

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

757660

-151660

# GERİLME YIĞILMASI PROBLEMİNİN TEORİK VE FOTOELASTİK YOLLA İNCELENMESİ

İnşaat Müh. Alp ARSLAN

F.B.E İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programında

Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Zafer KÜTÜĞ

Tez Jürisi : Doç. Dr. Ünal ALDEMİR

Tez Jürisi : Doç. Dr. İrfan COŞKUN

*Zafer Kütüğ*  
*Ünal Aldemir*  
*İrfan Coşkun*

İSTANBUL, 2004

# İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ .....	v
ŞEKİL LİSTESİ .....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ .....	x
ÖNSÖZ.....	xi
ÖZET .....	xii
ABSTRACT .....	xiii
1. FOTOELASTİSİTE İLE İLGİLİ İLK BİLGİLER.....	1
1.1 GİRİŞ.....	1
1.2 Işık ile İlgili Kavramlar .....	2
1.2.1 Işığın Davranışı.....	2
1.2.2 Işığın Yayılma Şekli .....	3
1.2.3 Işığın Dalga Hareketleri ve Denklemleri.....	4
1.2.4 Işığın Polarizasyonu, Polarize Işık .....	8
1.2.4.1 Düzlem Polarize (Lineer Polarize) Işık .....	9
1.2.4.2 Dairesel Polarize Işık.....	10
1.2.4.3 Eliptik Polarize Işık .....	10
1.2.5 Düzlem Polarizörler (Lineer Polarizörler).....	10
1.2.6 Dalga Plakları .....	12
1.2.7 Optik Elemanların Birleştirilmesiyle Işığın İncelenmesi .....	15
1.2.7.1 Düzlem Polarize Işık Elde Edilmesi.....	15
1.2.7.2 Dairesel Polarize Işık Elde Edilmesi .....	16
1.2.7.3 Eliptik Polarize Işık Elde Edilmesi.....	17
1.2.8 Bir Polariskopta Optik Elemanların Aranjmanı .....	17
1.2.8.1 Düzlem (Lineer) Polariskop .....	17
1.2.8.2 Dairesel Polariskop.....	18
2. FOTOELASTİSİTE TEORİSİ .....	20
2.1 Gerilme-Optik Yasası .....	20
2.2 Düzlem Polariskopta Dış Yükler Etkisindeki Modelin Analizi .....	22
2.3 Dairesel Bir Polariskopta Dış Yükler Etkisindeki Modelin Analizi (Karanlık Saha Aranjmanı).....	27
2.4 Bir Dairesel Polariskopta Aydınlık Saha Aranjmanı ile Yüklenmiş Modelin İncelenmesi.....	33
2.5 Bir Fotoelastik Analizde Beyaz Işık Kaynağı Kullanılması.....	35
3. FOTOELASTİSİTE VERİLERİNİN İNCELENMESİ.....	38
3.1 GİRİŞ.....	38
3.2 İzokromatlar.....	38

3.2.1	Serbest Bir Sınırdaki Gerilme Durumu .....	40
3.2.2	Basit Çekme veya Basit Basınç Halinde İzokromatlar .....	44
3.2.2.1	Bir Çekme Modeli ile Fotoelastik Malzemenin (f) Fotoelastisite Katsayısının Bulunması (Kalibrasyon 1) .....	46
3.2.3	Basit Eğilme Halinde İzokromatlar .....	47
3.2.3.1	Basit Eğilme Deneyi ile Fotoelastik Malzemenin (f) Fotoelastisite Katsayısının Bulunması (Kalibrasyon 1) .....	49
3.2.4	Ayarlama (Kompansatör) Metodları .....	49
3.2.4.1	Babinet-Soleil Ayarlama (Kompansatör) Metodu .....	49
3.2.4.2	Tardy Metodu .....	52
3.3	İzoklinler .....	55
3.3.1	İzokromatların ve İzoklinlerin Teşhis Edilmesi ve Aralarındaki Farklar .....	59
3.3.2	İzoklinler Hakkında Bazı Özellikler .....	59
3.3.2.1	Serbest Sınırlarda İzoklinler .....	59
3.3.2.2	Cismin Simetri Eksenine Sahip Olması Halinde İzoklinler .....	60
3.3.2.3	İzotrop ve Singüler (Tekil) Noktalarda İzoklinler .....	62
3.3.2.4	Pozitif ve Negatif İzotropik Noktalar .....	63
3.3.2.5	Yanyana İki ve Üç Komşu İzotropik Noktalar .....	64
3.3.2.6	Münferit (Nokta) Yükler Altında İzoklinler .....	65
3.3.3	Gerilme Trajektörleri (Yörüngeleri) .....	66
4.	<b>AYIRMA YÖNTEMLERİ</b> .....	69
4.1	GİRİŞ .....	69
4.2	Girişim Metodları .....	70
4.3	Kayma Farkı Metodu .....	72
4.4	Eğik-Geliş (Oblique-Incidence) Metodu .....	78
4.5	Mesnager Teoreminden Faydalanarak Asal Gerilmelerin Aynı Aynı Bulunması ..	79
4.5.1	Serbest Sınırlarda Lame-Maxwell ve Mesnager Denklemlerinden Çıkarılan Bazı Özellikler .....	81
4.5.2	Bir Simetri Kesitine Sahip Cisimlerde, Bu Simetri Kesiti Doğrultusundaki Asal Gerilmenin ( $\sigma_2$ ) Değişimi .....	84
4.5.3	Simetri Kesitine Dik Olan Gerilmelerin ( $\sigma_1$ ) Değişimi .....	85
5.	<b>MODEL MALZEMESİ</b> .....	88
5.1	Fotoelastisitede Kullanılan Model Malzemesinde Aranılan Özellikler .....	88
5.2	Model Malzemesinin Hazırlanması .....	89
5.3	Benzerlik İlişkileri (Model Kanunları) .....	90
6.	<b>DENEYLER</b> .....	93
6.1	GİRİŞ .....	93
6.2	Model Malzemesinin (f) Fotoelastisite Sabitinin Bulunması .....	93
6.3	Eksenel Çekme Kuvvetine Maruz Ortasında Dairesel Delik Bulunan Levha Probleminin Fotoelastik Analizi .....	95
6.3.1	Gerilmenin Max. Olduğu Kesitte $\sigma_1$ ve $\sigma_2$ Asal Gerilmelerin Aynı Aynı Bulunması	95
6.3.2	Delikli Levhada, Muhtelif 2R/D Oranları İçin, Gerilme Yığılması Faktörünün Fotoelastisite Yolu ile Bulunması .....	102
6.3.3	Levhada Ekzantrik Delik Problemi .....	105
6.4	Levhada Çentik Probleminin Fotoelastik Analizi .....	108
6.4.1	Gerilmenin Max. Olduğu Kesitte Asal Gerilmelerin Aynı Aynı Bulunması .....	108
6.4.2	Muhtelif Ebatlardaki Çentikli Levhalarda, (k) Gerilme Yığılma Faktörlerinin	

	Bulunması .....	112
6.4.3	Derin Çentikli Levha Problemi.....	117
7.	SONUÇ.....	120
	KAYNAKLAR.....	122
	EKLER .....	123
	ÖZGEÇMİŞ.....	134



## SİMGE LİSTESİ

a	Birinci ışık dalgasının genliği
b	İkinci ışık dalgasının genliği
C	Gerilme-optik sabiti
$c_1, c_2$	Gerilme-optik sabitleri
D	Levhanın genişliği
E	Elastisite modülü
e	Başlangıç şartlarına bağlı bir sabit
f	Fotoelastisite katsayısı
F	Frekans
h	Çift kırıcı plağın kalınlığı
h	Model kalınlığı
I	Işık şiddeti
J	Atalet momenti
k	Gerilme yığılması faktörü
M	Eğilme momenti
N	Relatif geri kalma
N	İzokromat mertebesi
$n_0$	Yüklenmemiş modelin kırılma indisi
$n_1, n_2$	Sırasıyla hızlı ve yavaş eksen boyunca kırılma indisleri
P	Kuvvet
R	Yarıçap
r	Polar koordinat
T	Periyot
t	Zaman
t	Levhanın kalınlığı
$t_1$	Kuvarz plakanın kalınlığı
$t_2$	Kuvarz kamaların toplam kalınlığı
$U_i$	Işık vektörünün büyüklüğü
v	Işığın havadaki yayılma hızı
$v_i$	Işığın herhangi bir (i) ortamındaki hızı
$v_1, v_2$	Sırasıyla hızlı eksen ve yavaş eksen boyunca ışığın yayılma hızları
X	x yönündeki kütle kuvveti
Y	y yönündeki kütle kuvveti
$\alpha$	İzoklin parametresi
$\alpha$	Uzunluk ölçeği
$\beta$	Kuvvetler ölçeği
$\mu$	Elastisite modülleri ölçeği
$\gamma$	Gerilmeler ölçeği
$\sigma_{em}$	Emniyet gerilmesi
$\sigma_{ort}$	Ortalama gerilme
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Asal normal gerilmeler
$\sigma_x, \sigma_y$	Normal gerilmeler
$\sigma_r$	Radyal gerilme
$\tau_{xy}$	Kayma gerilmesi
$\lambda$	Kullanılan ışığın dalga boyu
$\varepsilon$	Birim boydaki uzama
$\phi$	Yayılmının fazı
$\delta$	Lineer faz farkı

$\Delta$	Açısal faz farkı
$\nu$	Poisson oranı
$\theta$	Polar koordinat
$\zeta$	Gerilme trajektörünün eğriliği
$\omega$	Açısal frekans



## ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1	Işık vektörü.....	2
Şekil 1.2	Dalga yüzeyi ve dalga cephesi.....	3
Şekil 1.3	Anizotropik ortamda bir ışık kaynağından çıkan ışın dalgaları.....	4
Şekil 1.4	Anizotropik ortama giren bir ışının çift kırılması.....	4
Şekil 1.5	Işığın yayılma eksenini boyunca ilerlemesi.....	5
Şekil 1.6	İki dalga arasındaki lineer faz farkı.....	7
Şekil 1.7	Basit ışığın yayılması.....	8
Şekil 1.8	Işığın polarizasyonu ve polarize ışık.....	9
Şekil 1.9	Düzlem polarize ışık.....	9
Şekil 1.10	Dairesel polarize ışık.....	10
Şekil 1.11	Düzlem (lineer) polarizör.....	11
Şekil 1.12	Dalga plağı.....	12
Şekil 1.13	Dalga plağından çıkan ışık vektörü bileşenleri.....	14
Şekil 1.14	Bir düzlem polarizör ile bir dalga plağının kombinasyonu.....	15
Şekil 1.15	Düzlem (lineer) polariskop.....	17
Şekil 1.16	Dairesel polariskop.....	19
Şekil 2.1	Düzlem polariskoptaki model.....	23
Şekil 2.2	Işık vektörünün modeldeki bileşenleri.....	23
Şekil 2.3	Işık vektörünün analizördeki bileşenleri.....	24
Şekil 2.4	Dairesel polariskopa yerleştirilen model.....	28
Şekil 2.5	Işığın modelde bileşenlere ayrılması.....	29
Şekil 2.6	İkinci çeyrek dalga plağındaki ışık vektörü bileşenleri.....	30
Şekil 2.7	Analizörden geçen ışık vektörünün bileşenleri (karanlık saha aranjmanı).....	31
Şekil 2.8	Analizörden geçen ışık vektörünün bileşenleri (aydınlık saha aranjmanı).....	33
Şekil 2.9	Renk skalası.....	37
Şekil 3.1	Çapı boyunca basınca maruz kalmış diskte görülen izokromat çizgileri.....	40
Şekil 3.2	Serbest ve yüklü sınırlarda gerilmeler.....	41
Şekil 3.3	Serbest sınırın dik köşe olması halindeki gerilmeler.....	41
Şekil 3.4	İki eksenli gerilmeye maruz bir elemandaki gerilme durumunun Mohr dairesi ile gösterimi.....	42
Şekil 3.5	Eksenel çekme kuvvetine maruz fotoelastik malzeme.....	44
Şekil 3.6	İzokromat mertebesi - kuvvet diyagramı.....	45
Şekil 3.7	Basit eğilme durumu.....	47
Şekil 3.8	Eşit P yüklerine maruz basit kirişteki izokromat mertebeleri.....	48
Şekil 3.9	Babinet-Soleil kompensatörünün elemanları.....	49
Şekil 3.10	Babinet-Soleil kompensatörünün kullanım metodu.....	50
Şekil 3.11	Model ve kompensatörden geçen ışık.....	51
Şekil 3.12	Model ve kompensatör tarafından gösterilen gecikmenin süperpozisyonu.....	51
Şekil 3.13	Modelde herhangi bir A noktasında izokromat mertebesi tayini.....	52
Şekil 3.14	Sönüm elde edilirken analizörün döndürülmesi.....	53
Şekil 3.15	Modelin ara noktalarında izokromat mertebelerinin bulunuşu.....	55
Şekil 3.16	Yüklenmiş model üzerinde bir O noktasındaki asal gerilmelerin doğrultuları.....	56
Şekil 3.17	Ortasında delik bulunan eksenel çekme kuvvetine maruz bir fotoelastik model.....	57
Şekil 3.18	Analizörün her dönme pozisyonundaki izoklinler.....	58
Şekil 3.19	Tüm izoklin parametrelerinin tek resimde gösterilmesi.....	58
Şekil 3.20	Serbest bir sınırda asal gerilme doğrultusu.....	59
Şekil 3.21	Serbest sınırı kesen izoklinlerin parametreleri.....	60

Şekil 3.22	Serbest sınırın bir doğru olması halinde izoklin parametreleri.....	60
Şekil 3.23	Çapı boyunca basınca maruz diskteki izoklinler. ....	61
Şekil 3.24	Simetri eksenlerinde izoklin parametreleri. ....	61
Şekil 3.25	Simetri ekseninden yüklenen kirişte oluşan izoklinler. ....	62
Şekil 3.26	Pozitif ve negatif izotropik noktalar. ....	63
Şekil 3.27	İki karşılıklı dikey çap boyunca dört eşit yüke maruz kalmış diskteki izoklinler .64	
Şekil 3.28	Yanyana iki komşu izotropik nokta. ....	64
Şekil 3.29	Yanyana üç komşu izotropik nokta. ....	65
Şekil 3.30	Nokta yüküne maruz levhadaki radyal gerilme. ....	65
Şekil 3.31	Yükün tatbik noktasında kesişen farklı parametredeki izoklinler. ....	66
Şekil 3.32	İzoklin üzerindeki noktalarda asal gerilme istikametleri. ....	66
Şekil 3.33	Gerilme trajektörlerinin çizimi (1.yol). ....	67
Şekil 3.34	Gerilme trajektörlerinin çizimi (2.yol). ....	68
Şekil 4.1	Gerilmeler ve doğrultuları. ....	69
Şekil 4.2	Yüklenmiş bir modelde A noktasındaki asal gerilmeler.....	70
Şekil 4.3	İki eksenli gerilme durumuna maruz elemanın denge denklemi. ....	72
Şekil 4.4	$f_1(y)$ ve $f_2(x)$ eğrilerinin sırasıyla x ve y eksenini ile kapadığı alanlar. ....	73
Şekil 4.5	Kayma farkı metodunun uygulanmasında kullanılan ağ sistem. ....	74
Şekil 4.6	Cisim üzerinde herhangi bir (A) noktasını çeviren üçgen eleman üzerindeki kayma gerilmesi yönünün bulunması. ....	77
Şekil 4.7	Kayma gerilmesinin işaretleri.....	77
Şekil 4.8	Modelin x ve y eksenini etrafında $\theta_x$ ve $\theta_y$ kadar döndürülmesi.....	78
Şekil 4.9	Dönmüş levhadaki izdüşürülmüş gerilme değerleri. ....	78
Şekil 4.10	A noktasındaki asal gerilmeler ve bu noktadan geçen gerilme trajektörleri. ....	80
Şekil 4.11	Kübik nokta ve Mesnager Teoremi'nin gösterilmesi. ....	81
Şekil 4.12	Serbest sınırda bir O noktasındaki gerilme trajektörleri ve asal gerilmeler. ....	82
Şekil 4.13	Konveks, konkav ve düz sınırlardaki $\Delta\sigma_2$ artım değerleri.....	83
Şekil 4.14	$S_2$ üzerine tertip edilmiş $\sigma_2$ asal gerilme eğrisinin eğimi.....	83
Şekil 4.15	Enine kesitten simetrik ortasında delik bulunan ve aksenal çekmeye maruz bir levhada kübik noktalar.....	84
Şekil 4.16	Kübik nokta üzerinde, $\sigma_1$ eğrisine ve $(\sigma_1 - \sigma_2)$ eğrisine çizilen teğetlerin gösterimi.....	85
Şekil 4.17	$\sigma_1$ eğrisine B noktasından çizilen teğetin tayini. ....	86
Şekil 4.18	Yeterli yaklaşımla $\sigma_2$ eğrisinin max. değerinin tayini. ....	87
Şekil 6.1	P ve N arasındaki bağıntı.....	94
Şekil 6.2	Aksenal çekme kuvvetine maruz ortasında dairesel delik bulunan levha.....	95
Şekil 6.3	Tam ve yarım mertebe izokromatları .....	96
Şekil 6.4	İzoklinler.....	96
Şekil 6.5	Deneyin gerilme eğrileri .....	97
Şekil 6.6	Elastisite teorisindeki $2R/D$ oranları için (k) gerilme yığılması faktörü eğrisi ...	101
Şekil 6.7	Delikli levha.....	102
Şekil 6.8	Muhtelif $2R/D$ oranına sahip delikli levhalardaki izokromatlar.....	103
Şekil 6.9	Muhtelif $2R/D$ oranları için (k) değerleri eğrisi .....	105
Şekil 6.10	Ekzantrik delikli levha.....	105
Şekil 6.11	Ekzantrik delikli levhalardaki izokromatlar .....	106
Şekil 6.12	Muhtelif $e/(D/2)$ değerleri için k değerleri eğrisi .....	107
Şekil 6.13	Çentikli levha.....	108
Şekil 6.14	Çentikli levhadaki izokromatlar .....	109
Şekil 6.15	Çentikli levhadaki izoklinler.....	110
Şekil 6.16	Deneyin gerilme eğrileri .....	111
Şekil 6.17	Muhtelif ebatlardaki çentikli levha.....	112
Şekil 6.18	Muhtelif ebatlardaki çentikli levhaların izokromatları.....	113

Şekil 6.19	Muhtelif $2R/D$ oranlarına göre $(k)$ değerleri eğrisi.....	114
Şekil 6.20	Çentikli levha.....	115
Şekil 6.21	Muhtelif $d/2R$ oranlarına göre $(k)$ değerleri eğrisi .....	116
Şekil 6.22	Derin çentikli levha.....	117
Şekil 6.23	Deney 2 ve deney 3'e ait izokromatlar .....	118
Şekil 6.24	Muhtelif $2t/D$ oranlarına göre $(k)$ değerleri eğrisi .....	119



## ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 1. Dairesel polariskoptaki optik elemanların düzenlenmesi.....	19
Çizelge 2. Fotoelastik model malzemelerine ait optik ve mekanik özellikler.....	89
Çizelge 3. (f) fotoelastisite katsayısının değerleri.....	94
Çizelge 4. (k) gerilme yığılması faktörünün değerleri.....	104
Çizelge 5. (k) gerilme yığılması faktörünün tayini.....	107
Çizelge 6. (k) gerilme yığılması faktörlerinin tayini.....	114
Çizelge 7. Dar kısımdaki ortalama gerilmelere göre (k) gerilme yığılması faktörleri.....	115
Çizelge 8. (k) gerilme yığılması faktörleri.....	118

## **ÖNSÖZ**

Bu teze başladığım andan itibaren yardım ve ilgisini esirgemeyen, bana her konuda destek veren değerli hocalarım Sn. Prof. Sinan Çağdaş'a ve Sn. Yrd. Doç. Dr. Zafer Kütüğ'e saygılarımı ve teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.



## ÖZET

Elastisite problemlerinin çözümü üç grupta tanımlanabilir. Teorik çözümler, yaklaşık çözümler ve deneysel çözümler. Deneysel bir yöntem olan fotoelastisiteden elde edilen verilerle asal gerilme farkları ve asal gerilme doğrultularına ait bilgiler elde edilmektedir. Asal gerilmeleri veya gerilme bileşenlerini elde etmek için ek deneylerin yapılması veya asal gerilmelerin toplamını çözüm bölgesinde elde edilmesi gerekmektedir. Ayırma yöntemleri dediğimiz işlemleri uygulayarak gerilme bileşenlerini tek tek elde edebiliriz.

Bu çalışmanın giriş bölümünde fotoelastisitede incelenen problem açıklanmış ve devamında ışığın vektörel karakteri, polarize ışık ile polarizörler, dalga plakları, polariskop ve çeşitleri üzerinde durulmuştur.

İkinci bölümde fotoelastisite teorisi açıklanmış ve polariskopta yüklenmiş modelin incelenmesi yapılmıştır.

Üçüncü bölümde fotoelastisite deneylerinden elde edilen izoklin ve izokromat verilerinin analizi yapılmıştır. İzoklinlerin ve izokromatların özellikleri hakkında çeşitli bilgiler verilmiştir.

Asal gerilmelerin ayrı ayrı bulunmasında kullanılan ayırma yöntemleri bu çalışmanın dördüncü bölümünde açıklanmış ve bu yöntemler hakkında bilgi verilmiştir.

Beşinci bölümde fotoelastisitede kullanılan model malzemesinin özellikleri hakkında bilgi verilmiş ve model kanunları açıklanmıştır.

Çalışmanın son bölümünde ise, fotoelastisite teorisi yöntemiyle deneysel olarak incelenmiş delikli ve çentikli levha problemlerinin sonuçları, elastisite teorisinden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Fotoelastisite, elastisite, asal gerilmeler, polarize ışık, polarizör, dalga plağı, polariskop, izoklinler, izokromatlar.

## **ABSTRACT**

The solution of the elasticity problems can be described in three groups, namely, theoretical solutions, approximate solutions and the experimental solutions. One of the experimental solutions method is photoelasticity by which the data for principal stress directions and differences are obtained by isoclinic and isochromatic fringe patterns, respectively. In order to find the principal stresses or the elements of the stress tensor, a new experiment is necessary. An alternative way is possible by having the sum of the principal stresses in the solution zone. The way for obtaining elements of the stress tensor is called the separation method.

In the introduction part of this study, the problem that was observed at photoelasticity is clarified and after that, vectorial character of light, polarized light, linear polarizers and wave plates are described. Also polariscope and its different kinds are explained.

In the second part of this study, theory of photoelasticity is described and effects of a stressed model in a polariscope are observed.

In the third part, the data that was gathered from photoelasticity experiments is analysed and the specifications of isoclinics and isochromatic fringe patterns are explained.

Separation methods that are used to obtain elements of the stress tensor are described and some informations are given on these methods in the fourth part of this study.

The fifth part of the study is about the characteristics of the model material that is used in photoelasticity experiments. At the end, the model laws are explained.

In the last part of this thesis, hole and notch problems in plate were analysed both with photoelasticity theory and elasticity theory and the results of these two methods were compared.

**Keywords:** Photoelasticity, elasticity, principal stresses, polarized light, polarizers, wave plates, polariscope, isoclinics, isochromatic fringe patterns.

## 1. FOTOELASTİSİTE İLE İLGİLİ İLK BİLGİLER

### 1.1 GİRİŞ

Mukavemet teorileri esas itibariyle Elastisite Teorilerine dayanır. Elastisite teorisi, levhalarda ve hacimsel elemanlarda gerilme veya şekil değiştirme analizini matematiksel olarak yapar. Elastisite teorisindeki diferansiyel denklemlerin integralini almak, basit hallerde bile oldukça zor bir iştir. Hatta bazı hallerde bu denklemlerin integrasyonu mümkün değildir.

Bu sebeple, mukavemet problemlerinin çözümü için bazı hipotezler koymak gerekir. Bu kabul edilmiş hipotezlerin, gerçeğe ne derece uyduğunu kontrol etmek ve hangi sınırlara kadar bu hipotezlerin geçerli olduğunu incelemek gerekir.

Ayrıca, komplike bir konstrüksiyonun inşasına geçilmeden önce, araştırma yapılarak ona uygun bir form verilmesiyle gerilme yığılmaları önlenabilir ve gerilmelerin sıfır olduğu yerlerden malzeme çıkartılarak, konstrüksiyonun hafif olması sağlanabilir. Böylece ekonomi ve emniyet faktörlerine tam olarak uyulmuş olur.

İşte yukarıda izah edilen zorunluluklar deneysel metodların önem kazanmasına sebep olmuştur. Bu amaç ile zamanımıza kadar birçok deneysel metodlar geliştirilmiştir. Örnek olarak: Beggs Deformatörü, Strain Gage, Stress Coat, Fotoelastisite verilebilir. Bunlar içinde en popüler olan Fotoelastisitede şu yol takip edilir:

Önce inşa edilecek konstrüksiyonun, şeffaf malzemeden (polyester, araldit gibi) bir modeli yapılır. Bu modelin, konstrüksiyon ile aynı biçimde olması ve benzerlik kanunlarına uyması gerekir. Model, konstrüksiyonun maruz kalacağı yüklere uygun ve model kanunlarına uyan kuvvetlere maruz bırakılır. Böylece yüklenmiş model, bir fotoelastisite cihazı içine koyulup incelenirse:

- Modelin bütün sahası üzerinde gerilme dağılımını görmek,
- Model üzerinde herhangi bir noktada gerilmelerin doğrultularını ve şiddetlerini bulmak mümkün olur.

## 1.2 Işık ile İlgili Kavramlar

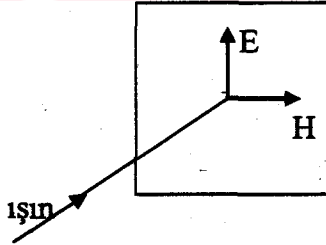
Fotoelastisitenin en önemli unsurlarından biri ışıktır. Bu sebeple fotoelastisite teorisine geçmeden önce ışık hakkında ön bilgiler vermek gerekir.

### 1.2.1 Işığın Davranışı

Fotoelastisitenin temel elemanlarından biri olan ışık için sistematik ilk teori Newton tarafından 1660 yılında verildi. Corpuscular teori adını alan bu teori, son derece küçük parçacıklardan oluşan ışığın her yönde doğrusal çizgi boyunca yayıldığını iddia eder. Bu teori ışığın yansıma ve kırılmasını izah etmeye yeterlidir. Fakat ışığın polarizasyonunu izah edemez.

Daha sonra Huygens 1678 de ışığın dalga hareketi olduğunu, bir noktadan yayılan dalganın eriştiği her noktanın yeni bir dalga kaynakları olduğunu ileri sürmüştü.

1856 yılında Maxwell tarafından geliştirilen Elektro-manyetik Teori'nin temel denklemleri ile ışığın fotoelastisitedeki etkisi açıklanmıştır. Bu teoriye göre, ışık elektro-manyetik dalgaların titreşiminden ibarettir. Bir elektro-manyetik alanda, bir elektrik alanı ve bir mıknatis alanı gözönüne alınır. Bu iki alanın birer vektör ile gösterilmesi mümkündür. Bu iki vektör ışın doğrultusuna dik bir düzlem içerisinde olup, birbirlerine diktir. Şekil 1.1 de: (E) elektrik alanını, (H) mıknatis alanını göstermektedir, (Born, 1959).



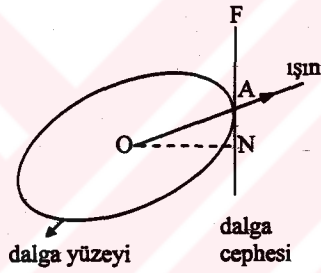
Şekil 1.1 Işık vektörü.

Elektro-manyetik teoriye göre, ışık hareketi belirli bir zamanda şiddet ve yön itibarıyla bir vektörle gösterilebilecektir. Bu vektöre "ışık vektörü" denilecektir. Yukarıda izah edilen (E) ve (H) vektörlerinden biri, ışık vektörü olarak kabul edilebilir.

### 1.2.2 Işığın Yayılma Şekli

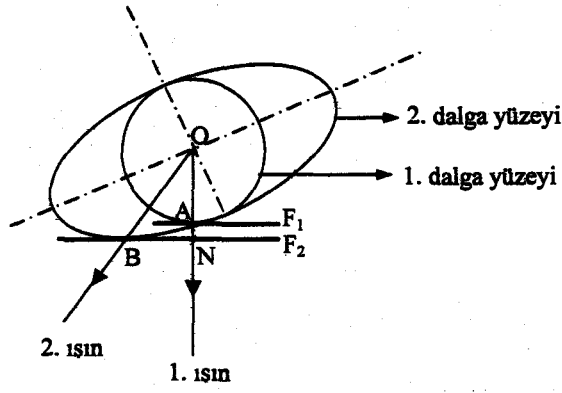
Herhangi bir ışık kaynağından çıkan ışınlar her istikamette yayılır. Işığın homojen bir ortamda yayılma hızı sabittir. Fakat bir ortamdan başka bir ortama geçildiğinde, bu hız değişir. Işığın havadaki yayılma hızı:  $v = 300000$  km/sn dir. Işığın herhangi bir (i) ortamındaki hızı ( $v_i$ ) ise:  $n = v/v_i$  oranına (i) ortamına ait "kırılma indisi" denir. Işığın havadaki hızı, diğer ortamlardaki yayılma hızından daha büyük olduğundan, (n) kırılma indisi birden büyüktür.

Şekil 1.2 de görüldüğü gibi O noktasında bir ışık kaynağı düşünelim. Işık O noktasından her istikamette yayılır.  $t=0$  anında, O noktasından çıkan ışınların bir (t) anında, ulaştıkları noktaların geometrik yeri bir yüzeydir. Bu yüzeye (t) anına ait "dalga yüzeyi" denir. Dalga yüzeyi üzerinde bir (A) noktasından bu yüzeye çizilen (F) teğet düzlemine "dalga cephesi", OA doğrusuna "ışık ışını" ve O noktasından bu dalga cephesine indirilen dik doğruya "dalga normali" denir.  $ON/t$  dalga cephesinin ilerleme hızıdır.



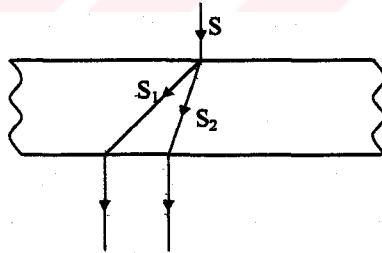
Şekil 1.2 Dalga yüzeyi ve dalga cephesi.

Işığın yayıldığı ortam homojen ve izotrop bir ortam ise, dalga hızı her istikamette aynı olacağından dalga yüzeyi bir küreden ibaret olur. Işığın yayıldığı ortam kuvars, mika gibi bir anizotropik ortam ise, bir dalga yüzeyi yerine, Şekil 1.3 de görüldüğü gibi, birbirinden farklı iki dalga yüzeyi meydana gelir. Bir anizotropik ortamda O ışık kaynağından çıkan ışın dalgaları bir (t) zamanı sonunda, biri küresel diğeri elipsoid olan iki dalga yüzeyi meydana getireceklerdir.



Şekil 1.3 Anizotropik ortamda bir ışık kaynağından çıkan ışın dalgaları.

Küresel dalga yüzeyinin A noktasındaki teğet düzlemi ( $F_1$ ), birinci dalga yüzeyinin dalga cephesi ve O noktasından bu düzleme indirilen ON dikisi ise dalga normali olacaktır. Bu dalga düzlemine ait ışık ışını (1. ışın), dalga normali ile çıkacaktır. Elipsoid dalga yüzeyinin B noktasındaki teğet düzlemi ( $F_2$ ) ikinci dalga yüzeyine ait dalga cephesi ve OB doğrusunda bu dalga düzlemine ait ışık ışını (2. ışın) olacaktır. Birinci dalga cephesinin hızı  $OA/t$ , ikinci dalga cephesinin hızı  $ON/t$  olacaktır. Bu suretle meydana gelen iki dalga cephesinin hızları birbirinden farklıdır. Böylece, bir anizotropik ortama giren bir (S) ışını, Şekil 1.4 te görüldüğü gibi, ( $S_1$ ) ve ( $S_2$ ) gibi iki ışına ayrılır. Bu iki ışının hızları, dolayısıyla ( $n$ ) kırılma indisleri birbirinden farklıdır. Bu olaya “çift kırılma” denir.



Şekil 1.4 Anizotropik ortama giren bir ışının çift kırılması.

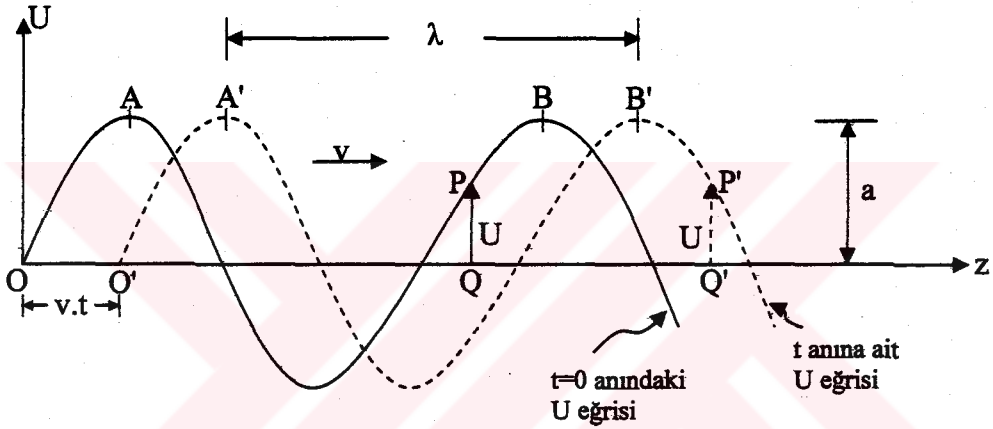
### 1.2.3 Işığın Dalga Hareketleri ve Denklemleri

Elektro-manyetik teoride ışık hareketinin, her istikamette yayılan elektromanyetik dalgaların titreşimlerinden ibaret olduğunu söylemiştik. Bu titreşim hareketi tıpkı, su içine atılan bir taş parçasının meydana getirdiği dalga hareketine benzer. Taşın atıldığı nokta merkez olmak üzere her istikamette yayılan dalgaların en önemli özelliği, bu dalgaların yayılma istikametine dik yönlerde titreşim yaptırmasıdır. Bu hareketin diğer bir özelliği, enerjinin komşu zerrelere

iletildiği ve bu zerrelere aynı hareketi yaptıdır. Dolayısıyla dalga formunda bir değişme olmaz.

Işık hareketide aynen bu harekete benzer. Bir ışık kaynağından çıkan ışık, çok sayıda çapraz dalgaların birleşimi olarak düşünülebilir.

Şimdi bu hareketi inceleyelim. Kartezyen koordinat takımındaki bir Q noktasında, herhangi bir (t) anında ışık vektörü büyüklüğünü (U) ile ve yayılma eksenini boyunca pozisyonunu (z) ile gösterelim. Oz eksenini üzerinde muhtelif Q noktalarından, bu eksenine çizilen dikler üzerinde, QP=U olarak ışık vektörlerinin şiddetleri alınır, bir eğri elde edilir. Bu eğriye (t) anına ait dalga şekli denir. Bu hareket Şekil 1.5 te gösterilmektedir.



Şekil 1.5 Işığın yayılma eksenini boyunca ilerlemesi.

Havada (v) hızıyla yayılan dalganın  $t=0$  anındaki denklemi:  $U=f(z)$  kabul edilirse, herhangi bir (t) anında dalga şekli (v.t) kadar ilerlemiş olacağından, dalga şeklinin denklemi:  $U=f(z-v.t)$  şeklinde olur. Maddi ortamlar içinde dalga şekli bir sinüs eğrisiyle verilir. Şu halde:

$$U = a \cdot \sin \phi \quad (1.1)$$

şeklinde yazılır. Yayılma esnasında dalga şeklini değiştirmeden, ( $\phi$ ) açısının:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(z-v.t)+e \quad (1.2)$$

şeklinde ifade edilebileceği görülür. Burada:

$\phi$  : yayılmanın fazı

$\lambda$  : dalga boyu

$v$  : ışığın yayılma hızı

$a$  : genlik

$e$  : başlangıç şartlarına bağlı bir sabit

(1.2) denkleminde başlangıç şartlarını  $e=0$  olacak şekilde seçersek ve (1.1) denkleminde yerine koyarsak , maddi bir ortamda yayılan dalganın denklemi (Born, 1959):

$$U = a \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z - v \cdot t) \quad (1.3)$$

Işık vektörünün sinüzoidal eğrisi üzerinde, A ve B noktaları gibi eşlenik iki nokta arasındaki ( $\lambda$ ) uzaklığına “dalga boyu” denir. Bu ( $\lambda$ ) dalga boyunu katetmek için gerekli (T) zamanı “periyot” olarak tarif edilir. Şu halde:

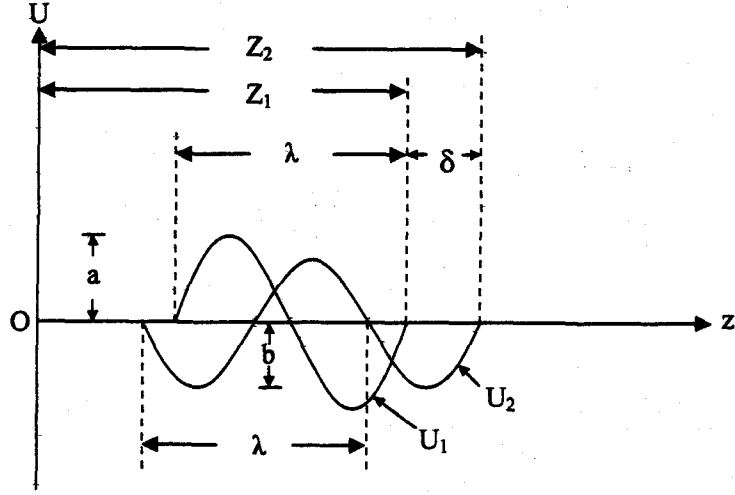
$$T = \frac{\lambda}{v} \quad (1.4)$$

olur. Işık vektörünün frekansı, saniyedeki titreşim sayısıdır. Diğer bir deyişle frekans, periyodun tersidir. Frekansı (F) ile gösterirsek:

$$F = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} \quad (1.5)$$

Dalga teorisine göre renk özelliği, dalga kompartımanının frekansından ileri gelir. Her farklı frekans, farklı bir renk doğurur. Deneysel olarak gösterilmiştir ki ışığın dalga boyu ve hızı, ışığın yol aldığı ortama bağlıdır. Fakat frekans, ortamdan ortama değişmez. Her ortam için sabit bir değerdedir. Böylece, ışık rengi, bir ortamdan başka bir ortama geçildiğinde değişmez. Bu sebeple renk, dalga uzunluğundan daha çok, frekansın bir fonksiyonudur. Göz tarafından görülebilen tayftaki renklerin dalga boyları şöyledir: Mor 4000 Å°, Mavi 4500 Å°, Yeşil 5200 Å°, Sarı 5700 Å°, Kırmızı 6500 Å°. Dalga boyu birimi Angstrom'dur, ve (Å°) sembolü ile gösterilir. Bir Angstrom,  $10^{-8}$  cm.dir. Bir dalga boyunda veya frekansında olan ışığa “monokromatik (tek renk) ışık” denir. Beyaz ışık, tayfta görülen renklerin karışmasının neticesinde meydana gelir.

Lineer ve açısal faz farkı:



Şekil 1.6 İki dalga arasındaki lineer faz farkı.

Şekil 1.6 da görüldüğü gibi, genlikleri (a) ve (b) olsun ve aynı dalga uzunluğuna sahip, iki dalga düşünelim. Herhangi bir anda (z) koordinatları arasındaki fark, “lineer faz farkı” olarak tarif edilir. Bu tarife göre lineer faz farkı:

$$\delta = z_2 - z_1 \quad \text{olur (Born, 1959).}$$

$$U_1 = a \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z_1 - v \cdot t) = a \cdot \sin \varphi_1$$

$$U_2 = b \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z_2 - v \cdot t) = b \cdot \sin \varphi_2$$

alırsak, “açısal faz farkı” olan ( $\Delta$ ) yı:

$$\Delta = \varphi_1 - \varphi_2 \quad \text{olarak tarif ederiz.}$$

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (z_1 - v \cdot t) - \frac{2\pi}{\lambda} (z_2 - v \cdot t) = \frac{2\pi}{\lambda} (z_1 - z_2) \quad \text{olarak bulunur.}$$

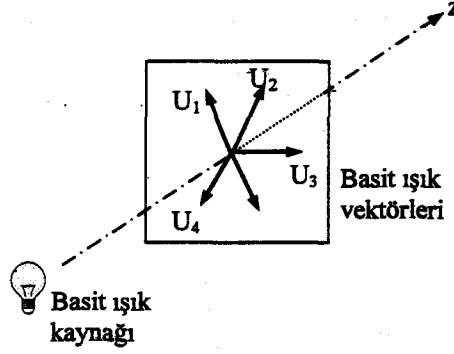
$z_1 - z_2 = \delta$  olduğundan, ( $\Delta$ ) açısal faz farkı:

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta \quad (1.6)$$

bulunur. (1.6) bağıntısı lineer faz farkı ile açısal faz farkı arasındaki bağıntıyı göstermektedir.

### 1.2.4 Işığın Polarizasyonu, Polarize Işık

Herhangi bir lambadan çıkan basit ışıkta, ışık vektörü hiçbir şekilde sınırlandırılmamıştır ve ilerleme doğrultusuna dik yönlere çok sayıda elektromanyetik dalgaların titreşimlerinden ibarettir (Şekil 1.7). Böylece basit ışıkta, ışık vektörünün yönü, muhtelif noktalarda,  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ , .... $U_n$  gibi başka başka olacaktır.



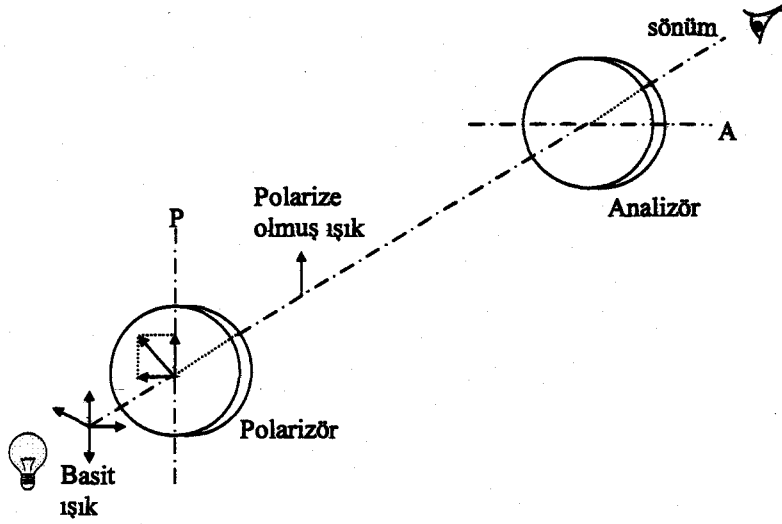
Şekil 1.7 Basit ışığın yayılması.

Özel olarak, bu ışık vektörlerinin daima bir istikamete paralel olması sağlanırsa bu olaya “polarizasyon”, bu durumdan elde edilen ışığa da “polarize ışık” denir.

Polarize ışık elde etmek için birçok metodlar denenmiştir. Örnek olarak  $57^\circ$  açı ile gelen ışığın yansıma yolu ile polarizasyonu, Nicol prizmaları, Clan-Thomson prizmaları, Ahrens prizmalarını kullanarak ışığın polarizasyonunu gösterebiliriz. Bu yollardan polarize ışık elde etmek, hem zor hemde bu prizmaların büyük olmaları sebebiyle pratik değildi. Daha sonraları, “polaroid filitre” lerin kullanılması polarize ışık elde etmeyi oldukça pratik bir hale getirdi. Polaroid filitreler, bir doğrultuda ışığı geçirme ve diğer doğrultuda ise ışığı emme (absorbe etme) özelliğine sahip kristal plaklardır. Böyle bir polaroid filitre, bir basit ışık kaynağı önüne koyulursa, ışık vektörlerinin sadece polaroid filitrelerin optik eksenine paralel olan bileşenleri, filitreden geçecek, diğer bileşenleri ise absorbe edilmiş olacaktır. Böylece organize edilmiş ışığa, titreşimlerin daima bir düzlemde olması sebebiyle, “düzlem polarize” veya “lineer polarize ışık” denir.

Şayet diğer bir polaroid filitre ışığın yolu üzerine koyulursa ve bu filitrenin arkasından bakılırsa, ışığın tam bir sönümü ancak, birinci filitrenin (P) polarize ekseninin, ikinci filitrenin (A) polarize eksenine dik olduğu zaman elde edilir.

Birinci filitreye “polarizör”, ikinci filitreye ise “analizör” adı verilir (Şekil 1.8).



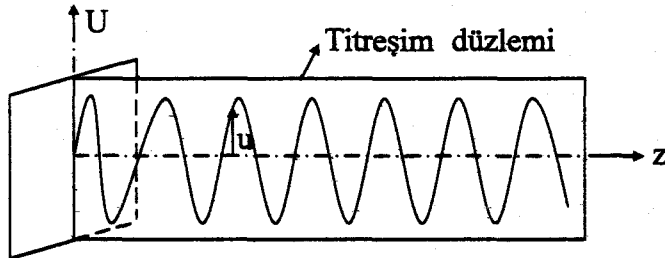
Şekil 1.8 Işığın polarizasyonu ve polarize ışık.

