

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

L-ZAYIF ve M-ZAYIF KOMPAKT OPERATÖRLER

706292

Mine ENGELKIRAN

FBE Matematik Anabilim Dalında
Hazırlanan

106792

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Doç.Dr. Ömer GÖK

Doç. Dr. Ömer Gök

Prof. Dr. AKIN TAŞOİZEN

Prof. Dr. MEHMET BAYRAMOĞLU

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

İSTANBUL, 2001

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	i
ÖNSÖZ.....	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT.....	iv
1. GİRİŞ.....	1
2. TANIMLAR.....	2
3. L-ZAYIF M-ZAYIF KOMPAKT OPERATÖRLERİN MODÜLÜSÜ.....	8
4. HER ZAYIF KOMPAKT OPERATÖR NE ZAMAN M-ZAYIF veya L-ZAYIF KOMPAKTIR ?	16
5. NE ZAMAN DÜZENLİ M-ZAYIF KOMPAKT OPERATÖRLER NE ZAMAN L-ZAYIF KOMPAKT ve NE ZAMAN TERSİ DE DOĞRUDUR ?	23
KAYNAKLAR.....	25
ÖZGEÇMİŞ.....	26

SİMGELER

$\|\cdot\|$: Norm

$|\cdot|$: Mutlak değer

$\vee$: Supremum

$\wedge$: İnfimum

$\mathbb{N}$: Doğal sayılar

$\mathbb{R}$: Gerçek sayılar

Σ : Toplam cebiri

Ω : Evrensel küme

μ, ν : Ölçüm

ℓ_∞ : Sınırlı dizi uzayı

$U(X)=\text{yuvar}(X)$: Kapalı birim yuvar

L_n : Normal operatör uzayı

$L^1(X, Y)$:Düzgün operatör uzayı

F^a :Maksimal ideal

Supp: Destek

C_0 : Sıfıra yakınsayan dizi uzayı

$\text{Sol}(A)$: A 'nın katı kabuğu

KB: Kontorovich-Banach

AL: Soyut L-uzayı

AM: Soyut M-uzayı

$\oplus$: Direkt toplam

Sup: Supremum

İnf: İnfimum

ÖNSÖZ

Çalışmam sırasında çalışmamın amacına ulaşmasında emeğini, bilgilerini ve önerilerini esirgemedi bana destek veren hocam, Sayın Doç.Dr. Ömer GÖK'e ve bu süreç boyunca hep yanımda olan eşim Gürkan SERHADLIOĞLU'na sonsuz teşekkürler...



ÖZET

Bu tezde, L -zayıf ve M -zayıf kompakt operatörler ve bu tür operatörlerin sınıflarının bazı özellikleriyle ilgilenilmiştir. Kompakt, zayıf kompakt, L -zayıf kompakt ve M -zayıf kompakt operatörler arasındaki bazı ilişkiler verilmiştir. Ayrıca, E 'den F 'ye her düzenli M -zayıf kompakt operatörün L -zayıf kompakt ve tersi de doğru olan E ve F Banach latislerinin çifti karakterize edilmiştir.



ABSTRACT

In this thesis, we deal with the L-weakly and M-weakly compact operators and some properties of these classes of operators. We give some relations among L-weakly compact, M-weakly compact, weakly compact and compact operators. Also, we characterise the pairs of Banach lattices E and F such that every regular M-weakly compact operator from E into F is L-weakly compact and vice-versa.



1.GİRİŞ

Genel bir Banach latisi yerleşimindeki zayıf kompakt operatörlerin çalışılmasındaki güçlüklerinden dolayı ilgili durumların birçoğu matematik çalışmalarında incelenmiştir. Bunların ikisi, L-zayıf ve M-zayıf kompaktlığın dual durumlarıdır. Bu tezde bu tip operatörlerin bazı özelliklerini vereceğiz.

İlk önce bilinen şu tanımları hatırlayalım. Bir E Banach latisinin boş olmayan sınırlı bir alt kümesi A olsun. Eğer A kümesinin katı kabuğu(solid hull) içindeki her ayrık (x_n) dizisi için $\|x_n\| \rightarrow 0$ ise, A' ya L-zayıf kompaktır denir. X bir Banach uzayı olmak üzere $T: X \rightarrow E$ bir operatör olsun. Bu durumda $U(X)$ ($\text{ball}(X)$), X' in kapalı birim yuvarını temsil etmek üzere $T(U(X))$, E içinde L- zayıf kompakt bir küme ise T' ye L-zayıf kompakt operatör denir. $T: E \rightarrow X$ operatörü eğer $U(E)$ deki her ayrık (x_n) dizisi için $\|T x_n\| \rightarrow 0$ ise T' ye M-zayıf kompakt operatör denir.

İlk önce böyle operatörlerin modülüslerinin mevcut olmadığını göstereceğiz. Mevcut olsalar bile aynı özelliği taşımadıklarına değineceğiz. Bununla beraber başlangıç operatörün özelliğini paylaşan operatörün modülüsü(bazı durumlarda denk özelliğe sahip) için görüntü veya tanım uzaylarındaki koşulları elde edeceğiz.

L-zayıf ve M-zayıf kompakt operatörlerin herikiside zayıf kompakttır. Bölüm 4 de ters neticeleri inceleyeceğiz. Neticelerin büyük bir kısmı pozitif Schure özelliği diye bilinen özelliklerden elde edilir.

Son bölümde E ve F Banach latis çifti için E' den F' ye her düzgün M-zayıf kompakt operatöre L-zayıf kompakt olduğunu (tersinede doğru) karakterize edeceğiz. Bunun için E ve F çiftleri üzerinde Dodds ve Fremlin ile verilen bir şart, düzgün L-zayıf ve M-zayıf kompakt operatörler için hemen hemen en iyi neticedir. Banach latis teorisi için Meyer' in Banach Latis kitabı referans olarak verilebilir.

2.TANIMLAR

Bu bölümde çalışmada geçen terimler ve teoremler verilmiştir.

Tanım2.1. $\leq$ bağıntısı ile boş olmayan bir M kümesi sıralı küme olması için aşağıdaki koşulları sağlamalıdır.

- i) her $x \in M$ için $x \leq x$;
- ii) $x, y \in M$ için $x \leq y$ ve $y \leq x$ ise $x = y$,
- iii) $x, y, z \in M$ için $x \leq y$ ve $y \leq z$ ise $x \leq z$ dir.

Eğer bu koşullar içinde herhangi $x, y \in M$ iki elemanı için ya $x \leq y$ ya da $y \leq x$ oluyorsa M 'ye toplamsal sıralı küme denir. A , M sıralı kümesinin bir altkümesi olsun. Her $y \in A$ için eğer $y \leq x$ ise $x \in M$ 'ye A 'nın üst sınırı denir. Tüm $y \in A$ için eğer $y \geq z$ ise $z \in M$ 'ye A 'nın alt sınırı denir. Dahası eğer A 'nın bir üst sınırı varsa A 'ya üstten sınırlıdır denir. Eğer A 'nın bir alt sınırı varsa A 'ya alttan sınırlıdır denir. Eğer A hem üstten hem de alttan sınırlı ise A 'ya sıralı sınırlı denir.

Eğer herhangi $x, y \in M$ için $x \vee y = \text{Sup}(x, y)$ ile gösterilen en küçük üst sınırı var ve $x \wedge y = \text{Inf}(x, y)$ ile gösterilen bir en büyük alt sınırı varsa bir sıralı küme olan $(M, \leq)$ 'ye bir latistir denir.

Benzer şekilde keyfi alt kümeler içinde supremum(eküs) ve infimum(ebas) tanımlayabiliriz. Eğer v , bir $A \subset M$ altkümesinin en küçük üst sınırı ise,

$$v = \text{Sup}(A) = \bigvee_{x \in A} x = \sup\{x : x \in A\}$$

yazabiliriz. Eğer u , A 'nın en büyük alt sınırı ise,

$$u = \text{Inf}(A) = \bigwedge_{x \in A} x = \inf\{x : x \in A\}$$

şeklinde yazabiliriz. Açıktır ki eğer $\text{sup}(A)$ varsa A üstten sınırlıdır. Bunun tersinin de doğru olması gerekmediğini aşağıdaki örnekle gösterebiliriz.

Örnek. Sıralı X 'in tüm alt kümelerinin kümesi M ise M 'ye en büyük X elemanına sahip bir latis denir.

M bir sıralı küme ve $x, y \in M$ öyle ki $x \leq y$ olsun. x ve y arasında ki sıralı aralığı

$$[x,y]=\{z\in M: x\leq z\leq y\}$$

ile gösteriyoruz.

Bir sıralı M kümesinin bir D altkümesine eğer herhangi iki $x,y\in D$ için $z\geq x,y$ iken $z\in D$ varsa yukarı yönlü adı verilir.

E gerçel bir vektör uzayı ve sıralı küme olsun. Eğer aşağıdaki vektör uzayı yapısını sağlıyorsa E 'ye sıralı vektör uzayı denir.

Eğer $x,y\in E$ için $x\leq y$ ve her $z\in E$ için $x+z\leq y+z$ ve tüm gerçel $a\geq 0$, a için $ax\leq ay$ 'dir.

Eğer bu bağlamda $(E, \leq)$ bir latisse E 'ye Riesz uzayı ya da vektör latisi denir.

