

**T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BÖLÜNEBİLME VE MODÜLER ARİTMETİK KONULARININ
ÖĞRENCİLER TARAFINDAN KAVRANMA ANALİZİ**

EMRE ERTUĞRUL

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI
MATEMATİK PROGRAMI**

**DANIŞMAN
YRD. DOÇ. DR. E. MEHMET ÖZKAN**

İSTANBUL, 2012

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**BÖLÜNEBİLME VE MODÜLER ARİTMETİK KONULARININ
ÖĞRENCİLER TARAFINDAN KAVRANMA ANALİZİ**

Emre ERTUĞRUL tarafından hazırlanan tez çalışması 19.11.2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Yrd. Dç. Dr. E. Mehmet Özkan
Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Yrd.Doç.Dr. E.Mehmet ÖZKAN
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç.Dr. Hasan ÜNAL
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç.Dr.Bayram Ali ERSOY
Yıldız Teknik Üniversitesi

Bu çalışmamızda genel olarak ülkemizdeki matematik eğitimi ve bu eğitim sürecinden geçen öğrencilerin, lise matematiğinin iki önemli konusu olan bölünebilme ve modüler aritmetik konularına bakış açılarına ve kavrama, anlama derecelerine değinilmiştir. Matematik dersi, öğrencilerinin büyük bir çoğunluğu tarafından zor ve içinden çıkılmaz bir ders olarak görülür. Özellikle eğitim kurumlarının sözel, yabancı dil ve meslek lisesi alanlarında eğitim-öğretim gören öğrenciler matematik konusunda çok zayıf ve önyargılıdır. Bu eksik ve başarısızlıkların temel nedeni de bu önyargıları olduğu aşikârdır. Günümüzde bu konudaki yaygınlaşan sorun nedeniyle, özellikle özel eğitim kurumları ve dersanelerce matematik kampları düzenlenmekte, sırf bu ders ve benzer derslere yönelik kurslar açılmakta, çeşitli seminerler düzenlenmekte ve konuların uygulama sahasını içeren kitaplar basılmaktadır. Elinizdeki bu çalışma da, bu sıkıntıları yıllardır yaşayan bir eğitim emekçisinin her gün gördüğü ve uğraştığı sorunları daha çok birebir olarak yazıya dökmesiyle oluşmuş bir çalışmadır. Genelden özele ve detaylara yazılmış konular, sırasıyla ve göreceli olarak değerlendirilmiştir. Lise kaynaklı bir çalışma olduğu için ve bu liselerin bulunduğu çevredeki (Kocaeli'nin batı ilçeleri) eğitim kalitesi düşük olduğu için, öğrenciye yöneltilen sorular konulardaki en basit ve detaysız sorulardan seçilmiş ve öğrencilerin büyük bir kısmına soruları çözmelerinde yardımcı olunmuştur. Çalışmamızda bizi yönlendirerek destek olan Sayın Yrd. Doç. Dr. Erdoğan Mehmet ÖZKAN ve Doç. Dr. Hasan ÜNAL'a, çalışmama destek olan Çayırova Sınav Dergisi Dershaneleri yöneticisi Sayın Orkun ÇAĞLAR, Gebze Uğur Dershanesi yöneticisi Sayın Mithat Özdemir'e, soruları çözerek katkıda bulunan adını sayamadığım sevgili gençlerimize, öğrencilerimize, kıymetli aileme, tezi rahat yazabilmem için iş yükümü azaltan sayın müdürüm Sayın Cüneyt Gönen'e teşekkür eder, saygı ve sevgilerimi sunarım.

Ekim, 2012

Emre ERTUĞRUL

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KISALTMA LİSTESİ	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	viii
ÖZET	ix
ABSTRACT	ix
BÖLÜM 1	
GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti	1
1.2 Tezin Amacı	2
1.3 Hipotez	3
BÖLÜM 2	
ÖĞRENME	4
2.1 Öğrenmenin Tanımları	4
2.2 Motivasyon ve Öğrenme	6
2.3 Öğrenme Metodları	7
2.3 Öğrenme Kaynakları	8
BÖLÜM 3	
ÜLKEMİZDE MATEMATİK EĞİTİMİ	10
3.1 Matematik Nedir?	10
3.2 Materyal ve Yöntem	12
3.3 Lise Türlerine Göre Matematik Eğitimi	19
3.3.1 Genel Liseler	20
3.3.2 Anadolu Liseleri	20
3.3.3 Fen Liseleri	21
3.3.3 Sosyal Bilimler Liseleri	22
3.3.4 Meslek Liseleri	23

BÖLÜM 4

LİSE VE BAZI DERSHANE KİTAPLARINDA KISACA BÖLÜNEBİLME VE MODÜLER

ARİTMETİK KONULARININ ANLATIM ŞEKLİ	24
4.1 Bölünebilme	24
4.2 Modüler Aritmetik	26
4.2.1 Modüler Aritmetik Problemleri	26

BÖLÜM 5

ÖĞRENCİLERİN KONUYA BAKIŞ AÇILARI	28
5.1 Öğrencilere Yöneltilen Sorular ve Çözümleri	29
5.2 Anadolu ve Fen Lisesinden Sayısal ve Eşit Ağırlık Öğrencileri.....	38
5.3 Genel Liselerden Sayısal ve Eşit Ağırlık Öğrencileri	47
5.4 Meslek Lisesi Öğrencileri	55
5.5 Sözel Öğrenciler	58
5.6 Genel Değerlendirme.....	62

BÖLÜM 6

SONUÇ VE ÖNERİLER.....	64
KAYNAKLAR.....	66
EK-A	
MATEMATİK DERSLERİ VE MATEMATİK İLE İLGİLİ KARİKATÜRLER.....	68
ÖZGEÇMİŞ.....	79

KISALTMA LİSTESİ

AL	Anadolu Lisesi
AÖL	Anadolu Öğretmen Lisesi
DL	Düz Lise
FL	Fen Lisesi
LYS	Lisans Yerleştirme Sınavı
ML	Meslek Lisesi
ÖSS	Öğrenci Seçme Sınavı
ÖSYM	Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Sistemi
SBL	Sosyal Bilimler Lisesi
YGS	Yüksek Öğrenime Geçiş Sınavı
YTÜ	Yıldız Teknik Üniversitesi

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 3. 1 İlköğretim Mat. Öğretmenliği Programına Yerleşen Öğrencilerin Görüşlerine Göre Ortaöğretim Mat. Konularının Zorluk İndeksleri.....	14
Çizelge 3.2 Sınıf Öğretmenliği Programına Yerleşen Öğrencilerin Görüşlerine Göre Ortaöğretim Matematik Konularının Zorluk İndeksleri.....	17
Çizelge 5.1 Okullara ve Alanlara Göre Genel Değerlendirme.....	63

**BÖLÜNEBİLME VE MODÜLER ARİTMETİK KONULARININ ÖĞRENCİLER
TARAFINDAN KAVRANMA ANALİZİ**

Emre ERTUĞRUL

Matematik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. E. Mehmet ÖZKAN

Çalışmada ilk olarak öğrenmenin tanımlarına yer verilmiştir. Çeşitli bilim insanlarının ve araştırmacıların görüşlerine ve araştırmalarına değinilmiştir. Öğrenme tanımları, metodları ve kaynaklarından örnekler verilmiş, motivasyonun öğrenmedeki etkisine vurgu yapılmıştır. Daha sonraki kısımlarda ise matematik eğitime ve ülkemizde bu konuda yaşanan sıkıntılar ele alınmıştır. Çeşitli lise türleri incelenmiş, bu okulların sistemlerinden ve bu okullarda verilen matematik eğitiminden söz edilmiştir. Ayrıca öğrenciler üzerinde inceledğimiz iki konunun lise ve dersane kitaplarındaki anlatılışı verilmiş ve bu kitaplardan öğrencilere sorular yöneltilmiştir. Öğrencilerden verilen soruları çözmeleri ve çözümü nasıl yaptıklarını çözümün yanına açıklamaları istenmiştir. Bu çalışmada Kocaeli'nin Gebze, Çayırova, Darıca, Dilovası ve İzmit Merkez ilçelerindeki çeşitli ortaöğretim kurumları ve dershanelerinde eğitim - öğretim gören 35 lise öğrencisiyle çalışılmıştır.

Yararlı bir eser olması dileklerimizle.

Anahtar Kelimeler: Bölünebilme, modüler aritmetik, lise, öğrenme teknikleri

**THE COMPREHENSION ANALYSIS OF DIVISIBILITY AND
MODULAR ARITHMETIC SUBJECTS BY THE STUDENTS**

Emre ERTUĞRUL

Department of Mathematics

MSc. Thesis

Advisor: Assist. Prof. Dr. E.Mehmet ÖZKAN

At first, some of definitions of learning are given. Various views and research of scientists and researchers are mentioned. Learning definitions, sources, methods and examples given, the effect of motivation in learning is emphasized. The next sections of mathematics education in our country and the difficulties in this matter is discussed. A variety of examine the types of high school, this school system and the mathematics education in these schools that was. In addition, we examine these two topics on the high school students and students with course textbooks given and questions are asked from these books. Students are given questions solution and the solution next to the descriptions of how they were asked to solve. In this study, Kocaeli's Gebze, Cayirova, Darica, Dilovasi and İzmit districts, and various secondary education institution education course of 35 students who are employed. Hope to be useful.

Keywords: Divisibility, modular arithmetic,

1.1 Literatür Özeti

Geçmişten günümüze kadar birçok araştırma ve bunlardan elde edilen sonuçlar, bireylerin eğitiminde verimliliğin en üst düzeye çıkarılması gerektiğini vurgulamaktadır.

Matematik dersinin en önemli konularından ikisi, birbiriyle de çok bağlantılı olan “Bölünebilme” ve “Modüler Aritmetik” konularıdır. Yakın zamandan beri üniversitelere giriş sınavları olan ÖSS, YGS ve LYS ile birlikte ortaöğretim kurumlarında öğretilen matematik de “Matematik 1” ve “Matematik 2” olarak ikiye ayrılmış olup, inceleyeceğimiz konular “Matematik 1” olarak öğretilen bölümde yer almaktadır. Matematik 1 daha çok YGS' de sorulan Temel Matematik bilgisi ve işlem yeteneği ile alakalı Lise 1 konuları ile Lise 2 müfredatında yer alan bazı başlıkları kapsamaktadır. Bölünebilme ve modüler aritmetik de Lise 1' de öğretilmektedir.

Öğrenciler bu konuyu ilköğretim okullarında da kısmen de olsa işlediklerinden, incelenen konuya pek yabancılik çekmemişler ve büyük çoğunluğu konu hakkında yorum ve mantık yürütme yapmışlardır. Bu çalışmamızda öğrencilere bu konuların anlatılış sistemini, öğrencilerin konuya bakış açısı ve sorululan sorulara verdikleri cevapları, kavrama analizleri ele alınmıştır.

Matematik kaygısı ilk olarak Dreger and Aiken tarafından “Matematik ve aritmetik alanına karşı sergilenen duygusal tepkiler sendromu” olarak tanımlanmıştır. Konu ile ilgili ilk çalışmalar 1950’li yıllarda matematik öğretmenlerinin bireysel gözlemleri ile başlamasına rağmen, matematik kaygısı 1970’li yıllara kadar matematik araştırmacılarının ilgisini çekmemiştir. Matematik kullanımının tüm alanlara yayılması

ile bu branştaki öğrenci problemleri daha yoğun bir şekilde gözlenmeye başlanmıştır. Matematik alanında yaşanan en önemli problemlerin başında bu konuda öğrencilerin yaşadıkları kaygı gelmektedir. Matematik kaygısının etkileri uzun vadeli ve kısa vadeli etkiler olarak iki ana başlık altında incelenebilir. Matematik derslerindeki başarı düşüklüğü, matematik kaygısının en belirgin kısa vadeli etkisidir. Uzun vadeli etkiler olarak matematik derslerinden kaçınma, kişisel değer azalması ve çaresizlik sıralanabilir. [1] Öğrenme birkaç yolla tanımlanmıştır. En modern tanımların temeline göre, öğrenme deneyimlerin sonucunda davranışlarda meydana gelen değişimlerdir. Öğrenme, çeşitli bilim insanları tarafından yaklaşımlarda bulunularak araştırılmıştır. Bu yaklaşımlar sırasıyla; davranışçı yaklaşımlar, zihinsel yaklaşımlar, insan bilimci yaklaşımlar, sosyal ve yapısalcı yaklaşımlardır. Webster' in sağladığı basit tanımda, “Öğrenme, deneyimlerin sonucunda davranışlarda meydana gelen değişim süreci olarak düşünülebilir” [2] olarak bahsi geçen öğrenmeyle ilgili daha kapsamlı bir tanım ise Shuell ve Schunk da olası davranışsal gelişmeleri kendi öğrenme tanımlarına dâhil etmişlerdir. Shuell' e göre öğrenme, alışkanlıklar ve diğer biçimlerdeki deneyimler sonucu davranışlarda ya da mevcut biçimde davranma kapasitesi içinde meydana gelen sürekli değişimdir. [3] Shunk' a göre ise, öğrenme davranışsal bir değişim ya da davranışın kapasitesinde meydana gelen değişimdir. [4] Omrod öğrenmeyi; “Deneyimlerden ötürü davranışlarda meydana gelen nispeten kalıcı değişim ve deneyimlerden dolayı zihinsel çağrışımlarda meydana gelen farklılıklar” olarak tanımlamıştır. Kendine güdümlü öğrenmeyi göz önüne aldığımızda; motivasyonu anlamada ileri seviyede bir çerçeve sağlayan ve değişimi gerçekleştiren; kapasite veya potansiyel, öğrenme tanımına dâhil olan faktörlerdir.

1.2 Tezin Amacı

Matematik eğitiminde çalışılan her uygulamanın temel gayesinde öğrencilerin başarısını arttırmak düşüncesi etkili olmuştur. Bugüne kadar özellikle matematik eğitimi alanında bu yönde birçok çalışma yapılmıştır ve yapılmaya devam edilecektir.

Bu araştırmanın da temel amacı öğrencinin matematik başarısını arttırmak ve soru çözerken düştükleri genel yanlışları belirli iki matematik konusuna inceleyip tedbir önerileri sunmaktır. Bu amaçla matematik eğitiminde önem taşıyan ve öğrencilerin

karşısına sürekli çıkan iki konu (bölünebilme ve modüler aritmetik) ele alınmıştır. Araştırmanın gayesi bu konularda öğrencilere yardımcı olmaktır.

1.3 Hipotez

1. Öğrencilerimizin genel matematik bilgileri, okudukları liseye göre değişkenlik göstermektedir.
2. Hatta aynı okulda okuyan öğrencilerin bile matematiğe olan yetenekleri farklıdır.
3. Öğrenciler test usulüyle çalışmaya alışmışlardır ve buna daha yatkınlardır.
4. Ezber bilgiye yönelmektedirler.

BÖLÜM 2

ÖĞRENME

Öğrenme birkaç yolla tanımlanmıştır. En modern tanımların temeline göre, öğrenme deneyimlerin sonucunda davranışlarda meydana gelen değişimlerdir. Öğrenme, çeşitli bilim insanları tarafından yaklaşımlarda bulunularak araştırılmıştır. Bu yaklaşımlar sırasıyla; davranışçı yaklaşımlar, zihinsel yaklaşımlar, insan bilimci yaklaşımlar, sosyal ve yapısalcı yaklaşımlardır.

2.1 Öğrenmenin Tanımları

Webster' in sağladığı basit tanımda, “Öğrenme, deneyimlerin sonucunda davranışlarda meydana gelen değişim süreci olarak düşünülebilir.” olarak bahsi geçen öğrenmeyle ilgili daha kapsamlı bir tanım ise Shuell ve Schunk da olası davranışsal gelişmeleri kendi öğrenme tanımlarına dâhil etmişlerdir. Kendine güdümlü öğrenmeyi göz önüne aldığımızda; motivasyonu anlamada ileri seviyede bir çerçeve sağlayan ve değişimi gerçekleştiren; kapasite veya potansiyel, öğrenme tanımına dâhil olan faktörlerdir.

Isarawatana [5], öğrenmenin üç durumdan meydana geldiğini belirtmiştir:

1. Öğrenme bir sonuçtur ve şu şekilde gelişir:

* Gelişmeler

* Anlama

* Değişme

* Öğrenme mekanizması olarak dünya

* Bilgi edinme

* Bilgi toplama

* Bilgiyi keşfetme

2. Öğrenme, bilgiyi uygular. Öğrenen kişi, yeni bir şey öğrendiğinde bu bilgiyi alır ve yararlı bir şekilde yeni duruma uygular

3. Öğrenme bir süreçtir. Öğrenme hafızaya başvurur, gözlemler ve deneme-yanılma süreciyle bilgileri dâhilinde uygulama yapar. Nitel araştırma metodunu kullanan ve işlerinde başarılı olan 30 Taylandlı ile anket yapan Isarawatana' nın araştırmalarında insanlara öğrenmenin anlamı sorulmuş ve her birinin örneklerde de görüldüğü üzere farklı yanıtlar verdiği saptanmıştır. Bu yanıtlara göre;

- * Öğrenme; önceden bilinmeyeni öğrenmek,
- * Öğrenme; sınıfta dersi dinlemek,
- * Öğrenme; yeni ve uygulanabilecek bilgi arayışı
- * Öğrenme; iyi şeyleri hatırlamak ve bunları eyleme geçirmek.
- * Öğrenme; hafızaya bilgi vermek,
- * Öğrenme; değişen davranışlar,
- * Öğrenme; bilgi arayışı,
- * Öğrenme; yetenek arayışı,
- * Öğrenme; insanların gelişimi için bir içgüdü,
- * Öğrenme; akıllı, zihni, duyguları kaplayan bir süreç,
- * Öğrenme; hem bir süreç, hem de bir sonuçtur.
- * Öğrenme; bilerek veya bilmeyerek gelişen bir aktivitedir.

Yukarıdaki örneklerde de açıkça görüldüğü gibi, her birey öğrenmenin anlamını farklı birer yolla açıklamıştır. Her bir birey öğrenmenin anlamını farklı açıklar çünkü kavram, düşünce ve inanışlar kişiden kişiye değişir. Böylece eğer eğitimciler öğrencilerin neyi, nasıl düşündüklerini bilebilirlerse, öğrencilerin ne yapacağını önceden sezinleyebilirler.

