinde verilir. Burada, $T_d = K_d / K_p$ türev kontrol zamanı olup sistemin transfer fonksiyonu,

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p (1 + T_d s) \quad (4.13)$$

olarak elde edilir. Şekil 4.4'de, hatada belirli eğimine (de/dt) göre ortaya çıkan değişime karşılık, kontrol sistemi çıkışındaki değişimler verilmiştir.



Şekil 4.4 Orantı + türev (PD) kontrolü. Yüksel (1997)

PD kontrolünde; transfer fonksiyonunun payına ilave edilen "s" (öndelik ilavesi) yalnız orantı kontrol kullanılması haline göre, sistemin aynı bağıl kararlılığında daha büyük orantı kazancı, K_p değerleri seçilmesine olanak sağlar. Bu durumda sistemin cevap hızı artar. Buna karşılık orantı kontrol halinde ortaya çıkan kalıcı durum hatası türev kontrol ilavesi ile ortadan kaldırılamaz, yalnız orantı kontrol kullanılması durumuna göre azaltılabilir.

4.2.6 Orantı, integral, türev kontrol ve kontrol sistemi (PID-Kontrol)

PID kontrol, Şekil 4.5'de verildiği gibi üç temel kontrol sisteminin (P,I,D) birleşiminden meydana gelmiştir. PID kontrol sisteminin çıkışı veya kontrol yasası,

$$m(t) = K_p \left[e(t) + \frac{K_i}{K_p} \int_0^t e(t) dt + \frac{K_d}{K_p} \frac{de}{dt} \right] \quad (4.14)$$

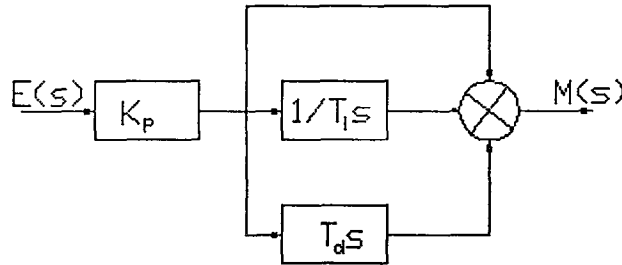
veya

$$m(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de}{dt} \right] \quad (4.15)$$

şeklinde ifade edilir ve buradan transfer fonksiyonu,

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (4.16)$$

olarak elde edilir.



Şekil 4.5 PID kontrol.

PID kontrol; üç temel kontrol sisteminin üstünlüklerini tek bir birim içinde birleştiren bir kontrol sistemidir. İntegral kontrol sistemde ortaya çıkabilecek kalıcı durum hatasını sıfırlarken türev kontrol de, yalnızca PI kontrolü kullanılması haline göre sistemin aynı bağıl

kararlılığı için cevap hızını artırır. Buna göre PID kontrol sistemi, sistemde sıfır kalıcı durum hatası olan hızlı bir cevap sağlar.

PID kontrol sistemi diğerlerine göre daha karmaşık yapıda olup o oranda pahalıdır. Burada, K_p , T_i ve T_d parametrelerinin uygun bir ayarı ile uygun bir kontrol sağlanabilir. Eğer bu katsayılar uygun bir şekilde ayarlanmayacak olursa, PID kontrolün sağlayacağı üstün özelliklerden yararlanılamaz.

4.2.6.1 PID kontrolün belli başlı temel özellikleri

Denetlenecek sistemin dinamik yapısına bağlı olarak üç temel kontrol sisteminin mümkün olan en basit bileşimleri kullanılır. Burada, genelleştirilmiş bir PID tipi kontrol sistemi içinde orantı kontrol ve buna integral ve türev kontrol ilavesinin sağlayacağı özellikler ve bunlara bağlı temel parametre özellikleri ele alınacaktır.

PID tipi kontrol sisteminin genel transfer fonksiyonunu tekrar ele alacak olursak,

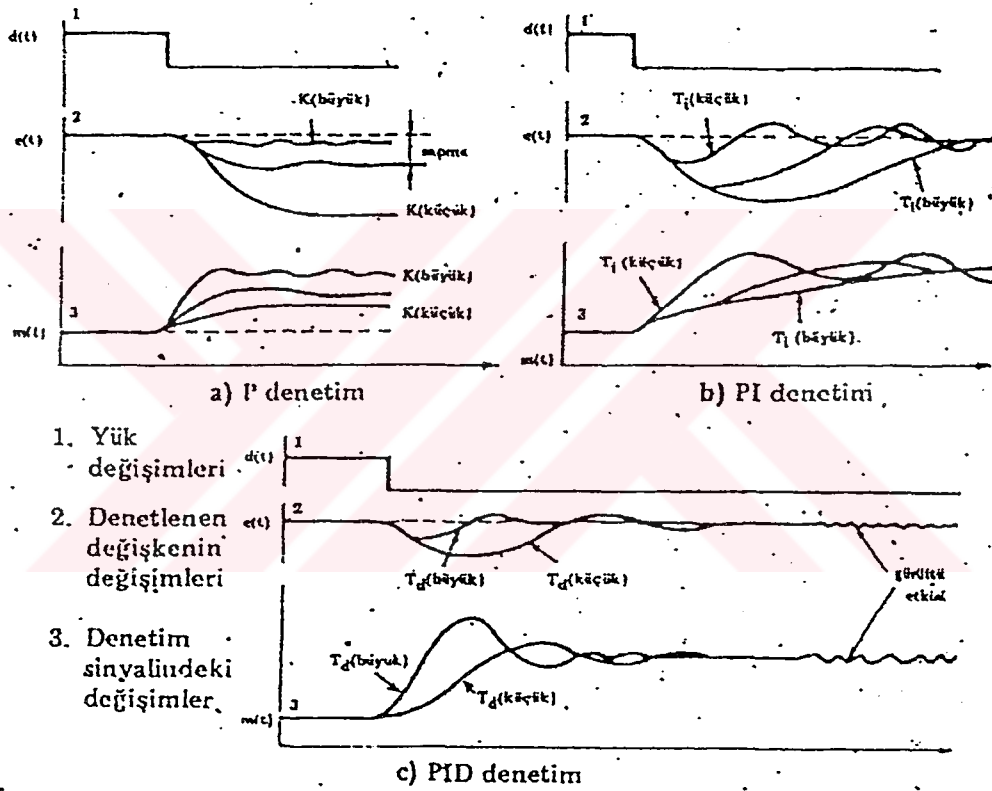
$$G_d(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (4.17)$$

a) Orantı kontrol, (P-Kontrol): $T_i \rightarrow \infty$ ve $T_d \rightarrow 0$ halinde kontrol sistemi yalnızca orantı kontrol ile çalışır. Bunu da orantı kazancı, K_p 'nin ayarı ile kontrol sisteminin, kontrol duyarlılığı artırabilir. Orantı kontrol ; oldukça basit yapıda ve makul ölçülerde ucuz ve güvenilir olması nedeniyle, endüstride kalıcı durum hatasının fazla önemli olmadığı yerlerde kullanılır.

b) PI tipi kontrol: Orantı kontrole integral kontrol ilavesi ile elde edilen PI tipi kontrol sisteminin yapısı nispeten basit olup özellikle zaman kontrol sistemlerinde %75-90 arasında kullanılır. En yaygın kullanım alanları, basınç, seviye ve akış kontrol sistemleridir. İntegral kontrol, kontrol edilen çıkış büyüklüğünde meydana gelebilecek kalıcı durum hatalarını ortadan kaldırır. İntegral kontrolün kullanım amacı sistemin değişen talepleri üzerinde yeterli bir kontrolü sağlamaktır. Eğer sistemden gelen bir talep yalnızca P kontrolle karşılanıyorsa I kontrolü kullanılması gereksizdir.

c) PID kontrol: Uzun ölü zaman gecikmelerinin ortaya çıktığı zaman kontrol sistemlerinde, PI kontrolde integral kontrolünün tamamlayıcısı olarak türev kontrol kullanılır. Orantı kontrole türev kontrol ilavesi ile elde edilen PD kontrol; kalıcı durum hatasını sıfırlayamamakla beraber, bozucu girişten doğan kalıcı durum hatasının fazla önemsenmediği, fakat buna

karşılık orantı kontrole göre geçici durum davranışının iyileştirilmesi istenen konum servo mekanizmalarında tercih edilir. Türev kontrol ilavesi kararsız veya kararsızlığa yatkın bir sisteme sönüm ilave ederek sistem daha kararlı hale getirilebilir. Türev kontrol ilavesinin en önemli sakıncası kontrol sinyalleri yanında sistemde ortaya çıkan gürültü sinyallerini de kuvvetlendirmesidir. Şekil 4.6'da sistemde bir basamak sonucu girişi kontrol etmesi halinde hata sinyali ve kontrol sinyalindeki değişimlerin durumu verilmiştir. Burada, P, PI, PID kontrolün çeşitli parametre değerlerine (K_p , T_i , T_d) bağlı olarak sistemin geçici durum davranışlarındaki durum gösterilmiştir.



Şekil 4.6 Parametre değişimleri. Yüksel (1997)

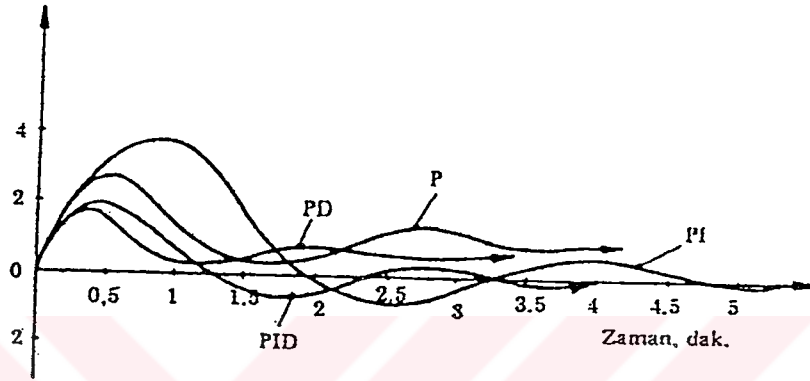
Şekil 4.7'deki eğrilerin karşılaştırılmasından;

i) Yalnızca P kontrol durumunda, cevap eğrisi birkaç salınım yaptıktan sonra kalıcı durum halinde olması gerektiği noktadan belli bir sapma gösterir.

ii) PI kontrol durumunda, benzer biçimde bir cevap eğrisi elde edilmekle beraber orantı kontrole türev kontrol ilavesi sistemin kararsızlığa yatkınlığını arttırır.

iii) PD kontrolde; hata ortaya çıkar çıkmaz hem orantı kontrol ve hem de türev kontrol hatayı azaltır ve dolayısıyla hatanın ilk en yüksek değeri daha küçük olur. Eğriden görüldüğü gibi PD kontrol ile; P kontrole göre, daha az başlangıç sapması ve daha az kalıcı durum hatası ortaya çıkar.

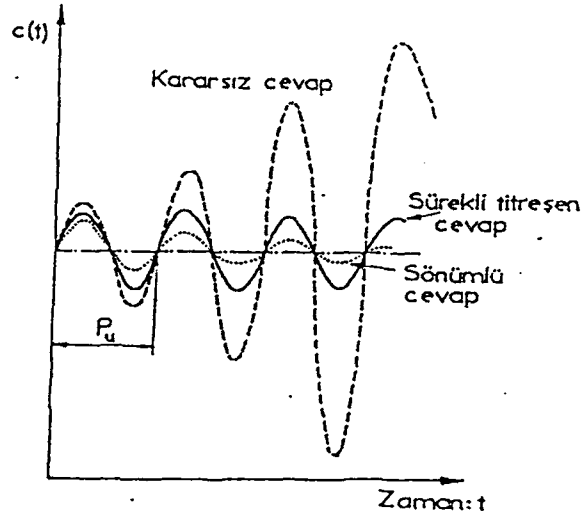
iv) PID kontrolde daha büyük bir başlangıç hatası ortaya çıkmasına rağmen kalıcı durum hatası tamamen sıfır olur.



Şekil 4.7 Kontrol sistemlerinin karşılaştırılması. Yüksel (1997)

4.2.7 Sürekli titreşim metodu

DeneySEL metotlar arasında en tanınmış olanlardan biridir. Bu metot Ziegler ve Nichols isimli iki araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Bu metodun esası kapalı çevrimli kontrol sistemine sadece orantı kazancı ile deneye tabi tutmaktır.



Şekil 4.8 Çeşitli cevap eğrileri. Yüksel (1997)

İntegral zamanı sonsuza ayarlanır ($T_i = \infty$), diferansiyel zamanı sıfıra ayarlanır ($T_d = 0$), böylece kontrol sistemi üzerinde sadece orantı kontrol kalır. Referans değerinde bir basamak değişmesi sağlanır. K kazanç değeri değiştirilerek deney bir kaç defa tekrarlanır. Sürekli titreşim yapan cevap eğrisi, veren K değerine K_{mak} denir, bu durumda titreşim periyoduna ise P_u denir, Şekil 4.8. Ziegler ve Nichols pek çok deney yaparak sonuçların korelasyonunu sağlamıştır. Bu sonuçlara göre, çeşitli kontrol organı tiplerinde çoğunlukla 1/4 genlik oranı ölçüsünü sağlayan uygun ayar değerlerini K_{mak} ve P_u ya bağlı olarak vermişlerdir.

Orantı (P) kontrol sistemi için :

$$K=0,5 K_{mak} \quad (4.18)$$

Orantı + İntegral (PI) kontrol sistemi için :

$$K = 0,45 K_{mak} \quad (4.19)$$

$$T_i = \frac{P_u}{1,2} \quad (4.20)$$

Orantı + Diferansiyel (PD) kontrol sistemi için :

$$K=0,6 K_{mak} \quad (4.21)$$

$$T_d = \frac{P_u}{8} \quad (4.22)$$

Orantı + İntegral + Diferansiyel (PID) kontrol sistemi için :

$$K=0,6 K_{\text{mak}} \quad (4.23)$$

$$T_i = \frac{P_u}{2} \quad (4.24)$$

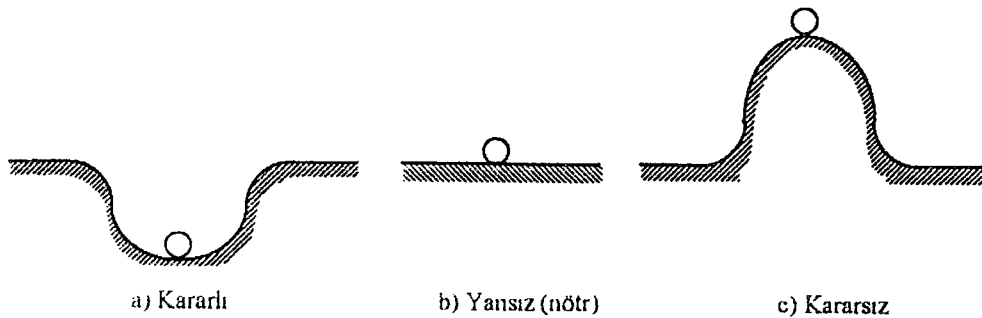
$$T_d = \frac{P_u}{8} \quad (4.25)$$

PI kontrol için tavsiye edilen kazanç değeri K, sadece orantı kontrol (P kontrol) için tavsiye edilen değerden % 10 daha düşüktür. Bunun sebebi, integral kontrolünün sisteme faz gecikmesi katarak sistemin kararlılığını azaltmasıdır. Buna karşılık I kontrol hatayı sıfır yapar.

4.3 Doğrusal Geribeslemeli Sistemlerin Kararlılığı

Kurulan modellere göre transfer fonksiyonu elde edilen bir sistemin dinamik davranışı geçici-durum cevabından saptanır. Kontrol sistemlerinin, kararlılık, hızlı cevap ve hassasiyet şeklinde en az üç özelliği sağlaması gerekir. Bir kontrol sisteminin dinamik davranışının en önemli özelliği kararlılığıdır. Kararlı sistem, sınırlı bir cevaba sahip sistem olarak tanımlanır. Diğer bir deyişle, eğer sistem sınırlı bir başvuru girişi ve bozucu giriş karşısında sınırlı büyüklükte bir cevap veriyorsa kararlıdır denir. Kararlı bir sistem, bir bozucu giriş karşısında geçici-durum davranışı gösterdikten sonra tekrar denge konumuna dönen sistemdir.

Kararlılık kavramını fiziksel açıdan Şekil 4.9'da verilen bir bilyenin farklı yüzeylerdeki hareketi ile açıklanabilir.



Şekil 4.9 Denge durumları.

Şekil 4.9 a'da çukur bir çanak içinde yer alan bilyeye sağa veya sola doğru bir hareket verilip bırakılacak olursa bilye birkaç salınım hareketi yaptıktan sonra ilk denge konumuna dönecektir. Bu, kararlı bir denge hali olup kararlı sistemi gösterir. Bu durum aynı zamanda negatif geri besleme davranış etkisini de açıklar. Çünkü, burada çıkış hareketi daima giriş hareketine ters yönde etkir. Düz bir düzlem üzerinde yer alan bir bilyeye, Şekil 4.9 (b), bir hareket uygulanacak olursa bilye daima aynı kot durumunu koruyacaktır. Bu durum yansız (nötr) kararlılığı göstermektedir. Dışbükey bir çanağın tepesi üzerinde yer alan bilye yerinden oynatılacak olursa bir daha eski konumuna dönmek üzere hareket eder (Şekil 4.9 c). Bu durum kararsız denge halini veya kararsız bir sistemi gösterir. Bu durum aynı zamanda pozitif geri beslemeye de örnek teşkil eder. Çünkü, burada çıkış hareketi giriş hareketi ile aynı yönde etki eder.

Bir dinamik sistemin kararlılığı da benzer şeklide tanımlanır. Sistemin bir girişe cevabı azalan, yansız veya artan şeklinde olabilir. Özellikle kararlılık tanımından bir doğrusal sistemin kararlı olması demek, onun ani darbe (impulse) cevabının zaman sonsuza giderken sifira ulaşması demektir. Eğer sistem cevabı zamana bağlı olarak sürekli artıyorsa veya büyüyen genlikli titreşim şeklinde ise kararsızlık söz konusudur. Fiziksel sınırlamalar dolayısıyla sistem çıkış büyüklüğünün sonsuza kadar artması mümkün olamayacağından kararsız bir sistem cevabı maksimum noktada durur. Aksi taktirde sistem mekanik olarak durdurulamazsa tahrip olur. Kararlı bir sistemde, sistem cevabı düzgün veya küçülen genlikli titreşim şeklinde azalır. Doğrusal kontrol sistemlerinin kararlılığı, kapalı-döngü transfer fonksiyonunun kutuplarından diğer bir deyişle, özyapısal denklemin köklerinden belirlenebilir. Bir doğrusal sistemin kararlı olup olmadığı o sistemin kendisine ait bir özellik olup sistemin girişinden bağımsız olduğunu belirtilmişti. Giriş fonksiyonu kutupları sistemin kararlılığını etkilemez, yalnızca kalıcı durum davranışı üzerinde etkili olabilir.

Bir sistemin kararlı olup olmadığının incelenmesini sağlayan çeşitli yöntemler mevcuttur. Bunlar; (i) karmaşık s-düzlemi yaklaşımı (ii) zaman-alanı yaklaşım ve (iii) frekans alanı yaklaşımıdır. Çeşitli giriş fonksiyonlarına bağlı olarak bulunan cevap fonksiyonlarında zaman sonsuza giderken cevap sonlu bir değerde kalıyorsa sistem kararlı olarak belirlenir. Aksi taktirde sistem kararsızdır. Frekans alanı yaklaşımda Nyquist yöntemi gibi yöntemler uygulanmakta olup, burada kararlılık ölçütü olarak kazanç payı ve faz payı tanımlanmıştır.

4.3.1 Karmaşık düzlemde kararlılık çözümlemesi

Kapalı döngü bir sistemin kararlılığının transfer fonksiyonu kutuplarının karmaşık düzlemdeki (s-alanı) yerlerine göre saptanabileceği belirtilmişti. Sistemin kutupları ise transfer fonksiyonun paydası olan özyapısal denklemin kökleri olarak bulunur. Bir geri beslemeli sistemin kararlı olabilmesi için gerek ve yeter şart sistem transfer fonksiyonu kutuplarının negatif gerçek kısımlara sahip olmasıdır. Transfer fonksiyonu kutuplarının karmaşık düzlemdeki yeri sistemin kararlılığı yanında sistemin dinamik davranışını da tanımlar. Bu yönden s'in bir polinomu olan özyapısal denklemin köklerini bularak hem sistemin kararlılığı hakkında ve hem de dinamik davranışı hakkında bir fikir sahibi olunur.

Kapalı döngü bir sistemin transfer fonksiyonu en genel hali aşağıdaki şekilde yazılabilir.

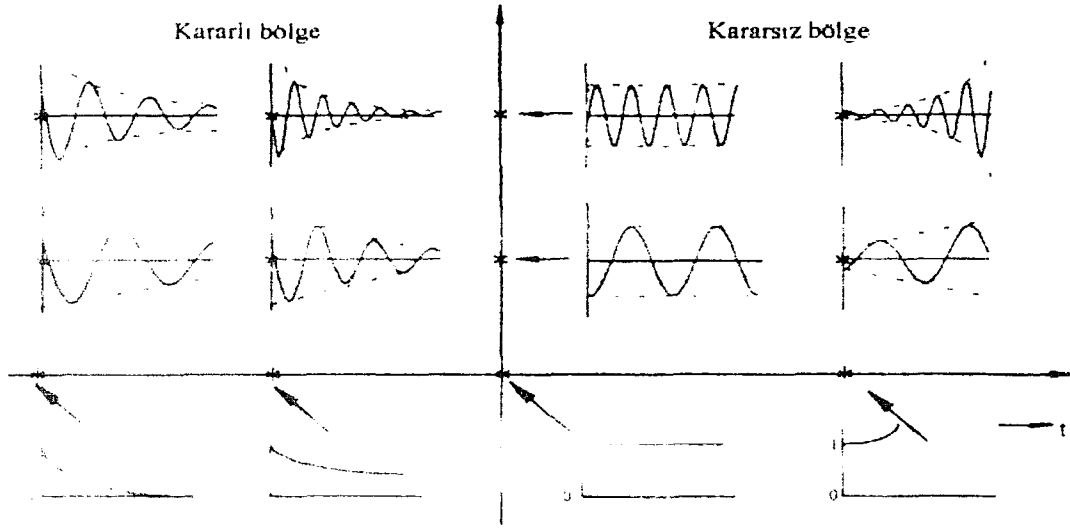
$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K \sum_{i=1}^q (s + z_i)}{S^N \sum_{k=1}^q (s + \sigma_k) \sum_{n=1}^R (s^2 + 2\alpha_n s + (\alpha_n^2 + \omega_n^2))} \quad (4.26)$$

Burada, özyapısal denklemin kökleri olan sistem kutupları ya $s = 0$, ya $s = -\sigma_k$ yada $\sigma = -\alpha_n \pm j\omega_n$ gibi karmaşık kök çifti şeklinde olur. $N=0$ durumunda sistemin birim ani darbe giriş cevabı aşağıdaki gibi bulunur.

$$c(t) = \sum_{k=1}^q A_k e^{-\alpha_k t} \sum_{n=1}^R B_n \left(\frac{1}{\omega_n} \right) e^{-\alpha_n t} \sin \omega_n t \quad (4.27)$$

Sistemin zaman-alanı cevabı, $c(t)$ üstel ifadelerden ve sönümlü sinüzoidal ifadelerden ibarettir. Burada, cevabın bir giriş için sınırlı, diğer deyişle kararlı olabilmesi için köklerin gerçek kısımlarının, σ_k veya α_n , sağ yarı s-düzleminde yer alması gerekir. Köklerin s düzlemindeki çeşitli yerlerine göre ani darbe giriş cevabı eğrileri Şekil 4.10'da verilmiştir. Burada, köklerin s-düzlemindeki yerine bağlı olarak sistemin dinamik davranışı hakkında da genel bir bilgi elde etmek mümkündür.

Şekil 4.10'daki eğrilerin incelemesinden görüldüğü gibi s-düzlemin sol yansında yer alan gerçek kısımları negatif işaretli kökler için cevap eğrileri ya üstel azalan yada sönümlü titreşimli şeklinde olmaktadır. Bilindiği gibi bu kararlı bir duruma karşılık gelir. Buna karşılık s-düzlemin sağ yansında yer alan gerçek kısımları pozitif işaretli kökler için cevap eğrisi ya üstel artan ya da genlikleri sürekli şekilde artan sinüzoidal şeklinde olmaktadır. Bu durum kararsız bir sistem davranışına karşılık gelmektedir.



Şekil 4.10 Köklerin s-düzlemindeki yerlerine bağlı olarak değişen çeşitli ani darbe cevap eğrileri, Yüksel (1997).

Sanal eksen üzerinde yer alan ve gerçekteki kısmı sıfır kök durumuna karşılık sistem cevabı ya sabit bir değer ya da sönümsüz titreşimli olup bu da yansız (nötr) durumu gösterir. Arzu edilen kararlı bir cevaptır. Bu nedenle bir sistemin mutlak olarak kararlı olabilmesi için tüm kutuplarının sol yan düzlem içinde yer alması gerekir. Kutuplardan bir tanesi dahi sağ yarı düzlemde yer alırsa sistem kararsız olur.

