

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**VİSKOELASTİK DİKDÖRTGEN LEVHALARIN
STABİLİTESİNİN 3. MERTEBEDEN GELİŞMİŞ PLAK
TEORİSİYLE ANALİZİ**

İnşaat Müh. Ayfer Tekin

**F.B.E İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Y. Doç. Zafer Kütüğ

İSTANBUL 2006

	Sayfa
İÇİNDEKİLER.....	i
SİMGE LİSTESİ	ii
KISALTMA LİSTESİ	iii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
ÇİZELGE LİSTESİ	v
ÖNSÖZ.....	vi
ÖZET	vii
ABSTRACT	viii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Plaklara Ait Genel Bilgiler	1
1.2 Kompozit Malzemelere Ait Genel Bilgiler	2
1.3 Kompozit Plaklara Ait Genel Bilgiler	2
1.4 Gelişmiş Plak Teorilerine Ait Genel Bilgiler	3
1.5 Viskoelastik Malzemeler Hakkında Genel Bilgiler.....	9
1.6 Konunun Gerekliliği ve Amacı.....	13
2. VİSKOELASTİK PLAK-LEVHA VE DENKLEMLERİ	15
2.1 Problemin Formülasyonu	15
2.2 Çözüm Yöntemi.....	19
3. PLAK TEORİLERİ VE STABİLİTE DENKLEMLERİ	26
3.1 Kirchhoff-Love Plak Teorisi ile Levha Stabilite Denklemlerinin Elde Edilmesi..	28
3.2 Üçüncü Mertebeden Gelişmiş -Kromm- Plak Teorisi ile Levha Stabilite Denklemlerinin Elde Edilmesi.....	31
3.3 İncelenen Viskoelastik Levhanın Birinci Mertebeden Kirchhoff-Love ve Üçüncü Mertebeden Gelişmiş Plak Teorisine Göre Stabilite Denklemleri.....	34
4. SAYISAL SONUÇLAR.....	36
5. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRMELER.....	60
KAYNAKLAR.....	62
ÖZGEÇMİŞ.....	64

SİMGE LİSTESİ

C	Malzeme matrisi
E	Elastisite modülü
e	Elastisite modülü oranı (güçlendirici malzeme/ dolgu malzemesi)
$2h$	Plak kalınlığı
L	Uzunluk
M_{ij}	Eğilme Momenti
M, N	Sınır kesitler
n	Plak yüzeyinin ortonormal bileşeni
p_1, p_3	Yüzeye yayılı aksenal basınç kuvveti
P	Plak düzlemi içindeki boyutsuz yük
P_{kr}	Boyutsuz kritik yük
R	σ_3^0 / σ_1^0 oranı
S	Yüzey
t'	Boyutsuz zaman
t	Zaman
t_s	Kelvin cisminin gecikme süresi
t_{kr}	Kritik zaman
u, v, w	Yerdeğiştirmeler
$V(s_1, s_3)$	Başlangıç sapmalı yüzeyin normal vektörünün boyu
γ	Levhanın l_1 / l_3 oranı
Ω	Plak sınırlarının kapsadığı alan
ε	Başlangıç sapmasının mertebesini gösteren parametre
$\Gamma(x)$	Gamma fonksiyonu
σ_{ij}	Gerilme tansörü
α	Plak teorisi formülünün genelleştirilmesi amacını taşıyan bir parametre
δ_{ij}	Kronecker Deltası
η	Malzeme hacim oranı (güçlendirici malzeme/ dolgu malzemesi)
λ	Newton sıvısının karakteristik sabiti
$\square_{ijk}$	Permütasyon sembolü
ν	Poisson oranı
R_α^*	Robotnov operatörü
ε	Şekil değiştirme
ψ_1, ψ_3	x_2 eksenine dik olan kesitlerin dönmesi
ζ	Yerdeğiştirme fonksiyonunun parametresi
α	Viskoz malzemenin başlangıçtaki reolojik düzensizliğini gösteren parametre
ω	Zamana bağlı reolojik parametre

KISALTMA LİSTESİ

Pl. Teo.	Plak Teorisi
KLT	Kirchhoff-Love Plak Teorisi
GPT	3. Mertebeden Gelişmiş Kromm Plak Teorisi

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1a Düzlemine dik yüklü dikdörtgen plak	4
Şekil 1.1b Plak elemanındaki gerilme bileşenleri	4
Şekil 1.2 Viskoelastik malzeme için, sünme ve geri dönüşüm grafikleri.....	9
Şekil 1.3 Sabit yük ile yüklenen Hooke cismi için basit model	10
Şekil 1.4 Sabit yük ile yüklenen Newton cismi için basit model	10
Şekil 1.5 Hooke ve Newton cisimlerinde gerilme ve şekil değiştirmenin zamanla değişimi ..	11
Şekil 1.6 Maxwell cismi	12
Şekil 1.7 Kelvin cismi	12
Şekil 1.8 Katı cisim modeli	12
Şekil 1.9 Maxwell ve Kelvin cisimlerinin, $\sigma =$ sabit yükler altındaki davranışının grafiği.....	13
Şekil 2.1 Başlangıç sapması olmayan levha	15
Şekil 2.2 Levhada ilk kusur bölgesi	16
Şekil 2.3 Başlangıç sapması olduğu varsayılan levha	16
Şekil 2.4 Başlangıç sapması olan levhaya ait N_0, N_1 ve M_0, M_3 kenarları	17
Şekil 4.1 Tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha	37
Şekil 4.2 Tek eksenli yüklemeye maruz kare levha	37
Şekil 4.3 İki eksenli yüklemeye maruz kare levha	37
Şekil 4.4 İki eksenli yüklemeye maruz kare levhada, $\alpha = -0.3$, $e = 10$ için, ($\omega - P_{kr,\infty}$) grafiği.....	45
Şekil 4.5 İki eksenli yüklemeye maruz kare levhada, $\alpha = -0.3$, $e = 100$ için, ($\omega - P_{kr,\infty}$) grafiği.....	45
Şekil 4.6 Kichhoff-Love Plak Teorisiyle bulunan, $e = 20$ için, $t_{kr} - w$ grafiği	56
Şekil 4.7 Kichhoff-Love Plak Teorisiyle bulunan, $e = 100$ için, $t_{kr} - w$ grafiği	56
Şekil 4.8 Üçüncü mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisi ile bulunan, $e = 20$ için, $t_{kr} - w$ grafiği.....	57
Şekil 4.9 Üçüncü mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisi ile bulunan, $e = 100$ için, $t_{kr} - w$ grafiği.....	57

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 4.1 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi	38
Çizelge 4.2 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 0.5$ için, iki eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi	38
Çizelge 4.3 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	39
Çizelge 4.4 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 0.5$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	39
Çizelge 4.5 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi	41
Çizelge 4.6 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	41
Çizelge 4.7 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 1$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	42
Çizelge 4.8 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi	42
Çizelge 4.9 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	43
Çizelge 4.10 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 2$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	43
Çizelge 4.11 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi	46
Çizelge 4.12 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	46
Çizelge 4.13 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 0.5$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	47
Çizelge 4.14 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi	47
Çizelge 4.15 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	48
Çizelge 4.16 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 1$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	48
Çizelge 4.17 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi	49
Çizelge 4.18 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	49
Çizelge 4.19 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 2$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	50
Çizelge 4.20 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi	50
Çizelge 4.21 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	51
Çizelge 4.22 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 0.5$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	51
Çizelge 4.23 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi	52
Çizelge 4.24 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	52
Çizelge 4.25 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 1$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	53
Çizelge 4.26 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi	53
Çizelge 4.27 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	54
Çizelge 4.28 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 2$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi	54
Çizelge 4.29 İki eksenli yüklemeye maruz kare levhada, $\alpha = -0.3$ olmak üzere, farklı ω değerleri için bulunan t_{kr} değerleri	58

ÖNSÖZ

Bu tezin hazırlanma sürecinde değerli yardımlarını esirgemeyen Sayın Hocam Y. Doç. Dr. Zafer KÜTÜĞ ve verdikleri eğitimle yüksek lisans tezimi tamamlamamda büyük katkısı olan Mekanik Anabilim Dalı öğretim üyeleri ile Matlab programıyla ilgili bilgilerini paylaşan Öğr. Gör. Dr. Ersun Yalçın'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım esnasında manevi desteklerini esirgemeyen aileme ve dostlarıma en derin şükranlarımı sunarım.

ÖZET

Bu çalışmada, mühendislik hesaplamalarında yaygın olarak kullanılan klasik Kirchhoff-Love Plak Teorisi ile 3. mertebeden geliştirilmiş Kromm Plak Teorisinin denklemleri kullanılarak, iki teori arasında kıyaslama yapabilmek amacıyla, dört kenarından basit mesnetli olarak ele alınan viskoelastik malzemeden hazırlanmış levha ve şerit-levhaların stabilitesi problemlerinin formülasyonu yapılmıştır. Bu amaçla, sayısal sonuçların elde edilmesi için gerekli algoritma yapılarak MATLAB ile programlanmıştır.

$t = 0$ ve $t = \infty$ değerleri için, tek eksenli ve iki eksenli yüklemelere maruz, farklı kalınlıklarda ve farklı elastisite modülü oranları için, şerit ve kare levhada meydana gelen kritik yük ve kritik zaman hesaplanmıştır. Ayrıca farklı viskoz malzeme parametrelerinin, kritik yük ve kritik zaman üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Bu parametrelere bağlı olarak bulunan sayısal sonuçlar tablolar halinde verilerek, kullanılan iki teoriden biri olan, 3. mertebeden geliştirilmiş Kromm Plak Teorisinin çok daha hassas sonuçlar verdiği ve hem mühendislik hem de bilimsel hesaplamalarda göz önüne alınması gerekliliği tespit edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Viskoelastisite, kompozit malzeme, stabilite, plak teorileri.

ABSTRACT

In this work, by using plate equations of the Kirchhoff-Love Plate Theory, which is common –used on engineering calculations, and the Kromm’s 3rd order Refined Plate Theory, with the purpose of comparing those two theories, the stability of both plate strip and square plate, which is made of viscoelastic material, has been formulated. Plates are simply supported on whole edges. By this aim of obtaining the numerical results, necessity computing algorithm has been programmed with the MATLAB.

Critical axial loads and critical time of plate-strip and square plate, which edges are exerted by both unidirectional and two directional axial loads, have been determined for $t = 0$ and $t = \infty$. Those values have been also calculated for different plate thickness-length ratio and for different Elasticity modulae ratio.

The numerical results, based on those parameters, given in the table presents that the results by using Kromm’s 3rd order Refined Plate Theory is much more accurate and has to be in taken into account in both engineering and scientific calculations.

Keywords: Viscoelasticity, composite material, stability, plate theory.

1. GİRİŞ

1.1 Plaklara Ait Genel Bilgiler

Plaklar, diğer boyutlarına nazaran kalınlığı çok az ($1/10 \sim 1/50$) olan ve hiçbir yüzeysel eğriliği bulunmayan, düzlemsel yapı elemanlarıdır. Geometrik olarak, sınırları, kenarları doğrusal ve/veya eğriseldir. Statik olarak plaklar, serbest uçlu, ankastre, dönmeye ve çökmeye karşı elastik mesnetli gibi çeşitli sınır şartları içeren, basit mesnetli ve ankastre mesnetli veya bazı hallerde noktasal mesnetli olabilirler. Plaklar tarafından taşınan statik veya dinamik yükler, plak yüzeyine daima dik olarak etkirler.

Plak düzlemi içinde etkiyen kuvvetler olması durumunda, plak elemana özel olarak levha ve bu tip problemlere de levha problemi veya plakların stabilite problemi adı verilir.

Plakların iki boyutlu çalışması, yapının daha hafif olması ile sonuçlanır ve bu yüzden sayısız ekonomik üstünlükler sağlanır. Plak-levha yapı elemanları; mimari yapılar, köprüler, su yapıları, konteynerler, uçaklar, füzeler ve gemiler, bir takım makine parçaları vb. gibi mühendisliğin bütün alanlarında yaygın bir şekilde kullanılırlar.

Plaklar yapısal davranışlarına göre, aşağıdaki gibi sınıflandırılabilirler:

Rijit Plaklar (Stiff Plates)

Bu tür plaklar dış yükleri, iki boyutlu olarak, çoğunlukla eğilme ve burulma momentleri ile plak düzlemine dik olan enine kayma kuvvetleri (transverse shearing forces) vasıtasıyla karşılayan ince plaklardır. Bu şekliyle davranışı bir kirişin davranışına benzer. Mühendislik uygulamasında plak denilince, aksi söylenmediği sürece, bu tip rijit plaklar kastedilir.

Zarlar (Membranes)

Rijit plaklardan çok daha ince plaklardır. Diğer bir adı da membran olan zar tipli plakların eğilme rijitliği yoktur. Dış yükleri, eksenel normal kuvvetler ve plak düzlemi içindeki kayma kuvvetleri ile taşıyan ince plaklardır.

Son derece ince olmalarından dolayı, moment reaksiyonları ihmal edilebilir bir düzeyde olduğu için, bu tip yük taşıma şekliyle gerilmiş kablolardan oluşan bir ağa benzetilebilir.

Eğilebilen Plaklar (Flexible Plates)

Eğilebilen tip plaklar, rijit plaklarla membranların bir bileşimidir. Dış yüklerin etkisi eğilme ve burulma momentleriyle, plak düzlemine dik ve plak düzlemi içindeki kuvvetler ile karşılanır. Bu tip plaklar, kendi (ölü yük) ağırlığı / taşınan yük oranının düşük olmaları

nedeniyle uçak ve uzay endüstrisinde geniş alanda kullanılırlar.

Kalın Plaklar (Thick Plates)

Kalın plakların iç gerilme durumu üç boyutlu sürekli ortamına benzer.

Bütün plak teorileri küçük ve büyük sehimli olarak aralarında ayrılırlar. Plaklarda ekseriyetle büyük sehimlerden kaçınılır, çünkü genelde mühendislik uygulamalarında sadece onların analizleri değil, kullanımları da pek çok problem yaratır. Küçük sehimlilerde süperpozisyon prensibi genellikle uygulanabilirken, büyük sehimlilerde ‘2. mertebe yapı teorileri’ kullanılmalıdır (Szilard, 1974).

1.2 Kompozit Malzemelere Ait Genel Bilgiler

Kompozit malzemeler iki veya daha fazla farklı malzemenin bir bütün oluşturacak şekilde birleştirilmelerinden oluşan malzemedir. Kompozit malzemeler teknolojik malzemeler olup, günümüzde uçak ve gemi sanayinde, tıpta çağdaş tekniğin diğer birçok alanlarında yaygın şekilde kullanılmaktadır. Kompozit malzemelerin yaygın kullanılmasının sebebi, bu malzemelerin, geleneksel malzemelere göre yüksek özgül mukavemete (malzeme mukavemeti / malzeme yoğunluğu) ve yüksek özgül modüle (Elastisite modülü / malzeme yoğunluğu) sahip olmalarıdır. Yüksek özgül mukavemet, malzemenin emniyetle taşıyabileceği gerilmenin artması, yüksek özgül modül ise malzemenin hafif, rijit ve yüksek elastisite modülüne sahip olması sebebiyle yerdeğiştirmelerin ve şekil değıştirmelerin azalması anlamına gelir (Kocatürk, 2003).

Kompozit malzemeler, aralarında kesin geometrik sınır olan ve kimyasal açıdan en az iki tür malzemedan meydana gelir. Bu tanımdan görüldüğü gibi, kompozit malzemeler, bileşenlerinin sahip olmadığı özelliklere sahip olurlar. Kompozit malzemelerin bileşenleri, yaptığı fonksiyonlara bağlı olarak; takviye (güçlendirici) ve matris (güçlendirilen) olmak üzere ikiye ayrılır. Genellikle takviyeler kompozit malzeme içerisinde yük taşıma görevini görür. Matris malzemesi ise, takviyeleri birliğini ve karşılıklı etkileşimini sağlar (Kütüğ, 1998).

1.3 Kompozit Plaklara Ait Genel Bilgiler

Basit mühendislik problemlerinde, nispeten ince plaklar homojen, izotrop olarak göz önüne alınabilirken, iki veya daha çok malzemenin bir araya getirilmesiyle elde edilen kompozit plakların analizinde yerdeğiştirmelerin ve gerilmelerin daha hassas hesap edilmesi gerekir.

Çünkü ince ve tek malzemeden üretilen plak-levhalarda kayma şekil değiştirmeleri ve buna bağlı kesitte oluşacak kayma gerilmeleri diğer gerilmeler yanında ihmal edilebilecek derecede küçük olurlarken, ince-kalın ve kompozit malzemeden üretilmiş olan plak-levhalarda kayma şekil değiştirmeleri ve buna bağlı gerilmeler ihmal edilemezler. Birinci tip problemlerde, birinci mertebeden plak teorisi olan Kirchhoff-Love Plak Teorisi kullanılabilir, ikinci tip problemlerde ise bunun yerine daha ileri mertebeden plak teorileri kullanılması gerekir.

Bu tip çalışmalar üzerine 1940'lı yılların başlarında, kompozit malzemelerin uygulanması ve bu malzemelerden yapılmış plak ve kabuk şeklindeki yapı elemanlarının statik ve dinamik hesaplamalarında, klasik Kirchhoff-Love hipotezi geçersiz veya çok yaklaşık olduğundan, bu tür problemler için yeni hipotezlerin geliştirilmesi gerekliliği ortaya çıkmıştır. Klasik hipotezlerin kompozit malzemeden yapılmış plaklar için geçersiz olmasının esas nedeni, bu plak malzemelerinin kayma modüllerinin çok düşük buna karşın kompozit (anizotrop) plaklardaki kayma etkilerinin ihmal edilemez olmasıdır. Bu kayma etkilerinden dolayı geliştirilmiş plak teorilerine çoğu zaman *Kayma Şekil Değiştirmeli Plak Teorileri* de denilir.

1.4 Gelişmiş Plak Teorilerine Ait Genel Bilgiler

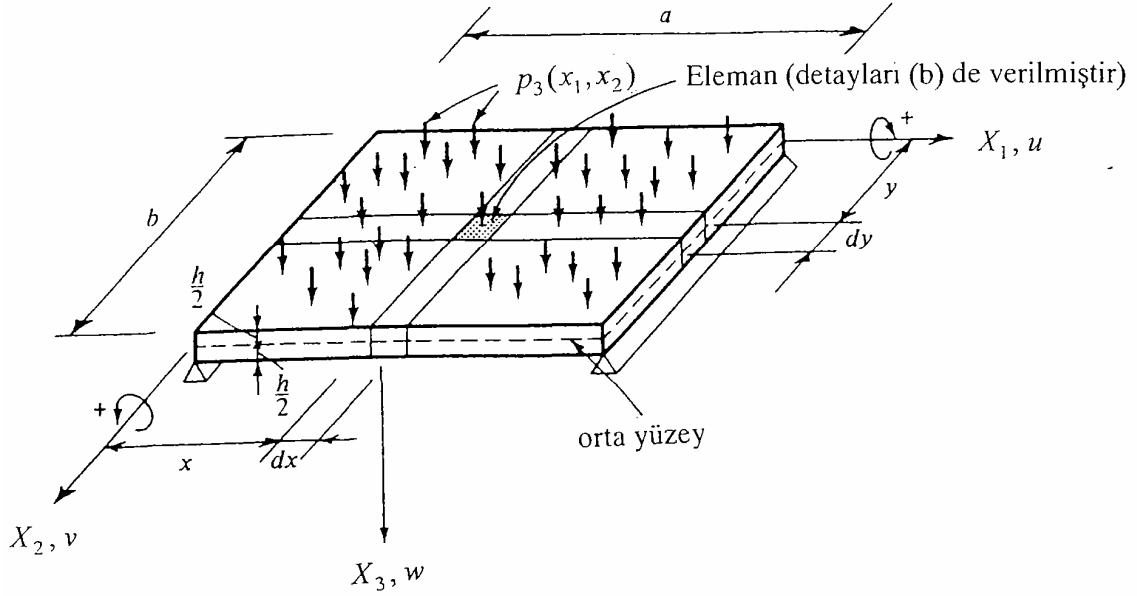
Gelişmiş plak teorilerinin ortaya konmasındaki amaç, genellikle, elastisite teorisinin üç boyutlu (iki boyutlu) problemlerinin, iki boyutlu (bir boyutlu) problemlere indirgenmesidir. Bu durumda aranan büyüklüklerin boyutlardan birine göre (plak kalınlığını gösteren boyuta göre) yayılımı hipotez olarak kabul edilir ve böylece bu büyüklüklerin sağladığı denklem ve sınır koşullarının boyutunun üçten ikiye (ikiden bire) düşürülmesi sağlanır.

Literatürde gerilme veya yerdeğiştirmeden hangisinin plak kalınlığı boyunca yayılımının hipotez şeklinde kabul edildiğine bağlı olarak plak teorileri;

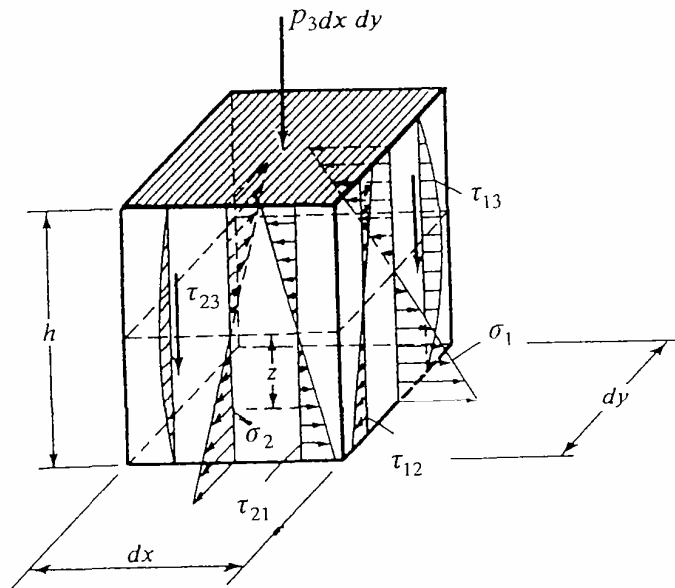
- 1- Gerilme esaslı teoriler,
 - 2- Yerdeğiştirme esaslı teoriler
- olarak iki gruba ayrılır.

1- Gerilme esaslı teoriler: Birinci grubu oluşturan gerilme esaslı ve enine (transverse) kayma şekil değiştirmesi göz önüne alınan plak teorileri Reissner'in (1944, 1945, 1947) araştırmalarında ortaya konmuştur.

Reissner'in plak teorisine göre, Ox_1x_2 düzlemindeki bir plakta (Şekil 1.1a), M_{11}, M_{22}, M_{12} momentlerinden ortaya çıkan, sırasıyla, $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ gerilmeleri, plak kalınlığı boyunca doğrusal (lineer) olarak değişmektedir (Şekil 1.1b). Bundan başka M_{11}, M_{22}, M_{12} eğilme ve burulma momentleri, x_1 ve x_2 'ye bağımlı fonksiyonlardır. Plakın orta düzleminde $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ gerilmeleri yukarıda söylenenlerden dolayı sıfırdır (Şekil 1.1b).



Şekil 1.1a Düzlemine dik yüklü dikdörtgen plak



Şekil 1.1b Plak elemanındaki gerilme bileşenleri

Plaktaki σ_{13}, σ_{23} ve σ_{33} gerilmelerinin plak kalınlığı boyunca değişimi, elastisite teorisinin 3 boyutlu denge denklemlerinin 0'dan x_3 'e kadar -plak kalınlığı boyunca- integrasyonundan elde edilir. Böylece iki uygun değişkene bağlı denge denklemleri ve sınır koşulları, 3-boyutlu elastisite teorisinin varyasyonel prensiplerinden veya n. mertebeden momentlerinin bulunması yoluyla elde edilir. Böylece 3-boyutlu problem, 2-boyutlu problem haline indirgenmiş olur.

