

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÇATLAK İÇEREN KOMPOZİT ŞERİT LEVHADA
LEVHANIN DOĞAL FREKANSLARINA ÇATLAĞIN
ETKİSİ**

Matematik Mühendisi Aysun EREN

**FBE Matematik Mühendisliği Anabilim Dalında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Nazmiye YAHNİOĞLU (Y.T.Ü.)

İSTANBUL, 2007

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iii
KISALTMA LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	v
ÇİZELGE LİSTESİ	vi
ÖNSÖZ	vii
ÖZET	viii
ABSTRACT	ix
1. GİRİŞ	1
1.1 Tez Konusuna Ait Genel Bilgiler	1
1.2 Tez Konusuna Ait Araştırmaların Kısa Özeti	1
1.3 Konunun Gerekliliği ve Güncelliği	2
1.4 Yapılan Araştırmaların Amaçları	3
2. KOMPOZİT ŞERİT LEVHANIN ZORLANMIŞ TİTREŞİMLERİNE AİT SINIR DEĞER PROBLEMLERİNİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ	4
2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu	4
2.2 Ele Alınan Problemin Varyasyonel Formülasyonu	7
2.3 Sonlu Eleman Modellemesi	10
2.4 Sayısal Sonuçlar	13
3. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME	19
KAYNAKLAR	20
EKLER	21
Ek 1 Programın MATLAB® kodu	22
ÖZGEÇMİŞ	33

SİMGE LİSTESİ

$2a$	Çatlak uzunluğu
D	Malzeme sabitlerini içeren matris
e	E_2/E_1 elastisite modülleri oranı
E_1	Matris malzemesinin Young (Elastisite) modülü
E_2	Güçlendirici malzemenin Young (Elastisite) modülü
h	Levhanın Ox_2 doğrultusundaki kalınlığı
h_u	Levhanın Ox_2 doğrultusunda çatlağın üstündeki kalınlığı
h_A	Levhanın Ox_2 doğrultusunda çatlağın altındaki kalınlığı
$\mathbf{K}$	Stiffness (Rijidlik) Matrisi
ℓ	Levhanın Ox_1 doğrultusundaki uzunluğu
ℓ_E	Levhanın Ox_1 doğrultusunda kenarlarından çatlağa kadar olan uzunluğu
$\mathbf{M}$	Kütle matrisi
M	Sonlu eleman ayrıklaştırmasında Ox_2 doğrultusunda alınan sonlu eleman adedi
$\mathbf{N}$	Şekil fonksiyonları matrisi
N	Sonlu eleman ayrıklaştırmasında Ox_1 doğrultusunda alınan sonlu eleman adedi
Ox_1x_2	Kartezyen koordinat sistemi
$O'\xi\eta$	Normalize edilmiş dik koordinat sistemi
p	Düzgün yayılı yük şiddeti
r	Nodlara etki eden kuvvetleri içeren vektör
S_p	Şerit – plağın kuvvet etkiyen üst yüzeyi
$\mathbf{u}$	Yer değiştirme vektörü
2α	Örnek sonlu elemanın Ox_2 doğrultusundaki uzunluğu
2β	Örnek sonlu elemanın Ox_1 doğrultusundaki uzunluğu
ε_{ij}	Şekil değiştirme tansörü bileşenleri
η_1	Matris malzemesinin kompozit içerisindeki hacim oranı
η_2	Güçlendirici malzemenin kompozit içerisindeki hacim oranı
λ_1, μ_1	Matris malzemesinin Lamé sabitleri
λ_2, μ_2	Güçlendirici malzemenin Lamé sabitleri
ν_1	Matris malzemesinin Poisson oranı
ν_2	Güçlendirici malzemenin Poisson oranı
Ω	Çözüm bölgesi
$\bar{\omega}_i^2$	Boyutsuz doğal frekanslar
Π	Toplam potansiyel enerji fonksiyoneli
ρ	Malzeme yoğunluğu
σ_{ij}	Gerilme tansörü bileşenleri

KISALTMA LİSTESİ

BVP	Boundary Value Problem
SDP	Sınır Değer Problemi
SE	Sonlu Elemanlar
SEY	Sonlu Elemanlar Yöntemi

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1 Çözüm bölgesinin geometrisi ve yükleme durumu	4
Şekil 2.2 Örnek elemanın geometrisi ve nodların konumu.	11

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1	Yapıda çatlak olmadığı durumda ($2a = 0$) sonlu eleman sayısının değişiminin $\bar{\omega}_1^2$ doğal frekansına etkisi ($h/\ell = 0.1$ ve $e = E_2/E_1 = 1$).	14
Çizelge 2.2	Yapıda çatlak olmadığı durumda şerit – levhanın doğal frekanslarına $e = E_2/E_1$ oranının etkisi ($h/\ell = 0.1$).	15
Çizelge 2.3	Şerit levhanın merkezi tek çatlak içermesi durumunda, $2a$ parametre değişiminin doğal frekanslara etkisi ($h/\ell = 0.1$, $e = E_2/E_1 = 1$, $h_u/\ell = 0.05$).	15
Çizelge 2.4	$e = E_2/E_1$ ve $2a$ değerleri değişiminin $\bar{\omega}_1^2$ 'ye etkisi ($h/\ell = 0.1$, $h_u/\ell = 0.05$).	16
Çizelge 2.5	Merkezi tek çatlak içeren şerit – levhada $e = E_2/E_1$ oranı ve $2a$ parametre değişiminin doğal frekanslara etkisi ($h/\ell = 0.1$ ve $h_u/\ell = 0.05$).	17
Çizelge 2.6	Merkezi tek çatlak içeren şerit – levhada h_u/ℓ parametresi değişiminin doğal frekanslara etkisi.	17
Çizelge 2.7	Tek çatlak içeren şerit – levhada h/ℓ parametresi değişiminin doğal frekanslara etkisi.	18

ÖNSÖZ

Değerli bilgileriyle tezime katkıda bulunan kıymetli hocamız Sayın Prof. Dr. Nazmiye YAHNİOĞLU'na teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, tez çalışmam nedeniyle, beni destekleyen ve yükümü hafifleten başta ağabeylerim olmak üzere sevgili aileme ve çalışma arkadaşlarıma da teşekkür ederim.

ÖZET

Yapılarda meydana gelen kusur ya da hasarların, malzemenin rijidliğine, dolayısıyla dinamik davranışına etkisi olduğu bilinmektedir. Bu konuda yapılan çalışmalar, malzemenin dinamik davranışlarındaki bu değişikliklerle, hasarın konumunun ve büyüklüğünün tespit edilmesinin mümkün olduğunu göstermektedir.

Tez çerçevesinde, yapısında makro çatlak içeren kompozit şerit-levhanın doğal frekanslarına, çeşitli geometrik ve malzeme parametrelerinin etkisi incelenmiştir. Ele alınan sınır değer problemleri, iki farklı sınır koşulları çerçevesinde incelenmiştir. Problemlerin matematiksel modellemesi düzlem şekil değiştirme durumunda, Elastisite Teorisinin kesin denklemleri çerçevesinde yapılmıştır. Ele alınan SDPlerinin çözümü, analitik mümkün olmadığından, Sonlu Elemanlar Yöntemi yardımıyla sayısal olarak yapılmıştır. Bu amaçla, MATLAB® kullanılarak bir bilgisayar programı yazılmıştır. Sayısal sonuçlar, mesnet koşulları, sonlu eleman adedi, kompozit malzemenin malzeme sabitleri, çatlağın uzunluğu ve konumu değiştirilerek elde edilmiştir. Çatlaksız levha ile çatlak içeren levha için elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Şerit levha, çatlak, kompozit, sonlu elemanlar, doğal frekans, matlab.

ABSTRACT

Damages or imperfections have a well-known effect on rigidity and dynamic responses of a structure. Relevant researches state that these changes in dynamic responses can be used in practice to determine the size and the location of the damage.

Effects of different geometrical and material parameters on natural frequencies of a composite plate strip with macro crack were studied in this thesis. Boundary value problems concerned were examined under two different boundary conditions. For the state of plane strain, mathematical modeling of the problems was implemented in the scope of the exact equations of the Theory of Elasticity. Due to the fact that discussed BVPs are incomputable with analytical approach, Finite Element Method was used for numerical solutions. So as to retrieve the solutions, a computer program was coded in MATLAB[®]. Numerical solutions were obtained for different boundary conditions, number of finite elements, composite material constants, size and location of the cracks. Acquired results for undamaged and cracked were compared.

Keywords: Plate strip, crack, composite, finite elements, natural frequencies, matlab.

1. GİRİŞ

1.1 Tez Konusuna Ait Genel Bilgiler

Yapılarda çatlak, paslanma, aşınma ya da darbe sebebiyle kusur ya da hasarlar oluşabilir. Bunlar, malzemenin ilk durumuna kıyasla, rijidliğinde değişime neden olur ki, bu değişim aynı zamanda malzemenin dinamik davranışını da etkiler. Malzemenin dinamik karakteristiklerinde meydana gelen bu değişikliklerle, hasarın ya da kusurun büyüklüğünün ve konumunun tespit edilmesi mümkündür (Pirner ve Urushadze, 2004).

Mod verilerinin analiz edilmesi alanında aktif olarak deneysel ve teorik çalışmalar yapılmaktadır. Kullanılan yaklaşımlar, çoğunlukla, doğal frekanslar ve modlardaki değişimleri temel alır. Bu çalışmalarda, hasardan önceki duruma ait modlar tespit edilir ve adım adım testlerle bu modlardan ne kadar sapma olduğu gözlenir. Bu sapmalar, kusurun büyüklüğü ve konumunun tahmin edilmesinde kullanılır (Sinha vd., 2002). Bu yaklaşım kullanılarak hasarın, güvenilir ölçüde, küçük bir hata değeriyle, konumunun ve aynı zamanda büyüklüğünün tespit edildiği gözlenmiştir (Kim ve Stubbs, 2003).

1.2 Tez Konusuna Ait Araştırmaların Kısa Özeti

Kompozit malzemelere ait çeşitli problemler çok sayıda araştırmaya konu olmuştur. Levha, kiriş gibi yapı elemanlarının titreşim problemleri farklı koşullar altında incelenmiştir. Malzeme özelliklerindeki değişiminin doğal frekanslar üzerindeki etkileri ortaya çıkarılmıştır.

Bu çalışmalar arasında yapı elemanındaki hasarların doğal frekanslara etkisinin ortaya konulması da yer almaktadır ve bu etkiden yola çıkılarak hasarın büyüklük ve konumunun tespit edilebileceği gösterilmiştir.

