

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ELEKTROMAGNETİK DALGALARIN İLETKEN BİR
CİSİM ÜZERİNDEKİ DEĞİŞKEN KALINLIKLIL
TABAKADAN SAÇILMASI**

Matematik Müh. Birol ASLANYÜREK

FBE Matematik Müh. Anabilim Dalında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Hülya ŞAHİNTÜRK

İSTANBUL, 2007

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iii
KISALTMA LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÖNSÖZ	viii
ÖZET	ix
ABSTRACT	x
1. GİRİŞ	1
1.1 Konu ve Önemi	1
1.2 Tezin Amacı ve Kapsamı	2
2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU	5
3. ANALİTİK YÖNTEMLER	8
3.1 Dairesel Kaplamalardan Saçılma	8
4. MOMENT METODUNA DAYALI BİR SAYISAL ÇÖZÜM	12
4.1 Problemin Bir İntegral Denklemin Çözümüne İndirgenmesi	12
4.2 $G(x; y)$ 'nin Bir Açık İfadesi	14
4.3 $U_0(x)$ 'nin Bir Açık İfadesi	16
4.4 Moment Metodu ile Sayısal Çözüm	18
5. ANALİTİK DEVAMA DAYALI BİR YÖNTEM	21
5.1 Alanın Bir Özel Gösterilimi	21
5.2 Problemin Bir Lineer Denklem Sisteminin Çözümüne İndirgenmesi	24
6. SAYISAL UYGULAMALAR	26
6.1 Analitik Çözümü Olan Problemlerin Sayısal Sonuçları	26
6.2 Analitik Çözümü Olmayan Problemlerin Sayısal Sonuçları	30
7. SONUÇLAR ve ÖNERİLER	39
KAYNAKLAR	40
ÖZGEÇMİŞ	42

SİMGE LİSTESİ

a	İletken silindirin yarıçapı
b	Dielektrik kaplamadaki hücrelerin alanına eşdeğer olan dairelerin yarıçapı
c	Analitik çözümlerdeki dairesel kaplamaların yarıçapı
D	İletken silindir üzerindeki dielektrik kaplama
D_0	İletken silindir
$u_{D_0}^s$	İletken silindirden saçılan alan
$\vec{E}$	Toplam elektrik alan vektörü
$\vec{E}^i$	Gelen elektrik alan vektörü
$\vec{E}^s$	Saçılan elektrik alan vektörü
$f(\phi)$	Kaplamanın dış yüzeyinin kutupsal koordinatlara bağlı fonksiyonu
f	Frekans
G	Green fonksiyonu
G_0	İletken silindirin bulunmadığı uzayın Green fonksiyonu
G^s	İletken silindirin Green fonksiyonuna katkısı
$\vec{H}$	Magnetik alan vektörü
$H_n^{(1)}$	n.mertebeden, 1.çeşit Hankel fonksiyonu
J_n	Birinci çeşit Bessel fonksiyonu
$\vec{J}_v$	Kaynağa ilişkin hacimsel akım yoğunluğu
k	Problemin incelendiği uzayın dalga sayısı
k_0	Boş uzayın dalga sayısı
k_1	İletken silindir üzerindeki dielektrik kaplamanın dalga sayısı
N	Dielektrik kaplamanın ayrıldığı hücre sayısı
ρ_v	Kaynağa ilişkin hacimsel yük
R	Saçılan dalganın hesaplandığı çemberin yarıçapı
u	Toplam alan
u_0	Dielektrik kaplama yokken uzaydaki toplam alan
u^i	Gelen alan
u^s	Saçılan alan
S_n	Dielektrik kaplamadaki n.hücre

x	Gözlem noktası
y	Kaynak noktası
α	Dielektrik kaplamanın dış yüzeyini çevreleyen minimum dairenin yarıçapı
β	Dielektrik kaplamanın dış yüzeyine teğet iç çemberin yarıçapı
δ	Dirac Delta distribüsyonu
ε	Problemin incelendiği uzayın dielektrik katsayısı
ε_0	Boş uzayın dielektrik katsayısı
ε_1	İletken silindir üzerindeki kaplamanın dielektrik katsayısı
ε_r	Dielektrik kaplamanın bağıl dielektrik katsayısı
λ	Gelen dalganın dalga boyu
μ_0	Problemin incelendiği uzayın magnetik geçirgenlik katsayısı
ν	Cisim fonksiyonu
ν_1	Cisim fonksiyonunun dielektrik kaplamanın bulunduğu bölgedeki değeri
θ	Gelen dalganın geliş açısı
σ	Problemin incelendiği uzayın iletkenliği
σ_0	Boş uzayın iletkenliği
σ_1	İletken silindir üzerindeki kaplamanın iletkenliği
ω	Açısal frekans
∂D	İletken silindir üzerindeki dielektrik kaplamanın dış yüzeyi
$\nabla \cdot$	Diverjans operatörü
$\nabla \times$	Rotasyonel operatörü
Δ	Laplasyen operatörü

KISALTMA LİSTESİ

IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
MoM	Moment Metodu

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 İletken silindir üzerine yerleştirilmiş dielektrik kaplama.....	5
Şekil 3.1 İletken silindir üzerine yerleştirmiş dairesel kaplama.....	8
Şekil 4.1 Dielektrik kaplama olmadığı durumdaki saçılma problemi.	13
Şekil 4.2 Green fonksiyonunun geometrisi.	15
Şekil 4.3 İletken silindir üzerine yerleştirmiş değişken kalınlıklı tabakanın hücrelere bölünmesi.....	18
Şekil 5.1 Problemin dört parçaya ayrılması.....	22
Şekil 6.1 0.15 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.3 m yarıçaplı, $\varepsilon_R = 5$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki genliği.....	27
Şekil 6.2 0.15 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.3 m yarıçaplı, $\varepsilon_R = 5$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki fazı.....	28
Şekil 6.3 0.15 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.3 m yarıçaplı, $\varepsilon_R = 20$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki genliği.....	28
Şekil 6.4 0.15 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.3 m yarıçaplı, $\varepsilon_R = 20$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki fazı.....	29
Şekil 6.5 0.5 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.7 m yarıçaplı, $\varepsilon_R = 10$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ 'deki genliği.....	29
Şekil 6.6 0.5 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.7 m yarıçaplı, $\varepsilon_R = 10$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki fazı.....	30
Şekil 6.7 0.5 m yarıçaplı iletken silindir üzerinde (6.1) parametrelili değişkenlere sahip yüzeyi bulunan kaplama.....	31
Şekil 6.8 0.5 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 10$ parametrelili, $r_0 = 0.6$, $a_1 = 0.05$, $b_1 = 2$ ve $c_1 = 4$ olmak üzere (6.1) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki genliği.....	31
Şekil 6.9 0.5 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 10$ parametrelili, $r_0 = 0.6$, $a_1 = 0.05$, $b_1 = 2$ ve $c_1 = 4$ olmak üzere (6.1) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki fazı.....	32
Şekil 6.10 0.4 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 5$ parametrelili, $a_1 = 0.6$, $b_1 = 0.7$ olmak üzere (6.2) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R = 1$ m'deki genliği.....	33
Şekil 6.11 0.4 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 5$ parametrelili, $a_1 = 0.6$,	

$b_1 = 0.7$ olmak üzere (6.2) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=1$ m'deki fazı.....	33
Şekil 6.12 0.4 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 20$ parametrelili, $a_1 = 0.6$, $b_1 = 0.7$ olmak üzere (6.2) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=15$ m'deki genliği.....	34
Şekil 6.13 0.4 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 20$ parametrelili, $a_1 = 0.6$, $b_1 = 0.7$ olmak üzere (6.2) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=15$ m'deki fazı.....	34
Şekil 6.14 0.1 m yarıçaplı iletken silindir üzerinde (6.3) parametrelili değişkenlere sahip yüzeyi bulunan kaplama.....	35
Şekil 6.15 0.1 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 5$ parametrelili, $a_1 = 0.2$, $b_1 = 0.2$ ve $c_1 = 0.2$ olmak üzere (6.3) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=0.5$ m'deki genliği.....	35
Şekil 6.16 0.1 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 5$ parametrelili, $a_1 = 0.2$, $b_1 = 0.2$ ve $c_1 = 0.2$ olmak üzere (6.3) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=0.5$ m'deki fazı.....	36
Şekil 6.17 0.2 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 5$ parametrelili, farklı yüzey değişimlerine sahip dört kaplamadan saçılan alanın $R = 2$ m'deki genliklerinin MoM ile bulunması.....	37
Şekil 6.18 0.2 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 5$ parametrelili, farklı yüzey değişimlerine sahip dört kaplamadan saçılan alanın $R = 2$ m'deki fazlarının MoM ile bulunması.....	37
Şekil 6.19 0.2 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 5$ parametrelili, farklı yüzey değişimlerine sahip dört kaplamadan saçılan alanın $R = 2$ m'deki genliklerinin analitik devam yöntemi ile bulunması.....	38
Şekil 6.20 0.2 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 5$ parametrelili, farklı yüzey değişimlerine sahip dört kaplamadan saçılan alanın $R = 2$ m'deki fazlarının analitik devam yöntemi ile bulunması.....	38

ÖNSÖZ

Elektromagnetik dalgaların saçılması en çok ilgilenilen ve güncelliğini yitirmeyen problemlerden birisidir. Elektromagnetikteki düz saçılma problemlerinin en önemlilerinden biri olan iletken silindir üzerindeki dielektrik kaplamalardan saçılma bu tezin kapsamını meydana getirmektedir. Teori ve uygulamalarıyla tam bir mühendislik problemi olan bu çalışma, gerek gerçek hayatta yararlı uygulamaları olmasıyla gerekse de zengin matematiksel altyapısıyla oldukça faydalı ve zevkli bir süreç geçirmeme vesile olmuştur.

Bana bu zevkli ve yararlı çalışmayı öneren ve çalışma boyunca benden hiçbir desteğini esirgemeyen saygıdeğer hocam Yrd. Doç. Dr. Hülya ŞAHİNTÜRK'e ve yardımlarından dolayı sayın Yük. Müh. Mehmet ÇAYÖREN'e teşekkürlerimi sunarım.

Saygılarımla,

Birol ASLANYÜREK

ÖZET

Bu tezin amacı, iletken bir silindir üzerine konmuş dielektrik kaplamalardan elektromagnetik dalgaların saçılması problemlerinin çözümü için bir grup yöntemi incelemek ve ayrıca yeni bir yöntem sunmaktır. Basit geometrili dielektrik kaplamalarla ilgili literatürde oldukça fazla çalışma olmasına rağmen, değişken kalınlıklı, homojen kaplamalarla ilgili kısıtlı sayıda çalışma vardır.

Tez çerçevesinde ilk önce düz saçılma problemi tanıtılıp, bir sınır değer problemine indirgenmektedir. Elde edilen sınır değer probleminden yola çıkılarak dairesel dielektrik kaplamalardan saçılan alan için Bessel ve Hankel fonksiyonları ile ifade edilebilen analitik çözüm elde edilirken, değişken kalınlıklı dielektrik kaplamalardan saçılan alan için ise, en fazla bilinen yöntemlerden biri olan Moment Methoduna dayalı sayısal bir çözüm elde edilmektedir. Moment Methoduna dayalı sayısal çözüm için sınır değer problemi, iletken silindiri içeren uzayın Green fonksiyonu aracılığı ile ikinci çeşit bir Fredholm integral denkleminin çözümüne indirgenmektedir. Tezin bir sonraki aşamasında ise, saçılan alanın analitik devamına dayanan yeni bir yöntem önerilmektedir. Bu yöntemde, önce dielektrik kaplamanın dış yüzeyini içine alacak bir dairesel halka belirlenir. Halkanın iç sınırı kaplama yüzeyini içerden çevreleyen maksimum yarıçaplı daire, dış sınırı ise dışardan çevreleyen minimum yarıçaplı daire olarak seçilir. Saçılan alan, bu çemberlerin oluşturduğu halkanın içinde Taylor serisi ile ifade edilirken, diğer bölgelerde ise Hankel ve Bessel fonksiyonları cinsinden serilerle ifade edilirler.

Çalışmanın son kısmında ise, yukarıda sözü edilen yöntemlerin çeşitli simülasyonları yapılarak, elde edilen sonuçlar karşılaştırılmaktadır. Uygulamalardan elde edilen sayısal sonuçlara göre, önerilen yöntemin yüksek dielektrik katsayısına sahip kaplamalar dışında başarıyla çalıştığı gözlemlenmiştir. Ayrıca önerilen yöntem Moment Methoduna göre, bilinmeyen sayısının daha az olması nedeniyle çok daha hızlı sonuç üretmektedir.

Anahtar Kelimeler: Elektromanyetik Dalgalar, Dalga Saçılması, Düz Saçılma Problemleri, Moment Metodu

ABSTRACT

The aim of this thesis is to analyze a group of methods for solving the problems of scattering of electromagnetic waves from dielectric coating located on a perfectly conducting cylinder. Although there is a huge number of methods for coatings with simple geometries in literature, limited number of works exist for coatings with variable thickness.

In this work, first, the direct scattering problem is introduced and reduced to a boundary value problem. While the scattering problems related to circular coatings can be solved analytically in terms of series involving Bessel and Hankel functions, this is not possible for arbitrary varying coatings. In such a case, one can apply one of the mostly used methods which is based on Method of Moments. For the method based on Method of Moments, the boundary value problem is reduced first to the solution of a Fredholm integral equation of second kind through the Green's function of the medium involving conducting cylinder. In the second stage of the thesis a new method based on the analytical continuation of the scattering field is proposed. In this method, first, a ring which covers the outer surface of the coating is determined. The inner boundary of the ring is chosen as the maximum circle covering the coating surface from inside while the outer boundary is the minimum circle covering the coating surface from outside. Then, the scattered field is expanded into Taylor series inside the ring while it is represented through the series involving Bessel and Hankel functions in the regions outside the ring

The methods are tested and compared by considering several simulative examples. According to numerical results obtained from the applications, it is observed that the proposed method is working properly except the coatings having a large dielectric coefficient. Furthermore, since the number of unknowns in the analytical continuation method is much less than those of the Method of Moments, the new method produces results much faster than Method of Moments.

Keywords: Electromagnetic Waves, Wave Scattering, Direct Scattering Problems, Method of Moment

1. GİRİŞ

1.1 Konu ve Önemi

Elektromagnetik, akustik, elastik v.b. dalga karakteri taşıyan fiziksel olaylara ilişkin en önemli ve güncelliğini yitirmeyen problemlerden birini geometrik ve fiziksel özellikleri bilinen cisimlerin bu dalgaların yayılımına etkilerini incelemek oluşturmaktadır. Bu türden problemlerin genel ismi “düz saçılma” problemidir ve konu ile ilgili sayılamayacak kadar çok sayıda yapılmış çalışma mevcuttur (Kakogiannos ve Roumeliotis, 1990; Savaidis ve Roumeliotis, 1997, 2004; Caorsi vd.,1999; Strifors ve Gaunard, 2000). Bu amaçla geliştirilen yöntemleri analitik, sayısal ve hibrid yöntemler olarak gruplandırmak mümkündür. Verilen problemin geometrik ve fiziksel özelliklerine bağlı olarak analitik yöntemler kullanılabileceği gibi, aynı problemler sayısal yöntemlerle de çözülebilir. Moment metodu ve bunun hızlandırılmış versiyonu olan hızlı kutuplu algoritmalar (Tanyer ve Olsen, 1997), sonlu elemanlar yöntemi (Sebak, 2000), sonlu farklar yöntemi (Newman, 1990) en çok bilinen ve sıkça kullanılan sayısal yöntemlerdir. Genellikle düzlemsel, silindirik veya küresel geometriye sahip problemler analitik olarak çözülebilmektedirler (Penney vd., 1996).

Saçılma problemlerinde ele alınan saçıcı cisimler değişik geometrik yapılara ve değişik elektromagnetik özelliklere sahip olabilirler. Cisimler tümüyle iletken olabileceği gibi, tümüyle dielektrik bir malzemeden de yapılmış olabilir. Diğer bir grup da, hem iletken kısmı hem de bir dielektrik kısmı olan cisimlerdir. Bunların en sık karşılaşılanı, iletken bir cisim üzerine yerleştirilmiş dielektrik kaplamalardır. Bu türden problemler özellikle anten tasarımı konusunda uygulama alanı bulmaktadırlar. Şöyle ki, iletken bir anten ele alındığında bunun belirli bir ışıma karakteristiği, kazancı, yönlendiriciliği vardır. Oysa, bu iletken antenin üzerine bir dielektrik malzeme yerleştirildiğinde antenin yukarıda sözü edilen karakteristikleri değişir. Bu değişim söz konusu dielektrik kaplamanın malzeme özelliklerine ve şekline doğrudan bağlıdır. Bu türden bir anten tasarlanmak istendiğinde ilgili saçılma probleminin çözülmesi gerekir.