Daha sonraları Gol'denveiser (1958), Reissner'in adı geçen teorisini geliştirmiş ve plaktaki $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ gerilmelerinin kalınlık boyunca doğrusal olarak değil, keyfi $f(x_3)$ fonksiyonu şeklinde değiştiğini kabul etmiştir. Ayrıca anizotrop-kompozit-plak ve kabukların genel teorisinin elde edilmesinde Hildebrand vd. (1949) ve Librescu (1964, 1966) gibi bazı araştırmacıların birçok çalışmaları da mevcuttur.

2- Yerdeğiştirme esaslı teoriler: İkinci gruba giren yerdeğiştirme esaslı gelişmiş plak teorileri üzerindeki çalışmalardan ilkinin Basset 1890 yılında yapmış ve yerdeğiştirmeleri, plak kalınlığı boyunca olan x_3 koordinatının bir kuvvet serisi şeklinde ifade etmiştir. Bu durumda x_3 'ün sıfırıncı mertebesinin katsayısı, plağın orta düzleminin yerdeğiştirmelerini göstermektedir. Daha yüksek mertebelerin katsayıları ise x_1 ve x_2 koordinatlarının fonksiyonları olup, bulunması öngörülmektedir. Böylece Basset'in yukarıda adı geçen kuvvet serisi ifadesi, kuvvet serisinden x_3 'ün kaçınıcı mertebesine kadarki terimlerinin göz önüne alınacağına bağlı olarak, farklı mertebelerde plak teorilerini teklif etmektedir. Basset'in ifadesi, örneğin u_1 yerdeğiştirmesi için,

$$u_1(x_1, x_2, x_3) = u(x_1, x_2) + \sum_{n=1}^N x_3^n \psi_1^{(n)}(x_1, x_2) \quad n=0,1,2,3,\dots \quad (1.1)$$

biçiminde gösterilebilir; (1.1)'de $\psi_1^{(n)}(x_1, x_2)$ fonksiyonları, $u_1(x_1, x_2, x_3)$ fonksiyonunun $x_3=0$ civarında x_3 'e göre Taylor serisine açılımının katsayıları olup,

$$\psi_1^{(n)}(x_1, x_2) = \left. \frac{d^n u_1}{dx_3^n} \right|_{x_3=0} ; \quad n=0,1,2,3,\dots \quad (1.2)$$

şeklinde yazılabilir. Yukarıda belirtilenleri kullanarak, Hildebrand vd. (1949) birinci mertebeden olan yerdeğiştirme esaslı geliştirilmiş plak teorisini öne sürmüşlerdir. Bu teoriye göre yerdeğiştirmeler,

$$\begin{aligned}
u_1(x_1, x_2, x_3) &= u(x_1, x_2) + x_3 \psi_1(x_1, x_2) \\
u_2(x_1, x_2, x_3) &= v(x_1, x_2) + x_3 \psi_2(x_1, x_2) \\
u_3(x_1, x_2, x_3) &= w(x_1, x_2)
\end{aligned} \tag{1.3}$$

biçimindedir. Yerdeğiştirmelerin bu ifadeleri kullanılarak, genel potansiyel enerjinin minimumluğu prensibinden u , v , w , ψ_1 ve ψ_2 bilinmeyen fonksiyonları için alan denklemleri ve bunlara karşı gelen sınır koşulları elde edilir. ψ_1 ve ψ_2 fonksiyonları, sırasıyla, normal x_1 ve x_2 eksenleri doğrultusunda olan kesitlerin dönmesini göstermektedir. Belirtmek gerekir ki yerdeğiştirmelerin (1.3)'de verilen ifadelerine göre esaslanan plak teorisine, literatürde Reissner-Mindlin Plak Teorisi denir.

Eğer $\psi_1 = -\frac{\partial w}{\partial x_1}$, $\psi_2 = -\frac{\partial w}{\partial x_2}$ gibi kabul edilirse, Reissner-Mindlin teorisi, klasik Kirchhoff-Love hipotezine dönüşmüş olur (3.5).

Buradan da görüldüğü gibi Reissner-Mindlin teorisi, Kirchhoff-Love teorisinin aksine, şekil değiştirmeden önce plak orta yüzeyine dik olan normalin, şekil değiştirmeden sonra dik olmaması durumunu göz önüne alırken, aynı normalin doğrusallığı Kirchhoff-Love teorisinde olduğu gibi şekil değiştirmeden sonra da değişmemektedir. Böylece Reissner-Mindlin Plak Teorisi geliştirilmiş ve 1. mertebeden olan en basit bir plak teorisidir.

Daha sonraları yüksek mertebeden olan yerdeğiştirme esaslı plak teorileri önerilmiştir. Örneğin, Reddy (1984)'te verdiği geliştirilmiş yerdeğiştirme esaslı 3. mertebeden olan plak teorisinde, yerdeğiştirmelerin x_3 koordinatına bağımlılığı aşağıdaki gibi seçilmiştir:

$$\begin{aligned}
u_1(x_1, x_2, x_3) &= u(x_1, x_2) + x_3 \left[\psi_1 - \alpha \frac{4}{3} \left(\frac{x_3}{h} \right)^2 \left(\psi_1 + \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \right] \\
u_2(x_1, x_2, x_3) &= v(x_1, x_2) + x_3 \left[\psi_2 - \alpha \frac{4}{3} \left(\frac{x_3}{h} \right)^2 \left(\psi_2 + \frac{\partial w}{\partial x_2} \right) \right] \\
u_3(x_1, x_2, x_3) &= w(x_1, x_2)
\end{aligned} \tag{1.4}$$

burada u , v , w , ψ_1 ve ψ_2 genelleştirilmiş yerdeğiştirmeler olup, x_1 , x_2 'nin fonksiyonlarıdır. Reissner-Mindlin teorisinde olduğu gibi burada da ψ_1 ve ψ_2 fonksiyonları, sırasıyla, normal

x_1 ve x_2 eksenleri doğrultusunda olan kesitlerin dönmesini göstermektedir. Buradaki h plak kalınlığı, α ise (1.4) formüllerinin genelleştirilmesi amacını taşıyan bir parametredir. Şöyleki;

- $\alpha = 0$ ve $\psi_1 = -\frac{\partial w}{\partial x_1}$, $\psi_2 = -\frac{\partial w}{\partial x_2}$ olması ifadelerin Kirchhoff-Love hipotezine,
- sadece $\alpha = 0$ olması Reissner-Mindlin teorisine,
- $\alpha = 1$ olması ise Reddy teorisine karşı gelmektedir.

Buraya kadar verilen teorilerden başka literatürde daha birçok geliştirilmiş plak teorileri kullanılmaktadır. Bu teoriler arasındaki en önemli farklılık, x_3 koordinatının derecelerinin katsayılarının hepsinin farklı fonksiyonlardan meydana gelmesidir. Dolayısıyla aynı mertebeden bir plak teorisindeki serbestlik derecesinin (bilinmeyen fonksiyonların) sayısı artabilmektedir. Buna örnek olarak Lo vd. (1977a, 1977b) tarafından verilen plak teorisi gösterilebilir. Bu teoriye göre plaktaki yerdeğıştirmeler:

$$\begin{aligned} u_1(x_1, x_2, x_3) &= u^0(x_1, x_2) + x_3 \psi_1(x_1, x_2) + x_3^2 \xi_1(x_1, x_2) + x_3^3 \xi_1(x_1, x_2) \\ u_2(x_1, x_2, x_3) &= v^0(x_1, x_2) + x_3 \psi_2(x_1, x_2) + x_3^2 \xi_2(x_1, x_2) + x_3^3 \xi_2(x_1, x_2) \\ w(x_1, x_2, x_3) &= w^0(x_1, x_2) + x_3 \psi_3(x_1, x_2) + x_3^2 \xi_3(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (1.5)$$

şeklinde gösterilebilirler. Bu teori de (1.4) teorisi gibi üçüncü (x_3^3) mertebeden bir teori olsa da, noktadaki genelleştirilmiş yerdeğıştirme sayısı 11'dir. Bu verilerle elde edilen plak denklemlerindeki yüksek mertebeden olan momentler, hareket denklemlerine girmektedirler. Görüldüğü gibi, (1.3) ve (1.4)'de verilen geliştirilmiş plak teorileri, (1.5)'de verilen Lo vd. (1977a, 1977b) teorisinin çok özel durumlarından elde edilmektedir.

Bunlardan başka, gerilme esaslı plak teorileri kapsamında, yerdeğıştirmelerin plak kalınlığı boyunca olan koordinata bağlı değışimi verilerek yapılan plak teorileri de mevcuttur. Bu tür teorilere örnek olarak Kromm (1953, 1955)'de teklif edilen plak teorileri gösterilebilir. Bu teoride, Reissner teorisinin, Gol'denveiser (1958) tarafından genelleştirilmiş biçiminin bir özel hali teklif edilmiş ve,

$$u_1(x_1, x_2, x_3) = u(x_1, x_2) - x_3 \left[\frac{\partial w}{\partial x_1} + \frac{3}{2} x_3 \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{x_3}{h} \right)^2 \right] \psi_1 \right]$$

$$u_2(x_1, x_2, x_3) = v(x_1, x_2) - x_3 \frac{\partial w}{\partial x_2} + \frac{3}{2} x_3 \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{x_3}{h} \right)^2 \right] \psi_2$$

$$u_3(x_1, x_2, x_3) = w(x_1, x_2) \quad (1.6)$$

yerdeğiştirme alanı ele alınmıştır. (1.6)'da u , v , w , ψ_1 ve ψ_2 sadece x_1 , x_2 'nin fonksiyonları olan genelleştirilmiş yerdeğiştirmeler olup, ψ_1 ve ψ_2 fonksiyonları sırasıyla, normal x_1 ve x_2 eksenleri doğrultusunda olan kesitlerdeki kayma şekil değiştirmeleri (veya gerilmeleri) göstermektedir.

Bu çalışmanın kapsamında da Kromm tarafından geliştirilen (1.6) teorisi kullanılmaktadır. Bundan başka, yukarıdaki geliştirilmiş plak teorilerinden hem statik, hem de dinamik problemlerde yararlanılmaktadır.

Bu teorilerin, kompozit malzemeden yapılmış plaklara uygulanması aşağıdaki gibi yapılabilir:

1. Eğer kompozit plak normalize edilmiş mekanik özellikli, anizotrop bir malzemeden yapılmış, tek katlı (single-lamina) bir plak gibi göz önüne alınırsa, bu durumda, yukarıda ele alınan geliştirilmiş plak teorileri kompozit plağın tümüne uygulanır.
2. Eğer kompozit plak, çok katlı (multi-layered), farklı özellikli levhalardan yapılmışsa ve kompozit plağın statik ve dinamik davranışlarında bu katların etkisinin daha hassas bir biçimde araştırılması gerekirse, bu durumda yukarıdaki geliştirilmiş plak teorileri, kompozit plağı oluşturan levhaların her birine ayrı ayrı uygulanır.

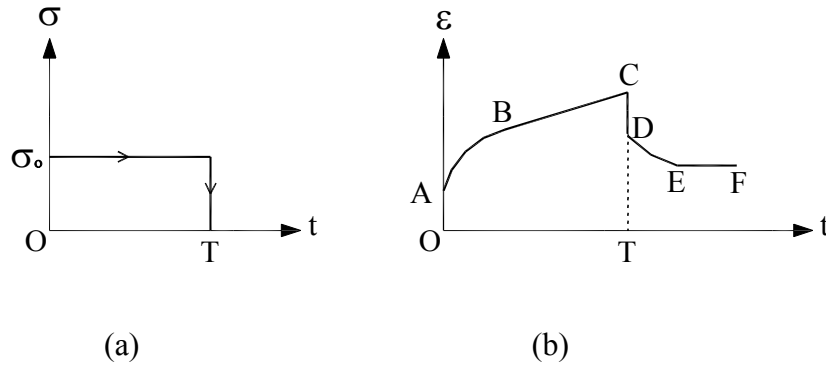
Örneğin; çok katlı levhalardan oluşmuş kompozit malzemelerden yapılmış bir plağın eğilmesinde, levhalar arasındaki gerilme veya kuvvetlerin incelenmesi söz konusu ise o zaman geliştirilmiş plak teorileri 2. maddede belirtildiği gibi uygulanır.

Eğer çok katlı kompozit malzemeden yapılmış bir plağın, global (bütün olarak) karakteristikleri, örneğin; doğal titreşim frekansı, stabilite sınırını belirten kritik parametreleri ve bunun gibi büyüklüklerin belirtilmesi gerekirse, bu durumda geliştirilmiş plak teorilerinin 1. maddede verildiği biçimde uygulanması, mühendislik açısından ve teorik açıdan yüksek mertebeden yeterli olmaktadır.

Yukarıda bahsedilenler göz önüne alınarak yapılan bu tez araştırmasında, viskoelastik özelliklere sahip, kompozit malzemeden yapılmış plakların global karakteristikleri (stabilitede kritik parametreleri) incelendiğinden, geliştirilmiş plak teorileri 1. maddede verildiği biçimde, yani kompozit plağın tümüne uygulanarak kullanılmıştır.

1.5 Viskoelastik Malzemeler Hakkında Genel Bilgiler

Araştırma konusu olan plak-levha malzemesi viskoelastik olup, yeteri kadar yüksek sıcaklıkta çok küçük bir gerilme uygulandığında, sünmenin başlayıp zamanla devam ettiği malzemelere viskoz malzeme denilir. Viskoz bir davranışta, şekil değiştirme hızı ile gerilme orantılıdır. Gerilme sıfır olunca, şekil değiştirme, aldığı son değeri korur. Klasik plastisite teorisi, tersinmez ve doğrusal olmayan gerilme-şekil değiştirme ilişkisini göz önüne alır fakat hız tesirlerinin etkilerini içermez. Viskoelastik malzemelerin gerilme davranışında, içinde bulunduğu zaman ve hız tesirleri baskın rol oynar. Viskoelastik davranışta, yükleme hızının ve yükleme süresinin şekil değiştirmeye etkisi vardır. Herhangibir andaki şekil değiştirme, geçmişte aldığı bütün değerlere bağlıdır. Yavaş yükleme durumunda yüksek şekil değiştirme olurken, hızlı yükleme durumunda ise daha düşük şekil değiştirme görülür. Ayrıca sıcaklık da bu tür davranışta önemli bir etkindir. Seramikler, metaller yüksek sıcaklıkta, plastikler ise oda sıcaklığında viskoelastik özellik gösterirler.



Şekil 1.2 Viskoelastik malzeme için, sünme ve geri dönüşüm grafikleri

(a) Zamanla gerilme değişimleri

(b) Ortaya çıkan şekil değiştirme cevabının zamanla değişimi

Şekil 1.2’de viskoelastik malzeme için, şekil değiştirmenin değişimleri, T süresince sabit σ_0 büyüklüğündeki gerilme altında gösterilmiştir.

Basit yükleme (örneğin basit çekme veya kesme) sonucunda verilen σ , gerilme bileşenini ve ε ise uygun şekil değiştirme bileşenini temsil eder.

OA: Şekil değiştirmedeki değişimin, anlık elastik cevabı

AB: Gecikmiş elastik cevap ve viskoz akış

BC: Viskoz akış

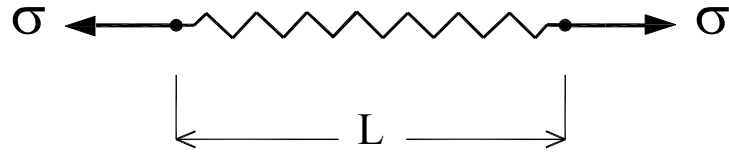
CD: T anında yükün kaldırılmasıyla, anlık elastik cevap ile hızla geri toparlanma

DE: Gecikmiş elastik cevap ile yavaş yavaş toparlanma

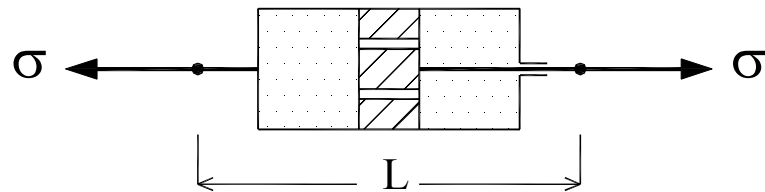
EF: Viskoz akış ile birleşen kalıcı şekil değiştirmelere maruz kalma

Bu karmaşık gerilme davranışı, belirli ölçekte gerilme değişimleriyle, basit şekilde şekil değiştirmelerin ortaya çıktığı elastik malzemedekine göre bir zıtlık sergiler (Flügge, 1962).

Bütün ideal cisim tiplerinde zamanın etkisi göz önünde bulundurulmamıştır. Cisimlerin zamanla ilgili viskoelastik özelliklerini de dikkate alabilmek için bunlara, sıvıya benzer bazı özellikler katmak gerekir. Aşağıda tarif edilen ideal cisim tipleri, sıvılarla elastik cisimlerin esas özellikleri birleştirilerek elde edilmiştir. Birleştirmeye geçmeden önce, iki basit model ele alınsın. Bunlardan biri Hooke cismini temsil eden yay (Şekil 1.3), diğeri de Newton sıvısını karakterize eden yağ kutusu (dashpot) dur (Şekil 1.4).



Şekil 1.3 Sabit yük ile yüklenen Hooke cismi için basit model



Şekil 1.4 Sabit yük ile yüklenen Newton cismi için basit model

Kutuda yağ içinde bulunan pistonun zorla hareket edebilmesi için, yağın pistondaki deliklerden, bir taraftan diğerine geçmesi gerekmektedir, bu durum da zaman istemektedir.

Her iki basit modelin sabit yük altındaki davranışı Şekil 1.5’de gösterilmiştir.

Hooke cisminde zamanın tesiri sıfırdır. Newton sıvısında ise elastik bir özellik yoktur.

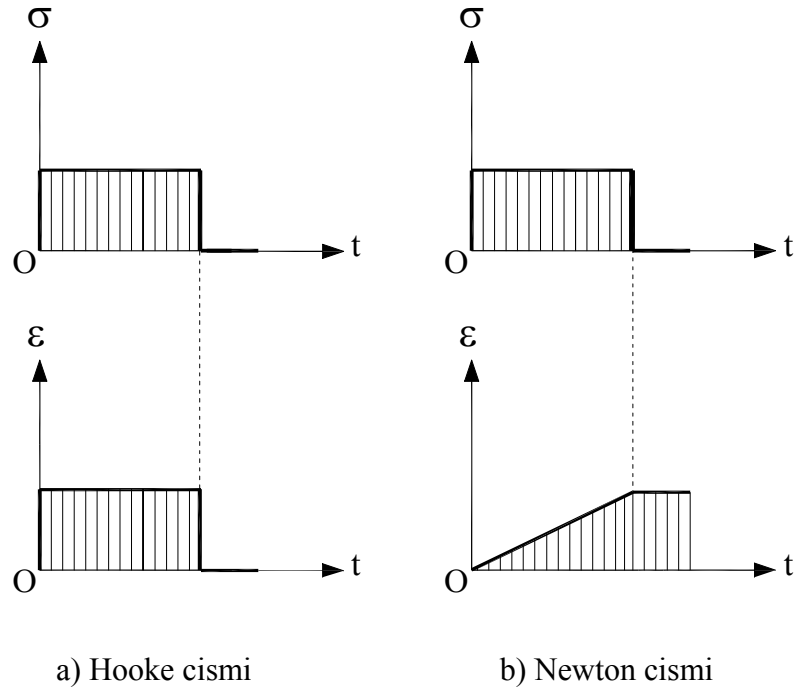
Hooke cismi için (ε, σ) bağıntısı

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (1.7)$$

Newton sıvısı için (ε, σ) bağıntısı

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma}{\lambda} \quad (1.8)$$

yazılabilir. E ve λ her iki cisim için karakteristik sabitlerdir.



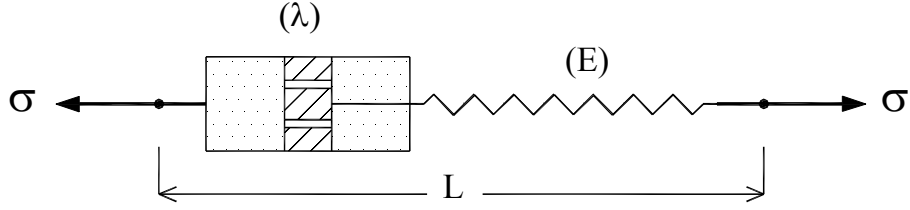
Şekil 1.5 Hooke ve Newton cisimlerinde gerilme ve şekil değiştirmenin zamanla değişimi

Bu iki basit cisim tipi paralel ve seri olarak bağlanırsa, iki yeni model oluşturulur.

Bu bileşik cisim modellerinin yük altındaki davranışlarına ait bünye denklemleri;

Maxwell cismi: Sıvı karakterli olup, gerilme etkisinde kalıcı viskoz akıcı olur. Şekil değiştirmenin zamanla, sabit hızla doğrusal artması, gerçeğe tam olarak uymaz (Şekil 1.7a).

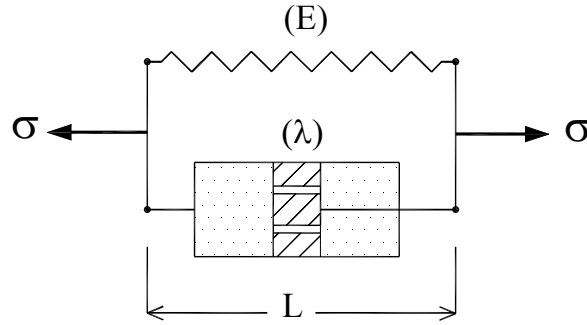
$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\lambda} \quad (1.9)$$



Şekil 1.6 Maxwell cismi

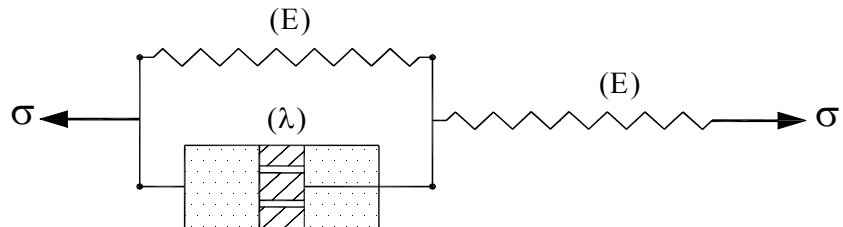
Kelvin cismi: Kelvin cismi katı karakterlidir. Kelvin cisminin malzeme özelliği, gecikme süresidir. $t_s = \frac{\lambda}{E}$ olarak verilir.

$$\sigma = E\varepsilon + \lambda \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1.10)$$

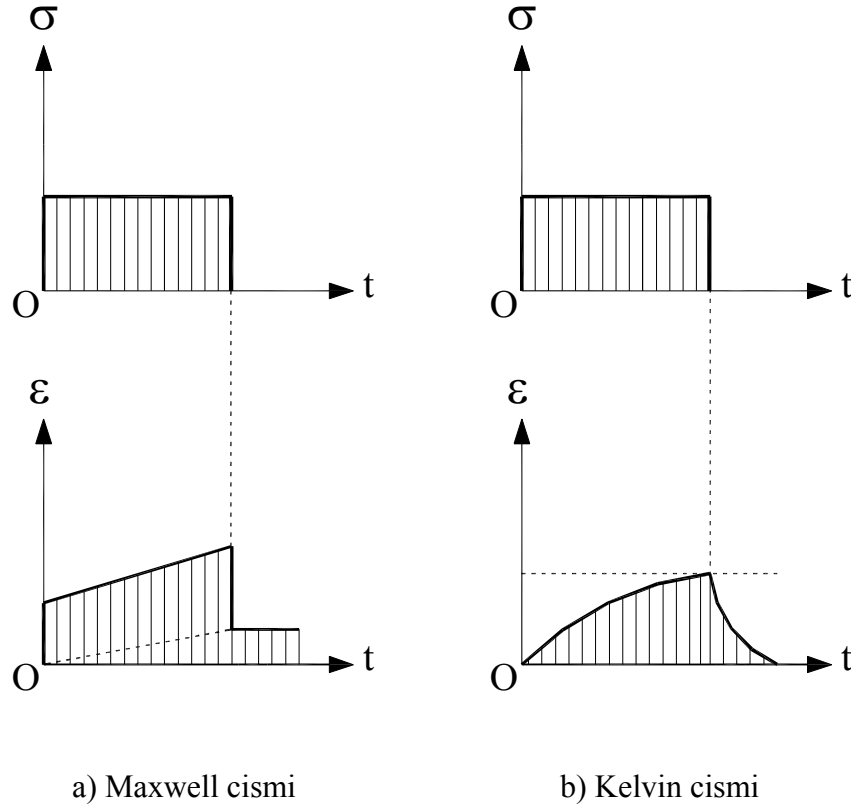


Şekil 1.7 Kelvin cismi

Bir Kelvin cismine, seri olarak bir yay bağlanırsa, standart katı cisim modeli elde edilir.



