

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

VERİ ZARFLAMA ANALİZİ

Hilal KARASOY

**F.B.E. Matematik Anabilim Dalı Matematik Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

93734

Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr.Fatma TİRYAKİ

İSTANBUL, 2000

KISALTMA LİSTESİ.....	iv
ŞEKİL LİSTESİ.....	v
ÇİZELGE LİSTESİ	vi
ÖNSÖZ.....	viii
TEŞEKKÜR	ix
ÖZET.....	x
ABSTRACT	xi

1. PERFORMANS YÖNETİMİ

1.1 Giriş	1
1.2 Performans Kavramı	1
1.2.1 Etkinlik	2
1.2.2 Etkililik	3
1.2.3 Verimlilik	5
1.3 Performans Yönetimi	5

2. PERFORMANS ÖLÇÜM MODELLERİ

2.1 Oran Analizi	9
2.2 Parametrel Yöntemler	9
2.3 Parametresiz Yöntemler	10
2.4 Toplam Performans Ölçüm Modelleri	10
2.4.1 Toplam Faktör Verimliliği	11
2.4.1.1 REALST Modeli	11
2.4.1.2 APC Modeli	11
2.4.2 OMAX Modeli	12
2.4.3 Veri Zarflama Modeli	12
2.5 Performans Ölçüm Modellerinin Karşılaştırması	12

3. ETKİNLİK ÖLÇÜTLERİ ile İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR

3.1 Üretim İmkan Kümeleri	15
3.2 Etkinlik Sınırı	20
3.3 Ölçeğe Göre Getiri Kavramı	20
3.4 Parametresiz Etkinlik Ölçütleri	25

4.	VERİ ZARFLAMA ANALİZİ (VZA)	
4.1	Giriş	37
4.2	VZA'nın Uygulama Alanları	38
4.3	VZA'nın Tarihi Gelişimi	38
4.4	Temel VZA Modelleri	40
4.4.1	Toplamsal Model.....	42
4.4.2	Çarpımsal Model	46
4.4.3	CCR ve BCC Oran Formları	49
4.4.3.1	CCR Oran Formu.....	49
4.4.3.2	BCC Oran Formu.....	52
4.4.4	BCC Modeli	53
4.4.4.1	Girdiye Yönelik BCC Modeli	53
4.4.4.2	Çıktıya Yönelik BCC Modeli.....	56
4.4.5	CCR Modeli	59
4.4.5.1	Girdiye Yönelik CCR Modeli	59
4.4.5.2	Çıktıya Yönelik CCR Modeli.....	61
4.4.6	Model Özelliklerinin Özeti	63
5.	VZA MODELLERİNDEKİ GELİŞMELER	
5.1	Giriş	66
5.2	Zorunlu Girdi ve Çıktılar	66
5.3	Kategorik Girdi ve Çıktılar	69
5.4	Yargı ve Önceki Bilgiyi Birleştirmesi	71
5.5	Pencere Analizi.....	74
6.	VZA İÇİN UYGULAMA ÖRNEKLERİ	
6.1	VZA'nın Uygulanabilmesi için Gerekli Olan Adımlar	79
6.2	Örnek Uygulamalar	80
6.2.1	Bankacılık Sektöründe Bir Uygulama.....	80
6.2.2	Lokanta Zincir Sektöründe Bir Uygulama.....	85
6.2.3	Sağlık Sektöründe Bir Uygulama.....	89
6.2.4	VZA'ni Kullanarak Ürünlerin Karşılaştırılması.....	98
6.2.5	Çimento Sanayii'nde Bir Uygulama.....	102
6.3	VZA'nın Güçlü ve Zayıf Yönleri	109
	KAYNAKLAR	111
	EKLER (VZA yazılım programları için yapılan yazışmalar)	113
	ÖZGEÇMİŞ.....	120

KISALTMA LİSTESİ

VZA	Veri Zarflama Analizi
KVB	Karar Verme Birimi
ÜİK	Üretim İmkan Kümesi
Log-lineer	Logaritmik Lineer
LP	Lineer Programlama
TOP_p	Toplamsal Primal Model
TOP_D	Toplamsal Dual Model
$InvÇarp_p$	İnvaryant Çarpımsal Primal Model
$InvÇarp_D$	İnvaryant Çarpımsal Dual Model
$VarÇarp_p$	Varyant Çarpımsal Primal Model
$VarÇarp_D$	Varyant Çarpımsal Dual Model
$CCR_o - GY$	Girdiye Yönelik CCR Oran Formu
$CCR_o - ÇY$	Çıktıya Yönelik CCR Oran Formu
$CCR_p - GY$	Girdiye Yönelik CCR Primal Model
$CCR_p - ÇY$	Çıktıya Yönelik CCR Primal Model
$CCR_D - GY$	Girdiye Yönelik CCR Dual Model
$CCR_D - ÇY$	Çıktıya Yönelik CCR Dual Model
$BCC_o - GY$	Girdiye Yönelik BCC Oran Formu
$BCC_o - ÇY$	Çıktıya Yönelik BCC Oran Formu
$BCC_p - GY$	Girdiye Yönelik BCC Primal Model
$BCC_p - ÇY$	Çıktıya Yönelik BCC Primal Model
$BCC_D - GY$	Girdiye Yönelik BCC Dual Model
$BCC_D - ÇY$	Çıktıya Yönelik BCC Dual Model

Şekil 3.1	Değişik varsayımların kabulü ile önerilen ampirik Üretim İmkan kümeleri	18
Şekil 3.2	Örnek karar verme birimlerinin ölçeğe göre getiri durumu	22
Şekil 3.3	<i>D</i> karar biriminin etkinlik düzeyi	26
Şekil 4.1	Örnek karar verme birimleri	41
Şekil 4.2	Toplamsal model için zarflama yüzeyi	44
Şekil 4.3	Toplamsal model için yüz tanımlayan hiperdüzlem	45
Şekil 4.4	Cobb-Douglas zarflama yüzeyi	48
Şekil 4.5	Girdiye yönelik BCC modeli için zarflama yüzeyi	55
Şekil 4.6	Çıktıya yönelik BCC modeli için zarflama yüzeyi	58
Şekil 4.7	Girdiye yönelik CCR modeli için zarflama yüzeyi	61
Şekil 4.8	Çıktıya yönelik CCR modeli için zarflama yüzeyi	62
Şekil 6.1	Hamburger zinciri için verimlilik sınırı	88
Şekil 6.2	Makinelerin etkinlik sınırı	99

Çizelge 1.1	Üç ekonomik birimin girdi/çıktı gözlemleri.....	3
Çizelge 1.2	Üç ekonomik birimin görelî etkinlik sıralaması.....	4
Çizelge 1.3	Çeşitli etkinlik ve etkililik bileşenleri.....	4
Çizelge 2.1	Performans Ölçüm Yöntemlerinin Karşılaştırılması	13
Çizelge 2.2	Toplam Performans Ölçüm Modellerinin Karşılaştırılması.....	14
Çizelge 3.1	Ölçek ekonomileri ile ilgili varsayımlar	25
Çizelge 4.1	Toplamsal model için çözüm değerleri.....	44
Çizelge 4.2	Girdiye yönelik BCC modeli için çözüm değerleri.....	55
Çizelge 4.3	Çıktıya yönelik BCC modeli için çözüm değerleri.....	58
Çizelge 4.4	Girdiye yönelik CCR modeli için çözüm değerleri.....	60
Çizelge 4.5	Çıktıya yönelik CCR modeli için çözüm değerleri.....	62
Çizelge 4.6	Temel VZA modellerinin karşılaştırılması	65
Çizelge 5.1	Üç-Aylık Pencere ile Pencere Analizi	77
Çizelge 6.1	Beş örnek şube (<i>KVB</i>)'nin servis etkinlik ve karlılık dereceleri.....	83
Çizelge 6.2	Beş örnek şube (<i>KVB</i>)'nin kuramsal girdi ve çıktı değerleri.....	84
Çizelge 6.3	Örneğin girdi ve çıktıların özeti	87
Çizelge 6.4	VZA sonuçlarının özeti.....	88
Çizelge 6.5	S_4 birimi tarafından kullanılmış aşırı girdi hesabı.....	89
Çizelge 6.6	İncelenen hastanelerde VZA modeli için kullanılan girdi ve çıktı değerleri.....	93
Çizelge 6.7	VZA'nın Sonuçları (Girdiye Yönelik).....	93
Çizelge 6.8	Çapa İstanbul Tıp Fakültesi Hastanesi Etkinliği için gerekli değerler (Girdiye göre).....	95
Çizelge 6.9	VZA'nın Sonuçları (Çıktıya Yönelik).....	96

Çizelge 6.10	Çapa İstanbul Tıp Fakültesi Hastanesi Etkinliği için gerekli değerler (Çıktıya göre)	97
Çizelge 6.11	Mevcut durumun kuramsal hastane ile karşılaştırılması.....	97
Çizelge 6.12	Varsayılan beş makine için girdi ve çıktılar.....	99
Çizelge 6.13	Yazıcıların etkinlik değerleri.....	102
Çizelge 6.14	Genel Gider Tablosu.....	105
Çizelge 6.15	Genel Performans Analizinde 3. aşamadaki <i>KVB</i> 'nin etkinlik dereceleri.....	107
Çizelge 6.16	Genel Performans Analizi 3. aşama sonuçları.....	108



ÖNSÖZ

Veri Zarflama Analizi karar verme birimlerini genel olarak bir bütün içinde karşılaştırma yaparak değerlendirip, etkin olan veya olmayan karar verme birimi şeklinde iki sınıfa ayıran, etkin çalışmayan karar verme birimi için de etkinsizliğin kaynaklarını ve miktarlarını belirleyerek karar vermeye yardımcı olan yaklaşımlar bütünüdür.

Veri Zarflama Analizi'nde seçilen karar verme birimlerinin kamu ve özel sektördeki firmalara, herhangi bir ürüne vb. şekilde çok geniş açıda uygulanabilmesi yönteme ayrı bir avantaj sağlamaktadır. Örneğin; günümüzde kamu ve özel sektörü ele alırsak; başarılı olabilmeleri ve pazar rekabetinde uzun süre yaşayabilmeleri, ancak mevcut rekabet güçlerini doğru olarak ölçmeleri ve gerekli önlemleri zamanında almaları ile mümkündür. Söz konusu hedeflere erişebilmek için sektörler ellerindeki kaynakları en etkin bir şekilde kullanmak zorundadırlar. Bunun yanında kendilerini, rekabet ortamında diğer sektörler ile göreceli olarak karşılaştırmaları da gerekir. Sonuçta, zayıf noktalarını ortaya çıkarabilecek ve bunları giderebilmek için gereken çalışmaları yapabileceklerdir. Veri Zarflama Analizi, sektörlerin birbirleri ile karşılaştırılmasında ve sektör içindeki birimlerin kendi aralarındaki karşılaştırılmasında kullanılan önemli bir tekniktir.

Veri Zarflama Analizi ile ilgili çeşitli bilgisayar programına ulaşma konusunda yapılan yazışmalar ve cevap olarak program hakkında verilen bilgiler Ekler bölümünde sunulmuştur. Konuyla ilgili bilgisayar programının maliyeti yüksek olduğundan alınamamıştır.

TEŞEKKÜR

Tezimi hazırlarken her zaman bana yardımcı olan hocam, Sayın Yrd.Doç.Dr. Fatma TİRYAKİ'ye sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Ayrıca bugüne kadar bana destek olan aileme ve herkese teşekkür ederim.



ÖZET

Veri gruplarının karşılaştırılması günlük hayatımızın ayrılmaz bir parçasıdır. Örneğin, Kamu ve özel sektörlerde sayma, ölçme ve karşılaştırma önemli rol oynar. Burada performansla ilgilenilmektedir. Performans, bir işi yapan bir bireyin, bir grubun ya da bir teşebbüsün o işte amaçlanan hedefe yönelik olarak neyi sağlayabildiğinin nicel ve nitel olarak anlatımıdır. Ekonomik büyüme ve kalkınmanın temel hedefi, performansın artırılmasıdır. Performans ile ilgili olarak değişik amaç ve değişik uygulama alanlarına yönelik hazırlanmış performans ölçüm modelleri vardır. Ancak her sektör için uygulanabilecek tek bir performans ölçüm modeli yoktur. Son yıllarda yaygınca kullanılan Veri Zarflama Analizi (VZA) bu modellerden bir tanesidir.

Birinci bölümde, genel olarak performans, performans ile ilgili en çok karşımıza çıkan etkinlik, etkililik ve verimlilik kavramları ve son olarak performans yönetimi anlatılmıştır.

İkinci bölümde, performans ölçüm modelleri anlatılmıştır. Performans ölçümünde çok sayıda model önerilmiştir. Ancak bu bölümde ölçümü yapılacak birim olarak işletmeler ele alınmıştır ve işletme performansının ölçülmesi ile ilgili analiz yöntemleri genel olarak üç başlık altında toplanmıştır. Bunlar; Oran analizi, Parametrel ve Parametresiz yöntemlerdir. Daha sonra işletmenin bir bütün olarak ele alınarak geniş anlamda performans değerlendirmesinin yapılması ihtiyacından ortaya çıkan Toplam Performans Ölçüm Modelleri anlatılmıştır. Burada toplam performans ölçümüyle ilgili pekçok yaklaşımdan üç tanesi detaya girilmeyecek şekilde genel olarak tanımlanmış ve Veri Zarflama Analizi'nin bu modeller içindeki genel konumu ve karşılaştırılması yapılmıştır.

Üçüncü bölümde, etkinlik ölçütlerinin temel kavramları anlatılmıştır. Öncelikle etkinlik üretim odaklı bir kavram olması nedeniyle, üretim teorisinin temelinde yatan bazı önemli kavramlar ve varsayımlar ele alınmıştır. Ardından da bu kavramların ışığı altında, etkinlikte sıkça rastlanılan üretim imkan kümeleri ve bu kümelerin etkinlik sınırları, ölçeğe göre getiri kavramı belirlenecek, son olarak ise, parametresiz etkinlik ölçütleri genel bir kuramsal çatı altında anlatılmaya çalışılacaktır.

Dördüncü bölümde, Veri Zarflama Analizi tanıtılmaya çalışılmıştır. Veri Zarflama Analizi, ürettikleri mal ya da hizmet açısından birbirine benzer karar verme birimleri (KVB)'nin göreceli etkinliklerinin ölçülmesi amacıyla geliştirilmiş olan parametresiz bir etkinlik ölçütüdür. Temel VZA modelleri ise;

1. CCR Oran Yöntemi
2. BCC Modeli
3. Çarpımsal Modeller ve
4. Toplamsal Model

şeklindedir

Beşinci bölümde, VZA modellerindeki gelişmeler anlatılmaktadır. Bu bölümde açıklanan gelişmeler, değerli teknik bilgileri geliştirir.

Son bölümde ise, öncelikle VZA'nın uygulanabilmesi için gerekli olan adımlara, daha sonra da Bankacılık, Sağlık, Fast-food lokanta zincir sektörü'nde, Çimento Sanayii'nde ve bir ürün (printer,yazıcı) seçimi problemine uygulanmış VZA örneklerine yer verilmiştir. Son olarak ise, VZA'nın zayıf ve güçlü yönleri açıklanmıştır.

ABSTRACT

Comparing data groups is an integral part of our daily life. For example in public and private sectors, counting-measuring and comparing play an important role. Here we are interested in the performance. Performance is the quantitative and descriptive explanation of what an individual, a group or a company can provide regarding the business done. The main objective of the economical growth and development is to improve the performance. Regarding the performance, there are performance measurement models prepared for various purposes and applications. However, there is not one single performance measurement model to be applied for all sectors. Data Envelopment Analysis (DEA), which has been widely used lately is one of these models.

The first section covers the performance in general; efficiency, effectiveness and productivity concepts of performance which are widely used and management of performance.

In the second section, performance measurement models are explained. Several models have been suggested in performance measurement. However, in this section organizations are examined as the units to be measured and the methods of analysis about the measurement of the organizational performance generally fall into three titles. These are; Ratio Analysis, Parametric and non-parametric methods. Then, Models of Total Performance Measurement which emerge from the need that the organization should be taken as a whole in evaluating the performance are explained. In this section, three approaches out of several others in total performance measurement are generally described and the Data Envelopment Analysis is compared with these models.

In the third section, the basic concepts of the efficiency measures (criteria) are explained. Firstly, some important concepts and assumptions which are the basis of the theory of production are examined since the efficiency is a production-oriented concept. Then production possibility sets, their efficiency frontiers and the concept of returns-to-scale which are widely used in the light of afore mentioned concepts and assumptions will be defined and lastly, non-parametric efficiency measures will be explained on a theoretical basis.

In the fourth sections, Data Envelopment Analysis is explained. Data Envelopment Analysis is a non-parametric efficiency measure (criterion) which is developed in order to measure the relative efficiencies of the decision making units (*DMU*) similar to each other regarding their products or services. Basic DEA models are as follows:

1. The CCR Ratio Model
2. The BCC Model
3. The Multiplicative Model and
4. The Additive Model.

In the fifth section, extensions DEA models are explained. The extensions to DEA described in this chapter provide valuable techniques.

In the last section, firstly the steps required for the application of DEA and then various applied DEA examples are as follows;

1. Banking sector
2. Health sector
3. Fast food chain sector
4. Cement industry and
5. The problem of a product (printers) choice.

Lastly, advantages and disadvantages of DEA are explained.

1. PERFORMANS YÖNETİMİ

1.1. Giriş

İnsanlar tarih boyunca sonuçları saymaya ve kayıt etmeye istekli olmuşlardır. “Ne kadar ?” sorusuna cevap verme doğal bir istek olup, bir kez kayıt edildiğinde sonraki adım, veri gruplarının karşılaştırılmaya başlanmasıdır. Bu karşılaştırma günlük hayatımızın ayrılmaz bir parçası olmuştur. Örneğin; “Hangi marka daha ucuz?”, “Hangisi daha uzun ömürlü?”, “Kim daha fazla gol attı?” soruları bize bir fikir verebilir. Hükümet ve iş çevrelerinde de, sayma-ölçme-karşılaştırma süreci için büyük çaba harcanmaktadır.

Hükümetler, belli periyodlar arasındaki değişimleri saptamak için, kayıtlı işsiz sayısı, ithalat ve ihracat rakamları, nüfusun etnik karışımı gibi ölçümleri karşılaştırırlar. Aynı zamanda alternatif vergi önerilerinin göreceli etkinliklerini de karşılaştırabilme olanağına ihtiyaç duymaktadırlar. Bununla beraber şirketler de periyod bazında planlarından sapmaları incelemek ve rakiplerinden daha mı iyi veya daha mı kötü olduklarını belirlemek için ölçümleri karşılaştırmaya ihtiyaç duymaktadırlar.

Elemanların karşılaştırılmasında, “Ne kadar iyi yapıyorlar?” ve “Ne kadar geliştirebilirler?” soruları söz konusu ise; o halde burada performansla ilgilenilmektedir (Norman ve Stoker, 1991).

1.2. Performans Kavramı

Performans yönetiminde performans ile ilgili değişik kavramlar dikkati çekmektedir. Bunlardan etkinlik (efficiency), etkililik (effectiveness) ve verimlilik (productivity) en çok karşımıza çıkanlardır. **Performans** bir işi yapan bir bireyin, bir grubun ya da bir teşebbüsün o işte amaçlanan hedefe yönelik olarak, nereye varabildiği, başka bir ifadeyle neyi sağlayabildiğinin nicel (miktar) ve nitel (kalite) olarak anlatımıdır (Baş ve Artar, 1991). Şimdi etkinlik, etkililik ve verimlilik kavramlarını açıklayalım.

1.2.1. Etkinlik (efficiency)

Etkinlik, örgütlerin tanımlanmış amaçlarına ulaşmaları için gerçekleştirdikleri faaliyetlerin sonucunda bu amaçlara ulaşma derecesini belirleyen bir performans boyutudur (Kasnakoğlu, 1980/2). Başka bir ifadeyle “çalışma derecesi” olarak da anılan etkinlik;

$$\text{Etkinlik} = \text{Fiili Miktar} / \text{Standart Miktar}$$

şeklinde tanımlanır. Burada oranın 1 değerine ulaşması amaçlanır. Oranın 1 değerini aşması, söz konusu faaliyetin gerçekleşmesinde hedefin üzerinde bir performans sergilediğini ifade eder. Eğer oran 1 değerinden düşük ise hedefin altında bir performansın gerçekleştiği düşünülür (Baş ve Artar, 1991).

Etkinlik ölçümünün en genel anlamda konusu ise, kaynakların belirli bir zamanda ve biçimde kullanımı ile **gerçekleşen** sonuçların, **hedeflenen** ya da **istenen** sonuçlara göre değerlendirilmesidir (Kasnakoğlu, 1980/2). Etkinlik ölçümü örneğin, işletmeye nerede olduğunu gösterir. Eldeki girdilerle ne denli iyi biçimde çıktı üretebileceğini göstermenin yanında, mevcut kapasitenin kullanılma düzeyine ilişkin bir gösterge sağlamaktadır (Baş ve Artar, 1991). Bir karar biriminden (ekonomik birimden) elde edilen sonuçlarla, istenen sonuçların **çakışması** durumunda, bu birimin **etkin**, **çakışmadığı** durumda da **etkin olmadığı** söylenir. Burada temel sorun, istenen sonuçlarla, gerçekleşen sonuçların **çakışmadığı** durumlarda, etkinliğin (ya da etkin olmaması) boyutunun ölçülmesinden kaynaklanmaktadır. Kullanılacak olan etkinlik ölçüsünün, gerçekleşen sonuçların istenen sonuçlara ne kadar yaklaşabildiğini yansıtmaması gerekir. İstenilen sonuçlarla, gerçekleşen sonuçların **çakışıp çakışmaması** ile ilgili **mutlak etkinlik** kavramının yanı sıra daha ilginç ve anlamlı olanı, karar birimlerinin (çok boyutlu) belli bir zaman kesitinde istenen sonuçları gerçekleştirmekteki başarılarını ya da bir karar biriminin (tek boyutlu) zaman içinde istenen sonuçları gerçekleştirmekteki başarısını **kıyaslamayı** konu alan **görelî etkinlik** (relative efficiency) kavramıdır (Kasnakoğlu, 1980/2).

Veri Zarflama Analizi çerçevesinde **ölçülenin** mutlak etkinliği değil, görelî etkinlik olması dikkat çekicidir. Yani performansı diğerlerinden daha iyi olan karar birimlerinin herbiri **etkin karar birimi**, performansı diğerlerine göre iyi olmayan karar birimlerinin herbiri ise **etkin olmayan** (inefficiency) **karar birimi** olarak tanımlanmaktadır (Gülen, 1994).

Karar birimlerinin görelî etkinliklerinin ölçülebilmesi, gerçekleştirdikleri sonucun neye göre değerlendirileceğinin bilinmesini gerektirir. Yani karar birimlerinin amaç fonksiyonlarının ve kısıtlamalarının belirlenmesi gerekir. Etkinlik ölçüm yöntemlerinin ve ölçütlerinin değerlendirilmesi ve birinin diğerine tercihi, gerilerinde yatan amaç fonksiyonlarından bağımsız olarak yapılamaz. Değişen amaç fonksiyonlarına göre, değişik etkinlik ölçütlerinin uygun olabileceğini basit bir örnekle gösterelim. İki girdi kullanılarak aynı ürünü üreten üç karar birimi için aşağıdaki gözlemlerin yapılmış olduğunu varsayalım (Kasnakoğlu, 1980/2).

Çizelge 1.1 Üç ekonomik birimin girdi/çıktı gözlemleri (Kasnakoğlu, 1980/2; s138).

Karar Birimi	Çıktı	Girdi Kullanımı		Girdi Fiyatları		Çıktı Fiyatı
	Y	X_1	X_2	P_{X_1}	P_{X_2}	P_Y
A	10	1	2	2	4	5
B	20	3	3	3	6	8
C	30	2	4	8	2	3

Çizelge 1.1'deki gözlemler, değişik amaç fonksiyonlarına göre değerlendirildiğinde, üç ekonomik birimin görelî etkinlik sıralaması Çizelge 1.2'de görülebileceği gibi her türlü bileşimi verebilmektedir.

1.2.2. Etkililik (effectiveness)

Etkililik, hedeflerle, daha doğrusu çıktılarla ilgili bir kavramdır (Baş ve Artar, 1991). Etkililik kavramı “önceden belirlenmiş hedeflere ulaşma derecesi” dir. Hedef ise kaynaklardaki yetersizlik ve talebin az olması gibi iç ve dış kısıtlamalardan bağımsız olarak daha fazla çıktı elde edilebilmesidir (Gülen, 1994).

Etkililik;

$$\text{Etkililik} = \frac{\text{Gerçekleşen Çıktı}}{\text{Planlanan Çıktı}}$$

şeklinde oranlaştırılır.

Çizelge 1.2 Üç ekonomik birimin görelî etkinlik sıralaması (Kasnakoğlu, 1980/2; s138).

Amaç	Ölçüt	Görelî Etkinlik Sıralaması
1.En fazla çıktı	Y	$C - B - A$
2.En az X_1 girdisi	X_1	$A - C - B$
3.En az X_2 girdisi	X_2	$A - B - C$
4.En az X_1 girdisi ile en çok çıktı	Y/X_1	$C - A - B$
5.En az X_2 girdisi ile en çok çıktı	Y/X_2	$C - B - A$
6.En düşük maliyet	$C = P_{x_1}X_1 + P_{x_2}X_2$	$A - C - B$
7.En düşük maliyetle en fazla çıktı	Y/C	$B - A - C$
8.En fazla kar	$K = P_Y Y - C$	$B - C - A$
9.Birim çıktı başına en fazla kar	K/Y	$B - A - C$
10.Birim girdi maliyeti başına en fazla kar	K/C	$B - A - C$

Çizelge 1.3 Çeşitli Etkinlik ve Etkililik Bileşenleri (Baş ve Artar, 1991; s35)

	Kaynak Kullanımı (etkin)	
	KÖTÜ	İYİ
(Etkililik)		
YÜKSEK	- Etkili,fakat etkin değil - Bazı kaynaklar boşa gidiyor.	- Etkin ve etkili, hedeflere ulaşıyor. - Kaynaklar iyi kullanılıyor. - Yüksek performans
HEDEF EŞİTLİĞİ		
DÜŞÜK	- Ne etkili,ne etkin - Hem hedefler başarılamıyor, hem de kaynaklar boşa gidiyor.	- Etkin, fakat etkili değil. - Hedeflere ulaşılamıyor. - Kaynak kullanımı iyi.

Oysa etkinlik, mevcut kaynakların kullanımı ile ve araçlarla ilgili bir kavramdır. Bu durumda bir firma etkin olmakla beraber etkili çalışamayabilir ya da tam tersi olabilir. Çizelge 1.3, bunu genel olarak açıklamaktadır (Baş ve Artar, 1991).

1.2.3. Verimlilik (productivity)

Verimlilik, dar anlamda üretim odaklı bir kavram olup, asıl olarak etkinlik ve etkililik bileşenlerinden oluşmakla birlikte, randıman, yenilik, çalışma, yaşamın kalitesi gibi performans boyutlarını da içine almaktadır.

Verimlilik geniş anlamda, giderek performansla eş anlamlı olarak ele alınmaya başlanmıştır. Ancak verimlilik, performans olarak yanlış yorumlanmamalı ve birbirleriyle karıştırılmamalıdır. Sık sık birbirinin yerine kullanılabilmesine rağmen, bu iki terim birbirinden farklı şekilde tanımlanmıştır.

Verimlilik, bir organizasyon tarafından üretilen malların ve hizmetlerin etkinlik ve etkililik ölçümleridir. Etkililik doğru zamanda, doğru şeylerin yapılması, etkinlik ise her birim girdinin çıktıya olan oranıdır. Örneğin; hemşire hizmetleri departmanının verimliliği, iki terim ile, yani sağlık koruma hizmetlerinin kalitesi etkililik terimiyle ve bu hizmetlerin sunumundaki maliyet etkinliği etkinlik terimiyle tanımlanır. Verimlilik, sert ve hızlı çalışma anlamına gelmemelidir. Verimlilik akıllıca çalışmadır.

Performansın anlamı, gerçekleşen başarı ya da belirli amaçları, hedefleri, ödev ve sorumlulukları yerine getirebilmek için potansiyel kabiliyet, kapasite, bilgi, hüner veya yetenekleri mükemmel olarak kullanabilmektir. Performans uygulama metotları, verimliliği geliştirmek veya arttırmak için gerekli teknikler veya araçlardır (Besen, 1994).

1.3. Performans Yönetimi

Performans yönetimi yeni bir kavramdır. Bununla beraber, yönetimin planlama ve denetim işlevlerinin, daha geniş sınırlar içinde ve performans kavramındaki gelişmeler çerçevesinde uygulanmasına yöneliktir. Dolayısıyla gelişmiş bir yönetim anlayışından başka bir şey değildir. “Verimlilik yönetimi”, “Yönetim kontrol sistemi” olarak da adlandırılan performans yönetimi, örgütü istenen amaçlara yöneltme amacıyla,

- (i) Örgütün mevcut ve geleceğe ilişkin durumları ile ilgili bilgi toplama ve bunları karşılaştırma
- (ii) Performansın sürekli gelişimini sağlayacak yeni ve gerekli düzenlemeleri ve etkinlikleri başlatma ve sürdürme

görevlerini yüklenen bir yönetim sürecidir (Akal, 1998).

Yöneticiler performans ölçümü sonuçlarından ne beklentileri varsa ya da en azından ne umuyorlarsa, o oranda belirli bir yatırımı yüklenmiş olmalıdırlar. Örneğin; personele ait performans yönetiminde, yöneticiler marjinal davranışları tanımlamak, çalışanların gelişimine yardım etmek, bir çalışanın ilerlemesi için potansiyelini tayin etmek ve ayırıcı durumlarda yani çalışanlar arasında ayırım yapmada geçerli bir şekilde hareket edebilmek için bazı değerlendirmeler yapmalıdırlar. Bunun için de sistemli bir performans ölçüm ve denetimine ihtiyaç vardır. Bu da genel olarak “Performans Yönetimi” anlayışının benimsenmesiyle gerçekleştirilebilir (Besen, 1994).

Performans yönetimi anlayışında, yönetim görevleri üç ana başlıkta özetlenebilir:

1. Örgütün ortak amacını, örgütü oluşturan en alt sistemlere kadar bu sistemlerin özel amaçlarını da içerecek biçimde tüm örgüte yaymak ve benimsetmek,
2. Örgüt içinde yukarıdan aşağıya ve aşağıdan yukarıya bilgi akışını sağlayacak bir iletişimi gerçekleştirmek,
3. Yönetilen birimlerin performansını sürekli geliştirmek, bu amaçla işletmenin tümü ya da istenen birimleri için ve özellikle çalışanlar için bir performans ölçüm ve denetim sistemini uygulamaktır.

Performans yönetiminde bu görevler, klasik yönetim görevlerinde olduğu gibi planlama, yöneltme ve kontrol işlevleri kapsamında gerçekleştirilir (Akal, 1998).

Konuya ilave olarak, Performans yönetimindeki yönetimin VZA kapsamında, Yönetici Davranışı Performans Analizi de yapılabilmektedir. Bu analiz ile yöneticilerin geleceğe dönük

büyüme ve/veya gelişme konusuna bakışlarının bir değerlendirmesi yapılmak istenebilir. Bu konuda yapılmış olan bir uygulama örneği, aşağıda adı geçen kaynakda ayrıntılı bir şekilde bulunabilir (Gülen, 1994).



2. PERFORMANS ÖLÇÜM MODELLERİ

Performansın oldukça geniş bir kavram olması, performans ölçümünde çeşitli etkinlik ve/veya verimlilik ölçüm yöntemlerinden yararlanılmasını gerekli hale getirmiştir. Zira performans ölçümlerinin çok boyutluluğu (etkinlik, etkililik, verimlilik ve kalite gibi boyutları içermesi) ölçümü yapılacak birimin (ekonomik birim, karar verme birimi) değişik açılardan incelenmesini zorunlu kılmaktadır.

Performans ölçümünde çok sayıda model önerilmiştir. Ancak bu bölümde ölçümü yapılacak birim olarak işletmeler ele alınmış, dolayısıyla işletme performans ölçüm modelleri detaya girilmeyecek şekilde genel olarak tanımlanmış ve **Veri Zarflama Analizi**'nin bu modeller içindeki genel konumu ve karşılaştırılması yapılmıştır.

İşletmeler için performans ölçümünde tek bir modelden söz etmek imkansızdır. Çünkü işletmeler birbirleriyle ilişkili ve çok değişkeni içeren karmaşık bir düzendir. Bu düzendeki değişkenler ve ilişkiler işletmeden işletmeye, endüstriden endüstriye değişiklik göstermektedir. Bundan dolayı olası tüm değişimleri ve ilişkileri içeren genel amaçlı, standart göstergelerin ve modellerin geliştirilmesi oldukça zordur. Ancak yine de çeşitli varsayımlar ve basitleştirmelerle değişik modeller geliştirilmektedir. Bu modeller işletme düzeyinde, her işletmenin özel durumlarına uygun olarak ayrıntıya inen ayarlamalar ve gelişmelerle uygulanır biçime getirilmektedir.

Ölçüm modelleri iki açıdan tartışılabilir. Birincisi, çeşitli kurumlar ya da yazarlar tarafından geliştirilmiş modelleri, işletmenin gereksinimlerine tam yanıt veriyorsa aynen uygulama aksi halde eklemeler ya da düzeltmeler yaparak işletmenin gereksinimlerine uydurma yoludur. İkinci yaklaşım, tamamen çalışma grubunun bilgi ve deneyimlerine ve işletmenin gereksinimlerine göre bir dizi göstergenin geliştirilmesi ve bu göstergeler arasında istenen yönde bağlantılar kurularak çok yönlü bütünlük veya bireysel sistemlerin hazırlanmasıdır. Ölçüm modelleri olarak, toplam faktör verimlilik modelleri, çok faktörlü verimlilik modelleri, omax yöntemi, amaçlara göre yönetim modelleri, finansal analiz modelleri, maliyet analiz modelleri vb. çok çeşitli modeller sayılabilir. Ancak tam anlamıyla mükemmel bir modelin olamayacağı ve bu nedenle her modelin kendi içinde tutarlı olmasına karşın, uygulama

sırasında bazı aksamalar olabileceği unutulmamalıdır. Bu nedenle seçilen yöntemin belli bir uygulama sürecine tabi tutulması gerekmektedir.