Akbarov ve Guz (2000), kompozit malzemeler için serbest ve zorlanmış titreşim problemlerini modelleyerek, farklı mesnet sınır koşulları altında çözümünü yapmışlardır. Ağırlıklı olarak malzemedeki eğriliklerin etkisi incelense de eğrilik bulunmadığı durumlara ait doğal frekans değerleri de hesaplanmış ve kompozit malzemeyi oluşturan malzemelerin elastisite oranlarındaki değişimin doğal frekanslara doğru orantılı olarak etkideği gösterilmiştir.

Genç (2003), eğrisel yapıya sahip kompozit malzemelerin titreşim ve stabilite problemlerini ele almıştır. Çalışmasında malzemenin üç boyutlu SE modellemesini yapmış ve çeşitli eğrilik ve yükleme durumları için doğal ve zorlanmış titreşim analizlerini vermiştir. Yapısında çatlak

içeren durum ele alınmamıştır.

Akbarov vd. (2004), Akbarov ve Turan (2006), çalışmalarında yapısında çatlak bulunan ön gerilmeli kompozit şerit levhada ilave yüklemekten dolayı çatlak uçlarında oluşan gerilme yığılması faktörünü incelemişlerdir.

Rzayev ve Akbarov (2002), yapısında tek ya da çift makro çatlak içeren kompozit şerit levhanın doğal titreşimlerini incelemişlerdir. Modellenen problemler, yükleme olmadan ve ankastre mesnet sınır koşulu altında sayısal olarak çözülmüştür; basit mesnet sınır koşulu ele alınmamıştır. Bu çalışmanın bulguları arasında şunlar yer almaktadır:

Çatlağın uzunluğu ve adedi arttıkça doğal frekanslar azalmaktadır. Tek ya da çift çatlak içermesi durumlarının her ikisinde de çatlak uzunluğu sıfıra yaklaştıkça, doğal frekanslar birbirine ve çatlak içermeyen duruma yakınsamaktadır. $\|\mathbf{K} - \rho\omega^2\mathbf{M}\| = 0$ denklemlerinin çözümünde, doğal frekanslara levhanın boyutsuz kalınlığının etkisi bulunmazken, çatlağın üstünde kalan parçanın ya da kalınlığın çatlaklarla ayrılan kısımları arasında boyutsuz en küçük uzunluklu parçasının etkisinin bulunduğunu göstermiştir.

Sinha vd. (2002), Kim ve Stubbs (2003) titreşim verilerinden yola çıkarak yapıda, konumu ve büyüklüğüyle birlikte çatlağın tespit edilebilmesini ele almışlardır. Çalışmalarında, yapı elemanı olarak Euler–Bernoulli kirişi kullanılmıştır. Malzemede hasar olmadan önce yapılan testler ile farklı konum ve büyüklüklerde çatlaklar oluşturulduktan sonra yapılan testlerin sonucunda elde edilen doğal frekanslar kaydedilmiştir. Verilerdeki sapmalar esas alınarak ilişki verilmiştir.

Bu çalışmalar, doğal frekansların incelenmesi ve malzemede meydana gelen hasarın doğal frekanslara etkidiğini göstermeleri açısından, bu tez kapsamında referans olarak alınmıştır.

1.3 Konunun Gerekliliği ve Güncelliği

Tez çalışmasında, bir kompozit şerit levhanın çatlak içermesi durumunda titreşim problemi ve SEY ile modellemesi konu edilir. Problem, levhanın üst yüzeyinde etki eden yayılı yük, farklı mesnet koşulları ve farklı sonlu eleman adetleri ele alınarak; çatlağın boyutu ve konumu değiştirilerek incelenmiştir.

Çatlak içeren kompozit şerit levhanın SE modelinin kurulması, sayısal olarak çözülmesi ve belirtildiği gibi farklı durumlarda hesaplanacak verilerin sağlanması açılarından önemlidir.

Yapı elemanlarında oluşan kusur ve/veya hasarların, malzemenin ilk halinde verdiği tepkilere kıyasla sapmaya neden olduğu bilinmektedir. Bu, yaklaşık son yirmi yıldır, üzerinde sıkça durulan bir konudur. Ayrıca, bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle de, yapılan deneysel çalışmalara göre maliyetinin daha az olduğu bilinen bilgisayar programlarının hazırlanması yönünden son derece güncel bir araştırma ve çalışma konusudur.

1.4 Yapılan Araştırmaların Amaçları

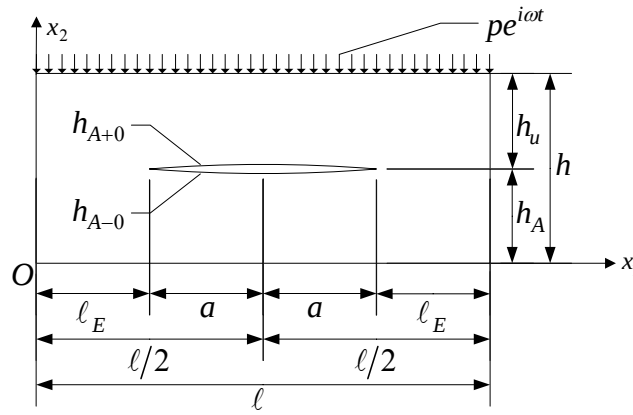
Tez kapsamında yapılan araştırmaların amaçları, aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

- 1) Çatlak içeren kompozit şerit levhanın doğal ve zorlanmış titreşimlerine ait Sınır Değer Problemlerinin formülasyonunun yapılması,
- 2) İki boyutlu sonlu elemanlar kullanılarak problemlerin SEY ile modellenmesi,
- 3) Sayısal sonuçlar elde edebilmek için, çözüm yapacak algoritmanın geliştirilmesi ve aşağıda da belirtilen durumları ele alacak bilgisayar programının yazılması,
 - a. Şerit levhanın çatlak içermediği durum
 - b. Tek çatlak içerdiği durum
- 4) Bazı parametre değişimlerinin levhanın doğal frekanslarına etkisinin belirlenmesi,
- 5) Levhanın, çatlak içerdiği durumda elde edilen sonuçlar ile hasarsız durumdayken alınan sonuçların karşılaştırılarak yorumlanması.

2. KOMPOZİT ŞERİT LEVHANIN ZORLANMIŞ TİTREŞİMLERİNE AİT SINIR DEĞER PROBLEMLERİNİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ

2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu

Bu çalışmada yapısında $2a$ uzunluğunda çatlak içeren şerit-plağın titreşim problemi ele alınmaktadır. Çözüm bölgesi $\Omega = \{0 \leq x_1 \leq \ell, 0 \leq x_2 \leq h\} - \{x_2 = h_{A\pm 0}; \ell/2 - a < x_1 < \ell/2 + a\}$ olarak verilmektedir (Şekil 2.1). Bu bölgede sağlanan alan denklemleri;



Şekil 2.1 Çözüm bölgesinin geometrisi ve yükleme durumu

Hareket denklemleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} &= \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} &= \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

elastisite bağıntıları (bünye denklemleri),

$$\sigma = D\varepsilon \quad (2.2)$$

Geometrik lineer durumda şekil değiştirme – yer değiştirme bağıntıları,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{11} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \\
\varepsilon_{22} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \\
\varepsilon_{12} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right)
\end{aligned} \tag{2.3}$$

olarak verilebilir. (2.2) ifadesinde,

$$\begin{aligned}
\sigma^T &= (\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{12}) \\
\varepsilon^T &= (\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{12}) \\
D &= \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2A_{66} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

dir (Choo, 1990) ve (2.4) ifadelerindeki D matrisinin elemanları olan A_{ij} 'ler, izotropi eksenini Ox_2 olan transversal anizotrop (çok katlı kompozit) malzemeye ait mekanik sabitlerdir (Cristensen, 1979).

Tez kapsamında (2.1) – (2.4) denklem takımının incelenmesi iki tür sınır koşulları çerçevesinde yapılmaktadır:

Problem 1: Basit mesnet sınır koşulları

$$\begin{aligned}
u_2 \Big|_{x_1=0,\ell} &= 0, \quad \sigma_{11} \Big|_{x_1=0,\ell} = 0 \\
\sigma_{22} \Big|_{x_2=0} &= \sigma_{12} \Big|_{x_2=0,h} = 0, \quad \sigma_{22} \Big|_{x_2=h} = p \cdot e^{i\omega t} \\
\sigma_{ij} \Big|_{\substack{x_2=h_{A \pm 0} \\ x_1 \in (\ell/2-a; \ell/2+a)}} &= 0.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Problem 2: Ankastre mesnet sınır koşulları

$$\begin{aligned}
 u_1|_{x_1=0,\ell} &= u_2|_{x_1=0,\ell} = 0 \\
 \sigma_{22}|_{x_2=0} &= \sigma_{12}|_{x_2=0;h} = 0, \quad \sigma_{22}|_{x_2=h} = p \cdot e^{i\omega t} \\
 \sigma_{ij}|_{\substack{x_2=h_{A+0} \\ x_1 \in (\ell/2-a; \ell/2+a)}} &= 0.
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

(2.1) – (2.6)’da, σ_{ij} gerilme tansörü bileşenleri, ε_{ij} şekil değiştirme tansörü bileşenleri ve u_i ($i, j = 1, 2$) yer değiştirme vektörü bileşenleridir. Dolayısıyla ele alınan sınır değer problemleri; kenarlarından basit mesnet (Problem 1) veya ankastre mesnet (Problem 2) ile tutturulmuş, çatlak yüzeylerinde yükleme olmayan ancak, şerit-plağın üst yüzeyine etkiyen yayılı yük şiddeti p olan düzgün yayılı yük ile zamana göre $e^{i\omega t}$ biçiminde değişen normal kuvvetler etkisinde şerit-plağın titreşiminin incelenmesi olarak verilebilir.

Mekanikte bu tür problemler zorlanmış titreşim problemi olarak adlandırılır. Belirli ölçütler uygulanarak zorlanmış titreşim problemlerinin çözümünden yararlanarak, ele alınan plağın doğal frekansları da belirlenebilir. Bu çalışmada öncelikle, ele alınan şerit-plağın çeşitli malzeme ve geometrik parametreler çerçevesinde doğal frekansları ve bu doğal frekanslara yapıdaki çatlağın etkisi belirlenecektir.