Şekil 1.8 Katı cisim modeli



Şekil 1.9 Maxwell ve Kelvin cisimlerinin, $\sigma = \text{sabit}$ yükler altındaki davranışının grafiği

Bu basit modeller yardımıyla düşünülen ideal cisimler sayesinde tabii katı cisimlerin, histeresis, elastik gecikme, sünme ve gevşeme gibi özelliklerini daha iyi kavramak, birbirinden bağımsız gibi gözüken bu özellikler arasındaki ilişkileri açıklamak mümkündür.

Birleştirme yalnız Maxwell ve Kelvin cisimlerindeki gibi iki basit tipte olmaz; daha karışık bağlamalarla gerçek cisimlerin oldukça ilgi çeken özelliklerini açıklamak mümkündür.

Cisimlerin yük, şekil değiştirme ve zaman faktörleri altındaki davranışlarını inceleyen bilim dalına reoloji denir. Yukarıda verilen birkaç basit açıklama, reolojiye giren konulardan bazılarıdır (İnan, 2001).

1.6 Konunun Gerekliği ve Amacı

Buraya kadar genel olarak plaklardan, plak teorilerinden ve kısaca viskoelastisiteden bahsedildi. Bilindiği üzere kompozit malzemeler ve bunlardan yapılmış yapı elemanları diğerleri arasından, spesifik özellikleri olarak bilinen, kayma rijitliklerinin az olması ve buna karşılık çeşitli doğrultulardaki rijitliklerinin önemli miktarda artmasıyla fark edilir. Kompozitlerin güvenli olması ve ekonomik uygulamalarındaki gelişmeler, onların dış

yüklemeler altındaki davranışlarının bilimsel olarak anlaşılmasını ve karmaşık gerilme modellerinin analitik olarak çözülmesini gerektirir. Kompozit malzemeden yapılmış yapı elemanlarının stabilite kaybı çalışmaları, çok daha hassas teoriler ve yaklaşımlarla geliştirilmiş matematiksel modellemeler gerektirmektedir (Akbarov vd., 2000). Bununla bağlantılı olarak literatürde, bu tür malzemelerdeki çeşitli mekanik problemlerin, matematiksel veya deneysel olarak modellenmesi üzerinde günden güne artan araştırmalar yapılmaktadır. Bu tür araştırmalar ile ilgili bir gözden geçirme Akbarov vd. (1998) ile Guz ve Lapusta (2000) tarafından verilmiştir.

Bu amaçla bu tez kapsamında, literatürde genel olarak karşılaşılan 1. mertebeden Kirchhoff-Love Plak Teorisi ile yapılmış araştırmalar yerine, kompozit viskoelastik malzemelerde kayma gerilmelerinin ve buna bağlı kayma şekil değiştirmelerinin etkilerinin göz önüne alındığı 3. mertebeden gelişmiş plak teorisi olan Kromm Plak Teorisi kullanılarak çok daha hassas sonuçlar (Akbarov ve Guz, 1992; Akbarov ve Yahnioğlu, 1995; Kütüğü, 1998) elde edilmiş olup, mühendislik çalışmalarında kullanılmasının gerekliliği, elde edilen sonuçların mertebesinin yorumlanmasından ortaya konulmuştur.

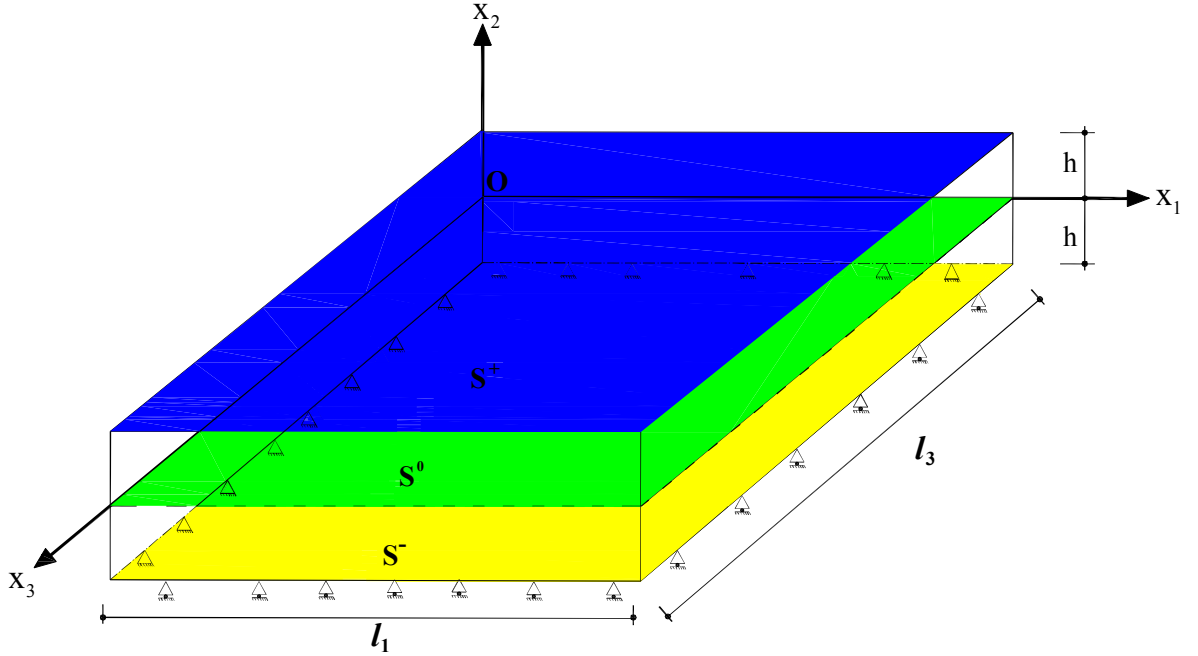
Tez kapsamında Bölüm 2’de viskoelastik plaklar ve denklemleri, Bölüm 3’de 1. mertebe ve 3. mertebe plak teorilerine ait stabilite denklemleri çıkarılmış, Bölüm 4’de elde edilmiş olan sayısal sonuçlar tablolar ve grafikler halinde verilmiştir. Bölüm 5’de de elde edilmiş sayısal sonuçlar ve grafiklerin yorumlamaları yapılarak birtakım öneriler ortaya konulmuştur.

2. VİSKOELASTİK PLAK-LEVHA VE DENKLEMLERİ

Bilindiği ve bir önceki bölümde de vurgulandığı gibi, mühendislik problemlerinde düzlem plaklar, ancak dış yüklerin plak orta düzlemine dik etkimesi durumunda “plak”, plak düzlemi içinde etkimesi durumunda ise “levha” problemleri olarak adlandırılmaktadır. Bu tez kapsamında ise “plak” denildiğinde, “levha” problemi olduğu göz önüne getirilmelidir.

2.1 Problemin Formülasyonu

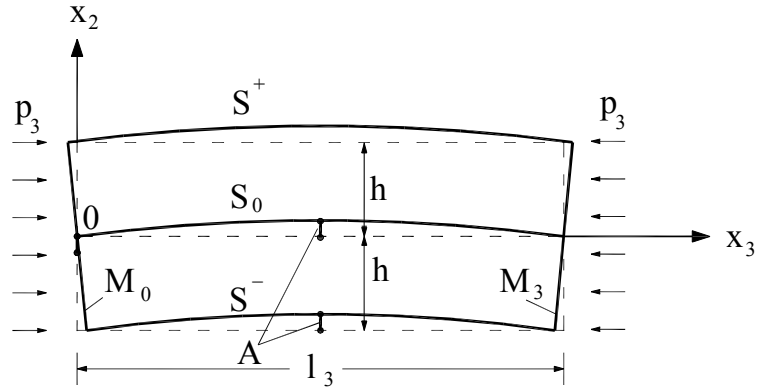
Ele alınan viskoelastik dikdörtgen levhanın kalınlığı $2h$ ve uzunlukları l_1 ve l_3 olup, levha S^+ ve S^- yüzeyleri ile sınırlandırılmıştır.



Şekil 2.1 Başlangıç sapması olmayan levha

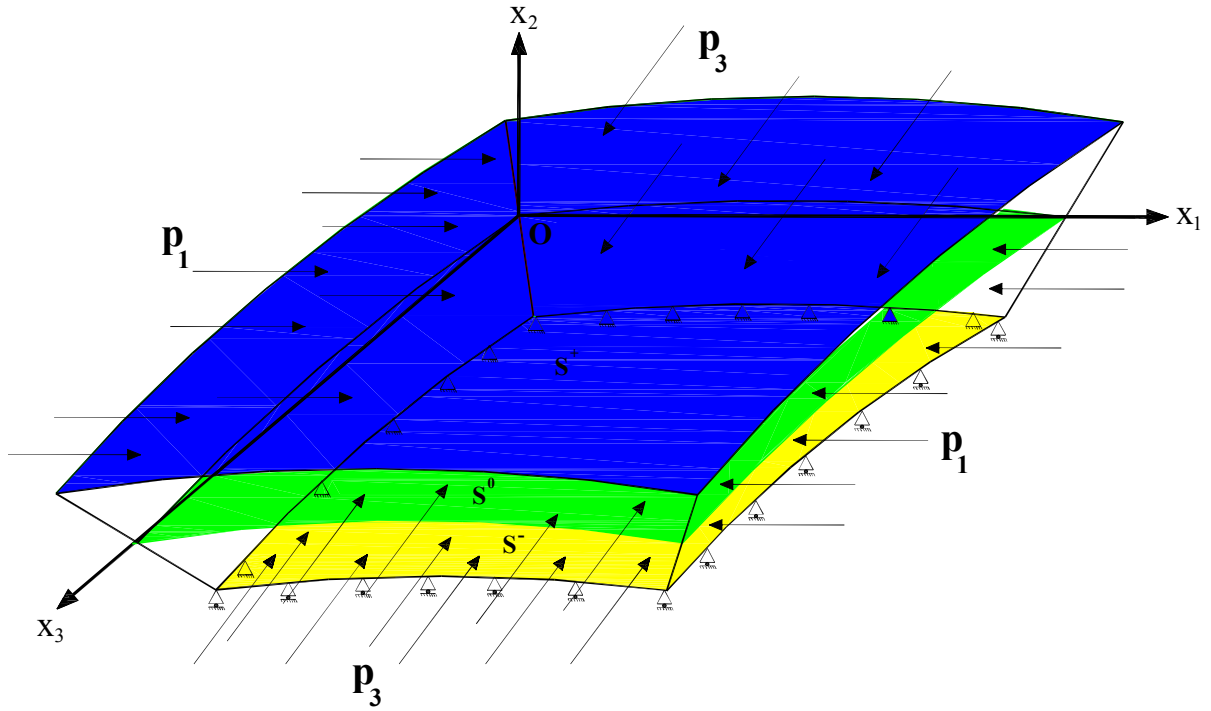
Stabilite kaybı problemlerinde, önceden stabilite kaybı formu verilir. Bu ön form deneylerden bulunmuştur. Verilen ilk önemsiz kusurun, dikdörtgen levhanın tüm alanını kapsadığı varsayılır. Viskoelastik kompozit malzemeden hazırlanmış levhanın, ideal durumda yani yükleme yapılmadan önce, orta yüzeyinin, $x_2 = F(x_1, x_3) = \varepsilon \cdot f(x_1, x_3)$ ifadesi ile belirlenen bir sapması olduğu kabul edilir. Burada, ε küçük ($0 \leq \varepsilon \ll 1$) bir parametre olup, başlangıç sapmasının (verilen ilk önemsiz kusurun) mertebesini gösterir, $\varepsilon = A/l_i$ ($i=1,3$) olarak bilinir (Şekil 2.2). $\varepsilon = 0$ olması durumu, ön form verilmemiş levha haline karşı gelir (Şekil 2.1).

$f(x_1, x_3)$ fonksiyonu ise bu başlangıç sapmasının biçimini karakterize eder.

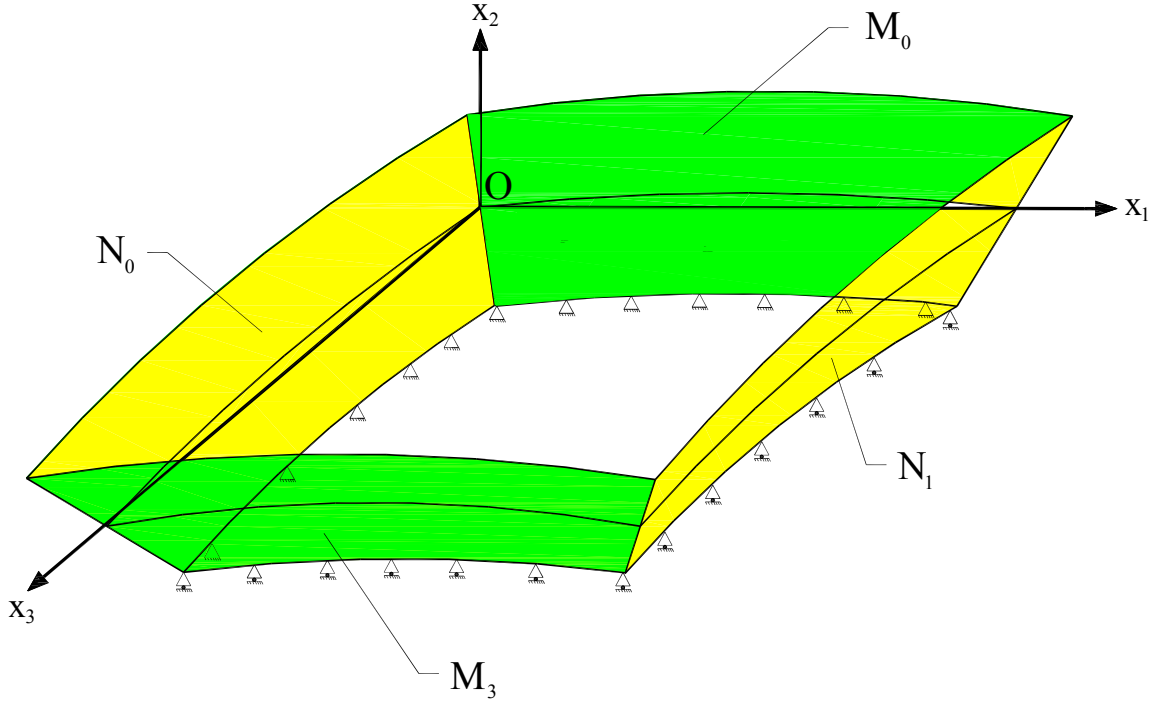


Şekil 2.2 Levhada ilk kusur bölgesi

Varsayıma göre, araştırma konusu olan levha, $0 \leq x_1 \leq l_1$, $0 \leq x_3 \leq l_3$ ve aralarındaki uzaklık $2h$ olan S^+ ve S^- yüzeyleri ile sınırlandırılmış (Şekil 2.3) ve kenar bölgeler olan $x_1 = 0, l_1$ ile $x_3 = 0, l_3$ de, sırasıyla, N_0, N_1 ve M_0, M_3 ile eğilmiş (Şekil 2.4) bir Ω bölgesini kapsamaktadır.



Şekil 2.3 Başlangıç sapması olduğu varsayılan levha



Şekil 2.4 Başlangıç sapması olan levhaya ait N_0, N_1 ve M_0, M_3 kenarları

Bundan başka, levha $x_1 = 0, l_1$ ile $x_3 = 0, l_3$ sınırlarında, kenarları boyunca basit mesnetlere oturmakta olup, $x_1 = 0, l_1$, $x_3 = 0, l_3$ kenarlarından, sırasıyla, şiddeti p_1 ve p_3 olan düzgün yayılı normal basınç yükü etkisi altındadır. (Şekil 2.3). Bu sınır şartlarına göre $f(x_1, x_3)$ fonksiyonu,

$$f(x_1, x_3) \Big|_{x_1=0, l_1} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 f(x_1, x_3)}{\partial x_1^2} \Big|_{x_1=0, l_1} = 0,$$

$$f(x_1, x_3) \Big|_{x_3=0, l_3} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 f(x_1, x_3)}{\partial x_3^2} \Big|_{x_3=0, l_3} = 0,$$

$$\varepsilon \cdot \left(\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} \right)^2 \right) < 1 \quad (\text{tüm } x_1 \in (0, l_1), x_3 \in (0, l_3) \text{ için}) \quad (2.1)$$

şartlarını sağlamalıdır.

Ω bölgesinde,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] &= 0, \quad i, j, n = 1, 2, 3 \\ \sigma_{ij} &= C_{ijrs0} \varepsilon_{rs}(t) + \int_0^t C_{ijrs}(t-\tau) \varepsilon_{rs}(\tau) d\tau, \quad i, j, r, s = 1, 2, 3 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_n}{\partial x_i} \frac{\partial u_n}{\partial x_j} \right) \quad i, j, n = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2.2)$$

denklemleri sağlanmaktadır.

Burada δ_i^n Kronecker sembolü olup, $i=n$ için 1, $i \neq n$ içinse 0 olmaktadır.

Ayrıca plağın alt S^- ve üst S^+ yüzeylerinde gerilmeler,

$$\left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right]_{S^\pm} n_j^\pm = 0 \quad i, j, n = 1, 2, 3 \quad (2.3)$$

sağlanmaktadır, burada $n_j^\pm$; $S^\pm$ levha yüzeylerinin ortonormal bileşenleridir.

N_0, N_1 ve M_0, M_3 sınır kesitlerinde ise,

$$u_2(x_1, x_2, x_3) \Big|_{N_0; N_1} = 0,$$

$$\left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right]_{N_0; N_1} n_j^{0;1} n_i^{0;1} = p_1,$$

$$u_2(x_1, x_2, x_3) \Big|_{M_0; M_3} = 0,$$

$$\left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right]_{M_0; M_3} n_j^{0;3} n_i^{0;3} = p_3 \quad i, j, n = 1, 2, 3 \quad (2.4)$$

şartları sağlanmalıdır. Burada $n_j^0(n_j^1)$ ile $n_j^0(n_j^3)$, sırasıyla, $N_0(N_1)$ ve $M_0(M_3)$ sınır kesitlerinin ortonormal bileşenleridir.

2.2 Çözüm Yöntemi

Levha kalınlığının sabit kalması şartı ile $x_2 = F(x_1, x_3) = \varepsilon \cdot f(x_1, x_3)$ ifadesini ve (2.1) denklemlerini kullanarak, $S^\pm$ yüzeylerinin koordinatları ve bu yüzeylere ait $n_j^\pm$ ortonormallerinin ifadeleri için,

$$\begin{aligned} x_i^\pm &= s_i \pm \frac{h}{V(s_1, s_3)} \frac{\varepsilon \cdot f(s_1, s_3)}{\varepsilon \cdot f(s_1, s_3)}, \quad i=1,3 \\ x_2^\pm &= \varepsilon \cdot f(s_1, s_3) \pm \frac{h}{V(s_1, s_3)}, \\ n_j^\pm &= \frac{A_j^\pm(s_1, s_3)}{A^\pm(s_1, s_3)} \quad j=1,3 \end{aligned} \quad (2.5)$$

elde edilir. Burada, s_i ($s_i \in [0, l_i]$) ($i=1,3$) biçiminde parametreler; $x_i^\pm$ ($i=1,2,3$) ise $S^\pm$ yüzeylerinin koordinatlarıdır. Burada $A_j(s_1, s_3)$, $S^\pm$ yüzeylerinin şekil değiştirmiş alanını göstermektedir.

(2.5) denklemlerindeki $V(s_1, s_3)$ ve $A_j(s_1, s_3)$ aşağıdaki şekilde gösterilir,

$$V(s_1, s_3) = \left[1 + \left(\frac{\varepsilon \partial f}{\partial s_1} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon \partial f}{\partial s_3} \right)^2 \right]^{1/2},$$

$$A_1^\pm(s_1, s_3) = \frac{\partial x_3^\pm}{\partial s_1} \frac{\partial x_2^\pm}{\partial s_3} - \frac{\partial x_2^\pm}{\partial s_1} \frac{\partial x_3^\pm}{\partial s_3},$$

$$A_2^\pm(s_1, s_3) = \frac{\partial x_1^\pm}{\partial s_1} \frac{\partial x_3^\pm}{\partial s_3} - \frac{\partial x_3^\pm}{\partial s_1} \frac{\partial x_1^\pm}{\partial s_3},$$

$$A_3^\pm(s_1, s_3) = \frac{\partial x_2^\pm}{\partial s_1} \frac{\partial x_1^\pm}{\partial s_3} - \frac{\partial x_1^\pm}{\partial s_1} \frac{\partial x_2^\pm}{\partial s_3},$$

olmak üzere, $A_j(s_1, s_3)$ indis notasyonu kullanılarak, kısaca aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$A_i^\pm(s_1, s_3) = -\varepsilon_{ijk} \frac{\partial x_j^\pm}{\partial s_1} \frac{\partial x_k^\pm}{\partial s_3},$$

$$A^\pm(s_1, s_3) = [A_i^\pm(s_1, s_3)]^{1/2} \quad i=1,2,3 \quad (2.6)$$

burada $\in_{ijk}$ bilinen permütasyon sembolü, $V(s_1, s_3)$ ise başlangıç sapmalı yüzeyin normal vektörünün boyudur.

(2.5) denklemleri kullanılarak, $N_0(N_1)$ sınır kesitleri için;

$$\begin{aligned}
 x_{10} &= -\frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_1} \Big|_{s_1=0}, \\
 x_{20} &= \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_1} \Big|_{s_1=0} + \frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \Big|_{s_1=0}, \\
 x_{30} &= s_3 - \frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_3} \Big|_{s_1=0}, \\
 x_{11} &= l_1 - \frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_1} \Big|_{s_1=l_1}, \\
 x_{21} &= \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_1} \Big|_{s_1=l_1} + \frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \Big|_{s_1=l_1}, \\
 x_{31} &= s_3 - \frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_3} \Big|_{s_1=l_1}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

burada x_{i0} ve x_{i1} sırasıyla, $N_0(N_1)$ sınır kesitlerinin koordinatlarıdır.

(2.5) denklemleri kullanılarak, $M_0(M_3)$ sınır kesitleri için;

$$\begin{aligned}
 x_{10} &= s_1 - \frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_1} \Big|_{s_3=0}, \\
 x_{20} &= \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_3} \Big|_{s_3=0} + \frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \Big|_{s_3=0}, \\
 x_{30} &= -\frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_3} \Big|_{s_3=0}, \\
 x_{13} &= s_1 - \frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_1} \Big|_{s_3=l_3},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{23} &= \left. \varepsilon \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_3} \right|_{s_3=l_3} + \frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \bigg|_{s_3=l_3}, \\
x_{33} &= l_3 - \frac{s_2}{V(s_1, s_3)} \frac{\left. \varepsilon \frac{\partial f(s_1, s_3)}{\partial s_3} \right|_{s_3=l_3}}{\left. \frac{\partial V(s_1, s_3)}{\partial s_3} \right|_{s_3=l_3}},
\end{aligned} \tag{2.8}$$

ifadeleri elde edilir. Burada x_{i0} ve x_{i3} $M_0(M_3)$ kesitlerinin koordinatlarıdır. Ayrıca s_2 , $-h \leq s_2 \leq +h$ biçiminde bir parametredir. Bu hazırlık işlemlerinden sonra plağın gerilme-şekil değiştirme durumu, ε parametresine göre, küçük parametreler yöntemiyle,

$$\left\{ \sigma_{ij}; \varepsilon_{ij}; u_i \right\} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \left\{ \sigma_{ij}^q; \varepsilon_{ij}^q; u_i^q \right\} \tag{2.9}$$

biçiminde bir seri formunda ifade edilir. (2.3) yüzey koşullar ile (2.4) kesit koşulları sağlatılarak, (2.9) ifadesinin ε parametresine göre açılımından, q uncu yaklaşım aşağıda gösterildiği üzere, önceki yaklaşımlardaki terimleri içerecektir.