İşletmelerin performans ölçümüne ilişkin yaptıkları çalışmalarda izledikleri analiz yöntemleri genel olarak üç başlık altında toplanabilir (Besen, 1994).

2.1. Oran Analizi

İşletme performansının ölçülmesinde kullanılan yöntemlerden en basit ve yaygın olarak kullanılanı **oran** analizleridir. En iyi bilinen oranlar finansman ve üretim yönetimi için olanıdır. Oran analizleri oldukça az bilgiye gereksinim duydukları için yaygındır ve genellikle bir girdi ve bir çıktı ile sınırlandırılmış yapılarından dolayı oldukça da dar kapsamlıdır. Bu yaklaşımda, herbir oran performansla ilgili boyutlardan sadece bir tanesini gözönüne alırken, diğerlerini gözardı etmektir. Örneğin; finansal analizlerde kullanılan oranlar (likidite, mali yapı, faaliyet, karlılık vs.), o faaliyet dönemi içindeki olayların yorumunu, yalnızca ilgili orana konu olan kalemler bazında yaparlar (Besen, 1994).

Başka bir deyişle oran analizi, fiili olarak gerçekleşen verilerin değerlendirilmesini yapar, yani geçmişe dayalı (ex post) bir değerlendirme yöntemidir (Gülen, 1994).

Oran analizinin sonucunda bulunan oranlardan bazıları, işletmenin son derece başarılı olduğu görünümünü verirken, diğer taraftan bazıları da işletmenin son derece başarısız olduğu sonucuna varabilmektedir. Bu olumsuzluk giderilmeye çalışılmışsa da tek boyutlu yapıdan kurtulanamamıştır (Besen, 1994).

2.2. Parametrelili Yöntemler

Bu yöntemlerde, etkinlik ölçümü gerçekleştirilecek olan endüstri dalına ilişkin üretim fonksiyonunun, analitik bir yapıya sahip olduğu varsayımı yapılır ve bu fonksiyonun parametrelerinin belirlenmesine çalışılır. Verimlilik ve etkinlikle ilgili yazılarda çok yaygın şekilde kullanılan “Cobb-Douglas” tipi üretim fonksiyonuna ilişkin parametrelerin belirlenmesi bu tür yöntemlere örnek olarak gösterilebilir. Parametrelili yöntemlerle performans ölçümünde, genel olarak regresyon teknikleri ile tahmin yapılırken, üretim

fonksiyonu genellikle tek bir çıktı ile birçok girdiyi ilişkilendirerek tanımlanmaktadır. Ayrıca çok girdili ve çok çıktılı parametrelili yöntemler de mevcuttur.

Regresyon analizi, çok girdi ve çıktıları içerebildiğinden oran analizine göre daha kapsamlıdır. Fakat bununla beraber pekçok sorunu da vardır. Bunlardan biri merkezi eğilim tahmininde en küçük kareler metodunun kullanılmasının doğurduğu sonuçlardır (Besen, 1994).

2.3. Parametresiz Yöntemler

Parametrelili yöntemlere bir alternatif olarak ortaya çıkmıştır ve genel olarak matematik programlamayı çözüm tekniği olarak benimsemiştir. Parametresiz yöntemler üretim fonksiyonunun ardında herhangi bir analitik formun varlığını öngörmez. Bu açıdan daha esneklerdir. Ayrıca çok girdili ve çok çıktılı üretim ortamlarında etkinlik ölçümü için oldukça uygun bir yapıya sahiptir. Parametresiz etkinlik ölçütlerinin büyük çoğunluğu girdi ve çıktı ölçüm birimlerinden bağımsız olduğundan işletmenin değişik boyutlarının aynı anda ölçülebilmesine imkan sağlamaktadır. Bu ölçütler her bir karar birimi için göreceli etkinliği hesaplarlar amaç fonksiyonlarını ayrı ayrı optimize ederler ve her bir karar biriminin en uygun kümesini belirlerler. Oysa parametrelili yöntemler endüstri grubunun tümünü gözönüne alıp ortalama etkinliğe göre ölçüm yapmaktadırlar. Bu yöntemlerde gözlem kümesi, etkin olan ve etkin olmayan şeklinde iki ana gruba ayrılır ve etkin olmayan her bir karar biriminin etkin hale dönüştürülmesi için ne gibi önlemler alınmasına ilişkin önemli bilgiler türeterek yöneticilere yol gösterirler. Ancak her yöntemin olduğu gibi bu yöntemin de bazı eksik tarafları vardır. Bunların başında parametrik etkinlik ölçümlerinde kullanılan girdi ve çıktı verilerinde olabilecek hatalardır. Bu verilerin hatalardan arındırılması için özen gösterilmelidir. Ayrıca seçilen girdi ve çıktı bileşenlerinin, üretim dönüşümünü iyi bir şekilde temsil edemediği durumlarda da etkinlik ölçümü başarısız olmaktadır (Besen, 1994).

2.4. Toplam Performans Ölçüm Modelleri

Toplam performans kavramı, işletmenin bir bütün olarak ele alınarak, geniş anlamda performans değerlendirilmesinin yapılması ihtiyacından ortaya çıkmıştır. Performans ifadesinin dar anlamdaki karlılık ve verimlilik boyutlarının yanında etkinlik, verim ve kalite gibi daha yeni boyutları da içeren bir kavram olarak algılanmaya başlanması, ölçüm

sistemlerinde de çok boyutluluğu getirmiştir. Toplam performans ölçüm modellerinde temel görüş, işletmede toplam performansı geliştirmek amacıyla, örgütsel amaçlara yönelik gelişmelerin değerlendirilebilmesidir.

Buradaki önemli nokta, etkinlik ve verimlilik ölçümüne yönelik çalışmaların sadece imalat sektörü için değil, bir o kadar önemli olan hizmet sektörü için de uygulama olanağının olmasıdır. Şimdi toplam performans ölçümüyle ilgili pekçok yaklaşımdan sadece üç tanesini ele alalım (Besen, 1994).

2.4.1. Toplam Faktör Verimliliği – Çok Faktörlü Ölçüm Modelleri

2.4.1.1. REALST (Resource Allocation Strategy – Kaynak Dağılım Stratejisi)

John Parsons tarafından geliştirilmiş bu model kar değişimlerine yol açan verimlilik ve fiyat değişimlerinin etkilerini birlikte değerlendirmektedir. Modelin en önemli yararlarından biri, herbir girdi kaynağının kara olan katkısını ortaya koyarak, işletmeye verimlilik hedeflerine ulaşabilmesi için kaynaklarını yeniden dağıtma aşamasında yol gösterebilmesidir. REALST yaklaşım ile yönetim, karı etkileyen kontrol edilebilir etmenleri belirleyip bunların kara olan etkisini görmektedir. Böylece işletmenin uzun dönemli rekabet durumunu kontrol altına alabilme olanağı da yaratılmış olur (Akal, 1998).

2.4.1.2. APC Modeli – Amerikan Verimlilik Merkezi Modeli

Modelde verimlilik, kaynak kullanımlarına ilişkin kısmi ve toplam verimlilik olarak ele alınır ve işletmenin birim maliyet değişikliklerinin fiyatlarla dengelenmesi hedeflenir. **Çıktı değeri**, çıktı miktarıyla birim fiyatın çarpımına; **girdi değeri**, tüketilen miktar ile birim maliyetin çarpımına; **verimlilik** ise karlılığın fiyat kurtarmasına (girdi maliyetleri ile satış fiyatları arasındaki değişim) bölümüdür. Ölçüm mevcut dönem ile baz alınan dönem arasında yapılır. Bu suretle performans oranları hesaplanır. Fiyat kurtarmadaki, karlılıktaki ve verimlilikteki değişimler hesaplanır. Değişimin 1'den büyük olması olumlu yönde olmaktadır. İkinci aşamada bu değişimlerin parasal etkileri bulunur ve bu üçünden hangisinin daha çok kar getirdiği bulunur. Burada iki dönem verimliliklerinin karşılaştırılması esas alınır ve dönemsel değişimler yorumlanır. Ancak herbir girdi ve çıktı elemanının miktar, fiyat ve değer olarak belirtilmesi zorunluluğu modelin zayıf yönüdür (Besen, 1994).

2.4.2. OMAX (Objective Matrix) Modeli

J.L.Riggs tarafından geliştirilen bu model de, bir toplam performans göstergesi elde etmek için, çeşitli performans göstergeleri ağırlıklandırılarak bir arada değerlendirilir. Bu yöntemde gerçek çıktı yerine, bunun yerine geçebilecek diğer göstergelerin kullanımı özendirilmektedir. Gerçek çıktıların ölçülebildiği yerlerde böyle bir sorun çıkmaz ancak çıktının tanımlanmasının ve ölçülmesinin zor olduğu durumlarda bu özendirme yararlı olmaktadır. Yöntemin ana özelliği, performansı belirleyen göstergelerin belirlenmesinde izlenen yaklaşımdır. Bu yaklaşımın temeli, performans ölçütlerinin örgüt çalışanlarınca belirlenmesidir. Hangi etkinliklerin ve çabaların örgüt performansını olumlu olarak destekleyeceğini, hangilerinin etkisiz ya da önemsiz olabileceğini çalışanlar çok daha kolay değerlendirebilirler.

Bu modelin en önemli özelliği matris şeklinde gösterime sahip olması ve çok boyutlu uygulama kolaylığı getirmesidir. Uygulamanın başarısı, işletmede tüm örgüte yönelik hedeflerin ve stratejilerin belirlenmiş, önceliklerinin saptanmış ve performans geliştirmeye yönelik taktik planlarının hazırlanmış olmasına bağlıdır (Akal, 1998).

2.4.3. Veri Zarflama Analizi :

Daha sonra ayrıntılı şekilde verilecektir.

2.5. Performans Ölçüm Modellerinin Karşılaştırılması

Performans ölçüm modelleri yapısal açıdan üç farklı gruba ayrılıp, bunların çeşitli ölçütlere göre karşılaştırılması yapılırsa Çizelge 2.1 elde edilecektir. Çizelge 2.2’de ise, toplam performans ölçüm modellerinin çeşitli ölçütlere göre karşılaştırılması yapılmıştır. Görüleceği gibi sözü edilen tüm modellerin ortak ve ayrıldığı pek çok nokta vardır. Bu toplam performans ölçüm modelleri, genellikle dinamik ve bütünlük bir yapıda kurulan ve çoğunlukla bilgisayara dayanan ölçüm modelleridir. İşletmedeki tüm değişimleri ve ilişkileri yansıtan genel amaçlı, standart göstergelerin ve modellerin geliştirilmesinin imkansız olmasından dolayı modellerden herhangi birinin en ideal olduğunu söylemek de imkansızdır.

Sonuç olarak; REALST ve APC modellerinin birbirine benzer özellik gösterdiği, fakat OMAX ve VZA (Veri Zarflama Analizi) modelinin farklı yapıya sahip olduğu, hatta VZA modelinin çok girdili/çok çıktılı ortamlar için iyi sonuçlar verdiği söylenebilir. Bunun yanında hizmet sektöründe de oldukça başarılı sonuçlar alınmaktadır (Besen, 1994).

Çizelge 2.1 Performans Ölçüm Yöntemlerinin Karşılaştırılması (Besen, 1994; s78)

KARŞILAŞTIRMA ÖLÇÜTLERİ	YÖNTEM SINIFI		
	ORAN ANALİZİ	PARAMETRELİ YÖNTEMLER	PARAMETRESİZ YÖNTEMLER
Çözüm Tekniği	Oranlamalar	Regresyon	Matematik Programlama
İçerik	Tek Girdi/Tek Çıktı (Tek Boyutlu)	Çok Girdi/Tek Çıktı (Tek Boyutlu)	Çok Girdi/Çok Çıktı (Çok Boyutlu)
Ön Hazırlık (Veri Temini)	Basit	Basit(Ölçümü yapılacak birim analitik forma uygun olmalı)	Detaylı(Kullanılacak girdi ve çıktılarına bağlı)
Uygulama	Kolay	Kolay	Kolay(Detaylı)
Performans Ölçümüne Uygunluğu	Kısıtlı	Kısıtlı	Geniş

Çizelge 2.2 Toplam Performans Ölçüm Modellerinin Karşılaştırılması (Besen, 1994; s79-80)

KARŞILAŞTIRMA ÖLÇÜTLERİ	MODEL SINIFI			
	REALST Modeli	APC Modeli	OMAX Modeli	VZA Modeli
Çözüm Tekniği	Değişim Oranları (Girdi/Çıktı miktar ve fiyatındaki değişimler)	Değişim Oranları (Verimlilik, karlılık ve fiyat için index oluşturma)	Matris (Performans ölçütlerinin puanlamasını ve performans göstergesini içerir.)	Matematik (Oransal model hariç, lineer programlamayı içerir.)
İçerik	Çok Boyutlu	Çok Boyutlu	Çok Boyutlu	Çok Boyutlu
Ön Hazırlık	Kısa (Oranlar için veriler hazırsa).	Kısa (Oranlar için veriler hazırsa).	Uzun (Düzeylerin Belirlenmesi).	Kısa (Karar biriminin ve girdi/çıktıların belirlenmesi).
Veri Temini	Bazı girdi elemanları için zor.	Bazı girdi elemanları için zor.	Örgüt çalışanları tarafından düzeylerin belirlenmesiyle kolay.	Kullanılacak girdi ve çıktıya bağlı.
Hesaplama	Kısa fakat ayrıntılı.	Kısa fakat ayrıntılı.	Kısa fakat ayrıntısız.	Uzun ve ayrıntılı.
Uygulama	Veri tabanına bağlı.	Veri tabanına bağlı.	Zor (Çalışanların katılımıyla kolay).	Kolay (Oransal model hariç).
Yorumlama	Kolay ve uzun dönemli.	Kolay ve orta dönemli.	Kolay ve kısa dönemli.	Kolay ve uzun dönemli.
Performans Hedefi (Ölçüm Birimi)	Karlılık (Girdilerden yararlanma ve kapasite kullanma düzeyleri).	Karlılık (Verimlilik ve fiyat kurtarma).	Verimlilik Gelişimi	Etkinlik.
Performans Odağı	Tekil	Tekil	Çoğul ve Tekil	Çoğul ve Tekil
Sektörel Uygunluk	İmalat	İmalat	İmalat/Hizmet	İmalat/Hizmet

3. ETKİNLİK ÖLÇÜTLERİNİN TEMEL KAVRAMLARI

Etkinlik üretim odaklı bir kavram olması nedeniyle, bu bölümde öncelikle üretim teorisinin temelinde yatan bazı önemli kavramlar ve varsayımlara yer verilecektir. Ardından bu kavramların ışığı altında etkinlikte sıkça rastlanılan üretim imkan kümeleri ve bu kümelerin etkinlik sınırları belirlenecektir. Daha sonra, parametresiz etkinlik ölçütleri genel bir kuramsal çatı altında toplanmaya çalışılacaktır.

3.1. Üretim İmkan Kümeleri

Üretim teknolojisi, bir üretim sürecinde girdilerin çıktılara dönüştürülmesi şeklinde basit olarak tanımlanabilir. Bu dönüşümün etkin bir şekilde gerçekleştirilebilmesi, belirli bir girdi bileşimini kullanarak en çok çıktıyı elde etmekle ya da belirli bir çıktı bileşimini en az girdiyi kullanarak elde etmekle olasıdır. Üretim İmkan Kümeleri (Production Possibility Sets) ise belirli bir üretim teknolojisi tarafından mümkün kılınan etkin ya da etkin olmayan tüm girdi/çıktı dönüşümlerini içerirler.

Herhangi bir endüstri dalında etkinlik ölçümü yapabilmek için, öncelikle o işletmeyi oluşturan çeşitli ekonomik karar birimlerinin kullandıkları girdi ve çıktı miktarlarının ölçümüne gereksinim duyulur. Gözlemlenmiş girdi/çıktı değerlerinden hareket edilerek söz konusu işletmeye ait üretim imkan kümeleri aşağıda tanımlanacak olan bazı anlamlı varsayımların kabulü ile elde edilirler. Ancak bundan önce bu bölümde kullanılacak olan matematiksel yazılımın tanıtılması ile başlayalım:

$G = \{1, 2, \dots, n\}$: Gözlem Kümesi

$X \in \mathcal{R}_+^{m \times n}$: Gözlemlenmiş Girdi Matrisi

$Y \in \mathcal{R}_+^{p \times n}$: Gözlemlenmiş Çıktı Matrisi

(x, y) : Üretim İmkan Kümesine ait herhangi bir üretim ya da girdi/çıktı vektörü

$T \in \mathfrak{R}_+^m \times \mathfrak{R}_+^p$: Üretim İmkan Kümesi (ÜİK)

$E(T) \subset T$: Üretim İmkan Kümesinin Etkinlik Sınırı

$E(x, y, X, Y)$: Etkinlik Ölçütü

Etkinlik açısından birbirleri ile karşılaştırmayı arzuladığımız aynı endüstri dalına ait olan n tane karar birimini gözönüne alalım. Herhangi bir karşılaştırma yapabilmek için, aynı tür girdileri kullanarak aynı türde çıktıları üretmeleri ya da gözlem kümesinin (G) homojen bir yapıya sahip olması gerekmektedir. Ayrıca herbir karar biriminin m tane girdi kullanarak p tane çıktı ürettiğini varsayalım. $X \in \mathfrak{R}_+^{m \times n}$ girdi matrisinin herbir kolonu (X^j) $j = \{1, 2, \dots, n\}$ karar birimine ait girdi kullanımını, herbir satırı (X_i) de $i = \{1, 2, \dots, m\}$ girdi türü için gözlem kümesindeki karar birimlerinin söz konusu girdiden ne kadar kullandıklarını belirtmektedir. X_{ij} ise, j karar birimi tarafından kullanılan i 'inci girdi miktarına karşılık gelmektedir. Benzer şekilde, $Y \in \mathfrak{R}_+^{p \times n}$ çıktı matrisi herbir kolonu (Y^j) , herbir satırı da (Y_r) şeklinde ifade edilebilir. Y_{rj} ise j karar birimince üretilen r 'inci çıktı düzeyine karşılık gelmektedir. Ayrıca ÜİK'sine ait herhangi bir girdi (x) vektörünün i 'inci bileşeni x_i , transpozisi de x' şeklinde yazılacaktır. e' ise $(1, 1, \dots, 1)$ birim vektörüne karşılık gelmektedir.

Etkinlik ölçümü yapan analist için söz konusu endüstri dalına ait ÜİK'sini kesin olarak tanımlayabilmek oldukça güçtür. Bu nedenle, etkinlik yazınında genellikle bir gözlem kümesine ait gözlemlenmiş girdi ve çıktı bileşimlerinden hareket edilerek ve gerçekçi varsayımların kabulü ile çeşitli ÜİK'leri tanımlanmaktadır. Burada sıkça başvuru alan varsayımlar verilmiştir.

1. Varsayım :

a) $(x, y) \in T$, $y \neq 0$, $x \neq 0$

b) $(x, y) \in T$, x sınırlı ise, o halde y 'de sınırlıdır.

Yorum : a) Pozitif bir çıktı vektörünü elde edebilmek için yine pozitif bir girdi vektörüne gereksinim vardır.

b) Eğer girdi vektörü sonlu ise, o girdi vektörü ile elde edilen çıktı vektörü de sonludur.

2. Varsayım : a) Eğer $(x, y) \in T$ ve $x' \geq x$ ise, o halde $(x', y) \in T$ 'dir.

b) Eğer $(x, y) \in T$ ve $y' \leq y$ ise, o halde $(x, y') \in T$ 'dir.

Yorum : a) Eğer bir çıktı bileşimi herhangi bir girdi bileşimi ile elde edilebiliyorsa, aynı çıktı vektörü daha fazla girdi kullanılarak da elde edilebilir.

b) Eğer belirli bir girdi bileşimi ile belirli bir çıktı vektörü üretebiliyorsa, o halde aynı girdi vektörü ile daha az çıktı da elde edilebilir.

3. Varsayım : Eğer $(x^k, y^k) \in T \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, q\}$ ve $e' \lambda = 1$,
 $\lambda \geq 0$ ise, o halde $(x = x^k \lambda, y = y^k \lambda) \in T$ 'dir.

Yorum : Üretim İmkan Kümesine ait girdi/çıkış vektörlerinin dışbükey bileşimi (konveks kombinasyonu) şeklinde elde edilen vektörler de, gerçekleşmesi olası girdi/çıkış vektörü gibi, anlamlı bir üretim vektörü olarak kabul edilebilirler ($\lambda \in \mathbb{R}_+^n$: yoğunluk (intensite) vektörü olarak adlandırılır).

4. Varsayım : a) Eğer $(x, y) \in T$ ise, o halde $(kx, ky) \in T, k \in (0, 1]$ 'dir.

b) Eğer $(x, y) \in T$ ise, o halde $(kx, ky) \in T, k \in [1, \infty)$ 'dir.

Yorum : Bu varsayım ölçek etkisini gözönüne alır. Herhangi bir ölçekte elde edilen girdi/çıkış vektörü a) daha küçük ya da b) daha büyük ölçeklerde de elde edilebilir.

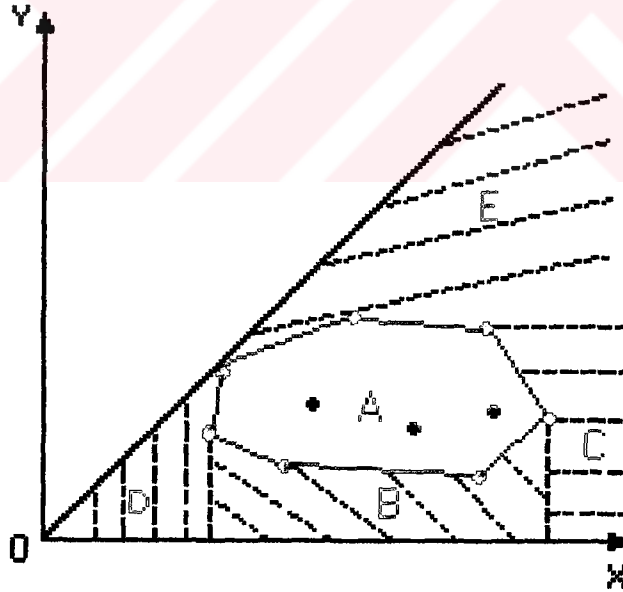
5. Varsayım : Bütün $(X^j, Y^j) \in T, \forall j \in G$ 'dir.

Yorum : Gözlem kümesini oluşturan girdi/çıktı vektörlerinin hepsinin endüstri dalına ait üretim teknolojisini anlamlı bir şekilde temsil ettikleri ve ampirik (gözlemsel) ÜİK 'sini türetebilecek derecede gerçekçi oldukları varsayılmaktadır.

6. Varsayım : T yukarıdaki varsayımların bileşimini içeren en küçük ÜİK' sidir.

Yorum : Üretim teknolojisi ile ilgili herhangi bir önbilginin bulunmadığı durumlarda, mevcut gözlemler arasında en az girdi ile en çok çıktıyı üretenlerden daha iyi ya da daha etkin bir girdi/çıktı karmasının varlığı kabul edilemez.

Yukarıda sayılan çeşitli varsayımların gözönüne alınmasıyla etkinlik yazınında çeşitli ÜİK'leri tanımlanmaktadır. Elde edilen ÜİK'sinin anlamlı olabilmesi, seçilen varsayımların incelenen endüstri dalına ait üretim teknolojisini ne derece gerçekçi bir şekilde temsil ettiğine bağlıdır. Değişik varsayımların kabulü ile literatürde önerilen bazı ampirik ÜİK'lerini Şekil 3.1'in yardımıyla sırasıyla incelemeye çalışalım.



Şekil 3.1 Değişik varsayımların kabulü ile önerilen ampirik Üretim
İmkan Kümeleri (Yolalan , 1993; s11)

Şekil 3.1'de bir tek girdi kullanarak bir tek çıktının elde edildiği üretim ortamı gözönüne alınmıştır. Şekildeki noktalar, uygulamada gözlemlenen üretim vektörlerini (girdi/çıktı

vektörlerini) temsil etmektedirler. Şimdi bu gözlemlerden (noktalardan) hareket ederek, yukarıdaki varsayımlardan bazılarının kabulüyle, etkinlik ölçümü uygulamalarında sıkça başvuru alan “ampirik” ve “konveks” (dışbükey) ÜİK’lerini tanımlamaya çalışalım.

İlk olarak, 1,3,5 ve 6 numaralı varsayımların kabulü ile A üretim alanı tanımlanır. Bu alana karşılık gelen ÜİK ise matematiksel olarak şu şekilde ifade edilebilir:

$$T_A = \{(x, y) : x = X\lambda, \quad y = Y\lambda, \quad e'\lambda = 1, \quad \lambda \geq 0\}$$

Varsayım 2b’nin kabulü ile ÜİK’si Şekil 3.1’deki A ve B alanlarının bileşimi şeklinde büyütülebilir, yani;

$$T_{A \cup B} = \{(x, y) : x = X\lambda, \quad y \leq Y\lambda, \quad e'\lambda = 1, \quad \lambda \geq 0\}$$

dir.

Buna ek olarak **Varsayım 2a**’nın kabulü ile de, $A \cup B \cup C$ alanı ile belirlenen ÜİK’si üretilmesi olası girdi/çıktı karmalarını içerir. Bu durumda, Ölçeğe Göre Değişen Getirili ÜİK’si elde edilmektedir, yani;

$$T_{A \cup B \cup C} = \{(x, y) : x \geq X\lambda, \quad y \leq Y\lambda, \quad e'\lambda = 1, \quad \lambda \geq 0\}$$

dir.

Eğer sadece **Varsayım 4a** kabul edilirse, $A \cup B \cup C \cup D$ alanını kapsayan ve daha küçük ölçeklerde de aynı üretimin mümkün olduğu anlamına gelen Ölçeğe Göre Azalan Getirili ÜİK’si belirlenir, yani;

$$T_{A \cup B \cup C \cup D} = \{(x, y) : x \geq X\lambda, \quad y \leq Y\lambda, \quad e'\lambda \leq 1, \quad \lambda \geq 0\}$$

dir.

Eğer sadece **4b** gözönüne alınırsa, bu kez $A \cup B \cup C \cup E$ alanını içeren Ölçeğe Göre Artan Getirili ÜİK’si belirlenir, yani;

$$T_{A \cup B \cup C \cup E} = \{(x, y) : x \geq X\lambda, \quad y \leq Y\lambda, \quad e'\lambda \geq 1, \quad \lambda \geq 0\}$$

dir.

4a ve 4b Varsayımlarının her ikisinin de aynı anda kabul edilmesiyle $A \cup B \cup C \cup D \cup E$ alanından oluşan Ölçeğe Göre Sabit Getirili ÜİK'si elde edilir, yani;

$$T_{A \cup B \cup C \cup D \cup E} = \{(x, y) : x \geq X\lambda, \quad y \leq Y\lambda, \quad \lambda \geq 0\}$$

dir.

Bu ÜİK, daha önce belirtilen tüm ÜİK'lerini içine alan ve belirli bir gözlem kümesinden hareket ederek yukarıda tanımlanan varsayımların kabulüyle elde edilen en büyük konveks kümedir (Yolalan, 1993).

3.2. Etkinlik Sınırı

Belirli bir gözlem kümesinden hareket edilerek gözönüne alınan varsayımların ışığı altında çeşitli konveks ÜİK'leri türetilabilmektedir. Birkez ÜİK tanımlandıncı, o kümenin **etkinlik sınırı** (efficiency frontier) da bir alt küme olarak belirlenebilir ($E(T) \subset T$). Matematiksel olarak bu altküme:

$$E(T) = \{(x, y) : x' \leq x, \quad y' \geq y, \quad (x', y') \neq (x, y) \Rightarrow (x', y') \notin T\}$$

olarak yazılabilir. Bu, şu anlama gelmektedir; etkinlik sınırı $E(T)$ üzerinde yeralan bir (x, y) üretim vektöründen daha az girdi kullanarak daha fazla çıktı elde eden başka bir (x', y') üretim vektörü söz konusu T ÜİK'sine ait olamaz (Yolalan, 1993).

3.3. Ölçeğe Göre Getiri Kavramı

Konveks bir ÜİK'si için herhangi bir $(x, y) \in T$ noktasının etkinlik sınırına ait olması için, yani $\{(x, y) \in E(T)\}$ için bu nokta üzerinden geçen ve ÜİK'si T 'ye teğet olan herhangi bir yüzey varsa;

$$\mu'Y - v'X - \omega e' \leq 0$$

$$\mu'y - v'x - \omega = 0$$

$$\mu > 0$$

$$v > 0$$

ω : seçilen ÜİK'sine bağlı

olmasıdır.

μ ve v vektörleri etkinlik yüzeylerini (ÜİK'sine teğet olan hiper düzlemleri) belirleyen pozitif normal vektörlerdir. Ayrıca bu vektörler etkinlik sınırı üzerinde üretim faktörleri arasındaki marjinal ikame oranları ile üretim faktörlerinin marjinal üretkenlik değerlerini de belirler.

ω değeri ise seçilen ÜİK'sine bağlı olarak etkinlik sınırı üzerinde ölçeğe göre getirinin belirlenmesine yarar. Ölçeğe göre getiri kavramları şu şekilde tanımlanabilir:

(i)- Ölçeğe Göre Değişen Getiri Kavramı (ω serbest değişken) :

ω değeri üzerinde herhangi bir kısıtlama bulunmaması, etkinlik sınırı üzerinde ölçeğe göre aynı zamanda hem azalan, hem artan, hem de sabit getiri kavramlarının varolabileceği anlamına gelir.

(ii)- Ölçeğe Göre Azalan Getiri Kavramı ($\omega \geq 0$) :

Girdi vektöründeki herhangi radyal bir artış (bütün girdi bileşenlerinin aynı oranda artışı) çıktı vektöründe daha küçük bir radyal artışa neden olmaktadır.

(iii)- Ölçeğe Göre Artan Getiri Kavramı ($\omega \leq 0$) :

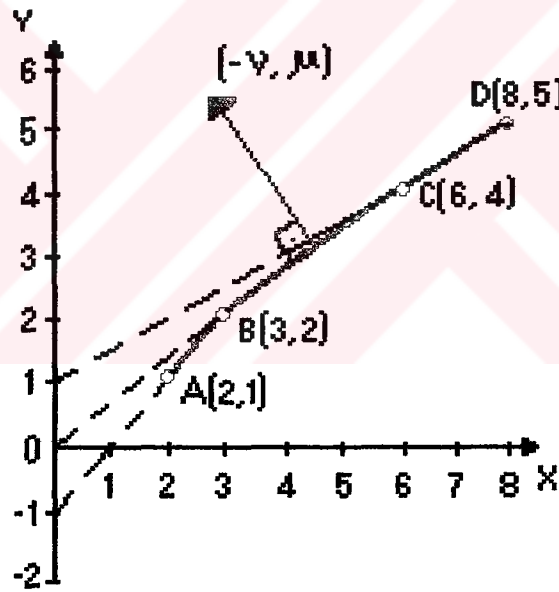
Girdi vektöründeki herhangi radyal bir artış çıktı vektöründe daha büyük bir radyal artışa neden olmaktadır.

(iv)- Ölçeğe Göre Sabit Getiri Kavramı ($\omega = 0$) :

Girdi vektöründeki herhangi bir radyal artış çıktı vektöründe aynı oranda bir artışa neden olmaktadır (Yolalan, 1993).

ω 'nin değerinin ölçek üzerindeki etkisini ve marjinal üretkenlik kavramını daha iyi anlamak için aşağıdaki örnek verilebilir (Gülen, 1994):

Örnek : Farklı girdi ve çıktı değerlerine sahip A, B, C ve D karar birimleri Şekil 3.2 deki gibi grafik olarak gösterilmiş olsun. Şekil 3.2’de karar birimlerini birleştiren doğruların eğimine bağlı olarak marjinal üretkenlikler;



Şekil 3.2 Örnek karar verme birimlerinin ölçeğe göre getiri durumu (Gülen ,1994; s46)

$[A, B]$ aralığı için;

$$\frac{\nu}{\mu} = \frac{2-1}{3-2} = 1 \Rightarrow \mu=1, \nu=1$$

$[B, C]$ aralığı için;

$$\frac{\nu}{\mu} = \frac{4-2}{6-3} = \frac{2}{3} \Rightarrow \mu=1, \nu=\frac{2}{3}$$

$[C, D]$ aralığı için;

$$\frac{\nu}{\mu} = \frac{5-4}{8-6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \mu=1, \nu=\frac{1}{2}$$

şeklinde hesaplanır.

Ölçeğe göre getiri durumunu belirleyen ω değerleri ise aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\mu^i y - \nu^i x - \omega = 0$$

$[A, B]$ aralığı için $(\mu=1, \nu=1)$ sırası ile $A(2;1)$ ve $B(3;2)$ değerlerini kullanarak;

$$1*1 - 1*2 - \omega = 0 \Rightarrow \omega = -1$$

ve

$$1*2 - 1*3 - \omega = 0 \Rightarrow \omega = -1$$

$[B, C]$ aralığı için $\left(\mu=1, \nu=\frac{2}{3}\right)$ sırası ile $B(3;2)$ ve $C(6;4)$ değerlerini kullanarak;

$$1*2 - \frac{2}{3}*3 - \omega = 0 \Rightarrow \omega = 0$$

ve

$$1*4 - \frac{2}{3}*6 - \omega = 0 \Rightarrow \omega = 0$$

$[C,D]$ aralığı için $\left(\mu=1, \nu=\frac{1}{2}\right)$ sırası ile $C(6;4)$ ve $D(8;5)$ değerlerini kullanarak;

$$1 * 4 - \frac{1}{2} * 6 - \omega = 0 \Rightarrow \omega = 1$$

ve

$$1 * 5 - \frac{1}{2} * 8 - \omega = 0 \Rightarrow \omega = 1$$

değerleri bulunur. Şekil 3.2'den de anlaşıldığı gibi doğru parçalarının (hiperdüzlem) herbiri farklı ölçeğe göre getiri durumlarını ifade eder ve $[A,B]$ için ölçeğe göre artan getiri ($\omega = -1 < 0$) durumu; $[B,C]$ için ölçeğe göre sabit getiri ($\omega = 0$) durumu; $[C,D]$ için ise ölçeğe göre azalan getiri ($\omega = 1 > 0$) durumu söz konusudur. Etkinlik sınırını oluşturan doğru parçaları (hiperdüzlemler) topluca şu şekilde ifade edilebilir:

$$S_1[A,B] = \left\{ \mu' y - \nu' x - \omega = 0; \mu = 1; \nu = 1; \omega = -1 \right\}$$

$$S_2[B,C] = \left\{ \mu' y - \nu' x - \omega = 0; \mu = 1; \nu = \frac{2}{3}; \omega = 0 \right\}$$

$$S_3[C,D] = \left\{ \mu' y - \nu' x - \omega = 0; \mu = 1; \nu = \frac{1}{2}; \omega = 1 \right\}.$$

B ve C karar birimleri iki hiperdüzlemin kesişim noktalarını oluşturdıklarından bunlara **referans karar birimi** denir.

