

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

79175

**İKİ FAZLI DÜŞEY AKIMLARIN MODELLENMESİ**

**İnş. Müh. Ertan BARIN**

**F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Hidrolik Programında  
Hazırlanan**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Tez Savunma Tarihi : 31/Ağustos/1998**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Yalçın YÜKSEL (YTÜ)**

**Jüri Üyeleri : Prof. Dr.-Ing. Mete DEMİRİZ (FH Gelsenkirchen)  
Prof. Dr. Sabahattin ÜÇ (YTÜ)**

*(Handwritten signatures and initials)*

79175

**İSTANBUL, 1998**

# İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ .....	v
ÖZET .....	vi
ABSTRACT .....	vii
1. KISMİ SERBEST YÜZEYLİ AKIMLAR .....	1
1.1 Giriş ve Jet Akımları .....	1
1.1.1 Su ve havanın rölatif hareketi .....	1
1.1.2 Türbülanslı jet akımı .....	3
1.1.3 Jet benzeşimli akımlar .....	5
1.2 Hava Kabarcığı ve Su Damlacığı Mekanizmaları .....	7
1.2.1 Serbest hava kabarcığı ve su damlacığı akımları .....	7
1.2.2 Cidar etkisi .....	10
1.3 Serbest YüzeYLİ Akımlarda Hava Girişİ .....	12
1.3.1 Dolusavak akımları .....	12
1.3.2 Serbest düşen jetler .....	16
1.3.3 Enerji kırıcı havuz .....	17
1.3.4 Hidrolik sıçramada hava konsanrasyonu .....	21
1.4 Uzun-Kavite Akımları .....	24
1.4.1 Giriş .....	24
1.4.2 Yatay dikdörtgen kesitli akış yolları için Benjamin Teorisi .....	26
1.4.3 Dairesel kesitin etkileri .....	31
1.5 Sirkülasyon, Vortisite ve Hava Girişli Vorteks .....	35
1.6 Düşey Borularda İki Fazlı Akım .....	43
1.7 Kavitasyon .....	60
1.7.1 Kritik kavitasyon sayısının belirlenmesi .....	63
1.7.1.1 Pürüzsüz (cılalı) yüzeyler .....	63
1.7.1.2 Yaylı pürüzlülüğe haiz yüzeyler .....	64
1.7.1.3 Yerel pürüzlülüğe haiz yüzeyler .....	65
1.7.2 Akımın kavitasyon sayısının hesaplanması .....	67
1.7.3 Kavitasyonu önleyici tedbirler .....	70
1.7.4 Vibrasyon .....	71
2. TÜRBÜLANS VE TÜRBÜLANS MODELLERİ .....	72
2.1 Temel Kavramlar .....	72
2.1.1 Giriş .....	72
2.1.2 Notasyon .....	75
2.1.3 Türbülanslı akım tipleri .....	76
2.1.4 Ortalama büyüklükler .....	77
2.1.5 Türbülans şiddeti ve kinetik enerji .....	78

2.1.6	Türbülansın ölçekleri ve enerji şelalesi .....	79
2.1.7	Türbülans ve hız bileşenleri arasındaki korelasyonlar .....	82
2.1.8	Enerji spektrumu .....	85
2.2	Temel Denklemler .....	85
2.3	Taşınım İşlemleri .....	95
2.3.1	Türbülans viskozitesi ve difüzyon katsayıları .....	95
2.3.2	Prandtl'in karışım uzunluğu hipotezi .....	96
2.3.3	Yerel denge .....	97
2.3.4	Karışım uzunluğu .....	100
2.3.5	Herhangi bir madde veya ısının difüzyonu .....	101
2.3.6	Büyük ölçekte çözülmüş maddenin dispersiyonu .....	102
2.3.7	Türbülanslı akımda partiküllerin difüzyonu .....	105
2.4	Duvar Türbülansı .....	108
2.4.1	Laminer akış .....	108
2.4.2	Laminer –türbülanslı geçiş akımı .....	110
2.4.3	Borularda türbülanslı akım için giriş akımının uzunluğu .....	110
2.4.4	Kanallarda türbülanslı akım için hareket denklemleri .....	110
2.4.5	Duvar tabakasındaki hız dağılımı .....	111
2.4.6	Boru çekirdek bölgesi için hız dağılımı .....	114
2.4.7	Duvar pürüzlülüğünün etkisi .....	116
2.4.8	Serbest yüzey etkisi .....	117
2.4.9	Ortalama hız ve direnç bağıntıları .....	117
2.4.10	Boru ve kanal akımları için türbülans yapısı .....	120
2.4.11	Boru ve kanallarda türbülanslı akım yapısı .....	121
2.4.12	Duvar üzerinde basınç çalkantıları .....	126
2.4.13	Düzlem bir duvar boyunca sınır tabakası akımı .....	127
2.4.14	Sekonder akım .....	130
2.4.15	Akım doğrultusunda basınç gradyanının etkisi .....	132
2.5	Zamana Bağımlı Sınır Tabakası .....	133
2.5.1	Hızlanma sonrası gelişen sınır tabaka .....	133
2.5.2	Salınımlı akım .....	136
2.5.3	Salınımlı akımda sınır tabaka-küçük genlik/derinlik oranı .....	137
2.5.3.1	Laminer akım .....	137
2.5.3.2	Türbülanslı akım .....	139
2.5.4	Periyodik değişen basınç gradyanlı tüp akımları .....	144
2.5.4.1	Laminer akım .....	144
2.5.4.2	Türbülanslı akım .....	146
2.6	Serbest Türbülanslı Akım .....	148
2.6.1	Giriş .....	148
2.6.2	Sınır tabakası yaklaşımı .....	151
2.6.3	Benzeşim hipotezi .....	153
2.6.4	Durgun konumdaki bir akışkan içinde dairesel jet .....	155
2.6.4.1	Benzeşim hipotezi .....	155
2.6.4.2	Hız dağılımları için teoriler .....	156
2.6.4.3	Hız dağılımı için deneysel sonuçlar .....	157
2.6.4.4	Türbülans büyüklüklerinin deneysel değerleri .....	158
2.6.5	Durgun konumdaki akışkanda düzlem jet .....	160

2.6.6	Düzlem karışım tabakası.....	161
2.6.7	Ayrılmış akımlar.....	163
2.6.8	Kapalı bir akış yolunda dairesel jet.....	164
2.6.9	Düzlem duvar jeti.....	165
2.6.10	Dairesel kesitli bir silindirin arkasında art-iz akımı.....	166
2.7	Türbülans Modelleri.....	168
2.7.1	Temel denklemler ve kapama problemi.....	168
2.7.2	Temel kavramlar ve türbülans modelleri.....	172
2.7.3	İstatistiksel modeller - Zamansal ortalama modeller.....	174
2.7.3.1	Sıfır denklem modelleri.....	175
2.7.3.2	Bir denklem modelleri.....	181
2.7.3.3	İki denklem modelleri.....	185
2.7.3.3.1	k-ε türbülans modeli.....	185
2.7.3.3.2	Reynolds gerilme denklemi modelleri.....	197
2.7.3.3.3	Cebirsel gerilme denklem modeli.....	203
3.	<b>FLUENT CFD YAZILIMI ile MODELLEME</b> .....	<b>207</b>
3.1	Genel Bakış.....	207
3.2	Çözücü Tipinin Seçimi.....	207
3.3	Akım Şeması.....	208
3.4	Fluent.....	208
3.4.1	Fluent ile bir problemin çözümünde temel adımlar.....	209
3.4.1.1	Modelleme amaçlarının belirlenmesi.....	209
3.4.1.2	Modellenecek alanın tanımlanması.....	209
3.4.1.3	Ağ dizaynı.....	210
3.4.1.4	Uygun çözücü seçimi.....	211
3.4.1.5	Fiziksel modellerin seçimi.....	211
3.4.1.6	Malzemenin özelliklerinin belirlenmesi.....	212
3.4.1.7	Sınır koşullarının tanımlanması.....	212
3.4.1.8	Çözücü kontrollerinin ayarlanması.....	213
3.4.1.9	Çözümün gerçekleşmesi.....	214
3.4.1.10	Sonuçların incelenmesi.....	216
3.4.1.11	Ağların yeniden düzenlenmesi.....	217
3.4.1.12	Model üzerinde değişiklik yapmak gerekli mi?.....	218
3.5	Fluent'de Türbülansın Modellenmesi.....	219
3.5.1	Türbülansın zamana bağlı doğası.....	219
3.5.2	Türbülansın zamansal ortalaması.....	220
3.5.3	Fluent yazılımında türbülans kapama modelleri.....	220
3.5.4	Reynolds gerilmelerinin modellenmesi.....	221
3.5.4.1	Standart k-ε modeli.....	221
3.5.4.2	RNG k-ε modeli.....	223
3.5.4.3	RSM (Reynolds gerilme modeli).....	224
3.6	Yakın-Cidar Türbülans Modelleri.....	224
3.6.1	Fluent Inc. çözücüde kullanılabilen yakın cidar opsiyonları.....	225
3.6.1.1	Cidar fonksiyonu yaklaşımı.....	226
3.6.1.2	Yakın-cidar türbülans modellenmesi için iki tabakalı modeller.....	230

3.7	Skaler Taşınımın Türbülans Modeli .....	232
3.8	Giriş Türbülans Büyüklükleri.....	233
3.9	Türbülans Şiddeti ve Hidrolik Çapın Belirlenmesi .....	233
3.10	$k$ ve $\epsilon$ Değerlerinin Bilgisayara Direkt Verilmesi.....	234
3.11	Türbülansın Modellenmesi İçin Tavsiyeler .....	234
4.	<b>DÜŞEY BORULARDA SERBEST DÜŞEN AKIŞLARIN MODELENMESİ.....</b>	<b>237</b>
4.1	Giriş.....	237
4.2	Nümerik Çözüm Alanının Tanımlanması.....	238
4.3	Çift Fazlı Akım Alanının Fiziksel Yapısı.....	238
4.4	Basınç Alanı.....	239
4.5	Hız Alanı.....	240
5.	<b>SONUÇLAR.....</b>	<b>286</b>
	<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>288</b>
	Ek Fluent Girdi Ayarları.....	295
	<b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>	<b>298</b>

## ÖNSÖZ

Tez çalışmam boyunca bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım hocam Sayın Prof. Dr. Yalçın YÜKSEL'e teşekkürlerimi sunarım.

Almanya Fachhochschule Gelsenkirchen'de çalışmalarımı sürdürdüğüm süre boyunca bana her açıdan destek olan, görüş ve tavsiyelerinden yararlandığım hocam Sayın Prof. Dr.-Ing. Mete Demiriz ve bana laboratuvarında çalıştığım süre boyunca her türlü kolaylığı gösteren ve yardımcı olan Sayın Prof. Dr.-Ing Karl Klug'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım boyunca bana gösterdikleri maddi ve manevi destekten dolayı aileme ve yardımlarını gördüğüm tüm arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

Ertan BARIN

Haziran, 1998



## ÖZET

Hidroelektrik santrallerin şaft tipi dolu savaklarında, termik ve nükleer santrallerin soğutma suyu sistemlerinde, binaların kullanılmış ve yağmur suyu tesisatlarında, serbest yüzeyli akışa sahip bir akımın düşey bir boru boyunca serbest düşüşü, bugüne kadar çoğunlukla amprik karakterde izah edilmeye çalışılmıştır. Bu akım yapısı incelendiğinde, akışın serbest düşüşü esnasında içerdiği hava ile birlikte çift fazlı bir karakter taşıdığı görülmektedir. Kullanılmış suların akışında ise bu akım yapısı içereceği katılarla üç fazlı bir karaktere sahip olacaktır.

Düşey sistemlerdeki bu kısmi serbest yüzeyli akım, yaratabileceği kavitasyon ve yapı ile etkileşime girerek oluşturacağı vibrasyon, bu tip sistemlerde önemli problemlere neden olmaktadır.

Düşey boru akışları, slug akımı ile kesikli bir yapı gösterebilmektedir. Slug akımı eksenel simetriye sahip büyük mermi şeklinde gaz kabarcıkları veya Taylor kabarcıkları ile karakterize edilen kesikli akımların bütünü olarak tanımlanmaktadır. Taylor kabarcıkları borunun hemen hemen tamamını kaplayarak üniform bir yapıda hareket etmektedirler. Taylor kabarcığı ile boru cidarı arasında ince bir film şeklinde akış söz konusu olmaktadır.

Ancak burada dikkate alınacak akım alanı iki ucu atmosfere açık düşey bir boruya, yanal bir borudan akışın olması halidir. Bu durumda oluşan kısmi dolu akış, kabarcıklı bir akım yapısına sahip olduğu gibi, borunun kalan kısmında hava akışı meydana gelecektir.

Akım yerçekimi etkisindedir ve borunun belirli bir yüksekliğine kadar hızlanacak ancak hava ve boru cidarıyla olan sürtünme direnci nedeniyle, sabit bir değere ulaşacaktır. Hızdaki bu değişim borunun tam dolu olması haline göre belirgin olarak farklılık gösterecektir.

Kısmi dolulukta düşen akışın, düşey boru boyunca ve boru enkesitlerinde hava-su oranları değişmektedir. Borunun büyük bir kısmında slug akımına benzer kesikli akışlar söz konusu olabilecektir, böylece üniform olmayan bir düşey akım alanı meydana gelecektir.

Bu çalışmada dairesel kesitli bir akış yolunda serbest yüzeyli akım düşüşü sırasında akış yolu boyunca hız ve basınç alanındaki değişim, hava-su fazları birlikte düşünülerek modellenecektir.

Akım tamamıyla türbülanslı karakter taşımaktadır, bu nedenle çok iyi bilinen RNG k-ε modeli, problemin çözümünde ele alınacaktır ve sonlu hacimler yaklaşımı kullanılarak problem modellenecektir. Ancak model, problemin fiziğinin sahip olduğu geometri, hesap alanında dikdörtgen koordinat sistemiyle dönüştürülerek çalıştırılacaktır.

Elde edilen sonuçlar konu ile ilgili deneysel verilerle karşılaştırılarak yorumlanmaya çalışılacaktır. Elde edilen veriler yardımıyla, düşey akış sırasında gerek hava, gerekse su akımının hız dağılımı ile basınç dağılımlarının her kesit içinde ve düşey boyunca değişimleri belirlenecektir. Ayrıca akış hızının hangi düşey mesafeden sonra sabit değer ulaştığı ve yine sistemin ne kadar hava çektiği belirlenecektir. Böylece düşey boyunca herbir kesitteki hava-su karışım yüzdeleri de bulunabilecektir.

## **ABSTRACT**

Gas-liquid flow in vertical tubes is a flow pattern commonly found in many practical applications. It occurs in civil engineering applications and process equipment, e.g. in two-phase oil and gas pipelines, particularly in risers from subsea wells to platforms, as well as in oil, gas and geothermal wells, drain pipes for buildings.

When gas-liquid mixtures flow in a tube, two phases distribute in a number of ways which characterize the spatial distribution of liquid and gas within the conduit. These are called flow patterns. Four dominant patterns in vertical pipes are suggested; bubbly, slug, churn and annular flows for upward flows. However there is only empirical knowledge existing in the literature for partial free surface downward flows.

The objective of this work was to develop a physically-based hydrodynamic model for downward flows in vertical pipes and obtain experimental data by which the model could be evaluated. The results should permit the evaluation of the pressure and velocity distribution and volume fraction for gas-liquid flow through vertical pipes.



## 1. KISMİ SERBEST YÜZEYLİ AKIMLAR

### 1.1 Giriş ve Jet Akımları

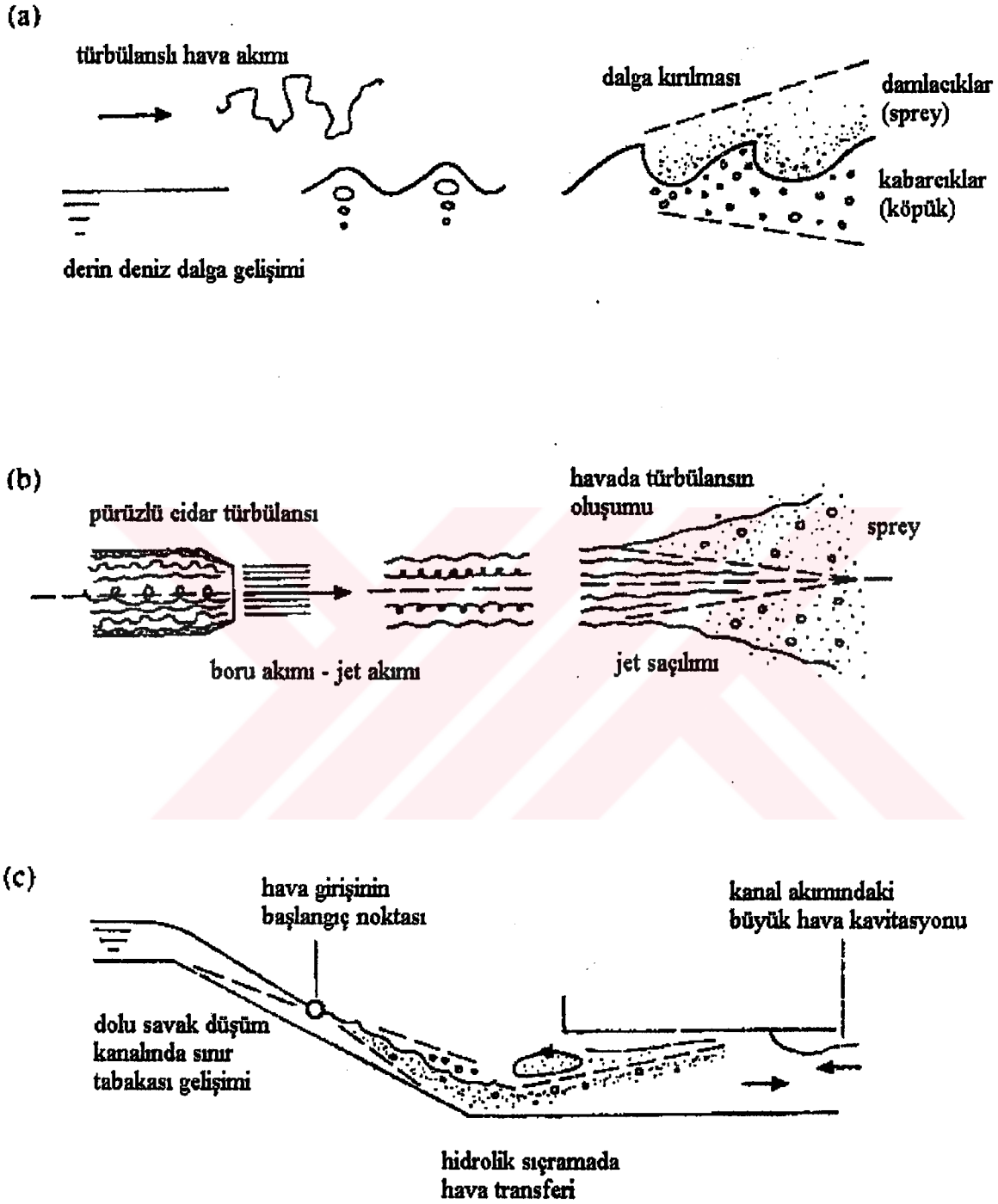
#### 1.1.1 Su ve havanın rölatif hareketi

Durgun su yüzeyi üzerindeki havanın hareketi dalgaların meydana gelmesine neden olur. Yeteri miktardaki rüzgar hızında oluşan salınımlı hareket, tek başına rüzgardan suya geçen enerji transferini izah etmek için yeterli olmayabilir. Nihai yüksekliklerine ulaşan dalgalar kırılırlar ve akışkan partikülleri püskürtülmüş bir şekilde akımdan ayrılmaya çalışarak köpürürler, buna “spindrift” yani rüzgarın sürüklediği su partikülleri denir. Böyle bir durumda serbest yüzey tanımlamak olanaksızdır. O halde hava ile su arasındaki sınırın tam olarak gözlemlenmesi olanaksız gibidir (Şekil 1.1a).