Öğrenme sürecinde insanların neyi, nasıl düşündüğünü anlama çabaları birçok araştırmanın temel konusu olmuştur. Bu araştırmalardan ortaya çıkan sonuçlar, öğrenme teorilerinin öğrenmenin kendisinde olduğu gibi çeşitli tanımları olduğunu ortaya koymuştur. Teoriler bize çözümleri vermez, ancak onlar dikkatimizi çözüm bulmada kesin sonuç verecek değerlere yöneltir.

2.2 Motivasyon ve Öğrenme

Motivasyon, eğitimdeki temel psikolojik kavram olarak kabul edilir ve öğrenme olgusunun çeşitli yaklaşımlarında yer almıştır. İki çeşit başarı odaklı motivasyon amacından bahsetmek mümkündür: “Öğrenme amacı ve performans amacı”. Bu amaçlar içerisinden uyumlu ve uyumsuz güdüsel örnekler oluşabilir. Uyumlu güdüsel örnekler öğrenme engelleriyle karşılaşıldığında, öğrenmede karşılaşılan zorlukların üzerine azimle gidilmesi olarak tanımlanır. Ancak bu ortaya konan uyumsuz güdüsel örnekler zor ve karışık ödevlerle üstü örtülen zorlukları uzak tutmaya eğilimlidirler.

Araştırmalar gösteriyor ki, bireysel öğrenme mevcut iki durumdan birinin sonucunda ortaya çıkan amaçlar. Bu da, öğrencilerin kendileri kendi öğrenme süreçleri sonucunda derin etki yarattıklarını açıklar. Öğrenciler anlamlı ve uygun öğrenme hedeflerini seçerek en etkili öğrenme için uygun davranışı oluşturabilirler. Birey olarak öğrenme amacı, motivasyonda önemli bir rol oynar. Bu yolla öğrencilerin ihtiyaç ve tarzlarının anlaşılması ve onların devam eden gelişmelerinde motivasyonu arttırmak için onlara yardım etmede eğitimcilerin çeşitli amaçların farkında olması önemlidir.

Motivasyon doğrudan davranışın kaynağı ile ilgilenmektedir. Davranışların nasıl yönlendirilebileceğini veya yönlendirilmiş bir davranışın yoğunluğunun nasıl arttırılabileceğini ortaya koymaya çalışmaktadır. Bunun nedeni insanın doğası gereği hareketli ve çeşitli yöntemler kullanma yoluyla etki altına alınabilen bir varlık olmasıdır.

Motivasyon fonksiyonları çok değişik şekillerde hayatın her alanında ve herkes tarafından uygulanır. Toplumdaki en küçük sosyal grup olan ailede anne ve baba, sınıfını geçerse bisiklet ya da her hangi bir hediye alacağını müjdeleyerek okula giden çocukların davranışlarını yönlendirmeye çalışır Devletler vatandaşlarını, uygarlık düzeyine yetiştirmek amacıyla çok çalışmaya özendirirler. Kendi üzerine bir takım

motivasyon unsurları tatbik edilen biri, başka bir amaçla yine diğer bir kişiyi güdülemeye çalışabilir. Kısaca insan davranışlarına yön vermek isteyen hemen herkesin başvuracağı en güçlü yöntem motivasyon olarak görülmektedir.

Günümüzde globalleşme sebebiyle ülkeler arasında sınırlar neredeyse kalkmıştır. Ülkeler hem bölgesel anlamda hem de küresel anlamda söz sahibi olabilmek için rekabete mecburdurlar. Bu rekabet ekonomik, siyasal, kültürel, eğitim, vb. olabilir. Bizi ilgilendiren ise eğitimdeki rekabettir. Bunun içinde iyi motive edilmiş bireyler gereklidir. Güdülenmiş öğrenci ile güdülenmemiş öğrenci davranışları arasında önemli farklar vardır. Güdülenmiş davranışların yönü bellidir, büyük bir enerji ile yapılır. Hareketlerde kararlılık, devamlılık ve ısrar vardır. Güdülenmiş davranışta ilgi duyma ve dikkat etme davranışlarında süreklilik; davranışın yapılması için çaba göstermeye ve gerekli zaman harcamaya isteksizlik; konu üzerinde odaklaşma, kendini verme ve güçlüklerle karşılaştığında istenilen davranış yapmaktan vazgeçmeme, sonuca gitmede ısrarlı olma ve kararlılık gibi olumlu davranışlar mevcut olmaktadır. Ülkemizde her geçen yıl sınav ve eğitim sistemlerinin değişmesi, üniversite ve liselere girişteki kuralların sürekli farklı isimlerle de olsa öne sürülmesi; öğrenciler üzerinde zaman zaman motivasyon azalmasına sebep olabilmektedir.

2.3 Öğrenme Metodları

Eğitim genellikle bir sınıfta, bir eğitim kurumunda yapılırken, öğrenme bu alanlarla kısıtlanamaz. Öğrenme birçok yolla, yer ve zamanda olabilir. Burman [6] öğrenmenin dört metodunu kendi yorumuyla açıklamıştır: Resmi öğrenme, Tesadüfî ve Rastgele Öğrenme, Kendine Yönelimli Öğrenme ve Ortak Öğrenme.

Resmi öğrenme: resmi bir müfredatın ve çeşitli biçimlerdeki resmi araç ve gereçlerin olduğu eğitim kurumlarında gerçekleşir. Buna ek olarak, öğrenciler kurum tarafından konulan kural ve düzenlemelere bağlı olmalı ve kabul için gereklilikleri yerine getirmelidirler. Öğrenciler bu kurallara uydukları ve eğitim süresince almış oldukları dersleri tamamladıklarında, bir mevki veya işlerinin tanımında yardımcı olacak bir sertifika alırlar.

Tesadüfî ve rastgele öğrenme: bu öğrenme çeşidinde kişi, yaşadığı olay sayesinde daha önce bilmediği bir şeyi öğrenmiş olur. Mesela yoldan geçen bir kişi, bir trafik kazasına şahit olur. Sağlık görevlileri, kazada yaralanmış bir başka vatandaşın nabzının atıp atmadığını kontrol ederek yaşayıp yaşamadığını kontrol etmeye çalışmaktadırlar. Bu sayede kişi, insanın yaşayıp yaşamadığının kontrolünü nabız yardımıyla anlaşıldığını tesadüfen öğrenmiş olur.

Kendine yönelimli öğrenme: öğrenen kişilerin yeni bilgi edinmeyi istemeleri amacıyla ortaya çıkar ve birçok metodla çalışırlar. Daha sonra kişi deneyimlerini arttırır. Bu metodla öğrenme, başkaları tarafından gözetilmeden veya cesaretlendirilmeden gerçekleşir. Globalleşme ve teknik gelişmelerde öz yönelimle öğrenmenin önemli sonuçları vardır. Örneğin, devamlı olarak yeni teknolojik beceriler kazanan insanlar, ilerleyen dönemlerde yeni ekipmanları başarılı bir şekilde kullanabilirler.

Ortak öğrenme: seminer, toplantı, sohbet, konferans, vaaz, miting, vs. gibi bir kişinin liderlik ettiği toplulukları bilgilendirme biçimindeki organizasyonlarda topluluğun öğrenme biçimidir. Bu gibi toplantılara liderlik eden kişinin bilgi birikimi çok önemlidir. Aksi halde yanlış bir şey biliyorsa bu yanlışı tüm topluluğa aşılamış olur. Bu gibi ortamlardaki kişiler, verilen bilgileri kendi dünya görüşüne göre, önceki birikimlerine göre ve o anki duygularına göre algılar ve öğrenirler.

2.4 Öğrenme Kaynakları

İstatistiklerde Amerika Birleşik Devletlerindeki bireyler sorunlarla karşılaştıklarında nüfusun yüzde 75,2' si uzmanlara danışıyor, yüzde 71,2' si kitaplardan araştırma yapıyor, yüzde 58,7' si akraba ve arkadaşlarıyla paylaşıyor. Bu istatistik, katılımcıların eğitim düzeyinin yüksek olduğunu gösteriyor. Eğitim düzeyi yüksek insanlar öğrenme kaynağı olarak kitapları tercih ediyor, daha düşük olan insanlar ise radyo, gazete, televizyon gibi araçlardan faydalanıyor.

Isarawatana'nın yapmış olduğu araştırmaya göre, Tayland'lı insanların öğrenme kaynakları uzmanlar, öğretmenler, arkadaşlar, kitaplar ve çalışma gezileridir. Bu araştırma ayrıca Tayland'lı insanların kırsal alanda yaşadıklarını, gazeteden çok radyo ve televizyona ulaşabildiklerini ortaya koymuştur. Bunun sebebi olarak, kırsal alanlarda

yeterli kitabın olmaması sayılabilir. Buna ek olarak kırsal alanda yaşayan insanlar ailelerinden duyduklarına, uzmanların söylediklerinden daha çok inanıyorlar. Bunun için eğitimcilerin, öğrencilerin yaşadıkları yerleri dikkate alması gerekir. Öğrenme amaçlarının ana çizgilerini 10 maddede oluşturmuştur. [5]

- * Bir meslek edinmek ve kaderinin peşinden gitmek için
- * Değerler serisinin bilgisini aramak ve bunu kazanmak için
- * Hayatın yapısında var olan bir değeri olduğunu anlamak için
- * Zirve deneyimleri başarmak için
- * Tamamlama, gerçekleştirme hissini kazanmak için
- * Fiziksel ihtiyaçlar için
- * Bilinci geliştirmek için
- * İstenmeyen dürtüleri kontrol etmek için
- * Felsefi soruları anlamak için

ÜLKEMİZDE MATEMATİK EĞİTİMİ

Hızla gelişen ve değişen dünyamızda, genellikle öğrencilere sıkıcı, seilmeyen ve soyut, (öğrenci diliyle zor, kâbus, aman aman ...) bir disiplin olarak görülen Matematiğin yeri ve önemi giderek artmaktadır.

3.1 Matematik Nedir?

Matematik Terimleri Sözlüğü'nde Matematik; "biçim, sayı ve çoklukların yapılarını, özelliklerini ve aralarındaki ilişkilerini bilim yoluyla inceleyen ve sayı bilgisi, cebir, uzay bilim gibi dallara ayrılan bilim" olarak tanımlanmaktadır. [7] Ancak "Matematik nedir?" sorusunu tek bir tanımla tam olarak yanıtlamak oldukça güçtür. Matematiğin ne olduğunu, onun özelliklerini ve öğelerini belirterek daha iyi açıklamak mümkündür. Matematiğin öğeleri, mantık, sezgi, çözümleme, yapı kurma, genellik, bireysellik ve estetikten oluşur. Bu özellik ve öğelere dayalı olarak şunu belirtebiliriz: Matematik, yeni bilgilerin elde edilmesi, elde edilen bilgilerin açıklanması, denetlenmesi ve sonraki kuşaklara aktarılmasında yer ve zamana bağlı olmayan güvenilir bir araçtır. [8] Bir düşünce biçimi ve evrensel bir dil olan matematik günümüzün gelişen dünyasında birey, toplum, bilim ve teknoloji için vazgeçilmez bir alandır. Günlük yaşamda, iş ve meslekte gerekli olan çözümleyebilme, iletişim kurabilme, genelleştirme yapabilme, yaratıcı ve bağımsız düşünebilme gibi üst düzey davranışları geliştiren bir alan olarak matematiğin öğrenilmesi kaçınılmazdır. Günümüz toplumunun, sorunların üstesinden gelebilecek, problem çözebilecek bireylere gereksinmesi vardır. Matematik öğretiminin

her aşamasında matematik öğretiminin amaçları ve öğretimde kullanılacak genel ilkeler göz önünde bulundurulmalıdır. Matematik her biri üzerine kurularak gelişen bir alan olduğundan, ön öğrenmelerin önemi büyüktür. Bu durum her zaman hatırlanmalı ve her aşamada ölçme ve değerlendirme yapılmalıdır. Ayrıca, matematik öğretiminde duyuşsal özellikler dikkate alınmalı ve öğrencilerin matematiğe ve matematik dersine karşı olumlu tutumlar geliştirmelerine yardımcı olunmalıdır. Planlı öğretimin tüm ilkelerine matematik öğretiminde de uyulmalıdır.

- * Matematik bir disiplindir.
- * Matematik bir bilgi alanıdır.
- * Matematik, bir iletişim aracıdır. Çünkü kendine özgü bir dili vardır.
- * Matematik, ardışık ve yığılmalıdır, birbiri üzerine kurulur.
- * Matematik, varlıkların kendileriyle değil, aralarındaki ilişkilerle ilgilenir.
- * Matematik, birçok bilim dalının kullandığı bir araçtır.
- * Matematik, insan yapısı ve insan beyninin yarattığı bir soyutlamadır.
- * Matematik, bir düşünce biçimidir.
- * Matematik, mantıksal bir sistemdir.
- * Matematik, matematikçilerin oynadığı bir oyundur.
- * Matematik, bir cevizdir. Nasıl cevizi yemek için kırmak gerekiyorsa, matematiği anlamak için de içine girmek gerekir.
- * Matematik, bir anahtardır.
- * Matematik, bir değerdir.
- * Matematik; dil, ırk, din ve ülke tanımadan uygarlıklara zenginleşerek geçen sağlam, kullanışlı evrensel bir dil, bir ekindir.
- * Birey için, toplum için, bilim için, teknoloji için vazgeçilmez değerdedir. Yayılma alanına ve derinliğine sınır konamayan bir bilimdir, bir sanattır.

- * Matematik, insan aklının yarattığı en büyük ortak değerdir. Evrenselliği onun gücüdür. Çağları aşarak bize ulaşmıştır. Çağları aşarak, yeni kuşaklara ulaşacaktır.
- * Matematik büyüyerek gelişerek, insanlığa hizmet edecek; her zaman taptaze ve doğru kalacaktır.
- * Matematik, insanın düşünce sistemini düzenler.
- * Matematik, insanın doğru düşünmesini, analiz ve sentez yapabilmesini sağlar.
- * Matematik, doğruyu, gerçeği görmek, iyi düşünmek, sonuca giderek kazanmak, yani rahat bir hayat geçirmek demektir ve hayatımızda devamlı olarak mevcuttur.
- * Kısaca: “Matematik bir yaşam biçimidir.” [9]

Matematiğin kendi değeri yanında, fizik, kimya ve dolayısıyla mühendislik ve askerlik gibi pratik alanlara ve bilhassa son zamanlarda biyoloji, ekonomi ve hatta sosyal bilimlere yardımı hızla arttığından, bu bilim her millet için hayati bir önem kazanmıştır. Çeşitli dallarda bu kadar önemli bir yere sahip olan matematiğin ülkemizdeki eğitimine ve eğitim sistemimi iyi görmemiz gerekir.

3.2 Materyal ve Yöntem

2005 – 2006 öğretim yılının ilk haftasında, lise matematik konularını kapsayan 29 maddelik zorluk indeksi anketi, 2005 ÖSS sonucunda Atatürk Üniversitesi, Ağrı Eğitim Fakültesi (N = 244), Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi (N = 93) ve Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Fakültesine (N = 169) yerleşen toplam 506 öğrenciye uygulanmıştır. Bu öğrencilerden 221 tanesi Sınıf Öğretmenliği, 144 tanesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği ve 141 tanesi Fen Bilgisi Öğretmenliği birinci sınıf öğrencileridir. Ankette her bir konu başlığı için öğrencilerin o konu ile ilgili görüşlerini sorgulayan aşağıdaki dört seçenek sunulmuştur:

- A. Bu konuyu çok kolay anladım.
- B. Biraz zor bir konu idi ama sonunda anladım.
- C. Bu konuyu pek anlamadım.

D. Bu konuyu hiç görmedim.

Öğrencilerin konuyu görmesine rağmen “Bu konuyu pek anlamadım.” yani C seçeneğine verdiği cevapların yüzdesi hesaplanarak öğrenme zorluk indeksi belirlenmiştir. Bu zorluk indeksinin formülü aşağıda verilmiştir. [8]

$$\text{Zorluk İndeksi} = \frac{N_z * 100}{N_t - N_g}$$

N_t = Örneklemdeki toplam öğrenci sayısı.

N_z = Konuyu zor bulan öğrenci sayısı.

N_g = Konuyu hiç görmeyen öğrenci sayısı

İlköğretim matematik öğretmenliğini kazanan öğrencilerin, her konu için verdikleri cevapların dağılımı ve hesaplanan zorluk indeksleri Çizelge 3.1’ de verilmiştir.

Çizelge 3.1 İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programına Yerleşen Öğrencilerin Görüşlerine Göre Orta Öğretim Matematik Konularının Zorluk İndeksleri

KONULAR	A	B	C	D	ZORLUK İNDEKSİ
Sayı Sistemleri-Temel Kavramlar	135	8	1	0	0.69
Bölünebilme- Modüler Aritmetik	89	50	5	0	3.47
Rasyonel Sayılar ve Sıralama	135	0	0	0	0
Üslü Sayılar	139	1	1	0	0
Köklü Sayılar	133	24	0	0	0
Oran-Orantı	118	26	0	0	0
Çarpanlara Ayırma	84	58	2	0	1.39
Birinci Derece Denklem-Eşitsizlik	93	51	0	0	0
Mutlak Değer	65	78	1	0	0.69
Problemler	96	44	2	2	1.41
Mantık	55	39	17	33	15.32

Çizelge 3.1 İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programına Yerleşen Öğrencilerin Görüşlerine Göre Orta Öğretim Matematik Konularının Zorluk İndeksleri (Devam)

Kümeler	114	30	0	0	0
Bağıntı-Fonksiyon	40	88	14	2	9.86
İşlem	97	46	1	0	0.69
Polinomlar	57	79	7	1	4.9
İkinci ve Üçüncü Dereceden Denklemler	34	70	27	13	20.61
Parabol	6	37	40	61	48.19
İkinci ve Üçüncü Dereceden Eşitsizlikler	17	52	31	44	31
Trigonometri	14	59	59	12	44.7
Karmaşık Sayılar	40	42	49	13	37.4
Logaritma	37	55	36	16	28.13
Permütasyon-Kombinasyon-Binom-Olasılık	34	73	31	6	22.46
Diziler – Seriler	9	22	51	62	62.2

Çizelge 3.1 İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programına Yerleşen Öğrencilerin Görüşlerine Göre Orta Öğretim Matematik Konularının Zorluk İndeksleri (Devam)

Türev ve Uygulamaları	15	25	47	57	54.02
İntegral ve Uygulamaları	6	20	38	80	59.38
Matris ve Determinantlar	1	5	18	120	75

Çizelge 3.1’ den görüldüğü gibi ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencileri için “rasyonel sayılar ve sıralama, üslü sayılar, köklü sayılar, oran ve orantı, kümeler, birinci derece denklemler ve eşitsizlikler” konuları öğrenmede hiç zorluk yaşanmayan konulardır. Bu öğrenciler için özellikle “rasyonel sayılar ve sıralama” konusu, “konuyu çok kolay anladım” anlamına gelen A seçeneğini işaretleyen öğrencilerin sayısı dikkate alındığında öğrenilmesi en kolay konu olarak görülmektedir. Buna karşın “türev ve uygulamaları, limit ve süreklilik, integral ve uygulamaları, diziler ve seriler, matrisler ve determinantlar” konularının zorluk indeksleri % 50 nin üzerinde olup bu konuların matematik öğrencileri için zor öğrenilen konular olduğu belirlenmiştir. Özellikle “matrisler ve determinantlar” konusu % 75’ lik zorluk indeksi ile öğrenilmesi en güç konular olarak öne çıkmaktadır.