Fotoelastisitede kullanılan üç tip polarize ışık vardır. Bunlar:

1. Düzlem polarize ışık
2. Dairesel polarize ışık
3. Eliptik polarize ışıktır.

#### 1.2.4.1 Düzlem Polarize (Lineer Polarize) Işık

Işık vektörünün titreşiminin bir düzlem içerisinde uygulanmasıyla elde edilir, (Dally, 1978). U ışık vektörü titreşim düzleminde bir sinüs eğrisi çizer (Şekil 1.9).

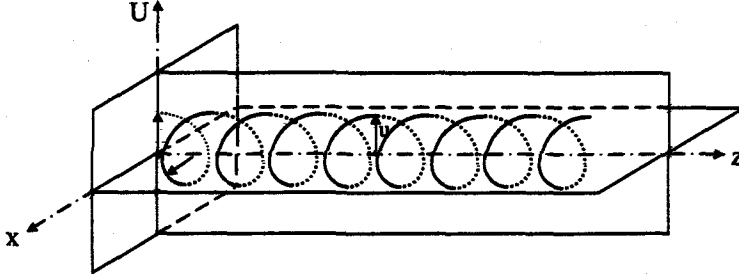


Şekil 1.9 Düzlem polarize ışık.

Bu durumda ışık vektörü daima (Uz) düzleminde titreşim yapacaktır. Bu şekilde ışık vektörünün sadece belirli bir düzlemde titreşimine imkan verilirse düzlem polarize ışık elde edilmiş olur.

### 1.2.4.2 Dairesel Polarize Işık

Işık vektörünün ( $U_z$ ) ve ( $xz$ ) düzlemlerinde titreşim yaparak,  $z$  eksenini boyunca ilerlemesiyle meydana gelir. Bu durumda ışık vektörünün tepesi dairesel bir helis çizer, (Dally, 1978). Yani bu hareket, ( $U_z$ ) ve ( $xz$ ) düzlemlerindeki titreşim hareketi ile,  $z$  eksenini boyunca ilerleme hareketinin kombinasyonundan meydana gelir (Şekil 1.10).



Şekil 1.10 Dairesel polarize ışık.

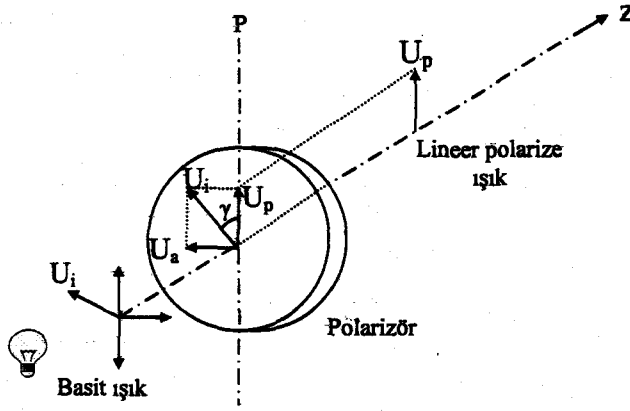
### 1.2.4.3 Eliptik Polarize Işık

Işık vektörünün tepesi,  $z$  eksenini boyunca ilerleyen bir eliptik helis çizer. Aslında eliptik polarize ışık, polarize ışığın genel durumunu gösterir. Düzlem ve dairesel polarize ışık bu durumun özel halleridir. Elipsin büyük ve küçük eksen uzunlukları  $a$  ve  $b$  diye düşünülürse;  $a=0$  olması polarizasyon düzleminin  $yz$  düzlemi olduğu,  $b=0$  olması polarizasyon düzleminin  $xz$  düzlemi olduğu düzlem polarize ışığı tanımlar.  $a=b$  olması ise dairesel polarize ışığa karşılık gelir.

Pratikte, düzlem polarize ışık, düzlem polarizör olarak bilinen bir tek optik eleman vasıtasıyla meydana getirilebilir. Halbuki dairesel ve eliptik polarize ışık elde etmek için, iki optik elemanın kullanılması gereklidir. Şimdi bu elemanlar ayrı ayrı ele alınacaktır.

### 1.2.5 Düzlem Polarizörler (Lineer Polarizörler)

Düzlem polarizörler, ışık vektörü bileşenlerinden polarizörün optik eksenini doğrultusunda olanları geçiren, diğer doğrultudaki bileşenleri ise absorbe eden optik elemanlardır. Bir basit ışık kaynağından çıkan  $\vec{U}_1, \vec{U}_2, \vec{U}_3, \dots, \vec{U}_i$  ışık vektörlerini gözönüne alalım. Bunlardan mesela  $\vec{U}_i$  ışık vektörünün polarizöre geldiğini düşünelim (Şekil 1.11).



Şekil 1.11 Düzlem (lineer) polarizör.

Bu  $\vec{U}_i$  ışık vektörü polarizöre çarptığında iki bileşene ayrılır. Biri polarizörün (P) optik eksenine doğrultusunda  $U_p$  bileşeni, diğeri bu eksene dik  $U_a$  bileşenidir.  $\vec{U}_i$  ışık vektörünün polarizörün optik eksenine ile yaptığı açı  $\gamma$  ise:

$$\begin{aligned} U_a &= U_i \cdot \sin \gamma \\ U_p &= U_i \cdot \cos \gamma \end{aligned} \quad (1.7)$$

olacaktır (Shurcliff, 1962). Diğer taraftan polarizörün z eksenine boyunca bir noktada sabitleştirilmesiyle (1.3) denkleminde  $U_i$  ışık vektörü:

$U_i = a \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} v \cdot t$  şeklinde yazılır. (1.5) denkleminde göre  $F = \frac{v}{\lambda}$  olduğundan:

$$U_i = a \cdot \sin 2\pi Ft = a \cdot \sin \omega t \quad (1.8)$$

şeklinde yazılabilir (Shurcliff, 1962). Burada  $\omega = 2\pi F$  değerine “açısal frekans” denir.  $U_i$  nin (1.8) denklemindeki değeri (1.7) denkleminde yerine koyulursa:

$$\begin{aligned} U_a &= a \cdot \sin \omega t \cdot \sin \gamma \\ U_p &= a \cdot \sin \omega t \cdot \cos \gamma \end{aligned} \quad (1.9)$$

bulunur.

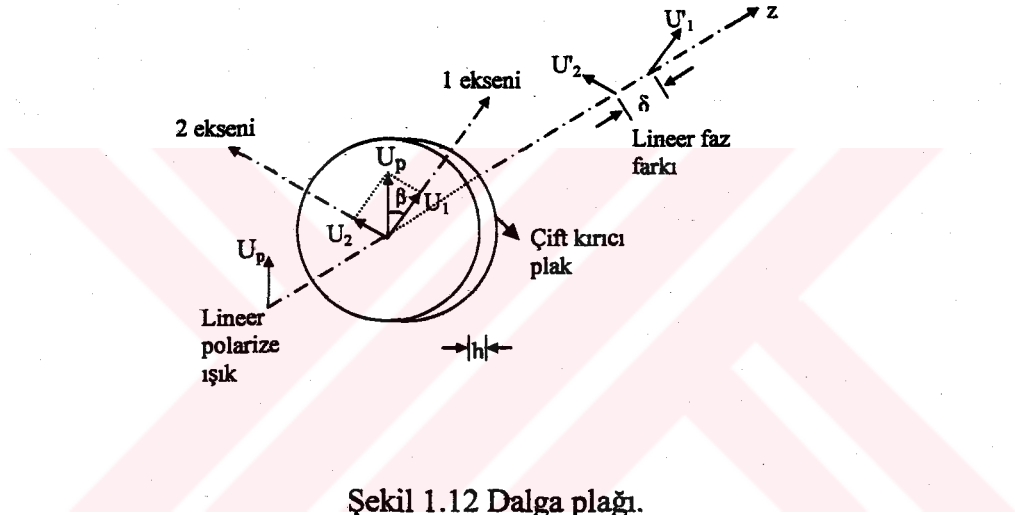
Böylece (1.9) denklemleri ile bulunan  $U_p$  ve  $U_a$  ışık vektörü bileşenlerinden sadece  $U_p$  bileşeni polarizörden geçer,  $U_a$  bileşeni ise absorbe olur.

Düzlem polarizör olarak günümüzde polaroid filtreler, cam ve Nicol prizmalarının yerini almıştır.

### 1.2.6 Dalga Plakları

Bölüm 1.2.2 de kuvars, kalsit v.s gibi anizotropik malzemelerde, gelen bir ışık ışınının iki ışına ayrıldığını görmüş ve bu özelliğe çift kırılma demiştik.

Böyle malzemeler, ışık vektörünü iki dik bileşene ayırmak ve herbir bileşenini farklı hızlarda iletme özelliğine sahiptirler. Bu özelliği gösteren malzemeye “çift kırıcı malzeme” denir. Bu malzemelerde (1) ve (2) ile gösterilmiş iki optik eksen vardır (Şekil 1.12).



Şekil 1.12 Dalga plağı.

Işık (1) eksenine  $v_1$  hızı ile ve (2) eksenine  $v_2$  hızıyla ilerler.  $v_1 > v_2$  olduğundan (1) eksenine hızlı eksen, (2) eksenine yavaş eksen denir. Bu çift kırıcı plağı bir düzlem polarizörün önüne koyalım. Polarizörden çıkan  $U_p$  lineer polarize ışığın, (1) eksenine  $\beta$  açısı yaptığını farzedelim. Bu  $U_p$  ışık vektörü çift kırıcı plağa çarptığında, (1) ve (2) eksenleri boyunca  $U_1$  ve  $U_2$  bileşenlerine ayrılır. Bu bileşenlerin büyüklüğü (Shurcliff, 1962):

$$\begin{aligned} U_1 &= U_p \cdot \cos \beta = a \cdot \sin \omega t \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta \\ U_2 &= U_p \cdot \sin \beta = a \cdot \sin \omega t \cdot \cos \gamma \cdot \sin \beta \end{aligned} \quad (1.10)$$

$a \cdot \cos \gamma = k$  ile gösterirsek, (1.10) denklemleri şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} U_1 &= k \cdot \sin \omega t \cdot \cos \beta \\ U_2 &= k \cdot \sin \omega t \cdot \sin \beta \end{aligned} \quad (1.11)$$

Bu bileşenlerden  $U_1$  bileşeni (1) eksenini boyunca  $v_1$  hızıyla,  $U_2$  bileşeni ise (2) eksenini boyunca  $v_2$  hızıyla ilerler.  $v_1$  ve  $v_2$  birbirinden farklı olduğundan, bu bileşenler plaktan farklı zamanlarda çıkar. Diğer bir deyişle, bir bileşen diğer bileşene göre zaman bakımından geri bırakılır.  $v_1$  hızı  $v_2$  hızından büyük olduğundan  $U_1$  bileşeni plaktan daha önce çıkar. Böylece  $U_1$  ve  $U_2$  bileşenleri arasında bir ( $\delta$ ) lineer geri kalma miktarı meydana gelir (Şekil 1.12). Her iki bileşenin plağı katetmek için gerekli zamanı sırasıyla  $h/v_1$  ve  $h/v_2$  olacağından, bu bileşenler arasındaki relatif geri kalma:

$$\delta = v \cdot \left( \frac{h}{v_1} - \frac{h}{v_2} \right) \quad \text{olacaktır. (Burada } v \text{ ışığın havadaki yayılma hızıdır.)}$$

Bu ifadeyi  $\delta = h \cdot \left( \frac{v}{v_1} - \frac{v}{v_2} \right)$  şeklinde yazarsak ve,

$$n_1 = \frac{v}{v_1} \quad (\text{hızlı eksen boyunca kırılma indisi})$$

$$n_2 = \frac{v}{v_2} \quad (\text{yavaş eksen boyunca kırılma indisi})$$

olduğuna dikkat edersek:

$$\delta = h \cdot (n_1 - n_2) \quad (1.12)$$

bulunur. Lineer ve açılmal faz farkı arasındaki (1.6) bağıntısını gözönüne alırsak:

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta = \frac{2\pi}{\lambda} h \cdot (n_1 - n_2) \quad (1.13)$$

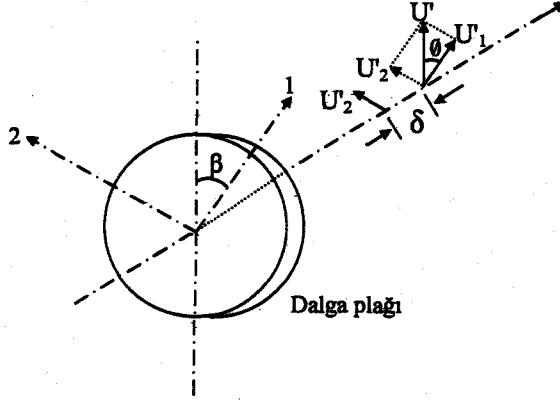
bulunur (Shurcliff, 1962). (1.13) denklemini, bir çift kırıcı plak tarafından meydana getirilen "açılmal faz geri kalmasını" gösterir. Buradan görüldüğü gibi bu faz geri kalması, plağın ( $h$ ) kalınlığına, ışığın  $\lambda$  dalga boyuna, ve  $(n_1 - n_2)$  ile tarif edilen plağın fiziksel özelliklerine bağlıdır.

Çift kırıcı plak,  $\frac{\pi}{2}$  lik bir açılmal faz geri kalması meydana getirecek şekilde dizaynlanırsa, bu

plağı "çeyrek dalga plağı" denir. Bu durumda  $\Delta = \frac{\pi}{2}$  olduğundan (1.13) denkleminde

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta \quad \text{bulunur. Buradan lineer geri kalma miktarı } \delta = \frac{\lambda}{4} \quad \text{olarak elde edilir.}$$

Çift kırıcı plak,  $\pi$  ve  $2\pi$  lik bir faz geri kalması meydana getirecek şekilde dizaynlanırsa, bu plağa “yarım ve tam dalga plağı” denir.



Şekil 1.13 Dalga plağından çıkan ışık vektörü bileşenleri.

Şimdi tekrar plaktan çıkan ışık vektörü bileşenlerini gözönüne alalım (Şekil 1.13). Bu bileşenleri  $U_1$  ve  $U_2$  ile göstereyim. Bu bileşenler arasında  $\Delta$  açısal faz geri kalması meydana geleceğinden, (1.11) denkleminde faydalanarak:

$$\begin{aligned} U_1 &= k \cdot \cos \beta \cdot \sin(\omega t + \Delta) \\ U_2 &= k \cdot \sin \beta \cdot \sin \omega t \end{aligned} \quad (1.14)$$

Bu iki bileşen tarafından meydana getirilen ışık vektörünün büyüklüğü:

$$U = \sqrt{(U_1)^2 + (U_2)^2} = k \cdot \sqrt{\cos^2 \beta \cdot \sin^2(\omega t + \Delta) + \sin^2 \beta \cdot \sin^2 \omega t} \quad (1.15)$$

olarak ifade edilir. Çıkan ışık vektörünün (1) eksenine yaptığı açı (Shurcliff, 1962):

$$\tan \theta = \frac{U_2}{U_1} = \frac{k \cdot \sin \beta \cdot \sin \omega t}{k \cdot \cos \beta \cdot \sin(\omega t + \Delta)} = \tan \beta \cdot \frac{\sin \omega t}{\sin(\omega t + \Delta)} \quad (1.16)$$

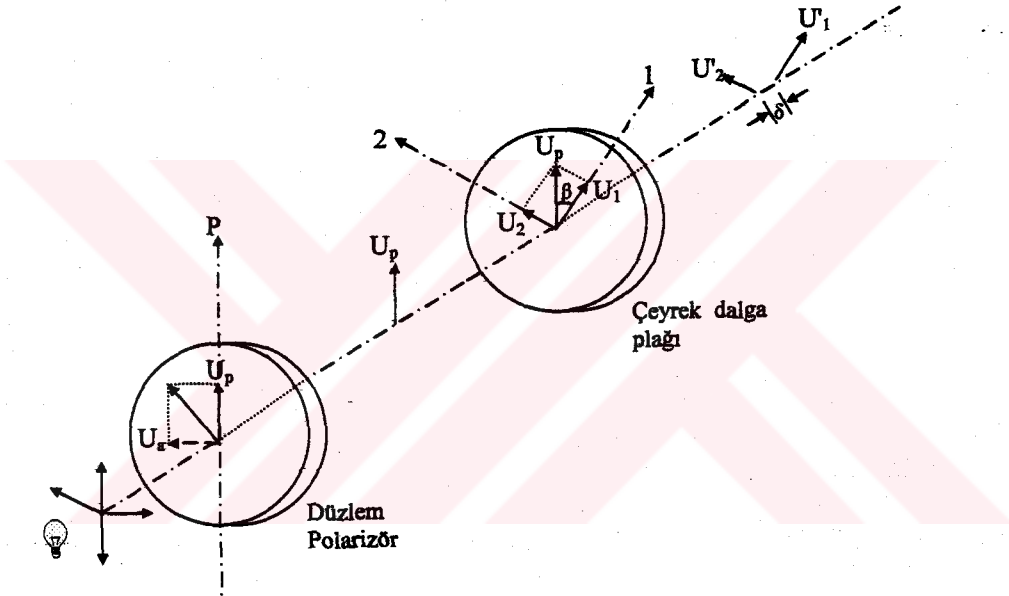
Böylece (1.15) ve (1.16) denklemlerinden görüldüğü gibi, dalga plağından çıkan ışık vektörünün büyüklüğü ve dönme açısı, dalga plağı vasıtasıyla kontrol edilebilir. Kontrol faktörü,  $\Delta$  açısal faz farkı ve  $\beta$  sapma açısıdır.

Fotoelastisite incelemeleri için polariskoplarda kullanılan dalga plakaları, quartz, mika, seleflon tabaka ya da son zamanlarda daha çok kullanılan polivinil alkol tabakaları olabilir.

### 1.2.7 Optik Elemanların Birleştirilmesiyle Işığın İncelenmesi

Yukarıda anlatılan düzlem polarizörler ve dalga plakları polariskopta birlikte yer alırlar. Bu elemanların birlikte olması durumunda ışığın davranışının incelenmesi bu bölümde yapılacaktır.

Işık kaynağından çıkıp düzlem polarizörden ve dalga plağından geçen ışık vektörünün büyüklüğü ve doğrultusu için (1.15) ve (1.16) denklemleri çıkarılmıştı. Bu optik elemanlardan ard arda geçen ışık daima polarize ışıktır. Fakat polarizasyon tipi düzlem, dairesel veya eliptik olabilir. Bu kombinasyonda polarize ışığın tipini tayin eden faktörler,  $\Delta$  açısal faz farkı ile,  $\beta$  sapma açısıdır (Şekil 1.14).



Şekil 1.14 Bir düzlem polarizör ile bir dalga plağının kombinasyonu

#### 1.2.7.1 Düzlem Polarize Işık Elde Edilmesi

$\beta$  açısı sıfıra eşit olursa ve  $\Delta$  açısal faz farkı hiçbir şekilde sınırlandırılmamışsa, bu durumda çıkan ışık vektörünün büyüklüğü ve istikameti (1.15) ve (1.16) denklemlerinden:

$$U' = k \cdot \sin(\omega t + \Delta) \quad (1.17)$$

$$\text{tg} \theta = 0 \rightarrow \theta = 0$$

olarak bulunur.  $\theta = 0$  olması sebebiyle, ışık vektörü dalga plağından geçerken döndürülmez. Bu sebeple ışık, düzlem polarize olarak çıkar. Bu halde dalga plağının fonksiyonu, ışığı  $\Delta$  ya

eşit bir faz farkında geri bırakmasıdır. Aynı neticeler  $\beta=\pi/2$  alınarakta elde edilebilir. Bunun anlamı şudur:

Eğer polarizörün (P) optik eksenini, dalga plağının (1) veya (2) eksenlerinden biri ile çakıştırsa, dalga plağından çıkan ışık, düzlem (lineer) polarize ışıktır.

### 1.2.7.2 Dairesel Polarize Işık Elde Edilmesi

Şayet dalga plağı,  $\Delta= \pi/2$  lik (çeyrek dalga plağı) bir faz farkı meydana getirecek şekilde seçilirse ve  $\beta=\pi/4$  olacak şekilde yerleştirilirse, bu durumda çıkan ışık vektörünün büyüklüğü (1.15) denkleminde:

$$U = k \cdot \sqrt{\cos^2 \frac{\pi}{4} \cdot \sin^2 \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \sin^2 \frac{\pi}{4} \cdot \sin^2 \omega t} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \sqrt{\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \quad (1.18)$$

olarak bulunur.

Böylece (1.18) denkleminde, dalga plağından çıkan ışık vektörünün büyüklüğünün sabit olduğu görülür. (1.16) denklemini kullanırsak:

$$\text{tg} \theta = \text{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\sin \omega t}{\sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} = 1 \cdot \frac{\sin \omega t}{\cos \omega t} = \text{tg} \omega t \quad (1.19)$$

$$\theta = \omega t$$

olarak bulunur. Burada ışık vektörünün dönme açısının zamana bağlı değiştiği görülmektedir. (1.18) ve (1.19) denklemleri, ışık vektörünün z eksenini boyunca ilerlerken bir dairesel helis çizdiğini gösterir.

### 1.2.7.3 Eliptik Polarize Işık Elde Edilmesi

Dalga plağı yerleştirilirken  $\beta$  açısının,  $0$ ,  $\pi/4$ ,  $\pi/2$  veya bunların katlarından farklı olmasına dikkat edilirse ve dalga plağı olarak çeyrek dalga plağı seçilirse ( $\Delta = \pi/2$ ), dalga plağından çıkan ışık eliptik polarize ışıktır. Bu ışık vektörünün büyüklüğü (1.15) denkleminde:

$$U' = k \cdot \sqrt{\cos^2 \beta \cdot \sin^2 \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) + \sin^2 \beta \cdot \sin^2 \omega t} = k \cdot \sqrt{\cos^2 \beta \cdot \cos^2 \omega t + \sin^2 \beta \cdot \sin^2 \omega t} \quad (1.20)$$

olacaktır. Çıkan ışık vektörünün dönme açısı, (1.16) denkleminde:

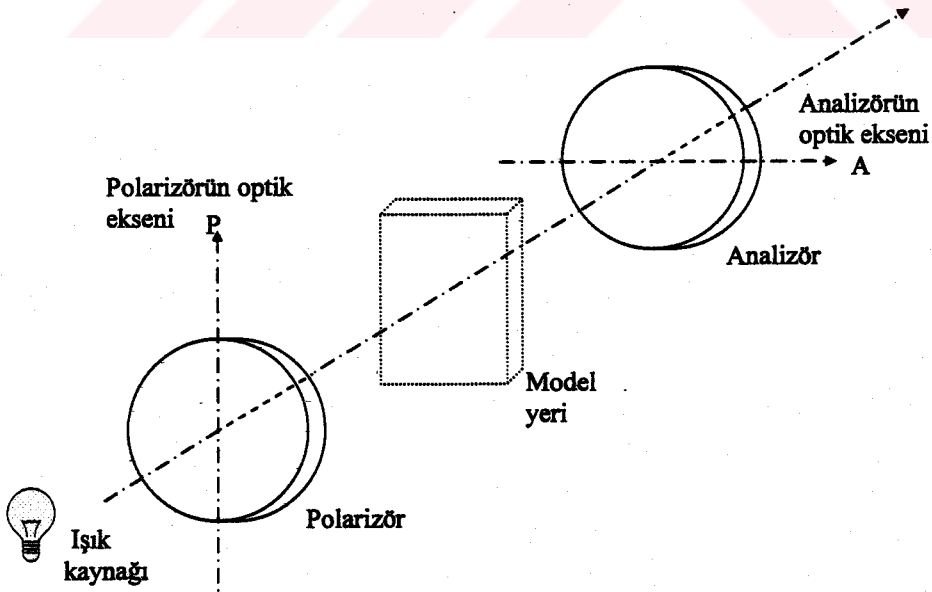
$$\text{tg} \theta = \text{tg} \beta \cdot \frac{\sin \omega t}{\sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)} = \text{tg} \beta \cdot \text{tg} \omega t \quad (1.21)$$

olarak bulunur.

## 1.2.8 Bir Polariskopta Optik Elemanların Aranjmanı

### 1.2.8.1 Düzlem (Lineer) Polariskop

Düzlem polariskop fotoelastisitede kullanılan en basit optik sistemdir. İki lineer polarizör ve bir ışık kaynağından meydana gelmiş olup, Şekil 1.15 deki gibi düzenlenmiştir. Bu düzlem polarizörlerden ışık kaynağı tarafında olanına "polarizör", diğerine ise "analizör" denir.



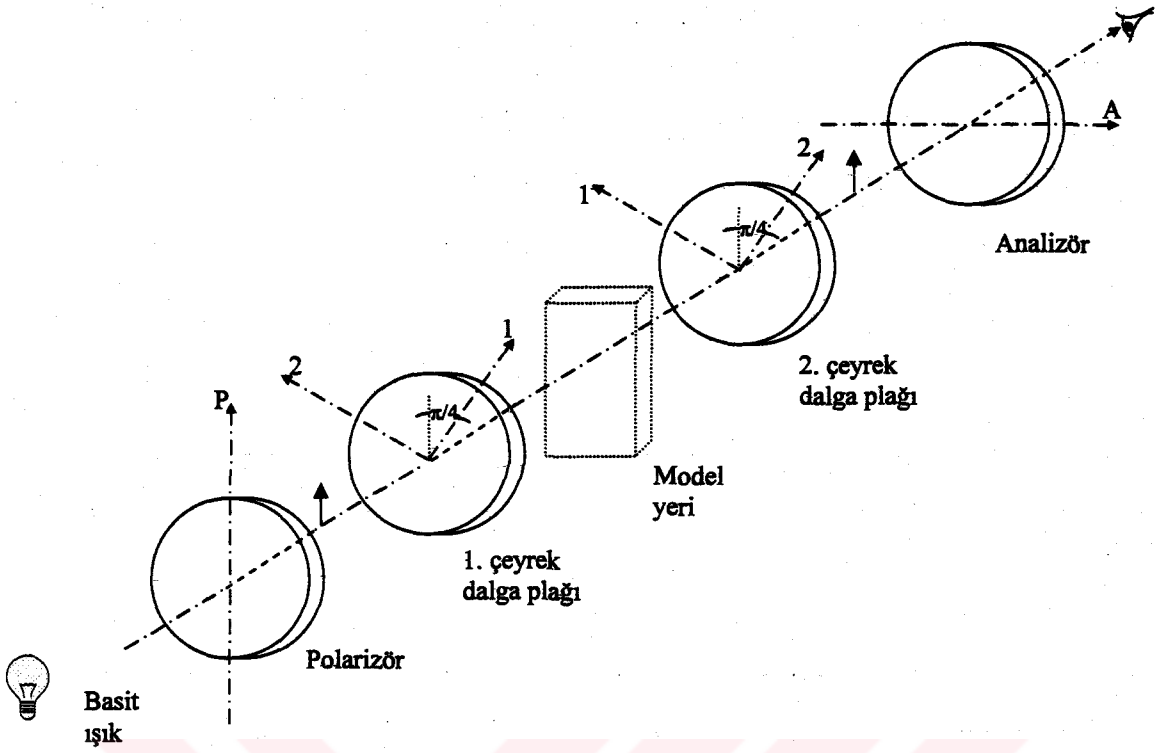
Şekil 1.15 Düzlem (lineer) polariskop.

Düzlem polariskopta genellikle, polarizör ve analizörün optik eksenleri birbirine dik olacak

şekilde düzenlenir. Böylece polarizörün meydana getirdiği lineer polarize ışık, analizörün optik eksenini bu doğrultuya dik olduğundan, analizörden geçemez. Böylece analizörün arkasından bakıldığında karanlık bir saha görülür. Şayet analizörün eksenini polarizörün eksenine paralel olacak şekilde düzenlenirse, bu durumda analizörün arkasından bakıldığında aydınlık bir saha görülür. Fotoelastik model bu iki lineer polarizör arasına yerleştirilir ve analizörün arkasından gözlemlenir.

### 1.2.8.2 Dairesel Polariskop

Dairesel polariskop, daireysel polarize ışığın kullanıldığı bir araçtır. Burada iki lineer polarizörden ve bir ışık kaynağından başka iki tane de daireysel polarize ışığı üreten çeyrek dalga plağı vardır. Şekil 1.16 da bu sistem görülmektedir. Yine ışık kaynağını izleyen ilk eleman polarizördür. Polarizör, ışık kaynağından gelen basit ışığı, lineer polarize ışık şekline çevirir. Polarizörden sonraki ikinci eleman, bir çeyrek dalga plağıdır. Bu çeyrek dalga plağının eksenleri polarizörün eksenleri ile  $\beta=\pi/4$  açısı yapacak şekilde yerleştirilmiştir. Yukarıda incelediğimiz gibi, bu durumda çeyrek dalga plağı, lineer polarize ışığı daireysel polarize ışığa çevirecektir. Bu çeyrek dalga plağı önüne ikinci bir çeyrek dalga plağı yerleştirilir. Yalnız bu ikinci dalga plağının hızlı eksenini, birinci çeyrek dalga plağının yavaş eksenine paralel olacak şekilde düzenlenir. Bu ikinci çeyrek dalga plağının fonksiyonu daireysel polarize ışığı, tekrar lineer polarize ışığa çevirmektir. Son optik eleman analizördür. Bunun optik eksenini polarizörün optik eksenine diktir. Optik elemanların bu aranjmanına "daireysel polariskop" denir ve bu sistemde karanlık saha elde edilir. Bu optik elemanların 4 tip aranjmanı mümkündür. Bu aranjmanlar Çizelge 1 de gösterilmiştir (Jessop, 1948).



Şekil 1.16 Dairesel polariskop.

Çizelge 1. Dairesel polariskoptaki optik elemanların düzenlenmesi.

Aranjman	Çeyrek dalga plakları (Hızlı eksenleri)	Polarizör ve Analizör (Polarizasyon eksenleri)	Saha
A	Birbirine dik	Birbirine dik	Karanlık
B	Birbirine dik	Birbirine paralel	Aydınlık
C	Birbirine paralel	Birbirine dik	Aydınlık
D	Birbirine paralel	Birbirine paralel	Karanlık

Bu aranjmanlardan en çok (A) ve (B) aranjmanları kullanılır. Şekil 1.16 daki durum (A) aranjmanıdır.

## 2. FOTOELASTİSİTE TEORİSİ

### 2.1 Gerilme-Optik Yasası

Fotoelastisite teorisi, 1816 yılında David Brewster'in, izotrop ve saydam bir cisim gerilmeye maruz bırakıldığı zaman geçici olarak çift kırılma özelliği gösterdiğini keşfetmesiyle başlamıştır. 1841 yılında Franz Neumann ilk gerilme-optik arasındaki bağıntıyı açıklamıştır. Neumann teorisini şekil değiştirmeler üzerine kurmuştur. Çift kırılmada meydana gelen iki ışık dalgasının hızlarının, modeldeki asal şekil değiştirmeleriyle orantılı olduğunu kabul etmiştir.

1853 yılında J.C. Maxwell, problemi gerilme açısından ele aldı. Yüklü bir modelde asal gerilmelerin, ışık dalgasının hızlarıyla orantılı olduğunu ortaya koydu. Düzlem elastisitede kullanılmak üzere bu iki teori fotoelastisitenin temeli olmuştur. Fotoelastisitenin bütün uygulamaları gerilme araştırmasına yönelmiştir. Gerilme problemleri ile uğraştığımız içinde Maxwell bağıntıları daha uygun gelmektedir.

Böylece temeli atılmış fotoelastisite teorisi, daha sonraları Wertheim, Mesnager, Coker, Filon, Harris, Opper, Drucker, Frocht, Midlin, Jessep, Kuske, Heteyni tarafından geliştirildi.

Şeffaf ve izotrop malzemedan yapılmış bir fotoelastik model ele alalım. Başlangıçta modelin herhangi bir yüke maruz olmadığını düşünelim. Malzeme izotropik olduğundan, model üzerinde her noktada kırılma indisi aynıdır. Modelin yüksüz durumundaki bu kırılma indisine  $n_0$  diyelim. Şimdi modeli bir yüke maruz bırakalım. Böylece modelde bir düzlem gerilme durumu meydana gelir. Bu gerilme durumu model üzerinde her noktada başka başkadır. Bu sebeple yüklenmiş bir model gerilme bakımından anizotropik bir özellik gösterir.

Bu yüklenmiş modeli bir polariskopta incelersek, optik özellikleri bakımından da modelin özelliğinin değiştiğini görürüz. Bu yüklenmiş model, Bölüm 1.2.6 da incelenmiş olan çift kırıcı malzemenin özelliklerini gösterir. Böylece modelde (1) hızlı ekseni ve (2) yavaş ekseni boyunca kırılma indisleri sırasıyla  $n_1$  ve  $n_2$  olur.

Brewster, yüklenmiş bir modelin çift kırıcı bir malzeme özelliği gösterdiğini ve gerilme doğrultularının, bu çift kırıcı hale gelmiş modelin (1) hızlı ekseni ve (2) yavaş ekseniyle çakıştığını keşfetmiştir.

Maxwell, kırılma indislerindeki bu değişmelerin, modelde meydana gelmiş gerilmelerle lineer orantılı olduğunu ortaya atmış ve aşağıdaki bağıntıları çıkarmıştır (Coker, 1931):

$$\begin{aligned} n_1 - n_0 &= c_1 \cdot \sigma_1 + c_2 \cdot \sigma_2 \\ n_2 - n_0 &= c_1 \cdot \sigma_2 + c_2 \cdot \sigma_1 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Burada:  $n_0$  = yüklenmemiş modelin kırılma indisi

$n_1$  = (1) hızlı eksenini boyunca kırılma indisi

$n_2$  = (2) yavaş eksenini boyunca kırılma indisi

$\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  = sırasıyla (1) ve (2) eksenleri boyunca meydana gelmiş asal gerilmeler

$c_1$  ve  $c_2$  = gerilme-optik sabitleridir.

(2.1) denklemlerinin  $n_0$  indisini yok etmek için birbirinden çıkartılmasıyla:

$$n_1 - n_2 = (c_1 - c_2) \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (2.2)$$

denklemini elde edilir. Yüklenmiş model geçici olarak bir dalga plağı özellikleri gösterdiğinden dolayı, Bölüm 1.2.6 daki 1.13 denkleminde:

$$n_1 - n_2 = \frac{\lambda \Delta}{2\pi h} \quad (2.3)$$

ifadesini buluruz. (2.2) ve (2.3) denklemlerinin sol tarafları eşit olduğundan:

$$(c_1 - c_2) \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{\lambda \Delta}{2\pi h} \quad \text{bulunur. } (c_1 - c_2) = C \text{ ile gösterirsek:}$$

$$C \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{\lambda \Delta}{2\pi h} \quad (2.4)$$

bulunur.

C ye "gerilme-optik sabiti" denir. C nin birimi Brewster'dir. 1 Brewster =  $10^{-13}$  cm<sup>2</sup>/din dir.

Böylece, (2.4) denkleminde görüldüğü gibi, modelde herhangi bir noktadaki asal gerilmeler arasındaki fark, açılmal faz geri kalması  $\Delta$  ve kullanılan ışığın dalga boyu  $\lambda$  ile doğru orantılı, modelin  $h$  kalınlığı ile ters orantılıdır. (2.4) denkleminde:

$$\frac{\Delta}{2\pi} = N \quad (2.5)$$

$$\frac{\lambda}{C} = f \quad (2.6)$$

ile gösterirsek:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f}{h} \cdot N \quad (2.7)$$

fotoelastisitenin temel bağıntısını elde ederiz (Frocht, 1941).

Bu formüldeki N değerine “relatif geri kalma”, f değerine ise malzemenin “fotoelastisite katsayısı” denir. “f” fotoelastisite katsayısının boyutu : kg/cm dir.

Kullanılan modelin C gerilme-optik sabiti bellidir. Bu sabit, fotoelastik malzemeyi imal eden firma tarafından verilmiştir veya deney yoluyla bulunabilir. Kullanılacak ışığın dalga boyu  $\lambda$  değeride bilinen bir değerdir. Bu iki değer belli olduğuna göre malzemenin fotoelastisite katsayısı (2.6) denklemiyle hesaplanabilir (ayrıca bu değere kalibrasyon sabiti de denilir ve kalibrasyon deneyi ile kolaylıkla bulunabilir). Böylece, şayet her noktadaki faz geri kalması  $\Delta$  yı ölçebilirsek, model üzerinde her noktada asal gerilmelerin farkını yani Mohr dairesinin çapını bulmamız mümkün olur.

İşte fotoelastisitenin en önemli cihazı olan polariskop, bu açısal faz geri kalmalarını ölçen bir alettir.

## 2.2 Düzlem Polariskopta Dış Yükler Etkisindeki Modelin Analizi

Geçen bölümde, iki eksenli gerilmeye maruz bir modelin dalga plâğı özelliği gösterdiğini, böylece modelin optik eksenlerinin, asal gerilme eksenleriyle çakıştığını görmüştük. Ayrıca, (2.7) denkleminde göre, modelde her noktada N geri kalma miktarı ölçüldüğü takdirde,  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  asal gerilme farklarının bulunabileceğini de incelemiştik. Bu suretle problem, yüklenmiş modelin optik özelliklerinin tesbit edilmesine indirgenmiş olur. Şimdi bu optik özelliklerin polariskop vasıtasıyla nasıl ölçülebileceğini görelim.

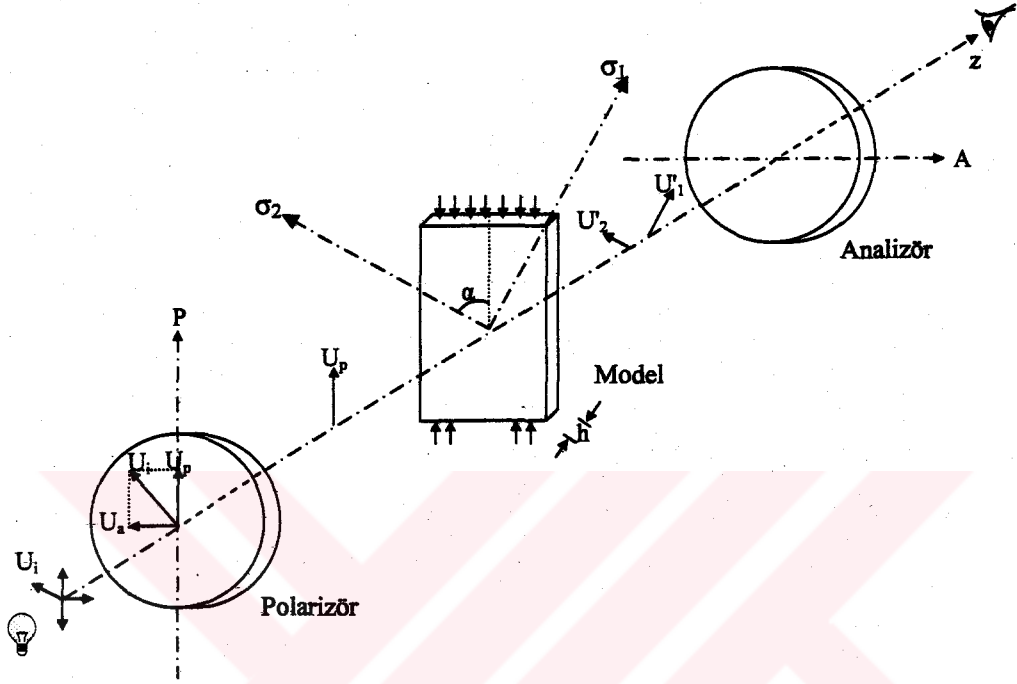
Yüklenmiş modelin polarizörle analizör arasına koyulduğunu düşünelim (Şekil 2.1). Işık kaynağından çıkan basit ışık, polarizörden geçtikten sonra düzlem (lineer) polarize ışık ( $U_p$  ışık vektörü) olarak ilerleyecektir. Polarizörün (P) optik eksenini ile, z yayılma istikametinden geçen düzlem içinde titreşim yapan bu polarize ışığın denkleminin:  $(U_p = k \cdot \sin \omega t)$  şeklinde olduğunu, Bölüm 1.2.5 de görmüştük. Modeldeki asal gerilme doğrultusu, polarizörün optik eksenini ile  $\alpha$  açısı yapar. Bu polarize ışık, modele (Şekil 2.2) de görüldüğü gibi çarptığında,

modelin bir dalga plağı özelliği göstermesi sebebiyle, (1) ve (2) optik eksenleri boyunca  $U_1$  ve  $U_2$  bileşenlerine ayrılır. Bu bileşenlerin büyüklüğü:

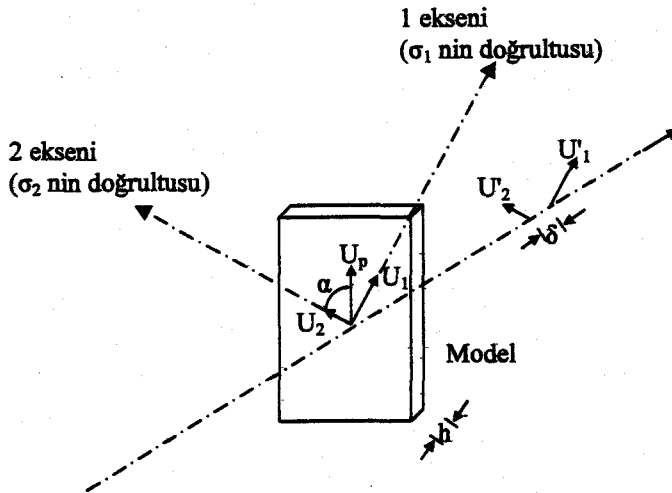
$$U_1 = k \cdot \sin \omega t \cdot \sin \alpha$$

$$U_2 = k \cdot \sin \omega t \cdot \cos \alpha$$

(2.8)



Şekil 2.1 Düzlem polariskoptaki model.



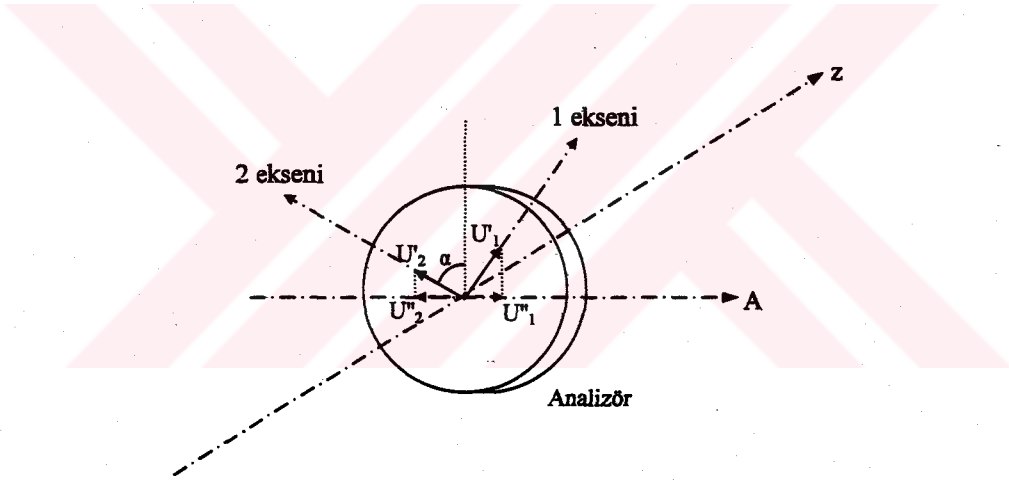
Şekil 2.2 Işık vektörünün modeldeki bileşenleri.

Dalga plağı özelliği sebebiyle, bu iki bileşen modelde farklı hızlarda (1 eksenine boyunca  $v_1$  ve 2 eksenine boyunca  $v_2$  hızı ile) ilerleyecektir.  $v_1$  hızı  $v_2$  hızından büyük olduğundan,  $U_2$  ışık

vektörü bileşeni modelden çıkarken,  $U_1$  ışık bileşenine göre geri kalacaktır. Bu iki bileşen arasındaki  $\Delta$  relatif faz farkının, iki bileşen arasında eşit olarak dağıtıldığını (yani,  $U_1$  bileşenine  $\Delta/2$  eklenmiş,  $U_2$  bileşenine  $\Delta/2$  çıkarılmış) farzederek, modelden çıkan ışık vektörü bileşenlerinin büyüklükleri:

$$\begin{aligned} U_1 &= k \cdot \sin \alpha \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\Delta}{2}\right) \\ U_2 &= k \cdot \cos \alpha \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\Delta}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

olacaktır. Modelden çıkan bu  $U_1$  ve  $U_2$  ışık vektörü bileşenleri, z yayılma eksenini boyunca ilerleyecektir. Bu bileşenler Şekil 2.3 de görüldüğü gibi analizöre girdiğinde, analizörün (A) optik eksenini doğrultusunda  $U''_1$  ve  $U''_2$  yatay bileşenlerine ve buna dik düşey bileşenlere ayrılacaktır. Fakat ışık vektörünün düşey bileşenleri analizör tarafından absorbe edilecek, sadece yatay bileşenleri analizörden geçecektir.



Şekil 2.3 Işık vektörünün analizördeki bileşenleri.

Yüklenmiş model konmadan önce, polarizör ve analizörün optik eksenleri birbirine dik olduğundan, analizörün arkasından bakıldığında karanlık bir saha görülecekti. Halbuki yüklenmiş bir model konduktan sonra, ışık vektörünün yatay bileşenleri sebebiyle aydınlık noktalar görülebilecektir. Analizörden geçen ışık vektörü büyüklüğü (Şekil 2.3 den):

$$U_a = U''_1 - U''_2 = U'_1 \cdot \cos \alpha - U'_2 \cdot \sin \alpha \quad \text{olacaktır. (2.9) denklemlerini yerine koyarsak:}$$

$$\begin{aligned}
U_a &= k \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \left[ \sin\left(\omega t + \frac{\Delta}{2}\right) - \sin\left(\omega t - \frac{\Delta}{2}\right) \right] \\
U_a &= k \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \left[ \sin \omega t \cdot \cos \frac{\Delta}{2} + \cos \omega t \cdot \sin \frac{\Delta}{2} - \sin \omega t \cdot \cos \frac{\Delta}{2} + \cos \omega t \cdot \sin \frac{\Delta}{2} \right] \\
U_a &= k \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \left[ 2 \cdot \cos \omega t \cdot \sin \frac{\Delta}{2} \right] = k \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos \omega t \cdot \sin \frac{\Delta}{2}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Göz tarafından görülen ışığın şiddeti, analizörden çıkan ışık vektörünün büyüklüğünün karesi ile orantılıdır. Bu sebeple, analizörden çıkan ışığın I şiddeti:

$$I = k^2 \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\Delta}{2} \cdot \cos^2 \omega t \tag{2.11}$$

olacaktır.