Çizelge 3.1'de ölçek ekonomisi ile ilgili bazı bağlantılar verilmiştir (Yolalan, 1993):

Çizelge 3.1 Ölçek Ekonomileri ile ilgili Varsayımlar (Yolalan, 1993; s15)

Üretim İmkan Kümesi	ω değişkeni	$e'\lambda$ yoğunluk vektörü	Ölçek Ekonomisi	Kabul Edilen Varsayımlar
$T_{A \cup B \cup C}$	Serbest	$= 1$	Değişen Getiri	1,2,3,5,6
$T_{A \cup B \cup C \cup D}$	≥ 0	≤ 1	Azalan Getiri	1,2,3,4a,5,6
$T_{A \cup B \cup C \cup E}$	≤ 0	≥ 1	Artan Getiri	1,2,3,4b,5,6
$T_{A \cup B \cup C \cup D \cup E}$	$= 0$	Kısıtsız	Sabit Getiri	1,2,3,4,5,6

3.4. Parametresiz Etkinlik Ölçütleri

Seçilen varsayımların ışığı altında belirli bir gözlem kümesini temel alarak ÜİK ve onun etkinlik sınırı belirlendikten sonra, etkin olmayan girdi/çıkıtı dönüşümlerinin etkinlik düzeylerinin ölçülmesine sıra gelir. Bu çalışma çerçevesinde girdi ve çıktı fiyatlarının tüm karar birimleri için ayrı olduğu ya da tam olarak bilinemediği varsayımıyla fiyat etkinliği bir kenara bırakılarak sadece teknik ve ölçek etkinlik düzeylerinin ölçümüyle ilgili parametresiz etkinlik ölçütlerinin tanıtılması amaçlanmaktadır.

Parametrik olmayan etkinlik ölçütleri;

(i)- Girdiye

(ii)- Çıktıya

yönelik olmak üzere iki ana gruba ayrılabilirler. Girdiye yönelik olanlar, herhangi bir çıktı düzeyi için etkin olmayan karar birimlerinin girdilerini ne derece azaltmaları gerektiğini araştırırlar. Benzer şekilde, çıktıya yönelik etkinlik ölçütleri ise herhangi bir girdi bileşimi için etkin olmayan karar birimlerinin etkin duruma getirilebilmesi amacıyla çıktıları ne kadar artıracabilecekleri üzerinde dururlar.

Öncelikle basit bir şekil üzerinde etkin olmayan üretim dönüşümlerinin etkinlik düzeylerinin nasıl ölçülebileceklerini bir örnek üzerinde açıklamaya çalışalım.

- (i)- Teknik Etkinlik,
- (ii)- Ölçek Etkinliği ve
- (iii)- Toplam Etkinlik

şeklinde ayrıştırılabilir.

Şekil 3.3 D karar biriminin etkinlik düzeyi (Yolalan, 1993; s16)

(i)- Teknik Etkinlik

Daha önceden de açıklandığı gibi, ölçeğe göre değişen varsayımı yapan $T_{A \cup B \cup C}$ ÜİK'sinin etkinlik sınırı AB ve BC doğru parçaları tarafından belirlenmektedir. D noktası için;

$$\text{Girdiye yönelik teknik etkinlik ölçütü} = \frac{x^{D1}}{x^D}$$

$$\text{Çıktıya yönelik teknik etkinlik ölçütü} = \frac{y^D}{y^{Dr}}$$

oranlarıyla elde edilir. Şekil 3.3'den de görüldüğü gibi, ilk durumda AB doğru parçası, ikinci durumda ise BC doğru parçası etkinlik sınırını belirlemektedir. Doğal olarak, her iki yaklaşımda elde edilen teknik etkinlik ölçütlerinin değerleri birbirinden farklılık göstermektedir. Burada, $D1$ ve $D1'$ noktalarının gerçek bir gözlem olmasına karşın **3. Varsayımın** bir gereği olarak D gözleminin doğal etkinliğini ölçebilmek amacıyla etkinlik sınırının üzerinde **referans** bir karar birimi olarak kabul edildiğine dikkat çekmekte yarar vardır. $D1$ kuramsal referans birimi A ve B karar birimlerinin konveks kombinasyonu (dışbükey bileşimi); $D1'$ ise B ve C karar birimlerinin dışbükey bileşimi şeklinde elde edilir.

(ii)- Ölçek Etkinliği

Aynı gözlem kümesinden hareketle, eğer ölçeğe göre sabit getirim varsayımı yapılırsa, bu kez O ile B noktalarından geçen kesikli doğru $T_{A \cup B \cup C \cup D \cup E}$ ÜİK'sinin sınırını belirler. Bu durumda;

$$\text{Girdiye yönelik ölçek etkinliği} = \frac{x^{D2}}{x^{D1}}$$

$$\text{Çıktıya yönelik ölçek etkinliği} = \frac{y^{D1'}}{y^{D2'}}$$

oranlarıyla hesaplanır. $T_{A \cup B \cup C}$ ve $T_{A \cup B \cup C \cup D \cup E}$ ÜİK'leri arasındaki etkinlik farkı olarak da değerlendirilebilir.

(iii)- Toplam Etkinlik

Girdiye yönelik **toplam etkinlik** ise hem **teknik** hem de **ölçek** etkinliklerinin bileşimi şeklinde yani;

$$\text{Toplam Etkinlik} = \frac{x^{D2}}{x^D} = \frac{x^{D2}}{x^{D1}} \cdot \frac{x^{D1}}{x^D}$$

oraniyla, çıktıya yönelik durumdaysa;

$$\text{Toplam Etkinlik} = \frac{y^D}{y^{DZ}} = \frac{y^D}{y^{D1}} \cdot \frac{y^{D1}}{y^{DZ}}$$

oraniyla hesaplanır.

Mevcut gözlem kümesi içinde B noktası ölçek etkinliğine sahiptir. A ve C karar birimleri ise teknik olarak etkin fakat ölçek açısından etkin değildirler.

Parametresiz etkinlik ölçütlerini şimdi de matematiksel olarak ifade etmeye çalışalım.

$E(x, y, X, Y) : (x, y) \in T$ noktasının etkinlik ölçütüdür; eğer
 T , (X, Y) matrisi tarafından oluşturulmuşsa.

Genel olarak, parametrik olmayan bir etkinlik ölçütünden şu özellikler beklenir:

(i) - Ölçütün herhangi bir aralıkta normalize edilmesi,

$$E(x, y, X, Y) \in [0, 1] \quad \forall (x, y) \in T,$$

(ii) - Etkin olmayan karar birimlerinin etkinlik sınırına olan uzaklıkların ölçülebilmesi,

$$E(x, y, X, Y) = 1 \quad \forall (x, y) \in E(T),$$

$$E(x, y, X, Y) < 1 \quad \forall (x, y) \in T/E(T),$$

(iii) - Ölçütün herhangi bir aralıkta sürekli artan olması,

$$(x' \leq x \text{ ve } y' \geq y) \Rightarrow E(x', y', X, Y) \geq E(x, y, X, Y),$$

(iv) - Ölçütün girdi ve çıktı ölçüm birimlerinden bağımsız olması,

$$E(Bx, Ay, BX, AY) = E(x, y, X, Y) \quad (x, y) \in T$$

$\forall$ A ve B pozitif diyagonal (köşegen) matrislerdir.

Parametrik olmayan ve matematik programlama çözüm tekniğine dayanan etkinlik ölçütleri genel bir matematiksel ifadeyle şu şekilde tanımlanabilirler:

Amaç Fonksiyonu;

$$E(x, y, X, Y) = \text{Min } f(\alpha, \beta)$$

Kısıtlar:

$$X\lambda \leq \alpha$$

$$Y\lambda \geq \beta^T y$$

$$(X\lambda, Y\lambda) \in T = \{T_{A \cup B \cup C}, T_{A \cup B \cup C \cup D}, T_{A \cup B \cup C \cup E}, T_{A \cup B \cup C \cup D \cup E}\}$$

dir. Burada:

f : Azalmayan bir fonksiyon olup, $f(0,0) = 0$ ve $f(e,e) = 1$ 'dir.

α : Girdilere ait büzülme vektörü,

β : Çıktılara ait genişleme vektörü,

λ : Yoğunluk vektörü,

X : Gözlemlenmiş girdi matrisi,

Y : Gözlemlenmiş çıktı matrisi,

x : Göreli etkinliği ölçülen karar birimine ait girdi vektörü,

y : Göreli etkinliği ölçülen karar birimine ait çıktı vektörü,

e : Birim vektör

dür. Bu genel formülasyondaki amaç fonksiyonu hem girdi büzülmesinin hem de çıktı genişlemesinin bir fonksiyonu şeklinde ifade edilmiştir. Bunun yanında parametrik olmayan etkinlik ölçütleri;

1 - Radyal olan

2 - Radyal olmayan

olmak üzere iki ana gruba ayrılabilirler. **Radyal olanlar**, girdi vektörüne ait herbir bileşen için aynı oranda girdi büzülmesinin veya çıktı vektörüne ait herbir bileşen için aynı oranda çıktı genişlemesinin varolduğu kabulünü yapmaktadırlar. Oysa **radyal olmayan** etkinlik ölçütlerinde herbir girdi bileşeni için büzülme faktörü ya da herbir çıktı bileşeni için genişleme faktörü belirli oranlarda ağırlıklandırılarak hesaplanır. İşte bu radyallık kavramı bu α ve β vektörlerinin alabilecekleri özel hallere bağlıdır.

Aşağıda matris yazılımları yerine toplamsal yazılım kullanılarak bu özel hallerdeki etkinlik ölçütlerini inceleyelim:

1. Radyal Etkinlik Ölçütü

(i)- Girdiye Yönelik Radyal Etkinlik Ölçütü

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m ; \quad \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 1$$

Öncelikle söz konusu karar biriminin girdiye yönelik olması sebebiyle α büzülme vektörü kullanılacaktır. Aynı zamanda radyal olmasından dolayı α vektörünün bütün bileşenlerinin aynı oranda azaltılacağı varsayılmaktadır. Bununla beraber β vektörünün de bütün bileşenlerinin 1'e eşit olduğu varsayılmıştır. Bu tür etkinlik ölçütü ailesinden gelen girdiye yönelik Veri Zarflama Analizi sonraki bölümde geniş ve detaylı olarak anlatılacaktır.

Amaç Fonksiyonu:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Min } \alpha_i$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq \alpha_i X_{iB} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq Y_{rB} \quad r = 1, \dots, p$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j : \text{seçilen ÜİK' sine bağlı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\alpha_i \in (0,1] \quad i = 1, \dots, m$$

Yukarıdaki değişkenler;

X^B : B karar birimine ait girdi vektörü;

Y^B : B karar birimine ait çıktı vektörü;

X_{ij} : j 'inci karar birimi tarafından kullanılan i 'inci girdi;

Y_{rj} : j 'inci karar birimi tarafından üretilen r 'inci çıktı;

X_{iB} : B karar birimi tarafından kullanılan i 'inci girdi;

Y_{rB} : B karar birimi tarafından üretilen r 'inci çıktı;

α_i : i 'inci girdiye ait büzülme değeri ve

λ_j : j 'inci karar birimine ait yoğunluk değeri

olarak ifade edilmektedir ve bu bölümde bundan sonraki modellerde de değişkenler, aynı mantıktan hareketle benzer şekilde düşünülmelidir.

Bu modelde, etkinlik ölçümü yapılan ve gözlem kümesinin bir elemanı olan B karar birimi için girdi vektöründe X^B ne kadarlık bir radyal azaltmanın mümkün olabileceği araştırılmaktadır. Bunu gerçekleştirirken Y^B çıktı vektöründe herhangi bir radyal artış araştırılmamıştır. Aşağıdaki modelde ise çıktıların radyal olarak ne kadar artırılacağı sınanmaktadır.

(ii)- Çıktıya Yönelik Radyal Etkinlik Ölçütü

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 1 \quad ; \quad \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p$$

Söz konusu karar biriminin çıktıya yönelik olması sebebiyle β genişleme vektörü kullanılacaktır. Aynı zamanda radyal olmasından dolayı β vektörünün bütün bileşenlerinin aynı oranda arttırılabileceği varsayılmaktadır. Bununla beraber α vektörünün de bütün bileşenlerinin 1'e eşit olduğu varsayılmıştır. Bu tür etkinlik ölçütü ailesinden gelen çıktıya yönelik Veri Zarflama Analizi sonraki bölümde geniş ve detaylı olarak anlatılacaktır.

Amaç Fonksiyonu:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Max } \beta_r$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq X_{iB} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq \beta_r Y_{rB} \quad r = 1, \dots, p$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j : \text{seçilen ÜİK' sine bağlı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\beta_r \in [1, \infty) \quad r = 1, \dots, p$$

(iii)- Hem Girdi – Hem de Çıktıya Yönelik Radyal Etkinlik Ölçütü

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m \quad ; \quad \beta_r = 1/\alpha_i, \quad \forall r$$

Burada ise, aynı oranda tüm girdilerin azaltılması ve yine tüm çıktıların aynı oranda artırılması ile elde edilen parametresiz etkinlik ölçütü gösterilmektedir:

Amaç Fonksiyonu:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Min } \alpha_i$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq \alpha_i X_{iB} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq \beta_r Y_{rB} \quad r = 1, \dots, p$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j : \text{ seçilen ÜİK' sine bağlı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\alpha_i \in (0, 1] \quad i = 1, \dots, m$$

$$\beta_r \in [1, \infty) \quad r = 1, \dots, p$$

2. Radyal Olmayan Etkinlik Ölçütü

(i)- Girdiye Yönelik Radyal Olmayan Etkinlik Ölçütü

$$\alpha_i \neq \alpha_{i'}, \exists i \neq i'; \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 1$$

Girdilere ait büzülme vektörünün bazı bileşenlerinin sayısal olarak birbirinden farklı olabileceği varsayımı yapılırken bu bileşenlerin toplamalarının ortalaması amaç fonksiyonunda minimum yapılmaya çalışılmaktadır.

Amaç Fonksiyonu:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Min} \left(\sum_{i=1}^m \alpha_i \right) / m$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq \alpha_i X_{iB} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq Y_{rB} \quad r = 1, \dots, p$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j : \text{seçilen ÜİK'sine bağlı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\alpha_i \in (0,1] \quad i = 1, \dots, m$$

(ii)- Çıktıya Yönelik Radyal Olmayan Etkinlik Ölçütü

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 1; \quad \beta_r \neq \beta_{r'}, \exists r \neq r'$$

Çıktılara ait genişleme vektörünün bazı bileşenlerinin sayısal olarak birbirinden farklı olabileceği varsayımı yapılırken bu bileşenlerin toplamalarının ortalaması amaç fonksiyonunda maksimum yapılmaya çalışılmaktadır.

Amaç Fonksiyonu:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Max} \left(\sum_{r=1}^p \beta_r \right) / p$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq X_{iB} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq \beta_r Y_{rB} \quad r = 1, \dots, p$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j : \text{seçilen ÜİK'sine bağlı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\beta_r \geq 1 \quad r = 1, \dots, p$$

(iii)- Hem Girdi – Hem de Çıktıya Yönelik Radyal Olmayan Etkinlik Ölçütü

$$\alpha_i \neq \alpha_{i'}, \exists i \neq i'; \quad \beta_r \neq \beta_{r'}, \exists r \neq r'$$

Amaç Fonksiyonu:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Min} \left(\sum_{i=1}^m \alpha_i - \sum_{r=1}^p \beta_r \right) / (m + p)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq \alpha_i X_{iB} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq \beta_r Y_{rB} \quad r = 1, \dots, p$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j : \text{seçilen ÜİK'sine bağlı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\alpha_i \in (0, 1] \quad i = 1, \dots, m$$

$$\beta_r \in [1, \infty) \quad r = 1, \dots, p$$

Bu ölçüte benzer diğer bir ölçüt (Ölçeğe Göre Değişen Getirili ÜİK'sine ait) şu şekilde önerilmiştir:

Amaç Fonksiyonu:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Min} \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \alpha_i - \frac{1}{p} \sum_{r=1}^p \beta_r \right)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq \alpha_i X_{iB} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq \beta_r Y_{rB} \quad r = 1, \dots, p$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\alpha_i \in (0, 1] \quad i = 1, \dots, m$$

$$\beta_r \in [1, \infty) \quad r = 1, \dots, p$$

Yukarıda tanımlanan parametresiz etkinlik ölçütleri arasından endüstri dalının üretim yapısına en uygun olan ölçüt, etkinlik ölçümünü gerçekleştiren analist tarafından seçilir (Yolalan, 1993).



4. VERİ ZARFLAMA ANALİZİ

4.1. Giriş

Bundan önceki bölümlerde VZA’nde kullanılan temel kavramlar ele alınmıştır. İlk olarak, performans yönetimi, etkinlik, etkililik ve verimlilik genel olarak açıklanmış daha sonraki bölümde, performans ölçüm modellerine kısaca bakılmış ve VZA’nin bu modellerle kıyaslaması yapılmış son olarak da, üretim teorisinin de ardında yatan ve etkinlik ölçümünde önemli yeri olan bazı temel kavramlar üzerinde durulmuştur. Bu bölümde ise, parametresiz etkinlik ölçütleri arasında son yıllarda oldukça yoğun bir ilgi uyandıran Veri Zarflama Analizi (Data Envelopment Analysis) tanıtılacaktır.

VZA (Veri Zarflama Analizi), ürettikleri mal ya da hizmet açısından birbirine benzer ekonomik karar birimlerinin **görelî** etkinliklerinin ölçülmesi amacıyla geliştirilmiş olan **parametresiz** bir etkinlik ölçütüdür. İlk başta, kar amacı gütmeyen işletmelerin (kamu) karşılaştırmalı etkinliğinin ölçülmesini hedefleyen bu yöntem, daha sonraları kar amaçlı üretim ve hizmet sektörlerinde (özel) de işletmelerarası görelî etkinliğin ölçümünde yaygınca kullanılmaya başlanmıştır (Yolalan, 1993). Hem firma analizcileri, hem de teknik araştırma yapan analizciler için önemli bir konudur. Kamu ve özel sektördeki firma analizcileri konuyu yani VZA’ni, karşılaştırılabilen organizasyon birimlerinin performansını değerlendirmek için çok iyi bir araç olarak tanıtmışlardır (Norman ve Stoker, 1991). Yöntemin getirdiği önemli bir yenilik, **birçok** girdi kullanarak **birçok** çıktının elde edildiği üretim ortamlarında, parametrik yöntemlerde olduğu gibi önceden belirlenmiş herhangi bir analitik üretim fonksiyonunun varlığına gereksinim duymadan ölçüm yapabilmesidir. Özetle Veri Zarflama Analizinde, Farrell’in 1957’deki görelî teknik etkinlik kavramı geliştirilmiş ve tek çıktılı üretim ortamı yerine birçok çıktının söz konusu olduğu üretim ortamlarında da kolaylıkla etkinlik ölçümünün gerçekleştirilebilmesine olanak sağlanmıştır. Ayrıca Farrell’in 1957’deki yaklaşımının ölçeğe göre sabit getiri varsayımı hafifletilerek teknik etkinliğin yanısıra ölçek etkinliğinin de ölçülebilir duruma gelmesi sağlanmıştır (Yolalan, 1993).

Şimdi VZA kavramından önce uygulama alanlarını ve tarihi gelişimini inceleyelim.

4.2. VZA' nin Uygulama Alanları

Günlük hayatta VZA yönteminin oldukça geniş uygulama alanları vardır. Bu alanların başlıcaları aşağıdaki gibi sayılabilir (Sipahi, 1998 ve Charnes vd., 1994):

1. Tıp (hastaneler ve doktorlar)
2. Eğitim (ortaöğretim ve üniversiteler)
3. Üretim
4. Yer Seçimi
5. Benchmarking (kıyaslama)
6. İşletme Çözümleri
7. Fast Food Lokantaları
8. Toptancı Mağazaları
9. Bankacılık
10. Silahlı Kuvvetler (personel araştırması, hava taşıtları bakımı)
11. Sporlar
12. Uzay Çalışmaları vb.

4.3. VZA' nin Tarihi Gelişimi

Veri Zarflama Analizi'nin tarihçesi, Ph.Dr.Edwardo Rhodes'in Cornegie Mellon Üniversitesindeki Şehir ve Kamu konulu araştırma tezi ile başlamıştır. W.W.Cooper danışmanlığında Edwardo Rhodes, **Program Follow Through**'u değerlendirmiştir. Bu program dezavantajlı öğrenciler (çoğunlukla siyah ve ispanyol öğrenciler) için eğitim programıdır ve Federal Hükümet 'den destek ile ABD'deki kamu okullarına uygulanmıştır. Analiz ise, Program Follow Through'a katılmış ve katılmamış okul gruplarının performansını karşılaştırmayı içermektedir (Charnes vd., 1994). Veriler olarak yapılan sosyal testlerin sonucundaki ölçümler alınmıştır.

Program Follow Through için 11 tane çıktı ölçümü yapılmıştır. Örneğin bunlardan üç tanesi;

1. Devletin Başarı Testleri ile ölçülmüş toplam okuma skoru,
2. Devletin Başarı Testleri ile ölçülmüş toplam matematik skoru,

3. Kendine güvenin bir ölçüm olarak belirlendiği “Coopersmith Kendine Güven Sayımı”

şeklindeydi. Buna karşın, 25 tane girdi ölçümü yapılmıştı. Bunlardan da beşi;

1. Anneler arasındaki yüksek okul diplomalı olanların yüzde ölçümlü olarak anne eğitim seviyesi,
2. Önceden tertip edilen oran ölçüsüne göre bir aile üyesinin en yüksek mesleği,
3. Okula ziyaretlerin sayısını gösteren ebeveyn'e ait ziyaret çizelgesi,
4. Birlikte okuma ve benzeri gibi okulla ilgili konularda çocukla harcanan zaman verilerinden hesaplanan ebeveyn danışma cetveli,
5. Okuldaki öğretmen sayısı

olarak alınabilir (Charnes vd., 1981). Burada toplam 70 tane okulun (karar birimi de denilebilir) görelî **teknik etkinliğini** fiyatları gözardı ederek çoklu girdi ve çıktılarla tahmin etme arzusu, CCR (Charnes, Cooper, Rhodes) formülasyonu olarak bilinen VZA oransal formülünü doğurmuş ve VZA'yı ilk duyuran çalışma olarak European Journal of Operations Research'de 1978 yılında yayınlanmıştır (Charnes vd., 1994). Bu CCR formülü Ölçeğe Göre Sabit Getiri (constant return to scale) durumunu varsayılmaktaydı. Daha sonra Banker'in ve Banker, Charnes ve Cooper'ın çalışmalarında Ölçeğe Göre Değişen Getiri (variable return to scale) durumu ele alınmış BCC formülasyonu ortaya çıkmıştır. CCR ve BCC modellerinin herbiri için girdiye ve çıktıya yönelik olmak üzere iki ayrı formülasyon oluşturulmaktadır. Bu formülasyonlar detaylı şekilde Seiford ve Thrall tarafından 1990 yılında incelenmiş ve sınıflandırılmıştır. Ayrıca Charnes, Cooper, Golany, Seiford ve Stutz tarafından ortaya atılan toplamsal (additive) model ve çarpımsal (multiplicative) model adı altındaki farklı formülasyonlar da literatürde yer almaktadır (1982-1985). Yine, stokastik olarak etkinlik sınırının hesaplanmasını konu alan yayınların yanısıra son zamanlarda yayınlanan, etkinlik sınırlarına ait duyarlık analizleri ve ağırlık faktörlerinin belirlenmesinde getirilebilecek sınırlamalarla ilgili çalışmalar da mevcuttur (Gülen, 1994).

1978-1992 tarihleri arasında VZA konusunda 400'den fazla makale, kitap ve araştırma tezi yayımlanmıştır. Bu sayı günümüzde daha da artmıştır. VZA'nın bu hızlı gelişimi iki faktörün sonucudur. Birinci faktör, diğer yöntem bilimlerinde olduğu gibi, VZA metodunun uygulanması sürecinde ortaya çıkan problemlerdir ve bu süreç içerisinde VZA'nın gelişimine

çeşitli katkılar yoluyla olmuştur. VZA'nın hızlı gelişimindeki ikinci faktör, mesleki toplulukların düzenlediği sempozyumlarda sunulan araştırmalardır. Örneğin; 1991 İlkbahar TIMS/ORSA ve 1991 Sonbahar ORSA/TIMS sempozyumlarında, oturum konusu olmadığı halde, VZA'nın uygulamalarını içeren birçok araştırma sunulmuştur.

Dolayısıyla VZA, yönetim bilimi(management science), ekonometri ve endüstri mühendisliğinin uzun süredir kullandığı, başarılı bir yöntemdir (Charnes vd., 1994).

4.4. Temel VZA Modelleri

VZA aşağıdaki gibi açıklamaları beraberinde bulunan modellerin bir araya toplanması ile oluşmuş kavramlar ve yöntemler bütünüdür.

1. CCR Oran Yöntemi (1978)

- (i) Bütün etkinliklerin değerlendirilmesini amaçlar.
- (ii) Etkin olmayan kaynakları belirler ve bunun yanısıra belirlenen etkin olmayan kaynakların miktarını tahmin eder.

2. BCC Modeli (1984) teknik ve ölçek arasındaki etkin olmamanın;

- (i) Verilen işlemin ölçeğindeki tam teknik etkinliğin tahmini ve
- (ii) İşletme için ölçeğe göre artan, azalan veya sabit getirili mi olacağının belirlenmesi, vasıtalarıyla ayırımını yapar.

3. Çarpımsal Modeller (Charnes ve arkadaşları,1982,1987)

- (i) Logaritmik Lineer Zarflama veya
- (ii) Üretim sürecinden parçalı bir Cobb-Douglas yorumlaması yapar

ve

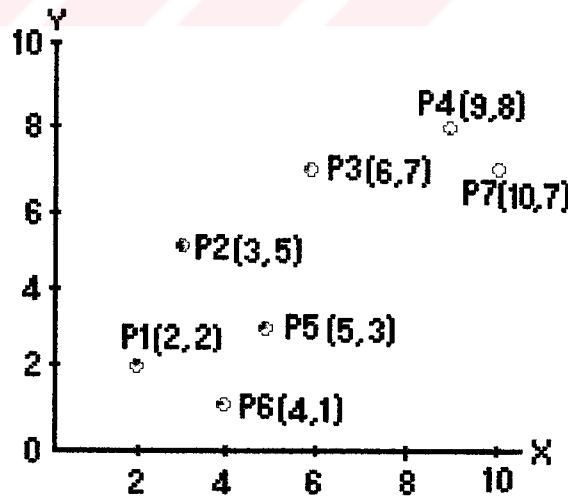
4. Toplamsal Modeller (1985'de Charnes ve arkadaşları tarafından geliştirilmiş ve 1987'de aynı kişiler Toplamsal Modeli genişletmişlerdir.)

- (i) VZA'ni, ilk başlangıçtaki Charnes-Cooper'ın 1959'daki etkin olmama analizi ve yöntemine bağlar.

(ii) Pareto optimalliğın ekonomik kavramları ile etkinlik sonuçlarının ilgisini açıkla.

Bu modeller arasındaki bağların, çok az sayıda araştırmada incelenmesi bir dereceye kadar şaşırtıcıdır. Burada temel matematik modellerin açıklanıp karşılaştırılmasına çalışılmaktadır. Her model için **Primal** ve **Dual** formlar mevcuttur ve modeller arasındaki karşılaştırmalar uygun zarflama yüzeylerinin geometrik tanımlamaları, ölçeğe göre getiri özellikleri, etkinlik yüzeyi üzerindeki izdüşümler ve ölçüm birimlerinin değişmemesi yoluyla geliştirilmiştir.

Bu bölümde, değerlendirilen n tane karar verme birimi (KVB) olduğunu farzedelim. Her KVB , s değişik çıktıyı üretmek için m değişik girdiyi tüketmektedir. Özel olarak, KVB_j , ($i = 1, \dots, m$) olmak üzere $X_j = \{x_{ij}\}$ girdi miktarını tüketmekte ve ($r = 1, \dots, s$) olmak üzere $Y_j = \{y_{rj}\}$ çıktı miktarını üretmektedir. Genellikle gözlemlerden alınan bu sabitler için $x_{ij} > 0$ ve $y_{rj} > 0$ olduğunu farzedelim. $s \times n$ çıktı matris ölçümleri Y ile, $m \times n$ girdi matris ölçümleri X ile gösterilmiştir. Aşağıda Şekil 4.1'de verilmiş örneği kullanarak modelleri açıklayalım. Burada sırasıyla $KVB_1, KVB_2, \dots, KVB_7$ olarak tanımlanan yedi tane karar verme birimi vardır ve herbiri tek bir (x) girdi (tüketim) ve tek bir (y) çıktı (üretim) koordinat değerlerinden oluşan $P_1, P_2, \dots, P_7$ noktaları vardır.



Şekil 4.1 Örnek karar verme birimleri (Charnes vd., 1994; s25).

Çeşitli VZA modellerinin hepsi zorunlu olarak, n tane karar biriminin hangi alt kümelerinin bir zarflama yüzeyi'nin bölümlerini belirlediğini araştırırlar. Uygulanan özel VZA modeli

tarafından önerilen bu zarflama yüzeyinin geometrisi, daha sonra gösterilecektir. KVB_j 'ye karşılık P_j noktasının **etkin** olması için, bu zarf yüzeyi üzerinde bulunması gerekir. Bu yüzey üzerinde bulunmayan birimler **etkin olmayan birimler** olarak tanımlanır ve Veri Zarflama Analizi belirlenen kaynakların etkin olmama miktarlarını ve/veya görelî etkinlik ölçütlerinin bir özetini verir. Zarflama yüzeyinin belirlenmesi geliştirilecek ve bu **etkinlik sınırı** olarak da adlandırılacaktır. Etkinlik sınırı;

- ♥ Etkinliği karakterize etmemize ve
- ♥♥ Etkin olmayanların belirlenmesine

yaramaktadır (Charnes vd., 1994).

VZA'nın görelî etkinliği ölçme şekli iki aşama olarak kısaca şu şekilde özetlenebilir (Yolalan, 1993):

- 1) Herhangi bir gözlem kümesi içinde en az girdi bileşimini kullanarak en çok çıktı bileşimini üreten “en iyi” gözlemleri (ya da etkinlik sınırını oluşturan karar birimlerini) belirlemek.
- 2) Söz konusu sınırı “referans” olarak kabul edip etkin olmayan karar birimlerinin bu sınıra olan uzaklıklarını (ya da etkinlik düzeylerini) “radyal” olarak ölçmek.

Şimdi temel VZA modellerini inceleyelim:

4.4.1. Toplamsal (Additive) Model

Kavramları açıklamak için kullanılan VZA örnek modeli Charnes, Cooper, Golany, Seiford ve Stutz tarafından 1985’de verilen toplamsal modeldir ve aşağıdaki dual lineer programlama problemi çifti ile verilmektedir.

Toplamsal Primal
(TOP_P)

Amaç Fonksiyonu:

$$\min_{\lambda, s^+, s^-} z_o = -\bar{1}s^+ - \bar{1}s^-$$

Toplamsal Dual
(TOP_D)

Amaç Fonksiyonu:

$$\max_{\mu, \nu, u_0} w_o = \mu^T Y_o - \nu^T X_o + u_o$$

Kısıtlar:

$$\begin{aligned}
Y\lambda - s^+ &= Y_o \\
-X\lambda - s^- &= -X_o \\
\bar{1}\lambda &= 1 \\
\lambda, s^+, s^- &\geq 0
\end{aligned}$$

Kısıtlar:

$$\begin{aligned}
\mu^T Y - v^T X + u_o \bar{1} &\leq 0 \\
-\mu^T &\leq -\bar{1} \\
-v^T &\leq -\bar{1}
\end{aligned}$$

Sağdaki dual problem **çarpanlı form** (multiplier form) olarak bilinirken, soldaki primal problem **zarflama formu** (envelopment form) olarak bilinmektedir. Her iki problemin de çözümü vardır. Böylece lineer programlama dualite teoremi $z_o^* = w_o^*$ ifadesini garantilemede kullanılmaktadır. Burada üstte yazılan (*) işareti optimum değeri belirtir. Bu denk (eşit) lineer programlama problemlerinin birisi standart lineer programlama algoritmaları yoluyla çözülebilir ve elde edilen çözüm diğer probleme de aittir. Optimal değer $z_o^* (= w_o^*)$ bir karar verme biriminin sınır çizgisinden uzaklığın ölçüsü olan etkinlik derecesini (oranını) verir. Buna göre KVB_o ancak ve ancak $z_o^* = w_o^* = 0$ ise etkindir. Eğer KVB_o sınır üzerindeki çizgide değil ise etkin değildir. Yani s^{+*} ve s^{-*} boş değişkenlerin herhangi biri veya ikisi sıfır değilse, sıfırdan farklı olanların değerleri, kaynakları ve uygun girdi ve çıktılarıdaki etkin olmama miktarlarını tanımlar.