(2.1) – (2.6) denklem ve ifadelerinden görüldüğü üzere aranan büyüklüklerin zamana göre bağımlılığı

$$\{\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, u_i\} = \{\bar{\sigma}_{ij}, \bar{\varepsilon}_{ij}, \bar{u}_i\} \exp(i\omega t) \tag{2.7}$$

şeklinde seçilebilir. (2.7)’deki $\bar{\sigma}_{ij}, \bar{\varepsilon}_{ij}$ ve $\bar{u}_i$ ler uygun büyüklüklerin genliğini göstermektedir. (2.7) ifadeleri (2.1) – (2.6) ifade ve denklemlerinde yerine yazılarak, bu denklem ve ifadelerden $\exp(i\omega t)$ büyüklüğü sadeleştirilebilir. Dolayısıyla (2.1) – (2.6) denklem ve ifadeleri sadece genliklere göre yazılmış denklemler olur. Sonraki kısımlarda, denklem ve ifadelerdeki genliklerin üzerindeki çizgi ihmal edilerek kullanılacaktır. Dolayısıyla genliklere göre yazılmış (2.1) hareket denklemleri aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho \omega^2 u_i = 0 \quad (2.8)$$

(2.2) – (2.4) deki denklem ve ifadeler aranan büyüklüklerin genlikleri için de aynen sağlanmaktadır. (2.5) ve (2.6) sınır koşullarında ise sadece $\sigma_{22}|_{x_2=h}$ üzerindeki koşul,

$$\sigma_{22}|_{x_2=h} = p \quad (2.9)$$

koşulu ile yer değiştirecektir. Böylece ele alınan plağın zorlanmış titreşimlerinin araştırılması (2.8), (2.2) – (2.4) denklemlerinin (2.5) ve (2.9) veya (2.6) ve (2.9) sınır koşulları çerçevesinde incelenmesine dönüştürülür. Eğer (2.9) da $p = 0$ alınırsa, (2.8), (2.2) – (2.4), (2.5) (Problem 1) veya (2.6) (Problem 2) sınır değer problemleri, ele alınan şerit-plağın doğal frekanslarının bulunmasını ifade eden özdeğer problemine dönüşmüş olur.

2.2 Ele Alınan Problemin Varyasyonel Formülasyonu

2.1 kısmında verilen sınır değer problemlerinin matematiksel modelinin çözümü analitik olarak mümkün olmadığından, sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla sayısal olarak yapılacaktır. Bu kısımda 2.1’de verilen (2.8), (2.2) – (2.4), (2.5) veya (2.6) sınır değer problemlerine ait sonlu eleman formülasyonu verilmektedir.

Sonlu eleman formülasyonun elde edilmesinde aşağıda verilen ve ele alınan cisimde dış kuvvetler etkisinde biriken toplam potansiyel enerjiyi gösteren Π fonksiyonelinden yararlanılacaktır. Bu fonksiyonelde bilinmeyen olarak sadece yer değiştirme fonksiyonu kabul edilerek, yer değiştirme esaslı sonlu eleman formülasyonu yapılacaktır (Zienkiewicz ve Taylor, 1991a).

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{S_p} \sigma_{ij} u_i dS_p - \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \rho \omega^2 u_i^2 d\Omega \quad (2.10)$$

(2.10)’daki entegral sınırı olan S_p , ele alınan şerit-plağın kuvvet etkiyen üst yüzeyini göstermekte ve Ω bölgesi

$$\Omega = \{0 \leq x_1 \leq \ell, 0 \leq x_2 \leq h\} - \{x_2 = h_{A \pm 0}; \ell/2 - a < x_1 < \ell/2 + a\} \quad (2.11)$$

dir. Sonlu eleman formülasyonuna geçmeden önce, (2.10)'daki Π fonksiyonelinin ele alınan sınır değer problemi ve gerilmelere göre verilen sınır koşullarını sağladığı gösterilmelidir. Bunun için Π fonksiyonelinin birinci varyasyonelinin sıfıra eşitliğinden yani, $\delta\Pi = 0$, istenenler gösterilmiş olunur. Buradan,

$$\delta\Pi = \iint_{\Omega} \sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{S_p} \sigma_{ij} \delta u_i dS_p - \iint_{\Omega} \rho \omega^2 \delta u_i^2 d\Omega \quad (2.12)$$

için,

$$\begin{aligned} \delta\Pi = & \iint_{\Omega} (\sigma_{11} \delta\varepsilon_{11} + \sigma_{22} \delta\varepsilon_{22} + 2\sigma_{12} \delta\varepsilon_{12}) d\Omega \\ & - \int_{S_p} (p_1 \delta u_1 + p_2 \delta u_2) dS_p - \rho \omega^2 \iint_{\Omega} (u_1 \delta u_1 + u_2 \delta u_2) d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

olur. (2.13)'te,

$$\delta\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \delta u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.14)$$

olduğu göz önüne alınırsa,

$$\begin{aligned} \delta\Pi = & \iint_{\Omega} \left[\left(\sigma_{11} \frac{\partial \delta u_1}{\partial x_1} + \sigma_{12} \frac{\partial \delta u_1}{\partial x_2} \right) + \left(\sigma_{12} \frac{\partial \delta u_2}{\partial x_1} + \sigma_{22} \frac{\partial \delta u_2}{\partial x_2} \right) \right] d\Omega \\ & - \int_{S_p} (p_1 \delta u_1 + p_2 \delta u_2) dS_p - \rho \omega^2 \iint_{\Omega} (u_1 \delta u_1 + u_2 \delta u_2) d\Omega \end{aligned} \quad (2.15)$$

elde edilir. (2.14)'teki ifadenin ilk terimindeki entegral sınırlarının,

$$\iint_{\Omega} (.) d\Omega = \int_0^{\ell} \int_0^h (.) dx_2 dx_1 \quad (2.16)$$

şeklinde olduğu göz önüne alınırsa ve bu terime bir kez kısmi entegrasyon uygulanırsa yani,

$$\iint_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = - \iint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \delta u_i d\Omega + \int_{S_p} \sigma_{ij} \delta u_i dS_p \quad (2.17)$$

ifadesi (2.15)'te göz önüne alınırsa ve δu_i 'lere göre gruplandırılırsa;

$$\begin{aligned} \delta \Pi = & - \int_0^h \int_0^\ell \delta u_1 \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} dx_1 dx_2 - \int_0^\ell \int_0^h \delta u_1 \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} dx_2 dx_1 \\ & - \int_0^h \int_0^\ell \delta u_2 \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} dx_1 dx_2 - \int_0^\ell \int_0^h \delta u_2 \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} dx_2 dx_1 \\ & - \rho \omega^2 \iint_{\Omega} (u_1 \delta u_1 + u_2 \delta u_2 + u_3 \delta u_3) d\Omega \\ & + \int_0^h (\sigma_{11} - p_1) \delta u_1 \Big|_{x_1=\ell} dx_2 - \int_0^h (\sigma_{11} + p_1) \delta u_1 \Big|_{x_1=0} dx_2 \\ & + \int_0^\ell (\sigma_{12} - p_1) \delta u_1 \Big|_{x_2=h} dx_1 - \int_0^\ell (\sigma_{12} + p_1) \delta u_1 \Big|_{x_2=0} dx_1 \\ & + \int_0^h (\sigma_{12} - p_2) \delta u_2 \Big|_{x_1=\ell} dx_2 - \int_0^h (\sigma_{12} + p_2) \delta u_2 \Big|_{x_1=0} dx_2 \\ & + \int_0^\ell (\sigma_{22} - p_2) \delta u_2 \Big|_{x_2=h} dx_1 - \int_0^\ell (\sigma_{22} + p_2) \delta u_2 \Big|_{x_2=0} dx_1 \\ & + \int_0^{h_A} \sigma_{11} \delta u_1 \Big|_{x_2=\ell/2-a} dx_2 + \int_{h_A}^0 \sigma_{11} \delta u_1 \Big|_{x_1=\ell/2-a} dx_2 \\ & + \int_0^{h_A} \sigma_{12} \delta u_2 \Big|_{x_1=\ell/2-a} dx_2 + \int_{h_A}^0 \sigma_{12} \delta u_2 \Big|_{x_1=\ell/2-a} dx_2 \\ & + \int_{\ell/2-a}^{\ell/2+a} \sigma_{12} \delta u_1 \Big|_{x_2=h_A \pm 0} dx_1 + \int_{\ell/2-a}^{\ell/2+a} \sigma_{22} \delta u_2 \Big|_{x_2=h_A \pm 0} dx_1 \\ & = 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

elde edilir. (2.18) eşitliği Problem 1 için ele alınırsa, (2.5)'te u_2 'ye göre verilen sınır koşulunu δu_2 'de sağlayacağından

$$\delta u_2 \Big|_{x_1=0;\ell} = 0 \quad (2.19)$$

olur. Bunun sonucunda (2.18)'de (2.19) nedeniyle $\delta u_2|_{x_1=0}$ ve $\delta u_2|_{x_1=\ell}$ içeren entegraller sıfır olur. Diğer taraftan $\delta u_1|_{x_1=0;\ell}$; $\delta u_1|_{x_2=0;h}$; $\delta u_2|_{x_2=0;h}$; $\delta u_1|_{x_2=h_A \pm 0}$ ve $\delta u_2|_{x_2=h_A \pm 0}$ keyfi olduğundan katsayıları ayrı ayrı sıfıra eşitlenerek (2.5) ve (2.9)'da gerilmelere göre verilen sınır koşulları

$$\begin{aligned}\sigma_{12}|_{x_2=0;h} &= \sigma_{22}|_{x_2=0} = 0, \\ \sigma_{11}|_{x_1=0;\ell} &= 0, \quad \sigma_{22}|_{x_2=h} = p, \\ \sigma_{12}|_{x_2=h_{A \pm 0}} &= \sigma_{22}|_{x_2=h_{A \pm 0}} = 0.\end{aligned}\tag{2.20}$$

elde edilir. (2.18)'de geriye kalan ifadeler δu_i 'lere göre düzenlenirse

$$\delta \Pi = - \left[\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \rho \omega^2 u_1 \right) \delta u_1 d\Omega + \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \rho \omega^2 u_2 \right) \delta u_2 d\Omega \right] = 0 \tag{2.21}$$

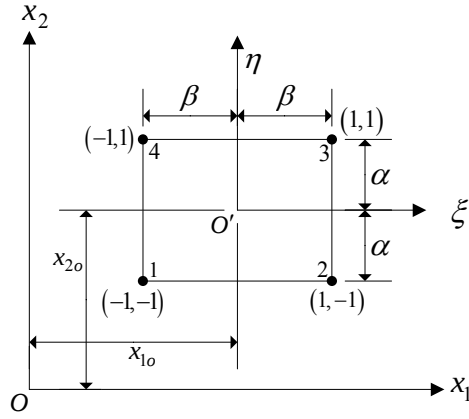
bulunur. (2.21)'de, δu_i 'lerin yine keyfi olduğu dikkate alınırsa katsayılarının ayrı ayrı sıfıra eşitliğinden (2.8) denklemleri elde edilir. Dolayısıyla sonlu eleman formülasyonu için kullanılan fonksiyonelin, ele alınan Problem 1'e ait denklem ve gerilmelere göre sınır koşulunu sağladığı ispatlanmış olunur. Benzer yolla, ele alınan fonksiyonelin Problem 2'nin denklem ve gerilmelere göre sınır koşullarını da sağladığı gösterilebilir.

