

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İki Yön. Eğr. Yap. Sap. Kal. Dik. Plan.
Ger. Ana. alt Mat. Mod. sey ile İnc.

Yüksek Lisans Tezi

Nurdan Tokatlı

2007

İKİ YÖNDE EĞRİSEL YAPIYA SAHİP KALIN DİKDÖRTGEN
PLAĞIN GERİLME ANALİZİNE AİT MATEMATİK
MODELİNİN SEY İLE İNCELENMESİ

Matematikçi Nurdan TOKATLI

FBE Matematik Anabilimdalında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

1.Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr. Elif TEKİN TARIM
2.Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr. Işım GENÇ DEMİRİZ

İSTANBUL, 2007

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
KÜTÜPHANE VE DOKÜMANTASYON
DAİRE BAŞKANLIĞI

Yer No (DDC) : R 209-303

Kayıt No : 3642

Geldiği Yer : Fen Bilimleri
Enstitüsü

Tarih : 06/12/2007

Fiyat : 13,00

Fatura No :

Ayniyat No :

Ek :

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
Demirbaş No:.....

255070203 3955548070000

vi - 26

**İKİ YÖNDE EĞRİSEL YAPIYA SAHİP KALIN DİKDÖRTGEN
PLAĞIN GERİLME ANALİZİNE AİT MATEMATİK
MODELİNİN SEY İLE İNCELENMESİ**

Matematikçi Nurdan TOKATLI

FBE Matematik Anabilimdalında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez savunma Tarihi : 19.06.2007

1. Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Elif TEKİN TARIM

2. Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Işım GENÇ DEMİRİZ

Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Nazmiye YAHNIOĞLU

Doç. Dr. Ömer GÖK

Yrd. Doç. Yasemen UÇAN

İSTANBUL, 2007

İÇİNDEKİLER

ŞEKİL LİSTESİ	iii
ÖNSÖZ.....	iv
ÖZET	v
ABSTRACT	vi
1 GİRİŞ.....	1
1.1 Tez Konusuna Ait Bilgiler.....	1
2 PROBLEMİN MATEMATİKSEL FORMÜLASYONU VE SONLU ELEMAN MODELLEMESİ	4
2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu.....	4
2.2 Ele Alınan Problemin Varyasyon Formülasyonu	6
2.3 Üç Boyutlu Sonlu Eleman Modellemesi	10
3 SAYISAL SONUÇLAR.....	13
SONUÇLAR.....	22
KAYNAKLAR.....	23
ÖZGEÇMİŞ.....	26

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1 Plak ve plak malzemesinin yapısının geometrisi.....	4
Şekil 2.2 Seçilen sonlu eleman formu ve düğüm noktaları	10
Şekil 3.1 $\ell_1 / \Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3 / \Lambda_3 = 4$ durumunda E_2 / E_1 ' in çeşitli değerleri için σ_{11} / p ' nin x_1 / ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği	14
Şekil 3.2 $\ell_1 / \Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3 / \Lambda_3 = 4$ durumunda E_2 / E_1 ' in çeşitli değerleri için σ_{22} / p ' nin x_1 / ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği.....	15
Şekil 3.3 $\ell_1 / \Lambda_1 = 4$ durumunda $\gamma_3 = l_3 / \Lambda_3$ ' ün çeşitli değerleri için σ_{11} / p ' nin x_1 / ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği.....	16
Şekil 3.4 $\ell_1 / \Lambda_1 = 4$ durumunda $\gamma_3 = l_3 / \Lambda_3$ ün çeşitli değerleri için σ_{22} / p ' nin x_1 / ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği.....	17
Şekil 3.5 $E=50$, $\ell_1 / \Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3 / \Lambda_3 = 4$ durumunda ε ' nun çeşitli değerleri için σ_{11} / p ' nin x_1 / ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği	18
Şekil 3.6 $E=50$, $\ell_1 / \Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3 / \Lambda_3 = 4$ durumunda ε ' nun çeşitli değerleri için σ_{22} / p ' nin x_1 / ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği.....	19
Şekil 3.7 $\varepsilon = 0$, $\ell_1 / \Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3 / \Lambda_3 = 4$ durumunda E_2 / E_1 ' in çeşitli değerleri için σ_{11} / p ' nin x_1 / ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği	20
Şekil 3.8 $\varepsilon = 0$, $\ell_1 / \Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3 / \Lambda_3 = 4$ durumunda E_2 / E_1 ' in çeşitli değerleri için σ_{22} / p ' nin x_1 / ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği.....	21

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın hazırlanmasında sonsuz emeği geçen, bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, her konuda özveriyle yardımcı olan, beni destekleyen ve yalnız bırakmayan değerli hocalarım Sayın Yrd. Doç. Dr. Elif TEKİN TARIM'a, Sayın Yrd. Doç. Dr. Işım GENÇ DEMİRİZ'e, yardımlarından dolayı Sayın Yrd. Doç. Dr. Selmahan SELİM'e, Sayın Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV'a, Sayın Prof. Dr. Nazmiye YAHNİOĞLU'na teşekkür ederim.

Bugüne kadar hep yanımda olan ve desteklerini esirgemeyen, bugünkü konumuma gelmemde emeği geçen sevgili ANNE ve BABAMA, canım KARDEŞLERİME teşekkür ederim.

ÖZET

Ele alınan çalışmada eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış, kenarlarından basit tutturulmuş üst düzleminde homojen yayılı normal yük bulunan kalın dikdörtgen plaktaki gerilme yayılımı incelenmiştir.

Çalışma, Akbarov ve Guz süreklilik teorisi (1991a) ve üç boyutlu elastisite teorisinin kesin denklemleri çerçevesinde Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Bu, değişken katsayılı lineer kısmi diferansiyel denklem takımını içeren sınır değer problemlerinin SEY ile çözülmesine karşılık gelmektedir.

Sonlu Elemanlar Yöntemi çerçevesinde uygun fonksiyonel oluşturulmuş, üç boyutlu sonlu eleman modellemesi yardımıyla problemin sayısal sonuçları, hazırlanan bilgisayar programı ile elde edilmiş ve bu sonuçların yorumları verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Lineer kısmi diferansiyel denklem takımı, Sonlu Elemanlar Yöntemi, kompozit.

ABSTRACT

In this thesis the stress distribution in a thick plate fabricated from the composite material with spatially periodically curved structure is studied. It is assumed that this plate edges are simply supported and uniformly distributed normal forces are applied to its upper face.

The study is carried out within the framework of continuum theory of Akbarov and Guz (1991a) and three-dimensional exact equations of elasticity theory by using Finite Element Method (FEM). These respect to the solution of the boundary value problems of the linear partial differential equations with the variable coefficients by FEM.

Appropriate functional are constituted within framework FEM and numerical results of the problem are obtained with prepared computer programming by using Finite Element modeling and explanations of these results are given.

Keywords: Linear partial differential equation system, Finite Element Method, composite.

1. GİRİŞ

1.1 Tez Konusuna Ait Bilgiler

Doğada meydana gelen bir çok mekaniksel, fiziksel olayların matematiksel formülasyonu kısmi diferansiyel denklemler takımı yardımıyla ifade edilir. Bu olayların incelenmesi bu problemlerin çözülmesi ile mümkündür. Belirlenen bu fiziksel problemler başlangıç değer problemi yada sınır değer problemi olmak üzere iki şekilde modellenir. Çoğu kez karmaşık malzeme özellikleri, karmaşık geometri ve karışık sınır koşulları nedeniyle analitik çözüm yöntemleriyle çözülebilecek problemlerin sayısı çok kısıtlıdır. Bu nedenle sayısal çözüm yöntemlerini kullanmak kaçınılmazdır.

Oluşturulan bu modellerin çoğu kısmi diferansiyel denklemlerle ilgili sınır değer problemlerinden ibarettir. Bunların fiziksel modellere en yakın sunuş biçimi ise varyasyonel problemler şeklindedir. Varyasyonel problemlerin, özdeşi olan sınır değer problemleriyle karşılaştırıldığı zaman diferansiyellenebilirlik ve süreklilik bakımından daha geniş problemler sınıfına hitap ettiği bilinir. Bilindiği gibi diferansiyel denklemlerin sayısal çözümlerinin elde edilmesinde ilk olarak ayrıklaştırma işlemi uygulanmaktadır.

Matematik modelleme sürecinde modelin varyasyonel problem olarak ifade edilmesinden sonraki aşaması bilgisayarda çözülmesi hedeflenen ayrık modelin oluşturulmasıdır. Bu işlemin sonucunda ele alınan sınır değer probleminin incelenmesi, uygun cebirsel denklemler takımının incelenmesine indirgenir. Bu durumda, incelenen sınır değer problemi lineer ise cebirsel denklem takımı da lineer olur. Bunların bir çok çözüm yöntemi vardır. Günümüzde diferansiyel denklemlerle ilgili modellerin ayrık benzeşiklerinin oluşturulması ve bundan elde edilen ayrık problemin bilgisayarda çözülebilmesi açısından en kapsamlı ve evrensel yöntem, Sonlu Elemanlar Yöntemidir(SEY). Burada ayrıklaştırma işlemi SEY(Finite Element Method-FEM) ile yapılmaktadır. SEY gerilme analizi, ısı transferi, elektromagnetizm ve akışkanlar mekaniği gibi mühendislik problemlerinin çoğunda çözüm elde edebilmek için kullanılan sayısal bir yöntemdir(Moaveni, 1999). 1990'lı yılların ortaları itibariyle SEY ve uygulamalarıyla ilgili yaklaşık 40.000' in üzerinde makale ve kitap yayınlanmıştır. (1)