Bu işlem, her KVB_j için birkez değerlendirilmek üzere n defa tekrarlanır. Yani prensip olarak $j = 1, \dots, n$ için $(X_o, Y_o) = (X_j, Y_j)$ ile TOP_p primali çözelim. Gerçekte elde edilen amaç fonksiyon değerleri karar verme birimleri kümesini iki alt kümeye ayırır:

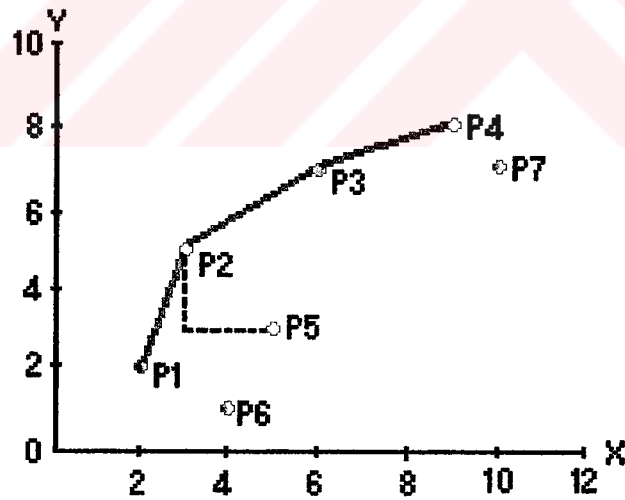
- (i) $z_o^* = 0$ olan karar verme birimleri **etkindir** ve **zarflama yüzeyini belirler**.
- (ii) $z_o^* < 0$ 'da ise **etkin değildir** ve **yüzeyin altında** bulunmaktadır.

Çizelge 4.1'deki sonuçlar, Şekil 4.2'deki KVB 'lerinin yukarıdaki dual lineer programlardan elde edilen optimal değerlerini vermektedir. KVB_1, KVB_2, KVB_4 ve KVB_4 'ün amaç fonksiyon değeri sıfırdır ve bundan dolayı etkindir. Bu etkin karar verme birimleri, Şekil 4.2'de gösterilen üç doğrunun (facets) birleşmesinden oluşan parçalı lineer zarflama yüzeyini belirler. KVB_5, KVB_6 ve KVB_7 ise etkin değildir. Çünkü amaç fonksiyon değerleri $z_5^* = -4$, $z_6^* = -5$ ve $z_7^* = -4$ 'dür ve böylece zarflama yüzeyinin (etkinlik sınırının)

altında bulunmaktadır. Herbir etkin olmayan $KVB_j, (X_j, Y_j)$ ile ilgili olarak, KVB 'lerinin konveks kombinasyonu olarak ifade edilebilen zarflama yüzeyi üzerinde optimal bir $(\hat{X}_j, \hat{Y}_j)$

Çizelge 4.1 Toplamsal model için çözüm değerleri (Charnes vd., 1994; s27)

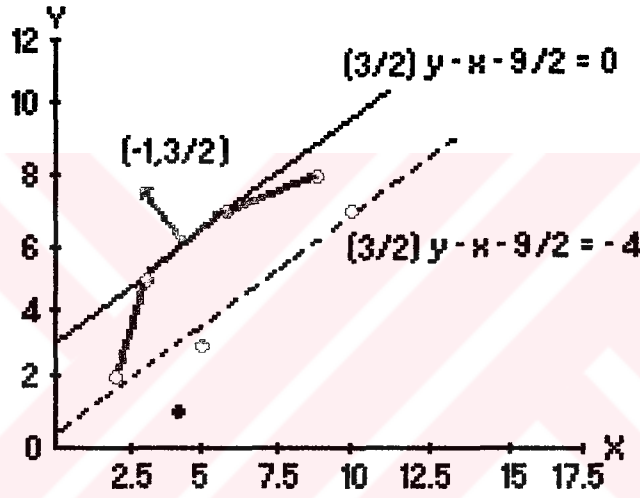
KVB	Primal Problem (TOP_P)				Dual Problem (TOP_D)			
	z_j^*	s^+	s^-	λ	w_j^*	μ	ν	u_o
1	0	0	0	$\lambda_1 = 1$	0	1	3	4
2	0	0	0	$\lambda_2 = 1$	0	1	1	-2
3	0	0	0	$\lambda_3 = 1$	0	3/2	1	-9/2
4	0	0	0	$\lambda_4 = 1$	0	3	1	-15
5	-4	2	2	$\lambda_2 = 1$	-4	1	1	-2
6	-5	4	1	$\lambda_2 = 1$	-5	1	1	-2
7	-4	0	4	$\lambda_3 = 1$	-4	3/2	1	-9/2



Şekil 4.2 Toplamsal model için zarflama yüzeyi (Charnes vd., 1994; s27)

karşılaştırma noktası bulunmaktadır. Yani $\sum \lambda_k^* = 1, \lambda_k^* \geq 0$ ile $\forall k$ için $\hat{X}_j = \sum \lambda_k^* X_k, \hat{Y}_j = \sum \lambda_k^* Y_k$ 'dir. TOP_P primal problemin çözümünden elde edilen boş değişkenlerin (slack variables) optimal değerleri, (X_j, Y_j) 'den, sınır üzerine izdüşürülen bu

$(\hat{X}_j, \hat{Y}_j)$ noktasının L1 uzaklık ölçümüdür. 1985’de Charnes ve diğerlerinin tartıştığı gibi toplamsal model “Kuzey-batı” doğrultusunda L1 uzaklığını maksimum yapacak şekilde zarflama yüzeyi üzerindeki noktayı seçer. Özel olarak, özel bir KVB_o için TOP_p primal problemi $Y\lambda \geq Y_o$ çıktı seviyeleri ve $X\lambda \leq X_o$ girdi seviyeleri olacak şekilde KVB ’lerin tüm konveks kombinasyonlarının en ekstremlerini (uçlarını) belirler. Böylece örneğimizdeki (5,3) koordinatlarına sahip KVB_3 için, bu en uzak nokta (negatif olmayan boş değişkenler ile) (3,5) koordinatları ile KVB_2 ’de ortaya çıkmaktadır. Burada sıfırdan farklı $5-3 = 2$ boş girdi değişkeni ve $5-3 = 2$ boş çıktı değişkeninden elde edilen L1 uzaklığı 4’ dür.



Şekil 4.3 Toplamsal model için yüz tanımlayan hiperdüzlem (Charnes vd., 1994; s28)

TOP_D dual problem, alternatif bir geometrik yorum verir. Burada kapalı bir destekleyici yüz tanımlayan (facet-defining) hiperdüzlem aranır. Yani maksimum w_o ile $\mu Y_o - \nu X_o + u_o = w_o$ ’dır. Bir (X_o, Y_o) etkin noktası $\mu^* Y_o - \nu^* X_o + u_o^* = 0$ denklemi ile yüz tanımlayan hiperdüzlemi üzerinde bulunacaktır. Şekil 4.3, $\frac{3}{2}y - 1x - \frac{9}{2} = 0$ denklemi ile etkin KVB_3 için destekleyici bir hiperdüzlemi gösterir. Burada denklem katsayı değerleri Çizelge 4.1’deki KVB_3 için olan satırdan elde edilmiştir. Etkin olmayan karar verme birimleri için w_o^* amaç fonksiyonunun değeri en yakın destekleyici (supporting) hiperdüzleme uzaklığının ölçümüdür. Örneğin, KVB_3 için destekleyici $(\frac{3}{2}y - 1x - \frac{9}{2} = 0)$ hiperdüzlemi ve

KVB_7 ’den geçen paralel $(\frac{3}{2}y - 1x - \frac{9}{2} = -4)$ hiperdüzlemi birbirinden $L1 = 4$ birim uzaklıktadır.

Zarflama yüzeyinin geometrisinden açıkça görülebildiği gibi, Toplamsal model ayrıca sonuç olarak ölçeğe göre değişen getiriye sahiptir. Bu primal problemdeki $(\bar{1}\lambda = 1)$ konvekslik sabiti varlığının veya buna karşılık dual problemde serbest (unconstrained) yardımcı u_o değişkeni varlığının bir sonucudur. Bu konudan ayrıntılı olarak daha sonra bahsedilecektir.

Toplamsal modelin, etkin olmayan karar verme birimleri için optimal amaç fonksiyon değerleri ölçüm birimlerine bağlıdır. Ali ve Seiford tarafından 1990’da saptanan konvekslik sabitinin eklenmesinin ilginç bir sonucu, zarflama yüzeyinin değişmez invaryant (invariance) dönüşümüdür. Özel olarak y_{rj} ve x_{ij} değerleri yerine dönüştürülen yeni değerleri koymak;

$$\begin{aligned}\hat{y}_{rj} &= y_{rj} + c_r & r &= 1, \dots, s \\ \hat{x}_{ij} &= x_{ij} + d_i & i &= 1, \dots, m\end{aligned}$$

$(c_r, d_i) > 0$ ile) denk lineer programlama problemlerinde sonuçlanmaktadır. Böylece toplamsal model için KVB ’lerin etkin veya etkin olmayan olarak sınıflandırılması verilerin dönüşümlerine bağlı olmaktadır (Charnes vd., 1994).

4.4.2. Çarpımsal (Multiplicative) Model

Birçok VZA modeli tarafından parçalı lineer zarflama verilmesine karşıt olarak Çarpımsal VZA modelleri parçalı logaritmik lineer veya parçalı Cobb-Douglas zarflamayı kullanarak geliştirilmiştir. Ekonometrideki genel basit fonksiyon şekline ait açılımlarla ilgili özelliklere ek olarak, çoklu etkinlik ölçümü sonucu çoklu girdi ve çıktılara ait doğal açılımları ile diğer avantajlara sahiptir.

Aşağıda verilen formülasyondan da kolayca anlaşıldığı gibi, Charnes, Cooper, Seiford ve Stutz’un 1983’deki “Birimleri İnvaryant Çarpımsal Model” i, gerçek veri değerleri logaritmalarının Toplamsal modelde uygulanmasıdır. Ancak şimdi $(\log(X), \log(Y))$ dönüşüm uzayına genişlemiştir.

İnvaryant Çarpımsal Primal**(InvÇarp_P)**

Amaç Fonksiyonu:

$$\min_{\lambda, s^+, s^-} z_o = -\bar{1}s^+ - \bar{1}s^-$$

Kısıtlar:

$$\overline{\text{Log}(Y)}\lambda - s^+ = \overline{\text{Log}(Y_o)}$$

$$\overline{\text{Log}(X)}\lambda + s^- = \overline{\text{Log}(X_o)}$$

$$\bar{1}\lambda = 1$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

İnvaryant Çarpımsal Dual**(InvÇarp_D)**

Amaç Fonksiyonu:

$$\max_{\mu, \nu} w_o = \mu^T \overline{\text{Log}(Y_o)} - \nu^T \overline{\text{Log}(X_o)} + u_o$$

Kısıtlar:

$$\mu^T \overline{\text{Log}(Y)} - \nu^T \overline{\text{Log}(X)} + u_o \bar{1} \leq 0$$

$$-\mu^T \leq -\bar{1}$$

$$-\nu^T \leq -\bar{1}$$

$$\mu_o \text{ serbest}$$

Bununla beraber iki gözlem ilave etmek gerekir. Birincisi, dönüştürülen $(\text{Log}(X), \text{Log}(Y))$ verileri için geçerli olan Toplamsal modelin dönüşüm invaryant özelliği, gerçek (X, Y) verileri için ölçekli (birimler) invaryant'a eşittir. İkincisi, dönüştürülen uzaydaki toplamsal modelin parçalı lineer zarflaması, gözlemlerden oluşan gerçek verilerin uzayında parçalı bir Cobb-Douglas zarflama yüzeyini verir. Örneğin;

$$\alpha (\text{Log}(2), \text{Log}(2)) + (1 - \alpha)(\text{Log}(3), \text{Log}(5)), \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

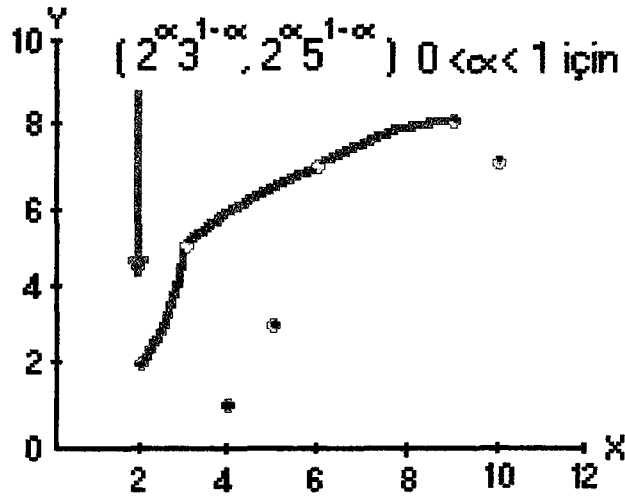
ifadesi ile dönüştürülen uzaydaki KVB_1 ve KVB_2 'yi birleştiren yüz (facet), gerçek veriler uzayındaki yüz'ü;

$$(2^\alpha 3^{1-\alpha}, 2^\alpha 5^{1-\alpha}), \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

ifadesi ile verilir.

İnvaryant Çarpımsal Model birimleri için bütün Cobb-Douglas zarflama yüzeyi Şekil 4.4 'de verilmiştir.

Bir ilginç Çarpımsal model de konvekslik sabitinin $(\bar{1}\lambda = 1)$ kaldırılması ile ortaya çıkar. Bu Çarpımsal model ilk olarak Charnes, Cooper, Seiford ve Stutz tarafından 1982'de geliştirilmiş ve aşağıdaki dual lineer programlar olarak verilmiştir.



Şekil 4.4 Cobb-Douglas zarflama yüzeyi (Charnes vd., 1994; s30)

Varyant Çarpımsal Primal

(VarÇarp_P)

Amaç Fonksiyonu:

$$\min_{\lambda, s^+, s^-} z_o = -\bar{1}s^+ - \bar{1}s^-$$

Kısıtlar:

$$\text{Log}(\bar{Y})\lambda - s^+ = \text{Log}(\bar{Y}_o)$$

$$\text{Log}(\bar{X})\lambda + s^- = \text{Log}(\bar{X}_o)$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

Varyant Çarpımsal Dual

(VarÇarp_D)

Amaç Fonksiyonu:

$$\max_{\mu, \nu} w_o = \mu^T \text{Log}(\bar{Y}_o) - \nu^T \text{Log}(\bar{Z}_o)$$

Kısıtlar:

$$\mu^T \text{Log}(\bar{Y}) - \nu^T \text{Log}(\bar{X}) \leq 0$$

$$-\mu^T \leq -\bar{1}$$

$$-\nu^T \leq -\bar{1}$$

Yukarıdaki formüllerin, önceki İnvaryant Çarpımsal model ile, normalleştirilmiş primal modeldeki ($\bar{1}\lambda = 1$) konvekslik sabitinin yokluğu ve dual problemde de yardımcı dual u_o değişkeni yokluğunun dışında, aynı olduğu ifade edilmektedir. Bu değişikliğin etkisi dual tarafta daha kolay görülmektedir. u_o 'ın yokluğu, (yani $u_o \equiv 0$ olması) destekleyen hiperdüzlemleri (dönüştürülen uzayda) orijinden geçmeye zorlamaktadır. Sonuç olarak etkin *KVB* 'lerinin sayısı ve zorlayan zarflama yüzeylerinin sayısının her ikisinde de, azalma olmaktadır. Daha da önemlisi destekleyen hiperdüzlemler orijinden geçmek zorunda olduğu için model, dönüştürülen veri uzayında ölçeğe göre parçalı sabit getiri ile sınırlandırılmıştır. Konvekslik sabiti, destekleyen hiperdüzlemler ve ölçeğe göre getiriler arasındaki bu

bağlantılar kalan iki modelde daha fazla anlatılacaktır. Ancak daha önce kalan CCR ve BCC modellerinin oran formları anlatılmıştır (Charnes vd., 1994).

4.4.3. CCR ve BCC Oran Formları (Ratio Form)

4.4.3.1. CCR Oran Formu

İlk olarak CCR Oran formunun ortaya çıkışını inceleyelim. Oran formuna etkinlik ölçümünün tek girdi/tek çıktı durumundan çoklu girdi/çoklu çıktı durumuna genelleştirilmesinden beri çok sık başvurulmaktadır. CCR oran yapısının en önemli tanımı çoklu çıktı-çoklu girdi durumundan (her KVB için) tek bir “gerçek (virtual)” çıktı ve tek bir “gerçek” girdiye indirgenmesidir (Charnes vd., 1994). Mühendislik oranı olarak bilinen çıktı/girdi oranından türetilen;

$$Etkinlik = \text{Ağırlıklı Çıktılar} / \text{Ağırlıklı Girdiler}$$

oranı, çarpanların bir fonksiyonu şeklinde her KVB için bir etkinlik ölçüsü tanımlamayı sağlar (Gülen, 1994). Matematiksel formülle ifade edilirse; bir KVB için, bu tek gerçek çıktının tek gerçek girdiye oranı, çoklukların bir fonksiyonu olarak bir etkinlik ölçümü sağlar. Maksimize edilmesi gereken bu oran özel bir KVB_o için amaç fonksiyonunu oluşturur ve sembol olarak;

$$\max_{u,v} h_o(u,v) = \frac{\sum_r u_r y_{ro}}{\sum_i v_i x_{io}} \quad (4.1)$$

şeklinde gösterilir.

Elbette, daha fazla ek kısıtları olmaksızın (4.1) eşitliği sınırsızdır. Buna eklenen kısıtlar kümesi her KVB için (her KVB için bir tane), gerçek çıktının gerçek girdiye oranının bire eşit veya daha küçük olduğu durumu yansıtmaktadır. Girdiye yönelik CCR oran formu için matematik programlama problemi;

Amaç Fonksiyonu :

$$\max_{u,v} \frac{\sum_r u_r y_{ro}}{\sum_i v_i x_{io}}$$

Kısıtlar :

$$\frac{\sum_r u_r y_{rj}}{\sum_i v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 0, 1, \dots, n \quad \text{için} \quad (CCR_o - GY)$$

$$\frac{u_r}{\sum_i v_i x_{io}} \geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, s \quad \text{için}$$

$$\frac{v_i}{\sum_i v_i x_{io}} \geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, m \quad \text{için}$$

şeklindedir.

Yukarıdaki oran formu sonsuz sayıda optimal çözüm verir. Eğer (u^*, v^*) optimal ise, o zaman $\beta > 0$ için $(\beta u^*, \beta v^*)$ da optimaldir. Denklik sınıfları içinde $(CCR_o - GY)$ 'nin uygun çözüm kümesini ayıran bir denklik ilişkisi tanımlanabilir. Lineer kesirli programlama için Charnes ve Cooper tarafından 1962'de geliştirilmiş dönüşüm, herbir denklik sınıfından temsili bir çözüm seçer (Yani, $v^T X_o = 1$ için (u, v) çözümü) ve aşağıdaki denk lineer programlama problemini verir:

Amaç Fonksiyonu :

$$\max_{\mu, v} w_o = \sum_r \mu_r y_{ro}$$

Kısıtlar :

$$\sum_i v_i x_{io} = 1$$

$$\sum_r \mu_r y_{rj} - \sum_i v_i x_{ij} \leq 0 \quad (CCR_D - GY)$$

$$\mu_r \geq \varepsilon$$

$$v_i \geq \varepsilon$$

Bu lineer programın da duali;

Amaç Fonksiyonu :

$$\min_{\theta, \lambda, s_r^+, s_i^-} z_o = \theta - \varepsilon \sum_r s_r^+ - \sum_i s_i^-$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} \sum_j \lambda_j Y_j - s^+ &= Y_o \\ \theta X_o - \sum_j \lambda_j X_j - s^- &= 0 \\ \lambda_j, s_r^+, s_i^- &\geq 0 \end{aligned} \quad (CCR_p - GY)$$

şeklinde olmaktadır (Charnes vd., 1994). Buna da **girdiye yönelik CCR Primal Model** denir.

Bu kez mühendislik oranı olarak bilinen çıktı/girdi oranının ters çevrilmesiyle, çıktıya yönelik CCR oran formu elde edilir. Böylece;

$$\text{Çıktıya Yönelik Etkinlik} = \text{Ağırlıklı Girdiler} / \text{Ağırlıklı Çıktılar}$$

oranı, çarpanların bir fonksiyonu şeklinde her *KVB* için bir etkinlik ölçüsü tanımlamayı sağlar (Gülen, 1994).

Matematiksel formülle ifade edersek gerçek girdinin gerçek çıktıya oranı aşağıda verildiği gibi gözönüne alınır:

Amaç Fonksiyonu :

$$\min_{u, v} \frac{v^T X_o}{u^T Y_o}$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} \frac{v^T X_j}{u^T Y_j} &\geq 1 \quad j = 1, \dots, n \\ \frac{u}{u^T Y_o} &\geq \varepsilon \vec{1} \\ \frac{v}{u^T Y_o} &\geq \varepsilon \vec{1} \end{aligned} \quad (CCR_o - \text{ÇY})$$

Yukarıdaki Çıktıya Yönelik CCR Oran Formu adındaki lineer kesirli programlama için yine Charnes-Cooper tarafından 1962'deki dönüşümü ile çıktıya yönelik dual formu ($CCR_D - \zeta Y$) ve bunun duali çıktıya yönelik primal modeli ($CCR_P - \zeta Y$) elde edilir (Charnes vd., 1994).

Çıktıya Yönelik CCR Primal

$$(CCR_P - \zeta Y)$$

Amaç Fonksiyonu :

$$\max_{\phi, \lambda, s^+, s^-} z_o = \phi + \varepsilon \cdot \bar{1} s^+ + \varepsilon \cdot \bar{1} s^-$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} \phi Y_o - Y\lambda + s^+ &= 0 \\ X\lambda + s^- &= X_o \\ \lambda, s^+, s^- &\geq 0 \end{aligned}$$

Çıktıya Yönelik CCR Dual

$$(CCR_D - \zeta Y)$$

Amaç Fonksiyonu

$$\min_{\mu, v} q_o = v^T X_o$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} \mu^T Y_o &= 1 \\ -\mu^T Y + v^T X &\geq 0 \\ \mu^T &\geq \varepsilon \cdot \bar{1} \\ v^T &\geq \varepsilon \cdot \bar{1} \end{aligned}$$

4.4.3.2. BCC Oran Formu

BCC Oran formu, CCR Oran formundan sadece girdiye yönelikte bir $\tilde{u}_o$ değişkeni çıktıya yönelikte bir $\tilde{v}_o$ değişkeninin eklenmesiyle ayrılır. Formüller aşağıda verilmiştir:

BCC Oran Modeli (Girdiye Yönelik)

$$(BCC_o - GY)$$

Amaç Fonksiyonu :

$$\max_{u, v, \tilde{u}_o} \frac{uY_o + \tilde{u}_o}{vX_o}$$

Kısıtlar :

$$\frac{uY_j + \tilde{u}_o}{vX_j} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (BCC_o - GY)$$

$$\frac{u}{vX_o} \geq \varepsilon \cdot \bar{1}$$

$$\frac{v}{vX_o} \geq \varepsilon \cdot \bar{1}$$

BCC Oran Modeli (Çıktıya Yönelik)
($BCC_o - \text{ÇY}$)

Amaç Fonksiyonu :

$$\min_{u,v,\tilde{v}_o} \frac{vX_o + \tilde{v}_o}{uY_o}$$

Kısıtlar :

$$\frac{vX_j + \tilde{v}_o}{uY_j} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (BCC_o - \text{ÇY})$$

$$\frac{u}{uY_o} \geq \varepsilon \cdot \vec{1}$$

$$\frac{v}{uY_o} \geq \varepsilon \cdot \vec{1}$$

Burada ($BCC_o - \text{GY}$) ve ($BCC_o - \text{ÇY}$) 'ye uygulanan kesirli programlamanın Charnes-Cooper dönüşümü daha sonra tanımlanacak dual ve primal lineer programları verir.

Burada bilinmesi gereken BCC ve CCR oran formülleri için girdi ve çıktı yönelimindeki tek değişikliğin basit oranın ters çevrilmesi ile oluştuğudur (Charnes vd., 1994).

4.4.4. BCC Modeli

Etkin olmayan bir karar verme biriminin zarflama yüzeyi üzerinde bir $(\hat{X}_o, \hat{Y}_o)$ noktası üzerine izdüşürülerek tamamıyla etkin hale dönüştürülebileceğini daha önce görmüştük. İzdüşürülen özel $(\hat{X}_o, \hat{Y}_o)$ noktası uygulanan VZA modeli üzerine bağlı olarak seçilmiştir. Aşağıda gösterildiği gibi aynı zamanda yönelime de bağlı olmaktadır. Örneğin; Banker ve arkadaşlarının girdiye yönelik BCC modelinde, girdilerin orantılı olarak azaltılması yoluyla etkin yüze (sınıra) doğru maksimal iyileşmeye odaklanırken, çıktıya yönelik modelde çıktıların orantılı arttırılması yoluyla etkin yüze doğru maksimal iyileşmeye odaklanır.

4.4.4.1. Girdiye Yönelik BCC Modeli

Girdiye yönelik BCC modeli için, dual lineer programları aşağıda verilmiştir:

Girdiye Yönelik BCC Primal

$$(BCC_P - GY)$$

Amaç Fonksiyonu :

$$\min_{\theta, \lambda, s^+, s^-} z_o = \theta - \varepsilon \cdot \bar{1}s^+ - \varepsilon \cdot \bar{1}s^-$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} Y\lambda - s^+ &= Y_o \\ \theta X_o - X\lambda - s^- &= 0 \\ \bar{1}\lambda &= 1 \\ \lambda, s^+, s^- &\geq 0 \end{aligned}$$

Girdiye Yönelik BCC Dual

$$(BCC_D - GY)$$

Amaç Fonksiyonu :

$$\max_{\mu, v} w_o = \mu^T Y_o + u_o$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} v^T X_o &= 1 \\ \mu^T Y - v^T X + u_o \bar{1} &\leq 0 \\ -\mu^T &\leq -\varepsilon \cdot \bar{1} \\ -v^T &\leq -\varepsilon \cdot \bar{1} \end{aligned}$$

 u_o serbest değişken

Bu BCC model formülasyonunda, birkaç yeni yapı görülmektedir. θ değişkeni primal problemde ve Archimedean olmayan (son derece küçük) ε sabiti ise, hem primal problemin amaç fonksiyonunda hem de dual problemde çarpanlar için daha küçük alt sınır olarak görülmektedir. θ (skaler) değişkeni, etkinliği daha iyi hale getirmek için KVB_o (değerlendirilen karar verme birimi)'nin tüm girdilerine uygulanan (orantılı) azaltmalardır. Bu azaltma tüm girdilerin hepsine uygulanır ve sonuçlar zarflama yüzeyine doğru radyal bir hareket oluşturur. Primal amaç fonksiyonunda Archimedean olmayan ε 'nin mevcut olması, boş değişkenleri (slack variables) içeren optimizasyonda θ üzerinde etkin olarak minimizasyon sağlar. Böylece optimizasyon iki aşamada hesaplanabilir. Birinci aşama, θ^* 'ın optimalliği yoluyla girdilerin maksimum azaltılmasıdır. İkinci aşama ise, boş değişkenler (s^+ ve s^-) yardımıyla elde edilen etkinlik sınırı üzerine hareketidir. Aşağıdaki iki duruma eşit olduğu aşikardır.

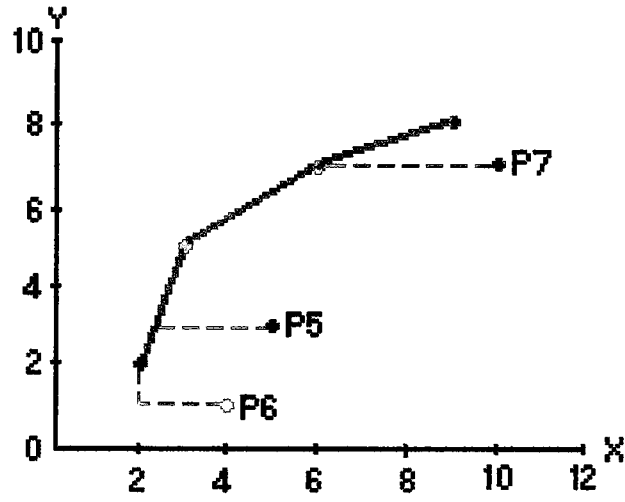
1. Bir KVB ancak ve ancak aşağıdaki iki durumu yerine getirirse etkindir:

(a) $\theta^* = 1$;

(b) Tüm boş (slack) değişkenler sıfırdır.

2. Bir KVB ancak ve ancak $w_o^* = z_o^* = 1$ ise, etkindir.

Sıfır olmayan boş değişkenler ve $\theta^* \leq 1$ 'in değeri, etkin kullanılmayan kaynakları ve etkin olmama miktarlarını tanımlar.



Şekil 4.5 Girdiye yönelik BCC modeli için zarflama yüzeyi (Charnes vd., 1994; s33)

Çizelge 4.2 Girdiye yönelik BCC modeli için çözüm değerleri (Charnes vd., 1994; s33)

KVB	Primal Problem ($BCC_P - GY$)				Dual Problem ($BCC_D - GY$)			
	θ^*	s^+	s^-	λ	w_j^*	μ	ν	u_0
1	1	0	0	$\lambda_1 = 1$	1	1/6	1/2	2/3
2	1	0	0	$\lambda_2 = 1$	1	1/3	1/3	-2/3
3	1	0	0	$\lambda_3 = 1$	1	1/4	1/6	-3/4
4	1	0	0	$\lambda_4 = 1$	1	1/3	1/9	-5/3
5	7/15	0	0	$\lambda_1 = 2/3, \lambda_2 = 1/3$	7/15	1/15	1/5	4/15
6	1/2	1	0	$\lambda_1 = 1$	$\frac{1}{2} - \varepsilon$	ε	1/4	$\frac{1}{2} - 2\varepsilon$
7	3/5	0	0	$\lambda_3 = 1$	3/5	3/20	1/10	-9/20

Şekil 4.5, Şekil 4.1'deki örnek karar verme birimlerinin durumunu gösterir. Girdiye yönelikte amaç gözlemlenen çıktıları minimum kaynak seviyesinde üretmektir. KVB_5 için, $(X_o, Y_o) = (5, 3)$ ile $BCC_P - GY$ 'yi kullanarak, $y = 3$ ($= Y_o$) altında olmayan (X_i, Y_i) , $i = 1, \dots, 5$ vektörlerinin konveks kombinasyonlarını belirler ve bu X_o 'ın mümkün olduğu

kadar büzülmesini sağlar. Çizelge 4.2 ‘den, $\lambda^* = (2/3, 1/3, 0, 0, 0, 0, 0)$ için θ^* ’ın minimum değeri $7/15$ ‘dir. Böylece yukarıda verildiği gibi etkinlik için 1(a) durumu sağlanmamış olur.

$\frac{7}{15}X_5 = \frac{7}{15} \times 5 = \frac{7}{3}$ girdi büzülmesi ve bütün sıfır değişkenler ile KVB_5 ’in etkin yüz

 zerindeki izdüşümü $(\hat{X}_5, \hat{Y}_5) = (2\frac{1}{3}, 3) = (X\lambda^*, Y\lambda^*)$ noktasıdır. KVB_1, KVB_2, KVB_3 ve KVB_4

etkindir ($\theta^* = 1, s^+ = 0, s^- = 0$) ve parçalı lineer zarf yüzeyini oluştururlar. $(\hat{X}_5, \hat{Y}_5)$ noktası P_1 ve P_2 ’yi bağlayan zarf yüzeyi üzerinde bulunur.

şu da ifade edilmelidir ki; BCC ve Toplamsal Model için zarflama yüzeyi tamamıyla aynı iken, amaç fonksiyon değerleri (etkinlik dereceleri) ve daha önemlisi etkinlik izdüşümleri farklıdır. Bu belki daha çok KVB_6 için aşıkardır. $BCC - GY$ ’nin kullanılması KVB_6 ’yı (2,2) noktasına izd ş t r ve bu nokta zarf yüzeyi üzerinde P_1 noktasıdır. Yani izdüşüm yolu $\theta^* = 1/2$ ile girdi azalmasından ve $s^{+*} = 1$ boş değişken değerinden dolayı sınıra (etkin yüze) final hareketinden ibarettir. Oysa Bölüm 4.4.1’deki Toplamsal Model KVB_6 ’ya uygulandığında P_6 için izdüşüm noktası (3,5) koordinatıyla P_2 noktasıdır ve izdüşüm yolunun $s^{+*} = 4$ ve $s^{-*} = 1$ boş değişkenlerinden elde edildiği gibi $L1 = 5$ uzaklığına sahiptir (şekil 4.2 ve 4.5’i karşılaştırınız). Bununla birlikte, Toplamsal ve BCC modellerinin her ikisinde de P_6 noktası etkin olmayan bir nokta olarak tanımlanmıştır. Daha genel olarak Ahn ve arkadaşları 1988 yılında yaptığı bir çalışmada şunu tespit etmişlerdir. “ Bir KVB ’nin bu modellerin birinde etkin olmayarak tanımlanması ancak ve ancak aynı KVB ’nin daha iyi diğer model tarafından da etkin olmamasını gerektirir”. Gerçek etkinlik değerleri / izd ş mlerindeki bu farklılıklar iki modelde kullanılan metrikleri açıkça yansıtmaktadır (Charnes vd., 1994).

4.4.4.2.  ıktıya Yönelik BCC Modeli

Aşağıdaki formülasyondan g r lebileceği gibi, önceki girdiye yönelik BCC modeli ve çıktıya yönelik BCC modeli arasındaki önemli fark, lineer programlamanın orantısal çıktı artırımını gerçekleştirmek için ϕ üzerinden maksimizasyonundadır. Burada  arpanlar formu’nda (dual problemde) vX_o , amaç fonksiyonunda görünürken, μY_o normalizasyon kısıtı, kısıtlarda yer alır.