2.3 Sonlu Eleman Modellemesi

Yöntem gereği, ele alınan çözüm bölgesi sonlu adet alt bölgeye yani sonlu elemana $(\Omega_k, k = 1, 2, \dots, M)$ ayrıklaştırılır (Reddy, 1993). Burada,

$$\Omega = \bigcup_{k=1}^M \Omega_k \tag{2.22}$$

sağlanmalıdır. Sonlu elemanlar, dikdörtgen geometriye sahip olacak şekilde ve sadece köşe noktalarında nod (düğüm noktası) alınmıştır. Seçilen sonlu elemanlar için bir örnek eleman normalize edilmiş koordinatlarda Şekil 2.2'de gösterilmektedir. Örnek elemanın nodlarına ait şekil fonksiyonları



Şekil 2.2 Örnek elemanın geometrisi ve nodların konumu.

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \\
 N_2 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\
 N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \\
 N_4 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

dir. Normalize edilmiş koordinat sistemi ile genel koordinat sistemi arasında

$$\xi = \frac{2x_1 - x_{10}}{2\beta} ; \eta = \frac{2x_2 - x_{20}}{2\alpha} \tag{2.24}$$

bağıntısı gerçekleşmektedir. (2.24)'te (x_{10}, x_{20}) , Ox_1x_2 kartezyen koordinat sisteminin orijini ile $O'\xi\eta$ normalize edilmiş dik koordinat sisteminin orijinleri arasındaki yer vektörünün bileşenleridir.

Yöntem gereği aranan yer değiştirme büyüklükleri her sonlu elemanda şekil fonksiyonları yardımıyla polinom olarak seçilir (Zienkiewicz ve Taylor, 1991b).

$$u^k \approx N^k a^k \tag{2.25}$$

(2.25)'de,

$$\begin{aligned}
(u^k)^T &= (u_1^k(x_1, x_2) \quad u_2^k(x_1, x_2)) \\
(a^k)^T &= (u_{11}^k \quad u_{21}^k \quad u_{12}^k \quad u_{22}^k \quad \dots \quad u_{14}^k \quad u_{24}^k) \\
N^k &= \begin{pmatrix} N_1^k & 0 & N_2^k & 0 & \dots & N_4^k & 0 \\ 0 & N_1^k & 0 & N_2^k & \dots & 0 & N_4^k \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

dir. (2.26)'daki k indisi uygun büyüklüklerin Ω_k sonlu elemanına ait olduğunu, a^k vektörünün bileşenleri ise Ω_k sonlu elemanının nodlarındaki yer değiştirmeleri göstermektedir. Bu bileşenlerin birinci alt indisi yer değiştirmelerin yönünü, ikinci alt indisi nodun numarasını göstermektedir. (2.10) ifadesinde,

$$\begin{aligned}
\iint_{\Omega} (\cdot) d\Omega &= \sum_{k=1}^M \iint_{\Omega_k} (\cdot) d\Omega \\
\int_{S_p} (\cdot) dS &= \sum_{k=1}^M \int_{S_p^k} (\cdot) dS
\end{aligned} \tag{2.27}$$

ayrıklaştırması yapılarak ve birinci varyasyonelinin sıfıra eşitliğinden yani,

$$\delta\Pi = 0 \tag{2.28}$$

Bilinmeyenlere göre cebrik denklem takımı elde edilir (Zienkiewicz ve Taylor, 1991b):

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{r}. \tag{2.29}$$

(2.29)'da $\mathbf{K}$ – Stiffness (Rijidlik) matrisi, $\mathbf{M}$ – kütle matrisi ve $\mathbf{r}$ – nodlara etki eden kuvvetleri gösteren sağ taraf vektörü adını alır (Hutton, 2004). Bu matrislerin elemanlarının açık ifadeleri,

$$\begin{aligned}
\mathbf{M} &= \iint_{\Omega} N^T N dx_1 dx_2 \\
\mathbf{K}_{ij} &= \sum_{k=1}^M \mathbf{K}_{ij}^k \\
\mathbf{K}_{ij}^k &= \iint_{\Omega} \mathbf{B}_j^{kT} \mathbf{D}^k \mathbf{B}_i^k d\Omega_k
\end{aligned} \tag{2.30}$$

dir. (2.30)'da $\mathbf{B}_i$ matrisi,

$$\mathbf{B}_i^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x_1} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_2} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_2} & \frac{\partial N_i}{\partial x_1} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

dir.

2.4 Sayısal Sonuçlar

Ele alınan çok katlı kompozit malzemenin birbirini tekrar eden farklı iki tür izotop levhadan oluştuğu kabul edilmiştir. Bu levhaların sırasıyla Lamé sabitleri $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2$; Young modülleri E_1, E_2 ; Poisson oranları ν_1, ν_2 ve kompozit içerisindeki hacim oranları η_1, η_2 ile gösterilsin. Tez kapsamında aksi belirtilmediği sürece matris malzemesine ait büyüklükler alt indis 1 ve güçlendirici malzemeye ait büyüklükler alt indis 2 ile gösterilecektir. Ele alınan çok katlı kompozit için eşdeğer homojen malzemenin elastik sabitleri olan ve (2.4)'te verilen A_{ij} normalize edilmiş mekanik özelliklerinin açık ifadeleri (Cristensen, 1979)

$$\begin{aligned} A_{11} &= \mu_1 \eta_1 + \mu_2 \eta_2 + (\mu_1 + \lambda_1) \eta_1 + (\mu_2 + \lambda_2) \eta_2 - \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{(2\mu_1 + \lambda_1) \eta_2 + (2\mu_2 + \lambda_2) \eta_1} \\ A_{12} &= \lambda_1 \eta_1 + \lambda_2 \eta_2 - (\lambda_1 - \lambda_2) \eta_1 \eta_2 \frac{(\lambda_1 + 2\mu_1) - (\lambda_2 + 2\mu_2)}{(2\mu_1 + \lambda_1) \eta_2 + (2\mu_2 + \lambda_2) \eta_1} \\ A_{22} &= (2\mu_1 + \lambda_1) \eta_1 + (2\mu_2 + \lambda_2) \eta_2 - \eta_1 \eta_2 \frac{((\lambda_1 + 2\mu_1) - (\lambda_2 + 2\mu_2))^2}{(2\mu_1 + \lambda_1) \eta_2 + (2\mu_2 + \lambda_2) \eta_1} \\ A_{66} &= \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 \eta_2 + \mu_2 \eta_1} \end{aligned} \quad (2.32)$$

şeklinde verilebilir. Sayısal sonuçların bulunmasında çözüm bölgesi x_1 yönünde $N = 80$, x_2 yönünde $M = 12$ dikdörtgen sonlu eleman olacak şekilde ayrıklaştırılmıştır. Yapısında çatlak olmadığı durumda sonlu eleman modellemesi 960 sonlu eleman, 1053 düğüm noktası ve 2106 serbestlik derecesi içermektedir. Çizelgelerde $\bar{\omega}_i^2 = \rho \omega_i^2 \ell^2 / A_{22}$ ($i = I, II, III$), I., II. ve III. boyutsuz doğal frekansları verilmiştir.

Bu bölümde verilen çizelgelerden görüldüğü gibi, ele alınan her durumda, iki değer

hesaplanarak, oran şeklinde gösterilmiştir. Oranın payındaki değer, basit mesnet sınır koşulları (Problem 1), oranın paydasındaki değer ise ankastre mesnet sınır koşulları (Problem 2) için doğal frekansları göstermektedir.

Çizelge 2.1 Yapıda çatlak olmadığı durumda ($2a = 0$) sonlu eleman sayısının değişiminin $\bar{\omega}_I^2$ doğal frekansına etkisi ($h/\ell = 0.1$ ve $e = E_2/E_1 = 1$).

(M, N)	$\bar{\omega}_I^2$
(6,20)	$\frac{0,0332}{0,1670}$
(8,40)	$\frac{0,0309}{0,1548}$
(10,60)	$\frac{0,0304}{0,1522}$
(12,80)	$\frac{0,0302}{0,1512}$
(12,100)	$\frac{0,0301}{0,1512}$

Çizelge 2.1’de sonlu eleman ayırıklaştırmasının doğal frekanslara etkisi, yapıda çatlak olmadığı durumda verilmiştir ($h/\ell = 0.1$ ve $e = E_2/E_1 = 1$).

Çizelge 2.1’den görüldüğü gibi sonlu eleman sayısının artması $\bar{\omega}_I^2$ değerlerini etkilemektedir. Çizelgedeki değerler göz önüne alındığında bundan sonraki hesaplamalarda çözüm bölgesinin sonlu eleman ayırıklaştırması için (12, 80) yani 960 sonlu eleman kullanılacaktır.

Çizelge 2.2’de $h/\ell = 0.1$ olan çatlak içermeyen kompozit levhanın $e = E_2/E_1$ elastisite modülleri oranının farklı değerleri için şerit levhanın 1., 2. ve 3. doğal frekansları araştırılmıştır. Bu çizelgede $e = E_2/E_1$ sabitinin değeri büyüdükçe her iki problem için doğal frekansların da büyüdüğü görülmektedir.

Çizelge 2.2 Yapıda çatlak olmadığı durumda şerit – levhanın doğal frekanslarına $e = E_2/E_1$ oranının etkisi ($h/\ell = 0.1$).

e	$\bar{\omega}_I^2$	$\bar{\omega}_{II}^2$	$\bar{\omega}_{III}^2$
1	$\frac{0,0302}{0,1512}$	$\frac{0,2980}{0,9886}$	$\frac{2,0561}{3,2195}$
5	$\frac{0,0526}{0,2464}$	$\frac{0,4895}{1,4955}$	$\frac{3,0345}{4,5806}$
10	$\frac{0,0846}{0,3634}$	$\frac{1,4934}{2,0288}$	$\frac{3,9803}{5,8686}$
20	$\frac{0,1423}{0,5322}$	$\frac{1,1474}{2,6731}$	$\frac{5,0130}{7,2985}$

Çizelge 2.3'te $h/\ell = 0.1$, $e = E_2/E_1 = 1$, $h_u/\ell = 0.05$ için merkezi çatlak içeren levhanın doğal frekansları farklı çatlak uzunlukları için bulunmuştur. Çatlak uzunluğu sıfıra yaklaştıkça ($2a \rightarrow 0$), her iki problem için frekansların çatlaksız levha için elde edilen uygun frekanslara yakınsadığı görülmektedir.