Şimdi, (2.11) denklemini inceleyelim ve bu büyüklüğün hangi hallerde sıfır (yani  $I=0$ ) olduğunu, dolayısıyla sönüm için gerekli şartları bulmaya çalışalım.

I ışık şiddeti ifadesinde  $k^2$  değeri sıfır olamayacağından, geriye kalan üç parçadan biri sıfır olursa sönüm durumu elde edilir. Bu durumları tek tek inceleyelim:

#### 1. Hal: Frekansın etkisi:

$\cos^2 \omega t = 0$  olması için:  $\omega t = (2m+1) \frac{\pi}{2}$  olmalıdır. (Burada  $m=0,1,2,3,\dots$  gibi tam sayılardır.)

Bu şart sağlandığı takdirde  $I=0$  olur. Fakat ışığın açısal frekansı  $\omega$ , öyle yüksek bir mertebedir ki ( $10^{15}$  rad/sn), gözle veya herhangi bir fotoğraf cihazı ile bu sönümü kaydetmek mümkün değildir. Bu sebeple fotoelastik çalışmalarda bu etki tamamen gözardı edilebilir ve (2.11) denklemini bu durumda tekrar yazılırsa:

$$I = K \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\Delta}{2} \tag{2.12}$$

haline dönüşür.

#### 2. Hal: Asal gerilme doğrultularının etkisi:

(2.12) ifadesinde  $\sin^2 2\alpha = 0$  olması,  $2\alpha = m\pi$  olması halinde olur ve sönüm elde edilir (Burada  $m=0,1,2,3,\dots$  gibi tam sayılardır).  $2\alpha = m\pi$  şartını,  $\alpha = m \frac{\pi}{2}$  şeklinde yazarsak:

$\alpha = 0, \pi/2$ , veya  $\pi/2$  nin herhangi bir katına eşit olduğu zaman sönüm elde edilir. Bunun anlamı

şudur: Model üzerinde herhangi bir noktada  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  asal gerilmelerinin doğrultularından biri, polarizörün veya analizörün optik eksenine çakıştığı zaman bu noktada sönüm elde edilir. Dolayısıyla bu nokta karanlık görülür. Bu inceleme modelin bütünü üzerinde yapılabilir. Böylece analizör belirli açılar kadar döndürülerek, modelde hangi noktalarda sönüm olduğu bulunabilir. Bu sönüm noktalarında, asal gerilme doğrultuları, analizörün veya polarizörün optik eksenine çakışır. Analizörün  $\alpha$  dönme açısı belli olduğuna göre, sönüm elde edilen noktalardaki asal gerilme doğrultularında belli olmuş olur.

Pratikte şöyle bir yol izlenir: Analizör,  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ..... $90^\circ$  gibi onbeşer derecelik açılar kadar döndürülür. Analizörün her döndürülmesinde, modelde nerelerde sönüm olduğu tesbit edilir. Asal gerilme doğrultuları aynı olan noktalarda, bu doğrultularla analizörün optik eksenine çakışınca, aynı anda yalnız bir noktada değil, sürekli çizgiler veya bantlar halinde sönüm olacaktır. Bu tipteki sönüm çizgilerine "izoklin" denilecektir. İzoklinler, asal gerilme doğrultuları aynı olan noktaların geometrik yeridir. Her izoklin üzerinde asal gerilme doğrultusu belli bir değere eşittir.

### 3. Hal: Asal gerilme farklarının etkisi:

(2.12) denkleminde  $\sin^2 \frac{\Delta}{2} = 0$  olduğu zaman  $I=0$  olur ve sönüm elde edilir.

$\sin^2 \frac{\Delta}{2} = 0$  olması için,  $\frac{\Delta}{2} = m\pi$  (burada  $m=0,1,2,\dots$  gibi tam sayılardır) olması gerekir.

Buradan:

$$\frac{\Delta}{2\pi} = m \quad (2.13)$$

bulunur. Diğer taraftan (2.5) ve (2.7) denklemlerinden:

$$\frac{\Delta}{2\pi} = N = \frac{h}{f} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (2.14)$$

olarak bulunur. (2.13) ve (2.14) denklemlerinin sol tarafları eşit olduğundan:

$$N = \frac{h}{f} (\sigma_1 - \sigma_2) = m \quad (2.15)$$

bulunur. Şuhalde:

$$N = \frac{h}{f}(\sigma_1 - \sigma_2) = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (2.16)$$

olması halinde sönüm olacak demektir. Diğer bir deyişle:

$N=0,1,2,3,4,\dots$  şartlarını sağlayan yerlerde siyah çizgiler veya bantlar meydana gelecektir. Bu tipteki sönüm çizgilerine “izokromat” denilir. Her izokromat üzerinde  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  asal gerilmeler farkı, sabit bir değere eşit olacaktır.

Böylece modelin  $h$  kalınlığı,  $f$  fotoelastisite katsayısı belli olduğuna göre ve izokromatlar üzerinde  $N=0,1,2,3,4,\dots$  gibi tam sayılar olacağı için, her izokromat üzerindeki  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  asal gerilmeler farkı hesaplanabilir.

Buradaki  $N=0,1,2,3,4,\dots$  değerlerine “izokromat mertebesi” denilecektir.

Yukarıda iki tip sönüm çizgisi gördük. Bu sönüm çizgilerinin 1. tipi, asal gerilme doğrultularını veren izoklinler, 2. tipi ise asal gerilmelerin farkını veren izokromatlardı. Monokromatik (tek renk) ışıkla çalıştığımız zaman, bu iki tip sönüm çizgileri modelin tümü üzerinde siyah bantlar halinde görüleceğinden, bunları birbirine karıştırmak mümkündür. Halbuki beyaz ışık kaynağı ile çalıştığımızda izokromatlar renkli olarak görülür, bunun yanında izoklinler siyah bantlar halinde gözlenir. Böylece bu çalışma şeklinde, izokromatlarla izoklinleri birbirinden ayırt etmek mümkün olur.

### 2.3 Dairesel Bir Polariskopta Dış Yükler Etkisindeki Modelin Analizi (Karanlık Saha Aranjmanı)

Bölüm 1.2.8.b de incelediğimiz 1 polarizör, 1 analizör ve 2 çeyrek dalga plağından ibaret dairese polariskop içine, yüklenmiş bir model koyulduğunu düşünelim. Bu durumda optik hadise, lineer polariskopta meydana gelen optik olaydan, farklı olacaktır. Bu dairese polariskopta modeli incelersek, model üzerinde sadece izokromatları görürüz. Bu şekilde izokromatlarla izoklinlerin birbirine karışması önlenmiş olur. Bu özelliğinden dolayı dairese polariskop, düzlem polariskoptan daha çok kullanılır. Önce karanlık alan elde edilen düzenlemede modeli inceleyelim.

Bu düzenlemede polarizörün ve analizörün optik eksenleri birbirine dik, ayrıca çeyrek dalga plaklarının asal eksenleri de birbirine dik durumdadır. Yüklenmiş model polariskopa, normal polariskopun  $z$  eksenine karşı gelecek şekilde yerleştirilir (Şekil 2.4).

Bölüm 1.2.6 daki (1.14) denklemlerini gözönüne alırsak, birinci dalga plağından çıkan ışık

vektörü bileşenleri:

$$U'_1 = k \cdot \cos \beta \cdot \sin(\omega t + \Delta)$$

$$U'_2 = k \cdot \sin \beta \cdot \sin \omega t$$

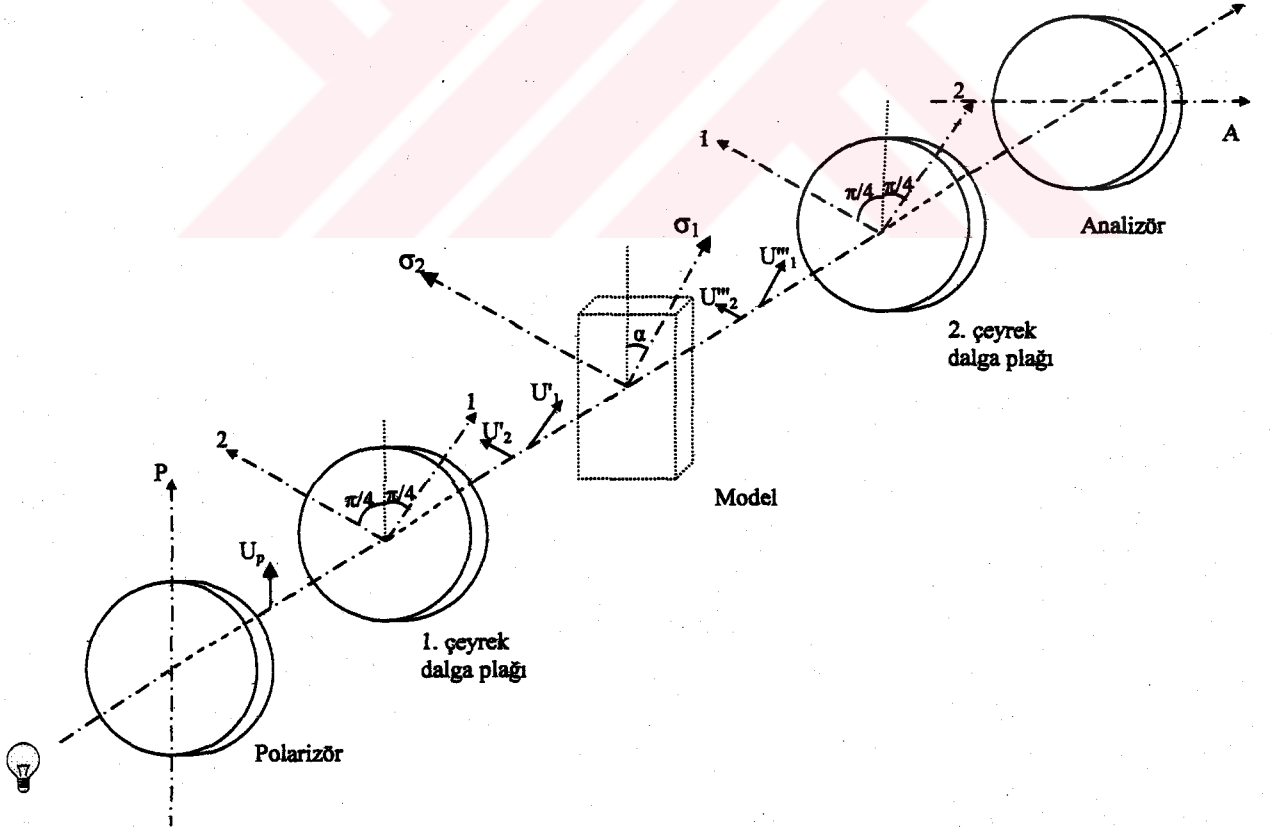
şeklindedir. Diğer taraftan dairesel polariskopta çeyrek dalga plakları:  $\beta = \frac{\pi}{4}$  ve  $\Delta = \frac{\pi}{2}$

olacak şekilde ayarlandığından:

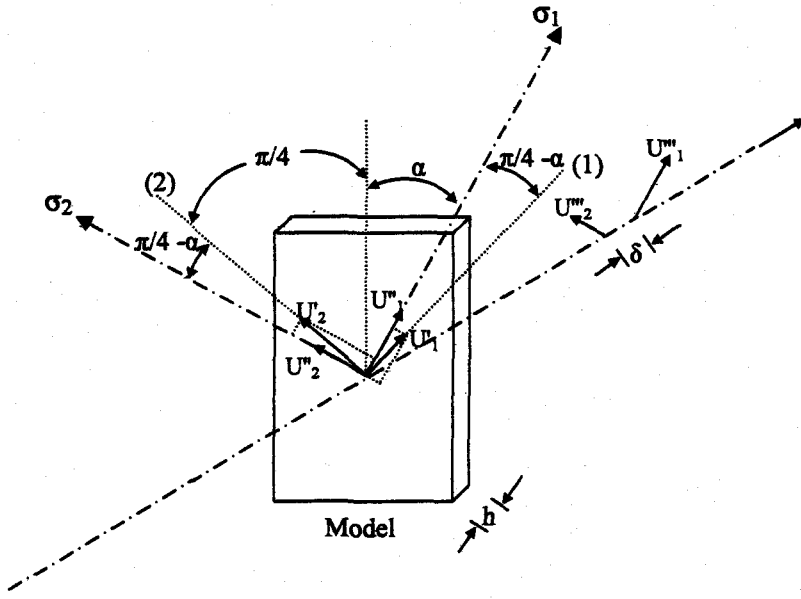
$$U'_1 = k \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \cos \omega t \quad (\text{hızlı eksen boyunca}) \quad (2.17)$$

$$U'_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \sin \omega t \quad (\text{yavaş eksen boyunca})$$

olacaktır. Bu ışık vektörü dairesel polarize ışıktır ve büyüklüğü sabittir. Birinci çeyrek dalga plağından çıkan ışık vektörü bileşenleri modele çarptıkları zaman  $U''_1$  ve  $U''_2$  gibi iki yeni bileşene ayrılır (Şekil 2.5). Bu bileşenler ( $\sigma_1$ ) ve ( $\sigma_2$ ) asal gerilmeler doğrultusunda olan bileşenlerdir.



Şekil 2.4 Dairesel polariskopa yerleştirilen model.



Şekil 2.5 Işığın modelde bileşenlere ayrılması.

Şekil 2.5 den bu bileşenler:

$$U_1'' = U_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + U_2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \quad (2.18)$$

$$U_2'' = U_2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - U_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

olarak bulunur. (2.17) denklemlerini, (2.18) denklemlerinde yerine koyarsak:

$$U_1'' = \frac{\sqrt{2}}{2} k \cdot \cos \omega t \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} k \cdot \sin \omega t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} k \cdot \left[ \cos \omega t \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \sin \omega t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \right] \quad (2.19)$$

$$U_2'' = \frac{\sqrt{2}}{2} k \cdot \sin \omega t \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} k \cdot \cos \omega t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

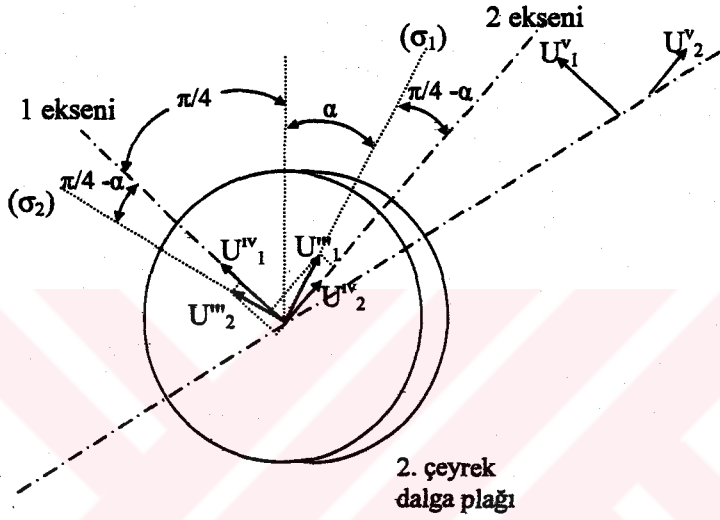
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} k \cdot \left[ \sin \omega t \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \cos \omega t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \right]$$

Yüklenmiş model bir dalga plağı özelliği gösterdiğinden dolayı,  $U_1''$  ve  $U_2''$  ışık vektörü bileşenleri, model içinde farklı hızlarda ilerler ve aralarında bir  $\Delta$  faz geri kalması meydana gelerek modelden dışarı çıkarlar. Şayet bu faz geri kalması  $\Delta$  nın iki ışık vektörü arasında eşit olarak bölündüğünü (yani  $U_1''$  ne  $+\Delta/2$  ve  $U_2''$  ne  $-\Delta/2$  olarak) farzedersenek, modelden çıkan ışık vektörü bileşenleri şöyle olacaktır:

$$U_1^m = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \left[ \cos(\omega t + \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \sin(\omega t + \frac{\Delta}{2}) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) \right]$$

$$U_2^m = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \left[ \sin(\omega t - \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) - \cos(\omega t - \frac{\Delta}{2}) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) \right]$$
(2.20)

Modelden çıkan ışık vektörü bileşenleri  $U_1^m$  ve  $U_2^m$ , ikinci çeyrek dalga plağına çarptıkları zaman, bu dalga plağının (1) ve (2) eksenleri boyunca  $U_1^{iv}$  ve  $U_2^{iv}$  bileşenlerine ayrılır. Şekil 2.6 dan görüldüğü gibi, bu bileşenler:



Şekil 2.6 İkinci çeyrek dalga plağındaki ışık vektörü bileşenleri.

$$U_1^{iv} = U_1^m \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) + U_2^m \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha)$$

$$U_2^{iv} = U_1^m \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) - U_2^m \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)$$
(2.21)

(2.19) denklemlerini (2.20) de yerine koyarsak:

$$U_1^{iv} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \left[ \begin{aligned} &\cos(\omega t + \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \sin(\omega t + \frac{\Delta}{2}) \cdot \sin^2(\frac{\pi}{4} - \alpha) \\ &+ \sin(\omega t - \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos^2(\frac{\pi}{4} - \alpha) - \cos(\omega t - \frac{\Delta}{2}) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) \end{aligned} \right]$$

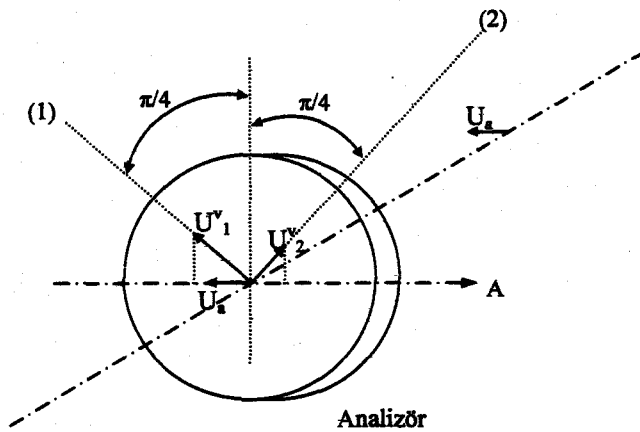
$$U_2^{iv} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \left[ \begin{aligned} &\cos(\omega t + \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos^2(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \sin(\omega t + \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) \\ &- \sin(\omega t - \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \cos(\omega t - \frac{\Delta}{2}) \cdot \sin^2(\frac{\pi}{4} - \alpha) \end{aligned} \right]$$
(2.22)

olarak bulunur. Çeyrek dalga plağına çarptığı zaman  $U^{V_1}$  ve  $U^{V_2}$  bileşenlerine ayrılan ışık vektörü, çeyrek dalga plağı içinde (1) ve (2) eksenleri boyunca farklı hızlarda ilerler. Dolayısıyla bir bileşen diğerine göre faz geri kalmasına maruz kalır. Çeyrek dalga plakları

$\Delta = \frac{\pi}{2}$  faz geri kalması meydana getirecek şekilde dizaynlandığı için, çeyrek dalga plağından çıkan  $U^{V_1}$  ve  $U^{V_2}$  ışık vektörü bileşenleri:

$$\begin{aligned}
 U_1^v &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \left[ \begin{aligned} &\cos(\omega t + \frac{\Delta}{2} + \frac{\pi}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \sin(\omega t + \frac{\Delta}{2} + \frac{\pi}{2}) \cdot \sin^2(\frac{\pi}{4} - \alpha) \\ &+ \sin(\omega t - \frac{\Delta}{2} + \frac{\pi}{2}) \cdot \cos^2(\frac{\pi}{4} - \alpha) - \cos(\omega t - \frac{\Delta}{2} + \frac{\pi}{2}) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) \end{aligned} \right] \\
 U_1^v &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \left[ \begin{aligned} &-\sin(\omega t + \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \cos(\omega t + \frac{\Delta}{2}) \cdot \sin^2(\frac{\pi}{4} - \alpha) \\ &+ \cos(\omega t - \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos^2(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \sin(\omega t - \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) \end{aligned} \right] \\
 U_2^v &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \left[ \begin{aligned} &\cos(\omega t + \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos^2(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \sin(\omega t + \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) \\ &-\sin(\omega t - \frac{\Delta}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \cos(\omega t - \frac{\Delta}{2}) \cdot \sin^2(\frac{\pi}{4} - \alpha) \end{aligned} \right]
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Böylece çeyrek dalga plağından çıkan  $U^{V_1}$  ve  $U^{V_2}$  ışık vektörü bileşenleri analizöre doğru ilerleyecektir. Bu bileşenler analizöre çarptıklarında, analizörün (A) optik eksenine ve buna dik eksen doğrultusunda bileşenlere ayrılacaktır. Analizörün (A) optik eksenine dik doğrultudaki düşey bileşen absorbe olacaktır. Analizörün optik eksenine doğrultusundaki yatay bileşen ise,  $U_a$  ışık vektörü verecek şekilde, analizör tarafından iletilecektir (Şekil 2.7).



Şekil 2.7 Analizörden geçen ışık vektörünün bileşenleri (karanlık saha aranjmanı).

$$U_a = U_1^y \cdot \cos \frac{\pi}{4} - U_2^y \cdot \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} (U_1^y - U_2^y) \quad (2.24)$$

(2.23) denklemleri, (2.24) de yerine koyulursa ve gerekli kısaltmalar yapılırsa:

$$U_a = \frac{1}{2} k \cdot \sin \frac{\Delta}{2} [\cos(\alpha + \omega t) - \sin(\alpha - \omega t)] \quad (2.25)$$

bulunur. Göz tarafından görülen ışığın I şiddeti, analizörden çıkan  $U_a$  ışık vektörünün karesi ile orantılıdır. Şuhalde:

$$I = K \cdot \sin^2 \frac{\Delta}{2} [\cos(\alpha + \omega t) - \sin(\alpha - \omega t)]^2 \quad (2.26)$$

bulunur. (Burada  $[k/2]^2 = K$  ile gösterilmiştir.)

Şimdi (2.26) denklemini inceleyelim. Sönüm olması yani  $I=0$  için,  $\sin^2 \frac{\Delta}{2} = 0$  veya

$[\cos(\alpha + \omega t) - \sin(\alpha - \omega t)]^2 = 0$  olması gerekir. Daha öncede görüldüğü gibi, ışığın açılal

frekansısı çok yüksek olduğundan,  $[\cos(\alpha + \omega t) - \sin(\alpha - \omega t)]^2 = 0$  ifadesinin meydana

getirdiği sönüm, gözle veya herhangi bir fotoğraf cihazıyla kaydedilmesi mümkün değildir.

Bu nedenle bu terim ihmal edilir ve (2.26) denklemini bu durumda yeniden yazılırsa:

$$U_a = K \cdot \sin^2 \frac{\Delta}{2} \quad (2.27)$$

$I=0$  olması yani sönüm elde etmek için:

$\sin^2 \frac{\Delta}{2} = 0$  veya  $\frac{\Delta}{2} = m\pi$  olmalıdır. ( $m=0,1,2,3,4,\dots$  gibi tam sayılardır.) Buradan:

$\frac{\Delta}{2\pi} = m$  ve  $N=m=0,1,2,3,4,\dots$  bulunur.

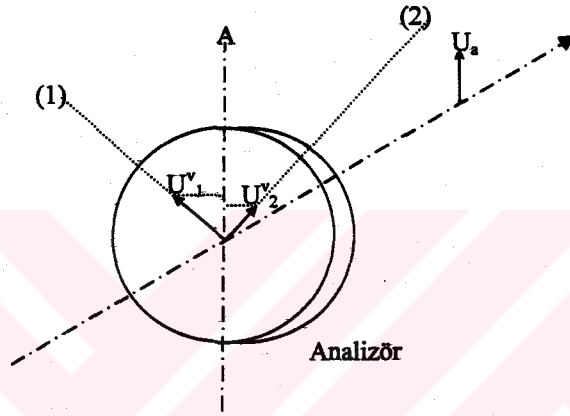
Bu tip sönüm Bölüm 2.2 (3.Hal) de incelenmiş sönüm şartı ile aynıdır. Bu tip sönüm çizgilerine izokromatlar demiştik.

(2.27) denkleminde, (2.12) denklemindeki  $(\sin^2 2\alpha)$  terimi olmadığı için, böyle bir dairesel polariskop düzeni ile sadece izokromatları görürüz. İzoklinler ortadan kaldırılır.

## 2.4 Bir Dairesel Polariskopta Aydınlık Saha Aranjmanı ile Yüklenmiş Modelin İncelenmesi

Geçen paragrafta, daireysel polariskopta modeli karanlık saha aranjmanı ile incelemiştik. Karanlık saha aranjmanında, polarizörün eksenini analizörün eksenine diktir.

Aydınlik saha aranjmanında ise, daha önce tabloda açıklandığı gibi çeyrek dalga plaklarının hızlı eksenleri birbirine dik, analizörün ve polarizörün optik eksenleri birbirine paraleldir. Dairesel polariskop, karanlık saha aranjmanından, aydınlık saha aranjmanına, analizörün 90° döndürülmesiyle çevrilebilir (Şekil 2.8).



Şekil 2.8 Analizörden geçen ışık vektörünün bileşenleri (aydınlık saha aranjmanı).

Analizöre gelen  $U^y$  ışık vektörü bileşenleri bu kez yatay ekseninde absorbe olur, dikey ekseninde analizörden geçebilirler. Bu durumda analizörden geçecek olan ışık vektörü:

$$U_a = U_1^y \cdot \cos \frac{\pi}{4} + U_2^y \cdot \cos \frac{\pi}{4} \quad (2.28)$$

$$U_a = \frac{\sqrt{2}}{2} (U_1^y + U_2^y)$$

olacaktır. (2.23) denklemlerini (2.28) denklemlerinde yerine koyup gerekli kısaltmaları yaparsak:

$$U_a = 2k \cdot \cos \omega t \cdot \cos \frac{\Delta}{2} \quad (2.29)$$

bulunur. Işığın  $I$  şiddeti  $U_a$  nın karesi ile orantılı olduğundan:

$$I = K \cdot \cos^2 \omega t \cdot \cos^2 \frac{\Delta}{2} \quad (2.30)$$

bulunur. (Burada  $[2k]^2=K$  ile gösterilmiştir.)

Aynı şekilde sönüm, yani  $I=0$  şartını ararken açılal frekansl içeren terimi ihmal edersek:

$$I = K \cdot \cos^2 \frac{\Delta}{2} \quad (2.31)$$

buluruz.  $I=0$  olması içinde:

$$\cos^2 \frac{\Delta}{2} = 0 \quad \text{veya} \quad \frac{\Delta}{2} = (2m+1) \frac{\pi}{2} \quad \text{olmalıdır. (} m=0,1,2,3,4,\dots \text{ gibi tam sayılardır.)}$$

Buradan:

$$\frac{\Delta}{2\pi} = m + \frac{1}{2} \quad \text{olarak bulunur.}$$

$$\frac{\Delta}{2\pi} = N \quad \text{değerine izokromat mertebesi demiştik. Şuhalde sönüm şartı için:}$$

$$N = m + 1/2 = 1/2, 3/2, 5/2, \dots \quad \text{olmalıdır.}$$

Karanlık saha aranjmanında  $N=0,1,2,3,4,\dots$  olması halinde sönüm elde ediliyordu. Bu durumda izokromat mertebeleri:  $0,1,2,3,4,\dots$  oluyordu. Halbuki aydınlık saha aranjmanında  $N= 1/2, 3/2, 5/2, \dots$  olması halinde sönüm elde edileceği için, bu halde izokromat mertebeleri:  $0.5, 1.5, 2.5, 3.5, \dots$  olacaktır.

Böylece, bir dairesel polariskopta, karanlık ve aydınlık saha aranjmanları ile izokromatların iki ayrı donesini elde etmek mümkündür. Bu şekilde izokromatların  $\frac{1}{2}$  hassasiyete kadar tayin edilmesi mümkün olur.

## 2.5 Bir Fotoelastik Analizde Beyaz Işık Kaynağı Kullanılması

Fotoelastisitenin esas denklemi olan (2.7) denklemini tekrar ele alalım:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f}{h} \cdot N$$

Buradaki  $f$ , fotoelastisite sabiti,  $\frac{\lambda}{C} = f$  olarak (2.6) denkleminde tarif edilmişti.  $f$  nin bu değerini yukarıdaki denklemde yerine koyarsak:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\lambda}{Ch} \cdot N \quad \text{buluruz. Buradan:}$$

$$\frac{Ch}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) = N \quad (2.32)$$

bulunur. Burada:  $C$ =gerilme-optik sabiti,  $h$ =modelin kalınlığı,  $\lambda$ =kullanılan ışığın dalga boyu idi.

Şayet, fotoelastik analizde monokromatik (tek renk) ışık kullanılıyorsa,  $\lambda$  değeri sabit bir değer olacaktır. Örnek olarak, bir Bunsen gaz ocağında ısıtılan tuz, parlak sarı bir renk verir. Deneyle, bunun dalga boyunun  $\lambda=5893 \text{ \AA}$  olduğu bulunmuştur. Pratikte, monokromatik ışık elde etmek için en iyi yol, bir sodyum lambası veya  $\lambda=5461 \text{ \AA}$  dalga boyunda bir yeşil ışık veren Merkuri-Vapor lambası kullanmaktır.

Böylece, fotoelastik analizde monokromatik ışık kullanılması halinde  $\frac{Ch}{\lambda}$ , sabit bir değere

eşit olacaktır. Şayet monokromatik ışık kaynağı ile bir modeli dairesel polariskopta

incelersek, Bölüm 2.3 teki ışığın sönüm şartına göre:  $N = \frac{\Delta}{2\pi} = m = 0,1,2,3,\dots$  olması

halinde sönüm olacaktı. Bu şartı sağlayan yerlerde siyah çizgiler (izokromatlar) meydana gelecekti. Monokromatik ışık yerine beyaz ışık kullanılırsa durum değişecektir. Bu durumda siyah izokromatlar yerine renkli izokromatlar görülecektir. Beyaz ışık, tayfta görülen farklı dalga boylarındaki renklerin karışımından meydana geldiğinden  $\frac{Ch}{\lambda}$  değeri sabit bir değere eşit olmayacaktır. Fakat, iki boyutlu bir gerilme haline maruz bir modelde,  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  asal gerilmelerin farkı, sıfırdan oldukça büyük değerlere kadar değişebilir.

Böylece, asal gerilmelerin değişkenliği sebebiyle, (2.32) denkleminde göre, bütün dalga boylarındaki ışığın sönümü sağlanabilir. Örnek olarak, beyaz ışık tayfındaki mor rengin

( $\lambda = 3900 \text{ \AA}$ ) sönümü için, (2.32) denklemindeki  $\lambda$  değerinin  $3900 \text{ \AA}$  eşit olacak şekilde, modelin gerilmeye maruz bırakılması gerekir. Bu şekilde, modeldeki gerilmeyi değiştirmek suretiyle, tayftaki her rengin sönümü elde edilebilir.

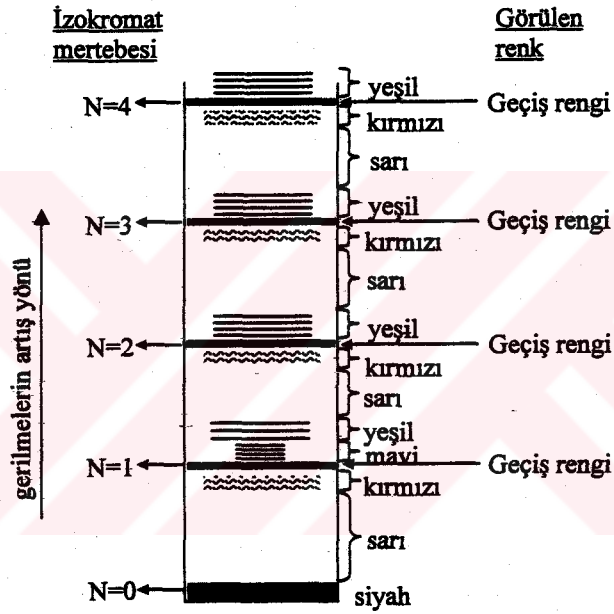
Beyaz ışığı meydana getiren renkler,  $\lambda = 3900 \text{ \AA}$  olan mor renkten,  $\lambda = 7700 \text{ \AA}$  olan kırmızıya kadar değişik dalga boylarında olduğundan dolayı, bütün renkler aynı anda sönmez. Renkler bir sıra halinde sönerler. Bu şekilde gözlemci, sönmüş rengin haricinde, geri kalan renklerin karışımından meydana gelmiş rengi görür. Modeldeki gerilmenin artırılmasıyla tayftaki renkler sıra ile sönerler ve geri kalan renklerin karışımından meydana gelen karışık renk dizisi gözlenmiş olur. Bu dizî sırasıyla: sarı, koyu kırmızı, koyu mavi ve yeşildir. Bu renk dizisine "1.mertebe renkleri" denir. 1.mertebe renkleri hakimken, kırmızıdan maviye geçiş rengi gayet belirli olur. Bu geçiş rengi, tayftaki sarı rengin ( $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ ) sönmesine denk gelir. Bu haldeki geri kalan renk soluk kırmızı olup, bu renge "geçiş rengi" denir. Bu renk, kırmızı ve mavi arasına sıkışmış ince bir çizgiden ibarettir. Geçiş rengi belirli bir dalga boyuna ( $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ ) sahip olduğundan, gözlem bakımından büyük bir önemi vardır. Böylece, beyaz ışıkla çalışmalarda izokromatların mertebelerini tayin ederken bu geçiş renginden faydalanılır.

Modeldeki yükü artırmaya devam edersek, tayftaki renklerin ikinci defa aynı sırada kaybolduğunu görürüz. Bir farkla ki, bu defa geri kalan renklerde bir donukluk olur. Mesela, 1.mertebe renklerini elde ederken,  $\lambda = 3900 \text{ \AA}$  değerine eşit olacak şekilde modeli gerilmeye maruz bıraktığımızda, tayftaki mor renk sönecekti. Gerilmeyi artırdığımız zaman, sırasıyla tayftaki diğer renkler sönecek ve geri kalan renklerin karışımı sarı, koyu kırmızı, koyu mavi ve yeşil renkleri verecekti (1.mertebe renkleri). Modeli,  $\lambda = 2 \times 3900 = 7800 \text{ \AA}$  değerinde dalga boyu verecek şekilde bir gerilmeye maruz bırakırsak, bu durumda mor renk ikinci defa sönecektir. Mor rengin bu ikinci defa sönmesi sırasında, koyu kırmızının dalga boyu  $7800 \text{ \AA}$  değerine yakın olduğundan, aynı anda kırmızı rengin birinci sönümü elde edilecektir. Bu sebeple, 1.mertebe renklerinden sonraki durumda, bazı renklerin 2. defa sönmesine karşılık, aynı anda başka renklerin sönümü de gerçekleşeceğinden, geri kalan renklerde donukluk meydana gelecektir.

Böylece, geri kalan renklerin meydana getirdiği renk dizisi: sarı, kırmızı, yeşil olacaktır. Bu renklere "2.mertebe renkleri" denir.

Modeli yüklemeye devam edersek geri kalan renklerdeki donukluk daha da artacak, ve 5. veya 6. mertebelerden sonra göz renk seçemeyerek beyaz görecektir. Özetlersek: beyaz ışıkla

çalışmalarda, renkli izokromatlar gözlemlenir. Sadece sıfır mertebesindeki izokromat siyah gözükür. Bu renkli izokromatlardan gerilmelerin dağılımı belli olur. Modele uygulanan kuvvetin artırılmasıyla sarı, kırmızı, mavi, yeşil renk görülür (1.mertebe renkleri). Kırmızı ile mavi arasındaki geçiş rengi N=1 izokromatına denk gelir. Kuvveti artırmaya devam edersek, tekrar sarı, kırmızı, yeşil renk görülür (2.mertebe renkleri). Kırmızı ile yeşil arasındaki geçiş rengi N=2 izokromatını gösterir. Yükleme artırmaya devam edersek, yine aynı sırada sarı, kırmızı, yeşil renk görülür ve bu durumdaki geçiş rengi N=3 izokromatını gösterir. Bu şekilde, Şekil 2.9 da görülen renk skalası kullanılarak izokromat mertebeleri tayin edilmiş olur.



Şekil 2.9 Renk skalası.

### 3. FOTOELASTİSİTE VERİLERİNİN İNCELENMESİ

#### 3.1 GİRİŞ

Bir fotoelastik analizde, önce uygun bir model yapılır. Bu model bir polariskop içine yerleştirilir. Model, yüke maruz bırakılıp incelendiğinde, modelin üzerinde siyah ve renkli bantların meydana geldiğini görürüz. Bu bantlar, Bölüm 2 de görüldüğü gibi, iki tiptir. Bunlardan, birinci tipine “izokromatlar” demiştik. İzokromatlar, asal gerilme farkları aynı olan noktaların geometrik yerini gösteriyordu. İkinci tip ise, “izoklinler” idi. İzoklinler, asal gerilme doğrultuları aynı olan noktaların geometrik yerini gösteriyordu.

Bu bölümde, bu iki tip ayrı ayrı incelenecektir.

#### 3.2 İzokromatlar

Bölüm 2.3 de, bir dairesel polariskopta karanlık saha aranjmanı ile yüklenmiş bir modeli incelemiştik. Bu durumda, analizörden çıkan ışığın şiddetini:

$I = K \cdot \sin^2 \frac{\Delta}{2}$  olarak bulmuştuk. Analizörün arkasından bakan gözün ışığı görmemesi için

yani, sönüm şartı için:  $\frac{\Delta}{2\pi} = m$  olması gerekiyordu. (Burada  $m=0,1,2,3,4,\dots$  gibi tam sayılardır.)

Diğer taraftan, (2.7) fotoelastisite esas denklemine göre:

$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f}{h} \cdot N$  idi. Buradaki  $N$  değeri:  $N = \frac{\Delta}{2\pi}$  olarak tarif edilmişti. Şu halde ışığın sönüm

şartı için  $N=m=0,1,2,3,4,\dots$  olması gerekecektir. Bu  $N$  değerlerine “izokromat mertebeleri” denir. Bu durumda şayet monokromatik ışık ile çalışıyorsak,  $N=0,1,2,3,4,\dots$  şartını sağlayan yerlerde siyah izokromatlar görülecektir. Bu izokromatlar üzerinde, asal gerilmeler farkı, daima sabit bir değere eşit olacaktır. Böylece biz, model malzemesinin ( $f$ ) fotoelastisite katsayısını ve modelin ( $h$ ) kalınlığını biliyorsak, her izokromat üzerindeki ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) asal gerilmeler farkını hesaplayabiliriz demektir.

Şayet monokromatik ışık yerine beyaz ışık kullanılırsa, bu durumda siyah izokromatlar yerine renkli izokromatlar görülecektir.

Bölüm 2.4 de ise, bir dairesel polariskopta aydınlık saha aranjmanını incelemiştik. Bu aranjmanda analizörden çıkan ışığın şiddeti:

$I = K \cdot \cos^2 \frac{\Delta}{2}$  olarak bulunmuştur. Sönüm şartı, yani  $I=0$  olması için:

$\frac{\Delta}{2\pi} = m + \frac{1}{2}$  olmalıdır.  $\frac{\Delta}{2\pi} = N$  olarak tarif edildiğinden:

$N = m + \frac{1}{2} = 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$  olarak bulunur.

Böylece, polariskopun karanlık saha ve aydınlık saha aranjmanları ile iki adet izokromat donesi bulunmuş oluruz.

Karanlık saha izokromatlarında mertebeler:  $N=0,1,2,3,4,\dots$

Aydınlık saha izokromatlarında mertebeler:  $N=0.5, 1.5, 2.5,\dots$  olacaktır.

Şimdi tekrar (2.7) denkleminde dönelim. Bu denklem iki halde sıfıra eşit olur.

a)  $N=0$  ise, yani izokromat mertebesi sıfıra eşitse:

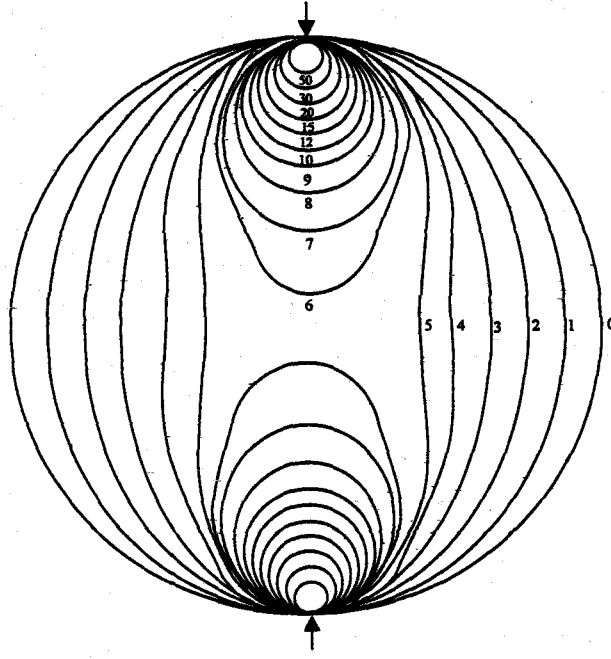
$\sigma_1 - \sigma_2 = 0$  olur. Bu şartı sağlayan noktalara "izotrop noktalar" denir. Bu noktalarda

$\sigma_1 = \sigma_2 \neq 0$  dır.

b)  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$  ise denklem yine sıfıra eşit olur. Bu şartı sağlayan noktalara da "singüler noktalar" denir.

İster monokromatik ışıkla, ister beyaz ışıkla çalışmalarda, bu izotrop ve singüler noktalar daima siyah gözüktür. Ayrıca bu noktalar, yüklemenin şekli değişmeksizin, yükün şiddetinin azaltılması veya çoğaltılmasıyla yerlerini değiştirmezler.

İzotrop ve singüler noktalar, izokromat mertebelerinin tayininde önemli doneleri temsil eder. Şöyle ki, izokromat mertebeleri  $N=0,1,2,3,4,\dots$  gibi bir dizi şeklinde birbirini takip edeceğinden, izotrop nokta (yani  $N=0$  izokromatı) belli olduğunda, bu noktadan itibaren  $1,2,3,4,\dots$  diye sayarak diğer izokromatların mertebeleri bulunabilir (Şekil 3.1). Şekil 3.1 de çapı boyunca basınca maruz kalmış diskte izokromat çizgilerini görüyoruz.



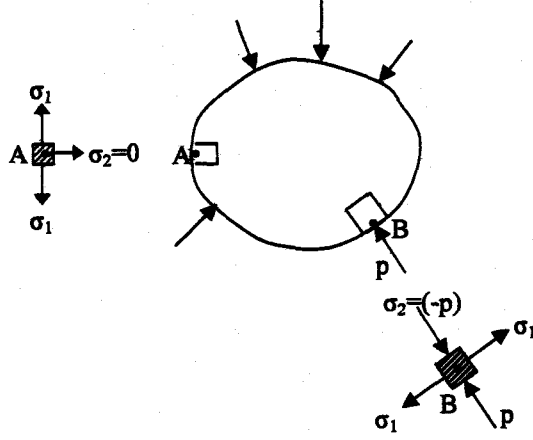
Şekil 3.1 Çapı boyunca basınca maruz kalmış diskte görülen izokromat çizgileri.

### 3.2.1 Serbest Bir Sınırdaki Gerilme Durumu

Şekil 3.2 de görüldüğü gibi, herhangi bir tarzda yüklere maruz bir levhanın serbest sınırındaki gerilme durumunu inceleyelim. Serbest sınırda bir (A) noktasında şekilde görülen taralı elemanı ele alalım. Bu elemanın denge şartından elemanın sınıra dik gerilmesi  $\sigma_2=0$ , ve sınıra teğet  $\sigma_1$  gerilme bileşenleri ise, birbirine eşit ve zıt yönlü olmalıdır. Böylece, bir serbest sınırda, sınıra dik asal gerilme sifira eşit, sınıra teğet asal gerilme ise sifirdan farklı bir değere eşit oluyor. Bu durumda (2.7) fotoelastisite denklemi:

$$\sigma_1 - 0 = \frac{f}{h} \cdot N \quad \text{veya,} \quad \sigma_1 = \frac{f}{h} \cdot N \quad (3.1)$$

şeklini alır. Bu (3.1) denkleminde faydalanarak, serbest bir sınırda asal gerilme, fotoelastik analizden faydalanılmak suretiyle, direkt olarak hesaplanabilir (Jessop, 1950).



Şekil 3.2 Serbest ve yüklü sınırlarda gerilmeler.

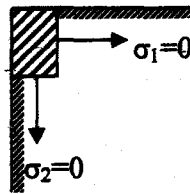
Şayet, sınır serbest bir sınır olmayıp yüke maruz bir sınırsa (B noktasında olduğu gibi), bu durumda sınıra dik olan  $\sigma_2$  gerilmesi sifıra eşit olmaz. Fakat bu gerilmenin değeri, sınıra dik olan yük bileşeni  $p$  ye eşit olacaktır. Yani:

$$\sigma_1 - (-p) = \frac{f}{h} \cdot N \quad \text{veya,} \quad \sigma_1 = (-p) + \frac{f}{h} \cdot N \quad (3.2)$$

olarak bulunur.