Akbarov ve Guliev (1991) makalesinde yapısında Ox_1 ve Ox_3 eksenleri yönünde küçük periyodik eğrilikleri olan kompozit malzemedan oluşmuş sonsuz bir cisimde çekme-basınç ve basit kaymalardan dolayı oluşan quasi-homojen durumu incelenmiş ve eğrilik parametrelerinin bu gerilmelere etkisi gösterilmiştir. Özel durumlarda Guz (1983) makalesindeki sonuçlar da tekrar edilmiştir. Daha sonra Akbarov ve Guz süreklilik teorisi eğrisel yapıya sahip kompozit malzemedan oluşmuş yapı elemanlarının dinamik ve statik problemlerinin incelenmesine uygulanmıştır. Benzer incelemeler Akbarov ve Yahnioğlu (1997, 1998, 1999a; 1999b), Akbarov ve Selim (2001), Yahnioğlu (1996,1997), Yahnioğlu ve Selim (2000), Selim (1999), Akbarov vd. (1993), Zamanov (1999, 2000; 2001, 2002) Kütüğ (1996, 1997) araştırmalarında yapılmıştır. Araştırmaların hepsinde malzeme yapısındaki periyodik ve yerel eğriliklerin sadece Ox_1 ekseni yönünde olduğu varsayılmıştır. Bu koşul altında kenarlarından basit veya rijit tutturulmuş şeritte düzlem şekil değiştirme durumunda ve eğriliğin bulunduğu yöndeki kenarlarından basit veya rijit tutturulmuş, diğer yöndeki kenarlarından sadece basit tutturulmuş dikdörtgen kalın plakta bazı statik ve dinamik problemleri başarı ile incelenmiştir. Bu problemlerin neredeyse tamamı Sonlu Elemanlar Yöntemi ile yapılmıştır. Şeride ait problemlerin incelenmesinde iki boyutlu Sonlu Elemanlar Yöntemi, plaklara ait incelemelerde ise yarıanalitik Sonlu Elemanlar Yöntemi uygulanmıştır. Bu sebeple plak malzemesi yapısındaki eğrilikler iki yönlü olduğu durumlarda üç boyutlu sonlu eleman modellemesi zorunluluğuyla karşılaşılır. Bu yönde ilk teşebbüs yapısında birbirine dik iki yönde periyodik eğriliği olan kompozit malzemedan yapılmış dikdörtgen plaktaki gerilme durumuna ait Kahramaner vd. (2001) çalışmasında, kalın plakların titreşim veya burkulmasına ait sınır değer veya özdeğer problemlerinin incelenmesi yönündeki araştırma Genç Demiriz (2003) çalışmasında ve malzeme yapısında iki yönde yerel eğrilikler olan araştırmalar ise Tekin Tarım (2003, 2004) çalışmasında verilmiştir. Bu konuda daha geniş araştırmalar Akbarov ve Guz (2002) makalesinde verilmiştir.

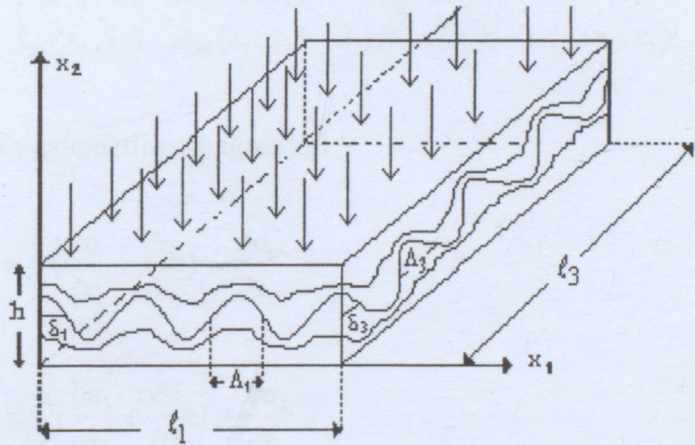
Çalışmanın konusu, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin Akbarov ve Guz süreklilik teorisi (Akbarov ve Guz, 1991a) çerçevesinde bazı üç boyutlu gerilme dağılımının incelenmesi probleminin SEY ile araştırılmasıdır. Burada ele alınan plağın üst yüzeyinde düzgün yayılı normal yükün etki ettiği kabul edilmektedir. Plağın bütün kenarları boyunca yani $x_1=0, \ell_1$, $x_3=0, \ell_3$ kenarlarında basit tutturulması durumuna bakılmaktadır. Çoğu

zaman araştırılan bir problemin gerekliliğini ve güncelliğini, kurulan bir problemin karşı geldiği gerçek fiziksel ya da mekaniksel olayların gerekliliği ve güncelliği belirlemektedir. Konu hem teorik hem de uygulama açısından gerekli bir konudur. Değişken katsayılı lineer kısmi diferansiyel denklem takımının üç boyutlu sınır değer problemlerinin araştırılmasında SEY yönteminin uygulanması teorik yönden gerekliliğini gösterir.

2. PROBLEMİN MATEMATİKSEL FORMÜLASYONU VE SONLU ELEMAN MODELLEMESİ

2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu

Çalışmada $\Omega = \{0 \leq x_1 \leq \ell_1, 0 \leq x_2 \leq h, 0 \leq x_3 \leq \ell_3\}$ bölgesinde sağlanan aşağıdaki değişken katsayılı, lineer kısmi diferansiyel denklem takımı ele alınmaktadır. Bu Ω bölgesi x_1 yönünde ℓ_1 , x_3 yönünde ℓ_3 uzunluğunda ve h yüksekliğine sahip, yapısında iki yönde eğrilik bulunduran dikdörtgen bir plağı temsil eder. Plak ve plak malzemesinin yapısının geometrisi Şekil 2.1’de görülmektedir. Plak malzemesinin bünye denklemi Akbarov ve Guz süreklilik teorisi ile verilmektedir (Akbarov ve Guz, 1991a).



Şekil 2.1 Plak ve plak malzemesinin yapısının geometrisi

Şimdi ele alınan problemin matematiksel formülasyonunun gerektirdiği denklemleri yazalım.

Denge denklemleri:

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} = 0$$

(2.1)

Elastisite bağıntıları:

$$\sigma = D\varepsilon. \quad (2.2)$$

(2.2) eşitliğinde aşağıdaki notasyonlar kabul edilmiştir:

$$\sigma^T = (\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{13} \quad \sigma_{12}) \quad (2.3)$$

$$\varepsilon^T = (\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{33} \quad \varepsilon_{23} \quad \varepsilon_{13} \quad \varepsilon_{12}) \quad (2.4)$$

$$D = \begin{pmatrix} A_{11}(x_1, x_3) & A_{12}(x_1, x_3) & A_{13}(x_1, x_3) & 2A_{14}(x_1, x_3) & 2A_{15}(x_1, x_3) & 2A_{16}(x_1, x_3) \\ A_{12}(x_1, x_3) & A_{22}(x_1, x_3) & A_{23}(x_1, x_3) & 2A_{24}(x_1, x_3) & 2A_{25}(x_1, x_3) & 2A_{26}(x_1, x_3) \\ A_{13}(x_1, x_3) & A_{23}(x_1, x_3) & A_{33}(x_1, x_3) & 2A_{34}(x_1, x_3) & 2A_{35}(x_1, x_3) & 2A_{36}(x_1, x_3) \\ A_{14}(x_1, x_3) & A_{24}(x_1, x_3) & A_{34}(x_1, x_3) & 2A_{44}(x_1, x_3) & 2A_{45}(x_1, x_3) & 2A_{46}(x_1, x_3) \\ A_{15}(x_1, x_3) & A_{25}(x_1, x_3) & A_{35}(x_1, x_3) & 2A_{45}(x_1, x_3) & 2A_{55}(x_1, x_3) & 2A_{56}(x_1, x_3) \\ A_{16}(x_1, x_3) & A_{26}(x_1, x_3) & A_{36}(x_1, x_3) & 2A_{46}(x_1, x_3) & 2A_{56}(x_1, x_3) & 2A_{66}(x_1, x_3) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Şekildeğiştirme ve yerdeğiştirme bağıntıları:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) = \frac{\partial u_3}{\partial x_3}$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= A_{11}\varepsilon_{11} + A_{12}\varepsilon_{22} + A_{13}\varepsilon_{33} + 2A_{14}\varepsilon_{23} + 2A_{15}\varepsilon_{13} + 2A_{16}\varepsilon_{12} \\
\sigma_{22} &= A_{12}\varepsilon_{11} + A_{22}\varepsilon_{22} + A_{23}\varepsilon_{33} + 2A_{24}\varepsilon_{23} + 2A_{25}\varepsilon_{13} + 2A_{26}\varepsilon_{12} \\
\sigma_{33} &= A_{13}\varepsilon_{11} + A_{23}\varepsilon_{22} + A_{33}\varepsilon_{33} + 2A_{34}\varepsilon_{23} + 2A_{35}\varepsilon_{13} + 2A_{36}\varepsilon_{12} \\
\sigma_{23} &= A_{14}\varepsilon_{11} + A_{24}\varepsilon_{22} + A_{34}\varepsilon_{33} + 2A_{44}\varepsilon_{23} + 2A_{45}\varepsilon_{13} + 2A_{46}\varepsilon_{12} \\
\sigma_{13} &= A_{15}\varepsilon_{11} + A_{25}\varepsilon_{22} + A_{35}\varepsilon_{33} + 2A_{45}\varepsilon_{23} + 2A_{55}\varepsilon_{13} + 2A_{56}\varepsilon_{12} \\
\sigma_{12} &= A_{16}\varepsilon_{11} + A_{26}\varepsilon_{22} + A_{36}\varepsilon_{33} + 2A_{46}\varepsilon_{23} + 2A_{56}\varepsilon_{13} + 2A_{66}\varepsilon_{12}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

(2.5) ve (2.7) deki $A_{ij} = A_{ij}(x_1, x_3)$ dir. A_{ij} ler $A_{ij} = A_{ij}[A_{nm}^o, F(x_1, x_3)]$ şeklinde de gösterilebilir. Bu fonksiyonların açık formları (Akbarov ve Guz, 1991,2000) de verilmiştir. Tez kapsamında (2.1) ve (2.7) denklemler takımının incelenmesi aşağıdaki sınır koşulları çerçevesinde yapılmıştır.

Sınır Koşulları:

$$\begin{aligned}
u_2 \Big|_{x_1=0, \ell_1} &= 0, \quad u_2 \Big|_{x_3=0, \ell_3} = 0, \quad \sigma_{33} \Big|_{x_3=0} = \sigma_{13} \Big|_{x_3=0} = 0, \quad \sigma_{11} \Big|_{x_1=0} = \sigma_{13} \Big|_{x_1=0} = 0 \\
\sigma_{23} \Big|_{x_2=0} &= \sigma_{12} \Big|_{x_2=0} = \sigma_{22} \Big|_{x_2=0} = 0, \quad \sigma_{22} \Big|_{x_2=h} = p, \quad \sigma_{12} \Big|_{x_2=h} = \sigma_{32} \Big|_{x_2=h} = 0 \\
\sigma_{13} \Big|_{x_3=\ell_3} &= \sigma_{33} \Big|_{x_3=\ell_3} = 0, \quad \sigma_{11} \Big|_{x_1=\ell_1} = \sigma_{13} \Big|_{x_1=\ell_1} = 0
\end{aligned} \tag{2.8}$$

2.2. Ele Alınan Problemin Varyasyon Formülasyonu

Şimdi (2.1) problemin FEM modellemesini ele alalım. Bu amaçla

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\Omega - \iint_{S_p} \sigma_{ij} u_i dS_p \tag{2.9}$$

fonksiyoneli oluşturalım. Burada S_p , Ω bölgesinin sınırının kuvvet etki gösteren kısmını belirtmektedir. Π fonksiyonelinin yerdeğiştirmelere göre varyasyonelinin sıfıra eşit olmasından (virtüel iş prensibi) (2.1) denkleminin ve gerilmelere göre verilen sınır koşullarının elde edildiğini gösterelim.