Çıktıya Yönelik BCC Primal

$$(BCC_P - \text{ÇY})$$

Amaç Fonksiyonu :

$$\max_{\phi, \lambda, s^+, s^-} z_o = \phi + \varepsilon \cdot \bar{1}s^+ + \varepsilon \cdot \bar{1}s^-$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} \phi Y_o - Y\lambda + s^+ &= 0 \\ X\lambda + s^- &= X_o \\ \bar{1}\lambda &= 1 \\ \lambda, s^+, s^- &\geq 0 \end{aligned}$$

Çıktıya Yönelik BCC Dual

$$(BCC_D - \text{ÇY})$$

Amaç Fonksiyonu :

$$\min_{\mu, v, v_o} q_o = v^T X_o + v_o$$

Kısıtlar :

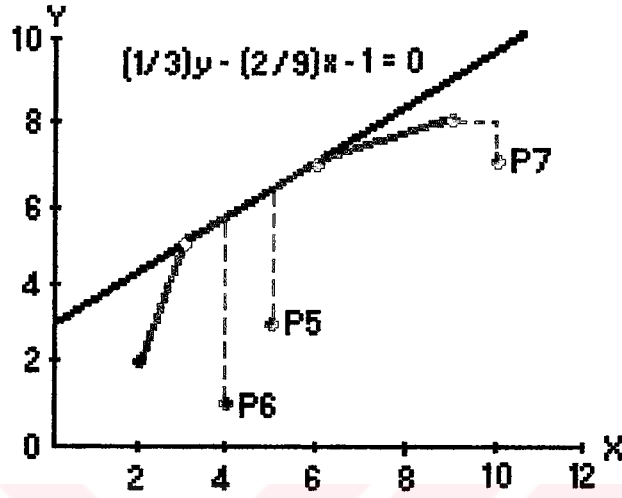
$$\begin{aligned} \mu^T Y_o &= 1 \\ -\mu^T Y + v^T X + v_o \bar{1} &\geq 0 \\ \mu^T &\geq \varepsilon \cdot \bar{1} \\ v^T &\geq \varepsilon \cdot \bar{1} \end{aligned}$$

 v_o serbest değişken

Çıktıya yönelik modeldeki temel fikir, girdiye yönelik modelden çıkartılabilir. Bu modelde amaçlanan, verilen kaynak seviyelerini aşmadan çıktı üretimini maksimum hale getirmektir. Bunu benzer şekilde, girdiye yönelik için Bölüm 4.4.4.1'deki uygulamayla açıklayalım. Yukarıdaki çıktıya yönelik $BCC_P - \text{ÇY}$ modeli kısıtların izin verdiği ölçüde Y_o 'ın daha fazla büyümesini ϕ^* yoluyla sağlamaya çalışır.

Şimdi yukarıdaki $BCC_D - \text{ÇY}$ 'de dual uzayda neyin meydana çıktığını göstermek için çarpanlar formu problemini yorumlayalım. $BCC_D - \text{ÇY}$ dual problemde amaç, analizi yapılan KVB 'ne düşey uzaklığı minimum yapan bir destekleyici hiperdüzlem (Yani tüm karar verme birimlerinin üzerinde ya da yukarısında yer alan) bulmaktır. Bu yorumda v_o , y 'yi bölme rolü oynar. Çizelge 4.3'den KVB_3 'i en yakın destekleyen hiperdüzlem KVB_2 ve KVB_3 'ü birleştiren zarflama yüzeyi $\frac{1}{3}y - \frac{2}{9}x - 1 = 0$ eşitliğidir. $w_3^* = 19/9$ amaç fonksiyon değeri çıktı seviyesindeki maksimum oransal artımdır (yani $\phi^* Y_o$ 'dır). Şekil 4.6'da gösterildiği gibi KVB_3 , $(5, 6\frac{1}{3})$ noktası üzerine izdüşürülmüştür. Diğer KVB 'leri için $BCC_D - \text{ÇY}$ problemi çözmek Şekil 4.6'daki zarflama yüzeyini verir. Burada etkin olmayan noktalar, destekleyen hiperdüzlemlerin konveksliğini saran bu parçalar üzerine izdüşürülmüştür. Tek başına bu oransal çıktı arttırımının etkinliğe ulaşmak için yeterli olamayabileceğini tekrar vurgulayalım. Buna ek olarak zarflama yüzeyine doğru hareket gerekli olabilir ve bu da pozitif girdi ve/veya çıktı boş değişken değerleri yoluyla elde edilir.

Böylece KVB_7 için $(X_7, Y_7) \rightarrow (\hat{X}_7, \hat{Y}_7) = (X_7 - s^{-*}, \phi^* Y_7 + s^{+*}) = (9, 8)$ noktasına izdüşüm, hem $\phi^* = 8/7$ çıktı arttırım oranına ve hem de $s^{-*} = 1$ boş değişken değerine gerek duymaktadır.



Şekil 4.6 Çıktıya yönelik BCC modeli için zarflama yüzeyi (Charnes vd., 1994; s36)

Çizelge 4.3 Çıktıya yönelik BCC modeli için çözüm değerleri (Charnes vd., 1994; s35)

KVB	Primal Problem ($BCC_P - \text{ÇY}$)				Dual Problem ($BCC_D - \text{ÇY}$)			
	ϕ^*	s^+	s^-	λ	q_j^*	μ	ν	ν_o
1	1	0	0	$\lambda_1 = 1$	1	1/2	3/2	2
2	1	0	0	$\lambda_2 = 1$	1	1/5	1/5	2/5
3	1	0	0	$\lambda_3 = 1$	1	1/7	2/21	3/7
4	1	0	0	$\lambda_4 = 1$	1	1/8	1/24	5/8
5	19/9	0	0	$\lambda_2 = 1/3, \lambda_3 = 2/3$	19/9	1/3	2/9	1
6	17/3	0	0	$\lambda_2 = 2/3, \lambda_3 = 1/3$	17/3	1	2/3	3
7	8/7	0	1	$\lambda_4 = 1$	$\frac{8}{7} + \varepsilon$	1/7	ε	$\frac{8}{7} - 9\varepsilon$

Sonuç olarak Şekil 4.5 ve 4.6'da ifade edilmesi gereken; zarflama yüzeyinin girdi ve çıktıya yönelik BCC modelinin her ikisi için de aynı olurken, etkin olmayan bir karar verme

biriminin zarflama yüzeyi üzerinde farklı noktalara izdüşürülmesidir. Örneğin; çıktıya yönelikte KVB_s , $(5, 6\frac{1}{3})$ noktasına izdüşürülürken, girdiye yönelikte ise, $(2\frac{1}{3}, 3)$ noktasına izdüşürülmüştü. Bu açıkça, odaklanılan fikirden yani girdi azaltımı mı veya çıktı arttırımı mı olacağından kaynaklanmaktadır. Etkinlik biçimleri aynıdır, yani boş değişkenlerinin tamamı sıfır olan amaç fonksiyon değerlerinin optimalliği söz konusudur. Bilhassa, bir karar verme biriminin çıktıya yönelikte etkin olarak ifade edilmesi ancak ve ancak bu KVB 'lerinin aynı verilere uygulanan girdiye yönelikte de etkin olarak ifade edilmesi ile mümkündür (Charnes vd., 1994).

4.4.5. CCR Modeli

Charnes, Cooper ve Rhodes tarafından 1978'de verilen CCR Modeli, girdi ve çıktıya yönelik olanların her ikisini de içerir (Charnes vd., 1978). Formülasyonu BCC modeline benzerdir. Bununla birlikte, Şekil 4.7 ve 4.8'den görülebileceği gibi CCR modeli için zarflama yüzeyi, daha önce tanımlanan modellerin zarflama yüzeylerinden farklıdır.

4.4.5.1. Girdiye Yönelik CCR Modeli

Aşağıda verilen girdiye yönelik CCR modeli için dual lineer programlarda, ne konvekslik sabitinin ($\bar{1}\lambda = 1$) ne de u_o değişkeninin formülasyonda yer almadığını belirtmeliyiz.

Girdiye yönelik CCR Primal

$$(CCR_p - GY)$$

Amaç Fonksiyonu :

$$\min_{\theta, \lambda, s^+, s^-} z_o = \theta - \varepsilon \cdot \bar{1}s^+ - \varepsilon \cdot \bar{1}s^-$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} Y\lambda - s^+ &= Y_o \\ \theta X_o - X\lambda - s^- &= 0 \\ \lambda, s^+, s^- &\geq 0 \end{aligned}$$

Girdiye yönelik CCR Dual

$$(CCR_D - GY)$$

Amaç Fonksiyonu :

$$\max_{\mu, v} w_o = \mu^T Y_o$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} v^T X_o &= 1 \\ \mu^T Y - v^T X &\leq 0 \\ -\mu^T &\leq -\varepsilon \cdot \bar{1} \\ -v^T &\leq -\varepsilon \cdot \bar{1} \end{aligned}$$

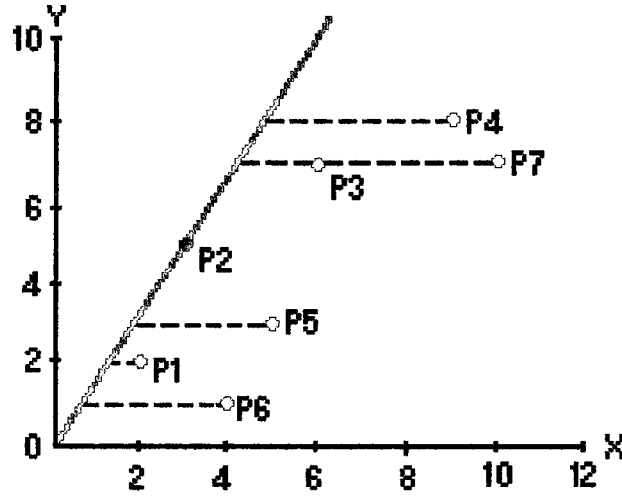
Konvekslik kısıtının olmaması CCR_p 'nin uygun bölgesini, KVB 'lerinin (veya konveks koni tarafından üretilmiş) BCC_p modelinde gözönüne aldığımız konveks bölgeden (konveks hull), koniksel bölgeye (conical hull) büyötmektedir. Sonuçta Çizelge 4.4 'de, z^* değerlerinden görölebileceği gibi, etkin KVB 'lerinin sayısında bir azalma vardır. Gerçekte sadece KVB_2 , 1 etkinlik oranını almaktadır.

Uygun bölgenin koniksel bölgeye genişlemesinin etkisi aşağıdaki gibi açık olarak görölmektedir. Bunun $(X_o, Y_o) = (6, 7)$ ile $CCR_p - GY$ zarflama problemi için açıklaması X_o 'ın maksimum girdi azalmasına izin veren $\{(X\lambda, Y\lambda) \mid \lambda \geq 0\}$ konisindeki bir noktanın seçimidir. Bu nokta (X_2, Y_2) 'den geçen doğru üzerinde olacaktır ve bu yüzden $\theta_3^* = 7/10$ olacaktır. Böylece KVB_3 , $(4\frac{1}{5}, 7)$ sınır noktası üzerine izdüşürölmektedir. Çizelge 4.4'deki optimal λ^* değerlerinden, her KVB 'nin (X_2, Y_2) 'den geçen bu doğru üzerindeki izdüşümü olduğu kolayca görölmektedir ve böylece $CCR - GY$ için zarflama yüzeyi Şekil 4.7'de gösterildiği gibi $\{\alpha(X_2, Y_2) \mid \alpha \geq 0\}$ ışınıdır.

Çizelge 4.4 Girdiye yönelik CCR modeli için çözüm değerleri (Charnes vd., 1994; s37)

KVB	Primal Problem ($CCR_p - GY$)				Dual Problem ($CCR_D - GY$)		
	$z_j^* = \theta^*$	s^+	s^-	λ	w_j^*	μ	ν
1	3/5	0	0	$\lambda_2 = 0.4$	3/5	3/10	1/2
2	1	0	0	$\lambda_2 = 1$	1	1/5	1/3
3	7/10	0	0	$\lambda_2 = 1.4$	7/10	1/10	1/6
4	8/15	0	0	$\lambda_2 = 1.6$	8/15	1/15	1/9
5	9/25	0	0	$\lambda_2 = 0.6$	9/25	3/25	1/5
6	3/20	0	0	$\lambda_2 = 0.2$	3/20	3/20	1/4
7	21/50	0	0	$\lambda_2 = 1.4$	21/50	3/50	1/10

Bölüm 4.4.4.1'de göz önüne alınan Archimedean olmayan ε sabitinin rolü hakkındaki yorumlar CCR modeli için de uygulanmaktadır. Daha önemlisi, θ^* ile orantılı girdi



Şekil 4.7 Girdiye yönelik CCR modeli için zarflama yüzeyi (Charnes vd., 1994; s38)

azalımının kendi kendine etkinliğe ulaşmakta yeterli olamayacağını yeniden vurgulanması gerekir. Bu, herhangi iki boyutlu örnek için boş değerler sıfır olacağı için açık olamayabilir. Bununla birlikte daha yüksek boyutlu (çoklu girdi, çoklu çıktı) örneklerde pozitif girdi ve çıktı boş değişkenlerine, zarflama yüzeyine ulaşmak ve tam etkinliği elde etmek için gerek duyulduğunu ikaz etmek gerekir. Bilhassa, etkinliğe ulaşmak için bazı çıktıları arttırmak ve bazı girdileri azaltmak gerekli olabilir (Charnes vd., 1994).

4.4.5.2. Çıktıya Yönelik CCR Modeli

Çıktıya yönelik CCR modeli için maksimum çıktı artırımı, analizi yapılan KVB 'nin Y_o çıktı vektörüne uygulanan ϕ değişkenlerinden dolayı yapılmaktadır (Çizelge 4.5'deki çözümlere bakınız). Girdiye yönelik için Bölüm 4.4.5.1'de kullanılan benzer bir yorum burada ϕ değişkeni için uygulanabiliyorken yerine $CCR_D - \phi Y$ dual problemini inceleyelim.

Çıktıya yönelik CCR Primal

$$(CCR_p - \phi Y)$$

Amaç Fonksiyonu :

$$\max_{\phi, \lambda, s^+, s^-} z_o = \phi + \varepsilon \cdot \bar{1}s^+ + \varepsilon \cdot \bar{1}s^-$$

Çıktıya yönelik CCR Dual

$$(CCR_D - \phi Y)$$

Amaç Fonksiyonu :

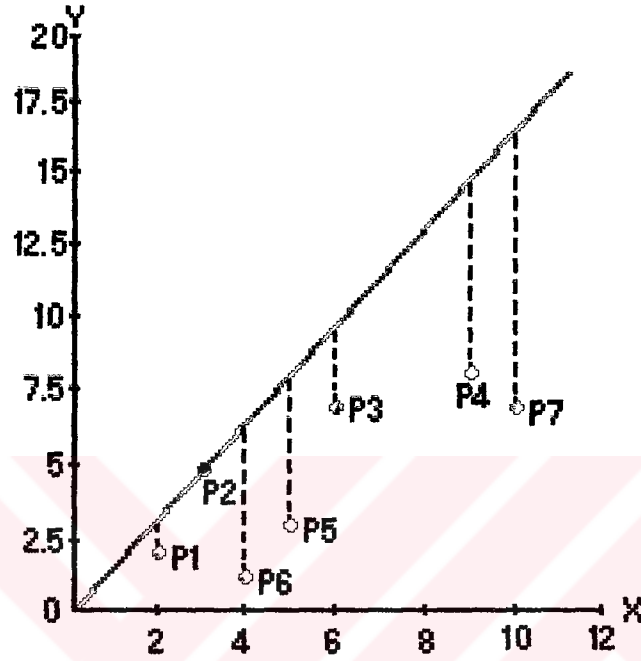
$$\min_{\mu, v} q_o = v^T X_o$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned}\phi Y_o - Y\lambda + s^+ &= 0 \\ X\lambda + s^- &= X_o \\ \lambda, s^+, s^- &\geq 0\end{aligned}$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned}\mu^T Y_o &= 1 \\ -\mu^T Y + v^T X &\geq 0 \\ \mu^T &\geq \varepsilon \cdot \vec{1} \\ v^T &\geq \varepsilon \cdot \vec{1}\end{aligned}$$



Şekil 4.8 Çıktıya yönelik CCR modeli için zarflama yüzeyi (Charnes vd., 1994; s40)

Çizelge 4.5 Çıktıya yönelik CCR modeli için çözüm değerleri (Charnes vd., 1994; s38)

KVB	Primal Problem ($CCR_p - \zeta Y$)				Dual Problem ($CCR_D - \zeta Y$)		
	$z_j^* = \phi^*$	s^+	s^-	λ	q_j^*	μ	v
1	5/3	0	0	$\lambda_2 = 2/3$	5/3	1/2	5/6
2	1	0	0	$\lambda_2 = 1$	1	1/5	1/3
3	10/7	0	0	$\lambda_2 = 2$	10/7	1/7	5/21
4	15/8	0	0	$\lambda_2 = 3$	15/8	1/8	5/24
5	25/9	0	0	$\lambda_2 = 5/3$	25/9	1/3	5/9
6	20/3	0	0	$\lambda_2 = 4/3$	20/3	1	5/3
7	50/21	0	0	$\lambda_2 = 10/3$	50/21	1/7	5/21

Bölüm 4.4.4.2 'de $BCC_D - \text{ÇY}$ için v_o değişkeninde bir y bölünün rol oynadığını tekrar hatırlayalım. Yukarıdaki $CCR_D - \text{ÇY}$ formülü için ($v_o \equiv 0$ olduğu sürece) destekleyici hiperdüzlem yorumu, orijinden geçen destekleyici hiperdüzlemleri gerektirir. Bu Şekil 4.8'de gösterildiği gibi $\{\alpha(X_2, Y_2) \mid \alpha \geq 0\}$ ışını ile, verilen etkinlik sınırını verir.

Girdi ve çıktıya yönelik her iki grup aynı zarflama yüzeylerini verirken, etkin olmayan bir KVB aynı sınır üzerinde farklı noktalara izdüşürülürler. Bu sonuç BCC modeli için de geçerli idi. Yani bir karar verme biriminin girdiye yönelik CCR modelinde etkin olarak ifade edilmesi ancak ve ancak aynı KVB 'nin çıktıya yönelik CCR modelinde de etkin olarak ifade edilmesini gerektirir. Diğer bir deyişle CCR ve BCC modelleri arasındaki ilişkiler bir dereceye kadar farklıdır. Eğer bir KVB , CCR modelinde etkin olarak ifade edilirse, bu KVB aynı zamanda BCC modelinde de etkin olarak ifade edilecektir. Tersinin doğru olması gerekli değildir. Bu Çizelge 4.2 ve Çizelge 4.4 'den görülebilmektedir (Charnes vd., 1994).

4.4.6. Model Özelliklerinin Özeti

Önceki bölümde, temel VZA modellerindeki geometri üzerine odaklanılmıştır. Farklı sonuçların sadece farklı modellerin seçimi ile değil, aynı zamanda bir model içindeki farklı yönelimler ile de elde edilebildiğinin altı çizilmelidir.

İncelenen temel modeller için en önemli seçimler, zarflama yüzeyi ve etkin olmayan KVB 'leri için zarflama yüzeyine izdüşüm yoludur. Esas olarak bir analist, parçalı ölçeğe göre sabit getiri yüzeyi (CCR modelinden) ve ölçeğe göre değişen getiri (BCC veya Toplamsal modeller tarafından verilmiştir) yüzeyi arasından seçim yapmak zorundadır. Verilen bir zarflama için ikinci seçim, etkinlik sınırı üzerinde bir noktaya izdüşümün yoludur. CCR ve BCC modelleri için bu, bir girdi veya çıktı yönelimi arasındaki seçime indirgenir. Bununla beraber eğer ölçeğe göre değişen getiri üretim olasılıkları seçilmişse, BCC modeli ile girdiye yönelik bir radyal metrik veya BCC modeli ile çıktıya yönelik radyal metrik veya Toplamsal modelin L1 metriği şeklinde üç seçim daha ortaya çıkar. Bölüm 4.4.4'de de anlatıldığı gibi, zarflama yüzeyi, üç seçim için de aynıdır (Şekil 4.2, 4.5 ve 4.6 'ya bakınız) buna karşın etkin olmayan bir KVB için karşılaştırma noktası (etkin izdüşüm noktası) üç model için de farklıdır.

Aynı zamanda model seçiminin en önemli sonucunun bu farklı model seçimlerine bağlı olarak ölçeğe göre getiri özelliklerinin tipi olduğunu vurgulamalıyız. Önceki kısımlarda gösterildiği gibi, ölçeğe göre getiriler üzerindeki kısıtlar, λ üzerindeki bir kısıtın veya destekleyici hiperdüzlemler üzerindeki bir kısıtın ifadelerinde eşit olarak yorumlanmıştır. Parçalı lineer zarflama yüzeyleri için (CCR, BCC ve Toplamsal Model), $\sum \lambda$ üzerinde kısıt olmaması ölçeğe göre parçalı sabit getiriye karşılık gelir. Çünkü tüm destekleyici hiperdüzlemlerin orijinden geçmesi gerekir. $\sum \lambda_i = 1$ kısıtı (konvekslik sabiti), ölçeğe göre değişen getiriyi ortaya çıkarır. Çünkü destekleyici hiperdüzlemler orijinden geçmek üzere kısıtlanmamışlardır.

Çizelge 4.6, temel VZA modellerinin özelliklerini özetler. Gözlemlediğimiz gibi, model seçimi, üç farklı zarflama yüzeyi arasından kapalı bir şekilde, bir seçime götürür. Bu seçimler;

1. CCR modeli parçalı lineer, ölçeğe göre sabit getirili zarflama yüzeyi ile sonuçlanır.
2. BCC ve Toplamsal modeller parçalı lineer, ölçeğe göre değişen getirili zarflama yüzeyini verir.
3. Çarpımsal model parçalı log-lineer (logaritmik lineer) zarflama yüzeylerini verir.

BCC ve CCR modelleri için amaç fonksiyon değerlerinin birimlerin invaryantlık (units-invariance) özelliği, son derece küçük Archimedean olmayan ε 'nin teorik özelliklerinin bir sonucudur. Prensip, ε çarpımı ve boş değişkenlerin toplamı, amaç fonksiyonundaki bu ifadenin amacının sınır üzerindeki etkin ve etkin olmayan KVB 'lerini birbirinden ayırt ettiğinden dolayı, ölçüm birimlerine bağlı değildir. ε 'nu keyfi küçük bir sayı (10^{-6} gibi) olarak seçersek, hesaplamada nümerik zorluklar çıkabilir. Doğru algoritmik yürütme için, iki-aşamalı yaklaşım gerekir.

Özetle, belirli bir VZA modelinin seçimini;

1. Kapalı bir şekilde ölçeğe göre getiri özellikleri,
2. Zarflama yüzeyinin geometrisi, (hangi etkinlik ölçümünün yaptırılacağı hususunda)
3. Etkinlik izdüşümü (yani etkin olmayan KVB 'lerinin etkinlik sınırına yolu)

belirler. Çalışmada muhtemel ve elde edilen sonuçlara bağlı olarak, bir analiz için temel bir VZA modelinin seçimi ancak dikkatli incelemelerden sonra yapılmalıdır.

Çizelge 4.6 Temel VZA Modellerinin Karşılaştırılması (Charnes vd., 1994; s45)

Model	Ölçeğe Göre Getiriler	Zarflama Yüzeyi	İzduşum Haritası (map)	Zarflama Metriği [Uzaklık(range)]	Birimler Değişmez mi?	ε (Arc. Olmayan) İçeriyor mu?
Toplamsal	Değişen	Parçalı Lineer	$Y_o \rightarrow Y_o + S^+$ $X_o \rightarrow X_o - S^-$	L1 ($z \leq 0$)	Hayır	Hayır
İnvariant Çarpımsal	Değişen (Log-linear)	Parçalı Cobb-Douglas	$Y_o \rightarrow Y_o e^{s^+}$ $X_o \rightarrow X_o e^{-s^-}$	e^{L_1} ($e^{s^+} \geq 1, 0 < e^{s^-} \leq 1$)	Evet	Hayır
Varyant Çarpımsal	Sabit (Log-linear)	Parçalı Log-linear	$Y_o \rightarrow Y_o e^{s^+}$ $X_o \rightarrow X_o e^{-s^-}$	e^{L_1} ($e^{s^+} \geq 1, 0 < e^{s^-} \leq 1$)	Hayır	Hayır
BCC Girdi	Değişen	Parçalı Lineer	$Y_o \rightarrow Y_o + s^+$ $X_o \rightarrow \theta X_o - s^-$	Radyal (Girdiler) ($0 < \theta \leq 1$)	Evet	Evet
BCC Çıktı	Değişen	Parçalı Lineer	$Y_o \rightarrow \phi Y_o + s^+$ $X_o \rightarrow X_o - s^-$	Radyal (Çıktılar) ($\phi \geq 1$)	Evet	Evet
CCR Girdi	Parçalı Sabit	Parçalı Lineer	$Y_o \rightarrow Y_o + s^+$ $X_o \rightarrow \theta X_o - s^-$	Radyal (Girdiler) ($0 < \theta \leq 1$)	Evet	Evet
CCR Çıktı	Parçalı Sabit	Parçalı Lineer	$Y_o \rightarrow \phi Y_o + s^+$ $X_o \rightarrow X_o - s^-$	Radyal (Çıktılar) ($\phi \geq 1$)	Evet	Evet

5. VZA MODELLERİNDEKİ GELİŞMELER

5.1. Giriş

Önceki bölümde anlatılan temel VZA modelleri, ölçeğe göre getiri şekli, zarflama yüzeyinin geometrisi ve tespit edilen etkinlik izdüşümleri ile ilgilidir. Bu seçeneklerin dizisi önemli bir esneklik sağlar ve temel teorinin inceliklerini veya gelişmelerini kapsayan bu esneklik daha fazla arttırılabilir. VZA metodlarına yapılan bu değerli katkılar, yönetim ve organizasyon faktörlerini yansıtmak için analizi daha iyi hale getirmeyi sağlar, etkinlik tahminlerini kuvvetlendirir ve/veya tutarsızlıkların üstesinden gelmeyi mümkün kılar.

VZA'ne yapılan birçok faydalı katkılar literatürde görülmektedir ve bu, konunun hedefi dışındadır. Temel VZA yöntem biliminin uyumunu göstermek için en önemli dört konusu anlatılacaktır. Anlatımda, gelişmeler özel bir VZA modeli ile formüle edilmesine rağmen, bu gelişmeler herhangi bir VZA modeline de uygulanabilir. Aşağıda anlatılan gelişmeler bir analiste zorunlu ve kategorik girdi ve çıktılarla işlem yapma, karar veya yönetsel bilgi bağını birleştirme ve çoklu zaman periyodlarındaki etkinlik değişimini araştırma imkanı verir.

5.2. Zorunlu (nondiscretionary) Girdi ve Çıktılar

Önceki bölümde anlatılan modellerin formülasyonlarında tüm girdi ve çıktıların isteğe bağlı yani her *KVB* yönetimi tarafından kontrol edildiği, kendi değerlendirmesine göre değiştiği kabul edilmişti. Böylece minimum girdi tüketimi ile maksimum çıktı seviyesini üretmede bir *KVB* 'nin başarısızlığı, küçük bir etkinlik skoru ile görülür. Herhangi bir gerçek durumda, bununla beraber bir *KVB* yönetiminin kontrolü dışında exogenously sabit veya zorunlu girdi veya çıktılar mevcut olabilir. Bunun VZA literatüründeki örnekleri; bakım-tamir birimlerinin etkinlik değerlendirmesinde kar yağışı veya hava durumu, farklı çiftliklerdeki toprak karakterleri ve topografisi, bir restaurant zincirinin kendi dalındaki rakiplerinin sayısı, farklı U.S.Askerlik personel alma birimleri tarafından karşılaşılan genel işsizlik oranları, farklı üniversitelerdeki olanak ve araçların ömrü ve kütüphane performansındaki işlemlerin sayısı şeklindedir.

Örneğin, Banker ve Morey, fast-food restaurant zinciri analizinde kontrol edilemeyen dış faktörlerle belirlenen girdilerin etkisini göstermişlerdir. Çalışmalarında, bu fast-food

zincirindeki 60 restoranın herbirinde 3 çıktı üretmek için 6 girdi tüketilir. Üç çıktı (hepsi kontrol edilebilir) kahvaltı, öğlen ve akşam yemeği satışları olarak uygundur. Altı girdinin sadece ikisi stok harcamaları ve işçi harcamaları isteğe bağlıdır. Diğer dört girdi (dükkanın yaşı, reklam düzeyi, şehir dışı/şehir içi mevki ve araba park etme kapasitesi) bireysel restaurant yöneticisinin kontrolü dışındadır. Analizlerinde kesin olarak kullanılan VZA modellerindeki bu girdilerin, zorunlu karakterde olmasının önemi açıkça gösterilmiştir. Sonuç kontrol edilebilir girdilerde hedeflenen korunma ve çıktılarda hedeflenen artışlar için önemli bir araç tanımlamaktadır.

Zorunlu bir değişkeni tamamen matematiksel olarak ele almak için, anahtar şu bilgidir. “Zorunlu bir girdi değişkeninin hangi derecede indirgeneceği *KVB* yöneticisi için önemli değildir”. Zorunlu değişkenler ile başlangıç formülasyonunu Toplamsal model ile verelim fakat daha önce söylediğimiz gibi, VZA modellerinin herhangi birine de uygulanabileceğini (küçük bir değişiklik) hatırlayalım.

Girdi ve çıktı değişkenlerinin herbirinin, isteğe bağlı (*I*) ve zorunlu (*Z*) değişkenler olarak alt kümeler ayrıldığını farzedelim. Böylece;

$$G = \{1, 2, \dots, m\} = G_I \cup G_Z, G_I \cap G_Z = \emptyset$$

ve

$$C = \{1, 2, \dots, s\} = C_I \cup C_Z, C_I \cap C_Z = \emptyset$$

olur.

Toplamsal Model için (zorunlu değişkenler ile) temel model formülasyonu;

$$\begin{aligned} \min_{\lambda_j, s_r^+, s_i^-} & - \left(\sum_{r \in C_I} s_r^+ + \sum_{i \in G_I} s_i^- \right) \\ \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ & = y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \\ - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j - s_i^- & = -x_{io} \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j & = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_j &\geq 0, & j = 1, \dots, n \\ s_r^+ &\geq 0, & r = 1, \dots, s \\ s_i^- &\geq 0, & i = 1, \dots, m\end{aligned}$$

şeklindedir. Burada $r \in C_I$ ve $i \in G_I$ indeks kümeleri isteğe bağlı çıktı ve girdileri içermektedir.

Zorunlu olarak etkinlik ölçüsü hesaplanırken zorunlu girdi fazlalıkları ve çıktı boş değişkenleri (G_Z ve C_Z için) amaç fonksiyonunda ihmal edilirler. Çünkü bunlar *KVB* yöneticisinin kontrolü dışındadır. Bununla beraber, zorunlu girdi fazlalıkları ve çıktı boş değişkenleri kısıtlarda da yer alır. Yani uygun görelî etkinliklerden elde edilen referans *KVB* 'lerinin seçimindeki gibi bunlar hesapta sayılmaktadır.

Girdi veya çıktıya yönelik CCR ve BCC modellerinin durumunda, zorunlu girdi ve çıktıların işlemi benzer şekildedir. Bilhassa girdiye yönelik için, bütün girdi vektörlerinde oransal azalımı maksimize etmekle ilgili değildir. Bunun gibi bir maksimizasyon (gerçekte θ 'nın minimum değeri), sadece **isteğe bağlı** girdilerden oluşan alt vektöre göre belirlenmelidir. Böylece zorunlu değişkenler ile girdiye yönelik BCC modeli için formülasyon;

$$\begin{aligned}\min_{\theta, \lambda_j, s_r^+, s_i^-} \quad & \theta - \varepsilon \left(\sum_{r \in C_I} s_r^+ + \sum_{i \in G_I} s_i^- \right) \\ \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ &= y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \\ \theta x_{io} - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j - s_i^- &= 0 \quad i \in G_I \\ - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j - s_i^- &= -x_{io} \quad i \notin G_I \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1 \\ \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ s_r^+ &\geq 0, \quad r = 1, \dots, s \\ s_i^- &\geq 0, \quad i = 1, \dots, m\end{aligned}$$

şeklindedir.

Burada minimize edilmesi gereken θ , sadece $i \in G_I$ olan kısıtlarda görülmektedir. Oysa $i \notin G_I$ olan kısıtlar yalnız dolaylı olarak (zorunlu olarak) işlem görürler. Çünkü x_{i0} girdi seviyeleri, yönetimin kontrolüne bağlı değildir.

Çıktıya yöneliğin zorunlu değişkenleri kapsamaları için gerekli değişiklikler yukarıdaki değişiklikler kadar iyi olarak diğer VZA modelleri için de açıktır. Bununla birlikte girdi/çıktı model formülasyonlarının simetrisi vasıtasıyla gizlenmiş kontrol edilebilir çıktıların kavramıyla ilgili olarak, kolayca farkedilmeyen bir netice ve bir temel olduğu gösterilmelidir. Özel olarak bir girdiden bir çıktı yönelimine geçiş görüldüğü kadar açık değildir ve direkt olarak kontrol edilemeyen çıktılar için yorumlama güçlüklerine sıkça neden olmaktadır. Yani bu çıktılar sadece ilgili girdi faktörleri yoluyla etkilenir. Bunun gibi bir çıktıya örnek; reklam, market büyüklüğü vb.'den etkilenen, fakat direkt olarak kontrol edilemeyen "satışlar" verilebilir (Charnes vd., 1994).

5.3. Kategorik Girdi ve Çıktılar

Daha önceki gelişmelerde tüm girdi ve çıktıların sürekli değişkenler olduğu kabul edilmişti. Bununla beraber gerçek durumlarda ordinal değişkenler ortaya çıkar : Bazı girdiler veya çıktılar genel bir kabiliyetin (Örneğin araba park etme kolaylığı) varlığını veya yokluğunu yansıtabilir veya diskrit seviyeler gibi daha doğal bir tanımlamaya sahip olabilirler (Örneğin, populasyon kategorileri). Temel VZA modellerine bu diskrit ordinal değişkenleri uygun bir şekilde dahil etmenin önemi ilk olarak Banker ve Morey tarafından 1986'da ileri sürülmüştür:

...Bir banka şubesinin, belirli bir gelir, yaş ve diğer demografik karakteristiklere sahip 100.000 olarak belli bir nüfus tabanı verildiğinde, belli bir mevduat seviyesi elde etmek için gereksinim duyduğu kaynaklarını (örneğin işçilik ve sermaye gibi) tahmin etmeye çalışalım. VZA'nde sözkonusu şube, 80.000 nüfusa hitap eden bir şube ve 120.000 nüfusa hitap eden bir şubenin eşit ağırlıklı kombinasyonundan oluşan bir karma şube ile iyi bir şekilde kıyaslanabilir. Bu çok makul bir yaklaşım olarak görünürken, bu karşılaştırma için kullanılan şubeleri, eğer sadece 100.000 veya daha küçük nüfuslu şubelerden oluşan bir emsal grub ile oluşturabilirsek bu kıyaslamamızın daha az tartışmalı olacağı açıktır. Emsal gruba dahil etmek üzere çok daha güç durumda bile çalışan bir şubeyi, örneğin sadece 80.000 nüfus tabanına sahip olan bir şubeyi bile kabul edebiliriz, ancak daha büyük nüfus tabanına sahip olanı kabul edemeyiz. Çünkü bu faktörle ilgili marjinal verimliliğin, 100.000 nüfuslu bir şubenin marjinal

verimliliği ile 120.000 nüfuslu bir şubenin marjinal verimliliğinin aynı olduğunu kabul etmede isteksiz olabiliriz.