Böylece sınır, serbest bir sınır değilse, fakat sınıra tesir eden yükün değeri belli ise (3.2) denkleminde faydalanarak, sınıra teğet gerilme yine bulunabilir (Jessop, 1950).

Şayet serbest sınır (yüksüz sınır), Şekil 3.3 de görüldüğü gibi dik bir köşe şeklinde ise, taraflı elemanın dengesini düşünürsek:  $\sigma_1=0$  ve  $\sigma_2=0$  olarak bulunur. Bu durum, izokromat mertebesi  $N=0$  değerine eşit olur.

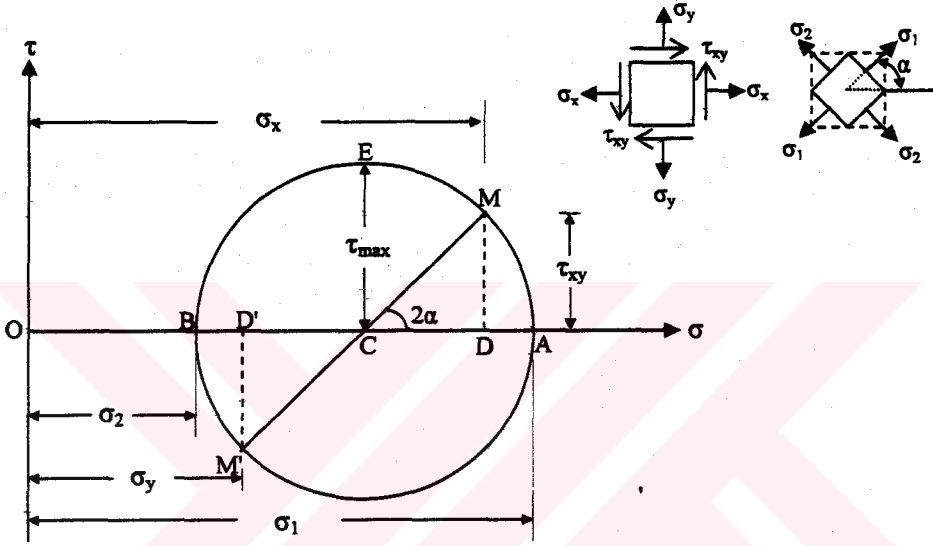


Şekil 3.3 Serbest sınırın dik köşe olması halindeki gerilmeler.

Levhanın iç kısımlarındaki gerilmeleri (2.7) fotoelastisite denklemini kullanarak direkt olarak bulmak mümkün değildir. Bu denklem asal gerilmelerin farkını ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) verir. Bu gerilmeleri

ayrı ayrı bulmak için ilave bazı donelere daha ihtiyaç duyulmaktadır.

Şimdi, iki eksenli gerilmeye maruz bir eleman gözönüne alalım. Bu elemandaki gerilme durumu, Şekil 3.4 de görüldüğü gibi, Mohr daireleriyle gösterilebilir. Bilindiği gibi, bu dairede her nokta bir gerilme durumunu göstermektedir. Mesela, Mohr dairesindeki M noktası,  $\sigma_x$  ve  $\tau_{xy}$  gerilmelerine maruz yüzeyi göstermektedir.  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  asal gerilmeleri, x doğrultusuyla  $\alpha$  ve  $\alpha + \pi/2$  açılarını yapar. Mohr dairesinden aşağıdaki bağıntıları kolayca çıkarabiliriz (Şekil 3.4).



Şekil 3.4 İki eksenli gerilmeye maruz bir elemandaki gerilme durumunun Mohr dairesi ile gösterimi.

$$\begin{aligned}\sigma_x &= OD = OD' + DD' = \sigma_y + (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \cos 2\alpha \\ \sigma_y &= OD' = OD - DD' = \sigma_x - (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \cos 2\alpha\end{aligned}\quad (3.3)$$

veya;

$$\begin{aligned}\sigma_x &= OD = OC + CD = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos 2\alpha \\ \sigma_y &= OD' = OC - CD' = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos 2\alpha\end{aligned}\quad (3.4)$$

$$\tau_{xy} = MD = CM \cdot \sin 2\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha$$

$$\max \tau_{xy} = EC = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\quad (3.5)$$

ve asal gerilmeleri ise şöyle ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \sigma_2 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}\end{aligned}\quad (3.6)$$

Fotoelastisite esas denklemi (2.7) nin her iki tarafını 2 ile bölersek:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{h} \cdot N \quad \text{buluruz. (3.5) denkleminde:}$$

$$\max \tau_{xy} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{h} \cdot N \quad (3.7)$$

bulunur. Şuhalde (3.7) denklemine göre, levhanın iç kısımlarında her noktada max. kayma gerilmesi fotoelastisite teorisine dayanılarak bulunabilir.

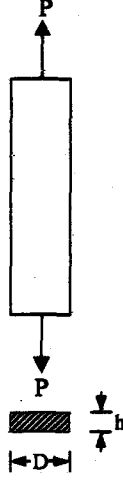
Özetlersek:

Sınırdaki asal gerilmeler (3.1) veya (3.2) denklemleri yardımıyla doğrudan fotoelastisite teorisine dayanılarak bulunabilir. İç kısımlarda ise, fotoelastik teoriye göre (3.7) denkleminde yararlanılarak, sadece max  $\tau_{xy}$  değeri hesaplanabilir.

### 3.2.2 Basit Çekme veya Basit Basınç Halinde İzokromatlar

Kesit alanı  $D.h$  olan bir fotoelastik malzemeyi eksenel  $P$  çekme kuvvetine maruz bırakalım.

Bu modeli bir polariskop içine yerleştirelim (Şekil 3.5).



Şekil 3.5 Eksenel çekme kuvvetine maruz fotoelastik malzeme.

Kesit alanı sabit olduğundan, modelin her noktasındaki gerilme:

$$\sigma_1 = \frac{P}{D.h} = \text{sabit olacaktır.}$$

Modelde bir eksenli gerilme olduğundan  $\sigma_2=0$  dır. Böylelikle fotoelastisite denklemi:

$$\sigma_1 - 0 = \frac{f}{h} . N \quad \text{veya,} \quad \sigma_1 = \frac{f}{h} . N$$

şeklinde olacaktır.

$P$  kuvvetini sıfırdan başlatarak, gittikçe artırdığımızı düşünelim. Modeli polariskopta incelersek şu durumları gözlemleriz: (monokromatik ışık kullandığımız ve karanlık saha aranjmanı ile çalıştığımızı kabul edelim)

- $P=0$  durumunda model tamamen karanlık gözükür.
- $P$  kuvvetini yavaş yavaş artırdığımızda, modelin aydınlandığını ve  $P$  nin belirli bir değerinde bu aydınlığın max. olduğunu görürüz.

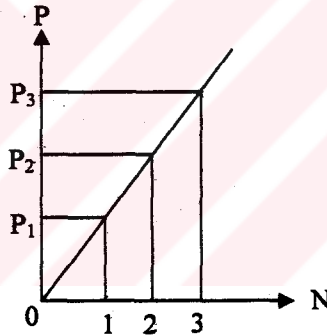
- P kuvvetini artırmaya devam edersek, modeldeki aydınlığın tekrar azalmaya başladığını ve nihayet  $P=P_1$  gibi bir değerde, model tekrar karanlık olarak gözükür.
- P kuvvetini artırmaya devam edersek modelde tekrar aydınlanma ve  $P=P_2$  değerinde ise, tekrar karanlık gözükür.
- Bu periyot, kuvvetin artırılmasıyla tekrarlanır.

$P=0$  durumunda izokromat mertebesi  $N=0$ ,

$P=P_1$  durumunda izokromat mertebesi  $N=1$ ,

$P=P_2$  durumunda izokromat mertebesi  $N=2$ ,

.....  
 $P=P_n$  durumunda izokromat mertebesi  $N=n$  olacaktır (Şekil 3.6).



Şekil 3.6 İzokromat mertebesi - kuvvet diyagramı.

Böylece her karanlık durumda izokromat mertebeleri  $N=0,1,2,3,4,\dots$  şeklinde olacağından ve modele uygulanan P kuvvetleri belli olduğundan:

$$\sigma_1 = \frac{f}{h} \cdot N \quad \text{formülünden gerilme kolayca hesaplanır.}$$

Örnek olarak:  $P=P_1$  durumunda izokromat mertebesi  $N=1$  olduğundan,

$$\sigma_1 = \frac{f}{h} \cdot 1 = \frac{f}{h} \quad \text{olacaktır.}$$

Şayet monokromatik ışık yerine beyaz ışık kaynağı kullanıyorsak, durum şöyle olacaktır:

$P=0$  durumunda model yine karanlık gözükcektir. Bu durumda  $N=0$  dir.  $P$  kuvvetini yavaş yavaş artırdığımızda, önce modelde sarı renk hakim olacaktır. Kuvveti artırmaya devam edersek sırasıyla, koyu kırmızı, koyu mavi ve yeşil renk hakim olacaktır. Bu renklere 1.mertebe renkleri demiştik. Mavi ile kırmızı arasındaki,  $\lambda=5893 \text{ \AA}$  na denk gelen donuk kırmızı renge geçiş rengi demiştik. Böylece bu geçiş rengini elde ettiğimiz kuvvet,  $P=P_1$  ise, bu durumda izokromat mertebesi  $N=1$  olacaktır.

Kuvveti artırmaya devam edersek sırasıyla, sarı, kırmızı ve tekrar yeşil renk hakim olur. Bu renklere 2.mertebe renkleri denir. Burada geçiş rengi, kırmızı ile yeşil arasındadır. Bu geçiş rengine denk gelen kuvvet  $P=P_2$  ise, bu durumda izokromat mertebesi  $N=2$  olacaktır. Kuvveti artırmaya devam edersek tekrar, sarı, kırmızı ve yeşil renk hakim olacaktır (3.mertebe renkleri), ve bu periyod böyle devam edecektir.

### 3.2.2.1 Bir Çekme Modeli ile Fotoelastik Malzemenin (f) Fotoelastisite Katsayısının Bulunması (Kalibrasyon 1)

Çekme modeline uygulanan kuvvet, bir mekanik veya elektriksel cihazla ölçülebiliyorsa, modeldeki:

$\sigma_1 = \frac{P}{D.h}$  gerilmesi biliniyor demektir. Bu gerilme değerini  $\sigma_1 = \frac{f}{h}.N$  fotoelastisite

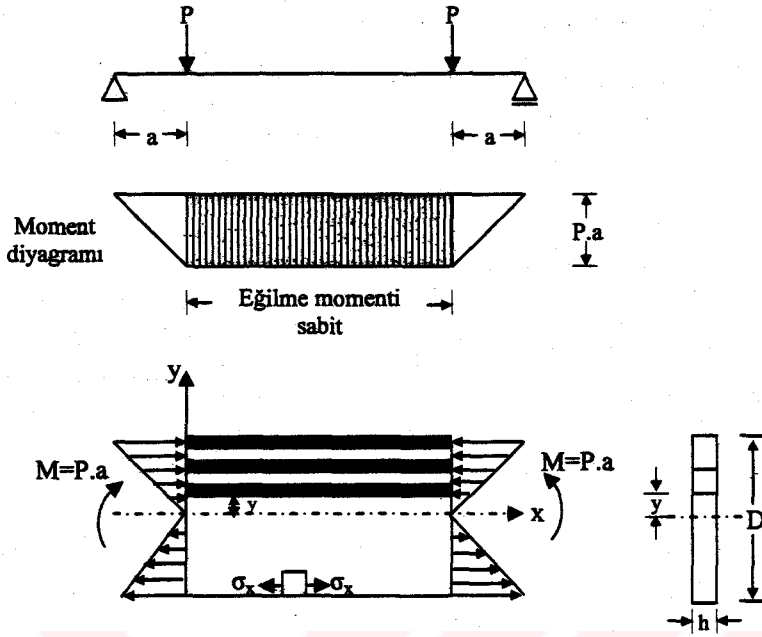
denkleminde yerine koyarsak:

$$\frac{P}{D.h} = \frac{f}{h}.N \quad \text{buradan,} \quad f = \frac{P}{D.N} \quad \text{bulunmuş olur.}$$

Bu formülde uygulanan  $P$  yükü, modelin  $D$  genişliği ve izokromat mertebesi  $N$  belli olduğuna göre, model malzemesinin (f) fotoelastisite katsayısı hesaplanabilir. Örnek olarak:  $N=1$  izokromatını veren kuvvet  $P=P_1$  ise, malzemenin fotoelastisite katsayısı:

$$f = \frac{P_1}{D.1} = \frac{P_1}{D} \quad \text{ifadesinden kolayca bulunabilir.}$$

### 3.2.3 Basit Eğilme Halinde İzokromatlar



Şekil 3.7 Basit eğilme durumu.

Şekil 3.7 de, eşit P kuvvetlerine maruz basit kiriş gösterilmiştir. Kirişin eğilme momenti diyagramı altına çizilmiştir. Bu diyagramın taralı kısmında eğilme momenti sabit ve (P.a) değerine eşittir. Böylece kirişin bu bölgesi basit eğilmeye maruzdur. Bu kirişin fotoelastik malzemenen imal edildiğini farzedelim. Şekil 3.7 de alt tarafta, kirişin boyuna kesiti gösterilmiştir. Mukavemet teorilerinden bilindiği gibi, böyle bir basit eğilme probleminde:

$$\sigma_x = \frac{M}{J} \cdot y, \quad \sigma_y = 0, \quad \tau_{xy} = 0 \quad \text{dır.}$$

Böylece, boyuna eksene paralel gerilmeler, bu eksenden olan mesafelerle doğru orantılıdır. Boyuna eksene dik olan doğrultudaki gerilmeler sıfırdır.  $y=0$  ekseni tarafsız eksendir.

Bu kirişte boyuna gerilme  $\sigma_x$  bir asal gerilmedir. Biz fotoelastisite denkleminde asal gerilmeleri  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  ile göstermiştik. Şuhalde:

$$\sigma_1 = \frac{M}{J} \cdot y \quad \text{ve} \quad \sigma_2 = 0 \quad \text{olur. (2.7) denkleminde:}$$

$$\sigma_1 - 0 = \frac{f}{h} \cdot N \quad \text{veya} \quad \sigma_1 = \frac{f}{h} \cdot N \quad \text{olarak bulunur.}$$

Şimdi bu kirişi bir dairesel polariskop içine yerleştirelim. Monokromatik ışık kullandığımızı ve karanlık saha aranjmanı ile çalıştığımızı farzederseniz, modelde tarafsız eksene paralel ve aralarındaki mesafeler eşit olan siyah izokromatlar görürüz. Tarafsız eksen üzerinde  $\sigma_1=0$  olduğundan, (3.2) denklemine göre bu  $N=0$  izokromatına denk gelir. Tarafsız eksenden sonraki ilk izokromat,  $N=1$  mertebesindedir. Bu izokromat üzerindeki her noktada:

$$\sigma_1 = \frac{f}{h} \cdot 1 = \frac{f}{h} \text{ değerinde bir gerilme vardır. Bundan sonraki izokromat } N=2 \text{ mertebesindedir}$$

ve bu izokromat üzerindeki gerilme değeri:

$$\sigma_1 = \frac{f}{h} \cdot 2 = \frac{2f}{h} \text{ olacaktır. Bundan sonraki izokromatlarda sırasıyla: } N=3,4,5,\dots \text{ mertebelerinde}$$

olacaktır. Böylece,  $N=0$  izokromatından başalayarak, 1,2,3,4,5,... diye sayarak her izokromatın mertebesi bulunabilir (Şekil 3.8). Siyah bantlar arasındaki bölgeler beyaz görülecektir. Bu beyaz bantlarda izokromat mertebeleri  $N=0.5, 1.5, 2.5, 3.5,\dots$  olarak devam edecektir. Bu şekilde max. gerilmenin meydana geldiği en üst liftteki izokromat mertebesi tayin edilerek, max. gerilme değeri bulunabilir.



Şekil 3.8 Eşit P yüklerine maruz basit kirişteki izokromat mertebeleri.

Şayet, monokromatik ışık yerine beyaz ışık kaynağı kullanılırsa,  $N=0$  izokromatına denk gelen tarafsız eksen yine siyah gözükecek, fakat bundan sonraki izokromatlar renkli olacaktır. Tarafsız eksenden sonra sarı, kırmızı, mavi renkte bantlar görülecek, mavi ile kırmızı arasındaki geçiş rengine denk gelen bölge,  $N=1$  mertebesindeki izokromat olacaktır. Sonra tekrar sarı, kırmızı, yeşil bantlar görülecek, kırmızı ile yeşil arasındaki geçiş rengi,  $N=2$  mertebesindeki izokromat olacaktır. Diğer izokromat mertebeleride bu şekilde devam edecektir.

### 3.2.3.1 Basit Eğilme Deneyi ile Fotoelastik Malzemenin (f) Fotoelastisite Katsayısının Bulunması (Kalibrasyon 1)

Kirişe tesir eden P kuvvetleri belli ise,  $M=P.a$  momentide belli demektir. Kirişin kesiti  $h.D$  olduğundan atalet momenti:

$J = \frac{h.D^3}{12}$  dir. En büyük gerilme en üst liflerde olacağından:

$\max \sigma_1 = \frac{M}{J} \cdot \frac{D}{2} = \frac{6M}{h.D^2}$  olur. Bu değeri fotoelastisite denkleminde yerine koyarsak:

$\frac{6M}{h.D^2} = \frac{f}{h} \cdot N$  buradan,  $f = \frac{6M}{N.D^2}$  bulunur.

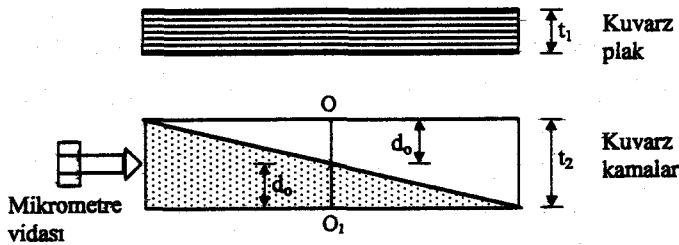
Bu formüldeki N değeri en üst liftteki izokromat mertebesidir.

### 3.2.4 Ayarlama (Kompansatör) Metodları

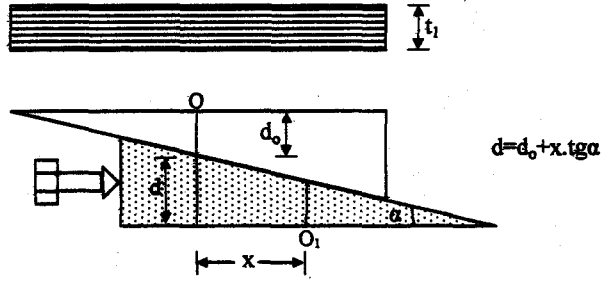
Dairesel polariskopta izokromatları, karanlık saha aranjanında  $N=0,1,2,3,4,\dots$  gibi sayılarla, aydınlık saha aranjanlarında ise  $N=0.5, 1.5, 2.5, 3.5,\dots$  gibi sayılarla numaralandırdığımızı daha önceki bölümlerde görmüştük. İzokromat mertebelerinin hassas olarak ölçülebilmesi için ayarlama (kompansatör) metodları kullanılır. Fotoelastisitede en çok kullanılan iki yöntem burada anlatılacaktır.

#### 3.2.4.1 Babinet-Soleil Ayarlama (Kompansatör) Metodu

Bu metod ile izokromat mertebelerinin ölçülmesi için, Babinet-Soleil kompansatörü denilen ilave bir cihaza ihtiyaç vardır (Jerrard, 1950).



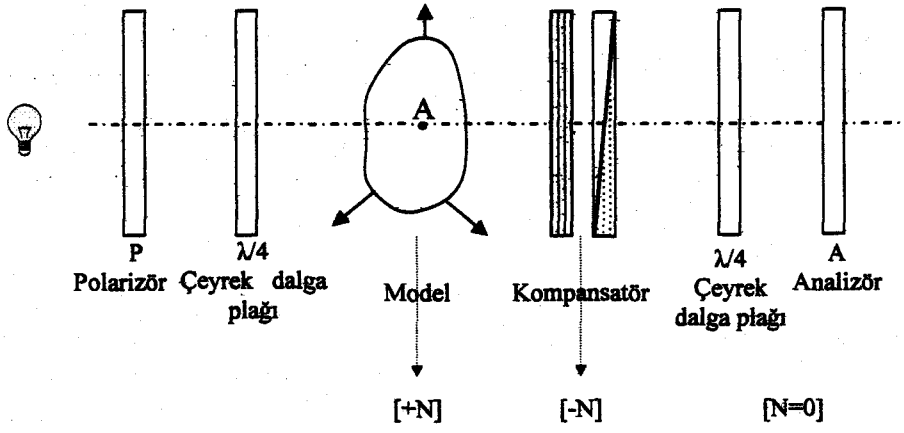
Şekil 3.9 Babinet-Soleil kompansatörünün elemanları.



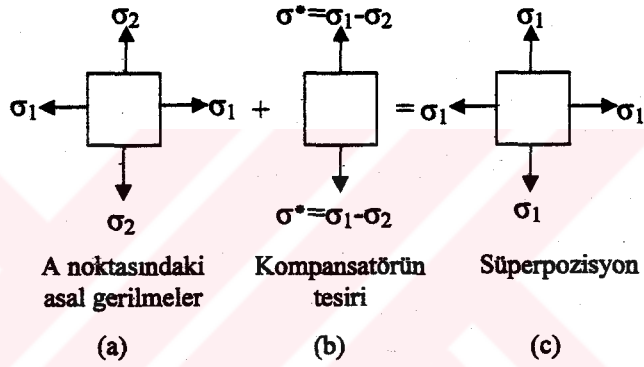
Şekil 3.10 Babinet-Soleil kompensatörünün kullanım metodu.

Bu cihaz, Şekil 3.9 da görüldüğü gibi, kuvarz kristalinden yapılmış  $t_1$  kalınlığında bir plak ile, iki adet yine kuvarzdan yapılmış kamadan oluşur. Kuvarz kamaların toplam kalınlığı  $t_2$  dir. Bu kamalardan biri sabit olup, diğeri bir vida yardımıyla hareket edebilir (Şekil 3.10). Böylece, bu kamaların toplam kalınlığı değiştirilebilir. Kuvarz plak ile, kuvarz kamaların optik eksenleri birbirine dik olacak şekilde tertip edilmiştir. Kuvarz kristali, çift kırıcı özellik gösteren bir malzeme olduğundan, bu cihazın çift kırıcılığı mikrometre vidasının döndürülmesiyle (böylelikle  $t_2$  kalınlığının değiştirilmesiyle) kontrol edilebilir. Böylece, bu cihazla meydana getirilen geri kalma miktarı,  $t_1$  ve  $t_2$  kalınlıklarına bağlıdır.

$t_1=t_2$  olduğu zaman geri kalma miktarı sıfırdır. Fakat,  $t_2$  kalınlığı,  $t_1$  den büyük veya küçük olacak şekilde ayarlanırsa, sistemde bir geri kalma miktarı meydana gelir. Bu geri kalma miktarı,  $O_1$  noktasının  $x$  hareket miktarı ile orantılı olacaktır. Çünkü,  $d=d_0+x.tg\alpha$  olup,  $x$ 'e bağlı bir değerdir. Buna göre geri kalma miktarı, mikrometre göstergesi üzerinde okunan rakkam ile orantılı olacaktır.



Şekil 3.11 Model ve kompensatörden geçen ışık.



Şekil 3.12 Model ve kompensatör tarafından gösterilen gecikmenin süperpozisyonu.

Şimdi yüklenmiş bir modeli dairesel polariskop içine koyduğumuzu farzedelim (Şekil 3.11). Model üzerinde bir A noktasında asal gerilmeler, Şekil 3.12.a da görüldüğü gibi olsun. Kompensatörün eksenini,  $\sigma_2$  asal gerilme istikametine paralel olacak şekilde, polariskopun içine konmuş olduğunu farzedelim. Şimdi kompensatörün mikrometre vidasını döndürmek suretiyle geri kalma miktarını ayarlayabiliriz. Kompensatörün geri kalma miktarı,  $\sigma^* = \sigma_1 - \sigma_2$  değerinde bir geri kalma miktarı meydana getirecek şekilde ayarlanırsa, (Şekil 3.12.b), modelin ve kompensatörün optik tesirinin süperpozisyonu sonucunda, Şekil 3.12.c de görüldüğü gibi, bu noktada sönüm olacaktır. Çünkü,  $\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f}{h} \cdot N$  denkleminde,  $\sigma_1 = \sigma_2$  olması halinde

sol taraf sıfır olacağından,  $N=0$  olur. Başka bir deyişle, modeldeki A noktasında izokromat mertebesi  $+N$  ise, kompensatör buna  $-N$  mertebesinde bir geri kalma ilave ederse, bu iki tesirin toplamı  $N=0$  olacağından, göz bu noktayı siyah olarak görecektir. Bu durumda mikrometre göstergesi üzerinde okunan rakkam,  $N$  izokromat mertebesiyle orantılıdır. Mikrometre göstergesi üzerinde okunan rakkam, kompensatör sabitine bölünürse, o noktadaki

izokromat mertebesi elde edilmiş olur. Örnek olarak:

Mikrometre göstergesi üzerinde okunan rakkam=85

Kompansatör sabiti=37 olsun. Bu durumda izokromat mertebesi:

$N=85/37=2.297$  olacaktır.

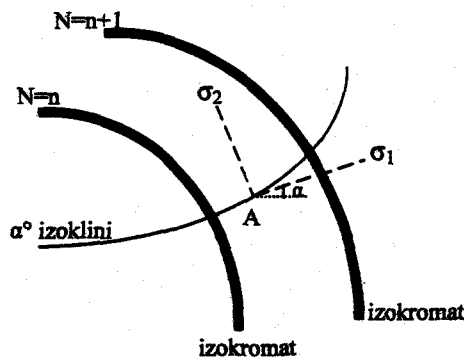
Böylece, Babinet-Soleil kompansatörü ile, izokromat mertebeleri binde hanesine kadar doğrulukla hesaplanabilir.

### 3.2.4.2 Tardy Metodu

N izokromat mertebelerinin hassas bir şekilde ölçülmesine imkan veren diğer bir metod, Tardy metodudur (Tardy, 1929). Bu methoda, ilave bir cihaza ihtiyaç olmaması sebebiyle, Babinet-Soleil metodundan daha fazla kullanılır. Tardy metodunda, polariskopun analizörü, bir kompansatör cihazı gibi hizmet eder.

Bu methoda izlenilecek yol şu şekildedir:

a) Model üzerinde, izokromat mertebesi tayin edilecek nokta işaretlenir. Şekil 3.13 de görüldüğü gibi, modelde herhangi bir A noktasında izokromat mertebesi tayin edilmek istensin. Bu noktadaki asal gerilmeler  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$ , bunların yatayla yaptığı açılar sırasıyla  $\alpha$  ve  $\alpha + \pi/2$  olsun. Bu A noktasının, mertebeleri (n) ve (n+1) olan iki izokromat arasında olduğunu farz edelim. A noktasındaki izokromat mertebesi  $n < N < n+1$  olacaktır.



Şekil 3.13 Modelde herhangi bir A noktasında izokromat mertebesi tayini.

b) Önce polariskopu "düzlem polariskop" şeklinde düzenleyelim. Bu durumda model üzerinde hem izokromatlar, hemde izoklinler görülecektir. Polarizör-analizör montajını döndürdüğümüzde izoklinler hareket edecektir. Bir izoklin, bu A noktasından geçecek

şekilde, analizör-polarizör montajını döndürelim. Bu durumda, polarizörün ve analizörün eksenleri,  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  asal gerilme istikametleri ile çakışmış demektir. Bu istikametler, analizördeki skala üzerinden, direkt olarak okunabilir.

c) Polarizör ve analizör eksenlerine göre  $45^\circ$  açı yapacak şekilde, çeyrek dalga plaklarını ilave ederek, düzlem polariskopu "dairese polariskop" şekline dönüştürelim. Bu durumda izoklinler gözükmeyecektir. Sadece izokromatlar gözükür. Bu izokromatların mertebeleri tam sayıda olacağından, kolayca tayin edilebilir. Asal gerilme doğrultusunun polarizör eksenine ile yaptığı  $\alpha$  açısı sıfır olacağından,  $\alpha=0$  için (2.23) denkleminde verilen çeyrek dalga plağından çıkan ışık vektörü yeniden yazılırsa:

$$U_1^y = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot k \cdot \left[ -\sin\left(\omega t + \frac{\Delta}{2}\right) + \cos\left(\omega t + \frac{\Delta}{2}\right) + \cos\left(\omega t - \frac{\Delta}{2}\right) + \sin\left(\omega t - \frac{\Delta}{2}\right) \right]$$

$$U_2^y = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot k \cdot \left[ \cos\left(\omega t + \frac{\Delta}{2}\right) + \sin\left(\omega t + \frac{\Delta}{2}\right) - \sin\left(\omega t - \frac{\Delta}{2}\right) + \cos\left(\omega t - \frac{\Delta}{2}\right) \right]$$

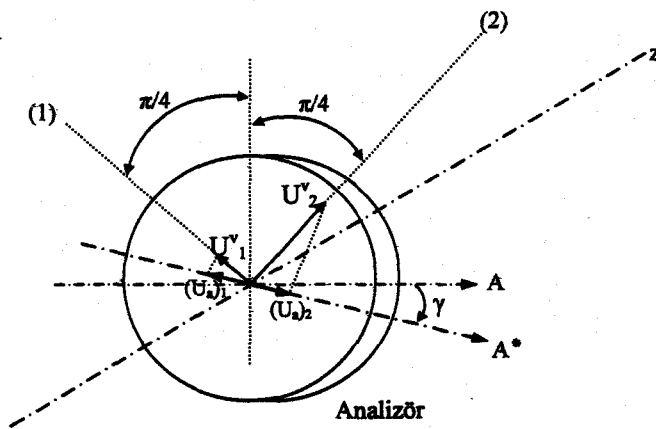
olur. Bu denklem kısaltılırsa;

$$U_1^y = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \cos \omega t \cdot \left( \cos \frac{\Delta}{2} - \sin \frac{\Delta}{2} \right)$$

$$U_2^y = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \cos \omega t \cdot \left( \cos \frac{\Delta}{2} + \sin \frac{\Delta}{2} \right)$$

(3.8)

elde edilir.



Şekil 3.14 Sönüm elde edilirken analizörün döndürülmesi.

d) Analizörden geçen ışık bileşeninin Şekil 3.14 de gösterildiği gibi olduğunu düşünelim. Analizör öyle bir  $\gamma$  açısı kadar döndürülsün ki  $(U_a)_1=(U_a)_2$  olsun. Yani bu noktada sönüm elde edilsin. Analizörden geçen ışığın büyüklüğü:

$$U_a = U_2^y \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + \gamma\right) - U_1^y \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \gamma\right) = 0 \quad (3.9)$$

dır. (3.8) denklemi (3.9) denkleminde yerine konarak kısaltılırsa;

$$\left(\cos\frac{\Delta}{2} + \sin\frac{\Delta}{2}\right) \cdot (\cos\gamma - \sin\gamma) = \left(\cos\frac{\Delta}{2} - \sin\frac{\Delta}{2}\right) \cdot (\cos\gamma + \sin\gamma) \quad (3.10.a)$$

elde edilir. Yine bu denklemin düzenlenmesiyle de:

$$\sin\left(\frac{\Delta}{2} - \gamma\right) = 0 \quad (3.10.b)$$

ifadesi bulunur. Bu ifade  $\left(\frac{\Delta}{2} - \gamma\right) = n\pi$ ,  $n=0,1,2,3,\dots$  olacağına göre N izokromat mertebesi aşağıdaki şekilde bulunur:

$$N = \frac{\Delta}{2\pi} = n + \frac{\gamma}{\pi} \quad (3.11)$$

Şimdi bu pozisyonda, analizörü bir açı kadar döndürdüğümüzde, izokromatlar hareket edecektir. Şekil 3.13 de, A noktasına komşu izokromatlardan biri, bu noktadan geçtiği anda, analizörün dönme açısı  $\gamma$  ise, A noktasının izokromatının kesirsel değeri:

$$r = \frac{\gamma}{180^\circ} \text{ olacaktır.}$$

Analizörün dönme açısı  $\gamma$ , skala üzerinden direkt olarak okunabilir. Şayet analizörün dönmesinde, A noktasına komşu izokromatlardan  $N=n$  mertebesinde olan izokromat, A dan geçiyorsa, bu noktanın izokromat mertebesi:  $N=n + r$  olacaktır.

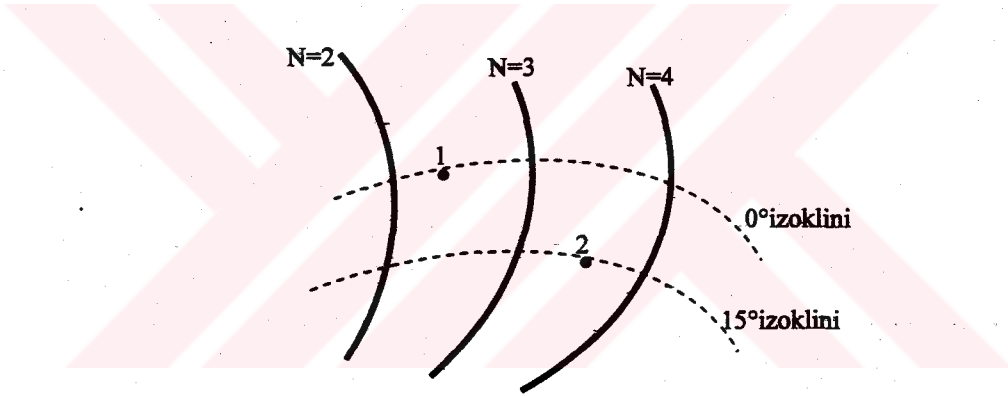
Şayet A noktasından  $N=n+1$  izokromatı geçiyorsa, bu durumda bu noktadaki izokromat mertebesi:  $N=(n+1) - r$  olacaktır.

Örneklerle açıklamak gerekirse; Şekil 3.15 de görülen model parçasında, N değerinin belli olduğu izokromatlar arasında kalan 1 ve 2 noktalarında N izokromat mertebelerini bulalım.

Polariskop, düzlem polariskop halindeyken 1 noktasındaki asal gerilme doğrultu açısı

bulunur. Daha sonra polarizör ve analizör eksenlerine göre  $45^\circ$  açı yapacak şekilde, çeyrek dalga plaklarını ilave ederek, düzlem polariskopu dairesel polariskop şekline dönüştürelim. Analizörün döndürülmesiyle  $N=2$  izokromatı hareket ettirilerek 1 noktası üzerine getirilir. Analizörün etrafındaki çemberden okunan  $\gamma/\pi$  değerinin 0.37 olduğunu varsayalım. 1 noktasının  $N$  izokromat mertebesi 2.37 dir. Eğer analizör ters yöne döndürülüp  $N=3$  izokromatı bu nokta üzerine getirilirse okunan değer bu kez 0.63 olacaktır ve bu noktanın izokromat mertebesi yine  $3 - 0.63 = 2.37$  olarak bulunacaktır.

2 noktasında da okuma yapabilmek için aynı şekilde önce düzlem polariskopta gerilme doğrultularının açısı bulunduktan sonra, dairesel polariskop haline dönüştürülen polariskop analizörü döndürülür. Eğer bu döndürmede  $N=4$  izokromatı istenen noktaya gidiyorsa okunan değer 4 ten çıkarılır,  $N=3$  izokromatı noktaya gidiyorsa, okunan değer 3 e eklenir. Her iki halde de bulunan  $N$  izokromat mertebesi aynı olmak zorundadır. Tardy metoduyla da  $N$  i yüzde hanesine kadar doğru olarak bulabiliriz.



Şekil 3.15 Modelin ara noktalarında izokromat mertebelerinin bulunuşu.

### 3.3 İzoklinler

Bölüm 2.2 de, bir düzlem polariskop ile yüklenmiş bir modeli incelemiştik. Bu durumda, analizörden çıkan ışığın şiddeti:

$$I = K \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\Delta}{2} \text{ olarak bulunmuştu.}$$

Analizörden çıkan ışığın sönüm şartı, yani  $I=0$  için:

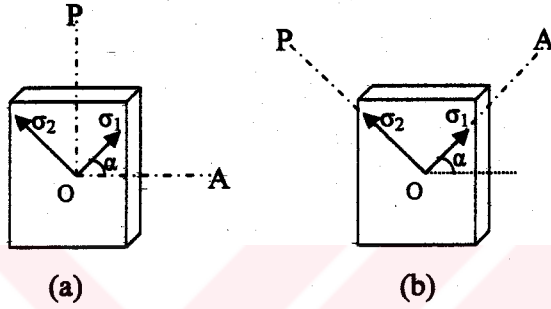
$$a) \sin^2 \frac{\Delta}{2} = 0 \rightarrow \frac{\Delta}{2} = m\pi$$

b)  $\sin^2 2\alpha = 0 \rightarrow 2\alpha = m\pi$  olması gerekir.

a) şıkkındaki sönüm, izokromatları gösterecektir. İzokromatlar geçen paragrafta incelenmişti.

b) şıkkındaki sönüm şartı için:  $2\alpha = m\pi \rightarrow \alpha = m \cdot \frac{\pi}{2}$  olmalıdır. (Burada  $m=0,1,2,3,4,\dots$  gibi tam sayılardır.)

Bunun anlamı şudur: model üzerinde, herhangi bir noktada asal gerilme istikametlerinden biri, analizör veya polarizör eksenine ile çakıştığında, o noktada sönüm elde edilecek demektir.



Şekil 3.16 Yüklenmiş model üzerinde bir O noktasındaki asal gerilmelerin doğrultuları.

Şekil 3.16.a da, yüklenmiş model üzerinde bir O noktasındaki asal gerilmeler gösterilmiştir. Bu asal gerilmelerin analizör eksenine yaptığı açılar  $\alpha$  ve  $\alpha + \pi/2$  olsun. Analizörden bu O noktasına baktığımızda, bu noktadan geçen ışığın sönümü, yani bu noktanın karanlık gözükmesi için, analizörün Şekil 3.16.b de görüldüğü gibi, trigonometrik yönde  $\alpha$  açısı kadar döndürülmesi gerekecektir. Bu durumda analizör eksenine,  $\sigma_1$  asal gerilmesinin istikametiyle çakışmış olacaktır. Bu pozisyonda analizörün  $\alpha$  dönme açısı, asal gerilmelerden birinin ( $\sigma_1$  in) yatayla yaptığı açıyı verir. Diğer asal gerilmenin ( $\sigma_2$  nin) doğrultusu ise,  $\alpha + \pi/2$  olur. Analizörün dönme açısı, skala üzerinden direkt olarak okunabilir. Analizörün bu  $\alpha$  dönme açısına, “izoklinik parametresi” denir.

Analizörün bu  $\alpha$  pozisyonunda, sadece O noktasında sönüm meydana gelmez. Aynı anda, asal gerilme istikametleri, O noktasındaki asal gerilme istikametlerine paralel olan noktalarda da sönüm elde edilir. Böylelikle analizörün her dönme pozisyonunda, değişik yerlerde sönüm çizgileri elde edilir ki tu tip sönüm çizgilerine “izoklinler” denir.

Pratikte, izoklinlerin elde edilmesinde 2 yol takip edilir:

1. yol: Model üzerinde belirli noktalar seçilir ve bu noktalarda ayrı ayrı sönüm elde edilinceye

kadar analizör döndürülür. O noktada sönüm elde edildiğinde, analizörün  $\alpha$  dönme açısı okunur. Bu  $\alpha$  açısı o noktaya ait izoklinik parametresini verir.

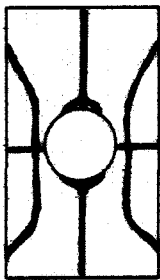
2. yol: Analizör belli açılar kadar döndürülür. Örnek olarak,  $5^\circ$  lik,  $10^\circ$  lik veya  $15^\circ$  lik açılarda döndürülür. Pratik olarak, analizörün  $15^\circ$  lik ( $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $90^\circ$  gibi) periyotlarda döndürülmesi yeterlidir. Analizörün her pozisyonunda, nerelerde sönüm çizgileri meydana geldiği tesbit edilir. Bu tespit işi ya model üzerine yağlı kalemle çizmek suretiyle yapılır, ya da fotoğraf çekmek suretiyle yapılabilir. Fotoğrafla çalışmak daha pratik ve uygun bir yoldur. Fakat masraflıdır.

Model üzerinde, analizörün her dönme pozisyonunda tesbit edilmiş olan izoklinler, tek bir resim üzerinde gösterilirse, modelin tümü üzerinde asal gerilme istikametleri aynı olan noktaları görmüş oluruz.

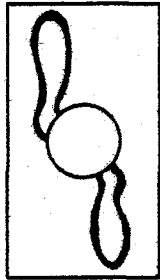


Şekil 3.17 Ortasında delik bulunan aksenal çekme kuvvetine maruz bir fotoelastik model.

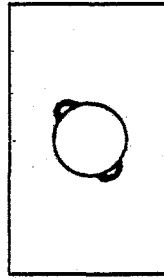
Şekil 3.17 de görüldüğü gibi ortasında delik bulunan aksenal çekme kuvvetine maruz bir fotoelastik modeli, düzlem polariskop içine yerleştirelim. Analizörü  $15^\circ$  lik açılar ( $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,,,,, gibi) kadar döndürelim. Her dönme pozisyonundaki izoklinleri tesbit edelim (Şekil 3.18).



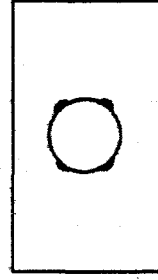
$0^\circ$  ve  $90^\circ$



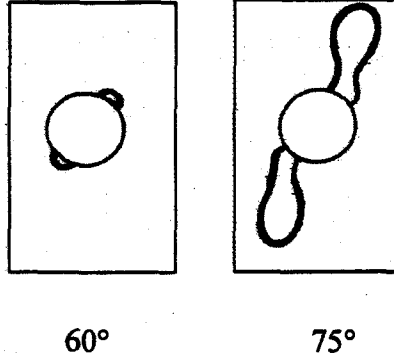
$15^\circ$



$30^\circ$

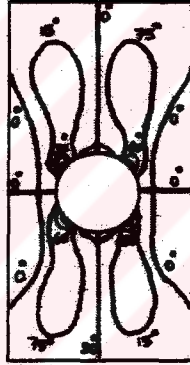


$45^\circ$



Şekil 3.18 Analizörün her dönme pozisyonundaki izoklinler.

Bu izoklinleri, Şekil 3.19 da görüldüğü gibi, tek bir resim üzerinde gösterebiliriz ve her izoklinin parametresini üzerine yazalım. Böylece modelin tümü üzerinde, asal gerilme istikametleri aynı olan noktaları görmüş oluruz.



Şekil 3.19 Tüm izoklin parametrelerinin tek resimde gösterilmesi.

İzoklinler, fotoelastik analizde şu şekillerde kullanılır:

1. İzoklinlerden faydalanılarak, asal gerilme doğrultularını gösteren “gerilme trajektörlerinin” çizilmesi mümkün olur.
2. Asal gerilmelerin bir referans eksenine yaptığı açı izoklinlerden elde edilir ve Mohr dairesinden çıkardığımız aşağıdaki bağıntıyla kayma gerilmeleri hesaplanır.

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha$$

3. İzoklinler ayrıca, gerilmelerin ayrı ayrı bulunmasında kullanılan “kayma farkı metodunda” da kullanılır.

### 3.3.1 İzokromatların ve İzoklinlerin Teşhis Edilmesi ve Aralarındaki Farklar

Bir düzlem polariskopta, bir fotoelastik modeli incelerken şayet monokromatik ışık kullanıyorsak, hem izokromatlar hem de izoklinler siyah gözükeceğinden, bunları birbirine karıştırmak mümkündür. Fakat monokromatik ışık yerine, beyaz ışık kullanırsak, izokromatlar renkli olarak görülür. Bunun yanında izoklinler yine siyah gözükürler. Böylece birbirinden ayırt etmek mümkün olur. Bu sebeple, izoklinleri incelerken beyaz ışık ile çalışmak daha uygun olur.

İzoklinleri izokromatlardan ayırt etmenin diğer bir yolu şudur:

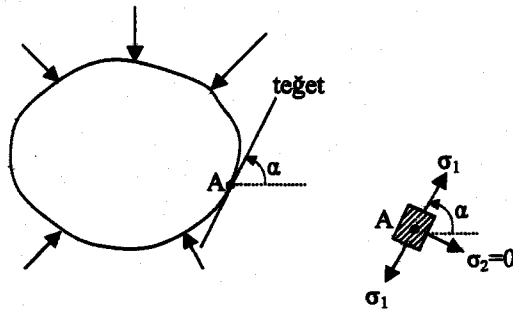
Modelde yükü sabit tutup, analizörü döndürdüğümüz takdirde izokromatlar sabit kalır. Buna karşın, izoklinler hareket ederler. Aksine, analizörü sabit tutup, modeldeki yükü değiştirirsek, izoklinler sabit kalır. Bunun yanında, izokromatlar hareket eder. Ancak yükün uygulama noktası ya da yükün şekli değişirse izoklinlerde de farklılık görülür.

İzotrop ve singüler noktalar ise, analizörün dönmesiyle veya yükün artırılıp azaltılmasıyla değişmezler.