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(0)} + \varepsilon \sigma_{ij}^{(1)} + \varepsilon^2 \sigma_{ij}^{(2)} + \Lambda$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \varepsilon \varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon^2 \varepsilon_{ij}^{(2)} + \Lambda$$

$$u_i = u_i^{(0)} + \varepsilon u_i^{(1)} + \varepsilon^2 u_i^{(2)} + \Lambda$$

(2.9) ifadesi (2.2) denklemlerine konur ve ε parametresinin aynı kuvvetleri karşılaştırılırsa, karşı gelen kapalı denklem takımı elde edilir. Göz önüne alınan malzemenin mekanik özelliklerinin doğrusal olmasına bağlı olarak (2.9) yaklaşımlarının her biri ayrı ayrı sağlanır. Akbarov (1998) ve Akbarov vd. (2001)'de ispat edildiği gibi stabilite kaybını belirleyen kritik parametrelerin elde edilmesi için, açılan serinin sıfıncı ve birinci yaklaşımı yeterlidir. Buna göre, sıfıncı yaklaşımdan (2.2)-(2.4) için,

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{jn}^{(0)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial x_n} \right) \right] = 0,$$

$$\sigma_{ij}^{(0)} = C_{ijrs} \varepsilon_{rs}^{(0)}(t) + \int_0^t C_{ijrs} \varepsilon_{rs}^{(0)}(\tau) d\tau,$$

$$\varepsilon_{ij}^{(0)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(0)}}{x_j} + \frac{\partial u_j^{(0)}}{x_i} + \frac{\partial u_n^{(0)}}{x_i} \frac{\partial u_n^{(0)}}{x_j} \right) \quad i, j, n = 1, 2, 3 \quad (2.10)$$

$$\left[\sigma_{2n}^{(0)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial x_n} \right) \right]_{x_2=\pm h} = 0, \quad i, n = 1, 2, 3 \quad (2.11)$$

$$u_2^{(0)}(0, x_2, x_3) = u_2^{(0)}(l_1, x_2, x_3) = 0,$$

$$\left[\sigma_{1n}^{(0)} \left(\delta_1^n + \frac{\partial u_1^{(0)}}{\partial x_n} \right) \right]_{x_1=0;l_1} = -p_1,$$

$$u_2^{(0)}(x_1, x_2, 0) = u_2^{(0)}(x_1, x_2, l_3) = 0,$$

$$\left[\sigma_{3n}^{(0)} \left(\delta_3^n + \frac{\partial u_3^{(0)}}{\partial x_n} \right) \right]_{x_3=0;l_3} = -p_3, \quad n = 1, 2, 3 \quad (2.12)$$

elde edilir. Birinci yaklaşım için aşağıdaki doğrusallaştırılmış denklemler, sınır ve kenar koşulları elde edilir:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} T_{ij}^{(1)} = 0,$$

$$T_{ij}^{(1)} = \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial x_i} \right) \sigma_{jn}^{(1)} + \sigma_{jn}^{(0)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_n},$$

$$\varepsilon_{ij}^{(1)} = \frac{1}{2} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_n^{(0)}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_n^{(1)}}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \left(\delta_j^n + \frac{\partial u_n^{(0)}}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_n^{(1)}}{\partial x_i} \quad i, j, n = 1, 2, 3$$

$$\sigma_{ij}^{(1)} = C_{ijrs} \varepsilon_{rs}^{(1)}(t) + \int_0^t C_{ijrs} (t - \tau) \varepsilon_{rs}^{(1)}(\tau) d\tau \quad i, j, n, r, s = 1, 2, 3 \quad (2.13)$$

$$T_{i2}^{(1)} \Big|_{(x_1, \pm h, x_3)} = \frac{f_1(x_1, x_3)}{d_1} \delta_i^n + \frac{u_i^{(0)}}{d_n} \sigma_{1n}^{(0)} \Big|_{(x_1, \pm h, x_3)} + \frac{f_3(x_1, x_3)}{d_3} \delta_i^n + \frac{u_i^{(0)}}{d_n} \sigma_{3n}^{(0)} \Big|_{(x_1, \pm h, x_3)}$$

$$i, n = 1, 2, 3 \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}
T_{11}^{(1)} \Big|_{x_1=0,l_1} &= 0, \\
u_2^{(1)} \Big|_{x_1=0,l_1} &= 0, \\
T_{33}^{(1)} \Big|_{x_3=0,l_3} &= 0, \\
u_2^{(1)} \Big|_{x_3=0,l_3} &= 0
\end{aligned} \tag{2.15}$$

(2.10)-(2.13) denklemleri $\Omega_0 = \{0 < x_1 < l_1; -h < x_2 < +h_1; 0 < x_3 < l_3\}$ bölgesinde sağlanırlar ve böylelikle yaklaşımlardan ikincisi de elde edilmiş olunur. Şu haliyle denge denklemleri ve geometrik bağıntılar inhomojendirler.

Böylece, statik dış basınç kuvvetleri altındaki plağın, küçük başlangıç sapmasının zamana bağlı büyümesinin araştırılması, (2.10)-(2.12) ile (2.13)-(2.14) gibi sınır değer problemlerinin seri çözümlerine indirgenmiş olmaktadır. Bu denklemler yardımıyla levhada belirlenecek gerilme-şekil değiştirme halinden sonra stabilite kaybı kriterini belirlemek gerekir.

Stabilite kaybı kriteri olarak, dış basınç yüklerinin etkisi altında plaktaki ön başlangıç sapmasının zamanla sonsuza gitmesi göz önüne alınacaktır, daha sonra $t=0$ ve $t=\infty$ anındaki bu kritik yük değerleri kullanılarak aradaki bir eksenel yük değeri için t_{kr} kritik zaman değerleri saptanacaktır.

Rijit kompozitlerin, bilinen, mekanik özelliklerinde yapılan kabullerin ışığı altında, sıfırıncı yaklaşımın (2.10)-(2.12) denklemlerindeki nonlinear terimler yüksek hassasiyetle ihmal edilebilirler. Sonuç olarak, sıfırıncı yaklaşım değerleri lineer viskoelastisite teorisi çerçevesinde belirlenebilir. Dahası, $\partial u_i^{(0)} / \partial x_j \ll 1$ olması dikkate alınarak, (2.13)-(2.15) ifadelerindeki $(\delta_i^n + \partial u_i^{(0)} / \partial x_n)$ terimleri, (δ_i^n) ile yer değiştirebilir. Bu durumda birinci yaklaşım için aşağıdaki denklemler, sınır ve kenar koşulları elde edilir:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{jn}^{(0)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_n} \right) &= 0, \\
\varepsilon_{ij}^{(1)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\square \dot{\mathbf{u}}_i^{(1)}}{\square \dot{\mathbf{x}}_j} + \frac{\square \dot{\mathbf{u}}_j^{(1)}}{\square \dot{\mathbf{x}}_i} \right) \quad i, j, n = 1, 2, 3
\end{aligned} \tag{2.16}$$

$$\sigma_{i2}^{(1)} \Big|_{(x_2=\pm h)} = \frac{\partial f}{\partial x_1} \sigma_{i1}^{(0)} \Big|_{(x_2=\pm h)} + \frac{\partial f}{\partial x_3} \sigma_{i3}^{(0)} \Big|_{(x_2=\pm h)} \quad i=1,2,3 \quad (2.17)$$

$$u_2^{(1)} \Big|_{x_1=0, l_1} = 0,$$

$$\left(\sigma_{11}^{(1)} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial x_1} \right) \Big|_{x_1=0, l_1} = 0,$$

$$u_2^{(1)} \Big|_{x_3=0, l_3} = 0,$$

$$\left(\sigma_{33}^{(1)} + \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_3} \right) \Big|_{x_3=0, l_3} = 0 \quad (2.18)$$

Levha malzemesi olarak, homojen, asal elastik simetri eksenleri Ox_1 , Ox_2 ve Ox_3 olan ortotrop bir levha ele alınır. Bu durumda levhanın bünye denklemleri:

$$\sigma_{ii}^{(q)} = A_{ij} \epsilon_{jj}^{(q)} \quad i,j=1,2,3$$

$$\sigma_{12}^{(q)} = 2A_{66} \epsilon_{12}^{(q)},$$

$$\sigma_{13}^{(q)} = 2A_{55} \epsilon_{13}^{(q)},$$

$$\sigma_{23}^{(q)} = 2A_{44} \epsilon_{23}^{(q)} \quad (2.19)$$

Burada,

$$A_{ij} = A_{ij0} + \int_0^t A_{ij}^*(t - \tau) d\tau, \quad ij=11, 22, 33, 12, 13, 23, 44, 55, 66 \quad (2.20)$$

biçiminde operatörlerdir.

Levha malzemesinin, birbirini takip eden ve Ox_1x_3 düzleminde olan iki izotrop, homojen malzemedan meydana geldiğini göz önüne alalım. Güçlendirici malzeme, elastik bir malzeme olup, elastisite modülü $E^{(2)}$, Poisson oranı $\nu^{(2)}$ dir. Dolgu malzemesi ise,

$$E^{(1)*} = E_0^{(1)} \left[1 - \omega_0 R_\alpha^* (-\omega_0 - \omega_\infty) \right],$$

$$\nu^{(1)*} = \nu_0^{(1)} \left[1 + \frac{1 - 2\nu_0^{(1)}}{\nu_0^{(1)}} \omega_0 R_\alpha^* (-\omega_0 - \omega_\infty) \right] \quad (2.21)$$

operatörleri ile belirlenen viskoelastik bir malzemedir. Burada $E_0^{(1)}$, $\nu_0^{(1)}$ sırasıyla, elastisite modülü ve Poisson oranının anlık değerleri, $\alpha, \omega_0, \omega_\infty$ dolgu malzemesinin reolojik parametreleridir.

Burada α , viskoz malzemenin başlangıçtaki reolojik düzensizliğini gösteren bir parametredir. ω ise formülünden de görüldüğü gibi zamana bağlı reolojik bir parametredir. R_α^* , Robotnov Operatörü olup,

$$R_\alpha^* = \int_0^t R_\alpha(\beta, t - \tau) d\tau, \quad (2.22)$$

$$R_\alpha(\beta, t) = t^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n t^{n(1+\alpha)}}{\Gamma((1+n)(1+\alpha))} \quad -1 < \alpha < \infty \quad (2.23)$$

biçiminde verilir. Burada $\Gamma(x)$ Gamma fonksiyonudur.

MATLAB program aşamasında probleme ait değişkenler, boyutsuz reolojik parametre $\omega = \omega_\infty / \omega_0$ ve boyutsuz zaman $t' = \omega_0^{1/(1+\alpha)} t$ ifadelerde yerleştirilmiş, sayısal hesaplamalarda Poisson oranları $\nu_0^{(1)} = \nu_0^{(2)} = 0.3$, dolgu ve güçlendirici malzeme hacim oranları $\eta^{(1)} = \eta^{(2)} = 0.5$ ve kenar uzunlukların oranı $\gamma = l_1 / l_3 = 0$ ve $\gamma = l_1 / l_3 = 1$ değerleriyle göz önüne alınmıştır.

Burada $\gamma = 0$, levhanın $l_3 = \infty$ olduğu duruma karşı gelir ki bu durumda levhaya şerit-levha gözüyle bakılır, $\gamma = 1$ hali ise kare levha durumunu göstermektedir.

3. PLAK TEORİLERİ VE STABİLİTE DENKLEMLERİ

Burada, Bölüm 1’de özet olarak bahsedilen plak teorilerinden, mühendislik hesaplamalarındaki kolaylığı nedeniyle literatürde yaygın olarak kullanılan 1. mertebeden Kirchhoff-Love Plak Teorisi ile 3. mertebeden Gelişmiş Plak Teorisi olan Kromm (1953, 1955) Plak Teorisi, Bölüm 2’de tanımlanan levhanın, stabilite denklemlerinde göz önüne alınacak ve her iki teorem için levha stabilite denklemleri çıkarılacaktır.

(2.16)’da kapalı biçimde verilmiş olan ifade açılırsa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}^{(1)}}{\partial x_1} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial^2 u_1^{(1)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(1)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}^{(1)}}{\partial x_3} + \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial^2 u_1^{(1)}}{\partial x_3^2} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{12}^{(1)}}{\partial x_1} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial^2 u_2^{(1)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial \sigma_{22}^{(1)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{32}^{(1)}}{\partial x_3} + \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial^2 u_2^{(1)}}{\partial x_3^2} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{13}^{(1)}}{\partial x_1} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial^2 u_3^{(1)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial \sigma_{23}^{(1)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}^{(1)}}{\partial x_3} + \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial^2 u_3^{(1)}}{\partial x_3^2} &= 0, \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_{11}^{(1)} = \frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial x_1},$$

$$\varepsilon_{22}^{(1)} = \frac{\partial u_2^{(1)}}{\partial x_2},$$

$$\varepsilon_{33}^{(1)} = \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_3},$$

$$\varepsilon_{12}^{(1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^{(1)}}{\partial x_1} \right),$$

$$\varepsilon_{13}^{(1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_1} \right),$$

$$\varepsilon_{23}^{(1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2^{(1)}}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_2} \right) \quad (3.2)$$

elde edilir. (2.17) sınır şartları da açık olarak yazılırsa,

$$\sigma_{12}^{(1)} \Big|_{(x_2=\pm h)} = \frac{\partial f}{\partial x_1} \sigma_{11}^{(0)} \Big|_{(x_2=\pm h)},$$

$$\sigma_{22}^{(1)} \Big|_{(x_2=\pm h)} = 0,$$

$$\sigma_{23}^{(1)} \Big|_{(x_2=\pm h)} = \frac{\partial f}{\partial x_3} \sigma_{33}^{(0)} \Big|_{(x_2=\pm h)},$$

$$\left(\sigma_{11}^{(1)} + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial x_1} \right) \Big|_{x_1=0, l_1} = 0,$$

$$\sigma_{12}^{(1)} \Big|_{x_1=0, l_1} = 0,$$

$$\sigma_{13}^{(1)} \Big|_{x_1=0, l_1} = 0,$$

$$u_2^{(1)} \Big|_{x_1=0, l_1} = 0,$$

$$\left(\sigma_{33}^{(1)} + \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_3} \right) \Big|_{x_3=0, l_3} = 0,$$

$$\sigma_{31}^{(1)} \Big|_{x_3=0, l_3} = 0,$$

$$\sigma_{32}^{(1)} \Big|_{x_3=0, l_3} = 0,$$

$$u_2^{(1)} \Big|_{x_3=0, l_3} = 0 \tag{3.3}$$

elde edilir. (3.1) ve (3.3) ifadelerinde, $\sigma_{11}^{(0)} = p_1$, $\sigma_{33}^{(0)} = p_3$, $\sigma_{12}^{(0)} = \sigma_{22}^{(0)} = \sigma_{13}^{(0)} = \sigma_{23}^{(0)} = 0$ biçimindedir.

Levha orta yüzeyinin yer değiştirmeleri,

$$u(x_1, x_3) = u_1^{(1)}(x_1, 0, x_3),$$

$$w(x_1, x_3) = u_2^{(1)}(x_1, 0, x_3),$$

$$v(x_1, x_3) = u_3^{(1)}(x_1, 0, x_3) \tag{3.4}$$

notasyonlarıyla gösterilsin. $u(x_1, x_3) \ll w(x_1, x_3)$ ve $v(x_1, x_3) \ll w(x_1, x_3)$ eşitsizliklerinden dolayı $u(x_1, x_3)$, $v(x_1, x_3)$ aşağıdaki ifadelerde ihmal edilmiştir.

3.1 Kirchhoff-Love Plak Teorisi ile Levha Stabilité Denklemlerinin Elde Edilmesi

Kirchhoff-Love Plak Teorisine göre plak-levha yerdeğıştirmeleri

$$\begin{aligned} u_1^{(1)}(x_1, x_2, x_3) &= -x_2 \frac{\partial w(x_1, x_3)}{\partial x_1}, \\ u_2^{(1)}(x_1, x_2, x_3) &= w(x_1, x_3), \\ u_3^{(1)}(x_1, x_2, x_3) &= -x_2 \frac{\partial w(x_1, x_3)}{\partial x_3} \end{aligned} \quad (3.5)$$

biçimindedir.

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{+h} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_1} dx_2 &= \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-h}^{+h} \sigma_{ij} dx_2, \\ \int_{-h}^{+h} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_3} dx_2 &= \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-h}^{+h} \sigma_{ij} dx_2 \quad (i,j=1,3) \end{aligned}$$

olduğu göz önünde tutularak (3.1) ifadelerinin, x_2 'ye göre integre edilmesinden

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-h}^{+h} \sigma_{11}^{(1)} dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-h}^{+h} \sigma_{13}^{(1)} dx_2 &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-h}^{+h} \sigma_{12}^{(1)} dx_2 - 2hp_1 \frac{\partial^2 w^{(1)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-h}^{+h} \sigma_{32}^{(1)} dx_2 - 2hp_3 \frac{\partial^2 w^{(1)}}{\partial x_3^2} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-h}^{+h} \sigma_{13}^{(1)} dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-h}^{+h} \sigma_{33}^{(1)} dx_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

elde edilir. Bilinen,

$$\begin{aligned} T_{11} &= \int_{-h}^{+h} \sigma_{11} dx_2, \\ T_{13} &= \int_{-h}^{+h} \sigma_{13} dx_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{33} &= \int_{-h}^{+h} \sigma_{33} dx_2, \\
T_{12} &= \int_{-h}^{+h} \sigma_{12} dx_2, \\
T_{23} &= \int_{-h}^{+h} \sigma_{23} dx_2
\end{aligned} \tag{3.7}$$

tanımlamaları (3.6) ifadelerinde yerleştirilirse,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} &= 0, \\
\frac{\partial T_{12}}{\partial x_1} - 2hp_1 \frac{\partial^2 w^{(1)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial T_{23}}{\partial x_3} - 2hp_3 \frac{\partial^2 w^{(1)}}{\partial x_3^2} &= 0, \\
\frac{\partial T_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{33}}{\partial x_3} &= 0
\end{aligned} \tag{3.8}$$

elde edilir. (3.1) ifadelerinin, x_2 ile çarpılıp, yine x_2 'ye göre integre edilmesinden,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-h}^{+h} x_2 \sigma_{11}^{(1)} dx_2 + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \int_{-h}^{+h} x_2 u_1^{(1)} dx_2 + \int_{-h}^{+h} x_2 \frac{\partial \sigma_{12}^{(1)}}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-h}^{+h} x_2 \sigma_{13}^{(1)} dx_2 + \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \int_{-h}^{+h} x_2 u_1^{(1)} dx_2 &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-h}^{+h} x_2 \sigma_{12}^{(1)} dx_2 + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \int_{-h}^{+h} x_2 u_2^{(1)} dx_2 + \int_{-h}^{+h} x_2 \frac{\partial \sigma_{22}^{(1)}}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-h}^{+h} x_2 \sigma_{32}^{(1)} dx_2 + \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \int_{-h}^{+h} x_2 u_2^{(1)} dx_2 &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-h}^{+h} x_2 \sigma_{13}^{(1)} dx_2 + \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \int_{-h}^{+h} x_2 u_3^{(1)} dx_2 + \int_{-h}^{+h} x_2 \frac{\partial \sigma_{23}^{(1)}}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-h}^{+h} x_2 \sigma_{33}^{(1)} dx_2 + \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \int_{-h}^{+h} x_2 u_3^{(1)} dx_2 &= 0
\end{aligned} \tag{3.9}$$

(3.9) ifadelerinde sınır şartları ve

$$\begin{aligned}
\int_{-h}^{+h} x_2 \frac{\partial \sigma_{12}^{(1)}}{\partial x_2} dx_2 &= x_2 \sigma_{12}^{(1)} \Big|_{-h}^{+h} - \int_{-h}^{+h} \sigma_{12}^{(1)} dx_2 = -2hp_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} - T_{12} \\
\int_{-h}^{+h} x_2 \frac{\partial \sigma_{22}^{(1)}}{\partial x_2} dx_2 &= x_2 \sigma_{22}^{(1)} \Big|_{-h}^{+h} - \int_{-h}^{+h} \sigma_{22}^{(1)} dx_2 = -T_{12} = 0
\end{aligned}$$

$$\int_{-h}^{+h} x_2 \frac{\partial \sigma_{23}^{(1)}}{\partial x_2} dx_2 = x_2 \sigma_{23}^{(1)} \Big|_{-h}^{+h} - \int_{-h}^{+h} \sigma_{23}^{(1)} dx_2 = -2hp_3 \frac{\partial f}{\partial x_3} - T_{23} \quad (3.10)$$

kısmî integrasyonları ile

$$\begin{aligned} M_{11} &= \int_{-h}^{+h} \sigma_{11} x_2 dx_2, \\ M_{13} &= \int_{-h}^{+h} \sigma_{13} x_2 dx_2, \\ M_{33} &= \int_{-h}^{+h} \sigma_{33} x_2 dx_2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

momentlerin ortalama değerleri göz önünde tutulursa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{11}^{(1)}}{\partial x_1} + \frac{2}{3} h^3 p_1 \frac{\partial^3 w^{(1)}}{\partial x_1^3} - 2hp_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} - T_{12}^{(1)} + \frac{\partial M_{13}^{(1)}}{\partial x_3} + \frac{2}{3} h^3 p_3 \frac{\partial^3 w^{(1)}}{\partial x_1 \partial x_3^2} &= 0 \\ \frac{\partial M_{13}^{(1)}}{\partial x_1} + \frac{2}{3} h^3 p_1 \frac{\partial^3 w^{(1)}}{\partial x_1^2 \partial x_3} - 2hp_3 \frac{\partial f}{\partial x_1} - T_{23}^{(1)} + \frac{\partial M_{33}^{(1)}}{\partial x_3} + \frac{2}{3} h^3 p_3 \frac{\partial^3 w^{(1)}}{\partial x_3^3} &= 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

elde edilir. (2.19) bünye denklemleri matris formunda yazılırsa,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & & & \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} & & 0 & \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & & & \\ & & & 2A_{44} & & \\ & & & & 2A_{55} & \\ & 0 & & & & 2A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -x_2 \partial^2 w / \partial x_1^2 \\ 0 \\ -x_2 \partial^2 w / \partial x_3^2 \\ 0 \\ -x_2 \partial^2 w / \partial x_1 \partial x_3 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

elde edilir. (3.13) ifadeleri (3.7) ve (3.11) ifadelerinde kullanılır, (3.12) ifadelerinden birincisinin x_1 'e göre, ikincisinin x_3 'e göre kısmî türevleri alınır ve (3.8) ifadesinde yerlerine konulursa yerdeğiştirmeler cinsinden,

$$\begin{aligned} &\left(A_{11} + \sigma_{11}^{(0)} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + \left(2A_{13} + 4A_{55} + \sigma_{11}^{(0)} + \sigma_{33}^{(0)} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_3^2} + \left(A_{33} + \sigma_{33}^{(0)} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x_3^4} - \\ &-\frac{3}{h^2} \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} - \frac{3}{h^2} \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial^2 w}{\partial x_3^2} = \frac{3}{h^2} \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{3}{h^2} \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Kirchhoff-Love Plak Teorisi'ne göre levha stabilite denklemleri elde edilmiş olunur. Burada sınır şartları,

$$w(0, x_3) = w(l_1, x_3) = 0 ,$$

$$\frac{\partial w^2(0, x_3)}{\partial x_1^2} = \frac{\partial w^2(l_1, x_3)}{\partial x_1^2} = 0 ,$$

$$w(x_1, 0) = w(x_1, l_3) = 0 ,$$

$$\frac{\partial w^2(x_3, 0)}{\partial x_3^2} = \frac{\partial w^2(x_3, l_3)}{\partial x_3^2} = 0 \quad (3.15)$$

biçiminde elde edilir.