Tanım 2.2. i)Eğer her $x,y\in U$ için $x\vee y\in U$ ve $x\wedge y\in U$ ise E 'nin bir alt uzayı olan U 'ya E 'nin alt latsidir denir.

ii)Eğer bir $y\in A$ için $|x|\leq |y|$ iken $x\in A$ oluyorsa A 'ya E 'nin bir solid(katı) altkümesi denir.

iii) E 'nin her solid alt uzayı I , E içinde de bir ideal(bir sıralı ideal) olarak isimlendirilir.

iv) E 'nin bir ideali olan B eğer, E içinde bir supremuma sahip her $A\subset B$ altkümeleri için $\sup(A)\in B$ ise B 'ye band denir.

v) E 'nin bir B bandı eğer her $x\in E_+$ için $0\leq Px\leq x$ olacak şekilde bir $P:E\rightarrow B$ lineer projeksiyonu var ise B 'ye projeksiyon(izdüşüm) bandı denir. Böyle bir izdüşüm band projeksiyon olarak isimlendirilir.

Her band bir projeksiyon band ise o zaman Riesz uzayının projeksiyon özelliği vardır denir.

Örnek. Tüm yakınsak reel dizilerin uzayını c ile ifade edersek buradan c , ℓ^∞ 'un altlatisisidir fakat ideal olması mümkün değildir.

Tanım 2.3. Farz edelim ki $T: E\rightarrow F$ bir lineer operatör olsun.

i)Eğer $T, E_+\subset F_+$ ise T 'ye pozitif denir. Bunu $T\geq 0$ ile göstereceğiz. $L(E,F)_+$ ile E 'den F 'ye tüm pozitif lineer operatörlerin kolleksiyonunu göstereceğiz.

ii)Eğer T iki pozitif lineer operatörün farkı ise T 'ye reguler(düzgün) denir. Bunu $L'(E;F)$ ile gösteririz. Tüm regüler operatörlerin kolleksiyonun $T \geq S$ sıralı olması için gerek ve yeter koşul $T-S \geq 0$ olmasıdır.

iii) T 'ye eğer E 'nin her sıralı sınırlı alt kümesinin F içinde sıralı sınırlı ise T 'ye sıralı sınırlı denir.

iv) E 'nin sıralı dualni $L' = L'(E, \mathbb{R})$ ile gösteririz ve $E_+ = L'(E, \mathbb{R})_+$ ile gösteririz ve $E_+ = L'(E, \mathbb{R})_+$ ile E üzerinde pozitif lineer fonksiyonların konisidir.

Açıktır ki her pozitif operatör ve her düzenli operatör de sıralı sınırlıdır. İlave olarak

$$L'(E, F) = L(E, F)_+ - L(E, F)_+' \text{ dir.}$$

Bununla birlikte sıralı sınırlı bir lineer operatör olan $T: C(0, 1) \rightarrow C(0, 1)$ gibi bir örnek vardır ki düzenli değildir. (Aliprantis ve Burkinshaw, 1985)

Tanım 2.4. Latis işlemlerini koruyan bir $T \in L(E, F)$ operatörüne bir latis homomorfizması denir. Yani her $x, y \in E$ için

$$T(x \vee y) = Tx \vee Ty \text{ ve } T(x \wedge y) = Tx \wedge Ty \text{ dir.}$$

Bu tanım gösteriyor ki her latis homomorfizması pozitifdir fakat tersi doğru değildir.

1-1, örten ve latis homomorfizması ise bu latis latis izomorfik denir.

Tanım 2.5. Pozitif koni üzerinde toplam Riesz uzayındaki latis normuna L -norm denir. Eğer E 'nin normu L -norm ise de Banach Latis E 'ye L -uzayı denir.

Tanım 2.6. E üzerindeki $\| \cdot \|$ latis normu M -norm olarak isimlendirilir. Eğer,

$\|x \vee y\| = \max\{\|x\|, \|y\|\}$, tüm $x, y \in E_+$ için bir M -norm Banach latis olan E , M -uzayı olarak isimlendirilir. Örneğin ℓ_∞ .

Tanım 2.7. i) Bir pozitif lineer operatör $T: E \rightarrow F$, her $x \in E_+$ için eğer $[0, Tx] = T[0, x]$ ise T 'ye aralık koruyan denir.

ii) E ve F 'nin normlu Riesz uzayı olduğunu farz edelim. Bir pozitif lineer operatör $T: E \rightarrow F$ eğer her $x \in E_+$ için $T[0, x]$, $[0, Tx]$ içinde yoğun ise hemen hemen aralık koruyan denir.

Tanım 2.8. E Banach latisi üzerindeki norma eğer her $A \subseteq E$ için $\inf(A) = 0$ olduğunda $\inf\{\|x\| : x \in A\} = 0$ ise sıralı süreklidir denir.

Tanım 2.9. E_e : e ile üretilen ideal olsun.

- i) Eğer $E_e = E_+$ ise $e \in E_+$ sıralı birimdir veya kuvvetli birimdir denir.
- ii) Eğer $B_e = E$ ise $e \in E_+$ bir zayıf birimdir. (B_e : e ile üretilen band)
- iii) E 'nin bir normu Riesz uzayı olduğunu farzedelim. Eğer E_e , E içinde yoğunsa $e \in E_+$, E_+ 'nin yarı iç noktası denir.
- iv) E üzerindeki $\|\cdot\|$ latis normu eğer her $x, y \in E_+$ için

$$\|x+y\| = \|x\| + \|y\|$$

ise bu latis normuna AL-norm denir. Bir AL-normlu Banach latis E 'ye bir AL-uzayı denir. Örneğin, ℓ_1 .

Tanım 2.10. Eğer $U(E)$ yuvarı içindeki her monoton dizi yakınsak ise E 'ye KB-uzayı denir.

Her KB-uzayı sıralı sürekli norma sahiptir fakat tersi doğru değildir.

Tanım 2.11. Bir $T: E \rightarrow X$ lineer operatörü eğer her $x \in E_+$ için $T[-x, x]$ göreceli kompaktsa T 'ye AM-kompakt denir. Her kompakt operatör AM-kompaktır. Eğer E bir güçlü birime sahipse bunun terside doğrudur. $1 \leq p < \infty$ olduğunda eğer $E = C_0$ veya $E = \ell^p$ oluyorsa her sürekli lineer operatör $T: E \rightarrow X$ AM-kompaktır fakat kompakt olması gerekmez.

Tanım 2.12. $n \rightarrow \infty$ iken $x_n \rightarrow 0$ zayıfsa her $(x_n)_1^\infty \subset X$ dizisi için $n \rightarrow \infty$ iken $\|Tx_n\| \rightarrow 0$ oluyorsa $T \in L(X, Y)$ 'ye Dunford-Pettis operatörü denir.

ii) Eğer her Banach uzayı Y için her zayıf kompakt Lineer operatör $T: X \rightarrow Y$ Dunford-Pettis operatörü ise X Dunford-Pettis özelliğine sahiptir denir.

Tanım 2.13. E Banach latisi üzerinde norma eğer her $A \subset E$ için $\inf(A) = 0$ olduğunda $\inf\{\|x\| : x \in A\} = 0$ ise sıralı süreklidir denir.

Tanım 2.14. (Ω, Σ, μ) ve (Ω, Σ, ν) σ -sonlu ölçüm uzayı olsun. Hatta,

$$\Omega_2 = \Omega \times \Omega_1, \Sigma_2 = \Sigma \times \Sigma_1 \text{ ve } \lambda = \mu \times \nu$$

üretilen ölçüm uzayı olsun. $M(\mu)$, $M(\nu)$, $M(\lambda)$ sırasıyla Ω üzerinde tüm gerçel değerli ölçüm fonksiyonunun Dedekind tam Riesz uzayını gösterebilirsin. Hemen hemen her yerde μ 'ye denk olan

fonksiyonlar belirlenecektir. Dahası $L \subset M(\mu)$ ve $M \subset M(\nu)$ sıralı yoğun idealler olsun. Bu mantıkla $\text{supp}(L) = \Omega$ ve $\text{supp}(M) = \Omega_1$ 'dir.

$$L_\infty = \{g \in M(\mu) : \int fg d\mu < \infty, \text{ tüm } f \in L \text{ için}\}$$

Köthe yardımcı uzayının kümesidir.

$$\text{Eğer } K \in M(\lambda) \text{ tüm } f \in L \text{ ve hemen her } t \in \Omega_1 \text{ için, } Tf(t) = \int K(s, t)f(s).d\mu(s)$$

sağlanıyorsa bir $T: L \rightarrow M$ lineer operatörüne kernel(çekirdek) operatörü denir.

$|T|$ operatörü, L' 'den M' 'ye her $t \in \Omega_1$ için

$$|T|.f(t) = \int |K(s, t)|f(s).d\mu(s)$$

şeklinde tanımlanıyorsa T 'ye düzenli kernel operatörü denir.

Tanım 2.15. Bir E Riesz uzayının altkümesinin katı kabuğu,

$$\text{Sol}(A) = \{x \in E : \exists a \in A \text{ ki } |x| < |a|\}$$

kümesidir.

Tanım 2.16. Eğer E içinde her boş olmayan sıralı sınırlı küme bir supremum ve infimuma sahipse E 'ye Dedekind uzayı denir.

Bir kümenin elemanları hem birbirine dik hem de uzunlukları 1 birim ise bu kümeye Ortonormal küme denir.

Tanım 2.17. Rademacher fonksiyonu tüm $t \in \mathbb{R}$ ve tüm $n \in \mathbb{N}$ için

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{eğer } 2k \leq t < 2k + t \\ -1 & \text{eğer } 2k + t \leq t < 2k + 2 \end{cases} \text{ olduğunda } r_n(t) = h(2^n t) \text{ ile tanımlanır.}$$

Rademacher fonksiyonlarının $\{r_n : n \in \mathbb{N}_0\}$ formu $L^2(0,1)$ içinde bir ortonormal sistem olduğunu görmek kolaydır.