Bu olayın aksine, durgun durumdaki havadan, su akışı sağlanırsa iki yüzey arasında aynı olay meydana gelir. Basıncılı bir borudan çıkan dairesel jet bu olayı anlayabilmek için iyi bir örnektir. 100 metrelik bir hidrolik yük ile çalışan yangın hortumunun oluşturacağı jetin rölatif hızı, Beaufort ölçeğinde 45 m/sn’lik (yaklaşık 100 mph) rüzgar kuvvetine eşdeğer ve bu jet, hızı daha düşük olan daha büyük çaplı bir jet ile karşılaştırıldığında daha geç saçılmaktadır. Hidrolik modellerle de jetlerin bu saçılma olayı tam olarak belirlenememiştir. Bu tip hidrolik olaylarda şu iki soruya cevap bulmak gerekebilir: (a) Deniz dalgaları gibi dalgalı yüzeyler nerelerde meydana gelir? (b) Neden büyük hızlı küçük çaplı jetler, büyük çaplı küçük hızlı jetlerden daha geç saçılırlar?

Birinci sorunun cevabı şöyle açıklanabilir: Bir yüzeyde dalga hareketinin bulunması hava-suyun birbirine göre olan rölatif bir hareketin sonucu değildir. Şekil 1.1b’deki dalgalar jet oluşumundan önce su ve boru cidarı ya da orifis arasındaki rölatif hareketin sonucunda oluşurlar. Bu durum, hız, çap ve cidar pürüzlülüğüne bağımlı türbülans yapısı meydana getirir. Akım artık borunun sınırlayıcı etkisinden kurtulunca içsel vortisite serbest yüzeyi etkilemeye başlamakta ve sonuçta tüm jet bu etkinin altında kalmaktadır. Rouse et al. (1951) bir jetin dış sınırının damlacıklar halini alıp, sprey şeklinde dağılmasına karşın, jetin

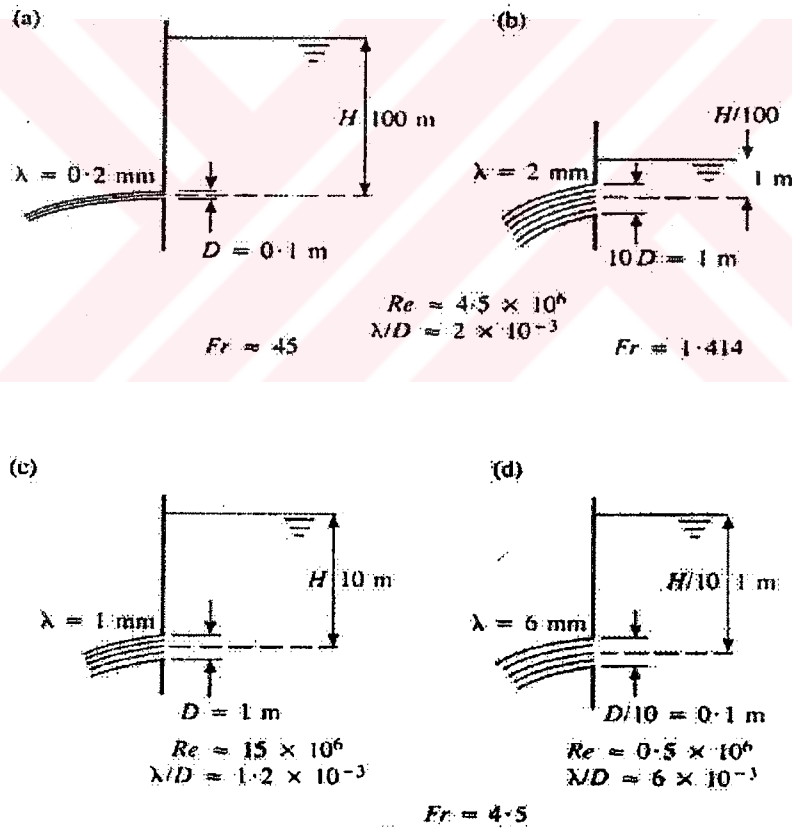
merkez kısmının hava içinde parçalara ayrılarak dağıldığını gözlemiştir. Benzer mekanizma büyük eğime sahip kanallarda ve dolusavaklarda da meydana gelmektedir.



Şekil 1.1 Hava karışım şekline göre karşılaştırılan serbest yüzey çalkantılarının üç farklı kaynağı

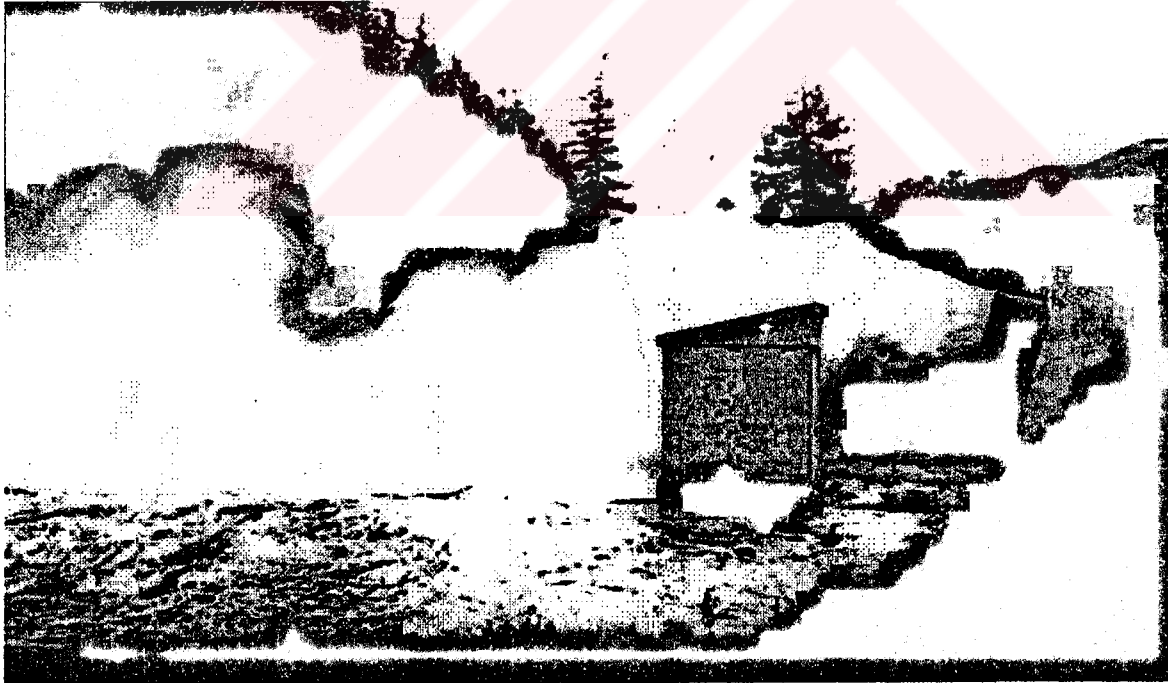
### 1.1.2 Türbülanslı jet akımı

Bir orifisten çıkan jetin türbülans karakteri, katı cidarla sınırlanmış akımdaki kayma tabakalı akımdan atmosfer içine çıkan serbest sınırlı akım şartlarına ani geçişte sahip olduğu önceki akım şartlarını korumaktadır. Tenekis ve Lumley (1972) orifisten çıkan türbülanslı jetin Taylor mikro ölçeği  $\lambda$  ile karakterize edilebileceğini belirtmişlerdir (Bu ölçek  $u' / (\partial u / \partial x)$ 'in r.m.s değeridir,  $u'$  karakteristik doğrultudaki hız çalkantı bileşenidir. Her ne kadar büyük enerji dağılımlarını Kolmogorov mikro ölçeğinin daha iyi karakterize ettiği kabul edilse de, jet saçılımı için orta büyüklükteki bir ölçeğin daha uygun olduğu düşünülmektedir). Buna göre Taylor mikro ölçeğinin, akım uzunluk ölçeğine oranı  $4/(\text{Reynolds sayısı})^{1/2}$ 'dir. Burada Reynolds sayısı, karakteristik akım uzunluğuna ve hıza bağlıdır.

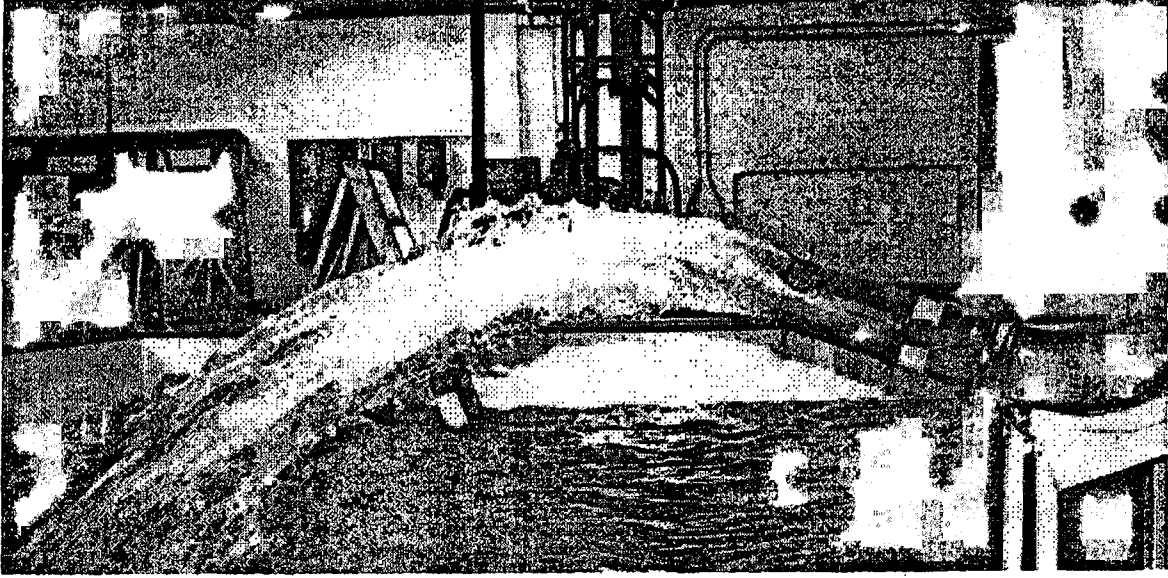


Şekil 1.2 Bir jetin Taylor türbülans ölçeği boyunca hava karışım kapasitesinin gösterilmesi. (a) ve (b) aynı Reynolds sayısına ve (c) ve (d) aynı Froude sayısına sahiptir. Vortisiteye dayanarak her birim TTS için hız olarak tanımlanan yüzey çalkantı ihtimali şu orandadır (a):(b):(c):(d)=300:20:3:1.

Şimdi Şekil 1.2’de gösterilen dört farklı jet durumu karşılaştırılırsa (a) ve (b) şekillerinde jetler aynı Reynolds sayılarına sahip, (b) jetinin çapı (a) jetinin 10 katı ve su yüksekliği ise 1/100 katı kadardır. Mikro ölçek oranları ( $\lambda/D$ ) aynı ve (a) ve (b) jetleri için sırasıyla 0.2 ve 2.0 mm, (d), (c) jetleri 1/10 model ölçeğinde, (c) ve (d) jetleri ise aynı Froude sayılarına sahiptir. Bu durumda Reynolds sayıları  $(10)^{3/2}$  ölçeği kadar farklıdır, bundan dolayı mikro ölçek oranları sırasıyla 0.001 ve 0.006 olmaktadır. Bu da model jetlerin, neden prototipleri kaba olarak benzeştirdiğini açıklamaktadır. Bundan başka, eğer Taylor mikro ölçeğinin mutlak değeri hava girişi ya da saçılım mekanizmasının mantığını tanımlayabiliyorsa prototip şartlarında verilen büyük değerlerin Bölüm 1.1.1’de bahsedilen (b) sorusunu cevapladığı düşünülmektedir. Ancak daha küçük jetler prototipteki değerlerinin yarısı kadar mikro ölçeğe sahip olmalarına rağmen, yüzey gerilmelerinden daha çok etkilenmektedirler (Bahsedilen güçlüklerden dolayı hava karışımı ile ilgili türbülans ölçeği, hala önemli bir araştırmanın konusudur). Şekil 1.3 ve 1.4’de bu güçlükleri yansıtan jet akımlarına ait fotoğraflar verilmiştir.



Şekil 1.3 Ayrshire’deki Loch Doon Reservuar’ında 5 ft çapında sifon şeklinde dolusavak nozzle’ından çıkan jet. Her bir sifon 850 cusec ( $\text{ft}^3/\text{sn}$ ) debi kapasitesine sahiptir.



Şekil 1.4 Strathclyde Üniversitesi William Frazer Laboratuvarı'nda Loch Doon Siphon akımının 1:15 ölçekli modeli. Şekil 1.3 ile karşılaştırıldığında prototipin 'kaba' versiyonu olarak türbülans modeli görüntüsü.

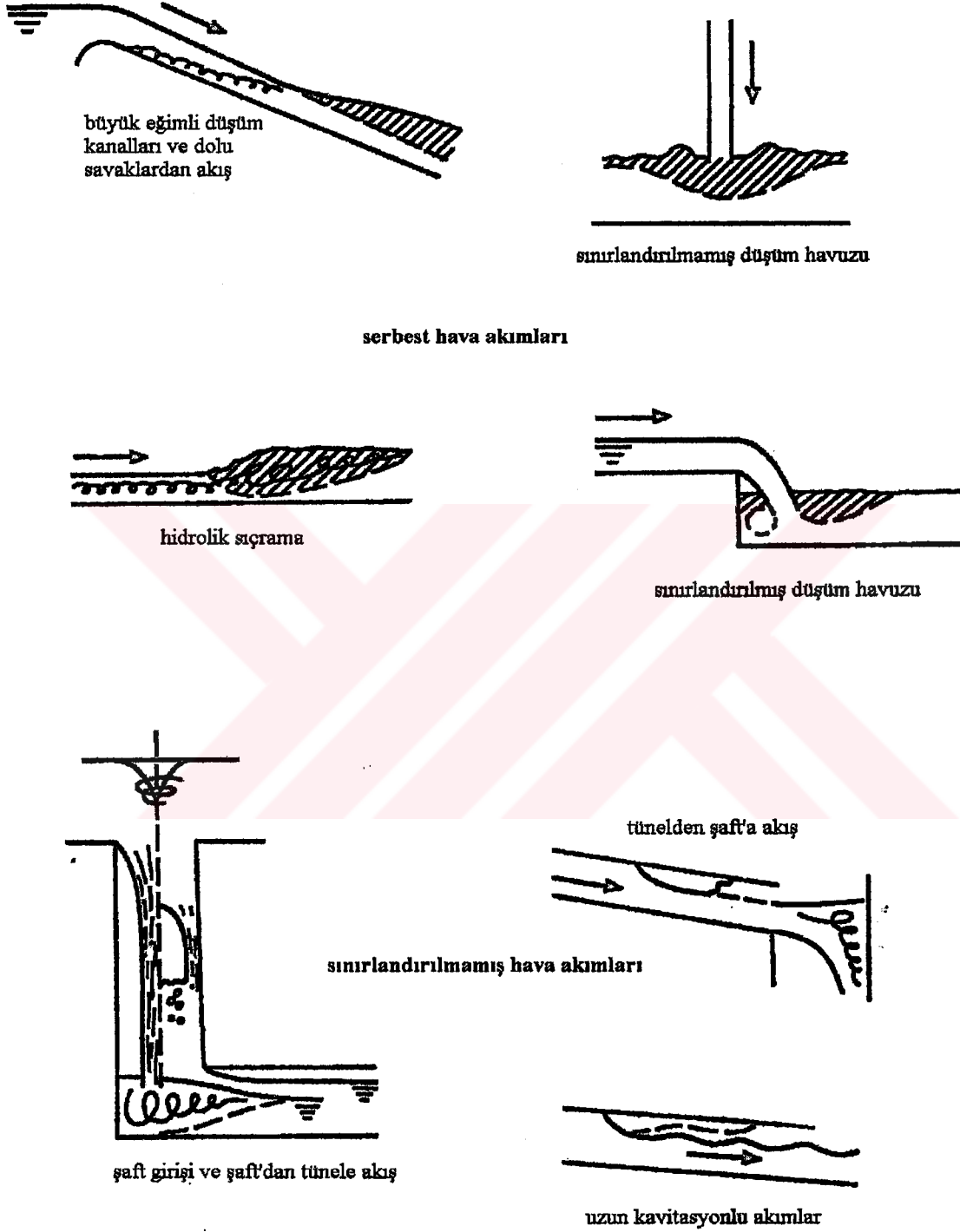
### 1.1.3 Jet benzeşimli akımlar

Büyük çaplı orifislerden çıkan jet akımları, hava ve su karışımının görüldüğü tek akım durumu değildir. Düşey bir akışa sahip serbest yüzeyli akımın yönü değiştirilirse, jet benzeri bir yapıya sahip olmaktadır. Bu olay bir çok hidrolik yapıda mevcuttur, benzeri türbülanslı kabarcık mekanizmasına sahip olurlar ancak simetrik ya da dairesel jet akımının türbülanslı yapı mevcut değildir. Bu durum Bölüm 1.3'de detaylandırılmaya çalışılacaktır.

Dolusavak akımlarında olduğu gibi, düştükçe hızlanan akım dolayısıyla, sınır tabakası derinlikle kalınlaşır ve en sonunda su yüzüne ulaşır. Sınır tabakası ile serbest yüzeyin birleştiği bu nokta, su ile havanın karışmaya başladığı yerdir ve daha sonra derinlik boyunca aşağıya doğru yayılmaktadır. Dairesel jet akımında olduğu gibi, benzeşim ancak büyük ölçekli modellerle saptanabilmektedir.