Genlikler için yazılan (2.1) - (2.7) denklemlerinin ve (2.8) de yer değıştirmelerle verilen sınır koşullarının da virtüel yerdeğiştirmeler için sağlandığını varsayarak, (2.9) fonksiyonelinin yerdeğiştirmelere göre birinci mertebeden varyasyonel alıp sıfıra eşitleyelim. Yani

$$\delta\Pi = \iiint_{\Omega} \sigma_{ij} \delta\epsilon_{ij} d\Omega - \iint_{S_p} \sigma_{ij} \delta u_i dS_p = 0 \quad (2.10)$$

olur. Şimdi bu ifadeden (2.1) denge denklemlerini ve (2.8) de gerilmelerine göre verilen sınır koşullarını elde edelim.

$$\begin{aligned} \delta\Pi = & \iiint_{\Omega} (\sigma_{11} \delta\epsilon_{11} + \sigma_{22} \delta\epsilon_{22} + \sigma_{33} \delta\epsilon_{33} + 2\sigma_{12} \delta\epsilon_{12} + 2\sigma_{13} \delta\epsilon_{13} + 2\sigma_{23} \delta\epsilon_{23}) d\Omega \\ & - \iint_{S_p} (p_1 \delta u_1 + p_2 \delta u_2 + p_3 \delta u_3) dS_p = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

(2.11) ifadesinde

$$\delta\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \delta u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.12)$$

(2.12) eşitlikleri yazılıp yerine konulduğunda;

$$\begin{aligned} \delta\Pi = & \iiint_{\Omega} \left[\left(\sigma_{11} \frac{\partial \delta u_1}{\partial x_1} + \sigma_{12} \frac{\partial \delta u_1}{\partial x_2} + \sigma_{13} \frac{\partial \delta u_1}{\partial x_3} \right) + \right. \\ & + \left(\sigma_{12} \frac{\partial \delta u_2}{\partial x_1} + \sigma_{22} \frac{\partial \delta u_2}{\partial x_2} + \sigma_{23} \frac{\partial \delta u_2}{\partial x_3} \right) + \left(\sigma_{13} \frac{\partial \delta u_3}{\partial x_1} + \sigma_{23} \frac{\partial \delta u_3}{\partial x_2} + \sigma_{33} \frac{\partial \delta u_3}{\partial x_3} \right) \Big] d\Omega \\ & - \iint_{S_p} (p_1 \delta u_1 + p_2 \delta u_2 + p_3 \delta u_3) dS_p = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

ifadesi elde edilir.

Varyasyonel ifadenin birinci terimindeki integral ifadeleri

$$\iiint_{\Omega} (.) d\Omega = \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} \int_0^h (.) dx_2 dx_3 dx_1 \quad (2.14)$$

şeklinde olduğundan, elde edilen her bir terimde kısmi integrasyon uygulanırsa genel olarak

$$\iiint_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = - \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \delta u_i d\Omega + \iint_{S_p} \sigma_{ij} \delta u_i dS_p \quad (2.15)$$

bulunur. (2.13) ifadesini benzer integral sınırları için δu_i ($i=1,2,3$)'lere göre gruplandırırsak

$$\begin{aligned} \delta \Pi = & - \int_0^h \int_0^{l_3} \int_0^{l_1} \delta u_1 \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} dx_1 dx_3 dx_2 - \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} \int_0^h \delta u_1 \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} dx_2 dx_3 dx_1 - \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} \int_0^h \delta u_1 \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} dx_3 dx_1 dx_2 - \\ & - \int_0^h \int_0^{l_3} \int_0^{l_1} \delta u_2 \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} dx_1 dx_3 dx_2 - \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} \int_0^h \delta u_2 \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} dx_2 dx_3 dx_1 - \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} \int_0^h \delta u_2 \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} dx_3 dx_1 dx_2 - \\ & - \int_0^h \int_0^{l_3} \int_0^{l_1} \delta u_3 \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} dx_1 dx_3 dx_2 - \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} \int_0^h \delta u_3 \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} dx_2 dx_3 dx_1 - \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} \int_0^h \delta u_3 \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} dx_3 dx_1 dx_2 - \\ & - \rho \iiint_{\Omega} (u_1 \delta u_1 + u_2 \delta u_2 + u_3 \delta u_3) d\Omega + \\ & + \int_0^h \int_0^{l_3} (\sigma_{11} - p_1) \delta u_1 \Big|_{x_1=l_1}^{x_1=0} dx_3 dx_2 - \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} (\sigma_{11} + p_1) \delta u_1 \Big|_{x_1=0}^{x_1=l_1} dx_3 dx_2 + \\ & + \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} (\sigma_{12} - p_1) \delta u_1 \Big|_{x_2=h}^{x_2=0} dx_3 dx_1 - \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} (\sigma_{12} + p_1) \delta u_1 \Big|_{x_2=0}^{x_2=h} dx_3 dx_1 + \\ & + \int_0^h \int_0^{l_1} (\sigma_{13} - p_1) \delta u_1 \Big|_{x_3=l_3}^{x_3=0} dx_1 dx_2 - \int_0^h \int_0^{l_1} (\sigma_{13} + p_1) \delta u_1 \Big|_{x_3=0}^{x_3=l_3} dx_1 dx_2 + \\ & + \int_0^h \int_0^{l_3} (\sigma_{12} - p_2) \delta u_2 \Big|_{x_1=l_1}^{x_1=0} dx_3 dx_2 - \int_0^h \int_0^{l_3} (\sigma_{12} + p_2) \delta u_2 \Big|_{x_1=0}^{x_1=l_1} dx_3 dx_2 \\ & + \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} (\sigma_{22} - p_2) \delta u_2 \Big|_{x_2=h}^{x_2=0} dx_3 dx_1 - \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} (\sigma_{22} + p_2) \delta u_2 \Big|_{x_2=0}^{x_2=h} dx_3 dx_1 \\ & + \int_0^h \int_0^{l_1} (\sigma_{23} - p_2) \delta u_2 \Big|_{x_3=l_3}^{x_3=0} dx_1 dx_2 - \int_0^h \int_0^{l_1} (\sigma_{23} + p_2) \delta u_2 \Big|_{x_3=0}^{x_3=l_3} dx_1 dx_2 \\ & + \int_0^h \int_0^{l_1} (\sigma_{13} - p_3) \delta u_3 \Big|_{x_1=l_1}^{x_1=0} dx_3 dx_2 - \int_0^h \int_0^{l_1} (\sigma_{13} + p_3) \delta u_3 \Big|_{x_1=0}^{x_1=l_1} dx_3 dx_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} (\sigma_{23} - p_3) \delta u_3 \Big|_{x_2=h} dx_3 dx_1 - \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} (\sigma_{23} + p_3) \delta u_3 \Big|_{x_2=0} dx_3 dx_1 \\
& + \int_0^h \int_0^{l_1} (\sigma_{33} - p_3) \delta u_3 \Big|_{x_3=l_3} dx_1 dx_2 - \int_0^h \int_0^{l_1} (\sigma_{33} + p_3) \delta u_3 \Big|_{x_3=0} dx_1 dx_2 = 0
\end{aligned} \quad (2.16)$$

elde edilir. Şimdi (2.16)'yı ele alırsak (2.8) de u_i 'lere göre verilen sınır koşullarını δu_i 'ler de sağladığından $\delta u_1|_{x_1=0,\ell_1} = 0$, $\delta u_2|_{x_1=0,\ell_1} = 0$, $\delta u_3|_{x_1=0,\ell_1} = 0$, $\delta u_2|_{x_3=0,\ell_3} = 0$ olur ve bunun sonucunda yukarıdaki bazı ifadeler sıfır olur.

(2.16)'daki $\delta u_1|_{x_2=0,h}$, $\delta u_1|_{x_3=0,\ell_3}$, $\delta u_2|_{x_2=0,h}$, $\delta u_3|_{x_2=0,h}$ ve $\delta u_3|_{x_3=0,\ell_3}$ ifadeleri de keyfi olduklarından katsayıları ayrı ayrı sıfıra eşitlenerek ve $P_1|_{x_2=h} = 0$, $P_3|_{x_2=h} = 0$, $P_2|_{x_2=h} = p$, $P_1|_{x_2=0} = 0$, $P_2|_{x_2=0} = 0$, $P_3|_{x_2=0} = 0$, $P_1|_{x_3=0,\ell_3} = 0$, $P_2|_{x_3=0,\ell_3} = 0$, $P_3|_{x_3=0,\ell_3} = 0$, $P_1|_{x_1=0} = 0$, $P_2|_{x_1=0} = 0$, $P_3|_{x_1=0} = 0$ olduğu ve ele alınan problemin $x_1/\ell_1 = 1/2$ ve $x_3/\ell_3 = 1/2$ bölgesinde olduğu gözönüne alınarak ve sınır koşullarının simetrik olması nedeniyle (2.1) denklemleri ve $u_2|_{x_1=0,\ell_1} = 0$, $u_2|_{x_3=0,\ell_3} = 0$, $u_1|_{x_1=\ell_1} = u_2|_{x_1=\ell_1} = u_3|_{x_1=\ell_1} = 0$, $u_1|_{x_3=\ell_3} = u_2|_{x_3=\ell_3} = u_3|_{x_3=\ell_3} = 0$, $\sigma_{33}|_{x_3=0} = 0$, $\sigma_{23}|_{x_2=0} = \sigma_{12}|_{x_2=0} = \sigma_{22}|_{x_2=0} = 0$, $\sigma_{22}|_{x_2=h} = p$, $\sigma_{12}|_{x_2=h} = \sigma_{32}|_{x_2=h} = 0$, $\sigma_{11}|_{x_1=0} = 0$, $\sigma_{13}|_{x_3=0} = 0$, $\sigma_{13}|_{x_1=0} = 0$ sınır koşulları elde edilir.