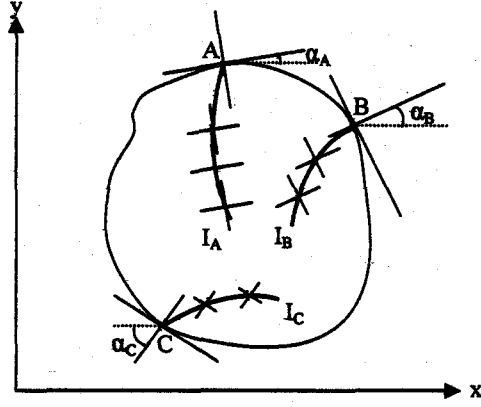
### 3.3.2 İzoklinler Hakkında Bazı Özellikler

#### 3.3.2.1 Serbest Sınırlarda İzoklinler

Bölüm 3.2.1 de, serbest bir sınırdaki (yüksüz bir sınırdaki) asal gerilmelerden birinin bulunduğunu, diğer asal gerilmenin sıfıra eşit olduğunu görmüştük. Böyle bir sınırdaki, mevcut olan asal gerilme, sınıra teğettir. Sınıra dik doğrultuda ise bir gerilme yoktur. Şu halde, serbest bir sınırdaki herhangi bir A noktasındaki gerilme istikameti, o noktadan sınıra çizilen teğet ile çakışacak demektir (Şekil 3.20). Bu durumda, A noktasından geçen izokliniğin parametresi, bu noktadan sınıra çizilen teğetin eğimine eşit olacaktır.



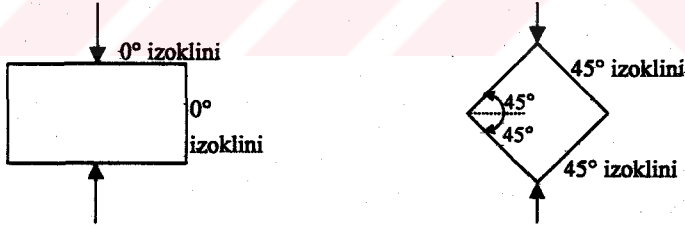
Şekil 3.20 Serbest bir sınırdaki asal gerilme doğrultusu.



Şekil 3.21 Serbest sınırı kesen izoklinlerin parametreleri.

Şekil 3.21 de bir levhanın sınırında A,B,C noktalarından geçen  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  izoklinleri gösterilmiştir. Bu izoklinlerin parametreleri sırasıyla  $\alpha_A$ ,  $\alpha_B$ ,  $\alpha_C$  olsun. Ayrıca bu noktalardan sınıra çizilen teğet ve normal doğrultuları gösterilmiştir. Serbest sınır üzerindeki bu noktalarda, teğetin yatayla yaptığı açılar, izokliniğin parametresine eşit olacaktır, (Durelli, 1958).

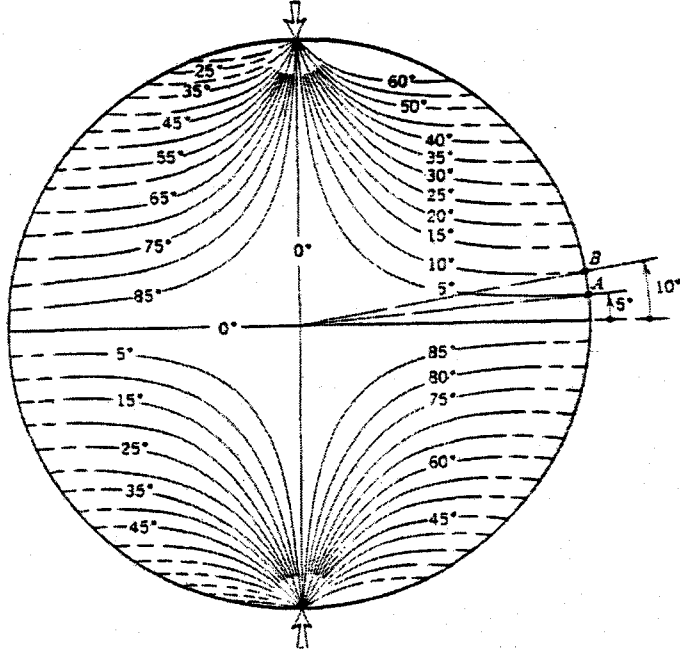
Serbest sınır bir doğru ise bu doğru, parametresi bu doğrunun eğimine eşit bir izoklini gösterecektir (Şekil 3.22).



Şekil 3.22 Serbest sınırın bir doğru olması halinde izoklin parametreleri.

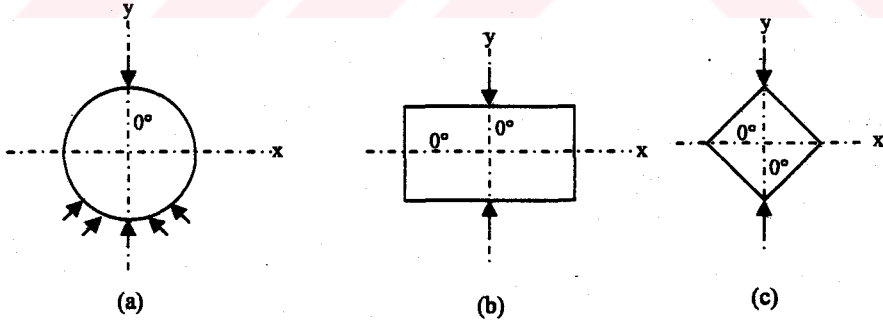
### 3.3.2.2 Cismin Simetri Eksenine Sahip Olması Halinde İzoklinler

Şayet bir cisimde, bir eksene göre geometrik yönden ve yük bakımından bir simetri varsa, bu simetri eksenini  $0^\circ$  izokliniğini gösterir. Simetri eksenlerinde kayma gerilmeleri oluşmayacağına göre, simetri eksenleri asal doğrultulardır. Böyle bir eksenindeki bütün noktalarda asal gerilmeler simetri eksenine paralel ve dikeydir. Aşağıdaki şekilde çapı boyunca basınca maruz bir diskin yatay ve düşey çapının  $0^\circ$  izokliniği olduğu görülmektedir (Şekil 3.23). Ayrıca şekilde serbest sınırı kesen izoklin çizgilerinden  $5^\circ$  ve  $10^\circ$  için olanları incelenirse, bunların diskin sınırının eğimiyle aynı olduğu görülür, (Frocht, 1941).



Şekil 3.23 Çapı boyunca basınca maruz diskteki izoklinler.

Şekil 3.24.a da görülen disk geometrik bakımından x ve y eksenlerine göre simetriktir. Yük bakımından ise, y eksenine göre simetrik, fakat x eksenine göre simetrik değildir. Bu nedenle sadece y eksenini  $0^\circ$  izokliniğini gösterir. Şekil 3.24.b ve c de ise geometrik ve yük bakımından her iki eksene göre simetri olduğundan, bu eksenler  $0^\circ$  izokliniğini gösterir.



Şekil 3.24 Simetri eksenlerinde izoklin parametreleri.

Simetri eksenlerinde izoklin parametresinin  $0^\circ$  olmasının sebebi şudur:

Simetri eksenlerinde kayma gerilmeleri sıfırdır. Ayrıca Mohr dairesinden kolayca görüleceği gibi:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma_1 - \sigma_2} \quad (3.12)$$

$\tau = 0$  olduğundan,  $\operatorname{tg} 2\alpha = 0$  ve buradan:  $\alpha = 0$  bulunur. Şu halde simetri ekseninde izoklin parametresi  $0^\circ$  olacak demektir. Asal gerilme istikametlerinden biri bu simetri eksenini ile çakışır. Diğeri ise buna dik olur.

### 3.3.2.3 İzotrop ve Singüler (Tekil) Noktalarda İzoklinler

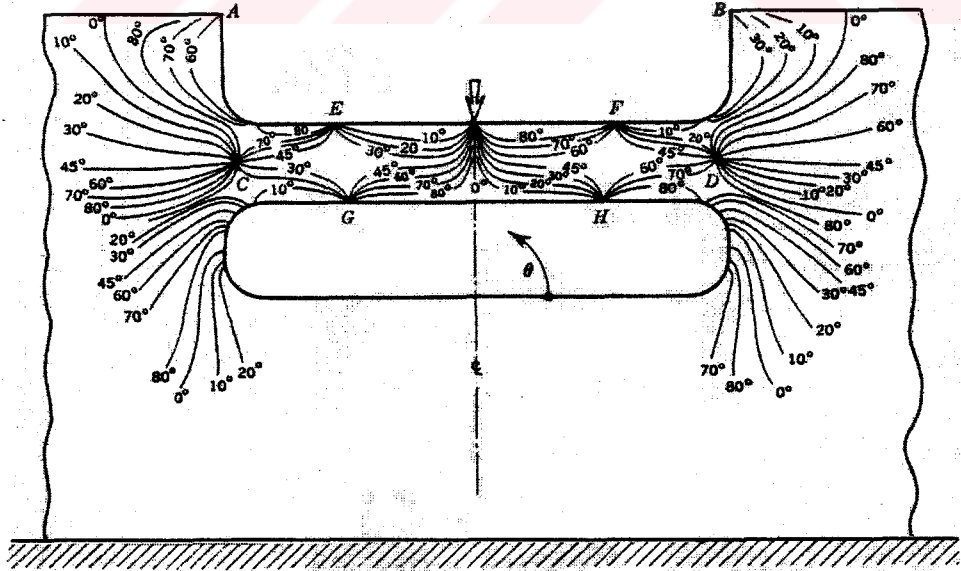
İzotrop noktaları  $\sigma_1 = \sigma_2$  olan noktalar şeklinde tarif etmiştik. Mohr dairesinden:

$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha$  olarak bulmuştuk. Bu formülde  $\sigma_1 = \sigma_2$  koyarsak,  $\tau = 0$  olur. Şuhalde

(3.12) denkleminde göre:  $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{0}{0}$  olur. Bu durumda, böyle noktalarda  $\alpha$  açısı belirsiz

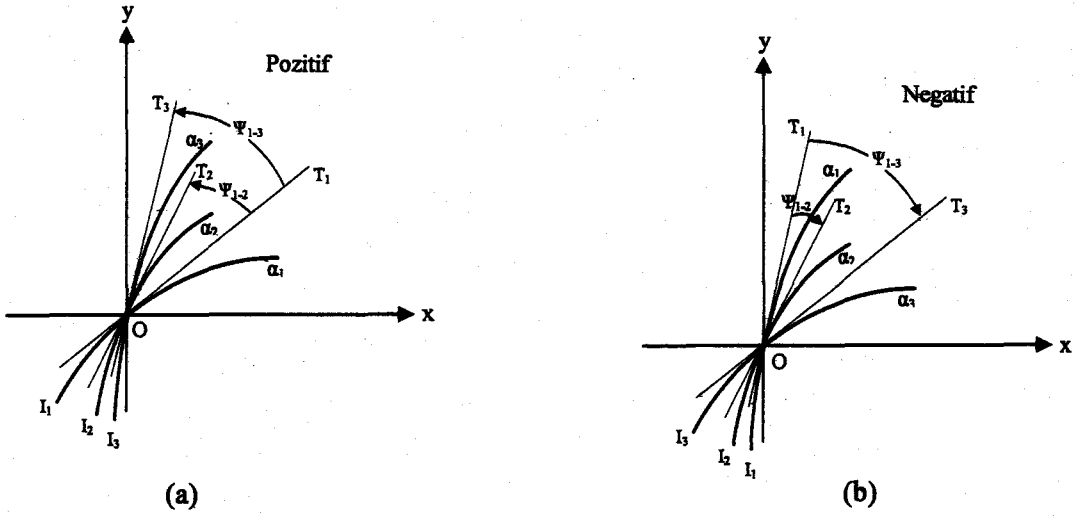
olacak demektir. Şuhalde, izotrop noktalarda her istikamet, bir asal gerilme istikametidir. Bu noktalardan sonsuz sayıda izoklin geçecektir. Aynı şart singüler noktalar içinde geçerlidir. Singüler noktalar iki asal gerilmenin olmadığı ( $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ) noktalardır. Yüksüz sınırda olan izotrop noktalar singüler noktalardır ve genellikle çekmeden basınca geçiş yerleridir.

Şekil 3.25 de simetri ekseninden yüklenen kirişte oluşan izoklinler görülmektedir. Şekilde görülen C, D noktaları izotropik, E, F, G, H noktaları da singüler (tekil) noktalardır.



Şekil 3.25 Simetri ekseninden yüklenen kirişte oluşan izoklinler (Frocht, 1941).

### 3.3.2.4 Pozitif ve Negatif İzotropik Noktalar



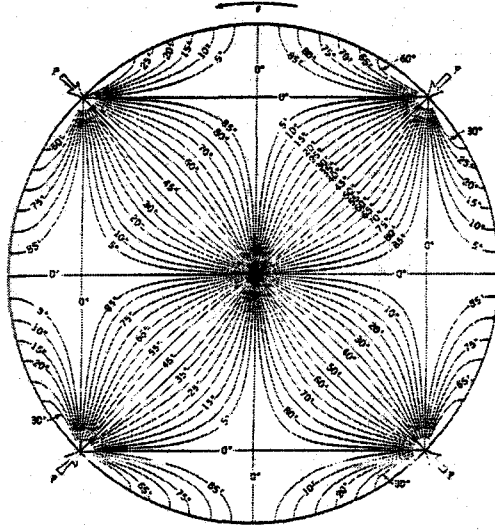
Şekil 3.26 Pozitif ve negatif izotropik noktalar.

Şekil 3.26 da görüldüğü gibi O noktasının bir izotropik nokta olduğunu varsayalım.  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  sırasıyla üç parametreye  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  karşı gelen üç izoklini gösterebiliriz. Bu parametreler

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \Delta\alpha$$

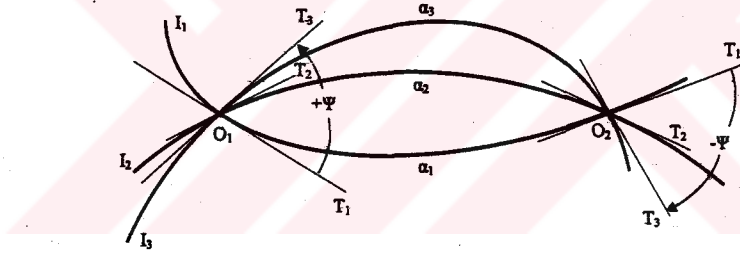
$$\alpha_3 = \alpha_2 + \Delta\alpha$$

şeklinde olsun.  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  sırasıyla O noktasında  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  izoklinlerinin teğetlerini ve  $\Psi_{1-2}$ ,  $\Psi_{1-3}$  de teğetler arasındaki açıları gösterebiliriz. Açılar  $T_1$  den ölçüldüğünü kabul edelim.  $\Psi$  açısı saat yönünün tersi yönünde artıyorsa Şekil 3.26.(a) da görüldüğü gibi bu izotropik noktaya pozitif, eğer  $\Psi$  açısı saat ibrelerinin yönündeyse Şekil 3.26.(b) de gösterildiği gibi bu izotropik noktaya da negatif izotropik nokta denir. Örnek olarak gösterecek olursak Şekil 3.27 deki diskin merkezindeki izotropik nokta negatif izotropik noktadır.



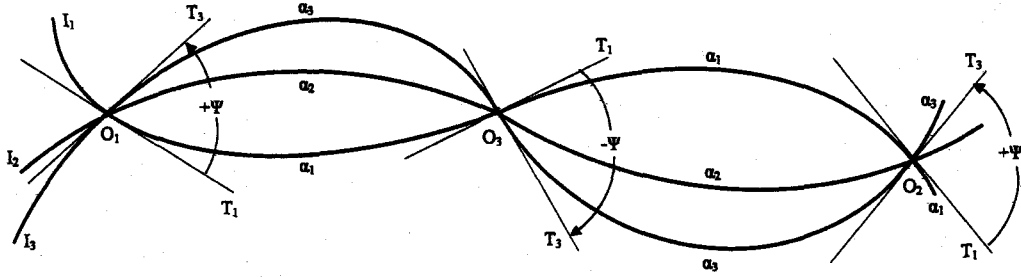
Şekil 3.27 İki karşılıklı dikey çap boyunca dört eşit yüke maruz kalmış diskteki izoklinler (Frocht, 1941).

### 3.3.2.5 Yanyana İki ve Üç Komşu İzotropik Noktalar



Şekil 3.28 Yanyana iki komşu izotropik nokta.

Şekil 3.28 de yanyana iki izotropik nokta incelenirse  $O_1$  in pozitif,  $O_2$  nin negatif bir izotropik nokta olduğu görülür. Aynı zamanda  $O_1$  ve  $O_2$  nin ikisinin birden pozitif olması ancak ters işaretli  $O_3$  izotropik noktanın ikisinin arasında bulunması ile mümkün olur (Şekil 3.29).

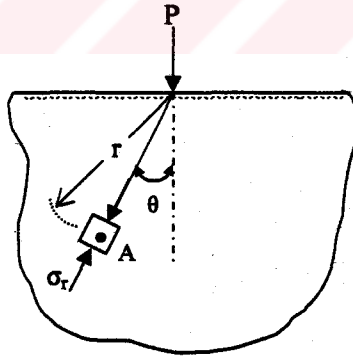


Şekil 3.29 Yanyana üç komşu izotropik nokta.

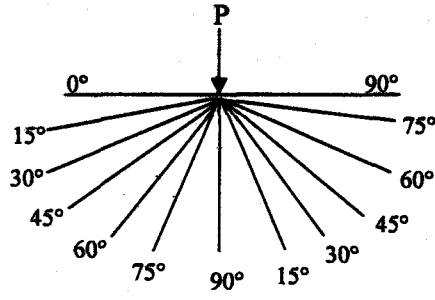
### 3.3.2.6 Münferit (Nokta) Yükler Altında İzoklinler

Şekil 3.30 da görülen, bir P münferit kuvvetine maruz levhanın herhangi bir A noktasındaki radyal gerilme:

$$\sigma_r = -\frac{2P \cdot \cos \theta}{\pi \cdot t \cdot r} \text{ dir.} \quad (3.13)$$



Şekil 3.30 Nokta yüküne maruz levhadaki radyal gerilme.

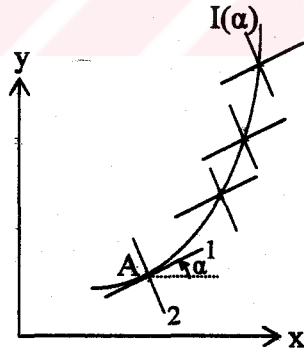


Şekil 3.31 Yükün tatbik noktasında kesişen farklı parametredeki izoklinler.

Burada:  $t$  levhanın kalınlığı,  $r$  ve  $\theta$  polar koordinatlarıdır. Açısı  $0^\circ$  ile  $90^\circ$  arasında değişeceğinden, farklı parametredeki izoklinler, yükün tatbik noktasında kesişecektir (Şekil 3.31).

### 3.3.3 Gerilme Trajektörleri (Yörüngeleri)

İzoklinler, asal gerilme istikametleri aynı olan noktaların geometrik yeri'dir. Mühendislik sahasında daha çok asal gerilmelerin istikametiyle ilgileniriz. İzoklinler fotoelastisite yoluyla elde edildikten sonra, bunlardan faydalanıp gerilme trajektörlerinin çizim yoluyla elde edilmesi mümkün olur.



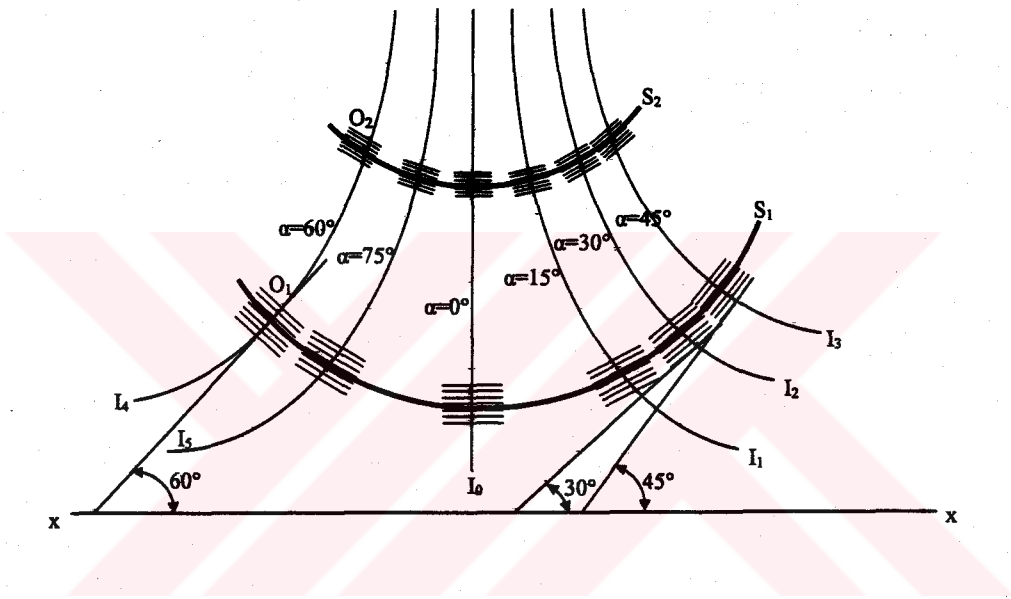
Şekil 3.32 İzoklin üzerindeki noktalarda asal gerilme istikametleri.

Şekil 3.32 de görüldüğü gibi, bir  $I$  izokliniği ele alalım. Bu izoklinin parametresi  $\alpha$  olsun. İzoklin üzerindeki bir  $A$  noktasında asal gerilme istikametlerini elde etmek için, bu noktadan yatayla  $\alpha$  açısı yapan (1) doğrusunu ve buna dik (2) doğrusunu çizeriz. Bu durumda 1 ve 2 doğrultuları,  $A$  noktasındaki asal gerilme doğrultularını verir. Aynı şekilde izoklin üzerinde başka noktalar alıp, bu noktalardan 1 ve 2 doğrultularına paralel çizgiler çizelim. Böylece her izoklin üzerinde, onun parametresine eşit, paralel çizgiler ve dik çizgiler çizersek ve bu

çizgilere zarf olan eğrileri gösterirsek, gerilme trajektörlerini elde etmiş oluruz.

Gerilme trajektörlerinin çizimle elde edilmesine ait bazı metodlar vardır. Bunlar içinde en çok kullanılan iki tanesi ele alınacaktır.

**1.yol:** Şekil 3.33 de görülmektedir. İzoklin parametreleri her izoklin üzerine yazılmıştır. Her izoklin üzerine, onun kendi parametresine göre, xx yatay eksenine eşit açı yapacak olan, paralel çizgiler serisi çizilir. Bundan sonra, izoklin üzerindeki herhangi bir  $O_1$  noktasından başlayarak, bu paralel doğrulara teğet olacak şekilde,  $S_1$  trajektörü çizilir. Aynı şekilde diğer bir  $O_2$  noktasından başlayarak,  $S_2$  trajektörü çizilir.

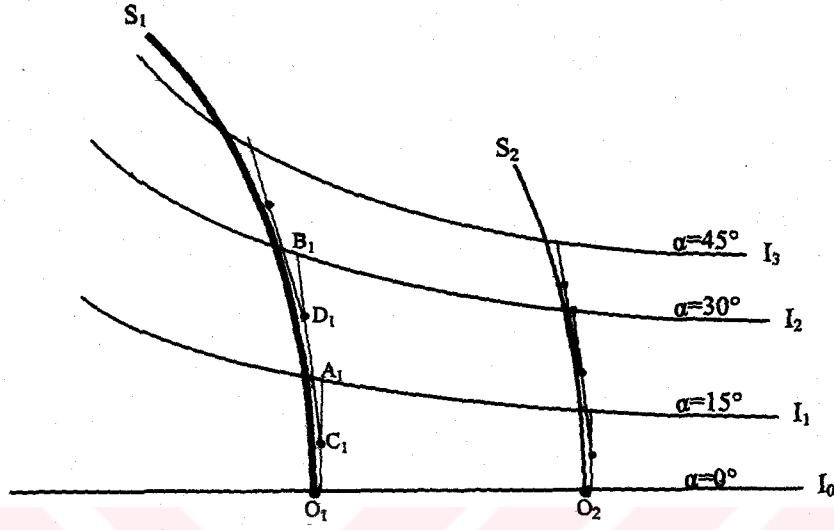


Şekil 3.33 Gerilme trajektörlerinin çizimi (1.yol).

Bu şekilde izoklinler üzerinde alınan muhtelif noktalardan geçen trajektörler çizilerek, cisim üzerinde her noktada asal gerilme istikametlerini gösteren çizgiler elde edilmiş olur. Diğer asal gerilme istikametini gösteren trajektörler, bu  $S_1, S_2, \dots$  trajektörlerine dik olan eğriler olacaktır.

**2. yol:** Şekil 3.34 de görüldüğü gibidir. Bu metotta  $I_0$  izoklini üzerindeki bir  $O_1$  noktasından geçen dik bir doğru çizilir. Bu dik doğrunun  $I_1$  izoklinini kestiği  $A_1$  noktası bulunur.  $O_1A_1$  in orta noktası olan  $C_1$  noktasından düşeyle,  $I_1$  izoklinin parametresi olan,  $\alpha=15$  derecelik açı yapan bir doğru çizilir. Bu doğrunun  $I_2$  izoklinini kestiği  $B_1$  noktası bulunur.  $A_1B_1$  in orta noktası  $D_1$  den,  $I_2$  nin parametresi olan  $\alpha=30$  derecelik bir açı, düşey doğrultudan itibaren alınır. Bu işe bu şekilde devam edilerek, bu doğrulara teğet olan eğri çizilirse  $S_1$  gerilme trajektörü elde edilmiş olur. Aynı şekilde,  $I_0$  izokliniği üzerindeki diğer bir  $O_2$  noktasından

geçen  $S_2$  gerilme trajektörü çizilir. Bu şekilde devam edilerek diğer gerilme trajektörleri de çizilebilir.



Şekil 3.34 Gerilme trajektörlerinin çizimi (2.yol).

## 4. AYIRMA YÖNTEMLERİ

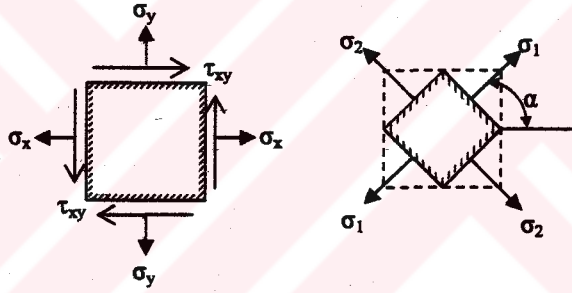
### ASAL GERİLMELERİN AYRI AYRI BULUNMASI

#### 4.1 GİRİŞ

Bilindiği gibi iki boyutlu elastisitede, herhangi bir noktadaki gerilme durumu,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  gibi üç büyüklük ile tarif edilir. Bu gerilme bileşenleri:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos 2\alpha \\ \sigma_y &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos 2\alpha \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha\end{aligned}\quad (4.1)$$

şeklinde asal gerilmeler ve doğrultuları cinsinden ifade edilebilir (Şekil 4.1).

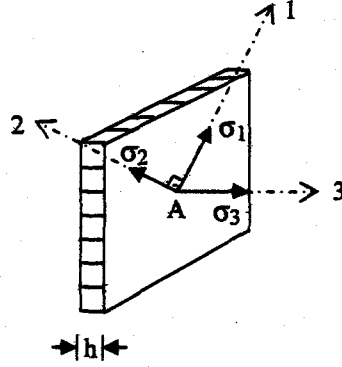


Şekil 4.1 Gerilmeler ve doğrultuları.

Bir noktadaki gerilme durumunun belli olması için, bu üç büyüklüğün ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ ) veya (4.1) denklemlerine göre ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ), ( $\sigma_1 + \sigma_2$ ), ( $\alpha$ ) değerlerinin bilinmesi gerekecektir. Fakat biz fotoelastik analiz ile iki tip done elde edebiliyoruz. Bu donelerden birincisi ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) asal gerilmeler farkını veren izokromatlar, ikincisi ise ( $\alpha$ ) asal gerilme doğrultularını veren izoklinler. Şuhalde, model üzerinde herhangi bir noktada gerilme durumunun belirli olabilmesi için, ilave bir bilgiye daha ihtiyaç vardır. Bu ilave bilgiyi elde etmek için birçok metodlar geliştirilmiştir. Bu bölümde, bu metodlardan en çok kullanılanlar ele alınacaktır.

## 4.2 Girişim Metodları

Gerilmelerin ayrılmasında kullanılan bu metodun esası, modelin düzlemine dik birim boy değiştirme miktarının ölçülmesine dayanır (Hiltscher, 1963). Bu birim boy değişiminde asal gerilmelerin toplamına bağlıdır. Model yüklendikten sonra kalınlıkta meydana gelen değişimleri, "lateral extensometre" denilen cihazlarla ölçebiliriz.



Şekil 4.2 Yüklendiği bir modelde A noktasındaki asal gerilmeler.

Şekil 4.2 de yüklendiği bir modelde herhangi bir (A) noktasında asal gerilmeler gösterilmiştir. (3) doğrultusunda birim boydaki uzama ( $\epsilon_3$ ) ise, Hooke Kanununa göre:

$$\epsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (4.2)$$

Şayet, modelin diğer iki boyutu, (h) kalınlığına göre çok büyükse, düzlem gerilme problemi olacağından  $\sigma_3=0$  alınabilir. Bu durumda (4.2) denklemi:

$$\epsilon_3 = -\frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (4.3)$$

şeklinde yazılabilir.

(A) noktasında, model yüklenmeden önceki kalınlık (h), ve model yüklendikten sonra kalınlıktaki değişim ( $\Delta h$ ) ise, birim boydaki uzama tarifine göre:

$$\epsilon_3 = \pm \frac{\Delta h}{h} \quad (4.4)$$

(4.3) ve (4.4) denklemlerinden:

$$\pm \frac{\Delta h}{h} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad \text{veya} \quad \sigma_1 + \sigma_2 = \pm \frac{E}{\nu} \cdot \frac{\Delta h}{h} \quad \text{bulunur.} \quad \pm \frac{E}{\nu h} = K \quad \text{ile gösterirsek:}$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = K \cdot \Delta h \quad (4.5)$$

bağıntısı elde edilir.

$h$  = model yüklenmeden önceki kalınlık

$\Delta h$  = model yüklendikten sonra kalınlıktaki değişme

$\nu$  = poisson oranı

$E$  = elastisite modülüdür.

(4.5) denkleminde görüleceği gibi, her noktada kalınlıktaki değişme miktarı ölçülebilirse, modelin tümü üzerinde,  $(\sigma_1 + \sigma_2)$  asal gerilme toplamını bulabiliriz. Asal gerilme toplamları aynı olan noktaları birleştiren çizgilere "izopah"lar denir. Lateral extensometre denilen optik cihazlarla bu kalınlık değişmelerini ölçmek ve bundan faydalanıp izopahları çizmek oldukça kolaydır.

Böylece fotoelastik analizle elde ettiğimiz izokromatlardan ve lateral extensometre ile elde edilen izopahlardan faydalanarak, her noktadaki asal gerilmeler ayrı ayrı bulunabilir. Şöyle ki;

Fotoelastisite esas denkleminin olan,

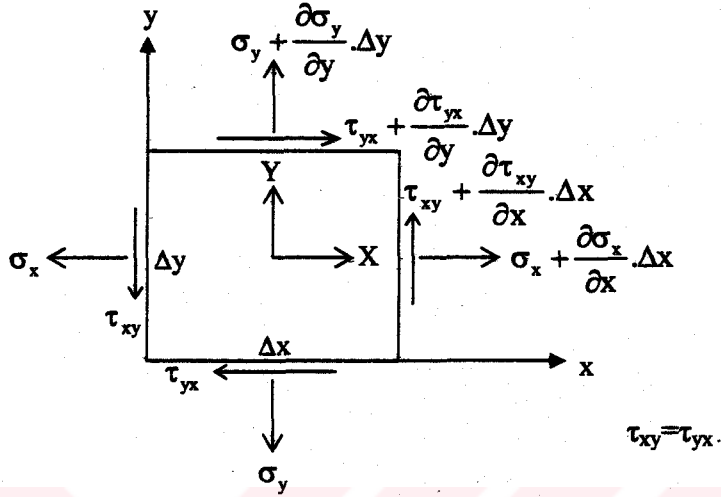
$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f}{h} \cdot N \quad \text{denkleminin ile}$$

$\sigma_1 + \sigma_2 = K \cdot \Delta h$  denklemlerinden  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  ayrı ayrı bulunabilir.

Post tarafından geliştirilmiş optik aletlerle bu yöntem basit ve kullanışlıdır. Kullanışsız olan kısmı, nokta nokta ölçmelere dayanan ayrık bir metottür.

### 4.3 Kayma Farkı Metodu

Kayma farkı metodu, modelin iç noktalarındaki  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  asal gerilmeleri bulmak için kullanılan yarı teorik bir yöntemdir ve denge denklemleri üzerine kurulmuştur (Frocht, 1941).



Şekil 4.3 İki eksenli gerilme durumuna maruz elemanın denge denklemleri.

Şekil 4.3 te görüldüğü gibi, iki eksenli gerilme durumuna maruz bir eleman gözönüne alalım. Burada (X) ve (Y), x ve y yönündeki birim hacimdeki kütle kuvvetlerini göstermektedir. Bu elemana x ve y yönünde tesir eden kuvvetlerin toplamının sıfır olduğunu yazarsak:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + Y &= 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

denklemlerini buluruz. Bu iki denklem elastisitede iki boyutlu elemanlarda denge denklemleridir. Karşılaşılan birçok hallerde, kütle kuvvetleri, uygulanan yüklere kıyasla küçük olduğundan, bunların tesiri ihmal edilebilir. Bu durumda  $X=0$ ,  $Y=0$  alınabileceğinden, (4.6) denklemleri:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

şeklini alır. Bu denklemlerin integrasyonundan:

$$(\sigma_x)_p = (\sigma_x)_0 - \int_0^p \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx \quad (4.8)$$

$$(\sigma_y)_p = (\sigma_y)_0 - \int_0^p \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dy$$

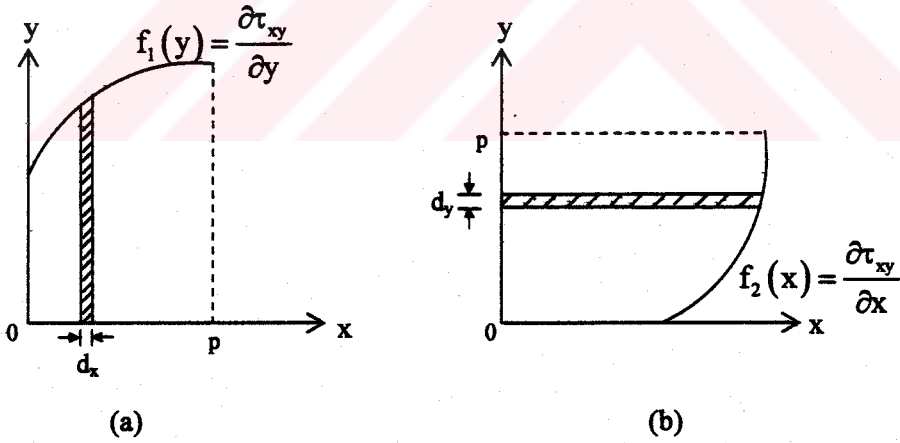
bulunur. Burada  $(\sigma_x)_p$ ,  $(\sigma_y)_p$  herhangi bir (P) noktasındaki x ve y yönünde olan gerilme bileşenlerini,  $(\sigma_x)_0$ ,  $(\sigma_y)_0$  ise, serbest sınırdaki izokromat verisi yardımıyla gerilme değerleri bilinen bir noktadaki x ve y yönünde olan gerilmeleri göstermektedir.  $\int_0^p \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx$  değerine

gelince, bu integral değeri  $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = f_1(y)$  eğrisinin x eksenine ile kapadığı alanı göstermektedir

(Şekil 4.4.a).

$\int_0^p \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dy$  değeri ise  $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = f_2(x)$  eğrisinin y eksenine ile kapadığı alanı göstermektedir (Şekil

4.4.b).



Şekil 4.4  $f_1(y)$  ve  $f_2(x)$  eğrilerinin sırasıyla x ve y eksenine ile kapadığı alanlar.

(4.8) denklemlerini sonlu elemanların toplamları şeklinde ifade edersek:

$$(\sigma_x)_p = (\sigma_x)_0 - \sum \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \Delta x \quad (4.9)$$

$$(\sigma_y)_p = (\sigma_y)_0 - \sum \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta x} \Delta y$$

denklemlerini elde ederiz.

Şayet  $\Delta x = \Delta y$  olarak seçilirse, bu durumda:

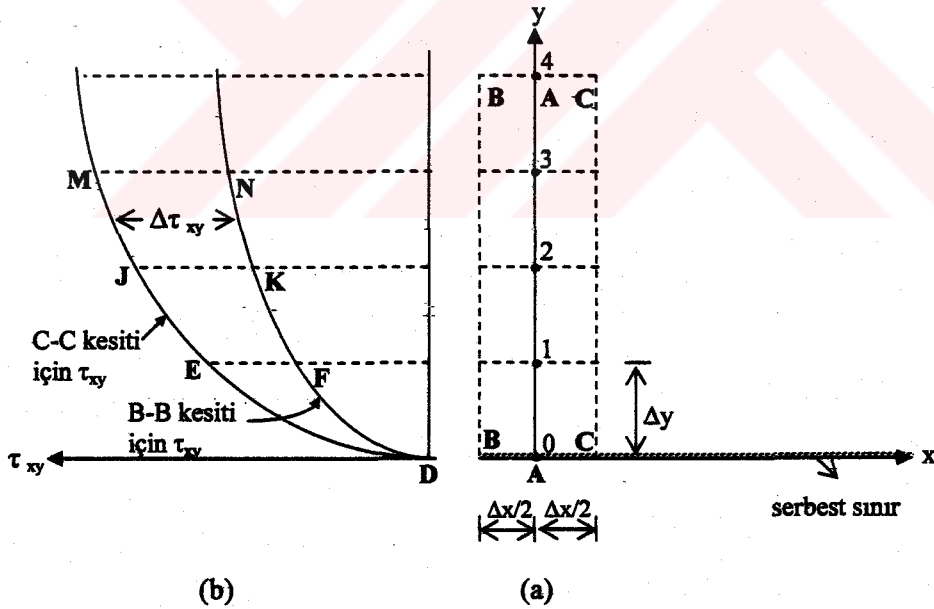
$$\begin{aligned} (\sigma_x)_p &= (\sigma_x)_0 - \Sigma \Delta \tau_{xy} \\ (\sigma_y)_p &= (\sigma_y)_0 - \Sigma \Delta \tau_{xy} \end{aligned} \quad (4.10)$$

bulunur. Bu denklemler yardımıyla, sadece polariskopla bulunmuş donelerden, yani izokromat ve izoklinlerden faydalanarak, model üzerinde herhangi bir noktadaki asal gerilmelerin ayrı ayrı bulunması mümkün olur. Şöyle ki, fotoelastik analizle asal gerilmeler farkı  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  ve bu asal gerilmelerin doğrultusu  $(\alpha)$  bulunabilir. (3.4) denklemine göre herhangi bir noktadaki kayma gerilmesi:

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad \text{dir. Böylece izokromat ve izoklinlerden faydalanılarak bu denklem}$$

yardımıyla her noktada  $(\tau_{xy})$  kayma gerilmeleri hesaplanabilir.

Kayma-farkı metodu ile asal gerilmelerin ayrı ayrı bulunmasında şu yol takip edilir:



Şekil 4.5 Kayma farkı metodunun uygulanmasında kullanılan ağ sistem.

1. Model üzerinde, asal gerilmelerin tayin edilmesi istenen yerde A-A çizgisi çizilir (Şekil 4.5.a). y eksenini bu A-A çizgisi ile çakışacak şekilde bir  $O_{xy}$  dik koordinat sistemi seçilir. Koordinat sisteminin (O) orijini serbest sınır üzerinde seçilmiştir. A-A doğrusu, eşit aralıklarda bir sayıya bölünecek şekilde,  $(\Delta y)$  uzunluğunda kısımlara ayrılır.

2. A-A çizgisinin her iki tarafında, eşit uzaklıkta B-B ve C-C çizgileri çizilir. Öyle ki bu B-B ve C-C çizgileri arasındaki ( $\Delta x$ ) mesafesi ( $\Delta y$ ) ye eşit olacak şekilde düzenlenmiştir. Böylece y doğrultusundaki gerilmeler:

$$\sigma_y = (\sigma_y)_0 - \Sigma \Delta \tau_{xy} \quad \text{formülünden elde edilebilir.}$$

Bu formüldeki  $(\sigma_y)_0$  değeri O noktasındaki  $(\sigma_y)$  değeridir. Bu nokta sınır üzerinde olduğundan  $(\sigma_y)_0$  değeri belli demektir.  $(\Delta \tau_{xy})$  değeri ise, B-B ve C-C kesitlerindeki kayma gerilmeleri arasındaki farktır.  $(\Delta \tau_{xy})$  yerine yaklaşık olarak, ( $\Delta y$ ) dilimlerinin orta noktalarındaki, B-B ve C-C kesitlerine ait kayma gerilmeleri arasındaki fark alınabilir. ( $\Delta y$ ) değeri küçük seçilirse bu yaklaşıklık azalır.

3. Fotoelastik donelerden yararlanılarak, izokromat ve izoklinlerin B-B ve C-C çizgilerini kestiği noktalar bulunur ve bu noktalardaki izokromat mertebeleri ve izoklin parametreleri tesbit edilir. Bunlardan faydalanarak, hem B-B hemde C-C kesitlerine ait  $\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)$  ve ( $\alpha$ ) ayrı ayrı y eksenini boyunca çizilir.

4. Bu eğrilerden ve  $\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha$  formülünden yararlanarak, B-B ve C-C kesitlerine ait  $(\tau_{xy})$  eğrileri çizilir (Şekil 4.5.b).

5. Her ( $\Delta y$ ) diliminin orta noktalarına denk gelen, B-B ve C-C kesitlerine ait kayma gerilmeleri arasındaki fark  $(\Delta \tau_{xy})$  yi gösterir.

6. Böylece,  $\sigma_y = (\sigma_y)_0 - \Sigma \Delta \tau_{xy}$  formülünden faydalanarak, bir önceki noktada  $(\sigma_y)$  değeri belli ise, herhangi bir noktadaki y doğrultusundaki gerilme kolayca bulunabilir.

Örnek olarak, 1 noktasındaki y yönündeki gerilme:

$(\sigma_y)_1 = (\sigma_y)_0 - (\Delta \tau_{xy})_1$  olarak bulunur. Burada  $(\sigma_y)_0$  değeri (O) noktasındaki y yönündeki gerilme değeridir ve izokromat çizgisinin verisiyle doğrudan hesaplanabilir.  $(\Delta \tau_{xy})_1$  ise  $(\overline{O1})$  uzunluğunun orta noktasındaki B-B ve C-C kesitlerine ait kayma gerilmeleri arasındaki farktır, yani:

$$(\Delta \tau_{xy})_1 = (\tau_{xy})_{C-C} - (\tau_{xy})_{B-B} \quad \text{dir.}$$

- (1) noktasındaki gerilme belli olduktan sonra (2) noktasındaki gerilme:

$(\sigma_y)_2 = (\sigma_y)_1 - (\Delta\tau_{xy})_2$  den bulunur. Bu şekilde devam edilerek 3,4,5,... noktalarındaki gerilmeler bulunabilir.

7. Böylece, A-A kesiti üzerinde 0,1,2,3,4,... noktalarında y yönünde olan  $(\sigma_y)$  gerilmeleri bulunduktan sonra, aynı noktalarda x yönündeki  $(\sigma_x)$  gerilmeleri (3.3) denklemine göre:

$$\sigma_x = \sigma_y + (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \cos 2\alpha = \sigma_y + \frac{f}{h} N \cdot \cos 2\alpha \quad \text{bağıntısından bulunur.}$$

8. 0,1,2,3,4,... noktalarında  $(\sigma_x)$  ve  $(\sigma_y)$  gerilmeleri bulunduktan sonra, aynı noktalardaki asal gerilmeler yine Mohr dairesi ve (2.7) denkleminde elde edeceğimiz:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{1}{2} \left( \sigma_x + \sigma_y + \frac{f}{h} N \right) \\ \sigma_2 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{1}{2} \left( \sigma_x + \sigma_y - \frac{f}{h} N \right) \end{aligned} \quad (4.11)$$

bağıntılarından bulunur.

$(\Delta\tau_{xy})$  nin bulunmasında, yaklaşık olarak  $(\Delta y)$  dilimlerinin orta noktalarındaki kayma gerilmeleri arasındaki farkı almıştık.  $(\Delta y)$  dilimleri küçük seçilerek gerçeğe oldukça yakın değerler bulunabilir. Kesin çözüm için şöyle hareket edilir:

Şekil 4.5.b de görüldüğü gibi EFD harfleri ile çevrilmiş alan, (01) dilimi için:  $S_1 = \Sigma \Delta\tau_{xy} \cdot \Delta y$

değerini gösterir. Bu S değerini  $(\Delta x)$  ile bölersek:  $\frac{S_1}{\Delta x} = \frac{\Delta\tau_{xy} \cdot \Delta y}{\Delta x}$  değerini bulursak, bu değer

(4.9) denklemindeki, (0) dan (1) noktasına,  $(\sigma_y)$  deki değişim miktarını verecektir.

Kayma farkı metodu, izoklinlerin ve izokromatların, numerik integrasyonun kullanılmasıyla oluşan bir metoddur. Ancak integrasyonda meydana gelen hataların birikmesi veya fotoelastik verilerin hatalı verilmesi sonucu toplam meydana gelen hata çok büyük olmaktadır. Sonuçların doğru olabilmesi için izokromat ve izoklinlerin verilerini dikkatle elde etmek gerekir.