Yukarıdaki bu düşünceler, hatta, böyle relatif (görelî) etkinlik analizinde bazı faktörlerin 0-1 değişkenlerle ifade edildiği durumda da çok daha önemli olacaktır : Yani bir bankanın bazı şubelerinde arabaya servis verilebilir, bazılarında verilemeyebilir; bazı şubelerde otomatik ödeme yapılabilir, bazılarında yapılamayabilir. Yukarıdaki durumlar için arzu edilen şey, karma referans üyelerin aynı kategoride yer alır *KVB* 'lerinden kurulmasını ya da muhtemelen çok daha güç veya istenmeyen durumda bile çalıştığı farzedilen bir kategorideki *KVB*'lerinden kurulmasını sağlayan bir metod vermektir.

Son cümlede ifade edilen prensip, fikir olarak oldukça basittir. Bununla beraber Kamokure 1988'de bu prensibin bir model formülasyonu yoluyla doğru olarak ifade edilmesinin zor olabileceğini göstermiştir. Banker ve Morey 1986'da da, tanımlanmamış veya anlamsız olan kategorileri yanlış bir şekilde tanımlayan isteğe bağlı kategorik değişkenler için bir karma-tamsayılı LP (lineer programlama) formülasyonu önermişlerdir.

Bir LP model formülasyonu üzerine odaklanmak yerine, daha iyi ve kolay olanı uygulanmış yaklaşımı bir LP çözüm algoritmasına uyarlamaktır. Bunun gelişmelerde anlamlı olabilecek ilave üstünlüğü, **çoklu** kategorik değişkenlere izin vermesidir.

Bir girdi değişkeninin L (1,2,...,L) seviyelerinden biri olabildiğini kabul edelim. Bu L değerleri *KVB* 'lerinin kümesini etkin olarak kategorilere ayırır. Özel olarak, karar verme birimlerinin kümesi $D = \{1,2,...,n\} = D_1 \cup D_2 \cup ... \cup D_L$ ' dir. Burada $D_k = \{ i \mid i \in D \text{ ve girdi değeri } k \text{ 'dır} \}$ ve $D_j \cap D_k = \phi$, $j \neq k$ şeklindedir. Bir karar verme birimini, kendisinde ve bütün önceki kategorilerde bulunan birimler tarafından belirlenmiş zarflama yüzeyine bağlı olarak değerlendirmek isteyelim. Aşağıdaki model spesifikasyonu, $\bigcup_{k=1}^L D_k$ 'daki birimlere göre değerlendirilecek $KVB_o \in D_K$, $K \in \{1,...,L\}$ karar verme birimini ele alır.

$$\begin{aligned} \min_{\lambda_j, s_r^+, s_i^-} & - \left(\sum_{r=1}^s s_r^+ + \sum_{i=1}^m s_i^- \right) \\ & \sum_{j \in \bigcup_{k=1}^K D_k} y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \\ & - \sum_{j \in \bigcup_{k=1}^K D_k} x_{ij} \lambda_j - s_i^- = -x_{io} \quad i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

$$\sum_{j \in \bigcup_{k=1}^K D_k} \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j \in \bigcup_{k=1}^K D_k$$

$$s_r^+ \geq 0, \quad r = 1, \dots, s$$

$$s_i^- \geq 0, \quad i = 1, \dots, m$$

Böylece yukarıdaki spesifikasyonda, tüm $l \in D_1$ birimleri D_1 'deki birimlere göre, tüm $l \in D_2$ birimleri $D_1 \cup D_2$ 'deki birimlere göre, tüm $l \in D_C$ birimleri $\bigcup_{k=1}^C D_k$ 'daki birimlere göre ve tüm $l \in D_L$ birimleri bütün $D = \bigcup_{k=1}^L D_k$ kümesine göre değerlendirilir. Açıklamamız Toplamsal model için olmasına rağmen, kategorik değişkenlerin herhangi bir VZA modeline aynı tarzda kolayca dahil edilebileceği aşıkardır. Buna ilave olarak yukarıdaki formülasyon bir aday listesi yoluyla temelinde bulunan LP çözüm algoritması ile kolayca yürütülür.

Önceki gelişmeler kategorilerin doğal olarak içiçe ve hiyerarşik olduğu varsayımına dayanır. Her *KVB*, sadece kendi içinde veya daha fazla dezavantajlı kategorilerde (yani aynı veya daha kötü durumlar altında çalışan kategorilerde) bulunan *KVB*'leri ile karşılaştırılmalıdır. Eğer kategoriler karşılaştırılmaz ise (örneğin kamu üniversiteleri ile özel üniversiteler), o halde her kategori için bir ayırma analizi yapılmalıdır. Böyle bir analizde, yönetsel etkinsizlikler, karşılaştırmadan önce kategorinin etkin sınır üzerinde izdüşümü yapılarak ortadan kaldırılmalıdır. Bu tekniğin ilk örneği Charnes, Cooper ve Rhodes'un 1981 yılındaki Program Follow Through'u değerlendirme çalışmasıdır (Charnes vd., 1994).

5.4. Yargı veya Önceki Bilgiyi Birleştirmesi

Belki de VZA için önerilen gelişmelerin en önemlisi çarpanların uygun bölgesini sınırlandırma kavramıdır. Önceki bölümde temel VZA modellerinde, çarpanlar üzerindeki yegane açık bir kısıt pozitiflik kısıtıdır (Bu ya ε ya da 1 alt sınırları ile sağlanır). Bu esneklik, sık sık VZA yöntem biliminin uygulamalarında avantaj olarak tanımlanmaktadır, yani çarpanların bir ön spesifikasyonu gerekli değildir ve her *KVB*, en iyi olası hesap hafifliği ile değerlendirilir.

Bununla beraber bazı durumlarda, bu tam esneklik, arzu edilmeyen sonuçlar doğurabilir. Çünkü göstermesi zor olacak şekilde bir *KVB*’ni etkin olarak gösterebilir. Özellikle model sık sık, özel bir *KVB*’ne mümkün olduğu kadar yüksek etkinlik oranı vermeye çalışırken çarpanlara makul olmayacak ölçüde düşük veya haddinden fazla yüksek değerler tayin eder.

Çeşitli kontrol seviyeleri üzerine yararlı etkileri ispatlanmış üç durum aşağıdaki gibidir :

1. Analiz, modele doğrudan dahil edilemeyen veya uzman görüşünün aksini söyleyen ilave bilgileri hesaba katmaz.
2. Yönetim, farklı faktörlerin göreceli önemi ve en iyi uygulamayı neyin belirlediği hakkında kuvvetli tercihlere sahiptir ve;
3. Küçük bir *KVB*’leri örneği için metod ayırımı yapmada başarısız kalır ve tüm *KVB*’lerini etkin olarak tanımlayabilir.

Çarpanların kabul edeceği değerler üzerine ilave kısıtlar koyma VZA’nın gücünü ve esnekliğini artırır ve böylece analiz içine uzman bilgisini, yönetimin tercihini ve diğer yargıları katarak daha kesin etkinlik tahmini yapar.

Bu ilave kısıtların tatbik edilmesini önerilen teknikler, teker teker çarpanlar üzerine alt ve üst sınırları koymayı (Dyson ve Thanassoulis, 1988; Roll, Cook ve Golany 1991); çarpanların oranları üzerine sınırlar koymayı (Thompson ve diğerleri, 1986); çarpan eşitsizlikleri eklemeyi (Wong ve Beasley, 1990) ve verilen kapalı konilere ait (Charnes ve arkadaşları, 1989) çarpanlara gereksinimi içermektedir.

Genel yaklaşımı göstermek için, aşağıdaki formdaki ilave eşitsizlik kısıtlarını katmak isteyelim:

$$\mu a_k^o + v a_k^i \leq 0, \quad k = 1, \dots, K$$

Burada a_k^o , çıktı çarpanları μ ’ler için s -boyutlu katsayılar vektörüdür ve a_k^i , girdi çarpanları v ’ler için m -boyutlu katsayılar vektörüdür.

Elbette bunun gibi kısıtlar, herhangi bir VZA modeline dahil edilebilirler. Burada, temel Toplamsal modele dahil edilmesini göz önüne alalım:

Amaç Fonksiyonu :

$$\max_{\mu, \nu, u_o} w_o = \mu^T Y_o - \nu^T X_o + u_o$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} \mu^T Y - \nu^T X + u_o \bar{1} &\leq 0 \\ \mu^T A^o + \nu^T A^i &\leq 0 \\ -\mu^T &\leq -\bar{1} \\ -\nu^T &\leq -\bar{1} \\ u_o &\text{ serbest değişken} \end{aligned}$$

Böyle dahil edilen kısıtların herbiri ilgili (dual) zarflama programında bir z_k değişkenine karşılık gelir. İlave kısıtlara karşılık gelen değişkenlerin K -boyutlu vektörü z ile gösterilir. K tane kısıtın herbirinin katsayıları A^o matrisinin (s, k) sütunu ve A^i matrisinin (m, k) sütunu ile verilir.

Amaç Fonksiyonu :

$$\min_{\lambda, s^+, s^-, z} z_o = -\bar{1}s^+ - \bar{1}s^-$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} Y\lambda - s^+ + A^o z &= Y_o \\ -X\lambda - s^- + A^i z &= -X_o \\ \bar{1}\lambda &= 1 \\ \lambda, s^+, s^- &\geq 0 \end{aligned}$$

$A^o z$ ve $A^i z$ vektörlerinin elemanları literatürde **kalanlar** (residues) olarak tanımlanmaktadır. Bunlar aynı zamanda mevcut standart boş değişkenlerle karşılaştırılmamalıdır. Kalanlar, etkinlik skorunun ayarlanmasını mümkün kılar. Böylece, çarpanlar üzerinde bunun gibi kısıtlar koyma zarflama yüzeyini değiştirme etkisi yapar.

Charnes, Cooper, Wei ve Huang tarafından 1988'de verilen CCR Koni Oran modeli formülasyonu daha önceki bölümde verilmiş, Charnes, Cooper ve Rhodes'un 1978'deki çalışması olan CCR modelini kapalı konilere ait olan çarpanları gerektirerek genelleştirir. İki dual problem;

Koni Oran Primal

(KO_p)

Amaç Fonksiyonu :

$$\min_{\theta, \lambda, s^+, s^-} \theta$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} -\theta X_o + X\lambda &\in V^* \\ -Y\lambda + Y_o &\in U^* \\ \lambda &\in -K^* \end{aligned}$$

Koni Oran Dual

(KO_D)

Amaç Fonksiyonu :

$$\max_{\mu, v} \mu^T Y_o$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} v^T X_o &= 1 \\ v^T X - \mu^T Y &\in K \\ -\mu^T &\in U \\ -v^T &\in V \end{aligned}$$

şeklinde. Burada $V \subset E^m$, $U \subset E^s$, dar (acute) kapalı konveks konilerdir ve V^* ile U^* sırasıyla V ve U 'nun negatif kutupsal konileridir.

Eğer V ve U , toplam formunda tanımlanmış polihedral koni ise o zaman yukarıdaki koni oran modeli dönüşmüş verileri olan bir CCR modeline denktir. Özel olarak, eğer $V = \{A^T \alpha : \alpha \geq 0\}$ ve $U = \{B^T \gamma : \gamma \geq 0\}$ ise, $V^* = \{v : Av \leq 0\}$ ve $U^* = \{u : Bu \leq 0\}$ dir. Yukarıdaki koni oran modelinin aynı KVB 'ni değerlendiren fakat $\bar{Y} = BY$ ve $\bar{X} = AX$ dönüşmüş verisine sahip bir CCR modeli ile çakıştığını göstermek kolaydır. Verileri dönüştürme ön prosesi, problemi orijinal CCR formuna indirger, böylece mevcut VZA yazılım programları değişiklik yapılmaksızın kullanılabilir (Charnes vd., 1994).

5.5. Pencere (Window) Analizi

Önceki kısımların örneklerinde, her KVB sadece birkez gözlemlenmiştir. Yani, her örnek verilerin çaprazlanma (cross-sectional) analizidir. Gerçek çalışmalarda KVB 'leri için gözlemler sık sık çoklu zaman periyodları (veri zaman serileri) üzerinde geçerlidir ve zaman boyunca etkinlik değişimlerine odaklanma ile ilgilenildiğinde bir veri analizi tablosunu yapmak çok defa önem taşımaktadır. Böyle bir durumda zamana göre bir hareketli ortalama

kullanarak VZA'ni gerçekleştirmek mümkündür. Burada herbir farklı periyotta bir *KVB*, sanki “farklı” bir *KVB* gibi işlem görmektedir. Özellikle, belli bir periyottaki bir *KVB*'nin performansı, diğer *KVB*'lerinin performanslarına ilave olarak diğer periyotlardaki kendi performansları ile karşıt olmaktadır.

Charnes ve arkadaşlarının 1985'de tanımladıkları yukarıdaki işlenmeye hazır **Pencere Analiz** (Window Analysis) tekniği, bakım-tamir işlemleri çalışması ile en iyi şekilde açıklanmıştır. Veriler, A.B.D. Hava Kuvvetlerinde 7 aylık periyod boyunca ($P = 7$), 14 tane taktik avcı uçak filosundan ($n = 14$) elde edilmiştir. Üç aylık ($w = 3$) bir pencere kullanan analizi gerçekleştirmek için aşağıdaki şekilde başlanır.

Her *KVB*, birinci pencerede ($M1, M2, M3$) birbirini takip eden üç ayın herbiri için sanki farklı bir *KVB* olarak tanımlanır ve 42 tane *KVB* ($= mw = 3 \times 14$)'nin bir analizi yapılır sonra pencere bir periyod ötelenir ve analiz 42 tane *KVB*'nin ikinci üç-aylık kümesi ($M2, M3, M4$) için gerçekleştirilir. Proses bu tarzda devam ederek pencere her seferinde bir periyod ileri ötelenir ve son üç ay ($M5, M6, M7$) için 42 *KVB*'nin final (beşinci) analizi ile bitirilir (Genelde, $p - w + 1$ tane ayrı analiz yapılır. Burada her analiz, mw tane *KVB*'ni inceler). Çizelge 5.1'de, bu analiz sonuçları açıklanmaktadır.

Çizelge 5.1'in yapısı, analizin temel çatısını göstermektedir. Birinci “pencere” için A Filosu, 1. ,2. ve 3. ayda farklı bir *KVB* imiş gibi VZA modeli kısıtlarında tanımlanır. Böylece Filo 1, 1. aydaki etkinlik için değerlendirildiğinde, 2. ve 3. aydaki kendi performans verileri, diğer filoların 1. , 2. ve 3. ay için benzer performans verileri ile beraber kısıtlarda bulunmaktadır. Buna göre “birinci pencere” analizinin sonuçları, her filo için birinci satırda Ay 1-Ay 3 sütunları altında 42 puandan ibarettir. Örneğin; Filo 1 performansı için 1. , 2. ve 3. ayda sırasıyla 97.89, 97.31 ve 98.14 etkinlik oranları elde edilmiştir. Her filo için verilerin ikinci satırı 42 *KVB*'nin, 1. ayın verilerinin çıkartılıp 4. ayın verilerinin eklendiği ikinci pencere analizinin sonucudur.

Çizelge 5.1'de verildiği gibi bir pencere analizinin sonuçlarının düzenlenmesi, performansda trendlerin belirlenmesini, referans kümelerinin kararlılığını ve diğer olası kavramları kolaylaştırır. Örneğin; “satır yönünden bakıldığında”, E ve M Filoları için performans trendleri belirgindir. Üçüncü pencerede E Filosunun 3. ve 4. aydaki önceki performansına bağlı olarak iyileşirken, M Filosunun performansı 6. ve 7. ayda bozulmaktadır. Benzer

şekilde “sütun itibariyle görünenler”, farklı referans kümelerine karşılık olarak filoların (*KVB* ’lerinin) kıyaslanmasını mümkün kılmaktadır.

Çizelge 5.1’in faydası, herbir filo sonuçlarının görelî sonuçlarını ortaya çıkarmak için herbir filonun özet istatistiklerini (ortalama, medyan, varyans, range vb.) ilave sütunlar halinde ekleyerek arttırılabilir. Son olarak, diğer *KVB* ’lerinin etkin referans kümesinde etkin bir *KVB* ’nin kaç kez ortaya çıktığı ile ilgili kayıtları gösteren “Yüzey Katılım Tablosu” da pencere analizinde önemlidir.

Pencere analiz tekniğı, VZA ile ilgili daha ileri ilave araştırmalar için bir alan tanımlamaktadır. Örneğın; bir pencere için genişlik seçimi problemi (ve VZA çözümlerinin pencere genişliğine duyarlılığı) tecrübe ve hatalar ile belirlenmiştir. Benzer şekilde, herbir *KVB* ’ni, pencere analizinde herbir periyodta sanki farklı bir *KVB* gibi ele alma gösteriminin teorik icrası, hesaplanmak üzere kalmıştır (Charnes vd., 1994).



Çizelge 5.1 Üç-Aylık Pencere ile Pencere Analizi (Charnes vd., 1994; s58-59)

Filo	Ay 1	Ay 2	Ay 3	Ay 4	Ay 5	Ay 6	Ay 7
Filo-A	97.89	97.31	98.14				
		97.36	97.53	97.04			
			96.21	95.92	94.54		
				95.79	94.63	97.64	
					94.33	97.24	97.74
Filo-B	93.90	95.67	96.14				
		96.72	96.42	94.63			
			95.75	94.14	93.26		
				94.54	93.46	96.02	
					93.02	96.02	94.49
Filo-C	93.77	91.53	95.26				
		91.77	95.55	94.29			
			93.21	95.04	94.83		
				93.20	93.09	92.21	
					93.59	92.32	92.83
Filo-D	99.72	96.15	95.06				
		97.91	95.70	100.0			
			94.79	100.0	94.51		
				99.71	94.39	94.76	
					94.95	94.67	89.37
Filo-E	100.0	100.0	100.0				
		100.0	100.0	100.0			
			98.97	99.05	100.0		
				99.37	100.0	100.0	
					100.0	100.0	100.0
Filo-F	97.42	93.48	96.07				
		93.60	96.24	93.56			
			94.46	91.75	92.49		
				91.73	92.32	92.35	
					92.68	91.98	99.64
Filo-G	90.98	92.80	95.96				
		93.67	96.80	99.52			
			93.34	94.48	91.73		
				91.94	89.79	95.58	
					89.35	95.14	96.38

Çizelge 5.1 Devamı

Filo	Ay 1	Ay 2	Ay 3	Ay 4	Ay 5	Ay 6	Ay 7
Filo-H	100.0	100.0	100.0				
		100.0	100.0	100.0			
			100.0	100.0	100.0		
				100.0	100.0	100.0	
					100.0	100.0	100.0
Filo-I	99.11	95.94	99.76				
		96.04	100.0	100.0			
			98.16	98.99	94.59		
				98.97	94.62	99.16	
					94.68	98.92	97.28
Filo-J	92.85	90.90	91.62				
		91.50	92.12	94.75			
			90.26	93.39	93.83		
				92.92	93.84	95.33	
					94.52	96.07	94.43
Filo-K	86.25	84.42	84.03				
		84.98	84.47	93.74			
			83.37	82.54	80.26		
				82.39	80.14	79.58	
					80.96	78.66	79.75
Filo-L	100.0	100.0	100.0				
		100.0	100.0	99.55			
			100.0	99.39	97.39		
				100.0	96.85	100.0	
					96.66	100.0	100.0
Filo-M	100.0	100.0	100.0				
		100.0	100.0	100.0			
			100.0	100.0	100.0		
				100.0	100.0	98.75	
					100.0	98.51	99.59
Filo-N	100.0	100.0	98.63				
		100.0	100.0	100.0			
			99.45	100.0	100.0		
				100.0	100.0	100.0	
					100.0	100.0	100.0

6. VZA İÇİN UYGULAMA ÖRNEKLERİ

Son bölümde öncelikle, VZA'nın uygulanabilmesi için gerekli olan adımlara, daha sonra da çeşitli konularda uygulanmış VZA örneklerine yer verilecektir. Son olarak ise, VZA'nın güçlü ve zayıf yönleri ele alınacaktır.

6.1. VZA'nın Uygulanabilmesi için Gerekli Olan Adımlar

1. Adım : Gözlem kümesinin seçilmesi

VZA 'indeki ilk aşama, birbirleriyle karşılaştırmalı etkinlik ölçümü yapılacak olan *KVB* 'nin seçimidir. Ayrıca gözlem kümesinin "homojen" olması, elde edilecek sonuçların anlamlı olabilmesi açısından çok önemlidir. Bir grubun homojen olması demek, o grubu oluşturan *KVB* 'nin aynı girdi-çıkı karmalarına sahip olmaları ve dışsal etkenlerin birbirlerinden çok farklı olmadığı anlamına gelir. Gözlem kümesinin içerdiği *KVB* sayısının belirli bir değerin üstünde olması ile, türetilcek etkinlik ölçütlerinin birbirinden farklı olması olanağı sağlanır. Aksi taktirde, herhangi bir çıktı/girdi oranında avantajlı olan *KVB* tüm ağırlıkları kendi açısından maksimum yapar ve etkinlik sınırına erişir. Bu nedenle etkinlik ölçümünün anlamlı olabilmesi için gözlem kümesinin seçiminde çok titiz davranılması gerekmektedir.

2. Adım : Girdi ve çıktı kümelerinin seçilmesi

Veri tabanlı bir etkinlik ölçüm tekniği olduğundan, VZA ile yapılacak ölçümün sağlıklı olabilmesi, göz önüne alınan girdi ve çıktıların da anlamlı olması ile mümkündür. Bu aşamadaki amaç, analizi yapılan konuyu en iyi şekilde ifade edebilecek girdi ve çıktıların seçilmesidir. Bu nedenle konuyla ilişkilendirilebilecek bütün aday girdi ve çıktıların listesi yapılarak işe başlanmalıdır. Daha sonra etkinlik ölçümünü yapacak olan uzmanın görüşü ve bazı önistatistiki analizler yardımıyla birbirleri arasında çok yüksek derecede korelasyon bulunan ve konuyla direk etkisi olmayan değişkenler elenmelidir. Girdi ve çıktı sayılarının azaltılmasıyla VZA'nın ayrıştırma yeteneği artar. Doğal olarak, girdi ve çıktı sayısının çok fazla olması *KVB* sayısının da artmasını gerektirir. Bu da gözlem kümesinin homojenliğini bozar. Verilerin ölçüm hatalarından arındırılması da çok önemli bir faktördür. Hangi girdi ve çıktının, analizi yapılan konuyu en iyi şekilde temsil ettiği, çeşitli girdi-çıkı senaryolarının VZA tekniği ile sınanması yoluyla bulunur. Elbette, analizi yapılan konuyu iyi bir şekilde simgeleyemeyen bir girdi-çıkı modeli sonucu elde edilecek etkinlik ölçütleri de son derece sağlıklı olacaktır.

3. Adım : VZA ile göreli etkinlik ölçümü

Karşılaştırmalı analizi yapılacak olan *KVB* 'nden oluşan gözlem kümesi ve ilgili girdi-çıktı kümeleri seçildikten sonra, etkinlik ölçümünü yapacak analist en uygun olan VZA modelini seçer. Herbir *KVB* için ilgili doğrusal program çözülerek çözüm kümelerine ulaşılır.

4. Adım : Herbir *KVB* için detay analizi

Doğrusal programlardan elde edilen çözüm kümelerinin ışığı altında analiste, etkin olmayan herbir *KVB* 'nin etkin duruma dönüştürülmesi için ne gibi önlemler alınması gerektiğine ilişkin bilgiler verir.

5. Adım : Gözlem kümesi için genel sonuçların değerlendirilmesi

VZA'nın son aşamasında, gözlem kümesine ait olan etkin olan ve olmayan *KVB* 'leri için ortak bulgular araştırılır. Ayrıca, gözlem kümesini oluşturan *KVB* 'lerinin ait olduğu analiz konusunun genel durumu hakkında değerlendirmeler yapılır (Yolalan, 1993).

6.2. Örnek Uygulamalar :

6.2.1. Bankacılık Sektöründe Bir Uygulama

Bu uygulama, bir ticari bankanın şubelerinin servis etkinliği ve karlılığı üzerinde yapılmıştır. Şimdi bu örneği adım adım açıklamaya çalışalım. Bundan sonraki örnekler bu tarzda açıklanmayacaktır.

1. Adım :

Etkinlik ölçümünün anlamlı olabilmesi amacıyla gerek ölçek gerekse üretim süreci açısından birbirine benzer yapıdaki şubeler gözlem kümesine seçilmiştir. Bu amaçla, mevduat toplama, kredi verme, kambiyo işlemlerini gerçekleştirme, karlılık düzeyleri, personel çalıştırmadaki katkıları, otomasyon donanımı, servis kalitesi, müşteri potansiyeli, çevre koşulları gibi kriterler gözönüne alınmıştır. Bu kriterlerin ışığı altında, banka yöneticilerinin de görüşlerine başvurularak üretim yapısı açısından birbirlerine yakın bulunan 44 şube gözlem kümesine alınmıştır.

2. Adım :

Girdi ve çıktı kümelerinin seçiminde ise, banka şubelerinin hem “servis” yönünden, hem de “karlılık” açısından etkinliklerinin ölçülmesine karar verilmiştir. İlk aşama olarak da, “servis etkinliğinin” ölçülebilmesi için gereken girdi ve çıktılar gözönüne alınmıştır.

Servis etkinliği için;

Girdi Kümesi :

X_1 = çalışan personel sayısı,

X_2 = terminal sayısı,

X_3 = ticari hesaplar,

X_4 = toplam vadeli mevduat hesabı,

X_5 = toplam vadesiz mevduat hesabı,

X_6 = toplam kredi başvuruları,

Çıktı Kümesi :

Y_1 = tüm işlemlere harcanan toplam standart zaman.

İlk iki girdi, bir banka şubesinin en etkin bir şekilde çalıştırılabilmesi için banka yönetimince kaynak tahsisi yapılan iç girdilerdir. Bu girdiler bir dönemden diğerine yine banka yönetimince değiştirilebilirler. Diğer girdiler ise, şubelerin mevcut çevresel koşullarını ve müşteri yapılarını yansıtan dış girdilerdir.

Burada çıktı olarak her şubenin tüm bankacılık işlemleri için harcadığı standart zamanların toplamı alınmıştır. Her işlem tipi için banka içinde yapılan ve zaman etüdüne dayanılarak hesaplanan standart zamanlar, belirli bir dönemde gerçekleştirilen işlem sayıları ile çarpılır ve şubelerin o dönem içinde harcadıkları toplam standart zamanlar hesaplanır. İşlem sayılarını en uygun şekilde birleştirme olanağı sağladığı için toplam işlem sayısı yerine toplam standart zamanların çıktı olarak seçilmesine karar verilmiştir.

İkinci aşama olarak da, bankanın “karlılık” derecesinin ölçülmesi amacıyla şubelerin kar/zarar tablolarından en anlamlı bulunan bileşenler seçilmiştir.

Karlılık etkinliği için;**Girdi Kümesi :** $X_1 =$ personel giderleri, $X_2 =$ işletme giderleri, $X_3 =$ amortismanlar, $X_4 =$ faiz dışı giderler, $X_5 =$ faiz giderleri,**Çıktı Kümesi :** $Y_1 =$ faiz gelirleri, $Y_2 =$ faiz dışı gelirler.**3. Adım :**

VZA ile görelî etkinlik ölçümlerinin yapılması için model seçilir. Burada ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altında girdiye yönelik CCR Primal ($CCR_p - GY$) model seçilmiştir.

Amaç Fonksiyonu :

$$\min_{\theta, \lambda, s^+, s^-} z_o = \theta - \varepsilon \cdot \bar{1}s^+ - \varepsilon \cdot \bar{1}s^-$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} Y\lambda - s^+ &= Y_o \\ \theta X_o - X\lambda - s^- &= 0 \\ \lambda, s^+, s^- &\geq 0 \end{aligned}$$

Ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altındaki ($CCR_p - GY$) modeli kullanılarak hem servis hem de karlılık açısından görelî etkinlik ölçümü yapılarak elde edilen etkinlik değerleri bulunmuştur. Çizelge 6.1' de özet olarak sadece 5 tane *KVB* seçilmiştir. Ancak bu değerlerin 44 *KVB*'nin göreceli olarak karşılaştırılması neticesinde oluştuğu gözardı edilmemelidir.

Çizelge 6.1 Beş örnek şube (KVB)'nin servis etkinlik ve karlılık dereceleri (Yolalan, 1993; 76)

SERVİS ETKİNLİĞİ			KARLILIK	
Şube No :	θ_{SE}	Referans Kümesi	θ_K	Referans Kümesi
:	:	:	:	:
16	1.00	{16}	0.87	{5,21,43}
17	0.86	{19,24,30,36}	0.93	{5,28,37,43}
18	0.69	{19,24,30,31}	0.54	{5,28,37,43}
19	1.00	{19}	0.88	{5,40,41}
20	0.77	{16,24,30,35}	0.81	{5,36,43}
:	:	:	:	:

4. Adım :

Bu bölümde, herbir şube etkin olmayan kaynaklar için belirlenerek, şubelerin daha etkin hale dönüşebilmeleri amacıyla hangi girdilerini ne kadar azaltmaları gerektiği belirtilmiştir. Aynı durum karlılık etkinliği için de geçerlidir. Ayrıca banka geneli için hangi şubeden hangisine, doğru şekilde içsel kaynak tahsisi yapılması gerektiğine ilişkin ileriye yönelik kararlara ışık tutabilecek sonuçlara da varılmıştır.

Burada, hem servis etkinliği hem de karlılık açısından etkin olmayan 18 numaralı şubeyi incelemek üzere ele alalım. Bu şubenin servis etkinliği $\theta_{SE} = 0.69$ 'dur. 19,24,30 ve 31 numaralı şubeler ise bu şubenin etkinlik ölçümünde referans olan kuramsal şubenin belirlenmesine imkan sağlamaktadırlar. Çizelge 6.2'de, 18 numaralı şubenin servis açısından etkin duruma dönüşebilmesi için neler yapması gerektiği belirtilmiştir. Söz konusu şubede mevduat ve kredi hesaplarının çoğu etkin olarak çalışmamaktadır. Bu nedenle, çeşitli pazarlama faaliyetleri ile söz konusu şube yönetimi uyuyan hesapları daha aktif hale getirmeye çalışmalıdır.

Çizelge 6.2'deki girdi azaltılması gözlemlenen çıktı düzeyinin sabit tutulduğu durum için geçerlidir. Bu arada ölçümü yapılan şubenin girdilerini azaltmak yerine çıktıları artırarak da etkin hale dönüşebileceği gözardı edilmemelidir.

Çizelge 6.2 Beş örnek şube (*KVB*)'nin kuramsal girdi ve çıktı değerleri (Yolalan, 1993; s77)

Girdi Kümesi	18 nolu şube	Kuramsal şube	Fark
$X_1 = \text{çalışan personel sayısı}$	40	27.9	12.1
$X_2 = \text{terminal sayısı}$	12	8.4	3.6
$X_3 = \text{ticari hesaplar}$	945	659.2	285.8
$X_4 = \text{toplam vadeli mevduat hesabı}$	4217	2301.5	1916.5
$X_5 = \text{toplam vadesiz mevduat hesabı}$	4297	2032.0	2265.0
$X_6 = \text{toplam kredi başvuruları}$	97	67.7	29.3
Çıktı Kümesi	18 nolu şube	Kuramsal şube	Fark
$Y_1 = \text{tüm işlemlere harcanan toplam standart zaman}$	3297	3297.0	0.0

Çizelge 6.2'deki kuramsal şubenin hesaplanması için $CCR_p - GY$ modelinin çözüm kümesinden elde edilen λ değerlerinden yararlanılabilir:

$$X^{KB} = X \cdot \lambda \quad j \in \{19, 24, 30, 31\}$$

$$Y^{KB} = Y \cdot \lambda \quad j \in \{19, 24, 30, 31\}$$

Burada X^{KB} ve Y^{KB} , kuramsal şubenin girdi ve çıktı değeridir. Çözüm kümesinden elde edilen değerler şu şekildedir :

$$\lambda_{19} = 0.034, \quad \lambda_{24} = 0.281, \quad \lambda_{30} = 0.802, \quad \lambda_{31} = 0.013.$$

Aynı kuramsal şube modelin çözüm kümesindeki diğer değişkenlerden yararlanılarak daha başka şekilde de hesaplanabilir;

$$X^{KB} = \theta_{18} X^{18} - s^-$$

$$Y^{KB} = Y^{18} + s^+$$

Burada X^{18} ve Y^{18} , 18 nolu şubenin girdi ve çıktı değerleridir.

Karlılık açısından etkinlik ölçümü de benzer şekilde yapılmaktadır.

5. Adım :

Son olarak sonuçlar banka yöneticileri açısından yorumlanmıştır. En genel sonuç olarak da, servis açısından etkin olan şubelerin aynı zamanda göreceli olarak da karlı oldukları bulgusuna varılmıştır. Bu sonucun anlamlı olduğu çünkü servis etkinliği ve karlılık düzeyinin ölçümü için seçilen girdi ve çıktı değişkenleri arasında belirli bir etkileşim söz konusu olduğu söylenmiştir. Örnek olarak ise; çalışan personel sayısının doğal olarak ücretleri, terminal sayısının amortisman değerlerini, mevduat hesaplarının ödenen faizleri, kredi başvurularının kazanılan faiz gelirlerini, hesap sayılarının da işletme giderlerini etkilediği verilmiştir (Yolalan, 1993).

6.2.2. Lokanta Zincir Sektöründe Bir Uygulama

Öncelikle örneğin rahat anlaşılması için, kullanılmış değişkenleri ve amaç fonksiyonunu kısaca tanımlayalım.