3.2 Üçüncü Mertebeden Gelişmiş -Kromm- Plak Teorisi ile Levha Stabilite Denklemlerinin Elde Edilmesi

Üçüncü Mertebeden Gelişmiş -Kromm- Plak Teorisine göre plak-levha yerdeğiştirmeleri (1.6)'da verildiği gibidir. Ele alınan problemdeki eksen takımına göre düzenlenirse yerdeğiştirmeler,

$$u_1(x_1, x_2, x_3) = -x_2 \frac{\partial w}{\partial x_1} + \frac{h^2}{4} x_2 \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{x_2}{h} \right)^2 \right] \psi_1(x_1, x_3) ,$$

$$u_2(x_1, x_2, x_3) = w(x_1, x_3) ,$$

$$u_3(x_1, x_2, x_3) = -x_2 \frac{\partial w}{\partial x_3} + \frac{h^2}{4} x_2 \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{x_2}{h} \right)^2 \right] \psi_3(x_1, x_3) \quad (3.16)$$

biçimine gelir. Burada ψ_1 ve ψ_3 fonksiyonları, sırasıyla, normal x_1 ve x_3 eksenleri doğrultusunda olan kesitlerdeki kayma şekil değıştirmeleri (veya gerilmeleri) göstermektedir. (3.16) yerdeğıştirme alanı, bünye denklemlerinde yerlerine konulurlarsa,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & & & \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} & & & \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & & & \\ & & & 2A_{44} & & \\ & & & & 2A_{55} & \\ & & & & & 2A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -x_2 w_{,11} + \frac{h^2}{4} x_2 (1 - \frac{1}{3} (x_2/h)^2) \psi_{1,1} \\ 0 \\ -x_2 w_{,33} + \frac{h^2}{4} x_2 (1 - \frac{1}{3} (x_2/h)^2) \psi_{3,3} \\ \frac{1}{8} h^2 (1 - (x_2/h)^2) \psi_3 \\ -x_2 w_{,13} + \frac{h^2}{8} x_2 (1 - \frac{1}{3} (x_2/h)^2) (\psi_{1,3} + \psi_{3,1}) \\ \frac{1}{8} h^2 (1 - (x_2/h)^2) \psi_1 \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

elde edilir. (3.17) eşitliği, kuvvet ve momentler ile yerdeğiştirmeler arasındaki ifadeleri elde etmek üzere sırasıyla (3.7) ve (3.11) ifadelerinde kullanılırlarsa,

$$\begin{Bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{13} \\ T_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & & & \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} & & & \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & & & \\ & & & 2A_{44} & & \\ & & & & 2A_{55} & \\ & & & & & 2A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{6} h^3 \psi_3 \\ 0 \\ \frac{1}{6} h^3 \psi_1 \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{33} \\ M_{23} \\ M_{13} \\ M_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & & & \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} & & & \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & & & \\ & & & 2A_{44} & & \\ & & & & 2A_{55} & \\ & & & & & 2A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{2}{3} h^3 w_{,11} + \frac{2}{15} h^5 \psi_{1,1} \\ 0 \\ -\frac{2}{3} h^3 w_{,33} + \frac{2}{15} h^5 \psi_{3,3} \\ 0 \\ -\frac{2}{3} h^3 w_{,13} + \frac{1}{15} h^5 (\psi_{1,3} + \psi_{3,1}) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

elde edilir. Burada

$$\psi_{i,j} = \frac{\partial \psi_i}{\partial x_j}, \quad w_{,ij} = \frac{\partial w}{\partial x_i \partial x_j}$$

biçiminde kısaltmalardır. (3.18) ve (3.19) ifadeleri, (3.8) ve (3.12) ifadelerinde kullanılırsa yerdeğiştirmeler cinsinden,

$$\frac{h^2}{3} \left(A_{66} \frac{\partial \psi_1}{\partial x_1} + A_{55} \frac{\partial \psi_3}{\partial x_3} \right) = -2 \left(\sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial^2 w}{\partial x_3^2} \right), \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{2}{3} \left[\left(A_{11} + \sigma_{11}^{(0)} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x_1^3} + \left(A_{13} + 2A_{44} + \sigma_{33}^{(0)} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x_1 \partial x_3^2} \right] + \\
& + \frac{2h^2}{15} \left[\left(A_{11} + \sigma_{11}^{(0)} \right) \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x_1^2} + \left(A_{44} + \sigma_{33}^{(0)} \right) \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x_3^2} \right] + \\
& + \frac{2h^2}{15} (A_{13} + A_{44}) \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x_1 \partial x_3} - \frac{A_{66}}{3} \psi_1 = -\frac{2}{h^2} \sigma_{11}^{(0)} \frac{\partial f}{\partial x_1}
\end{aligned} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{2}{3} \left[\left(2A_{44} + A_{13} + \sigma_{11}^{(0)} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x_1^2 \partial x_3} + \left(A_{33} + \sigma_{33}^{(0)} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x_3^3} \right] + \frac{2h^2}{15} (A_{13} + A_{44}) \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x_1 \partial x_3} + \\
& + \frac{2h^2}{15} \left[A_{44} \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x_1^2} + \left(A_{33} + \sigma_{33}^{(0)} \right) \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x_3^2} \right] - \frac{A_{55}}{3} \psi_3 = -\frac{2}{h^2} \sigma_{33}^{(0)} \frac{\partial f}{\partial x_3}
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Üçüncü Mertebeden Gelişmiş -Kromm- Plak Teorisi'ne göre levha stabilite denklemleri elde edilmiş olunur. Burada sınır şartları,

$$w(0, x_3) = w(l_1, x_3) = 0 ,$$

$$\frac{\partial w^2(0, x_3)}{\partial x_1^2} = \frac{\partial w^2(l_1, x_3)}{\partial x_1^2} = 0 ,$$

$$\frac{\partial \psi_1(0, x_3)}{\partial x_1} = \frac{\partial \psi_1(l_1, x_3)}{\partial x_1} = 0 ,$$

$$w(x_1, 0) = w(x_1, l_3) = 0 ,$$

$$\frac{\partial w^2(x_3, 0)}{\partial x_3^2} = \frac{\partial w^2(x_1, l_3)}{\partial x_3^2} = 0 ,$$

$$\frac{\partial \psi_3(x_3, 0)}{\partial x_3} = \frac{\partial \psi_3(x_1, l_3)}{\partial x_3} = 0 . \tag{3.23}$$

biçiminde elde edilir.

3.3 İncelenen Viskoelastik Levhanın Birinci Mertebeden Kirchhoff-Love ve Üçüncü Mertebeden Gelişmiş Plak Teorisine Göre Stabilitate Denklemleri

Öncelikle (2.16)-(2.18) denklemlerine giren sıfırcı yaklaşım değerlerinin belirlenmesini göz önüne alalım. Birçok araştırma da göstermiştir ki yüksek hassasiyetli olarak;

$$\begin{aligned}\sigma_{i1}^{(0)} &= -p_1 \delta_i^1, \\ \sigma_{i3}^{(0)} &= -p_3 \delta_i^3\end{aligned}\quad (3.24)$$

biçiminde göz önüne alınabilir. Bu durumda $\sigma_{ij}^{(0)} = \sigma_{ij}^{(0)}(x_1, x_2, t)$ ($i, j = 1, 2$) gerilmeleri, (2.19) bünye denklemlerinin konvolusyon teoreminden ve $s > 0$ gerçel parametresine göre,

$$\bar{\varphi}(s) = \int_0^{\infty} \varphi(t) e^{-st} dt \quad (3.25)$$

Laplace transformunun çözümüne karşı gelen lineer quazi-statik sınır-değer probleminden saptanır. Diğer bir deyişle, sıfırcı yaklaşımın determinantı için karşılıklı prensibinden yararlanılmaktadır.

Birinci yaklaşım değerlerinin belirlenmesinde, $l_3 = \infty$ bir plak-şerit ve $l_1 = l_3$ biçiminde bir kare plak için araştırmalar yapılmış ve plağın başlangıç sapması,

$$\varepsilon f(x_1, x_3) = A \sin\left(\frac{\pi x_1}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi x_3}{l_3}\right) = \varepsilon l_1 \sin\left(\frac{\pi x_1}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi x_3}{l_3}\right), \quad A \ll l_1, \varepsilon = \frac{A}{l_1} \quad (3.26)$$

biçiminde göz önüne alınmıştır. (3.26) fonksiyonu (2.1) ifadesindeki tüm şartları gerçekler.

(3.14)-(3.20-22) problemlerinin çözümü göz önüne alınırsa ve bu denklemlere (3.26) Laplace dönüşümü uygulanırsa (3.14-3.15) problemleri için,

$$\bar{w}(x_1, x_3, s) = \bar{w}_0(s) \sin\left(\frac{\pi x_1}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi x_3}{l_3}\right) \quad (3.27)$$

(3.20-3.23) problemleri için,

$$\bar{w}(x_1, x_3, s) = \bar{w}_0(s) \sin\left(\frac{\pi x_1}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi x_3}{l_3}\right),$$

$$\bar{\varphi}_1(x_1, x_3, s) = \bar{\varphi}_{10}(s) \sin\left(\frac{x_1}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi x_3}{l_3}\right)$$

$$\bar{\varphi}_3(x_1, x_3, s) = \bar{\varphi}_{30}(s) \sin\left(\frac{x_1}{l_1}\right) \cos\left(\frac{\pi x_3}{l_3}\right) \quad (3.28)$$

yazılabilir.

(3.27) ifadesi (3.14-3.15) ifadelerinde, (3.28) ifadeleri de (3.20-3.23) ifadelerinde yerine konulursa $\bar{w}_0(s)$ değerlerini saptamak için gerekli ifadeler elde edilmiş olunur. Ters Laplace dönüşümü için Schapery, (1966) yöntemi kullanılarak bunların zamana bağlı değerleri elde edilmiş olunur. Birinci Mertebeden Kircchoff-Love Plak Teorisi ve Üçüncü Mertebeden Geliştirilmiş Plak Teorisi için $w_0 \rightarrow \infty$ kriterlerinden, kritik zaman t_{kr} belirlenir.

Buraya kadar anlatılan sıfırıncı ve birinci yaklaşımlar kritik zamanın belirlenmesi için yeterli olup, ikinci ve daha yüksek mertebeden yaklaşımların göz önüne alınması sadece plaktaki gerilme dağılımlarının daha hassas elde edilmesine yarayacaktır. Buna göre, stabilite kaybının araştırılmasında sadece sıfırıncı ve birinci yaklaşımların göz önüne alınması yeterlidir. (Akbarov vd., 2001).

4. SAYISAL SONUÇLAR

3. Bölümde Kirchhoff-Love plak teorisi için elde edilen levha stabilite denklemi (3.14) ve sınır şartları (3.15) ile 3. mertebeden gelişmiş Kromm plak teorisi için elde edilen levha stabilite denklemi (3.20-3.22) ve sınır şartları (3.23), P_{kr} ve t_{kr} bulmaya yönelik olarak MATLAB ile programlanmıştır.

Programlamada kullanılan parametrelerin anlamları ve aldıkları değerler aşağıda belirtilmiştir.

$R = \sigma_3^0 / \sigma_1^0$ olmak üzere, $R=0$ durumu tek eksenli gerilmeyi (Şekil 4.1, Şekil 4.2) ve $R=1$ durumu iki eksenli gerilmeyi (Şekil 4.3) gösterir.

$\gamma = l_1 / l_3$ olmak üzere, $\gamma=0$ durumu şerit levhayı (Şekil 4.1), $\gamma=1$ durumu ise kare levhayı (Şekil 4.2-4.3) belirtir.

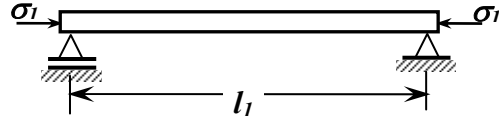
$2h/l$, levhanın kalınlık/uzunluk oranlarını göstermek üzere, $2h/l=0.025$, $2h/l=0.050$, $2h/l=0.075$, $2h/l=0.100$ değerleri için hesaplamalar yapılmıştır.

e , elastik malzemenin Elastisite modülü/ viskoelastik malzemenin Elastisite modülü oranlarını göstermek üzere, $e=1$, $e=10$, $e=20$, $e=50$, $e=100$ değerleri için sonuçlar elde edilmiştir.

α , viskoz malzemenin başlangıçtaki reolojik düzensizliğini gösteren boyutsuz parametresi olup, hesaplamalarda $\alpha=-0.3$, $\alpha=-0.5$, $\alpha=-0.7$ değerleri kullanılmıştır.

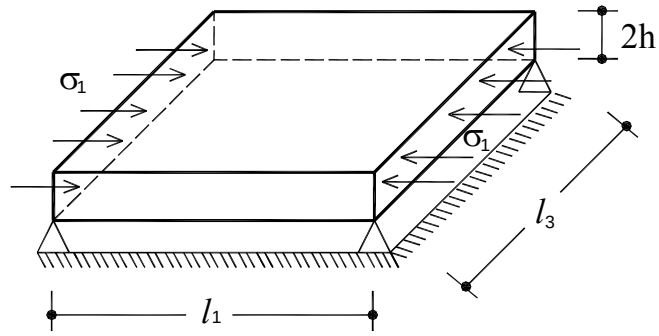
ω , viskoz malzemenin zamana bağlı boyutsuz reolojik parametresi olup, $\omega=0.5$, $\omega=1$, $\omega=2$ için sayısal hesaplamalar yapılmıştır.

Tüm bu değerler kullanılarak, Kirchhoff-Love plak teorisi ve 3. mertebeden gelişmiş Kromm plak teorisi için bulunan $P_{kr,0}$ ve $P_{kr,\square}$ değerleri, aşağıda tablolar halinde gösterilmiştir. Burada, $P_{kr,0}$ başlangıç anındaki kritik burkulma yükünü, $P_{kr,\square}$ ise boyutsuz zaman parametresinin sonsuz olması durumundaki kritik burkulma yükünü ifade eder.



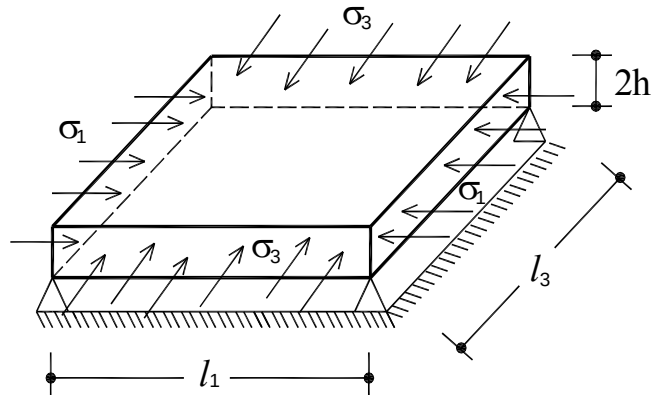
$$\gamma = l_1/l_3 = 0, \quad \sigma_3 = 0 \quad \sigma_1$$

Şekil 4.1 Tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha



$$\gamma = l_1/l_3 = 1, \quad \sigma_3 = 0 \quad \sigma_1$$

Şekil 4.2 Tek eksenli yüklemeye maruz kare levha



$$\gamma = l_1/l_3 = 1, \quad \sigma_3 = 0 \quad \sigma_1$$

Şekil 4.3 İki eksenli yüklemeye maruz kare levha

Çizelge 4.1 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi

$\sigma_3^0 = 0, \sigma_1^0$		$\gamma = 0$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
e	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0027	0.0023	0.0109	0.0094	0.0244	0.0210	0.0428	0.0369
	GPT	0.0027	0.0023	0.0106	0.0089	0.0227	0.0185	0.0379	0.0297
5	KLT	0.0076	0.0073	0.0302	0.0290	0.0673	0.0647	0.1181	0.1135
	GPT	0.0075	0.0070	0.0286	0.0251	0.0599	0.0480	0.0971	0.0705
10	KLT	0.0133	0.0130	0.0529	0.0518	0.1179	0.1154	0.2068	0.2024
	GPT	0.0130	0.0121	0.0485	0.0406	0.0983	0.0718	0.1535	0.0982
20	KLT	0.0246	0.0243	0.0979	0.0968	0.2182	0.2157	0.3825	0.3781
	GPT	0.0236	0.0216	0.0845	0.0643	0.1613	0.1017	0.2369	0.1277
50	KLT	0.0584	0.0582	0.2325	0.2314	0.5179	0.5154	0.9079	0.9036
	GPT	0.0535	0.0447	0.1699	0.1053	0.2852	0.1407	0.3742	0.1595
100	KLT	0.1148	0.1145	0.4566	0.4555	1.0171	1.0147	1.7831	1.7788
	GPT	0.0972	0.0719	0.2661	0.1359	0.3925	0.1627	0.4709	0.1747

Pl.Teo: Plak teorisi, KLT: Kirchhoff-Love teorisi, GPT: Gelişmiş plak teorisi.

Çizelge 4.2 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 0.5$ için, iki eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi

$\sigma_3^0 = 1, \sigma_1^0$		$\gamma = 0$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
e	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0027	0.0023	0.0109	0.0094	0.0244	0.0210	0.0428	0.0369
	GPT	0.0027	0.0023	0.0106	0.0089	0.0227	0.0185	0.0379	0.0297
5	KLT	0.0076	0.0073	0.0302	0.0290	0.0673	0.0647	0.1181	0.1135
	GPT	0.0075	0.0070	0.0286	0.0251	0.0599	0.0480	0.0971	0.0705
10	KLT	0.0133	0.0130	0.0529	0.0518	0.1179	0.1154	0.2068	0.2024
	GPT	0.0130	0.0121	0.0485	0.0406	0.0983	0.0718	0.1535	0.0982
20	KLT	0.0246	0.0243	0.0979	0.0968	0.2182	0.2157	0.3825	0.3781
	GPT	0.0236	0.0216	0.0845	0.0643	0.1613	0.1017	0.2369	0.1277
50	KLT	0.0584	0.0582	0.2325	0.2314	0.5179	0.5154	0.9079	0.9036
	GPT	0.0535	0.0447	0.1699	0.1053	0.2852	0.1407	0.3742	0.1595
100	KLT	0.1148	0.1145	0.4566	0.4555	1.0171	1.0147	1.7831	1.7788
	GPT	0.0972	0.0719	0.2661	0.1359	0.3925	0.1627	0.4709	0.1747

Çizelge 4.3 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0 = 0, \sigma_1^0$		$\gamma = 1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
e	$Pl.Teo.$								
1	KLT	0.0110	0.0095	0.0435	0.0375	0.0960	0.0828	0.1662	0.1432
	GPT	0.0108	0.0092	0.0408	0.0334	0.0839	0.0651	0.1333	0.0980
5	KLT	0.0303	0.0292	0.1200	0.1154	0.2647	0.2545	0.4579	0.4402
	GPT	0.0295	0.0270	0.1080	0.0879	0.2133	0.1513	0.3248	0.2028
10	KLT	0.0531	0.0520	0.2101	0.2056	0.4635	0.4536	0.8017	0.7846
	GPT	0.0508	0.0457	0.1784	0.1334	0.3340	0.2075	0.4823	0.2578
20	KLT	0.0983	0.0972	0.3887	0.3842	0.8572	0.8474	1.4828	1.4659
	GPT	0.0910	0.0775	0.2957	0.1923	0.5080	0.2652	0.6801	0.3060
50	KLT	0.2334	0.2323	0.9226	0.9182	2.0348	2.0251	3.5197	3.5030
	GPT	0.1970	0.1450	0.5341	0.2723	0.7836	0.3252	0.9375	0.3490
100	KLT	0.4585	0.4574	1.8119	1.8076	3.9961	3.9864	6.9123	6.8956
	GPT	0.3371	0.2096	0.7493	0.3191	0.9697	0.3532	1.0812	0.3670

Çizelge 4.4 $\alpha = -0.3$ ve $\omega = 0.5$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0 = 1, \sigma_1^0$		$\gamma = 1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
e	$Pl.Teo.$								
1	KLT	0.0055	0.0047	0.0217	0.0187	0.0480	0.0414	0.0831	0.0716
	GPT	0.0054	0.0046	0.0204	0.0167	0.0419	0.0325	0.0666	0.0490
5	KLT	0.0151	0.0146	0.0600	0.0577	0.1323	0.1272	0.2289	0.2201
	GPT	0.0147	0.0135	0.0540	0.0439	0.1066	0.0756	0.1624	0.1014
10	KLT	0.0265	0.0260	0.1050	0.1028	0.2317	0.2268	0.4008	0.3923
	GPT	0.0254	0.0228	0.0892	0.0667	0.1670	0.1037	0.2411	0.1289
20	KLT	0.0491	0.0486	0.1943	0.1921	0.4286	0.4237	0.7414	0.7329
	GPT	0.0455	0.0387	0.1478	0.0961	0.2540	0.1326	0.3399	0.1530
50	KLT	0.1167	0.1161	0.4613	0.4591	1.0174	1.0125	1.7598	1.7515
	GPT	0.0985	0.0725	0.2670	0.1361	0.3918	0.1626	0.4687	0.1745
100	KLT	0.2292	0.2287	0.9059	0.9038	1.9980	1.9932	3.4561	3.4478
	GPT	0.1685	0.1048	0.3746	0.1595	0.4848	0.1766	0.5406	0.1835

α ve ω 'nın aynı değerleri için, $R=\sigma_3^0/\sigma_1^0$ ve $\gamma=l_1/l_3$ olup, beklendiği üzere $\gamma=0$ için, yani levhanın x_3 doğrultusunda sonsuz uzunlukta olduğu şerit levha durumunda, sonsuzdaki σ_3^0 basınç gerilmelerinin stabilite üzerine bir etkisi olmayacağından, $R=0$ iken yani tek eksenli ve $R=1$ iken iki eksenli gerilmeye maruz levhada, $2h/l$ ve e parametrelerinin değiştirilmesiyle elde edilen $P_{kr,0}$ ve $P_{kr,\infty}$ değerleri aynı olup (Çizelge 4.1 ile Çizelge 4.2), α ve ω 'nın diğer değerleri için, tablo gösterimi tekrarlanmamıştır.

Bu çizelgelerin incelenmesinden görüldüğü gibi, $2h/l$ levha kalınlık-uzunluk oranı arttıkça, $P_{kr,0}$ ve $P_{kr,\infty}$ değerleri artmaktadır.

$2h/l$ levha kalınlık-uzunluk oranı artmasıyla beraber, e elastisite modülü oranları büyüdükçe, Kirchhoff-Love plak teorisi ve 3. mertebeden gelişmiş Kromm plak teorisi ile bulunan P_{kr} değerlerindeki farklılaşma belirgin hale gelmektedir.

Örneğin, Çizelge 4.1'de, tek eksenli eksenel yüklemeye maruz şerit levha için, kullanılan iki teori ile bulunan $P_{kr,0}$ değerleri oranlanırsa, yani $2h/l=0.1$ ve $e=5$ iken, Kirchhoff-Love plak teorisinele elde edilen $P_{kr,0}(=0.1181)$ değeri ile 3. mertebeden gelişmiş Kromm plak teorisinden elde edilen $P_{kr,0}(=0.0971)$ değerinin oranı yaklaşık 1.22 iken, bu oran $2h/l=0.1$ ve $e=100$ için yaklaşık olarak 3.79 (1.7831/0.4709) olmaktadır. $P_{kr,\infty}$ için, aynı oranlar, sırasıyla, 1.61 ile 10.20 bulunur.