Literatürde, kaplanmış cisimlerden elektromagnetik dalgaların saçılması problemlerine ilişkin çok sayıda araştırma yapılmış bulunmaktadır (Jin ve Liepa, 1988; Newman, 1990; Kakogiannos ve Roumeliotis, 1990; Penney vd., 1996; Tanyer ve Olsen, 1997; Savaidis ve Roumeliotis, 1997, 2004; Caorsi vd.,1999; Sebak, 2000; Strifors ve Gaunard, 2000; Thors vd., 2004). Bu çalışmaların büyük bir çoğunluğunda hem kaplanan cismin hem de kaplamanın dairesel veya eliptik bir silindir olduğu kabul edilmiştir. Bu kabul, problemin

analitik çözümünün elde edilmesine olanak verir. Savaidis ve Roumeliotis (1997) dairesel bir iletken silindir üzerine eş merkezli olmadan yerleştirilmiş eliptik bir dielektrik kaplamadan saçılma problemi incelemiştir. Problem hem dairesel hem de eliptik dalga fonksiyonları kullanılarak analitik olarak çözülmüştür. Benzer bir yaklaşımı iletken bir eliptik silindir üzerindeki dairesel kaplamalar için Kakogiannos ve Roumeliotis (1990) ile Savaidis ve Roumeliotis (2004) çalışmalarında ele almıştır. Frekansa bağlı bir kayıplı dielektrik malzeme ile kaplanmış iletken bir dairesel silindirden elektromagnetik dalgaların saçılması problemini Strifors ve Gaunaurd (2000) kompleks argümanlı Bessel-Hankel fonksiyonları aracılığı ile çözmüştür. Caorsi vd. (1999), üzerine çok tabakalı eliptik geometriye sahip bir kaplama yerleştirilmiş iletken bir şeritten saçılma problemini incelemiştir. Dairesel bir iletken silindir üzerinde bulunan yine dairesel fakat merkezi kaymış bir kaplamadan saçılma problemi de Tanyer ve Olsen (1997) tarafından ele alınmıştır. Newman (1990) ve Sebak'ın (2000) çalışmaları değişik iletken cisim ve kaplama şekilleri için benzer örneklerdir. Yukarıda sözü edilen çalışmaların tümü basit geometriler için yapılmışlardır ve analitik çözümler elde edilmiştir. Sayısal çözüm verilen çalışmalara Jin ve Liepa (1988) ile Penney vd. (1996) tarafından yapılanlar örnek gösterilebilir. Penney vd. (1996) tarafından yapılan çalışmalarda düzlemsel bir geometriye sahip kaplamalardan saçılma problemi zaman domeninde sonlu farklar yöntemi ile çözülürken, Jin ve Liepa'ninkiler de (1988) silindirik ve tabakalı kaplamalardan elektromagnetik saçılma problemleri sonlu elemanlar yönteminin hibrid olarak kullanılması ile çözülmüştür. Dielektrik kaplamaların anten tasarımına bir uygulaması da Thors vd. (2004) tarafından yapılmıştır.

1.2 Tezin Amacı ve Kapsamı

Bu tezin amacı, iletken bir cisim üzerine konmuş kaplamalardan elektromagnetik dalgaların saçılması problemlerinin çözümü için bir grup yöntemi incelemek ve ayrıca yeni bir yöntem sunmaktır. Tez çerçevesinde ele alınacak olan kaplamaların malzemesinin homojen olduğu ve kaplamanın kalınlığının noktadan noktaya değiştiği varsayılacaktır. Basitlik amacıyla silindirik cisimler ve kaplamalar ele alınacak ve dolayısıyla problem iki boyutta incelenecektir. Bildiğimiz kadarıyla, literatürde kaplamanın kalınlığının sıradan bir değişime sahip olduğu duruma ilişkin çok az sayıda çalışma yapılmıştır.

Tez çerçevesinde, sonsuz uzun iletken bir dairesel silindirin üzerine kaplanmış kayıplı dielektrik kaplamalardan saçılma problemi incelenecektir. Analizde basitlik sağlaması açısından kaplanmış silindirin her zaman silindirin eksenine paralel olan bir zaman-harmonik

düzlemsel dalga ile aydınlatıldığı varsayılacaktır. Böylece, problem iki boyutlu skaler bir probleme indirgenmiş olur. İlk olarak, kaplamanın iletken silindir ile eş merkezli dairesel bir kabuk olduğu hal incelenecektir. Bu durumda problem açısız simetriye sahiptir ve alanın Bessel ve Hankel fonksiyonları cinsinden seri açılımları aracılığı ile kolayca ve analitik olarak çözülebilir. Diğer taraftan, kaplamanın kalınlığının homojen olmaması durumunda, yukarıda sözü edilen özel haller dışında, sayısal çözüm yöntemlerinin kullanılması gerekir. Bu tez çerçevesinde ilk olarak Moment Metodu'na (MoM) dayalı sayısal bir çözüm yöntemi önerilecektir. Moment metodunun uygulanabilmesi için, önce problem iletken silindiri içeren uzayın Green fonksiyonu aracılığı ile ikinci çeşit bir Fredholm integral denkleminin çözümüne indirgenir. İntegral denklemi çözebilmek amacıyla kaplamanın kesiti önce N küçük parçaya (hücre) bölünür ve integral bu parçalar üzerindeki integrallerin toplamı olarak yazılır. Daha sonra Galerkin metodu kullanılarak integral denklem çözülür. İntegral denklemin çözümü hücrelerin merkezindeki noktalardaki toplam alanı verir ve merkezdeki alanlar yardımıyla istenilen noktadaki saçılan alan değerleri hesaplanır.

Tezde ayrıca yeni bir yöntem önerilmektedir. Bu yöntem saçılan alanın iletken silindirin dışında kalan bölgede özel bir gösterilimine dayanmaktadır. Bu yaklaşımda, önce, dielektrik kaplamayı içine alan bir dairesel halka belirlenir. Dairesel halkanın iç dairesinin yarıçapı kaplama yüzeyinin minimum noktası, dış dairesinin yarıçapı da kaplama yüzeyinin maksimum noktası olarak alınır. Halka dışarısında kalan bölgelerde saçılan alan Bessel ve Hankel fonksiyonları cinsinden bir seri ile ifade edilebilirken, halka içerisinde Taylor serileri ile ifade edilmektedirler. İletken silindir ve kaplamanın yüzeyi üzerinde geçerli sınır koşulları aracılığı ile problem bir lineer denklem sisteminin çözümüne indirgenir ve bilinen yöntemler aracılığı ile de kolayca çözülebilir. Bu şekilde bir yaklaşım, saçılan alanın analitik olarak devam ettirilmesi olarak düşünülebilir.

Yukarıda sözü edilen yöntemler değişik geometrik ve fiziksel özelliklere sahip kaplamalar kullanılarak simule edilmiş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Dairesel kesite sahip kaplamalar halinde analitik yöntem oldukça etkin ve hızlı sonuçlar vermektedir. Hem Moment metoduna dayalı yöntem hem de analitik devama dayalı yöntem analitik çözümlerle karşılaştırılmış ve her iki yöntemin de oldukça iyi doğrulukta sonuç verdikleri gözlenmiştir. Moment metoduna dayalı yöntem her çeşit geometriye ve dielektrik katsayısına sahip kaplamalar halinde oldukça doğru sonuçlar verirken, geometriye bağlı olarak bilinmeyen sayısı artmakta ve bunun sonucunda da bilgisayardaki çalışma zamanı oldukça uzamaktadır. Diğer taraftan analitik devama dayalı yöntem moment metoduna dayalı yöntemle göre her

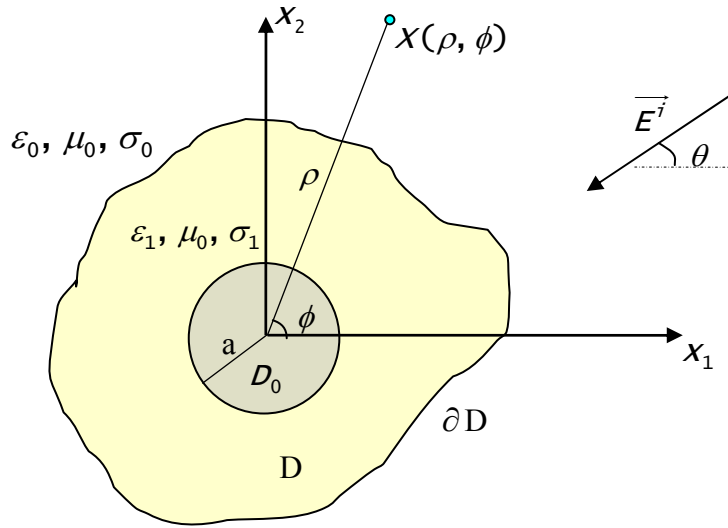
yüzey halinde çok hızlı ve doğru sonuç üretmektedir. Bunun yanında yöntem yüksek dielektrik katsayısına sahip kaplamalar halinde doğru sonuç vermemektedir.

Tezin organizasyonu şu şekilde yapılmıştır. İkinci bölümde problemin genel bir formülasyonu yapılmış ve üçüncü bölümde de analitik çözümü yapılabilen problemler için çözüm verilmiştir. Moment metoduna dayalı bir çözüm yöntemi dördüncü bölümde ele alınmıştır. Beşinci bölümde analitik devama dayalı bir yöntem önerilmiştir. Altıncı bölüm sayısal uygulamalar için ayrılırken, sonuçlar ve öneriler yedinci bölümde yapılmıştır. Tüm tez boyunca zamana bağlılık $e^{-i\omega t}$ olarak kabul edilmiştir.

2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Bu bölümde, iletken bir dairesel silindir üzerinde bulunan homojen bir malzemeden yapılmış ve kalınlığı noktadan noktaya değişen bir dielektrik tabakadan elektromagnetik dalgaların saçılması probleminin genel formülasyonu yapılacak ve temel denklemler verilecektir.

Şekil 2.1’de verilen geometriyi ele alalım. Burada , a yarıçaplı iletken D_0 silindiri dielektrik katsayısı ϵ_1 , magnetik geçirgenlik katsayısı μ_0 , iletkenliği σ_1 olan bir malzeme ile kaplanmıştır. Kaplamanın kalınlığı noktadan noktaya değişmektedir. Kaplamanın dış yüzeyi ∂D ’nin (ρ, ϕ) 2 boyutlu kutupsal koordinatları göstermek üzere, $\rho=f(\phi)$, $\phi \in (0, 2\pi)$ şeklinde gösterilebildiği kabul edilecektir. Kaplanmış silindir, elektromagnetik parametreleri ϵ_0 , $\mu_0, \sigma_0 = 0$ olan homojen bir uzaya doğrultusu Ox_3 eksenine paralel olacak şekilde yerleştirilmiştir.



Şekil 2.1 İletken silindir üzerine yerleştirilmiş dielektrik kaplama.

Silindir, elektrik alan vektörü her zaman silindirin doğrultusuna paralel olan ve açık ifadesi

$$\vec{E}^i = (0, 0, u^i(\rho, \phi)) \quad (2.1)$$

$$u^i(\rho, \phi) = e^{-ik_0 \rho \cos(\phi - \theta)} \quad (2.2)$$

şeklinde verilen zamanla değişimi sinüsoidal (zaman-harmonik) bir elektromagnetik dalga ile aydınlatılmıştır (gelen dalga). (2.2)’de θ geliş açısını gösterirken, $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ kaplanmış silindirin bulunduğu uzayın dalga sayısıdır. Çok iyi bilindiği gibi, kaplanmış cisim gelen

dalga ile etkileşime girerek uzaydaki toplam alana bir katkıda bulunur. Bu katkı saçılan alan olarak adlandırılır. Bu tezin amacı, bu saçılan alanı belirlemek ve özellikle saçılan alana kaplamanın etkisini incelemek amacıyla yöntemler geliştirmek ve bunları karşılaştırmaktır.

Bilindiği gibi gelen dalganın zamanla değişiminin sinusoidal olması durumunda, saçılan alanın ve dolayısıyla uzaydaki toplam alanın da zamana bağlılığı sinusoidal olur. Bu halde, toplam elektrik alan vektörü $\vec{E}$ ve magnetik alan vektörü $\vec{H}$, zaman-harmonik Maxwell denklemlerini sağlarlar (Ishimaru, 1991).

$$\nabla \times \vec{E} - i\omega\mu_0\vec{H} = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} + i\omega\varepsilon(\rho)\vec{E} = \sigma(\rho)\vec{E} + \vec{J}_v \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_v}{\varepsilon} \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (2.6)$$

Burada, ρ_v ve $\vec{J}_v$ sırasıyla, kaynağa ilişkin hacimsel yük ve hacimsel akım yoğunluklarını gösterirken, ω açısal frekanstır. Gelen dalganın düzlemsel olması nedeniyle, alanın kaynağı sonsuzda düşünülebilir ve bu halde ρ_v ve $\vec{J}_v$ sıfır olarak alınır. (2.3 - 2.6) denklemlerinde görünen $\varepsilon(\rho)$ ve $\sigma(\rho)$ söz konusu uzaya ilişkin dielektrik katsayısı ve iletkenliğinin noktadan noktaya değişimini göstermektedir ve sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$\varepsilon(\rho) = \begin{cases} \varepsilon_0 & , \rho > f(\phi) \\ \varepsilon_1 & , \rho \in (a, f(\phi)) \end{cases} , \phi \in (0, 2\pi) \quad (2.7)$$

$$\sigma(\rho) = \begin{cases} \sigma_0 & , \rho > f(\phi) \\ \sigma_1 & , \rho \in (a, f(\phi)) \end{cases} , \phi \in (0, 2\pi) \quad (2.8)$$

Diğer taraftan, gelen düzlemsel dalganın elektrik alan vektörü $\vec{E}^i$ 'nin sadece $0x_3$ doğrultusunda olması ve problemin tümüyle x_3 'e göre simetrik olması nedeniyle, saçılan elektrik alan vektörü $\vec{E}^s$ ve dolayısıyla toplam elektrik alan vektörü $\vec{E}$ 'de $0x_3$ eksenine paralel olacaktır, şöyle ki;

$$\vec{E}^s = (0, 0, u^s(\rho, \phi)) \quad (2.9)$$

$$\vec{E} = (0, 0, u(\rho, \phi)) \quad (2.10)$$

Bu durumu göz önüne alarak ve (2.3 - 2.6) denklemlerinden $\vec{H}$ 'ı yok ederek kolayca gösterilebilir ki, toplam elektrik alan fonksiyonu $u(\rho, \phi)$

$$\Delta u + k^2(\rho)u = 0 \quad (2.11)$$

diferansiyel denklemini

$$u|_{\rho=a} = 0 \quad (2.12)$$

$$u|_{\rho=f(\phi)^-} = u|_{\rho=f(\phi)^+} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \rho}|_{\rho=f(\phi)^-} = \frac{\partial u}{\partial \rho}|_{\rho=f(\phi)^+} \quad (2.14)$$

sınır koşulları ve

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} e^{-ik\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial \rho} - iku \right) \rightarrow 0 \quad (2.15)$$

Sommerfeld radyasyon koşulu altında sağlar (Ishimaru, 1991). (2.11) de görünün $k(\rho)$ söz konusu uzaya ilişkin dalga sayısı adını alır ve aşağıdaki şekilde tanımlıdır:

$$k(\rho) = \begin{cases} k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} & , \rho > f(\phi) \\ k_1 = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_1 \mu_0 + i\omega \sigma_1 \mu_0} & , \rho \in (a, f(\phi)) \end{cases} \quad (2.16)$$

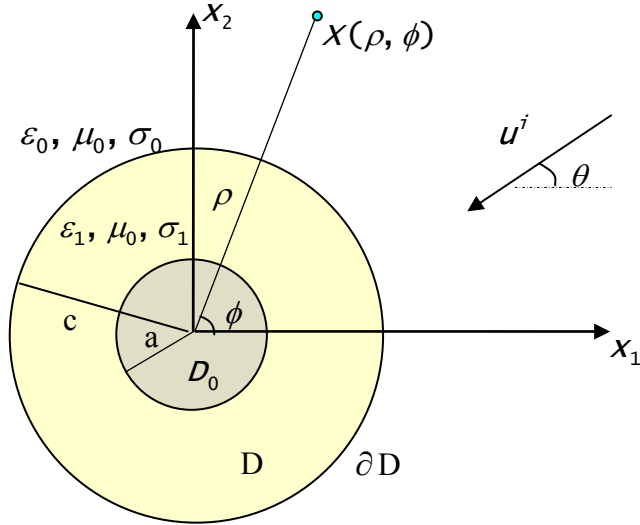
(2.11) diferansiyel denklemi çok iyi bilinen Helmholtz denklemdir. Dolayısıyla yukarıda belirtilen saçılma problemi (2.11) denkleminin (2.12 – 2.14) sınır koşulları ve (2.15) radyasyon koşulu altındaki çözümüne indirgenmiş olur. İleriki bölümlerde bu problemin çözümüne ilişkin yöntemler verilecektir.