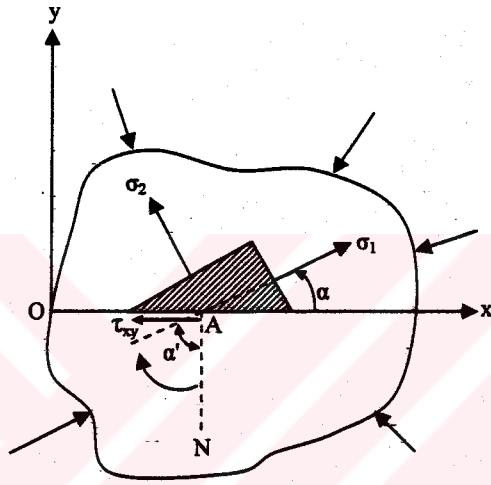
$(\Delta x)$ ,  $(\Delta y)$ ,  $(\sigma)$ ,  $(\alpha)$  ve  $(\tau_{xy})$  nin işaretlerine gelince:

$(\Delta x)$  ve  $(\Delta y)$  nin işareti: Seçilen koordinat eksenlerinin pozitif yönünde ise (+), zıt yönünde ise (-) alınacaktır.

$(\sigma)$  nin işareti: Çekme ise (+), basınç ise (-) alınacaktır.

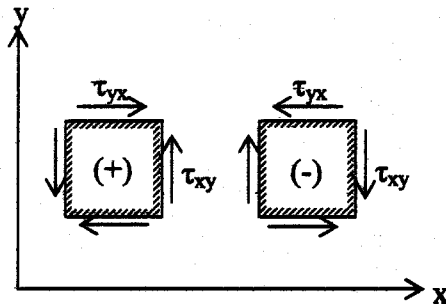
( $\alpha$ ) açısının işareti: Trigonometrik yönde artıyorsa (+), ters yönde artıyorsa (-) alınacaktır.

( $\tau_{xy}$ ) nin işareti: Önce bir düzlem gerilme halinde ( $\tau_{xy}$ ) yi ele alalım ve bunun hangi yönde olacağını inceleyelim. Cisim üzerinde herhangi bir (A) noktasını çeviren üçgen eleman üzerindeki asal gerilmeler ( $\sigma_1$ ), ( $\sigma_2$ ) ve kayma gerilmesi ( $\tau_{xy}$ ) olsun (Şekil 4.6). Büyük olan asal gerilme ( $\sigma_1$ ) ve bunun x eksenine yaptığı açı ( $\alpha$ ) ise, ( $\tau_{xy}$ ) kayma gerilmesinin yönü şöyle bir kuralla bulunabilir: ( $\tau_{xy}$ ) nin tesir ettiği yüzeye çizilen (AN) normalinden itibaren, büyük olan asal gerilme ( $\sigma_1$ ) arasındaki açıyı ( $\alpha'$ ) ile gösterirsek, ( $\tau_{xy}$ ) kayma gerilmesi ( $\alpha'$ ) açısı ile aynı yönde olur.



Şekil 4.6 Cisim üzerinde herhangi bir (A) noktasını çeviren üçgen eleman üzerindeki kayma gerilmesi yönünün bulunması.

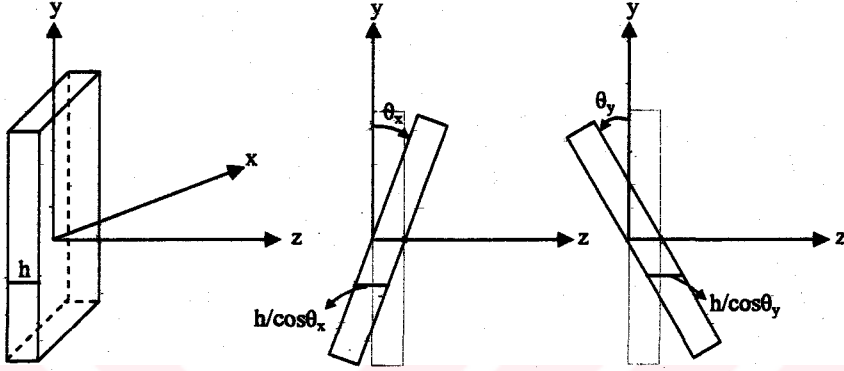
( $\tau_{xy}$ ) nin işaretine gelince: ( $\tau_{xy}$ ) kayma gerilmelerinin tesir ettiği yüzeyin dış normal ve ( $\tau_{xy}$ ) nin doğrultusu, her ikisi birden koordinat eksenlerinin pozitif yönüyle aynı yönde veya her ikisi birden zıt yönde ise, ( $\tau_{xy}$ ) nin işareti (+), aksi halde (-) alınır (Şekil 4.7).



Şekil 4.7 Kayma gerilmesinin işaretleri.

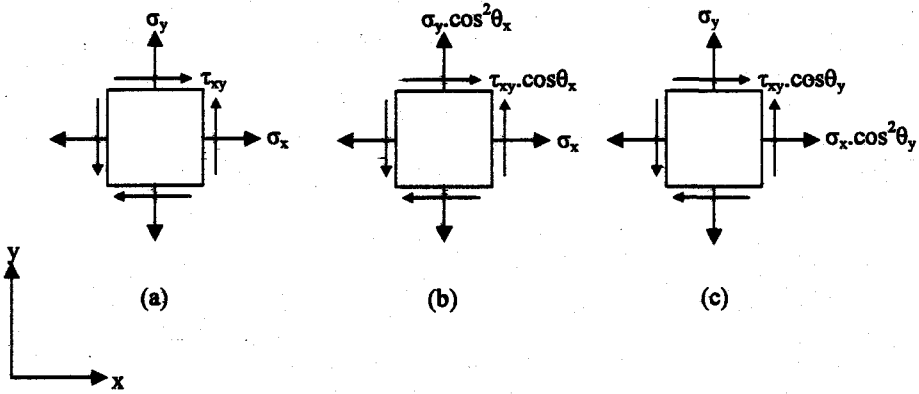
#### 4.4 Eğik-Geliş (Oblique-Incidence) Metodu

Gerilme-optik kanunu için elde edilen (2.7) denklemi ışığın dik olarak modelden geçmesi halinde kullanılabilir. Modelde incelenecek noktanın (ışığa dik konumda) izokromat numarasının  $N$ , model X eksenine  $\theta_x$  kadar çevrildiğinde ölçülen değerin  $N_x$ , Y eksenine  $\theta_y$  kadar döndürüldüğünde elde edilen değerin  $N_y$  olduğunu varsayalım (Şekil 4.8).



Şekil 4.8 Modelin x ve y ekseninde  $\theta_x$  ve  $\theta_y$  kadar döndürülmesi.

İncelenen noktada döndürme sırasında gerilme bileşenleri  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  değişmeyecektir. Fakat ışığa dik düzlemdeki izdüşümleri değişecektir. Dönmüş levhadaki  $(x,y,z)$  izdüşürülmüş gerilme değerleri Şekil 4.9 da gösterilmiştir.



Şekil 4.9 Dönmüş levhadaki izdüşürülmüş gerilme değerleri.

x, y doğrultularındaki bileşenler cinsinden hesaplanan asal gerilmeler yardımıyla (2.7) fotoelastik denklemini kullanarak:

$$\begin{aligned}
N &= \frac{h}{f} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \\
N_x &= \frac{h}{\cos \theta_x \cdot f} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y \cdot \cos^2 \theta_x)^2 + 4\tau_{xy}^2 \cdot \cos^2 \theta_x} \\
N_y &= \frac{h}{\cos \theta_y \cdot f} \sqrt{(\sigma_x \cdot \cos^2 \theta_y - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \cdot \cos^2 \theta_y}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

bulunur (Drucker, 1950). Bu bağıntılardan  $\theta_x = \theta_y = \theta$  olduğunu varsayarak  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  çözülür. Eğik geliş metodunda  $\theta = 45^\circ$  olması halinde daha kullanışlıdır.  $\theta$  nın bu değerleri için (4.12) denklemleri

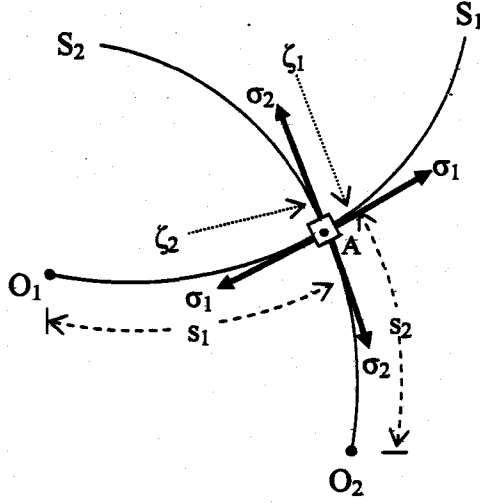
$$\begin{aligned}
\left(\sigma_x \cdot \frac{h}{f}\right)^2 &= \frac{4}{3}N_x^2 + \frac{2}{3}N_y^2 - 2N^2 \\
\left(\sigma_y \cdot \frac{h}{f}\right)^2 &= \frac{4}{3}N_y^2 + \frac{2}{3}N_x^2 - 2N^2
\end{aligned} \tag{4.13}$$

halini alır. (4.13) denklemleri ile gerilmeler izoklinlere gerek olmadan hesaplanabilir. İzokromat mertebelerinin yüzde hanesine kadar kesin olarak ölçülmesi eğik geliş metodunu kullanışlı hale getirir. Bu metodun sakıncalı tarafı ise, döndürme sırasında modelin mesnetlendirilmesi ve yükleme durumunda az da olsa meydana gelen değişimler sonucu etkilemektedir.

#### 4.5 Mesnager Teoreminden Faydalanarak Asal Gerilmelerin Ayrı Ayrı Bulunması

Elastisitede çok kullanılan Lamé-Maxwell denklemleri aşağıdaki şekildedir. Bu denklemler, gerilme trajektörleri boyunca dengenin diferansiyel denklemlerini gösterir (Frocht, 1941).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_1}{\partial s_1} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\zeta_2} &= 0 \\
\frac{\partial \sigma_2}{\partial s_2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\zeta_1} &= 0
\end{aligned} \tag{4.14}$$



Şekil 4.10 A noktasındaki asal gerilmeler ve bu noktadan geçen gerilme trajektörleri.

Şekil 4.10 da görüldüğü gibi, herhangi bir A noktasındaki asal gerilmeler  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$ , bu noktadan geçen gerilme trajektörleri  $S_1$  ve  $S_2$  olsun. A noktasının yeri,  $S_1$  gerilme trajektörü üzerindeki  $O_1$  başlangıç noktasından itibaren  $s_1$  mesafesi ile ve  $S_2$  gerilme trajektörü üzerindeki  $O_2$  başlangıç noktasından itibaren  $s_2$  mesafesi ile verilmiş olsun. Diferansiyel denklemlerdeki  $\zeta_1$  ve  $\zeta_2$  sırasıyla,  $S_1$  ve  $S_2$  gerilme trajektörlerinin A noktasındaki eğriliklerini göstermektedir.

Şimdi bu gerilme trajektörleri üzerinde  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  değerlerinin maximum veya minimum değerlerini arayalım.  $\sigma_1$  asal gerilmesinin  $S_1$  gerilme trajektörü üzerindeki max. veya min.

değerini bulmak için:  $\frac{\partial \sigma_1}{\partial s_1} = 0$  elde edilmelidir. Bu durumda Lamé-Maxwell denklemlerinden

birincisinde  $\frac{\partial \sigma_1}{\partial s_1} = 0$  koyarsak:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\zeta_2} = 0 \quad (4.15)$$

elde ederiz.

(4.15) ifadesi iki durumda sıfır olur:

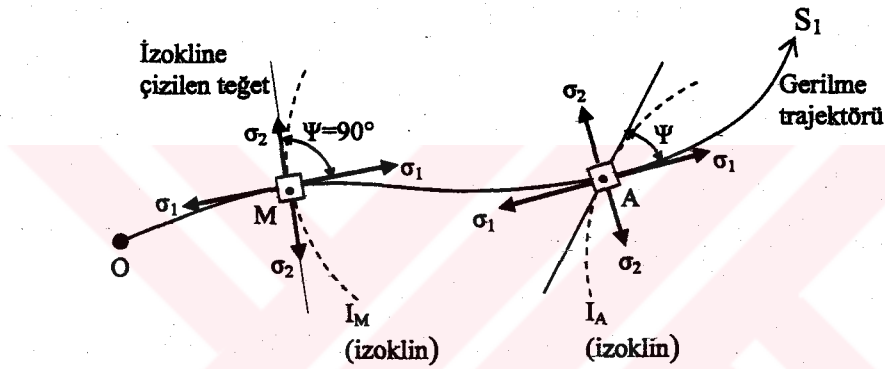
a)  $\sigma_1 - \sigma_2 = 0$  veya

b)  $\zeta_2 = \infty$  ise.

Bunlardan 1. durum izotropik noktayı gösterir. Şuhalde izotropik noktada asal gerilmeler bir max. veya min. değerden geçer.

2. durum, yani  $\zeta_2 = \infty$  olması hali ise, Şekil 4.11 de (M) noktasında görüldüğü gibi, bir izokliniğin gerilme trajektörünü dik olarak kesmesi veya başka bir deyişle, bu noktadan geçen izokliniğe ve gerilme trajektörüne çizilen teğetler arasındaki  $\psi$  açısının  $90^\circ$  olması halinde mümkündür. Böylece, "Mesnager Teoremini" ifade edebiliriz.

Bir izoklinin gerilme trajektörünü dik olarak kestiği noktada, asal gerilmeler bir max. veya min. değerden geçer. Böyle noktalara "kübik nokta" denir (Şekil 4.11 de M noktası).



Şekil 4.11 Kübik nokta ve Mesnager Teoremi'nin gösterilmesi.

Aynı şekilde,  $\sigma_2$  gerilmesinin max. veya min. değere sahip olması için,

$\frac{\partial \sigma_2}{\partial s_2} = 0$  olmalıdır. Lamé-Maxwell denklemlerinin ikincisinden:

$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\zeta_1} = 0$  olması gerekir.

#### 4.5.1 Serbest Sınırlarda Lamé-Maxwell ve Mesnager Denklemlerinden Çıkarılan Bazı Özellikler

- Max. ve min. asal gerilme noktalarında izoklinler, serbest sınıra dik olmalıdır. Bunun tersi olarak, şayet serbest sınırdaki herhangi bir noktada izoklin sınıra dik ise, bu noktada asal gerilmeler max. veya min. dan geçer.

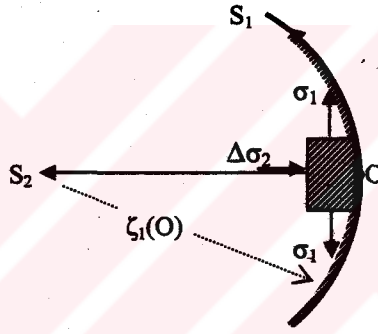
- b) Şekil 4.12 de görüldüğü gibi, serbest sınırdaki bir O noktasında gerilme trajektörleri  $S_1$  ve  $S_2$  olsun. O noktasında sınıra dik gerilme ( $\sigma_2$ ) sıfır olacağından, (4.14) denkleminin göre:

$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial s_2} + \frac{\sigma_1 - 0}{\zeta_1} = 0 \text{ bulunur. Buradan:}$$

$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial s_2} = -\frac{\sigma_1}{\zeta_1} \text{ bulunur. Bu ifadeyi sonlu elemanlarla gösterirsek:}$$

$$\Delta \sigma_2 = -\frac{\sigma_1}{\zeta_1} \Delta s_2 \quad (4.16)$$

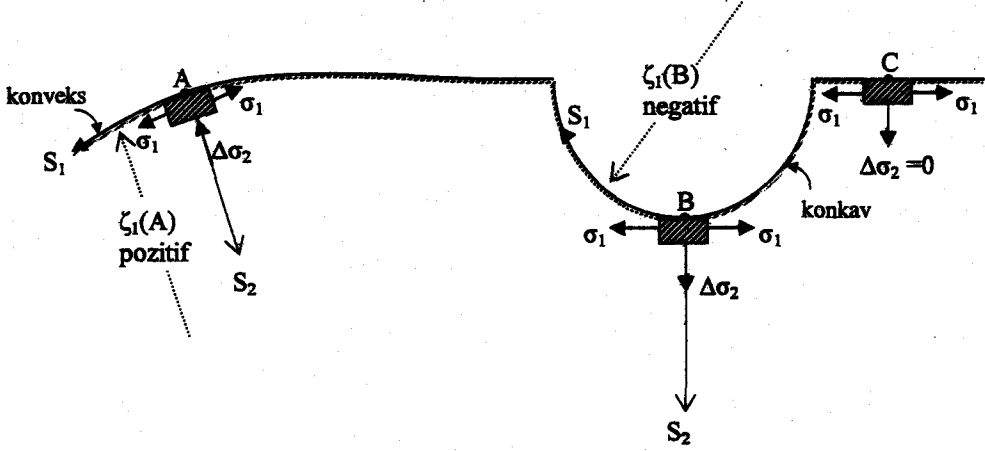
bulunur. Buradaki  $\sigma_1$  ve  $\zeta_1$  değerleri, O noktasındaki değerlerdir.



Şekil 4.12 Serbest sınırdaki bir O noktasındaki gerilme trajektörleri ve asal gerilmeler.

(4.16) denklemini incelersek:  $\zeta_1$  eğriliği pozitif ise,  $\Delta \sigma_2$  artım değerinin işareti  $\sigma_1$  in işaretiyle terstir. Bunun tersi olarak  $\zeta_1$  eğriliği negatif ise,  $\Delta \sigma_2$  artımının işareti,  $\sigma_1$  işaretiyle aynı işaretlidir. Diğer bir deyişle:

Şekil 4.13 de görüldüğü gibi, konveks sınırlarda (A noktası gibi), normal gerilmelerin işareti, sınıra teğet gerilmelerin işaretiyle ters işaretli, buna karşın konkav sınırlarda (B noktasındaki gibi) ise aynı işaretlidir. Düz sınırlarda ise (C noktası gibi)  $\Delta \sigma_2 = 0$  olacaktır.

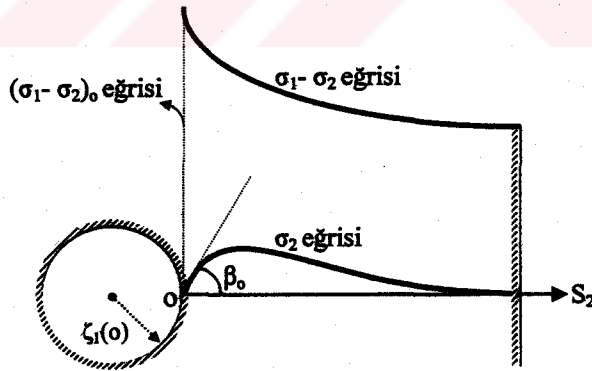


Şekil 4.13 Konveks, konkav ve düz sınırlardaki  $\Delta\sigma_2$  artım değerleri.

- c)  $S_2$  üzerine tertip edilmiş  $\sigma_2$  asal gerilme eğrisinin eğimi, yani  $\frac{\partial\sigma_2}{\partial s_2}$  değeri, serbest sınırlarda  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  ve  $\zeta_1$  eğrilik yarıçapı belli değerlere sahip olduğundan:

$$\operatorname{tg}\beta_0 = \left( \frac{\partial\sigma_2}{\partial s_2} \right)_0 = - \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)_0}{(\zeta_1)_0} \quad (4.17)$$

ifadesinden hesaplanabilir (Şekil 4.14).

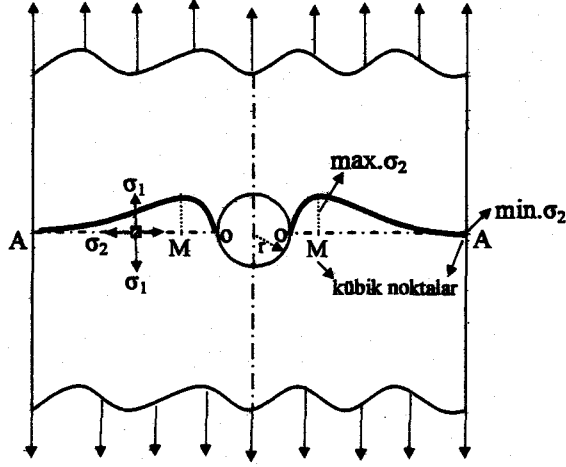


Şekil 4.14  $S_2$  üzerine tertip edilmiş  $\sigma_2$  asal gerilme eğrisinin eğimi.

- d)  $\left( \frac{\partial\sigma_2}{\partial s_2} \right)$  aşağıdaki hallerde sıfır olur:

- düz sınırlarda eğrilik yarıçapı  $\infty$  olması sebebiyle
- eğri sınır üzerinde singüler noktada,  $(\sigma_1 - \sigma_2 = 0)$  olması sebebiyle.

#### 4.5.2 Bir Simetri Kesitine Sahip Cisimlerde, Bu Simetri Kesiti Doğrultusundaki Asal Gerilmenin ( $\sigma_2$ ) Değişimi



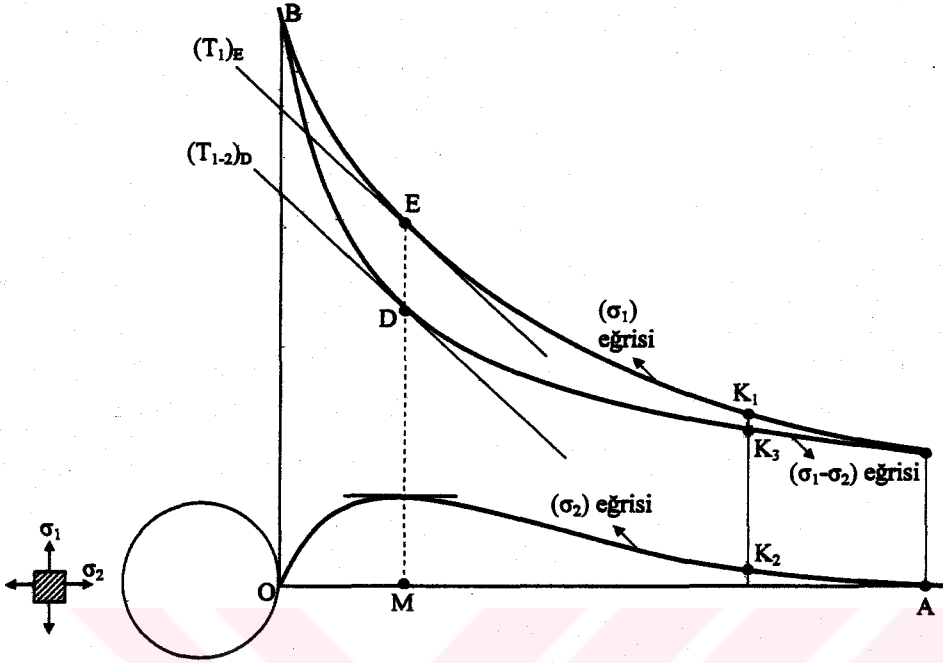
Şekil 4.15 Enine kesitten simetrik ortasında delik bulunan ve aksenal çekmeye maruz bir levhada kübik noktalar.

Şekil 4.15 de görüldüğü gibi, ortasında delik bulunan ve aksenal çekmeye maruz bir levha düşünelim. Bu levhada A-A kesiti bir simetri kesitidir. Simetri kesitlerinde kayma gerilmeleri sıfırdır. Bu sebeple, simetri kesitleri asal gerilmelerin içinde bulunduğu asal düzlemlerdir. Dolayısıyla, A-A kesiti, asal gerilmeleri içeren bir gerilme trajektörüdür. Aynı zamanda, levhanın A noktasından geçen düşey kenarları,  $0^\circ$  parametresindeki izoklinleri gösterir. A noktasındaki izoklin, gerilme trajektörünü dik olarak kestiğinden, Mesnager Teoremine göre bu nokta bir kübik noktadır. Bundan başka, OA arasından geçen izoklinleri incelediğimizde, başka bir izoklinin daha OA gerilme trajektörüne bir M noktasında dik olduğunu görürüz. Şuhalde bu M noktasıda bir kübik noktadır. Mesnager teoremi gereğince, bu A ve M kübik

noktalarında  $\left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial s_2}\right) = 0$  olacaktır. Başka bir deyişle,  $\sigma_2$  eğrisi bu noktalar üzerinde max. ve min. dan geçecektir.

A noktası serbest bir sınır üzerinde olduğundan, sınıra dik asal gerilme ( bu noktadaki  $\sigma_2$  gerilmesi) sıfırdır. Bu sebeple A kübik noktasındaki  $\sigma_2$  değeri min. dur. M noktasında ise  $\sigma_2$  değeri max. olur.

### 4.5.3 Simetri Kesitine Dik Olan Gerilmelerin ( $\sigma_1$ ) Değişimi



Şekil 4.16 Kübik nokta üzerinde,  $\sigma_1$  eğrisine ve  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  eğrisine çizilen teğetlerin gösterimi.

Şekil 4.16 da görüldüğü gibi, OA arasında  $(\sigma_1 - \sigma_2)$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  eğrilerinin çizilmiş olduğunu farzedelim. Bu üç eğriyi kesen ve OA ya dik bir doğru çizelim. Bu dik doğru eğrileri  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  noktalarında kesmiş olsun. Şekilden görüleceği gibi:  $\sigma_1 = (\sigma_1 - \sigma_2) + \sigma_2$  dir. Türev alırsak:

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial s} = \frac{\partial (\sigma_1 - \sigma_2)}{\partial s} + \frac{\partial \sigma_2}{\partial s} \quad \text{buluruz. Özel olarak kübik nokta üzerinde } \frac{\partial \sigma_2}{\partial s} = 0 \text{ olduğundan:}$$

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial s} = \frac{\partial (\sigma_1 - \sigma_2)}{\partial s} \quad \text{bulunur. Bu ifadeye göre, bir kübik nokta üzerinde, } \sigma_1 \text{ eğrisine ve } (\sigma_1 - \sigma_2)$$

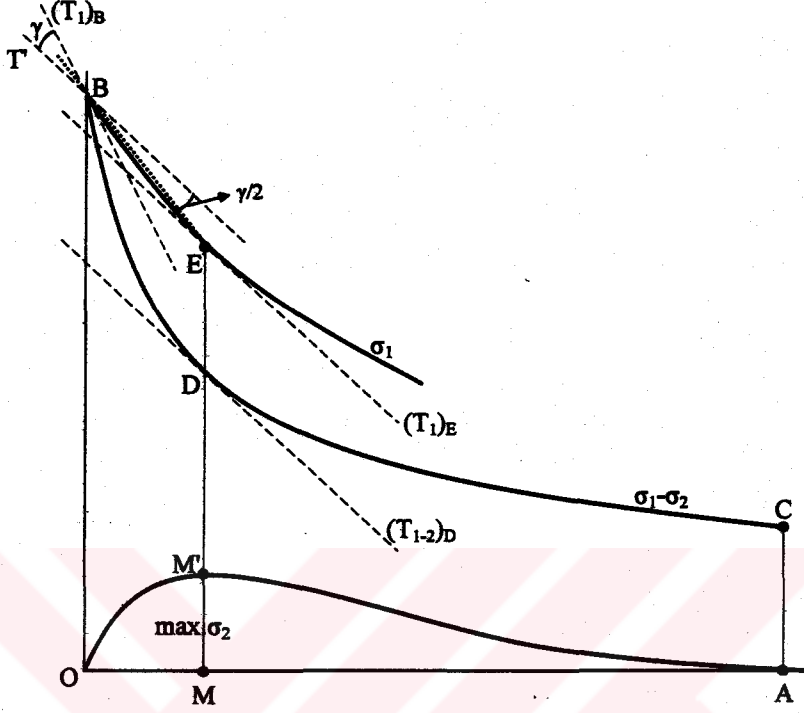
eğrisine çizilen teğetler birbirine paraleldir (Şekil 4.16).

M kübik noktasından geçen dikeyin  $\sigma_1$  ve  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  eğrilerini kestiği noktalar sırasıyla E ve D ise, ve bu noktalardan çizilen teğetler  $(T_1)_E$ ,  $(T_{1-2})_D$  ise:  $(T_1)_E // (T_{1-2})_D$  olacaktır.

Şimdi,  $\sigma_1$  eğrisinin B noktasındaki teğetini tayin edelim. Şekil 4.17 de görülen grafik yolla,  $\sigma_1$  eğrisinin B noktasındaki teğeti tayin edilebilir.



(yani  $MM'$  için),  $ED$  uzunluğu alınabilir. E noktasından  $(T_{1-2})_D$  teğetine çizilen paralel doğru,  $\sigma_1$  eğrisinin E noktasındaki teğeti olacaktır.



Şekil 4.18 Yeterli yaklaşımla  $\sigma_2$  eğrisinin max. değerinin tayini.

## 5. MODEL MALZEMESİ

### 5.1 Fotoelastisitede Kullanılan Model Malzemesinde Aranılan Özellikler

Fotoelastisite deneylerinde kullanılacak model malzemesinin aşağıdaki özellikleri göstermesi istenir:

- Malzeme, ışığı geçirme özelliğine sahip olmalıdır. Yani malzeme şeffaf olmalıdır.
- Malzeme, yüklenmemiş durumda izotrop (her doğrultuda fiziksel özellikleri aynı) olmalıdır.
- Yüklenmiş durumda malzeme, optik bakımdan çift kırıcı özellik göstermelidir.
- Fotoelastik malzeme, uygun araçlarla kesilebilir ve işlenebilir olmalıdır. Bu sebeple cam, yukarıdaki özellikleri göstermesine rağmen, işlenebilir olmaması sebebiyle fotoelastisite deneylerinde kullanılamaz.
- Malzeme, şekil değiştirmeye ve gerilmeye karşı oldukça hassas olmalıdır. Bunun için malzemenin ( $f$ ) fotoelastisite katsayısı küçük olmalıdır.
- Malzeme, gerilme-şekil değiştirme ( $\sigma - \epsilon$ ) bakımından lineer bir özellik göstermelidir. Hooke kanununa uyan bir cisim olmalıdır.
- Malzeme, yüksek elastisite modülü ve yüksek nihai mukavemet göstermelidir.
- Malzeme, artık gerilmelerden ve kenar tesirlerinden bağımsız olmalıdır. Yüklenmemiş durumda polariskopta incelendiğinde, malzemede hiçbir izokromat görülmemelidir.
- Ufak sıcaklık değişimlerinde malzemenin optik ve fiziksel özellikleri değişmemelidir.
- Malzeme, aşırı derecede krip yapmamalıdır. Modelde yük kalmamasına rağmen, zamanın fonksiyonu olarak gerilmenin arttığı görülebilir. Bu olaya krip denir. Fotoelastisitede kullanılacak malzemede bu krip miktarının az olması gerekir. Krip olayının önlenmesi için, modeli yükledikten sonra en geç yarım saat içinde deney sonuçları alınmalıdır. Ayrıca, modeli belirli yüke kadar yükleyip, tekrar yükü boşaltmak ve bu işi birkaç defa yaparak, krip olayının önlenmesi sağlanır.
- Malzeme ucuza temin edilebilmelidir.

Bu şartların hepsine sahip olan ideal bir model malzemesi olmamakla beraber, bu şartların çoğunluğuna sahip olan model malzemeleri mevcuttur. Fotoelastik deneylerde en çok

Polyester ve Araldit gibi malzemeler kullanılır. Diğer fotoelastik malzemeler ve bunlara ait özellikler Çizelge 2 de gösterilmiştir.

Çizelge 2. Fotoelastik model malzemelerine ait optik ve mekanik özellikler.

Malzeme	Elastisite modülü (kg/cm <sup>2</sup> ) (E)	Emniyet gerilmesi (kg/cm <sup>2</sup> ) ( $\sigma_{em}$ )	Poisson oranı ( $\nu$ )	Fotoelastisite katsayısı (kg/cm) (f)
Cam	600.000-700.000	300	0.23	-150~500
Flexiglas	28.000-32.000	200	0.35	-110~230
Selüloid	14.000-27.000	150		39~68
Cellon	17.000	130		50
Dekorit	25.000-38.000	400		12~14
Araldit B	32.000-38.000	400	0.33	10.5~11.4
Bakalit	42.000-48.000	400	0.36	14~15,5
Catalin 800	15.000-20.000	150		9~10
CR-39	17.000-22.000	200		14~15
Polyester	24.000		0.38	7~8

Fotoelastisite malzemesinin, (E) elastisite modülü ve (f) fotoelastisite sabiti, bu malzemeyi üzereten fabrikalar tarafından ölçülüp verilmiş olmasına rağmen, bu sabitlerin Bölüm 3.2.2.1 ve 3.2.3.1 de gösterildiği gibi kalibrasyon metodları ile yeniden bulunması gerekir.

## 5.2 Model Malzemesinin Hazırlanması

Model yapmak için seçilen malzemede önce, artık gerilme ve kenar tesirlerin olup olmadığını görölmesi için bu malzeme polariskopta incelenir. Şayet artık gerilme varsa, malzeme fırın içinde bir süre 70°-80° sıcaklıkta tutulur. Tekrar polariskopta incelenir. Artık gerilme yine mevcut ise bu işleme artık gerilme giderilinceye kadar devam edilir.

Model malzemesindeki artık gerilme böylece giderildikten sonra, malzeme üzerine istenilen model çizilir. Modelin dış çizgilerinden itibaren 0.5 cm daha büyük olacak şekilde, bir elektrikli testere ile malzemedan modeli keseriz. Yapılacak fotoelastik modelin aliminyumdan bir şablonu yapılır. Kestiğimiz model (0.5 cm fazlalık içeriyor), aliminyum şablon üzerine çift taraflı yapıştırıcı ile yapıştırılır. Sonra, bu fazlalıklar yüksek devirli torna aletiyle alınır. Böylece kenarları son derece düzgün ve kenar tesirleri olmayan bir model hazırlanmış olur.

Bu hazırlanmış modelde, zamanla artık gerilmelerin meydana gelmemesi için, deneyin mümkün olduğunca çabuk yapılması gerekir. Buna imkan yoksa, malzemeler havası boşaltılmış bir cam fanusta saklanır.

### 5.3 Benzerlik İlişkileri (Model Kanunları)

Fotoelastisite çalışmalarında, herhangi bir kontriksiyonun şeffaf malzemedan bir modeli yapılır. Bu modelden elde edilen sonuçların, esas konstrüksiyonda geçerli olabilmesi için, yapılacak modelin benzerlik şartlarına uyması gerekir.

Örnek olarak, modelin geometrik boyutları ile, esas konstrüksiyonun geometrik boyutları arasında benzerlik olmalıdır. Bu benzerlik oranı, "uzunluk ölçeğini" verir. Bu ölçeği  $\alpha$  ile gösterelim.

$$\alpha = \frac{\text{esas konstrüksiyonda uzunluk}}{\text{modelde uzunluk}} = \frac{L_0}{L_m} \quad (5.1)$$

$$\alpha = \frac{\text{esas konstrüksiyonda yükseklik}}{\text{modelde yükseklik}} = \frac{d_0}{d_m} \quad (5.2)$$

olacaktır.

(Burada o indisi esas konstrüksiyonu, m indisi ise modeli göstermektedir.)

Aynı zamanda, esas konstrüksiyona tesir eden kuvvetlerle, modele tesir eden kuvvetler arasında da bir benzerlik olmalıdır. Bu benzerlik oranı "kuvvetler ölçeğini" verir. Bu ölçeği  $\beta$  ile gösterirsek:

$$\beta = \frac{\text{esas konstrüksiyona tesir eden kuvvet}}{\text{modele tesir eden kuvvet}} = \frac{P_0}{P_m} \quad (5.3)$$

olacaktır.

Aynı şekilde gerilmeler, şekil değiştirmeler arasında da benzerlik olmalıdır.

$\sigma = E\varepsilon$  ,  $P = \sigma.d.L = E.\varepsilon.d.L$  şeklinde yazılabildiğinden (burada  $d$  yükseklik,  $L$  ise diğer bir boyutu göstermektedir):

$\varepsilon = \frac{P}{E.d.L}$  olur. Diğer taraftan birim şekil değiştirme tarifine göre, modeldeki ve esas konstrüksiyondaki birim boydaki şekil değiştirmeler sırasıyla:

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta L_0}{L_0} \quad \text{ve} \quad \varepsilon_m = \frac{\Delta L_m}{L_m} \quad \text{dir. Bunları birbirine bölersek:}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_m} = \frac{\Delta L_0 / L_0}{\Delta L_m / L_m} = \frac{L_m}{L_0} \cdot \frac{\Delta L_0}{\Delta L_m} = \frac{1}{\alpha} \cdot \alpha = 1 \quad \text{veya} \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_m \quad \text{olur. Buradan:}$$

$$\frac{P_0}{E_0.d_0.L_0} = \frac{P_m}{E_m.d_m.L_m} \quad \text{veya,}$$

$$\frac{P_0}{P_m} = \frac{E_0}{E_m} \cdot \frac{d_0}{d_m} \cdot \frac{L_0}{L_m} \quad \text{olmalıdır.} \quad \frac{E_0}{E_m} = \mu \quad \text{ile gösterirsek (Elastisite modülleri ölçeği):}$$

$$\beta = \mu.\alpha^2 \quad (5.4)$$

bağıntısını elde ederiz. Gerilmeler cinsinden ifade edersek:

$$\sigma = \frac{P}{d.L} \quad \text{olduğundan} \quad \frac{\sigma.d.L}{P} = 1 \quad \text{olur. Şuhalde:}$$

$$\frac{\sigma_0.d_0.L_0}{P_0} = \frac{\sigma_m.d_m.L_m}{P_m} \quad \text{veya} \quad \frac{\sigma_0}{\sigma_m} = \frac{P_0}{P_m} \cdot \frac{d_m}{d_0} \cdot \frac{L_m}{L_0} \quad \text{bulunur.}$$

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_m} = \gamma \quad (\text{gerilmeler ölçeği}) \quad \text{ile gösterirsek:}$$

$$\gamma = \beta \cdot \frac{1}{\alpha^2} \quad (5.5)$$

bağıntısı bulunur.  $\beta$  yerine yukarıdaki değeri yerine koyarsak:

$$\gamma = \mu.\alpha^2 \cdot \frac{1}{\alpha^2} = \mu \quad \text{bulunur. Şuhalde gerilmeler ölçeği, elastisite modülleri ölçeğine eşit olmalıdır.}$$

Şayet sistem üç eksenli gerilmeye maruz ise, ayrıca poisson oranlarının da eşit olması, yani

$v_0 = v_m$  olması gereklidir.

Bazı durumlarda E ve  $\nu$  nün gerilme dağılışı üzerine tesiri olmaz. İki boyutlu sistemlerde, elastisite teorisinde uygunluk şartı:

$$\nabla^2(\sigma_x + \sigma_y) = -(\nu + 1) \left( \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right) \quad (5.6)$$

şeklindedir.

Bu gerilme denklemi E elastisite modülünden bağımsızdır. Buyüzden E, gerilme dağılımı üzerine tesir etmez. Diğer elastik sabit poisson oranının tesiri, kitle kuvvetlerinin dağılımına bağlıdır. Şayet  $\left( \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right) = 0$  ise, bu durumda poisson oranının tesiride olmayacak demektir. Gerilmenin uygunluk denkleminin sağ tarafı üç şekilde sıfır olabilir:

- $X=Y=0$  (kitle kuvvetlerinin olmaması hali)
- $X=c_1=\text{sabit}$  ,  $Y=c_2=\text{sabit}$  (kütle kuvvetlerinin sabit olması hali)
- $X=c_1 \cdot x$  ,  $Y=-c_2 \cdot y$  (kitle kuvvetlerinin x ve y nin lineer fonksiyonları olması hali)

Bu üç şarttan biri mevcutsa, gerilme uygunluk denkleminin sağ tarafı sıfır olacağından, gerilme dağılımı üzerinde poisson oranının tesiri olmayacaktır.

Yukarıda uygunluk denklemine iki istisna vardır. Birinci istisna, iki boyutlu cisim çok bağlı ise bu denklem uygulanamaz. İkinci istisna ise, cisim üzerinde delikler varsa ve bu deliklere tesir eden kuvvetlerin toplamı sıfır değilse, yine bu denklem kullanılamaz. Bu hallerde gerilme dağılımının üzerine, E ve  $\nu$  nün tesiri vardır.

## 6. DENEYLER

### 6.1 GİRİŞ

Bu bölümde, levhada delik ve levhada çentik tipindeki problemler hakkında yapılmış olan deneylerin ve elde edilmiş sonuçların, (Çağdaş, 2001) üzerinde durulacaktır.

Fotoelastik analizle elde edilen, izokromat ve izoklinlerden faydalanarak, modeldeki asal gerilmeler elde edilecektir. Levhada delik probleminde asal gerilmelerin ayrı ayrı bulunmasında, Bölüm 4.5 te anlatılan Mesnager Teoreminden yararlanılmıştır. Levhada çentik probleminde de aynı teoremden faydalanarak çözüme ulaşılmıştır..

Bu problemlerin fotoelastik analizine geçmeden önce, modellerin yapılmasında kullanılan malzemenin cinsinden ve bu malzemenin (f) fotoelastisite sabitinin bulunmasından bahsedelim.

### 6.2 Model Malzemesinin (f) Fotoelastisite Sabitinin Bulunması

Deneylerde, PSM-1 rumuzu ile gösterilen, Polyester model tabakaları kullanılmıştır. Bu malzemenin fotoelastisite sabiti, Bölüm 5 deki tabloda,  $f = 7\sim 8$  kg/cm olarak verilmiş olmasına rağmen, bu sabitin Bölüm 3.2.2 de anlatılan kalibrasyon deneyiyle elde edilmesi gerekir. Bölüm 3.2.2 de çekme deneyi ile fotoelastisite sabitinin bulunmasında:

$f = \frac{P}{D.N}$  olarak bulunmuştur. Burada, P modele uygulanan yükü, D modelin genişliğini, N ise

izokromat mertebesini gösterir. Böylece belirli P kuvvetlerine karşılık gelen N izokromat mertebesi ölçülürse, (f) fotoelastisite sabitini bulabiliriz.

Kalibrasyon deneyinde,  $D = 3.80$  cm. genişliğinde bir model kullanılmıştır. (f) sabitinin tam olarak tesbit edilmesi için, modele belirli P yükleri uygulanmış ve her yüke karşılık gelen (N) izokromat mertebesi, Babinet-Soleil kompensatörü ile bulunmuştur. Neticeler Çizelge 3 de gösterilmiş ve her yüklemde bulunan (f) değerlerinin ortalaması alınarak, malzemenin fotoelastisite katsayısı  $f = 8,00$  kg/cm olarak bulunmuştur.

Çizelge 3. (f) fotoelastisite katsayısının değerleri

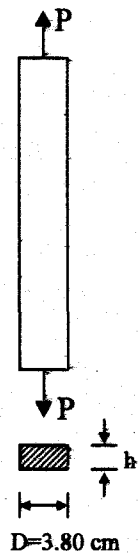
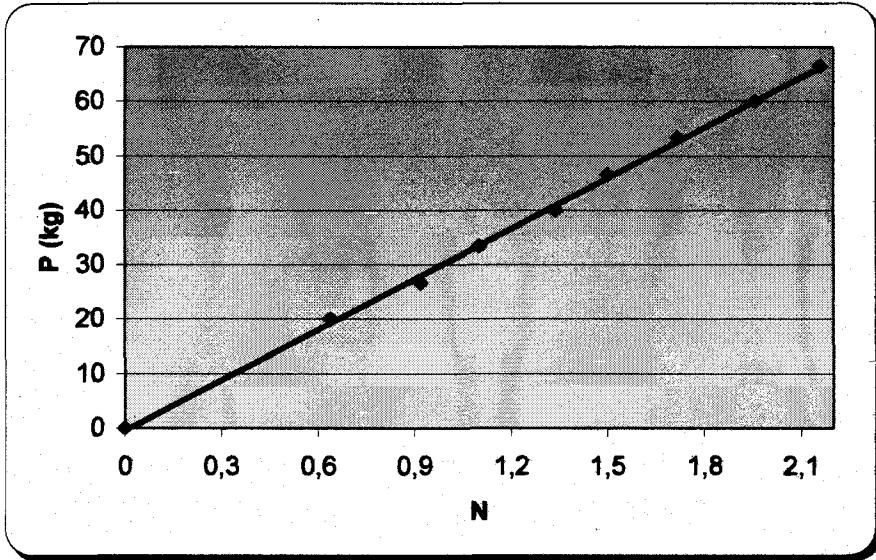
Deney No	P (kg)	N	f (kg/cm)
1	20,0	0,64	8,22
2	26,6	0,92	7,60
3	33,4	1,10	7,99
4	40,0	1,34	7,85
5	46,5	1,50	8,15
6	53,3	1,72	8,15
7	60,0	1,96	8,05
8	66,5	2,16	8,10

$$\sum f = 64.11$$

$$\frac{\sum f}{8} = \frac{64.11}{8} \cong 8.00$$

P yüklerini y ekseninde, N izokromat mertebelerini x ekseninde gösterirsek, P ve N arasındaki bağıntı lineer bir doğru olur. Bu doğrunun eğimi (f) değerine eşittir. (Şekil 6.1)

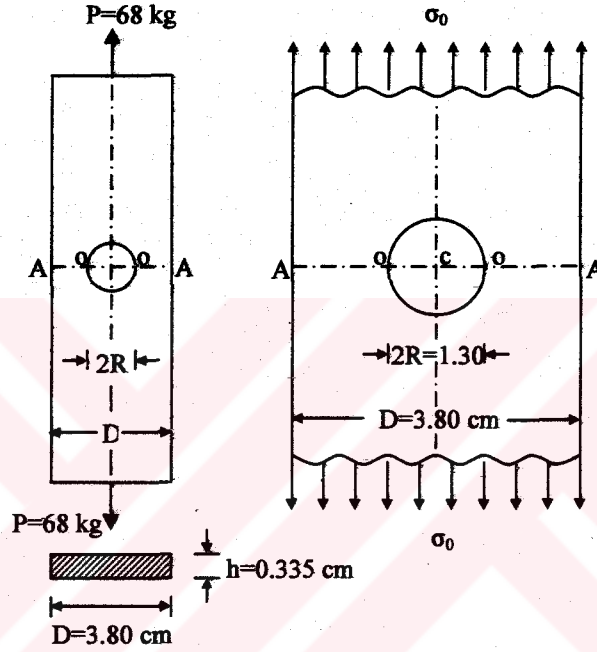
Model malzemesinin Elastisite sabiti:  $E = 23,850 \text{ kg/cm}^2$  ve Poisson oranı:  $\nu = 0,38$  dir.