Şekil 4.10'dan görüldüğü gibi, sanal-gerçek (Im-Re) eksen takımından sola doğru uzaklaşıkça kararlılık bağıl olarak artmaktadır. Buna bağlı olarak da ayrıca sistemin cevap hızı da artmaktadır. Gerçek eksen üzerinde yer alan kökler sistemin kararlılık sınırını (nötr kararlılığı) işaret eder ve sistem uygulamada ortaya çıkabilecek bazı etkenler nedeniyle kolayca kararsız bölgeye geçebilir. Ayrıca sanal eksen üzerinde yer alan $\pm j\omega$ gibi sanal bir kök çifti sönümsüz sabit genlikli titreşimli cevap verir. Bu ise pratikte istenmeyen bir durumdur. Bu nedenle sistemin bağıl kararlılığın kuvvetli olabilmesi için kutuplarının mümkün olduğu kadar, sola doğru sanal eksenden uzakta yer alması gerekir. Kutupların sanal eksenden belli bir $-\sigma$ kadar mesafede yer alması sistemin bağıl kararlılığını garantilemiş olur.

Bir geri beslemeli kontrol sistemin kararlılığının belirlenebilmesi için transfer fonksiyonun paydası olan özyapısal denklemin köklerinin belirlenmesi gerekir. s'in bir polinomu olan özyapısal denklemin derecesi küçük ise kökler kolaylıkla belirlenir. Buna karşılık polinomun derecesi büyüdükçe köklerin bulunması zorlaşır. Diğer taraftan sadece sistemin kararlı olup olmadığının bulunması gerektiğinde özyapısal denklemin köklerinin işaretinin belirlenmesi

gereği kadar bilgi sağlayabilir. Bu durumda köklerin bulunmasına gerek kalmadan kararlılığın incelenmesi yeterli olabilir. Karmaşık sayı düzleminde köklerin bulunmasına gerek kalmadan kararlılığın incelenmesi Routh kararlılık ölçütü ile yapılabilmektedir.

4.3.2 Routh-Hurwitz kararlılık ölçütü

Kısaca Routh ölçütü olarak da bilinen bu ölçüt birbirinden bağımsız olarak ilk önce 1895'de A. Hurwitz ve daha sonra, 1905'de E.J. Routh tarafından geliştirilmiştir. İki araştırmacı birbirinden ayrı olarak bu ölçütü çok az farklı bir biçimde bir cismin verilen bir eksen etrafında dönmesindeki kararlılığı bulmak amacı ile geliştirmişlerdir.

Routh-Hurwitz ölçütü bir polinom denklemin pozitif gerçel kısmı kökleri bulunup bulunmadığını, denklemin çözmeden belirlemeye yarar. Routh-Hurwitz ölçütü özellikle yüksek dereceden polinomlarda köklerin incelenmesinde önemli kolaylık sağlar. Otomatik kontrol sistemleri uygulamalarında sistem kararlılığı bu yöntemle özyapısal denklemin köklerinden incelenebilir.

4.3.3 Bağlı kararlılık

Routh-Hurwitz ölçütü sistemin mutlak kararlılığı hakkında bilgi verir. Bunun yanında sistem tasarımı açısından kararlı bir sistemin kararsızlık durumuna ne oranda yakın olduğunun bilinmesi gerekir. Kararlı olarak bulunan bir sistemin özyapısal denkleminin katsayı değerleri sayısal olarak hesaplanmadığından matematiksel olarak kararlı olarak kararlı görünen bir sistem gerçekte kararsız olabilir. Bu nedenle köklerin sanal eksene yakınlığının bir ölçüsü olan bağlı kararlılığın da bilinmesi gerekir.

Şekil 4.10'daki eğriler dikkatli olarak incelenecek olursa, karmaşık düzlemde aynı düşey çizgi üzerinde yer alan kökler aynı zaman sabitlerine sahip olduğu görülür. Bu zaman sabiti ise sanal eksen ile bu düşey eksen arasındaki mesafenin tersine eşittir. Bu düşey çizginin sağında yer alan herhangi bir kökün zaman sabiti çizgi üzerindeki köke göre daha büyük olacak ve bu kökün kararsızlığa yakınlığı düşey çizginin solunda yer alan köklerden daha fazla olacaktır. Buna göre bağlı kararlılığının ölçüsü sistemin en büyük zaman sabiti olup buda baskın (dominant) kökün zaman sabitidir. Routh-Hurwitz ölçütü bağlı kararlılığın hesaplanmasında ve bazen baskın karakterli kökün yerinin hesaplanmasında kullanılabilir. Sanal ekseni sola kaydırarak yeni bir polinom meydana getirildiğinde, bu yeni sanal eksenin sağında kaç adet kök bulunduğunu saptamak için de Routh-Hurwitz ölçütü uygulanabilir.

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \quad (4.28)$$

Bunu uygulamak için ise özyapısal denklemde s yerine $s = p - \sigma$ koyarak meydana gelen p 'nin polinomu olan denkleme Routh-Hurwitz ölçütü uygulanabilir. Böylece $s = -\sigma$ 'nın sağında yer alan kök sayısı belirlenmiş olur.

4.3.4 Routh-Hurwitz ölçütünün kontrol sistemlerinde uygulanması

Routh-Hurwitz ölçütünün kontrol sistemlerinde kullanılışı sınırlıdır. Çünkü, bu yöntem bağlı kararlı bir sistemin kararlılığının ne şekilde iyileştirilebileceği veya kararsız bir sistemin ne şekilde kararlı hale getirilebileceği hakkında pek fazla bir fikir ileri sürmez. Bununla beraber sistemde kararsızlığa neden olan bir iki parametre değerleri değişim etkilerini belirlemek mümkündür. Özellikle sistem kazancı K 'nın kararlı bir sistemde hangi sınırlar içerisinde kalmasının belirlenmesinde oldukça yararlı olmaktadır.

4.4 Frekans Cevabı

Uygulamada bir kontrol sisteminin davranışı, en gerçekçi ve doğru olarak ancak zaman tanım bölgesi kriterleri ile belirlenir. Bunun nedeni, kontrol sistemlerinde davranışların genellikle sisteme uygulanan test işaretleri etkisindeki sistem cevaplarına göre değerlendirilmesidir. Haberleşme sistemlerinde işlenen işaretlerin sinüzoidal olması ya da sinüzoidal bileşenlerden oluşması nedeniyle, sistemlerin analiz ve tasarımda frekans cevabı çok daha fazla önem taşır.

Tasarımda aşım, yükselme zamanı, gecikme zamanı, yerleşme zamanı ve benzeri zaman tanım bölgesi kriterlerini sağlayan genel bir yöntem, bulunmamaktadır. Diğer taraftan frekans tanım bölgesinde, düşük mertebeden sistemlerle sınırlı kalmayan, çok sayıda grafiksel yöntem mevcuttur. Doğrusal sistemlerde, frekans tanım bölgesi ile zaman tanım bölgesi davranışları arasında ilişkiler bulunduğu göre, zaman tanım bölgesi davranışları frekans tanım bölgesi karakteristikleri üzerinden öngörülerek değerlendirilebilir. Frekans tanım bölgesi ayrıca, sistem gürültü ve parametre değişimlerine karşı duyarlık ölçümleri için daha uygundur. Buna göre kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımının frekans tanım bölgesinde yapılmasının ana nedenlerinin başında kolaylık ve uygun analitik yöntemlerin, varlığı gelmektedir. Ayrıca karmaşık kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımında alternatif bir görüş açısı getirerek genellikle değerli ve önemli ek bilgiler sağlar. Bir kontrol sisteminin frekans tanım bölgesinde incelenmesi, sisteme sadece sinüs biçimi işaretler uygulanacağı anlamına gelmez. Bunlar sisteme hiç uygulanmayabilir. Frekans tanım bölgesi bize sistemin zaman tanım bölgesi davranışını da tasarlamayı olanaklı kılar.

Doğrusal bir sistemin frekans tanım bölgesi analizinde çıkış noktası sistemin transfer

fonksiyonudur. Doğrusal sistem kavramından bilindiği gibi doğrusal zamanla değişmeyen bir sisteme genliği R ve açısal frekansı w_0 olan bir,

$$r(t) = R \sin w_0 t \quad (4.29)$$

giriş işareti uygulandığında, sistemin $y(t)$ sürekli hal çıkış işareti,

$$y(t) = Y \sin(w_0 t + \phi) \quad (4.30)$$

şeklinde aynı w_0 açısal frekansta, ancak farklı genlik ve fazdadır; burada Y sinüzoidal işaretin genliği ve ϕ derece ya da radyan boyutunda faz kaymasıdır.

Tek giriş ve çıkışlı doğrusal bir sistemin transfer fonksiyonu $M(s)$ verilmiş olsun; bu durumda giriş ve çıkış işaretlerinin Laplace dönüşümleri arasında,

$$Y(s) = M(s)R(s) \quad (4.31)$$

ilişkisi geçerlidir. Sinüzoidal sürekli hal analizi için s yerine jw yazılırsa (4.31) denklemi,

$$Y(jw) = M(jw)R(jw) \quad (4.32)$$

şekline gelir. $Y(jw)$ fonksiyonu,

$$Y(jw) = |Y(jw)| \angle Y(jw) \quad (4.33)$$

biçiminde yazılır ve $M(jw)$ ile $R(jw)$ 'da benzer şekilde ifade edilirse, (4.32) ilişkisinden giriş ve çıkış işaretleri genlikleri ve fazları arasında,

$$|Y(jw)| = |M(jw)| |R(jw)| \quad (4.34)$$

ve

$$\angle Y(jw) = \angle M(jw) + \angle R(jw) \quad (4.35)$$

ilişkilerinin geçerli olduğu görülür. Buna göre (4.29) ve (4.30) denklemiyle verilen giriş ve çıkış işaretleri için, sinüzoidal çıkış işaretinin genliği,

$$Y = R |M(jw_0)| \quad (4.36)$$

ve fazı için

$$\phi = \angle M(jw_0) \quad (4.37)$$

elde edilir. Şu halde doğrusal bir sistemin $M(s)$ transfer fonksiyonu verildiğinde $|M(j\omega)|$ genliği ve $\angle M(j\omega)$ faz karakteristiği, girişine sinüzoidal işaret uygulanmış bir sistemin sürekli hal davranışını tamamen belirler. Frekans tanım bölgesi analizinde önemli olan, kapalı çevrimli sistemin genlik ve faz değişiminden, zaman tanım bölgesi geçici ve sürekli hal davranışının öngörülebilmesidir.

4.4.1 Kapalı çevrimli sistemin frekans cevabı

Tek çevrimli bir kontrol sisteminin kapalı çevrim transfer fonksiyonu,

$$M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (4.38)$$

şeklindedir. Sinüzoidal sürekli halde $s = j\omega$ için (4.38) denklemi,

$$M(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)} = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)} \quad (4.39)$$

biçiminde yazılabilir.

Sinüzoidal sürekli hal $M(j\omega)$ transfer fonksiyonu,

$$M(j\omega) = |M(j\omega)| \angle M(j\omega) \quad (4.40)$$

şeklinde genlik ve faz olarak, ya da,

$$M(j\omega) = \text{Re}[M(j\omega)] + j \text{Im}[M(j\omega)] \quad (4.41)$$

şeklinde gerçek ve sanal kısımlar halinde ifade edilebilir. $M(j\omega)$ 'nın genliği,

$$|M(j\omega)| = \left| \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)} \right| = \frac{|G(j\omega)|}{|1 + G(j\omega)H(j\omega)|} \quad (4.42)$$

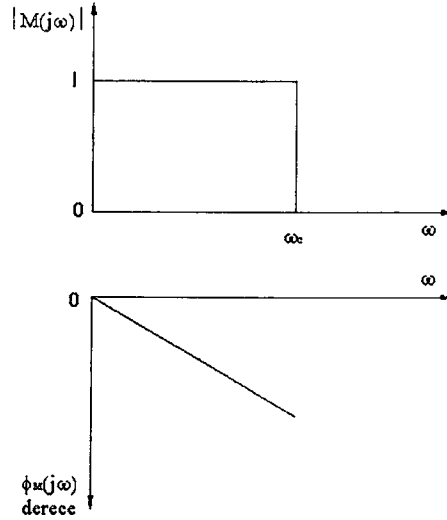
ve fazı,

$$\angle M(j\omega) = \phi_M(j\omega) = \angle G(j\omega) - \angle [1 + G(j\omega)H(j\omega)] \quad (4.43)$$

olarak yazılabilir.

Şekil 4.11'de bir kontrol sistemine ilişkin örneksel bir genlik ve faz karakteristiği görülmektedir. (4.42) ve (4.43) ilişkilerinden anlaşılacağı gibi kapalı çevrim genlik ve fazı ileri yol ve geri besleme transfer fonksiyonlarından oluşur. Uygulamada $G(s)$ ve $H(s)$ frekans

cevapları, sisteme sinüs girişi uygulayarak ve giriş işaret frekansı 0'dan sistemin frekans aralığı ötesindeki frekans değerlerine kadar artırılarak belirlenir.



Şekil 4.11 Bir ideal alçak geçiren filtrenin genlik-faz karakteristiği. Kuo (1995)

4.4.2 Logaritmik eğriler veya Bode diyagramları

Logaritmik eğri veya Bode diyagramı logaritmik ölçekte frekansa, ω karşı çizilen karmaşık fonksiyonun, $G(j\omega)$ bir büyüklük, $|G(j\omega)|$ ve bir de faz açısı $\angle G(j\omega)$ eğrisi olmak üzere iki eğriden ibarettir.

$G(j\omega)$ büyüklüğünün logaritmik gösterimi genellikle $20\log |G(j\omega)|$ şeklinde ifade edilmekte olup birimi desibel cinsindedir ve kısaca dB olarak yazılır. Burada, logaritma ise 10 tabanına göredir. Logaritmik gösterimde, eğriler yatay eksenini logaritmik ölçekli ve düşey eksenini doğrusal ölçekli yarı logaritmik kağıtlara çizilir. Logaritmik yatay eksene frekans değerleri ve düşey eksene üste dB cinsinden büyüklük, $|G(j\omega)|$ değerleri ve alta derece cinsinden faz açısı değerleri yerleştirilerek iki eğri alt alta gelecek şekilde çizilir. Bu iki eğri tek bir logaritmik diyagrama karşılık gelir.

Logaritmik eğrilerin en önemli üstünlüğü çarpım halindeki büyüklük (modül) değerlerini toplam haline dönüştürülebilmesidir. Ayrıca, yaklaşık log büyüklük eğrisinin basit olarak çizimini veren bir yöntem mevcuttur. Düz çizgi asimtotu yoluyla yapılan bu yaklaşım frekans cevabı karakteristikleri üzerinde kabaca bir bilgi sağlamak için yeterli olmaktadır. Tam eğriler istendiğinde bu asimtotik yaklaşımlar üzerinde gerekli düzeltmeler kolaylıkla yapılabilir. Faz açısı eğriler için ise düz-çizgi yaklaşımı pek uygulanmaz. Belli karakteristik frekans değerleri

için faz açısı değerleri hesaplanırsa faz eğrileri de yaklaşık olarak çizilebilir.

Logaritmik gösterim transfer fonksiyonun alçak ve yüksek frekans karakteristiklerini tek bir diyagram üzerinde göstermesi bakımından çok kullanışlıdır. Ayrıca, eğer frekans cevabı verileri logaritmik eğri biçiminde mevcut ise transfer fonksiyonun deneysel olarak saptanması çok basittir.

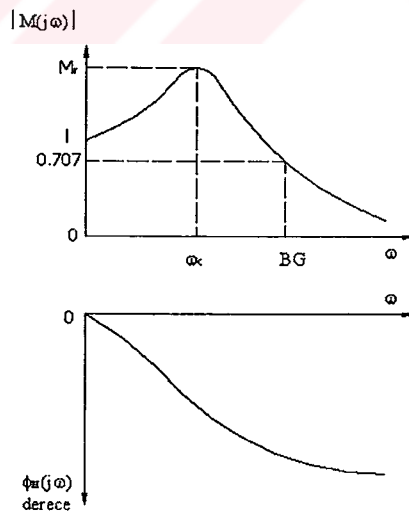
4.4.3 Frekans tanım bölgesi kriterleri

Frekans tanım bölgesi yöntemleri kullanılarak tasarlanan doğrusal kontrol sistemlerinde sistemlerin davranışlarını belirlemek için bir dizi kriter tanımlamak gerekir. En büyük aşım, sönüm oranı gibi zaman tanım bölgesinde tanımlanmış kriterler frekans tanım bölgesinde doğrudan kullanılamaz. Frekans tanım bölgesinde tanımlanan kriterler aşağıda verilmiştir:

- Rezonans Tepesi M_r

M_r rezonans tepesi $|M(j\omega)|$ 'nin maksimum değeridir.

Genelde M_r , genliği bize kapalı çevrimli ve kararlı bir sistemin görece kararlılığı hakkında bilgi verir. Genellikle büyük bir M_r sistem basamak cevabında büyük bir aşımı işaret eder. Uygulamada kontrol sistemlerinde M_r rezonans tepesinin 1.1 ile 1.5 arasında bulunması istenir.



Şekil 4.12 Geribeslemeli bir kontrol sisteminin örneksel bir genlik-faz karakteristiği. Kuo (1995)

- Rezonans Frekansı ω_r

Rezonans frekansı ω_r resonans tepesi M_r 'nin olduğu frekanstır.

- Bant genişliği BG

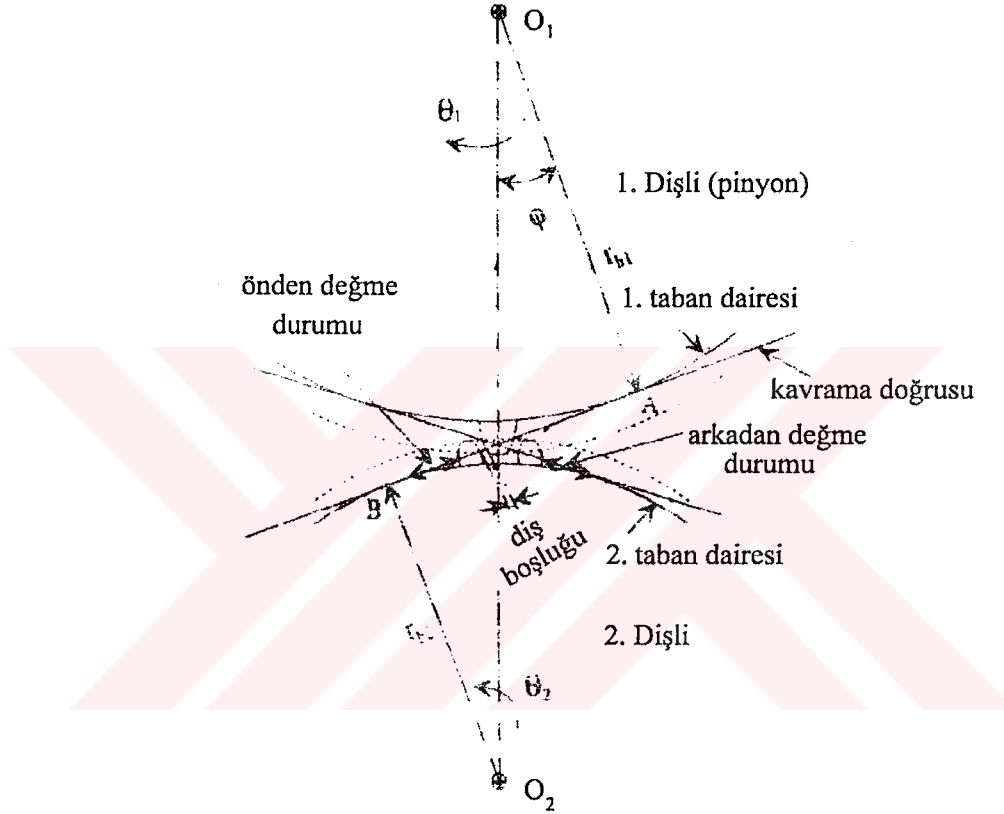
BG bant genişliği $|M(j\omega)|$ 'nin sıfır frekansına göre yüzde 70.7 ya da 3 db düştüğü frekanstır. Genelde bant genişliği kontrol sisteminin zaman tanım bölgesinde geçici hal cevabı hakkında bilgi sağlar. Büyük bant genişliği yüksek frekanslı işaretlerin sistemden iletilmesini mümkün kıldığından, kısa yükselme zamanına karşı düşer. Aksine, bant genişliğinin küçük olması halinde sistemden sadece görece düşük frekanslar aktarılabilir ve sistemin zaman cevabı yavaş ve ağır gelişir. Bant genişliği ayrıca sistemin gürültü süzme özelliğinin ve parametre değişimlerine karşı duyarlılığının da bir ölçüsüdür. Dayanıklı bir sistem parametre değişimlerine karşı duyarlı olmayan sistemdir.

- Kesme Oranı.

Bant genişliği tek başına bir sistemin işaretleri gürültüden süzme yeteneğini ifade etmede yetersiz kalabilir. Genellikle kesme oranı adı verilen $|M(j\omega)|$ 'nin yüksek frekanslardaki eğimine de bakmak gerekir. İki sistemin görünüşte bant genişliği aynı, ancak kesme oranları farklı olabilir. Şekil 4.12'de yukarıda tanımlanan frekans tanım bölgesi kriterleri görülmektedir.

5. DİŞLİ SİSTEMLERİNİN DİNAMİK MODELLENMESİ

Genellikle eş çalışan dişler arasındaki diş boşluğu darbeye, gürültüye neden olur, sistemin düzgün çalışmasını engeller. Diş boşluğunun neden olduğu bu belirsizlik sistemden peş peşe aynı sonuçları elde etmeyi de güçleştirir. Sistemden beklenen sonuçların tam olarak elde edilmesi isteği, dişli sistemlerinin kontrolünü çok önemli bir konu haline getirmiştir.



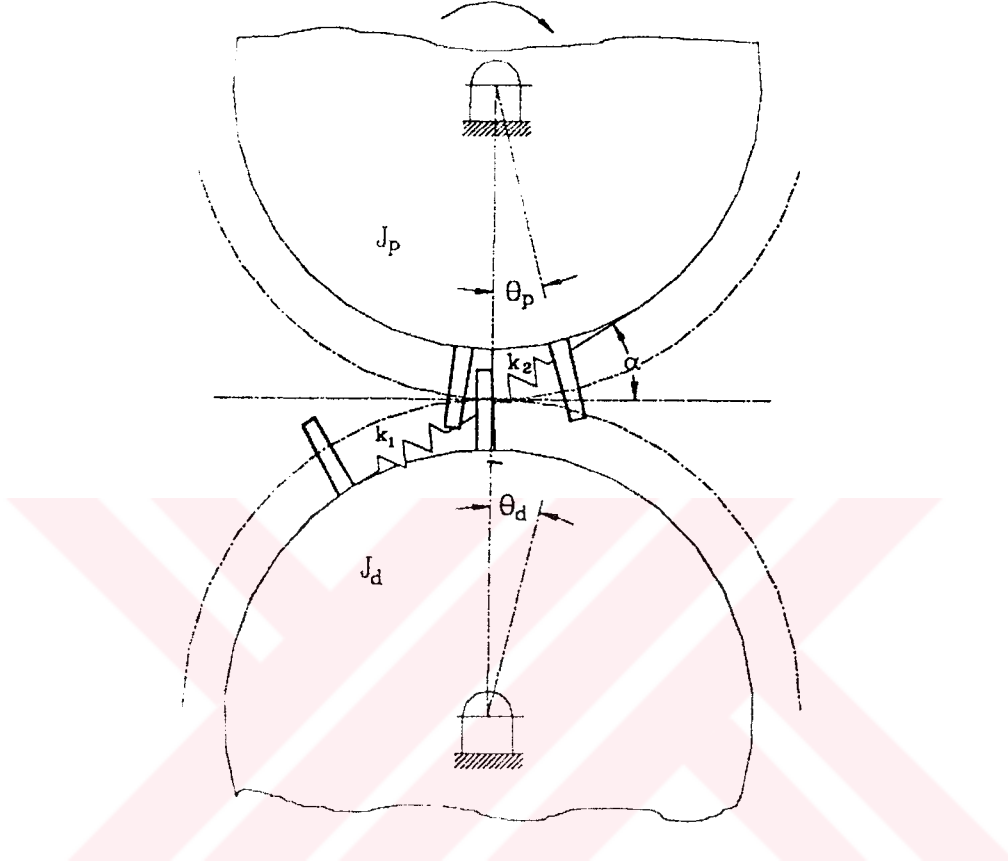
Şekil 5.1 Kavrama durumunda dişli çifti geometrisi.

Şekil 5.1'de tek serbestlik dereceli dişli çiftinin yapısı gösterilmiştir. Burada, dişillerin bağlı olduğu millerin rijit, hareketin sadece dişler arasında olduğu kabul edilmiştir.

5.1 Dinamik Modelin Oluşturulması

Bu bölümde, diş boşluğu da göz önünde bulundurularak iki, dört ve altı serbestlik dereceli dişli çifti modelleri oluşturulması için, bu modellere ait hareket denklemleri çıkartılacaktır. (Pasin (2000); Sarioğlu (2000); Tahralı vd. (2000)) Bu denklemler, daha sonra Simulink programı ile modelleme aşamasında kullanılacaktır. Hareket denklemlerinin çıkartılmasında, Langrange yöntemi kullanılmıştır. Modellerin hazırlanmasında kullanılan parametrelerin

seçiminde Iida vd. (1980,1986), Kumar vd. (1985), Lin vd. (1988), Özgüven (1991), Şener ve Özgüven (1992)'nin, çalışmalarından faydalanılmıştır. Genel olarak, bir dişli çifti modeli Şekil 5.2'deki gibi gösterilir, (Güçlü, 1996).