3. ANALİTİK YÖNTEMLER

İkinci bölümde tanımlanan elektromagnetik saçılma problemini bazı özel hallerde analitik olarak çözmek mümkündür. Bu özellikle kaplama yüzeyinin $\rho = f(\phi) = sbt$ şeklinde bir gösterilimi varsa, diğer bir deyişle kaplamanın yüzeyi dairesel ise çok kolay bir şekilde yapılabilir. İleriki bölümlerde yapılacak analizlere de bir temel oluşturması amacıyla bu bölümde bu çeşit kaplamalara ilişkin saçılma probleminin çözümü verilecektir.

3.1 Dairesel Kaplamalardan Saçılma

Şimdi a yarıçaplı ve dairesel kesitli mükemmel iletken silindirin üzerinde c yarıçaplı dairesel bir dielektrik kaplamanın bulunduğu durumu göz önüne alalım. (Şekil 3.1). Kaplanmış silindirin (2.1) ve (2.2) ile verilen düzlemsel dalga ile aydınlatıldığı düşünülerek, kaplamadan dolayı ortaya çıkacak saçılan alanın bulunması problemi incelenecektir.



Şekil 3.1 İletken silindir üzerine yerleştirmiş dairesel kaplama.

Problemi uygun bir şekilde formüle edebilmek için önce uzaydaki toplam alan aşağıdaki gibi yazılır:

$$u(\rho, \phi) = \begin{cases} u^i(\rho, \phi) + u^s(\rho, \phi) & , \rho > c \\ v^s(\rho, \phi) & , \rho \in (a, c) \end{cases} \quad (3.1)$$

Bu durumda yukarıda sözü edilen saçılma probleminin çözümü u^S ve v^S fonksiyonlarının bulunmasından ibarettir. Problemin dairesel bir simetriye sahip olması nedeniyle toplam alan ve dolayısıyla u^S ve v^S , 2π periyotludur. Diğer bir deyişle, u^S ve v^S aşağıdaki gibi bir Fourier serisine açılabilirler:

$$u^S(\rho, \phi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} K_n(\rho) e^{in\phi} \quad , \quad \phi \in (0, 2\pi) \quad (3.2)$$

$$v^S(\rho, \phi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} M_n(\rho) e^{in\phi} \quad , \quad \phi \in (0, 2\pi) \quad (3.3)$$

Burada K_n ve M_n Fourier katsayılarını göstermektedir. (3.2) ve (3.3) bağıntıları (2.11) denkleminde yerine konacak olursa, kolayca gösterilebileceği gibi K_n ve M_n katsayıları aşağıdaki Bessel differansiyel denkleminin çözümünden ibarettir:

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 K_n}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial K_n}{\partial \rho} + (k_0^2 \rho^2 - n^2) K_n = 0 \quad , \quad \rho > c \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 M_n}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial M_n}{\partial \rho} + (k_0^2 \rho^2 - n^2) M_n = 0 \quad , \quad \rho \in (a, c) \quad (3.5)$$

Çok iyi bilindiği gibi (3.4) ve (3.5) denklemlerinin çözümleri

$$K_n(\rho) = A_n J_n(k_0 \rho) + B_n H_n^{(1)}(k_0 \rho) \quad , \quad \rho > c \quad (3.6)$$

$$M_n(\rho) = C_n J_n(k_1 \rho) + D_n H_n^{(1)}(k_1 \rho) \quad , \quad \rho \in (a, c) \quad (3.7)$$

dir. Burada, A_n, B_n, C_n, D_n , $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ belirlenecek sabitlerken, J_n ile birinci çeşit Bessel fonksiyonu, H_n ile de Hankel fonksiyonu gösterilmektedir. K_n ve M_n 'nin (3.6) ve (3.7) ile verilen ifadelerini (3.2) ve (3.3)'de yerine koyarak toplam alan için

$$u(\rho, \phi) = \begin{cases} u^i + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \{A_n J_n(k_0 \rho) + B_n H_n^{(1)}(k_0 \rho)\} e^{in\phi} & , \quad \rho > c \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \{C_n J_n(k_1 \rho) + D_n H_n^{(1)}(k_1 \rho)\} e^{in\phi} & , \quad \rho \in (a, c) \end{cases} \quad (3.8)$$

elde edilir. Aşağıda (2.12 – 2.14) sınır koşulları ve (2.15) radyasyon koşulu kullanılarak A_n, B_n, C_n, D_n katsayılarının nasıl elde edileceği açıklanmıştır.

(2.15) radyasyon koşulunun sağlanması için $A_n = 0$ olması gerektiği kolayca gösterilebilir.

Diğer taraftan, $\rho = a$ 'da geçerli (2.12) koşulundan

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \{C_n J_n(k_1 a) + D_n H_n^{(1)}(k_1 a)\} e^{in\phi} = 0 \quad (3.9)$$

yazılır. Buradan da, C_n ile D_n katsayıları arasında aşağıdaki ilişki bulunur:

$$D_n = -\frac{J_n(k_1 a)}{H_n^{(1)}(k_1 a)} C_n \quad (3.10)$$

(2.13) ve (2.14) koşulları kaplamanın dış yüzeyinde toplam alanın ve toplam alanın yüzeyin normaline göre türevinin sürekli olduğunu göstermektedir. Gelen dalga için

$$u^i(\rho, \phi) = e^{-ik_0 \rho \cos(\phi - \theta)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(k_0 \rho) e^{in\phi} e^{-in(\theta + \frac{\pi}{2})} \quad (3.11)$$

şeklinde yazılabilen seri ifadesi kullanılarak, (2.13) ve (2.14) koşullarından

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(k_0 b) e^{in\phi} e^{-in(\theta + \frac{\pi}{2})} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n H_n^{(1)}(k_0 c) e^{in\phi} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \{C_n J_n(k_1 c) + D_n H_n^{(1)}(k_1 c)\} e^{in\phi} \quad (3.12)$$

ve

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n'(k_0 b) e^{in\phi} e^{-in(\theta + \frac{\pi}{2})} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n H_n^{(1)'}(k_0 c) e^{in\phi} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \{C_n J_n'(k_1 c) + D_n H_n^{(1)'}(k_1 c)\} e^{in\phi} \quad (3.13)$$

yazılır. Son olarak, (3.12) ve (3.13) denklemlerinin her iki tarafını $e^{-im\phi}$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ile çarparak ve $(0, 2\pi)$ aralığında $e^{-im\phi}$ fonksiyonlarının ortagonallik özelliğini kullanarak kolayca gösterilebilir ki,

$$\psi_1 = J_n'(k_1 c) - \frac{J_n(k_1 a)}{H_n^{(1)}(k_1 a)} H_n^{(1)'}(k_1 c)$$

$$\psi_2 = J_n'(k_0 c) e^{-in(\theta + \frac{\pi}{2})}$$

$$\psi_3 = J_n(k_1 c) - \frac{J_n(k_1 a)}{H_n^{(1)}(k_1 a)} H_n^{(1)}(k_1 c)$$

$$\psi_4 = J_n(k_0 c) e^{-in(\theta + \frac{\pi}{2})}$$

olmak üzere

$$B_n = \frac{\psi_2 \psi_3 - \psi_1 \psi_4}{H_n^{(1)}(k_0 c) \psi_1 - H_n^{(1)'}(k_0 c) \psi_3} \quad (3.14)$$

$$C_n = \frac{1}{\psi_3} \left(\psi_4 + \frac{\psi_2 \psi_3 - \psi_1 \psi_4}{H_n^{(1)}(k_0 c) \psi_1 - H_n^{(1)'}(k_0 c) \psi_3} H_n^{(1)}(k_0 c) \right) \quad (3.15)$$

$$D_n = -\frac{J_n(k_1 a)}{\psi_3 H_n^{(1)}(k_1 a)} \left(\psi_4 + \frac{\psi_2 \psi_3 - \psi_1 \psi_4}{H_n^{(1)}(k_0 c) \psi_1 - H_n^{(1)'}(k_0 c) \psi_3} H_n^{(1)}(k_0 c) \right) \quad (3.16)$$

şeklindedir. A_n , B_n , C_n ve D_n 'in (2.14-2.16) ile verilen ifadelerinin (3.8)'de yerine konması ile tüm uzaydaki toplam alan, dolayısıyla saçılan alan elde edilmiş olur.

4. MOMENT METODUNA DAYALI BİR SAYISAL ÇÖZÜM

Dairesel veya eliptik simetriye sahip olmayan problemlerde (2.10) denkleminin analitik çözümlerini bazı özel haller dışında bulmak mümkün değildir. Bu durumda, ancak sayısal veya hibrid yöntemler kullanılarak çözüm elde edilebilir. Bu bölümde, sayısal bir yöntem olan Moment metoduna dayalı bir yöntem geliştirilecektir.

4.1 Problemin Bir İntegral Denklemin Çözümüne İndirgenmesi

Elektromagnetik saçılma problemlerinin çözümü için günümüze kadar bir çok sayısal yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden bir kısmı doğrudan diferansiyel denklemin çözümüne yöneliktir. Bu yöntemlerin en yaygın olarak kullanılanları Sonlu Elemanlar ve Sonlu Farklar yöntemleridir. Ayrıca, zaman domeninde çalışılan problemlerde Sonlu Farklar Zaman Domeni yöntemi kullanılmaktadır. Diğer taraftan aşağıda da gösterileceği gibi diferansiyel denklemi bir integral denkleme dönüştürmek mümkündür. Bu türden integral denklemlerin sayısal çözümü için kullanılan yöntemlerin başında da Moment Metodu (MoM) gelir. H.Richmond'ın (1965) ve Harrington'un (1968) çalışmalarından sonra, elektromagnetikte popülerlik kazanan Moment Metodu özellikle son yıllarda büyük bir oranda elektromagnetik saçılma problemlerinin çözümünde kullanılmaktadır.

Şimdi, (2.11) ile verilen probleme geri dönelim ve önce toplam alanı

$$u(\rho, \phi) = u_0(\rho, \phi) + u^s(\rho, \phi) \quad (4.1)$$

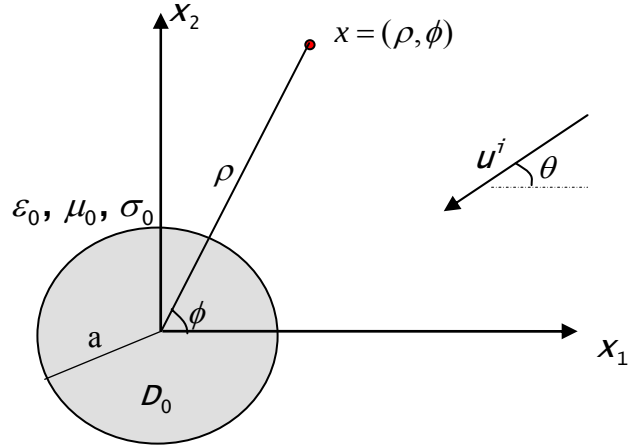
olarak yazalım. Burada u_0 şekil 2.1'deki dielektrik kaplama D yokken uzaydaki toplam alanı göstermektedir. Bu duruma ilişkin problemin geometrisi şekil 4.1 de verilmiştir. u_0 alanı

$$\Delta u_0 + k_0^2 u_0 = 0 \quad (4.2)$$

denklemini

$$u_0 = 0, \quad \rho = a \quad (4.3)$$

sınır koşulu altında sağlar. Bu problemin analitik bir çözümü vardır ve bu çözüm ileride bölüm 4.3'de verilecektir.



Şekil 4.1 Dielektrik kaplama olmadığı durumdaki saçılma problemi.

Bu durumda (4.1)'de görünen $u^s(\rho, \phi)$ kaplamanın toplam alana katkısından başka bir şey değildir ve kolayca gösterilebileceği gibi

$$\Delta u^s + k_0^2 u^s = -k_0^2 v(\rho, \phi) u \quad (4.4)$$

denklemini

$$u^s(a, \phi) = 0, \quad \rho = a \quad (4.5)$$

$$u^s \text{ ve } \frac{\partial u^s}{\partial n} \quad \rho = f(\phi) \text{ 'de sürekli} \quad (4.6)$$

koşulları ve radyasyon koşulu altında sağlar. (4.4)'de görünen

$$v(\rho) = \begin{cases} 0 & , \quad \rho > f(\phi) \\ v_1 = \frac{\varepsilon_1 + \frac{i}{\omega} \sigma_1}{\varepsilon_0} - 1 & , \quad \rho \in (a, f(\phi)) \end{cases} \quad (4.7)$$

cisim fonksiyonu olarak adlandırılır ve tanımı gereği kaplamanın içinde $\varepsilon_1 / \varepsilon_0 - 1$, kaplamanın dışında ise 0 dır. Bu özellik bize (4.4) diferansiyel denklemini bir integral denkleme dönüştürme olanağı verir. Bu dönüştürme işlemi ise (4.4 – 4.6) ile belirlenen probleme ilişkin Green fonksiyonu aracılığı ile yapılabilir. Tanım gereği sözü edilen Green fonksiyonu $G(x; y)$;

$$\Delta G(x; y) + k^2(\rho) G(x; y) = -\delta(x - y), \quad x = (\rho, \phi), \quad y = (\rho', \phi') \quad (4.8)$$

$$G(a, \phi; y) = 0 \quad (4.9)$$

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \sqrt{\rho} e^{-ik_0 \rho} \left(\frac{\partial G}{\partial \rho} - ikG \right) \rightarrow 0 \quad (4.10)$$

probleminin çözümüdür. Burada δ ile Dirac Delta distribüsyonu gösterilmektedir (Heaviside, 1950). $G(x; y)$ 'nin bir açık ifadesi aşağıda kısım 4.2 de verilecektir. $G(x; y)$ 'nin bilindiğini varsayarak ve (4.4)'ün her iki tarafını $G(x; y)$ ile ve (4.8)'in de her iki tarafını $u^s(x)$ ile çarpıp, taraf tarafa çıkararak ve sonuçta çıkan ifadeyi tüm uzayda integre ederek kolayca gösterebiliriz ki, saçılan alan

$$u^s(x) = k_0^2 \int_D G(x; y) v(y) u(y) dy \quad (4.11)$$

şeklinde bir integral ile ifade edilebilir.

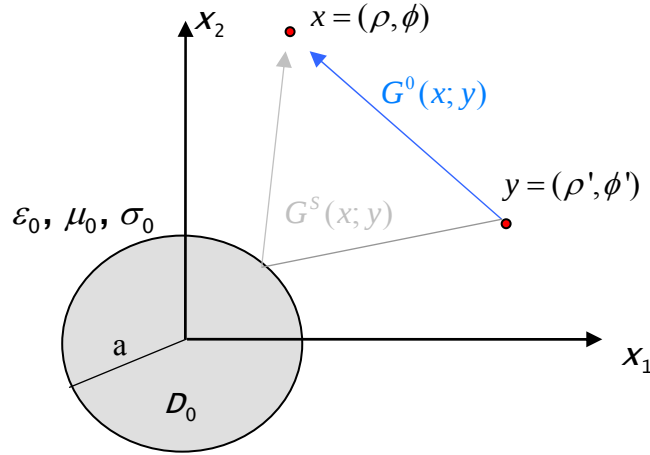
Denklemin her iki tarafına u_0 'ı ekleyerek ve $x = (\rho, \phi)$ yerine kaplamanın içersindeki noktaları koyarak (4.11) yeniden düzenlenirse de,

$$u(x) - k_0^2 \int_D G(x; y) v(y) u(y) dy = u_0(x) \quad (4.12)$$

elde edilir. Bu denklem u bakımından 2.çeşit bir Fredholm integral denklemdir. Bilindiği gibi bu denklemin çözümü vardır ve tekdir (Colton ve Kress, 1998). Aşağıda bu integral denklemin çözümü için Moment metoduna dayalı sayısal bir çözüm verilecektir. Fakat önce, hem Green fonksiyonunun hem de $u_0(x)$ 'in bir açık ifadesini vermek uygun olacaktır.