Sırf su fazına nazaran akış kesitinde hava ve su karışımı daha çok yer kaplamaktadır. Su damlacıkları ve kabarcıkların herbiri sırasıyla düşmeye ve yükselmeye çalışarak kaotik bir akım yapısı oluşturmaktadırlar. Şekil 1.5'de gösterildiği gibi kabarcık akım yapısının

belirlenmesi ve kontrol edilmesi hidrolik mühendisleri için aşağıda belirtilen nedenlerden dolayı gerekli olmaktadır:



Şekil 1.5 Hidrolik mühendisleri tarafından dikkate alınan basit jetlerden farklı hava-su akımları

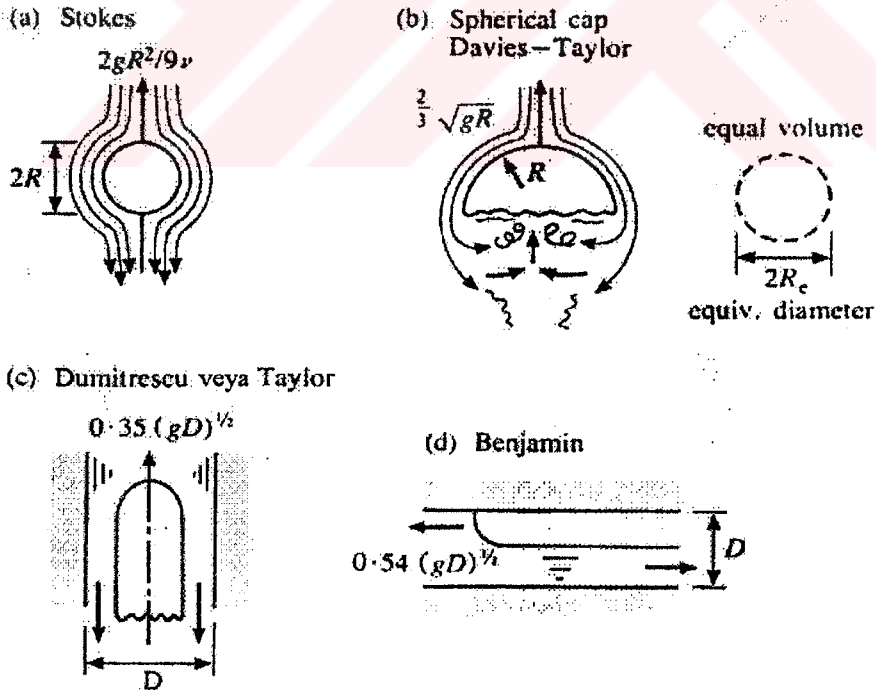
- (a) Serbest jetin önceden belirlenen bir alana düşmesi ve minimum zarara neden olmasını sağlamak;
- (b) Akım derinliklerini tahmin etmek ve dolusavak yüzeyindeki düşük basınç alanını azaltmak;
- (c) Çan ağızlı şaft dolusavaklarda ve drenaj sistemlerindeki akışın kontrolünü sağlamada;
- (d) Boru hatlarına giriş ve pompa istasyonlarının dizaynında;
- (e) Kapalı bir akış yolu boyunca tutulan hava miktarının belirlenmesi ve bunun engellenmesi;
- (f) Kısmi dolu akışa sahip tünel ve boru hatlarının güvenilir biçimde dizaynı.

## 1.2 Hava Kabarcığı ve Su Damlacığı Mekanizmaları

### 1.2.1 Serbest hava kabarcığı ve su damlacığı akımları

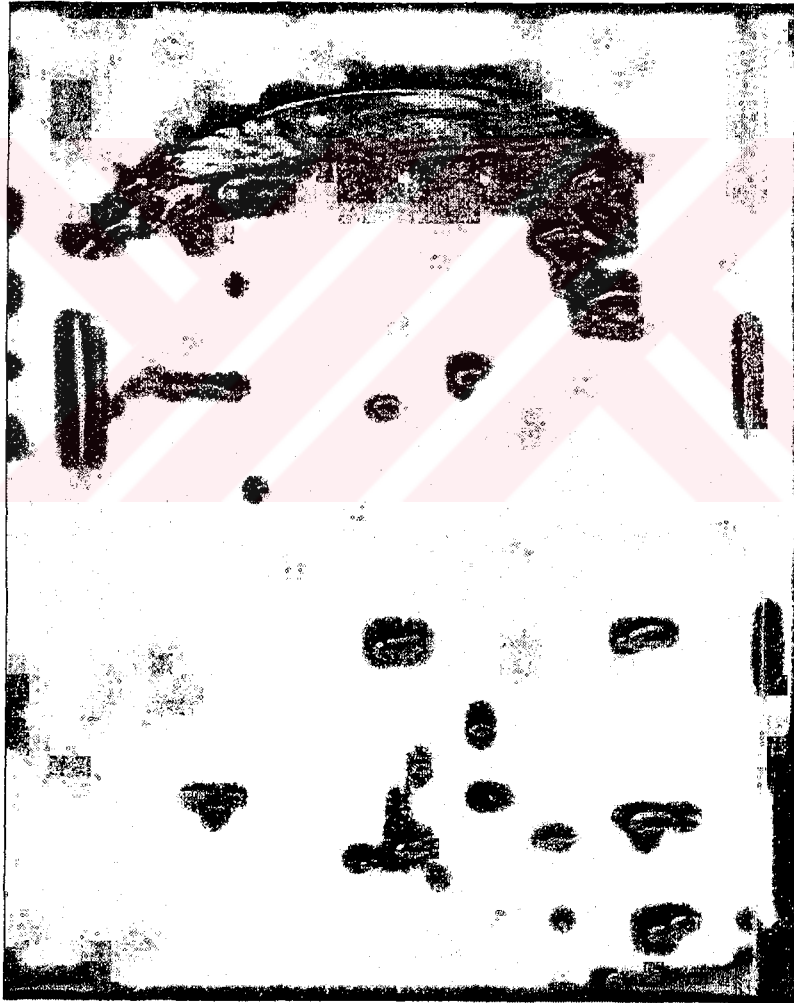
Stokes (1851), rölatif özgül kütlesi  $\Delta\rho$  olan sonsuz genişlikli ve düşey akışa sahip bir laminer akım alanında, yarıçapı  $R$  olan rijit küreyi çevreleyen akım çizgilerini dikkate alarak;  $\mu$ , moleküler viskozite olmak üzere;  $U$ , kürenin düşey yöndeki kararlı çökme rölatif hızını  $2gR^2\Delta\rho/9\mu$  olarak belirlemiştir (Şekil 1.6a). Sudaki hava kabarcıkları için  $\Delta\rho=\rho_{su}$  ve  $\nu$  kinematik viskozite olmak üzere çökme hızı  $U = 2gR^2\Delta\rho/9\nu$  olarak verilmiştir. Bu ifade sadece  $R<0.15$  mm. olan bağımsız kabarcıkların çökme hızları için iyi bir yaklaşım vermektedir.  $R$  büyüdüğünde küresel şekilde değişimler meydana gelir ve böylece art-iz akımında meydana gelen değişimler Stokes ifadesiyle bulunan  $U$  hızı beklenenden daha fazla değerler vermektedir. Habermann ve Morton (1953)'ün vermiş olduğu amprik ifadeler, temiz sudaki ölçümlere dayanmaktadır çünkü suda bulunabilecek askıdaki katı partiküllerin küçük kabarcıklar üzerinde önemli etkilere sahip olduğu bilinmektedir. Kürenin biçiminde meydana gelebilecek değişimler aynı hacme sahip küre şeklindeki kabarcıkların yarıçapı

eşdeğer yarıçap olarak gözönüne alınmak suretiyle halledilebilmektedir. Sonuçta  $R$  1 ya da 2 cm.'yi aşarsa üst taraftaki eğrisel yüzeyden ayrılan akım Şekil 1.6b ve Şekil 1.7'de görülen 'küresel kap' oluşumuna yol açmaktadır. Bu mekanizma ilk olarak su altı patlamalarıyla ilgili Davies ve Taylor (1950) tarafından yapılan araştırmada gözlemlenmiştir. Bu iki araştırmacı çökme hızını  $2(gR^2\Delta\rho/\rho)^{1/2}/3$  olarak vermiş ve bunun hiçbir şekilde viskoziteye bağlı olmadığını göstermişlerdir. Art-iz akımı yaklaşık  $100^\circ$ 'lik sabit bir açıdan ayrılarak meydana gelmektedir, böylece  $R_e$  eşdeğer yarıçap hesaplanabilmektedir. Falvey (1980) tarafından hava-su durumu için kabarcıkların su içindeki yükselme hızları basit olarak  $(gR_e)^{1/2}$  ifadesiyle verilmiştir. Art-iz açısı için kontrol parametresi durumundaki kabarcık Reynolds sayısı,  $Ud/v$  150'den büyüktür. Clift (1978) kabarcık hacminin hakim büyüklük olmasına rağmen, kabarcık büyüklüğünü karakterize etmek için birden fazla yol olduğunu belirtmiştir. Olaya mühendisçe yaklaşıldığında yarıçap yerine çap kullanılması daha uygun olmaktadır. Comolet (1979) küçük kabarcıklar için Stokes ve Falvey tarafından  $[0.01R_e(\text{mm}) + 0.079/R_e]^{1/2}$  m/s olarak önerilen 'kapak' değeri arasında bir çökme hızı tavsiye etmiştir ve Şekil 1.8'da çökme hızının değişimi gösterilmiştir.

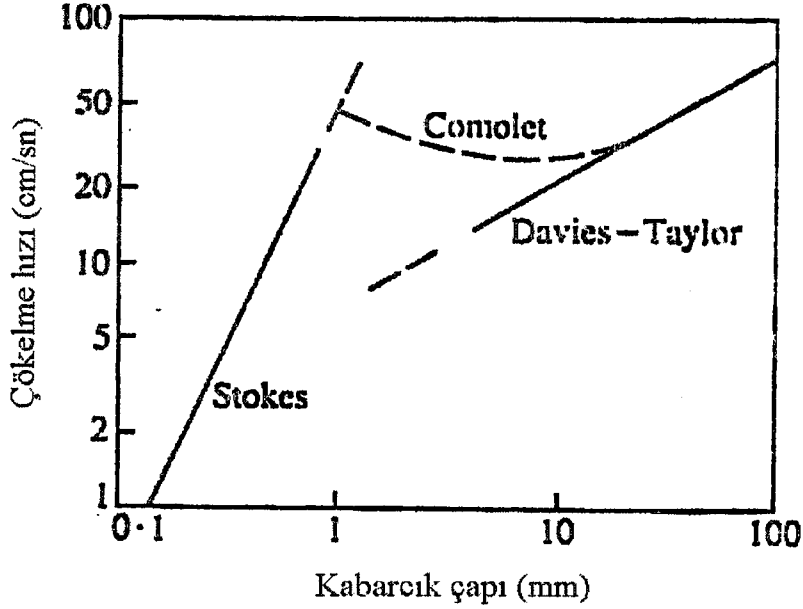


Şekil 1.6 Hava kabarcıklarının klasik tipleri ve onların hızları: (a) ve (b) tipleri sonsuz akım alanlarında; (c) ve (d) bunların cidar akımlarıyla değişimini göstermektedir.

Çapları 1 mm'den az olan hava kabarcıkları ve su damlacıklarının her ikisi de yaklaşık olarak küresel şekillerini muhafaza etmektedirler, buna göre eğer Reynolds sayısı da 300'den küçükse Stokes kanunu her iki faz içinde uygulanabilmektedir. Bununla beraber hava içindeki büyük su damlacıklarının ayrılma mekanizmaları, aynı durumda olan sudaki hava kabarcıklarına göre daha çabuk olmaktadır. Damlacıkların akımın ana eksen yönündeki hareketleri sırasında şekilleri elipsoide dönüşür. 10 mm. çapa ulaştıklarında şekillerinde salınımlar başlar ve damlacıklar parçalanırlar. Küresel kapak davranışı kararlı hava akımındaki su damlacıklarının davranışı ile tam olarak benzeşmemektedir, oysa özgül kütlesi küçük olan sıvı içinde düşen özgül kütlesi büyük sıvılarda bu benzeşim mevcuttur.



Şekil 1.7 Yaklaşık  $10 \text{ cm}^3$ 'lük hava, küçük kabarcıklarla beraber asıl 'şapka' şeklinde 10 cm çaplı tüpte yükselirken.



Şekil 1.8 Stokes ve Davies-Taylor kabarcık hızları ile Comolet'in önerdiği geçiş hızları.

### 1.2.2 Cidar etkisi

Dairesel silindir formdaki simetrik düşey cidarın mevcudiyeti rijit bir küreden geçen rölatif akımı etkilemektedir. Sonuç olarak yukarıya doğru hareket eden hava kabarcığı ya da düşen su damlacığı yavaşlamaktadır. Uzun dairesele şaft eksenini boyunca yukarıya doğru hareket eden Stokes kabarcığı, oldukça büyük miktarda etkilenmektedir. Clift (1978), Francis düzeltme faktörü  $K$ 'yi, sınırlanmamış çökme hızını, sınırlanmış çökme hızına oranı olarak tanımlamıştır, buna göre bu faktör 1'den büyük olmaktadır. Eğer  $\lambda$ , kabarcık çapının, boru çapına oranı ise  $K = [(1 - 0.475\lambda) / (1 - \lambda)]^4$ 'dir.  $\lambda=0.1$  için  $K$  yaklaşık olarak 1.4'dür.  $K$  değeri, eğer şaftın sonu, kabarcığın düşey eksen üzerinde olduğu yere bağlı olarak,  $L$  uzunluğunda kapanıyorsa; artmaktadır. Uzunluğun yarısı için  $K$  değeri 1.5'dir, buna göre çökme hızının sınırlanmamış değerinin  $2/3$ 'üdür.

Büyük hava kabarcıkları ve su damlacıkları için eğer  $\lambda < 0.1$  ve uç etkileri hariç tutulursa yaklaşık olarak Reynolds sayısının 100 değerine kadar aynı düzeltmeler kullanılabilir. Bunun nedeni, durgunluk noktasındaki yassılaştırmanın cidarın uzunluğu etkisiyle dengelenmesidir. 200'den büyük Reynolds sayıları için bu etkiler küçüktür ve  $\lambda=0.6$  değerine kadar  $K$ 'nın

tersi  $(1-\lambda^2)^{3/2}$ 'dir. Eğer kabarcıklar çok büyük, dolayısıyla yüzey gerilmeleri küçük (Eotvos sayısı  $g\Delta\rho d_0^2 / \sigma > 40$  ile tanımlanır) ve küresel kapak gelişmekte ise, yukarı doğru hız, Wallis (1969)'a göre  $0.125 < \lambda < 0.6$  için, sınırlandırılmamış değer  $1.13e^{-\lambda}$  katıdır.  $\lambda$ 'nın azalan etkisi, hacmin ve şeklin artan öneminin bir sonucudur, burada  $\lambda$  arttıkça shaftın çapıyla verilen terimlerle daha iyi tanımlanabilmektedir.

Sonuçta küresel kapak, bazen Dumitrescu kabarcığı ya da 'slug akımı' olarak adlandırılan Taylor kabarcık yapısına yol açmaktadır. Bu durumda sonsuz uzun bir shafttaki yükselme, uç bölgesinden itibaren yerçekimi tarafından kontrol edilmeye başlar ve sudaki hava için çökme hızı  $0.35(gD)^{1/2}$  değerine eşit olur. 1.5D'den uzun slug'lar için hız, uzunluktan bağımsızdır. Eğer shaft'ın eğimi sürekli olarak düşeye doğru yöneliyorsa, Taylor kabarcığı en üst yüzeye yapışma eğilim gösterir. Eğer eğilme açısı  $45^\circ$  ve  $60^\circ$  arasındaysa, bu yüzey boyunca Taylor kabarcığının hızı maksimuma ulaşır, buradaki hız düşey shafttakinden %60 daha büyüktür. 150 mm çapa kadar dairesel borular kullanan Zukoski (1966)'nın deneyleri bu değişimle uyum içindedir.

Genelde eğimli hal için hiçbir teori kabul edilebilir gözükmemektedir, Benjamin (1968) serbest yüzeyli akışa sahip yatay bir tüpteki sürekli kabarcık veya kavitasyon hızını  $0.54(gD)^{1/2}$  olarak belirlemiştir. Bu sonuç enerji kaybının ihmal edilmesi durumunda elde edilmiştir ve kabarcık derinliği  $0.44D$  (Şekil 1.6d) olmaktadır. Geri dönüş akımdaki azalma, daha yüksek hıza sahip küçük hava kabarcıkları oluşmasına neden olmaktadır. Benjamin teorisinin kapsamı genişletilerek,  $0.32D$  derinliğindeki hava kabarcığı için maksimum hızın  $0.57(gD)^{1/2}$  olduğu gösterilmiştir. Bu değerler Bacopoulos (1984) tarafından 219 mm çapındaki boruda deneysel olarak elde edilmiştir. Aynı zamanda küçük eğime sahip bir boru için, hızdaki bir miktar azalma durumunda daha derinde kabarcıkların ( $0.7D$ 'nin üzerinde) bulunmasının mümkün olduğu görülmüştür. Uzun hava kabarcıklarının hızı ve derinliği üzerinde gerilme etkileri söz konusu olabilmektedir. Bu durum, Baines ve Wilkinson (1986)'nın çalışmalarında olduğu gibi bu sonuç sadece içinde dikdörtgen bir kesite sahip olan akış yolları için sınır kalmıştır.

### 1.3 Serbest Yüzeyle Akımlarda Hava Giriş

Akış halindeki suyun yüzeyi ile havanın karışımına neden olan üç farklı durum vardır. Bu olayları birbirinden ayırmak şart değildir, bununla beraber aşağıdaki gibi sınıflandırılabilirler:

(a) türbülans dolayısıyla yüzeyi çalkantılı ve orijini genelde sınır tabakası olan akımlar – buna en iyi örnek dolusavaktır.

(b) katı cidarlara ya da kendilerinden daha yavaş su kütlelerine çarpmanın sonucunda meydana gelen yersel kayma gerilmelerinin neden olduğu çalkantılardaki hava girişi – örneğin su jetinin havuza girişi, sönmümlendirici duvarlar ve hidrolik sıçramaya geçişte;

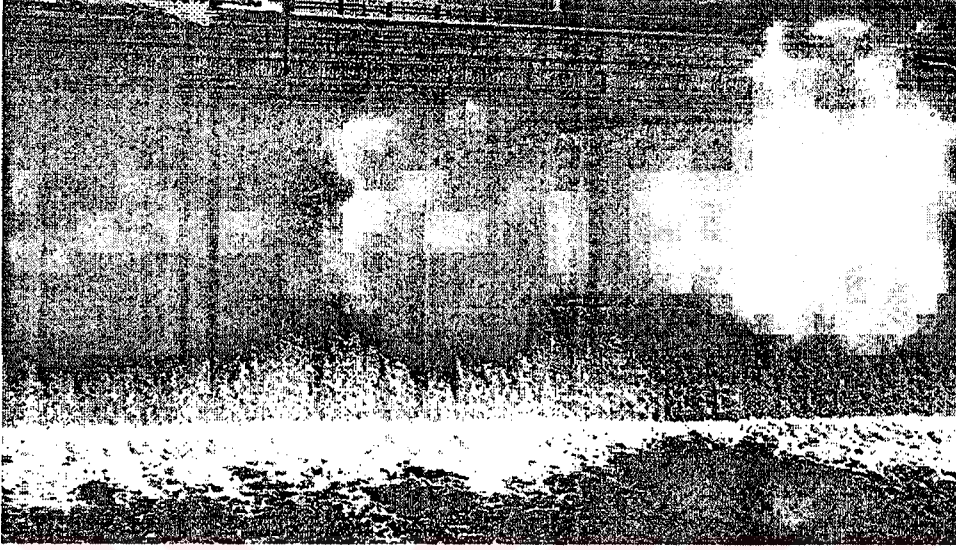
(c) düşey bir eksen boyunca yersel sirkülasyon ihtiva eden gerilmiş vorteks boyunca hava akımları – bu durum, su yüzeyinde sekonder akımların oluştuğu su alma yapılarında görülür, örneğin köprü ayakları ve akımla belli bir açı yapan duvarlar gibi.