Şimdi (2.16) ifadesindeki kalanları yazarsak problemin varyasyon formülasyonunun

$$\begin{aligned}
\delta \Pi = & - \left[\iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} \delta u_1 d\Omega + \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} \delta u_1 d\Omega + \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} \delta u_1 d\Omega \right. \\
& + \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} \delta u_2 d\Omega + \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} \delta u_2 d\Omega + \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} \delta u_2 d\Omega \\
& \left. + \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} \delta u_3 d\Omega + \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} \delta u_3 d\Omega + \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} \delta u_3 d\Omega \right] = 0
\end{aligned} \quad (2.17)$$

Zienkiewicz ve Taylor (1989)' da verilen tekniğe uygun olarak her bir sonlu eleman için normalize edilmiş

$$\xi = \frac{x_1 - x_{10}}{\beta}, \quad \eta = \frac{x_2 - x_{20}}{\alpha}, \quad \zeta = \frac{x_3 - x_{30}}{\gamma}$$

koordinatları ile verilen

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta) & N_5 &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1+\zeta) \\ N_2 &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1-\zeta) & N_6 &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1+\zeta) \\ N_3 &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1-\zeta) & N_7 &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1+\zeta) \\ N_4 &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1-\zeta) & N_8 &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1+\zeta) \end{aligned} \quad (2.20)$$

şekil fonksiyonlarını seçelim ve her bir k . sonlu elemanda aranan yerdeğiştirmeleri

$$\mathbf{u}^k \approx \mathbf{N}^k \mathbf{a}^k \quad (2.21)$$

biçiminde ifade edelim. Burada

$$(\mathbf{u}^k)^T = (u_1^k(x_1, x_2, x_3) \quad u_2^k(x_1, x_2, x_3) \quad u_3^k(x_1, x_2, x_3)) \quad (2.22)$$

$$(\mathbf{a}^k)^T = (u_{11}^k \quad u_{21}^k \quad u_{31}^k \quad u_{12}^k \quad u_{22}^k \quad u_{32}^k \quad \dots \quad u_{18}^k \quad u_{28}^k \quad u_{38}^k) \quad (2.23)$$

$$\mathbf{N}^k = \begin{pmatrix} N_1^k & 0 & 0 & N_2^k & 0 & 0 & \dots & N_8^k & 0 & 0 \\ 0 & N_1^k & 0 & 0 & N_2^k & 0 & \dots & 0 & N_8^k & 0 \\ 0 & 0 & N_1^k & 0 & 0 & N_2^k & \dots & 0 & 0 & N_8^k \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

dır. (2.19) ve (2.21)' deki k indisi uygun büyüklüklerin Ω_k elemanına ait olduğunu, $\mathbf{a}^k$ vektörünün bileşenleri ise Ω_k elemanın düğüm noktalarındaki yerdeğiştirmeleri göstermektedir. Bu bileşenlerin birinci alt indisleri yerdeğiştirmelerin yönünü, ikinci alt indisleri ise düğümün numarasını belirtir. (2.9) ifadesinde

$$\iiint_{\Omega} (\cdot) d\Omega = \sum_{k=1}^M \iiint_{\Omega_k} (\cdot) d\Omega$$

$$\iint_{S_p} (\cdot) dS = \sum_{k=1}^{M_1} \iint_{S_p^k} (\cdot) dS \quad (2.25)$$

ayrıklaştırılmasını yaparak ve (2.9) ifadesinin birinci mertebeden varyasyonelini sıfıra eşitleyerek yani

$$\delta \Pi = \frac{\partial \Pi(\mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} \delta \mathbf{a} = 0 \quad (2.26)$$

işlemini yaparak $\mathbf{a}$ bilinmeyenleri için

$$\mathbf{K} \mathbf{a} = \mathbf{r} \quad (2.27)$$

cebrîk denklem sistemi elde edilir. $\mathbf{K}$ rijitlik (stiffness) matrisi olup aşağıdaki ifadeler yardımı ile belirlenir.

$$\mathbf{K}_{ij} = \sum_{k=1}^M \mathbf{K}_{ij}^k \quad (2.28)$$

$$\mathbf{K}_{ij}^k = \iiint_{\Omega} \mathbf{B}_j^{kT} \mathbf{D}^k \mathbf{B}_i^k d\Omega_k \quad (2.29)$$

$$\mathbf{B}_i^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x_1} & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_3} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_1} & \frac{\partial N_i}{\partial x_3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_2} & \frac{\partial N_i}{\partial x_1} \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

Bu ifadelerdeki $\mathbf{D}^k$ matrisinin elemanları fonksiyonlar olduğundan ve her bir sonlu eleman çerçevesinde fonksiyon olarak verilmesi gerektiğinden, ele alınan problemin sonlu elemanlara ait bilinen paket programlarla incelenmesi mümkün değildir. Söylenen nedenden dolayı sayısal sonuçlarının elde edilmesinin gerektirdiği programlar tarafımızdan yapılmıştır.

3. SAYISAL SONUÇLAR

Çalışmada plak malzeme yapısındaki eğriliğin periyodik olduğu varsayılmış ve $x_2 = F(x_1, x_3) = \varepsilon f(x_1, x_3)$ denkleminin açık ifadesi

$$x_2 = F(x_1, x_3) = \varepsilon \ell_1 \sin\left(\frac{\ell_1}{\Lambda_1} \frac{\pi x_1}{\ell_1} + \delta_1\right) \sin\left(\frac{\ell_3}{\Lambda_3} \frac{\pi x_3}{\ell_3} + \delta_3\right) \quad (3.1)$$

için sayısal incelemeler yapılmıştır.

Burada Λ_1 ve Λ_3 sırasıyla Ox_1 ve Ox_3 eksenleri boyunca eğriliğin yarım dalga uzunluğudur (Şekil 2.1). ε eğriliğin derecesini belirtir. Eğer $\varepsilon = 0$ ise eğrilik yoktur. $\delta_1(\delta_3)$, $Ox_1x_2x_3$ koordinat sistemi orijinin $Ox_1(Ox_3)$ eksenini boyunca eğriliğin başladığı ilk noktaya olan uzaklığını ifade eder. A_{ij}^0 sabitleri aşağıdaki ifadelerle hesaplanır.

$$\begin{aligned} A_{66}^0 &= A_{44}^0 = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 \mu_2 + \mu_2 \mu_1}, \quad A_{55}^0 = \mu_1 \eta_1 + \mu_2 \eta_2, \quad \frac{1}{2}(A_{11}^0 - A_{13}^0) = \mu_1 \eta_1 + \mu_2 \eta_2, \\ A_{23}^0 &= A_{12}^0 = \lambda_1 \eta_1 + \lambda_2 \eta_2 - \eta_1 \eta_2 (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{(\lambda_1 + 2\mu_1) - (\lambda_2 + 2\mu_2)}{(\lambda_1 + 2\mu_1)\eta_1 + (\lambda_2 + 2\mu_2)\eta_2}, \\ \frac{1}{2}(A_{11}^0 + A_{13}^0) &= (\lambda_1 + \mu_1)\eta_1 + (\lambda_2 + \mu_2)\eta_2 - \eta_1 \eta_2 \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{(\lambda_1 + 2\mu_1)\eta_1 + (\lambda_2 + 2\mu_2)\eta_2}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$A_{22}^0 = (\lambda_1 + 2\mu_1)\eta_1 + (\lambda_2 + 2\mu_2)\eta_2 - \eta_1 \eta_2 \frac{[(\lambda_1 + 2\mu_1) - (\lambda_2 + 2\mu_2)]^2}{(\lambda_1 + 2\mu_1)\eta_1 + (\lambda_2 + 2\mu_2)\eta_2},$$

$$A_{23}^0 = A_{12}^0, \quad A_{33}^0 = A_{11}^0, \quad A_{11}^0 - A_{13}^0 = 2A_{55}^0$$

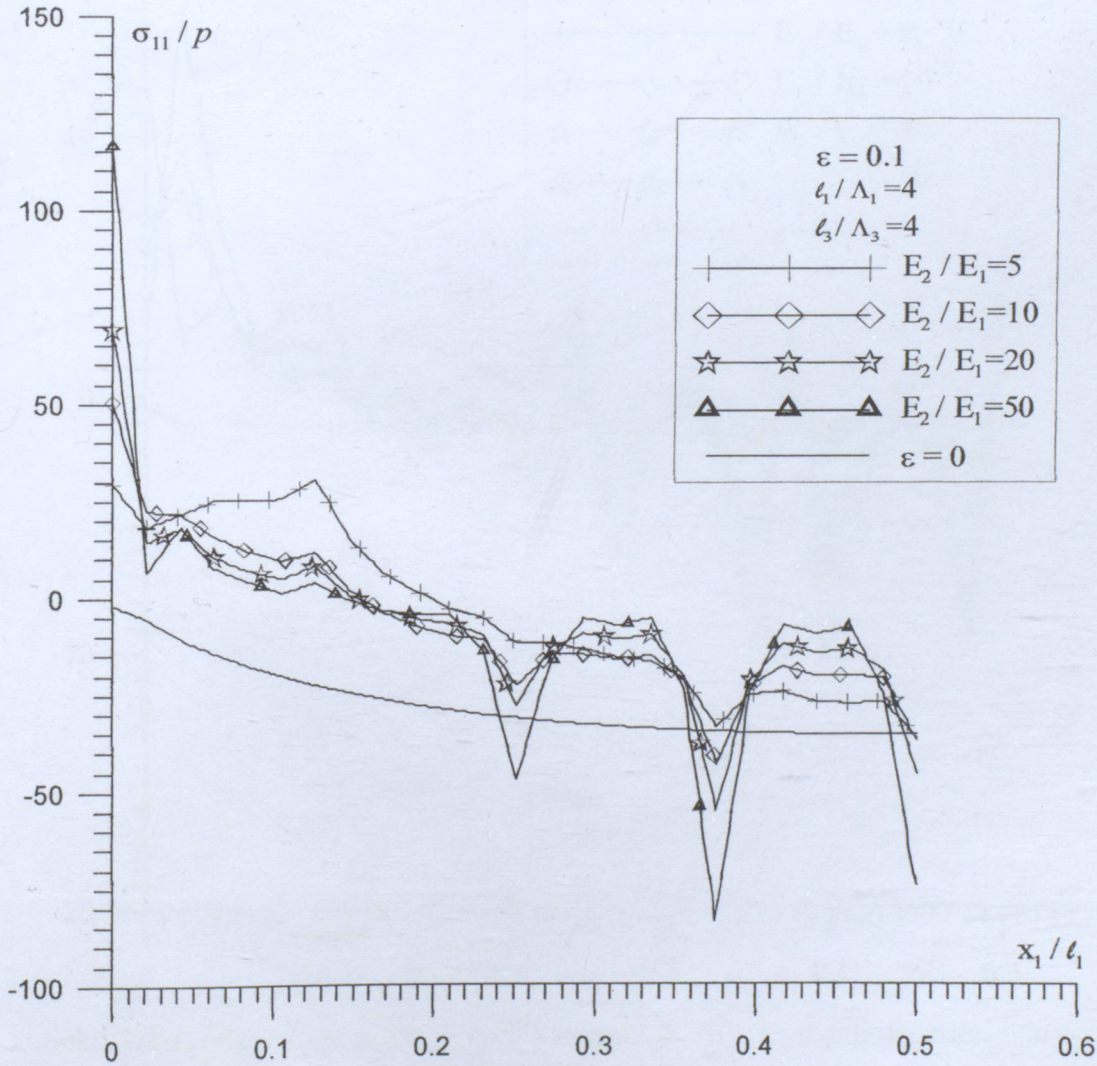
$x_1/\ell_1 = 1/2$ ve $x_3/\ell_3 = 1/2$ bölgesinde ele alınan problemin ve sınır koşullarının simetrik olması nedeniyle tüm sayısal araştırmaların hesaplanması $\{0 \leq x_1/\ell_1 \leq 1/2, 0 \leq x_2 \leq h, 0 \leq x_3/\ell_3 \leq 1/2\}$ bölgesinde yapılmıştır. Bu tezde verilen grafikler $x_1/\ell_1 = 1/2$, $x_2 = h/2$, $x_3/\ell_3 = 1/2$ kesitinde elde edilmiştir. Ayrıca bu bölge 2304 sekiz düğümlü dikdörtgen prizmaya bölünmüştür. Yani Ox_1 , Ox_2 ve Ox_3 eksenleri boyunca sırasıyla 24, 4, 24 adet sonlu eleman kullanılmıştır.