Değişkenlerin Tanımı :

K , değerlendirilecek toplam ünite (yani KVB) sayısı olmak üzere E_k ($k = 1, \dots, K$), k . birimin etkinlik oranı olsun.

M , ele alınacak çıktı tiplerinin toplam sayısı olmak üzere u_j ($j = 1, \dots, M$), j . çıktının katsayısı olsun.

N , ele alınacak çıktı tiplerinin toplam sayısı olmak üzere v_i ($i = 1, \dots, N$), i . girdinin katsayısı olsun.

O_{jk} : bir zaman periyodu boyunca k . servis ünitesi tarafından üretilmiş j çıktısının gözlemlenmiş birim sayısı ve

I_{ik} : bir zaman periyodu boyunca k . servis ünitesi tarafından üretilmiş i çıktısının gözlemlenmiş birim sayısı olsun.

Amaç Fonksiyonu :

Değerlendirilecek KVB 'nin indisi e olmak üzere, e servis biriminin en yüksek olası etkinliği ;

$$\max E_e = \frac{u_1 O_{1e} + u_2 O_{2e} + \dots + u_M O_{Me}}{v_1 I_{1e} + v_2 I_{2e} + \dots + v_N I_{Ne}} \quad (6.1)$$

ifadesi ile bulunur. Bu ifade amaç fonksiyonu olarak alındığında problem, herbir girdi ile ilgili v katsayılarının ve herbir çıktı ile ilgili u katsayılarının kümesini belli kısıtlar üzerinde bulmaktır. Ayrıca bu fonksiyon bütün servis birimlerine uygulandığında herbir servis biriminin %100 (yani 1 oranı) etkinliği aşmadığı kısıtlarda yer almalıdır.

Kısıtlar :

$$\frac{u_1 O_{1k} + u_2 O_{2k} + \dots + u_M O_{Mk}}{v_1 I_{1k} + v_2 I_{2k} + \dots + v_N I_{Nk}} \leq \%100 \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} u_j &\geq 0 & j &= 1, 2, \dots, M \\ v_i &\geq 0 & i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

Bu lineer kesirli programlama modelini çözmeye yeniden formülasyon gerekir. Böylece bir lineer fonksiyon olarak düzenlenir.

$$\max E_e = u_1 O_{1e} + u_2 O_{2e} + \dots + u_M O_{Me} \quad (6.3)$$

amacı

$$v_1 I_{1e} + v_2 I_{2e} + \dots + v_N I_{Ne} = 1 \quad (6.4)$$

kısıtına bağlı olur. Herbir servis birimi için, (6.2) denklemindeki kısıtlar aşağıdaki gibi benzer şekilde formüle edilir.

$$u_1 O_{1k} + u_2 O_{2k} + \dots + u_M O_{Mk} - 100(v_1 I_{1k} + v_2 I_{2k} + \dots + v_N I_{Nk}) \leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} u_j &\geq 0 & j &= 1, 2, \dots, M \\ v_i &\geq 0 & i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

dir.

Örnek : Yenilikleri takip eden hamburger zincirine sahip bir kuruluşun birçok değişik şehirde altı şubesi (KVB) vardır. Bir burgeri oluşturan sadece bir standart yemek, kızartma ve bir içecektir. Yönetim, kaynaklarını çok etkin şekilde kullanan birimleri teşhis ederek ve sonra deneyimleri ve bilgisini daha az etkin birimlerle paylaşarak verimliliği arttırmak için,

bir yaklaşım olarak VZA'ni kullanmaya karar vermişlerdir. Çizelge 6.3'de satılan 100 yemeklik (öğünlük) bir çıktıyı üretmek için tipik öğle tatili periyodu boyunca tüketilmiş işçilik saati ve malzeme parası olarak iki girdinin verileri özetlenmiştir. Normal olarak, servis birimleri arasında çıktı miktarları değişir, fakat bu örnekte birimlerin verimliliğinin grafik gösterilişi için çıktı miktarı eşit olarak kabul edilmiştir. Şekil 6.1'de gösterildiği gibi, S_1, S_3 ve S_6 servis birimleri 100 adet yemeği üretmek için malzeme kaynaklarını ve işçilik saatlerini kullanan alternatif metotların bir etkin-üretim sınırını (frontier) oluşturmak üzere bağlanmıştır. Görüldüğü gibi, bu etkin birimler bütün etkin olmayan birimleri içeren bir zarflama yüzeyi tanımlar.

Bu basit örnek için, birinci servis birimi S_1 için, yukarıdaki (6.3),(6.4) ve (6.5) denklemlerini kullanarak, LP formülasyonunu açıklayarak başlayalım.

Amaç Fonksiyonu :

$$\max E(S_1) = 100u_1$$

Kısıtlar :

$$100u_1 - 200v_1 - 20000v_2 \leq 0$$

$$100u_1 - 400v_1 - 15000v_2 \leq 0$$

$$100u_1 - 400v_1 - 10000v_2 \leq 0$$

$$100u_1 - 600v_1 - 10000v_2 \leq 0$$

$$100u_1 - 800v_1 - 8000v_2 \leq 0$$

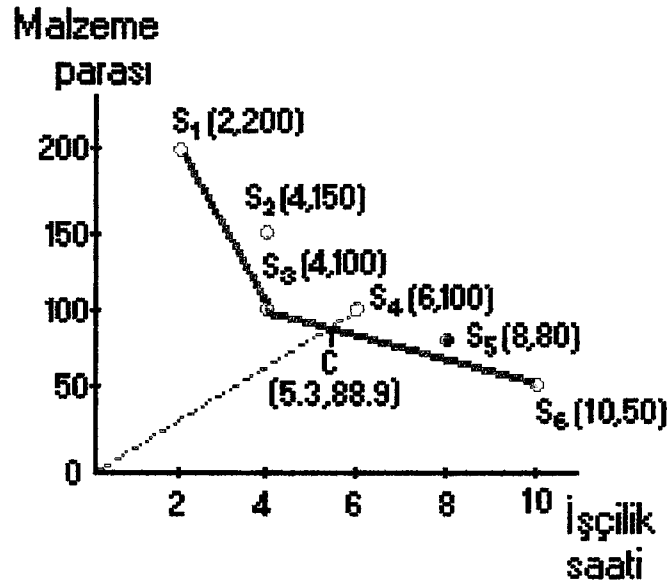
$$100u_1 - 1000v_1 - 5000v_2 \leq 0$$

$$2v_1 + 200v_2 = 1$$

$$u_1, v_1, v_2 \geq 0$$

Çizelge 6.3* Örneğin Girdi ve Çıktılarının Özeti (Fitzsimmons ve Fitzsimmons; s322)

Servis Birimleri	Satılan yemek	İşçilik saatleri	Malzeme parası
1	100	2	200
2	100	4	150
3	100	4	100
4	100	6	100
5	100	8	80
6	100	10	50



Şekil 6.1 Hamburger zinciri için verimlilik sınırı
(Fitzsimmons ve Fitzsimmons; s323)

Altı birimin her birisinin LP sonuçları Çizelge 6.4’de özetlenmiştir.

Çizelge 6.4 VZA sonuçlarının özeti (Fitzsimmons ve Fitzsimmons; s326)

Servis Birimleri	Etkinlik oranı (E)	Etkin referans Küme	Görelî işçilik saati değeri (v_1)	Görelî malzeme değeri (v_2)
S_1	100	S_1	0.1667	0.0033
S_2	85.7	S_1 (0.2857) S_3 (0.7143)	0.1428	0.0028
S_3	100	S_3	0.0625	0.0075
S_4	88.9	S_3 (0.7778) S_6 (0.2222)	0.0555	0.0067
S_5	90.1	S_3 (0.4545) S_6 (0.5454)	0.0568	0.0068
S_6	100	S_6	0.0625	0.0075

Çizelge 6.4’de VZA’nın Şekil 6.1’de etkin olarak gösterilmiş aynı birimleri teşhis ettiği anlaşılmaktadır. S_2, S_4 ve S_5 birimlerinin hepsi değişik derecelerde etkin değildir. Yine Çizelge 6.4’de herbir etkin olmayan birimle ilgili bir “etkin referans küme” verilmiştir. Şekil

6.1’de gösterildiği gibi S_4 etkin olmayan birimi için S_3 ve S_6 etkin birimleri etkin sınırı tanımlayan bir doğru ile birbirine bağlıdır. Orijinden etkin olmayan S_4 birimine çizilen kesikli çizgi bu sınırı keser ve böylece S_4 birimini etkin olmayan olarak tanımlar.

Çizelge 6.5 S_4 birimi tarafından kullanılmış aşırı girdi hesabı
(Fitzsimmons ve Fitzsimmons; s326)

Çıktılar ve Girdiler	Referans küme		Karma referans		Kullanılan aşırı girdi
	S_3	S_6	C birimi (Kuramsal Birim)	S_4	
Yemekler	$(0.7778) \times 100 + (0.2222) \times 100 =$		100	100	0
İşçilik saatleri	$(0.7778) \times 4 + (0.2222) \times 10 =$		5.3	6	0.7
Malzeme \$	$(0.7778) \times 100 + (0.2222) \times 50 =$		88.9	100	11.1

Çizelge 6.5, S_3 ve S_6 referans kümesinin ağırlıklı girdileri ile tanımlanmış bir karma referans birimi olan hipotetik C birimi (yani kuramsal birim) için hesaplamaları göstermektedir. Şekil 6.1’de gösterildiği gibi, bu karma C birimi, verimlilik sınırı ile orijinden S_4 birimine çizilmiş kesikli çizginin kesişiminde bulunmaktadır. Böylece, bu S_4 etkin olmayan birimi referans C birimi ile mukayese edildiğinde, S_4 biriminin işçilik saati olarak 0.7, malzeme parası olarak 11.1 miktarlarında fazla girdi kullandığı görülmektedir (Fitzsimmons ve Fitzsimmons).

6.2.3. Sağlık Sektöründe Bir Uygulama

Sağlık sektöründe yapılmış olan bu araştırmada; T.C. Sağlık Bakanlığı’nın “Yataklı Tedavi Kurumlarının Kuruluşlara Göre Dağılımı” temel alınarak, İstanbul’da hizmet veren hastanelerden dört grup tespit edilmiş ve her grupta 2’şer olmak üzere toplam 8 hastane raslantısal olarak seçilmiştir. Bunlar;

1) Sağlık Bakanlığı Hastaneleri

- ♣ Şişli Etfal Hastanesi
- ♣ Taksim Hastanesi

2) SSK Hastaneleri

- ♣ SSK Göztepe Hastanesi
- ♣ SSK İstanbul Hastanesi

3) Tıp Fakülteleri Hastaneleri

- ♣ Cerrahpaşa Tıp Fakültesi Hastanesi
- ♣ Çapa İstanbul Tıp Fakültesi Hastanesi

4) Yabancı ve Özel Hastaneler

- ♣ Amerikan Bristol Hastanesi
- ♣ İstanbul Özel Vatan Hastanesi

şeklindedir.

Daha sonra araştırmanın amacına yönelik olarak hastanelerin etkinliklerinin karşılaştırılmasında temel alınacak faaliyet alanının seçiminde sağlık sektörünün içinden çeşitli uzmanlar ile görüşülmüştür. Uzmanların görüşleri doğrultusunda çalışmanın her hastanenin “Kadın Doğum Kliniği” ’nin etkinliğinin ölçülmesi üzerine yoğunlaşılmasına karar verilmiştir. Yine uzman görüşü ile girdi ve çıktı değişkenleri tespit edilmiştir. Buna göre;

Girdiler :

- X_1 : Fiili yatak sayısı
- X_2 : Doktor sayısı
- X_3 : Hemşire sayısı

Çıktılar :

- Y_1 : Toplam yatan hasta sayısı
- Y_2 : Toplam yatılan hasta günü sayısı
- Y_3 : Polikliniğe başvuran hasta sayısı

şeklindedir. Burada girdi ve çıktı değişkenleri oldukça açıktır. Ancak kolay anlaşılması için, şimdi ve ileride karşılaşacağımız, bazı terimleri açıklayalım.

Fiili yatak sayısı : Hastanede her an hasta yatırmak üzere hazır bulunan toplam yatak sayısıdır.

Toplam yatılan hasta günü sayısı : Öncelikle hasta günü sayısını açıklayalım. **Hasta günü;** tanı, tedavi, bakım ve rehabilitasyon amacıyla hastaneye kabul edilen bir bireyin, hastanede hasta yatağını tutarak geçirdiği her 24 saatlik süredir. Bu günlerin belirli sürelerdeki (gün, hafta, ay, 3 ay, 6 ay, yıl) toplamaları da toplam hasta günü sayısıdır.

Teorik hasta günü sayısı ise (THGS);

$$\text{THGS} = 365 \times \text{Fiili yatak sayısı}$$

şeklindedir. Eğer yatak işgal oranı %100 ise toplam hasta günü sayısı Teorik hasta günü sayısına eşit olacaktır. Ancak yatak işgal oranları %45 ile %70 arasında değişmektedir. **Yatak işgal oranını** ise aşağıdaki formülle bulabiliriz :

$$\text{Yatak İşgal Oranı} = \text{Toplam hasta günü sayısı} \times 100 / \text{Fiili hasta yatağı sayısı} \times 365$$

Buradaki 365 gün hesaplanması istenen süreye bağlı olarak (gün, ay, yıl vb.) değiştirilebilir.

Yatak Devir Hızı : Yatak başına düşen hasta sayısını belirten ayrıca hastane yataklarının etkin ve ekonomik kullanımını belirleyen bir göstergedir. Genel olarak formülü;

$$\text{Yatak Devir Hızı} = \text{Yatan hasta sayısı} / \text{Fiili yatak sayısı}$$

şeklindedir.

Ortalama Kalış Süresi : Belirli bir zaman (hafta, ay, yıl) içindeki toplam hasta günü sayısının, aynı süre içinde hastaneye kabul edilen hasta sayısına oranlanmasıdır. Yani formül olarak;

$$\text{Ortalama Kalış Süresi} = \text{Toplam hasta günü sayısı} / \text{Toplam hasta kabul sayısı}$$

şeklinde ifade edilir.

Hekim ve Hemşire Etkinlikleri :

Fiili yatak sayısı / Hekim (veya Hemşire)

Dolu yatak sayısı / Hekim (veya Hemşire)

Hasta günü sayısı / Hekim (veya Hemşire)

Hasta sayısı / Hekim (veya Hemşire)

Teorik hasta günü sayısı / Hekim (veya Hemşire)

formülleriyle ifade edilmektedir.

VZA modelini ayrıştırma yeteneğinin çok olabilmesi için girdi ve çıktı sayısının doğru sayıda olmaları arzulanır. Seçilen girdi ve çıktı elemanlarının, her karar birimi için kullanılması şartıyla, seçilen girdi sayısı m , çıktı sayısı p ise en az $m + p + 1$ tane karar birimine ihtiyaç vardır. Örneğin; araştırmaya alınan karar birimi sayısı 8 (hastane)'dir. Burada, girdi ve çıktı sayısı toplamının bir fazlasının 7 (yani en az 7 karar birimi) olması, araştırma sonuçlarının güvenilirliği açısından gerekli bir kısıttır.

Araştırma verileri iki kısımda incelenmiştir :

- ♣ Her hastane için mevcut çıktı düzeyini sabit tutarak kullanılan girdi bileşimini uygun hale getirmeyi yani indirmeyi amaçlayan $CCR_p - GY$ modeli uygulanmış ve sonuçları yorumlanmıştır.
- ♣♣ Her hastane için mevcut girdileri azaltmak yerine, bunları sabit tutarak çıktıları arttırmayı amaçlayan $CCR_p - ÇY$ modeli uygulanmış ve sonuçları yorumlanmıştır.

Araştırma yapılan hastanelerin girdi ve çıktı değerleri Çizelge 6.6'da özetlenmiştir.

Modelde Kullanılan Kısaltmalar :

- Ç : Çapa İstanbul Tıp Fakültesi Hastanesi
 C : Cerrah Paşa Tıp Fakültesi Hastanesi
 G : SSK Göztepe Hastanesi
 İ : SSK İstanbul Hastanesi
 Ş : Şişli Etfal Hastanesi
 T : Taksim Hastanesi
 A : Amerikan Bristol Hastanesi
 V : İstanbul Özel Vatan Hastanesi

$\lambda_{\text{Ç}}, \lambda_{\text{C}}, \lambda_{\text{G}}, \lambda_{\text{İ}}, \lambda_{\text{Ş}}, \lambda_{\text{T}}, \lambda_{\text{A}}, \lambda_{\text{V}}$: İlgili hastanelerin aldığı yoğunluk değeridir.

Çizelge 6.6 İncelenen hastanelerde VZA Modeli için kullanılan girdi ve çıktı değerleri (Besen, 1994; s92)

Hastaneler(Karar Birimi)	GİRDİLER			ÇIKTILAR		
	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2	Y_3
Ç : Çapa İstanbul Tıp Fakültesi Hastanesi	110	54	33	5956	17868	11073
C : Cerrah Paşa Tıp Fakültesi Hastanesi	78	51	53	7528	15056	19927
G : SSK Göztepe Hastanesi	210	61	72	15253	49300	71294
İ : SSK İstanbul Hastanesi	65	18	20	4745	14235	14329
Ş : Şişli Etfal Hastanesi	120	34	21	9521	29258	40829
T : Taksim Hastanesi	43	25	16	3513	10539	13759
A : Amerikan Bristol Hastanesi	15	10	13	2113	4754	1513
V : İstanbul Özel Vatan Hastanesi	15	3	13	913	3194	5475

Çizelge 6.7'de $CCR_p - GY$ modelinin sonuçları özetlenmiştir.

Çizelge 6.7 VZA'nın Sonuçları (Girdiye Yönelik) (Besen, 1994; s141)

Hastaneler	VZA Etkinlik	Referans Kümeler	Sonuç	(X_1, X_2, X_3)	(Y_1, Y_2, Y_3)
Ç	0.6919	Ş, A	Etkin değil	(70;25;21)	(6289;17868;20729)
C	0.9690	Ş, A	Etkin değil	(76;31;22)	(7528;20248;19927)
G	0.9851	Ş, V	Etkin değil	(207;56;62)	(15728;49300;71294)
İ	0.9369	Ş, V	Etkin değil	(61;17;14)	(4745;14703;20835)
Ş	1	Ş	Etkin		
T	0.9855	Ş, A	Etkin değil	(42;13;9)	(3536;10539;13759)
A	1	A	Etkin		
V	1	V	Etkin		

Şimdi Çizelge 6.7'deki birinci karar birimi olan Çapa İstanbul Tıp Fakültesi Hastanesini kısaca inceleyelim. Öncelikle çözüm kümesini yazalım.

Çözüm Kümesi :

$$\theta^* = 0.63197 ;$$

$$\lambda_s = 0.47461; \lambda_A = 0.83756; \lambda_C = \lambda_C = \lambda_G = \lambda_I = \lambda_T = \lambda_V = 0 ;$$

$$s_2^- = 9.61411; s_1^+ = 0.33256; s_3^+ = 9.65600; s_1^- = s_3^- = s_2^+ = 0 .$$

Çapa İstanbul Tıp Fakültesi Hastanesi görelî etkinliği ve büzölme katsayısı (θ^*) 0.63197'dir. Buna göre bu hastanenin Kadın Doğum Kliniği ele alınan girdi ve çıktı değişkenleri ışığı altında diğer hastanelerle karşılaştırıldığında **Etkin değil**'dir. Bu hastanenin etkinlik ölçümünde referans hastaneler Şişli Etfal ve Amerikan Bristol Hastaneleridir. Bu hastanenin etkin hale gelebilmesi için yaklaşık %63.2 (0.63197'den) oranında azaltılmalıdır. Şişli Etfal Hastanesi (S)'nin aldığı yoğunluk değeri (λ_s) 0.47461, Amerikan Hastanesi (A)'nin aldığı yoğunluk değeri (λ_A) 0.83756'dır. Bu hastanenin doktor sayısına ait girdisine ilişkin boş değişken (s_2^-) 9.61411, başvuran hasta sayısına ait çıktısına ilişkin boş değişken (s_1^+) 0.33256 ve toplam yatılan hasta günü sayısına ait çıktısına ilişkin boş değişken (s_3^+) 9.65600'dır. Diğer boş değişkenler $s_1^- = s_3^- = s_2^+ = 0$ şeklindedir. Referans kümesi (RK);

$$(RK) = \{S; A\}$$

olarak yazılacaktır. Hastanenin etkinliği için girdi ve çıktılarında bazı değişikliklerin yapılması gerekmektedir. Bu değişikliği içeren kuramsal hastane için girdi (X^{KB}) ve çıktı (Y^{KB}) elemanları aşğıdaki gibi olacaktır :

$$X^{KB} = \sum_{i=1}^3 (x_{is} * \lambda_s) + \sum_{i=1}^3 (x_{iA} * \lambda_A)$$

$$X^{KB} = \{(120;34;21) * 0.4746\} + \{(15;10;13) * 0.8376\} \\ = (70;25;21)$$

$$Y^{KB} = \sum_{r=1}^3 (y_{rs} * \lambda_s) + \sum_{r=1}^3 (y_{rA} * \lambda_A)$$

$$Y^{KB} = \{(9521;29258;40829) * 0.4746\} + \{(2113;4754;1513) * 0.8376\} \\ = (6289;17868;20729)$$

Kuramsal hastaneye göre, mevcut çıktı düzeyinin en etkin biçimde olabilmesi için kullanılan girdi bileşimini uygun hale getirmek gerekir. Bunun için de girdi bileşimlerinde belli oranlarda azaltmaya gidilmelidir (Çizelge 6.8). Ancak girdi ve çıktıları ait boş değişkenlerin (s^+ , s^-) varlığından dolayı mevcut girdi veya çıktı düzeylerinin aynen kalmasının söz konusu olamayacağı da göz ardı edilmemelidir.

Çizelge 6.8 Çapa İstanbul Tıp Fak. Has. Etkinliği için gerekli değerler (Girdiye göre)
(Besen, 1994; s98)

Girdi Kümesi	Çapa İst. Tıp Fak. Has.	Kuramsal Has.	Fark
Fiili yatak sayısı	110	70	40
Doktor sayısı	54	25	21
Hemşire sayısı	33	21	12
Çıktı Kümesi			
Toplam yatan hasta sayısı	5956	6289	333
Toplam yatırılan hasta günü sayısı	17868	17868	0
Polikliniğe başvuran hasta sayısı	11073	20729	9656

Kliniğin etkin duruma gelmesi için yatak sayısının 70'e, doktor sayısının 25'e, hemşire sayısının 21'e düşürülmesi; zaten yetersiz sayıda sağlık personelinin ve yatağın olduğuna dair olan eleştiriyle çelişkili bir durum yaratıyor gibi görünse de aslında kullanılmayan yatakların kaldırılması gerektiğini ifade etmektedir. Şöyle ki; gerçekte 110 yatağın %44.5'i kullanılır durumdadır (Yatak işgal oranı = 0.445). Bu da yaklaşık 50 yatağın fiilen kullanıldığı anlamına gelmektedir. Bu durumda yatak sayısının azaltılması anlamlı olacaktır. Klinikte hekim başına düşen yatan hasta sayısı 1993 yılı için 110.3'dür. Buna göre, bir hekim günde yaklaşık 0.3 yatan hastaya bakıyor demektir ki; bu da mevcut hasta düzeyine göre oldukça azdır. Hekim başına düşen hasta günü sayısı da 331'dir. Oysaki hekim başına düşen teorik hasta günü sayısı 744'dür. Etkinliğin arttırılmasına ilişkin yapılan değişikliklere göre teorik hasta günü sayısı 1022 olacaktır. Bu da günde yaklaşık 3 hasta yatağı ve 1 hasta anlamına gelmektedir. Bu durumda ön görülen azaltmalar anlamlı olmaktadır.

Aşağıdaki Çizelge 6.9'da $CCR_p - \text{ÇY}$ modelinin sonuçları özetlenmiştir. Aynı şekilde burada da birinci karar birimi olan Çapa İstanbul Tıp Fakültesi Hastanesi'ni kısaca inceleyelim.

Çizelge 6.9 VZA'nın sonuçları (Çıktıya yönelik) (Besen, 1994; s141)

Hastaneler	VZA Etkinlik	Referans Kümeler	Sonuç	(X_1, X_2, X_3)	(Y_1, Y_2, Y_3)
$\check{C}$	1.5823	$\check{S}, A$	Etkin değil	(110;39;33)	(9951;28273;32800)
C	1.0319	$\check{S}, A$	Etkin değil	(78;32;31)	(7768;20895;20563)
G	1.0152	$\check{S}, V$	Etkin değil	(210;56;63)	(15972;50048;72376)
I	1.0674	$\check{S}, V$	Etkin değil	(65;18;15)	(5065;15694;22240)
$\check{S}$	1	$\check{S}$	Etkin		
T	1.0147	$\check{S}, A$	Etkin değil	(43;13;10)	(3589;10694;13962)
A	1	A	Etkin		
V	1	V	Etkin		

Çözüm Kümesi :

$$\phi^* = 1.58235;$$

$$\lambda_{\check{S}} = 0.75100; \lambda_A = 0.32530; \lambda_{\check{C}} = \lambda_C = \lambda_G = \lambda_I = \lambda_T = \lambda_V = 0;$$

$$s_2^- = 15.21285; s_1^+ = 0.52621; s_3^+ = 15.27914; s_1^- = s_3^- = s_2^+ = 0.$$

Çapa İstanbul Tıp Fakültesi Hastanesi göreceli etkinliği ve çıktıların arttırılma katsayısı (ϕ^*) 1.58235'dir. Buna göre bu hastanenin Kadın Doğum Kliniği ele alınan girdi ve çıktı değişkenleri ışığı altında diğer hastanelerle karşılaştırıldığında **Etkin değil**'dir. Bu hastanenin etkinlik ölçümünde referans hastaneler Şişli Etfal ve Amerikan Bristol Hastaneleridir. Bu hastanenin etkin hale gelebilmesi için çıktıların yaklaşık 1.6 katı kadar arttırılması anlamına gelmektedir. Referans kümelerin yoğunluk değerleri ve boş değişkenlerin değerleri yukarıdaki çözüm kümesinde açıkça görünmektedir.

$$(RK) = \{\check{S}; A\}$$

$$\begin{aligned} X^{KB} &= \{(120;34;21) * 0.7510\} + \{(15;10;13) * 1.3253\} \\ &= (110;39;33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y^{KB} &= \{(9521;29258;40829) * 0.7510\} + \{(2113;4754;1513) * 1.3253\} \\ &= (9951;28273;32800) \end{aligned}$$

Çizelge 6.10.'daki kuramsal hastaneye göre; yatak sayısı ve hemşire sayısı değişmemekte, fakat yatan hasta sayısı 9951'e, hasta günü sayısının 28273'e, polikliniğe başvuran hasta sayısı 32800'e çıkarılmaktadır.

Çizelge 6.10 Çapa İstanbul Tıp Fak. Has. Etkinliği için gerekli değerler (Çıktıya göre)
(Besen, 1994; s100)

Girdi Kümesi	Çapa İst. Tıp Fak. Has.	Kuramsal Has.	Fark
Fiili yatak sayısı	110	110	0
Doktor sayısı	54	39	15
Hemşire sayısı	33	33	0
Çıktı Kümesi			
Toplam yatan hasta sayısı	5956	9951	3995
Toplam yatılan hasta günü sayısı	17868	28273	10405
Polikliniğe başvuran hasta sayısı	11073	32800	21727

Böylece, yatak işgal oranının %70'e, yatak devir hızının 90'a çıkması sağlanmış olacaktır. Yatak devir hızının yüksekliği yatak kapasitesinin yüksekliğini gösterdiği için istenen bir durumdur. Bu durumda dolu yatak sayısı 78 olmakta ve hekim başına düşen yatak sayısı (D.Y.S) 2'ye, hasta sayısı ise yılda 255'e çıkmaktadır. Böylece hekimlerin de etkinliği sağlanmış olmaktadır.

Çizelge 6.11.'de Çapa İstanbul Tıp Fakültesi Hastanesi Kadın Doğum Kliniğinin mevcut durumu ile etkin duruma gelmesi için belirlenen kuramsal birimlerin arasında bir karşılaştırma yapılmıştır (Besen, 1994).

Çizelge 6.11 Mevcut durumun kuramsal hastane ile karşılaştırılması
(Besen, 1994; s101)

	Mevcut Durum	Amaçlanan Durum
Ortalama Kalış Süresi	3	3
Yatak İşgal Oranı	44.5	70.4
Yatak Devir Hızı	54.15	90.4
F.Y.S. / Hekim	2.03	2.8
D.Y.S. / Hekim	0.92	1.9
H.S. / Hekim	110.3	255.2
H.G.S. / Hekim	330.89	724.9
T.H.G.S. / Hekim	743.52	1022.0
Hemşire / Hekim	0.61	0.84

6.2.4. VZA’ni Kullanarak Ürünlerin Karşılaştırılması

Bu kez VZA’nin uygulamasını kullanarak, çeşitli boyutlara göre mükemmelliği değişen ve herbiri için ilgili olarak çok sayıda “maliyetler”e sahip ürünleri karşılaştırmayı örnek olarak alalım. Bu örneğin ele alınmasının amacı, VZA’nin aynı zamanda ürünleri analiz etmede de kullanılabileceğini göstermektir. Burada her ürünün çıktıları olarak ürünün özellikleri ve girdileri olarak da maliyetleri göz önüne alınmıştır. Aynı şekilde, yine bir ürünün de etkinliği “ağırlıklı çıktı toplamının, ağırlıklı girdi toplamına bölünmesidir”.

Örneğimizdeki veriler yaygın olarak okunan bilgisayar dergisi BYTE’daki 37 bilgisayar yazıcısına ait “teknik özellikler (benchmark)”den alınmıştır. Veri olarak, bir bilgisayar dergisinde yayınlanmış teknik özellikleri kullanmanın avantajları şunlardır :

- ◆ Standardizasyon, bütünlük ve ölçümün tarafsızlığı,
- ◆ Analiz metodunda bir kıyaslama noktası olarak hizmet eden aktiviteler seviyelerinde bir “uzman” tarafından ürünlerin subjektif değerlendirilmesi ve
- ◆ Yöntemin benzer veriler üzerine kolaylıkla uygulanabilir oluşudur (Nadir de olsa, bir bilgisayar dergisi sayfaları içindeki bazı yerlerde, bazı ürün grupları için teknik özellikler kümesi ve diğer teknik karakteristiklerin bulunması mümkündür).

Burada örneğimize devam etmeden önce VZA’ne geçişin daha iyi anlaşılması için küçük bir örnek ele alalım. Bu örnek konunun iyi anlaşılması için bize daha çok yardımcı olacaktır. Bir mikrobilgisayarın fonksiyonel birimlerinden ayrı bağımsız çalışan teknik özelliklerinden tespit edilenlerin birkaçı;

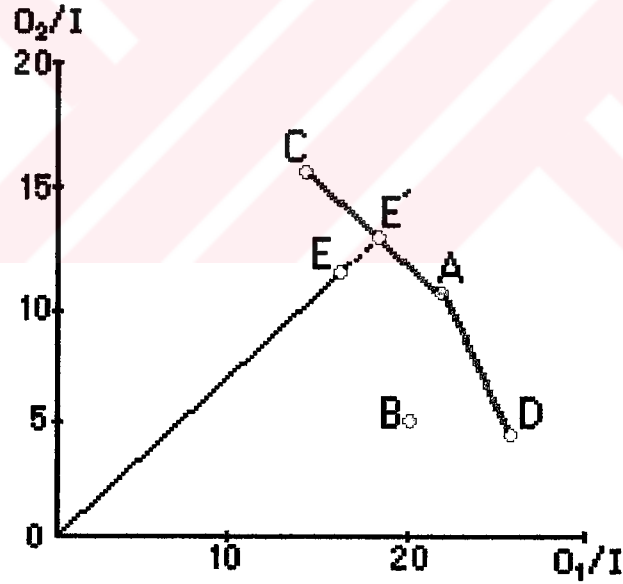
- ◆ Merkezi İşlem Birimi (CPU)’nun hızı
- ◆ Hard Diske erişim hızı ve
- ◆ Aritmetik hızı

şeklinde olabilir. Bu özellikler birkaç makineye uygulandığında hiçbir makinenin daima bütün bu özelliklerde (testlerde/kriterlerde) en iyi veya en kötü olduğu sonucu çıkarılamaz. Fakat VZA, bir grup makine içinde hangi makine(ler)in “etkin” olduğunu ve her bir makinenin hangi makinelerle karşılaştırılması gerektiğini ortaya çıkarmada bize yardımcı olacaktır. Burada girdilerin (maliyet, güç tüketimi,...) çıktılara (RAM’in miktarı, diske erişim zamanı,...) dönüştürülmesinde her bir *KVB*’nin (makinenin) etkinliğini belirlemek için VZA

kullanılmaktadır. Çizelge 6.12’de beş karar verme birimi (makine) için bir girdi (maliyet (dolar olarak)) ve iki çıktı (disk ölçüsü (megabyte olarak) ve CPU hızı (megahertz olarak)) bulunmaktadır.

Çizelge 6.12 Varsayılan beş makine için girdi (dolar olarak maliyeti) ve çıktılar (Mb olarak disk ölçüsü ve MHz olarak CPU hızı) ve binde olarak çıktı/girdi oranları aşağıdadır (Doyle ve Green, 1991; s632).

	Girdi	Çıktılar		Oranlar	
	I	O_1	O_2	O_1/I	O_2/I
A Makinesi	3000	66	33	22	11.0
B Makinesi	2000	40	10	20	5.0
C Makinesi	1500	21	24	14	16.0
D Makinesi	2000	52	9	26	4.5
E Makinesi	2000	32	24	16	12.0



Şekil 6.2 Makinelerin etkinlik sınırı (Doyle ve Green, 1991; s633)

Şekil 6.2’de O_1/I ve O_2/I oranları bulunmaktadır. Bu oranların daha büyüğüne sahip olanın daha iyi makine olması gerektiği açıkça sezilmektedir. B makinesi A tarafından basılır, yani elenir. Çünkü A makinesi sadece dolar başına daha fazla MHz (hız) vermez aynı zamanda dolar başına daha fazla Mb (kapasite)da verir.