4.2 $G(x; y)$ 'nin Bir Açık İfadesi

(4.8 – 4.10) denklemleri ile belirli olan Green fonksiyonu aslında, $y = (\rho', \phi')$ noktasına yerleştirilmiş ve genliği $\frac{1}{i\omega\mu_0}$ olan çizgisel bir kaynağın uyardığı elektromagnetik dalgaların a yarıçaplı iletken silindirden saçılma probleminden başka bir şey değildir (Şekil 4.2). Bu problem dairesel simetriye sahiptir ve çözümü aşağıdaki gibi yapılabilir:



Şekil 4.2 Green fonksiyonunun geometrisi.

Green fonksiyonunu bulma problemini daha uygun bir şekilde formüle edebilmek için önce iletken silindirin bulunmadığı durumu göz önüne alalım ve bu durumdaki Green fonksiyonunu $G_0(x; y)$ ile gösterelim. Yine tanım gereği G_0 ,

$$\Delta G_0(x; y) + k_0^2 G_0(x; y) = -\delta(x - y) \quad (4.13)$$

eşitliğini radyasyon koşulu altında sağlar. Çok iyi bilindiği gibi, G_0 sonsuz geniş homojen uzayın Green fonksiyonundan başka bir şey değildir ve

$$G^0(x; y) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 |x - y|) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 \sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\phi - \phi')}) \quad (4.14)$$

dir (Ishimaru, 1991). Bu halde

$$G^S(x; y) = G(x; y) - G_0(x; y) \quad (4.15)$$

ile tanımlanan $G^S(x; y)$ iletken silindirin Green fonksiyonuna katkısından başka bir şey değildir ve

$$\Delta G^S(x; y) + k_0^2 G^S(x; y) = 0 \quad (4.16)$$

$$G^S(x; y) = -G_0(x; y) \quad , \quad \rho = a \quad (4.17)$$

probleminin radyasyon koşulu altında çözümünden ibarettir. Bu problemin çözümü bölüm 3 de verilen yöntemle yapılabilir ve kolayca gösterilebilir ki,

$$G^S(\rho, \rho'; \phi, \phi') = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \{A_n H_n^{(1)}(k_0 \rho) + B_n J_n(k_0 \rho)\} e^{in(\phi - \phi')} \quad (4.18)$$

şeklindedir. Burada A_n ve B_n belirlenecek katsayılardır ve kaynağın koordinatlarına bağlıdırlar. Bu katsayılar (4.17) sınır koşulu ve radyasyon koşulu aracılığı ile kolayca belirlenebilirler.

Radyasyon koşulu nedeniyle $B_n = 0$ 'dır. $G^S(x; y)$ 'nin (4.18)'de verilen ifadesi (4.17) sınır koşulunda yerine konulursa

$$\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 \sqrt{a^2 + \rho'^2 - 2a\rho' \cos(\phi - \phi')}) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n H_n^{(1)}(k_0 a) e^{in(\phi - \phi')} = 0 \quad (4.19)$$

elde edilir. Eşitliğin her iki tarafı $e^{im\phi}$ ile çarpılıp, $(0, 2\pi)$ aralığında integre edilirse de

$$\frac{i}{4} \int_0^{2\pi} H_0^{(1)}(k_0 \sqrt{a^2 + \rho'^2 - 2a\rho' \cos(\phi - \phi')}) e^{im\phi} d\phi + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n H_n^{(1)}(k_0 a) e^{-ik\phi'} \int_0^{2\pi} e^{i(n+m)\phi} d\phi = 0 \quad (4.20)$$

bulunur. $e^{im\phi}$ fonksiyonlarının $(0, 2\pi)$ aralığında ortogonal olması nedeniyle de, kolayca gösterilebilir ki,

$$A_n = \frac{-i \int_0^{2\pi} H_0^{(1)}(k_0 \sqrt{a^2 + \rho'^2 - 2a\rho' \cos(\phi - \phi')}) e^{-in\phi} d\phi}{8\pi H_n^{(1)}(k_0 a) e^{-in\phi'}} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.21)$$

dir. A_n ve B_n katsayılarının ifadelerini (4.18)'de yerine koyarak ve (4.15) göz önüne alırsak

$$G(x, y) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 \sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\phi - \phi')}) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n(\rho', \phi') H_n^{(1)}(k_0 \rho) e^{in(\phi - \phi')} \quad (4.22)$$

olarak elde edilir.

4.3 $u_0(x)$ 'nin Bir Açık İfadesi

Dielektrik kaplamanın olmadığı durumda toplam alan u_0 'ı bulmak için (Şekil 4.1), önce $u_{D_0}^S$ iletken silindirden saçılan alan olmak üzere

$$u_0 = u^i + u_{D_0}^S \quad (4.23)$$

şeklinde ifade edilir. Bu halde, üçüncü bölümde analitik çözüm için uygulanan yaklaşım burada da uygulanabilir. Yine, problem geometrisinden dolayı u_0 2π periyotludur ve dolayısıyla $u_{D_0}^s$

$$u_{D_0}^s(\rho, \phi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} L_n(\rho) e^{in\phi} \quad (4.24)$$

şeklinde Fourier serisine açılabilir. Burada, L_n $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ belirlenecek Fourier katsayılarıdır. Bu amaçla önce (4.24), (4.2) diferansiyel denkleminin yerine konur ve L_n katsayıları için bir Bessel diferansiyel denklemi elde edilir. Diferansiyel denklemin çözümü Bessel ve Hankel fonksiyonlarının lineer kombinasyonuudur. Son olarak elde edilen katsayılar (4.24)'de yerine konarak

$$u_{D_0}^s = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \{P_n H_n^{(1)}(k_0 \rho) + R_n J_n(k_0 \rho)\} e^{in\phi} \quad (4.25)$$

bulunur. Burada, P_n ve R_n Bessel diferansiyel denkleminde gelen katsayılarıdır. Gelen dalganın (3.11)'de verilen ifadesi ve (4.25) göz önüne alınarak (4.23)'den

$$u_0 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(k_0 a) e^{in\phi} e^{-in(\theta+\pi/2)} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \{P_n H_n^{(1)}(k_0 \rho) + R_n J_n(k_0 \rho)\} e^{in\phi} \quad (4.26)$$

yazılır. Radyasyon koşulu nedeniyle $R_n = 0$ 'dır. (4.3) sınır koşulu da P_n katsayıları için

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(k_0 a) e^{in\phi} e^{-in(\theta+\pi/2)} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} P_n H_n^{(1)}(k_0 a) e^{in\phi} = 0 \quad (4.27)$$

denklemini verir. $e^{im\phi}$ fonksiyonlarının ortagonallik özelliği kullanılarak da

$$P_n = \frac{-J_n(k_0 a) e^{-in(\theta+\pi/2)}}{H_n^{(1)}(k_0 a)} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.28)$$

olarak elde edilir. Son olarak, P_n ve R_n katsayılarının (4.26)'da yerine konması ile

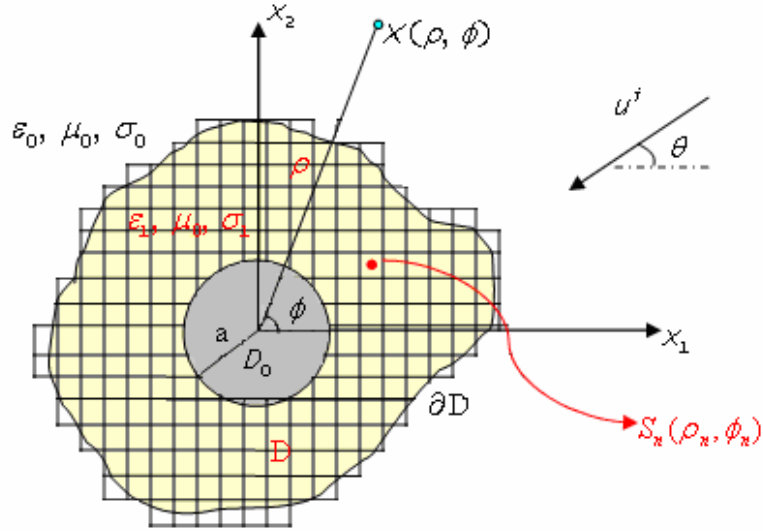
$$u_0 = u^i + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{-J_n(k_0 a) e^{-in(\theta+\pi/2)}}{H_n^{(1)}(k_0 a)} H_n^{(1)}(k_0 \rho) e^{in\phi} \quad (4.29)$$

alanı bulunur.

4.4 Moment Metodu ile Sayısal Çözüm

Şimdi şekil 2.1'i göz önüne alalım ve kaplamayı şekil 4.3'deki gibi N hücreye ayıralım. Bu halde, (4.12) denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$u(x) - k_0^2 \sum_{n=1}^N \int_{S_n} G(x; y) v(y) u(y) dy = u_0(x) \quad (4.30)$$



Şekil 4.3 İletken silindir üzerine yerleştirmiş değişken kalınlıklı tabakanın hücelere bölünmesi.

Burada S_n ile n'inci hücre gösterilmektedir. Eğer S_n yeterince küçük ise, hücre içindeki toplam alan için $u(x) \sim u(x^n) = u_n$ yazılabilir. Burada $x^n = (\rho^n, \phi^n)$ ile S_n hücresinin merkez noktası gösterilmektedir. Söz konusu hücre içerisinde $v(x^n) = v_1$ olduğunu da göz önüne alarak

$$u(x) - k_0^2 v_1 \sum_{n=1}^N u_n \int_{S_n} G(x; y) dy = u_0(x) \quad (4.31)$$

yazılır. Son olarak (4.31)'de $x = x^m, m=1,2,...,N$ koyarak u_n 'ler için aşağıdaki lineer denklem sistemi elde edilir:

$$(I - A)u = u_0 \quad (4.32)$$

Buradaki A elemanları

$$A_{nm} = k_0^2 \nu_1 \int_{S_n} G(x_m, y) dy \quad (4.33)$$

olan $N \times N$ boyutlu bir kare matrisi, u ve u_0 ise elemanları

$$u_n = u(x^n) \quad (4.34)$$

$$u_{0n} = u_0(x^n) \quad (4.35)$$

olan $N \times 1$ boyutlu vektörleri göstermektedir. A_{nm} katsayılarının hesaplanması halinde (4.32) denkleminde u_n 'ler çözülür ve (4.31) aracılığı ile istenen her noktadaki saçılan alan değerleri bulunabilir. Burada önemli bir problem, (4.33)'de verilen katsayıların hesaplanmasıdır. $G(x; y)$ 'nin (4.22)'de verilen ifadesi (4.33)'deki integralde yerine koyarak

$$A_{nm} = k_0^2 \nu_1 (I_1 + I_2) \quad (4.36)$$

$$I_1 = \frac{i}{4} \int_{S_n} H_0^{(1)}(k_0 \sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\phi - \phi')}) dy \quad (4.37)$$

$$I_2 = \int_{S_n} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n(\rho', \phi') H_n^{(1)}(k_0 \rho) e^{in(\phi - \phi')} dy \quad (4.38)$$

elde edilir. I_1 integrali, Hankel fonksiyonunun $x = y$ 'de logaritmik tekillik göstermesi nedeniyle tekildir. Oysa, I_2 integralinin herhangi bir tekilliği yoktur. Diğer bir deyişle, I_2 integrali herhangi bir integrasyon tekniği kullanılarak hesaplanabilir. Bu tez çerçevesinde I_2 integralinin hesaplanması için aşağıdaki yaklaşım kullanılmıştır:

$$\begin{aligned} I_2 &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} H_k^{(1)}(k_0 \rho) e^{ik\phi} \iint_{S_n} A_k(\rho', \phi') e^{-ik\phi'} \rho' d\rho' d\phi' \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} H_k^{(1)}(k_0 \rho) e^{ik\phi} A_k(\rho_n', \phi_n') e^{-ik\phi_n'} \end{aligned} \quad (4.39)$$

Diğer taraftan integrantının tekil olması nedeniyle, I_1 integralinin uygun bir şekilde hesaplanması gerekir. Bu tezde Richmond'ın (1965) geliştirmiş olduğu yöntem kullanılacaktır. Önce S_n dikdörtgen hücresinin alanına eşdeğer bir dairesel bölge göz önüne alınır. Bu dairesel bölgenin yarıçapı b olsun. Bu durumda I_1 integrali yaklaşık olarak, bu

eşdeğer hücrenin üzerindeki integral olarak alınır.

$$\int_{S_n} G(x, y) dy \approx \iint_{\rho=b_n} G(x, y) dy \quad (4.40)$$

ve Richmond'da (1965) verildiği gibi

$$k_0^2 I_1 = k_0^2 \iint_{B_n} \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 \sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\phi - \phi')}) \rho' d\rho' d\phi' \quad (4.41)$$

$$= \begin{cases} \frac{i}{2} [\pi k_0 b H_1^{(1)}(k_0 a) - 2i] & , \quad m = n \\ \frac{i \pi k_0 b}{2} J_1(k_0 a) H_0^{(1)}(k_0 \rho_{mn}) & , \quad m \neq n \end{cases}$$

elde edilir. Burada, ρ_{mn} m'inci ile n'inci hücre arasındaki uzaklıktır. Son olarak, I_1 ve I_2 'nin (4.39) ve (4.41)'de verilen bağıntılarını (4.36)'da yerine koyarak A_{nm} katsayıları bulunur.

5. ANALİTİK DEVAMA DAYALI BİR YÖNTEM

Önceki bölümde ele alındığı gibi iletken bir cisim üzerine yerleştirilmiş dielektrik kaplamadan saçılma problemleri Moment metoduna dayalı sayısal bir yöntemle çözülebilir. Bu bölümde is aynı türden problemlerin çözümünde kullanılacak yeni bir yöntem verilecektir. Bu yöntem elektrik alanının bir özel gösterilimine ve analitik olarak devam ettirilmesine dayanacaktır.

5.1 Alanın Bir Özel Gösterilimi

(2.11) diferansiyel denklemi ve (2.12 – 2.14) sınır koşulları ve (2.15) radyasyon koşulu ile verilen problemin dairesel bir simetriye sahip geometriler için analitik olarak çözülebileceği Bölüm 3’de gösterilmişti. Bu özellik aşağıda ele alacağımız yöntem için bir çıkış noktası olacaktır.

Uzaydaki toplam alan $u(\rho, \phi)$ ’yi, üçüncü bölümde yapıldığı gibi

$$u(\rho, \phi) = \begin{cases} u^i(\rho, \phi) + u^s(\rho, \phi) & , \rho > f(\phi) \\ v^s(\rho, \phi) & , \rho \in (a, f(\phi)) \end{cases} \quad (5.1)$$

şeklinde ifade edelim. Burada u^s ve v^s fonksiyonları

$$\Delta u^s + k_0^2 u^s = 0 \quad , \quad \rho > f(\phi) \quad (5.2)$$

$$\Delta v^s + k_0^2 v^s = 0 \quad , \quad \rho \in (a, f(\phi)) \quad (5.3)$$

diferansiyel denklemlerini

$$u^i + u^s = v^s \quad , \quad \rho = f(\phi) \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} (u^i + u^s) = \frac{\partial}{\partial n} v^s \quad , \quad \rho = f(\phi) \quad (5.5)$$

$$v^s = 0 \quad , \quad \rho = a \quad (5.6)$$

sınır koşulları ve radyasyon koşulu altında sağlarlar. Şimdi Şekil 2.1 deki geometriye dönelim ve $\rho = a$ yarıçaplı iletken silindirin dışında kalan uzayı $\rho = \beta$ ve $\rho = \alpha$ daireleri ile 4 parçaya ayıralım. Burada α kaplamanın sınırı ∂D ’yi dışarıdan çevreleyen minimum dairenin yarıçapını, β ise içeriden çevreleyen maksimum dairenin yarıçapını göstermektedir (Şekil 5.1).

kalan terimi gösterilmektedir.

(5.7) de görünen m inci mertebeden türevler u^s 'in (5.6)'da verilen ifadesinden kolayca elde edilebilir:

$$\frac{\partial^m u^s(\alpha, \phi)}{\partial \rho^m} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_n e^{in\phi} \frac{\partial^m}{\partial \rho^m} [H_n^{(1)}(k_0 \rho)]_{\rho=\alpha} \quad (5.10)$$

Burada şunu belirtmek gerekir ki, her ne kadar u^s ρ 'nun regüler bir fonksiyonu olsa da, (5.7) ifadesindeki kalan terimin her zaman sıfıra gitmesi zorunlu değildir. Yine de, kalan terimi ihmal eden Taylor serisi aşağıdaki analizde bir yaklaşım olarak kullanılacaktır.