Sınıf öğretmenliğini kazanan öğrencilerin, her konu için verdikleri cevapların dağılımı ve hesaplanan zorluk indeksleri Çizelge 3.2’ de verilmiştir.

Çizelge 3.2 Sınıf Öğretmenliği Programına Yerleşen Öğrencilerin Görüşlerine Göre Orta Öğretim Matematik Konularının Zorluk İndeksleri

KONULAR	A	B	C	D	ZORLUK İNDEKSİ
Sayı Sistemleri-Temel Kavramlar	190	30	1	0	0.45
Bölünebilme- Modüler Aritmetik	71	125	25	0	11.31
Rasyonel Sayılar ve Sıralama	201	18	2	0	0.9
Üslü Sayılar	176	41	4	0	1.81
Köklü Sayılar	140	77	4	0	1.81
Oran-Orantı	162	52	7	0	3.17
Çarpanlara Ayırma	87	109	25	0	11.31
Birinci Derece Denklem-Eşitsizlik	104	90	26	1	11.82
Mutlak Değer	77	126	17	1	7.73
Problemler	101	109	9	2	4.11
Mantık	31	38	40	112	36.7

Çizelge 3.2 Sınıf Öğretmenliği Programına Yerleşen Öğrencilerin Görüşlerine Göre Orta Öğretim Matematik Konularının Zorluk İndeksleri (Devam)

Kümeler	105	91	20	5	9.26
Bağıntı-Fonksiyon	37	106	72	6	33.49
İşlem	134	73	12	2	5.48
Polinomlar	62	93	62	4	28.57
İkinci ve Üçüncü Dereceden Denklemler	15	80	82	44	46.33
Parabol	0	35	107	79	75.35
İkinci ve Üçüncü Dereceden Eşitsizlikler	5	52	89	75	60.96
Trigonometri	11	60	112	38	61.2
Karmaşık Sayılar	38	49	88	46	50.29
Logaritma	31	52	92	46	52.57
Permütasyon-Kombinasyon-Binom-Olasılık	26	81	96	18	47.29
Diziler – Seriler	13	20	66	122	66.67

Çizelge 3.2 Sınıf Öğretmenliği Programına Yerleşen Öğrencilerin Görüşlerine Göre Orta Öğretim Matematik Konularının Zorluk İndeksleri (Devam)

Türev ve Uygulamaları	9	34	81	97	65.32
İntegral ve Uygulamaları	4	14	70	133	79.55
Matris ve Determinantlar	3	10	45	163	77.59

Çizelge 3.2' de görüldüğü gibi sınıf öğretmenliği öğrencileri için “sayı sistemleri” konusu öğrenmede en az zorluk yaşanan konudur. Buna karşın “karmaşık sayılar, olasılık, logaritma, ikinci dereceden eşitsizlikler, trigonometri, türev ve uygulamaları, diziler ve seriler, limit ve süreklilik, ikinci dereceden fonksiyonlar ve grafikleri, matrisler ve determinantlar, integral ve uygulamaları” konularının zorluk indeksleri % 50 nin üzerinde olup bu konuların, sınıf öğretmenliği öğrencileri için zor öğrenilen konular olduğu belirlenmiştir. Özellikle “integral ve uygulamaları” konusunun % 79,55 lik zorluk indeksi ile öğrenilmesi en güç konu olduğu tespit edilmiştir. [8]

Bir sonraki bölümde ülkemizdeki lise (orta öğretim) türleri ve bu kurumlarda uygulanan matematik eğitimi ele alınacaktır.

3.3 Lise Türlerine Göre Matematik Eğitimi

2012 yılına kadar zorunlu olmayan lise eğitimi, 4+4+4 eğitim sistemi ile zorunlu hâle getirilmişlerdir. [10] Öğrenciler 4 yıl ilkokul, 4 yıl ortaokul, 4 yıl lise eğitimini zorunlu olarak almaktadırlar. Bu kademedeki okulların kimi aynı binada eğitim-öğretim verirken, kimi ise bağımsız olarak çalışmaktadır. Matematik dersi verilmeyen okullarda 2012-2013 eğitim-öğretim yılından itibaren seçmeli ders olarak en çok seçilmeye başlanan ders olarak görülmüştür. [11]

3.3.1 Genel Liseler

Genel liseler; Türk Millî Eğitiminin amaçları doğrultusunda, öğrencilere ortaöğretim seviyesinde asgari genel kültür veren ve yüksek öğretime öğrenci hazırlayan öğretim kurumlarıdır. Bu okulların öğretim süresi ortaokul üzerine 4 yıl olup, sınavsız öğrenci alınmaktadır. Genel liselerde öğrenciler; Fen Bilimleri, Türkçe-Matematik, Sosyal Bilimler ve Yabancı Dil Alanlarında öğrenim görebilmektedirler. Bu okullarda birinci yabancı dil olarak İngilizce okutulmaktadır. Temel derslerin öğretimi Türkçe yapılır. Okulun bağlı bulunduğu şehre ve öğrenci, öğretmen ve isim kalitesine göre matematik eğitiminin seviyesi değişebilmektedir. Kimi liselerde çok iyi bir matematik eğitimi verilirken, kimisinde de aylarca öğretmen bulunmamaktadır. Matematik dersine çeşitli branşlardan (çevre mühendisi, muhasebeci, önlisans mezunları vs) gibi vekil (ücretli) öğretmenler girmektedir. [12]

3.3.2 Anadolu Liseleri

Anadolu liselerinin amacı, öğrencilerin; ilgi, yetenek ve başarılarına göre yüksek öğretim programlarına hazırlanmalarını ve yabancı dili, dünyadaki bilimsel ve teknolojik gelişmeleri izleyebilecek düzeyde öğrenmelerini sağlamaktır. 8 inci sınıflardaki isteyen her öğrenci, bu okullar için müracaat edebilir. Hazırlık sınıfı bulunan okullarda hazırlık sınıflarına, hazırlık sınıfı bulunmayan okullarda ise 9. sınıflara her yıl alınacak öğrenci ve oluşturulacak şube sayısı, okulun fizikî imkân ve donanımı ile öğretmen sayısı dikkate alınarak her şube için 30 öğrenci olmak üzere komisyon tarafından tutanakla tespit edilir. Anadolu liseleri, ortaokul üzerine hazırlık sınıfı bulunan veya bulunmayan ve hazırlık sınıfı dışında en az 4 yıl öğrenim veren karma okullardır. 10 Anadolu lisesinde hazırlık sınıfı bulunup, diğer Anadolu liselerinde bulunmamaktadır. Bu okullarda sınıf mevcudu her şube için 30 öğrencidir. Bu okullarda Bakanlıkça uygun görülen haftalık ders çizelgeleri ve öğretim programları uygulanır. Derslerin öğretimi Türkçe yapılır. Ancak, matematik ve fen bilimleri (Fizik, Kimya, Biyoloji) derslerini birinci yabancı dille okutabilecek öğretmen bulunması ve en az 12 öğrencinin istemesi hâlinde bu derslerin öğretimi, birinci yabancı dille de yapılabilir. Bu okullarda birinci yabancı dil olarak İngilizce, Almanca veya Fransızca eğitim verilmektedir. [13] Matematik eğitimi kalitesi yüksek olan okullardır. Gerek üniversite sınavlarında, gerekse diğer yarışmalarda

matematikteki başarı oranları yüksektir. Üniversite hazırlık kursları ve dershanelerdeki derece sınıfları Anadolu ve Fen Lisesi öğrencilerinden oluşmaktadır. Önümüzdeki yıllarda tüm genel liselerin, Anadolu lisesi yapılması konusunda bakanlıkça çalışmalar sürdürülmektedir. [14]

3.3.3 Fen Liseleri

Fen liseleri; zekâ düzeyleri ile fen ve matematik alanlarındaki yetenekleri yüksek olan öğrencileri, matematik ve fen bilimleri alanında yüksek öğrenime hazırlamayı, matematik ve fen bilimleri alanlarında gereksinim duyulan üstün nitelikli bilim adamlarının yetiştirilmesine kaynaklık etmeyi ilke edinen okullardır. Öğrencileri araştırmaya yöneltmeyi, bilimsel ve teknolojik gelişmeler ile yeni buluşlara ilgi duyanların çalışacakları ortamı ve koşulları hazırlamayı, yeni teknolojileri kullanabilen, bilgi üretebilen ve projeler hazırlayabilen bireyler yetiştirmeyi, öğrencilerin bilimsel araştırma yapmalarına, bilimsel ve teknolojik gelişmeleri izlemelerine yardımcı olacak şekilde yabancı dilde iyi yetişmelerini sağlamayı, amaçlar. Okula her yıl alınacak öğrenci sayısının 4 şubeyi, bir şubedeki öğrenci sayısının ise 26'yı geçmemesi esastır. Ancak, okulun fiziki imkân ve donanımı ile öğretmen sayısı dikkate alınarak bir şube daha açılabilir. 8. sınıflardaki isteyen her öğrenci bu okullar için müracaat edebilir. Bu okullara, yönergeyle belirlenen usul ve esaslar ile ilgili kılavuzlardaki açıklamalar doğrultusunda, yerleştirmeye esas puana göre merkezî yerleştirme ile öğrenci alınır. Fen liseleri; eğitim-öğretim süresi 4 yıl olan yatılı ve karma okullardır. Bu okullarda öğrenci velilerinin istekleri doğrultusunda gündüzlü öğrenciler de öğrenim görebilirler. Fen liselerinde, bakanlıkça uygun görülen ders çizelgeleri ve öğretim programları uygulanır. Fen programlarında laboratuvar ve uygulama çalışmalarına ağırlık verilir. Eğitim-öğretim Türkçe yapılır. Matematik ve fen grubu derslerindeki teknik terimlerin yabancı dildeki karşılıkları da öğretilir. Bu okullarda birinci yabancı dil olarak genellikle İngilizce okutulmaktadır. [15] Fen liselerinin öğrencileri sağlam altyapıyla gelen seçilmiş öğrenciler olduklarından matematik dersinde başarı üst düzeydir. TÜBİTAK'ın düzenlemiş olduğu yarışmalarda, üniversite sınavlarında, diğer resmi sınavlarda matematik dalında başarı yüksektir.

Türkiye'de sayıları her geçen gün artmaktadır. [16]

3.3.4 Sosyal Bilimler Liseleri

Edebiyat ve Sosyal Bilimler alanlarında ihtiyaç duyulan üstün nitelikli bilim adamlarının yetiştirilmesine kaynaklık eder. Edebiyat ve sosyal bilimler alanlarındaki ilgi ve yetenekleri üst düzeyde olan öğrencileri bu alanlarda yüksek öğretime hazırlar. Öğrencilerin bilimsel, kültürel ve teknolojik gelişmeleri izleyebilecek düzeyde Türkçe ve yabancı dil öğrenmelerini sağlar. Öğrencilerde geçmiş nesiller ile çağdaşları arasında ortak duyguların uyandırılmasını sağlar. Okula her yıl alınacak öğrenci sayısının 4 şubeyi, bir şubedeki öğrenci sayısının ise 26'yı geçmemesi esastır. Bu okullarda öğrenim görmek isteyen 8. sınıf öğrencileri; yönergeyle belirlenen usul ve esaslar ile ilgili kılavuzlarda açıklamalar doğrultusunda yerleştirmeye esas puana göre tercihte bulunurlar. Yönergede belirlenen usul ve esaslar ile ilgili kılavuzlarda belirtilen açıklamalar doğrultusunda, yerleştirmeye esas puana göre merkezî yerleştirme ile öğrenci alınır.

Sosyal bilimler liseleri, eğitim - öğretim süresi hazırlık sınıfı hariç 4 yıl olan yatılı ve karma okullardır. Bu okullarda öğrenci velilerinin istekleri doğrultusunda gündüzlü öğrencilerde öğrenim görebilirler. Eğitim - öğretim Türkçe yapılır. Uluslararası Baka-lorya Programını uygulayan okullarda Matematik ve Fen Bilimleri dersleri yabancı dille okutulur. Birinci yabancı dil olarak İngilizce okutulmaktadır. Sayı itibariyle fen liselerinden daha az olan, ancak taban puanları fen liselerinin birçoğunun taban puanlarının bile üstünde olan bu liselerde geleceğin sosyal bilimcileri yetişmektedir. Fen liselerinde 16 olduğu gibi sosyal bilimler liselerinin de lisans eğitime yerleşmede herhangi bir ek puan avantajları yoktur. Avantajları bir milyonu aşkın SBS'ye girmiş öğrencilerden ilk 3 – 5 bin öğrenciden oluşan bir öğrenci kadrosu ve sınavla seçilmiş seçkin öğretmenleridir. Öğrencilerin matematikleri düşünüldüğünün aksine sağlam temellidir ve gelişime açıktır. Ancak sözel programlara hazırlandıkları için, ilerleyen yıllarda işlenmeyen demir gibi paslanabilmektedir. Bu nedenle bu lisede okuyan öğrenciler işi sıkı tutmak için lise 1. sınıftan itibaren çeşitli dersanelere gitmekte, özel dersler almakta ve çeşitli yollarla sıkı bir takviye eğitim izlemektedirler. Üniversite sınavlarında başarı oranları yüksektir. [17]

3.3.5 Meslek Liseleri

Aslında kuruluş amaçları nitelikli ara eleman yetiştirmek olan okullardır. Lakin günümüzde bu anlamda amaçlarından biraz sapmış, eleğin iyice altında kalanların devam ettiği okullar halini almışlardır. ÖSYM, sınavı kazanma oranlarının düşük olduğunu göz önünde bulundurarak bir sistem yürürlüğe koymuştur. Bu da meslek liseleri öğrencilerine üniversitelerin iki yıllık ön lisans bölümlerine sınavsız geçiş hakkı tanımasıdır. Eğer öğrenciler o okullarda yüksek bir not ortalamasını tutturabilir ve DGS' de de iyi bir puan alabilirlerse 4 yıllık bir üniversiteye devam etme şansına sahip olmaktadırlar. Meslek liselerinde genel kültür derslerinin yanı sıra meslek dersleri ağırlıktadır. Hatta o kadar ağırdır ki, genel kültür dersleri angarya olarak görülür. Son dönemlerde katsayı engeli de kaldırıldığından meslek liseleri 4 yıllık üniversitelere gidebilme şansı kazanmıştır. Bu okullarda yukarıda da belirttiğimiz gibi genel kültür dersleri yüzeysel boyutta verilir, bazen hiç verilmez. Bu nedenle başta matematik ve geometri olmak üzere, genel ortak dersler zayıftır. Birçok öğrenci dört işlemde dahi sorun yaşamakta, basit bir denklemi çözememekte ve büyüktür - küçüktür sembollerini bile birbirine karıştırmaktadır. Bazı meslek lisesi türleri şöyledir:

Sağlık Meslek Liseleri; sağlık sektöründe özel hastanelerin arttırılması ile hemşire, ebe, sağlık memuru gibi görevlilere daha fazla ihtiyaç duyulur hale geldiği için popülaritesi artmıştır. Hemşire ve sağlık görevlisi olmak isteyenler bu okulları tercih etmektedirler.

İmam Hatip Liseleri; imam veya hatip olmak, ya da dini vazifeleri daha derinlemesine öğrenmek isteyenler için tasarlanmış okullardır.

Ticaret Meslek Liseleri; ticaret üzerine çalışmalar ya da muhasebecilik yapmak isteyenlerin tercih ettiği liselerdir.

Endüstri Meslek Liseleri; endüstri alanında meslek sahibi olmak için tasarlanmıştır.

Kız Meslek Liseleri; kuaförlük başta olmak üzere kız öğrencilerin mezun olduktan sonra kendi alanlarında iş yapmaları ve iş öğrenmeleri için yapılmış liselerdir. [18]

BÖLÜM 4

LİSE VE BAZI DERSHANE KİTAPLARINDA KISACA BÖLÜNEBİLME VE MODÜLER ARİTMETİK KONULARININ ANLATIM ŞEKLİ

Bu bölümde okullarda ve özel öğretim kurumlarından bazılarının konu anlatım kitaplarında yer alan bölünebilme ve modüler aritmetik konusu işlenmiştir.

4.1 Bölünebilme

A, B, C, K birer doğal sayı ve B sıfırdan farklı olmak üzere;

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline & C \\ \hline \text{—} & \end{array}$$

K

işlemine bölme işlemi denir ve aşağıdaki özelliklere sahiptir. [19]

- * $0 \leq K < B$
- * $A = B.C + K$
- * $K < C$ ise B ile C yer değiştirebilir.
- * $K = 0$ ise A, B'ye tam bölünür.

Tam bölünmede ve kalan bulmada bir takım kısayollar geliştirilmiştir. Mesela 2 ile bölünebilmede; sayının birler basamağı 2'nin katı ise (çift ise) sayı 2'ye tam bölünür. Kalanı bulurken birler basamağını 2'ye bölmek yeterlidir. 3 ile bölünebilme; sayının 3 ile bölümünden kalan, rakamları toplamının 3 ile bölümünden kalana eşittir. 4 ile bölünebilme; sayının 4 ile bölümünden kalan, son iki basamağının 4 ile bölümünden kalana eşittir. 5 ile bölünebilme: Sayının birler basamağı 5 ile bölünerek kalan bulunur. 8 ile bölünebilme: Sayının son üç hanesinin 8 ile bölünmesiyle kalan bulunur. 9 ile bölünebilme: Sayının rakamları toplamı 9 ile bölünerek kalan bulunur. 11 ile bölünebilme; sayının birler basamağından başlanarak sırayla “+” ve “-” sembolleri yazılarak kalan bulunur. “+” işaretlilerden “-” işaretliler çıkarılarak kalan belirlenir.