Şekil 5.2 Kavramadaki dişlilerin dinamik modeli.

J_p, J_d : Pinyon ve dişlinin kütle atalet momentleri

θ_p, θ_d :Dişlilerin açısal pozisyonu

r_p, r_d : Dişlilerin temel dairesi yarıçapları

k_1 : Birinci temas noktasındaki diş çiftinin eşdeğer yay sabiti

k_2 : İkinci temas noktasındaki diş çiftinin eşdeğer yay sabiti

c_1 : Birinci temas noktasındaki diş çiftinin sönüm sabiti

c_2 : İkinci temas noktasındaki diş çiftinin sönüm sabitidir.

Pinyon ve dişlinin yay sabitleri seri bağlı olarak temas noktasındaki eşdeğer yay sabiti:

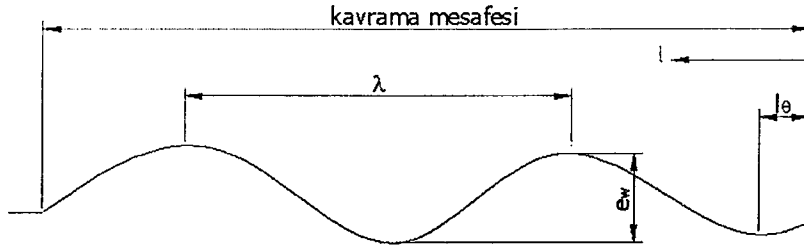
$$k_m = k_1 + k_2 \quad (5.1)$$

Pinyon ve dişlinin yay sabitleri seri bağlı olarak temas noktasındaki eşdeğer sönüm sabiti:

$$c_m = c_1 + c_2 \quad (5.2)$$

Temas noktasındaki diş boşluğundan kaynaklanan bileşik profil hatası:

$$e = e_1 + e_2 \quad (5.3)$$



Şekil 5.3 Diş profil hatası.

l_0 : birim hata

λ : dalga boyu

l : profil başlangıcına olan uzaklık

θ : hatanın fazı

e : profil hatası

e_w : maksimum hata

$$\theta = \frac{2\pi}{\lambda} l_0 \quad (5.4)$$

olmak üzere,

$$e = \frac{e_w}{2} \left\{ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} l - \theta\right) \right\} \quad (5.5)$$

şeklindedir.

Açısal pozisyonlar, kavrama doğrusu üzerindeki lineer yer değişimleri cinsinden yazılırsa, dişli çarkların rölatif pozisyonu :

$$x = x_p - x_d = r_p \theta_p - r_d \theta_d \quad (5.6)$$

$$\dot{x} = \dot{x}_p - \dot{x}_d = r_p \dot{\theta}_p - r_d \dot{\theta}_d \quad (5.7)$$

$$\ddot{x} = \ddot{x}_p - \ddot{x}_d = r_p \ddot{\theta}_p - r_d \ddot{\theta}_d \quad (5.8)$$

İndirgenmiş kütleler ,

$$m_p = \frac{J_p}{r_p^2}, \quad (5.9)$$

$$m_d = \frac{J_d}{r_d^2}. \quad (5.10)$$

Langrange denklemlerinin en genel ifadesi ,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_K}{\partial \dot{x}_j} \right) - \frac{\partial E_K}{\partial x_j} + \frac{\partial E_P}{\partial x_j} + \frac{\partial E_D}{\partial \dot{x}_j} = Q_j \quad (5.11)$$

Burada ;

E_K : Toplam kinetik enerji

E_P : Toplam potansiyel enerji

E_D : Toplam sönüm terimi

Q_j : Genelleştirilmiş kuvvetler

x_j : Genelleştirilmiş koordinatlardır.

Kinetik enerji (E_K),

$$E_K = \frac{1}{2} m_p \dot{x}_p^2 \quad (5.12)$$

$$E_K = \frac{1}{2} \frac{J_p}{r_p^2} (r_p \dot{\theta}_p)^2 \quad (5.13)$$

$$E_K = \frac{1}{2} J_p \dot{\theta}_p^2 \quad (5.14)$$

Potansiyel enerji (E_p),

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 \quad (5.15)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k(x - e)^2 \quad (5.16)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k(r_p \theta_p - r_d \theta_d - e)^2 \quad (5.17)$$

Sönüm terimi (E_D),

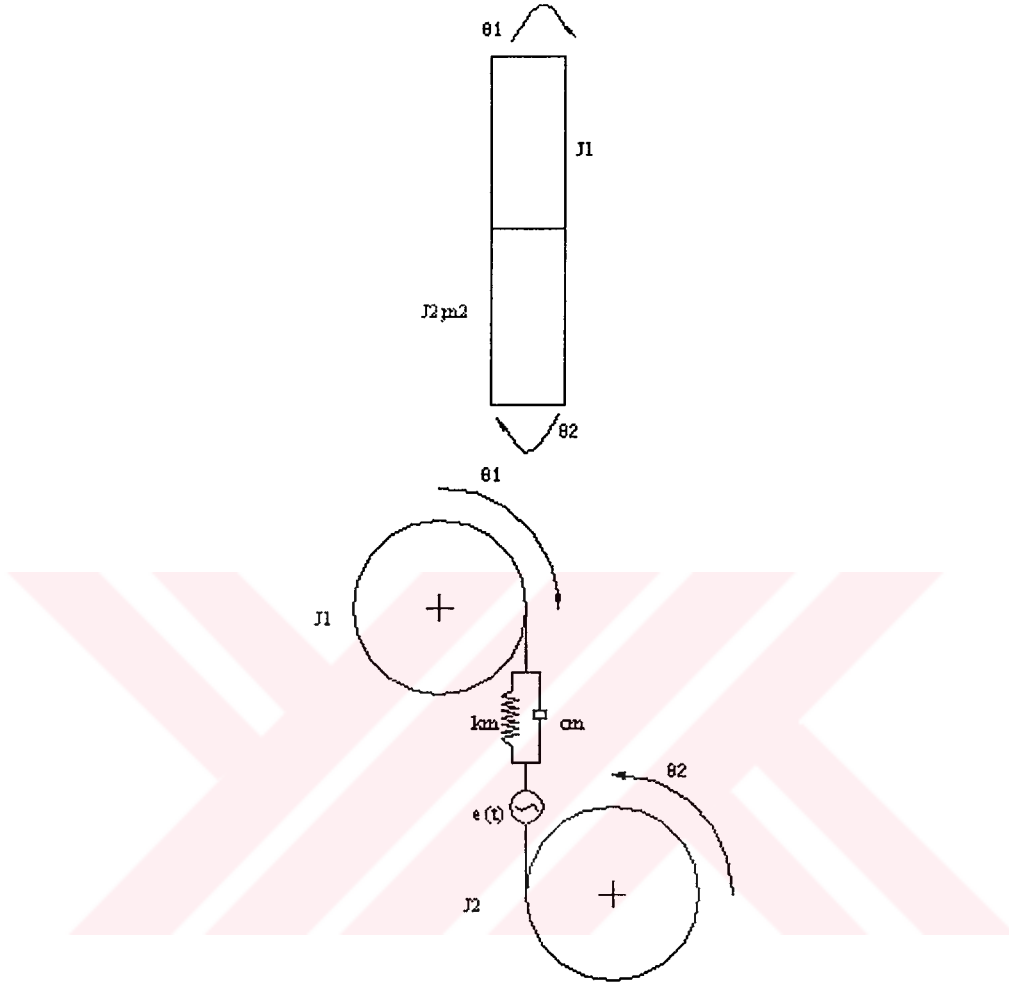
$$E_D = \frac{1}{2} cx^2 \quad (5.18)$$

$$E_D = \frac{1}{2} c(x - e)^2 \quad (5.19)$$

$$E_D = \frac{1}{2} c(r_p \theta_p - r_d \theta_d - e)^2 \quad (5.20)$$

olarak ifade edilir.

5.1.1 1.Model : Dişli modeli



Şekil 5.4 Dişli modeli.

İki serbestlik dereceli bu modelde basit bir dişli çiftinin diş boşluğu etkisiyle, dişler arasındaki yaylanma ve sönüm değerleri de göz önüne alınarak hareket denklemleri çıkartılmıştır.

Burada,

J_1 : Pinyon (1.Dişli) kütle atalet momenti

J_2 : Dişli çark (2.Dişli) kütle atalet momenti

r_1 : pinyon temel dairesi yarıçapı

r_2 : dişli temel dairesi yarıçapı

k_m : diş çiftinin eşdeğer yay sabiti

c_m : diş çiftinin sönüm sabiti

e : diş boşluğundan kaynaklanan hata payı

m_1 : 1.dişlinin kütlesi

m_2 : 2.dişlinin kütlesidir

Hareket denklemleri :

Sistemin toplam kinetik enerjisi:

$$E_K = \frac{1}{2} J_1 \cdot \theta_1'^2 + \frac{1}{2} J_2 \cdot \theta_2'^2 \quad (5.21)$$

Sistemin toplam potansiyel enerjisi:

$$E_P = \frac{1}{2} k_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e)^2 \quad (5.22)$$

Sistemin toplam sönüm terimi:

$$E_D = \frac{1}{2} c_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e')^2 \quad (5.23)$$

olur. Bu denklemlerden yola çıkarak;

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_1'} = J_1 \cdot \theta_1'' \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_2'} = 0 \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial \theta_1} = k_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e) \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial \theta_1'} = c_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e') \quad (5.27)$$

Pinyon açılmal hareket denklemi :

$$J_1 \cdot \theta_1'' + k_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e) + c_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e') = 0 \quad (5.28)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_2'} = J_2 \cdot \theta_2'' \quad (5.29)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial\theta_2} = 0 \quad (5.30)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial\theta_2} = -k_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e) \quad (5.31)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial\theta_2'} = -c_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e') \quad (5.32)$$

Dişli açısasal hareket denklemi :

$$J_2 \cdot \theta_2'' - k_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e) + c_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e') = 0 \quad (5.33)$$

Simulink programında, modelleme için kullanılmak üzere, bu denklemlerin düzenlenmiş hali :

$$\theta_1'' = \frac{r_1}{J_1} (-k_m (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2) + k_m \cdot e - c_m (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2) + c_m \cdot e') \quad (5.34)$$

$$\theta_2'' = \frac{r_2}{J_2} (k_m (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2) - k_m \cdot e + c_m (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2) - c_m \cdot e') \quad (5.35)$$

Bu sistemin doğal frekansları:

$$M = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_m \cdot r_1^2 & -k_m \cdot r_1 \cdot r_2 \\ -k_m \cdot r_1 \cdot r_2 & k_m \cdot r_2^2 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

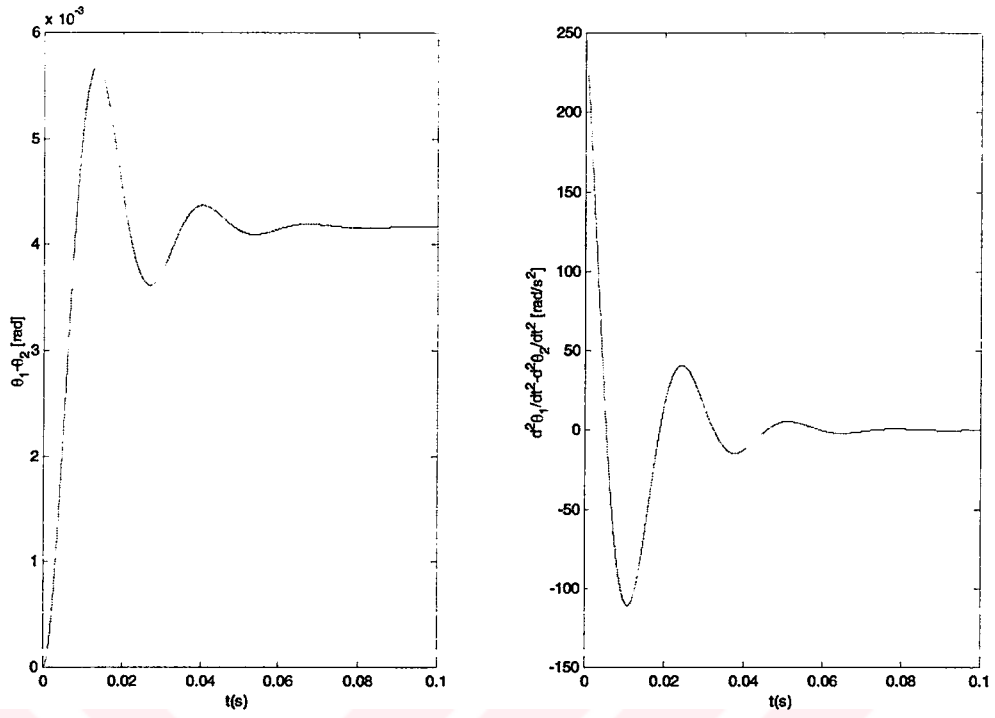
Simulinkte, eigen (özdeğer) matrisi yardımıyla yapılan hesaplama sonucunda doğal frekanslar:

$$f_1 = 38.4 \text{ Hz}$$

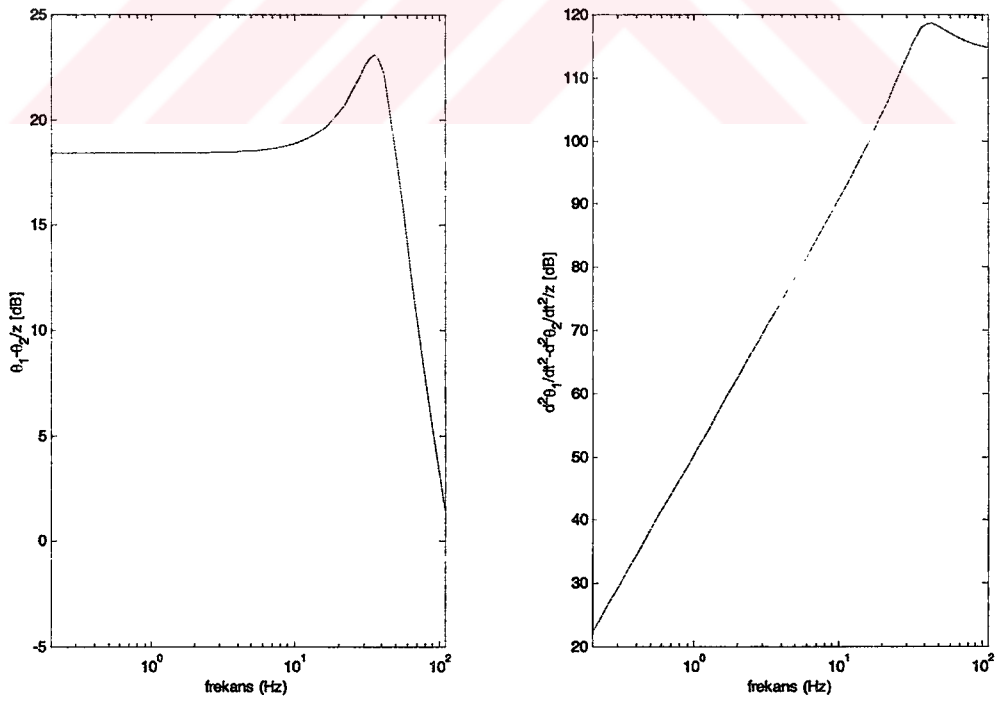
$$f_2 = 0$$

olarak hesaplanmıştır. Bu modelin bilgisayarda hazırlanmış blok şemaları Ek-1'de verilmiştir.

Bu sistemin titreşiminin zaman ve frekans cevapları, Şekil 5.5 ve Şekil 5.6'de gösterilmiştir.

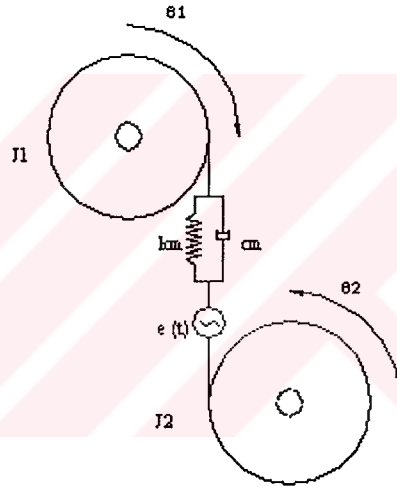
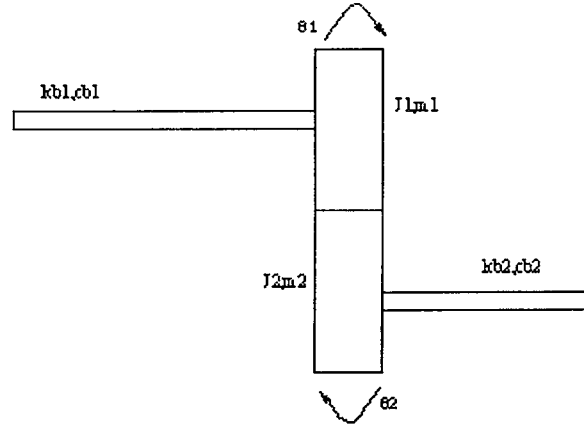


Şekil 5.5 1. Modelde dişlilerin rölatif açısai yer değışimi ve ivmesi.



Şekil 5.6 1. Modelde dişlilerin rölatif açısai yer değışim ve ivmesinin frekans cevapları.

5.1.2 2.Model : Millerin dahil edildiği dişli modeli



Şekil 5.7 Millerin dahil edildiği dişli modeli.

Bu model, bir önceki modele millerin eklenmesiyle, 1. modelin geliştirilmiş halidir (Şekil 5.6).

Burada, bir önceki modele,

k_{b1} : 1.milin yay sabiti

k_{b2} : 2.milin yay sabiti

c_{b1} : 1.milin sönüm sabiti

c_{b2} : 2.milin sönüm sabiti

eklenmiştir.

Hareket denklemleri:

Sistemin toplam kinetik enerjisi:

$$E_K = \frac{1}{2} J_1 \cdot \theta_1'^2 + \frac{1}{2} J_2 \cdot \theta_2'^2 \quad (5.38)$$

Sistemin toplam potansiyel enerjisi:

$$E_P = \frac{1}{2} k_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e)^2 + k_{b_1} \cdot \theta_1 + k_{b_2} \cdot \theta_2 \quad (5.39)$$

Sistemin toplam sönüm terimi:

$$E_D = \frac{1}{2} c_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e')^2 + c_{b_1} \cdot \theta_1' + c_{b_2} \cdot \theta_2' \quad (5.40)$$

şeklindedir. Bu denklemlerden yola çıkarak;

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_1'} = J_1 \cdot \theta_1'' \quad (5.41)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_1} = 0 \quad (5.42)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial \theta_1} = k_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e) + k_{b_1} \cdot \theta_1 \quad (5.43)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial \theta_1'} = c_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e') + c_{b_1} \cdot \theta_1' \quad (5.44)$$

Pinyon açısal hareket denklemi :

$$J_1 \cdot \theta_1'' + k_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e) + c_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e') + k_{b_1} \cdot \theta_1 + c_{b_1} \cdot \theta_1' = 0 \quad (5.45)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_2'} = J_2 \cdot \theta_2'' \quad (5.46)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_2} = 0 \quad (5.47)$$

$$\frac{\partial(E_p)}{\partial\theta_2} = -k_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e) + k_{b_2} \cdot \theta_2 \quad (5.48)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial\theta_2'} = -c_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e') + c_{b_2} \cdot \theta_2' \quad (5.49)$$

Dişli açısal hareket denklemi:

$$J_2 \cdot \theta_2'' - k_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e) + c_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e') + k_{b_2} \cdot \theta_2 + c_{b_2} \cdot \theta_2' = 0 \quad (5.50)$$

Bu denklemlerin, düzenlenmiş hali :

$$\theta_1'' = \frac{r_1}{J_1} \left(-k_m (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2) + k_m \cdot e - c_m (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2) + c_m \cdot e' - k_{b_1} \cdot \theta_1 - c_{b_1} \cdot \theta_1' \right) \quad (5.51)$$

$$\theta_2'' = \frac{r_2}{J_2} \left(k_m (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2) - k_m \cdot e + c_m (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2) - c_m \cdot e' - k_{b_2} \cdot \theta_2 - c_{b_2} \cdot \theta_2' \right) \quad (5.52)$$

Bu sistemin doğal frekansları:

$$M = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_m \cdot r_1^2 + k_{b_1} & -k_m \cdot r_1 \cdot r_2 \\ -k_m \cdot r_1 \cdot r_2 & k_m \cdot r_2^2 + k_{b_2} \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

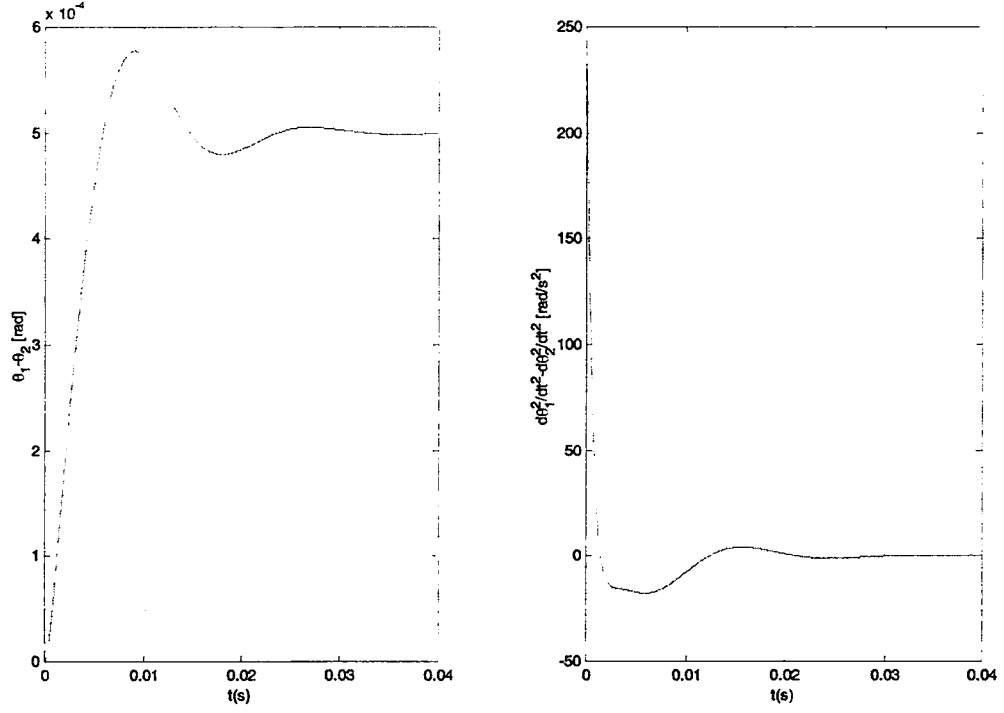
simulinkte eigen matrisi yardımıyla yapılan hesaplama sonucunda doğal frekanslar:

$$f_1 = 160.2 \text{ Hz}$$

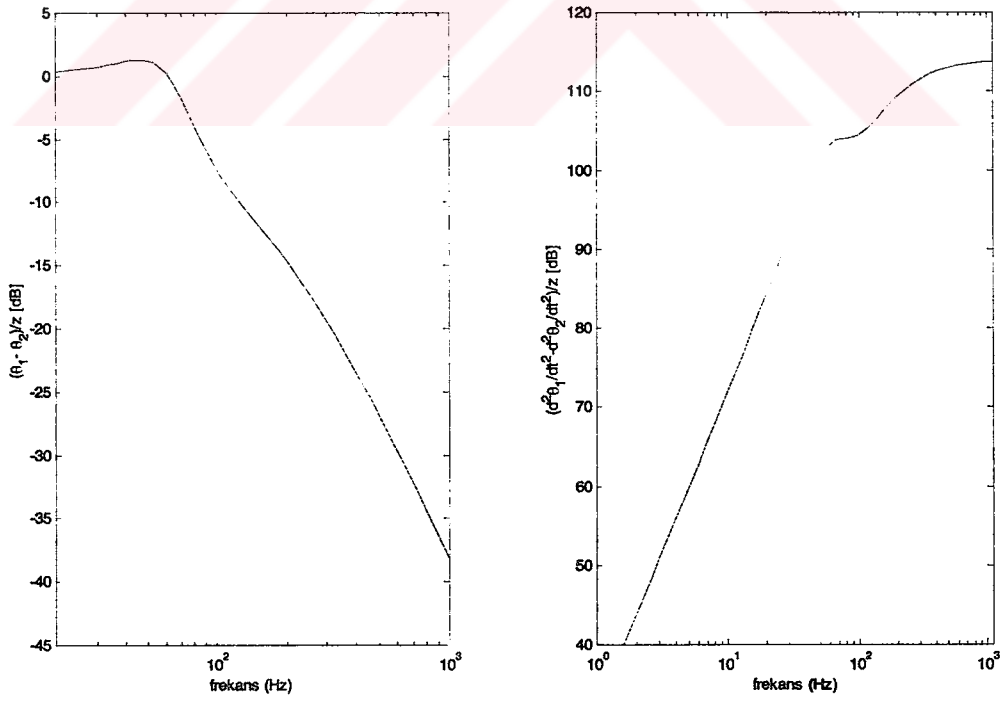
$$f_2 = 59.6 \text{ Hz}$$

olarak hesaplanmıştır. Bu modelin bilgisayarda hazırlanmış blok şemaları Ek-2'de verilmiştir.

Bu sistemin titreşiminin zaman ve frekans cevapları, Şekil 5.8 ve Şekil 5.9'de gösterilmiştir.