Aynı şekilde, Çizelge 4.4'de, iki eksenli eksenel yüklemeye maruz kare levha için, bulunan $P_{kr,0}$ değerlerinin oranı, $2h/l=0.1$ ve $e=5$ halinde 1.41 (0.2289/0.1624) iken, bu oran $2h/l=0.1$ ve $e=100$ için yaklaşık olarak 6.39 (3.4561/0.5406) olmaktadır. $P_{kr,\infty}$ için aynı oranlar, sırasıyla, 2.17 (0.2201/0.1014) ile 18.79 (3.4478/0.1835) bulunur. Bu özellik aşağıdaki tüm tablolarda görülmektedir.

Çizelge 4.5 $\alpha = -0.3$ ve $\omega=1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi

$\sigma_3^0=0. \sigma_1^0$		$\gamma=0.0$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
e	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0027	0.0024	0.0109	0.0098	0.0244	0.0218	0.0428	0.0383
	GPT	0.0027	0.0024	0.0106	0.0093	0.0227	0.0197	0.0379	0.0324
5	KLT	0.0076	0.0073	0.0302	0.0293	0.0673	0.0653	0.1181	0.1146
	GPT	0.0075	0.0071	0.0286	0.0265	0.0599	0.0528	0.0971	0.0812
10	KLT	0.0133	0.0131	0.0529	0.0521	0.1179	0.1160	0.2068	0.2034
	GPT	0.0130	0.0125	0.0485	0.0440	0.0983	0.0827	0.1535	0.1195
20	KLT	0.0246	0.0244	0.0979	0.0971	0.2182	0.2162	0.3825	0.3791
	GPT	0.0236	0.0225	0.0845	0.0729	0.1613	0.1246	0.2369	0.1659
50	KLT	0.0584	0.0582	0.2325	0.2316	0.5179	0.5160	0.9079	0.9046
	GPT	0.0535	0.0486	0.1699	0.1300	0.2852	0.1884	0.3742	0.2237
100	KLT	0.1148	0.1146	0.4566	0.4558	1.0171	1.0153	1.7831	1.7798
	GPT	0.0972	0.0827	0.2661	0.1799	0.3925	0.2299	0.4709	0.2549

Çizelge 4.6 $\alpha = -0.3$ ve $\omega=1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0=0. \sigma_1^0$		$\gamma=1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
e	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0110	0.0098	0.0435	0.0389	0.0960	0.0860	0.1662	0.1487
	GPT	0.0108	0.0096	0.0408	0.0356	0.0839	0.0713	0.1333	0.1102
5	KLT	0.0303	0.0294	0.1200	0.1164	0.2647	0.2569	0.4579	0.4444
	GPT	0.0295	0.0279	0.1080	0.0961	0.2133	0.1759	0.3248	0.2485
10	KLT	0.0531	0.0523	0.2101	0.2067	0.4635	0.4559	0.8017	0.7886
	GPT	0.0508	0.0479	0.1784	0.1521	0.3340	0.2553	0.4823	0.3355
20	KLT	0.0983	0.0975	0.3887	0.3853	0.8572	0.8497	1.4828	1.4698
	GPT	0.0910	0.0835	0.2957	0.2326	0.5080	0.3483	0.6801	0.4221
50	KLT	0.2334	0.2326	0.9226	0.9192	2.0348	2.0273	3.5197	3.5068
	GPT	0.1970	0.1669	0.5341	0.3606	0.7836	0.4597	0.9375	0.5087
100	KLT	0.4585	0.4577	1.8119	1.8086	3.9961	3.9887	6.9123	6.8995
	GPT	0.3371	0.2584	0.7493	0.4476	0.9697	0.5179	1.0812	0.5481

Çizelge 4.7 $\alpha = -0.3$ ve $\omega=1$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0=1. \sigma_1^0$		$\gamma=1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
e	$Pl.Teo.$								
1	KLT	0.0055	0.0049	0.0217	0.0194	0.0480	0.0430	0.0831	0.0743
	GPT	0.0054	0.0048	0.0204	0.0178	0.0419	0.0356	0.0666	0.0551
5	KLT	0.0151	0.0147	0.0600	0.0582	0.1323	0.1284	0.2289	0.2222
	GPT	0.0147	0.0139	0.0540	0.0480	0.1066	0.0879	0.1624	0.1242
10	KLT	0.0265	0.0261	0.1050	0.1033	0.2317	0.2279	0.4008	0.3943
	GPT	0.0254	0.0239	0.0892	0.0760	0.1670	0.1276	0.2411	0.1677
20	KLT	0.0491	0.0487	0.1943	0.1926	0.4286	0.4248	0.7414	0.7349
	GPT	0.0455	0.0417	0.1478	0.1163	0.2540	0.1741	0.3399	0.2110
50	KLT	0.1167	0.1163	0.4613	0.4596	1.0174	1.0136	1.7598	1.7534
	GPT	0.0985	0.0834	0.2670	0.1803	0.3918	0.2298	0.4687	0.2543
100	KLT	0.2292	0.2288	0.9059	0.9043	1.9980	1.9943	3.4561	3.4497
	GPT	0.1685	0.1292	0.3746	0.2238	0.4848	0.2589	0.5406	0.2740

Çizelge 4.8 $\alpha = -0.3$ ve $\omega=2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi

$\sigma_3^0=0. \sigma_1^0$		$\gamma=0.0$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
e	$Pl.Teo.$								
1	KLT	0.0027	0.0025	0.0109	0.0102	0.0244	0.0227	0.0428	0.0398
	GPT	0.0027	0.0025	0.0106	0.0098	0.0227	0.0208	0.0379	0.0344
5	KLT	0.0076	0.0074	0.0302	0.0296	0.0673	0.0660	0.1181	0.1157
	GPT	0.0075	0.0073	0.0286	0.0274	0.0599	0.0559	0.0971	0.0881
10	KLT	0.0133	0.0131	0.0529	0.0523	0.1179	0.1166	0.2068	0.2045
	GPT	0.0130	0.0127	0.0485	0.0461	0.0983	0.0896	0.1535	0.1342
20	KLT	0.0246	0.0244	0.0979	0.0973	0.2182	0.2169	0.3825	0.3802
	GPT	0.0236	0.0230	0.0845	0.0781	0.1613	0.1404	0.2369	0.1950
50	KLT	0.0584	0.0583	0.2325	0.2319	0.5179	0.5166	0.9079	0.9057
	GPT	0.0535	0.0509	0.1699	0.1472	0.2852	0.2269	0.3742	0.2799
100	KLT	0.1148	0.1147	0.4566	0.4561	1.0171	1.0159	1.7831	1.7808
	GPT	0.0972	0.0893	0.2661	0.2146	0.3925	0.2899	0.4709	0.3308

Çizelge 4.9 $\alpha = -0.3$ ve $\omega=2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0=0. \sigma_1^0$		$\gamma=1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
e	$Pl.Teo.$								
1	KLT	0.0110	0.0102	0.0435	0.0404	0.0960	0.0892	0.1662	0.1544
	GPT	0.0108	0.0099	0.0408	0.0374	0.0839	0.0760	0.1333	0.1191
5	KLT	0.0303	0.0297	0.1200	0.1176	0.2647	0.2593	0.4579	0.4486
	GPT	0.0295	0.0285	0.1080	0.1013	0.2133	0.1921	0.3248	0.2808
10	KLT	0.0531	0.0525	0.2101	0.2078	0.4635	0.4583	0.8017	0.7928
	GPT	0.0508	0.0492	0.1784	0.1638	0.3340	0.2889	0.4823	0.3954
20	KLT	0.0983	0.0977	0.3887	0.3863	0.8572	0.8521	1.4828	1.4739
	GPT	0.0910	0.0870	0.2957	0.2601	0.5080	0.4131	0.6801	0.5209
50	KLT	0.2334	0.2329	0.9226	0.9203	2.0348	2.0297	3.5197	3.5109
	GPT	0.1970	0.1806	0.5341	0.4305	0.7836	0.5795	0.9375	0.6596
100	KLT	0.4585	0.4579	1.8119	1.8097	3.9961	3.9910	6.9123	6.9036
	GPT	0.3371	0.2925	0.7493	0.5604	0.9697	0.6752	1.0812	0.7274

Çizelge 4.10 $\alpha = -0.3$ ve $\omega=2$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0=1. \sigma_1^0$		$\gamma=1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
e	$Pl.Teo.$								
1	KLT	0.0055	0.0051	0.0217	0.0202	0.0480	0.0446	0.0831	0.0772
	GPT	0.0054	0.0050	0.0204	0.0187	0.0419	0.0380	0.0666	0.0595
5	KLT	0.0151	0.0148	0.0600	0.0588	0.1323	0.1296	0.2289	0.2243
	GPT	0.0147	0.0142	0.0540	0.0506	0.1066	0.0960	0.1624	0.1404
10	KLT	0.0265	0.0262	0.1050	0.1039	0.2317	0.2291	0.4008	0.3964
	GPT	0.0254	0.0246	0.0892	0.0819	0.1670	0.1444	0.2411	0.1977
20	KLT	0.0491	0.0488	0.1943	0.1931	0.4286	0.4260	0.7414	0.7369
	GPT	0.0455	0.0435	0.1478	0.1300	0.2540	0.2065	0.3399	0.2604
50	KLT	0.1167	0.1164	0.4613	0.4601	1.0174	1.0148	1.7598	1.7554
	GPT	0.0985	0.0903	0.2670	0.2152	0.3918	0.2897	0.4687	0.3298
100	KLT	0.2292	0.2289	0.9059	0.9048	1.9980	1.9955	3.4561	3.4518
	GPT	0.1685	0.1462	0.3746	0.2802	0.4848	0.3376	0.5406	0.3637

Buraya kadar, aynı yüklemeye ve geometrik özelliklere sahip levhalar için, α değeri aynı olmak üzere, farklı ω ($=0.5, 1, 2$) değerleri için sunulan tablolardan görülmektedir ki, örneğin Çizelge 4.4-4.7-4.10 incelendiğinde, her iki teoride de $P_{kr,\infty}$ değerleri artmakta ve $P_{kr,0}$ değerlerinde ise bir değişiklik olmamaktadır.

Bu durum, yani diğer parametreler aynı kalmak üzere ω 'nın değişiminin, $P_{kr,\infty}$ üzerinde etkili iken $P_{kr,0}$ üzerinde etkisiz olması, viskoelastik malzemede ω 'nın zamana bağlı reolojik bir parametre olması nedeniyle, beklenen bir durumdur. Ancak çalışmadan elde edilen ilginç sonuç, $P_{kr,\infty}$ 'daki artışların 3. mertebeden gelişmiş Kromm plak teorisinde, Kirchhoff-Love plak teorisine göre çok daha belirgin olduğudur.

Örneğin, Çizelge 4.4 ile Çizelge 4.10 karşılaştırıldığında, hesaplanan bu $P_{kr,\infty}$ değerlerindeki artış, $2h/l=0.1$ ve $e=100$ için, Kirchhoff-Love plak teorisinde %0.12 $[(3.4518-3.4478)/3.4478]$ iken, 3. mertebeden gelişmiş plak teorisinde %98 $[(0.3637-0.1835)/0.1835]$ olarak görülmektedir. Bu sonuç, bu tür problemlerin stabilite hesaplarında 3. mertebeden gelişmiş plak teorisinin kullanılmasının ne denli hassas sonuçlar verdiğini ve Kirchhoff-Love plak teorisinin yerine kullanılması gerekliliğini göstermektedir.

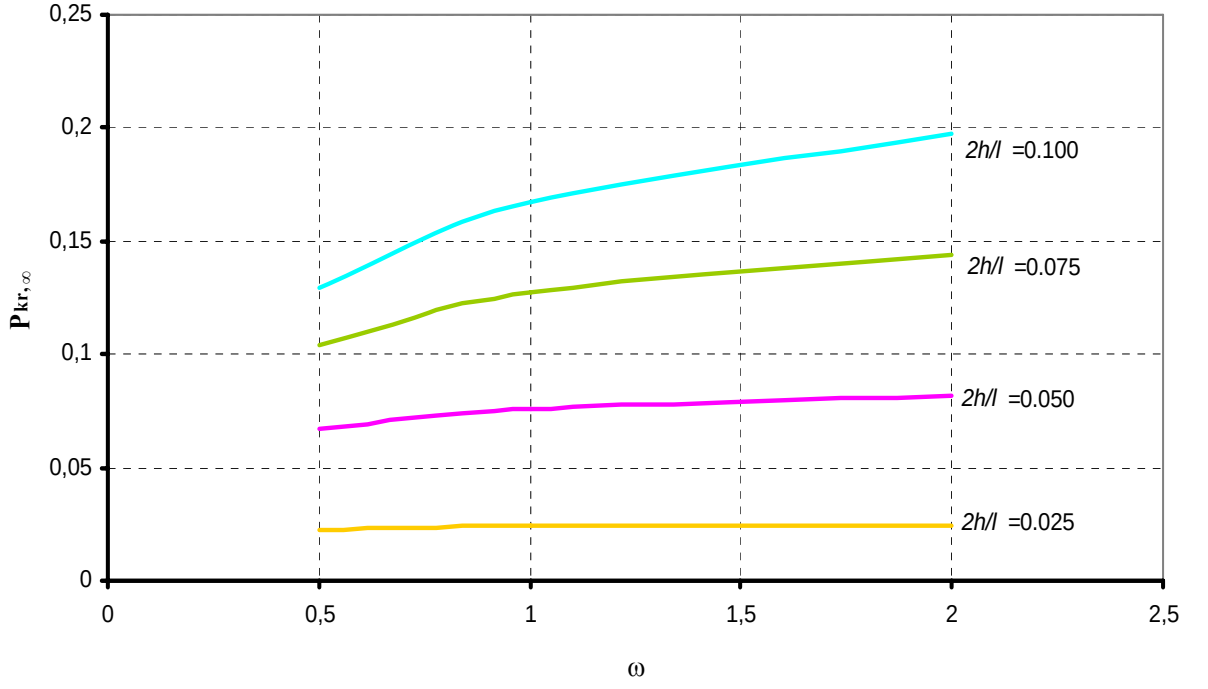
Aşağıdaki grafiklerde (Şekil 4.4 ve Şekil 4.5) levhada yükseklik-uzunluk oranlarına göre, $\omega-P_{kr,\infty}$ değişimi, 3. mertebeden gelişmiş plak teorisinden elde edilen değerler için, görülmektedir.

Ayrıca yukarıda belirtildiği gibi ω 'nın değişiminin $P_{kr,0}$ 'a etkisi olmadığı için, $\omega - P_{kr,0}$ sabit bir doğru grafiği oluşturduğundan çizilmesine gerek görülmemiştir.

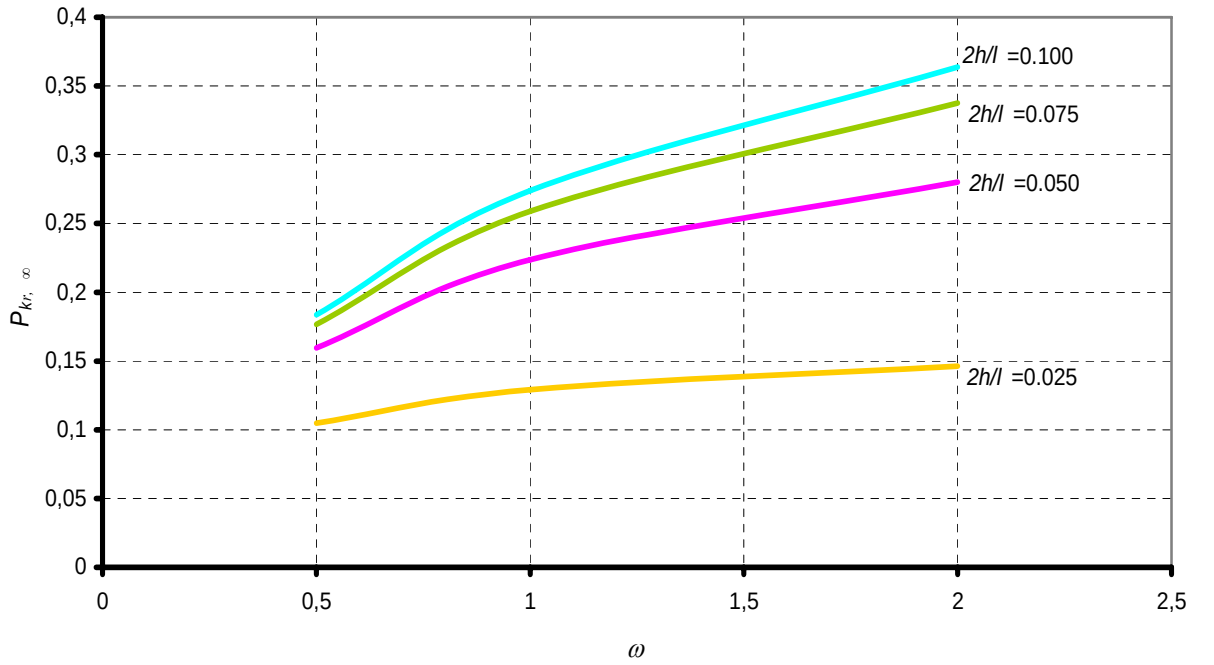
$\alpha=-0.5$ ve $\alpha=-0.7$ için, $\omega - P_{kr,\infty}$ grafikleri aynı sonuçları verdiğinden tekrar çizilmemiştir.

Kirchhoff-Love Plak Teorisinden bulunan değerlerin, bu grafiklerde yer almamasının sebebi, etkilerinin son derece küçük olmasıdır.

3. Mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisi için elde edilen $\omega - P_{kr,\infty}$ grafikleri (Şekil 4.4 ve Şekil 4.5) aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 4.4 İki eksenli yüklemeye maruz kare levhada, $\alpha = -0.3$, $e = 10$ için, $(\omega - P_{kr,\infty})$ grafiği



Şekil 4.5 İki eksenli yüklemeye maruz kare levhada, $\alpha = -0.3$, $e = 100$ için, $(\omega - P_{kr,\infty})$ grafiği

Çizelge 4.11 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi

$\sigma_3^0=0. \sigma_1^0$		$\gamma=0$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0027	0.0023	0.0109	0.0094	0.0244	0.0210	0.0428	0.0369
	GPT	0.0027	0.0023	0.0106	0.0089	0.0227	0.0185	0.0379	0.0297
5	KLT	0.0076	0.0073	0.0302	0.0290	0.0673	0.0647	0.1181	0.1135
	GPT	0.0075	0.0070	0.0286	0.0251	0.0599	0.0480	0.0971	0.0705
10	KLT	0.0133	0.0130	0.0529	0.0518	0.1179	0.1154	0.2068	0.2024
	GPT	0.0130	0.0121	0.0485	0.0406	0.0983	0.0718	0.1535	0.0982
20	KLT	0.0246	0.0243	0.0979	0.0968	0.2182	0.2157	0.3825	0.3781
	GPT	0.0236	0.0216	0.0845	0.0643	0.1613	0.1017	0.2369	0.1277
50	KLT	0.0584	0.0582	0.2325	0.2314	0.5179	0.5154	0.9079	0.9036
	GPT	0.0535	0.0447	0.1699	0.1053	0.2852	0.1407	0.3742	0.1595
100	KLT	0.1148	0.1145	0.4566	0.4555	1.0171	1.0147	1.7831	1.7788
	GPT	0.0972	0.0719	0.2661	0.1359	0.3925	0.1627	0.4709	0.1747

Çizelge 4.12 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0=0. \sigma_1^0$		$\gamma=1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0110	0.0095	0.0435	0.0375	0.0960	0.0828	0.1662	0.1432
	GPT	0.0108	0.0092	0.0408	0.0334	0.0839	0.0651	0.1333	0.0980
5	KLT	0.0303	0.0292	0.1200	0.1154	0.2647	0.2545	0.4579	0.4402
	GPT	0.0295	0.0270	0.1080	0.0879	0.2133	0.1513	0.3248	0.2028
10	KLT	0.0531	0.0520	0.2101	0.2056	0.4635	0.4536	0.8017	0.7846
	GPT	0.0508	0.0457	0.1784	0.1334	0.3340	0.2075	0.4822	0.2578
20	KLT	0.0983	0.0972	0.3886	0.3842	0.8572	0.8474	1.4828	1.4659
	GPT	0.0910	0.0775	0.2957	0.1923	0.5080	0.2652	0.6801	0.3060
50	KLT	0.2334	0.2323	0.9226	0.9182	2.0348	2.0251	3.5197	3.5030
	GPT	0.1970	0.1450	0.5341	0.2723	0.7836	0.3252	0.9374	0.3490
100	KLT	0.4585	0.4574	1.8119	1.8076	3.9961	3.9864	6.9123	6.8956
	GPT	0.3371	0.2096	0.7493	0.3191	0.9696	0.3532	1.0811	0.3670

Çizelge 4.13 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 0.5$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0 = 1. \sigma_1^0$		$\gamma = 1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0055	0.0047	0.0217	0.0187	0.0480	0.0414	0.0831	0.0716
	GPT	0.0054	0.0046	0.0204	0.0167	0.0419	0.0325	0.0666	0.0490
5	KLT	0.0151	0.0146	0.0600	0.0577	0.1323	0.1272	0.2289	0.2201
	GPT	0.0147	0.0135	0.0540	0.0439	0.1066	0.0756	0.1624	0.1014
10	KLT	0.0265	0.0260	0.1050	0.1028	0.2317	0.2268	0.4008	0.3923
	GPT	0.0254	0.0228	0.0892	0.0667	0.1670	0.1037	0.2411	0.1289
20	KLT	0.0491	0.0486	0.1943	0.1921	0.4286	0.4237	0.7414	0.7329
	GPT	0.0455	0.0387	0.1478	0.0961	0.2540	0.1326	0.3399	0.1530
50	KLT	0.1167	0.1161	0.4613	0.4591	1.0174	1.0125	1.7598	1.7515
	GPT	0.0985	0.0725	0.2670	0.1361	0.3918	0.1626	0.4687	0.1745
100	KLT	0.2292	0.2287	0.9059	0.9038	1.9980	1.9932	3.4561	3.4478
	GPT	0.1685	0.1048	0.3746	0.1595	0.4848	0.1766	0.5405	0.1835

Çizelge 4.14 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi

$\sigma_3^0 = 0. \sigma_1^0$		$\gamma = 0.0$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0027	0.0024	0.0109	0.0098	0.0244	0.0218	0.0428	0.0383
	GPT	0.0027	0.0024	0.0106	0.0093	0.0227	0.0197	0.0379	0.0324
5	KLT	0.0076	0.0073	0.0302	0.0293	0.0673	0.0653	0.1181	0.1146
	GPT	0.0075	0.0071	0.0286	0.0265	0.0599	0.0528	0.0971	0.0812
10	KLT	0.0133	0.0131	0.0529	0.0521	0.1179	0.1160	0.2068	0.2034
	GPT	0.0130	0.0125	0.0485	0.0440	0.0983	0.0827	0.1535	0.1195
20	KLT	0.0246	0.0244	0.0979	0.0971	0.2182	0.2162	0.3825	0.3791
	GPT	0.0236	0.0225	0.0845	0.0729	0.1613	0.1246	0.2369	0.1659
50	KLT	0.0584	0.0582	0.2325	0.2316	0.5179	0.5160	0.9079	0.9046
	GPT	0.0535	0.0486	0.1699	0.1300	0.2852	0.1884	0.3742	0.2237
100	KLT	0.1148	0.1146	0.4566	0.4558	1.0171	1.0153	1.7831	1.7798
	GPT	0.0972	0.0827	0.2661	0.1799	0.3925	0.2299	0.4709	0.2549