(5.6) ve (5.7) bağıntıları u^s 'in $\rho > f(\phi)$ bölgesindeki bir açık ifadesini T_n bilinmeyen katsayıları aracılığı ile verirler. Benzer bir yaklaşımla, kolayca gösterilebilir ki, $a < \rho < \beta$ bölgesindeki alan

$$v^s(\rho, \phi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [S_n J_n(k_1 \rho) + Z_n H_n^{(1)}(k_1 \rho)] e^{in\phi}, \quad a < \rho < \beta \quad (5.11)$$

şeklindedir. Burada, S_n ve Z_n belirlenecek katsayılardır. Aynı şekilde, $\rho = \beta$ civarındaki Taylor serisi

$$v^s(\rho, \phi) = \sum_{m=0}^M \frac{1}{m!} \frac{\partial^m v^s(\beta, \phi)}{\partial \rho^m} (\rho - \beta)^m + R_M^2(\rho, \phi), \quad \beta < \rho < f(\phi) \quad (5.12)$$

dir. Burada

$$R_M^2(\rho, \phi) = \frac{1}{M!} \int_{\beta}^{\rho} (\rho - \varsigma)^M \frac{\partial^{M+1} v^s(\varsigma, \phi)}{\partial \rho^{M+1}} d\varsigma \quad (5.13)$$

kalan terimi göstermektedir. (5.11)'de görünen m'inci mertebeden türevler de (5.10) aracılığı ile aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial^m v^s(\beta, \phi)}{\partial \rho^m} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{in\phi} \frac{\partial^m}{\partial \rho^m} [S_n J_n(k_1 \rho) + Z_n H_n^{(1)}(k_1 \rho)]_{\rho=\beta} \quad (5.14)$$

(5.7 – 5.14) bağıntıları ile alanın tüm uzayda bir gösterilimi yapılmış olur. Bu bağıntılarda görünen T_n , S_n ve Z_n katsayılarının bulunması halinde toplam alan belirlenmiş olacaktır. Aşağıda, bu katsayıların elde edilmesi için bir yöntem verilecektir.

5.2 Problemin Bir Lineer Denklem Sisteminin Çözümüne İndirgenmesi

Toplam alanın yukarıda elde edilmiş olan ifadesi, hem $\rho = a$ 'da hem de $\rho = f(\phi)$ 'deki (5.4) ve (5.5)'de verilen sınır koşullarını sağlamak zorundadır. Diğer taraftan, (5.7) da görünen $\rho = f(\phi)$ üzerindeki normal türevi $f(\phi)$ 'nin türevlerini de içerir. Problemi çözmeye başlamadan önce (5.5) sınır koşulunu $f(\phi)$ 'nin türevini içermeyecek bir şekle dönüştürmek uygun olacaktır. Bu amaçla, önce, teğetsel ve normal doğrultudaki türevler için

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{1}{\sqrt{f'^2 + [f'']^2}} \left(f' \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial}{\partial \phi} \right), \quad \rho = f(\phi) \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{1}{\sqrt{f'^2 + [f'']^2}} \left(f' \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{\partial}{\partial \phi} \right), \quad \rho = f(\phi) \quad (5.16)$$

yazılır. Buradan (5.4)'ü göz önüne alarak gösterilebilir ki;

$$\frac{\partial}{\partial s} (u^i + u^s) = \frac{\partial}{\partial s} v^s, \quad \rho = f(\phi) \quad (5.17)$$

dir. Bu sonuç (5.4) ve (5.5)'in

$$u^i + u^s = v^s, \quad \rho = f(\phi) \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} (u^i + u^s) = \frac{\partial}{\partial \rho} v^s, \quad \rho = f(\phi) \quad (5.19)$$

'ye eşdeğer olduğunu gösterir.

Şimdi (5.8) ve (5.12)'deki kalan terimleri ihmal ederek, bu ifadeleri (5.7) ve (5.11) ile birlikte, (5.6), (5.18) ve (5.19)'da yerine koyalım. Bazı basit düzenlemeler sonunda kolayca gösterebiliriz ki, katsayılar arasında

$$Z_n = -\frac{J_n(k_1 a)}{H_n^{(1)}(k_1 a)} S_n \quad (5.20)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_n e^{in\phi} \gamma_{1n}(\phi, \alpha) - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S_n e^{in\phi} \gamma_{2n}(\phi, \beta) = -e^{-ik_0 f(\phi) \cos(\phi - \theta)} \quad (5.21)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_n e^{in\phi} \gamma_{3n}(\phi, \alpha) - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S_n e^{in\phi} \gamma_{4n}(\phi, \beta) = ik_0 \cos(\phi - \theta) e^{-ik_0 f(\phi) \cos(\phi - \theta)} \quad (5.22)$$

ilişkileri vardır. Burada

$$\gamma_{1n}(\phi, \alpha) = \sum_{m=0}^M \frac{1}{m!} \frac{\partial^m}{\partial \rho^m} [H_n^{(1)}(k_0 \rho)]_{\rho=\alpha} (f(\phi) - \alpha)^m \quad (5.23)$$

$$\gamma_{2n}(\phi, \beta) = \sum_{m=0}^M \frac{1}{m!} \frac{\partial^m}{\partial \rho^m} [J_n(k_1 \rho) - \frac{J_n(k_1 a)}{H_n^{(1)}(k_1 a)} H_n^{(1)}(k_1 \rho)]_{\rho=\beta} (f(\phi) - \beta)^m \quad (5.24)$$

$$\gamma_{3n}(\phi, \alpha) = \sum_{m=0}^M \frac{1}{(m-1)!} \frac{\partial^m}{\partial \rho^m} [H_n^{(1)}(k_0 \rho)]_{\rho=\alpha} (f(\phi) - \alpha)^{m-1} \quad (5.25)$$

$$\gamma_{4n}(\phi, \beta) = \sum_{m=0}^M \frac{1}{(m-1)!} \frac{\partial^m}{\partial \rho^m} [J_n(k_1 \rho) - \frac{J_n(k_1 a)}{H_n^{(1)}(k_1 a)} H_n^{(1)}(k_1 \rho)]_{\rho=\beta} (f(\phi) - \beta)^{m-1} \quad (5.26)$$

dir. (5.20 – 5.22) bağıntılarından bilinmeyen T_n, S_n ve Z_n katsayılarının elde edilmek istenmesi bir lineer denklem sistemi oluşturur. Bu lineer denklem sistemini çözmek için (5.21) ve (5.22)'deki toplamalar bir K noktasında kesilir. Bu durumda sonuç bağıntıları $4K+2$ tane bilinmeyen içerir. Denklemler $\phi = \phi_k, k = 1, 2, \dots, 4K+2$ olacak şekilde ϕ_k noktalarında yazılarak bir matris denklem sisteminin çözümüne indirgenir ve bilinen yöntemler uygulanarak kolayca çözülür.

6. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde önceki bölümlerde genel teorisi verilen çözüm yöntemlerinin bazı örnekler üzerine uygulamaları verilecektir. Bu uygulamalarda yöntemlerin karşılaştırılmaları yapılacak ve özellikle yeni geliştirilmiş olan analitik devam yönteminin doğruluğu test edilecek ve geçerlilik sınırları belirlenecektir. Yöntemler uygulanırken cismin yerleştirildiği uzay, parametreleri $\varepsilon_0, \mu_0, \sigma_0 = 0$ olan boş uzay olarak seçilmiştir. Tüm örneklerde gelen dalganın geliş doğrultusu $\theta = 0$ ve çalışma frekansı $f = 300$ MHz seçilmiştir. Diğer bir deyişle gelen dalganın dalga boyu $\lambda = 1$ m olarak alınmıştır. (4.21)'de görülen integraller trapez yöntemi kullanılarak sayısal olarak hesaplanmıştır. Trapez yöntemi uygulanırken integraller 20 nokta kullanılarak ayrıklaştırılmıştır.

MoM a dayalı sayısal yöntem uygulanırken, kaplamanın $\lambda/60 \times \lambda/60$ boyutlarındaki karesel hücrelere bölünmesinin yüksek doğrulukta sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Bu nedenle, tüm örneklerde $\lambda/60 \times \lambda/60$ bölmeleme yapılarak MoM yöntemi uygulanmıştır. Burada şunu belirtmek gerekir ki, moment metoduna dayalı yöntemlerde hücre boyutlarının $\lambda/20$ 'den daha küçük olması gerekir (Richmond, 1965). MoM uygulanırken (4.39)'da görülen sonsuz toplamalar için $[-10,10]$ aralığının seçilmesi yeterli yakınsaklığı sağlamaktadır. Bu nedenlerle, aşağıdaki tüm uygulamalarda MoM için yukarıda sözü edilen parametreler seçilmiştir.

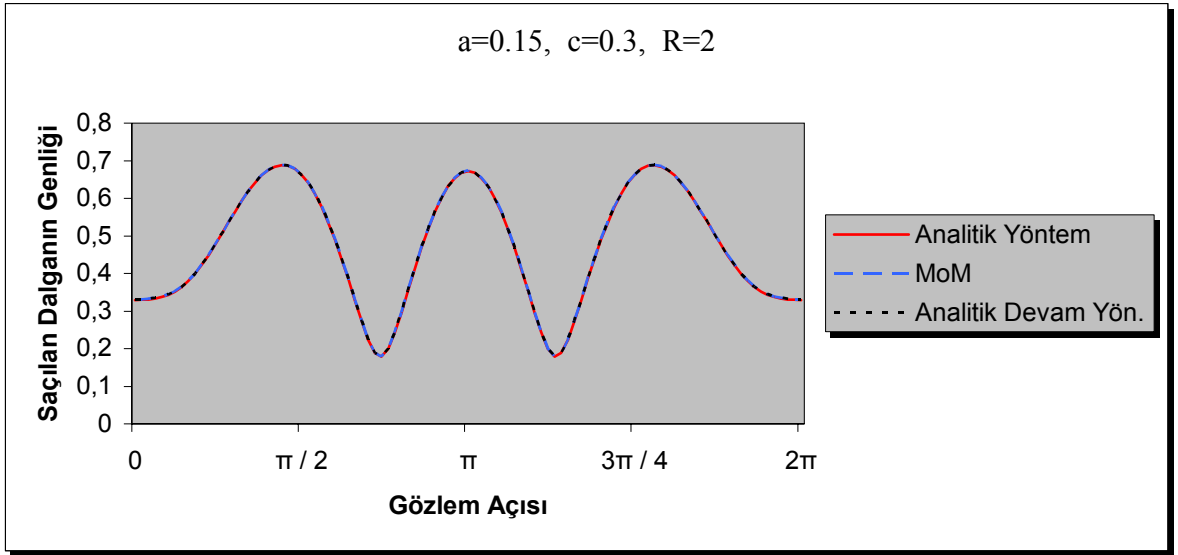
Uygulamalarda $\theta = 0$ geliş açısına sahip gelen alanın etkisiyle, farklı yarıçaplara sahip iletken silindirler üzerinde bulunan farklı geometrik ve fiziksel özelliklere sahip kaplamalardan saçılan dalgaların, yarıçapı R olan bir çember üzerinde eşit aralıklara sahip 100 farklı nokta üzerinde hesaplanan genlik ve fazları verilmiştir. Ayrıca, $\varepsilon_1 = \varepsilon_R \varepsilon_0$ olmak üzere, ε_R dielektrik kaplamanın bağıl dielektrik katsayısını gösteren bir parametre olarak ele alınmıştır.

6.1 Analitik Çözümü Olan Problemlerin Sayısal Sonuçları

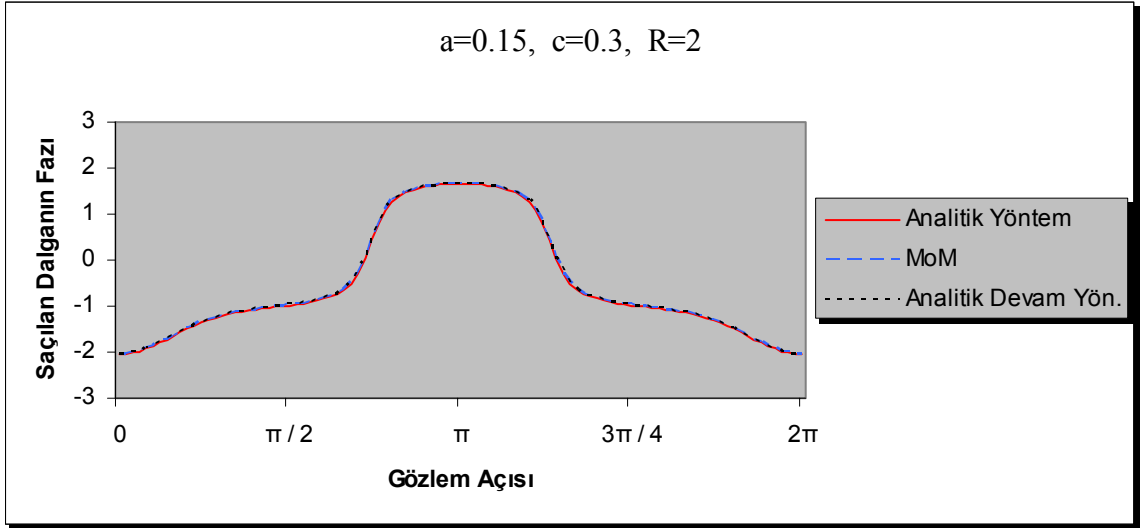
İlk örnekler tez çerçevesinde verilen üç yöntemin karşılaştırılması ve doğruluklarının test edilmesi ile ilgilidir. Bu amaçla, farklı elektromagnetik ve geometrik parametrelere sahip dairesel kaplamalar için analitik yöntem, MoM ve analitik devama dayalı yöntem farklı örnek uygulamalar aracılığıyla karşılaştırılmıştır. İlk iki örnekte aynı geometrik parametrelere sahip

fakat farklı malzemelerden oluşmuş dairesel tabakalardan saçılma incelenmiştir.

Şekil 6.1 ve Şekil 6.2, $a = 0.15$ m yarıçaplı iletken silindir üzerinde bulunan, $c = 0.3$ yarıçaplı, bağıl dielektrik katsayısı $\epsilon_R = 5$ olan dairesel kaplamadan saçılan dalganın $R = 2$ m yarıçaplı çember üzerindeki genlik ve fazının açı ile değişimi verilmektedir. MoM için kaplama 764 hücreye ayrıştırılmıştır. Analitik devama dayalı yöntem uygulanırken Taylor serisinde $M=10$ alınmış ve (5.7)'deki seri $K=20$ alınarak kesilmiştir. Görüldüğü gibi üç yöntem de çok iyi bir yaklaşıklıkla aynı sonucu vermektedir. Fakat, MoM a dayalı yöntem 764 bilinmeyen içerirken analitik devama dayalı yöntem 42 tane bilinmeyen içermektedir. Bunun sonucu olarak analitik devama dayalı yöntem çok daha hızlı sonuç üretmiştir.

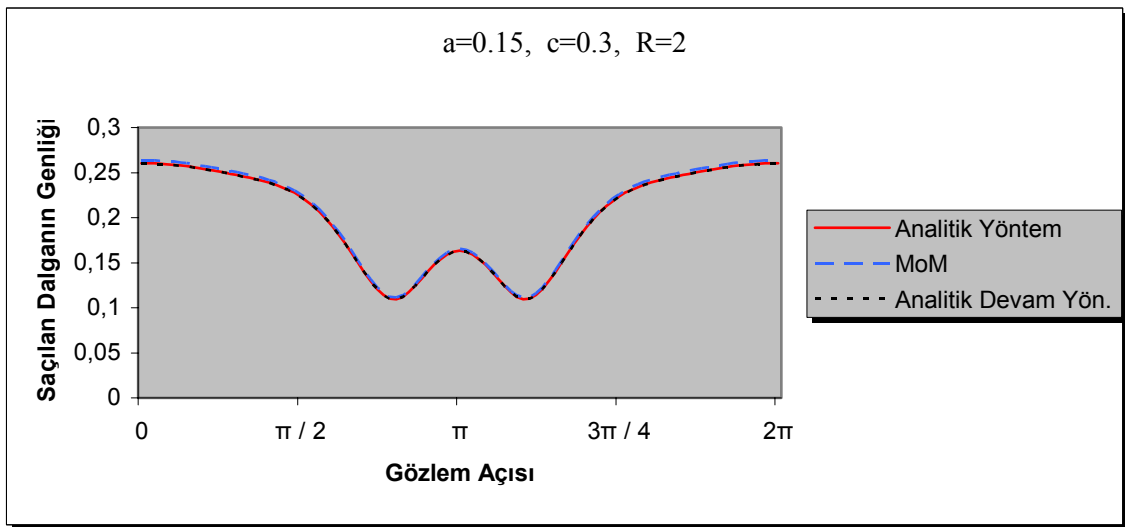


Şekil 6.1 0.15 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.3 m yarıçaplı, $\epsilon_R = 5$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki genliği.