#### 1.3.1 Dolusavak akımları

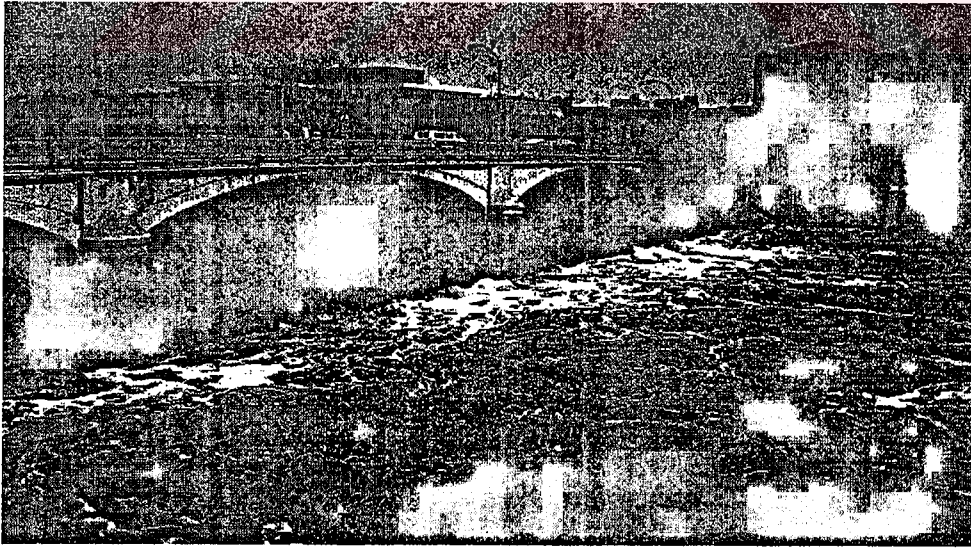
Daha önceden anlatıldığı gibi orifislerden çıkan basınçlı jet ile dolusavaktan akışlarının türbülans yapısı birbirinden farklıdır. Dolusavak kreti üzerindeki durağan suyun hızlanmasıyla, akımın debisi ya da düşüm, yüksekliğine bağlı olarak, sınır tabakası oluşmasına sebep olur. Sınır tabakası oluşumuyla meydana gelen hava girişi, bu karmaşık hareketteki türbülansın yapısına bağlıdır. Hava girişinin genel teorisi, akışkanın aynı yoğunluğa sahip olduğu kabul edilse bile zordur. Bu nedenle problem hala ampirik çözüme sahiptir.

Sınır tabakası etkisiyle dolusavak su yüzeyinin bozulduğu yer genelde ‘başlangıç noktası’ (hava girişinin) ya da basitçe ‘kritik nokta’ olarak tanımlanır. Bunu izleyen kısım ve mansap, kısmen ya da tam olarak havalandırılmış akım bölgesidir. Her iki durumda da ‘beyaz su’ yüzeyinden giren hava konsantrasyonu, su yüzeyinden itibaren yükseklikle ve katı cidar boyunca uzunlukla değişmektedir. Yeterince uzun dolusavaklar için üniform akım

koşullarının, su, hava kabarcıkları, su damlacıkları ve hava arasındaki dengelenmiş değişim ile oluştuğu düşünülebilir. Şekil 1.9 ve 1.10'da düşük yükseklikteki iki bağlamadaki akışlar görülmektedir.



Şekil 1.9 Hidrolik araştırmalar için Iowa Enstitüsünün dışında savak yüzeyinde sıg suda meydana gelen hava girişi. Savak tepesindeki değişebilir derinlik, hava girişinin başlangıç noktasında da benzer değişimlere yol açar. Derinlik arttıkça başlangıç noktası mesafesi kısalmaktadır. Böylece enerji kırıcı havuza daha çok hava taşınmaktadır, buda mansap mesafesini arttırmaktadır.



Şekil 1.10 Derin su için Şekil 1.9'ün aynısıdır. Burada hava girişim süreci tamamen savaktan aşağıdadır.

Havalandırma alanlarının büyüklüklerinin, özellikle hızların kavitasyon oluşumuna neden olduğu bölgelerde belirlenmesi oldukça önemlidir. Zagustin et al. (1982), dolusavak üzerinde havalandırma rampaları sayesinde ilave hava girişini sağlamak için Guri barajında yapılan düzenlemeleri geliştirmiştir. Bu havalandırılmış akımdan dolayı oluşan ekstra hacim dolusavak yan duvar yüksekliğinin belirlenmesinde gözönüne alınmaktadır.

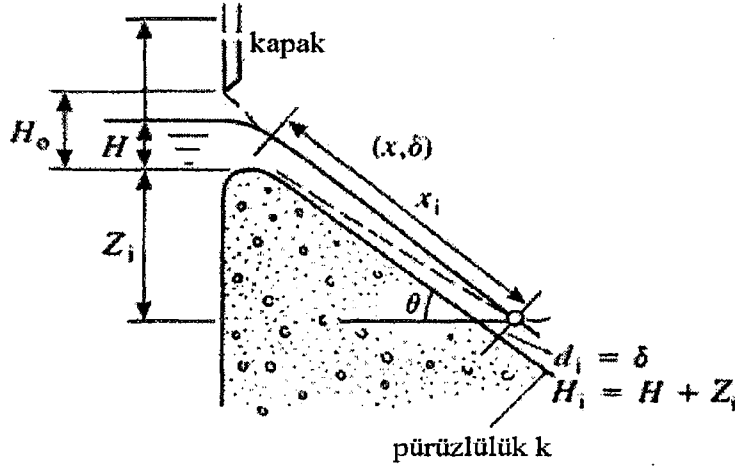
Lane (1939), dolusavak akımında türbülansın orijini ve bunun havalandırma ile doğrudan bağlantısını dikkate alan ilk çalışmayı yapmıştır. Bu araştırmacı mevcut sürtünmenin dışındaki faktörleri de gözönüne almıştır – örneğin giriş yapıları, köprü ayakları, kenar duvarlar ya da öteki yersel cidar etkilerinden kaynaklanan türbülansı,. Lane'e göre havalandırmanın olması için minimum düşüm ve minimum hızın meydana gelmesi eşit etkiye sahiptir.

Sınır tabakasının gelişmesiyle ilgili ilk yaklaşımlar, cilalı düzgün bir levha üzerindeki bir akım için verilen Schlichting bağıntısı dikkate alınarak yapılmıştır. Bu yaklaşım ancak Reynolds sayısının yaklaşık  $10^6$  değerine kadar geçerli olmaktadır. Bauer (1954) ve Halbronn (1954) yüzey pürüzlülüğü ve daha yüksek Reynolds sayılarını dikkate almak gerektiğini de belirtmişlerdir. Kritik noktayla ilgili daha detaylı çalışmalar ise Bormann (1968), Keller ve Rastogi (1975), Cain ve Wood (1981) tarafından yapılmıştır. Wood et al. (1983) cidar pürüzlülüğünü de dikkate alarak sınır tabakasının gelişimi ile ilgili oldukça iyi bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bu çalışma akımın uzamsal değişimini ve giriş geometrisini sınırlıda olsa hesaplayabildiği için doğrudan sınır tabakası gelişimini veren iyi bir ifadedir. Aynı zamanda aşağıda görüldüğü gibi bu ifade (Şekil 1.11) prototip dolusavak verilerini de dikkate almaktadır:

$$\delta / x = 0.0212(x / H_1)^{0.11}(x / k)^{-0.10} \quad (1.1)$$

Burada sabit eğimli dolusavak için  $H_1 = x \sin \theta$  ve  $k$  pürüzlülük yüksekliğidir. 0.1'in kuvvetlerine artan pürüzlülük değerleri ve dolu savak eğiminin etkisi Cain ve Wood tarafından fark edilmiştir. Gerçekte  $k=1.5$  mm olan 45°lik dolusavak eğimi için yukarıdaki

ifade  $\delta/x = 0.011$  değerine indirgenmektedir. Bu suretle birçok iyi betonlanmış dolusavakta kritik nokta yaklaşık olarak akım derinliğinin 100 katı mesafesindedir.



Şekil 1.11 Bir dolusavakta hava girişinin başlangıcı

Kayıplar ihmal edildiğinde kritik noktadaki derinlik  $d_i$ , debilerin eşitlenmesi yoluyla, krette  $H$  yüksekliği ve  $Z_i$  düşeydeki düşüm mesafesi kullanılarak ifade edilebilir:

$$d_i / H \approx \frac{2}{3} (1 + Z_i / H)^{-1/2} \quad (1.2)$$

Eğer yaklaşık olarak  $x/d_i = 100$  ve  $x/Z_i = 1.5$  ise:

$$(Z_i / H)^2 (1 + Z_i / H) = 2000 \text{ ve } Z_i / H = 12.3$$

Sonuç olarak

$$x = 18.5H$$

Kapaklı dolusavaklar için yukarıdaki ifade şöyle değiştirilir:

$$(Z_i / H)^2 (1 + Z_i / H) = 2000 (H_0 / H)^2 \quad (1.3)$$

Burada  $H_0 / H$ , rölatif kapak açıklığıdır. Aynı dolusavak eğimi için bu

$$x = 18.5H(H_0 / H)^2$$

elde edilir.

L/D oranı yani dolusavak uzunluğunun su derinliğine oranı, yaklaşık olarak bütün debiler için sabittir, buna göre türbülansın yayılma oranı bunun yaklaşık 100 katı kadardır. Hichox (1945)'in sonuçlarından kretteki derinliğe dayanarak havalandırma mesafesi tahmin edilebilmektedir.

Havalandırılmış üniform akımın bölgesi, Aviemore hava-konsantrasyon ölçümlerine bağlıdır. Bununla beraber hava konsantrasyonunu ifade eden ortalama derinlik, yersel akım hızı ve konsantrasyon profiliyle beraber bulunabilir.

### 1.3.2 Serbest düşen jetler

Serbest düşen, düşey jet yerçekimi kuvveti akım yönü ile aynı doğrultuda olduğu için daha basit bir problem gibi düşünülebilir. Bununla beraber, düşey jet akımları genelde şaft akımlarında ve buradan tünel ya da borulara iletilmesinin anlaşılması amacıyla incelenmiştir. Bu durum en azından bir düzlemde ifade edilebilen dolusavak su yüzeyi ile karşılaştırıldığında, olay analitik açıdan biraz daha karmaşıktır.

Ervine et al. (1980), 25 mm çapa kadar olan düşeye yakın jetlerin, türbülans ve hava giriş kapasitesi üzerinde çalışmıştır. Bu araştırmacılar, su jeti su yüzeyi bozulması meydana geldiği yere kadar olan düşme mesafesinde, giriş türbülans etkilerini gözlemlemişlerdir. Bu durum dolusavakta kritik nokta uzaklığı ile analogiye sahiptir. Ervine et al. (1980), aynı hız ve türbülans şiddetine rağmen, jetin orifis çapı artarken bozulma uzunluğunun çapa olan oranının azaldığını bulmuşlardır. Jet pürüzlülüğü ve su damlacıkları ile hareket eden hava, su

akım ile birlikte bu oranın olarak ölçüldüğü enerji kırıcı havuza taşınmaktadır. Bu oran aşağıdaki gibi verilir:

$$\beta = Q_A / Q_w = 1.4 \left[ (\epsilon / r)^2 + 2(\epsilon / r) - 0.1 \right]^{0.6} \quad (1.4)$$

ve hava girişinin görülmeyeceği türbülans seviyesi ve hız önerilmiştir. Böylece hız 0.8 m/sn olarak tahmin edilmiş ve gerçek durumda ise küçük bir prototipte 0.05 m'lik ihmal edilebilir bir düşümü göstermektedir.

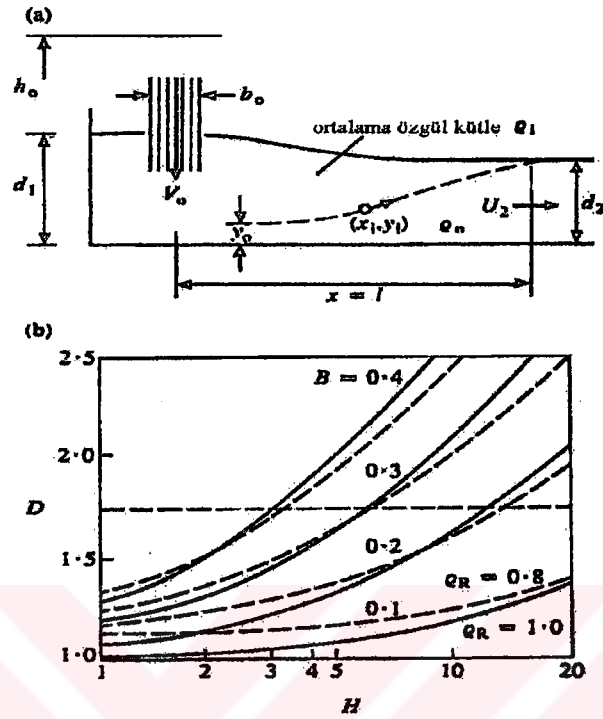
Ervin ve Ahmed (1982)'nin dikdörtgen kesitli düşen duvar jeti için yaptıkları deneylerle, çarpma hızıyla ilgili olarak hava akımı miktarı için bir ifade elde etmişlerdir. Bu ifade  $0.00045(V - 0.8)^3$  şeklinde verilmiştir. Her ne kadar boyutsal olarak homojen olmayan bir ifade ise de, hava girişi ya kinetik enerji akısı ya da ana akımdaki disipasyon miktarının bir fonksiyonudur. Bunların her ikisi de hızın küpüyle orantılıdır.

### 1.3.3 Enerji kırıcı havuz

Durgun haldeki su ile dolu havuza düşey olarak giriş yapan jet ile taşınan havanın analizi, sınırlandırılmamış akım alanından geçen düzlem jet akımından daha karmaşıktır. Daha gerçekçi durum, yataya yakın akış yoluna jet akımının olduğu sınırlanmış enerji kırıcı havuzlardır. Bu olay her çeşit hareketli bağlama akımı ve drenaj sisteminde söz konusu olmaktadır. Bu durumda üzerinde durulan hava karışımının meydana geldiği durumdur. Hava konsantrasyonlarının denge konumuna ulaştığı dağılım bölgesinde  $\rho_0$  yoğunluğuna sahip temiz su akımı yapılır. Hidrolik sıçrama için momentum teoremi ve hidrostatik basınç kabulü kullanarak bu hidrolik olayın büyüklüklerini tahmin etmek mümkündür (Şekil 1.12a).

Eğer bu bölge içindeki ortalama özgül kütle  $\rho_1$  ve herhangi bir yatay dış kuvvetin olmadığı dikdörtgen kesitli bir sistem söz konusu ise, net hidrostatik kuvvet ve momentum oranı eşitliği şöyledir:

$$0.5(\rho_1 g d_1^2 - \rho_0 g d_2^2) = \rho_0 U_2^2 d_2 \quad (1.5)$$



Şekil 1.12 Enerji kırıcı havuzda oluşan hacim genişlemesi: (a) momentum denklemleri için parametreler; (b) Jet yüksekliği, genişliği ve yoğunluğundan bulunan havuz derinlik oranı

Bu ifade şu şekilde düzenlenebilir:

$$d_1 / d_2 = \left[ (1 + 2Fr_2^2) \rho_0 / \rho_1 \right]^{1/2} \quad (1.6)$$

Burada:

$$Fr_2^2 = U_2 / g d_2$$

Alternatif olarak, çıkan akım, kütle korunumu kanunu esas alınarak giren jet akımlarının terimleriyle yazılabilir:

$$\rho_1 V_0 b_0 = \rho_0 U_2 d_2 \quad (1.7)$$

Jetin özgül kütlesi giriş yaptığı bu bölge içinde  $\rho_1$ 'dir. Bundan başka su jetinin hızı en azından  $(2gh_0)^{1/2}$  değerine kadar ulaşır. Burada  $h_0$ , düşüm yüksekliğidir. Buna göre,

$$Fr_2^2 = U_2 / gd_2 = (\rho_1 b_0 / \rho_0)^2 2gh_0 / gd_2^3$$

$$D = \left[ (1 + 4HB^2 \rho_R^2) \rho_R \right]^{1/2}$$

dir, burada D, H ve B sırasıyla memba derinliği, düşüm yüksekliği ve mansap derinliğine bağlı olarak boyutsuz efektif jet büyüklüğüdür ve  $\rho_R$  ise  $\rho_1 / \rho_0$  oranıdır. Bu ifade  $\rho_R = 1$  ve 0.8 için Şekil 1.12b'de gösterilmiştir. Verilen jet büyüklüğü için, havanın, hacimsel derinliği D'nin, minimum olduğu bir H değeri vardır. Çünkü bu durumda suyun debisi azalmaktadır.

Eğer hava mevcut olmasaydı,  $d_1$  ve  $d_2$  arasındaki yüzey profili,  $d_2$ 'nin kontrolü için verilecek uygun bir bağıntıyla birlikte, tedrici değişen akım denkleminin integrasyon ile bulunabilecekti. Eğer uzun bir eğimli kanal söz konusu ise, bu bir direnç kanunu da olabilecekti. Hesaplanmış olan derinlikler, hacim katsayısı kullanılarak tekrar düzeltilmek zorundadır, bu yüzden hava giriş alanının mansap büyüklüğü belirlenmelidir.

Eğer en küçük hava kabarcığının yükselme hızı  $v_R$  ise, karışım alanının en alt sınırının yüksekliği  $y_i$ , süreklilik ve hava kabarcığının yörüngesi ile belirlenmektedir:

$$U_i = (Q / y)_i \text{ ve } (dy / dx)_i = v_R / U_i \quad (1.9)$$

Bunların bir araya getirilmesi ve değişkenlerin ayrılmasıyla

$$\int dy / y = \int v_R dx / Q$$

$$x = (Q / v_R) \log(y / y_0) \quad (1.10)$$

Mansap sınırında  $x=1$  iken  $y=d_2$ 'dir, buna göre:

$$y_0 / d_2 = \exp(-v_R l / Q) \quad (1.11)$$

$x=1$ 'de jetteki hava konsantrasyonunun lineer olarak azalarak sifira yaklaştığı kabul edildiğinde:

$$c = c_0(1 - x/l) \quad (1.12)$$

elde edilir. Jet ile birlikte giren hava akımı, alanda düşey olarak yükselen hava kabarcıklarının toplamına eşittir, buna göre:

$$c_0 V_0 b_0 = \int c v_R dx$$

$$l = 2V_0 b_0 / v_R \text{ ve } y_0 = d_2 e^{-2} \quad (1.13)$$

Daha hassas analizler mümkün oluncaya ya da problem için doğru bir benzeşim bulununcaya kadar yukarıdaki yaklaşımların ön dizayn için dikkate alınabileceği belirtilmektedir. Şekil 1.8'den görüldüğü gibi, 0.5 ve 10 mm arasındaki kabarcıkların durgun sudaki çökme hızı 0.3 m/s civarındadır.