Tychonoff Teoremi: Kompakt kümelerin kartezyen çarpımında kompaktır.

Tanım 2.18. E bir Banach latis olmak üzere eğer esas ideal E_z , bir boyutludur ve $z \in E_+$ elemanına Riesz uzayının bir atomudur denir. Eğer E kendi atomlarıyla üretilen bir band ise E' 'ye bir atomik Banach latis denir. Örneğin c_0 ve c atomik Banach latisdir.

3- L-ZAYIF M-ZAYIF KOMPAKT OPERATÖRLERİN MODÜLÜSÜ

Uzun zamandır kompakt ve zayıf kompakt operatörlerin modülüslerinin olmadığı biliniyordu. Modülüsleri mevcut olsabiler kompakt ve zayıf kompakt olması gerekmez. Aynı biçimdeki bir pozitif operatörle sınırlanan bir operatörün aynı özelliği sağlamadığı biliniyor(bunun için bakınız 3,4 ve 8) Bu bölümde M-zayıf ve L-zayıf kompakt operatörlerin ilgili sıralama özellikleri kadar kompakt veya kompakt zayıf operatörlerden daha iyi davranmadığını göstereceğiz. Bu durumda operatörlerin regüler(düzgün) olmaya ihtiyacı yoktur. Onların modülüsleri yoktur. Onlarla sınırlanan pozitif operatörlerin mevcudiyeti hakkında daha kuvvetli varsayımları yapsak ve modülüs mevcut olsa bile o zaman L-zayıf veya M-zayıf kompakt operatör olmaya ihtiyacı yoktur(zayıf kompakt operatör olsabiler). Başladığımız operatörün özelliğini paylaşan bir modülüsün varlığını kuvvetlendiren şartları inceleyeceğiz.

Aşağıdaki gerekçeler temeldir ve çalışmada kullanılacaktır. Bunların ispatları için (bak.Meyer,s.212)

(A) Bir F Banach latisinin her L-zayıf kompakt A kümesi F^a 'da kapsanır. Burada F^a , normu sıralı sürekli olan $\bar{F}$ 'de enbüyük idealdir.

(B) F^a 'nın her göreceli kompakt alt kümesi L-zayıf kompaktır. Özellikle X Banach uzayından F 'e her kompakt operatöre L-zayıf kompakt olmak üzere F düzgün sürekli norma sahipse her F 'in göreceli kompakt alt kümesi L-zayıf kompaktır.

TEOREM 3.1. $E = L^2 [0,1]$ ve $F = C_0 (L^2[0,1])$ olsun. O zaman bir kompakt operatör $T: E \rightarrow F$ vardır ki M ve L-zayıf kompaktır fakat düzgün değildir.

İspat. $\ell_2^{2^n}$ boyutlu Öklit uzayı üzerinde $\|S_n\| = 2^{n/2}$ ve $\| |S_n| \| = 2^n$ olan bir S_n operatörü vardır(Örneğin, Meyer, s.270). $J_n: \ell_2^{2^n} \rightarrow L_2[0, 1]$ operatörü

$$J_n(x_1, \dots, x_{2^n}) = \sum_{k=1}^{2^n} x_k \chi_{\left[\frac{k-1}{2^n}, \frac{k}{2^n}\right]}$$

ile tanımlı bir latis izomorfizmi vardır ve kolaylıkla $\|J_n \circ S_n\| = \|J_n \circ |S_n|\| = 2^{n/2}$ iken

$\|J_n \circ S_n\| = 1$ olduğu sağlanır. $H_n = J_n(\ell_2^{2^n})$ ise pozitif ve büzülme olan,

$$Q_n(f) = 2^n \sum_{k=1}^{2^n} \left(\int_{\frac{k-1}{2^n}}^{\frac{k}{2^n}} f d\mu \right) \chi_{\left[\frac{k-1}{2^n}, \frac{k}{2^n}\right]}$$

ile tanımlı $Q_n: L_2[0, 1] \rightarrow H_n$ bir doğal izdüşümü (projeksiyonu) vardır. Detaylar için (Abramovich ve Wickstead, 1995)'e bakabiliriz.

$A_n = 2^{-n} J_n S_n J_n^{-1} Q_n$ olsun ve $Tf = (A_n f)_1^\infty$ ile $T: E \rightarrow F$ 'yi tanımlayalım. O zaman (Abramovich ve Wickstead, 1995), Teorem 4'ün ispatında gösterilmiştir ki T kompakt ve E refleksif uzay olarak T , M -zayıf kompakt operatördür. Aynı zamanda aynı Teorem ispatında da gösterilmiştir ki T düzgün değildir. Böylece (B) 'den T 'nin kompakt olduğu gerçeği F 'nin sıralı sürekli normunun olmasından elde edilir. Böylece T 'nin L -zayıf kompakt olduğunda gösterilmiş olur.

TEOREM 3.2. $E = L^2[0, 1]$ ve $F = c(L^2[0, 1])$ olsun. Bu durumda her ikisi L -zayıf, M -zayıf kompakt olan ve modülüsü olmayan $T: E \rightarrow F$ düzgün kompakt bir operatör vardır.

İspat. Her $n \in E$ için $\lambda_{2n-1} = 1$, $\lambda_{2n} = 0$ ve A_n , Teorem 3.1'de tanımlandığı gibi olmak üzere $T: E \rightarrow F$ operatörü $Tf = (\lambda_n A_n)_1^\infty$ olarak tanımlayalım. O zaman T operatörü istenen özelliği sağlar. Detaylar için (Abramovich ve Wickstead, 1995)'e bakınız.

TEOREM 3.3. $E = \ell_1(L^2[0, 1])$ ve $F = \ell_\infty(L^2[0, 1])$ olsun. $\pm T \leq U$ 'ya sahip aşağıdaki özellikleri sağlayan $T, U: E \rightarrow F$ operatörleri vardır.

- (1) T , hem M -zayıf hemde L -zayıf kompakt operatördür.
- (2) T ve U kompaktır.
- (3) T 'nin modülüsü $|T|$ zayıf kompakt değildir. Böylece ne M -zayıftır ne de L -zayıftır.

İspat. A_n , Teorem 3.1'deki gibi olmak üzere her $(f_n) \in E$ için

$$T(f_n) = \left(\sum_{k=n}^{\infty} A_k f_k \right)_{n=1}^{\infty}$$

$$U(f_n) = \left(\sum_{k=n}^{\infty} |A_k| f_k \right)_{n=1}^{\infty}$$

$$= \left(\sum_{k=1}^{\infty} \int_0^1 f_k dt \right) (\chi[0,1], \chi[0,1], \dots)$$

ile $T, U: E \rightarrow F$ 'yi tanımlayalım. U operatörünün rankı 1' dir ve sınırlıdır dolayısıyla kompaktır. Ayrıca $\pm T \leq U$ sağlanır. (Chen ve Wickstead) 'in Teorem 3.7'nin benzer ispatı

gösterirki T kompakt operatördür ve T 'nin modülüsü $|T|$ zayıf kompakt değildir. Yani, (2) gerçektir.

F^a 'nın her göreceli kompakt alt kümesi L -zayıf kompakt ve kolaylıkla görüldüğü gibi $T U(E) \subset c_0(L^2 [0, 1]) \subset F^a$ ve T L -zayıf kompaktır. Diğer yandan $T: E \rightarrow G = C_0(L^2 [0, 1])$ olarak $(g_n) \in G = \ell_1(L^2 [0, 1])$ için

$$T'(g_n) = \left(A_n \left(\sum_{k=1}^n g_k \right) \right)_{n=1}^{\infty}$$

İle verilen T 'nin duali T' 'nü kontrol etmek kolaydır ve $E' = \ell_{\infty}(L^2 [0, 1])$ olarak $n \rightarrow \infty$ iken $\|A_n\| \leq 2^{-n/2} \rightarrow 0$ olarak $T' G' \subset C_0(L^2 [0, 1]) \subset (E')^a$ olduğu kolaydır. Ayrıca Gantmacher Teoremi ile T' kompaktır ve (B) gerçeği ifade ederki T' L -zayıf kompakt bir operatördür. Böylece E' den G' ye bir operatör olan T , (Meyer-Nieberg, 1991) in 3.6.11 Teoremi ve böylece F' ye M -zayıf kompakt bir operatördür.

Düzgün M -zayıf kompakt operatörlerin ve düzgün L -zayıf kompakt operatörlerin sınıfları olarak hem L -zayıf ve hem de M -zayıf kompakt olan düzgün operatörlerin sınıfında idealler oluşturduğu U' lu bir zıt örneği vermek mümkündür. Bunun için (Meyer-Nieberg, 1991)'in önerme 3.6.16'ya bakılabilir.

Bu çeşit operatörlerden herbirinin modülüsünün aynı özelliğe sahip olduğu Banach latis(örgü) çiftlerini karakterize edemiyoruz. Tamamı görüntü uzayından birini değiştirdiğiniz zaman bazı neticelere ulaşabiliriz. L -zayıf kompakt operatörler için tanım uzayını sabit, görüntü uzayını değiştirdiğimiz zaman bir tam çözüm elde ederiz.

TEOREM 3.4. Aşağıdaki iddialar bir E Banach latisi(örgüsü) için denktir:

- (1) E bir AL -uzayına latis izomorfiktir.
- (2) Her F Banach latisi için her L -zayıf kompakt operatör $T: E \rightarrow F$ 'nin bir L -zayıf kompakt modülüsü vardır.
- (3) Her L -zayıf kompakt operatör $T: E \rightarrow \ell_1$ 'in L -zayıf kompakt modülüsü vardır.