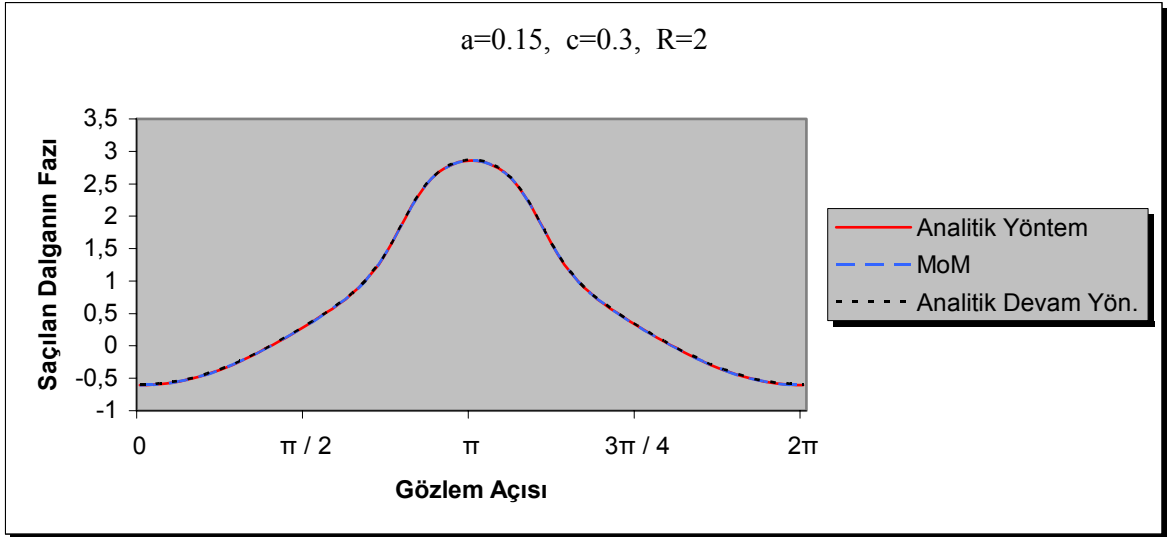


Şekil 6.2 0.15 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.3 m yarıçaplı, $\varepsilon_R = 5$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki fazı.

İkinci uygulamada, kaplamanın elektromagnetik parametresi $\varepsilon_R = 20$ alınıp diğer parametreler aynı tutularak genlik ve faz değerleri sırasıyla şekil 6.3 ve şekil 6.4'deki gibi bulunmuştur. Bir önceki uygulamada olduğu gibi her üç yöntemde de kaplamadan saçılan dalgaların genlik ve fazlarının başarıyla çakıştığı görülmektedir. Analitik çözümü olan dairesel kaplamalar için ε_1 dielektrik katsayılarının, kaplamanın bulunduğu uzayın ε_0 dielektrik katsayısına yakın ve uzak değerler aldığı her iki durumda da önerilen yöntemin arzu edilen sonuçları ürettiği görülmektedir.

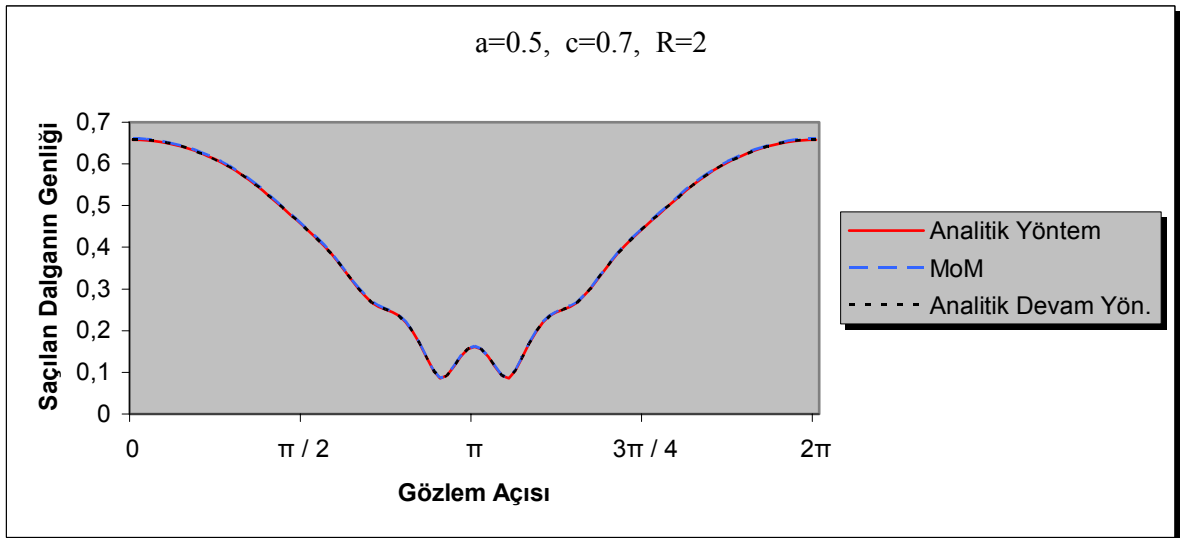


Şekil 6.3 0.15 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.3 m yarıçaplı, $\varepsilon_R = 20$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki genliği.

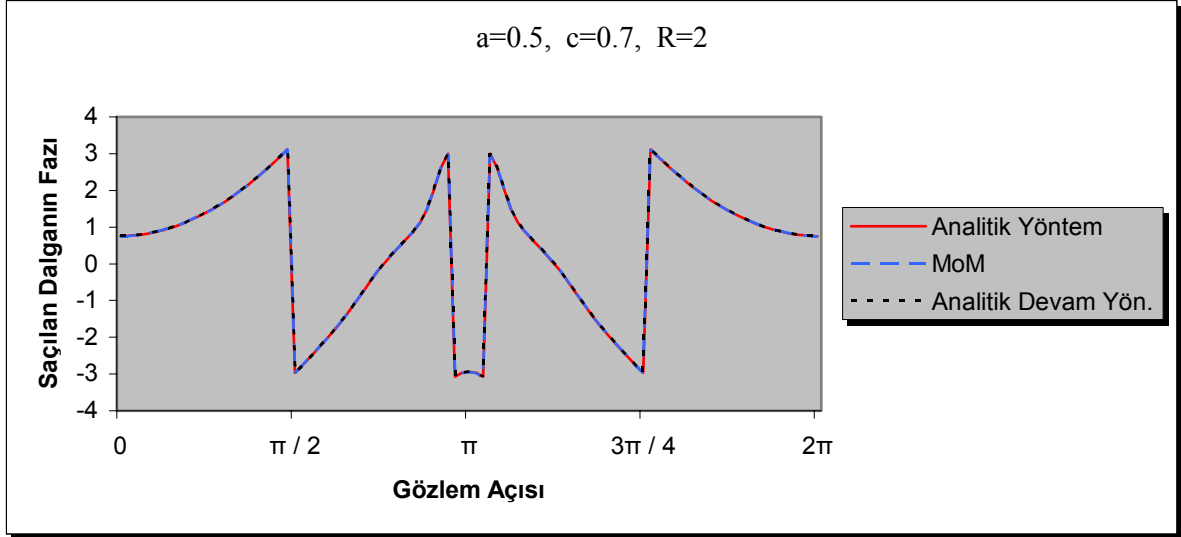


Şekil 6.4 0.15 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.3 m yarıçaplı, $\epsilon_R = 20$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki fazı.

Bu kısımdaki son uygulamada ise, daha büyük geometriler için yöntemin geçerliliği incelenmektedir. $\epsilon_R = 10$ alınarak, $a = 0.5$ m yarıçaplı iletken silindir üzerinde bulunan, $c = 0.7$ m yarıçaplı dairesel kaplamadan saçılan alanlar $R = 2$ m yarıçaplı çember üzerinde hesaplanmıştır. Şekil 6.5 ve şekil 6.6'da görüldüğü gibi daha büyük geometrilere sahip, analitik çözümü olan problemlerde de önerilen yöntem başarılı olmaktadır.



Şekil 6.5 0.5 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.7 m yarıçaplı, $\epsilon_R = 10$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ 'deki genliği.



Şekil 6.6 0.5 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki 0.7 m yarıçaplı, $\epsilon_R = 10$ parametrelili kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki fazı.

MoM için yapılan ayrıklaştırmada hücre sayısı 2716'ya çıkmıştır. Böylece, büyük geometriye sahip kaplamalarda her hücre üzerinde yapılan hesaplamalar sonucunda MoM'un verimliliği düşmektedir .

6.2 Analitik Çözümü Olmayan Problemlerin Sayısal Sonuçları

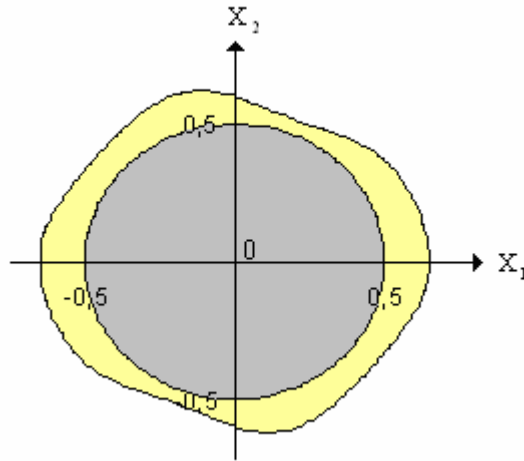
Bu kısımda, analitik çözümü olmayan problemlerin, MoM ve analitik devam yöntemleri kullanılarak elde edilen saçılan alanların genlik ve fazları karşılaştırılmaktadır. Düzgün olmayan yüzeylere ve değişik elektromagnetik parametrelere sahip olan kaplamalar için önerilen yöntemin, MoM ile karşılaştırması yapılarak, verimliliği ve geçerlilik sınırları belirlenmektedir.

Bu kısımdaki ilk sayısal uygulamada, $a = 0.5$ m yarıçaplı iletken silindir üzerinde bulunan, $r_0 = 0.6$, $a_1 = 0.05$, $b_1 = 2$ ve $c_1 = 4$ olmak üzere

$$x_1 = r_0 + a_1 \cos(b_1 \phi) \cos(\phi)$$

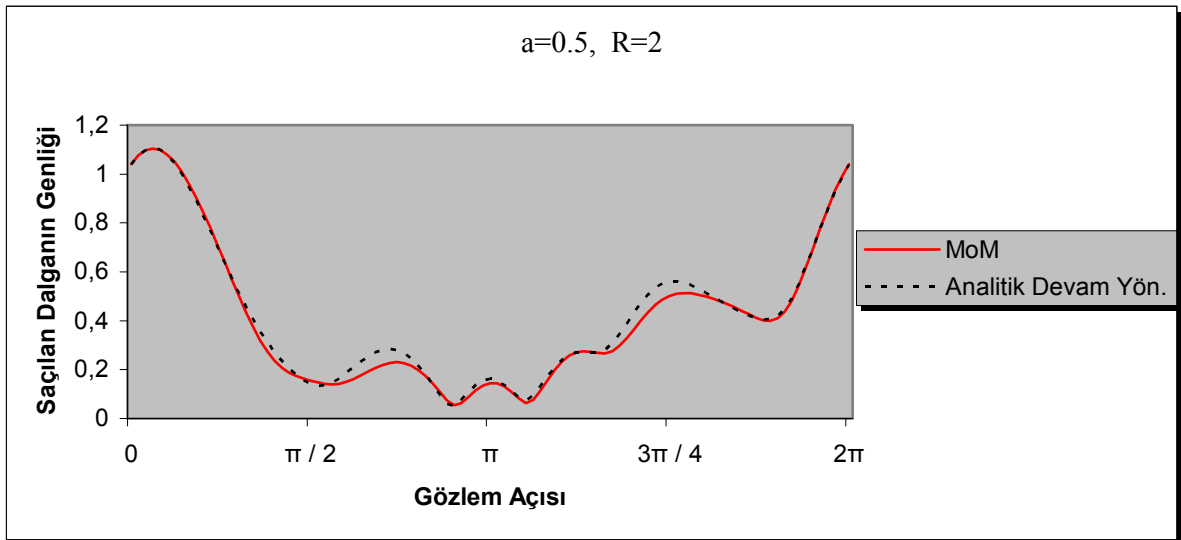
$$x_2 = r_0 + a_1 \sin(c_1 \phi) \sin(\phi) \quad (6.1)$$

parametrik denklemi ile verilen yüzeye sahip (Şekil 6.7) ve dielektrik katsayısı $\epsilon_R = 5$ olan kaplamadan saçılan alanın $R = 2$ m yarıçaplı çember üzerindeki değerleri hesaplanmıştır.

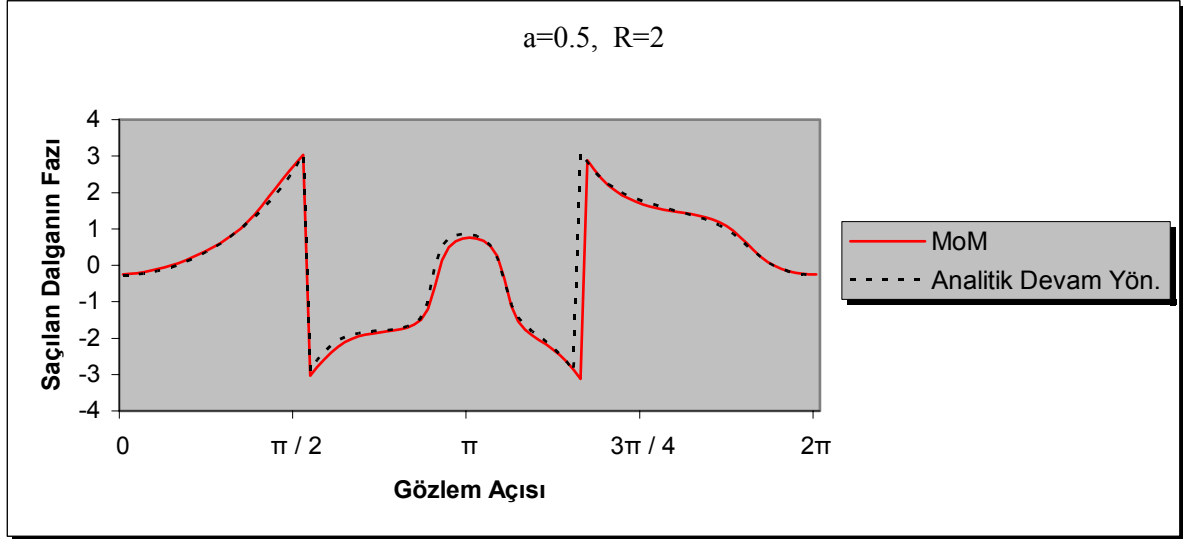


Şekil 6.7 0.5 m yarıçaplı iletken silindir üzerinde (6.1) parametrelili değişkenlere sahip yüzeyi bulunan kaplama.

Şekil 6.8 ve şekil 6.9’da, önerilen yöntem ve kaplamanın 1424 hücreye ayrıştırılmasıyla çözülen MoM için bulunan genlik ve faz değerlerinin değişimi gösterilmektedir.



Şekil 6.8 0.5 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\epsilon_r = 10$ parametrelili, $r_0 = 0.6$, $a_1 = 0.05$, $b_1 = 2$ ve $c_1 = 4$ olmak üzere (6.1) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m’deki genliği.



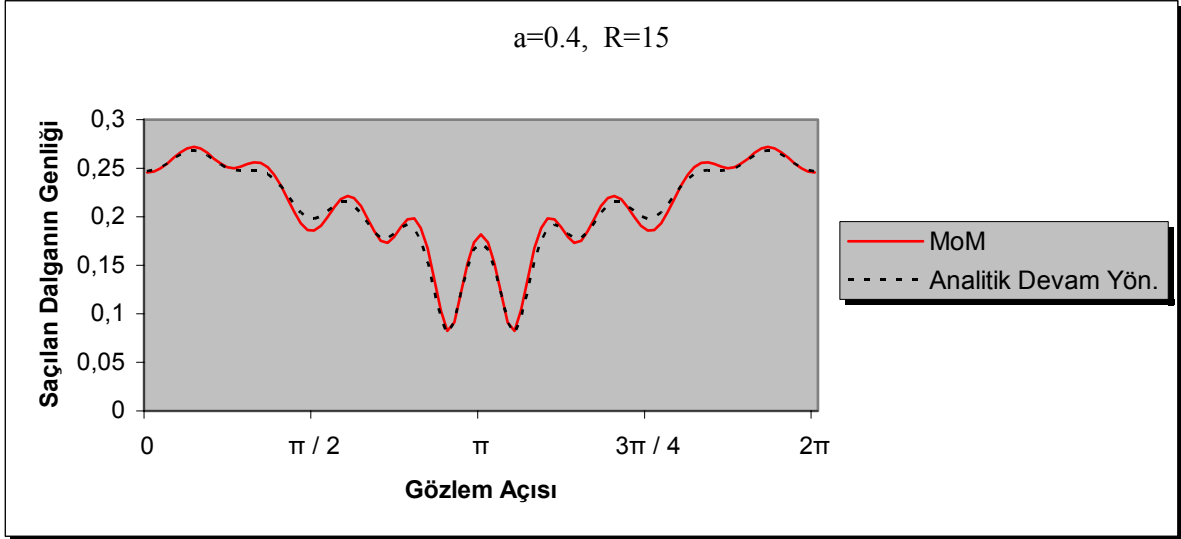
Şekil 6.9 0.5 yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\epsilon_r = 10$ parametrelili, $r_0 = 0.6$, $a_1 = 0.05$, $b_1 = 2$ ve $c_1 = 4$ olmak üzere (6.1) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=2$ m'deki fazı.