Şekil 6.1 P ve N arasındaki bağıntı

### 6.3 Eksenel Çekme Kuvvetine Maruz Ortasında Dairesel Delik Bulunan Levha Probleminin Fotoelastik Analizi

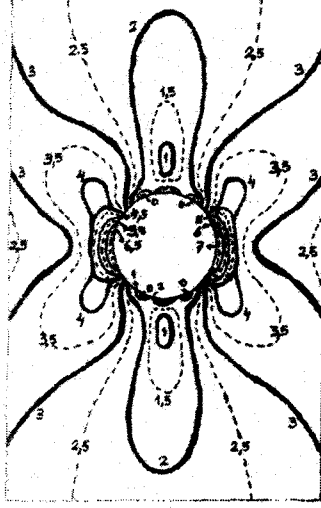
**6.3.1 Gerilmenin Max. Olduğu Kesitte  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  Asal Gerilmelerin Ayrı Ayrı Bulunması**  
Birinci deney olarak, Şekil 6.2 de boyutları gösterilmiş,  $P = 68$  kg. çekme kuvvetine maruz ve ortasında dairesel delik bulunan levhada, deliğin merkezinden geçen A-A simetri çizgisi boyunca asal gerilmeler bulunacaktır. Bu asal gerilmelerin ayrı ayrı bulunmasında, Mesnager Teoreminden yararlanılmıştır.



Şekil 6.2 Eksenel çekme kuvvetine maruz ortasında dairesel delik bulunan levha

Bu deneye ait karanlık saha izokromatlarına (tam mertebe izokromatları) ait fotoğraf (F.1) de, aydınlık saha izokromatlarına (yarım mertebe izokromatları) ait fotoğraf ise (F.2) de görülmektedir. Bu fotoğraflar monokromatik ışık ile çekilmiştir. Beyaz ışık kaynağı ile çekilmiş fotoğraf ise (F.3) de görülmektedir, (Çağdaş, 2001). (Deneylerle ilgili bütün fotoğraflar tezin sonunda verilmiştir.)

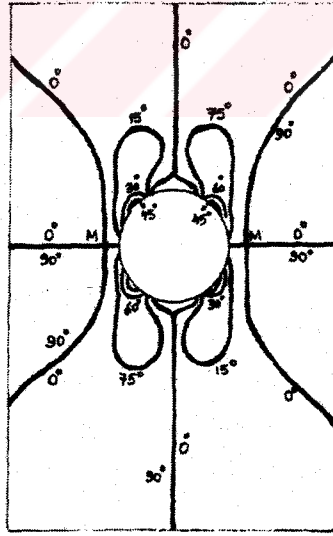
Fotoğraf 1 ve fotoğraf 2 deki izokromatlar, şeffaf kağıttan yararlanılarak üst üste çizilirse, Şekil 6.3 te görüldüğü gibi, levhanın tümüne ait izokromat mertebeleri belirlenmiş olur. Şekil 6.3 te, tam mertebe izokromatları kalın çizgilerle, yarım mertebe izokromatları ise kesikli çizgilerle gösterilmiştir.



Şekil 6.3 Tam ve yarım mertbe izokromatları

İzokromatların mertebelerinin tayininde Babinet-Soleil kompensatörü kullanılmıştır.

Fotoğraf 4 te,  $0^\circ$  izoklinleri görülmektedir. Analizörün her  $15^\circ$  döndürülmesine karşılık gelen izoklinler tesbit edilmiş ve levhanın tümüne ait izoklinler Şekil 6.4 te gösterilmiştir. Bu izoklinlere ait fotoğraflar, F.4, F.5, F.6, F.7 de görülmektedir.

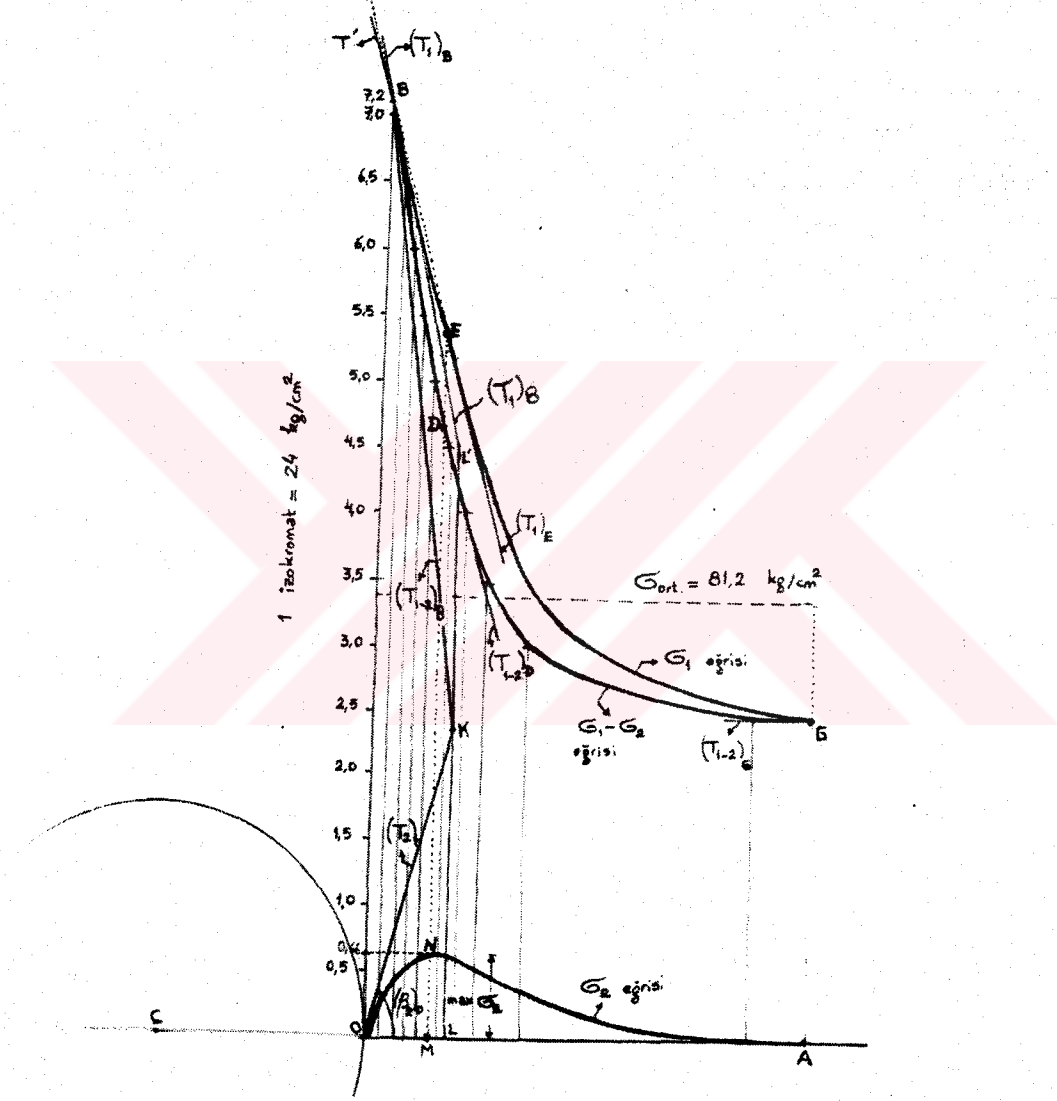


Şekil 6.4 İzoklinler

$0^\circ$  izokliniğinin A-A simetri eksenini kestiği M noktası bir kübik noktadır. Zira, Bölüm 4.5.2 de anlatıldığı gibi, A-A çizgisi bir gerilme trajektörüdür, ve  $0^\circ$  izokliniği de bunu  $\Psi=90^\circ$  lik bir dik açıda kesmektedir. Ayrıca, M kübik noktası üzerinde asal gerilmelerden  $\sigma_2$  nin bir

max. dan geçtiğini biliyoruz (Mesnager Teoremi). Şimdi, deliğin merkezinden geçen OA simetri çizgisi boyunca  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  asal gerilme eğrilerinin ayrı ayrı nasıl çizilebileceğini görelim.

Şekil 6.3 teki izokromatların, OA çizgisini kestiği noktalardan dik çizerek ve bu dikler üzerinde (N) izokromat mertebelerini belli bir ölçekle alarak, OA çizgisine ait  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  eğrisi çizilmiştir (Şekil 6.5), (Çağdaş, 2001).



Şekil 6.5 Deneyin gerilme eğrileri

Fotoelastisite esas denkleminde göre,  $\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f}{h} \cdot N$  idi. (O) noktası yüksüz bir sınır noktası

olduğundan dolayı, bu noktada  $\sigma_2 = 0$  olacak, ve  $\sigma_1 = \frac{f}{h} \cdot N$  den değeri doğrudan olarak

bulunabilecektir ki, bu değer  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  eğrisinin O noktasındaki değeri olacaktır. A noktası içinde aynı durum söz konusudur.

Fotoelastisite denkleminde  $N=1$  alırsak:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f}{h} = \frac{8,00}{0,335} = 24,0 \text{ kg/cm}^2 \text{ olacaktır. Yani } y \text{ eksenini üzerinde gösterilmiş olan, } 1$$

izokromat =  $24,0 \text{ kg/cm}^2$  değerinde bir gerilmeye eşit demektir. OA çizgisi boyunca ortalama gerilmeyi bulalım ve bunun izokromat olarak karşılığını, Şekil 6.5 te kesik çizgilerle gösterelim. Bu ortalama gerilme:

$$\sigma_{ort} = \frac{68}{0,335 \cdot (3,80 - 1,30)} = 81,2 \text{ kg/cm}^2 \text{ dir. } 1 \text{ izokromat} = 24,0 \text{ kg/cm}^2 \text{ olduğundan, bu}$$

ortalama gerilme:

$$N = \frac{81,2}{24,0} = 3,4 \text{ izokromat mertebesine denk gelir.}$$

$\sigma_2$  eğrisinin (O) başlangıç noktasındaki teğetinin eğimi, Bölüm 4.5.1 de görüldüğü gibi:

$$(\text{tg}\beta_2)_0 = -\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)_0}{\zeta_0} = -\frac{N_0}{R} \text{ den bulunabilir. Burada:}$$

$N_0 =$  (O) noktasındaki izokromat mertebesi

$R =$  (O) noktasındaki eğrilik yarıçapıdır.

OA uzunluğu birim olarak alınırsa, dairenin R yarıçapı:

$$R = \frac{OC}{OA} = \frac{0,65}{1,25} = 0,52 \text{ olur. Şu halde:}$$

$$(\text{tg}\beta_2)_0 = -\frac{7,20}{0,52} = 13,8 \text{ olarak bulunur. Buna göre } \sigma_2 \text{ eğrisinin O noktasındaki } (T_2)_0 \text{ teğeti çizilebilir.}$$

Bölüm 4.5.3 te izah edilen yolla,  $\sigma_1$  eğrisinin B noktasındaki teğeti  $(T_1)_B$  şöyle çizilir:

$(\sigma_1 - \sigma_2)$  eğrisine B noktasından çizilen teğetle,  $(T_2)_0$  teğetinin K kesim noktası bulunur. K noktasından, OA ya çizilen dik uzunluğu olan KL kadar üst tarafta alınarak L' noktası bulunur. L' noktası ile B noktası birleştirilirse, bu doğru  $\sigma_1$  eğrisine B noktasından çizilen

$(T_1)_B$  teğeti olur.

Yine aynı bölümde gösterildiği gibi,  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  eğrisi ile  $\sigma_1$  eğrisine çizilen teğetler, M kübik noktası üzerinde birbirine paralel olacaktır.  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  eğrisinin, kübik nokta üzerindeki D noktasından çizilen teğet  $(T_{1-2})_D$  olsun. Bu teğet kolayca çizilebilir.  $\sigma_1$  eğrisinin, kübik nokta üzerindeki E noktası şöyle bir çizimle bulunur:

B noktasından  $(T_{1-2})_D$  teğetine çizilen T' paraleli ile,  $(T_1)_B$  teğeti arasındaki açının açı ortayını çizersek ve bunu M noktasından geçen düşey doğru ile kesiştirirsek, E noktası elde edilmiş olur. E noktasından  $(T_{1-2})_D$  teğetine çizilecek paralel doğru,  $\sigma_1$  eğrisinin E noktasındaki teğeti olacaktır. Ayrıca ED uzunluğu yaklaşık olarak  $\max(\sigma_2)$  değerini gösterecektir. Böylece M kübik noktasından itibaren ED uzunluğu kadar alınarak,  $\sigma_2$  eğrisinin max. değeri elde edilir. Bundan başka,  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  eğrilerinin A noktasındaki teğetleri, x eksenine paralel olacaktır. Bu suretle,  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  eğrileri çizilebilir. Şöyleki:

$\sigma_1$  eğrisinin B,E,G noktaları ile, bu noktalardaki teğetleri bellidir. Bu noktalardan geçen ve  $(T_1)_B$ ,  $(T_1)_E$ ,  $(T_1)_G$  doğrularına teğet olacak şekilde,  $\sigma_1$  eğrisi çizilebilir. Aynı şekilde  $\sigma_2$  eğrisinin de O, N, A noktaları ve bu noktalardaki teğetleri bellidir. Bu eğride kolayca çizilebilir. Bu şekilde  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  eğrileri fotoelastik doneler yardımıyla ayrı ayrı elde edilmiş olur.

Kontrol olarak  $\sigma_1$  eğrisi altındaki alanın,  $\sigma_{ort}$  çizgisi altında kalan alana eşit olması gerekir. Bu eşitlik sağlanmazsa  $\sigma_1$  eğrisi biraz değiştirilerek yeni bir eğri çizilir. Eğri altında kalan alan tekrar hesaplanır, ta ki bu alan  $\sigma_{ort}$  altında kalan alana eşit oluncaya kadar bu iş tekrarlanır.

$\sigma_1$  eğrisi altında kalan alan planimetre ile 4,2 izokromatxcm. olarak bulunmuştur.  $\sigma_{ort}$  altında kalan alan =  $3,40 \times 1,25 = 4,25$  izokromat x cm. olduğundan çizilen  $\sigma_1$  eğrisi uygundur (Çağdaş, 2001).

Şimdi fotoelastik analizle bulunan neticeleri elastisite teorisi ile mukayese edelim:

Önce max  $\sigma_2$  değerini ele alalım. Şekil 6.5 ten:

$\max \sigma_2 = 0,66$  izokromat =  $0,66 \times 24 = 15,90 \text{ kg/cm}^2$  olarak bulunur.

Elastisite teorisinde max  $\sigma_2$  değeri olarak, D genişliğindeki levhada:

$\max \sigma_2 = \frac{3}{8} \sigma_0 \left[ 1 - 0,6 \left( \frac{2R}{D} \right) \right]$  olarak alınabilir. Burada  $\sigma_0$  değeri, delik olmayan kesitteki

gerilmedir. Yani:

$$\sigma_0 = \frac{P}{D.h} = \frac{68,0}{0,335 \times 3,80} = 53,5 \text{ kg/cm}^2 \text{ dir. Şu halde:}$$

$$\max \sigma_2 = \frac{3}{8} \cdot 53,5 \cdot \left[ 1 - 0,6 \left( \frac{1,30}{3,80} \right) \right] = 16,00 \text{ kg/cm}^2 \text{ olarak bulunur.}$$

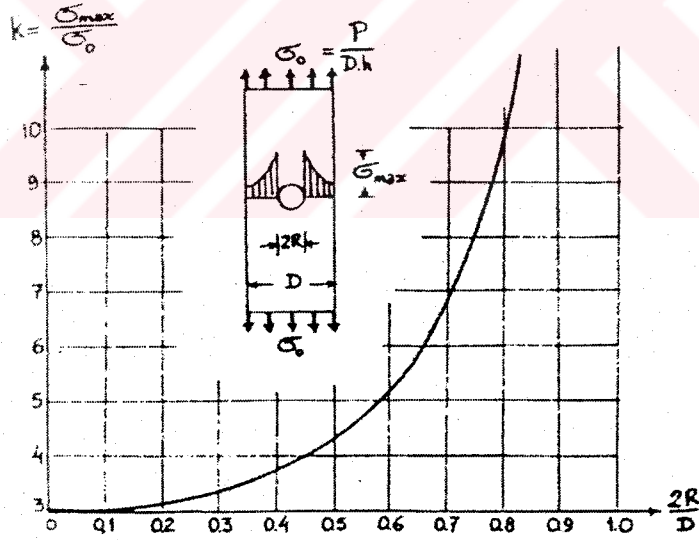
Böylece, fotoelastik analizle ve elastisite teorisi ile bulunan  $\max \sigma_2$  arasında 0,0063 nispetinde bir hata vardır ki bu değer bir hayli düşüktür.

İkinci olarak,  $\max \sigma_1$  değerlerini karşılaştıralım. Şekil 6.5 ten:

$\max \sigma_1 = 7,2 \times 24 = 173,0 \text{ kg/cm}^2$  bulunur. Bu  $\max$ . gerilmeyi,  $\sigma_0$  gerilmesine bölersek, gerilme yığılması faktörü elde edilir:

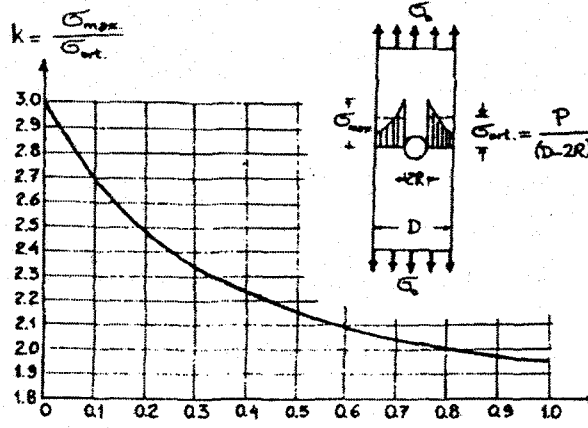
$$k = \frac{\max \sigma_1}{\sigma_0} = \frac{173,0}{53,5} = 3,24$$

Elastisite teorisinden elde edilen, Şekil 6.6 da gösterilen eğri,  $\max$ . gerilmenin  $\sigma_0$  gerilmesine oranına göre bulunmuş  $k$  gerilme yığılması eğrisidir.



Muhtelif  $2R/D$  oranları için

$$k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0} \text{ eğrisi}$$



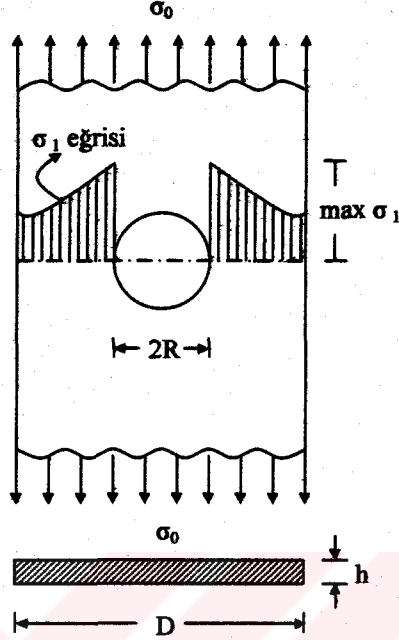
Muhtelif  $2R/D$  oranları için

$$k = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ortama}} \quad \text{eğrisi}$$

Şekil 6.6 Elastisite teorisindeki  $2R/D$  oranları için  $(k)$  gerilme yığılması faktörü eğrisi

Bu eğriden,  $\frac{2R}{D} = \frac{1,30}{3,80} = 0,34$  oranı için:  $k=3,30$  bulunur ki, yukarıdaki değere oldukça yakın bir değerdir.

### 6.3.2 Delikli Levhada, Muhtelif 2R/D Oranları İçin, Gerilme Yığılması Faktörünün Fotoelastisite Yolu ile Bulunması



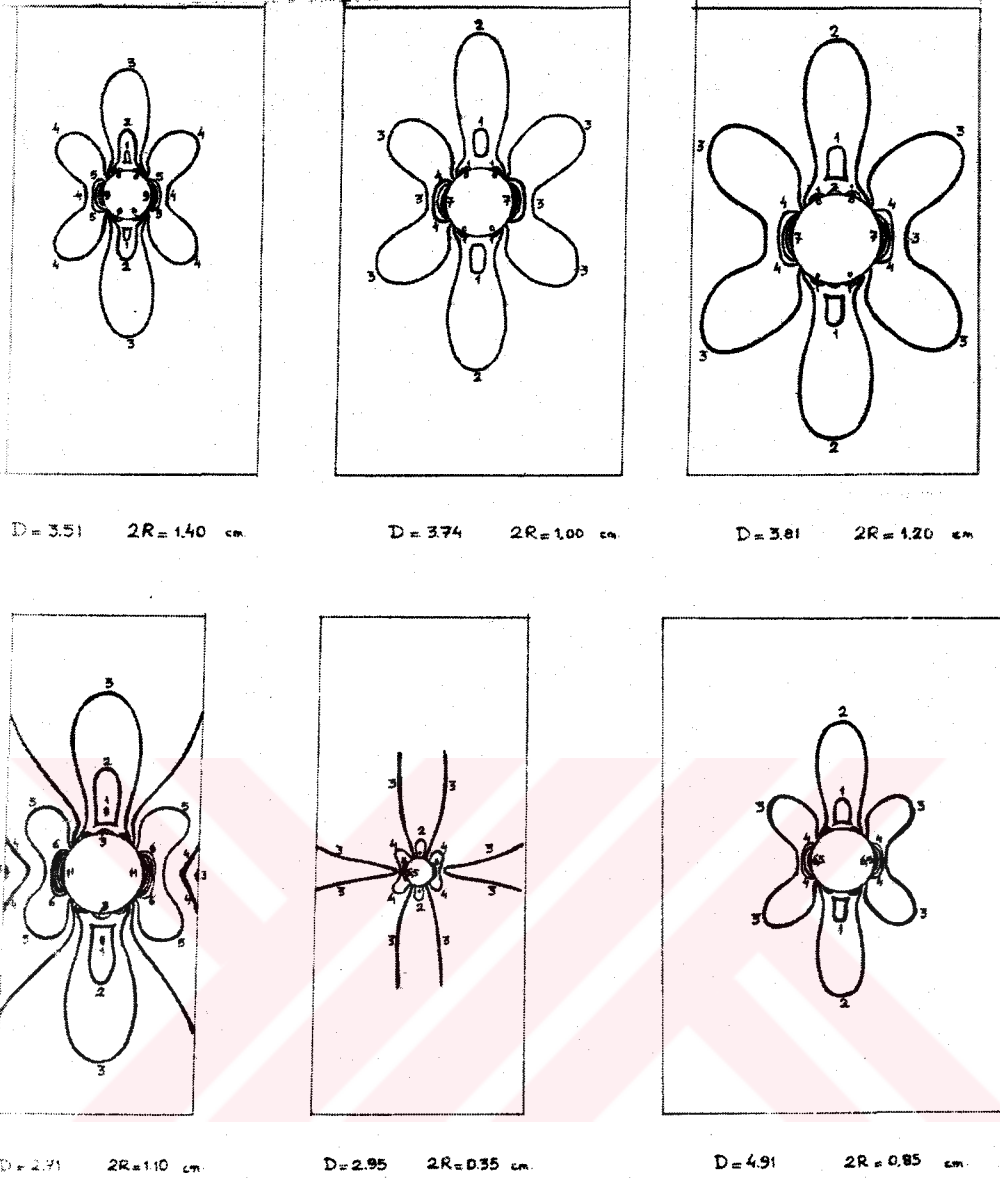
Şekil 6.7 Delikli levha

Muhtelif 2R/D oranı için modeller hazırlanıp, bir polariskopta incelendiğinde, her bir deney için  $\max \sigma_1$  değerini bulup, bunu  $\sigma_0$  gerilmesine oranlarsak:

$k = \frac{\max \sigma_1}{\sigma_0}$  gerilme yığılması faktörlerini elde ederiz. 2R/D oranını x ekseninde, k gerilme

yığılması faktörünü y ekseninde gösterirsek bir eğri elde ederiz.

Bunun için Çizelge 4 de gösterilen 2R ve D değerleri için modeller hazırlanmıştır. Bu modeller, çizelgede gösterilmiş olan P çekme kuvvetlerine maruz bırakılmış ve polariskopta incelenerek, Şekil 6.8 de gösterilen izokromatlar elde edilmiştir. Bunlara ait fotoğraflar, F.8, F.9, F.10, F.11, F.12, F.13, F.14, F.15 dir .



Şekil 6.8 Muhtelif 2R/D oranına sahip delikli levhalardaki izokromatlar

P kuvveti mekanik ölçü cihazı ile ölçülmüştür. Bu kuvvetlere göre:  $\sigma_0 = \frac{P}{D \cdot h}$  hesaplanmıştır.

Modeller, kalınlığı  $h=0,315$  cm. olan Polyester malzemesinden kesilmiştir. Bu kalınlık için, 1 izokromat:

$$\sigma_1 = \frac{f}{h} \cdot N = \frac{8,00}{0,315} = 25,5 \text{ kg/cm}^2 \text{ değerinde bir gerilmeye karşılık gelecektir.}$$

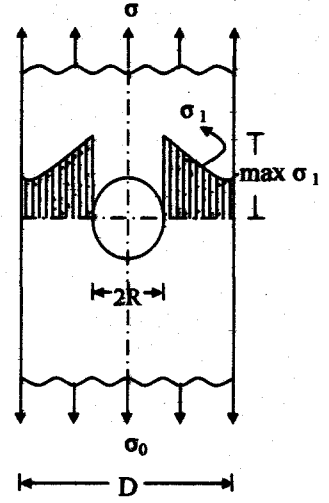
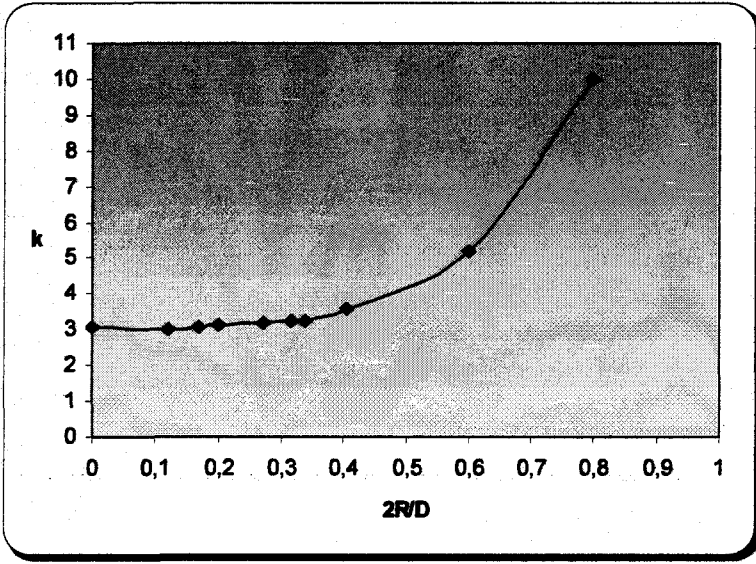
Buna göre max  $\sigma_1$  değerleri, delik sınırındaki N izokromat mertebeleri tayin edilerek:

$\max \sigma_1 = \frac{f}{h} \cdot N = 25,5N$  ifadesinden bulunmuştur. Neticeler topluca Çizelge 4 te gösterilmiştir.

Çizelge 4. (k) gerilme yığılması faktörünün değerleri

Deney No	2R (cm)	D (cm)	2R/D	h (cm)	P (kg)	$\sigma_0 = \frac{P}{D \cdot h}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	N	$\max \sigma_1 = \frac{f}{h} \cdot N$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$k = \frac{\max \sigma_1}{\sigma_0}$
1	0,35	2,95	0,12	0,315	43,0	46,5	5,5	140,3	3,02
2	0,85	4,91	0,17	"	83,0	53,7	6,5	165,8	3,09
3	0,70	3,51	0,20	"	80,5	72,8	9,0	229,5	3,15
4	1,00	3,74	0,27	"	66,5	56,4	7,0	178,5	3,17
5	1,20	3,81	0,315	"	66,5	55,4	7,0	178,5	3,22
6	1,30	3,80	0,34	0,335	68,0	53,5	7,2	173,0	3,24
7	1,10	2,71	0,405	0,315	66,5	77,9	11,0	280,5	3,60
8	1,60	3,75	0,60	"	58,0	49,1	10,0	255,0	5,19
9	3,05	3,80	0,80	"	40,0	33,4	13,1	334,1	10,00

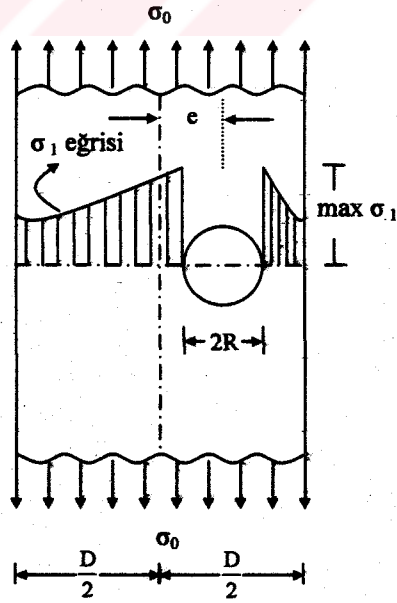
Bu çizelgedeki değerlere göre, Şekil 6.9 daki eğri elde edilmiştir. Bu eğri elastisite teorisinden çıkartılmış olan Şekil 6.6 daki eğri ile hemen hemen çakışmaktadır.



Şekil 6.9 Muhtelif  $2R/D$  oranları için  $(k)$  değerleri eğrisi

### 6.3.3 Levhada Ekzantrik Delik Problemi

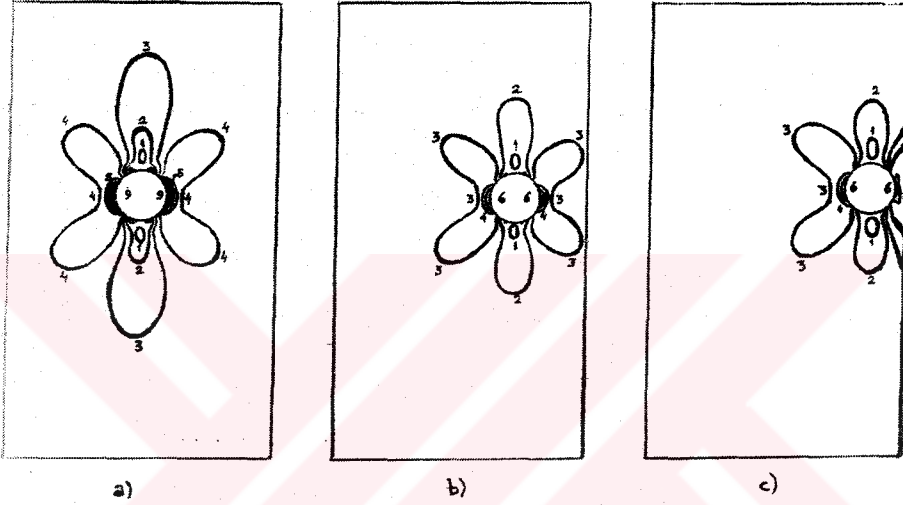
Bu paragrafta, levhadaki deliğin ekzantrik olma hali ele alınacaktır (Şekil 6.10).



Şekil 6.10 Ekzantrik delikli levha

Delik merkezinin, levha orta eksenine olan mesafesine ( $e$ ) denilmiştir.  $D$  levha genişliği ve  $2R$  delik çapı sabit tutulmuş ve  $\frac{e}{D/2} = 0, 0.50, 0.75, 1.00$  oranları için  $k$  gerilme yığılması faktörü hesaplanmıştır.

Şekil 6.11 de,  $\frac{e}{D/2} = 0, 0.50, 0.75$  oranları için, izokromatlar gösterilmiştir. Bunlara ait fotoğraflar, F.16, F.17, F.18 dir.



Şekil 6.11 Ekzantrik delikli levhalardaki izokromatlar

$\frac{e}{D/2} = 1.00$  olması hali, levhada çentik problemi olacağından, bu duruma ait deney neticesi

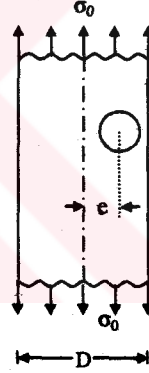
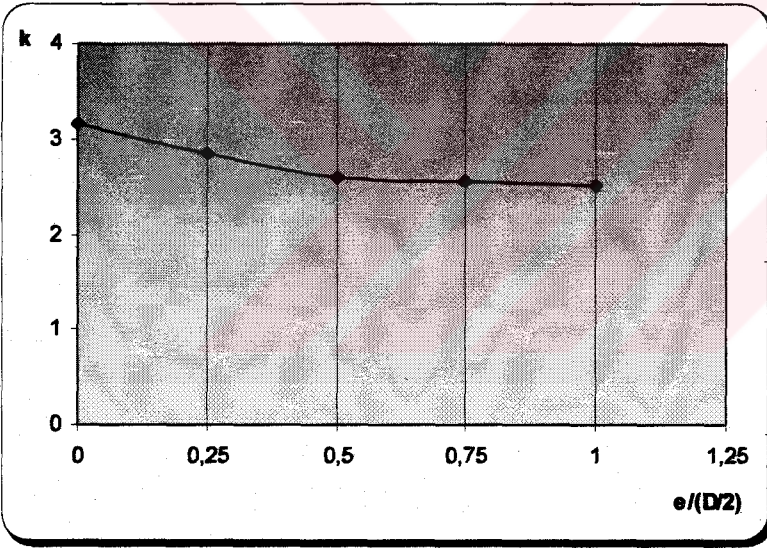
Bölüm 6.4.1 deki Şekil 6.19 daki grafikten alınmıştır.

Levhada ekzantrik delik problemine ait deney neticeleri Çizelge 5 te görülmektedir.

Çizelge 5. (k) gerilme yığılması faktörünün tayini

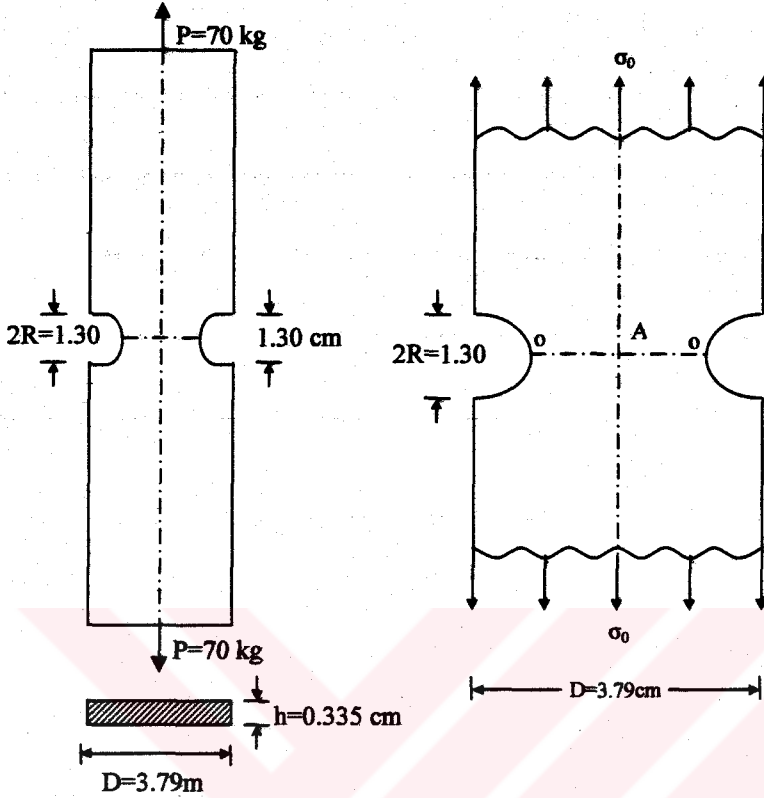
Deney No	D (cm)	2R (cm)	h (cm)	$\frac{e}{D/2}$	P (kg)	$\sigma_0$ (kg/cm <sup>2</sup> )	N	max $\sigma$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$k = \frac{\max \sigma}{\sigma_0}$
1	3,52	0,70	0,315	0	80,5	72,6	9,0	229,5	3,16
2	"	"	"	0,50	65,5	59,0	6,0	153,0	2,59
3	"	"	"	0,75	66,5	60,0	6,0	153,0	2,55
4	"	"	"	1,00	72,0	64,9	6,4	163,0	2,51

Çizelgedeki bu değerlerden faydalanılmak suretiyle, Şekil 6.12 de görülen eğri çizilmiştir.

Şekil 6.12 Muhtelif  $e/(D/2)$  değerleri için k değerleri eğrisi

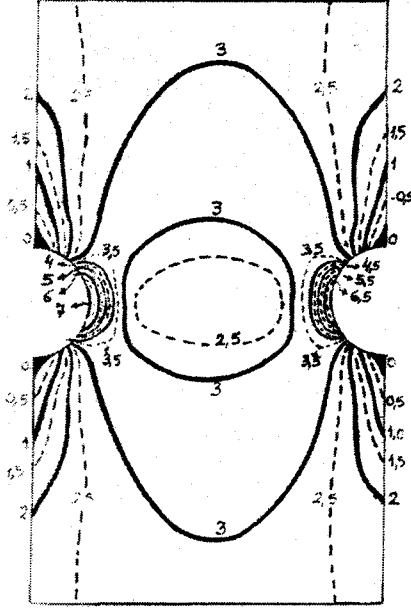
## 6.4 Levhada Çentik Probleminin Fotoelastik Analizi

### 6.4.1 Gerilmenin Max. Olduğu Kesitte Asal Gerilmelerin Ayrı Ayrı Bulunması



Şekil 6.13 Çentikli levha

İkinci grup deney olarak, levhada çentik problemi ele alınmıştır. İlk olarak, Şekil 6.13 de boyutları verilmiş model yapılmış, ve  $P=70$  kg lık çekme kuvvetine maruz bırakılmıştır. Bu model, polariskopta incelendiğinde, Şekil 6.14 te gösterilen izokromatlar elde edilmiştir. Bu şekilde tam mertebeli izokromatları ( $N=0,1,2,3,\dots$  gibi) kalın çizgilerle, yarım mertebeli izokromatları ( $N=0.5, 1.5, 2.5,\dots$  gibi) noktalı çizgilerle gösterilmiştir. Yüksüz köşe noktaları,  $N=0$  izokromatıdır ve bunlar kolayca teşhis edilebilir. Zira, bu köşe noktaları, beyaz ışıkla çalışmada siyah olarak gözükürken, diğer izokromatlar renkli olarak görülür. Böylece  $N=0$  izokromatı tayin edildikten sonra  $N=1,2,3,4,\dots$  diye sayarak, diğer izokromat mertebeleri tayin edilir. Ayrıca bazı kritik noktalarda izokromat mertebelerinin daha hassas tayini için Babinet-Soleil kompansatörü kullanılmıştır (Çağdaş, 2001).



Şekil 6.14 Çentikli levhadaki izokromatlar

Monokromatik ışık kaynağı ile çekilmiş karanlık saha izokromatlarına ait fotoğraf, F.21, aydınlık saha izokromatlarına ait fotoğraf ise F.22 de görülmektedir. Ayrıca, beyaz ışık kaynağı ile çekilmiş fotoğraf F.23 tedir.

Şekil 6.15 te izoklinler gözükmemektedir. Bunun için, polariskopun analizörü,  $0^\circ$  den itibaren  $15^\circ$  lik açılar ( $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,..., $90^\circ$ ) kadar döndürülmüş ve döndürmedeki izoklinler fotoğrafla tespit edilmiştir. Bir şeffaf kağıttan faydalanılmak suretiyle, her fotoğraftan izoklinler bu kağıt üzerine çizilerek, Şekil 6.15 elde edilmiştir.

F.24, F.25,.....F.29 da modelin,  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,..., $90^\circ$  izoklinleri gözükmemektedir.



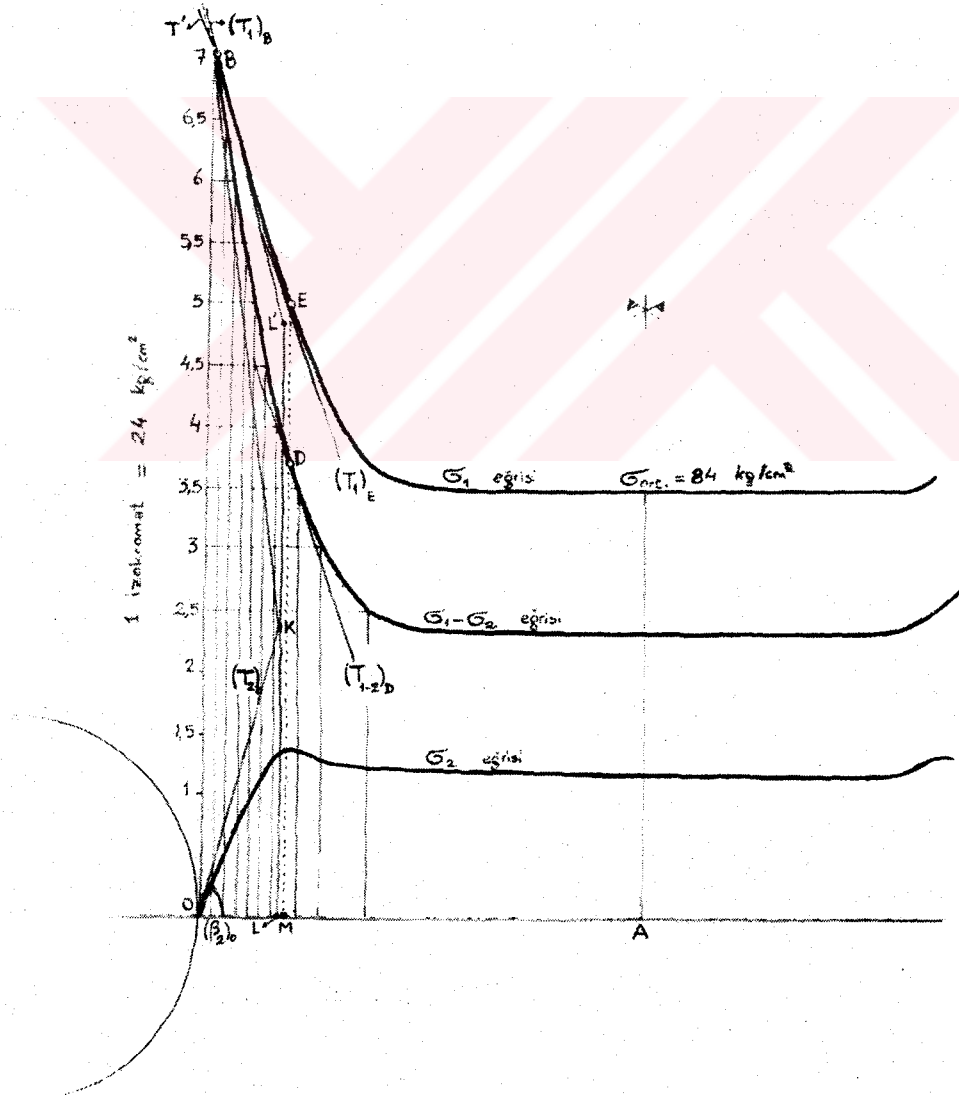
$\sigma_2$  eğrisine (O) noktasından çizilen teğetin eğimi:

$$\text{tg}(\beta_2)_0 = -\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)_0}{\zeta_0} = -\frac{N_0}{R} \text{ dir. OA uzunluğu birim olarak alırsa:}$$

$$R = \frac{0,65}{1,245} = 0,52 \text{ olur. Şuhalde her birim uzunluk için } (\beta_2)_0 \text{ açısının değeri:}$$

$$\text{tg}(\beta_2)_0 = -\frac{7}{0,52} = -13,4 \text{ dir. Buna göre } (\beta_2)_0 \text{ açısı bulunabilir ve } (T_2)_0 \text{ teğeti çizilebilir.}$$

Böylelikle gerekli bilgiler ortaya koyulduktan sonra, geçen paragrafta delikli levha deneyinde izlenen yolla,  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  asal gerilme eğrileri ayrı ayrı çizilmiştir. Bu deneye ait çizimler, Şekil 6.16 da görülmektedir, (Çağdaş, 2001).