İspat. (1) $\Rightarrow$ (2): (Chen ve Wickstead)'in Teorem 2.3'ün ispatında görüldüğü gibi T' nin modülüsü $|T|$ vardır ve $|T| U(E)$ (Meyer-Nieberg, 1991)'in sonuç 3.6.4(ii) ile L -zayıf kompakt olan $T U(E)$ 'nin katı konveks kabuğu'nun bir alt kümesidir. Bu nedenle $|T|$ L -zayıf kompaktır.

(3) $\Rightarrow$ (1): E' 'den ℓ_1 'e her kompakt operatör L-zayıf kompakt olduğunu (6)'nın Teorem 1'den izler ve böylece modülüsü vardır.

Benzer şekilde M-zayıf kompakt operatör için eğer görüntü uzayını sabit, tanım uzayını değiştirdiğimiz zaman tamdır.

TEOREM 3.5. Bir F Banach Latisi için aşağıdaki iddialar denktir:

- (1) F bir kuvvetli sıralı birimli Dedekind uzayıdır.
- (2) Her E Banach Latisi için, her M-zayıf kompakt operatör $T: E \rightarrow F'$ 'nin bir M-zayıf kompakt modülüsü vardır.
- (3) Her birimli(birimsel) AM-uzayı E için, her M-zayıf kompakt operatör $T: E \rightarrow F'$ 'nin bir M-zayıf kompakt modülüsü vardır.

İspat. (1) $\Rightarrow$ (2) : (1)'in varlığını kabul edelim. Bu durumda her sınırlı operatör $T: E \rightarrow F'$ 'ye her E Banach Latis için (Meyer-Nieberg, 1991)'in 1.5.12 önermesi ile

$$|T| = P |T'| i$$

vardır. Burada $i: E \rightarrow E''$ doğal gömmedir, $P: F'' \rightarrow F$ sınırlı pozitif projeksiyonu(izdüşümü) vardır. Eğer T M-zayıf kompaksa T' (Meyer-Nieberg, 1991) önerme 3.6.11 ile L-zayıf kompakt operatördür. F' bir AL-uzayına Latis izomorfik olduğundan Teorem 3.4 ile $|T'|$ 'de L-zayıf kompakt operatördür. Bu önerme (Meyer-Nieberg, 1991)' in 3.6.11 önermesi $|T'|$ M-zayıf kompakt olduğunu gösterir. i 'nin bir latis homomorfizma olduğuna dikkat edersek $|T| = P |T'|$ M-zayıf kompaktır. Bu da (1) $\Rightarrow$ (2)' yi gerektirir.

(2) $\Rightarrow$ (3) açıktır.

(3) $\Rightarrow$ (1): Bunun ispatını üç adımda verelim.

Adım 1: F' 'in dizisisel bir Levi normu olsun. (Abramovich ve Wickstead, 1997)'in Teorem 2.4'ü ile mümkün olan bütün sonlu toplamalarının kümesinin sınırlı her ayrık dizisinin bir supremum(en küçük üst sınır) olduğunu göstermek yeterlidir. $\{y_n: n \in \mathbb{N}\}$ dizisi verilsin. r_n $[0, 1]$ aralığında n 'inci Rademacher fonksiyonu olmak üzere $T: C[0, 1] \rightarrow F$,

$$Tf = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^1 f r_n dt \right) y_n$$

tanımlayalım. T iyi tanımlıdır. T zayıf kompaktır. Bunu şöyle görebiliriz, T 'nin $L^2[0, 1]$ aracılığıyla bir çarpımı vardır. Bu şurdan çıkar $T = S$ burada $i: C[0, 1] \rightarrow L^2[0, 1]$ bir doğal gömme dönüşümü ve $S: L^2[0, 1] \rightarrow F$, $Sf = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^1 f t_n dt \right) y_n$ $f \in L^2[0, 1]$ ile tanımlıdır. Bu nedenle T , M -zayıf kompaktır. (3) ile T 'nin modülüsü $|T|$ vardır. $C[0, 1]$, $L^2[0, 1]$ içinde yoğundur. $1, [0, 1]$ aralığı üzerinde sabit birim fonksiyon olmak üzere $n \in \mathbb{N}$ iken $|T| 1 \geq y_n$ olduğu görülür. Ayrıca $n \in \mathbb{N}$ için $y \geq y_n$ 'yi sağlayan $y \in F$ ise $U: C[0, 1] \rightarrow F$ $Uf = \left(\int_0^1 f \cdot dt \right) \cdot y \pm T \leq U$ 'yu sağlayan bir U operatörü tanımlayabiliriz. Burada $U \geq |T|$ çıkar. Özellikle $|T| 1 \leq U 1 = y$ dir Supremumun tanımından $|T| 1 = \sup \{y_n : n \in \mathbb{N}\}$ 'dir.

Adım 2: F 'nin bir levi normu olsun. (Abramovich ve Wickstead, 1997)'in 2.3 önermesi E_+ 'daki mümkün bütün sonlu toplamalarının kümesi sınırlı olan her çift ayırık elemanlarının bir supremumu (e.k.ü.s) olduğunu göstermek yeterlidir. $\{y_\alpha : \alpha \in \Gamma\}$ kümesi verilsin. K_α ayırık topolojide $\{0, 1\}$ olmak üzere $K = \prod_{\alpha \in \Gamma} K_\alpha$ olsun. O zaman K , Tyconoff Teoremi ile kompakt Hausdorff uzayıdır. $\mu_\alpha(\{0\}) = \mu_\alpha(\{1\}) = 1/2$, $\{(0, 1)\}$ üzerinde μ_α olasılık ölçümü olmak üzere $\mu = \prod_{\alpha \in \mu} \mu_\alpha$ olsun. K üzerindeki μ integrallenebilir fonksiyonlar sayılabilir çok değişkenlilere dayanır. $\mathcal{O}_\alpha, C(K) \subset L^\infty(\mu)$ fonksiyonu belirtsin ki sadece α 'nıncı değişkene bağlı ve α 'nıncı değişken 0 ise 1, α 'nıncı değişken 1 ise -1 değerini alır. α 'nıncı değişken üzerinde $f \in L^1(\mu)$ 'e bağlı değilse $\int_K f \phi_\alpha d\mu = 0$ 'dır ve böylece her $\alpha, \beta \in \Gamma$, $\alpha \neq \beta$ için

$$\int_K \Phi_\alpha \Phi_\beta d\mu = 0 \text{ 'dır.}$$

Ayrıca şunlara sahibiz,

- (i) Her $f \in L^1(\mu)$ için $\int_K f \phi_\alpha d\mu = 0$ hepsi için fakat sayılabilir $\alpha \in \Gamma$ hariç
- (ii) Her $\alpha \in \Gamma$ için $|\mathcal{O}_\alpha| = 1_K$ 'dir.

O halde, $\{\mathcal{O}_\alpha : \alpha \in \Gamma\}$ $L^2(\mu)$ içinde ortonormal kümedir. Adım (1)'in ışığında biliyoruz ki F bir dizisel Levi normuna sahiptir. Böylece $T: C(K) \rightarrow F$ operatörü

$$Tf = \sum_{\alpha \in \Gamma} \left(\int_K f \phi_\alpha d\mu \right) y_\alpha \text{ (norm yakınsak)}$$

ile tanımlıdır. İlave olarak T zayıf kompaktır. T operatörü bir refleksif Banach latis $L^2(\mu): T=S_i$ aracılığıyla aşağıdaki çarpanlamaya sahip olduğundan M -zayıf kompaktır. $i: C(K) \rightarrow L^2(\mu)$ doğal gömme ve $S: L^2(\mu) \rightarrow F$,

$$Sf = \sum_{\alpha \in \Gamma} \left(\int_K f \phi_\alpha d\mu \right) y_\alpha$$

ile verilir. T 'nin modülüsü $|T|$ (3) ile vardır. İstenildiği gibi

$$|T| 1_K = \sup\{y_\alpha : \alpha \in \Gamma\}'ı gösterebiliriz.$$

Adım 3: F kuvvetli bir birime sahip olsun. Mademki her kompakt operatör $T: C[0, 1] \rightarrow F$, M -zayıf kompakt operatör olduğundan modülüsü vardır. (Cartwright ve Wickstead, 1975)'nin Teorem 1'den F , AM -uzayı latis izomorfik öyleki F 'in birim yuvardan tüm sonlu supremumlarının kolleksiyonu yukarı doğru yönlüdür ve sınırlıdır. Bu nedenle supremumu vardır. Bu supremum kesinlikle F 'in kuvvetli sıralı birimidir.

Sonuçlarımız geriye kalan iki durum için daha az başarılıdır.

TEOREM 3.6. Bir AL -uzayından bir Banach latise her M -zayıf kompakt operatör bir M -zayıf kompakt modülüsü vardır.