Çizelge 4.15 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0 = 0. \sigma_1^0$		$\gamma = 1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0110	0.0098	0.0435	0.0389	0.0960	0.0860	0.1662	0.1487
	GPT	0.0108	0.0096	0.0408	0.0356	0.0839	0.0713	0.1333	0.1102
5	KLT	0.0303	0.0294	0.1200	0.1164	0.2647	0.2569	0.4579	0.4444
	GPT	0.0295	0.0279	0.1080	0.0961	0.2133	0.1759	0.3248	0.2485
10	KLT	0.0531	0.0523	0.2101	0.2067	0.4635	0.4559	0.8017	0.7886
	GPT	0.0508	0.0479	0.1784	0.1521	0.3340	0.2553	0.4822	0.3355
20	KLT	0.0983	0.0975	0.3886	0.3853	0.8572	0.8497	1.4828	1.4698
	GPT	0.0910	0.0835	0.2957	0.2326	0.5080	0.3483	0.6801	0.4221
50	KLT	0.2334	0.2326	0.9226	0.9192	2.0348	2.0273	3.5197	3.5068
	GPT	0.1970	0.1669	0.5341	0.3606	0.7836	0.4597	0.9374	0.5087
100	KLT	0.4585	0.4577	1.8119	1.8086	3.9961	3.9887	6.9123	6.8995
	GPT	0.3371	0.2584	0.7493	0.4476	0.9696	0.5179	1.0811	0.5481

Çizelge 4.16 $\alpha = -0.5$ ve $\omega = 1$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0 = 1. \sigma_1^0$		$\gamma = 1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0055	0.0049	0.0217	0.0194	0.0480	0.0430	0.0831	0.0743
	GPT	0.0054	0.0048	0.0204	0.0178	0.0419	0.0356	0.0666	0.0551
5	KLT	0.0151	0.0147	0.0600	0.0582	0.1323	0.1284	0.2289	0.2222
	GPT	0.0147	0.0139	0.0540	0.0480	0.1066	0.0879	0.1624	0.1242
10	KLT	0.0265	0.0261	0.1050	0.1033	0.2317	0.2279	0.4008	0.3943
	GPT	0.0254	0.0239	0.0892	0.0760	0.1670	0.1276	0.2411	0.1677
20	KLT	0.0491	0.0487	0.1943	0.1926	0.4286	0.4248	0.7414	0.7349
	GPT	0.0455	0.0417	0.1478	0.1163	0.2540	0.1741	0.3399	0.2110
50	KLT	0.1167	0.1163	0.4613	0.4596	1.0174	1.0136	1.7598	1.7534
	GPT	0.0985	0.0834	0.2670	0.1803	0.3918	0.2298	0.4687	0.2543
100	KLT	0.2292	0.2288	0.9059	0.9043	1.9980	1.9943	3.4561	3.4497
	GPT	0.1685	0.1292	0.3746	0.2238	0.4848	0.2589	0.5405	0.2740

Çizelge 4.17 $\alpha = -0.5$ ve $\omega=2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi

$\sigma_3^0=0. \sigma_1^0$		$\gamma=0.0$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0027	0.0025	0.0109	0.0102	0.0244	0.0227	0.0428	0.0398
	GPT	0.0027	0.0025	0.0106	0.0098	0.0227	0.0208	0.0379	0.0344
5	KLT	0.0076	0.0074	0.0302	0.0296	0.0673	0.0660	0.1181	0.1157
	GPT	0.0075	0.0073	0.0286	0.0274	0.0599	0.0559	0.0971	0.0881
10	KLT	0.0133	0.0131	0.0529	0.0523	0.1179	0.1166	0.2068	0.2045
	GPT	0.0130	0.0127	0.0485	0.0461	0.0983	0.0896	0.1535	0.1342
20	KLT	0.0246	0.0244	0.0979	0.0973	0.2182	0.2169	0.3825	0.3802
	GPT	0.0236	0.0230	0.0845	0.0781	0.1613	0.1404	0.2369	0.1950
50	KLT	0.0584	0.0583	0.2325	0.2319	0.5179	0.5166	0.9079	0.9057
	GPT	0.0535	0.0509	0.1699	0.1472	0.2852	0.2269	0.3742	0.2799
100	KLT	0.1148	0.1147	0.4566	0.4561	1.0171	1.0159	1.7831	1.7808
	GPT	0.0972	0.0893	0.2661	0.2146	0.3925	0.2899	0.4709	0.3308

Çizelge 4.18 $\alpha = -0.5$ ve $\omega=2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0=0. \sigma_1^0$		$\gamma=1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0110	0.0102	0.0435	0.0404	0.0960	0.0892	0.1662	0.1544
	GPT	0.0108	0.0099	0.0408	0.0374	0.0839	0.0760	0.1333	0.1191
5	KLT	0.0303	0.0297	0.1200	0.1176	0.2647	0.2593	0.4579	0.4486
	GPT	0.0295	0.0285	0.1080	0.1013	0.2133	0.1921	0.3248	0.2808
10	KLT	0.0531	0.0525	0.2101	0.2078	0.4635	0.4583	0.8017	0.7928
	GPT	0.0508	0.0492	0.1784	0.1638	0.3340	0.2889	0.4822	0.3954
20	KLT	0.0983	0.0977	0.3886	0.3863	0.8572	0.8521	1.4828	1.4739
	GPT	0.0910	0.0870	0.2957	0.2601	0.5080	0.4131	0.6801	0.5209
50	KLT	0.2334	0.2329	0.9226	0.9203	2.0348	2.0297	3.5197	3.5109
	GPT	0.1970	0.1806	0.5341	0.4305	0.7836	0.5795	0.9374	0.6596
100	KLT	0.4585	0.4579	1.8119	1.8097	3.9961	3.9910	6.9123	6.9036
	GPT	0.3371	0.2925	0.7493	0.5604	0.9696	0.6752	1.0811	0.7274

Çizelge 4.19 $\alpha = -0.5$ ve $\omega=2$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0=1. \sigma_1^0$		$\gamma=1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0055	0.0051	0.0217	0.0202	0.0480	0.0446	0.0831	0.0772
	GPT	0.0054	0.0050	0.0204	0.0187	0.0419	0.0380	0.0666	0.0595
5	KLT	0.0151	0.0148	0.0600	0.0588	0.1323	0.1296	0.2289	0.2243
	GPT	0.0147	0.0142	0.0540	0.0506	0.1066	0.0960	0.1624	0.1404
10	KLT	0.0265	0.0262	0.1050	0.1039	0.2317	0.2291	0.4008	0.3964
	GPT	0.0254	0.0246	0.0892	0.0819	0.1670	0.1444	0.2411	0.1977
20	KLT	0.0491	0.0488	0.1943	0.1931	0.4286	0.4260	0.7414	0.7369
	GPT	0.0455	0.0435	0.1478	0.1300	0.2540	0.2065	0.3399	0.2604
50	KLT	0.1167	0.1164	0.4613	0.4601	1.0174	1.0148	1.7598	1.7554
	GPT	0.0985	0.0903	0.2670	0.2152	0.3918	0.2897	0.4687	0.3298
100	KLT	0.2292	0.2289	0.9059	0.9048	1.9980	1.9955	3.4561	3.4518
	GPT	0.1685	0.1462	0.3746	0.2802	0.4848	0.3376	0.5405	0.3637

Çizelge 4.20 $\alpha = -0.7$ ve $\omega=0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi

$\sigma_3^0=0. \sigma_1^0$		$\gamma=0.0$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0027	0.0023	0.0109	0.0094	0.0244	0.0210	0.0428	0.0369
	GPT	0.0027	0.0023	0.0106	0.0089	0.0227	0.0185	0.0379	0.0297
5	KLT	0.0076	0.0073	0.0302	0.0290	0.0673	0.0647	0.1181	0.1135
	GPT	0.0075	0.0070	0.0286	0.0251	0.0599	0.0480	0.0971	0.0705
10	KLT	0.0133	0.0130	0.0529	0.0518	0.1179	0.1154	0.2068	0.2024
	GPT	0.0130	0.0121	0.0485	0.0406	0.0983	0.0718	0.1534	0.0982
20	KLT	0.0246	0.0243	0.0979	0.0968	0.2181	0.2157	0.3824	0.3781
	GPT	0.0236	0.0216	0.0844	0.0643	0.1611	0.1017	0.2367	0.1277
50	KLT	0.0584	0.0582	0.2325	0.2314	0.5179	0.5154	0.9079	0.9036
	GPT	0.0535	0.0447	0.1698	0.1053	0.2848	0.1407	0.3736	0.1595
100	KLT	0.1148	0.1145	0.4566	0.4555	1.0171	1.0147	1.7831	1.7788
	GPT	0.0972	0.0719	0.2658	0.1359	0.3918	0.1627	0.4699	0.1747

Çizelge 4.21 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 0.5$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0 = 0. \sigma_1^0$		$\gamma = 1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0110	0.0095	0.0435	0.0375	0.0960	0.0828	0.1661	0.1432
	GPT	0.0108	0.0092	0.0408	0.0334	0.0838	0.0651	0.1332	0.0980
5	KLT	0.0303	0.0292	0.1200	0.1154	0.2646	0.2545	0.4578	0.4403
	GPT	0.0295	0.0270	0.1080	0.0879	0.2132	0.1513	0.3245	0.2028
10	KLT	0.0531	0.0520	0.2101	0.2056	0.4634	0.4536	0.8016	0.7846
	GPT	0.0508	0.0457	0.1783	0.1334	0.3338	0.2075	0.4817	0.2578
20	KLT	0.0983	0.0972	0.3886	0.3842	0.8571	0.8474	1.4827	1.4659
	GPT	0.0910	0.0775	0.2955	0.1923	0.5074	0.2652	0.6791	0.3060
50	KLT	0.2334	0.2323	0.9226	0.9182	2.0347	2.0251	3.5196	3.5030
	GPT	0.1969	0.1450	0.5335	0.2723	0.7822	0.3252	0.9356	0.3490
100	KLT	0.4585	0.4574	1.8119	1.8076	3.9961	3.9864	6.9123	6.8956
	GPT	0.3368	0.2096	0.7481	0.3191	0.9676	0.3533	1.0786	0.3670

Çizelge 4.22 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 0.5$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0 = 1. \sigma_1^0$		$\gamma = 1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0055	0.0047	0.0217	0.0187	0.0480	0.0414	0.0830	0.0716
	GPT	0.0054	0.0046	0.0204	0.0167	0.0419	0.0325	0.0666	0.0490
5	KLT	0.0151	0.0146	0.0600	0.0577	0.1323	0.1272	0.2289	0.2201
	GPT	0.0147	0.0135	0.0540	0.0439	0.1066	0.0756	0.1622	0.1014
10	KLT	0.0265	0.0260	0.1050	0.1028	0.2317	0.2268	0.4008	0.3923
	GPT	0.0254	0.0228	0.0891	0.0667	0.1669	0.1037	0.2408	0.1289
20	KLT	0.0491	0.0486	0.1943	0.1921	0.4285	0.4237	0.7413	0.7329
	GPT	0.0455	0.0387	0.1477	0.0961	0.2537	0.1326	0.3395	0.1530
50	KLT	0.1167	0.1161	0.4613	0.4591	1.0173	1.0125	1.7598	1.7515
	GPT	0.0984	0.0725	0.2667	0.1361	0.3911	0.1626	0.4678	0.1745
100	KLT	0.2292	0.2287	0.9059	0.9038	1.9980	1.9932	3.4561	3.4478
	GPT	0.1684	0.1048	0.3740	0.1595	0.4838	0.1766	0.5393	0.1835

Çizelge 4.23 $\alpha = -0.7$ ve $\omega=1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi

$\sigma_3^0=0. \sigma_1^0$		$\gamma=0.0$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0027	0.0024	0.0109	0.0098	0.0244	0.0218	0.0428	0.0383
	GPT	0.0027	0.0024	0.0106	0.0093	0.0227	0.0197	0.0379	0.0324
5	KLT	0.0076	0.0073	0.0302	0.0293	0.0673	0.0653	0.1181	0.1146
	GPT	0.0075	0.0071	0.0286	0.0265	0.0599	0.0528	0.0971	0.0812
10	KLT	0.0133	0.0131	0.0529	0.0521	0.1179	0.1160	0.2068	0.2034
	GPT	0.0130	0.0125	0.0485	0.0440	0.0983	0.0827	0.1534	0.1195
20	KLT	0.0246	0.0244	0.0979	0.0971	0.2181	0.2162	0.3824	0.3791
	GPT	0.0236	0.0225	0.0844	0.0729	0.1611	0.1246	0.2367	0.1659
50	KLT	0.0584	0.0582	0.2325	0.2316	0.5179	0.5160	0.9079	0.9046
	GPT	0.0535	0.0486	0.1698	0.1300	0.2848	0.1884	0.3736	0.2237
100	KLT	0.1148	0.1146	0.4566	0.4558	1.0171	1.0153	1.7831	1.7798
	GPT	0.0972	0.0827	0.2658	0.1799	0.3918	0.2299	0.4699	0.2549

Çizelge 4.24 $\alpha = -0.7$ ve $\omega=1$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0=0. \sigma_1^0$		$\gamma=1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0110	0.0098	0.0435	0.0389	0.0960	0.0860	0.1661	0.1487
	GPT	0.0108	0.0096	0.0408	0.0356	0.0838	0.0713	0.1332	0.1102
5	KLT	0.0303	0.0294	0.1200	0.1164	0.2646	0.2569	0.4578	0.4444
	GPT	0.0295	0.0279	0.1080	0.0961	0.2132	0.1759	0.3245	0.2485
10	KLT	0.0531	0.0523	0.2101	0.2067	0.4634	0.4559	0.8016	0.7886
	GPT	0.0508	0.0479	0.1783	0.1521	0.3338	0.2553	0.4817	0.3355
20	KLT	0.0983	0.0975	0.3886	0.3853	0.8571	0.8497	1.4827	1.4698
	GPT	0.0910	0.0835	0.2955	0.2326	0.5074	0.3483	0.6791	0.4221
50	KLT	0.2334	0.2326	0.9226	0.9192	2.0347	2.0273	3.5196	3.5068
	GPT	0.1969	0.1669	0.5335	0.3606	0.7822	0.4597	0.9356	0.5087
100	KLT	0.4585	0.4577	1.8119	1.8086	3.9961	3.9887	6.9123	6.8995
	GPT	0.3368	0.2584	0.7481	0.4476	0.9676	0.5179	1.0786	0.5481

Çizelge 4.25 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 1$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0 = 1, \sigma_1^0$		$\gamma = 1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0055	0.0049	0.0217	0.0194	0.0480	0.0430	0.0830	0.0743
	GPT	0.0054	0.0048	0.0204	0.0178	0.0419	0.0356	0.0666	0.0551
5	KLT	0.0151	0.0147	0.0600	0.0582	0.1323	0.1284	0.2289	0.2222
	GPT	0.0147	0.0139	0.0540	0.0480	0.1066	0.0879	0.1622	0.1242
10	KLT	0.0265	0.0261	0.1050	0.1033	0.2317	0.2279	0.4008	0.3943
	GPT	0.0254	0.0239	0.0891	0.0760	0.1669	0.1276	0.2408	0.1677
20	KLT	0.0491	0.0487	0.1943	0.1926	0.4285	0.4248	0.7413	0.7349
	GPT	0.0455	0.0417	0.1477	0.1163	0.2537	0.1741	0.3395	0.2110
50	KLT	0.1167	0.1163	0.4613	0.4596	1.0173	1.0136	1.7598	1.7534
	GPT	0.0984	0.0834	0.2667	0.1803	0.3911	0.2298	0.4678	0.2543
100	KLT	0.2292	0.2288	0.9059	0.9043	1.9980	1.9943	3.4561	3.4497
	GPT	0.1684	0.1292	0.3740	0.2238	0.4838	0.2589	0.5393	0.2740

Çizelge 4.26 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz şerit levha problemi

$\sigma_3^0 = 0, \sigma_1^0$		$\gamma = 0.0$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0027	0.0025	0.0109	0.0102	0.0244	0.0227	0.0428	0.0398
	GPT	0.0027	0.0025	0.0106	0.0098	0.0227	0.0208	0.0379	0.0344
5	KLT	0.0076	0.0074	0.0302	0.0296	0.0673	0.0660	0.1181	0.1157
	GPT	0.0075	0.0073	0.0286	0.0274	0.0599	0.0559	0.0971	0.0881
10	KLT	0.0133	0.0131	0.0529	0.0523	0.1179	0.1166	0.2068	0.2045
	GPT	0.0130	0.0127	0.0485	0.0461	0.0983	0.0896	0.1534	0.1342
20	KLT	0.0246	0.0244	0.0979	0.0973	0.2181	0.2169	0.3824	0.3802
	GPT	0.0236	0.0230	0.0844	0.0781	0.1612	0.1404	0.2367	0.1950
50	KLT	0.0584	0.0583	0.2325	0.2319	0.5179	0.5166	0.9079	0.9057
	GPT	0.0535	0.0509	0.1698	0.1472	0.2848	0.2269	0.3736	0.2799
100	KLT	0.1148	0.1147	0.4566	0.4561	1.0171	1.0159	1.7831	1.7808
	GPT	0.0972	0.0893	0.2658	0.2146	0.3918	0.2901	0.4699	0.3308

Çizelge 4.27 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 2$ için, tek eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

$\sigma_3^0 = 0. \sigma_1^0$		$\gamma = 1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0110	0.0102	0.0435	0.0404	0.0960	0.0892	0.1661	0.1544
	GPT	0.0108	0.0099	0.0408	0.0374	0.0838	0.0760	0.1332	0.1191
5	KLT	0.0303	0.0297	0.1200	0.1176	0.2646	0.2593	0.4578	0.4486
	GPT	0.0295	0.0285	0.1080	0.1013	0.2132	0.1921	0.3245	0.2808
10	KLT	0.0531	0.0525	0.2101	0.2078	0.4634	0.4583	0.8016	0.7928
	GPT	0.0508	0.0492	0.1783	0.1638	0.3338	0.2889	0.4817	0.3954
20	KLT	0.0983	0.0977	0.3886	0.3863	0.8571	0.8521	1.4827	1.4739
	GPT	0.0910	0.0870	0.2955	0.2601	0.5075	0.4131	0.6791	0.5209
50	KLT	0.2334	0.2329	0.9226	0.9203	2.0347	2.0297	3.5196	3.5109
	GPT	0.1969	0.1806	0.5335	0.4305	0.7822	0.5795	0.9356	0.6596
100	KLT	0.4585	0.4579	1.8119	1.8097	3.9961	3.9910	6.9123	6.9036
	GPT	0.3368	0.2925	0.7481	0.5604	0.9676	0.6752	1.0786	0.7274

Çizelge 4.28 $\alpha = -0.7$ ve $\omega = 2$ için, iki eksenli yüklemeye maruz kare levha problemi

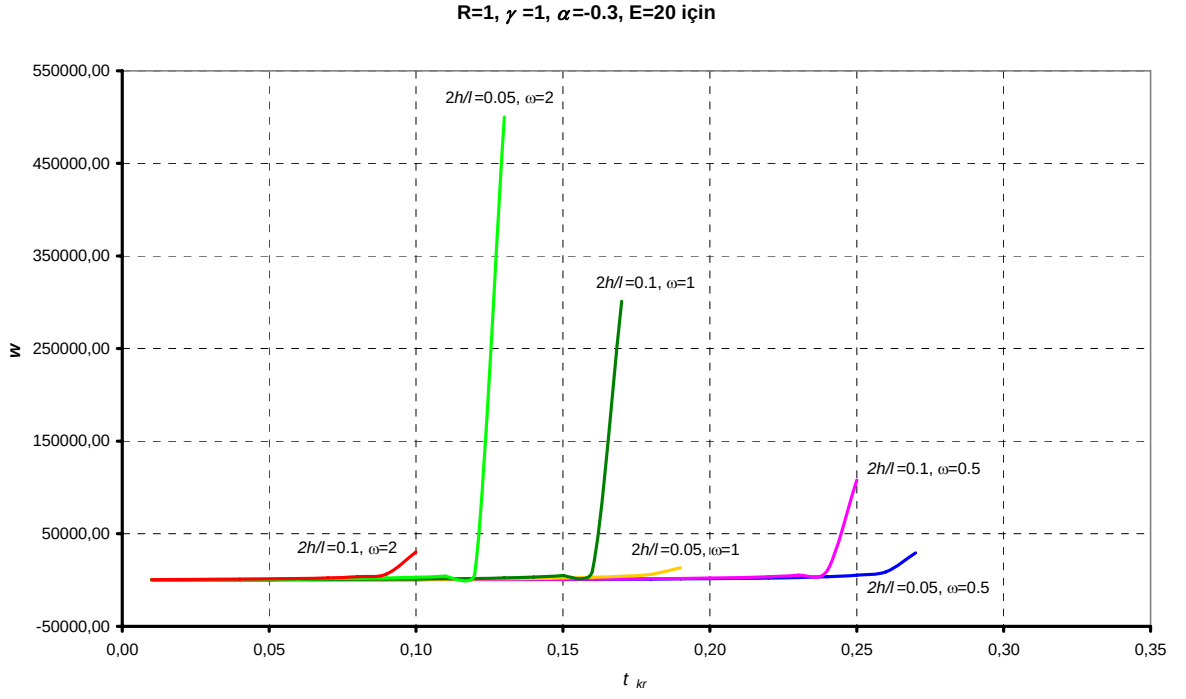
$\sigma_3^0 = 1. \sigma_1^0$		$\gamma = 1$							
$2h/l$		0.025		0.05		0.075		0.10	
		$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$	$P_{kr,0}$	$P_{kr,\infty}$
<i>e</i>	<i>Pl.Teo.</i>								
1	KLT	0.0055	0.0051	0.0217	0.0202	0.0480	0.0446	0.0830	0.0772
	GPT	0.0054	0.0050	0.0204	0.0187	0.0419	0.0380	0.0666	0.0595
5	KLT	0.0151	0.0148	0.0600	0.0588	0.1323	0.1296	0.2289	0.2243
	GPT	0.0147	0.0142	0.0540	0.0506	0.1066	0.0960	0.1622	0.1404
10	KLT	0.0265	0.0262	0.1050	0.1039	0.2317	0.2291	0.4008	0.3964
	GPT	0.0254	0.0246	0.0891	0.0819	0.1669	0.1444	0.2408	0.1977
20	KLT	0.0491	0.0488	0.1943	0.1931	0.4285	0.4260	0.7413	0.7369
	GPT	0.0455	0.0435	0.1477	0.1300	0.2537	0.2065	0.3395	0.2604
50	KLT	0.1167	0.1164	0.4613	0.4601	1.0173	1.0148	1.7598	1.7554
	GPT	0.0984	0.0903	0.2667	0.2152	0.3911	0.2897	0.4678	0.3298
100	KLT	0.2292	0.2289	0.9059	0.9048	1.9980	1.9955	3.4561	3.4518
	GPT	0.1684	0.1462	0.3740	0.2802	0.4838	0.3376	0.5393	0.3637

Buraya kadar, aynı yüklemeye ve geometrik özelliklere sahip levhalar için, ω değeri aynı olmak üzere, farklı $\alpha=(-0.3, -0.5, -0.7)$ değerleri için sunulan tablolardan görülmektedir ki, örneğin Çizelge 4.4-4.13-4.22 incelendiğinde, her iki teoride de $P_{kr,0}$ değerleri azalmakta, $P_{kr,\infty}$ değerlerinde ise bir değişiklik olmamaktadır.