Ele alınan problemlerin matematiksel formülasyonunda yer alan $E_1, E_2, \eta_1, \eta_2, \nu_1, \nu_2, h, \ell_1, \ell_3, \varepsilon, \delta_1, \delta_3, \Lambda_1, \Lambda_3$ parametre değişiminin gerilme yayılımına etkisi incelenecektir.

Yapılan araştırmalarda yukarıdaki parametrelerin değerleri $h/\ell_1=0.1$, $E_2/E_1=50$,

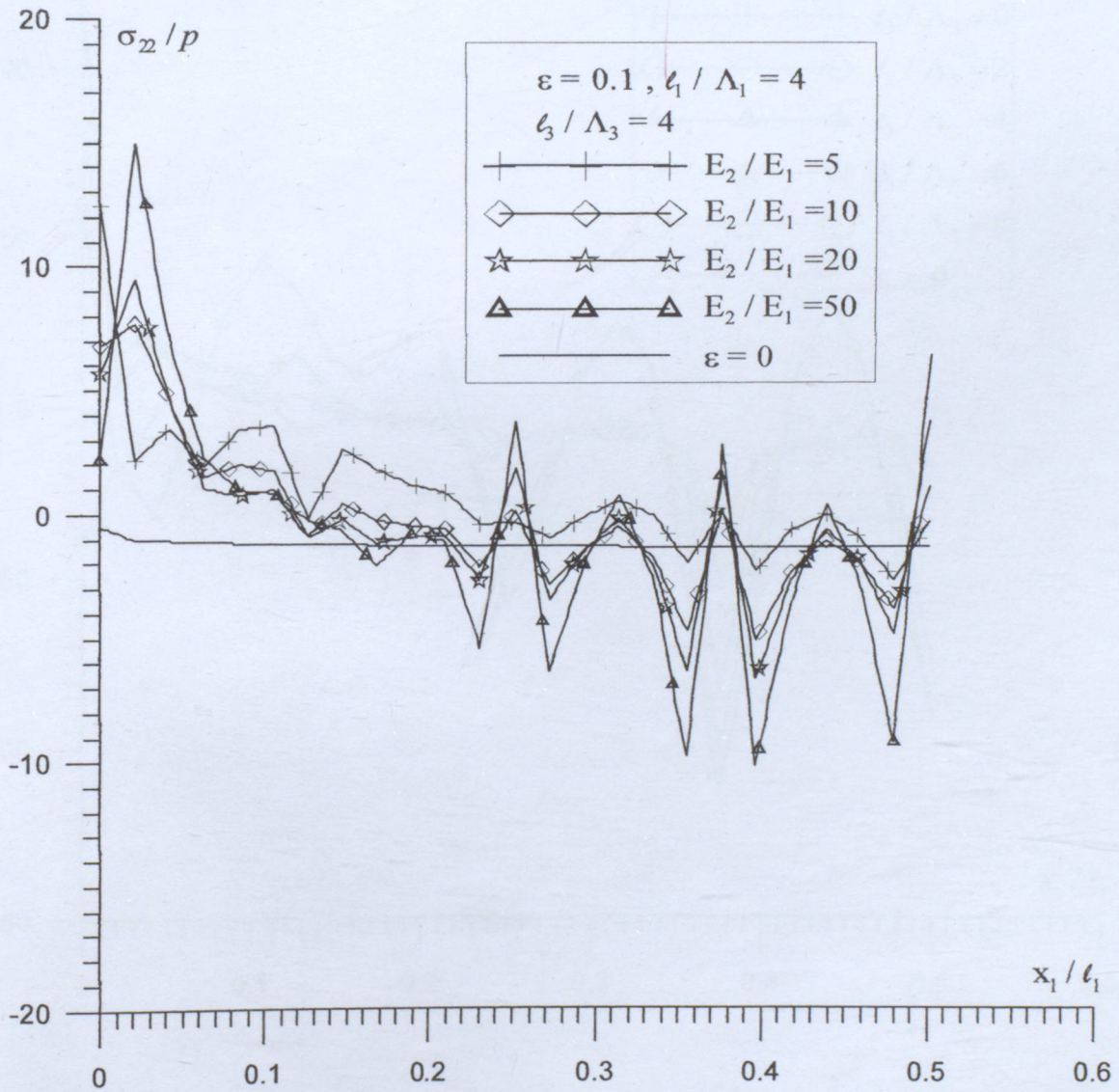
$\ell_3/\ell_1=1$, $\delta_1=\delta_3=\pi/2$, $\nu_1=\nu_3=0.3$, $\eta_1=\eta_3=0.5$ olarak seçilmiştir. Ayrıca

$\lambda_1 = \frac{\ell_1}{\Lambda_1}$, $\lambda_3 = \frac{\ell_3}{\Lambda_3}$ olarak kabul edilmiştir.



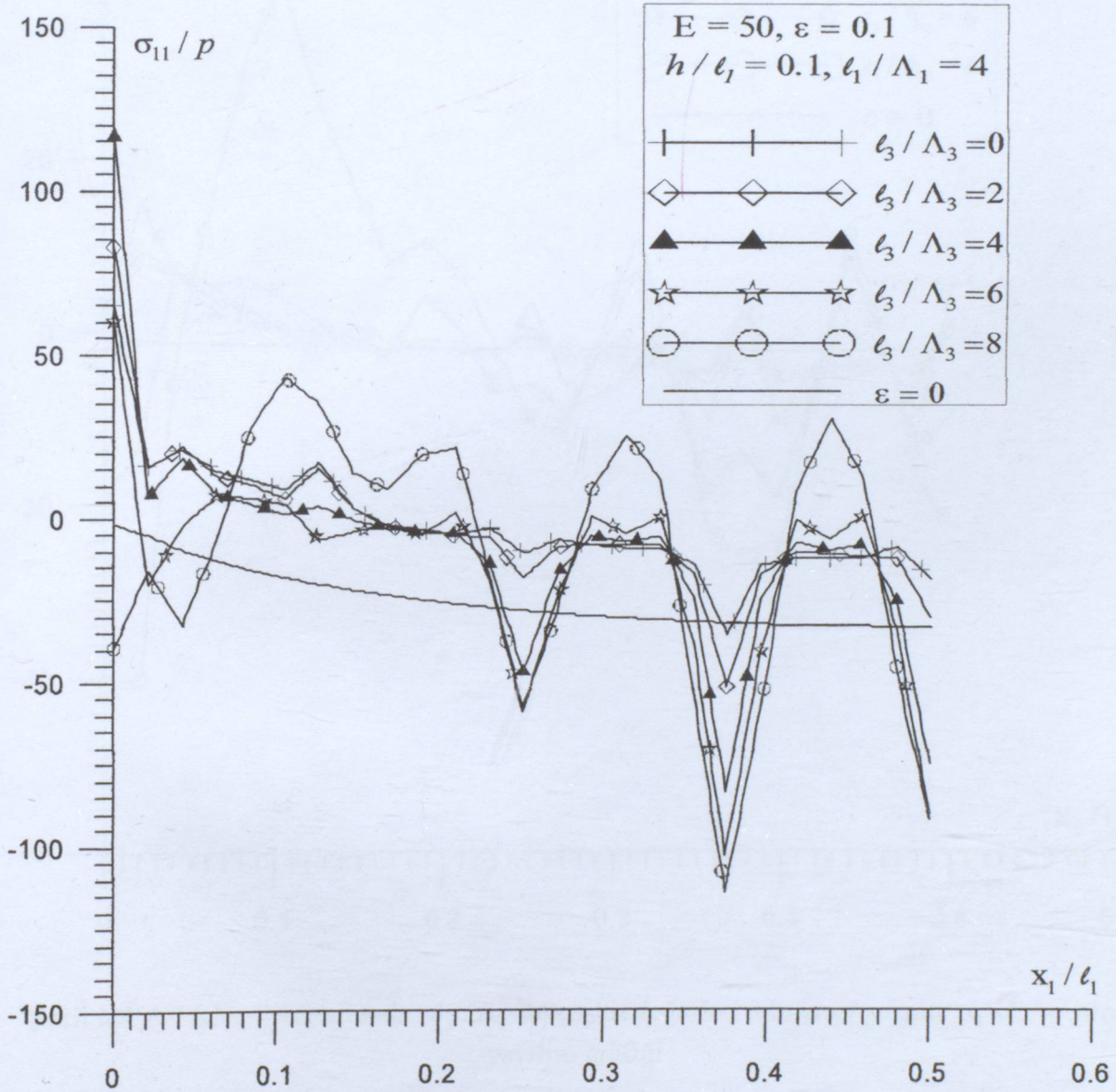
Şekil 3.1 $\ell_1/\Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3/\Lambda_3 = 4$ durumunda E_2/E_1 'in çeşitli değerleri için σ_{11}/p 'nin x_1/ℓ_1 'e göre yayılım grafiği

Şekil 3.1' den görüldüğü gibi plak malzemesinin mekanik özelliklerini belirten esas parametrelerden biri olan E_2/E_1 değerlerinin ele alınan gerilme yayılımına önemli bir etkisi olmaktadır. $\varepsilon = 0.1$, $\ell_1/\Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3/\Lambda_3 = 4$ durumunda E_2/E_1 değerleri büyüdükçe σ_{11}/p gerilmesinin yayılım genliklerinin değerleri mutlak değerce monoton olarak büyümektedir.