İspat. E bir AL -uzayı, F ise bir Banach latis ve $T: E \rightarrow F$ bir M -zayıf kompakt operatör olsun. E_1 , E 'nin bütün atomlarıyla üretilen band olsun. $E_2 = E_1^\perp$ diyelim. O zaman E_1 atomiktir ve

$$E = E_1 \oplus E_2 \text{ dir.}$$

$T_i: E_i \rightarrow F$ M -zayıf kompakt operatör iken $T = T_1 + T_2$ yazalım. (Meyer-Nieberg, 1991)'in 3.6.11 önermesi ile $T_2^1: F^1 \rightarrow E_2^1$ L -zayıf kompaktır. Buna bağlı olarak

$$T_2^1 U(F^1) \subset (E_2^1)^\alpha \text{ 'dir.}$$

Atomları kapsayan bir AL -uzayı olduğundan, (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 2.7.1 ile μ atomları olmamak üzere $E_2 = L^1(\mu)$ olduğunu kabul edebiliriz. Böylece $(E_2^1)^\alpha = (L^\infty(\mu))^\alpha = \{0\}$ olduğu görülür ve buradan $T_2 = 0$ çıkar. Böylece E 'nin atomik olduğunu kabul edebiliriz, yani bir indeks küme Γ için $E = \ell_1(\Gamma)$ 'dır. E 'deki her dizi sayılabilir çok değişkenli olduğundan genelliği bozmadan Γ 'yı sayılabilir bir küme kabul edebiliriz. Yani, $E = \ell_1$ 'dir. Açıkça E 'nin $\{e_n: n \in \mathbb{N}\}$ doğal tabanı olmak üzere $\lim_{n \rightarrow \infty} \|T e_n\| = 0$ $x_n = (\lambda_{nk})_{k=1}^\infty \in U(E)$ olmak üzere her (x_n) dizisi ve her $\varepsilon > 0$ için bir $K > 0$ bulunabilir ki tüm $k > K$ için $\|T e_k\| < \varepsilon$ dir ve aynı zamanda

x_n 'in ayrıklığı gerektirir ki bir tane $N > 0$ var öyleki her $n > N$ ve $1 \leq k \leq K$ için $\lambda_{nk} = 0$ 'dır.

Böylece $n > N$ ise (her $(\lambda_k) \in \ell_1(\Gamma)$ için $|T|(\lambda_k) = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k |Te_k|$ olduğuna dikkat edilerek)

$$\begin{aligned} \| |T| x_n \| &= \left\| \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{nk} |Te_k| \right\| \\ &= \left\| \sum_{k=K+1}^{\infty} \lambda_{nk} |Te_k| \right\| \\ &\leq \sum_{k=K+1}^{\infty} |\lambda_{nk}| \\ &\leq \varepsilon \|x_n\| \\ &\leq \varepsilon \end{aligned}$$

vardır bu da gösteriyorki $\lim_{n \rightarrow \infty} |T| x_n = 0$ yani $|T|$ M-zayıf kompakttır. Böylece ispat tamamlanmış olur. $\ell_1(\Gamma)$ 'in doğal tabanı $(e_n)_{n=1}^{\infty}$ olmak üzere T operatörü $\ell_1(\Gamma)$ 'den bir Y Banach uzayına $\lim_{n \rightarrow \infty} \|T e_n\| = 0$ özellikli bu T operatörü kompakt olduğundan aşağıda vereceğimiz Teoremin ispatı kolaylıkla yapılmaktadır.

Sonuç 3.7. Bir AL-uzayından bir Banach uzayına tanımlanan her M-zayıf kompakt operatör kompakttır.

Sonuç 3.8. Bir Banach uzayından bir AM-uzayına tanımlı her L-zayıf kompakt operatör kompakttır.

İspat. X bir Banach uzayı, F , AM-uzayı ve $T: X \rightarrow F$ L-zayıf kompakt operatör olsun. (Meyer-Nieberg, 1991)'in önerme 3.6.11 ile $T^1: F^1 \rightarrow X^1$ M-zayıf kompakt operatördür. F^1 AL-uzayı olduğundan sonuç 3.7. ile T^1 kompakt operatördür. Böylece Gantmacher'ın Teoremi ile kompakt operatördür.

TEOREM 3.9. Bir Banach Latis'den bir AM-uzayına tanımlı her L-zayıf kompakt operatörün bir L-zayıf kompakt modülüsü vardır.

İspat. E bir Banach latis, F bir AM-uzayı ve $T: E \rightarrow F$ L-zayıf kompakt operatör olsun. Sonuç 3.8 ile T kompakttır. Ayrıca $T U(E) \subset F^a$ ifade ediyor ki $T E$ 'den F^a 'ya bir kompakt operatör olarak düşünebiliriz. F 'nin kapalı ideal F^a 'sısrallı sürekli bir norumlu AM-uzayı olduğuna dikkat edilirse Krengel'in Teoremi (Krengel, 1966)'u gösteriyorki T 'nin modülü $|T|$ E 'de F^a 'ya böylece F 'ye T 'nin modülüsü vardır ve kompakttır ve $|T| U(E) \subset F^a$ 'yı sağlar. F^a 'nın her göreceli kompakt alt kümesi L-zayıf kompakt olduğundan $|T| U(E)$ göreceli kompakt

olduğundan $|T|U(E)$ L-zayıf kompaktır. Aşağıdaki sonuç gösteriyor ki Teorem 3.6'daki E'nin bir AL-uzayı olması veya Teorem 3.9'daki F'nin AM-uzayı olması hipotezlerinin gerekli olduğunu gösterir. Teorem 3.4 ve 3.5'e benzer bu neticelerin zıtlıkları olduklarını ümit edemeyiz.

ÖNERME 3.10. $E = \ell_2(L^1[0,1])$ olsun,

- (1) Her Y Banach uzayı için, $T: E \rightarrow Y$ 'ye M-zayıf kompakt ise $T=0$ operatörüdür.
- (2) Her X Banach uzayı için, $T: X \rightarrow E'$ L-zayıf kompakt ise $T=0$ operatörüdür.
- (3) E bir AM- ve AL-uzayına latis izomorf değildir.

İspat. (Meyer-Nieberg, 1991)'in 3.6.11 önermesi ile (1),(3) açıkken (2)'den izler. $(E')^a = \{0\}$ olduğunu görmek kolay olduğundan öyleki (2) sağlanır.

4. HER ZAYIF KOMPAKT OPERATÖR NE ZAMAN M-ZAYIF veya L-ZAYIF KOMPAKTIR?

Hem M-zayıf hem de L-zayıf kompakt operatörlerin her ikisinde zayıf kompakt operatör olmalıdır, fakat bunun tersi kesinlikle doğru değildir. Bu bölümde mümkün ters durumlarında hangisinin diğerini dairesel olarak gerektirdiğini araştıracağız. Neticelemizden birkaçını araştırmakla başlayacağımız bir özelliği içerir. Bir E Banach latisindeki Schur özelliği tanımını yapalım.

Tanım. Eğer sıfıra zayıf yakınsak bir $(x_n)_{n=1}^{\infty} \subset E$ dizisi için $\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_n\| = 0$ ise E Banach latisine Schur özelliğini sağlıyor deriz. Örneğin, her AL - uzayı pozitif Schur özelliğine sahiptir. Her $n \in \mathbb{N}$ için E_n bir sonlu boyutlu Banach latis ise bütün E_n 'lerin ℓ_1 - direkt toplamı Schur özelliğine sahiptir ve böylece bir AL - uzayına izomorfik olduğundan pozitif Schur özelliği vardır. (Popa, 1977)'de Schur özellikli Banach latislerin karakterizasyonu vardır. Bununla beraber bir tam yapısal tanımlama bilinmiyor. Pozitif Schur özellikli Banach latislerin daha geniş sınıfı için bile az bilindiği görülüyor. Bizim çalışmalarımızda uygun olan pozitif Schur özelliğinin birkaç denkliğini sunarak bu bölüme başlayacağız. Bir E Banach latisinin A alt kümesi, eğer her $\varepsilon > 0$ için bir $x \in E_+$ var ki $A \subseteq [-x, x] + \varepsilon U(E)$ olduğu sağlanıyorsa A 'ya yaklaşık sıralı sınırlıdır denir. Bazen de buna hemen hemen sıralı sınırlı küme denir. Aşağıda (3) eşitliğinin tersinin daima doğru olduğuna dikkat edelim, yani L-zayıf kompakt kümeler daima zayıf kompaktır demek istiyoruz. Pozitif Schur özellikli Banach latislerin aşağıdaki karakterizasyonunun bir ispatı (Wnuk, 1993)'ün Teorem 7'sinde bulunabilir. (Râbiger, 1988-1989)'ün Önerme 1.2'de buna çok yakın neticeyi kapsar.

TEOREM 4.1. Bir E Banach latisi için aşağıdakiler denktir.

- (1) E pozitif Schur özelliğine sahiptir.
- (2) E_+ daki her ayrık zayıf sıfır dizisi, sıfıra normda yakınsar.
- (3) E 'nin her göreceli zayıf kompakt alt kümesi L-zayıf kompaktır.
- (4) E 'nin her boş olmayan sınırlı A alt kümesinin göreceli zayıf kompakt olması için gerek ve yeter koşul A 'nın yakınsak sıralı sınırlı olmasıdır.

Bundan sonraki sonuç orijinaldir. Gerçekten (1)'in (2)'yi gerektirdiği (Wnuk, 1989)'de ispat edilmiştir ve aynı zamanda (Wnuk, 1993)'in Teorem 2'de bulunabilir.

Sonuç 4.2. Bir Banach latis E için aşağıdakiler denktir.

(1) E Schur özelliğine sahiptir.

(2) E atomiktir ve pozitif Schur özelliğine sahiptir.

İspat. Pozitif Schur özelliğini normun sıralı sürekliliği gerektirdiğini görmek zor değildir. Şöyleki eğer (2) kaldırılırsa (Meyer-Nieberg,1991)'in Teorem 2.5.23'ü ile E'deki latis işlemleri zayıf dizisel süreklidir. Böylece eğer $x_n \rightarrow 0$, o zaman zayıf olarak $|x_n| \rightarrow 0$ dır. Pozitif Schur özelliğinden $\|x_n\| = \| |x_n| \| \rightarrow 0$ olması, E'nin Shur özelliğine sahip olduğunu gösterir.