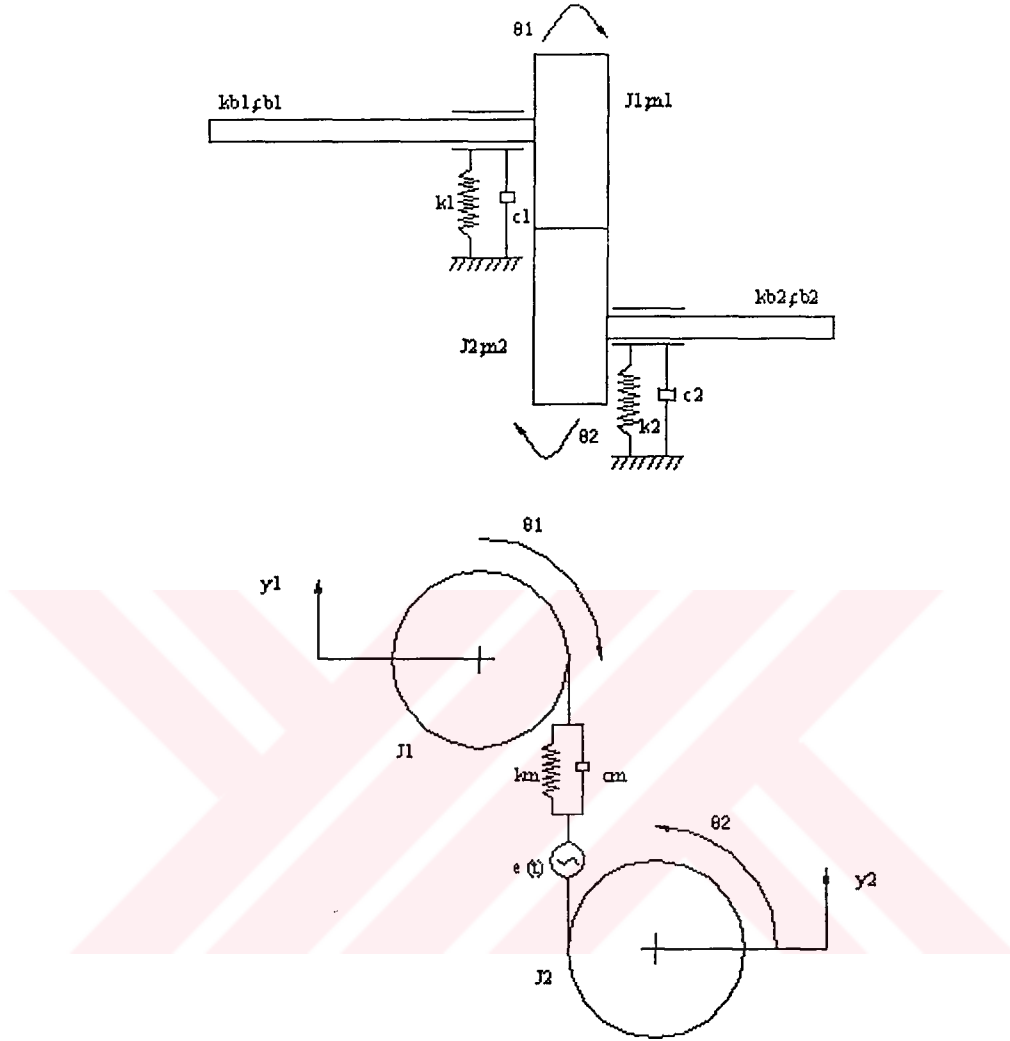


Şekil 5.8 2. Modelde dişlilerin rölâtif açısâl yer değışimi ve ivmesi.



Şekil 5.9 2. Modelde dişlilerin rölâtif açısâl yer değışim ve ivmesinin frekans cevapları.

5.1.3 3.Model : Mil ve yatakların dahil edildiği dişli modeli



Şekil 5.10 Mil ve yatakların dahil edildiği dişli modeli.

Bu model, ikinci modele millerin yataklarının eklenmiş halidir. 1. ve 2. modelden farklı olarak bu model dört serbestlik derecelidir, (Şekil 5.9).

Burada, bir önceki modele,

k_1 : 1.yatağın yay sabiti

k_2 : 2.yatağın yay sabiti

c_1 : 1.yatağın sönüm sabiti

c_2 : 2.yatağın sönüm sabiti

eklenmiştir.

Hareket denklemleri:

Sistemin toplam kinetik enerjisi:

$$E_K = \frac{1}{2} J_1 \cdot \theta_1'^2 + \frac{1}{2} J_2 \cdot \theta_2'^2 + \frac{1}{2} m_1 \cdot y_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot y_2'^2 \quad (5.55)$$

Sistemin toplam potansiyel enerjisi:

$$E_P = \frac{1}{2} k_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1)^2 + k_{b_1} \cdot \theta_1 + k_{b_2} \cdot \theta_2 + k_1 \cdot y_1 + k_2 \cdot y_2 \quad (5.56)$$

Sistemin toplam sönüm terimi:

$$E_D = \frac{1}{2} c_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1')^2 + c_{b_1} \cdot \theta_1' + c_{b_2} \cdot \theta_2' + c_1 \cdot y_1' + c_2 \cdot y_2' \quad (5.57)$$

olur. Bu denklemlerden yola çıkarak;

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_1} = J_1 \cdot \theta_1'' \quad (5.58)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_1} = 0 \quad (5.59)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial \theta_1} = k_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1) + k_{b_1} \cdot \theta_1 \quad (5.60)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial \theta_1} = c_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1') + c_{b_1} \cdot \theta_1' \quad (5.61)$$

Pinyon açılmal hareket denklemi

$$J_1 \cdot \theta_1'' + k_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1) + c_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1') + k_{b_1} \cdot \theta_1 + c_{b_1} \cdot \theta_1' = 0 \quad (5.62)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_2} = J_2 \cdot \theta_2'' \quad (5.63)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_2} = 0 \quad (5.64)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial\theta_2} = -k_m.r_2.(r_1.\theta_1 - r_2.\theta_2 - e + y_2 - y_1) + k_{b_2}.\theta_2 \quad (5.65)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial\theta_2'} = -c_m.r_2.(r_1.\theta_1' - r_2.\theta_2' - e' + y_2' - y_1') + c_{b_2}.\theta_2' \quad (5.66)$$

Dişli açısız hareket denklemi:

$$J_2.\theta_2'' - k_m.r_2.(r_1.\theta_1 - r_2.\theta_2 - e + y_2 - y_1) + c_m.r_2.(r_1.\theta_1' - r_2.\theta_2' - e' + y_2' - y_1') + k_{b_2}.\theta_2 + c_{b_2}.\theta_2' = 0 \quad (5.67)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial y_1} = m_1.y_1'' \quad (5.68)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial y_1} = 0 \quad (5.69)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial y_1} = -k_m.(r_1.\theta_1 - r_2.\theta_2 - e + y_2 - y_1) + k_1.y_1 \quad (5.70)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial y_1'} = -c_m.(r_1.\theta_1' - r_2.\theta_2' - e' + y_2' - y_1') + c_1.y_1' \quad (5.71)$$

Pinyon öteleme hareket denklemi:

$$m_1.y_1'' - k_m.(r_1.\theta_1 - r_2.\theta_2 - e + y_2 - y_1) - c_m.(r_1.\theta_1' - r_2.\theta_2' - e' + y_2' - y_1') + k_1.y_1 + c_1.y_1' = 0 \quad (5.72)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial y_2} = m_2.y_2'' \quad (5.73)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial y_2} = 0 \quad (5.74)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial y_2} = k_m.(r_1.\theta_1 - r_2.\theta_2 - e + y_2 - y_1) + k_2.y_2 \quad (5.75)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial y_2'} = c_m.(r_1.\theta_1' - r_2.\theta_2' - e' + y_2' - y_1') + c_2.y_2' \quad (5.76)$$

Dişli öteleme hareket denklemi:

$$m_2 \cdot y_2'' + k_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1) + c_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1') + k_2 \cdot y_2 + c_2 \cdot y_2' = 0 \quad (5.77)$$

Bu denklemlerin düzenlenmiş hali :

$$\theta_1'' = \frac{1}{J_1} \left(-k_m \cdot r_1 \cdot (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2 + y_2 - y_1) + k_m \cdot r_1 \cdot e - c_m \cdot r_1 \cdot (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2 + y_2' - y_1') + c_m \cdot r_1 \cdot e' - k_{b_1} \cdot \theta_1 - c_{b_1} \cdot \theta_1' \right) \quad (5.78)$$

$$\theta_2'' = \frac{1}{J_2} \left(k_m \cdot r_2 \cdot (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2 + y_2 - y_1) - k_m \cdot r_2 \cdot e + c_m \cdot r_2 \cdot (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2 + y_2' - y_1') - c_m \cdot r_2 \cdot e' - k_{b_2} \cdot \theta_2 - c_{b_2} \cdot \theta_2' \right) \quad (5.79)$$

$$y_1'' = \frac{1}{m_1} \left(k_m (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2 + y_2 - y_1) - k_m \cdot e + c_m (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2 + y_2' - y_1') - c_m \cdot e' - k_1 \cdot y_1 - c_1 \cdot y_1' \right) \quad (5.80)$$

$$y_2'' = \frac{1}{m_2} \left(-k_m (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2 + y_2 - y_1) + k_m \cdot e - c_m (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2 + y_2' - y_1') + c_m \cdot e' - k_2 \cdot y_2 - c_2 \cdot y_2' \right) \quad (5.81)$$

Bu sistemin doğal frekansları:

$$M = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (5.82)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_m \cdot r_1^2 + k_{b_1} & -k_m \cdot r_1 \cdot r_2 & -k_m \cdot r_1 & k_m \cdot r_1 \\ -k_m \cdot r_1 \cdot r_2 & k_m \cdot r_2^2 + k_{b_2} & k_m \cdot r_2 & -k_m \cdot r_2 \\ -k_m \cdot r_1 & k_m \cdot r_2 & k_m + k_1 & -k_m \\ k_m \cdot r_1 & -k_m \cdot r_2 & -k_m & k_m + k_2 \end{bmatrix} \quad (5.83)$$

Simulinkte eigen matrisi yardımıyla yapılan hesaplama sonucunda doğal frekanslar:

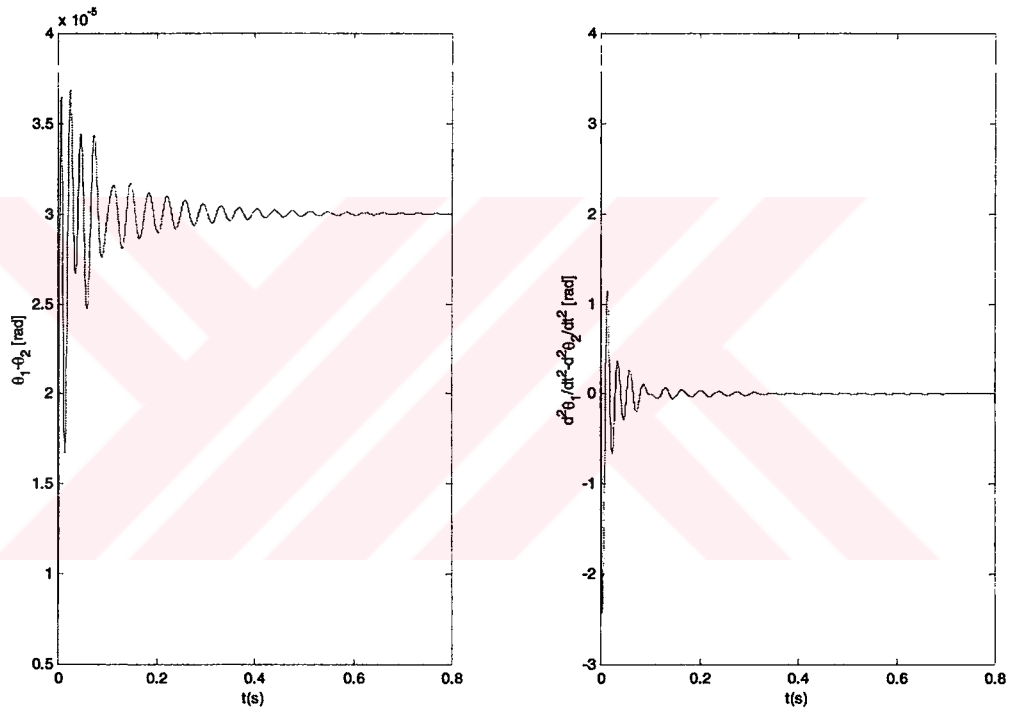
$$f_1 = 160.3 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 61 \text{ Hz}$$

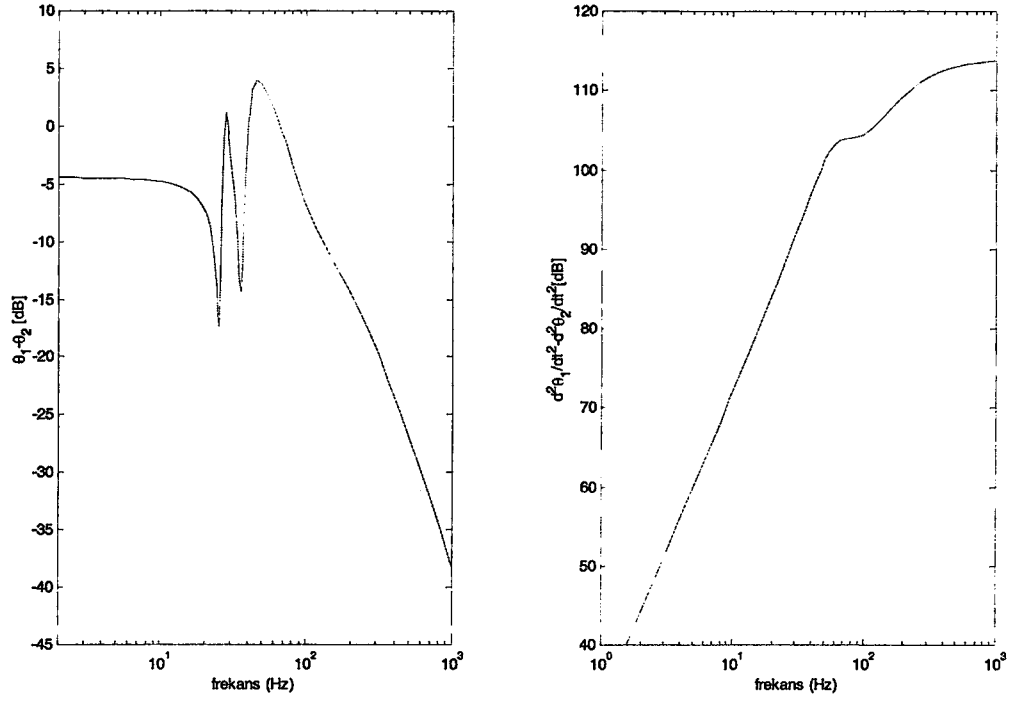
$$f_3 = 40.7 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 26.9 \text{ Hz}$$

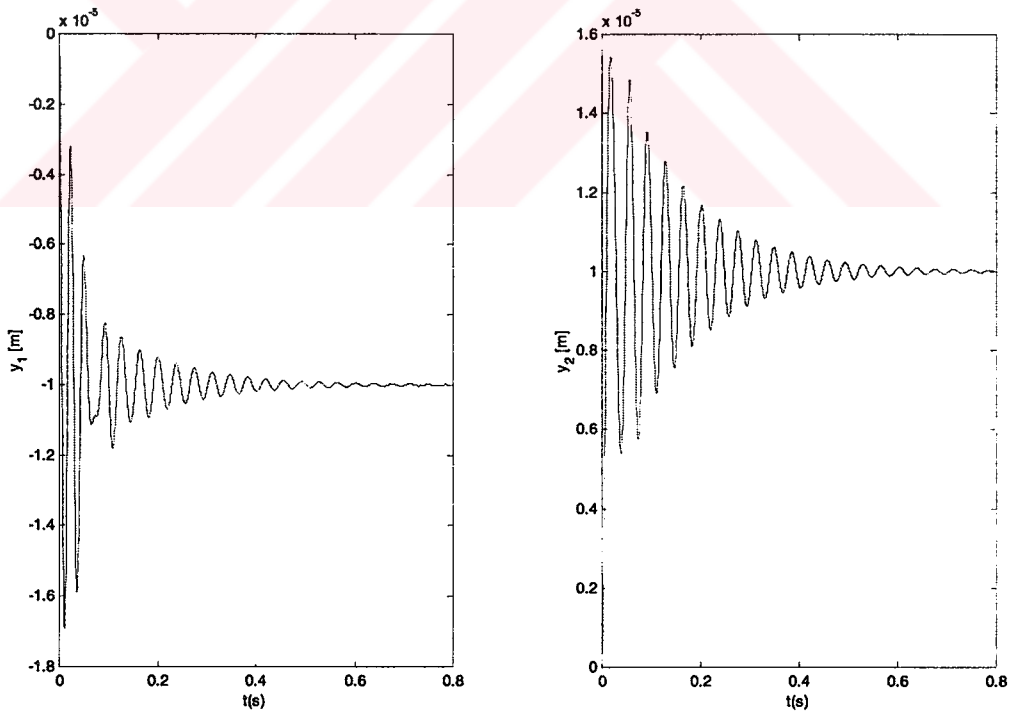
olarak hesaplanmıştır. Bu modelin bilgisayarda hazırlanmış blok şemaları Ek-3'de verilmiştir. Bu sistemin titreşiminin zaman ve frekans cevapları, Şekil 5.11, Şekil 5.12, Şekil 5.13, Şekil 5.14, Şekil 5.15, ve Şekil 5.16'de gösterilmiştir.



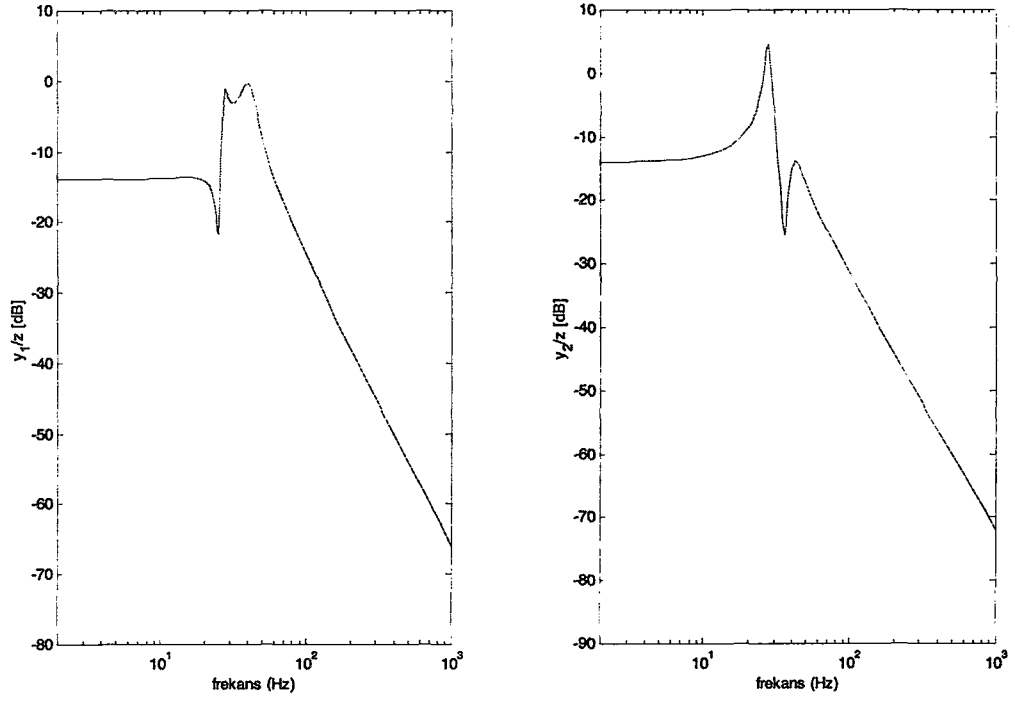
Şekil 5.11 3. Modelde dişlilerin rölatif açısai yer değişimi ve ivmesi.



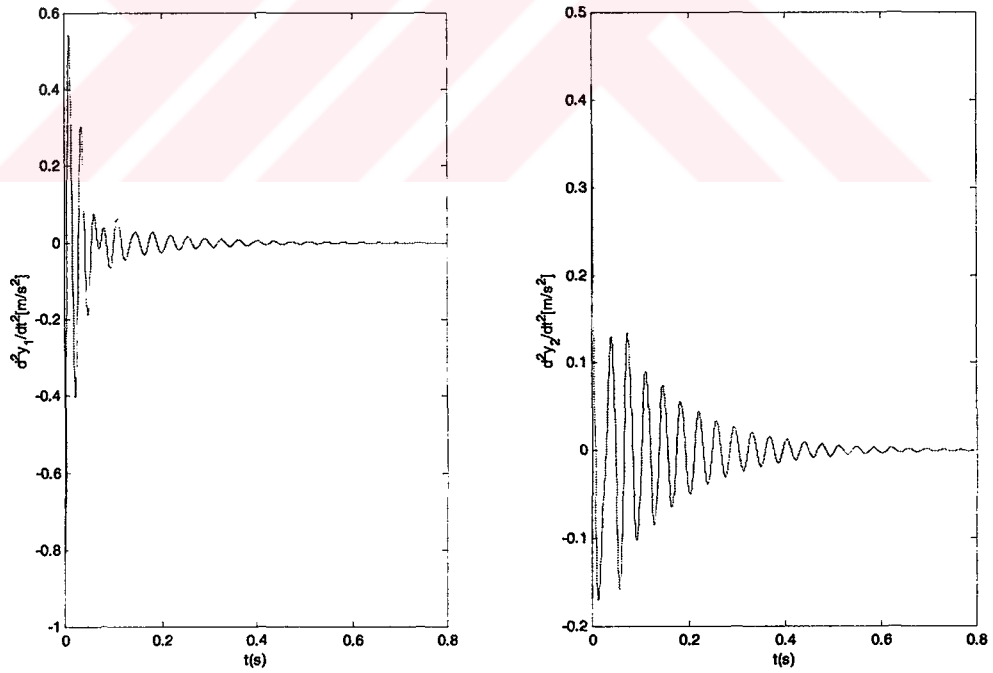
Şekil 5.12 3. Modelde dişlilerin rölâtif açısâl yer değışim ve ivmesinin frekans cevapları.



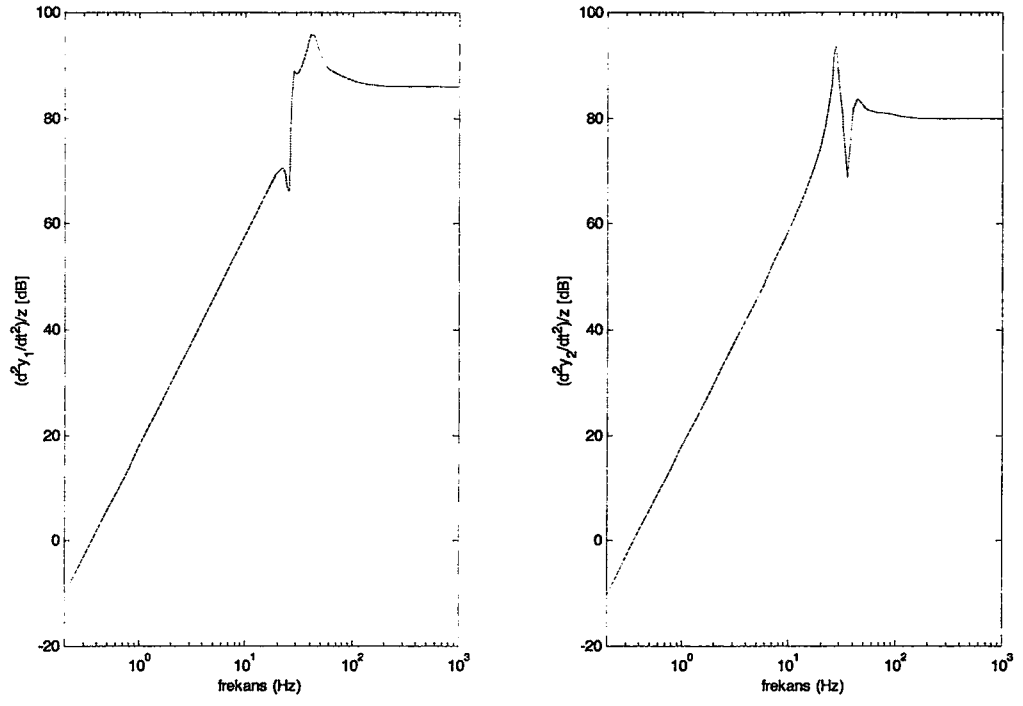
Şekil 5.13 3. Modelde yataklara ait yer değışimleri .



Şekil 5.14 3.Modelde yatakların yer değişiminin frekans cevapları.