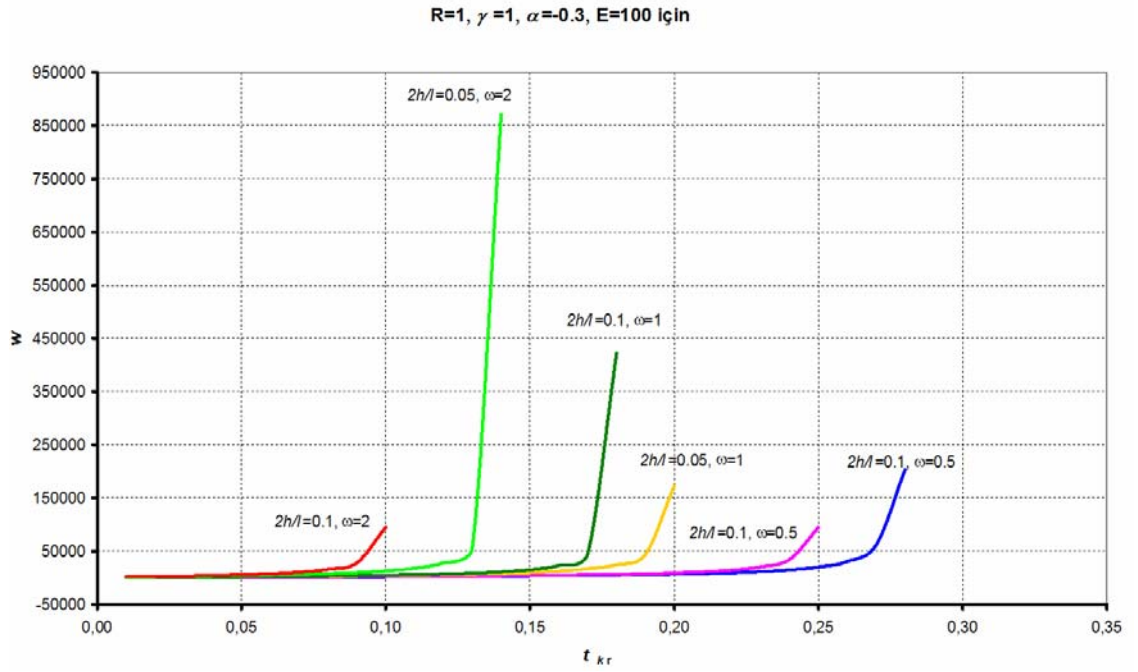
Bu durum, yani diğer parametreler aynı kalmak üzere α 'nın değişiminin, $P_{kr,0}$ üzerinde etkili iken, $P_{kr,\infty}$ üzerinde etkisiz olması, viskoelastik malzemede α 'nın malzemenin başlangıçtaki düzensizliğini gösteren reolojik bir parametre olması sebebiyle, beklenen bir sonuçtur.

Çizelge 4.4 ile Çizelge 4.22'deki $P_{kr,0}$ 'ların kıyaslanarak incelenmesinden elde edilen ilginç sonuç, $2h/l=0.1$, $e=100$, $\omega=0.5$ olmak üzere, Çizelge 4.4'de $\alpha=-0.3$ için ve Çizelge 4.22'de $\alpha=-0.7$ değeri için $P_{kr,0}$ 'daki değişim incelenirse, Kirchhoff-Love plak teorisi için $P_{kr,0}$ değişmezken, 3. mertebeden gelişmiş plak teorisi için $P_{kr,0}$ 'da $\% 2.4 [(0.5406-0.5393)/0.5406]$ azalma görülmektedir. Bu etki her ne kadar az görünse de bu tür problemlerde 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisinin kullanılmasının ne denli hassas sonuçlar verdiğini ve Kirchhoff-Love Plak Teorisinin yerine kullanılması gerekliliğini bir kez daha göstermektedir.

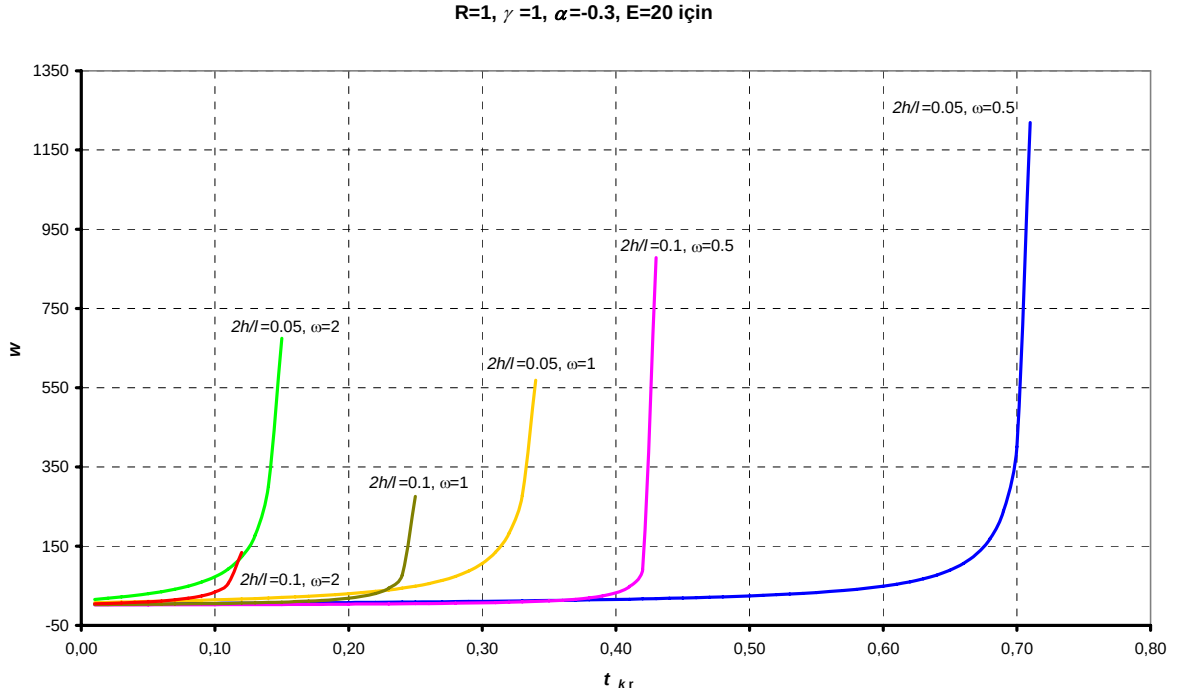
Aşağıdaki grafiklerde (Şekil 4.6-4.9) Kichhoff-Love Plak Teorisi ve Üçüncü mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisi ile bulunan $t_{kr}-w$ değerleri ayrı ayrı verilmiştir. Burada w , x_2 doğrultusundaki yerdeğiştirmeleri göstermektedir. Her iki plak teorisi için, aynı bir P değeri üzerine karşılaştırma yapılamamaktadır, çünkü $P_{kr,0}$ ve $P_{kr,\infty}$ aralıkları aynı ortak bir P değeri içermemektedirler. Ancak, grafiklerin niceliksel değil de niteliksel olarak incelenmesinden, benzer parametreler için elde edilmiş grafiklerden, Kichhoff-Love Plak Teorisinde t_{kr} değerine aniden ulaşılırken, 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisinde bu geçişin daha belirgin ve yavaş olduğu görülmektedir.



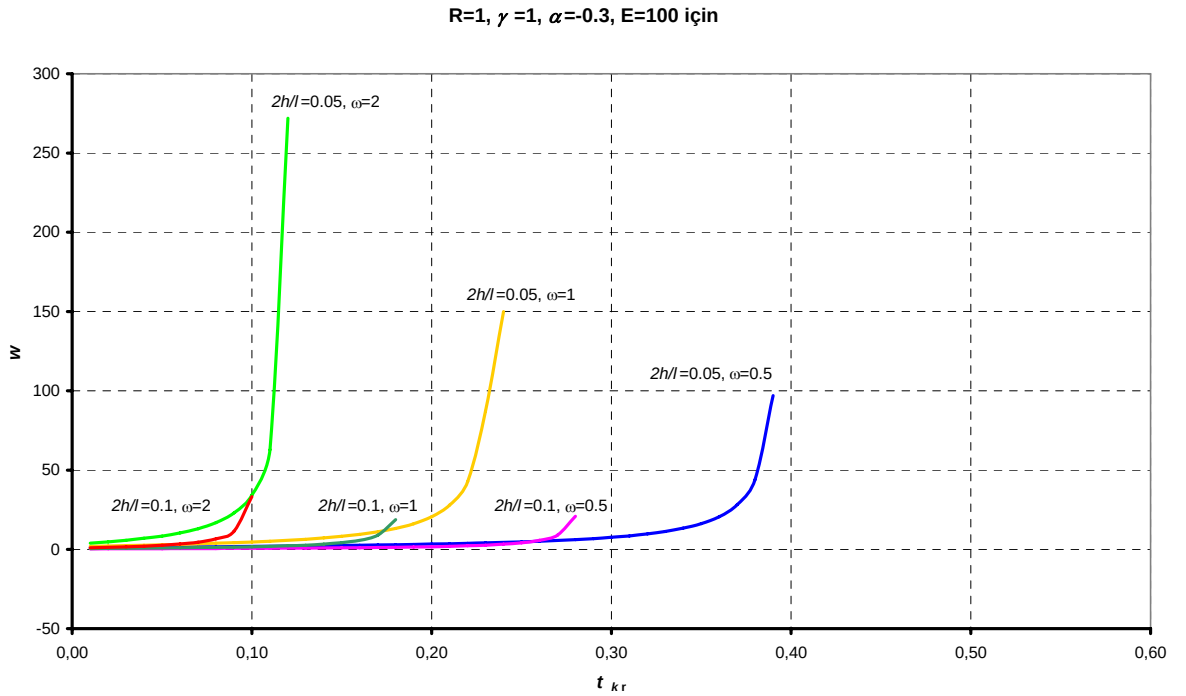
Şekil 4.6 Kichhoff-Love Plak Teorisiyle bulunan, $e=20$ için, t_{kr} - w grafiği



Şekil 4.7 Kichhoff-Love Plak Teorisiyle bulunan, $e=100$ için, t_{kr} - w grafiği



Şekil 4.8 Üçüncü mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisi ile bulunan, $e=20$ için, $t_{kr}-w$



Şekil 4.9 Üçüncü mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisi ile bulunan, $e=100$ için, $t_{kr}-w$

Çizelge 4.29 İki eksenli yüklemeye maruz kare levhada, $\alpha = -0.3$ olmak üzere, farklı ω değerleri için bulunan t_{kr} değerleri

	$2h/l$	0.05	0.10	0.05	0.10
ω	Plak teorisi	$e=20$		$e=100$	
0.5	GPT	P=0.12195 $t_{kr}=0.7149$	P=0.24645 $t_{kr}=0.4311$	P=0.26705 $t_{kr}=0.3984$	P=0.36205 $t_{kr}=0.2878$
	KLT	P=0.1932 =0.2745	P=0.73715 =0.2510	P=0.90485 =0.2804	P=3.45195 =0.2559
1	GPT	P=0.13205 $t_{kr}=0.3498$	P=0.27545 $t_{kr}=0.2539$	P=0.2992 $t_{kr}=0.2400$	P=0.4073 $t_{kr}=0.1896$
	KLT	P=0.19345 =0.1994	P=0.73815 =0.1703	P=0.9051 =0.2035	P=3.4529 =0.1812
2	GPT	P=0.1389 $t_{kr}=0.1555$	P=0.30015 $t_{kr}=0.1277$	P=0.3274 $t_{kr}=0.1231$	P=0.45215 $t_{kr}=0.1055$
	KLT	P=0.1937 =0.1379	P=0.73915 =0.1030	P=0.90535 =0.1407	P=3.45395 =0.1045

t_{kr} bulmaya yönelik olarak MATLAB ile yapılan programlama sonucunda elde edilen sayısal değerler Çizelge 4.29’da verilmiştir. Burada P plak düzlemi içindeki boyutsuz yüküdür. Bu sonuçların incelenmesiyle, ω değerleri arttıkça, t_{kr} değerlerinin azaldığı görülmektedir. t_{kr} değerlerinde görülen bu azalma hızlarına bakıldığında, 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisinden elde edilen değerler, Kichhoff-Love Plak Teorisine göre daha büyüktür.

Örneğin Kichhoff-Love Plak Teorisinde, $\omega=0.5$, $2h/l=0.05$ ve $e=20$ için bulunan t_{kr} değerinin ($t_{kr}=0.2745$), $\omega=2$, $2h/l=0.05$ ve $e=20$ için bulunan t_{kr} değerine ($t_{kr}=0.1379$) göre azalma hızına bakıldığında $0.2745/0.1379=1.99$ değeri elde edilmektedir. Buna karşın 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisinde, $\omega=0.5$, $2h/l=0.05$ ve $e=20$ için bulunan t_{kr} değerinin ($t_{kr}=0.7149$), $\omega=2$, $2h/l=0.05$ ve $e=20$ için bulunan t_{kr} değerine ($t_{kr}=0.1555$) göre azalma hızına bakıldığında $0.7149/0.1555=4.6$ değeri elde edilmektedir.

Kichhoff-Love Plak Teorisinde t_{kr} değerlerinde görülen bu azalma hızı, aynı $2h/l$ oranlarına karşın artan ω değerleriyle birlikte e değerlerinin de artmasına rağmen sabit kalırken, 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisinde artan ω değerleriyle birlikte e elastisite modülü oranı arttıkça, t_{kr} değerlerinde görülen bu azalma hızının, düşmekte olduğu görülmüştür.

Örneğin Kichhoff-Love Plak Teorisinde, $\omega=0.5$, $2h/l=0.05$ ve $e=100$ için bulunan t_{kr} değerinin ($t_{kr}=0.2804$), $\omega=2$, $2h/l=0.05$ ve $e=100$ için bulunan t_{kr} değerine ($t_{kr}=0.1407$) göre azalma hızına bakıldığında $0.2804/0.1407=1.99$ değeri elde edilmektedir. Bu sonuç yukarıda $2h/l=0.05$ ve $e=20$ aynı kalmak üzere $\omega=0.5$ ve $\omega=2$ için bulunan sonucun aynısıdır.

Buna karşın 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisinde, $\omega=0.5$, $2h/l=0.05$ ve $e=100$ için bulunan t_{kr} değerinin ($t_{kr}=0.3984$), $\omega=2$, $2h/l=0.05$ ve $e=100$ için bulunan t_{kr} değerine ($t_{kr}=0.1231$) göre azalma hızına bakıldığında $0.3984/0.1231=3.24$ değeri elde edilir. Bu sonuç yukarıda $\omega=0.5$, $2h/l=0.05$ ve $e=20$ ve $\omega=2$, $2h/l=0.05$ ve $e=20$ için bulunan sonuç ile karşılaştırıldığında, artan ω değerleriyle birlikte e elastisite modülü oranı arttıkça, t_{kr} değerlerinde görülen azalma hızının düşmekte olduğu görülmüştür.

5. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRMELER

Tezde yapılan araştırmalardan elde edilen sonuçlar kısaca özetlenirse aşağıdakiler söylenebilir.

- i) Kirchhoff-Love Plak Teorisi ve 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisi ile hesaplanan $P_{kr,0}$ ve $P_{kr,\infty}$ değerleri, α ve ω parametrelerinin aynı olduğu viskoelastik malzemede, $\gamma=0$ değerinde, her iki teori için de, tek eksenli gerilme durumunda ve iki eksenli gerilme durumunda bulunan sonuçlar aynıdır. Çünkü iki eksenli gerilme durumunda, $\gamma=0$ için, yani levhanın x_3 doğrultusunda sonsuz uzunlukta olduğu şerit levha durumunda, sonsuzdaki σ_3^0 basınç gerilmelerinin stabilite üzerine bir etkisi yoktur. e elastisite modülü oranlarının ve $2h/l$ oranlarının farklı değerler alması, her iki durumda hesaplanan $P_{kr,0}$ ve $P_{kr,\infty}$ değerlerinin aynı olması durumunu değiştirmez.
- ii) Her iki teoride de $2h/l$ levha kalınlık-uzunluk oranı arttıkça, 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisinde belirgin olarak, Kichhoff-Love Plak Teorisinde ise az da olsa, $P_{kr,0}$ ve $P_{kr,\infty}$ değerleri artmaktadır.
- iii) $2h/l$ levha kalınlık-uzunluk oranındaki artışla beraber, e elastisite modülü oranları büyüdükçe, hesaplanan $P_{kr,0}$ ve $P_{kr,\infty}$ değerlerinden görülür ki, Kirchhoff-Love Plak Teorisi ile 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisi arasındaki farklılaşma belirgin hale gelmektedir. İki teori için bulunan $P_{kr,\infty}$ değerlerinin oranlanması, $P_{kr,0}$ değerlerinin oranlanmasından daha belirgin olmaktadır.
- iv) Farklı α değerleri için, aynı yüklemeye ve geometrik özelliklere sahip levhalarda, 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisi ile hesaplanan sonuçlardan görülmüştür ki, $P_{kr,0}$ değerlerinde az da olsa bir azalma görülmekte, $P_{kr,\infty}$ değerlerinde ise bir değişiklik olmamaktadır. Oysaki aynı durum için Kirchhoff-Love Plak Teorisi ile bulunan sonuçlarda hem $P_{kr,0}$ hem de $P_{kr,\infty}$ değerlerinde değişime rastlanmamaktadır.
- v) Kichhoff-Love Plak Teorisi ve Üçüncü mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisi ile bulunan $t_{kr}-w$ değerleri kullanılarak çizilen grafiklerden, Kichhoff-Love Plak Teorisinde t_{kr} değerine aniden ulaşılırken, 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisinde bu geçişin daha belirgin ve yavaş olduğu görülmektedir.

vi) Ayrıca, çizilen grafiklerden ω değeri arttıkça, t_{kr} değerlerinin azaldığı görülmektedir.

Bu azalma hızı için, 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisinden elde edilen değerler, Kichhoff-Love Plak Teorisine göre daha büyüktür.

vii) ω değeri arttıkça, t_{kr} değerlerinde görülen bu azalma hızı Kichhoff-Love Plak Teorisinde e elastisite modülü oranı artması durumunda yaklaşık olarak sabit kalırken, 3. mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisinde e elastisite modülü oranı arttıkça, t_{kr} değerlerinde görülen azalma hızının düşmekte olduğu görülmüştür.

Tüm bu sonuçlardan görüldüğü üzere, stabilitesi incelenen malzeme şayet viskoelastik malzeme ise, Kirchhoff-Love Plak Teorisi yetersiz kalmaktadır. Çünkü Kirchhoff-Love Plak Teorisi 1. mertebeden bir plak teorisi olup, kayma şekil değiştirmelerini ihmal etmektedir. Oysaki kompozit malzemelerden oluşan plak-levhalarda kayma şekil değiştirmesi ihmal edilemez. Bu amaçla aynı problem, hem Kirchhoff-Love Plak Teorisi, hem de kayma şekil değiştirmelerini göz önüne alan üçüncü mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisi kullanılarak çözülmüş ve elde edilen sonuçların kıyaslanmasıyla, üçüncü mertebeden gelişmiş Kromm Plak Teorisinin gerçeğe daha yakın sonuçlar verdiği görülmüştür.

KAYNAKLAR

- Akbarov S. D., (1998), "On the Three Dimensional Stability Loss Problems of Elements of Structures of Viscoelastic Composite Materials" Mech. Comp. Mater., 31, N: 6, P: 537-544.
- Akbarov S. D., Yahnioglu, N., Kutug, Z., (2001) "On the Three Dimensional Stability Loss Problem of the Viscoelastic Composite Plate" Int. J. Eng. Science, 39: 1443-1457.
- Akbarov, S. D. and Guz, A. N., (1992), "Statics of Laminated and Fibrous Composites with Curved Structures", Appl. Mech. Rev. (published by the American Society of Mechanical Engineers), 45: 17-35.
- Akbarov, S. D. and Yahnioglu, N., (1995), "Eğrisel Yapıya Sahip Kompozit Malzemeden Hazırlanmış Şeritin Gerilme Durumunun FEM ile Araştırılması", IX. Ulusal Mekanik Kongresi-Ürgüp, Cilt 1: 68-77.
- Akbarov, S. D., Guz, A. N., Yahnioglu, N., (1998), "Mechanics of Composite Materials with Curved Structures and Elements of Constructions (Review)", International Applied Mechanics, Vol. 34, No. 11, P: 3-15.
- Akbarov, S. D., Yahnioglu, N., Kutug, Z., (2000), "On the Three-Dimensional Stability Loss Problem of the Viscoelastic Composite Plate", International Journal of Engineering Science 39 (2001), 1443-1457.
- Basset, A. B., (1890), On the Extension and Flexure of Cylindrical and Spherical Thin Elastic Shells, Phill. Trans. Royal Soc., (London), Ser. A., Vol: 181, No: 6, P: 433-480.
- Flügge, W., (1962), Handbook of Engineering Mechanics, McGraw-Hill Book Company.
- Gol'denveizer, A. L., (1958), On Reisser's Theory of the Bending of Plates, Izvestiya AN SSSR. OTN., 4:102-109.
- Guz, A. N., Lapusta, Yu. N., Samborska, A. N., (2000), "A 3-D Periodic Instability Model for a Series of Fibres in a Matrix", Advanced Composites Letters, Vol: 9, P:93-100.
- Hildebrand, F. B., Reissner, E. and Thomas, G. E., (1949), "Notes on the Foundations of the Theory of Small Displacements of Orthotropic Shells", NACA Technical Note. N: 1983.
- İnan, M., (2001), Cisimlerin Mukavemeti, 8.bs. -İstanbul: İTÜ Vakfı, P: 81-83.
- Kocatürk, T., (2003), Kompozit Malzemeler, Yüksek Lisans Ders Notları, YTÜ.
- Kromm, A., (1955), "Über die Randquerkrofte Beigestutzten Platten", ZAMM, 35: 231-242.
- Kromm, A.,(1953), "Verallgemeinerte Theorie der Plattenstatik", Ing. Arch., 21: 266-286.
- Kütüğ Z., (1998), Lokal ve Periyodik Eğriliğe Sahip Kompozit Malzemeden Hazırlanmış Kiriş ve Plakların Doğal Titreşimi ve Stabilitesi, YTÜ FBE Doktora Tezi, İstanbul.
- Librescu, L., (1964a), "On the Theory of Elastic Anisotropic Shells and Plates", Inzh. Zhurnal 4.
- Librescu, L., (1964b), On the Thermoelastic Problem of Shells Treated by Eliminating the Love-Kirchhoff Hypothesis, Non-Classical Shell Problems, North-Holland Publ., Amsterdam, P.W.N., Warsaw.

- Librescu, L., (1966), "On the Thermoelastic Problem of Shells and Plates Approached by Eliminating the Love-Kirchhoff Hypothesis", *St. Cer. Mec. Appl.*, 21: 351-365.
- Lo, K. H., Christensen, R. M. and Wu, E. M., (1977a), "A High Order Theory of Plate Deformation", Part 1: Homogeneous Plates, *J. Appl. Mech.* 44: 663-669.
- Lo, K. H., Christensen, R. M. and Wu, E. M., (1977b), "A High Order Theory of Plate Deformation", Part 1: Laminated Plates, *J. Appl. Mech.* 44: 669-681.
- Reddy, J. N., (1984), "A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates", *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME*, Vol: 51, 4: 745-752.
- Reissner, E., (1944), "On the Theory of Bending of Elastic Plates", *J. of Math. Phy.*, 23: 184-191.
- Reissner, E., (1945), "The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates", *J. of Applied Mechanics*, 12: 69-77.
- Reissner, E., (1947), "On the Bending of Elastic Plates", *J. of Applied Mechanics*, 5: 55-68.
- Schapery R. A., (1966), "An Engineering Theory of Nonlinear Viscoelasticity with Applications, *International Journal of Solids and Structures*", Volume 2, Issue 3, July 1966, P: 407-425.
- Szilar, R., (1974), *Theory and Analysis of Plate*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 01.01.1978

Doğum yeri İstanbul

Lise 1991-1994 İstanbul Atatürk Fen Lisesi

Lisans 1995-2001 Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fak.
İnşaat Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2003-2006 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Müh. Anabilim Dalı, Mekanik Programı

Çalıştığı kurum(lar)

2000-2001 İdea Mühendislik

2001-2002 Çağrıbey Anadolu Lisesi (geometri öğretmenliği)

2004-2005 YTÜ Öğrenci Asistanlığı

2005-Ekim-Halen YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Araştırma Görevlisi