Aralarında asal iki sayıyla bölünebilen bir sayı, bu sayıların çarpımıyla da bölünebilir. Mesela 2 ve 3 ile tam bölünebilen bir sayı, 6 ile de tam bölünür. 5 ve 2 ile tam bölünen bir sayı, 10 ile de tam bölünür. 45 ile tam bölünebilen bir sayı; hem 5, hem de 9'a tam bölünüyor demektir.

Not: A, B, C, D, E, K1, K2 uygun koşullarda birer doğal sayı olmak üzere, A' nın C ile bölümünden kalan K1 ve B'nin C ile bölümünden kalan K2 olsun. Buna göre;

- * A.B nin C ile bölümünden kalan $K1.K2$ dir.
- * $A + B$ nin C ile bölümünden kalan $K1 + K2$ dir.
- * $A - B$ nin C ile bölümünden kalan $K1 - K2$ dir.
- * D.A nın C ile bölümünden kalan D.K1 dir.
- * A^E nin C ile bölümünden kalan $(K1)^E$ dir.

(Yukarıdaki işlemlerde kalan değerler bölenden (C den) büyük ise, tekrar C ile bölünerek kalan bulunur. Sonuç negatif ise sonuca C eklenerek pozitif yapılır.)

* Bir A doğal sayısı B.C ile tam bölünüyorsa A sayısı B ve C doğal sayılarıyla da bölünebilir. Fakat bu ifadenin karşıtı (A sayısı B ile ve C ile tam bölünüyorsa A sayısı B.C ile tam bölünür) doğru olmayabilir. Meselâ 144 sayısı $2.6 = 12$ ile tam bölünür ve 144 sayısı 2 ile ve 6 ile de tam bölünür. Oysa 6 sayısı 2 ile ve 6 ile tam bölünür. Fakat 6 sayısı $2.6 = 12$ ile tam bölünemez.

4.2 Modüler Aritmetik

a ve b tamsayılar ve m bir sayma sayısı olmak üzere; $a - b$, m ile kalansız bölünüyorsa a ve b sayıları m modülüne göre denktir denir ve aşağıdaki biçimde gösterilir:

$$a \equiv b \pmod{m}$$

Örneğin:

$$20 \equiv 4 \pmod{8}$$

Çünkü $20 - 4 = 16$ sayısı 8 ile tam bölünür.

Not: $a \equiv b \pmod{m}$ ve $c \equiv d \pmod{m}$ olsun.

$$1) a+c \equiv b+d \pmod{m}$$

$$2) a-c \equiv b-d \pmod{m}$$

$$3) a.c \equiv b.d \pmod{m}$$

$$4) a^n \equiv b^n \pmod{m} \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$5) \beta = \{ (x,y) : m \mid (x-y) ; x,y,m \in \mathbb{Z}; m > 1 \}$$

denklik bağıntısı, $\mathbb{Z}$ 'yi denklik sınıflarına ayırır. Bu sınıflar genel olarak;

$$\mathbb{Z}/m = \{ 0, 1, 2, \dots, (m-1) \}$$

şeklinde gösterilir. Bu kümenin elemanları arasındaki işlemlerde normal 4 işlem yapılır, sonuçlar büyük çıkarsa m 'ye bölünerek kalan alınırken negatif çıkarsa m 'nin katları eklenir. [20]

4.2.1 Modüler Aritmetik Problemleri

Haftalık, saatlik, günlük, aylık ya da yıllık olarak belirli zamanlarda tekrarlanan olayların geçtiği problemler çözülürken modüler aritmetikten faydalanılır. Çünkü olaylar belli periyotlarda aynı güne denk gelmektedir. Aşağıda bununla ilgili problemlere örnek verilmiştir. [21]

Örnek: 15 günde bir nöbet tutan bir asker ilk nöbetini Pazar günü tutuyor ise, 21.nöbetini hangi gün tutar?

Çözüm: İstenilen nöbetten verilen kaçınıcı nöbet ise çıkarılıp, nöbet tuttuğu aralıkla çarpılır.

$$(21-1) \cdot 15 = 300$$

300 gün sonra 21.nöbetini tutacaktır.

$$300 \equiv 6 \pmod{7}$$

Bulunan 6 kalanı, Pazar'dan sonraki 6 gün sayılacak anlamına gelir. Yani 1. gün Pazartesi, 2. gün Salı, 3. gün Çarşamba, 4. gün Perşembe, 5. gün Cuma, 6. gün "Cumartesi"dir. Yani nöbet "Cumartesi" tutulacaktır.

Örnek: 4 günde bir ilaç içen bir hasta, 63. ilacını Cumartesi günü içtiğine göre 33. ilacı hangi gün içmiştir?

Çözüm: Kaç numaralı ilaçları içmişse, bunlar birbirinden çıkarılır ve ilaç içtiği gün aralığı ile çarpılır.

$$(63-33) \cdot 4 = 120$$

120 gün önce 33. ilacı içmiştir.

$$120 \equiv 1 \pmod{7}$$

Cumartesi'den geriye 1 gün sayılırsa bu günün "Cuma" olduğu anlaşılır.

ÖĞRENCİLERİN KONUYA BAKIŞ AÇILARI

Bölünebilme konusunun genel olarak öğrenciler arasında olumlu bir izlenim bıraktığını söyleyebiliriz. Çeşitli okul ve alanlardaki öğrenciler, bölmeyle kalan bulmanın kısa yollarını keyifle ve anlayarak dinlediler. Fakat sayısal ve eşit ağırlığın iyi öğrencileri dışındaki diğer öğrencilerin modüler aritmetikten pek zevk aldığı ve ilgi duyduğu görülememiştir. Bulduğumuz ve araştırma yaptığımız bölgede lise öğrencileri arasında bölme işlemi dahi pek yapamayan ve çarpım tablosunda bile eksikleri olan öğrencilerin var olduğu ve eğitim seviyesinin düşük olduğu göz önünde bulundurulursa, öğrenci yıllardır tanıdığı 4 işlem sembolünden (+ , - , * , :) başka sembole aşına olmadığı ve soğuk baktığı anlaşılmaktadır. Yüksel Dede ve Ziya Argün değişken kavramının öğretiminde harf sembollerin farklı kullanımlarının belirlenmesi ve bu farklı kullanımlardan kaynaklanan karışıklıkların giderilmesi amacıyla yaptıkları çalışmada matematik öğretmenliği son sınıfında okuyan 35 öğrenciye bir etkinlik uygulamışlardır. Bu etkinlikte, öğrencilerin harf sembollerin farklı kullanımlarına yönelik bilgi düzeylerin belirlemek üzere çeşitli sorulardan olusan bir çalışma kâğıdı cevaplamaları için verilmiş daha sonra da sınıfta bir tartışma ortamı oluşturulmuştur. Bu çalışmayla öğrencilerin matematik eğitiminin en temel amaçlarından birisi olan eleştirel ve alternatif düşünebilme yeteneklerinde bazı eksikliklerin olduğu ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca matematik öğretmeni adayı olan bu öğrencilerin harf sembollerin farklı kullanımları hakkında yetersiz ve eksik bilgiye sahip oldukları tespit edilmiştir.

5.1 Öğrencilere Yöneltilen Sorular ve Çözümleri

Bu bölümde konuların öğrenciler tarafından anlaşılıp anlaşılmadığını ölçmek amacıyla, farklı liselerden ve alanlardan öğrencilere çeşitli sorular yöneltilmiştir. Çoktan seçmek ve klasik yazılı sınavı tekniğiyle uygulanan bu çalışmada öğrencilerden soruyu çözdükten sonra yanına soruyu nasıl çözdüklerini, hangi kurala veya bilgiye dayanarak yaptıklarını açıklamasını istenmiştir. Öğrencilere yöneltilen soruların tamamı, test kitaplarında, okul veya dersane kaynaklarında, matematik dergilerinde yer alan sorulardan seçilmiştir. Bölünebilme ve modüler aritmetik konularını kapsayan bu soruların bir kısmı, test tekniği biçimindeki sorulardan oluşurken bir kısmı ise cılız olarak öğretilen teorik ve ispatlama sorularından oluşmaktadır. Bu sorular aşağıda sıralanmış olup, orjinal çözümleri de devamında işlenmiştir.

Öğrencilere, alanlarına ve okuduğu okullara göre bu sorular kısmen sorulmuştur.

5.1.2 Sorular ve Çözümleri

Soru 1 $38 \equiv -37 \pmod{x}$

denkliğini sağlayan kaç tane x değeri vardır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm:

Modüler aritmetik tanımından,

$38 - (-37) = m.k \Rightarrow 75 = m.k$ olur. Yani m sayısı, 75'in 1'den farklı bölenleridir.

75' in 1 haricindeki bölenleri 3, 5, 15, 25, 75 olmak üzere 5 tanedir.

(Cevap B)

Soru 2 $2x+1 \equiv 6 \pmod{7}$

denkliğini sağlayan en küçük pozitif x tamsayısı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm:

Bu denkleme göre aşağıdaki eşitlikler sağlanır.

$$2x+1 = 6$$

$$2x+1 = 13$$

$$2x+1 = 20$$

şeklinde 7 ile bölününce 6 kalanını veren sayılara eşit olabilir.

Bu denklemi sağlayan tamsayılardan en küçüğü 6'dır, fakat buradan $x=2,5$ bulunur, yani tamsayı değildir.

O hâlde 13 kullanılırsa, x 'in alabileceği en küçük değer 6 olarak bulunur.

(Cevap : C)

Soru 3 2008²⁰⁰⁹

sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

Çözüm:

Bir sayının birler basamağını bulmak demek, bu sayının 10 ile bölümünden kalanı bulmak demektir.

$$2008 \equiv 8 \pmod{10}$$

$$8 \equiv 8 \pmod{10}$$

$$8 \equiv 4 \pmod{10}$$

$$8 \equiv 2 \pmod{10}$$

$$8 \equiv 6 \pmod{10}$$

$$8 \equiv 8 \pmod{10}$$

İşlemlere devam edildiğinde dikkat edilirse her dört terimde bir 8, 4, 2, 6; 8, 4, 2, 6; ... şeklinde bir dizi oluştuğu fark edilir. O hâlde 2009 sayısı dörde bölünerek kalan bulunur ve bu kalana karşılık gelen sayı tespit edilir.

$$2009 \equiv 1 \pmod{4}$$

Kalan “1” olduğuna göre, bu “1” kalanına karşılık gelen sayı değeri 8 ' dir.

(CEVAP : D)

Soru 4 $\mathbb{Z} / 9$ da, 2'nin toplama işlemine göre tersi a; çarpma işlemine göre tersi b olduğuna göre, a.b işleminin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Çözüm:

2 'nin toplama işlemine göre tersi olan -2, $\mathbb{Z} / 9$ 'da ifade edilirse $-2+9=7$ olur. Yani, $a=7$ olur.

2 'nin çarpma işlemine göre tersi olan $1 / 2$, $\mathbb{Z} / 9$ 'da $(1+9) / 2 = 10 / 2 = 5$ olarak ifade edilir. Yani $b= 5$ bulunur.

Buradan $a.b = 7 . 5 = 35$ olarak bulunur.

(CEVAP : D)

Soru 5 $\mathbb{Z} / 13$ kümesinde tanımlı;

$$f(x) = \overline{8x + 5}$$

fonksiyonunun tersi nedir?

- A) $x + \bar{1}$ B) $\bar{5}x + \bar{1}$ C) $\bar{3}x + \bar{2}$ D) $x + \bar{6}$ E) $\bar{2}x + \bar{2}$

Çözüm:

$$f^{-1}(x) = \frac{x - \bar{5}}{\bar{8}} \quad \text{fonksiyonlarda ters bulma kurallarıyla rahatlıkla elde edilebilir.}$$

Bu ters fonksiyonun payında yer alan 1 ve -5 katsayılarına, 8'e bölününceye kadar (denklik sınıfındaki uygun elemanlar bulununcaya kadar) 13 eklenir.

$$1+13+13+13 = 40$$

$$-5+13 = 8$$

bulunan bu değerler yerlerine yazılırsa;

$$f^{-1}(x) = \frac{\overline{40x+8}}{\overline{8}} = \overline{5x+1}$$

elde edilmiş olur.

(CEVAP : B)

Soru 6 Dört basamaklı bir sayının 3 ile bölümünden kalanı kısıyoldan bulma kuralını ispatlayınız.

Çözüm:

abcd, dört basamaklı bir tamsayı olsun. Bu sayıyı;

$$d + 10c + 100b + 1000a$$

şeklinde çözümleyebiliriz. Bu ifadenin katsayılarının 3 ile bölümünden kalan “1” dir.

Yani;

$$d + 10c + 100b + 1000a \equiv d + c + b + a \pmod{3}$$

Yani rakamları toplamı elde edilir.

Soru 7 A, a, B, b ve x birer pozitif tamsayılar ve A 'nın x ile bölümünden kalan a, B 'nin x ile bölümünden münden kalan b ise;

a) A + B 'nin x ile bölümünden kalanın da a + b 'nin x ile bölümünden kalana eşit olduğunu gösteriniz

b) A.B 'nin x ile bölümünden kalanın da a.b 'nin x ile bölümünden kalana eşit olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

a) Bölme algoritmasından $A = x.q + a$ ve $B = x.p + b$ ise $A + B = x(q+p) + a + b$ olur. Bu ifadede $x.(q+p)$ ifadesi x tam sayısının bir katı olduğundan kalan, $a+b$ 'ye bağlıdır.

b) Yukarıdaki maddeye benzer şekilde; $A.B = (x.q + a).(x.p + b) = x^2.p.q + x(qb+pa) + a.b$ ifadesinin x ile bölümünden kalana dikkat edilirse, $a.b$ 'nin x ile bölümünden kalan ile belirlendiği görülür.

Soru 8 Rakamları farklı olan 3415a beş basamaklı sayısının 3 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre a' nın alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

Çözüm:

Sayımız 3 ile bölününce 2 kalanını verdiği göre sayının rakamları toplamı 3'ün katlarının 2 fazlası olan bazı sayılara eşittir. (a'nın bir rakam olduğuna dikkat edilmelidir.)

$$3+4+1+5+a = 3k + 2 \implies 11+a = 3k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Bu son bağıntıdan $a=1$, $a=4$, $a=7$ değerlerinin denklemi sağladığı görülür. Fakat rakamları farklı dediği için "1" ve "4" olamaz.

Yani alabileceği 1 farklı tamsayı değeri vardır.

(CEVAP : A)

Soru 9 94 basamaklı olan 343434...34 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8

Çözüm:

Sayının 9 ile bölümünden kalanı bulmak için, rakamları toplamına bakılır.

$$3+4+3+4+3+4+\dots+3+4$$

şeklinde 47 tane 3 ve 47 tane 4'ün toplamı elde edilir. Kısaca,

$$47.3 + 47.4 = 47.7 = 329$$

sayısı bulunur. Bu sayının 9 ile bölümünden kalana bakmak yeterlidir.

$$3+2+9 = 14 \text{ sayısının } 9 \text{ ile bölümünden kalan } 5\text{'tir.}$$

(CEVAP : C)

Soru 10 Toplamları 250 olan iki sayıdan büyük olan küçük olana bölündüğünde, bölüm 3 kalan 2 olarak bulunuyor. Buna göre büyük sayı kaçtır?

- A) 188 B) 162 C) 126 D) 62 E) 26

Çözüm:

$$\begin{array}{r} a \\ - \quad b \\ \hline 2 \end{array}$$

Bölme algoritması kullanılarak,

$$a = 3.b + 2$$

yazılabilir. Aynı zamanda,

$$a + b = 250$$

olduğunu biliyoruz. Bu denklemlerin sisteminden,

$$a - 3b = 2$$

$$a + b = 250$$

$b = 62$ ve $a = 188$ bulunur. Büyük sayı 188 'dir.

(CEVAP : A)

Soru 11 Beş basamaklı 7M31N sayısı 12 ile tam bölünebildiğine göre, M+N toplamı en çok kaç olur?

- A) 19 B) 16 C) 13 D) 10 E) 7

Çözüm:

Bu sayı 12 ile tam bölünüyorsa, 3 ve 4 ile de tam bölünür. Yani son iki basamağı 4 ' ün katı, rakamları toplamı ise 3 ' ün katıdır. Bu durumları inceleyelim:

Son iki basamak 4 ' ün katı olacağına göre N yerine 2 ve 6 yazılabilir. Yani sayımız;

7M312 veya 7M316 olabilir.

7M312 sayısında 3 ile bölünme kuralına göre M yerine 2, 5 veya 8 yazılabilir.

7M316 sayısında ise M yerine 1, 4, 7 gelebilir. Buna göre M+N toplamı en çok;

$6 + 7 = 13$ olabilir.

(CEVAP : C)

Soru 12 $0! + 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 1985!$

işleminin sonucunun 60 ile bölümünden kalan sayıya ait rakamlar toplamı, kalan sayıdan kaç eksiktir?

- A) 34 B) 30 C) 27 D) 13 E) 7

Çözüm:

$5! = 120$

olup, bu durumda sonraki tüm terimler de 60' ın katı olacağından,

$0! + 1! + 2! + 3! + 4!$

sayısına bakmak yeterlidir.

$0! + 1! + 2! + 3! + 4! = 1 + 1 + 2 + 6 + 24 = 34$

olur. Bulunan bu sayı, soruda verilen ifadenin 60 ile bölümünden kalandır. 34' ün rakamları toplamı olan $3 + 4 = 7$ sayısı, 34 ' ten 27 eksiktir.

(CEVAP : C)

Soru 13 X sayısının 7 ile bölümünden kalan 1, Y sayısının 7 ile bölümünden kalan 2 ise $2X+3Y$ sayısının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$2X + 3Y$ ifadesinde X ve Y yerine, bu sayıların 7 ile bölümünden kalan sayılar yazılırsa; 7. sorudaki özellikle çok kolay bir şekilde çözüme ulaşılır.

$$2.1 + 3.7 = 23$$

bulunur. 23 'ün 7 ile bölümünden kalan sorumuzun cevabı olacaktır.

$$23 \equiv 2 \pmod{7}$$

(CEVAP : B)

14 $\frac{3x+8}{x-4}$ kesri bir doğal sayı ise x tamsayısının alabileceği kaç farklı değer vardır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm:

Polinomlarda bölme işleminden faydalanabiliriz.

$$\begin{array}{r|l} 3x + 8 & x - 4 \\ - 3x - 12 & \\ \hline & 3 \end{array}$$

20

Bu bölme işlemine göre soruda verilen ifademiz,

$$3 + \frac{20}{x-4}$$

olarak yazılır. Bu ifadenin doğal sayı olabilmesi için $x - 4$ sayısının 20 ' yi bölen tamsayılar olması gerekir. Yani,

$$x - 4 = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 5$$

$$x - 4 = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 6$$

$$x - 4 = 4 \quad \Rightarrow \quad x = 8$$

$$x - 4 = 5 \quad \Rightarrow \quad x = 9$$

$$x - 4 = 10 \quad \Rightarrow \quad x = 14$$

$$x - 4 = 20 \quad \Rightarrow \quad x = 24$$

$$x - 4 = -1 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

$$x - 4 = -2 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$$x - 4 = -4 \quad \Rightarrow \quad x = 0$$

$$x - 4 = -5 \quad \Rightarrow \quad x = -1$$

$$x - 4 = -10 \quad \Rightarrow \quad x = -6$$

$$x - 4 = -20 \quad \Rightarrow \quad x = -16$$

Sayımız doğal sayı olacağı için x değerleri $-1, 0, 2$ ve 3 olamaz. Aksi halde negatif olur. Bu nedenle x tamsayısı, 8 farklı değer alabilir.