1.13 ifadesinde daha önce yapıldığı gibi,  $V_0$  hızı düşüm yüksekliği  $h_0$  ile yer değiştirilebilir. Aynı zamanda  $l$ ,  $b_0$  ve  $y_0$ ; mansap derinliği  $d_2$ 'ye bölünerek boyutsuz hale getirilebilir. Buna göre

$$L / B = 2(2gh_0)^{1/2} / v_R \text{ ve } Y = 0.135$$

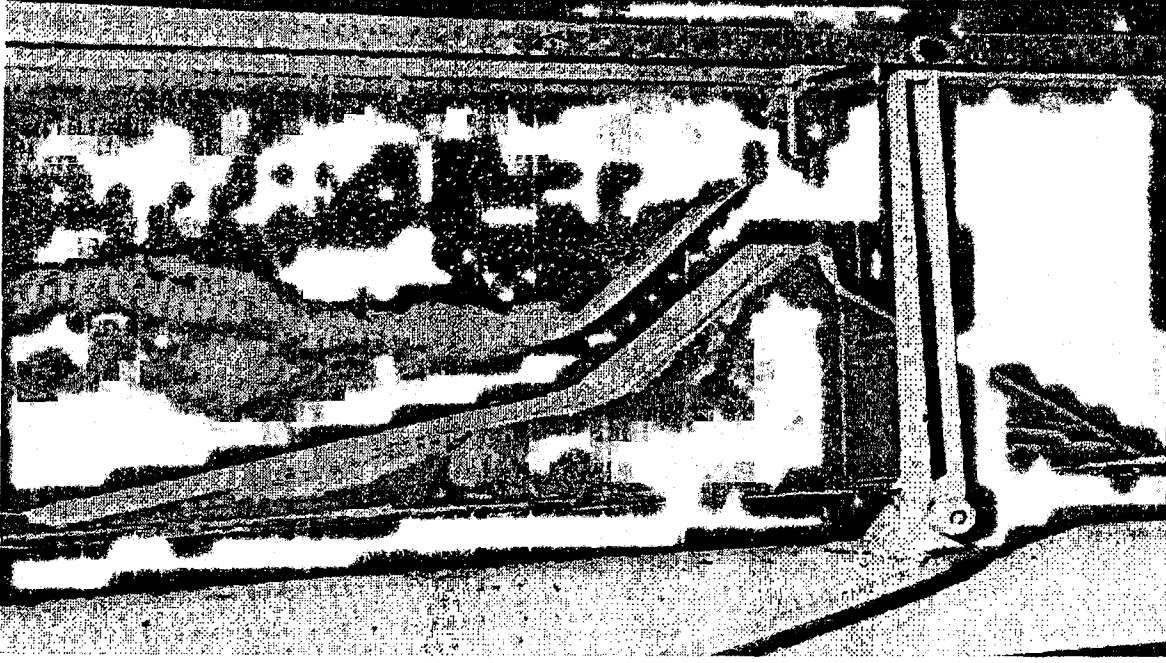
$v_R = 0.3$  m/s alınrsa  $L/B = 29.5h_0^{1/2}$  olur, burada  $h_0$  metre cinsindedir. 0.1 m genişliğindeki jet 2 m'den düştüğünde 4.2 m'lik uzunluğa sahip olmaktadır. 1 m ve 0.5 m'ye karşılık gelen uzunluk ise 14.3 m'dir. Yaklaşık olarak bu uzunluklara karşılık gelen görüntüler Şekil 1.9 ve 1.10'da görülmektedir.

Enerji kırıcı havuza giren türbülanslı jet ile ilgili ilginç bir çalışmada Ervine ve Falvey (1987) tarafından yapılmıştır. Bu iki araştırmacının esas amacı, tasarım için gerekli olan havuz tabanındaki basınç çalkantılarının değerini elde etmektir. Buldukları sonuçlardan biri, fiziksel modellerin, dinamik etkileri olması gerekenden büyük vermesidir, bunun nedeni ise büyük ölçüde jet ve havuz hava konsantrasyonlarının gerçek değerinden daha küçük hesaplanmasıdır. Genel olarak bu araştırmalarda kabarcık yükselme hızı 0.25 m/s kabul edilmektedir.

#### 1.3.4 Hidrolik sıçramada hava konsantrasyonu

Aradaki farkı göstermek amacıyla düzlemsel jetin havuza girişi, hidrolik sıçrama ile zaman zaman karşılaştırılmaktadır. Sıçrama sırasında sel rejimindeki yüksek hızlı akım, nehir rejimine geçmektedir. Froude sayısı 2.5'i aştığında ise hava girişine neden olan türbülanslı yapıya ani bir geçiş olmaktadır (Şekil 1.13).

Hidrolik sıçramada türbülans şiddetinin dağılımı Rouse et al. (1959) tarafından incelenmiştir. Hava kabarcıklarının neden olduğu akışkan süreksizliğinden kaçınmak amacıyla dikdörtgen bir kanal boyunca hidrolik sıçramayı şekillendiren Fr sayılarında sadece hava akışı dikkate alınmıştır. Bu durum Reynolds sayısının benzer olduğu kanallarda yapılan değişik ölçümlerle de gözlenmiştir. Froude sayısının 2, 4, 6 ve 8 değerleri için sıçrama yüzeyi hava kanalında ince ve esnek bir yüzey kullanılarak oluşturulmuştur. Buradan ortalama hava akımı akım çizgileri ve çevri uzunluğunun, çok yüksek Froude sayıları hariç, hidrolik sıçrama ile aynı olduğu bulunmuştur. Bu çalışma esas alınarak türbülans hız dağılımı bulunmuştur ve türbülansın üretim, konveksiyon ve disipasyon oranlarını bulmak için bu hız dağılımları integre edilmiştir.



Şekil 1.13 Hidrolik sıçramadaki hava girişim mekanizması. Sıçrama yatay vortekslerin spektrumunun bir parçası olarak görülebilir.

Rajaratnam (1967), Rouse et al.'un çalıştığı Froude sayıları için 30 cm'lik bir kanalda oluşan hidrolik sıçramadaki hava-konsantrasyon değişimlerini ölçmüştür. Konsantrasyon profilleri ile türbülans dağılımları arasında sıkı bir ilişki bulmuştur. Rajaratnam konsantrasyon profillerini integre ederek, hava ve su akımı oranını aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

$$\beta = Q_A / Q_w = 0.018(F_1 - 1)^{1.245} \quad (1.14)$$

Bu ifade daha önceden Kalinske ve Robertson (1943) tarafından verilen ifade ile karşılaştırılmıştır:

$$\beta = 0.0066(F - 1)^{1.4} \quad (1.15)$$

Bu ifade dairesel kesitli akış yollarının üst cidarına ulaşan sıçrama boyunca hava geçişi halinde geçerlidir. Bu ifadelerle hava girişinin yeri ve şiddetinin farklı ve belirsiz olma durumu (jet ya da sıçrama boyunca?) benzerdir.

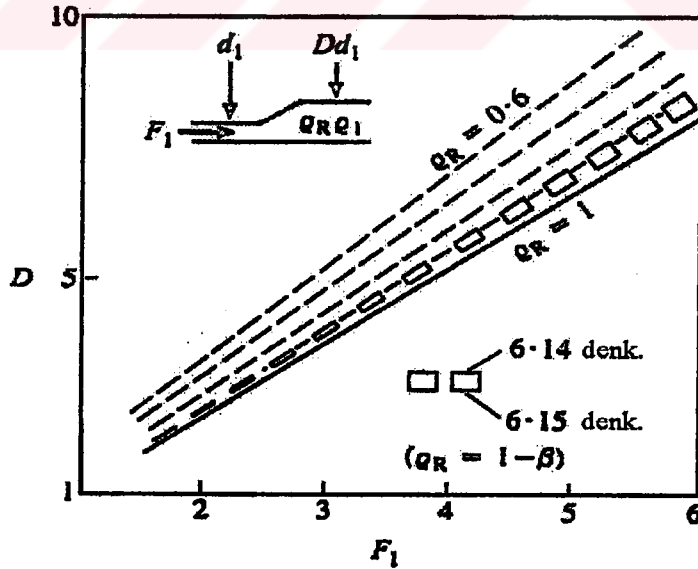
Hidrolik sıçrama elemanter olarak ele alındığında, momentumun korunumunda hava miktarı eşlenik derinlikleri etkilemesine rağmen dikkate alınmamıştır. Bu etki, mabadaki akışkanın özgül kütlelerine göre daha az olan  $\rho_R$  özgül kütleleri çevri içinde dikkate alınarak ifade çözümlenmeye çalışılmıştır. Bu durumda

$$D(\rho_R D^2 - 1) = 2F_1^2(D - \rho_R) \quad (1.16)$$

Burada (2.16) ifadesi  $D$  derinlik oranı için doğrudan çözülememektedir. Ancak  $D = 1.4Fr_1$  başlangıç değeri olarak alınıp, yukarıdaki ifade tekrar düzenlenerek aşağıdaki iteratif ifade elde edilmiştir:

$$D = \left\{ \left[ 1 + 2F_1^2(D - \rho_R) / D \right] / \rho_R \right\}^{1/2} \quad (1.17)$$

Bu durum Şekil 1.14'de gösterilmiştir. Hidrolik sıçramada kesin sonuçlara varılmadan önce momentum dengesini etkileyen diğer bir faktörle, hız dağılımına, akış yolu eğiminin etkisidir. Ayrıca dairesel kesitli akış yolu daha karmaşık bir akım yapısına neden olabilir ve Bölüm 1.4'de belirtildiği gibi farklı bir yaklaşım gerektirir.



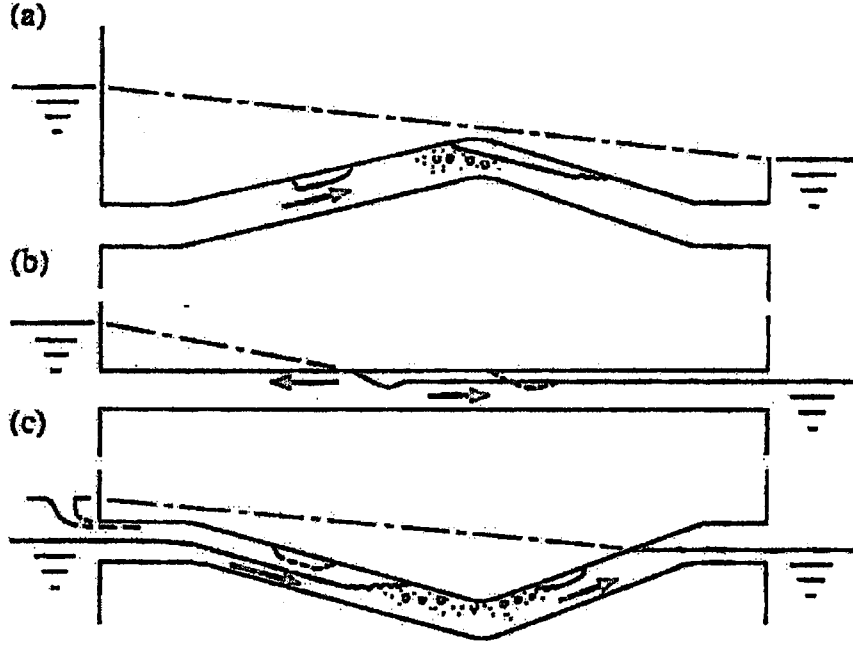
Şekil 1.14 Hidrolik sıçramada eşlenik derinliklerde hacim genişlemesinin etkileri

Hoyt ve Sellin (1989) suya direnç azaltıcı polimer katarak, karışım işlemi ile ilgili ilginç bir çalışma ortaya koymuşlardır. Bu yaklaşım küçük ölçekli türbülansı sönmülendirmede ve büyük ölçekli vorteks yapısını artırmaktadır. Bu araştırmacıların çektikleri fotoğraflar ile çevri uzunluğu yerine, birbirine karışmış vortekslerin karışım tabakalarından birinin alınmasının uygun olacağını göstermişlerdir.

## 1.4 Uzun-Kavite Akımları

### 1.4.1 Giriş

Su taşınımı için kapalı akış yolları, inşa ve kapasite açısından ekonomik olması nedeniyle genelde dairesel enkesitli yapılmaktadır. Suyun akış yoluna girdiği kesit veya pompa istasyonlarının yakınında toplam basınç ister istemez yüksektir ve akış yolları bu kısa mesafeler boyunca yeterli cidar mukavemetine sahip olmalıdır. Diğer taraftan, beton boru ya da tünellerde, düşük hidrostatik basınçlarda büyük mesafeler boyunca büyük debili akımların transferi gerçekleşmektedir. Bu tip akışlar çoğunlukla açık kanal olarak tasarlanırlar, burada amaç akımın hemen hemen dolu akmasıdır ancak su yüzü atmosfer basıncının etkisindedir. Bu tip akımların gerçekleşebilmesi için eğim oldukça küçük olmalıdır (%1 veya daha az), buna karşın hızlar dalga benzeri çalkantıların uzun mesafeler boyunca membaya ulaşmasına neden olacak ölçüde küçüktür. Hatta sel rejimli akımların mevcut olduğu yerlerde, akımın mansap değişimlerinden kaynaklanabilecek yansımalar kabarma dalgaları yaratabilmektedir. Bu etkileri ortadan kaldıracak tasarımlar yapılmadığında, beklenmeyen, geçici durumlar karşımıza çıkabilir. Benzeri problemler kanalizasyon sistemlerinde meydana gelebilmektedir, kabarma dalgası tarafından oluşturulan basınç, baca kapaklarını yerinden oynatacak derecede yüksek olabilmektedir. Bilerek yüksek basınca maruz bırakılmış ya da taşıyabileceğinden fazla yüklenmiş akış yollarında, hava ya da hava girişinden kaynaklanan problemler vardır. Bunlar eğer akışkan, kabarcıkları mansap çıkışına sürüklenene hızı sahip değilse, belli bölgelerde kısmen dolu akış şekline dönmeye zorlanarak stratejik noktalarda toplanabilir. Şekil 1.15'de bir uzun kavite akım durumunu anlatan bazı tipik konfigürasyonlar gösterilmiştir.

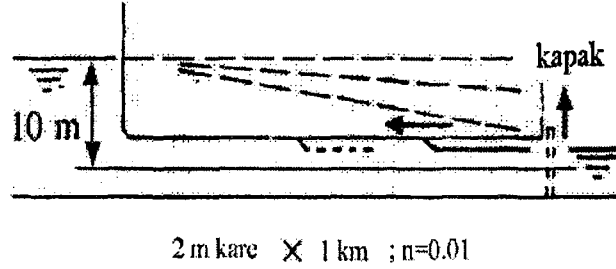


Şekil 1.15 Tam dolu akım için dizayn edilmiş, çeşitli batıklar ve yüksek alçak noktalara sahip kapalı akış yollarında görülen uzun kavitasyonlar

Uygulamada kesitler dairesel olmasına rağmen, karşılaşılan problemler öncelikle anlaşılması daha kolay olan dikdörtgen kesitler yardımıyla incelenmiştir (Şekil 1.16).  $2 \text{ m}^2$  kesitli (D) ve 1 km uzunluğunda (L), 10 m derinliğindeki su alma ağzından beslenen bir akış yolu dikkate alınsın. Bunun pürüzlülüğü  $0.01 \text{ m}^{-1/3}$ 's Manning katsayısıyla ifade edilsin. Ortalama hidrolik derinliği 1 m olan ve atmosfere açılan dolu akış yolu için mümkün olan hidrolik gradyan  $1/100$ 'dür. Üiform akım hızı 10 m/s bulunmuştur. Bu hız çıkıştaki kapağın açılması ile hemen meydana gelmemektedir. Newton kanununun uygulanması  $gH/L$  su kolonunun başlangıç ivmesini bulmamızı sağlar, örneğin  $0.1 \text{ m/sn}^2$ . Kararlı akım şartları oluştuğunda ivme sıfırdır ve başlangıç değerinin yarısını alarak, 10 m/sn hıza 200 sn'de ulaşmaktadır.

Kapağın aniden 2 m yüksekliğinde açılması durumunda, üst cidar seviyesinde hava girişimi ile akımın özelliklerinin değişmesine neden olur ve bu havanın hızı suya göre  $(gD)^{1/2}$  mertebesindedir. Başlangıçta su  $(2gH)^{1/2}$  hızına sahip olsada, gerçek durum daha karmaşıktır. Bunun nedeni yükselen kapağın sonlu hızı ve negatif basınç dalgasının membaya yayılmasıdır, bunlar hava girişine neden olmaktadır. 1 m derinliğinde havanın önündeki hız yaklaşık  $0.75(gD)^{1/2}$ 'dir, bu da kararlı bir kolonun katedileceği sürenin yaklaşık 210 sn

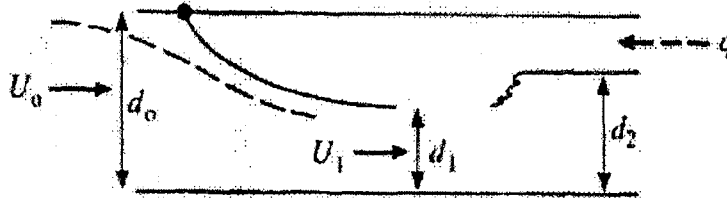
olacağını göstermektedir. Kolonun hızlanması karşısında, bu tip bir kaviteasyon rölative hızı sıfır olmadan önce akış yolunun yarısına ulaşmaktadır. Küçük ve büyük eğim durumu, sıçrama ya da kesit değişikliği kaviteasyona neden olabilmektedir.



Şekil 1.16 Çıkış kapağında hava kaviteasyonunun gerçekleşme ihtimali

#### 1.4.2 Yatay dikdörtgen kesitli akış yolları için Benjamin Teorisi

Uzun kaviteasyon olayı karasız akım halinde meydana gelir. Benjamin (1968), memba ve mansap doğrultularında yeterli mesafe olması durumunda kaviteasyon ve yatay dikdörtgen kesitli bir tüpte akış arasındaki rölative hareketin kararlı olduğunu varsaymıştır. Kaviteasyon basıncının durgunluk noktası önündeki basınca eşit olduğu kabul edilmiştir, örneğin yeterince uzakta yaklaşan akımın memba basıncı  $p_0$  ise kaviteasyon basıncı bunun  $0.5\rho U_0^2$  kadar üzerindedir (Şekil 1.17).



Şekil 1.17 Yatay dikdörtgen akış yollarında uzun kaviteasyonun Benjamin modelini anlatan taslak.