Şekil 6.10 ve Şekil 6.11 da, $a = 0.4$ m yarıçaplı iletken silindir üzerinde bulunan, $a_1 = 0.6$, $b_1 = 0.7$ olmak üzere

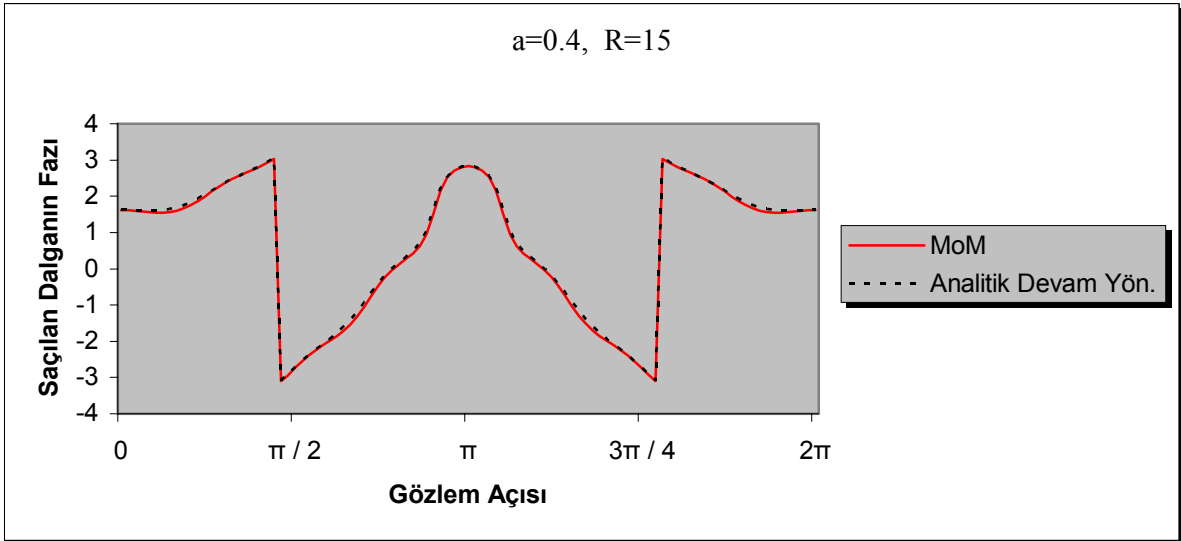
$$x_1 = a_1 \cos(\phi)$$

$$x_2 = b_1 \sin(\phi) \quad (6.2)$$

parametrik denklemi ile verilen eliptik bir yüzeye sahip ve dielektrik katsayısı $\epsilon_r = 5$ olan kaplamadan saçılan alanın $R = 15$ m yarıçaplı çember üzerindeki genlik ve fazının açı ile değişimi verilmiştir. $R=15$ dairesi üzerindeki alan, saçılan uzak alan olarak adlandırılır ve her iki yöntemin de uzak alanda uyumlu sonuçlar verdiği gözlenmektedir. Bu örnekte MoM a dayalı yöntemin bilinmeyen sayısı 2474 iken, analitik devama dayalı yöntemin bilinmeyen sayısı 42 dir.

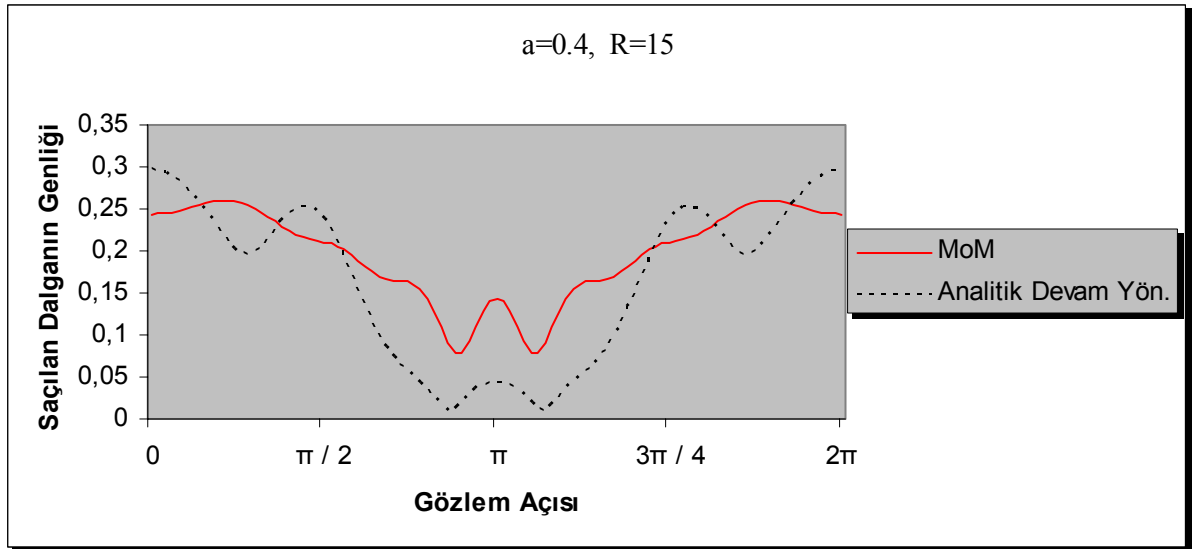


Şekil 6.10 0.4 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 5$ parametrelili, $a_1 = 0.6$, $b_1 = 0.7$ olmak üzere (6.2) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=15$ m'deki genliği.

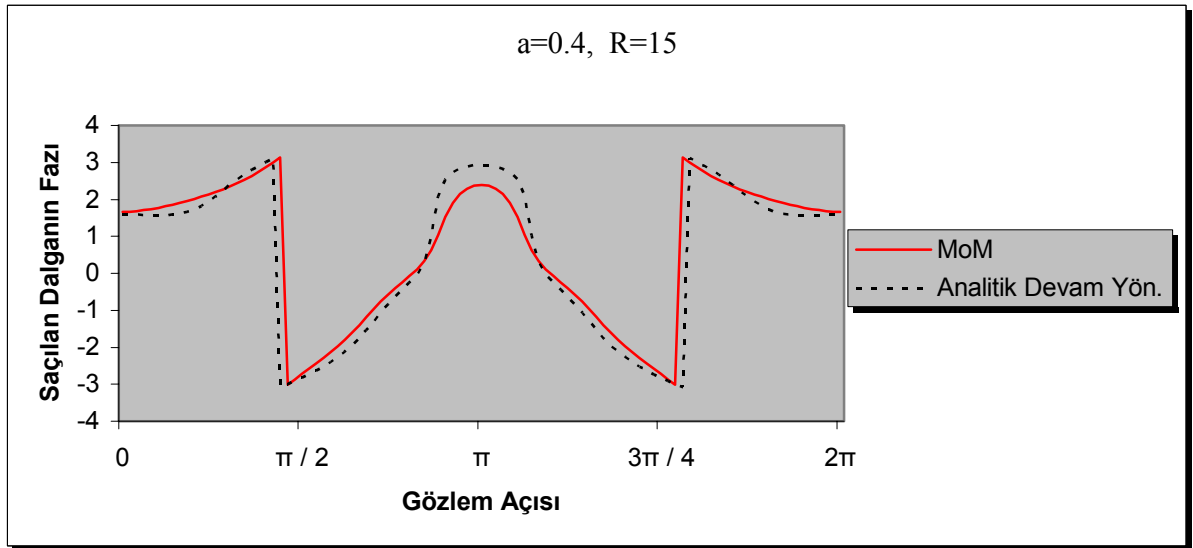


Şekil 6.11 0.4 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\varepsilon_R = 5$ parametrelili, $a_1 = 0.6$, $b_1 = 0.7$ olmak üzere (6.2) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=15$ m'deki fazı.

Bir önceki uygulamanın bütün parametrelerini aynı tutup, kaplamanın bağıl dielektrik katsayısı $\varepsilon_R = 20$ alındığında şekil 6.12 ve şekil 6.13'de görüldüğü gibi MoM ile önerilen yöntemin uygulanmasından çıkan saçılan alan değerleri birbirleriyle uyuşmamaktadırlar.



Şekil 6.12 0.4 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\epsilon_R = 20$ parametrelili, $a_1 = 0.6$, $b_1 = 0.7$ olmak üzere (6.2) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=15$ m'deki genliği.



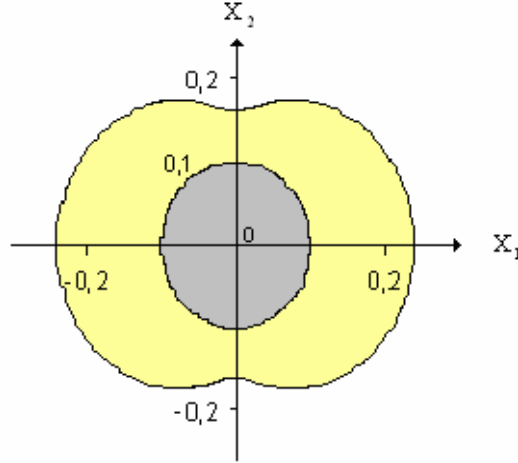
Şekil 6.13 0.4 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\epsilon_R = 20$ parametrelili, $a_1 = 0.6$, $b_1 = 0.7$ olmak üzere (6.2) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=15$ m'deki fazı.

Yüzeyi $a_1 = 0.2$, $b_1 = 0.2$ ve $c_1 = 0.2$ olmak üzere

$$x_1 = a_1(\cos(\phi) + c_1 \cos(3\phi))$$

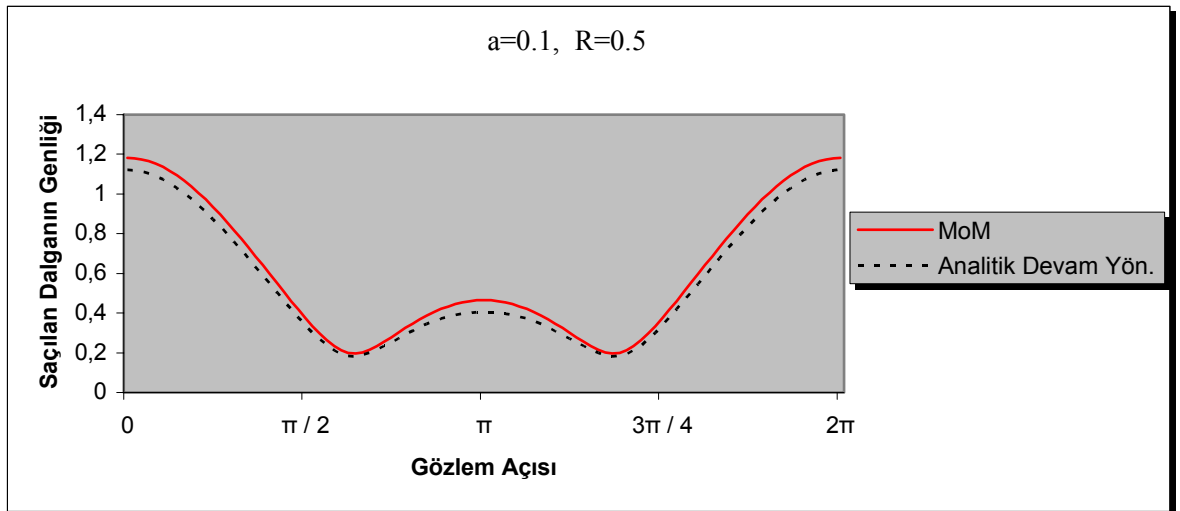
$$x_2 = b_1(\sin(\phi) + c_1 \sin(3\phi)) \quad (6.3)$$

parametrik denklemi verilen ve $a=0.1$ m yarıçaplı bir iletken silindir üzerine yerleştirilmiş olan $\epsilon_R = 5$ dielektrik katsayılı bir kaplamadan (Şekil 6.14) saçılan alanın $R = 0.5$ m yarıçaplı bir silindir üzerindeki genlik ve fazının iki yöntemle hesaplanmış değerlerinin karşılaştırılmaları Şekil 6.15 ve Şekil 6.16 da verilmiştir. Bu örnek, her iki yöntemin de yakın alanda doğru sonuç verdiklerini göstermektedir .

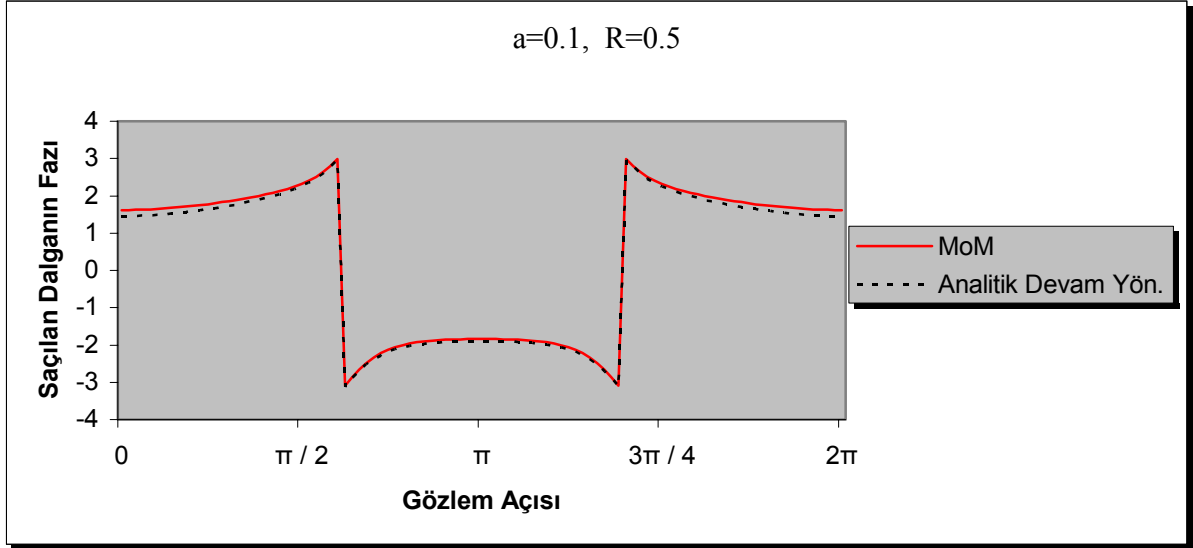


Şekil 6.14 0.1 m yarıçaplı iletken silindir üzerinde (6.3) parametrelili değişkenlere sahip yüzeyi bulunan kaplama.

Şekil 6.15 ve şekil 6.16'da, önerilen yöntem ve kaplamanın 398 hücreye ayrıştırılmasıyla çözülen MoM için bulunan genlik ve faz değerleri verilmektedir.