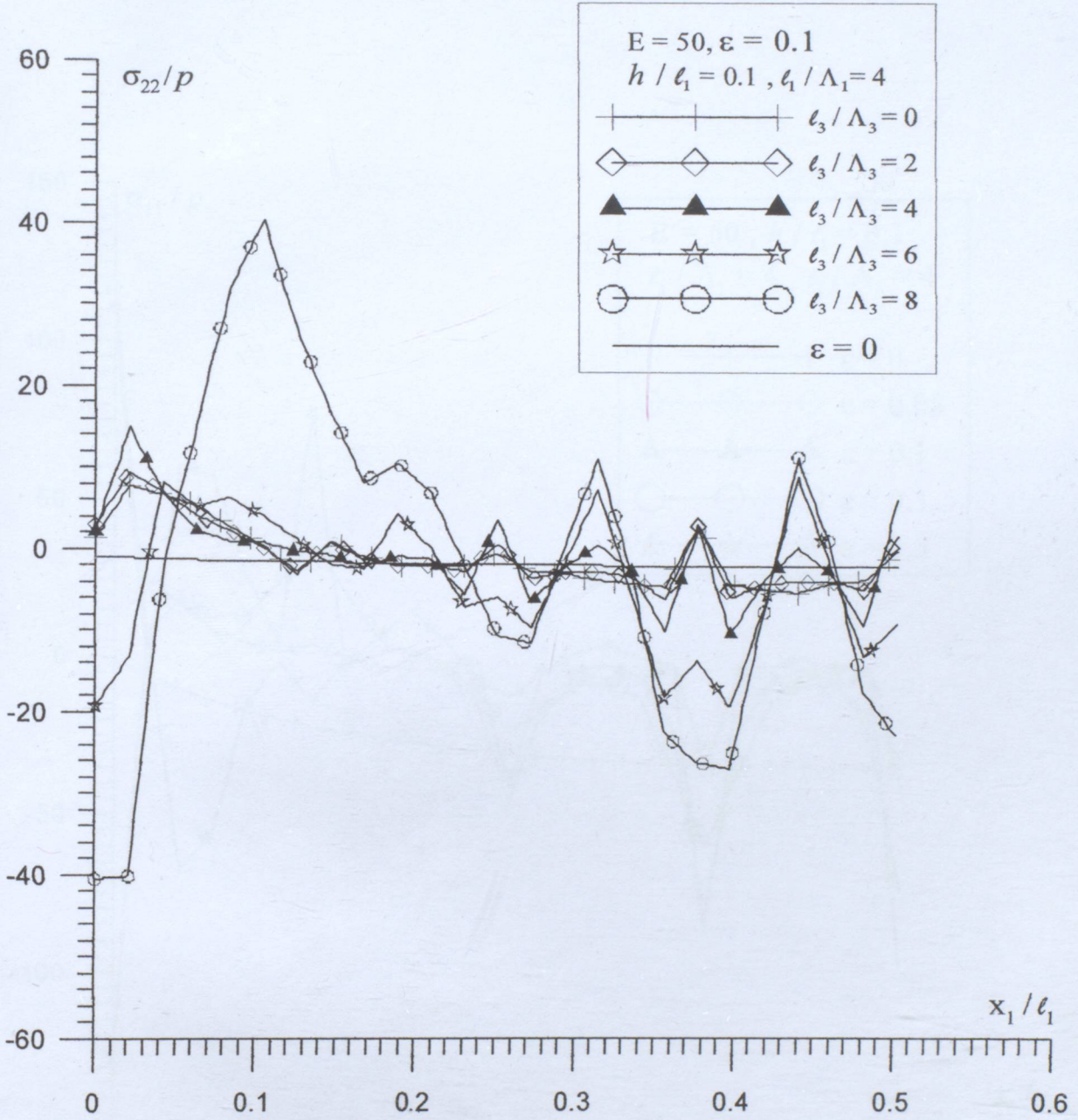


Şekil 3.2 $\ell_1/\Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3/\Lambda_3 = 4$ durumunda E_2/E_1 ' in çeşitli değerleri için σ_{22}/p ' nin x_1/ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği

Aynı $\varepsilon = 0.1$, $\ell_1 / \Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3 / \Lambda_3 = 4$ durumunda Şekil 3.2' den görüldüğü gibi E_2 / E_1 değerleri büyüdükçe σ_{22} / p gerilmesinin yayılım genliklerinin değerleri de mutlak değerce monoton olarak büyümektedir.



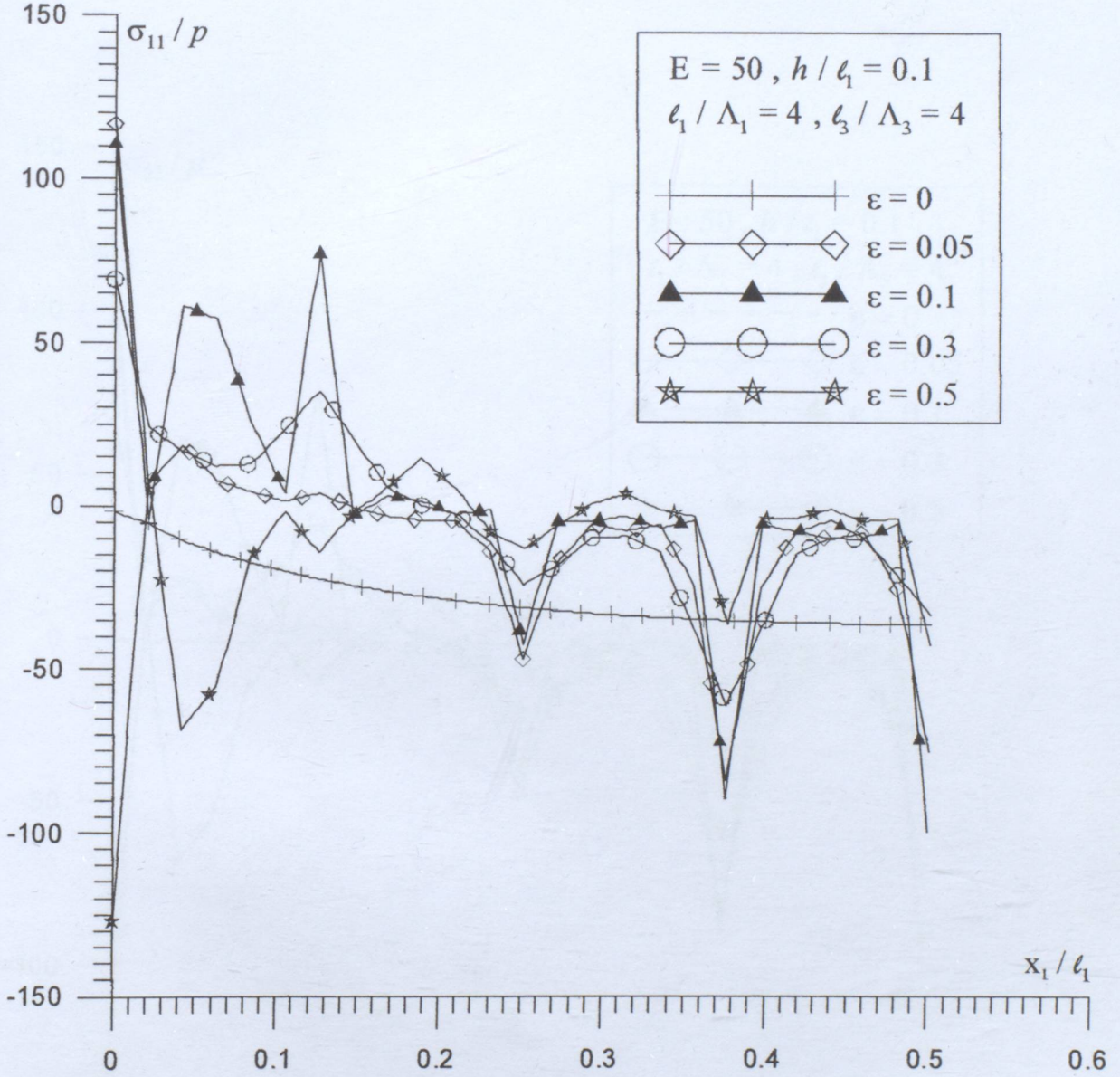
Şekil 3.3 $\ell_1 / \Lambda_1 = 4$ durumunda ℓ_3 / Λ_3 ' ün çeşitli değerleri için σ_{11} / p ' nin x_1 / ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği



Şekil 3.4 $\ell_1/\Lambda_1 = 4$ durumunda ℓ_3/Λ_3 ün çeşitli değerleri için σ_{22}/p 'nin x_1/ℓ_1 'e göre yayılım grafiği