E makinesi, daha çok problemli bir makinedir. Çünkü hiçbir makine, O_1/I ve O_2/I oranının her ikisinde de E makinesinden daha iyi değildir. Bununla beraber E, A ve C makinelerinin lineer bir kombinasyonu olan kuramsal (pseudo) bir makine tarafından basılmaktadır. A ve C makinelerinin disk ölçüsü ve CPU hızlarının birleşimi için n_a ve n_c sayıları bulunarak, $n_a A$ ve $n_c C$ ile oluşan kuramsal E' makinesi, E makinesini basar. CA doğrusuna OE' 'nin izdüşürülmesi ile elde edilen kuramsal E' makinesi, E ile karşılaştırmada kullanılır.

Yukarıdan sağa doğru “etkinlik zarfı (etkinlik sınırı)” olarak işaretlenen CAD çizgisi üzerindeki noktalar %100 etkin olarak göz önüne alınmıştır. Orijine daha yakın noktaların etkinliği, orijinden sınır üzerine izdüşüm alınarak ölçülmektedir. Böylece E ’nin etkinliği;

$$100 \cdot \frac{OE}{OE'}$$

şeklinde dir. Bundan başka C ve A makineleri, E makinesi için “referans küme”dir. B makinesinin referans kümesi ise A ve D makineleridir.

Bu küçük örnek, girdi ve çıktı sayılarının az olması sebebiyle oldukça açıktır. Ancak sınırsız sayıda girdi ve çıktılar olduğunda çözüm VZA formülasyonu yoluyla olur. Başlangıçtaki 37 yazıcı ile ilgili örneğe dönersek, verilerine uygulanan VZA yöntemi aşağıdaki formülasyon ile yapılmaktadır:

Amaç Fonksiyonu :

$$\max h_k = \sum_{y=1}^s v_{ky} \cdot O_{ky} \quad (6.1)$$

Kısıtlar :

$$\sum_{x=1}^r u_{kx} \cdot I_{kx} = 1 \quad (6.2)$$

$$\left(\sum_{y=1}^s v_{ky} \cdot O_{ky} \right) - \left(\sum_{x=1}^r u_{kx} \cdot I_{kx} \right) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, k, \dots, n \quad \text{için} \quad (6.3)$$

$$u_{kx} \geq 0 \quad (6.4a)$$

$$v_{ky} \geq 0 \quad \text{tüm } k, x \text{ ve } y \text{ 'ler için} \quad (6.4b)$$

Buradaki değişkenler;

$I_{kx} = k$ makinesi için x girdi miktarı;

$O_{ky} = k$ makinesi için y çıktı miktarı;

$u_{kx} = x$ girdisine bağlı ağırlık;

$v_{ky} = y$ çıktısına bağlı ağırlık;

$r =$ girdilerin sayısı;

$s =$ çıktıların sayısı;

$h_k = k$ makinesinin etkinliği;

$n =$ makine sayısı

şeklindedir. (6.1), (6.2), (6.3) ve (6.4) denklemleri bir lineer programlama problemidir. Yani (6.2), (6.3), (6.4a) ve (6.4b) kısıtları ile (6.1) denklemi maksimize edilmektedir. BYTE dergisi kaynak alınarak 37 yazıcının çeşitli teknik özellikleri belirlenmiş ve bütün ölçümlerin diğerleriyle ilişkili olduğu korelasyon matrisine bakılarak teknik özellikler sınırlandırılmış ve 7 tane çıktı belirlenmiştir. Bunlar bir yazıcı çıktısında ne aradığımızı belirlemektedir. Girdi olarak ise yazıcı maliyeti(dolar olarak) alınmıştır. Böylece girdi ve çıktılar kümesi;

Girdi Kümesi :

$I_1 =$ yazıcı maliyeti (dolar olarak)

Çıktı Kümesi :

$O_1 =$ Yazıcı hızı;

$O_2 =$ İşgücünün bir göstergesi olan 80 sütun tasarısı;

$O_3 =$ Grafikler ve ürün stil ölçümleri;

$O_4 =$ Başarısızlıktan önceki ortalama zaman;

$O_5 =$ Yazıcıdan geçen sayfa sayısı;

$O_6 =$ Ses-seviyesi (yazıcının gürültülü olması bütün bir ofisi rahatsız eder);

$O_7 =$ Dar ve geniş tavrı “yapay değişken” kullanılarak modellenmiştir.

Dar için 0 ve geniş için 1 'dir.

VZA, 37 yazıcı için uygulanmış ve sonuç olarak bu 37 yazıcıdan 11 tanesi etkinliğe ulaşmıştır. Bu 37 yazıcıdan bazılarının etkinlikleri Çizelge 6.13’de özetlenmiştir.

Çizelge 6.13 Yazıcıların etkinlik değerleri (Doyle ve Green, 1991; s634)

Yazıcı Adı	Yazıcı Numarası	Etkinlik (%)	Referans Kümesi
Epson LQ-500	1	100.00	1
NEC P2200	2	100.00	2
Seikosha SL-80AI	3	100.00	3
Copal WH 6700	4	100.00	4
Panasonic KX-P1524	7	100.00	7
Fujitsu DL3400	11	100.00	11
Toshiba P341SL	15	100.00	15
IBM Proprinter XL24	16	100.00	16
Okidata Microline 393	23	100.00	23
AT&T 477	30	58.69	4,11,16
Hewlett-Packard RW480	31	100.00	31
Fujitsu DL5600	36	84.73	1,11,23
Japan Dgtl. Labs JDL-850	37	100.00	37

Çizelge 6.13’de bulunan AT&T 477, %59’luk etkinlikle en düşük olan yazıcıdır. BYTE dergisinde “göze çarpan satışlara” sahip yazıcıların tamamı, sadece analizde %85 etkinliğe sahip olan Fujitsu DL5600 hariç, “etkin” olarak ortaya çıkmıştır. Bu ürünlerin kesin ifadeyle en hızlıları olduğu şüphesizdir. Bunun yanı sıra, yaygın faaliyet alanı olan yazıcılar yani “göze çarpan satışlara” sahip yazıcılar, diğerlerinin referans kümelerinin pek çoğunda görünmektedir (Doyle ve Green, 1991).

6.2.5. Çimento Sanayii’nde Bir Uygulama

Örneğimiz, Çimento Sanayii’nde faaliyet gösteren firmaların performans bakımından değerlendirilmesidir. Uygulama iki kısım olarak tasarlanmıştır.

1. Kısım :

Kamu kuruluşları arasındaki performans analizine ayrılmış ve 15 Kamu kuruluşunun Genel performansları, Üretim performansları, Personel performansları, Karlılık performans analizi ve Yönetici Davranışı performans analizi üzerinde durulmuştur.

2. Kısım :

İstanbul Sanayi Odası (İSO) verilerinden faydalanılarak çimento sanayii'ndeki 38 firmaya ait performans değerleri hesaplanmıştır.

Şimdi oldukça geniş ve detaylı olan bu uygulamanın sadece birinci kısımdaki kamu kuruluşlarının genel performansını ele alalım ve genel performansını açıklamak için öncelikle Çizelge 6.14'de bulunan genel gider tablosundaki değişkenlerimizi açıklayalım.

1) Toplam Giderler (milyon TL.) :

İlk madde ve malzeme giderleri, işçi ücret ve giderleri, memur ücret ve giderleri, dışarıdan sağlanan fayda ve hizmet giderleri, çeşitli giderler, vergiler ve amortismanları kapsar.

2) İlkmadde ve Malzeme Giderleri (milyon TL.) :

- Direkt ilk madde ve malzeme
- Üretim ile ilgili dışarıya yaptırılan işler ve
- Endirekt malzeme

giderlerini kapsar. Endirekt malzeme giderleri kaleminde üretimi gerçekleştirmede kullanılan her türlü malzeme (yakıt, işletme malzemeleri, yedekler, ambalaj malzemeleri ve diğer malzemeler) dahildir.

3) İşçi Ücret ve Giderleri (milyon TL.) :

Tüm işletme faaliyetlerini yürütmek, üretim ve hizmetleri gerçekleştirmek amacı ile İş Kanunu'na göre çalıştırılan personel için tahakkuk ettirilen her türlü tutarları kapsar.

4) Memur Ücret ve Giderleri (milyon TL.) :

- ♣ Memur ücretleri (aylık ücretler, tazminatlar ve fazla mesailer),
- ♣ Sözleşmeli personel ücretleri (ücret ve diğer harcamalar) ve
- ♣ Memur ve sözleşmeli personele ait diğer giderleri (ilk ikisi dışında yapılan giderler)

kapsar.

5) Dışarıdan Sağlanan Fayda ve Hizmet Giderleri (milyon TL.) :

- Elektrik, su, buhar ve gaz giderlerini ve
- Diğer fayda ve hizmet giderlerini

kapsar.

6) Çeşitli Giderler (milyon TL.) :

- ♣ Yolluk giderleri,
- ♣ Sigorta giderleri,
- ♣ Sergi ve reklam giderleri,
- ♣ Dava, icra ve noter giderleri,
- ♣ İştirak payı ve aidat giderleri ve
- ♣ Diğer çeşitli giderleri (genel müdürlük masraflarına katılma payı, telefon gibi)

kapsar.

7) Vergi, Resim ve Harçlar (milyon TL.) :

Mevzuat gereği tahakkuk ettirilen vergi, resim ve harçları kapsar.

8) Amortismanlar ve Tükenme Payları (milyon TL.) :

Maddi ve maddi olmayan duran varlıklar ile özel tükenmeye tabi varlıklardan (üretim birimleri veya yüzde esasına göre) doğan gider hesaplarını kapsar.

Çizelge 6.14, yukarıdaki değişkenlerin verilerini içeren genel gider tablosudur.

Genel Performans Analizi

Gider tablosu verileri ile yapılan genel performans analizinde ilk olarak, **giderler toplamı** girdi olarak, **satışlar tutarı** ise çıktı olarak kullanılarak girdi-çıktı faktörleri arasındaki ilişkilere korelasyon analizi ile bakılmıştır. Bu hesaplamalar, analizlerin her aşamasında ayrı ayrı yapılmış ve bulunan etkinlik değerleri ile girdi faktörleri arasındaki korelasyon düzeyine ve faktörler arasında mantıklı ilişki olmasına bakılarak bir sonraki aşamada yer alacak değişkenler belirlenmiştir.

Çizelge 6.14 Genel Gider Tablosu (Gülen, 1994; s116-117)

Karar Birimleri	İlkmadde Giderleri	İşçi Üc. Ve Gid.	Memur Ü. ve G.	Dış. Sağ. Fay. G.	Çeşitli Gider.	Vergi, vs. Gid.	Amor tisman	Gider Top.
Ladik	52.000	23.815	4.390	61.085	4.862	1.483	18.907	166.542
Gaziantep	46.942	28.799	4.852	41.157	4.159	211	9.211	135.331
Denizli	62.522	23.025	4.065	44.519	5.268	408	31.806	171.614
Adıyaman	47.008	26.816	5.219	35.057	4.551	268	20.362	139.281
Trabzon	43.217	21.656	5.412	27.694	3.700	241	11.632	113.552
Çorum	41.528	27.477	5.618	34.803	3.648	778	4.171	118.023
Ergani	42.021	27.641	5.116	27.483	2.862	193	16.413	121.729
Aşkale	32.463	25.658	5.159	20.075	2.825	213	3.396	88.789
Sivas	35.784	28.591	4.995	30.823	2.779	659	5.304	108.935
Elazığ	33.111	30.721	6.503	20.889	2.906	440	4.987	99.556
Bartın	40.126	20.669	5.071	16.167	2.475	259	781	85.548
Siirt	29.752	25.663	5.123	20.971	2.402	116	16.559	100.586
Van	20.234	22.853	5.402	12.424	1.549	77	1.687	64.226
Kars	23.990	21.390	4.414	15.851	1.380	80	1.581	68.686
Gümüşhane	21.014	2.206	1.972	2.807	566	77	1.867	30.510

1. Aşama Bulguları :

Çıktı : Satışlar Tutarı

Girdi : Genel Gider Toplamı

şeklindedir. Aşağıda korelasyon düzeyine ve faktörler arasındaki mantıklı ilişki olmasına bakılarak bulunan ikinci ve üçüncü aşama bulgular da verilmektedir.

2. Aşama Bulguları :

Çıktı : Satışlar Tutarı

Girdiler : 1) İşçi Ücret ve Giderleri +

Memur ve Sözleşmeli Ücret ve Giderleri

2) İlkmadde ve Malzeme Giderleri +

Dışarıdan Sağlanan Fayda ve Hizmet Giderleri

3. Aşama Bulguları :

Çıktı : Satışlar Tutarı

Girdiler : 1) İşçi Ücret ve Giderleri +

Memur ve Sözleşmeli Ücret ve Giderleri

2) İlkmadde ve Malzeme Giderleri

3) Dışarıdan Sağlanan Fayda ve Hizmet Giderleri

Genel performans analizlerinin üç aşamalı yapılması, alternatif performans iyileştirmelerine imkan verilmesi ve böylece yöneticiye ve/veya analiste karar vermede belirli esnekliklerin sağlanabilmesi açısından avantaj yaratır. Örneğin, 1. analize göre etkin olmayan bir karar birimi yöneticisi, “genel giderler toplamı” içerisinde yeralan gider kalemlerinin (tesadüfen belirlenen) herhangi biri ya da birkaçında kısıntıya giderek gider toplamını istenen değerler düzeyine çekebilir. Bu yönetici açısından bir avantajdır, ancak daha kolay azaltılabilen gider kalemlerinin marjinal üretkenlik bakımından ne durumda olduğu bilinemeyeceği için her zaman en iyi sonuç elde edilemeyebilecektir. İkinci ve üçüncü aşamalarda girdi kalemleri alt gruplara ayrılarak detaylandırılmıştır. Böylece belirsizlik durumu azaltılmış ve karar birimlerinin, hangi alt gider grubundan ne kadar etkilendiği ayrırtedilmiş olur.

Şimdi $BCC_D - GY$ modeline **üçüncü aşama bulgusu** verileri uygulanarak Çizelge 6.15 elde edilmiştir.

Çizelge 6.15’de Ladik, Gaziantep, Denizli, Aşkale, Bartın ve Gümüşhane etkin kamu kuruluşlarıdır. Ayrıca bazı karar verme birimlerinin referans kümesinde parantez içinde verilen girdi faktörleri ve değerler ait oldukları karar birimi için adı geçen değişkenin doğrudan doğruya (etkinlik değerinden bağımsız) fazla kullanılan miktarını ifade etmektedir ve parasal olan tüm rakamlar milyon cinsinden verilmektedir. Yani bunlar boş değişkenlerin değerleridir.

Çizelge 6.15 Genel performans analizinde 3. aşamadaki karar birimlerinin etkinlik dereceleri (Gülen, 1994; s136-137)

Karar Birimi	Etkinlik Derecesi	Referans Kümesi	Dual Değerler
1. Ladik	1.00000	Ladik	1.00000
2. Gaziantep	1.00000	Gaziantep	1.00000
3. Denizli	1.00000	Denizli	1.00000
4. Adıyaman	0.89214	Gaziantep, Bartın Gümüşhane	0.66473, 0.22978 0.07217
5. Trabzon	0.93856	Gaziantep, Bartın Gümüşhane	0.49853, 0.29380 0.25577
6. Çorum	0.78079	Gaziantep, Aşkale (Ücretler)	0.58781, 0.15081 (1.465)
7. Ergani	0.83576	Gaziantep, Bartın Aşkale	0.27409, 0.24041 0.38831
8. Aşkale	1.00000	Aşkale	1.00000
9. Sivas	0.81540	Gaziantep, Aşkale (Ücretler)	0.58865, 0.54310 (6.113)
10. Elazığ	0.95054	Gaziantep, Aşkale (Ücretler)	0.03218, 0.92904 (5.882)
11. Bartın	1.00000	Bartın	1.00000
12. Siirt	0.95108	Gaziantep, Aşkale (Ücretler)	0.20233, 0.58334 (4.640)
13. Van	0.96973	Bartın, Aşkale (Ücretler)	0.01068, 0.59677 (8.991)
14. Kars	0.72300	Gaziantep, Aşkale (Ücretler)	0.06045, 0.44904 (2.854)
15. Gümüşhane	1.00000	Gümüşhane	1.00000

Çizelge 6.16’da ise kamu kuruluşlarının 3. aşama bulguları için “kuramsal karar birimleri” verilmektedir (Gülen, 1994).

Çizelge 6.16 Genel performans analizi 3. aşama sonuçları (Gülen, 1991; s179-181)

Değişken Adı	Karar Birimleri					1
	Ladik	Gaziantep	Denizli	Adıyaman	Trabzon	
Genel Etkinlik	1	1	1	0.89214	0.93856	
Faktörler						
İş. ve Memur. Gid.	28.210	33.650	27.090	32.040	27.070	
İlkmadde Gid.	52.000	46.940	62.520	47.010	43.220	
Dış. Sağ. Fay. Gid.	61.090	41.160	44.520	35.060	27.690	
Satışlar Tutarı	264.547	246.317	237.954	198.312	172.520	
Kuramsal KB						
İş. ve Memur. Gid.	28.210	33.650	27.090	28.584	25.407	
İlkmadde Gid.	52.000	46.940	62.520	41.940	40.565	
Dış. Sağ. Fay. Gid.	61.090	41.160	44.520	31.278	25.989	
Fark						
İş. ve Memur. Gid.	0	0	0	-3.456	-1.663	
İlkmadde Gid.	0	0	0	-5.070	-2.655	
Dış. Sağ. Fay. Gid.	0	0	0	-3.782	-1.701	

Değişken Adı	Karar Birimleri (Devamı)					2
	Çorum	Ergani	Aşkale	Sivas	Elazığ	
Genel Etkinlik	0.78079	0.83576	1	0.81540	0.95054	
Faktörler						
İş. ve Memur. Gid.	33.100	32.760	30.820	33.590	37.220	
İlkmadde Gid.	41.530	42.020	32.460	35.780	33.110	
Dış. Sağ. Fay. Gid.	34.800	27.480	20.080	30.820	20.890	
Satışlar Tutarı	167.992	160.881	153.838	153.353	150.849	
Kuramsal KB						
İş. ve Memur. Gid.	24.379	27.379	30.820	21.276	29.497	
İlkmadde Gid.	32.426	35.119	32.460	29.175	31.472	
Dış. Sağ. Fay. Gid.	27.171	22.967	20.080	25.131	19.857	
Fark						
İş. ve Memur. Gid.	-8.721	-5.381	0	-12.314	-7.723	
İlkmadde Gid.	-9.104	-6.901	0	-6.605	-1.638	
Dış. Sağ. Fay. Gid.	-7.629	-4.513	0	-5.689	-1.033	

Değişken Adı	Karar Birimleri (Devamı)					3
	Bartın	Siirt	Van	Kars	Gümüşhane	
Genel Etkinlik	1	0.95108	0.96973	0.72300		1
Faktörler						
İş. ve Memur. Gid.	25.740	30.790	28.260	25.800	4.180	
İlkmadde Gid.	40.130	29.750	20.230	23.990	21.010	
Dış. Sağ. Fay. Gid.	16.170	20.970	12.420	15.850	2.810	
Satışlar Tutarı	139.870	139.581	93.297	83.965	33.742	
Kuramsal KB						
İş. ve Memur. Gid.	25.740	24.644	18.414	15.799	4.180	
İlkmadde Gid.	40.130	28.295	19.618	17.345	21.010	
Dış. Sağ. Fay. Gid.	16.170	19.944	12.044	11.460	2.810	
Fark						
İş. ve Memur. Gid.	0	-6.146	-9.846	-10.001	0	
İlkmadde Gid.	0	-1.455	-612	-6.645	0	
Dış. Sağ. Fay. Gid.	0	-1.026	-376	-4.390	0	

6.3. VZA'nın Güçlü ve Zayıf Yönleri

6.3.1. Güçlü Yönleri

- (i) - VZA Yöntemi, çok sayıda girdi ve çıktıya sahip karar verme birimlerinin etkinlik ölçümünde rahatlıkla kullanılabilir. Çünkü tek bir etkinlik oranına indirmeye olanak sağlar.
- (ii) - Girdi ve çıktı değerleri arasında herhangi bir fonksiyonel bağlantıya gerek duymaz.
- (iii) - Karar verme birimleri, direkt olarak diğer bir karar verme birimiyle ya da bu karar verme birimlerinin değişik kombinasyonları ile karşılaştırılabilir.
- (iv) - Girdi ve çıktı değerleri değişik birimlere sahip olabilir. Örneğin X_1 'in birimi kurtarılan hayat sayısı olabilirken, X_2 'nin birimi TL. olabilmektedir.

- (vi)- Etkin olmayan karar verme birimlerinin nasıl etkin duruma getirilebileceği hakkında önemli ipuçları verir.

6.3.2. Zayıf Yönleri

- (i) - VZA Yöntemi maksimum noktayı bulma tekniğine dayalı olduğundan, sıfıra çok yakın bir sapma bile analisti gerçek sonuçtan önemli ölçüde uzaklaştırır.
- (ii) - VZA tekniğinin karşılıklı kıyaslamaları sonucunda karar verme birimleri etkin ve etkin olmayan olarak değerlendirilmekte, ancak teorik olarak “en etkin” birim kolaylıkla bulunamamaktadır.
- (iii) - VZA Yönteminde her bir *KVB* için ayrı bir lineer programlama modeli kurulması gerektiğinden, çözüme ulaşılması oldukça uzun zaman gerektirir.
- (iv)- Belirli bir gözlem kümesinden hareketle göreceli etkinliği ölçmektedir. Gözlem kümesindeki aşırı derecede büyük ya da küçük girdi ve çıktı değerlerine sahip olan bazı gözlemler etkinlik sınırı oluşmasında problem yaratabilmektedir (Sipahi, 1998 ve İleri, 1997).

KAYNAKLAR

AKAL, Z., (1998), “İşletmelerde Performans Ölçüm ve Denetimi, Çok Yönlü Performans Göstergeleri”, Milli Prodüktivite Merkezi Yayınları No:473 , ANKARA.

BAŞ, İ.M., ARTAR, A., (1991), “İşletmelerde Verimlilik Denetimi Ölçme ve Değerlendirme Modelleri” , Milli Prodüktivite Merkezi Yayınları No:435 , ANKARA.

BESEN, F.B., (1994), “Performans Yönetim Sistemi ve Veri Zarflama Analizinin Sağlık Sektöründe Uygulanması”, Yüksek Lisans Tezi , İ.T.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü , İSTANBUL.

CHARNES, A., COOPER, W., LEWIN, A.Y., SEIFORD, L.M., (1994), “Data Envelopment Analysis Theory, Methodology and Applications”, ENGLAND.

CHARNES, A., COOPER, W.W., RHODES, E., (1978), “Measuring Efficiency of Decision Making Units”, European Journal of Operational Research, Volume 2, No. 6, Sayfa 429-444, U.S.A.

CHARNES, A., COOPER, W., RHODES, E., (1981), “Evaluating Program and Managerial Efficiency : An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through” , Management Science, Volume 27, No. 6, Sayfa 668-697, U.S.A.

DOYLE, JR., GREEN, RH., (1991), “Comparing Products Using Data Envelopment Analysis ”, Omega, Volume 19, No. 6, Sayfa 631-638, GREAT BRITAIN.

FITZSIMMONS, J.A., FITZSIMMONS, M.J., “Service Management or Competitive Advantage” , Sayfa 319-327

GÜLEN, K.G., (1994), “İşletme Performans Ölçüm Teknikleri ve Çimento Sanayii Uygulaması ”, Doktora Tezi , İ.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü , İSTANBUL.

İLERİ, İ., (1997) , “Veri Zarflama Analizi ve Bankacılık Sektöründe Bir Uygulama” , Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü , İSTANBUL.

KASNAKOĞLU, H., (1980), “Etkinlik Ölçümü ” , Verimlilik Dergisi , MPM Yayını , 1980(2) , 137-158.

NORMAN, M., STOKER, B., (1991), “DEA The Assesment of Performance” ENGLAND.

SİPAHİ, S., (1998), “Çok Amaçlı Karar Verme Teknikleri ve Bir Uygulama”, Yüksek Lisans Tezi, İ.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü, İSTANBUL.

YOLALAN, R., (1993), “İşletmelerarası Görelî Etkinlik Ölçümü” , Milli Prodüktivite Merkezi Yayınları No:483 , ANKARA.



EKLER

Tezin hazırlanma aşamasında, CHARNES, A., COOPER, W., LEWIN, A.Y., SEIFORD, L.M., (1994), “Data Envelopment Analysis Theory, Methodology and Applications” kaynağında anlatılan BYU-DEA, IDEAS, PIONEER ve WARWICK-DEA bilgisayar programları hakkında verdikleri adreslerden bilgi istenmiştir. IDEAS programı için mektupla başvurulmuş ancak cevap alınamamıştır. PIONEER programı için de verilmiş e-mail adresine yazılmış fakat programın yapımının henüz tamamlanmadığı cevabı alınmıştır. WARWICK-DEA ve BYU-DEA programları için bilgi istendiğine dair e-mail yazışmaları ise ekte sunulmaktadır. Bunlardan BYU-DEA programı için cevap alınamamışken WARWICK-DEA programı hakkında alınan bilgi yine ekte sunulmuştur. Bu programın maliyeti fazla olduğu için alınamamıştır.



Subject: Information about WARWICK-DEA

Date: Fri, 16 Jul 1999 16:07:49 +0300

From: Esen CATALBAS <ecatal@yildiz.edu.tr>

Organization: Y.T.U

To: orset@wbs.warwick.ac.uk

Mr.Dr. Emmanuel Thanassoulis,

I am a master of science student in Department of Mathematics at Yıldız Technical University in Turkey. The subject of my thesis is Data Envelopment Analysis. I saw your WARWICK- DEA computer programme for DEA in " DEA, Theory, Methodology and Applications edited by A. Charnes, W. Cooper, A.Y. Lewin, L.M. Seiford, 1994 " . How can I reach your computer programme? If you could send me it, I would be very happy. I do not know anything about whether free or not. Your helping will be great contribute to me for my thesis. If you sent it, could you add its user guide together with? Thank you very much for your interest.

Faithfully,

Hilal KARASOY

Address: Ýnönü Cad. Sümko Sitesi
J3 Blok Daire 5 81090
Erenköy - Ýstanbul
TÜRKÝYE

Subject: Re: Information about WARWICK-DEA

Date: Thu, 22 Jul 1999 20:37:28 +0100

From: "Emmanuel Thanassoulis" <E.Thanassoulis@btinternet.com>

To: <ecatal@yildiz.edu.tr>

WARWICK DEA SOFTWARE

Thank you for your enquiry about the Warwick DEA software. This message contains much of the information you require. Please let me know if you need any further information or wish to order a copy of the software.

The software is a by - product of extensive research into DEA. As the theory and reported applications of DEA advance we periodically modify the software to add to its capabilities. This letter gives information about the capabilities and price of the latest version of the software.

HARDWARE REQUIREMENTS

To install the Warwick-DEA software you need the following equipment:

An IBM 386 or higher or 100% IBM-Compatible computer with a minimum of 4 MB of RAM. The size of problem which can be solved depends on the RAM of the machine and the version of the software (demo, limited or full) that you buy.

Windows 3.1 (or higher) (for windows Warwick-DEA). A DOS version is also available.

A hard disk drive with at least 2 MB of disk space.

CAPABILITIES

Warwick-DEA is easy to use and powerful. You will find it provides an easy, useful way to get the results. Its capabilities include:

- Assessment of units by the constant or variable returns to scale model;
- Identification of the nature of returns to scale at the efficient boundary;
- Assessment of units with restrictions to the input/ output weights;
- Estimation of targets for efficiency with and without priorities over input /output improvements;
- Assessment of units when some variables are exogenously fixed and returns to scale are variable.
- Assessment of super efficiency;
- Information on the relative contributions of each peer to the targets of an inefficient unit;

Standard output includes:

- Table of efficiencies (fixed and/or spreadsheet input format);
- Table of targets (fixed and/or spreadsheet input format);
- Table of efficient peer units (fixed and/or spreadsheet input format);
- Table of virtual and raw input /output weights;
- Information on whether increasing or decreasing returns to scale hold for units efficient under variable returns to scale.

The software requires input in the form of an ASCII file containing the input/output levels of the units to be assessed. This file can be created by any spreadsheet such as Lotus or a word-processor. The user can edit the data file any time while running the program. The output from the package can be read directly into a spreadsheet or a word-processor.

PRICE

The versions available and corresponding prices are DOS and WINDOWS. Each comes in full, limited or Demo form. The prices are as follows:

WINDOWS VERSION -Full

License Private to Individual 500 GBP (British Pounds)
Site License £1600, with educational discount 800 GBP.

WINDOWS VERSION - Limited

License Private to Individual 200 GBP (British Pounds)
Site License £800, with educational discount 400 GBP.

WINDOWS - DEMO 100 GBP

DOS VERSION -Full

License Private to Individual 300 GBP (British Pounds)
Site License £1000, with educational discount 500 GBP.

DOS VERSION - Limited

License Private to Individual 150 GBP (British Pounds)
Site License £600, with educational discount 300 GBP.

DOS - DEMO 50 GBP

Sales to UK users attract VAT at 17.5%. Sales to users elsewhere in the European Union also attract this VAT charge unless you are VAT registered and you send us your VAT registration number promptly. Sales outside the European Union do not attract a VAT charge.

A user manual is included in the above prices. Please note that we reserve the right to alter prices without notice.

The limitations of the versions are as follows:

VERSION

FULL: Unlimited (except by the RAM of your computer)

LIMITED: Limited to fifty units

DEMO: Limited to twenty units (demonstration version)

LICENCE

The Private to an Individual licence agreement for the software allows you to run it on one machine and you may make only one backup copy. The 'individual' can only be a physical person and may a company or other organisation.

The site licence agreement for the software allows you to run it on up to 5 machines on the same site and you may make up to 20 copies of the user guide.

UPGRADE

If you are Warwick-DEA user and want to upgrade your present version to an higher version all you need to pay is the balance from what you have paid for the version that you have. If you wish limited windows version which costs less than you have paid for a DOS version an administrative charge of £100 will be made.

PLACING AN ORDER

If you would like to purchase a copy of the software, please specify the version of the software you require by either e-mail, mail or fax. If you are in an EU but not UK purchaser please also let us know your VAT number, if any.

Upon receipt of your written order we will send you the software, manual and license and an invoice.

Thank you once again for your query. If you require any further information please do not hesitate to contact me. I look forward to hearing from you.

Yours sincerely

E. Thanassoulis
Professor Emmanuel Thanassoulis
Aston Business School
University of Aston
Aston Triangle
Birmingham B4 7ET
England

Email: e.thanassoulis@aston.ac.uk
Tel: +44 (0) 121 359 3611 Ext 5033
Fax: +44 (0) 121 359 5271

-----Original Message-----

From: Esen CATALBAS <ecatal@yildiz.edu.tr>
To: orset@wbs.warwick.ac.uk <orset@wbs.warwick.ac.uk>
Date: 16 July 1999 14:08
Subject: Information about WARWICK-DEA

Mr.Dr. Emmanuel Thanassoulis,

I am a master of science student in Department of Matematics at Yıldız Technical University in Turkey. The subject of my thesis is Data Envelopement Analysis. I saw your WARWICK- DEA computer programme for DEA in " DEA,Theory,Methodolgy and Applications edited by A. Charnes, W. Cooper, A.Y. Lewin, L.M. Seiford, 1994 " . How can I reach your computer programme? If you could send me it, I would be very happy. I do not know anything about whether free or not. Your helping will be great contribute to me for my thesis. If you sent it, could you add its user guide together with? Thank you very much for your interest.

Faithfully,

Hilal KARASOY

Address: İnönü Cad. Sümko Sitesi
J3 Blok Daire 5 81090
Erenköy - İstanbul
TÜRKİYE

Subject: information about BYUDEA

Date: Fri, 16 Jul 1999 16:04:56 +0300

From: Esen CATALBAS <ecatal@yildiz.edu.tr>

Organization: Y.T.U

To: ADOLPHSD@msm1.byu.edu

Mr. Donald L. Adolphson,

I am a master of science student in Department of Matematics at Yýldýz Technical University in Turkey. The subject of my thesis is Data Envelopement Analysis. I saw your BYUDEA computer programme for DEA in " DEA, Theory, Methodolgy and Applications edited by A. Charnes, W. Cooper, A.Y. Lewin, L.M. Seiford, 1994 " . How can I reach your computer programme? If you could send me it, I would be very happy. I do not know anything about whether free or not. Your helping will be great contribute to me for my thesis. If you sent it, could you add its user guide together with? Thank you very much for your interest.

Faithfully,

Hilal KARASOY

Address: Ýnönü Cad. Sümko Sitesi
J3 Blok Daire 5 81090
Erenköy - Ýstanbul
TÜRKÝYE

Subject: Information about BYU-DEA

Date: Mon, 26 Jul 1999 13:35:19 +0300

From: Esen CATALBAS <ecatal@yildiz.edu.tr>

Organization: Y.T.U

To: larry@ipm.byu.edu.

> Mr. Lawrence C.Walters,

>

> I am a master of science student in Department of Matematics at
> Yýldýz Technical University in Turkey. The subject of my thesis is Data
> Envelopment Analysis. I saw your BYU-DEA computer programme for DEA in "
> DEA,Theory,Methodolgy and Applications edited by A. Charnes, W. Cooper,
> A.Y. Lewin, L.M. Seiford, 1994 " . How can I reach your computer
> programme? If you could send me it, I would be very happy. I do not know
> anything about whether free or not. Your helping will be great
> contribute to me for my thesis. If you sent it, could you add its user
> guide together with? Thank you very much for your interest.

>

> Faithfully,

>

> Hilal KARASOY

>

> Address: Ýnönü Cad. Sümko Sitesi
> J3 Blok Daire 5 81090
> Erenköy - Ýstanbul
> TÜRKÝYE

>

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi	04.10.1974	
Doğum Yeri	Ordu	
Ortaokul	1985-1988	Bakırköy Ortaokulu
Lise	1988-1991	Bakırköy Lisesi
Lisans	1991-1996	Yıldız Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Lisans Bölümü
Yüksek Lisans	1996-2000	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı, Matematik Programı
Çalıştığı kurum	1996-1997	Üniversal Ltd. Şti. Bilgisayar Programcısı