Bernoulli Teoremi kanal yatağı kıyas düzlemi olmak üzere en üstteki akım çizgisine uygulanırsa aşağıdaki iki koşulu verir:

$$p_0 / \rho g + U_0^2 / 2g + d_0 = p_1 / \rho g + 0 + d_0 \quad (1.18)$$

$$p_0 / \rho g + U_0^2 / 2g + d_0 = p_1 / \rho g + U_1^2 / 2g + d_1 + \Delta E \quad (1.19)$$

1.19 denkleminde  $\Delta E$ , kavitasyon yüzeyi boyunca meydana gelen yük kaybıdır. Eğer akım alanındaki basınç hidrostatik ve cidar direnci gibi net yatay dış kuvvetler sıfırsa, kontrol hacim için kuvvet-momentum dengesi şöyledir:

$$\rho g d_0^2 / 2 + p_0 d_0 - (\rho g d_1^2 / 2 + p_1 d_0) = \rho U_1 d_1 (U_1 - U_0) \quad (1.20)$$

Buna göre 1.18 denkleminde  $p_1 - p_0 = \rho U_0^2 / 2$  ve kütle korunumundan  $U_0 d_0 = U_1 d_1$ 'dir, o halde 1.20 denklemi şöyle düzenlenebilir:

$$(1/D_1)^2 - 1 = 2F_1^2 (1 - D_1 / 2) \quad (1.21)$$

Burada  $F_1^2 = U_1^2 / g d_1$  ve  $D_1 = d_1 / d_0$ 'dir. Bunlar 1.19 denkleminde beraber derinlik oranı ve yük kaybı arasındaki bağıntıyı verir:

$$(1/D_1^2) = 4D_1(1 - D_1 / 2)(1 - D_1 - \Delta E_1 / d_0) \quad (1.22)$$

Bu ifade  $\Delta E_1 / d_0 = E_c = kU_1^2 / 2g d_0 = kF_1^2 D_1 / 2$  şartı uygulanmadıkça kübik bir ifadedir, bundan dolayı

$$k = (2D_1 - 1)(1 - D_1) / (1 + D_1) \quad (1.23)$$

Pozitif yük kaybı için  $0.5 < D_1 < 1.0$  aralığında Şekil 1.18'de gösterilen  $k$ 'nın  $D_1$  ile değişimi,  $D_1 = \sqrt{3} - 1$  ya da 0.732'de,  $7 - 4\sqrt{3}$  veya 0.072 maksimum değerine ulaşır.  $D_1 < 0.5$  için  $k$  negatiftir, bu ilerki konularda anlatılacak olan yük kazanımını göstermektedir. Benjamin  $D=0.5$  ve  $F_1^2 = 2$  için yük kaybının sıfır olduğu mesafeyi belirlemeye çalışmıştır. Bu  $(g d_0^3)^{1/2} / 4$  debisinde ile birlikte eşit ve ters  $(g d_0)^{1/2} / 2$  mutlak hava ve su hızlarını

vermektedir. Pratik açıdan bu oldukça önemlidir çünkü, sözgelimi  $d_0 / 2$  kavitasyon derinliğinde, ön tarafa hava sağlanması ve aynı zamanda mansapta dikdörtgen su hızının dağılımının sürekli kalmasına bağlıdır. Hava teminindeki azalma, düşeyde üniform olmayan hızın altında olan daha küçük kavitasyon derinliklerine sebep olur. Bu 'büyük derinlik' için Benjamin'in sonuçlarına göre davranmaktadır, örneğin su için ön tarafın arkasında şok dalgasını izleyen art-iz'de hız azalması görüldüğü kabul edilir. Membanın en uç noktasından, mansabın en uç noktasına kadar akım çizgisi izlendiğinde herhangi bir derinlikte bulunan ön tarafın kendisiyle birlikte bütün derinlik değişimini  $U_0^2 / 2g$  olarak bulunur.

Yatayda zıt  $(gd_0^3)^{1/2} / 4$  hava ve su akımları, mansap uzunluğu sınırlanmadan aynı kalmaz. Hava akımını bastıran içsel kayma akımları yüzey dalgalarının oluşmasına sebep olur – Kordobyan ve Ranov (1970)'in belirttiği gibi – ve böylece üst cidara ulaşarak kavitasyonu azaltır. Su akımı cidar pürüzlülüğü etkisindedir ve tedrici değişen bir akım için profil önemlidir; eğer akımı normal derinlikte tutacak yeterli eğim ve kavitasyon uzunluğu mevcut değilse sıçrama ile azalır. Dikkat edilirse mutlak su hızı  $(gd_0 / 2)^{1/2}$ 'dir, burada akım nehir rejiminde ve çalkantılar membaya doğru yayılabilmektedir. Wilkinson (1982), kararlı ve yük kaybı olmayan kavitasyon akımını, bu akımı aynı hıza sahip kabarma dalgasıyla birleştirerek, bunlar için limit durumları tanımlamıştır. Bu durağan sıçrama için (kavitasyonla ilişkili), eşlenik derinlik formülünde gayet açık şekilde görülmektedir:

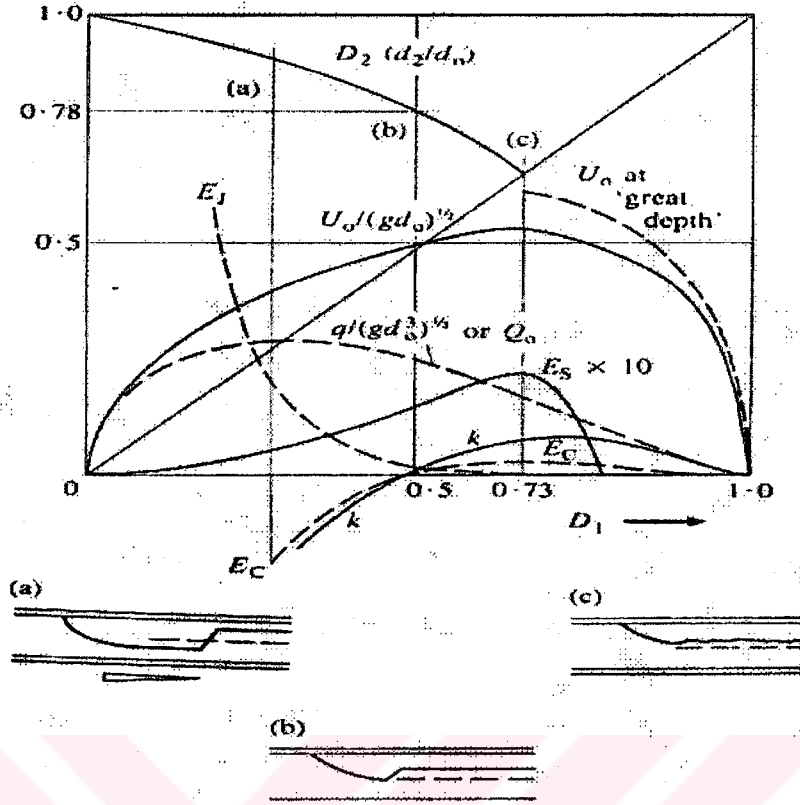
$$1 + 2d_2 / d_1 = (1 + 8F_1^2)^{1/2} \quad (1.24)$$

$d_1 = d_0 / 2$  ve  $F_1^2 = 2$  alındığında  $d_2 = (\sqrt{17} - 1) / 4 = 0.781d_0$  bulunur. Bu tip bore dalgaları için yük kaybı yalnızca  $0.014d_0$ 'dır.

Şimdi kavitasyon momentum-süreklilik denklemi şöyle düzenlenebilir:

$$(1 + 1/D_1) / D_1 = 2F_1(1 - D_1 / 2) / (1 - D_1) \quad (1.25)$$

Buna karşın sıçrama:



Şekil 1.18 Benjamin teorisinin mansapta hidrolik sıçrama durumlarında içeren sonuçları – (a), (b) ve (c) grafikte gösterilmiştir.

$$D_2(1 + D_2/D_1)/D_1 = 2F_1 \quad (1.26)$$

dir. Bunların birbirine bölünmesi yoluyla  $F_1$  elimine edilerek elde edilen kararlı kavitasyon ve sıçrama akımları aşağıdaki ifadeyle ilişkilendirilir:

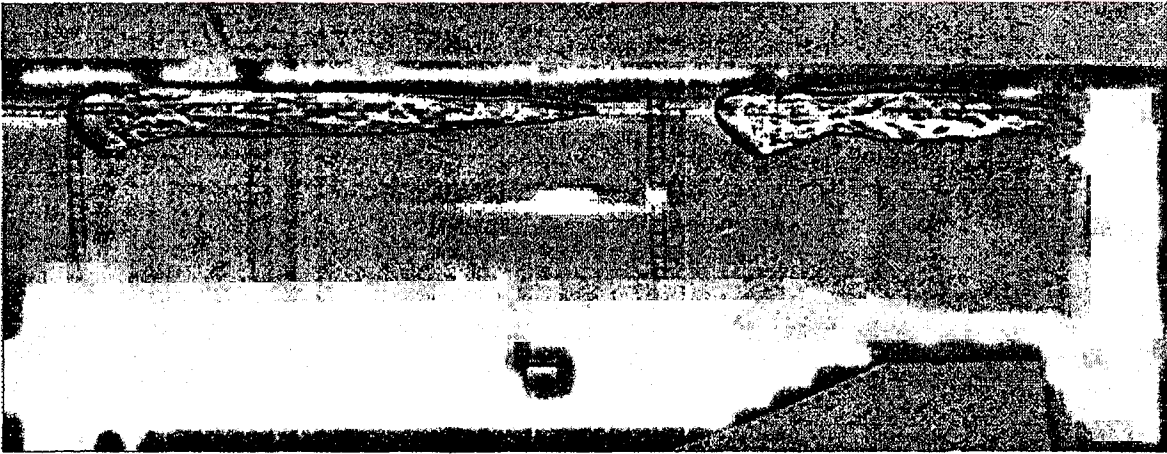
$$D_2 = \left\{ \left[ 1 + 4(1 - D_1^2)/D_1^2(1 - D_1/2) \right]^{1/2} - 1 \right\} D_1 / 2 \quad (1.27)$$

Kavitasyon boyunca yük kaybı 1.22 denklemiyle verilir, buna karşın sıçrama için ise şöyle yazılır:

$$E_1 = \Delta E_2 / d_0 = F_1^2 D_1 \left[ 1 - (D_1/D_2)^2 \right] / 2 + D_1 - D_2 \quad (1.28)$$

$E_c$ ,  $E_j$  ve bunların toplamı  $E_s$ , kavitasyon hızı  $U_0$  ve akımın debisi  $Q_0 = U_0(1 - D_1) / (gd_0^3)^{1/2}$  ile birlikte Şekil 1.18'de gösterilmiştir. Buna göre sıfır-yük kaybı durumu kavitasyondan bağımsızsa, birden fazla kararlı kavitasyon ve sıçrama durumu mümkündür ve bu gerekli hava temininin sürekli kalmasını sağlar. Örneğin  $D_1=0.3$ 'de maksimum hava akımı debisi  $0.281(gd_0^3)^{1/2}$ ,  $0.192d_0$  enerji kazanımı gerektirir ve kabarma dalgasından sonra bu toplam derinliği yaklaşık  $D_2=0.9$  olan ve  $0.197d_0$  yük kaybı vermektedir. Bu durum Şekil 1.18'de eğimli bir akış yolu için gösterilmiştir. Dikkat edilirse derinlikle üniform hız varsayımı 1.28 denklemindeki  $\Delta E_2$ 'nin akım çizgisi boyunca ya kavitasyon yüzeyi ya da tabanında meydana geldiğini göstermektedir.

Ön kısımdaki hava girişi debisi, üst cidardaki dar geçitten ( $0.1d_0$ ) geçen akım ve sıçramadaki çevrim arasındaki dengeye bağlıdır. Bunu izleyen mekanizma akımın üst kısmında azalmayı izleyerek tek başına hareket eden hava kabarcıklarının yayılmasını kontrol eder. Ya dalga hareketi ya da sonlu hava hacmi, bu tip durumlara yol açabilir. Sıçramadaki karışım, türbülans ölçeğine bağlı iken büyük kavitasyonlar küçük kavitasyonlara nazaran daha güç aynı kalmaktadır – Şekil 1.19'da buna örnek başlangıçtaki büyük kavitasyondan sonra birbirini izleyen küçük kavitasyonların oluşması görülmektedir.



Şekil 1.19 Şekil 1.20'deki boruda iki küçük kabarcık. İlk oluşan şok dalgaları görülebilir. Kabarcık büyüklüğündeki küçük değişimler küçük kabarcıkların büyükleri tarafından yakalanmasına yol açar. Kabarcıkların büyüklüğü, boru çapı, eğim ve şok dalgasının art-iz'inde tekrar meydana gelen sirküasyonlarla sınırlıdır.

Baines ve Wilkinson (1986) dikdörtgen kanalların eğiminin, kopan kabarcıkların hızı üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Eğim, başlangıç bölgesinde kavitasyon yüzeyi için potansiyel akım çözümünde dikkate alınmaktadır. Maksimum kabarcık hızı, D akış yolu derinliği 0.4 ve 0.5 arasında değişirken h kavitasyon derinliği için bulunmuştur, bu  $(gD)^{1/2}$ 'nin 0.46 ila 0.53 katı kadardır, burada eğim %3 ila %30 arasında değişmektedir. Profil, kritik üniform akıma meyilli,  $S_2$  su yüzü profili ile potansiyel çözüm yardımıyla uzun kabarcıkları içine alır. Bu aynı zamanda, derinlik h, boyuna kesit alanı A ve karakteristik hacim  $V(=A/D^2)$  arasındaki bağıntı kullanılarak da elde edilebilir. Karşılaştırmalar, kısa kabarcıklar için 250 mm'lik ve uzun kabarcıklar için 100 mm'lik, kare kesitli kanallarda yapılan deneylerden bulunan kabarcık şekli ve hızı kullanılarak yapılmıştır. Bulunan sonuçlara göre, karakteristik hacim 0.4'den küçük ve eğim S, %14'den az olduğunda kabarcık derinliği aşağıdaki gibidir:

$$h = 0.8S^{1/5} A^{1/2} \quad (1.29)$$

Birden büyük hacimler için derinlik hacimden bağımsızdır ve maksimum kabarcık hızına karşılık gelen derinlikten, azalan eğim boyunca geri dönen akım koşullarıyla tanımlanmıştır.

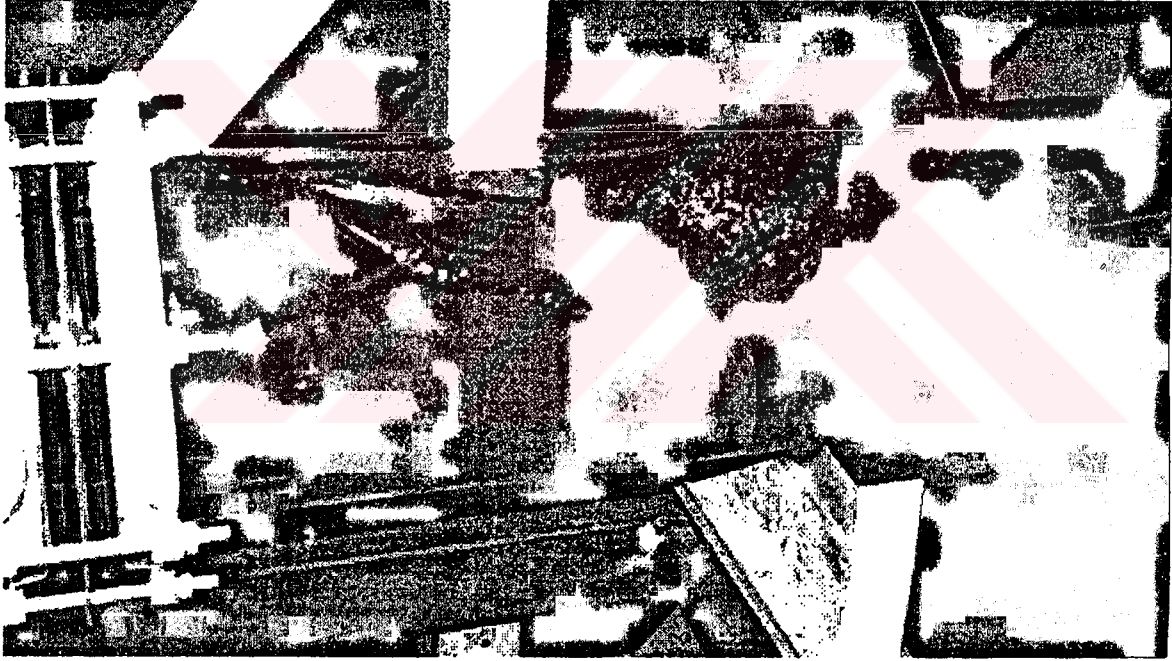
### 1.4.3 Dairesel kesitin etkileri

Pratikte suyun akış yolları ile taşınımı genelde dikdörtgen kesitler ile yapılmaz. Şekil 1.19 ve 1.20, 225 mm çapında ve %1.5 eğimli cam boru içindeki hava kabarcıklarını göstermektedir. Bu kabarcıkların sebep olduğu problemler, “açıklık hızı” etkisini ortaya çıkarmaya yarayan pek çok araştırmaya yol gösterici olmuştur. Bu, başlangıçtaki durağan suyun içinde yayılan hızın aksine, kabarcıkları taşınımı için gerekli olan su hızıdır. Büyük kabarcıklar ve fazla olmayan pozitif eğimler için (yani kabarcıklar su akımına ters yönde hareket eğilimindeyken) birinin diğerine yetişmesi beklenebilir. Wisner (1975)'in çalışmasıyla olayın aslında daha karmaşık olduğu görülmüştür. Bunun nedeni, küçük kabarcıkların, sınır tabakasının akış yolu üst cidarına yaklaşması ile eğime ters hareket etmesidir.

Limit halde hız üst cidarda sıfır olduğu için, hızları boyutlarına bağlı olan çok küçük kabarcıklar eğime ters hareket etmeye devam edeceklerdir. Kayma tabakasında, kabarcık üzerindeki çeşitli kuvvetler aralarında denge durumuna ulaşmaya kadar bunların büyüklüğü artar yani yığın oluştururlar. Bu durumdan kaçınmak için  $\theta$  eğimli akım yolunda ortalama akım hızı  $V$  için Wisner et al. tarafından aşağıdaki ifade önerilmiştir:

$$V / (gD)^{1/2} = 0.825 + 0.25 \sin \theta$$

Bu ifade, başlangıçta tamamen su ile dolu yatay durumdaki dairesel borunun boşaltılması durumunu inceleyen Benjamin (1968) teorisinin sonuçlarıyla karşılaştırılabilir. Buna göre kavitasyon hızı  $0.54(gD)^{1/2}$  ya da yukarıdaki değerin %65'i civarındadır.



Şekil 1.20 225 mm (9.5 inch) çapındaki %1.5 eğimli boruda büyük kabarcıkların (ya da kavitasyonun) sebep olduğu ilk dalga ve onu izleyen şok dalgaları.