(CEVAP : D)

15 $3a1c$ sayısının 27 ile bölümünden kalan 11 ise, $4a2c$ sayısının 27 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

Çözüm:

$$3a1c = 3010 + a0c$$

olarak yazılabilir ve bu kullanılarak,

$$3010 + a0c \equiv 11 \pmod{27}$$

$$\begin{array}{r} 3010 \\ \hline \end{array} \equiv 13 \pmod{27}$$

$$a0c \equiv -2 \equiv 25 \pmod{27}$$

bulunur. Benzer şekilde,

$$4a2c = 4020 + a0c$$

olup, 27 ile bölümünden kalan,

$$4020 + a0c \equiv 24 + 25 = 49 \equiv 22 \pmod{27}$$

olarak elde edilir.

Bu soruyu çözmenin başka bir yolu da $3a1c$ ifadesindeki a ve c 'ye sayı değeri vererek, bu sayının 27 ile bölümünden kalanın 11 olması sağlanır. Bu şekilde $4a2c$ sayısı da bulunmuş ve $4a2c$ sayısının 27 ile bölümünden kalan hesaplanmış olur.

(CEVAP : C)

5.2 Anadolu ve Fen Lisesinden Sayısal ve Eşit Ağırlık Öğrencileri

Genel olarak Fen ve Anadolu Liselerindeki öğrenciler soruları derste iyi dinlemiş ve anlamış olduklarından soruları çözmekte hemen hemen hiç bir zorluk yaşamamışlardır. Bazen dikkatsizlikleri sonucu bir takım işlem hataları yapmış olsalar da anlatılanlardan daha farklı ve mantıklı çözüm teknikleri geliştirenler olmuştur. Aşağıda çözümlere birkaç örnek verilmiştir.

① $38 \equiv -37 \pmod{x}$ denklemini sağlayan bir x değeri var mı?

$$38 - 37 = x \cdot k = 1$$

$x=1 \quad k=1$ 2 tane
 $x=-1 \quad k=-1$

Bu sayılar, sıradanımız zaman x 'in katı olur. Yani 1 yada -1 olabilir.

Öğretmen : Kuralı doğru hatırlamışsın ama sonuç maalesef yanlış.

Öğrenci: Ne yazık ki işlem hatası yaptım, sınav heyecanı olsa gerek.

Öğretmen : Sağlık olsun.

1) $38 \equiv -37 \pmod{x}$ denklemini sağlayan bir x var mı?

x sayısı bu sayıların farklarının katı olmalıdır

$$-37 - 38 = -75 = x \cdot k$$

1	-1
3	-3
5	-5
15	-15
25	-25
75	-75

12 tane katı 75 olan sayı var
 Ama eksilerle bir düşünürsek
 Yani 5 tane kalıyor

Öğretmen: Tebrik ederim, güzel çözmüşsün.

Öğrenci: Teşekkürler.

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{1} \quad 38 \equiv -37 \pmod{x} \\
 & \quad 38 + 37 \equiv 0 \pmod{x} \\
 & \quad 75 \equiv 0 \pmod{x} \\
 & \quad \text{Yani } x \text{ 75'in böleni, } \underline{1, 3, 5, 15, 25, 75} \\
 & \quad \quad \quad 6 \text{ tane var.}
 \end{aligned}$$

Öğretmen: Çözüm doğru ama $x = 1$ olur mu?

Öğrenci: Ama o da 75'in bölenlerinden biri değil mi?

Öğretmen: Modüler aritmetiğin tanımını hatırla.

Öğrenci: A, evet haklısınız...

$$\begin{aligned}
 & 1- \quad 38 \equiv -37 \pmod{x} \\
 & \quad 38 + 37 \equiv -37 + 37 \pmod{x} \\
 & \quad \text{Modlarda iki tarafa sayı eklenbiliyordu.} \\
 & \quad 75 \equiv 0 \pmod{x} \quad 75 = 0 + x \cdot a \\
 & \quad \left. \begin{array}{l} 1 \text{ olamaz} \\ \text{ötekiler} \\ \text{olur,} \\ 6 \text{ tane} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \\ x=5 \\ x=15 \\ x=75 \\ x=25 \end{array}
 \end{aligned}$$

Öğretmen: Tamam doğru yapmışsın ama yanlış işaretlemişsin.

Öğrenci: Dikkatsizlik, özür dilerim.

Öğretmen: Peki.

$2x+1 \equiv 6 \pmod{7}$ sayıları en küçük x pozitif tamsayı?

$2x+1=6$

$2x=5 \rightarrow x=\frac{5}{2}$ $\frac{5}{2} + 7 = \frac{19}{2}$

Önce denklemleri çözümler, sonra mod 7 değerleri için 7'yi ekleriz.

Cevap da $\frac{19}{2}$ olur.

Öğretmen: Hiç 19/2 diye tam sayı olur mu?

2- $2x+1 \equiv 6 \pmod{7}$ en küçük pozitif x tamsayı?

$2x+1-1=6-1 \pmod{7}$
(Her iki taraftan 1 çıkar)

$\frac{2x}{2} = \frac{5}{2} \pmod{7}$
(Her iki tarafı 2'ye böleriz)

$x = \frac{5}{2} \pmod{7}$ $\frac{5}{2} = 2,5$ olur.

Öğretmen: Hiçbiriniz bu soruyu doğru çözemediğiniz. Pozitif tamsayılarda 2,5 var mı?

Öğrenci: ...

3- 2008^{2008} 6'ya bölmesi nedir?

2008 $\Rightarrow 8^1 = 8$
 $8^2 = 64$
 $8^3 = 8 \cdot 4 = 32$
 $8^4 = 8 \cdot 2 = 16$
 $8^5 = 8 \cdot 6 = 48$
 $8^6 = 8 \cdot 8 = 64$

8, 4, 2, 6, 8, 4, 2, 6, ...

$2008 \equiv x \pmod{4}$

$2008 \div 4$
 $502 \text{ } 0$
 $8 \rightarrow 8^1 = 8$

Öğretmen: Neden bu yolu kullandın?

Öğrenci: 8'in kuvvetlerini hesaplamak zordu. Üslü ifadelerdeki kuraldan gittim.

Meselâ:

$$8^3 = 8^1 \cdot 8^2$$

olması işlem kolaylığı sağlıyor.

Öğretmen: Çok güzel

4) $\mathbb{Z}/9$ 'da 2 'nin tersi a ; a ya göre test b ise $a \cdot b = ?$

$-2 + 9 = 7 = a$
 $\frac{1}{2} \equiv \frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = 5 = b$
 $5 \cdot 7 = 35 \div 9$
 $35 \div 9 = 3 \text{ } 8$
 $8 \rightarrow 8^1 = 8$

Öğretmen: Nasıl yaptığını anlatır mısın?

Öğrenci: $\mathbb{Z}/9$ sadece 0'dan 8'e kadar sayılar olduğu için negatif ve rasyonel sayıların payına sürekli 9 ekleme kuralı öğretmiştiniz oradan yaptım.

Öğretmen: Peki niçin 9 ekliyoruz, başka bir sayı eklemiyoruz?

Öğrenci: Denklik sınıflarından dolayı

④ $\mathbb{Z}/9$ 'da 2'nin toplamaya göre tersi a
çarpmaya göre tersi b ise a.b kaçır?
2'nin eksiği
 $a = -2$
 $b = \frac{1}{2}$
2'nin 2^{-1} karesi
 $-2 \cdot \frac{1}{2} = \textcircled{-1}$
 $-1 + 9 = \textcircled{8}$

Öğretmen: Çözüm yöntemin diğer arkadaşlarına göre daha kısa. Peki, neden başta değil en sonda 9 ekledin?

Öğrenci: Bir şey fark etmeyecektir, sonuçta işlem aynı cevabı verir.

Öğretmen: Güzel...

4) $a = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{eksi}$
 $b = 2^{-1} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{terci}$
 $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 $\frac{-1+9}{a} = \frac{8}{4} = \textcircled{2}$
a.b = 2'dir.

(Öğrenci toplamaya göre tersi yanlış bulmuştur, ancak modüler aritmetik kuralını öğrenmiş bulunmaktadır.)

④ $\mathbb{Z}/9$ 'da 2'lik toplama islemi göre tersi a ; çarpma islemi göre tersi b ise a, b kaçtır?

$$a = -2 \quad b = \frac{1}{2} \rightarrow a \cdot b = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

(Tersleri bulup araya
sıra gektirdi)

$$-1 + 9 = 8$$

(Bu öğrenci de soruyu bir önceki öğrenci gibi kısa yoldan çözüp denklik sınıfını en son bulmuştur. Çözüm doğrudur.)

⑤ $\mathbb{Z}/13$ 'de tanımlı ;

$$f(x) = 8x + 5$$

fonksiyonun tersi nedir?

$$f^{-1}(x) = \frac{x-5}{8} = \frac{1x-5}{8} = \frac{1}{8}x - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{14}{8}x + \frac{8}{8}$$

$$= \frac{27x}{8} + 1 = \frac{40x}{8} + 1$$

$$= 5x + 1$$

Öğretmen: Çözümünü açıklar mısın?

Öğrenci: Önce fonksiyonun tersini buldum, daha sonra kesir olan bu fonksiyonu parçaladım ve Mod 13'e göre payları düzenledim. Bu şekilde paydadadan kurtarıp $\mathbb{Z}/13$ 'e uygun hâle geldi.

Öğretmen: Peki paydaya neden eklemedin?

Öğrenci: Bu şekilde ezberlemiştim.

Öğretmen: Peki.

6) Dört basamaklı bir sayı 3 ile bölündüğünde kalanı bulmak için ispatlayınız.

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$$

$$\begin{array}{r} 1000 \div 3 = 333 \text{ } 1 \\ 100 \div 3 = 33 \text{ } 1 \\ 10 \div 3 = 3 \text{ } 1 \\ 1 \div 3 = 0 \text{ } 1 \end{array}$$

$$\rightarrow d+b+c+d \text{ bir. Basamaklı } 100 \text{ 'e gerek yok}$$

Öğretmen: Neden 10...lara gerek yok?

Öğrenci: Çünkü kalanlar hepsinde 1 olduğu için, kalanları kullanırız.

6) $\overline{xyzp} = \frac{1000x + 100y + 10z + p}{3} = \frac{999x + 99y + 9z + x + y + z + p}{3}$

$$= \frac{999x + 99y + 9z}{3} + \frac{x + y + z + p}{3}$$

Burası 3'e tam bölünür. Burası 3'e bölünüp kalır.

Öğretmen: Biraz yolu uzatmışsın sanki? Ama mantıklı. Kısaca açıkla mısın?

Öğrenci: 3'ün katı olacak şekilde parçaladım, zaten sol taraf 3'e tam bölünüyor. Geri kalana bakarak kalanı bulabiliriz.

8

3415a | 3 ile bölünebilmesi için Sayıların toplamı 3'ün
kati olmalı. 1,4,7 alırsa 3'ün kati oluc. Rakamları farklı
3+4+1+5+a=3k olduğu için sadece (7) 'yi alırız.
3+4+1+5+(7)=20 | 3
18 | 6
2 → kalanını sağlıyoruz

Öğretmen: Çözümün biraz karışık olmuş. Açıklar mısın?

Öğrenci: Başta tam bölünüyor gibi düşündüm ama daha sonra soruyu okuyunca kalanın
"2" olduğunu gördüm. Rakamları farklı olduğu için "1" ve "4" ü almadım, "7" yi aldım.

9

343434 ---

94 | 2.
8 | 47 tone 34 Jor die.
15 0 zaman 47 tone
15 47 "

47 3
x 3
141

47 4
2 x 4
188

2 (kalan 343434)
141
188
329 | 9
27 | 36
59
54
(105) kalanını verik

Öğretmen: 9 ile bölünmede kısa yolu kullanabilirdin.

Öğrenci: Sınav anın psikolojisiyle aklıma gelmedi.

Öğretmen: Peki.

$(47 \cdot 3) + (47 \cdot 4)$
 $141 + 188 = 329$

$$\begin{array}{r}
 329 \overline{) 9} \\
 \underline{27} \\
 059 \\
 \underline{54} \\
 005
 \end{array}$$

kalan = 511

② $\frac{34}{2} \frac{34}{2} \frac{34}{2} \dots 74$

$$\begin{array}{r}
 94 \overline{) 2} \\
 \underline{94} \\
 00
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 \times 3 \\
 \hline
 141
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 \times 4 \\
 \hline
 188
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 188 \\
 + 141 \\
 \hline
 329
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 329 \overline{) 9} \\
 \underline{27} \\
 059 \\
 \underline{54} \\
 005
 \end{array}$$

incüle Boyöl

② $3+4+3+4 \dots$

$$\begin{array}{r}
 94 \overline{) 2} \\
 \underline{94} \\
 00
 \end{array}$$

9 ile bölme kuralı
 rakamları top. 9'un kati almalı

$$\begin{array}{r}
 47 \text{ tone } 3 \\
 47 \text{ tone } 4 \\
 \hline
 141
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 188 \\
 + 141 \\
 \hline
 329
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 \times 3 \\
 \hline
 141
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 \times 4 \\
 \hline
 188
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 329 \overline{) 5} \\
 \underline{27} \\
 059 \\
 \underline{54} \\
 005
 \end{array}$$

Görüldüğü gibi bu soruda öğrencilerin hemen hemen hiç biri zorluk yaşamamışlar ve doğru çözmüşlerdir.

$$a + b = 250$$

$$a = 250 - 62$$

$$a = 188$$

$$x + 3x + 2 = 250$$

$$4x = 248$$

$$\frac{248}{4} = 62$$

(soru öğrenci tarafından iyi anlaşılmış ve sorunsuzca çözülmüştür.)

$$A = 3B + 2$$

$$A + B = 250$$

$$3B + 2 + B = 250$$

$$4B + 2 = 250$$

$$4B = 248$$

$$B = 62$$

$$62 + 0 = 250$$

$$0 = 188$$

Öğrenci, bölme algoritmasını başarılı bir şekilde kullanmıştır.

$$\begin{array}{lcl}
 x+y=250 & \times \frac{y}{3} & 3y+2=x \\
 x=250-y & \frac{-}{2} & 3y+2=250-y \\
 & & 4y=248 \\
 & & y=124
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{lcl}
 124 \cdot 3 + 2 = x & & \\
 372 + 2 = & \underline{374} &
 \end{array}$$

Öğretmen: Nasıl yaptığını anlatır mısın?

Öğrenci: Bölme algoritmasını kullandım. Sonra verilen denklemde eşitledim.

Öğretmen: Ama ne yazık ki işlem hatası yapmışsın. 248'i 4'e bölünce 124 etmez

Öğrenci: Haklısınız, dalgınlık olsa gerek. Ama konuyu iyi anladım.

11.

$$\begin{array}{lcl}
 7m31N & \text{sayı} & 12 \text{ ile tam bölünüyor. } m+N \text{ o'cuk kost.} \\
 \downarrow & & \text{"} \\
 2 & & \\
 5 & & m+N=5+6=11
 \end{array}$$

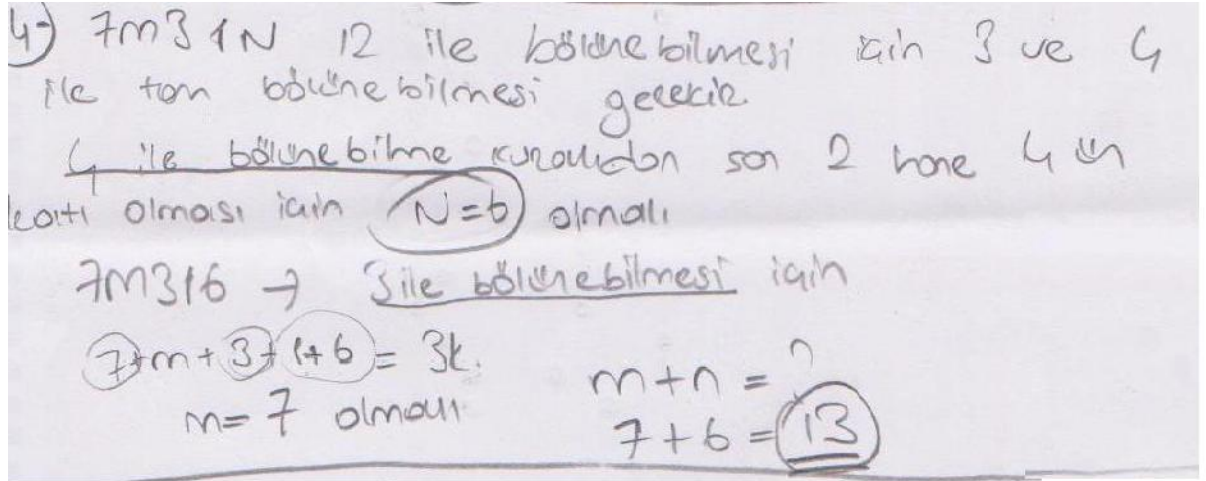
(Öğrenci yanlış değerler vererek yanlış sonuç bulmuştur.)

$$\begin{array}{lcl}
 12 \text{ sayısının asal çarpanları } 3 \text{ ve } 4 \text{ olduğundan } 3 \text{ ile } 4 \text{ ile} & & \\
 7m312 & \cancel{7m314} & 7m316 \Rightarrow 4 \text{ ile bölünebilme için } 2 \text{ bürsöz} \\
 13+m & 15+m & 17+m \\
 \begin{array}{c} 2 \\ 5 \\ 8 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 4 \\ 7 \end{array} \\
 & \textcircled{9} & \Rightarrow 3 \text{ ile bölünebilme sayıları top. } 3 \\
 m \text{ en büyük } = 9 & & \\
 N \text{ en büyük } = 6 & & 9+4=13 \rightarrow \text{Doğru}
 \end{array}$$

Öğretmen: Soru çözümünü biraz açıkla mısın lütfen?