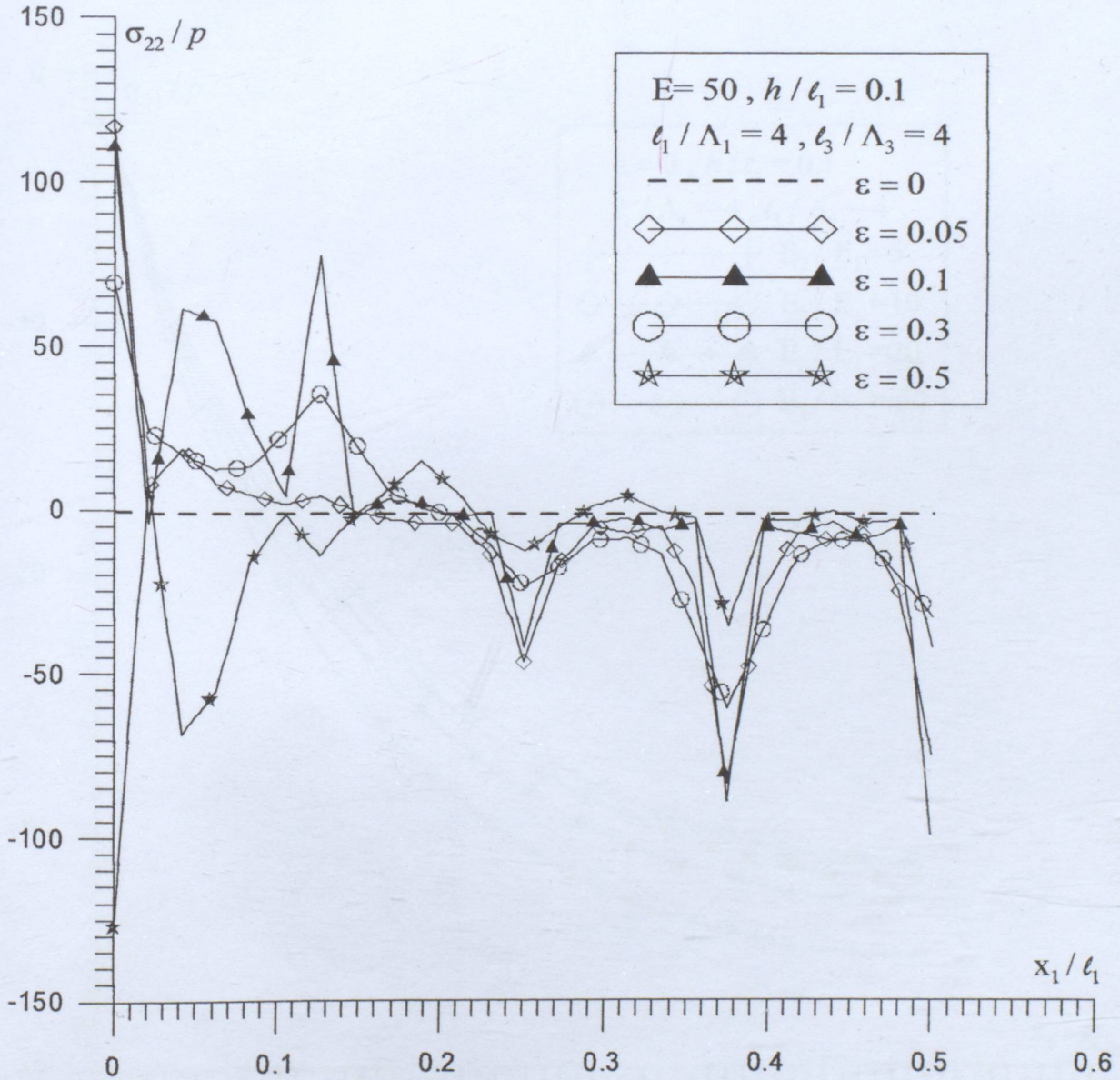
$\varepsilon = 0.1$, $E_2/E_1 = 50$, $\ell_1/\Lambda_1 = 4$ durumunda Şekil 3.3 ve Şekil 3.4' den görüldüğü gibi plak malzemesi yapısındaki eğriliğin iki yönlülüğü sırasıyla σ_{11}/p ve σ_{22}/p gerilmelerinin x_1/ℓ_1 'e göre yayılımını önemli biçimde değiştirmektedir. ℓ_3/Λ_3 genlik değeri büyüdükçe

$x_1 = \ell_1/2$ civarında σ_{11}/p ve σ_{22}/p gerilmelerinin şiddetini mutlak değerce monoton olarak büyötmektedir.



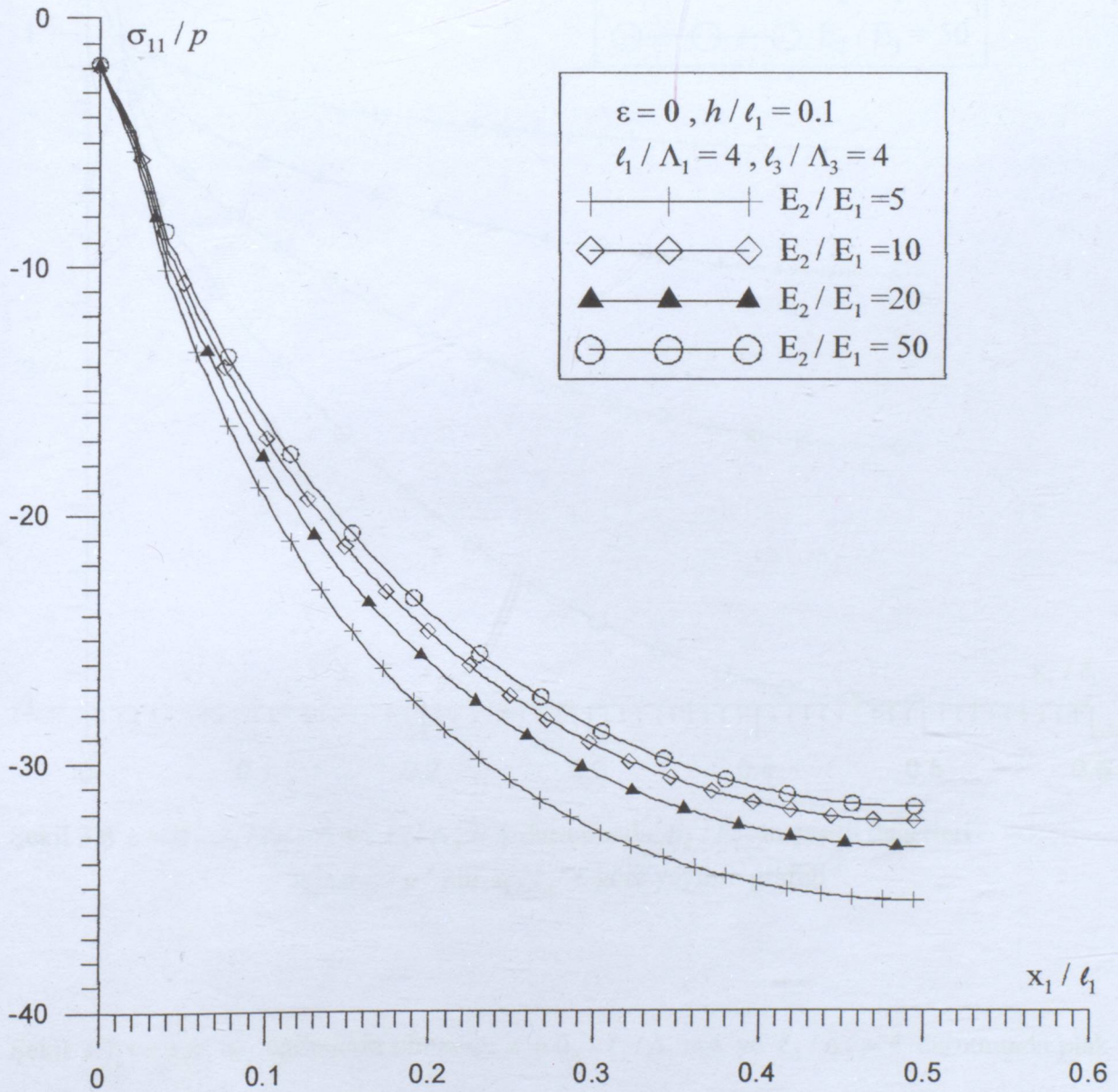
Şekil 3.5 $E_2/E_1=50$, $\ell_1/\Lambda_1=4$ ve $\ell_3/\Lambda_3=4$ durumunda ϵ 'nin çeşitli değerleri için σ_{11}/p 'nin x_1/ℓ_1 'e göre yayılım grafiği

Şekil 3.5' de $E_2/E_1 = 50$ ve $\ell_1/\Lambda_1 = \ell_3/\Lambda_3 = 4$ durumunda ε eğilme parametresinin gerilme yayılımına etkisi gösterilmiştir. Görüldüğü gibi x_1/ℓ_1 , $1/2$ 'ye yaklaşırken ε artışına bağlı olarak σ_{11}/p gerilmesinin şiddeti artmaktadır.

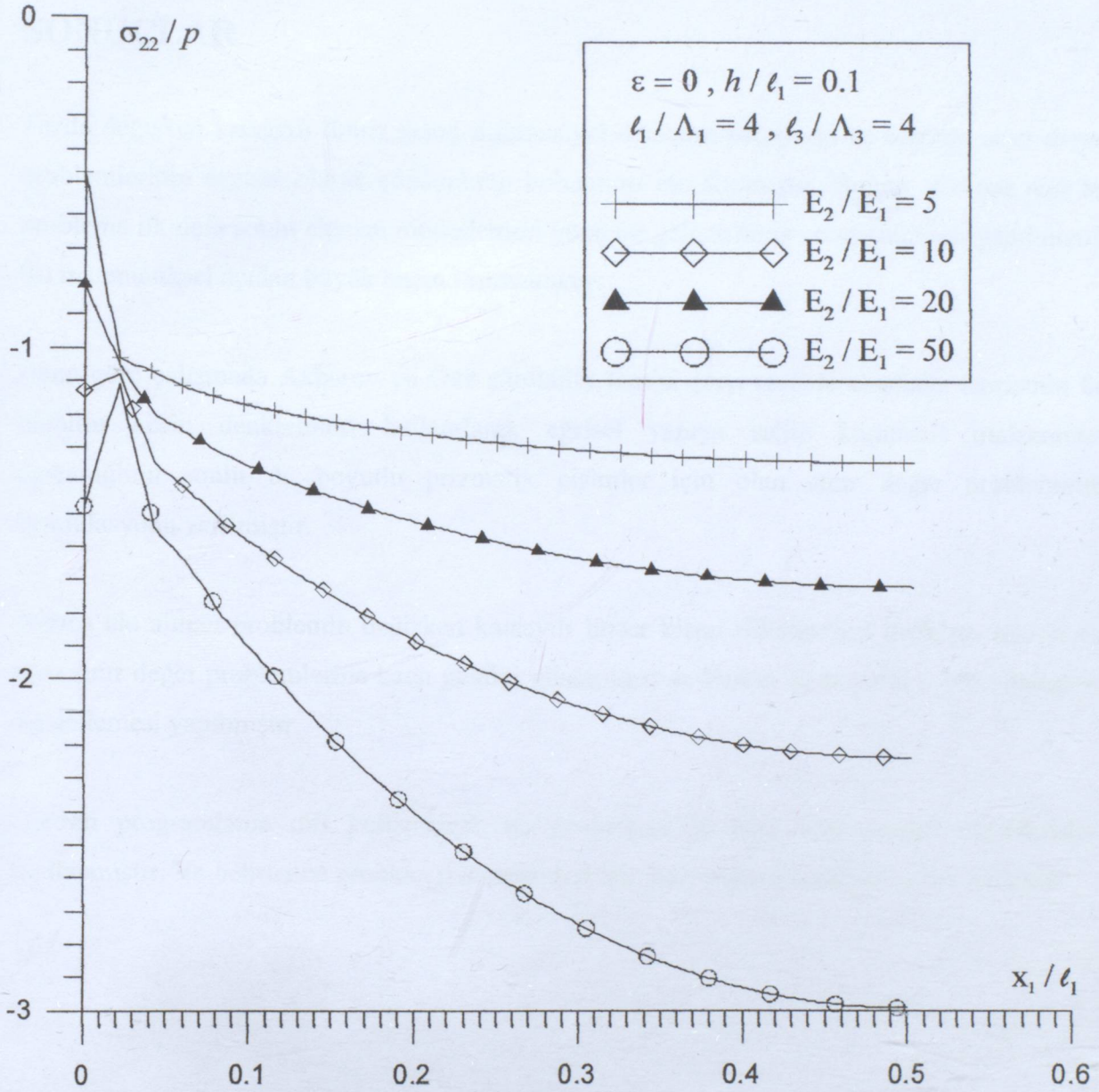


Şekil 3.6 $E=50$, $\ell_1/\Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3/\Lambda_3 = 4$ durumunda ε 'nin çeşitli değerleri için σ_{22}/p 'nin x_1/ℓ_1 'e göre yayılım grafiği

Ayrıca Şekil 3.6' da $E_2/E_1 = 50$ ve $\ell_1/\Lambda_1 = \ell_3/\Lambda_3 = 4$ durumunda ε eğilme parametresinin gerilme yayılımına etkisi x_1/ℓ_1 , $1/2$ civarında ε artışına bağlı olarak σ_{22}/p gerilmesinin şiddeti de artmaktadır.