Benjamin metodu dairesel kesitli akış yollarına uygulandığında, analizler ile değişik akım alanları ve derinlik boyunca etkili olan kuvvetin değişimi arasında mutlaka bir ilişki kurulmalıdır. Sözgelimi dairesel kesitteki kavitasyon hızı gibi parametrelerin dikdörtgen kesittekinden pek farklı olmadığı ortaya çıkmıştır. Şekil 1.21 bu durumu göstermektedir.

Bununla beraber  $U_0$  'daki değişime bakılırsa, hızlar fazla olduğunda kavitasyon hacmi ve akım alanının, üst cidara doğru hızla azalması durumu önemli gözükmektedir. Buna göre herhangi bir derinlikte kabarcığın taşınımı için gerekli hava akımı debisi, aynı derinlikte dikdörtgen kesitteki nazaran daha azdır. Buna göre 6.30 denkleminde de verildiği gibi, çoğunlukla üst cidarda küçük kabarcıklar görülmekte ve bunlar yer değiştirmek için su akımına daha çok karşı koymaktadırlar.

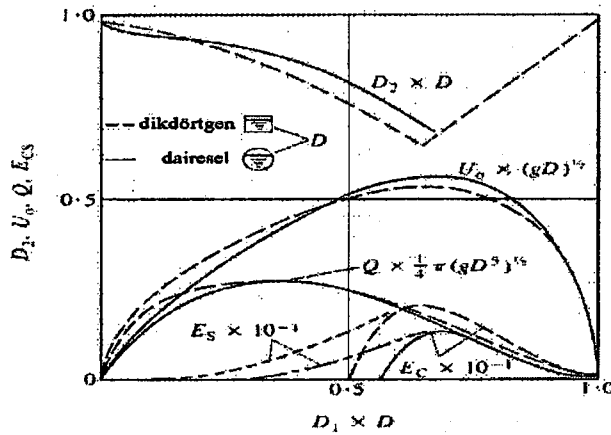
Şekil 1.22'deki hacimler yatay kuyruk yüzeyi ve parabolik ön yüzeyi esas almaktadır. Parabolik yüzey maksimum derinlikte boru ile paralel olmaktadır. Benjamin üst cidardaki kesişme açılarını dikdörtgen kesitte  $60^\circ$  almıştır, fakat büyük dairesel kesitlerde ise  $30^\circ$ 'ye yakın olduğu gözlenmiştir. Buna göre  $S_2$  0.52 olmalıdır. Çift katlı integrasyondan ortaya çıkan ifade:

$$V_1 = \left[ 3 \sin(\theta) / 4 + \sin(3\theta) / 12 - \theta \cos\theta \right] D^3 / 8S_1 \quad (1.31)$$

Burada  $\cos\theta = 1 - 2H/D$  ve

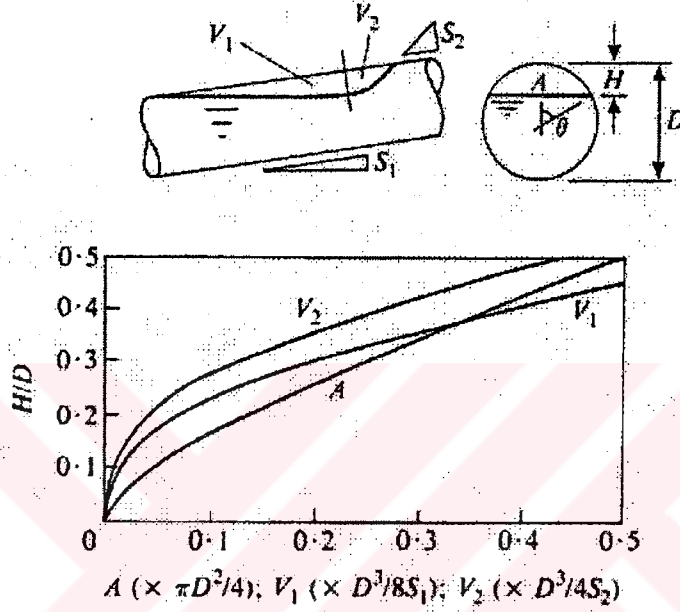
$$V_2 = \left[ \theta + \sin(2\theta) / 2 - 2 \sin(\theta)(1 - 4H/3D) \right] D^2 H / 4S_2 \quad (1.32)$$

dir.



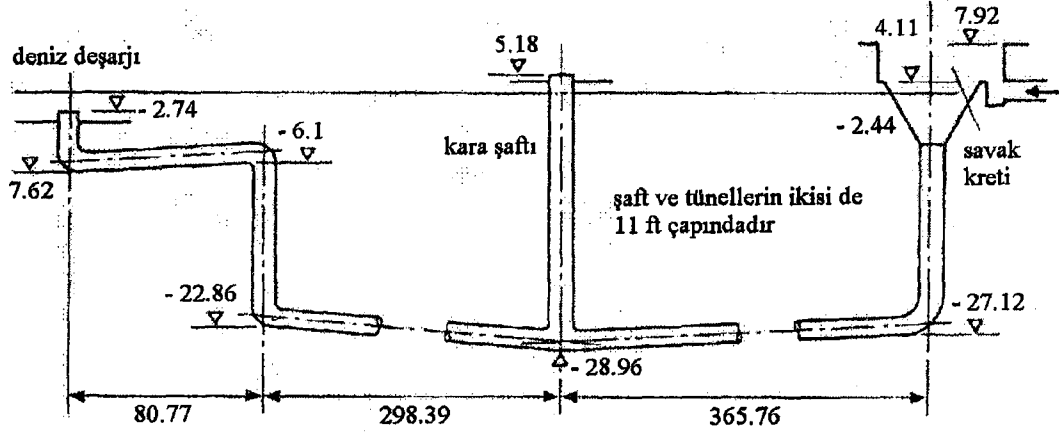
Şekil 1.21 Benjamin metodunun dairesel kesitte uygulanması ve dikdörtgen kesitle karşılaştırılması

Kalınlığı akış derinliğinin yarısına kadar ulaşan kabarcıklara ve kavitasyonlara, meskun bölge projeleri için uygulanan büyük su galerilerinden çok, kimya endüstrisinde kullanılan daha küçük borularda rastlanır. Bu kabarcık ve kavitasyonların oluşması ve varlığını sürdürdürebilmesi için gerekli olan hava akımı debisi çok değişkendir. Bu suretle büyük hidrolik sıçramalardan daha yavaş hava çıkışı daha zayıf bir ihtimalle büyük bir kavitasyona yol açar.

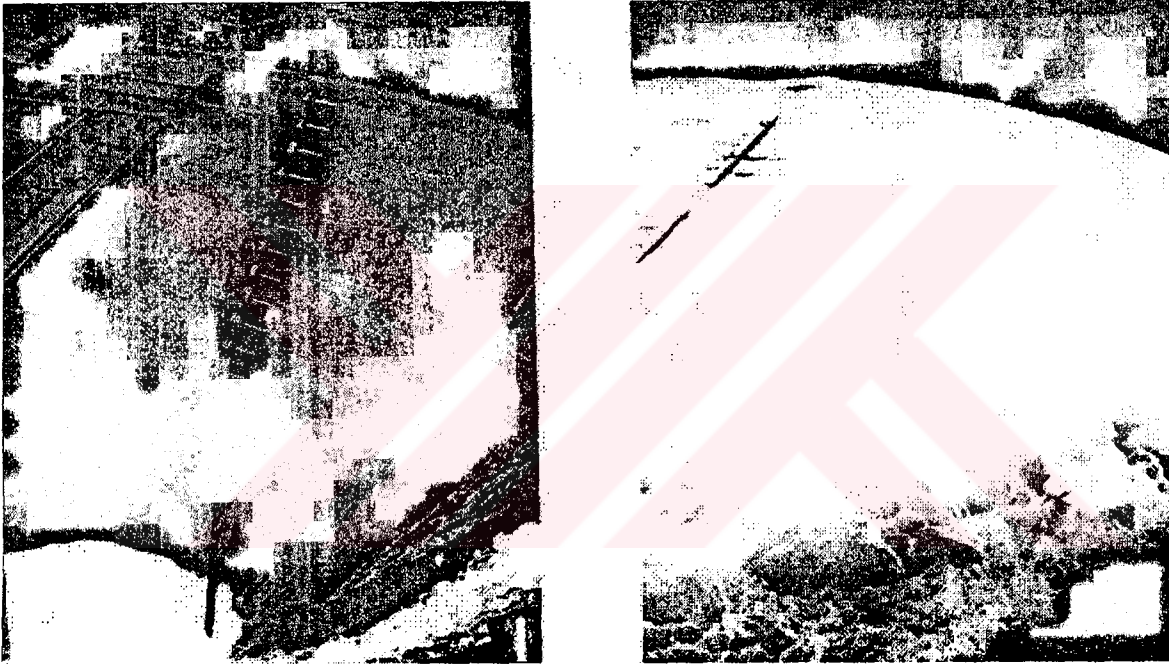


Şekil 1.22 Ön ve arka alanlardaki hacimler ve eğimli boruda maksimum akış derinliğinde kabarcık alanı

Bu büyük çaplı borulardaki hava problemlerini engellemektedir. Şekil 1.23'de termal güç istasyonlarından soğutma suyu çıkışının meydana geldiği shaft tünelleri görülmektedir. Sirkülasyonu sağlayan pompalardaki sabit basınç, shaft'lardaki gelgit seviye değişimlerini karşılayacak şekilde olmalıdır. Hava konik seal-pit'den girmektedir ve birinci tünelin basınç gradyanı shaft düşümündeki dirseklerde kabarcıkların yakalanmasını sağlamaktadır. Birbirini takip eden iki frekansın salınımları Townson (1975)'in tanımladığı gibidir. Seal-pit'de suyun yükselmesi ve alçalması 2.5 dakika sürmektedir, bu durum Şekil 1.24'de gösterilmiştir. Song et al. (1983) kanalizasyon sistemlerindeki bilinen özellikler sayesinde kararsız akımların nümerik modelleri ile uzun kavitasyonları bir arada değerlendirmiştir. Kavitasyon akımlarıyla ilgili bir başka çalışma Michel (1984) tarafından yayımlanmıştır.



Şekil 1.23 Akım stabilitesi havadan etkilenen soğutma suyu sisteminin geometrisi (boylamasına profili). İnşaat Mühendisleri Enstitüsü izniyle Townson (1975)'den alınmıştır.



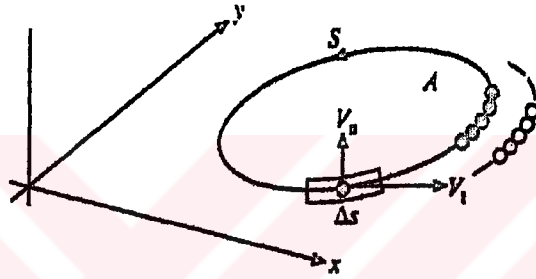
Şekil 1.24 Hunterson güç istasyonunda soğutma suyunun shaft'da yükselip alçalma miktarı. Bunun sebebi hava karışımı ve doğal frekanslardır. Fotoğraf İskoç Nükleer Ltd.'nin izniyle çekilmiştir.

### 1.5 Sirkülasyon, Vortisite ve Hava Girişli Vorteks

Kararlı akışkan akımının bir x-y yatay düzleminde, Şekil 1.25'da gösterilen kapalı yörüngeyi izlediğini kabul edelim. Bu yörünge komşu akışkan zerrecikleri birbirine bağlı olarak A alanında oluşsun ve akım alanında bu yörüngede hareket etsinler. Yörünge üzerinde herhangi bir noktadaki partikül yörüngeye göre normal  $V_n$  ve yörüngeye teğet  $V_t$  hız

bileşenlerine sahip olabilir. Yörüngenin sürekli ve akışkanın sıkışamaz olduğunu kabul edersek,  $\sum V_n \Delta S$  toplamı A kapalı alanına giren net akımdır ve daima sifıra eşit olmalıdır ( $V_n$ , A alanının içine doğru pozitif olarak tarif edilmiştir). Yörünge boyunca bunun yerini tutan toplam  $\sum V_t \Delta S$ 'in sıfır olması zorunlu değildir ve bu değer sirkülasyon  $\Gamma$  olarak bilinir (saat yönünün tersi pozitif olarak kabul edilmiştir). Kelvin teoremine göre eğer S boyunca harici bir kayma gerilmesi yoksa Valentine (1967)'nin belirttiği gibi, sirkülasyon zamanla değişmez.

Eğer A alanı dikdörtgen akış elemanlarından oluşuyorsa, bunların kenar uzunlukları  $\Delta x$  ve  $\Delta y$ , hız bileşenleri de  $u$  ve  $v$  ile gösterilmek üzere giren akımın sıfır olması şartı yerel süreklilik durumu haline gelir (Şekil 1.26):



$$\sum_0^S V_n \Delta s = 0; \quad \sum_0^S V_t \Delta s = \Gamma$$

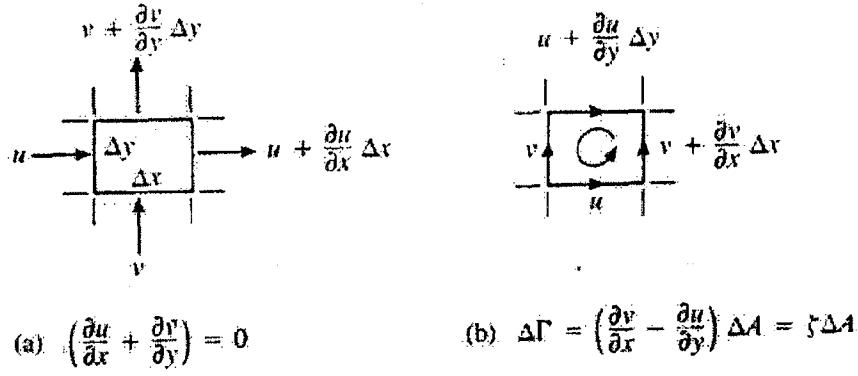
Şekil 1.25 Bir akım alanında kapalı bir yörünge boyunca sirkülasyon ve giren akım

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.33)$$

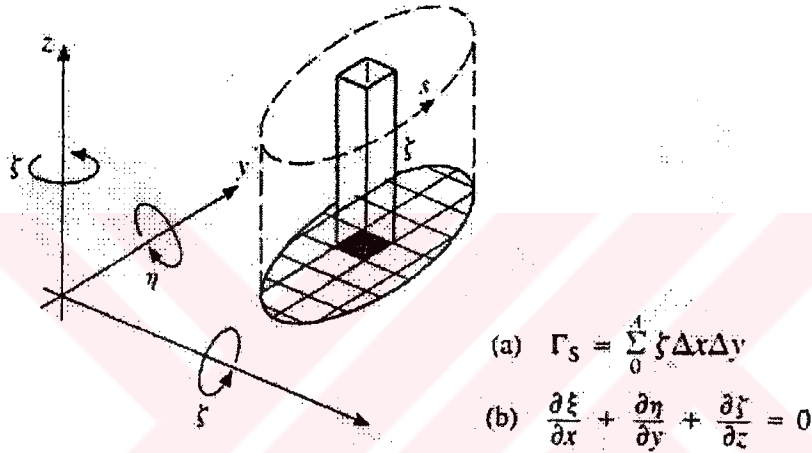
Öte yandan bu gibi elemanın çevresindeki artan sirkülasyon:

$$\Delta \Gamma = u \Delta x + \left( v + \Delta x \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Delta y - \left( u + \Delta y \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Delta x - v \Delta y = \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y \quad (1.34)$$

Parantezlerin içindeki değer vortisite  $\zeta$  olarak bilinir ve z eksenine çevresinde akış elemanında yerel açılma rotasyonunun ortalama değerinin iki katıdır.



Şekil 1.26 Kapalı yörünge üzerinde hareket eden dikdörtgen elemanların (a) Süreklilik; (b) Hız bileşenlerinin fonksiyonu olarak vortisite



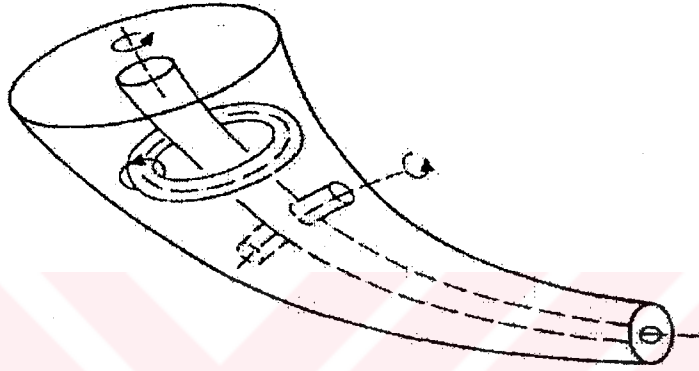
Şekil 1.27 (a) Vortisitenin alansal integrali olarak sirkülasyon; (b) Üç boyutlu akışta vortisitenin korunumu

A alanındaki toplam sirkülasyon, z eksenı boyunca A alanındaki vortisite akısı olarak düşünülür. Buna göre A alanı çevresindeki ya da S yolu boyunca toplam sirkülasyon Şekil 1.27'de gösterilmiştir. Vortisite üç eksen içinde aynı şekilde türetilir ve vortisitenin korunuma göre aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0$$

Bu denklem üç boyutlu süreklilik denklemiyle benzerdir. Vortisitenin kütle akımına benzer şekilde davrandığı ve vorteks çizgileri boyunca hareket ettiği kabul edilir. Vorteks çizgileri,

akım çizgileri gibidir (özdeş olmaları gerekmez) ve çevrintinin yerel eksenini olarak tanımlanırlar. Hızın akım çizgileri boyunca değişmeleri gibi vortisite’de bu eksen boyunca değişir. Vortisite çizgileri akım içinde sona ermez fakat cidarda nihayetlenir ya da kapalı döngü şeklinde olurlar. Vorteks çizgilerinden meydana gelen grup, yüzeyinde bir yörünge etrafında sabit sirkülasyona sahip vorteks tüpünü oluşturur. Böylece vorteks çizgileri aralıkları arasındaki mesafe azalır (ya da vorteks tüpünün alanı), Kelvin teoremine göre vortisite ve çevrinti hızı artar. Hız alanı vorteks tüpü için kapalı yörünge içinde bitişik zerrecikler olarak tariflendiğinden, taşınım mekanizması rolü oynar (Şekil 1.28).



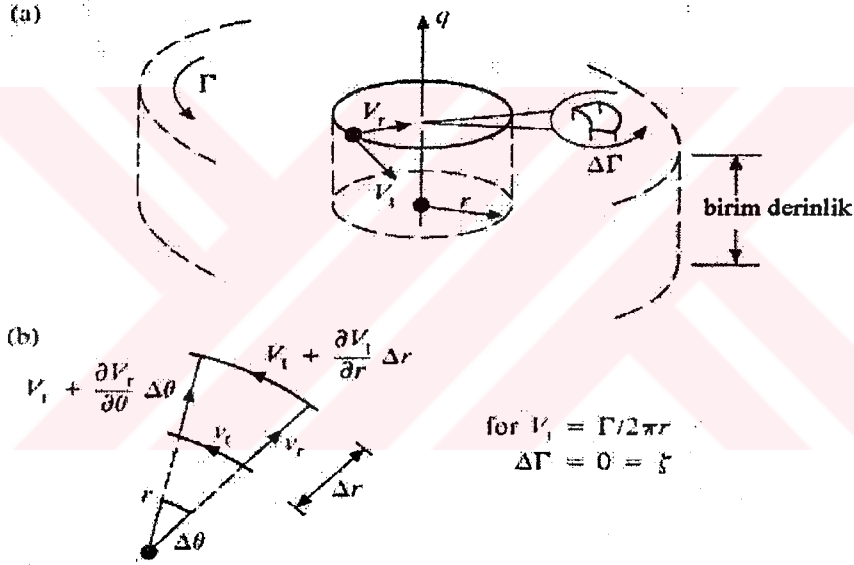
Şekil 1.28 Akım tüpü içinde üç çeşit vorteks tüpü ve bunların çevrinti eksenleri karşılıklı olarak diktir.