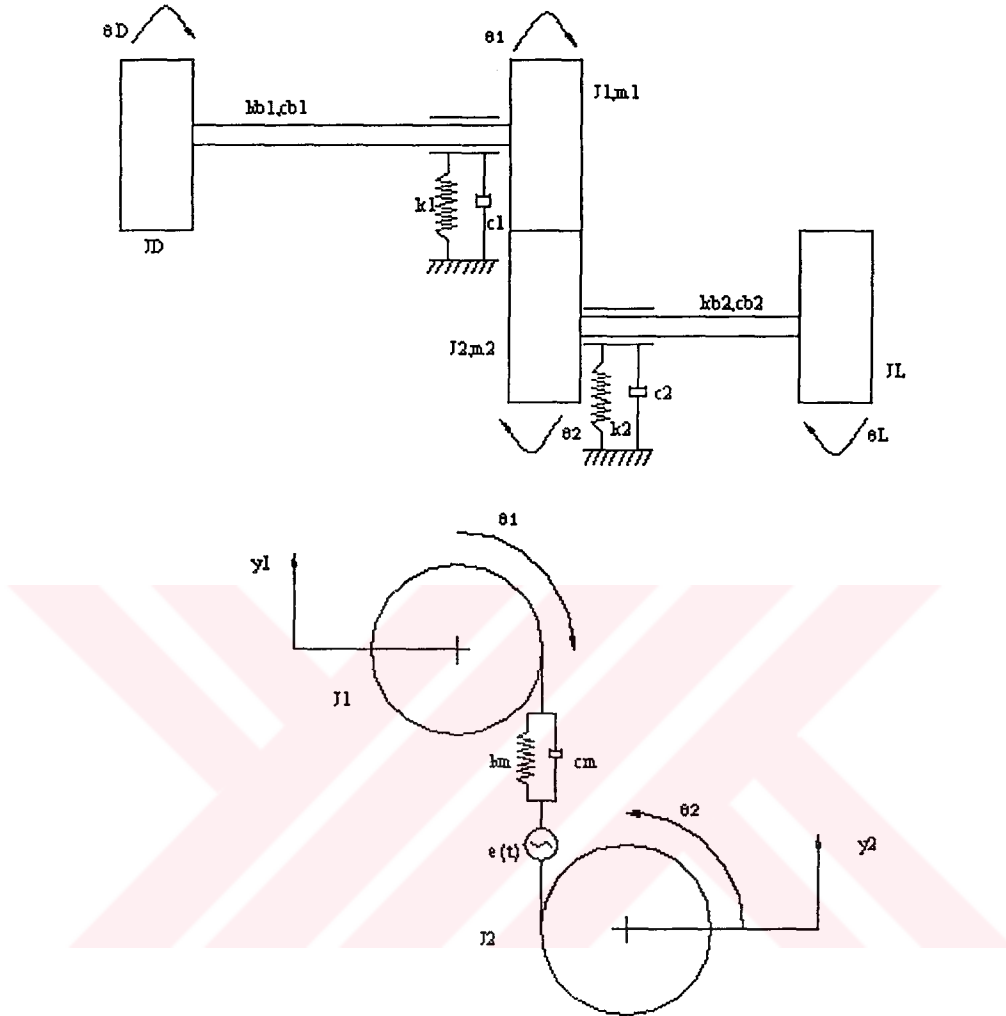


Şekil 5.15 3. Modelde yataklara ait ivme değerleri.



Şekil 5.16 3. Modelde yatakların ivmelerinin frekans cevapları.

5.1.4 4.Model : Tam dişli modeli (Millerin, yataklarının, motor ve makine kütlelerinin dahil edildiği dişli modeli)



Şekil 5.17 Tam dişli modeli.

Tam dişli modeli, üçüncü modele motor ve makine kütlelerinin eklenmiş halidir. Bu model altı serbestlik derecelidir (Şekil 5.16).

Burada, bir önceki modele,

J_D : Motor indirgenmiş kütle atalet momenti

J_L : Makine indirgenmiş kütle atalet momenti

T_D : Motor momenti

T_L : Makine momenti

eklenmiştir.

Hareket denklemleri:

Sistemin toplam kinetik enerjisi:

$$E_K = \frac{1}{2} J_1 \cdot \theta_1'^2 + \frac{1}{2} J_2 \cdot \theta_2'^2 + \frac{1}{2} m_1 \cdot y_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot y_2'^2 + \frac{1}{2} J_D \cdot \theta_D'^2 + \frac{1}{2} J_L \cdot \theta_L'^2 \quad (5.84)$$

Sistemin toplam potansiyel enerjisi:

$$E_P = \frac{1}{2} k_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1)^2 + k_{b_1} \cdot (\theta_1 - \theta_D) + k_{b_2} \cdot (\theta_2 - \theta_L) + k_1 \cdot y_1 + k_2 \cdot y_2 \quad (5.85)$$

Sistemin toplam sönüm terimi:

$$E_D = \frac{1}{2} c_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1')^2 + c_{b_1} \cdot (\theta_1' - \theta_D') + c_{b_2} \cdot (\theta_2' - \theta_L') + c_1 \cdot y_1' + c_2 \cdot y_2' \quad (5.86)$$

şeklinde. Bu denklemlerden yola çıkarak;

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_1} = J_1 \cdot \theta_1'' \quad (5.87)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_1} = 0 \quad (5.88)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial \theta_1} = k_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1) + k_{b_1} \cdot (\theta_1 - \theta_D) \quad (5.89)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial \theta_1} = c_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1') + c_{b_1} \cdot (\theta_1' - \theta_D') \quad (5.90)$$

Pinyon açısal hareket denklemi

$$J_1 \cdot \theta_1'' + k_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1) + c_m \cdot r_1 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1') + k_{b_1} \cdot (\theta_1 - \theta_D) + c_{b_1} \cdot (\theta_1' - \theta_D') = 0 \quad (5.91)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_2} = J_2 \cdot \theta_2'' \quad (5.92)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial\theta_2} = 0 \quad (5.93)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial\theta_2} = -k_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1) + k_{b_2} \cdot (\theta_2 - \theta_L) \quad (5.94)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial\theta_2} = -c_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1') + c_{b_2} \cdot (\theta_2' - \theta_L') \quad (5.95)$$

Dişli açısıl hareket denklemi

$$J_2 \cdot \theta_2'' - k_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1) - c_m \cdot r_2 \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1') + k_{b_2} \cdot (\theta_2 - \theta_L) + c_{b_2} \cdot (\theta_2' - \theta_L') = 0 \quad (5.96)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial y_1} = m_1 \cdot y_1'' \quad (5.97)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial y_1} = 0 \quad (5.98)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial y_1} = -k_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1) + k_1 \cdot y_1 \quad (5.99)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial y_1} = -c_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1') + c_1 \cdot y_1' \quad (5.100)$$

Pinyon öteleme hareket denklemi:

$$m_1 \cdot y_1'' - k_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1) - c_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1') + k_1 \cdot y_1 + c_1 \cdot y_1' = 0 \quad (5.101)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial y_2} = m_2 \cdot y_2'' \quad (5.102)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial y_2} = 0 \quad (5.103)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial y_2} = k_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1) + k_2 \cdot y_2 \quad (5.104)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial y_2} = c_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1') + c_2 \cdot y_2' \quad (5.105)$$

Dişli öteleme hareket denklemi :

$$m_2 \cdot y_2'' + k_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1 - r_2 \cdot \theta_2 - e + y_2 - y_1) + c_m \cdot (r_1 \cdot \theta_1' - r_2 \cdot \theta_2' - e' + y_2' - y_1') + k_2 \cdot y_2 + c_2 \cdot y_2' = 0 \quad (5.106)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_D'} = J_D \cdot \theta_D'' \quad (5.107)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_D} = 0 \quad (5.108)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial \theta_D} = -k_{b_1} \cdot (\theta_1 - \theta_D) \quad (5.109)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial \theta_D'} = -c_{b_1} \cdot (\theta_1' - \theta_D') \quad (5.110)$$

Motor hareket denklemi:

$$J_D \cdot \theta_D'' - k_{b_1} \cdot (\theta_1 - \theta_D) - c_{b_1} \cdot (\theta_1' - \theta_D') = T_D \quad (5.111)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_L} = J_L \cdot \theta_L'' \quad (5.112)$$

$$\frac{\partial(E_K)}{\partial \theta_L} = 0 \quad (5.113)$$

$$\frac{\partial(E_P)}{\partial \theta_L} = -k_{b_2} \cdot (\theta_2 - \theta_L) \quad (5.114)$$

$$\frac{\partial(E_D)}{\partial \theta_L'} = -c_{b_2} \cdot (\theta_2' - \theta_L') \quad (5.115)$$

Makine hareket denklemi:

$$J_L \cdot \theta_L'' - k_{b_2} \cdot (\theta_2 - \theta_L) - c_{b_2} \cdot (\theta_2' - \theta_L') = -T_L \quad (5.116)$$

Bu denklemlerin düzenlenmiş hali :

$$\begin{aligned} \theta_1'' = & \frac{1}{J_1} (-k_m \cdot r_1 \cdot (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2 + y_2 - y_1) + k_m \cdot r_1 \cdot e - c_m \cdot r_1 \cdot (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2 + y_2' - y_1') + c_m \cdot r_1 \cdot e' \\ & - k_{b_1} \cdot (\theta_1 - \theta_D) - c_{b_1} \cdot (\theta_1' - \theta_D')) \end{aligned} \quad (5.117)$$

$$\begin{aligned} \theta_2'' = & \frac{1}{J_2} (k_m \cdot r_2 \cdot (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2 + y_2 - y_1) - k_m \cdot r_2 \cdot e + c_m \cdot r_2 \cdot (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2 + y_2' - y_1') - c_m \cdot r_2 \cdot e' \\ & - k_{b_2} \cdot (\theta_2 - \theta_L) - c_{b_2} \cdot (\theta_2' - \theta_L')) \end{aligned} \quad (5.118)$$

$$y_1'' = \frac{1}{m_1} (k_m (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2 + y_2 - y_1) - k_m \cdot e + c_m (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2 + y_2' - y_1') - c_m \cdot e' - k_1 \cdot y_1 - c_1 \cdot y_1') \quad (5.119)$$

$$y_2'' = \frac{1}{m_2} (-k_m (\theta_1 \cdot r_1 - \theta_2 \cdot r_2 + y_2 - y_1) + k_m \cdot e - c_m (\theta_1' \cdot r_1 - \theta_2' \cdot r_2 + y_2' - y_1') + c_m \cdot e' - k_2 \cdot y_2 - c_2 \cdot y_2') \quad (5.120)$$

$$\theta_D'' = \frac{1}{J_D} (T_D - k_{b_1} \cdot (\theta_D - \theta_1) - c_{b_1} \cdot (\theta_D' - \theta_1')) \quad (5.121)$$

$$\theta_L'' = \frac{1}{J_L} (-T_L - k_{b_2} \cdot (\theta_L - \theta_2) - c_{b_2} \cdot (\theta_L' - \theta_2')) \quad (5.122)$$

Bu sistemin doğal frekansları:

$$M = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_L \end{bmatrix} \quad (5.123)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_m \cdot r_1^2 + k_{b_1} & -k_m \cdot r_1 \cdot r_2 & -k_m \cdot r_1 & k_m \cdot r_1 & -k_{b_1} & 0 \\ -k_m \cdot r_1 \cdot r_2 & k_m \cdot r_2^2 + k_{b_2} & k_m \cdot r_2 & -k_m \cdot r_2 & 0 & -k_{b_2} \\ -k_m \cdot r_1 & k_m \cdot r_2 & k_m + k_1 & -k_m & 0 & 0 \\ k_m \cdot r_1 & -k_m \cdot r_2 & -k_m & k_m + k_2 & 0 & 0 \\ -k_{b_1} & 0 & 0 & 0 & k_{b_1} & 0 \\ 0 & -k_{b_2} & 0 & 0 & 0 & k_{b_2} \end{bmatrix}$$

(5.124)

Simulinkte eigen matrisi yardımıyla yapılan hesaplama sonucunda doğal frekanslar:

$$f_1 = 163.1 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 67.1 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 42.1 \text{ Hz}$$

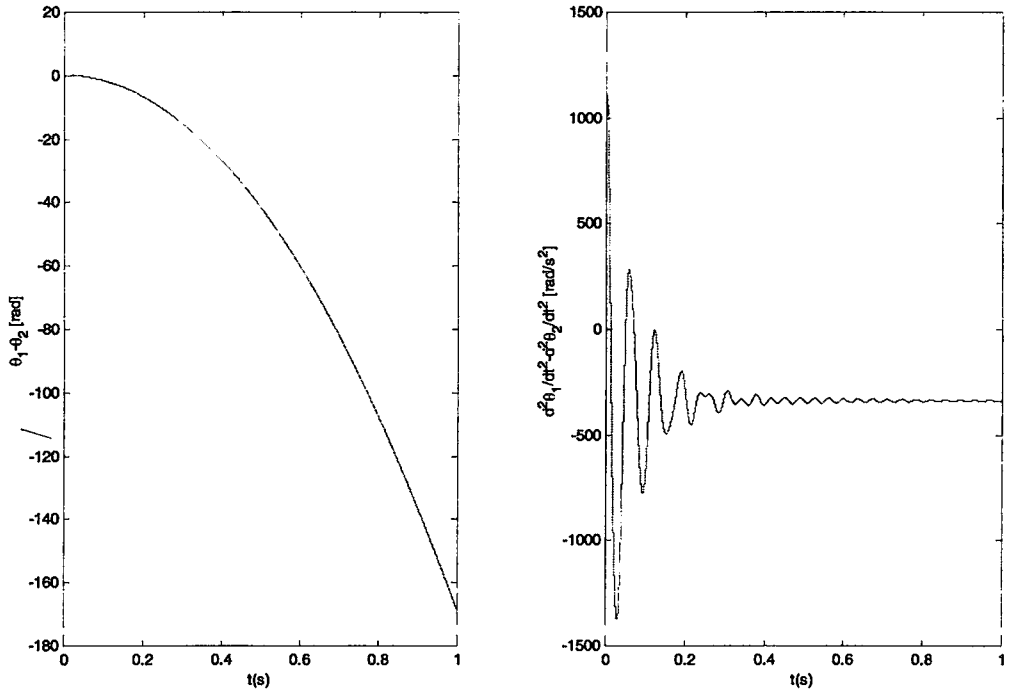
$$f_4 = 0$$

$$f_5 = 8.7 \text{ Hz}$$

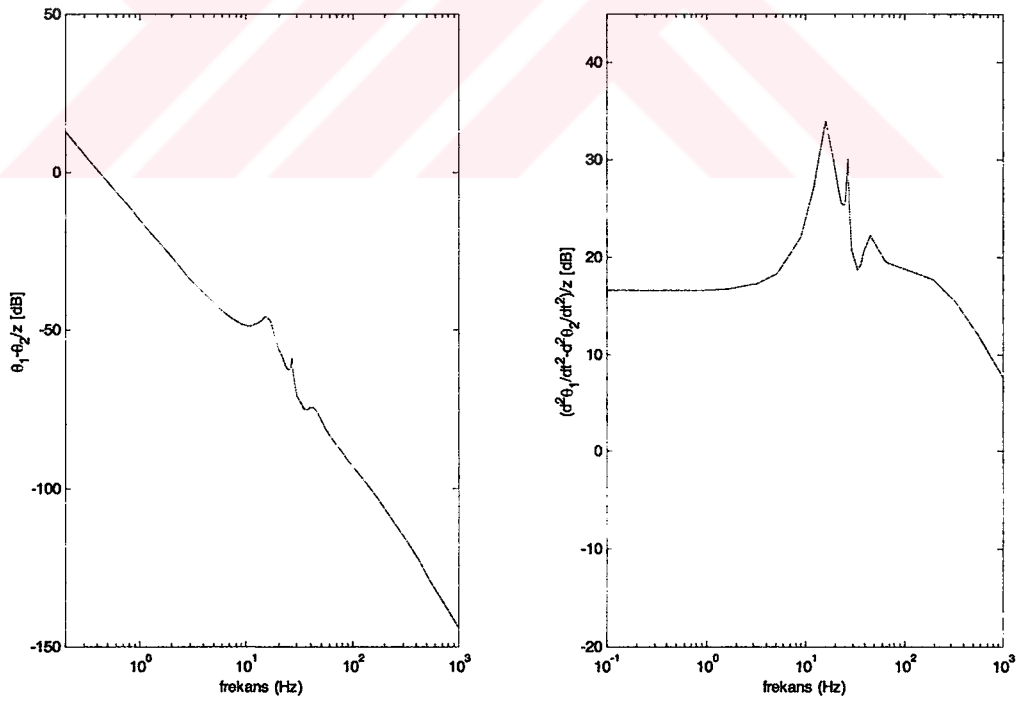
$$f_6 = 27.2 \text{ Hz'dir}$$

Bu modelin bilgisayarda hazırlanmış blok şemaları Ek-4'de verilmiştir.

Bu sistemdeki, dişlilerin rölâtif açısâl yer değişimi ($\theta_1 - \theta_2$) ve ivmesine göre zaman ve frekans cevapları, Şekil 5.18 ve 5.19'de gösterilmiştir.

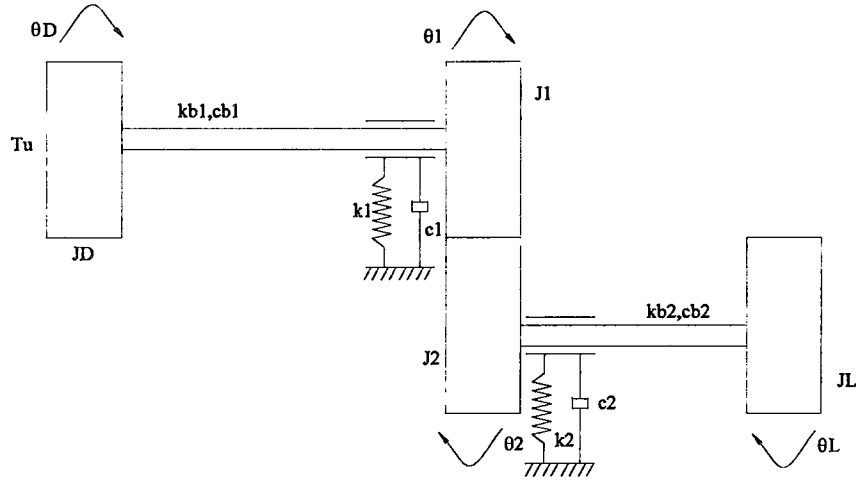


Şekil 5.18 4. Modelde dişlilerin rölâtif açısâl yer değışimi ve ivmesi.



Şekil 5.19 4. Modelde dişlilerin rölâtif açısâl yer değışim ve ivmesinin frekans cevapları.

6. 4. MODELDEKİ DİŞLİ SİSTEMİNE KONTROL UYGULAMASI



Şekil 6.1 T_u kontrol momentinin 4. modele uygulanması.

Burada, kontrol 4. model olarak ele alınan sisteme, hareket veren DC motora uygulanmıştır. Bu kontrolün iki dişli çark arasındaki etkileri gözlenmiştir (Şekil 6.1).

Sistemin motor kontrol denklemleri aşağıda verilmiştir (Yüksel (1997); Orille (1999))

u : Voltaj

L_a : Motor indüktansı

R_a : Motor direnci

i : Akım

T_u : Kontrol momenti

K_d : Motor sabiti

olmak üzere,

$$u = L_a \cdot (\theta_1' - \theta_2') + R_a \cdot i \quad (6.1)$$

$$i = \frac{u - L_a \cdot (\theta_1' - \theta_2')}{R_a} \quad (6.2)$$

$$T_u = K_d \cdot i \quad (6.3)$$

$$T_u = K_d \cdot \frac{u - L_a \cdot (\theta_1' - \theta_2')}{R_a} \quad (6.4)$$

T_u kontrol momentinin sisteme etkisi;

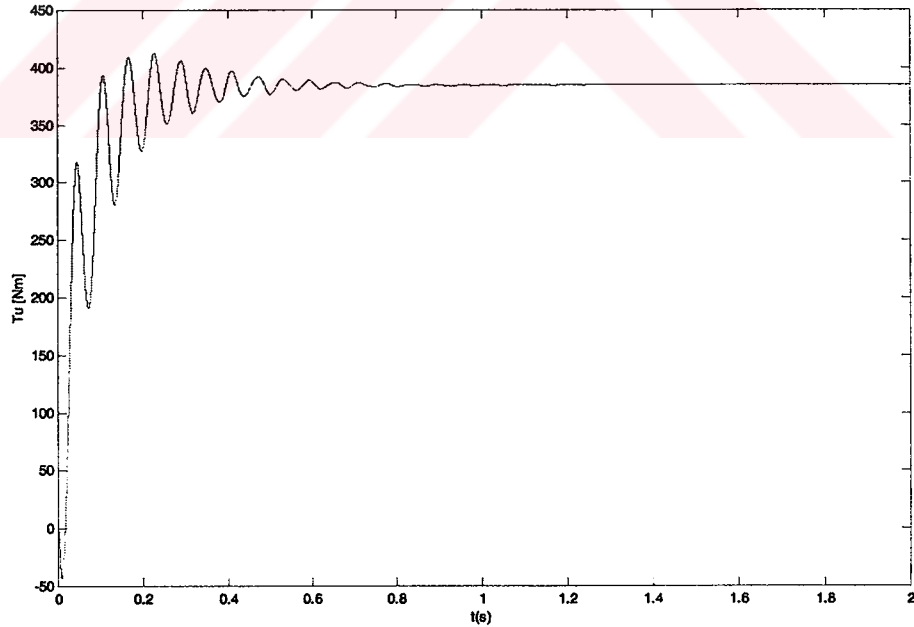
$$J_D \cdot \theta_D'' - k_b \cdot (\theta_1 - \theta_D) - c_b \cdot (\theta_1' - \theta_D') = T_D - \frac{u - L_a \cdot (\theta_1' - \theta_2')}{R_a} \quad (6.5)$$

$$-J_D \cdot \theta_D'' \cdot R_a + k_b \cdot R_a \cdot (\theta_1 - \theta_D) + (c_b \cdot R_a + L_a) \theta_1' - c_b \cdot R_a \cdot \theta_D' + T_D - L_a \cdot \theta_2' = u \quad (6.6)$$

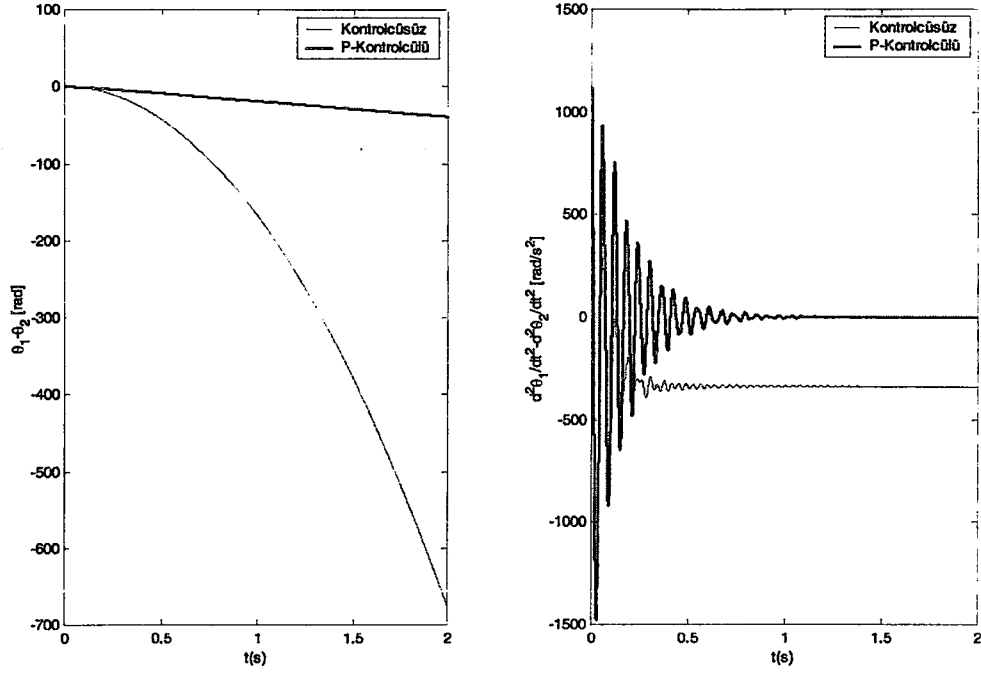
şeklinde olmaktadır. Kontrol katsayılarının belirlenmesinde öncelikle Ziegler-Nichols yöntemi uygulanmıştır. Uygun katsayılar bu yöntemle belirlenemediğinden, katsayıların belirlenmesinde deneme yanılma yöntemi kullanılmıştır. Kontrol momentinin ve P, PD, PID kontrollerinin blok diyagramlarına uygulanmış şekli Ek4'de gösterilmiştir.