Zayıf kompakt operatörlerin ne zaman L-zayıf veya M-zayıf kompakt olacağını, tanım kümesi ile görüntü kümesi üzerindeki hangi şartlarda olduğunu araştıracağız. Böyle bir şart (Wnuk, 1993)'in Teorem 8'inden biliniyor.

TEOREM 4.3. Bir Banach latis E için aşağıdakiler denktir:

- (1) E' pozitif Schur özelliğine sahiptir.
- (2) Her Y Banach uzayı için her zayıf kompakt operatörü $T: E \rightarrow Y$ M-zayıf kompaktır.
- (3) Her $T: E \rightarrow c_0$ pozitif zayıf kompakt operatör M-zayıf kompaktır.

Ayrıca dual olarak aşağıdaki Teoreme sahibiz.

TEOREM 4.4. Bir Banach latis F için aşağıdakiler denktir:

- (1) F pozitif Schur özelliğine sahiptir.
- (2) Her X Banach uzayı için her zayıf kompakt $T: X \rightarrow F$ operatörü L-zayıf kompaktır.
- (3) Her pozitif zayıf kompakt operatör $T: \ell_1 \rightarrow F$ L-zayıf kompaktır.

İspat. (1) $\Rightarrow$ (2) olduğu Teorem 4.1'den bir kere daha görülür. (2) $\Rightarrow$ (3) olduğu zaten kolayca görülür. (3) sağlansın. F_+ 'da ayırık sıfır dizisi (y_n) olsun.

$T: \ell_1 \rightarrow F$ operatörünü, kesinlikle pozitif olan ve (Aliprantis, 1985)'nin sonuç 10.16. ile zayıf kompakt olan

$$T(\lambda_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n y_n,$$

tanımlayalım. (3) ile T , L -zayıf kompaktır. (y_n) dizisi ℓ_1 'deki standart temel vektörlerin görüntüsü ℓ_1 'de birim yuvarının görüntüsündedir. Bu nedenle olması istenildiği gibi normda sıfıra yakınsar.

Teorem 4.3'ü Teorem 4.4'den alışılmış yollarla ispatlayabiliriz. Uzayların bir sabit çiftini düşünürsek ne söyleyebiliriz? Bir basit gerek şart verebiliriz.

TEOREM 4.5. E ve F , bir Banach latis olsun. Eğer $T: E \rightarrow F$ pozitif zayıf kompakt operatörü ya M -zayıf kompakt veya L -zayıf kompakt ise aşağıdaki üç şarttan biri sağlanır.

- (1) F , pozitif Schur özelliğine sahiptir.
- (2) E' , pozitif Schur özelliğine sahiptir.
- (3) Hem E' hem de F , KB-uzayıdır.

İspat. E' bir KB-uzayı değilse F 'nin Schur özelliğine sahip olduğu ve eğer F KB-uzayı değilse E' 'nin pozitif Schur özelliğine sahip olduğunu kurmak yeterlidir. Gerçekten E' 'nin KB-uzayı olmadığını farz edelim. Yani, E' sıralı sürekli norma sahip olmasın. (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 2.4.14'ü ile ℓ_1 'i E' 'nin kapalı altlatısı olduğunu farzedebiliriz ve (Meyer-Nieberg, 1991)'in Önerme 2.3.11'inden bir E' 'den ℓ_1 'e örten P pozitif projeksiyonu vardır. Teorem 3.1 uygulanırsa F_+ 'daki her ayrık zayıf 0 dizisinin sıfıra norm yakınsak olduğunu göstermek yeterlidir. $(y_n)_1^\infty \subset F_+$ böyle bir dizi olsun $T: \ell_1 \rightarrow F$,

$$T(\lambda_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n y_n$$

ifadesi ile tanımlayalım. (Aliprantis, 1985)'nin sonuç 10.16'sı ile T pozitif zayıf kompakt operatördür. $TP: E \rightarrow F$ de öyledir. Hipotezden TP 'ye ya M -zayıf kompakt veya L -zayıf kompakt diyebiliriz. e_n standart taban olmak üzere $\forall n \in \mathbb{N}$ için $y_n = TP e_n$ iken $\lim_{n \rightarrow \infty} \|y_n\| = 0$ olduğunu buluruz. Gerçekten eğer TP M -zayıf kompaktsa (ℓ_1 'de ve aynı zamanda E' 'de) $(e_n)_1^\infty$ 'nin ayrıklığı gerektirir ki $\lim_{n \rightarrow \infty} \|y_n\| = 0$ olur. Bunun yanında TP L -zayıf kompaktsa $(y_n)_1^\infty$ ayrık olduğundan $\lim_{n \rightarrow \infty} \|y_n\| = 0$ 'dır.

F 'nin KB-uzayı olmadığını farzedelim. (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 2.4.12'si ile C_0 'ın F 'nin kapalı altlatısı olduğunu farzedebiliriz. Bir defa daha Teorem 4.1 uygulanırsa her ayrık zayıf $(x_n)_1^\infty \subset E_+$ dizisi, sıfıra norm yakınsak olduğunu göstermek yeterlidir. Gerçekten

$Tx = (x_n^1(x))_1^\infty$ ile $T: E \rightarrow c_0 \subset F$ tanımlayalım. (Aliprantis, 1985)'nin Teorem 17.5'i ile T öyle pozitif zayıf kompakt operatördür ki T , ya M -zayıf kompakt veya L -zayıf kompaktır ve

$T': \ell_1 \rightarrow E'$ 'de $T'(\lambda_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \cdot x_n^1$ aynı özelliğe sahiptir. Bu da şüphesiz $\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_n^1\| = 0$ olmasını gerektirir.

Uyarı. Ümit edebiliriz ki eğer her sınırlı $T: E \rightarrow F$ operatörü hem M -zayıf hem de L -zayıf kompakt operatör ise ya E' veya F pozitif Schur özelliğine sahip olduğunu bekleyebiliriz. Böyle bir durum yoktur. Örneğin (Dodds-Fremlin, 1979)'un Teorem 7.6'sı ile her sınırlı lineer $T: \ell_3 \rightarrow \ell_2$ operatörü kompaktır. Buradan T ve T' 'nin M -zayıf kompakt olduğunu görmek kolaydır. Öyle ki (Meyer-Nieberg, 1991)'in 3.6.11 Önermesi ile aynı zamanda T L -zayıf kompakt operatör olmasına rağmen ne ℓ_2 ne de ℓ_3 'ün dualinin pozitif Schur özelliği yoktur. Teorem 4.5 için ters iddiası yoktur. ℓ_2 üzerinde birim operatör, zayıf kompaktır fakat ℓ_2 ve duali KB -uzayı olmasına rağmen ne L -zayıf ne de M -zayıf kompakt değildir. Hatta eğer dikkatimizi düzenli operatörlere kısıtlarsak elde edeceğimiz sonuç uzaylar üzerinde bazı şartlara ihtiyaç duyduklarından hem L -zayıf hem de M -zayıf kompaktlığı garanti altına aldığından da daha kuvvetlidir. Bu durumlarda bütün düzenli operatörler, zayıf kompakt olmasına rağmen bir operatörün zayıf kompaktlığının bir özel hipotezine bu neticelerin ihtiyaç duymadığına dikkat edelim.

TEOREM 4.6. Bir Banach latis F için aşağıdakiler denktir:

- (1) F Pozitif Schur özelliğine sahiptir.
- (2) Sıralı sürekli dual normlu her Banach latis E için her $T \in L'(E, F)$, M - ve L -zayıf kompaktır.
- (3) Her refleksif E Banach latis için, her latis homomorfizma $T: E \rightarrow F$ ya M -zayıf ya da L -zayıf kompakt operatördür.

İspat. (1) $\Rightarrow$ (2): Farz edelim ki F pozitif Schur özelliğine sahip (ve bunun yanında sıralı sürekli norma) ve Banach latisinin duali olan E' 'nin bir sıralı sürekli norma sahipken (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 3.6.17'si ile her $T: E \rightarrow F$ pozitif operatörünün M -zayıf kompakt operatör olduğunu göstermek kolaydır. $(x_n)_1^\infty \subset U(E)$ ayrık olsun. O zaman (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 2.4.14'ü ile $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = 0$ 'dır. E' 'nin normu sıralı sürekli olarak öyleki $\lim_{n \rightarrow \infty} T|x_n| = 0$ 'dır. Madem ki F pozitif Schur özelliğine sahip olduğundan

$\lim_{n \rightarrow \infty} \|T|x_n|\| = 0$ ve böylece $\lim_{n \rightarrow \infty} \|Tx_n\| = 0$ 'dır, yani T , M -zayıf kompakt bir operatördür.

(2) $\Rightarrow$ (3) açıktır. (3) $\Rightarrow$ (1), Teorem 4.4'e göre her zayıf kompakt operatör $T: \ell_1 \rightarrow F$, L -zayıf kompakt olduğunu göstermek yeterlidir. Önce F 'nin KB -uzayı olduğunu belirtelim. Gerçekten eğer F , KB -uzayı değilse, (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 2.4.12'ü ile c_0 'ın F 'in bir kapalı altlatisi olduğunu farz edebiliriz ve öyleki (3) ile içine dönüşüm $i: \ell_2 \rightarrow c_0 \subset F$ ya M -zayıf kompakt ya da L -zayıf kompakt olmalıdır. Bu imkânsız olduğundan F , KB -uzayıdır.