Öğrenci: 4 ile bölünebilme kuralını uyguladıktan sonra 3 ile bölünebilme kuralını uyguladım. Bu sonucu buldum.

Öğretmen: Sonuç doğru, fakat izlediğin yol yanlış. Sanırım son iki basamağı 12 ve 16 ile beraber 14 olma ihtimalini de katmışsın. Oysa 14, 4 ile tam bölünmez



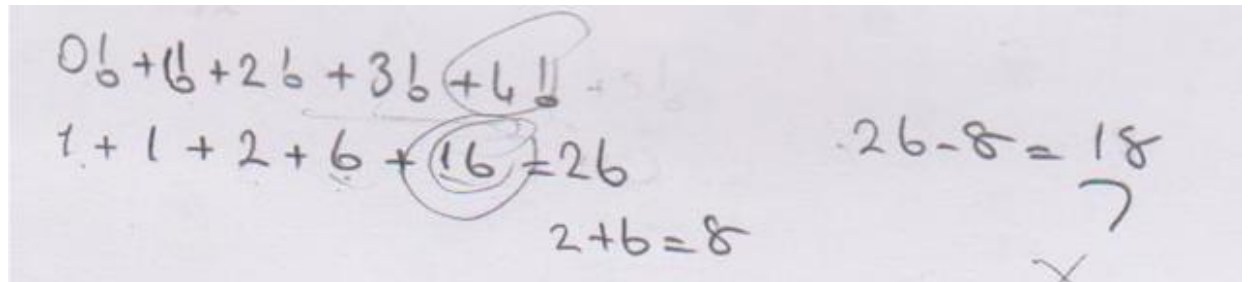
Öğretmen: İşlemde bir eksiklik yok mu sence?

Öğrenci: Sayı 7m312 de olabilir ama o küçük olduğu için almadım.

Öğretmen: Başka bir şeyi sorsaydı, o da lazım olabilirdi ama.

Öğrenci: Evet ama siz anlamışsınızdır diye o kısma girmedim.

12.



Öğretmen: Niçin 5!'den sonrasını işleme katmadın?

Öğrenci: Hocam 5!'den sonrası zaten tam bölünüyor.

Öğretmen: Evet doğru söylüyorsun, fakat sanırım 4!'i yanlış hesaplamışsın.

Öğrenci: ...

5! sonrası 0'dır.

$$0! + 1! + 2! + 3! + 4! +$$

$$1 + 1 + 2 + 6 + 24 = 34$$

$$3 + 4 = 7$$

$$34 - 7 = 27 \text{ eksiktir.}$$

(Öğrenci soruyu doğru ve mantığındaki gibi çözmüştür.)

0! + 1! + 2! + 3! + 4! + ... + 1985!

1! = 1, 2! = 2, 3! = 6, 4! = 24

1 + 1 + 2 + 6 + 24 = 34

kalan = 34

3! + 4! = 7

34 - 7 = 27 eksiktir

Bundan sonraki sayılar bölünürler kalan hep 0'da (kalan)

Öğretmen: Kural demişsin, bu kuralın gerekçesini açıklar mısın?

Öğrenci: Çünkü 5! = 120, bu sayı da 60'a tam bölünür. Daha sonrasındaki 720, 5040 vs de tam bölünüyor. 4!'den sonra 3 tanesi tam bölündüğüne göre hepsi tam bölünüyor diye tüme varım düşündüm.

(Öğrenci, kalıp olarak öğrendiği için her faktöriyelin ardışık olarak bir öncekini içinde çarpım olarak barındırdığını açıklayamamış, ama çözüm yöntemini doğru kullanmıştır)

5) 0! + 1! + 2! + 3! + ... + 1985!

1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! + ... + 1985!

1 + 2 + 6 + 24 + 120 + 720

33

60 ile tam bölünür.

60 - 33 = 27 eksiktir.

(Öğrenci, bir önceki öğrenciyle benzer mantıkta çözmüştür)

5.4 Meslek Lisesi Öğrencileri

Bu kısımda, meslek grubu öğrencilerin sorulara bakış açısını göreceğiz. Meslek öğrencileri sorularda çok takılmışlardır. Çoğu öğrenci soruları boş bırakmıştır. Yine de nadir çözümleri görelim:

13

Handwritten student work showing a system of equations and a division problem. The student has written:

$$\begin{cases} x \div 7 = 1 \\ y \div 7 = 2 \end{cases}$$

Below this, the student has written:

$$x = 8 \text{ olsun} \quad y = 9 \text{ olsun}$$

Then, the student has written:

$$2 \cdot 8 + 3 \cdot 9 = 16 + 27 = 43$$

Finally, the student has written:

$$43 \div 7 = 6 \text{ kalan } 1 \text{ olur.}$$

Öğretmen: Yazıların biraz karışık, kısaca özetleyebilir misin?

Öğrenci: Değer vererek buldum, iki şartı da sağlayan 8 ve 9 sayılarıyla soru çözdüm.

Handwritten student work showing a system of equations and a division problem. The student has written:

$$\begin{cases} x \div 7 = 1 \text{ ise} \\ y \div 7 = 2 \text{ ise} \end{cases}$$

Below this, the student has written:

$$x = 8 \text{ olsun} \quad y = 9 \text{ olsun}$$

Then, the student has written:

$$2 \cdot 8 + 3 \cdot 9 = 16 + 27 = 43$$

Finally, the student has written:

$$43 \div 7 = 6 \text{ kalan } 1 \text{ olur.}$$

Öğretmen: Sen de mi değer vererek buldun?

Öğrenci: Evet, böyle daha kolay çıktı. Zaten okuldaki hocamız da öyle söylemişti.

Öğretmen: Peki alternatif bir çözüm daha var mı sence bu soruyla ilgili?

Öğrenci: Bilemiyorum hocam. Aklıma gelmedi.

$$\begin{array}{r} x \mid 7 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} y \mid 7 \\ 6 \end{array} \quad 2x+3y \text{ nin } 7 \text{ i. b. k. koştur}$$

x in 7 ile bölünenden kalan 1 ise 2 kalanı dediyim
 zaten 2 olur kalan, y'nin 3 kalanı istediği için 6 olur

$$6+2=8 \mid 7$$

Öğretmen: Neden bu yolu kullandığını anlatabilir misin?

Öğrenci: Kalanları harflerin önündeki sayılarla çarpıp topladım; daha sonra da bölüp kalanı aldım. Değer vermeye gerek görmedim.

14

$$\begin{array}{r} 3x+8 \mid x-4 \\ \underline{3x-12} \quad 3 \\ 20 \end{array}$$

Öğretmen: Gerisi nerede?

Öğrenci : Hocam gerisi aklıma gelmedi. Sadece bunu hatırlıyorum.

$$\frac{3x+8}{x-4} \left\{ \text{ayırılım} \right. \quad \frac{3x}{x-4} + \frac{8}{x-4} \left\{ \text{tamsayı yayan değerler}$$

$$x=0, 2, 3, \cancel{4}, 5, 6, 8 \text{ olur}$$

Öğretmen: Ayırma işini doğru yaptığına emin misin?

Öğrenci: Rasyonel sayılarda böyle öğrenmiştik.

Öğretmen: Rasyonel sayıyla, bölünebilme konusundaki kesirli ifadeleri karıştırıyorsun.

8- $3a1c$ 'nin 27 ile bölümünden kalan 11 ise $4a2c$ 'nin 27 ile bölümünden kalan = ?

$$\begin{array}{r|l} 3a1c & 27 \\ \hline & a \\ \hline & 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 4a2c & 27 \\ \hline & 13 \end{array}$$

Öğretmen: "13" nereden geldi?

Öğrenci: Tahmin ederek buldum. a ve c ' haricindekilerin farklarını 27'ye bölmeye çalıştım.

Öğretmen: Sanırım yanlış tahminde bulunmuşsun. Bu soruları çözümlemekten faydalananak daha kolay bulabilirsiniz. Tahminle bulmak güçtür.

13

6) $x \equiv 1 \pmod{a}$ $y \equiv 2 \pmod{b}$

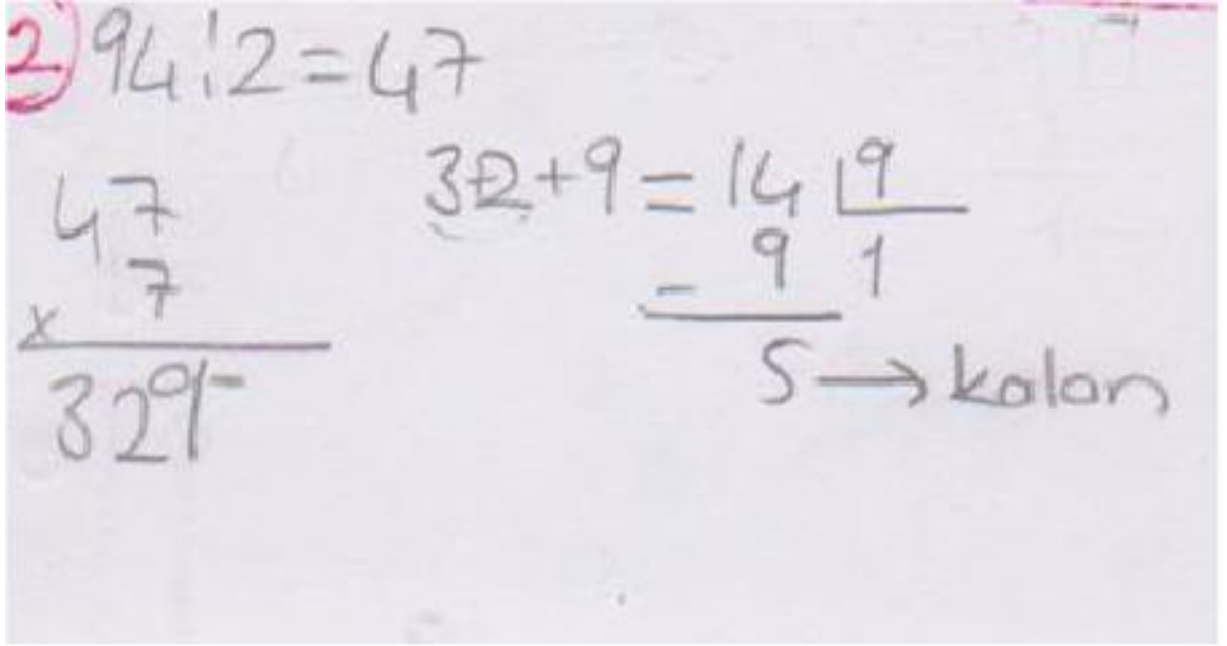
$$\begin{array}{r} x = 7a + 1 \\ y = 7b + 2 \end{array}$$

(Öğrenci bölme algoritmasını uyguladıktan sonra gerisini yapamamıştır)

5.5 Sözel Öğrencileri

Sözel öğrencilerinin birçoğu okullarında edebiyat, tarih, coğrafya, felsefe veya yabancı dil alanına ilgi duyduklarından değil, matematikleri zayıf olduğu için sayısal ya da eşit ağırlık alanına kabul edilmediklerinden sözeli tercih etmişlerdir. Dolayısıyla da matematikleri çok zayıftır ve soruları da genelde boş bırakmışlardır. Boş kalmayan sorular aşağıda incelenmiştir.

9



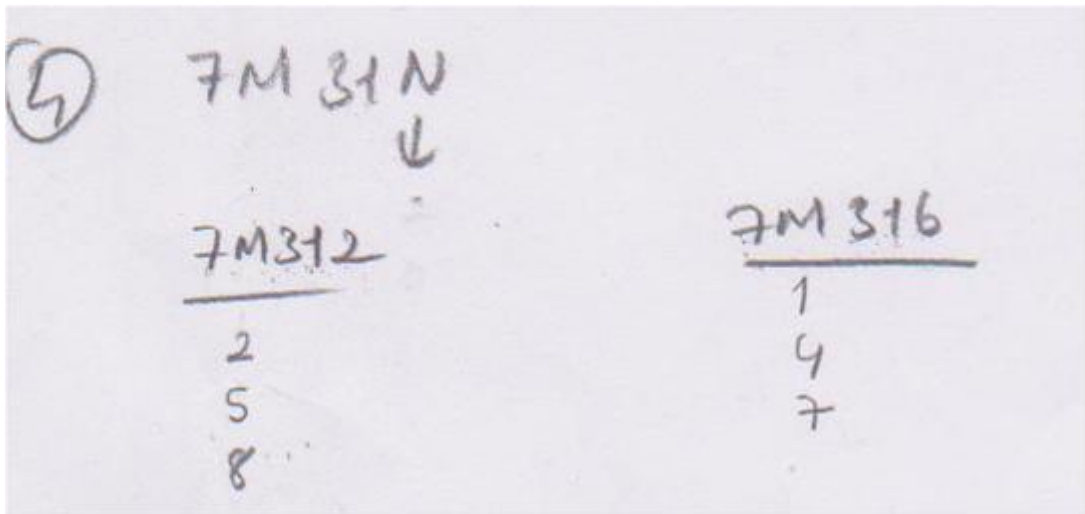
2) $94 : 2 = 47$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 2 \\ \hline 94 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ - 9 \\ \hline 23 \end{array}$$
 5 $\rightarrow$ kalan

Öğretmen: Niçin 94'ü 2'ye böldün?

Öğrenci: Çünkü soru ikişer ikişer gidiyor. Rakamlarını kısa yoldan toplamak için



4) 7M312

$$\begin{array}{r} 7M312 \\ 2 \\ 5 \\ 8 \end{array}$$

7M316

$$\begin{array}{r} 7M316 \\ 1 \\ 4 \\ 7 \end{array}$$

Öğretmen: Yöntem doğru, sonuna kadar gelmişsin.

Öğrenci: Gerisini bilmiyorum, buraya kadarını öğrenebildim.

Öğretmen: Geriye sadece $6+7=13$ yapmak kalıyor.

2) Soru 94 bşamlı olan

$$\begin{array}{r} 47 \cdot 3 = 141 \\ 47 \cdot 4 = 188 \\ 329 \cdot 3 \\ 27 \cdot 36 \\ 59 \\ - 58 \\ \hline 05 \end{array}$$

$3+4+3+4+3+ \dots + 3+4 = 329$

$05 \Rightarrow 5$ kalan

9 ile bölünmede
2 2 toplamı 3'un ko

$$\begin{array}{r} 47 \\ 2 \cdot 2 \\ 188 \\ 34343434 \dots 34 \cdot 9 \\ \hline 36 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 329 \cdot 3 \\ \hline 5 \end{array}$$

(Öğrenci burada tek tek işlemi uygulayarak doğru bir şekilde yapmıştır)

$$A+B=250$$
$$\begin{array}{r} A \mid B \\ + \quad + \\ \hline 2 \quad 3 \end{array}$$
$$A = 3B + 2$$
$$3B + 2 + B = 250$$
$$4B = 248$$
$$B = 62$$

(Öğrenci soruda mantığı anlamıştır, fakat büyük sayı sorulurken o küçük sayıyı bulmuş)

② $3+4+3+4 =$

$$\begin{array}{r} 34 \overline{) 2} \\ 48 \end{array}$$

9 ile bölüne kuralı
okanları top. 9'un katı olmalı

$$\begin{array}{r} 47 \text{ tone } 3 \\ 47 \text{ tone } 4 \\ 188 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 3 \\ \hline 141 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 4 \\ \hline 188 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 188 \\ + 141 \\ \hline 329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 329 \overline{) 5} \\ 27 \overline{) 56} \\ 5 \overline{) 59} \\ 5 \overline{) 59} \\ \hline 5 \end{array}$$

(Bu soru uygulanan sınav için öğrenciler tarafından genellikle firesiz anlaşılmıştır. Sözel öğrenciler dahi mantığında sıkıntı yaşamamışlar)

$$\begin{array}{r} x \overline{) 7} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y \overline{) 7} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y \overline{) 7} \\ 0 \end{array}$$

$$2 \neq 6$$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 7} \\ 1 \end{array}$$

Öğretmen : Neden x ve y yerine 1 ve 2 kullandın?

Öğrenci : Bölüme 0 verdim. $x=1, y=2$ çıktı.

Öğretmen : Bölüme başka değer verince de bu olur mu?

Öğrenci : Olur, çünkü fazlalıklar her katta aynıdır.

$$\begin{array}{r} x \mid 7 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} y \mid 7 \\ 6 \end{array} \quad 2x+3y \text{ in } 7 \text{ i.b.k. koştur}$$

x'in 7 ile bölünenden kalan 1 ise 2koti dediyim
 zaman 2 olur kalan, y'nin 3 kotini istediği için 6 olur

$$\begin{array}{r} 6+2=8 \mid 7 \\ 2 \mid 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

Öğretmen: x ve y değerleri keyfi mi verdin?

Öğrenci : Verilen kalanlar katsayılarla çarpılıp toplandı ve bölme işlemi uygulandı.

$$\textcircled{6} \quad \begin{array}{r} x \mid 7 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} y \mid 7 \\ 2 \end{array} \quad \left(\begin{array}{l} X=15 \text{ olursa} \\ Y=16 \text{ olursa} \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} X=15 \\ Y=16 \end{array}$$

$$15 \cdot 2 = 30$$

$$16 \cdot 3 + 4 = 8$$

$$\begin{array}{r} 78 \mid 7 \\ -77 \mid 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

Öğretmen: Bu değerlerden başka bir değer sağlar mıydı?

Öğrenci: Sağlardı, yeter ki kalanlar uysun. Ben küçük sayılar olduğu için bu değerleri verdim.

Öğretmen: Peki kalanları kullansaydın daha iyi olmaz mıydı?

Öğrenci: Aklıma geldi ama puan vermezsiniz diye o kadar kısa olmasın istedim ☺

5.6 Genel Değerlendirme

Çeşitli okul türlerinin farklı alanlarında olan öğrencilerle yapılan bu çalışmada sorulan sorular ve alınan cevaplar üzerinde bir takım sonuçlara ulaşmak mümkündür.

Öğrencilere ilk olarak hazırlandıkları ve ilerideki hayatlarını etkileyecek olan üniversite sınavı (YGS-LYS) sorularına benzer sorular soruldu. Bu sorulara verilen cevapları incelediğimizde sorulara yaklaşımın öğrenme biçimlerine ne denli etkili olduğunu görmüş olduk. Ayrıca okulların sorumlulukları ve gerek okul, gerekse dersane öğretmenlerinin öğrencilere konuları öğretme tekniklerinin de öğrenciler üzerinde oldukça etkili olduğunu görebiliriz.