6.1 P-Kontrol

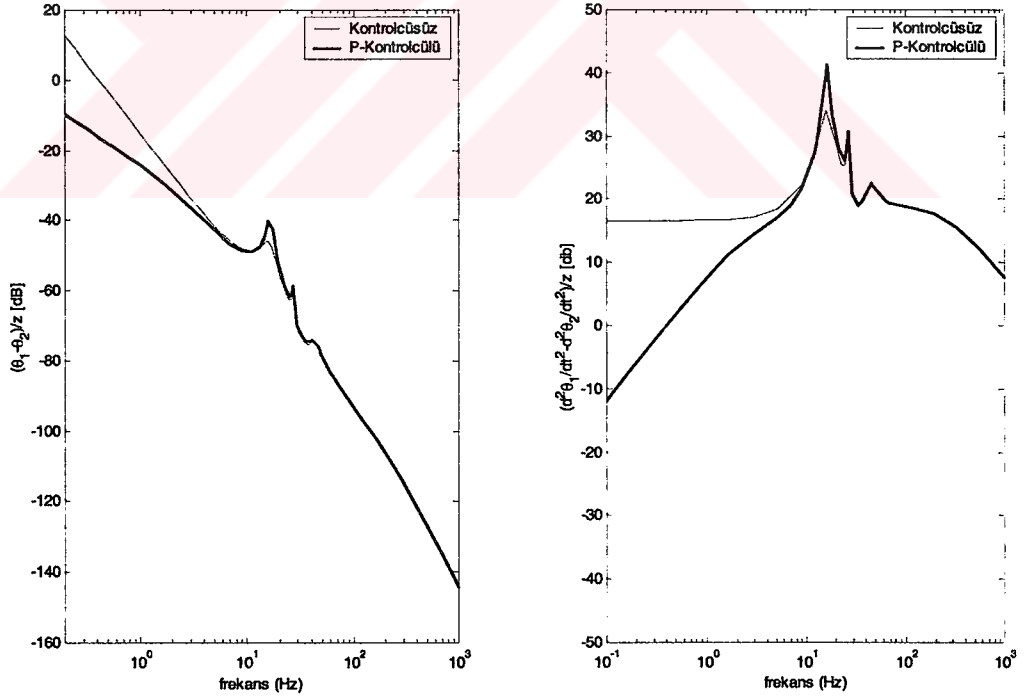
Orantı (P) kontrol uygulanan sistemde kontrol momenti, Şekil 6.2'de gösterilmiştir. P-kontrol uygulanan sistemin titreşimlerinin kontrollü ve kontrolsüz, zaman ve frekans cevapları, Şekil 6.3 ve Şekil 6.4'de verilmiştir.



Şekil 6.2 P-kontrolcü momentini.



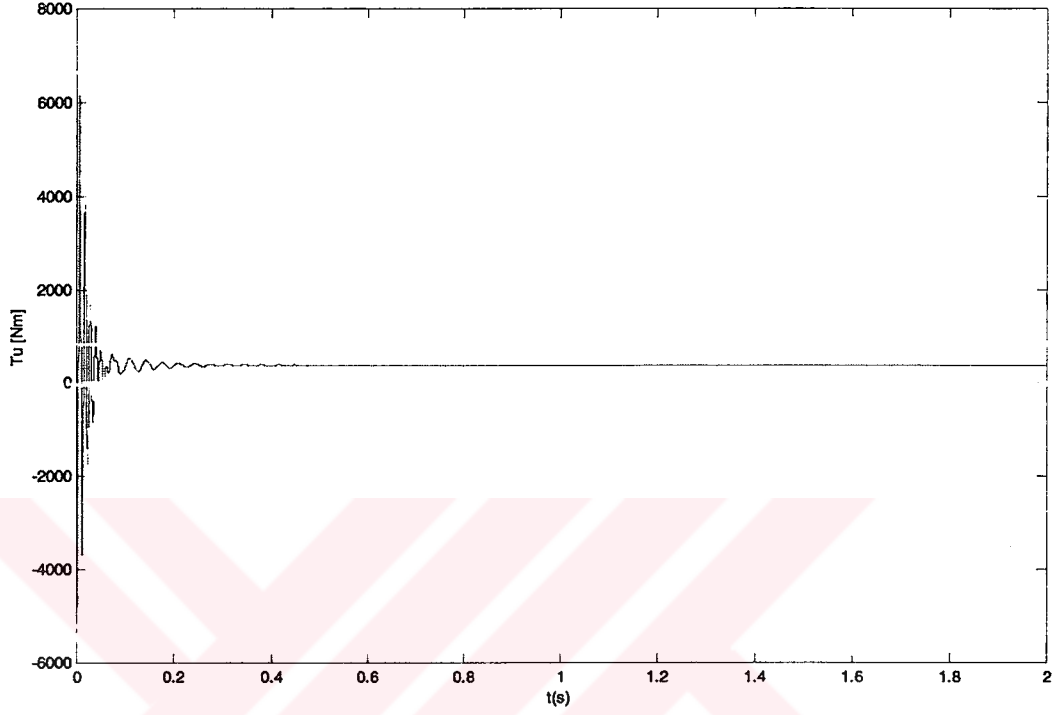
Şekil 6.3 P-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açısai yer değışimi ve ivmeleri.



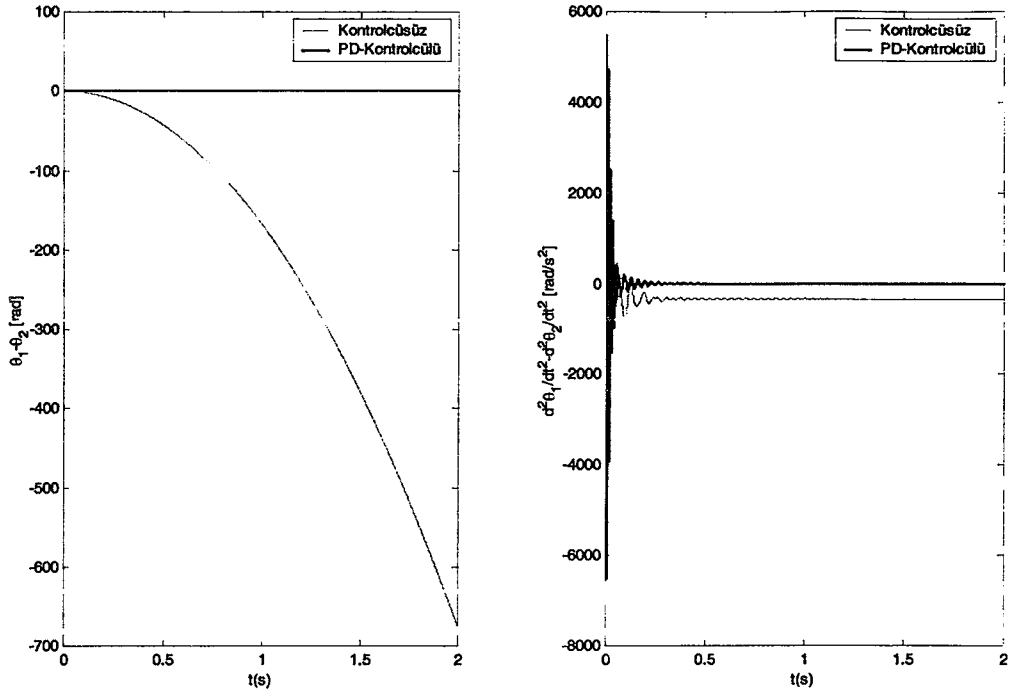
Şekil 6.4 P-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açısai yer değışim ve ivmelerinin frekans cevapları.

6.2 PD-Kontrol

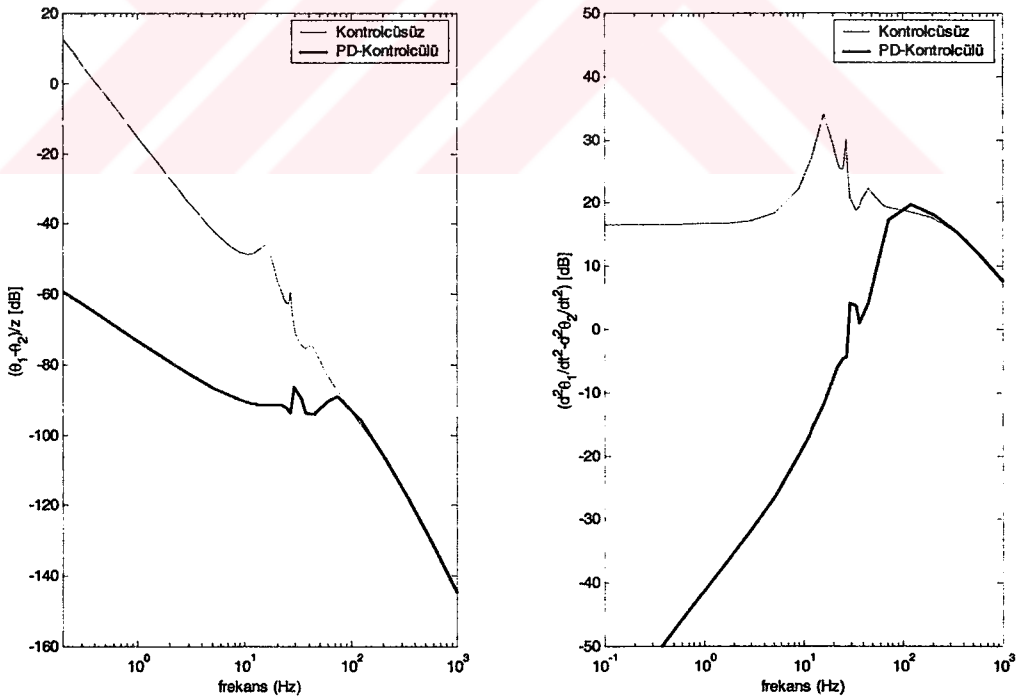
Orantı ve türev (PD) kontrol uygulanan sistemde kontrol momenti, Şekil 6.5’de gösterilmiştir. PD-kontrol uygulanan sistemin titreşimlerinin kontrollü ve kontrolsüz, zaman ve frekans cevapları, Şekil 6.6 ve Şekil 6.7’de verilmiştir.



Şekil 6.5 PD kontrolcü momentini.



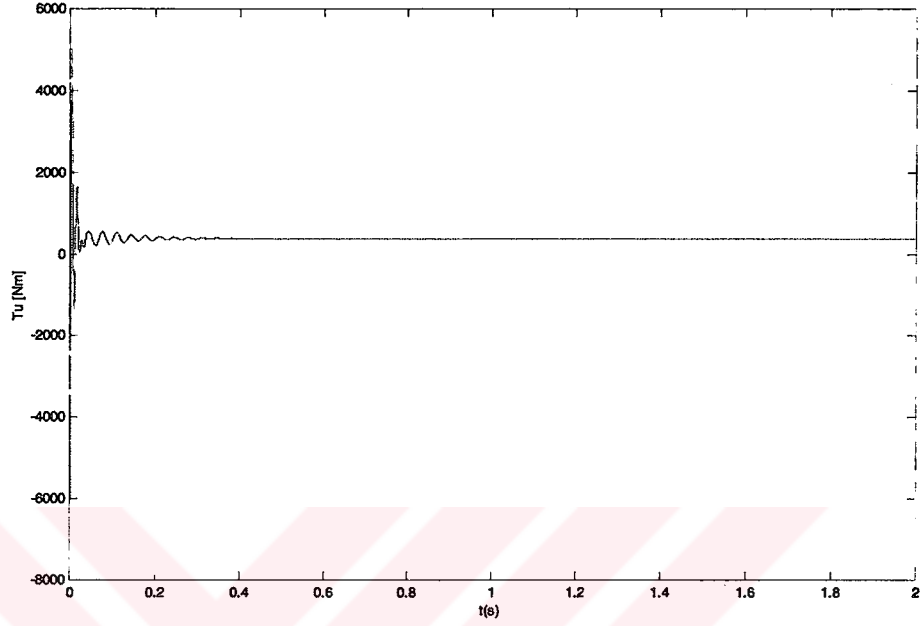
Şekil 6.6 PD-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açılal yer değışimi ve ivmeleri.



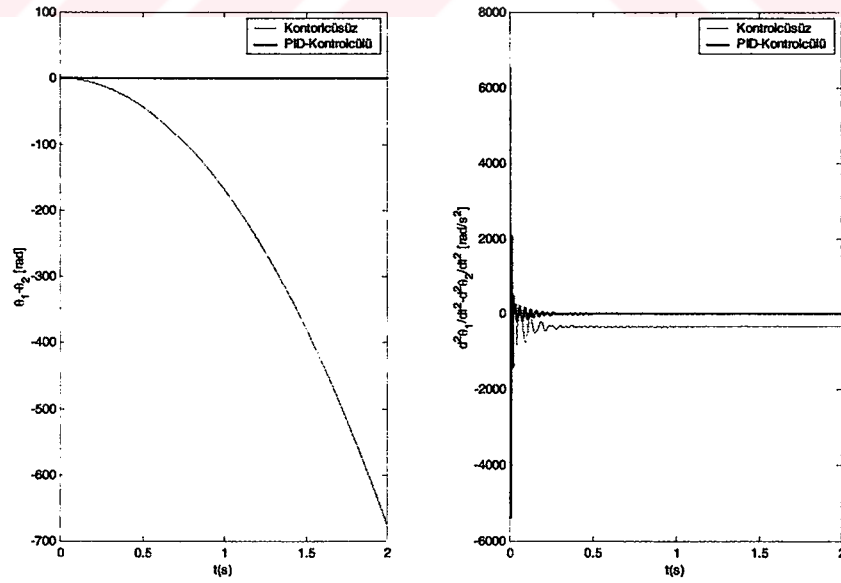
Şekil 6.7 PD-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açılal yer değışim ve ivmelerinin frekans cevapları.

6.3 PID-Kontrol

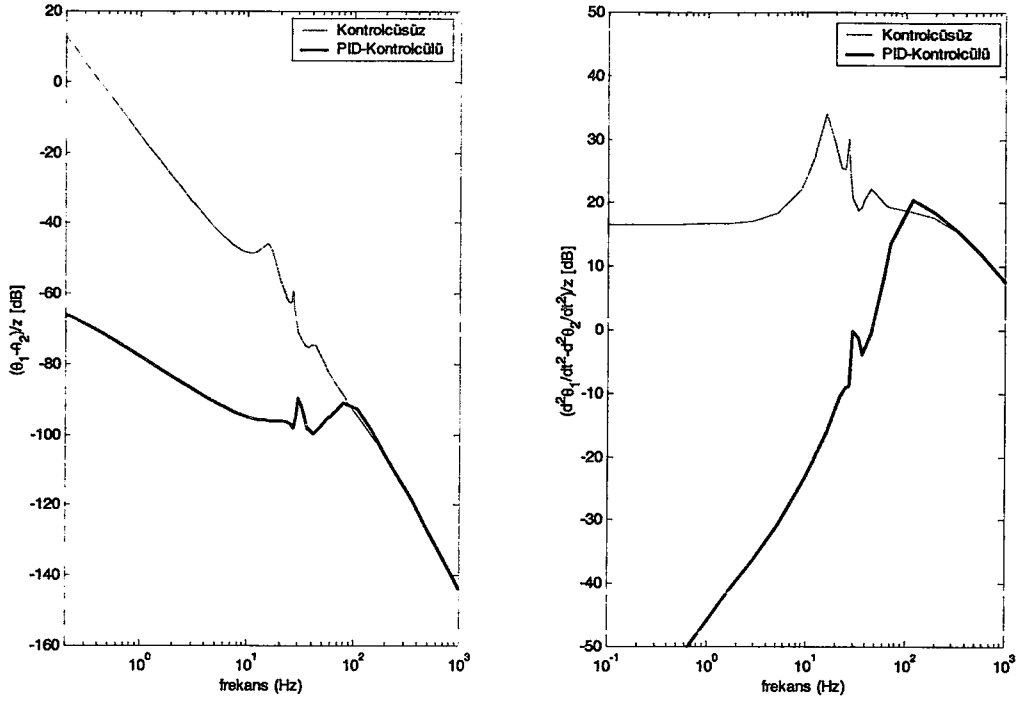
Orantı, integral ve türev (PID) kontrol uygulanan sistemde kontrol momenti, Şekil 6.8'de gösterilmiştir. PID-kontrol uygulanan sistemin titreşimlerinin kontrollü ve kontrolsüz, zaman ve frekans cevapları, Şekil 6.9 ve Şekil 6.10'de verilmiştir.



Şekil 6.8 PID kontrolcü momentini.



Şekil 6.9 PID-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açısal yer değişimi ve ivmeleri.

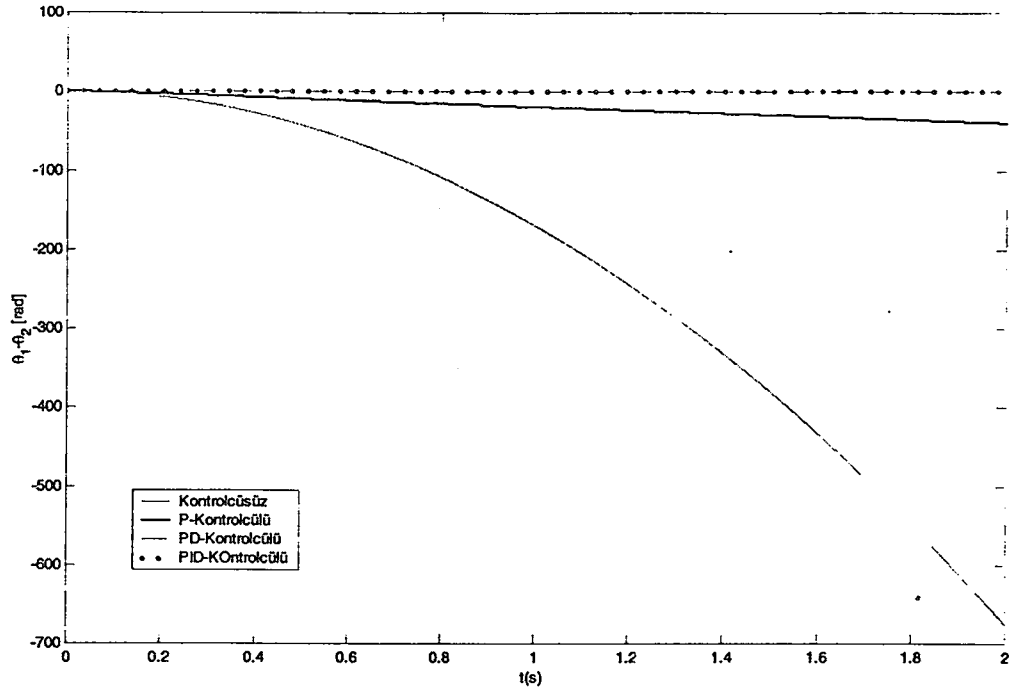


Şekil 6.10 PID-kontrolcülü ve kontrolcüsüz açısal yer değişim ve ivmelerinin frekans cevapları.

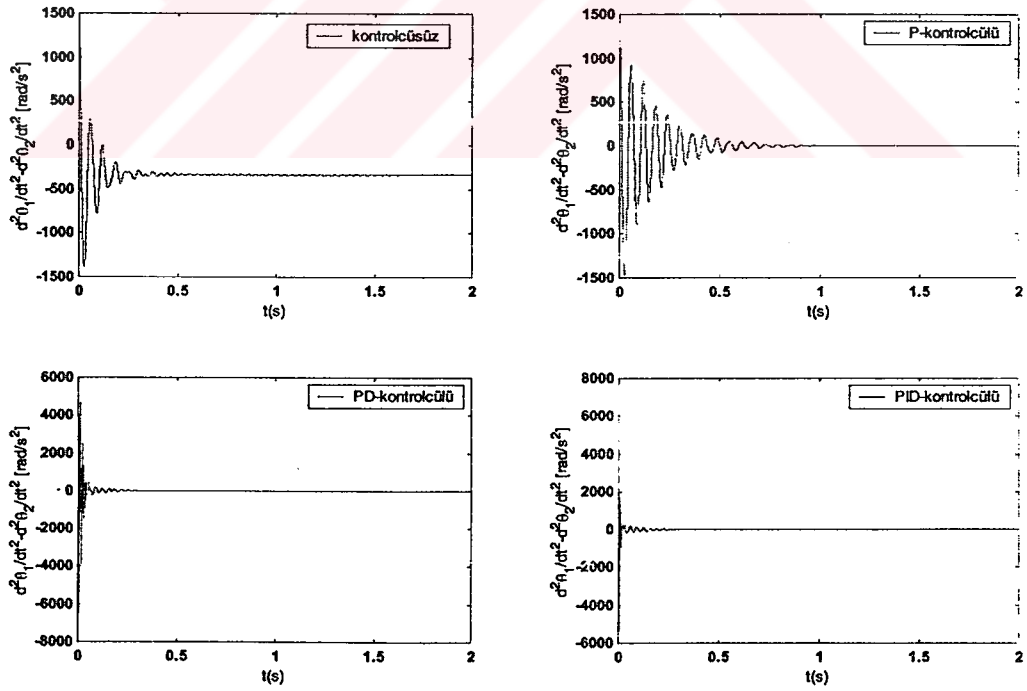
6.4 Kontrolcülerin Karşılaştırılması

Şekil 6.11 ve 6.12'deki zaman cevapları ile Şekil 6.13 ve 6.14 deki frekans cevapları incelendiğinde, P kontrolün sistemin kontrolünde etkili olmadığı, PD ve PID kontrolün ise bu sistem için uygun kontrolcüler olduğu görülmektedir. Sistemin titreşim cevapları incelendiğinde, sistem üzerinde en etkili olan kontrolcünün PID kontrol olduğu görülmektedir.

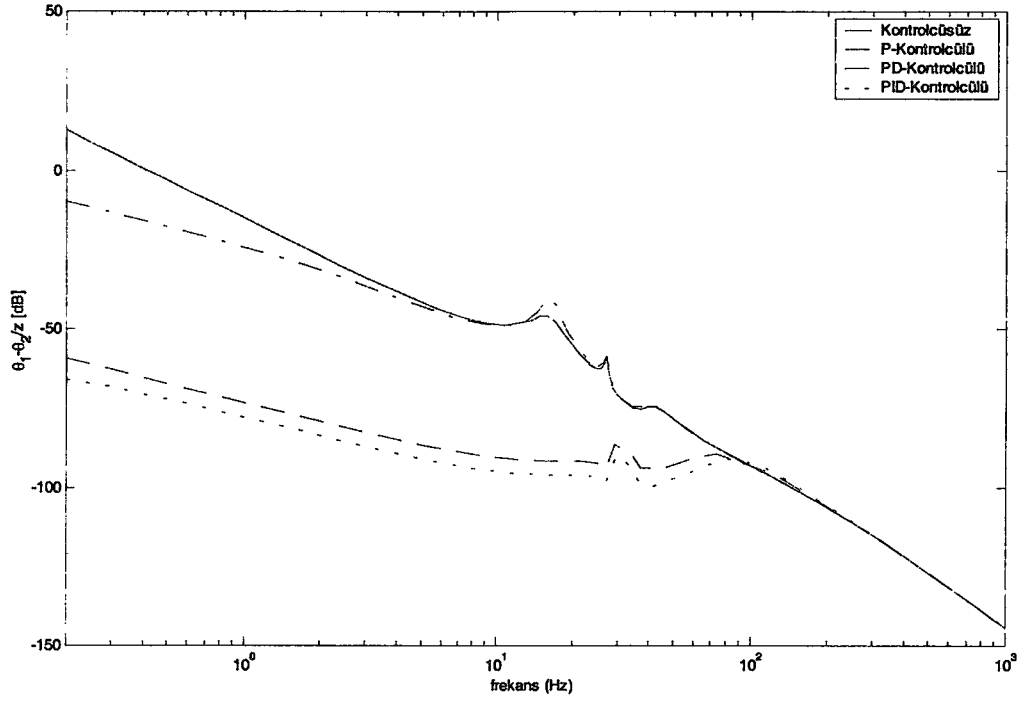
Kontrollü eğrilerde görüldüğü üzere, uygulana kontrol yöntemleri ivmenin ilk hareket sırasındaki değişimi üzerinde tam kontrol sağlayamamıştır. Bunun nedeni, çok fazla parametrenin bulunması, parametrelerin değişken olması ve kontrolcünün direkt dişli üzerine uygulanmamasından kaynaklanabilmektedir.



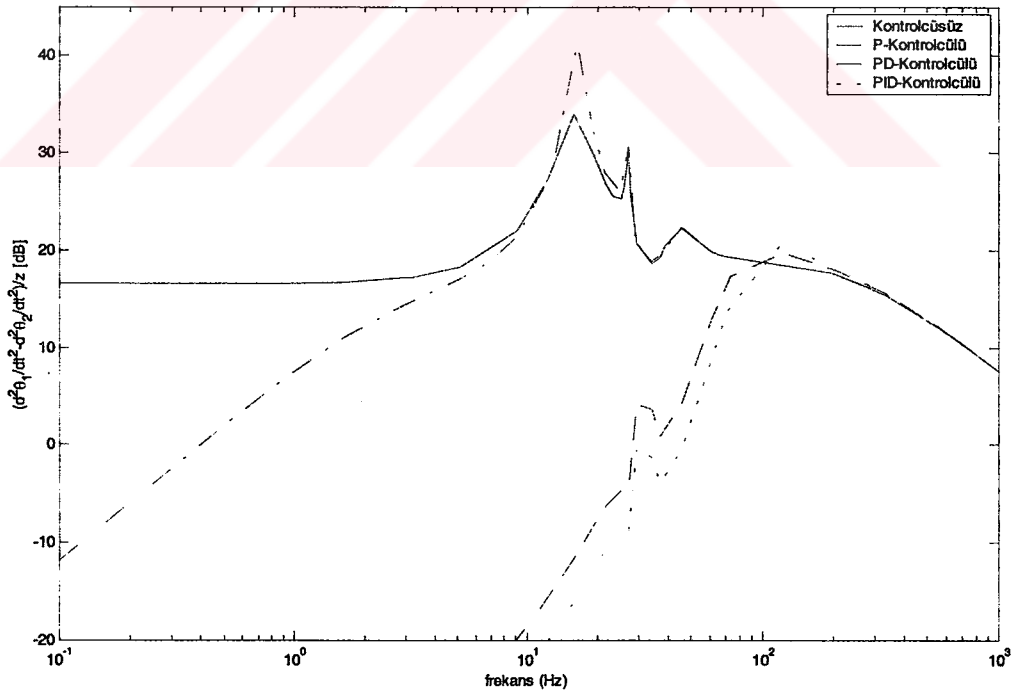
Şekil 6.11 Kontrolcüsüz ve kontrolcülü açılal yer değişimlerinin karşılaştırılması.