Çizelge 2.3 Şerit levhanın merkezi tek çatlak içermesi durumunda, $2a$ parametre değişiminin doğal frekanslara etkisi ($h/\ell = 0.1$, $e = E_2/E_1 = 1$, $h_u/\ell = 0.05$).

ℓ_E	$2a$	$\bar{\omega}_I^2$	$\bar{\omega}_{II}^2$	$\bar{\omega}_{III}^2$
0,5000	0,0000	$\frac{0,0302}{0,1512}$	$\frac{0,2980}{0,9886}$	$\frac{2,0561}{3,2195}$
0,4875	0,0250	$\frac{0,0302}{0,1512}$	$\frac{0,2981}{0,9880}$	$\frac{2,0561}{3,2195}$
0,4750	0,0500	$\frac{0,0302}{0,1512}$	$\frac{0,2978}{0,9840}$	$\frac{2,0558}{3,2194}$
0,4500	0,1000	$\frac{0,0302}{0,1512}$	$\frac{0,2960}{0,9611}$	$\frac{2,0535}{3,2160}$
0,4000	0,2000	$\frac{0,0302}{0,1510}$	$\frac{0,2845}{0,8383}$	$\frac{2,0176}{3,1394}$
0,3500	0,3000	$\frac{0,0301}{0,1493}$	$\frac{0,2590}{0,6734}$	$\frac{1,8633}{2,7937}$
0,3000	0,4000	$\frac{0,0299}{0,1441}$	$\frac{0,2234}{0,5587}$	$\frac{1,5574}{2,2307}$
0,2000	0,6000	$\frac{0,0287}{0,1143}$	$\frac{0,1358}{0,4961}$	$\frac{1,0650}{1,6348}$

Çizelge 2.4'te $h/\ell = 0.1$, $h_u/\ell = 0.05$ için tek çatlak içeren levhada çatlak uzunluğunun değişimi $e = E_2/E_1 = 1;10$ alınarak incelenmiştir. Çizelgedeki değerlerden görüldüğü gibi çatlak uzunluğu arttıkça $\bar{\omega}_I^2$ değeri düşmekte; $e = E_2/E_1$ oranı arttıkça $\bar{\omega}_I^2$ değeri de

artmaktadır.

Çizelge 2.4 $e = E_2/E_1$ ve $2a$ değerleri değişiminin $\bar{\omega}_1^2$ 'ye etkisi ($h/\ell = 0.1$, $h_u/\ell = 0.05$).

ℓ_E	$2a$	e	
		1	10
0,5000	0,0000	$\frac{0,0302}{0,1512}$	$\frac{0,0846}{0,3634}$
0,4875	0,0250	$\frac{0,0302}{0,1512}$	$\frac{0,0846}{0,3634}$
0,4750	0,0500	$\frac{0,0302}{0,1512}$	$\frac{0,0846}{0,3634}$
0,4500	0,1000	$\frac{0,0302}{0,1512}$	$\frac{0,0846}{0,3634}$
0,4000	0,2000	$\frac{0,0302}{0,1510}$	$\frac{0,0846}{0,3627}$
0,3500	0,3000	$\frac{0,0301}{0,1493}$	$\frac{0,0844}{0,3590}$
0,3000	0,4000	$\frac{0,0299}{0,1441}$	$\frac{0,0839}{0,3475}$
0,2000	0,6000	$\frac{0,0287}{0,1143}$	$\frac{0,0802}{0,2827}$

Çizelge 2.3 ve Çizelge 2.4'te görüldüğü gibi, çatlak uzunluğunun $\bar{\omega}_1^2$ 'ye etkisi $2a < 0.3$ için önemsizdir. Ancak $2a \geq 0.4$ için doğal frekanslara etkisi artmaktadır. Bu nedenle, bundan sonra $2a = 0.4; 0.6$ alınarak incelemeler yapılacaktır.

Çizelge 2.5'te $h/\ell = 0.1$, $h_u/\ell = 0.05$ olan tek çatlak içeren kompozit levhada çatlak uzunlukları $2a = 0.4; 0.6$ için $e = E_2/E_1$ sabitinin değişiminin titreşim modlarına etkisi araştırılmıştır. Çatlağın uzunluğu arttıkça doğal frekans değerleri küçülmekte, $e = E_2/E_1$ oranı arttıkça doğal frekans değerleri de büyümektedir.

Çizelge 2.5 Merkezi tek çatlak içeren şerit – levhada $e = E_2/E_1$ oranı ve $2a$ parametre değişiminin doğal frekanslara etkisi ($h/\ell = 0.1$ ve $h_u/\ell = 0.05$).

		$\bar{\omega}_I^2$		$\bar{\omega}_{II}^2$		$\bar{\omega}_{III}^2$	
$e \backslash 2a$		0.4	0.6	0.4	0.6	0.4	0.6
1		<u>0,0299</u> 0,1441	<u>0,0287</u> 0,1143	<u>0,2234</u> 0,5587	<u>0,1358</u> 0,4961	<u>1,5574</u> 2,2307	<u>1,0650</u> 1,6348
5		<u>0,0522</u> 0,2350	<u>0,0499</u> 0,1882	<u>0,3362</u> 0,8913	<u>0,2309</u> 0,8016	<u>2,3815</u> 3,3366	<u>1,6904</u> 2,5165
10		<u>0,0839</u> 0,3475	<u>0,0802</u> 0,2827	<u>0,5175</u> 1,2895	<u>0,3642</u> 1,1742	<u>3,2680</u> 4,5073	<u>2,4317</u> 3,5030
20		<u>0,1411</u> 0,5116	<u>0,1349</u> 0,4279	<u>0,8220</u> 1,8487	<u>0,6001</u> 1,7079	<u>4,3496</u> 5,9601	<u>3,4523</u> 4,8100

Çizelge 2.6’da tek çatlak içeren kompozit levhada $e = E_2/E_1 = 1;10$ ve $2a = 0.4;0.6$ için h_u/ℓ parametresi değişiminin doğal frekanslara etkisi verilmiştir. Çizelgeden görüldüğü üzere, h_u/ℓ parametresi arttıkça doğal frekanslar her durumda artmaktadır.

Çizelge 2.6 Merkezi tek çatlak içeren şerit – levhada h_u/ℓ parametresi değişiminin doğal frekanslara etkisi.

		e		1			10		
h_u/ℓ	h/ℓ	ℓ_E	$2a$	$\bar{\omega}_I^2$	$\bar{\omega}_{II}^2$	$\bar{\omega}_{III}^2$	$\bar{\omega}_I^2$	$\bar{\omega}_{II}^2$	$\bar{\omega}_{III}^2$
0,05	0,10	0,3	0,4	<u>0,0299</u> 0,1441	<u>0,2234</u> 0,5587	<u>1,5574</u> 2,2307	<u>0,0839</u> 0,3475	<u>0,5175</u> 1,2895	<u>3,2680</u> 4,5073
		0,2	0,6	<u>0,0287</u> 0,1143	<u>0,1358</u> 0,4961	<u>1,0650</u> 1,6348	<u>0,0802</u> 0,2827	<u>0,3642</u> 1,1742	<u>2,4317</u> 3,5030
0,075	0,15	0,3	0,4	<u>0,0578</u> 0,2809	<u>0,2776</u> 1,0450	<u>2,3700</u> 3,8018	<u>0,1485</u> 0,5755	<u>0,6462</u> 2,0525	<u>3,8358</u> 6,4400
		0,2	0,6	<u>0,0556</u> 0,2268	<u>0,2110</u> 0,9334	<u>1,7416</u> 2,8881	<u>0,1431</u> 0,4874	<u>0,5176</u> 1,8957	<u>3,1765</u> 5,2615
0,10	0,20	0,3	0,4	<u>0,0818</u> 0,4226	<u>0,3022</u> 1,5216	<u>2,5554</u> 5,1130	<u>0,1919</u> 0,7504	<u>0,6404</u> 2,6246	<u>3,7044</u> 7,7347
		0,2	0,6	<u>0,0791</u> 0,3491	<u>0,2494</u> 1,3654	<u>2,1063</u> 4,0159	<u>0,1861</u> 0,6580	<u>0,5549</u> 2,4475	<u>3,2713</u> 6,5565

Çizelge 2.7’de tek çatlak içeren kompozit levhada malzeme sabitleri $e = E_2/E_1 = 1;10$ ve çatlak uzunlukları $2a = 0.4;0.6$ için, çatlağın düşey konumu üst kenardan sabit tutularak, $h_u/\ell = 0.05$, levhanın kalınlığını gösteren h/ℓ parametresi değişimi incelenmiştir.

Çizelge 2.7 Tek çatlak içeren şerit – levhada h/ℓ parametresi değişiminin doğal frekanslara etkisi.

h/ℓ	e		1			10		
	ℓ_E	$2a$	$\bar{\omega}_I^2$	$\bar{\omega}_{II}^2$	$\bar{\omega}_{III}^2$	$\bar{\omega}_I^2$	$\bar{\omega}_{II}^2$	$\bar{\omega}_{III}^2$
0,10	0,3	0,4	<u>0,0299</u> 0,1441	<u>0,2234</u> 0,5587	<u>1,5574</u> 2,2307	<u>0,0839</u> 0,3475	<u>0,5175</u> 1,2895	<u>3,2680</u> 4,5073
			<u>0,0287</u> 0,1143	<u>0,1358</u> 0,4961	<u>1,0650</u> 1,6348	<u>0,0802</u> 0,2827	<u>0,3642</u> 1,1742	<u>2,4317</u> 3,5030
0,15	0,3	0,4	<u>0,0577</u> 0,2776	<u>0,2900</u> 1,1298	<u>2,5705</u> 4,1448	<u>0,1485</u> 0,5704	<u>0,6680</u> 2,1412	<u>4,0221</u> 6,7544
			<u>0,0551</u> 0,1860	<u>0,2257</u> 0,9230	<u>1,9875</u> 3,0144	<u>0,1419</u> 0,4181	<u>0,6526</u> 1,8618	<u>3,3410</u> 5,3883
0,20	0,3	0,4	<u>0,0818</u> 0,4092	<u>0,3146</u> 1,7230	<u>2,7386</u> 5,7210	<u>0,1919</u> 0,7356	<u>0,6609</u> 2,7852	<u>3,9107</u> 8,2066
			<u>0,0780</u> 0,2121	<u>0,2378</u> 1,2217	<u>2,3912</u> 4,0776	<u>0,1839</u> 0,4676	<u>0,5333</u> 2,2893	<u>3,4927</u> 6,6835

Çizelge 2.7’de h/ℓ parametresinin değeri büyüdükçe doğal frekans değerlerinin de büyüdüğü görülmektedir.

3. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

Tez kapsamında, yapısında çatlak bulunan kompozit şerit-levhanın doğal frekansları hesaplanmış ve çatlağın doğal frekanslara etkisi araştırılmıştır. Formülasyonu verilen sınır değer problemleri, ankastre ve basit mesnet sınır koşulları altında ele alınmıştır. İki boyutlu sonlu eleman ayrıklaştırması yapılmış ve SEY ile sayısal olarak çözdürülmüştür.

Sayısal çözümün yaptırılması için, The MathWorks firmasının geliştirdiği MATLAB® dili kullanılarak bir bilgisayar programı yazılmıştır. Programın yazılmasında başvuru kitabı olarak Arifoğlu ve Kubat (2003), ve sayısal çözüm teknikleri için Fausett (1999) kaynaklarından yararlanılmıştır.

Doğal frekanslara etki eden parametrelerin incelenmesi amacıyla, her iki mesnet sınır koşulu için, sonlu eleman adedi, kompozit malzemeyi oluşturan malzemelerin elastisite modülleri oranı, çatlağın uzunluğu ve konumu, levhanın boyutsuz kalınlığı değiştirilmiş ve her durumda doğal frekans değerleri hesaplanmıştır. Yapılan bu çalışmaların sonucunda elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir:

1. Sonlu eleman sayısının artması, uygun doğal frekanslara daha yakın değerler elde edilmesi yönünde etki etmiştir. Tez kapsamında yapılan hassas hesaplamalar için Ox_1, Ox_2 yönlerinde sırasıyla 80, 12 sonlu eleman kullanılması yeterli bulunmuştur.
2. $e = E_2/E_1$ oranının değeri büyüdükçe her iki problem için doğal frekansların da büyüdüğü görülmüştür.
3. Çatlak uzunluğu sıfıra yaklaştıkça ($2a \rightarrow 0$), her iki problem için frekansların çatlaksız levha için elde edilen uygun frekanslara yakınsadığı görülmüştür.
4. Çatlağın uzunluğu arttıkça doğal frekans değerlerinin küçüldüğü, $e = E_2/E_1$ oranı arttıkça doğal frekans değerlerinin de büyüdüğü görülmüştür. Hesaplamalar göstermiştir ki, çatlak uzunluğunun $\bar{\omega}_1^2$ 'ye etkisi $2a < 0.3$ için önemsizdir; $2a \geq 0.4$ için ise doğal frekanslara etkisi artmıştır.
5. h_u/ℓ parametresinin değeri arttıkça doğal frekansların her durumda arttığı görülmüştür.

KAYNAKLAR

Akbarov, S. D. ve Guz, A. N., (2000), *Mechanics of Curved Composites*, Kluwer Academic Publishers, Dortrecht, Boston, London, 464s.

Akbarov, S. D., Yahnioglu, N. ve Turan, A., (2004), “Influence of Initial Stresses on Stress Intensity Factors at Crack Tips in a Composite Strip”, *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 40, No. 4, pp: 299–308.

Akbarov, S. D. ve Turan, A., (2006), “The Influence of the Initial Stresses on Stress Intensity Factor of Mode II at the Crack Tips in a Composite Strip”, *Conference on Damage in Composite Materials 2006*, 18th-19th of September 2006 in Stuttgart, Germany.

Arifoğlu, U. ve Kubat, C., (2003), *MATLAB ve Mühendislik Uygulamaları*, 1. Baskı, Alfa Yayınları, İstanbul.

Choo, V. K. S., (1990), *Fundamentals of Composite Materials*, Knowen Academic Pres, Inc., Dover Delaware, U.S.A.

Cristensen, R.M., (1979), *Mechanics of Composite Materials*, Wiley, New York.

Fausett, L. V., (1999), *Applied Numerical Analysis Using MATLAB*, Prentice–Hall, Inc., New Jersey.

Genç Demiriz, I., (2003), “Eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin bazı üç boyutlu titreşim ve stabilite problemlerinin SEY ile incelenmesi”, *Doktora Tezi*, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 95s.

Hutton, D. V., (2004), *Fundamentals of Finite Element Analysis*, 1st Ed., McGraw-Hill, New York.

Kim, J. T. ve Stubbs, N., (2003), “Crack Detection in Beam-Type Structures Using Frequency Data”, *Journal of Sound and Vibration* (2003) 259(1), 145–160.

Pirner, M. ve Urushadze, S., (2004), “Dynamic Response as a Tool for Damage Identification”, *International Applied Mechanics*, Vol. 40, No. 5, pp: 487–505.

Reddy, J. N., (1993), *An Introduction to the Finite Element Method*, 2nd Ed., McGraw-Hill, New York.

Rzayev, O. G. ve Akbarov, S. D., (2002), “Natural Vibrations of a Composite Plate Strip with Macrocracks”, *International Applied Mechanics*, Vol. 38, No. 10, pp: 1280–1283.

Sinha, J. K., Friswell, M. I. ve Edwards, S., (2002), “Simplified Models for the Location of Cracks in Beam Structures Using Measured Vibration Data”, *Journal of Sound and Vibration* (2002) 251(1), 13–38.

Zienkiewicz, O. C. ve Taylor, R. L., (1991a), *The Finite Element Method*, 4th ed., Vol. 1, *Basic Formulation and Linear Problems*, McGraw-Hill, London; New York.

Zienkiewicz, O. C. ve Taylor, R. L., (1991b), *The Finite Element Method*, 4th ed., Vol 2., *Solid and Fluid Mechanics Dynamics and Non-Linearity*, McGraw-Hill, London; New York.

EKLER

Ek 1 Programın MATLAB® kodu

Ek 1 Programın MATLAB® kodu

$x_2 = h$ noktalarında p düzgün yayılı yükü etkisindeki kompozit şerit levhanın, çatlak içermediği ve tek ya da alt alta iki çatlak içerdiği durumlarda (2.29) denklem sistemini kurarak (2.5) ve (2.6) sınır koşulları altında çözen program, MATLAB® (R2006a v7.2.0.232) ile kodlanmıştır.

Programın kaynak kodu aşağıda listelenen “.m” uzantılı dosyalardan oluşmaktadır:

- 1) **NFonk.m:** (2.23)’te verilen şekil fonksiyonlarının ifadesidir.
- 2) **NTurev.m:** (2.31)’de verilen B_i matrisinin ifadesidir.
- 3) **DModul.m:** (2.4)’te aranan malzemeye ait sabitleri içeren matrisin ifadesidir. (2.32) ifadeleri ile hesaplanır.
- 4) **toplamNod.m:** Kullanılan sonlu eleman sayısına ve levhanın çatlak içerip içermeme durumlarına göre levhadaki toplam nod adedini hesaplar.
- 5) **globalNod.m:** Bir sonlu elemanın, nodlarının, tam levha üzerinde hangi noda karşılık geldiğini hesaplar. Levhanın çatlak içermesi durumunda çatlağın adedi ve konumuna göre değişeceğinden, çatlak sayısına göre, 6 – 8. maddelerde verilen fonksiyonlardan birini seçerek kullanır.
- 6) **globalNodCatlak0.m:** Levhanın çatlak içermemesi durumunda, global nodları hesaplayan fonksiyondur.
- 7) **globalNodCatlak1.m:** Levhanın tek çatlak içermesi durumunda, global nodları hesaplayan fonksiyondur.
- 8) **globalNodCatlak2.m:** Levhanın alt alta iki çatlak içermesi durumunda, global nodları hesaplayan fonksiyondur.
- 9) **yuklenenNod.m:** Levhanın yükleme yapılan sonlu elemanları bilgisiyle, çatlak adedi ve konumuna göre, hangi nodların yükleme etkisinde olduğunu döner.
- 10) **giris.m:** Kullanıcının programın hangi parametrelerle çalışacağını belirlediği dosyadır. Mesnet tipi, sonlu eleman sayıları, çatlak adedi ve konumu, boyutsuz büyükler ve malzeme sabitleri bu dosyada belirtilir.
- 11) **onDegerHesapla.m:** Kullanıcının girdiği parametrelere göre, toplam nod adedini, sistemin serbestlik derecesini, sonlu eleman uzunluklarını hesaplar, (2.29)’da aranan cebrik denklem takımındaki genel K ve r matrislerini yaratır.
- 12) **modAra.m:** ω^2 değerleri sıralı aratmak istendiğinde, verilen aralık ve hassaslıkta sırayla arayabilen ara fonksiyondur.
- 13) **main.m:** Her sonlu eleman için (2.30) ifadelerini hesaplayarak (2.29)’daki cebrik denklem takımını oluşturur. Bu sistemi, mesnet durumuna göre (2.5) veya (2.6) sınır koşulları altında çözer. Her nodda, yatay ve düşey yer değiştirmeyi hesaplar.

NFonk.m

```

1 function y = NFonk(ksi, eta)
2 N(1,1) = 0.25 * (1. - ksi) * (1. - eta);
3 N(2,1) = 0.25 * (1. + ksi) * (1. - eta);
4 N(3,1) = 0.25 * (1. + ksi) * (1. + eta);
5 N(4,1) = 0.25 * (1. - ksi) * (1. + eta);
6 y = N;

```

NTurev.m

```

1 function y = NTurev( N, alfaX, betaY )
2 syms ksi eta;
3 for i = 1:4
4     dN(i,1) = 1. / alfaX * diff( N(i,1), ksi ); % dN / dx
5     dN(i,2) = 1. / betaY * diff( N(i,1), eta ); % dN / dy
6 end
7 for i=1:4
8     B(:,i) = [dN(i,1) 0;0 dN(i,2);dN(i,2) dN(i,1)];
9 end
10 y = simplify(B);

```

DModul.m

```

1 function y = DModul(e, nu1, nu2)
2 et1 = 0.5;
3 et2 = 0.5;
4 em1 = 1. / (2. * (1.+nu1));
5 em2 = e / (2. * (1.+nu2));
6 el1 = 1.* nu1 / ((1. + nu1) * (1. - 2.* nu1));
7 el2 = e * nu2 / ((1. + nu2) * (1. - 2.* nu2));
8 %A11
9 A(1,1) = em1 * et1 + em2 * et2 + (el1 + em1)*et1 + (el2 + em2)*et2;
10 elm1 = (el1 + 2.* em1) * et2 + (el2 + 2.* em2) * et1;
11 A(1,1) = A(1,1) - et1 * et2 * (el1 - el2)^2 / elm1;
12 %A12
13 A(1,2) = el1 * et1 + el2 * et2;
14 A(1,2) = A(1,2)-et1*et2*(el1-el2)*((el1+2.*em1)-(el2+2.*em2))/elm1;
15 %A21
16 A(2,1) = A(1,2);
17 %A22
18 A(2,2) = (el1 + 2.* em1) * et1 + (el2 + 2.* em2) * et2;
19 A(2,2) = A(2,2) - et1*et2*((el1 + 2.* em1)-(el2+em2*2))^2/elm1;
20 %A21
21 A(3,3) = em1 * em2 / (em1 * et2 + em2 * et1);
22 y = A;

```

toplamlamNod.m

```

1 function y = toplamlamNod(catlakAdedi, NN, MM, NL, NC)
2 %Toplam nod, sonlu eleman aginin nod sayisidir.