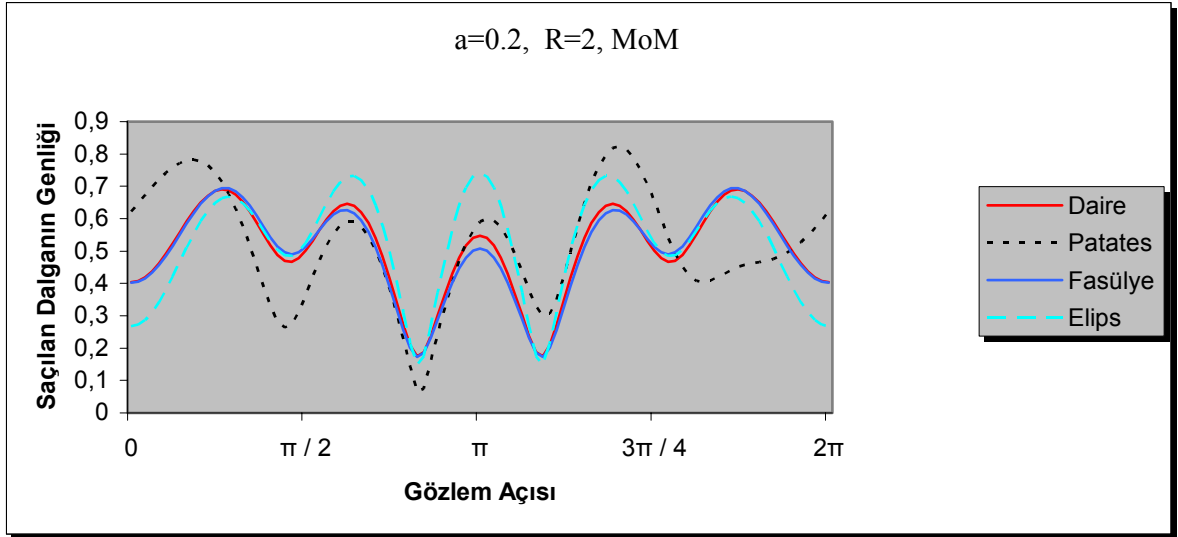


Şekil 6.15 0.1 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\epsilon_R = 5$ parametrelili, $a_1 = 0.2$, $b_1 = 0.2$ ve $c_1 = 0.2$ olmak üzere (6.3) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=0.5$ m'deki genliği.

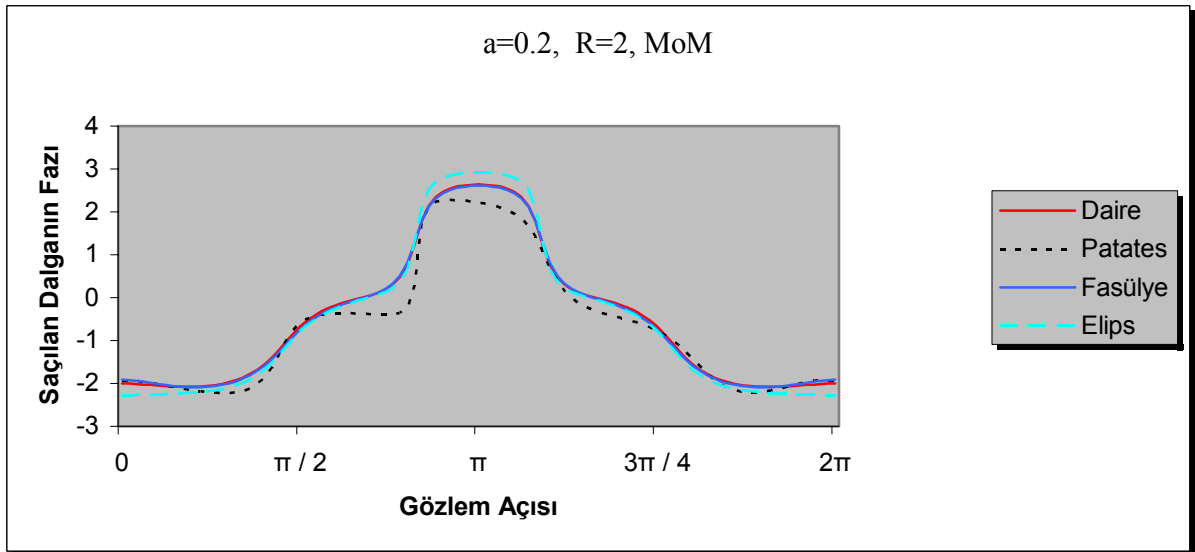


Şekil 6.16 0.1 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\epsilon_R = 5$ parametrelili, $a_1 = 0.2$, $b_1 = 0.2$ ve $c_1 = 0.2$ olmak üzere (6.3) yüzeyine sahip kaplamadan saçılan alanın $R=0.5$ m'deki fazı.

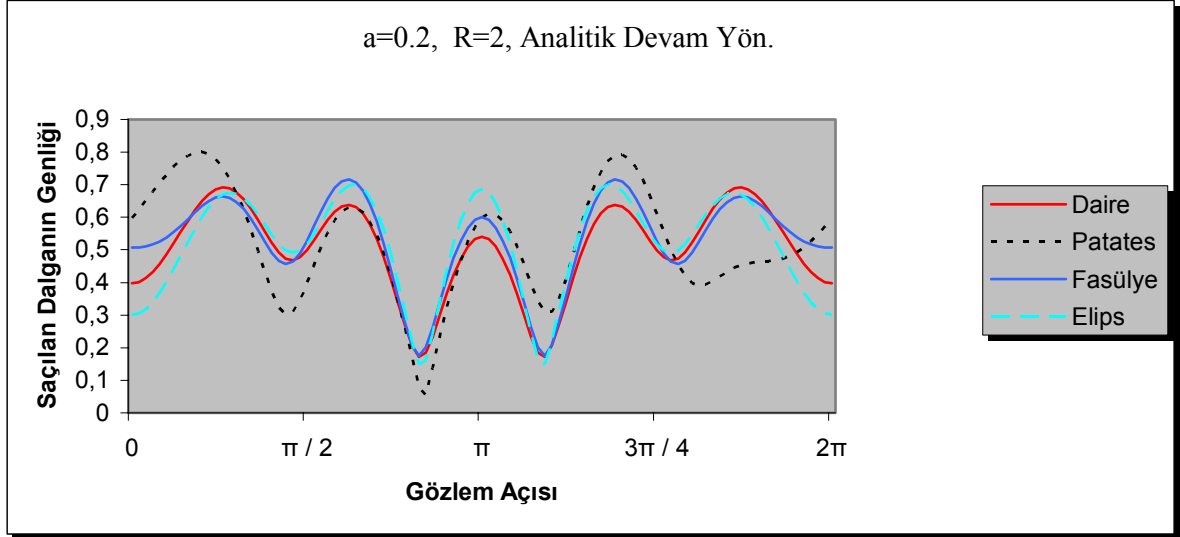
Son uygulamanın amacı değişik geometrik özelliklere sahip kaplamaların saçılan alanı nasıl etkilediğini incelemektir. Bu kapsamda, $a = 0.2$ m yarıçaplı iletken silindir üzerinde bulunan bağıl dielektrik katsayısı $\epsilon_R = 5$ olan ve $r_0 = 0.38$, $a_1 = 0.05$, $b_1 = 2$ ve $c_1 = 4$ olmak üzere (6.1) parametrelili değişkenlere sahip yüzeyi, $a_1 = 0.35$, $b_1 = 0.45$ olmak üzere (6.2) parametrelili değişkenlere sahip yüzeyi, $a_1 = 0.34$, $b_1 = 0.42$ ve $c_1 = 0.18$ olmak üzere (6.3) parametrelili değişkenlere sahip yüzeyi ve yarıçapı 0.4 m olan dairesel yüzeyi bulunan dört farklı dielektrik kaplamadan saçılan alanın $R = 2$ m yarıçaplı çember üzerindeki genlik ve fazları bulunmuştur. Yüzey değişimleri farklı olan dört kaplamanın kapladıkları alanlar birbirine yakın seçilerek, yüzey farklarının kaplamadan saçılan alanın genliği ve faz üzerindeki değişimleri incelenebilir. Şekil 6.17 ve 6.18'de MoM kullanıldığında oluşan değişimler gösterilmektedir. Şekil 6.19 ve şekil 6.20'de ise analitik devam yöntemi kullanıldığında oluşan değişimler verilmektedir.



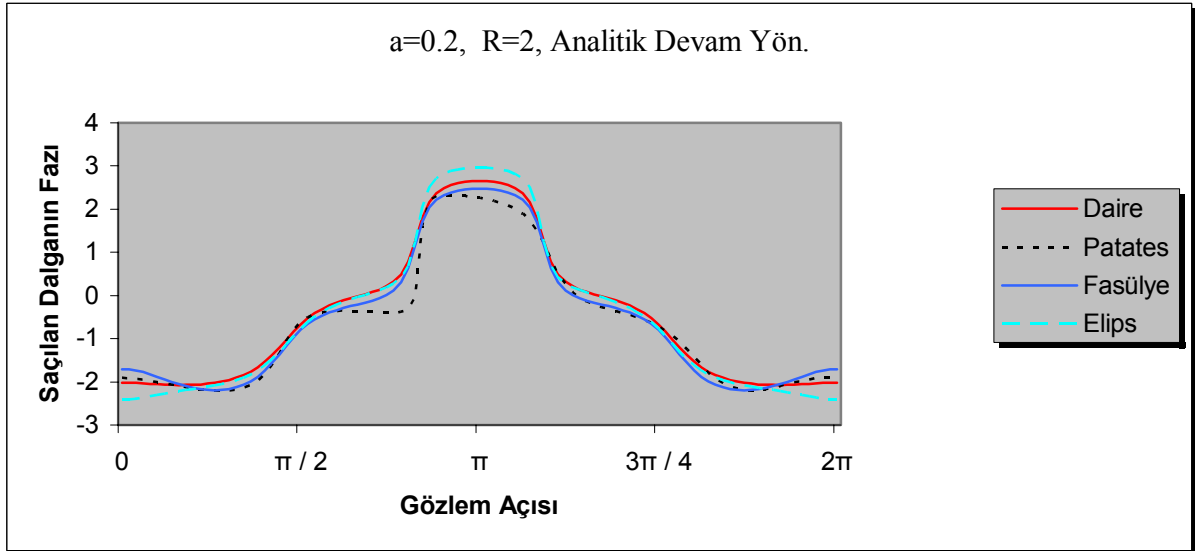
Şekil 6.17 0.2 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\epsilon_R = 5$ parametrelili, farklı yüzey değişimlerine sahip dört kaplamadan saçılan alanın $R = 2$ m'deki genliklerinin MoM ile bulunması.



Şekil 6.18 0.2 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\epsilon_R = 5$ parametrelili, farklı yüzey değişimlerine sahip dört kaplamadan saçılan alanın $R = 2$ m'deki fazlarının MoM ile bulunması.



Şekil 6.19 0.2 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\epsilon_R = 5$ parametrelili, farklı yüzey değişimlerine sahip dört kaplamadan saçılan alanın $R = 2$ m'deki genliklerinin analitik devam yöntemi ile bulunması.



Şekil 6.20 0.2 m yarıçaplı iletken silindir üzerindeki $\epsilon_R = 5$ parametrelili, farklı yüzey değişimlerine sahip dört kaplamadan saçılan alanın $R = 2$ m'deki fazlarının analitik devam yöntemi ile bulunması.

7. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

İletken bir silindir üzerine konmuş dielektrik kaplamalardan elektromagnetik dalgaların saçılması probleminin çözümüne ilişkin analitik bir yöntem , MoM'a dayalı sayısal bir yöntem ve saçılan alanın analitik devamına dayalı yeni bir yöntem olmak üzere üç farklı yaklaşım formüle edilip, çeşitli simülasyonları yapılarak, elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

İletken silindir üzerindeki dairesel kaplamalar için analitik çözüme dayalı uygulamalar doğru ve hızlı sonuçlar üretmektedir. Farklı geometrik büyüklüklere ve malzeme özelliğine sahip dairesel cisimler için, analitik, MoM ve analitik devam yöntemlerinin sonuçları karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalardan MoM ve analitik devam yöntemlerinin oldukça başarılı sonuçlar verdiği görülmüştür. Ayrıca, analitik devam yönteminde MoM'a göre bilinmeyen sayısı çok daha az olduğu için sonuçlar daha hızlı elde edilmektedir. Özellikle büyük geometriler için bu hız farkı daha da belirginleşmektedir.

Dairesel veya eliptik gibi basit geometrilerde sahip olmayan, değişken kalınlıklı dielektrik kaplamalar için analitik çözüm mevcut değildir. Bu nedenle, bu tür geometriler için MoM ve analitik devam yöntemleri karşılaştırılmıştır. En fazla bilinen ve kullanılan yöntemlerden biri olan MoM ile yapılan karşılaştırmalar sonucunda, önerilen yöntemin yakın ve uzak alan ölçümlerinde ve farklı büyüklükteki geometrilerde doğru sonuçlar ürettiği ve dielektrik kaplamanın alanıyla doğru orantılı olarak çok daha hızlı çalıştığı gözlenmiştir. Yüksek dielektrik katsayısına sahip kaplamalarda ise, önerilen yöntemle dayalı elde edilen saçılan alan değerleri yeterli doğrulukta sonuçlara ulaşamamaktadır.

MoM'da elde edilen lineer denklem sistemlerinin çözümü özellikle büyük geometrilerde bilgisayar çalışma zamanını oldukça uzatmaktadır. Bu nedenle, Eşlenik Gradyen metodu (Hestenes ve Stiefel, 1952) kullanılarak lineer denklem sisteminin çözümü belirli oranda hızlandırılabilir.

Analitik devam yöntemi, iletken silindir üzerindeki farklı malzeme özelliklerine sahip çok katmanlı kaplamalar için geliştirilebilir.

Analitik devam dayalı yöntemin temel yaklaşımından gidilerek, ters saçılma problemleri de çözülebilir. Daha açık bir ifadeyle, önerilen yöntemin temel yaklaşımı kullanılarak, iletken bir silindir üzerindeki tek veya çok katmanlı dielektrik kaplamalardan saçılan alan ölçülüp, buradan malzeme özellikleri bilinen bir cismin geometrik özellikleri bulunabilir. Benzer şekilde, geometrik özellikleri bilinen bir cismin malzeme özellikleri de analiz edilebilir.

KAYNAKLAR

- Caorsi, S., Pastorino, M., Raffetto M. (1999), "Electromagnetic Scattering by a Conducting Strip with a Multilayer Elliptic Dielectric Coating", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 41(4):335-343
- Colton, D. ve Kress, R. (1998), Inverse Acoustic and Electromagnetics Scattering Theory, Springer, Berlin.
- Kakogiannos, N.B. ve Roumeliotis, J.A. (1990), "Electromagnetic Scattering from an Infinite Elliptic Metallic Cylinder Coated by a Circular Dielectric One", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 38(11):1660-1666
- Harrington, R.F. (1968), Field Computation by Moment Methods, Malabar FL, Krieger.
- Heaviside, O. (1950), Electromagnetic Theory, Dover Publications, New York.
- Hestenes, M.R. ve Stiefel, E. (1952), "Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems", Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, 49:409-436
- Ishimaru, A. (1991), Electromagnetic Wave Propagation, Radiation, and Scattering, Prentice Hall, New Jersey.
- Jin, J.M. ve Liepa, V.V. (1988), "Application of Hybrid Finite Element Method to Electromagnetics Scattering from Coated Cylinders", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 36(1):50-54
- Newman, E.H. (1990), "Plane Wave Scattering by a Material Coated Parabolic Cylinder", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 38(4):541-550
- Penney, C.W., Luebbers, R.J., Schuster J.W. (1996), "Scattering from Coated Targets Using a Frequency-Dependent, Surface Impedance Boundary Condition in FDTD", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 44(4):434-443
- Richmond, H.J. (1965), "Scattering by Dielectric Cylinder of Arbitrary Cross Section Shape", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 140:334-341
- Savaidis, S.P. ve Roumeliotis, J.A. (1997), "Scattering by an Infinite Elliptic Dielectric Cylinder Coating Eccentrically a Circular Metallic or Dielectric Cylinder", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 45(10):1792-1799
- Savaidis, S.P. ve Roumeliotis, J.A. (2004), "Scattering by an Infinite Circular Dielectric Cylinder Coating Eccentrically an Elliptic Dielectric Cylinder", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 52(5):1180-1185
- Sebak, A.R. (2000), "Scattering from Dielectric-Coated Impedance Elliptic Cylinder", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 48(10):1574-1580
- Strifors, H.C. ve Gaunaurd, G.C. (2000), "Scattering of Electromagnetic Waves by a Perfectly Conducting Cylinder with a Thin Lossy Magnetic Coating", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 48(10):1528-1532
- Tanyer, S.G. ve Olsen, R.G. (1997), "High-Frequency Scattering by a Conducting Circular Cylinder Coated with a Lossy Dielectric of Nonuniform Thickness", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 45(4):689-697

Thors, B., Josefsson, L., Rojas, R.G. (2004), "The RCS of a Cylindrical Array Antenna Coated With a Dielectric Layer", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 52(7):1851-1858

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 07.01.1982

Doğum yeri Bingöl

Lise 1996-2000 Vefa Anadolu Lisesi

Lisans 2000-2005 Yıldız Teknik Üniversitesi Kimya-Metalürji Fak.
Matematik Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2005-2007 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı

Çalıştığı kurum

2005-Devam ediyor YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Araştırma Görevlisi