Şekil 6.16 Deneyin gerilme eğrileri

Şimdi, bu problemde gerilme yığılması faktörünü bulalım. Önce  $\sigma_0$  gerilmesine göre

$$k = \frac{\max \sigma_1}{\sigma_0} \text{ gerilme yığılması faktörünü bulalım.}$$

$$\sigma_0 = \frac{70,0}{0,335 \times 3,79} = 55,1 \text{ kg/cm}^2 \text{ dir. Diğer taraftan:}$$

$$\max \sigma_1 = 23,9 \times 7 = 167,0 \text{ kg/cm}^2 \text{ dir. } (\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f}{h} \cdot N \text{ den dolayı). Şuhalde:}$$

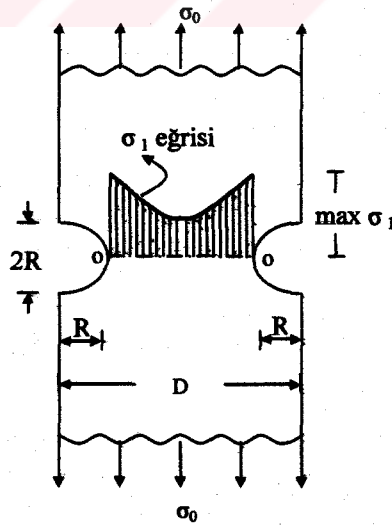
$$k = \frac{167,0}{55,1} = 3,03 \text{ olarak bulunur.}$$

Dar kesitteki ortalama gerilmeye göre, gerilme yığılma faktörünü bulmak istersek:

$$k = \frac{167,0}{84,0} = 1,99 \text{ olarak bulunur.}$$

#### 6.4.2 Muhtelif Ebatlardaki Çentikli Levhalarda, (k) Gerilme Yığılma Faktörlerinin Bulunması

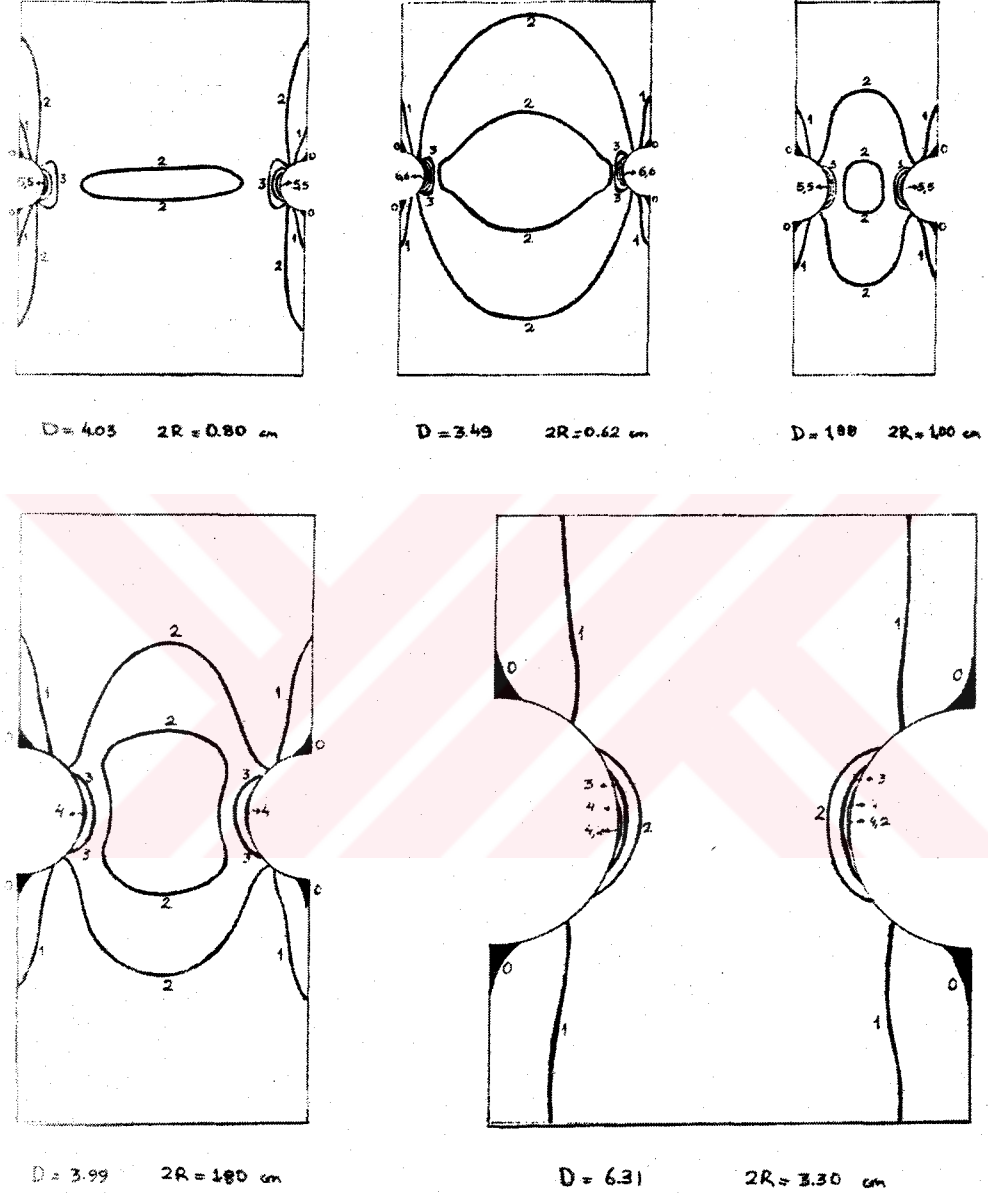
Çentikli levhada  $2R/D$  oranlarını değiştirmek suretiyle, muhtelif modeller hazırlanmıştır (Şekil 6.17).



Şekil 6.17 Muhtelif ebatlardaki çentikli levha

Bu modeller çekme kuvvetine maruz bırakılarak, bunlara ait izokromatlar elde edilmiştir. En

büyük gerilme dar kısmın sınırında (O noktasında) meydana geleceğinden, bu noktanın izokromat mertebesi Babinet-Soleil kompansatörü yardımıyla hassas olarak tesbit edilmiştir. Deneyler ait fotoğraflar, F.30, F.31,.....F.34 dür. Bu fotoğraflardan yararlanarak izokromat mertebeleri Şekil 6.18 de görüldüğü gibi bulunmuştur.

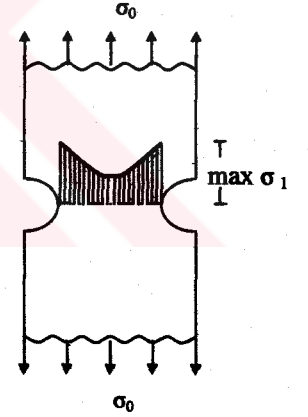
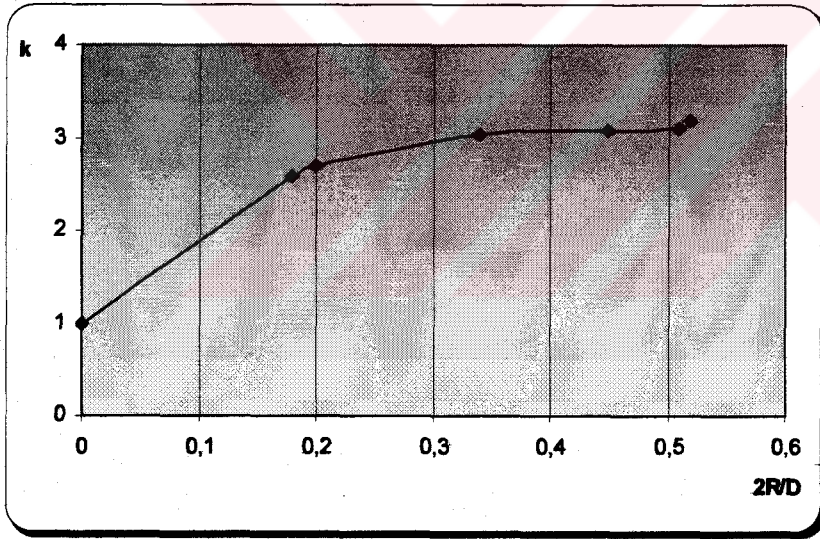


Şekil 6.18 Muhtelif ebatlardaki çentikli levhaların izokromatları

Böylece Çizelge 6 da gösterilmiş olan deney neticelerine göre, (k) gerilme yığılması faktörleri hesaplanmıştır. Çizelgedeki bu değerlerden yararlanarak, (k) ve (2R/D) arasında, Şekil 6.19 da görülen eğri elde edilmiştir.

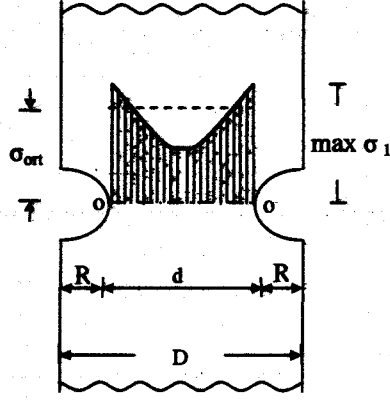
Çizelge 6. (k) gerilme yığılması faktörlerinin tayini

Deney No	2R (cm)	D (cm)	$\frac{2R}{D}$	h (cm)	P (kg)	$\sigma_0 = \frac{P}{D \cdot h}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	N	$\max \sigma_1 = \frac{f}{h} \cdot N$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$k = \frac{\max \sigma_1}{\sigma_0}$
1	0,62	3,49	0,18	0,315	71,5	65,0	6,6	168,0	2,58
2	0,80	4,03	0,20	"	66,5	52,4	5,5	140,3	2,68
3	1,30	3,79	0,34	0,335	70,0	55,1	7,0	167,0	3,03
4	1,80	3,99	0,45	0,315	41,6	33,1	4,0	102,0	3,08
5	1,00	1,98	0,51	"	28,4	45,5	5,5	140,3	3,09
6	3,30	6,31	0,52	0,631	66,5	16,7	4,2	53,3	3,19



Şekil 6.19 Muhtelif 2R/D oranlarına göre (k) değerleri eğrisi

Dar kısımdaki ortalama gerilmelere göre, (k) gerilme yığılması faktörlerini bulursak (Şekil 6.20):



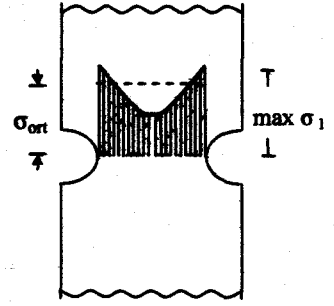
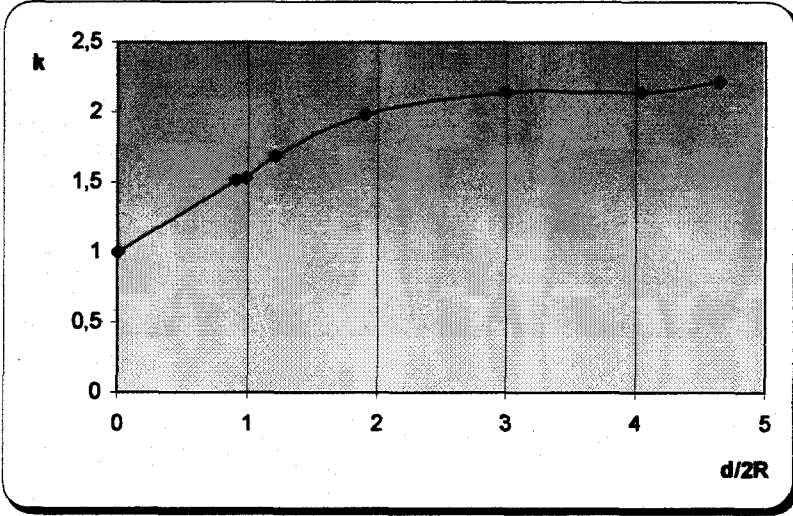
Şekil 6.20 Çentikli levha

$k = \frac{\max \sigma_1}{\sigma_{ort}}$  ve  $\sigma_{ort} = \frac{P}{d \cdot h}$  olarak hesaplanmalıdır. Ortalama gerilmeye göre yığılma faktörünü bulmak için, önceki çizelgedeki değerlerden yararlanarak, Çizelge 7 elde edilmiştir.

Çizelge 7. Dar kısımdaki ortalama gerilmelere göre (k) gerilme yığılması faktörleri

Deney No	2R (cm)	d (cm)	$\frac{d}{2R}$	P (kg)	$\sigma_{ort}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	max $\sigma_1$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$k = \frac{\max \sigma_1}{\sigma_{ort}}$
1	0,62	2,87	4,64	71,5	79,0	168,0	2,21
2	0,80	3,23	4,04	66,5	65,4	140,3	2,15
3	1,30	2,49	1,92	70,0	84,0	167,0	1,99
4	1,80	2,19	1,22	41,6	60,3	102,0	1,69
5	1,00	0,98	0,98	28,4	92,0	140,3	1,53
6	3,30	3,01	0,91	66,5	35,0	53,3	1,52

Çizelge 7 den yararlanarak, Şekil 6.21 deki eğri elde edilir.



Şekil 6.21 Muhtelif  $d/2R$  oranlarına göre ( $k$ ) değerleri eğrisi

Şimdi Çizelge 7 de deneysel olarak bulunmuş olan ( $k$ ) gerilme yığılması faktörlerini, teorik neticelerle karşılaştıralım. Bunun için, Elastisite teorisinde çentikli levhalar için bulunmuş,

$$k = \frac{2\sqrt{\frac{d}{2R}} \cdot \left(1 + \frac{d}{2R}\right)}{\frac{d}{2R} + \left(1 + \frac{d}{2R}\right) \cdot \text{arctg} \sqrt{\frac{d}{2R}}} \quad \text{formülüne göre:}$$

$$1. \text{ deney için: } k = \frac{2\sqrt{4,64} \cdot (1 + 4,64)}{4,64 + (1 + 4,64) \cdot \text{arctg} \sqrt{4,64}} = 2,21$$

$$2. \text{ deney için: } k = \frac{2\sqrt{4,04} \cdot (1 + 4,04)}{4,04 + (1 + 4,04) \cdot \text{arctg} \sqrt{4,04}} = 2,11$$

$$3. \text{ deney için: } k = \frac{2\sqrt{1,92} \cdot (1 + 1,92)}{1,92 + (1 + 1,92) \cdot \text{arctg} \sqrt{1,92}} = 1,90$$

$$4. \text{ deney için: } k = \frac{2\sqrt{1,22} \cdot (1 + 1,22)}{1,22 + (1 + 1,22) \cdot \text{arctg} \sqrt{1,22}} = 1,60$$

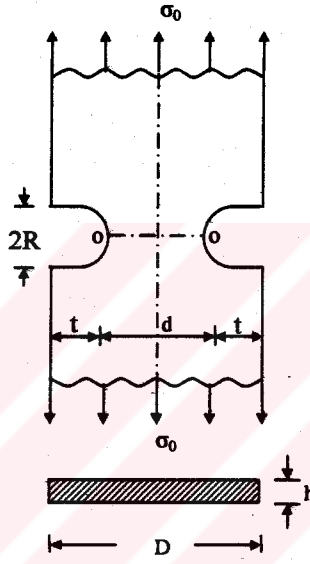
$$5. \text{ deney için: } k = \frac{2\sqrt{0,98} \cdot (1 + 0,98)}{0,98 + (1 + 0,98) \cdot \text{arctg} \sqrt{0,98}} = 1,56$$

6. deney için: 
$$k = \frac{2\sqrt{0,91} \cdot (1+0,91)}{0,91 + (1+0,91) \cdot \arctg\sqrt{0,91}} = 1,49$$

olarak bulunur. Görüldüğü gibi bu değerler Çizelge 7 de deneysel olarak bulunmuş (k) değerlerine oldukça yakındır.

### 6.4.3 Derin Çentikli Levha Problemi

Çentikli levha probleminin diğer bir şekli, Şekil 6.22 de görülen, derin çentikli levha problemidir.



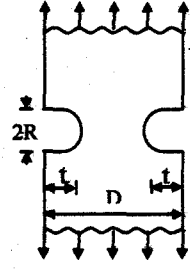
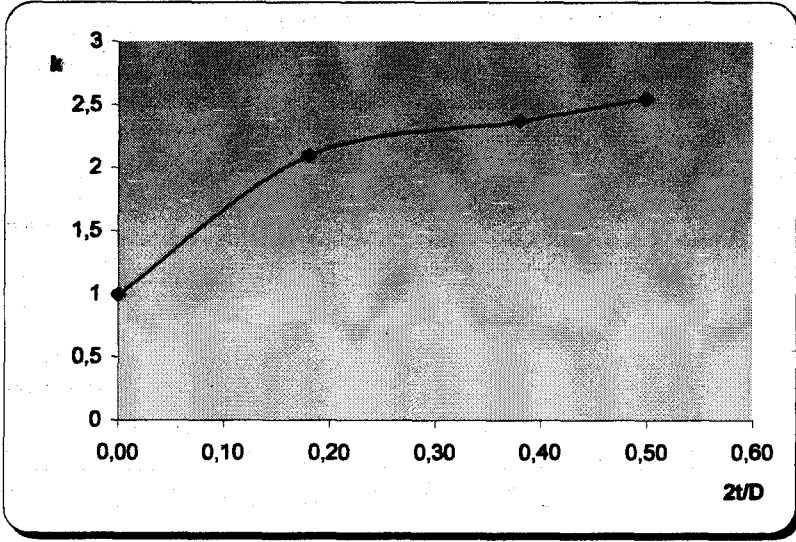
Şekil 6.22 Derin çentikli levha

Bu amaçla, çentiğin (t) derinliğini değiştirmek suretiyle modeller hazırlanmıştır. Bu modeller, çekme kuvvetine maruz bırakılarak polariskopta analiz edilmiştir. En büyük gerilmenin meydana geldiği (O) noktasında, izokromat mertebesi Babinet-Soleil kompensatörü ile tespit edilmiştir. Buna göre her model için:

$k = \frac{\max \sigma_1}{\sigma_{ort}}$  dan gerilme yığılması faktörü hesaplanmıştır. Deney ile ilgili neticeler Çizelge 8

de gösterilmiştir. Modellerin hazırlanmasında R/d oranı sabit tutularak  $\frac{t}{D/2}$  oranı değiştirilmiştir.





Şekil 6.24 Muhtelif  $2t/D$  oranlarına göre ( $k$ ) değerleri eğrisi

## 7. SONUÇ

Yapılacak deneysel çalışmalar için, önce inşa edilecek konstrüksiyonun bir modeli yapılır. Bu model fotoelastisite teorisinde açıklanan özelliklere sahip malzemelerden elde edilmelidir. Ayrıca modelin esas konstrüksiyon ile aynı biçimde olması ve benzerlik kanunlarına uyması gerekmektedir. Model, esas konstrüksiyonun maruz kalacağı yüklere uygun ve model kanunlarına uyan kuvvetlere maruz bırakılır.

Yüklenmiş model polariskopun içine koyulup incelendiğinde asal gerilmelerin doğrultuları ile asal gerilme farklarını gösteren izoklinler ve izokromatlar dediğimiz fotoelastik verileri elde ederiz. Bu fotoelastik verilerin yardımıyla modelin bütün sahası üzerinde gerilme dağılımını görmemiz mümkündür. Böylece, gerilmelerin hangi noktalarda fazla, hangi kısımlarda az olduğunu tespit edebiliriz. Gerilmenin fazla olduğu kısımlarda modele uygun bir biçim verilerek, max. gerilmenin azalması sağlanabilir. Ayrıca fotoelastisite deneylerinden elde edilen sonuçları ayırma metodlarında kullanarak bölge içindeki herhangi bir nokta için gerilme bileşenlerini ayrı ayrı elde edebiliriz.

Sonuçların doğruluğu fotoelastisite verilerinin dikkatle elde edilmesine bağlıdır. Fotoelastik verilerden biri olan izokromat mertebelerinin hassas olarak ölçülebilmesi için ayarlama (kompansatör) metodları kullanılır. Bu çalışmada ise fotoelastisitede en çok kullanılan iki yöntem anlatılmıştır. Bu yöntemlerden biri olan Tardy metodu, ilave bir cihaza ihtiyaç olmaması sebebiyle, diğer bir yöntem olan Babinet-Soleil metodundan daha fazla kullanılır. Tardy metodunda, polariskopun analizörü, bir kompansatör cihazı gibi hizmet eder. Tardy metodu ve Babinet-Soleil metoduyla izokromat mertebeleri yüzde hanesine kadar doğrulukla hesaplanabilir.

Bu çalışmada, asal gerilmelerin ayrı ayrı bulunmasında kullandığımız ayırma metodlarından girişim metodu, kayma farkı metodu ve eğik-geliş metodu anlatılmıştır. Ayrıca Mesnager teorisinden faydalanarak gerilme bileşenlerinin bulunmasına değinilmiştir.

Girişim metodunun esası, modelin düzlemine dik birim boy değiştirme miktarının ölçülmesine dayanır. Bu birim boy değişimide asal gerilmelerin toplamına bağlıdır. Model yüklendikten sonra kalınlıkta meydana gelen değişimleri, "lateral extensometre" denilen cihazlarla ölçebiliriz. Post tarafından geliştirilmiş optik aletlerle bu yöntem basit ve kullanışlıdır. Kullanışsız olan kısmı, nokta nokta ölçmelere dayanan ayrık bir metod oluşudur.

Kayma farkı metodu, izoklinlerin ve izokromatların, numerik integrasyonun kullanılmasıyla

oluşan bir metoddur. Ancak integrasyonda meydana gelen hataların birikmesi veya fotoelastik verilerin hatalı verilmesi sonucu toplam meydana gelen hata çok büyük olmaktadır. Sonuçların doğru olabilmesi için izokromat ve izoklinlerin verilerini dikkatle elde etmek gerekir.

Eğik-geliş metodunda ise gerilmeler izoklinlere gerek olmadan hesaplanabilir. İzokromat mertebelerinin yüzde hanesine kadar kesin olarak ölçülmesi eğik geliş metodunu kullanışlı hale getirir. Bu metodun sakıncalı tarafı ise, döndürme sırasında modelin mesnetlendirilmesi ve yükleme durumunda az da olsa meydana gelen değişimler sonucu etkilemektedir.

Bu çalışmanın son bölümünde, levhada delik ve levhada çentik problemlerine ait deneylerin sonuçları elastisite teorileriyle karşılaştırılmış ve elde edilen sonuçlar arasındaki farkın ihmal edilebilecek kadar az olduğu gözlemlenmiştir. Sonuç olarak komplike bir konstrüksiyonun inşasına geçilmeden önce modele uygun bir form verilmesiyle gerilme yığılımları önlenir ve gerilmelerin sıfır olduğu yerlerden malzeme çıkartılarak, konstrüksiyonun hafif olması sağlanabilir. Böylece ekonomi ve emniyet faktörlerine tam olarak uyulmuş olur.

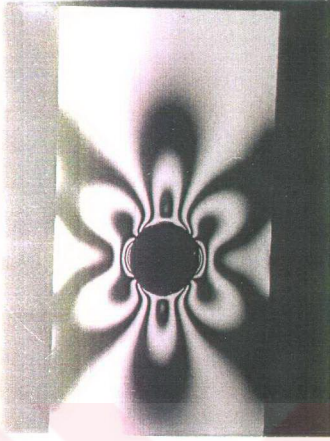
**KAYNAKLAR**

- Aköz, Y., (1973), "Ortotropik Fotoelastisite Üzerine Bir Çalışma ve Öneriler", İ.T.Ü. Doçentlik Tezi, İstanbul.
- Born, M. ve Wolf, E., (1959), "Principles of Optics", Pergamon Press, New York.
- Coker, E.G. ve Filon, L.N.G., (1931), "A Treatise on Photoelasticity", Cambridge University Press, London.
- Çağdaş, S., (2001), "Gerilme Yığılması Problemlerinin Fotoelastisite Teorisiyle İncelenmesi", Y.T.Ü. Ders Notları, İstanbul.
- Dally, J.W. ve Riley, W.F., (1978), "Experimental Stress Analysis", McGraw Hill Book Company, Tokyo.
- Drucker, D.C., (1950), "The Method of Oblique Incidence in Photoelasticity", Proc. Sesa, 8(1):51-66.
- Durelli, A.J., Phillips, E.A. ve Tsao, C.H., (1958), "Introduction to the Theoretical and Experimental Analysis of Stress and Strain", McGraw-Hill Book Company, New York.
- Erşen, N., "Deneysel Yolla Gerilim Analizi", Y.T.Ü. Yeterlilik Çalışması, İstanbul.
- Frocht, M.M., (1941), "Photoelasticity (Cilt 1,2)", John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Göğüş, İ., "Deneysel Yolla Gerilme Analizi", Y.T.Ü. Yeterlilik Çalışması, İstanbul.
- Hiltscher, R., (1963), "Development of the Lateral Extensometer Method in Two-dimensional Photoelasticity", Pergamon Press, New York.
- İnan, M., (1996), "Cisimlerin Mukavemeti", İstanbul Teknik Üniversitesi Vakfı Yayınları, İstanbul.
- Jerrard, H.G., (1950), "Examination and Calibration of a Babinet Compensator", J. Sci. Instrum., 27:62-66.
- Jessop, H.T., (1948), "The Optical System in Photo-elastic Observations", J. Sci. Instrum., 25:124.
- Jessop, H.T. ve Harris, F.C., (1950), "Photoelasticity: Principles and Methods", Dover Publications, Inc., New York.
- Özdemir, P., (1987), "Fotoelastisitede Sınır Eleman Yöntemi", İ.T.Ü. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul.
- Özütok, A., (1992), "Fotoelastisitede Sınır Eleman Yönteminin Ayırma Metodu Olarak Kullanılması", İ.T.Ü. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul.
- Shurcliff, W.A., (1962), "Polarized Light", Harvard University Press, Cambridge.
- Tardy, M.H.L., (1929), "Methode pratique d'examen de mesure de la birefringence des verres d'optique", Rev. Opt., 8:59-69.

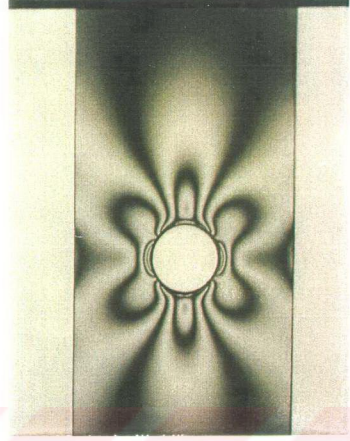
**EKLER**

Ek 1 Deney sırasında çekilmiş olan fotoğraflar, (Çağdaş, 2001).

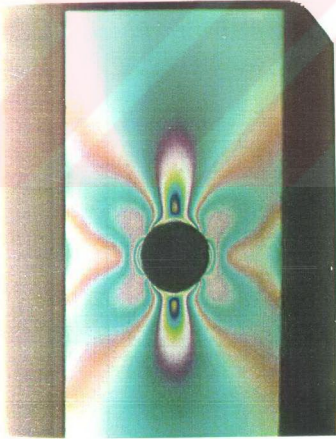




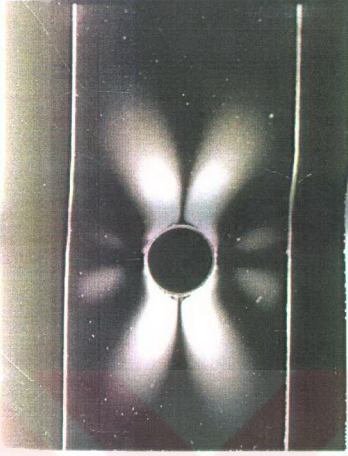
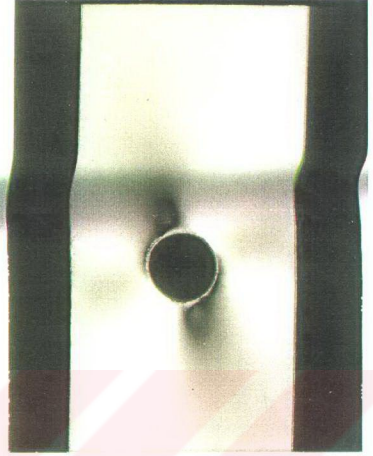
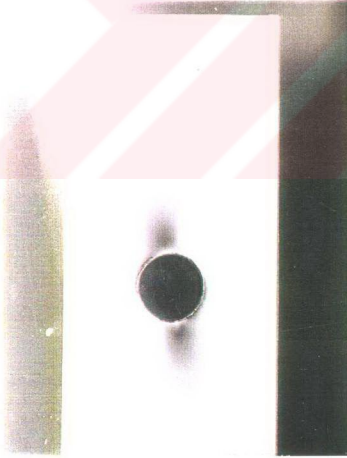
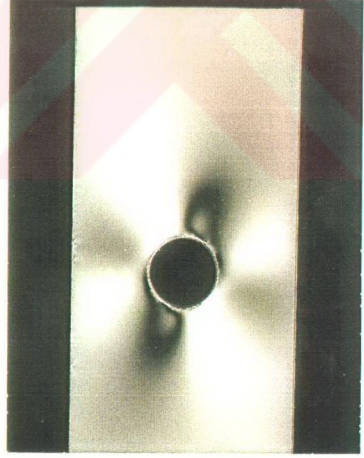
F.1 Monokromatik ışık ile  
bulunmuş izokromatlar  
(karanlık saha aranjmanı)

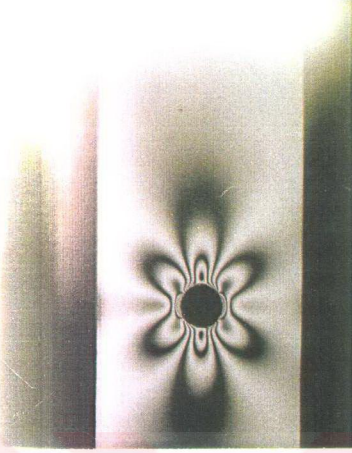


F.2 Aydınlık saha aranjma-  
nına ait izokromatlar  
 $D = 3,80 \text{ cm.}$ ,  $2R = 1,30 \text{ cm}$   
 $P = 68,0 \text{ kg.}$

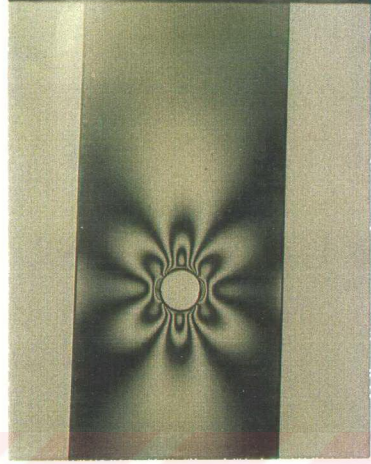


F.3 Beyaz ışık kaynağı ile  
bulunmuş izokromatlar

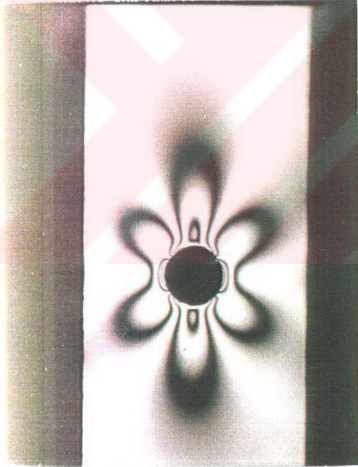
F.4  $0^\circ$  ve  $90^\circ$  izoklinikleriF.5  $15^\circ$  izoklinikleriF.6  $30^\circ$  izoklinikleriF.7  $75^\circ$  izoklinikleri



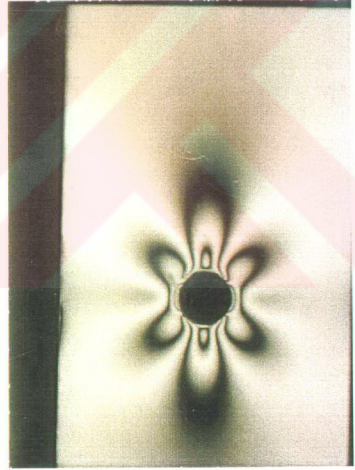
F.8 Karanlık saha izokromatları  
 $D = 3,51 \text{ cm}$ ,  $2R = 0,70 \text{ cm}$ ,  $P = 80,5 \text{ kg}$



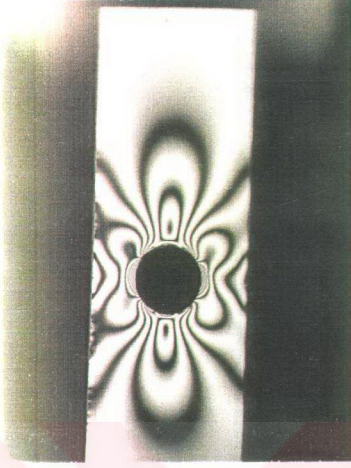
F.9 Aydınlik saha izokromatları



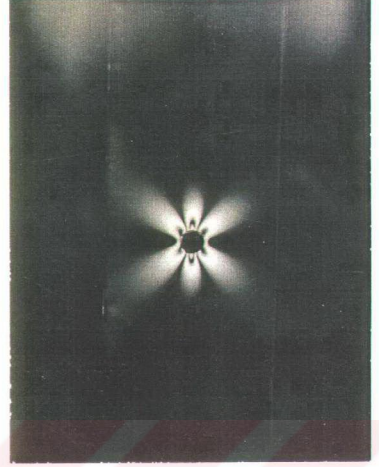
F.10 Karanlık saha izokromatları  
 $D = 3,74 \text{ cm}$ ,  $2R = 1,00 \text{ cm}$ ,  $P = 66,5$



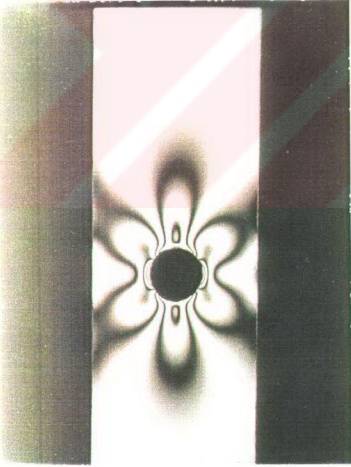
F.11 Karanlık saha izokromatları  
 $D = 4,91 \text{ cm}$ ,  $2R = 0,85 \text{ cm}$ ,  $P = 83,0 \text{ kg}$



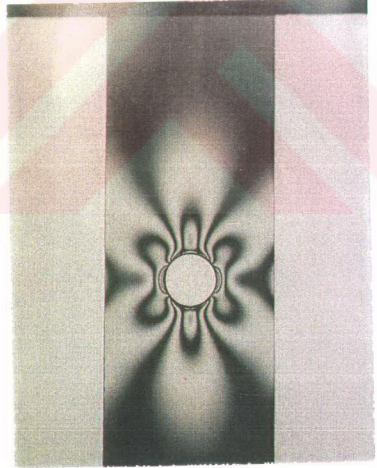
F.12 Karanlık saha izokromatları  
 $D=2,71$  cm,  $2R=1,10$  cm,  $P=66,5$  kg.



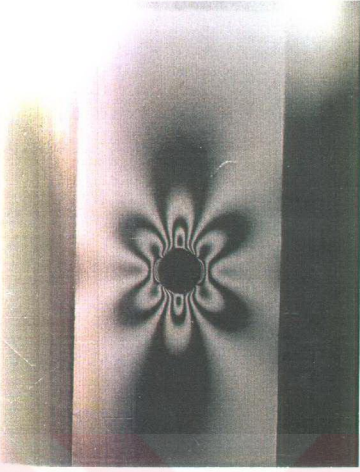
F.13 Karanlık saha izokromatları  
 $D=2,95$  cm,  $2R=0,35$  cm,  $P=43$  kg



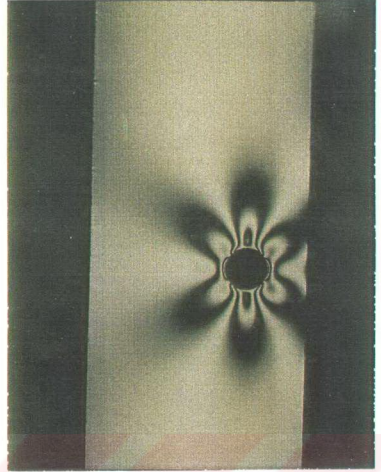
F.14 Karanlık saha izokromatları  
 $D=3,81$  cm,  $2R=1,20$  cm,  $P=66,5$  kg



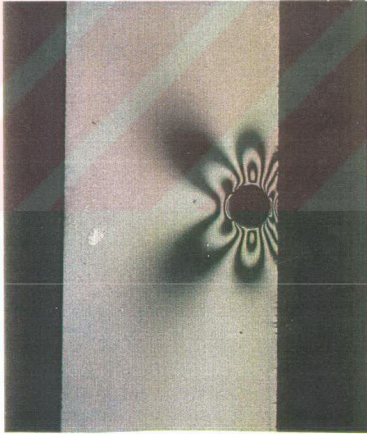
F.15 Aydınlik saha izokromatları  
 $D=3,81$  cm,  $2R=1,20$  cm,  $P=66,5$  kg



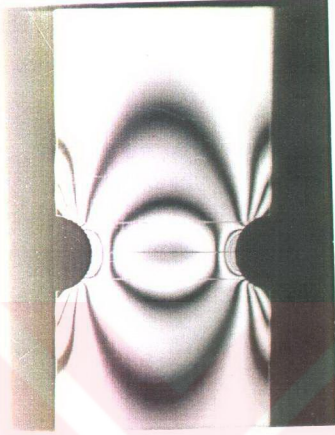
F.16 Karanlık saha izokromatları  
 $2e/D = 0,00$



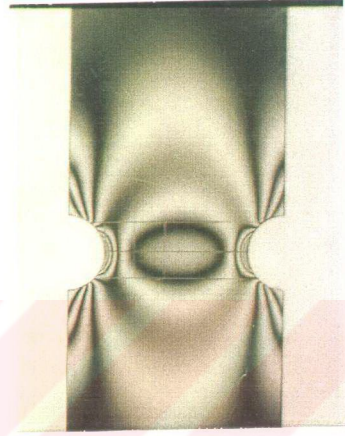
F.17 Karanlık saha izokromatları  
 $2e/D = 0,50$



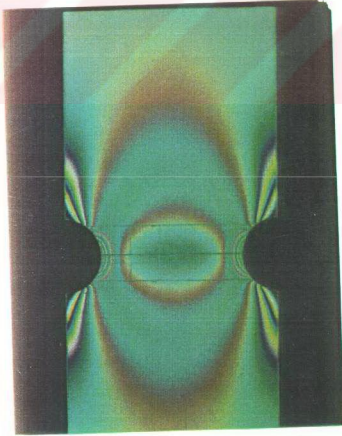
F.18 Karanlık saha izokromatları  
 $2e/D = 0,75$



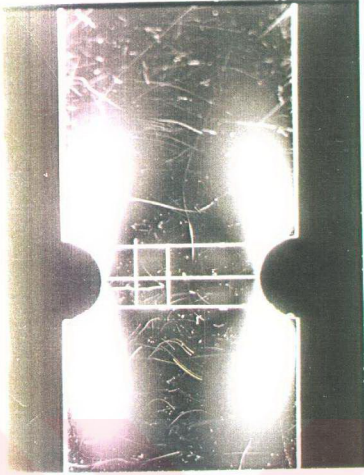
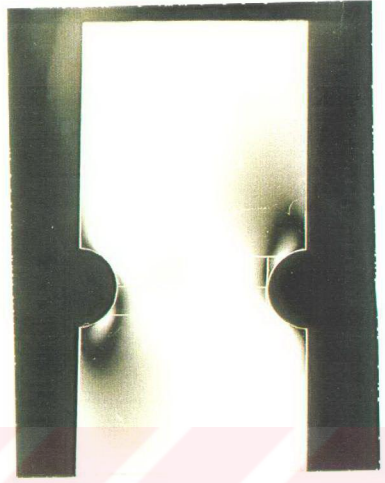
F.21 Çentikli levhada karanlık saha  
izokromatları (monokromatik ışıktaki)  
 $\lambda = 3,79$  cm,  $R = 0,65$  cm,  $P = 70$  kg

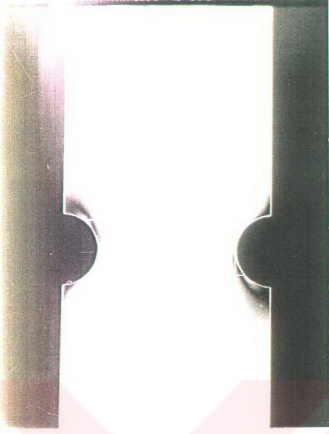


F.22 Aydınlık saha izokromatları

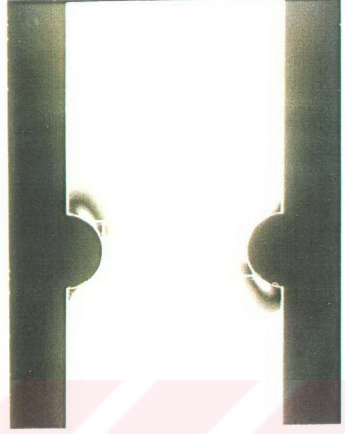


F.23 Beyaz ışık kaynağında  
izokromatlar

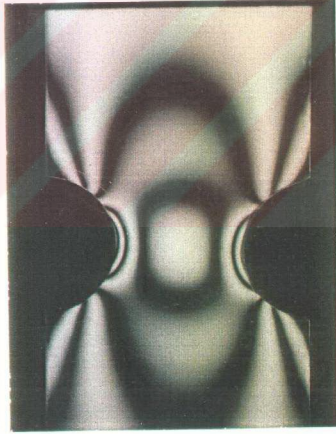
F. 24  $0^{\circ}$  ve  $90^{\circ}$  izoklinikleriF.25  $15^{\circ}$  izoklinikleriF. 26  $30^{\circ}$  izoklinikleriF.27  $45^{\circ}$  izoklinikleri



F.28 60° isoklinikleri

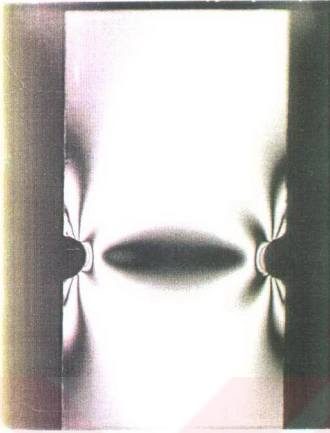


F.29 75° isoklinikleri

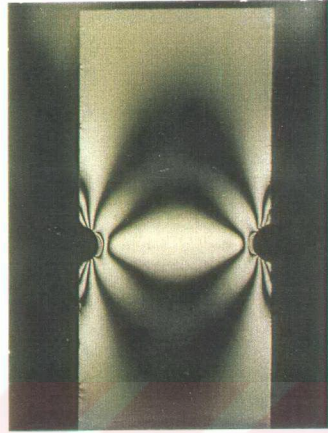


F.30 Karanlık saha isokromatları

D = 6,31 cm, R = 1,65 cm, P = 66,5 kg



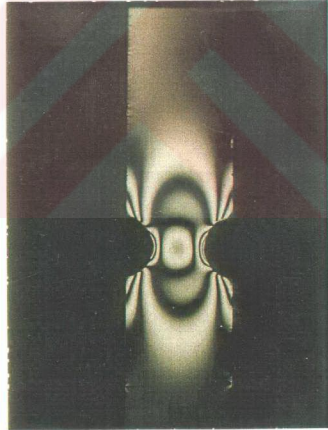
F.31 Karanlık saha izokromatlari  
 $D=4,03$  cm,  $R=0,40$  cm,  $P=66,5$  kg



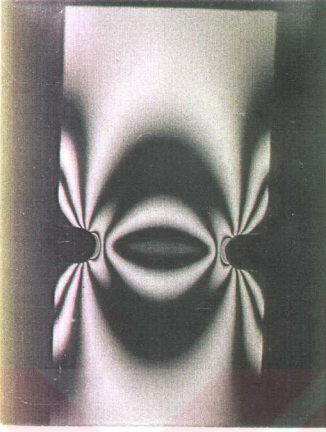
P.32 Karanlık saha izokromatlari  
 $D=3,49$  cm,  $R=0,31$  cm,  $P=71,5$  kg



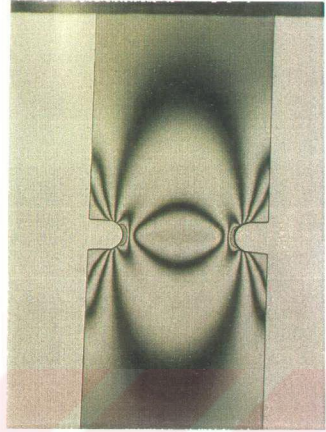
F.33 Karanlık saha izokromatlari  
 $D=4,00$  cm,  $R=0,90$  cm,  $P=41,6$  kg



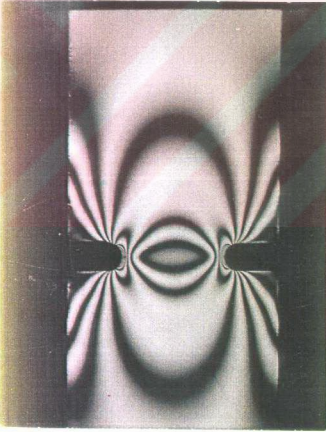
F.34 Karanlık saha izokromatlari  
 $D=1,98$  cm,  $R=0,50$  cm,  $P=28,4$  kg



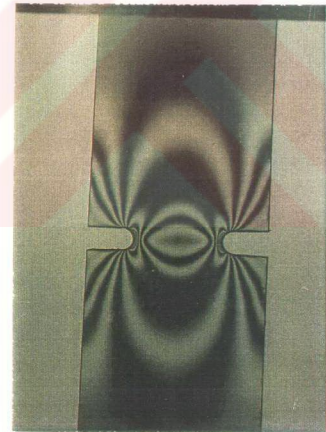
F.35 Derin çentikli levha haline  
ait karanlık saha izokromatları



F.36 Aydınlik saha izokromatları  
 $D=3,95$  cm,  $R=0,60$  cm,  $P=66,5$  kg



F.37 Karanlık saha izokromatları  
 $D=1,01$  cm,  $R=0,50$  cm,  $P=66,5$  kg.



F.38 Aydınlik saha izokromatları

**ÖZGEÇMİŞ**

Doğum tarihi	01.12.1978	
Doğum yeri	İstanbul	
Lise	1993-1996	Özel Şişli Terakki Lisesi
Lisans	1997-2001	İstanbul Üniversitesi İnşaat Fak. İnşaat Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	2001-2004	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Mekanik Programı