```

```

3  switch(catlakAdedi)
4      case(0), toplamNodSayisi = (NN+1)*(MM+1);
5      case(1), toplamNodSayisi = 2*((NL+1)*(MM+1)+NC*(MM+2))-(MM+2);
6      case(2), toplamNodSayisi = 2*((NL+1)*(MM+1)+NC*(MM+3))-(MM+3);
7  end
8  y = toplamNodSayisi;

```

globalNod.m

```

1  function y = globalNod(n, m, k, catlakAdedi, MM, MA, NL, NC, MO)
2  switch(catlakAdedi)
3      case(0), node = globalNodCatlak0(n, m, k, MM);
4      case(1), node = globalNodCatlak1(n, m, k, MM, MA, NL, NC);
5      case(2), node = globalNodCatlak2(n, m, k, MM, MA, NL, NC, MO);
6  end
7  y = node;

```

globalNodCatlak0.m

```

1  function y = globalNodCatlak0(n, m, k, MM)
2  switch(k)
3      case(1), globalNod = (n-1) * (MM+1) + m ;
4      case(2), globalNod = n * (MM+1) + m ;
5      case(3), globalNod = n * (MM+1) + (m+1);
6      case(4), globalNod = (n-1) * (MM+1) + (m+1);
7  end
8  y = globalNod;

```

globalNodCatlak1.m

```

1  function y = globalNodCatlak1(n, m, k, MM, MA, NL, NC)
2  NC = 2 * NC;
3  solNod = 0;
4  if n < NL + 1 %sonlu eleman çatlağın solundaki hasarsız bölgede.
5      switch(k)
6          case(1), globalNod = (n-1) * (MM+1) + m;
7          case(2), globalNod = n * (MM+1) + m;
8          case(3), globalNod = n * (MM+1) + (m+1);
9          case(4), globalNod = (n-1) * (MM+1) + (m+1);
10     end
11 end
12 solNod = solNod + NL * (MM + 1);
13 if n == NL + 1 %eleman catlagin basladigi bolgede.
14     solNod14 = solNod;
15     solNod23 = solNod + (MM + 1);
16     switch(k)
17         case(1), globalNod = solNod14 + m;
18         case(4), globalNod = solNod14 + (m+1);
19     end
20     if m <= MA %eleman, catlagin sol ucunun altinda

```

```

21     switch(k)
22         case(2), globalNod = solNod23 + m;
23         case(3), globalNod = solNod23 + (m+1);
24     end
25     else if m > MA %eleman, catlagin sol ucunun ustunde
26         switch(k)
27             case(2), globalNod = solNod23 + (m+1);
28             case(3), globalNod = solNod23 + (m+2);
29         end
30     end
31 end
32 end
33 solNod = solNod + (MM + 1);
34 if n > NL + 1 && n < NL + NC %eleman catlak bolgesinde.
35     if m <= MA %eleman, catlagin altinda
36         switch (k)
37             case(1), globalNod = solNod + (n-NL-2) * (MM+2) + m;
38             case(2), globalNod = solNod + (n-NL-1) * (MM+2) + m;
39             case(3), globalNod = solNod + (n-NL-1) * (MM+2) + (m+1);
40             case(4), globalNod = solNod + (n-NL-2) * (MM+2) + (m+1);
41         end
42     else if m > MA %eleman, catlagin ustunde
43         switch(k)
44             case(1), globalNod= solNod+ (n-NL-2)*(MM+2) + (m+1);
45             case(2), globalNod= solNod+ (n-NL-1)*(MM+2) + (m+1);
46             case(3), globalNod= solNod+ (n-NL-1)*(MM+2) + (m+2);
47             case(4), globalNod= solNod+ (n-NL-2)*(MM+2) + (m+2);
48         end
49     end
50 end
51 end
52 solNod = solNod + (NC - 2) * (MM + 2);
53 if n == NL + NC %eleman catlagin bittiği bolgede.
54     solNod14 = solNod;
55     solNod23 = solNod + (MM + 2);
56     switch(k)
57         case(2), globalNod = solNod23 + m;
58         case(3), globalNod = solNod23 + (m+1);
59     end
60     if m <= MA %eleman, catlagin sağ ucunun altinda
61         switch(k)
62             case(1), globalNod = solNod14 + m;
63             case(4), globalNod = solNod14 + (m+1);
64         end
65     else if m > MA %eleman, catlagin sağ ucunun ustunde
66         switch(k)
67             case(1), globalNod = solNod14 + (m+1);
68             case(4), globalNod = solNod14 + (m+2);
69         end
70     end
71 end

```

```

72 end
73 solNod = solNod + (MM + 2);
74 if n > NL + NC %sonlu eleman çatlağın sağındaki hasarsız bolgede.
75     n = n - (NL + NC);
76     switch(k)
77         case(1), globalNod = solNod + (n-1)* (MM+1) + m;
78         case(2), globalNod = solNod + n * (MM+1) + m;
79         case(3), globalNod = solNod + n * (MM+1) +(m+1);
80         case(4), globalNod = solNod + (n-1)* (MM+1) +(m+1);
81     end
82 end
83 y = globalNod;

```

globalNodCatlak2.m

```

1     function y = globalNodCatlak2(n, m, k, MM, MA, NL, NC, MO)
2     NC = 2 * NC;
3     solNod = 0;
4     if n < NL + 1 %sonlu elm çatlakların solundaki hasarsız bolgede.
5         switch(k)
6             case(1), globalNod = (n-1) * (MM+1) + m;
7             case(2), globalNod = n * (MM+1) + m;
8             case(3), globalNod = n * (MM+1) + (m+1);
9             case(4), globalNod = (n-1) * (MM+1) + (m+1);
10        end
11    end
12    solNod = solNod + NL * (MM + 1);
13    if n == NL + 1 %eleman catlakların başladığı bolgede.
14        solNod14 = solNod;
15        solNod23 = solNod + (MM + 1);
16        switch(k)
17            case(1), globalNod = solNod14 + m;
18            case(4), globalNod = solNod14 + (m+1);
19        end
20        if m <= MA %eleman, alt catlagın sol ucunun altında
21            switch(k)
22                case(2), globalNod = solNod23 + m;
23                case(3), globalNod = solNod23 + (m+1);
24            end
25        else if m > MA && m <= MA+MO % elm,iki catlagın sol ucu arasında
26            switch(k)
27                case(2), globalNod = solNod23 + (m+1);
28                case(3), globalNod = solNod23 + (m+2);
29            end
30        else if m > MA + MO %elm, üst catlagın sol ucunun üstünde
31            switch(k)
32                case(2), globalNod = solNod23 + (m+2);
33                case(3), globalNod = solNod23 + (m+3);
34            end
35        end
36    end

```

```

37     end
38 end
39 solNod = solNod + (MM + 1);
40 if n > NL + 1 && n < NL + NC %eleman catlak bolgesinde.
41     if m <= MA %eleman, alt catlagin altinda
42         switch(k)
43             case(1), globalNod= solNod+ (n-NL-2) * (MM+3) + m;
44             case(2), globalNod= solNod+ (n-NL-1) * (MM+3) + m;
45             case(3), globalNod= solNod+ (n-NL-1) * (MM+3) + (m+1);
46             case(4), globalNod= solNod+ (n-NL-2) * (MM+3) + (m+1);
47         end
48     else if m > MA && m <= MA+MO %eleman, iki catlagin arasinda
49         switch(k)
50             case(1), globalNod= solNod+ (n-NL-2)*(MM+3)+ (m+1);
51             case(2), globalNod= solNod+ (n-NL-1)*(MM+3)+ (m+1);
52             case(3), globalNod= solNod+ (n-NL-1)*(MM+3)+ (m+2);
53             case(4), globalNod= solNod+ (n-NL-2)*(MM+3)+ (m+2);
54         end
55     else if m > MA + MO %eleman, üst catlagin ustunde
56         switch(k)
57             case(1), globalNod=solNod+(n-NL-2)*(MM+3)+(m+2);
58             case(2), globalNod=solNod+(n-NL-1)*(MM+3)+(m+2);
59             case(3), globalNod=solNod+(n-NL-1)*(MM+3)+(m+3);
60             case(4), globalNod=solNod+(n-NL-2)*(MM+3)+(m+3);
61         end
62     end
63 end
64 end
65 end
66 solNod = solNod + (NC - 2) * (MM + 3);
67 if n == NL + NC %eleman catlagin bittiği bolgede.
68     solNod14 = solNod;
69     solNod23 = solNod + (MM + 3);
70     switch(k)
71         case(2), globalNod = solNod23 + m;
72         case(3), globalNod = solNod23 + (m+1);
73     end
74     if m <= MA %eleman, alt catlagin sağ ucunun altinda
75         switch(k)
76             case(1), globalNod = solNod14 + m;
77             case(4), globalNod = solNod14 + (m+1);
78         end
79     else if m > MA && m <= MA+MO % elm,2 catlagin sağ ucu arasinda
80         switch(k)
81             case(1), globalNod = solNod14 + (m+1);
82             case(4), globalNod = solNod14 + (m+2);
83         end
84     else if m > MA + MO %elm, üst catlagin sağ ucunun ustunde
85         switch(k)
86             case(1), globalNod = solNod14 + (m+2);
87             case(4), globalNod = solNod14 + (m+3);

```

```

88         end
89     end
90 end
91 end
92 end
93 solNod = solNod + (MM + 3);
94 if n > NL + NC %sonlu elm çatlakların sağındaki hasarsız bölgede.
95     n = n - (NL + NC);
96     switch(k)
97         case(1), globalNod = solNod + (n-1)* (MM+1) + m;
98         case(2), globalNod = solNod + n * (MM+1) + m;
99         case(3), globalNod = solNod + n * (MM+1) +(m+1);
100        case(4), globalNod = solNod + (n-1)* (MM+1) +(m+1);
101    end
102 end
103 y = globalNod;