Şekil 3.7 $\varepsilon = 0$, $\ell_1/\Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3/\Lambda_3 = 4$ durumunda E_2/E_1 ' in çeşitli değerleri için σ_{11}/p ' nin x_1/ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği



Şekil 3.8 $\varepsilon = 0$, $\ell_1/\Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3/\Lambda_3 = 4$ durumunda E_2/E_1 ' in çeşitli değerleri için σ_{22}/p ' nin x_1/ℓ_1 ' e göre yayılım grafiği

Şekil 3.7 ve 3.8' de eğilmenin olmadığı $\varepsilon = 0$, $\ell_1/\Lambda_1 = 4$ ve $\ell_3/\Lambda_3 = 4$ durumunda plak malzemesinin mekanik özelliklerini belirten esas parametrelerden biri olan E_2/E_1 oranının değişimi incelenmiştir. Grafiklerden görüldüğü gibi E_2/E_1 oranı arttıkça σ_{11}/p ve σ_{22}/p gerilmelerinin etkisi monoton olarak azalmaktadır.

SONUÇLAR

Tezde değişken katsayılı lineer kısmi diferansiyel denklem takımının üç boyutlu sınır değer problemlerinin sayısal olarak çözümünün bulunması ele alınmıştır. Bunun çözümü için bu probleme ilk defa sonlu eleman modellemesi yöntemi geliştirilmiş ve uygulaması yapılmıştır. Bu matematiksel açıdan büyük önem taşımaktadır.

Buna göre çalışmada Akbarov ve Guz süreklilik teorisi çerçevesinde elastisite teorisinin üç boyutlu kesin denklemleri kullanılarak eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin sonlu üç boyutlu prizmatik cisimler için olan sınır değer probleminin formülasyonu verilmiştir.

Ayrıca ele alınan problemin değişken katsayılı lineer kısmi diferansiyel denklem takımının bazı sınır değer problemlerine karşı geldiği gösterilmiş ve bunun üç boyutlu sonlu elemanlar modellemesi yapılmıştır.

Fortran programlama dili kullanılarak bu problemin çözümü için gerekli algoritmalar kodlanmıştır. Ve belirlenen problem parametreleri için bazı sayısal sonuçlar elde edilmiştir.

KAYNAKLAR

Akbarov, S.D. ve Guliev, G.M., (1991), "Quasihomogeneous States in the Structure", Dep. İn VINITI, n:511, B91,90s.(in Russian)

Akbarov, S.D. ve Guz, A.N., (1991a), "Continuum Theory in the Mechanics of Composite Materials with Smallscale Structural Distortion", Soviet Appl. Mech., Ağustos, 107-117.

Akbarov, S.D., Guz, A.N. ve Zamanov, A.D., (1993), "Natural Vibrations of Composite Materials Having Structures with Smallscale Curvatures", Int. Appl. Mech., 28, 12:794-800.

Akbarov, S.D. ve Yahnioğlu, N., (1997), "Stress Distribution in a Strip Fabricated from a Composite Material with Smallscale Curved Structure", Int. Appl.Mech., 32, 9:684-690.

Akbarov, S.D. ve Yahnioğlu, N., (1998), "On the Finite Element Analysis of the Influence of the Local Structural Damage of the Multilayered Thick Plate Material to the Stress Distribution", Damage and Fracture Mechanics, Eds:C.A. Birebbia and A.Carpinteri, Computational Mech. Pub., Sauthampton, UK., Boston, USA, 187-196.

Akbarov, S.D. ve Yahnioğlu, N., (1999a), "Mechanics of Composite Materials with Curved Structures and Elements of Constructions(Review)", Int. Appl. Mech., 34,11:1067-1079.

Akbarov, S.D. ve Yahnioğlu, N., (1999b), "The Influence of the Local Structural Damge of the Multilayered Thick Plate Material to the Stress Distribution", Int. Appl. Mech., 34, 9:873-878.

Akbarov, S.D. ve Guz, A.N., (2000), Mechanics of Curved Composites; Kluwer Academic Publishers, chapter 2.

Akbarov, S.D. ve Selim, S., (2001), "Stability of a Strip Made of a Mutlilayered Composite with a Curved Structure", Int. Appl. Mech., 37, n:6:831-839.

Akbarov, S.D. ve Guz, A.N., (2002), "Continuum Approaches in The Mechanics of Curved Composites and Related Problems for Members of Construction", Int. Appl. Mech., 38, n:11:3-31.

Akbarov, S.D ve Tekin Tarım,E., (2004) Stress Analysis For A Rectangular Thick Plate Of A Composite Material With A Spatially Locally Curved Structure Under Forced Vibration, Mech. Compos. Mater., Vol. 40, No. 6, 509-518.

Genç Demiriz, I., (2003), Eğrisel Yapıya Sahip Kompozit Malzemeler Mekaniğinin Bazı Üç Boyutlu Titreşim ve Stabilité Problemlerinin SEY ile İncelenmesi, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Ens., İstanbul.

Guz, A.N., (1983), "Quasi-Uniform States in Composites with a Smallscale Curvatures in the Structure", Soviet Appl. Mech., November, s:479-490.

Kahramaner, Y., Taylan, İ., Genç Demiriz, I. ve Selim, S., (2001), "Investigation of The Stress Distribution in a Thick Plate Fabricated from the Curved Composite", In Proc:ICCE/8, Ed. by D. HUI, 5-11 Ağustos, s:413-414.

Kütüğ, Z., (1996), "Natural Vibration of the Beam-Strip Fabricated From a Composite Material with Smallscale Curvings in the Structure", *Mech. Comp. Mater.*, 36, n:4:502-512.

Kütüğ, Z., (1997), "Natural Vibration and Bucling of the Composite Beam-Plates Fabricated From Composite Material with Locally and Periodically Curved Structure", Ph.D. Thesis, Yıldız Teknik Üniversitesi, Türkiye, İstanbul, 145s.

Moaveni, S. (1999), *Finite Element Analysis Theory and Application with Ansys*, Minnesota State University, Mankato.

Selim, S., (1999), Bazı Non-Lineer Sınır Değer Problemlerinin FEM İle İncelenmesi, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Ens., Türkiye, İstanbul.

Tekin Tarım, E. ve Akbarov, S.D., (2002), "Three-Dimensional Stress Analysis For a Thick Plate Fabricated From a Composite Material with a Spatial Locally Curved Structure", *Abstracts of 12th Int. Conf. Mech. Comp. Mater.*, Riga, s:204

Tekin Tarım, E., and Akbarov, S.D., (2003) Three-Dimensional Stress Analysis In The Thick Plate Fabricated From The Composite Material With Spatially Local Curved Structure, *Mech. Compos. Mater.*, Vol. 39, No. 5, 447-454.

Yahnioğlu, N., (1996), "FEM Analysis of the Boundary-Value Problems Corresponding to the Statics of Elements of Constuctions Fabricated From Composite Materials with Curved Structure", Ph.D. Thesis, Yıldız Teknik Üniversitesi, Türkiye, İstanbul, 156s.

Yahnioğlu, N., (1997), "Three-Dimensional Analysis of the Stress Fields in the Plate Fabricated From Composite Materials with Smallscale Structural Curving", *Mech. Comp. Mater.*, 33, n:3, s:340-348

Yahnioğlu, N. ve Selim, S., (2000), "Bending of a Composite Material Strip with Curved Structure in the Geometrically Nonlinear Statement", *Mech. Comp. Mater.*, 36, n:6, s:459-464

Zamanov, A.D., (1999), "On the Stress Distrubution in the Thick Plate Fabricated From the Composite Material with Curved Structures under Forced Vibration", *Mech. Comp. Mater.*, 35, n:4, s:447-454

Zamanov, A.D., (2000a), "Natural vibration of a Rectangular Plate of Composite Material with Periodically Bent Structures", *Int. Appl. Mech.*, 36, n:10, s:1035-1039

Zamanov, A.D., (2001), "Stress Distribution in a Rigidly Clamped Composite Plate with Locally Curved Structures Under Forced Vibration", *Int. Appl. Mech.*, 2001, 37, n:9, s:1189-1195

Zamanov, A.D., (2002), "The Effect of Structural Curvings on the Stress Distribution in a Rigidly Fixed Composite Plate Under Forced Vibration", Mech. Comp. Mater., 38, n:1, s:41-46

Zienkiewicz, O.C. ve Taylor, R.L., (1989), "The Finite Element Method 4th Ed., Vol.1, Basic Formulation and Linear Problems", Mc-Grow Hill Book Comp.

İNTERNET KAYNAKLARI

(1) <http://femmühendislik.8m.com/analiz/fem/seynedir.htm>

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	06.02.1981	
Doğum yeri	İstanbul	
Lise	1995-1999	Kabataş Erkek Lisesi
Lisans	1999-2003	İstanbul Üniversitesi Fen Fak. Matematik Bölümü
Yüksek Lisans	2004-2005	İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Öğretmenliği (Tezsiz)
Yüksek Lisans	2004-2007	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik. Anabilim Dalı, Uygulamalı Matematik

Çalıştığı kurumlar

2002-Devam ediyor Kültür Dersaneleri