$T: \ell_1 \rightarrow F$ 'nin bir zayıf kompakt operatör olduğunu farzedelim. $P: \ell_1 \rightarrow E$ bir sınırlı operatör ve $Q: E \rightarrow F$ bir latis homomorfizması aralık koruyabilen olduğundan (Aliprantis, 1984)'in Teorem 2.2'si ile T , bir yansıma(refleksif) Banach latis E ile $T=QP$ ile çarpanlarına ayırabiliriz. Böylece (3) Q 'nun ya M -zayıf kompakt ya da L -zayıf kompakt olduğunu gerektirir. E refleksif ve F bir KB -uzayı olarak E' ve F 'nin sıralı sürekli normu varken Q operatörü M -zayıf kompaktsa (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 3.6.17'si ile Q L -zayıf kompaktır. Öyleki Q 'nun daima L -zayıf kompakt olduğunu biliyoruz. T de L -zayıf kompakt operatördür.

Sonraki sonuç, son neticenin bir dual çeşididir.

TEOREM 4.7. Bir Banach latis E için aşağıdakiler denktir:

- (1) E' 'nin pozitif Schur özelliği vardır.
- (2) Her KB -uzayı F için her $T \in L'(E, F)$, hem M - hem de L -zayıf kompaktır.
- (3) Her F refleksif Banach latis için her hemen aralık koruyan $T: E \rightarrow F$ operatörü ya L -zayıf kompakt ya da M -zayıf kompaktır.

İspat. (1) $\Rightarrow$ (2) son Teoremin ispatıyla benzer olduğundan sadece her pozitif $T: E \rightarrow F$ operatörünün M -zayıf kompakt olduğunu göstermemiz gerekmektedir. Gerçekten, (Niculescu, 1981)'nin Teorem 1.7'sine göre T zayıf kompaktır. Bu nedenle Gantmacher'ın Teoremi ile (Aliprantis, 1985)'in Teorem 17.2'si adjoint $T': F' \rightarrow E'$ 'de zayıf kompaktır. Teorem 3.1'den T' 'nin, L -zayıf kompakt olduğu görülür. (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 3.6.17'si ile T M -zayıf kompakt operatördür.

(2) $\Rightarrow$ (3) açıktır. (3) $\Rightarrow$ (1) olduğunu görmek için, pozitif zayıf kompakt operatör $T: E \rightarrow C_0$ 'nın M -zayıf kompakt olduğunu göstermek için Teorem 4.3'ü kullanacağız. İlk önce E' sıralı

sürekli norma sahiptir. Aksi takdirde tüm $n \in \mathbb{N}$ için $\|x_n\| \geq 1$ olan (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 2.4.2'si ile bir $x_n^1 \in [0, x] \subset E^1$ ayrık dizisi vardır. $Tx = (x_n^1(x))_{n=1}^\infty$ ile tanımlı $T: E \rightarrow \ell_1 \subset \ell_2$ operatörünü düşünelim. Açıkça, adjoint $T^1: \ell_2 \rightarrow E^1, (\lambda_n) \in \ell_2$ için,

$$T^1(\lambda_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n x_n^1$$

ile verilir. $(x_n^1)_{n=1}^\infty$ 'nin ayrıklığından T^1 aynı zamanda (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 1.4.19'u ile hemen aralık koruyan operatör olduğunu sağlamak kolaydır. Böylece (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 3.6.11'i ve (3) T^1 'nin ya M-zayıf kompakt ya da L-zayıf kompakt olduğunu gösterir. n 'girdisi 1 ve diğerleri sıfıra eşit ℓ_2 'deki dizi e_n ise, $(e_n)_{n=1}^\infty \subset \ell_2$ 'de ayrık bir dizi iken eğer T^1 M-zayıf kompakt ise o zaman $x_n^1 = T^1 e_n \rightarrow 0$ ve $n \rightarrow \infty$ iken (Aliprantis, 1984)'in Teorem 2.5'ı uygulanarak T , refleksif bir Banach latis, G' 'ye çarpanlarına ayrılabilir, öyleki $T = SQ$. Burada $S: G \rightarrow c_0$ sınırlı lineer ve $Q: E \rightarrow G'$ 'de bir latis homomorfizmadır. F, G' 'de QE 'nin kapanışı olsun. Q bir latis homomorfizma olduğunda, QE , G' 'nin bir alt latisidir ve (Meyer-Nieberg, 1991)'in Önerme 1.2.5'i ile F 'inde aynı olduğu görülür. Yani, F bir refleksif Banach latis'dir.

Açıkça görülüyor ki T, F 'ye çarpanlarına ayrılabilir. Şöyleki $T = S_1 Q$. Burada $Q: E \rightarrow F$ bir latis homomorfizması ve S_1 'de G' 'nin F alt uzayına S 'in kısıtlamasıdır. Şimdi iddia ediyoruz ki $Q: E \rightarrow F$ hemen aralık koruyandır. Aslında her bir $0 \leq x \in E$ ve her bir $y \in [0, Qx] \subset F$ için $x_n \in E$ dizisi vardır. Yani $\lim_{n \rightarrow \infty} Qx_n = y$ 'dir. Q 'nun bir latis homomorfizması olması sebebiyle $n \rightarrow \infty$ iken $|x_n| \wedge x \in [0, x]$ olduğunda,

$$Q(|x_n| \wedge x) = |Qx_n| \wedge Qx \rightarrow |y| \wedge Qx = y$$

ifadesi sağlanır. Göstermiş bulunuyoruz ki $Q[0, x]$, tüm $x \in E$ için $[0, Qx]$ içinde yoğunur. Yani, Q hemen aralık koruyandır. Böylece (3) ve referans (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 3.6.17'den Q daima M-zayıf kompakt operatördür ve T de öyledir. Son Teoremin bize sağladığı imkân dahilinde Aliprantis'in ve Burkinshaw'ın çarpanlarına probleminin daha geniş bir versiyonuna sahibiz. Teorem 2.5 ve referans (Aliprantis, 1984)'in 3.1'den yola çıkarak eğer E Banach latis'i öyleki E^1 sıralı sürekli bir norma sahip ise, o zaman E 'den bir Banach uzayı Y 'ye tüm zayıf kompakt operatör T 'ler refleksif bir Banach latisi F 'ye çarpanlarına ayrılabilir. $T = SQ$. Burada $Q: E \rightarrow F$ hemen aralık koruyan bir latis homomorfizmasıdır ve $S: F \rightarrow Y$ sınırlı operatördür. Dahası eğer Y bir Banach latis ve T de

pozitifse S çarpanıda pozitiftir. Benzer şekilde enson iki Teoremdeki tanım yada görüntü kümeleri üzerindeki şartların ne kadar gerekli olduğu aşağıdaki iki sonuç vasıtası ile gösterilir.

TEOREM 4.8. Bir Banach latis F için aşağıdakiler denktir:

- (1) F bir KB-uzayıdır.
- (2) E^1 pozitif Schur özelliğine sahip her Banach latis E için her $T \in L'(E, F)$, hem M - hem de L -zayıf kompaktır.
- (3) Her latis homomorfizm $T: c_0 \rightarrow F$ ya M -zayıf yada L -zayıf kompaktır.

TEOREM 4.9. Bir Banach latis E için aşağıdakiler denktir:

- (1) E^1 , bir sıralı sürekli norma sahiptir.
- (2) Her Banach latis F için pozitif Schur özellikli, her $T \in L'(E, F)$, hem M - hem de L -zayıf kompaktır.
- (3) Hemen aralık koruyan $T: E \rightarrow \ell_1$ operatörü ya M -zayıf kompakt ya da L -zayıf kompaktır.

Yukarıdaki neticelerin uygulamaları olarak (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 3.7.2'nin bir genellemesi ile bu kısmı bitiriyoruz.

TEOREM 4.10. Farzedelim ki E Banach Latisi sıralı sürekli dual norma ve Banach latis F 'de pozitif Schur özelliğine sahip olsun. E 'den F 'ye tüm kompakt regüler operatörlerin koleksiyonu $L'(E, F)$ içinde bir Band'dır.

İspat. Teorem 4.6 ve (Meyer-Nieberg, 1991)'in Önerme 3.7.4'ü $T \in L'(E, F)$ kompakt operatör olması için gerek ve yeter koşul T , kompakt operatörlüğü üretir. (Meyer-Nieberg, 1991)'in Önerme 3.7.2'den E 'den F 'ye bütün düzgün AM-kompakt operatörlerinin koleksiyonu $L'(E, F)$ 'ye bir band olduğunu gerektirir. Yani E 'den F 'ye tüm düzgün kompakt operatörlerin toplamı $L'(E, F)$ içinde bir Band'dır.

Dual olarak şu Teoremi verebiliriz.

TEOREM 4.11. Farz edelim ki E Banach Latis'tir. Öyle ki E^1 pozitif schur özelliğine ve F , KB-uzayına sahip olsun. E 'den F 'ye tüm regüler kompakt operatörlerin koleksiyonu $L'(E, F)$ 'de bir Band'dır.

5.NE ZAMAN DÜZENLİ M-ZAYIF KOMPAKT OPERATÖRLER NE ZAMAN L-ZAYIF KOMPAKT ve NE ZAMAN TERSİ DE DOĞRUDUR?