```

yuklenenNod.m

```

1  function y = yuklenenNod()
2  load ws_giris
3  ustNodlar = zeros(NN, 1);
4  for n = 1 : NN + 1
5      ustNodlar(n,1) = globalNod(n,MM,4,catlakAdedi, MM,MA,NL,NC,MO);
6  end
7  y = ustNodlar;

```

giris.m

```

1  clear all
2  clc
3  % mesnet A: Ankastre, B: Basit
4  mesnet = 'B';
5
6  %{
7  ankastre mesnette sistem tam simetrik olduğundan 2. mod ortaya çıkmaz.
8  yüklemeyi değiştirmek gerekir.
9  %}
10 yuklemeDegistirEH = 'H';
11
12 % Çatlak yoksa 0; Tek çatlak varsa 1; Çift çatlak varsa 2
13 catlakAdedi = 0;
14
15 % Omega Kare'leri arıyoruz...
16 omega_kare = 0.1450 : 0.0001 : 0.1522;
17
18 % Levhanın Geometrik başlangıç değerleri
19 h = 0.1; % levhanın boyutsuz yüksekliği (yatay boyu 1 kabul edilecek.)
20 MM = 12; % x2 eksenindeki sonlu eleman sayısı
21 NN = 80; % x1 eksenindeki sonlu eleman sayısı
22

```

```

23 % Çatlağın Geometrik başlangıç değerleri
24 NL = 4; % varsa çatlağın solundaki sonlu eleman sayısı
25 MA = 4; % varsa çatlağın altındaki sonlu eleman sayısı
26 NC = NN / 2 - NL; %çatlağın uzunluğu
27 MO = MM - 2 * MA; %varsa iki çatlak arası düşeyde sonlu elm adedi
28
29 %x ekseninde boyutsuz birim uzunluk (boyutsuz)
30 l = 1;
31
32 % Malzeme sabitleri
33 e = 1; % E2/E1 oranı
34 nu1 = 0.3; %1. malzemenin Poisson oranı
35 nu2 = 0.3; %2. malzemenin Poisson oranı
36
37 %yükleme (bu problemde levhanın üst bölgesinde yayilidir).
38 P = 1;
39
40 % Modlar
41 Modlar = zeros(length(omega_kare), 1);
42
43 %veriler "ws_giris.mat" dosyasına yazılıyor.
44 save ws_giris
45
46 %onDegerHesapla.m dosyası çalıştırılıyor.
47 run onDegerHesapla

```

onDegerHesapla.m

```

1 load ws_giris
2
3 %Toplam nod, sonlu eleman aginin nod sayisidir.
4 toplamNod = toplamNod(catlakAdedi, NN, MM, NL, NC);
5
6 %{
7 Her nod için yatayda u yer degistirmesi ile duseyde v cokmesi vardır.
8 Yani, her nodun serbestlik derecesi 2'dir. Global matrisin boyu ise
9 sistemin serbestlik derecesi kadardir.
10 %}
11 serbestlik = toplamNod * 2;
12
13 globalK = zeros(serbestlik,serbestlik); %Global rijitlik matrisi
14 globalF = zeros(serbestlik,1); %Global kuvvet vektörü
15
16 Yuk = zeros(NN,MM); %tüm elemanların yukleme durumu için önce sıfır.
17
18 %4 nodlu dikdörtgen sonlu elemanlar kullanılmıstır.
19 syms ksi eta x y;
20 N = NFonk(ksi,eta); %seki fonksiyonlarının ifadelerini belirliyor.
21 D = DModul(e,nu1,nu2); %E ve nu sabitleriyle D matrisini olusturuyor.
22
23 % 1) sonlu eleman uzunlukları belirleniyor.

```

```

24   alfaX(1:NN) = 0.5 * double(l / NN); % l : levha uzunluğu (boyutsuz)
25   betaY(1:MM) = 0.5 * double(h / MM); % h : levha yüksekliği (boyutsuz)
26
27   %2) yuklemeler levhanın üst yüzeyinde yapılıyor.
28   %{
29   sadece yatayda hangi sonlu elemana denk geldiğini bilmek yeter.
30   ankastre mesnette sistem tam simetrik olduğundan 2. mod ortaya çıkmaz.
31   yüklemeyi değiştirmek gerekir.
32
33   if yuklemeDegistirEH == 'H'
34       Yuk(1:NN, MM) = -P;
35   else
36       Yuk(1:NN/2, MM) = -P;
37       Yuk(NN/2+1:NN, MM) = P;
38   end
39
40   %veriler "ws_giris.mat" dosyasına yazılıyor.
41   save ws_giris
42
43   run modAra

```

modAra.m

```

1   load ws_giris
2
3   for deneme = 1 : length(omega_kare)
4       OM2 = omega_kare(deneme);
5
6       fprintf("\ndeneme %d - omega2: %2.4f\n", deneme, OM2);
7
8       Modlar(deneme, 1) = OM2;
9       Modlar(deneme, 2:NN+2) = main(OM2);
10  end
11  fprintf("\n\nProgram başarıyla çalıştı ve çözüme ulaştı.");
12  fprintf("\nWORKSPACE İLE SONUÇLARI GÖREBİLİRSİNİZ.\n");

```

main.m

```

1   function y = main (OM2)
2   %PROGRAM HESAP YAPMAYA BASLIYOR:
3   load ws_giris % ws_giris.mat okunur. verileri workspace'ten yükler.
4
5   %asagidaki dongulerle eleman matrislerinin degerleri hesaplanır.
6   %{
7       * bütün eleman rijitlik matrisleri birbirinin aynısıdır.
8       * yataydaki her n için sadece düşeyde MM indisli elemanların
9       kuvvet vektörleri vardır ve birbirlerinin aynısıdır.
10  %{
11
12  %integral alınarak eleman ve global K ve F ler hesaplanıyor.
13  for n = 1:NN

```

```

14 for m = 1:MM
15
16     if n == 1 && m == 1
17         %sekil fonk.larin kısmi turevleriyle B matrisi olusur.
18         B = NTurev(N, alfaX(n), betaY(m));
19     end
20
21     for k = 1:4
22         for l = 1:4
23
24             globalNod1=globalNod(n,m,k,catlakAdedi,MM,MA,NL,NC,MO);
25             globalNod2=globalNod(n,m,l,catlakAdedi,MM,MA,NL,NC,MO);
26
27             globalNod1 = 2 * globalNod1;
28             globalNod2 = 2 * globalNod2;
29
30             if n == 1 && m == 1
31                 integrantK = transpose(B(:,k)) * D * B(:,l);
32
33                 elemanK(:,k,l,n,m) = ...
34                     1. / D(2,2) * ... % A22'ye bölüyoruz.
35                     (alfaX(n)*betaY(m))*...% Jakobiye çarpılır.
36                     double( int( ...
37                         int(integrantK,ksi,-1,1), eta,-1,1));
38
39                 mass = ( alfaX(n) * betaY(m) ) *...
40                     double( int( ...
41                         int(N(k,1)*N(l,1),ksi,-1,1),eta,-1,1));
42
43                 MassK(:,k,l,n,m) = ...
44                     [ mass  0; ...
45                       0  mass ];
46             end
47
48             elemanK(:,k,l,n,m) = ... % [K - W^2 * M]I
49             elemanK(:,k,l,1,1) - OM2 * MassK(:,k,l,1,1);
50
51             globalK(globalNod1-1:globalNod1,globalNod2-1:globalNod2)...
52             =globalK(globalNod1-1:globalNod1,globalNod2-1:globalNod2)...
53             + elemanK(:,k,l,n,m);
54
55             % { sadece levhanın üstünde (m == MM) yükleme var. elemanların
56             üst nodlarına (k == 3 || k == 4'e) etkiyor. bu nodlarda
57             eta=+1. Nk ların integrali eta = +1 için 1 oluyor. Geriye
58             yük ile sonlu eleman uzunluğunun çarpımı kalıyor.
59             diğer tüm nodlarda kuvvet sıfır
60             % }
61             elemanF(:,1,k,1,n,m) = 0;
62             if m == MM && (k == 3 || k == 4)
63                 elemanF(2,1, k,1, n,m) = Yuk(n, m) * alfaX(n);
64             end

```

```

65         end % loop l
66
67         globalF( globalNod1-1 : globalNod1, 1) = ...
68         globalF(globalNod1-1:globalNod1,1)+elemanF(:,1,k,1,n,m);
69
70     end % loop k
71 end % loop m
72 end % loop n
73
74 globalF = 1. / D(2,2) * globalF;
75
76 %Asagida Ku=F cozduruluyor.
77 %fprintf('\nDenklemleri kurdum; indirgiyorum.\n');
78
79 if mesnet == 'A' % ankastre mesnet
80     indK=globalK(2*MM+3:serbestlik-(2*MM+2),2*MM+3:serbestlik-(2*MM+2));
81     indF=globalF(2*MM+3:serbestlik-(2*MM+2), 1);
82 else if mesnet == 'B' % basit mesnet
83     indK = globalK(3:serbestlik-1, 3:serbestlik-1);
84     indF = globalF(3:serbestlik-1, 1);
85     end
86 end
87 %fprintf('\nDenklemleri çözüyorum.\n');
88
89 indU = inv(indK) * indF;
90
91 if mesnet == 'A' % ankastre mesnet
92     globalU = ...
93     [ zeros(2*MM+2,1);...
94     indU;...
95     zeros(2*MM+2,1) ];
96 else if mesnet == 'B' % basit mesnet
97     globalU = ...
98     [ zeros(2,1);...
99     indU;...
100     zeros(1,1) ];
101     end
102 end
103
104 %fprintf('\nGlobal U hesaplandı..\n');
105
106 duseyV = globalU(2:2:serbestlik);
107 grIdxV = yuklenenNod();
108 grDuseyV = duseyV(grIdxV);
109
110 y = transpose(grDuseyV); % Modlar;

```

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 08.07.1982

Doğum yeri İstanbul

Lise 1997–2000 Şişli Lisesi

Lisans 2000–2004 Yıldız Teknik Üniversitesi Kimya Metalürji Fak.
Matematik Mühendisliği Bölümü

Çalıştığı kurum(lar)

2002–2004 Sanofi – Synthélabo İlaç A. Ş., Finans Direktörlüğü,
Stajyer
2005–devam Türk Ekonomi Bankası A. Ş., Bilgi Teknolojileri,
Yazılım Geliştirme Uzmanı