Şekil 6.12 Kontrolcüsüz ve kontrolcülü açılal ivme değişimlerinin karşılaştırılması.



Şekil 6.13 Kontrolcüsüz ve kontrolcülü açısai yer değişimlerinin frekans cevapları.



Şekil 6.14 Kontrolcüsüz ve kontrolcülü açısai ivme değişimlerinin frekans cevapları.

7. SONUÇLAR

Bu çalışma üç aşamada gerçekleştirilmiştir . Bu aşamalar :

- Basit dişli çiftinden geliştirilerek dört farklı dişli modelinin Matlab Simulink yardımıyla oluşturulması,
- Her bir modelin titreşimlerinin zaman ve frekans cevaplarının incelenmesi,
- 6 serbestlik dereceli son modele değişik kontrolcüler (P, PD, PID) uygulanarak titreşimlerin kontrol edilmesidir.

Dinamik modellemede Iida vd. (1980,1986), Özgüven (1991) makalelerindeki dişli modelleri esas alınmıştır.

Her bir model için elde edilen titreşim eğrilerinin incelenmesi sonucunda, 2. modelde millerin eklenmesiyle 1. modele göre sistemin titreşim genlikleri artmıştır. Bunun nedeni, 2. modelde eklenen millerin, sistemin rijitliğini azaltmasıdır. Buna karşılık, 3. modelde hem 2. hem de 1. modelden daha iyi titreşim değerleri elde edilmiştir. Bunun da nedeni, 3. modelde millerin yataklanmasıyla, millerin titreşim değerleri üzerindeki olumsuz etkisinin azaltılması ve sistemin daha rijit olmasının sağlanmasıdır.

İlk üç modelden farklı olarak, dördüncü modelde eklenen motor ve makine, sistemin titreşim karakteristiğini tamamen değiştirmiştir. Diğer 3 modelden farklı olarak dördüncü modelin titreşimleri motor ve makinenin parametrelerine bağlı olarak büyük değişiklikler göstermektedir.

Dördüncü modelde, sisteme eklenen motor üzerine P, PD, PID kontrolleri uygulamakla 6 serbestlik dereceli bu sistemin titreşimlerinin kontrol altına alınması amaçlanmıştır. Bu sistemin kontrolcülü ve kontrolcüsüz titreşimlerinin zaman cevapları (Şekil 6.11 ve Şekil 6.12) ve frekans cevapları (Şekil 6.13 ve Şekil 6.14) karşılaştırılmıştır. Burada, en başarılı kontrolcünün, PID kontrolcü olduğu görülmüştür.

Bu çalışmanın devamı olarak, parametre değişimlerinin göz önüne alınması ve kontrolün, motor yerine direkt dişliler üzerine uygulanabilirliğinin araştırılması uygun olur.

KAYNAKLAR

Ackerman J., ve Muller P. C., (1986), "Dynamical Behaviour of Nonlinear Multi-body systems Due to Coulomb Friction and Backlash", IFAC Theory of Robots, pp. 193-198, Vienna, Austria.

Amabili M., Fregolent A., (1998), "A Method to Identify Modal Parameters and Gear Errors by Vibrations of a Spur Gear Pair", Journal of Sound And vibration, 214(2), 339-357.

Ang K.K., Quek C., Wahab A., (2001), "MCMAC-CVT: A Novel On-Line Associative Memory Based CVT Transmission Control System", Neural Networks.

Azar R. C. ve Crossley F. R. E., (1997), "Digital Simulation of Impact Phenomenon in Spur Gear Systems", ASME Journal of Engineering for Industry, pp. 792-798.

Bahgat B.M., Osman M.O.M., Sankar T.S., (1983), "On the Spur-Gear Dynamic Tooth-Load Under Consideration of Systems Elasticity and Tooth Involute Profile", ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol.105., pp. 302-309.

Cai Y., Hayashi T., (1994), "The Linear Approximated Equation of a Pair of Spur Gears (Theory and Experiment)", Journal of Mechanical Design, Vol.116., pp. 558-564.

Comparin R. J. ve Singh R., (1989), "Nonlinear Frequency Response Characteristics of an Impact Pair", Journal of Sound and Vibration, Vol. 134, No. 2, pp. 259-290.

Dubowsky S. ve Freudenstein F., (1971), "Dynamic Analysis of Mechanical Systems with Clearance Part 1 and 2", ASME Journal of Engineering for Industry, pp. 305-316.

Elkholy A. H. , (1985), "Tooth Load Sharing in High-Contact Ratio Spur Gears", ASME Journal Of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 107, pp. 11-16.

Faiz J., Hossieni S.H., Ghaneei M., Keyhani A., Proca A., (1999), "Direct Torque Control of Induction Motors for Propulsion Systems", Electric Power Systems Research, 51, 95-101.

Goodman T. P., (1963), "How to Calculate Dynamic Effects of Backlash", Machine Design, pp. 150-157.

Güçlü R., (1996), "Dişli Sistemlerinde Dinamik Analiz", Doktora Tezi, YTÜ.

Herbert R.G. ve McWhannell D. C., (1977), "Shape and Frequency Composition of Pulses from an Impact Pair", ASME Journal of Engineering for Industry, pp. 513-518.

- Hunt K. H. ve Crossley F. R. E., (1975), "Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact", ASME Journal of Applied Mechanics, pp. 440-445.
- Iida H, Tamura A., Yamamoto H., (1986), "Dynamic Characteristics of a Gear Train System with Softly Supported Shafts", Bulletin of JSME Vol. 29, No. 252-25.
- Iida H., Tamura A., Kikuch K., Agata H., (1980), "Coupled Torsional-Flexural Vibred System of Rotors", Bulletin of JSME Vol. 23, No. 186-24.
- Kahraman A., Singh R., (1990), "Non-Linear Dynamics of a Spur Gear Pair", Journal of Sound and Vibration, Vol. 142(1), 49-75.
- Kahraman A., Singh R., (1991), "Non-Linear Dynamics of a Geared Rotor-Bearing System with Multiple Clearance ", Journal of Sound and Vibration, Vol.144, pp. 469-506.
- Kuo B. C., (1995), "Otomatik Kontrol Sistemleri".
- Kumar A.S., Sankar T.S., Osman M.O.M., (1985), "On Dynamic Tooth Load and Stability of a Spur Gear System Using the State-Space Approach", Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 107/54., pp. 54-60.
- Lee J.J., (1991), "Tendon-Driven Manipulators:Analysis, Synthesis and Control", Systems Research Center, Ph D.-2.
- Lee T. W. ve Wang A. C., (1983), " On the Dynamics of Intermittent Motion Mechanisms, Part 1", ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol.105, pp. 534-540.
- Lin H-H., Huston R.L., Coy J.J., (1988a), "On Dynamic Loads in Parallel Shaft Transmissions : Part 1 – Modelling and Analysis", Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 110, pp. 221-225.
- Lin H-H., Huston R.L., Coy J.J., (1988b), "On Dynamic Loads in Parallel Shaft Transmissions : Part 2 – Parameter Study ", Journal of Mechanisms , Transmissions, and Automation in Design, June, Vol. 110., pp. 226-229.
- Matsuz J. M., O'donnell W. J. ve Erdlac R. J., "(1969), "Local Flexibility Coefficients for the Built-In Ends of Beams and Plates", ASME Journal of Engineering for Industry, pp. 607-614.
- Nadolski W., Pielorz A., (2001), "Theoretical Investigations of Nonlinear Loads on Gear Teeth in Single Gear Transmission", International Journal of Mechanical Sciences 43 299-

311.

O'Donnel W. J., (1960), "The Additional Deflection of a Cantilever Due to the Elasticity of the Support", ASME Journal of Applied Mechanics, pp. 461-464.

Orille A. L., Sowilam G.M.A., (1999), "Application of Neural Networks for Direct Torque Control", Computers & Industrial Engineering, 37, 391-394.

Özgülven H.N. ve Houser D.R., (1988) "Mathematical Models Used in a gear Dynamics – A Rewiev", Journal of Sound and Vibration Vol. 121, No. 3, pp.383-411.

Özgülven H.N., (1991), "A Non-Linear Mathematical Model for Dynamic Analysis of Spur Gears Including Shaft and Bearing Dynamics", Journal of Sound and Vibration, 145(2) 239-260.

Özgülven H.N., Şener Ö.S., (1993), "Dynamic Analysis of Geared Shaft Systems by Using A Continuous System Model", Journal of Sound and Vibration ,166(3), 539-556.

Pasin F., (2000), "Mekanik Titreşimler", İTÜ Makine Fakültesi., İstanbul.

Parker R.G., Vijayakar S.M., Imajo T., (2000), "Non-Linear Dynamic Response of a Spur Gear Pair: Modelling and Experimental Comparisons", Journal of Sound And Vibration, 237(3), 435-455.

Rebbechi B. ve Crisp J. (1981), "A New Formulation of Spur-Gear Vibration", International Symposium on Gearing and Power Transmission, Tokyo, Japan, pp. 61-66.

Remmers E. P., (1971), "The Dynamics of Gear Pair Sysytems", ASME 71-DE-23.

Sarıoğlu K., (2000), "Otomatik Kontrol 1", İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi., İstanbul.

Schafer U. ve Brandenburg G., (1991), "Position Control of Elastic Pointing and Tracking Systems with Gear Play and Coulomb Friction and aplication to Robots", IFAC Robot Control, SYROCO '91, Selected Papers from the 3rd IFAC/IFIP/IMACS Symposium, pp. 61-70, Vienna, Austria.

Shing T-K., (1994), "Dynamics and Control of Geared Servomechanisms with Backlash and Friction Consideration", Thesis Report Ph.D.-13.

Singh R.,Xie H. ve Comparin R. J., (1989), "Analysis of Automative Neutral Gear Rattle", Journal of Sound and Vibration, Vol. 131, pp. 177-196.

Slotine J. E. ve Li W.,(1991), "Applied Nonlinear Control", Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, NJ.

Sturm M., Eder K., Brauer W. Gonzales J.C., (1997), "Hybridization of Neural and Fuzzy Systems by a Multi Agent Architecture for Motor Gearbox Control", Fuzzy Sets and Systems 89, 309-319.

Tao G. ve Kokotovic P. V. (1993a), "Adaptive Control of Systems with Unknown Backlash", Automatica, Vol. 29, pp. 323-335.

Tahralı N., Kaya F., Yüksek İ., Güçlü R., (2000), "Makine Dinamiği", YTÜ., İstanbul.

Tavakoli M.S., Houser D.R., (1986), "Optimum Profile Modifications for the Minimization of Static Transmission Errors of Spur Gears", Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol.108., pp. 86-94.

Theodossiades S., Natsiavas S., (2001), "Periodic and Chaotic Dynamics of Motor-Driven Gear Pair Systems with Backlash", Chaos solutions and Fractals, 12, 2417-2440.

Timoshenko S. ve BaudR. V., (1926), "The Strength of Gear Teeth", Mechanical Engineering, Vol. 48, No. 11, pp. 1105-1109.

Tobe T. ve Takatsu N., (1973), "Dynamic Loads on Spur Gear Teeth Caused by teeth Impact". Bulletin of JSME, Vol. 16, No. 96, pp. 1031-1037.

Tsai L.W., Chang S-L., (1992), "Backlash Control via Redundant Drives: An Experimental Verification", Systems Research Center TR-85.

Umezawa K., Ajima T., Houjoh H., (1986), "Vibration of Three Axes Gear System", Bulletin of JSME, Vol. 29, No. 249-43.

Yang D.C.H., Sun Z.S., (1985), "A Rotary Model for Spur Gear Dynamics" Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design", December, Vol. 107/529.

Yang D. C. H. ve Lin J. Y., (1985), "A Rotary Model for Spur Gear Dynamics", ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol.107, pp. 529-535.

Yüksel İ., (Ekim 2000), " Matlab ile Mühendislik Sistemlerinin Analizi ve Çözümü"., Uludağ Ün., Bursa.

Yüksel İ., (1997). " Otomatik Kontrol ve Denetim Sistemleri"., Uludağ Ün.,Bursa.

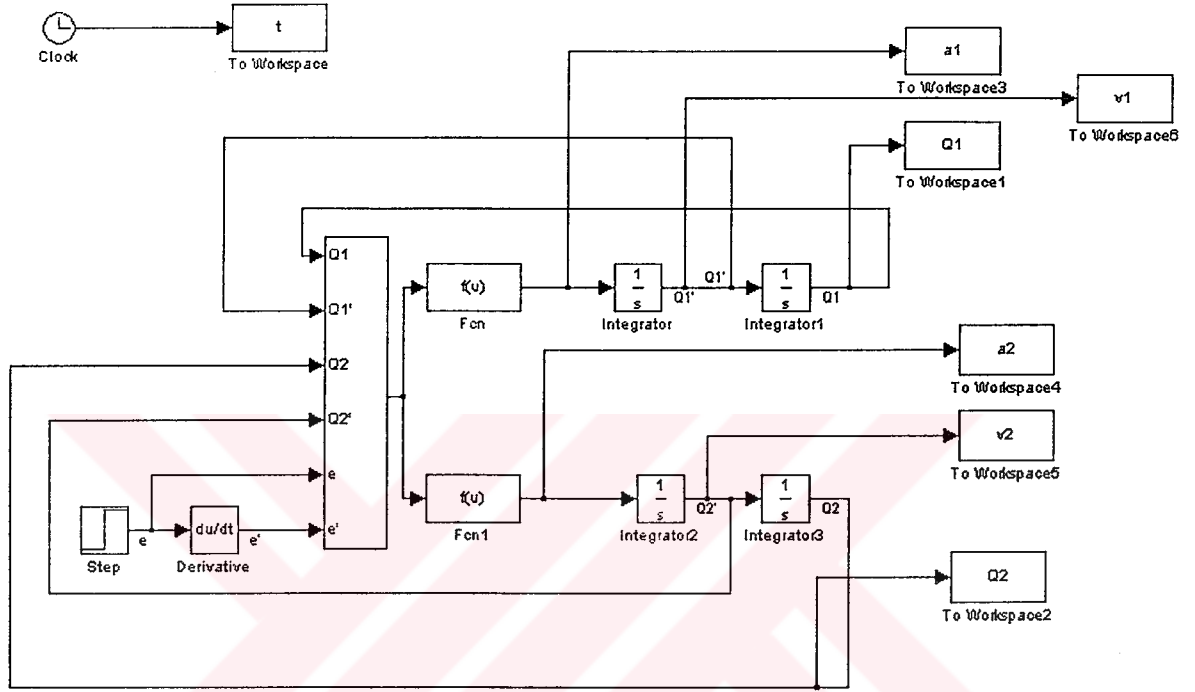
EKLER

- | | |
|------|--|
| Ek 1 | 1. modelin parametreleri ve simulinkte hazırlanmış blok seması |
| Ek 2 | 2. modelin parametreleri ve simulinkte hazırlanmış blok seması |
| Ek 3 | 3. modelin parametreleri ve simulinkte hazırlanmış blok seması |
| Ek 4 | 4. modelin parametreleri ve simulinkte hazırlanmış blok seması |



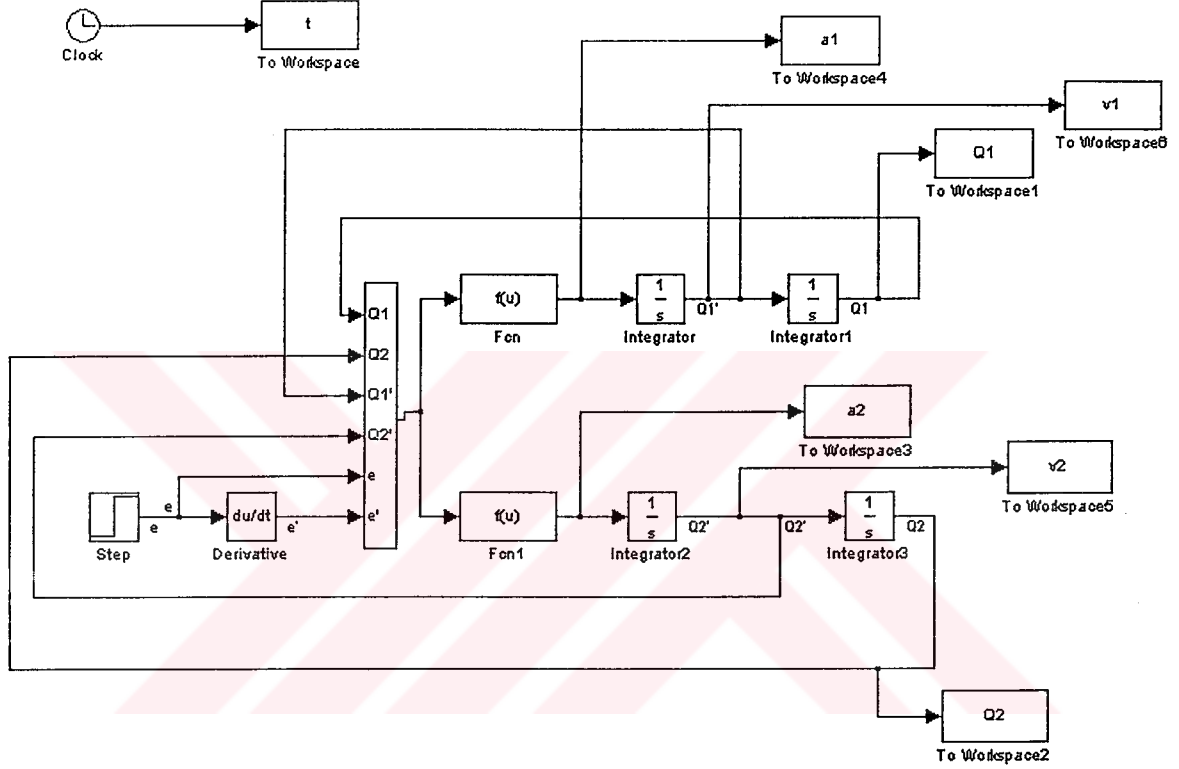
Ek 1 1. modelin parametreleri ve simulinkte hazırlanmış blok seması :

$j1=0.005 \text{ kg.m}^2$	$j2=0.04 \text{ kg.m}^2$	$r1=0.1 \text{ m}$
$r2=0.2 \text{ m}$	$km=20000 \text{ N/m}$	$cm=50 \text{ N.s/m}$
$h=0.0005 \text{ m}$	$ts=0 \text{ s}$	$ti=0 \text{ s}$
$tf=0.1 \text{ s}$	$n=1000$	$dt=(tf-ti)/n$



Ek 2 2. modelin parametreleri ve simulinkte hazırlanmış blok seması:

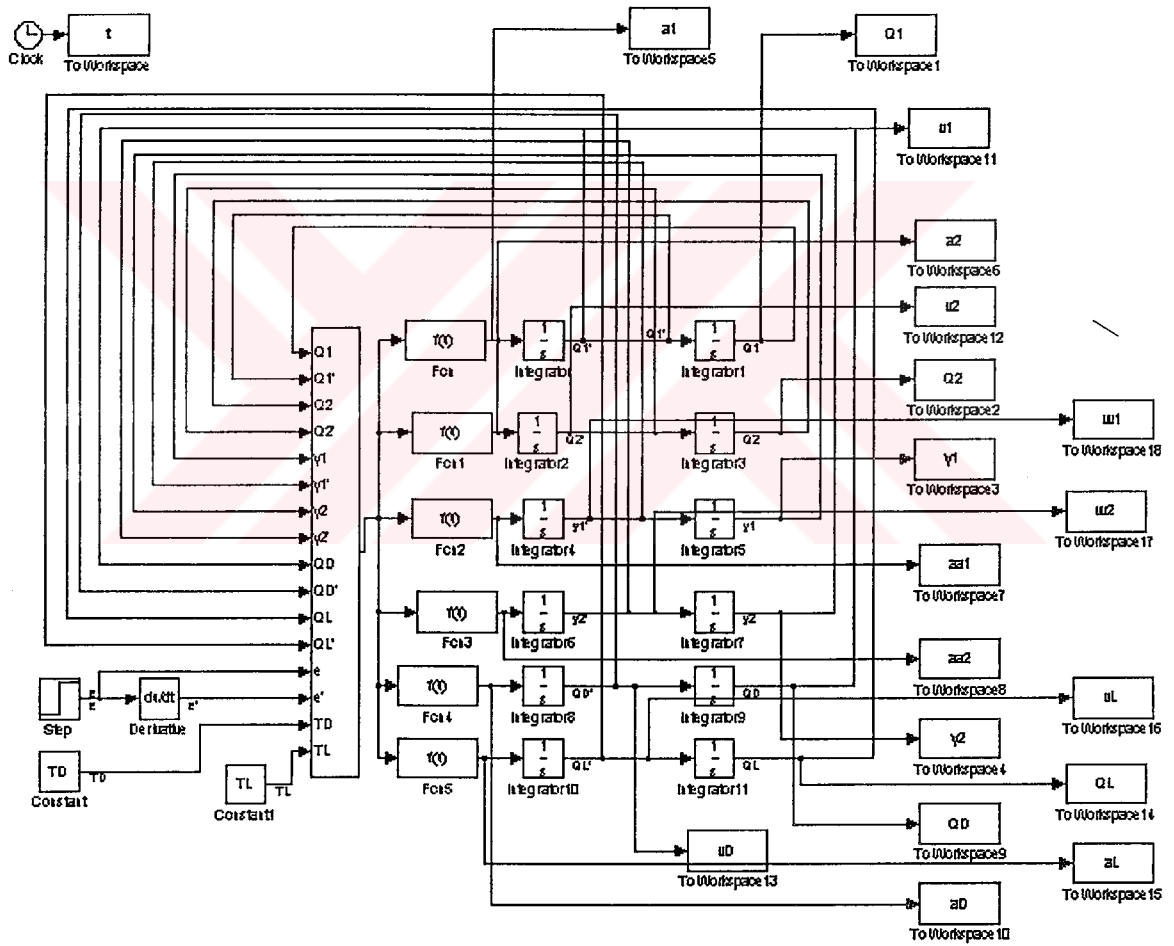
$j1=0.005 \text{ kg.m}^2$	$j2=0.04 \text{ kg.m}^2$	$r1=0.1 \text{ m}$
$r2=0.2 \text{ m}$	$km=20000 \text{ N/m}$	$kb1=5000 \text{ N/m}$
$kb2=5000 \text{ N/m}$	$cm=50 \text{ N.s/m}$	$cb1=10 \text{ N.s/m}$
$cb2=10 \text{ N.s/m}$	$h=0.0005 \text{ m}$	$ts=0 \text{ s}$
$ti=0 \text{ s}$	$tf=0.04 \text{ s}$	$n=1000$
$dt=(tf-ti)/n$		



Ek 4 4. modelin parametreleri ve simulinkte hazırlanmış blok şeması:

Kontrolsüz model parametreleri ve blok şeması:

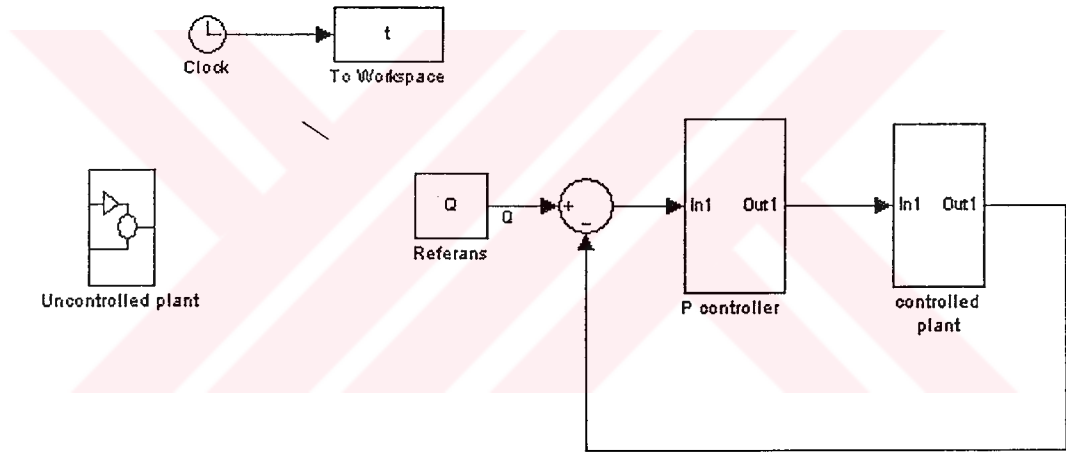
$j1=0.005 \text{ kg.m}^2$	$j2=0.04 \text{ kg.m}^2$	$JD=0.13 \text{ kg.m}^2$
$JL=0.13 \text{ kg.m}^2$	$m1=1 \text{ kg}$	$m2=2 \text{ kg}$
$r1=0.1 \text{ m}$	$r2=0.2 \text{ m}$	$km=20000 \text{ N/m}$
$kb1=5000 \text{ N/m}$	$kb2=5000 \text{ N/m}$	$k1=50000 \text{ N/m}$
$k2=50000 \text{ N/m}$	$cm=50 \text{ N.s/m}$	$cb1=10 \text{ N.s/m}$
$cb2=10 \text{ N.s/m}$	$c1=15 \text{ N.s/m}$	$c2=15 \text{ N.s/m}$
$TD=100 \text{ N.m}$	$TL=100 \text{ N.m}$	$h=0.0005 \text{ m}$
$ts=0 \text{ s}$	$ti=0 \text{ s}$	$tf=1 \text{ s}$
$n=20000$	$dt=(tf-ti)/n \text{ s}$	