Biliniyor ki M-zayıf kompakt operatörler L-zayıf kompakt değildir ve L-zayıf kompakt operatörler de M-zayıf kompakt değildir. Dodds ve Fremlin ispatlamışlardır ki eğer E' ve F üzerindeki normlar sıralı sürekli ise düzgün operatörlerin L-zayıf kompakt olması için gerek ve yeter koşul L-zayıf kompakt operatörlerin M-zayıf kompakt olmasıdır. Bu bölümde Banach Latislerin hangi çiftleri için L-zayıf, M-zayıf kompakt operatörler L-zayıf ve M-zayıf kompakt olduğunu inceleyeceğiz. Bu gösterecek ki Dodds ve Fremlin'in Teoremi doğrudur. Birkaç ilave yaparsak Dodds ve Fremlin'in Teoreminin zıttının da doğru olduğunu göreceğiz.

TEOREM 5.1. Bir E ve F Banach Latis çifti için aşağıdakiler denktir:

(1) Aşağıdaki şartlardan birisi sağlansın.

(a) F bir sıralı sürekli norma sahiptir.

(b) $(E')^a = \{0\}$.

(2) E' den F' ye her düzenli M-zayıf kompakt operatör T , L-zayıf kompaktır.

İspat. (1) $(a) \Rightarrow (2)$ (Meyer-Nieberg, 1991)'in Sonuç 3.6.14'dür. Eğer (1) (b)'yi sağlar ve $T: E \rightarrow F$ bir M-zayıf kompakt operatör ise o zaman (Meyer-Nieberg, 1991)'in Önerme 3.6.11 ile T' , L-zayıf kompaktır. E' 'nün her L-zayıf kompakt alt kümesi $(E')^a = \{0\}$ içinde kapsanıldığından $T'=0$ yani $T=0$ 'dır. Bu da şüphesiz T 'nin L-zayıf kompakt olduğunu gösterir. O halde $(1) \Rightarrow (2)$ 'dir.

$(2) \Rightarrow (1)$. Farz edelim ki $0 < x' \in (E')^a$ var. O zaman her $y \in F$ için $Tx = x'(x)y$ ile $T: E \rightarrow F$ operatörünün tanımlandığını düşünelim. $T'y = y'(x)x'$ ile $T': F' \rightarrow E'$ L-zayıf kompakt operatör olduğunu $T' U(F') \subset \|y\| [-x', x']$ olarak (Meyer-Nieberg, 1991)'in Önerme 3.6.2'si ile L-zayıf kompakt olarak göstermek kolaydır. Bu nedenle (Meyer-Nieberg, 1991)'in 3.6.11 ile T , M-zayıf kompakt operatördür. O halde (2) bize T operatörünün L-zayıf kompakt olduğunu ifade eder (L-zayıf kompakt olan $2^{-1}\|x'\|[0, y] \subset T U(E) [0, y]$ aralığı zayıf kompakt olmasını gerektirir) (Meyer-Nieberg, 1991)'in Teorem 2.4.2'si ile $(2) \Rightarrow (1)$ 'i kurarsak F' 'nin bir sıralı sürekli norma sahip olduğunu görürüz.

Dual olarak şu Teoremi verebiliriz.

TEOREM 5.2. Bir E ve F Banach Latis çifti için aşağıdakiler denktir:

(1) Aşağıdaki şartlardan birisi sağlansın.

(a) E^1 bir sıralı sürekli norma sahiptir.

(b) $F^a = \{0\}$.

(2) Her düzenli L-zayıf kompakt operatör $T: E \rightarrow F$, M-zayıf kompaktır.

İspat. (1) (a) $\Rightarrow$ (2) (Meyer-Nieberg,1991)'in 3.6.11 ve 3.6.14 Önermelerinden izler. Eğer (1)'in (b)'sini farzederek (Meyer-Nieberg,1991)'in 3.6.2 Önermesi ile E' 'den F' 'ye her L-zayıf kompakt operatörün sıfır olması gerekmektedir, böylece (2) sağlanır.

(2) $\Rightarrow$ (1)

$0 < y \in F^a$ 'nin var olduğunu farzedelim. Her $x' \in E'_+$ için $Tx = x'(x)y$ ile $T: E \rightarrow F$ tanımlayabiliriz ve yukarıda Teorem 4.1'in ispatında gösterildiği gibi T , L-zayıf kompaktır. (2) ile T , M-zayıf kompakt ve öyle ki $T'y' = y'(y)x'$ ile tanımlanan $T': F' \rightarrow E'$ (Meyer-Nieberg,1991)'in 3.6.11 önermesi ile L-zayıf kompaktır. Buradan her $x' \in E'_+$ için $[0, x']$ 'nin zayıf kompakt olduğunu görmek kolaydır. Buradan da (Meyer-Nieberg,1991)'in Teorem 2.4.2. ile E' , bir sıralı sürekli norma sahiptir ve (1) $\Rightarrow$ (2) gösterilmiş olur.

Kabul edilebilen diğer bir olasılık göz önüne alındığında bir sonraki sonuç gösteriyor ki [Dodds ve Fremlin, 1979]'daki Dodds-Fremlin Teoremi'nin tersi doğru olur (Meyer-Nieberg,1991)'in Teorem 3.6.17' sine bakılabilir.

Sonuç 5.3. Bir E ve F Banach Latis çifti için aşağıdakiler denktir.

(1) Şu şartlardan birisi sağlansın.

(a) E' ve F her ikisinde bir sıralı sürekli norma sahip olsun.

(b) $(E')^a = \{0\}$ ve $F^a = \{0\}$.

(2) Her $T \in L^1(E, F)$ için T 'nin M-zayıf kompakt olması için gerek ve yeter koşul T 'nin L-zayıf kompakt olmasıdır.

Aşağıdaki örnek gösteriyor ki eğer E' ve F' 'nin her ikisinde sıralı sürekli norma sahip olsa bile düzenli olmayan L-zayıf kompakt operatörlerin M-zayıf kompakt olmaları gerekmemektedir, terside.

ÖRNEK 5.4. (1) $E = C[0,1]$, $F = c_0$ ve hem E' hem de F' 'nin bir sıralı sürekli norma sahip olsun. l^p , $[0,1]$ üzerinde n 'ninci Rademacher fonksiyonu olduğunda $f \in E$ için,

$$Tf = \left(\int_0^1 f_n^t dt \right)_1^\infty$$

ile $T:E \rightarrow F$ operatör tanımlanır ve burdan da T 'nin zayıf kompakt olduğunu göstermek kolaydır, aynı zamanda T M -zayıf kompakttır. Fakat, T L -zayıf kompakt operatör değildir.

- (3) $E = \ell_2$ ve $F = L^1[0,1]$ olsun. E ile F 'nin her ikisinin de sıralı sürekli normu vardır. (Meyer-Nieberg, 1991)'in Sonuç 2.7.7'si ile F , ℓ_2 'ye izomorfik olan H kapalı alt uzayını kapsar. $T:E \rightarrow H \subset F$ izomorfizmi zayıf kompakttır ve F , AM -uzayı olduğundan L -zayıf kompakttır, fakat M -zayıf kompakt operatör değildir.

KAYNAKLAR

Aliprantis, C.D. ve Burkinshaw, O. (1984), "Factoring compact and weakly compact operators through reflexive Banach lattices", Trans.Amer.Soc., 283:369-381.

Aliprantis, C.D. ve Burkinshaw, O. (1985), Pozitive operators, Academic Press, New York ve London.

Abramovich, Y.A. ve Wickstead, A.W. (1992), "A compact regular operator without modulus", Proc.Amer.Math.Soc., 116:721-726.

Abramovich, Y.A. ve Wickstead, A.W. (1995), "Solutions of several problems in theory of compact positive operators", Proc.Amer.Math.Soc., 123:3021-3026.

Abramovich, Y.A. ve Wickstead, A. W. (1997), "When each continuous operators is regular", Indag.Math., 8:281-294.

Cartwright, D.I. ve Lotz, H.P. (1975), "Some characterizations of AM-and AI-spaces", Math.Z., 142:97-103.

Chen, Z.L. ve Wickstead, A.W. (1998), "Relative weak compactness of solid hulls in Banach lattices", Indag.Math., 9:187-196.

Chen, Z.L. ve Wickstead, A.W. (Yayınlanacak), "Vector lattices of weakly compact operators between Banach lattices", Trans.Amer.Math.Soc.

Dodds, P.G. ve Fremlin D.H. (1979), "Compact operators in Banach lattices", Israel J.Math., 34:287-320.

Krengel, U. (1966), "Remark on the modulus of compact operators", Bull.Amer.Math.Soc., 72:132-133.

Meyer-Nieberg, P. (1991), Banach lattices, Sringer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.

Niculescu, C.P. (1981), "Weak compactness in Banach lattices", J.Oper.Theory, 6:217-231.

Popa, I. (1977), "Espaces de Banach réticulés ayant la propriété de Schur", C.R.Acad.Sci.Paris, 285:629-631.

Râbiger, F. (1988-1989), "Dunford-Pettis operators on certain classes of Banach lattices", Semesterberich Funktional analysis, Tübingen, 15:197-204.

Wnuk, W. (1989), "Some characterisations of Banach lattices with the Schur property", Revista Mat., 2:217-224.

Wnuk, W. (1993), "Banach spaces with properties of the Schur type-a survey", Confer.Sem.Mat.Univ.Bari., 29:1-25.

TEYKSEKODULU
DENEYİM KURULU
DENEYİM KURULU

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 24.06.1973

Doğum yeri Lefkoşa

Lise 1988-1991

Lefkoşa 20 Temmuz Lisesi

Lisans 1991-1996

Yıldız Teknik Üniversitesi Fen-Edebiyat Fak.

Matematik Bölümü

Yüksek Lisans 1996-2001

Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı, Matematik

Çalıştığı kurum

1997-2000

Güneş Hayat Sigorta A.Ş.