Soruların genelinde özellikle meslek ve sözel öğrencilerinin konuyu anlamaktan çok, soru tiplerini ezberleme anlayışında olduğunu sezilmiştir. Soruların çözümünde zaman zaman yardım da edilmesine rağmen, kendi yönteminden şaşmayan ve bildiği yanlışlarda ısrar eden öğrenciler karşımızdaydı. Bunun yanında soru çözümündeki pratikliklerle bir takım öğrenciler de dikkati çeker konumdadırlar.

Soruları çözen öğrencilerden birçoğu da neredeyse bütün sorulara değer vererek ilerlediler. Soruların bir kısmı test sorularından derlendiği için bunda öğrencilerin geneli doğru yanıt buldular. Zaten sorular genellikle kitaplardaki en kolay sorulardan seçilmişti. Buna rağmen özellikle ispat soruları ve son iki soru öğrencilerin çoğu tarafından çözülememiştir. Bu da en azından yaşadığımız bölgenin matematik eğitiminde ciddi sorunlar var olduğunu göstermektedir. Bu sorunların en büyüğü, matematiğe gösterilen önemsizliktir. Bölgemizde çoğu okulda matematik öğretmeni olmadığı için, derse çeşitli alanlarda lisans veya önlisans mezunu ücretli öğretmenler girmekte, öğrenciler de genellikle işçi ve emekli çocukları olduğu için dershaneye gidememektedirler. Şahsi görüşüm, dersaneler olmadan eğitim sisteminin daha kötüye gideceğidir. Dersaneler, okullarda verilemeyen ya da daha doğrusu eksik ve yazılıdan yazılıya çalışma anlayışında verilen eğitim-öğretimi tamamlamaktadırlar.

Burada şu noktaya da vurgu yapmamız gerekir: Zihinlerini daha verimli kullanmaları açısından öğrenciler genelde YGS ve LYS' ye (üniversite seçme sınavlarına) yarayan bilgileri kolayca bellekte tutmaları onları karmaşık bir düşünce yapısından kurtarabilir. Fakat sınava adapte eğitim anlayışı, ülkemize çok fayda sağlayamamaktadır. Milli

Eğitim Bakanlığı ve ÖSYM'nin sık sık müfredatta ve eğitim ile sınav sistemlerinde değişiklik yapmaları da bu sorunu herkesin bildiğini ve çare aradığını göstermektedir.

Bu araştırmada uygulanan, görülen ve tespit edilen bulgular, Çizelge 3.3'de kısaca özetlenmiştir. Kavrama puanı, puan ortalamasının bulunup, değerlendirilmesiyle belirlenmiştir.

Çizelge 5.1 Okullara ve Alanlara Göre Genel Değerlendirme

ÇALIŞILAN OKUL TÜRÜ	ALANI	ÖĞRENCİLERİN PUAN ORTALAMASI	SORULAN SORU SAYISI	KİŞİ SAYISI	KAVRAMA PUANI
FEN LİSESİ	SAYISAL-EŞİTAĞIRLIK	94,25	15	4	94,25
ANADOLU LİSESİ	SAYISAL-EŞİTAĞIRLIK	90,5	15	10	90,5
GENEL LİSELER	SAYISAL-EŞİTAĞIRLIK	81,23	8	22	81,23
MESLEK LİSESİ	MESLEKİ ALANLAR	49,36	8	15	49,36
GENEL LİSELER	SÖZEL	39	8	19	39

TOPLAM:

70

BÖLÜM 4

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışma, matematikteki soyut düşünmenin başarıya etkisini, farklı türden okullarda değişik seviyelerdeki matematik öğrenimini gören öğrencilerin, problemleri çözümlerine yaklaşımlarındaki bilgi ve becerilerini incelemek ve anlamak amacıyla bölme - bölünebilme ve modüler aritmetik konusu ile alakalı deneyimleri ölçmek için hazırlanmıştır.

Çalışmada sözel ve meslek grubu öğrencilerin ispat sorularını yapamadıkları görüldü. Bunda matematiği sadece YGS - LYS odaklı öğrenme isteklerinin payı büyük; ama maalesef okullarımızın çoğunda matematik eğitimi bu gruplarda gerektiği öneme kavuşmıyor. Halbuki matematiksel düşünceyi bütün vatandaşlarımızın kazanması gereklidir. Genelleme, mantık yürütme, kısa yolları deneme gibi bir çok önemi olan matematik sayesinde yaşamımızda bir çok sorunu aşmış olacağız. Bunun için öğretmenlerin ve toplumun gerekli bilinci yeni nesillere vermesi için el birliğiyle çalışması gereklidir.

Öğrencilerin meslek seçimlerinde ve geleceklerini kurmada etkili olan Üniversite Sınavlarına endeksli bir çalışmaya mahkûm olduklarını belirtmemiz gerekir. Bu durumu göz ardı ederek yapacağımız çalışmalar eksik olacaktır. Çeşitli yönlerinden değerlendirilecek bu sınav, öğrenciye kattığı değerler veya körelttiği becerilerle yoruma açıktır.

Ortaöğretim kurumlarının müfredatlarında çeşitli ispatlama teknikleri mevcut olmasına rağmen, bunların çoğu okulda gösterilmiyor. Ayrıca öğretmenlerin mevcut sistemden

dolayı bu yöntemlerin üzerinde pek durmayışı, öğrenciyi daha çok örneklerle öğrenmelerine yönelmeleri kayda değer şeylerdir. Bu da hâliyle öğrencinin öğrenme ve kavrama kabiliyetlerini etkilemektedir. Fen Lisesi ve Anadolu Lisesi öğrencilerinin çalışmalarında araştırmamızın daha başarılı sonuç verdiğini gördük. Hatta öğretilen biçim haricinde yöntemleri kullanmalarını görmek de sevindirici bir olaydı. Fakat düz lise ve meslek liseleri öğrencilerinin de çoğunun vasatı aşamadığını görüyoruz.

Çalışmanın eğitim ve öğretim alanında faaliyet gösteren heyetlere bir nebze fikir vereceğine inanıyoruz. Çekirdek türünden örnek olan bu çalışmanın benzerleri, matematiğin diğer konuları ve kapsamlı testlerle yapıldığında belli sonuç ve değerlendirmelere ulaşmak mümkün ve daha kolay olacaktır.

Anadolu Liseleri de dahil öğrencilerde kavram karmaşasının sıkça yaşandığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin birbirine karıştırabileceği kavramlar ve kurallar üzerinde durulmalı, özellikle de modüler aritmetik konusunda negatif tamsayılarla işlem yapabilme becerilerini geliştirmeye yönelik etkinlikler yapılmalıdır. Öğrencilerin esas tanım ve kuralları unutmasına sebep olan kısa yol ya da pratik yol adı altında bir takım sonuçlar yazdırmak yerine; öğrencilerin istenen sonuçlara ulaşmaları sağlanmalı, keşfetme duygusu geliştirilmelidir.

Sorulara verdiği yanıtlardan ve açıklamalardan öğrencilerin motivasyonlarının düşük olduğuna şahit olunmuştur. Gündelik hayatta karşılığını bulan problemler ile karşılaşıldığında öğrenci başarısı artmaktadır. Modüler aritmetik konusu bu anlamda diğer matematik konularına göre daha şanslı sayılabilir. Ders kitapları hazırlama komisyonlarının ve öğretmenlerin konunun ilgi çekici yanlarına yer vermeleri öğrencilerin konuyu öğrenmeye olan isteklerini arttırabilir. Ancak, ders kitaplarında modüler aritmetik konusu işlenirken gündelik hayatta nerelerde kullanıldığından, yaygın olarak kriptografiden kısaca bahsedilmekte ardından konu bütün özellikleri ve farklı soru tipleriyle işlenmektedir. Günümüzde Milli Eğitim Bakanlığımız bu yönde çalışmalarını sıklaştırmış ve tüm kitaplara yorum gücü eklenmeye başlanmıştır.

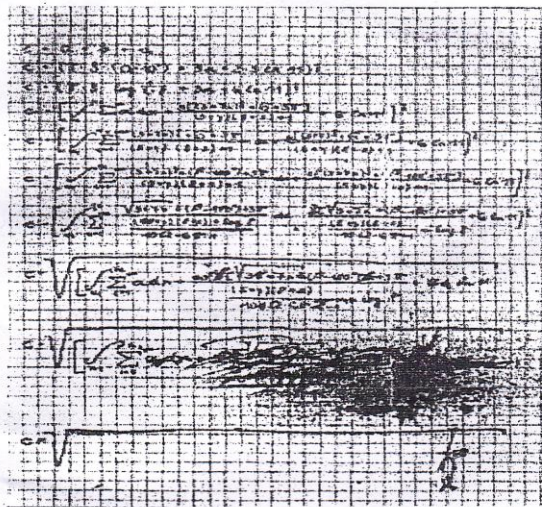
KAYNAKLAR

- [1] Baloğlu, M, (2001). “Matematik korkusunu yenmek” , Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 1: 59-76.
- [2] Webster, R. (1990) “The role of the nurse teacher” Senior Nurse, 10 (8) : 16-18
- [3] Shuell, T.J. (1990) “Phases of meaningful learning” Review of Education Research, 60 (4) : 5-31
- [4] Schunk, D.H. (1996) ”Self - efficacy for learning and performance, Paper Presented at the Annual 30: 5-31
- [5] Isarawatana, S. (1987) “A study of how adults experience the process of learning: Affective and quality aspects”, Unpublished Doctoral Dissertation, College of Education, University of Iowa
- [6] Stacey Burman, Senior Secondary Teaching and Learning Consultant at The Learning Trust London, United Kingdom Primary/Secondary Education, <http://uk.linkedin.com/pub/stacey-burman/24/2b6/b54>, 10 Şubat 2010.
- [7] TDK, (2000). Matematik Terimleri Sözlüğü, Yayın No: 739, Ankara
- [8] Boncuk, E. (2010). İşlem ve Modüler Aritmetik Konularının Lise Öğrencileri Tarafından Kavranma Analizi, Lisans Tezi, YTÜ Fen-Edebiyat Fakültesi, İstanbul.
- [9] TC Gaziantep Üniversitesi, Matematik Nedir? , <http://www1.gantep.edu.tr/~acikgoz/v.s/matematik.htm/>, 12 Şubat 2010.
- [10] Milli Eğitim Bakanlığı, 12 Yıllık Zorunlu Eğitime Yönelik Uygulamalar, <http://www.meb.gov.tr/haberler/2012/12YillikZorunluEgitimeYonelikGenelge.pdf>, 10 Temmuz 2012.
- [11] Zaman Gazetesi, En Çok Tercih Edilen Seçmeli Ders Matematik, http://www.zaman.com.tr/newsDetail_getNewsById.action?haberno=1349776, 25 Eylül 2012.
- [12] MEB, Okullarımız, http://ogm.meb.gov.tr/gos_okbilgi.asp, 1 Mart 2010.
- [13] MEB, Okullarımız, http://ogm.meb.gov.tr/gos_okbilgi.asp?ktu_r=39, 1 Mart 2010

- [14] Haber 7, MEB açıkladı: Düz Liseler Tarih Oluyor, <http://www.haber7.com/haber/20100628/MEB-acikladi-Duz-liseler-tarih-oluyor.php>, 28 Haziran 2010
- [15] MEB, Okullarımız, http://ogm.meb.gov.tr/gos_okbilgi.asp?ktur=40, 1 Mart 2010
- [16] Sabah Gazetesi, Fen Liseleri ve Sosyal Bilimler Liseleri Kontenjanları Arttı, http://www.sabah.com.tr/Gundem/2010/07/19/fen_ve_sosyal_lise_kontenjanlari_artti, 17 Temmuz 2010
- [17] MEB, Okullarımız, http://ogm.meb.gov.tr/gos_okbilgi.asp?ktur164, 1 Mart 2012
- [18] Nedir?, Meslek Lisesi, <http://www.nedir.net/meslek+lisesi.html>, 1 Mart 2012
- [19] Kültür Yayıncılık, (2009). YGS Matematik Konu Anlatımlı Kitabı, Yayın No: 19 250, İstanbul
- [20] Sınav Dergisi Yayınları (2009), YGS Matematik Konu Anlatımlı Kitabı, Yayın No: 18656, İstanbul
- [21] Milli Eğitim Bakanlığı, (2009). 9.Sınıf Matematik Kitabı, Ankara

MATEMATİK DERSLERİYLE VE MATEMATİKLE İLGİLİ KARİKATÜRLER

Öğrencilerimize “Bölünebilme ve Modüler Aritmetik” konuları anlatılmadan ve bu uygulamaya geçilmeden önce, matematik ve matematik derslerinde öğretilen konularla ilgili karikatür paylaşılmıştır. Bu sayede, derse en soğuk olanların da konulara ilgisi çekilerek daha yararlı bir çalışma yapılması planlanmıştır. Çalışılan öğrenciler her ne kadar ilköğretim değil lise öğrencileri de olsa, matematiğin esprili yönleriyle konuya çekilmişlerdir. Bu karikatür ve resimler aşağıda verilmiştir.



Happy Face Math

$$\text{☺}^{-1} = \text{☹}$$

$$\text{☺}^2 = \text{☺}$$

$$\text{☺}^3 = \text{☺}$$

$$\sup(\text{☺}) = \text{☺}$$

$$\partial(\text{☺}) = \text{☹}$$

$$\sin(\text{☺}) = \text{☺}$$

$$\text{Re}(\text{☺}) = \text{☺} \text{ No i's}$$

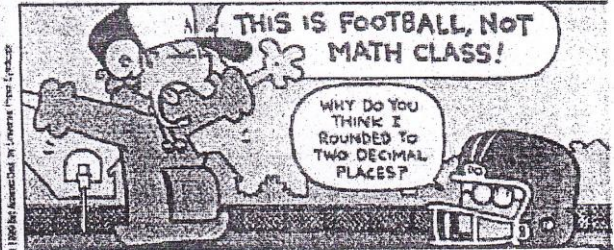
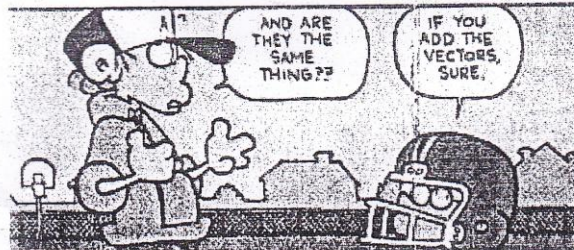
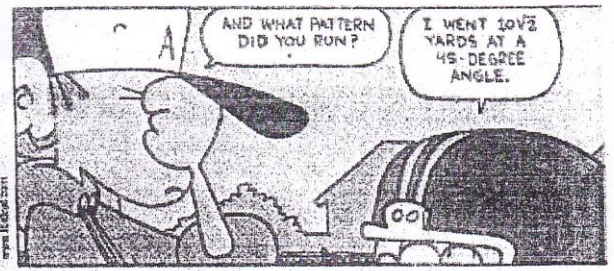
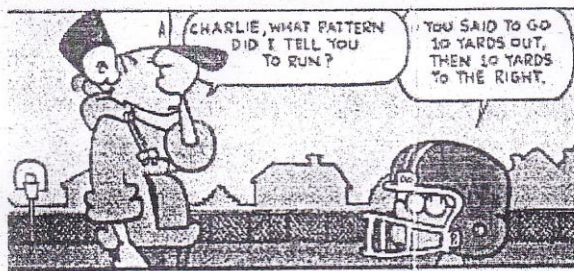
$$\text{Im}(\text{☺}) = \dots$$

$$\nabla \times (\text{☺}) = \text{☺}$$

$$\nabla(\text{☺}) = \text{☺}$$

$$\log(\text{☺}) = \text{☺}$$

Happy Face Math by Charlie Smith



RANK & ERNEST BOB THAVES



A proton approaches a long line of positive charge so that with it's initial trajectory it would intersect the line. The line has a uniform charge density of 5 nC/m. If the proton starts off with velocity 300 km/s a distance 1 km from the line charge, what is the distance of closest approach?

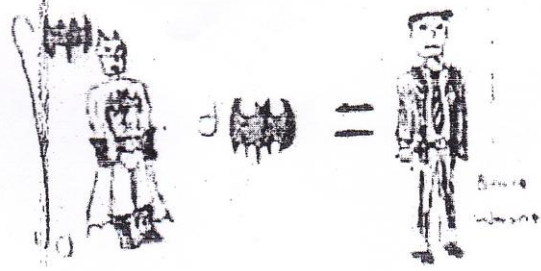
Mass of proton = 1.67×10^{-27} kg

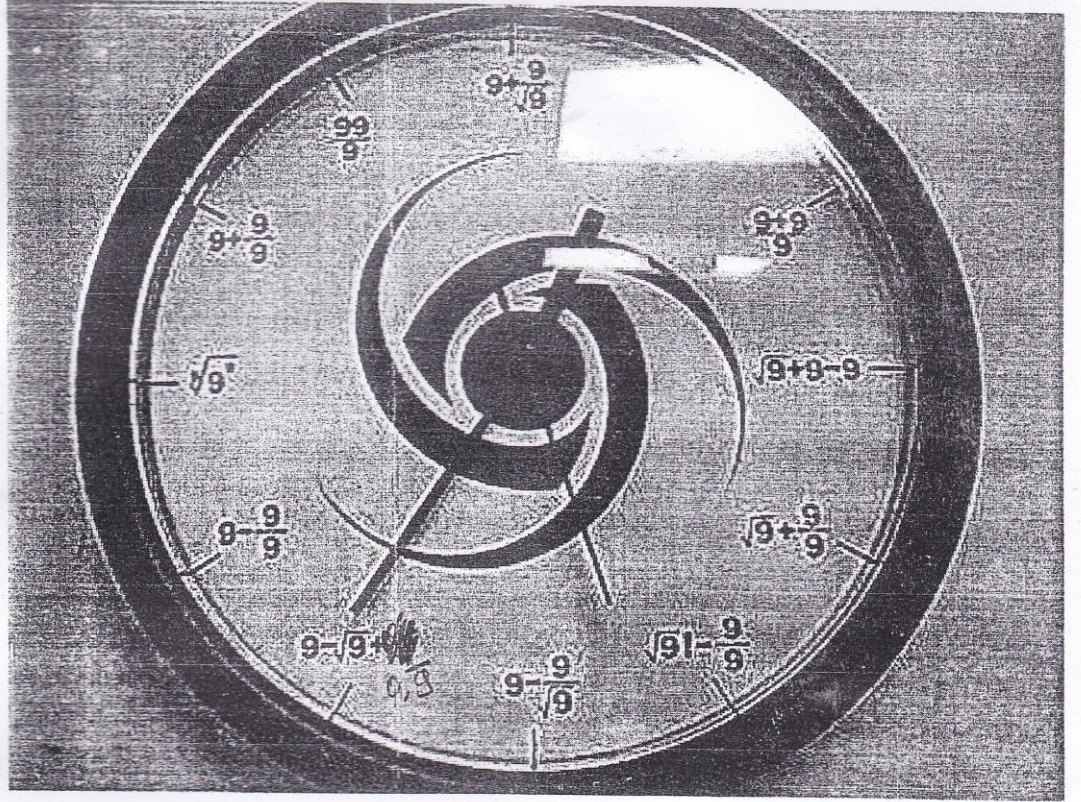
$k = 8.99 \times 10^9$ Nmm/CC

Hint: find the field and potential that affect the proton

Problem

Use calculus to find the identity of Batman.