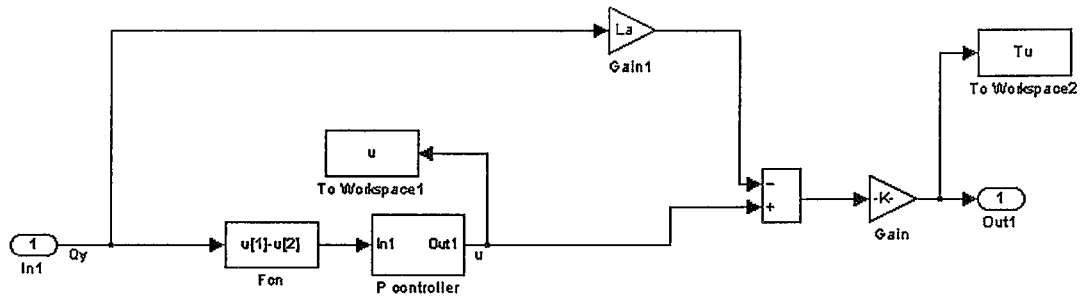
Kontrolsüz sistem

P kontrol uygulanmış model parametreleri ve blok şeması:

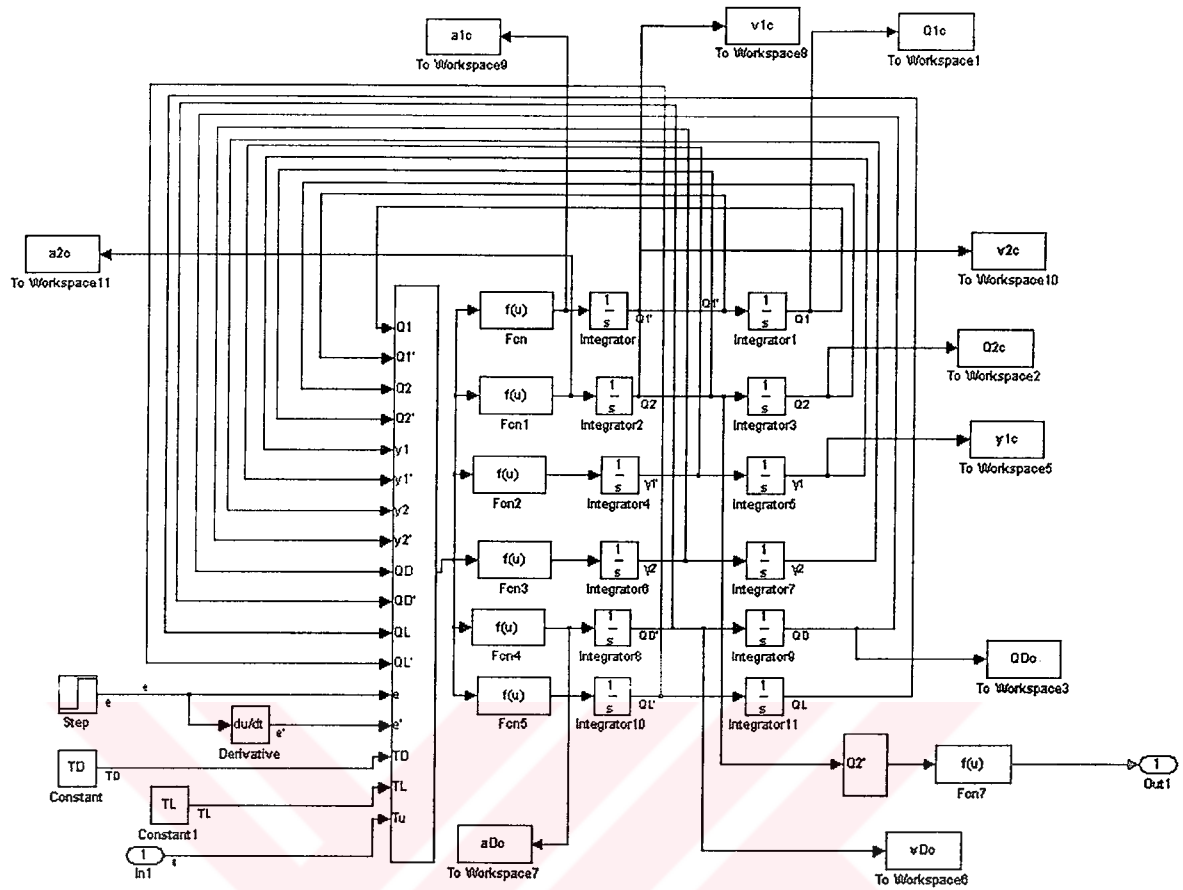
$j1=0.005 \text{ kg.m}^2$	$j2=0.04 \text{ kg.m}^2$	$JD=0.13 \text{ kg.m}^2$
$JL=0.13 \text{ kg.m}^2$	$m1=1 \text{ kg}$	$m2=2 \text{ kg}$
$r1=0.1 \text{ m}$	$r2=0.2 \text{ m}$	$km=20000 \text{ N/m}$
$kb1=5000 \text{ N/m}$	$kb2=5000 \text{ N/m}$	$k1=50000 \text{ N/m}$
$k2=50000 \text{ N/m}$	$cm=50 \text{ N.s/m}$	$cb1=10 \text{ N.s/m}$
$cb2=10 \text{ N.s/m}$	$c1=15 \text{ N.s/m}$	$c2=15 \text{ N.s/m}$
$TD=100 \text{ N.m}$	$TL=100 \text{ N.m}$	$h=0.0005 \text{ m}$
$ts=0 \text{ s}$	$ti=0 \text{ s}$	$tf=10 \text{ s}$
$n=20000$	$dt=(tf-ti)/n \text{ s}$	
$Ra=39 \Omega$	$B=20 \text{ N.m/(rad/s)}$	$Kd=1.15 \text{ N.m/A}$
$V=240 \text{ V}$	$La=0.005$	
$\theta_{yr}=0 \text{ rad}$	$K=100$	



P kontrol



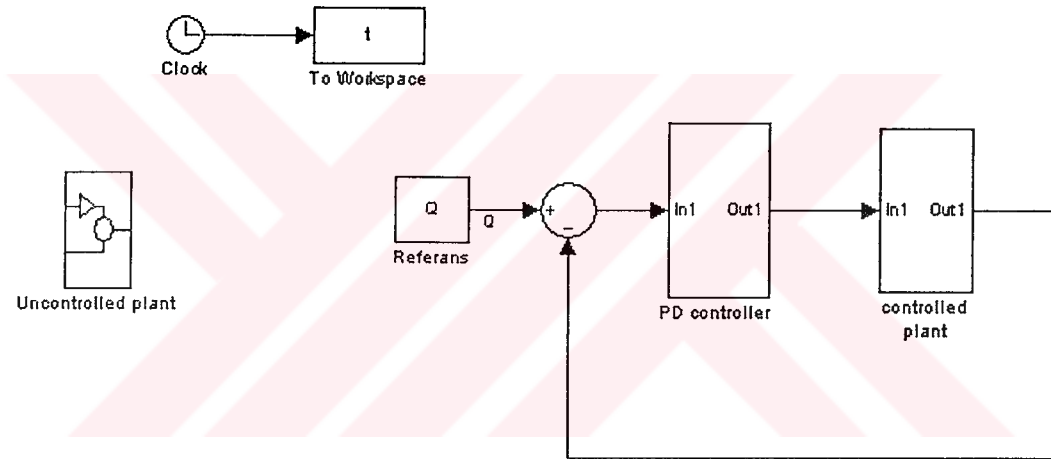
P kontrolcü



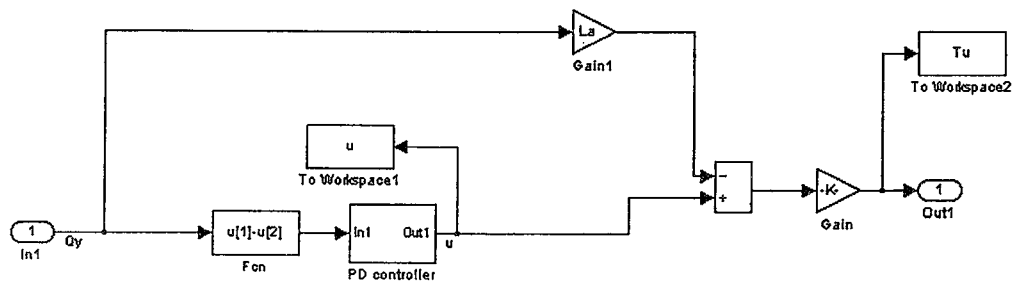
Kontrol edilmiş sistem

PD kontrol uygulanmış model parametreleri ve blok şeması:

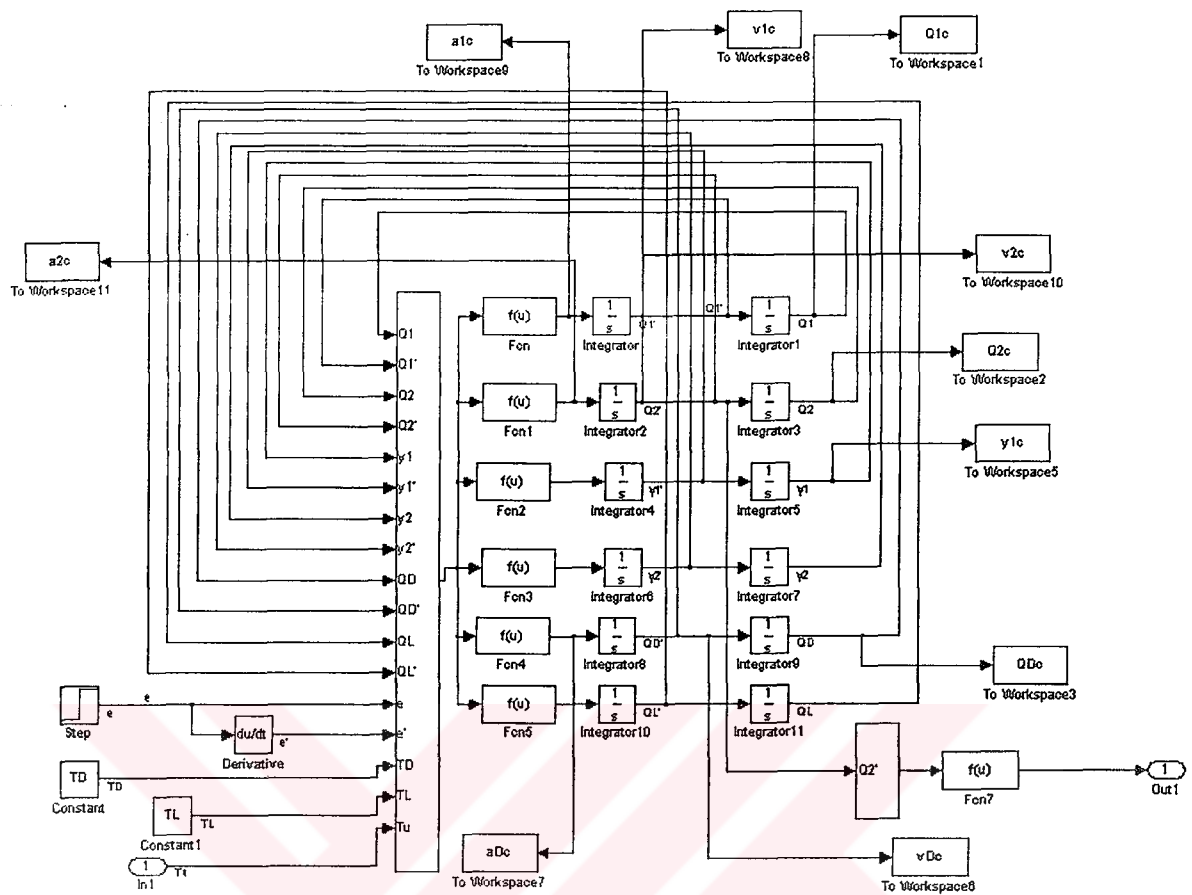
$j_1=0.005 \text{ kg.m}^2$	$j_2=0.04 \text{ kg.m}^2$	$J_D=0.13 \text{ kg.m}^2$
$J_L=0.13 \text{ kg.m}^2$	$m_1=1 \text{ kg}$	$m_2=2 \text{ kg}$
$r_1=0.1 \text{ m}$	$r_2=0.2 \text{ m}$	$k_m=20000 \text{ N/m}$
$k_{b1}=5000 \text{ N/m}$	$k_{b2}=5000 \text{ N/m}$	$k_1=50000 \text{ N/m}$
$k_2=50000 \text{ N/m}$	$c_m=50 \text{ N.s/m}$	$c_{b1}=10 \text{ N.s/m}$
$c_{b2}=10 \text{ N.s/m}$	$c_1=15 \text{ N.s/m}$	$c_2=15 \text{ N.s/m}$
$T_D=100 \text{ N.m}$	$T_L=100 \text{ N.m}$	$h=0.0005 \text{ m}$
$t_s=0 \text{ s}$	$t_i=0 \text{ s}$	$t_f=10 \text{ s}$
$n=20000$	$dt=(t_f-t_i)/n \text{ s}$	
$R_a=39 \Omega$	$B=20 \text{ N.m/(rad/s)}$	$K_d=1.15 \text{ N.m/A}$
$V=240 \text{ V}$	$L_a=0.005$	
$\theta_{yr}=0 \text{ rad}$	$K=150000$	$t_{oi}=1$
$t_{od}=0.005$		



PD kontrol



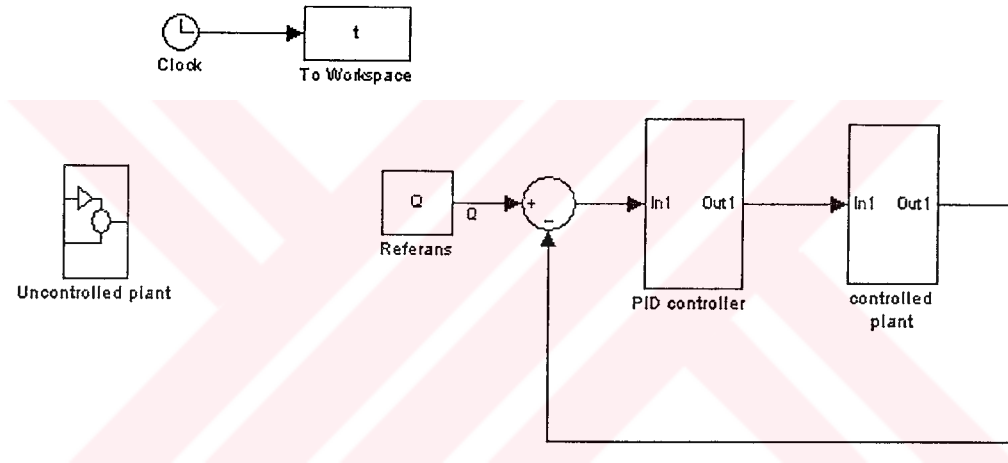
PD kontrolcü



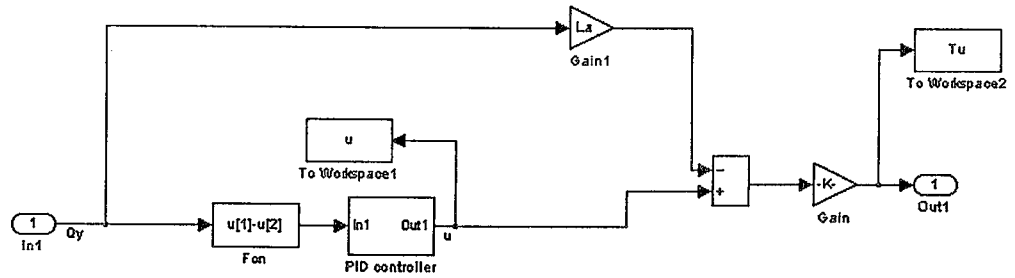
Kontrol edilmiş sistem

PID kontrol uygulanmış model parametreleri ve blok şeması:

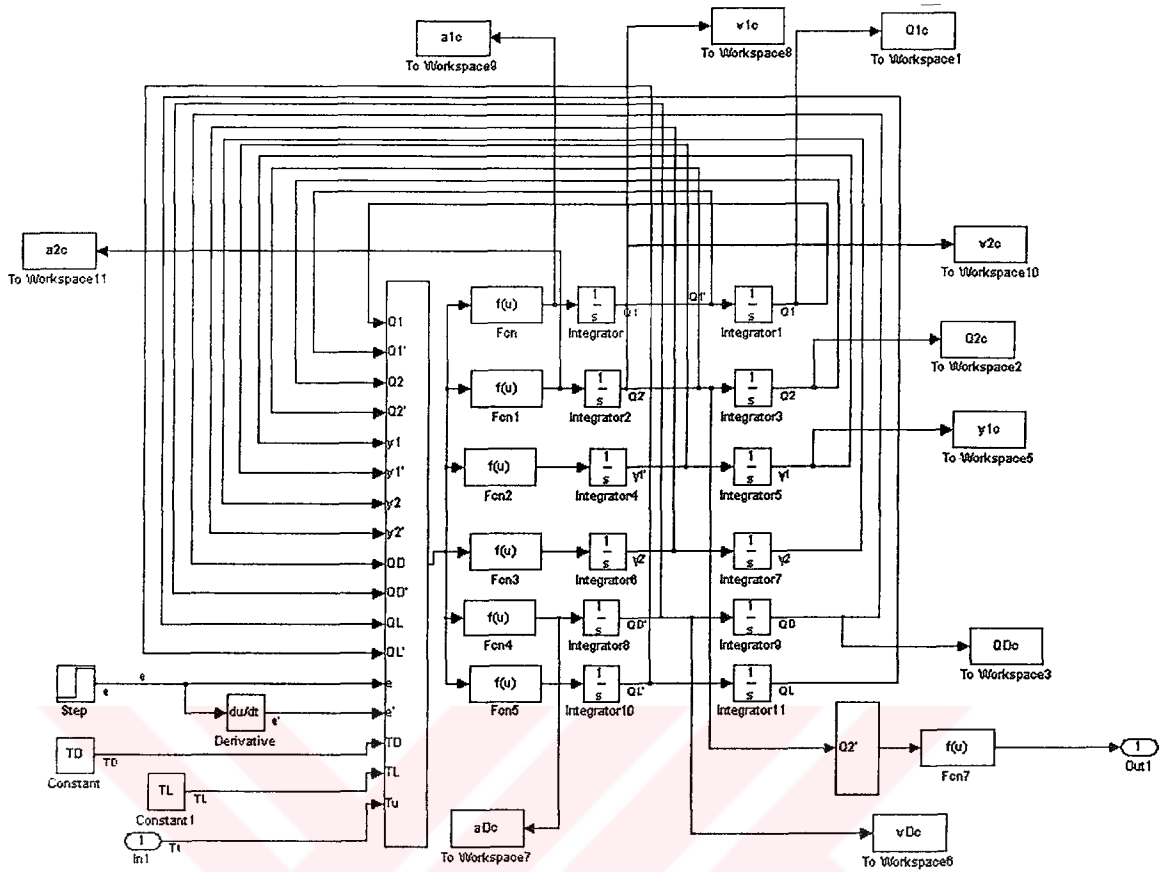
$j1=0.005 \text{ kg.m}^2$	$j2=0.04 \text{ kg.m}^2$	$JD=0.13 \text{ kg.m}^2$
$JL=0.13 \text{ kg.m}^2$	$m1=1 \text{ kg}$	$m2=2 \text{ kg}$
$r1=0.1 \text{ m}$	$r2=0.2 \text{ m}$	$km=20000 \text{ N/m}$
$kb1=5000 \text{ N/m}$	$kb2=5000 \text{ N/m}$	$k1=50000 \text{ N/m}$
$k2=50000 \text{ N/m}$	$cm=50 \text{ N.s/m}$	$cb1=10 \text{ N.s/m}$
$cb2=10 \text{ N.s/m}$	$c1=15 \text{ N.s/m}$	$c2=15 \text{ N.s/m}$
$TD=100 \text{ N.m}$	$TL=100 \text{ N.m}$	$h=0.0005 \text{ m}$
$ts=0 \text{ s}$	$ti=0 \text{ s}$	$tf=2 \text{ s}$
$n=20000$	$dt=(tf-ti)/n \text{ s}$	
$Ra=39 \Omega$	$B=20 \text{ N.m/(rad/s)}$	$Kd=1.15 \text{ N.m/A}$
$V=240 \text{ V}$	$La=0.005$	
$\theta_{yr}=0 \text{ rad}$	$K=250000$	$toi=1$
$tod=0.005$		



PID kontrol

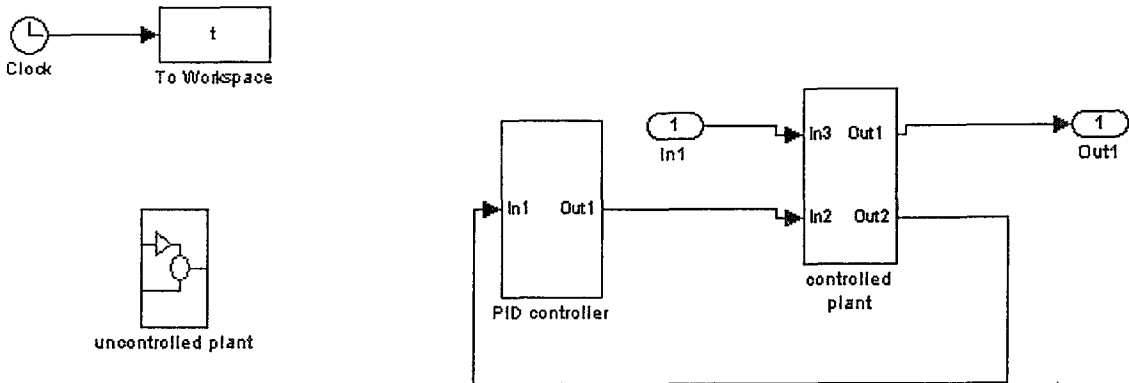


PID kontrolcü

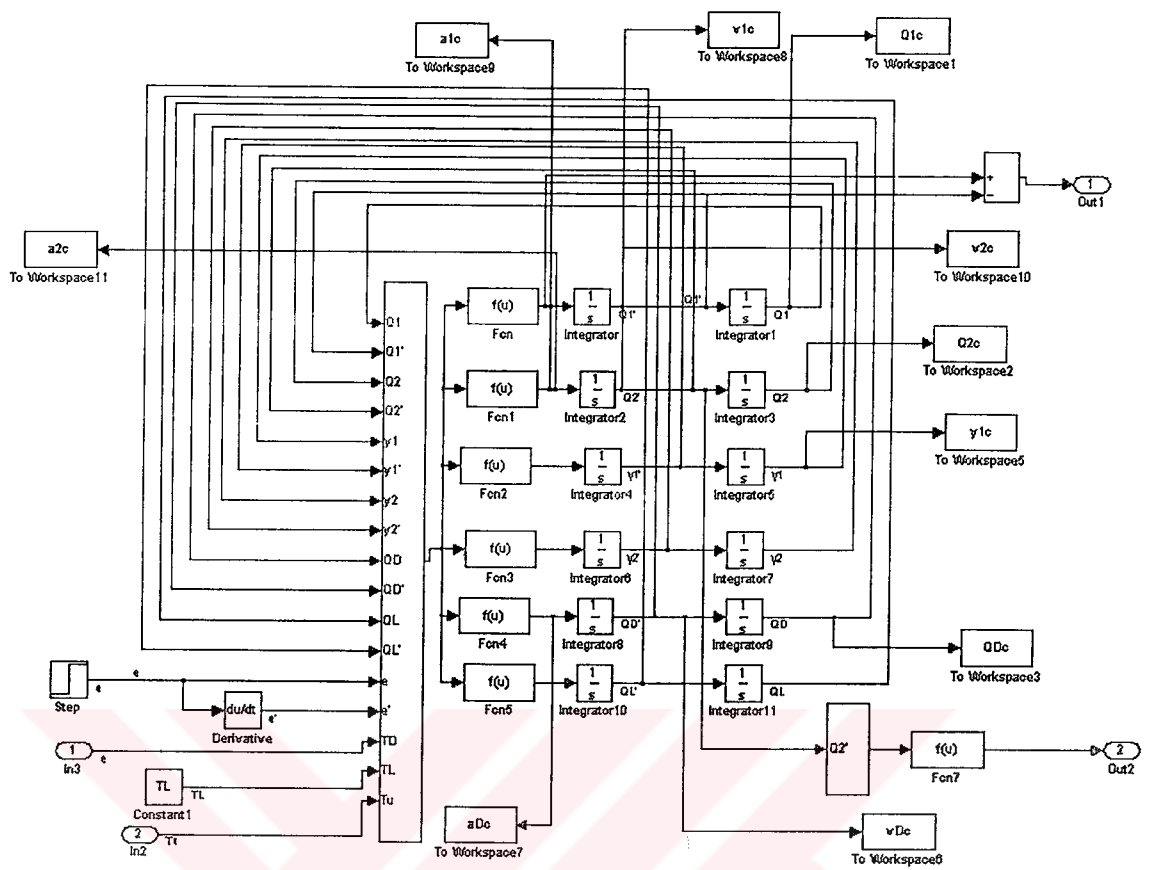


Kontrol edilmiş sistem

Frekans cevapları için hazırlanmış blok şeması:



PID kontrol için hazırlanmış frekans cevabı sistemi



Kontrol edilmiş sistem

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	08.03.1976	
Doğum yeri	İstanbul	
Lise	1987-1994	Özel Kalamış Lisesi
Lisans	1995-2000	Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fak. Makine Mühendisliği Bölümü