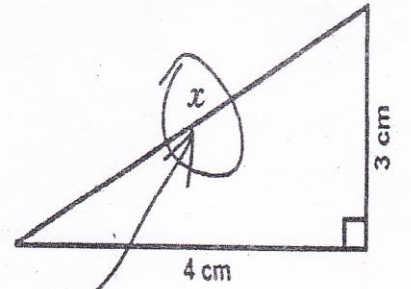




Soru 3 : X i bulunuz.

1. Ayhan ile annesinin yaşları toplamı 52 dir. 4 yıl sonra Ayhan'ın yaşı annesinin yaşının $\frac{1}{3}$ 'ü olacaktır. Ayhan'ın babası şimdi kaç yaşındadır?

A) 41 B) 45 C) 46
D) 48 E) 51



Ahada Burada

www.kamikaze.net

Z	=	29
E	=	6
K	=	14
A	=	1
%		50 BAŞARI

C	=	4
A	=	1
L	=	15
I	=	11
S	=	23
M	=	16
A	=	1
K	=	14
%		85 BAŞARI

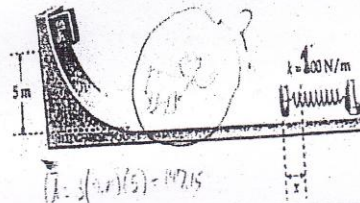
Ö	5
E	6
N	17
E	6
Y	28
I	12
M	18
TOPLAM	90 BAŞARI

Y	=	28
A	=	1
L	=	15
A	=	1
K	=	14
A	=	1
L	=	15
I	=	11
K	=	14
%		100 BAŞARI

ORPİL	18
	21
	20
	12
	15
%	110 BAŞARI

1. The first of these is the fact that the majority of the population of the United States is now living in urban areas. This is a result of the process of urbanization, which has been going on since the beginning of the 20th century. The population of the United States has increased from about 100 million in 1900 to over 200 million in 1960. At the same time, the population of rural areas has decreased from about 100 million in 1900 to about 50 million in 1960. This has led to a concentration of the population in urban areas, which has had a number of important consequences. One of the most important is that it has led to a change in the way of life of the majority of the population. In rural areas, the population has traditionally been engaged in agriculture, and the way of life has been based on the needs of the farm. In urban areas, the population has traditionally been engaged in industry and commerce, and the way of life has been based on the needs of the city. This has led to a number of differences between the two ways of life, including differences in the types of housing, the types of food, and the types of entertainment. These differences have led to a number of problems, including the problem of housing, the problem of food, and the problem of entertainment. The problem of housing is particularly acute in urban areas, where the population is concentrated in a small area. The problem of food is also acute in urban areas, where the population is concentrated in a small area. The problem of entertainment is also acute in urban areas, where the population is concentrated in a small area. These problems have led to a number of efforts to improve the way of life in urban areas, including efforts to improve housing, to improve food, and to improve entertainment. These efforts have led to a number of improvements, but there is still a long way to go. The second of the two main reasons for the concentration of the population in urban areas is the fact that the majority of the population of the United States is now living in the South and West. This is a result of the process of migration, which has been going on since the beginning of the 20th century. The population of the United States has increased from about 100 million in 1900 to over 200 million in 1960. At the same time, the population of the North and East has decreased from about 100 million in 1900 to about 50 million in 1960. This has led to a concentration of the population in the South and West, which has had a number of important consequences. One of the most important is that it has led to a change in the way of life of the majority of the population. In the North and East, the population has traditionally been engaged in industry and commerce, and the way of life has been based on the needs of the city. In the South and West, the population has traditionally been engaged in agriculture, and the way of life has been based on the needs of the farm. This has led to a number of differences between the two ways of life, including differences in the types of housing, the types of food, and the types of entertainment. These differences have led to a number of problems, including the problem of housing, the problem of food, and the problem of entertainment. The problem of housing is particularly acute in the South and West, where the population is concentrated in a small area. The problem of food is also acute in the South and West, where the population is concentrated in a small area. The problem of entertainment is also acute in the South and West, where the population is concentrated in a small area. These problems have led to a number of efforts to improve the way of life in the South and West, including efforts to improve housing, to improve food, and to improve entertainment. These efforts have led to a number of improvements, but there is still a long way to go.

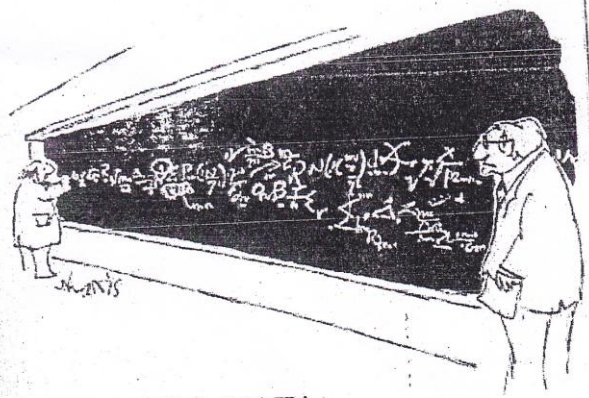
10 (a) Find x .
5 (b) Does the object continue to move after it comes to rest? If yes, how high will it go up the slope before it comes to rest?



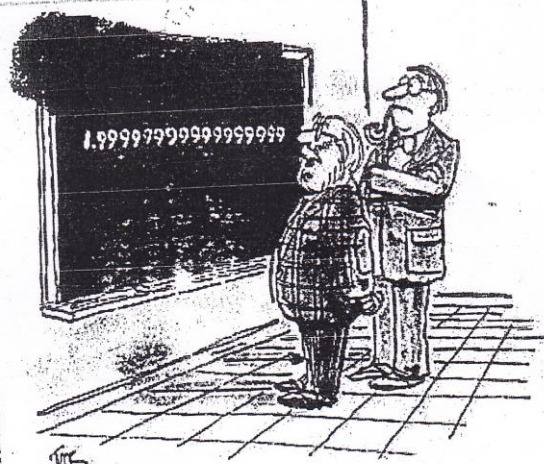
110. There is an error in the way.



- Niye mi cebir öğrenmek zorundasınız?
Çünkü bu lanet şeyi ben öğrenmiştim.
Siz de öğreneceksiniz!..



İŞTE BURDA HATA YAPMIŞSIN



dostum şuna 2 de de yemeğe gidelim

PETER

1.21

~~1.21~~ - 2

b) Expand

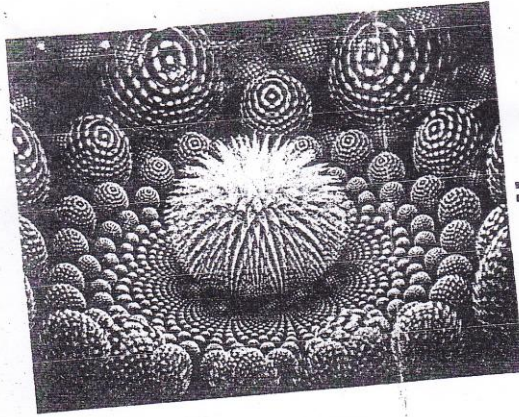
$$(a+b)^n$$

$$= (a + b)^n$$

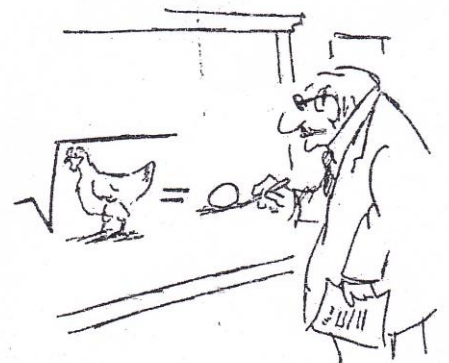
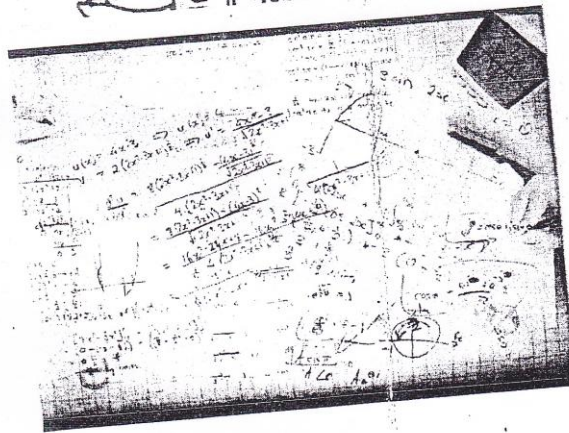
$$= (a + b)^n$$

$$= (a + b)^n$$

etc...



$$\begin{aligned} \sqrt{Z.I.K.K.I.M} &= \\ &= \sqrt{Z.I^2.K^2.M} \\ &= IK\sqrt{ZM} \end{aligned}$$



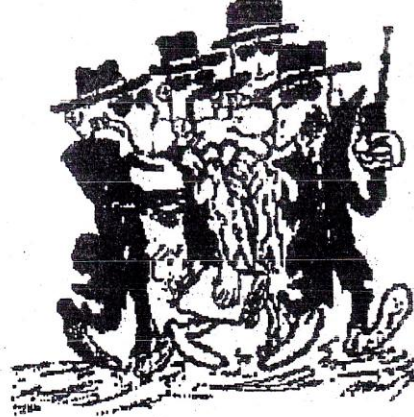
www.ozgurhaber.com.tr E-Posta: ozgurhaber@ozgurhaber.com.tr



Sempatik Matematik Öğretmeni

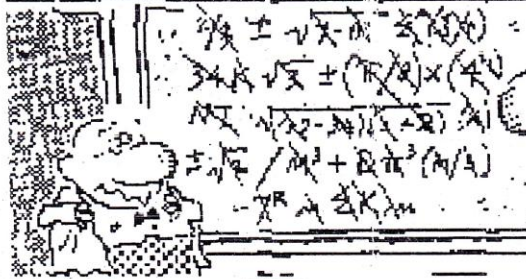
RED BASSETT

Ne mi oluyor?



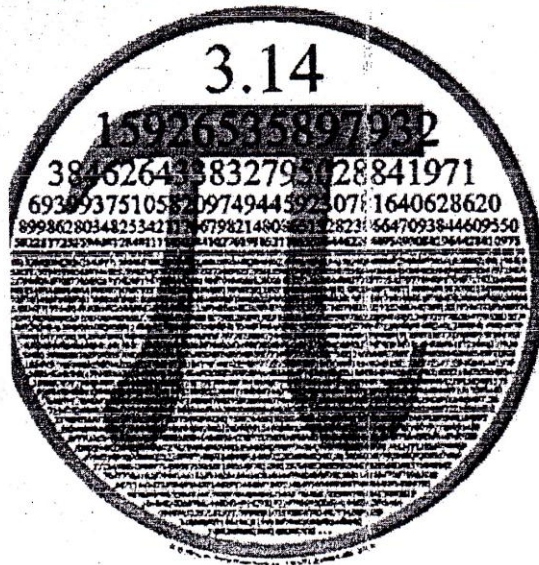
dört yanlış
bir doğruyu götürüyor.

Alex Graham



Hayatın anlamını bulduğumu zannetmiştim. Fakat birden hepsi sadeleşti!..

17-18
www.ozgurhaber.com.tr
E-Posta: ozgurhaber@ozgurhaber.com.tr



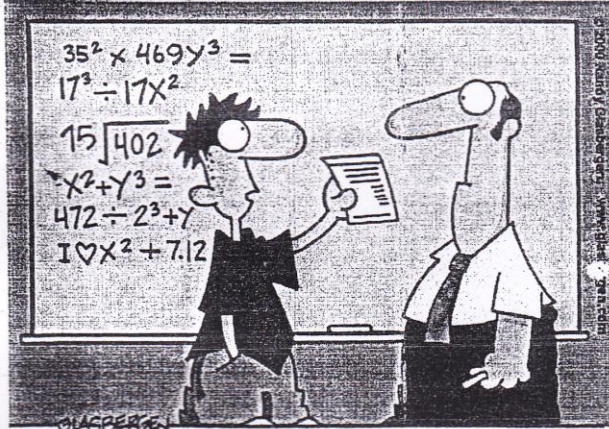
- Download via Level(3) #3
 - Download via Level(3) #4
 - Download via Cogent #2
 - Download via Level(3) #2
- No premium user.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{(\pi x - \pi)^2} = ?$$



Download via Level(3) #3

YOU MAY BE RIGHT, PYTHAGORAS,
BUT EVERYBODY'S GOING TO LAUGH
IF YOU CALL IT A "HYPOTENUSE."

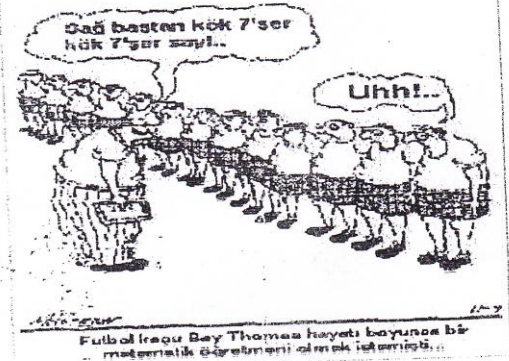
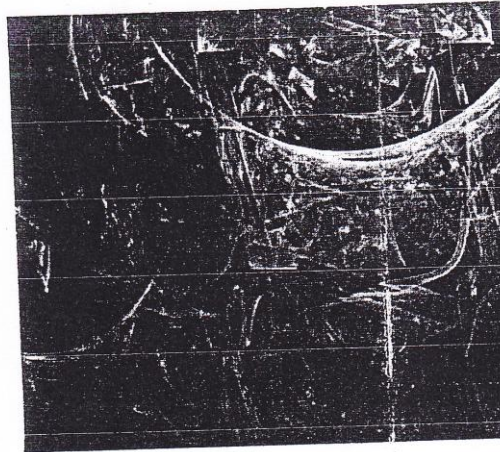
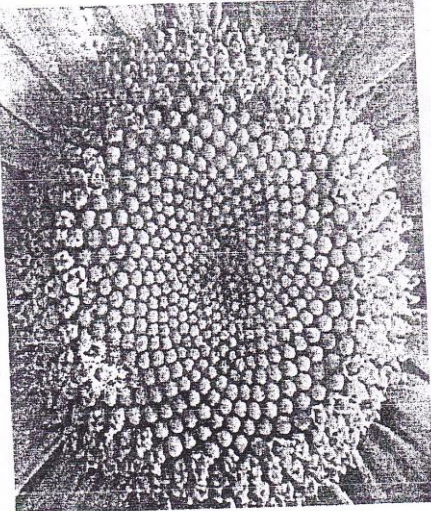


"I HAD MY DOCTOR DO A D.N.A. BLOOD ANALYSIS.
AS I SUSPECTED, I'M MISSING THE MATH GENE."

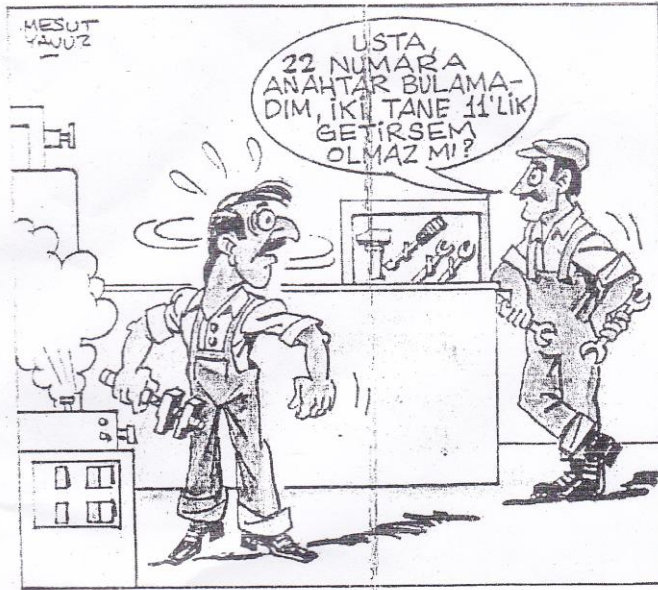




copyright © 1995 United Feature Syndicate, Inc.
redistribution in whole or in part prohibited



Futbol İreği Bay Thomas hayati bayuna bir
matematik öğrenimi almak istiyor...



$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

$$e^{iu} = \cos(u) + i \sin(u)$$

$$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} \dots + \frac{1}{n} - \log(n) \right)$$

$$V - C + F = 2$$

$$S - I = \sum_{k=1}^r \frac{B_{2k}}{(2k)!} (f^{(2k-1)}(n) - f^{(2k-1)}(0)) + R$$

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Emre ERTUĞRUL
Doğum Tarihi ve Yeri : 1985, İstanbul
Yabancı Dili : İngilizce
E-posta : emrertugrul@hotmail.com

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Y. Lisans	Matematik	Yıldız Teknik Üniversitesi	
Lisans	Matematik	Yıldız Teknik Üniversitesi	2008
Lise	Fen	Gebze Anibal Anadolu Lisesi	2004

İŞ TECRÜBESİ

Yıl	Firma/Kurum	Görevi
2012	Uğur Dershaneleri	Matematik Öğretmeni
2011	Yalova İhtiyaç Akademi	Matematik Öğretmeni

2010	Sınav Dergisi Dershaneleri	Matematik Öğretmeni
2008	Kültür Eğitim Kurumları	Matematik Öğretmeni
2005	Bahçelievler İhlas Koleji	Matematik Öğretmeni