Vortisite ya genel akım yönündeki değişiklikler ya da cidarlardaki kayma etkisiyle ortaya çıkar. Bunlardan ikincisi moleküler seviyede, viskozite yoluyla genel akım alanına doğru ilerleyen ve azalan rotasyona sebep olurken, birincisini büyük ölçekte sirkülasyon oluşturur. Böylece türbülanslı akım vortisite ya da eddy büyüklüklerinin spektrumunu içerir. Buna rağmen, güçlü vorteks tüpü akım alanında herhangi bir yerde ideal akım çizgisi modeline uygun şekilde izole edilebilir. Vorteks akımının davranışı Lugt (1983) tarafından tanımlanmıştır.

Yavaş hareket eden büyük su kütlesinde akımın yönü değiştirilip, belirli bir kesimde hızı arttırıldığı ya da azaltıldığında, bunlarla alakalı vorteks tüpleri büyür ve çevrinti miktarı buna bağlı olarak artar. Yüksek hızlar düşük basınca neden olur ve eğer serbest yüzey mevcutsa bu yerel olarak seviyede düşmeye neden olur. Buna göre, hidrolik yapılarda akımın düşey-shaft, batık akış yolları ya da kapak altı çıkışlarında vorteks, hava geçişini sağlayacak

çekirdek yapıya şekil verecek şiddette olabilmektedir. Bu durum hali hazırda tanımlanmış olan istenilmeyen etkilere yol açabilir. Bu yüzden doğal olayları önceden tahmin ve kontrol edebilmek için önemli çalışmalar yapılmaktadır. Sözelimi Jain (1984), yağmur suyu kanallarında giriş ağzlarında oluşan vorteks üzerinde çalışmıştır.

Sabit derinlikli sonsuz geniş bir su haznesinin merkez noktasından her birim derinlik için  $q$  debisinde su çıkışı olduğunu varsayalım. Merkezden  $r$  uzaklıkta, düşey eksen etrafında çıkış noktasına doğru  $\Gamma$  sirkülasyonuna sahip daire şeklinde vorteks tüpü tanımlanabilir. Çıkışın noktasının etkisiyle  $V_t = \Gamma / 2\pi r$  teğetsel hıza sahip  $r$  yarıçaplı tüp daralmaktadır. Radyal hızı  $V_r = q / 2\pi r$  olan vorteks tüpünün teğetsel ve radyal hızlarının ikisinde merkeze doğru spiral akım oluşturarak hızlanmaktadır.



Şekil 1.29 (a) Su çıkışının sonucu olarak yarıçapı daralan düşey vorteks tüpü kavramı (b) Kelvin teoremine göre yarıçap azalırken teğetsel hız artar. Bununla beraber merkezin dışında kalan akım elemanının vortisitesi sıfırdır.

Aynı eğrilik merkezine sahip iki dairesel akım çizgisi arasında bir kısa elemanın etrafındaki sirkülasyonu göz önüne alalım. Burada durum yukarıda bahsedilen dikdörtgen elemanda olduğu gibidir:

$$\Delta\Gamma = \left[ \frac{\partial V_t}{\partial r} + \frac{V_t}{r} - \left( \frac{1}{r} \right) \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right] r \Delta\theta \Delta r \quad (1.36)$$

Köşeli parantez içindeki vortisite terimi hız bileşenlerinin değişimine bağlıdır ve şöyle yazılabilirler:

$$\partial V_t / \partial r = -\Gamma / 2\pi r \quad V_t / r = \Gamma / 2\pi r \quad \partial V_r / \partial \theta = 0$$

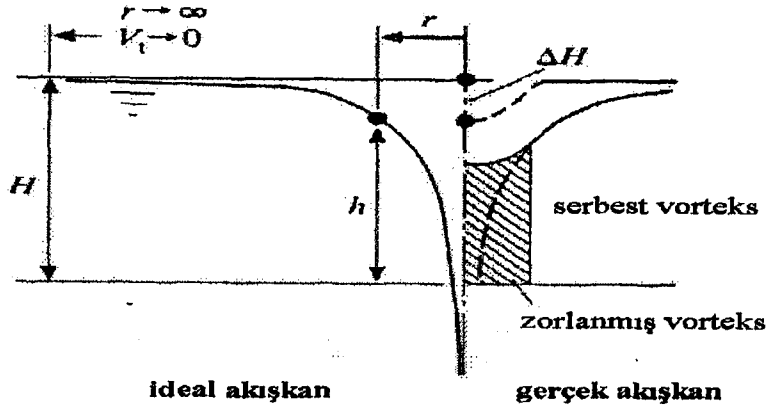
Buna göre  $\Delta\Gamma=0$  ve vorteks tüpünün merkezinde bulunmayan diğer elemanların toplam vortisitesi sıfırdır. Genel akım alanı çevrintisiz olarak tarif edilir ve serbest vorteks sistemi olarak tanımlanır. Elemanın kendisi dairesel fakat çevrintisizdir. Bu durum farklı yarıçaplardaki elemanlar arasında enerji değişiminin olmaması durumuna uygundur çünkü çevrinti oluşturacak yersel kayma gerilmesi mevcut değildir. Sonlu büyüklükteki eleman genel akım tipine uymak için distorsiyona maruz kalır.

Bir akım alanı boyunca sabit enerji durumunda hızın artması için basıncın düşmesi gerekmektedir. Eğer basınç yaklaşık olarak hidrostatik kalırsa ve radyal hızlar küçükse, serbest vorteks'deki su yüzeyinin aldığı şekil şu formül ile bulunabilir:

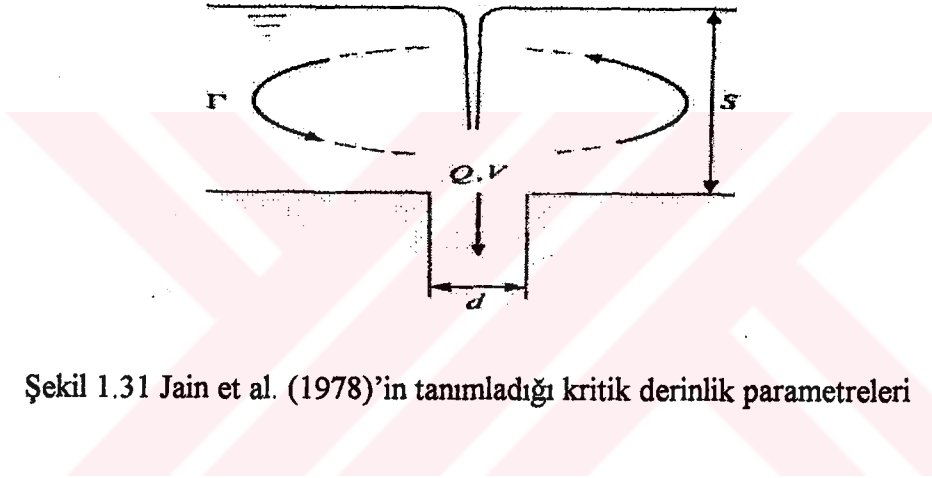
$$h = H - (\Gamma / 2\pi r)^2 / 2g \quad (1.37)$$

Bu durum merkezde su yüzeyinin aldığı şeklin sonsuza gitmesini öngörmektedir (tıpkı hızlar gibi). Gerçek akışkanda viskozitenin varlığı bu durumu ortaya çıkarmaktadır ve akımın merkezindeki bu bölge katı bir kütle gibi dönmektedir.

Buna göre teğetsel hız yarıçapla azalır, yersel vortisite her yerde bu kütleye eşittir ve bir kısım enerji ise kaybolur. Merkezdeki bu kısma zorlanmış vorteks ve bu birleşik sisteme ise üzerinde ilk çalışan kişinin Rankine olması dolayısıyla Rankine vorteksi denir. Serbest ve zorlanmış vorteks bileşenlerinin birleşme yeri sırasıyla onların sirkülasyon ve çevrinti değerlerine bağlıdır.



Şekil 1.30 Serbest vorteks'te su yüzeyinin aldığı şeklin değişimi. Gerçek akışkanda çevrintisiz akım durumu merkeze yakın yerde bozulmaktadır. Taralı kısım çevrintili alanı göstermektedir ve bu alan, şiddetli akım yada sirkülasyon değerlerinde küçülmektedir.



Şekil 1.31 Jain et al. (1978)'in tanımladığı kritik derinlik parametreleri

Akımın çekilmesi ya yukarıya doğru (borudan pompa yoluyla) ya da yerçekimi etkisiyle aşağıya doğrudur. Akım konfigürasyonunun ölçeği (boru çapı, derinlik ya da akım debisi) bütün sirkülasyon boyunca çevrintili alanın var olup olmayacağını tayin etmektedir. Fiziksel model testleri, viskozite ve yerçekiminin birlikte temsil edilememesi dolayısıyla giriş ağzındaki vorteks fonksiyonu için iyi sonuç vermemektedir. Prototip ve model arasındaki karşılaştırmayı Hecker (1981) yapmıştır. Jain et al. (1978) bu konudaki ilk denemeleri yapmış, bunun için biri 0.76 m ve diğeri 1.73 m çapında iki benzer dairesel su tankında çalışmıştır. Çeşitli çaplarda aşağı doğru çıkış için sirkülasyon durumları test edilmiş ve aynı zamanda viskozite değiştirilmiştir. Bunun sonucunda yüzey gerilmeleri  $\sigma$  ve viskozite  $\nu$ 'nin

$$\rho V^2 d / \sigma > 120 \text{ ve } g^{1/2} d^{3/2} \nu > 50000$$

şartı sağlandığında ihmal edilebileceği sonucuna varılmıştır ve buna bağlı olarak aşağıda hava girişli vorteks formuna uygun verilen kritik rölatif batıklık  $S/d$ , sirkülasyon ve Froude sayısına bağlı olarak şöyle yazılır (Şekil 1.31):

$$S / d = 5.6 [N(\Gamma)]^{0.42} Fr^{0.5} \quad (1.38)$$

Burada  $N(\Gamma) = S\Gamma/Q$  ve  $Fr = V/(gd)^{1/2}$  dir.

$Q$ ,  $V$  ve  $d$  outlet'deki akımla ilgilidir.  $N$  ve  $Fr$  sırasıyla 0.19-1.95 ve 1.1-20 arasında değerler alır. Açıkça görülmektedir ki zor olan kanala yaklaşan akımdaki asimetri dolayısıyla genelde artan  $\Gamma$ 'nin tahminidir. Gulliver ve Rindels (1987) bu problemi girdap oluşumuna neden olan kanalların kapalı çıkışında, düşey su alma ağzı için keşfetmişlerdir. Sirkülasyon parametresi  $N(\Gamma)$ , kanala yaklaşma açısı ve kanal boyutları terimleri içinde bulunmaktadır. Bu iki araştırmacıya göre 15 cm su alma ağzına sahip, 7 m uzunluğunda, 1.5 m genişliğinde kanalda, kritik batık genişliği şöyledir:

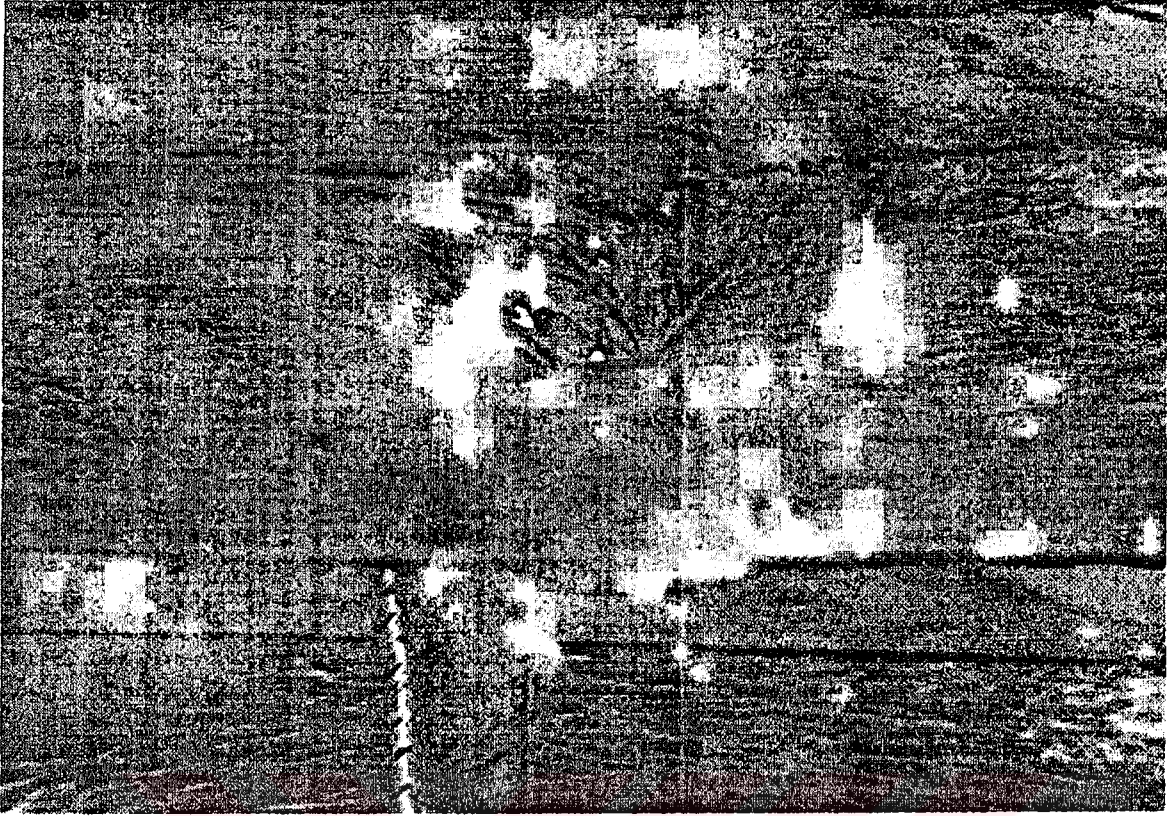
$$S / d = 2.5 + 1.33Fr^{0.67} + 40[N(\Gamma)]^3 \quad (1.39)$$

Bu ifade sıfır akımlar ve sirkülasyon için 2.5'a bağlı rölatif batıklığı belirlemektedir. Odgaard (1986) Renkine vorteks'i ve yüzey gerilmesi olmaması durumlarına dayanarak yaptığı analizlere göre aşağıdaki ifadeyi önermiştir:

$$S / d = (Re^{0.25} / 23.2) 5.6 [N(\Gamma)]^{0.5} Fr^{0.5} \quad (1.40)$$

Bu ifade 1.38 denkleminde benzer fakat Reynolds sayısına daha az bağımlıdır.

Sonuç olarak, Şekil 1.32'de hava girişli vorteks'in yakın çekimi görülmektedir.



Şekil 1.32 Kuvvetli sirkülasyona sahip serbest vorteks'in hava çekirdeği. Bu çalışma 1988 Glasgow Bahçe Festivalinden alınmıştır. Fotoğraf, Dr. J. Ward

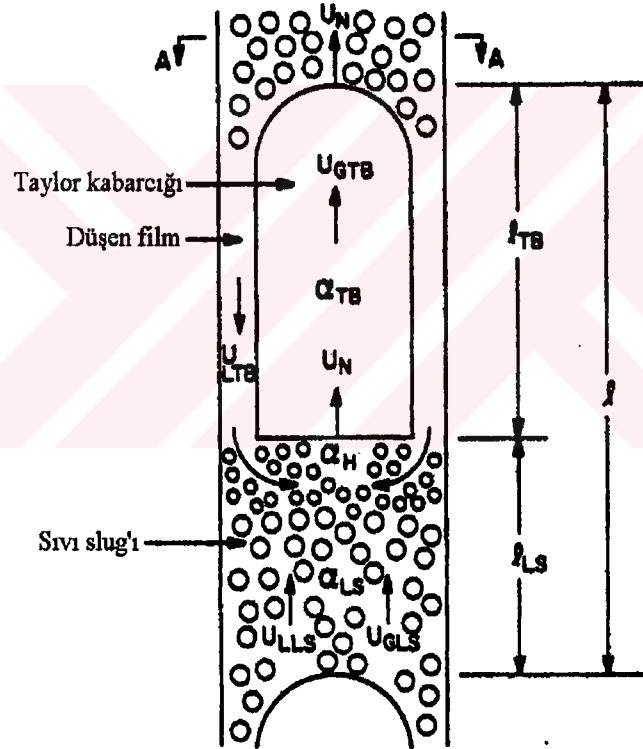
### 1.6 Düşey Borularda İki Fazlı Akım

Düşeydeki borularda iki fazlı akımlar endüstriyel uygulamalarda ve hidrolik yapılarda karşılaşılabilen bir akım tipidir. Bu tip akımlara, endüstrideki işletme ünitelerinde (buhar-gaz kontaktörü ya da buhar absorbe edicisi, buhar üretici, termosifon ve gaz-sıvı kimyasal reaktörleri gibi), iki fazlı gaz veya yağ akımlarında, platformlarda kuyulardan deniz yüzeyine petrol veya doğal gaz ileten rayzırlarda, binalarda, sıhhi tesisatlarda ve şaft tipi hidrolik yapılarda karşılaşılabilmektedir.

Düşey bir boruda gaz sıvı karışımının boru boyunca farklı akım yapılarına sahip bir biçimde aktıkları bilinmektedir. Düşey bir boruda yukarı akım şekillerinin sınıflandırılması Hewit ve Hall-Taylor (1970) ve Taitel vd. (1980) tarafından yapılmıştır. Bu araştırmacılar dört esas akım yapısı tanımlamışlardır; kabarcıklı, slug, churn ve annular akımlar. Slug akımı büyük eksenel simetriye sahip mermi şeklinde gaz kabarcıkları veya Taylor kabarcıkları ile

karakterize edilen kesikli akımların tamamıdır (Şekil 1.33). Taylor kabarcıkları borunun hemen hemen tamamını kaplayarak üniform yapıda yukarı doğrultuda hareket ederler. Taylor kabarcığı ile boru cidarı arasında ince bir sıvı akımı aşağı doğrultuda akar. Birbirini takip eden Taylor kabarcıkları çok küçük gaz kabarcıkları içeren sürekli sıvı fazında kabul edilen bir geçiş akımı ile ayrılırlar.

Araştırmacılar slug akımlarında hava kabarcıklarının tutulması, basınç değişimi, karakteristik hızlar, akımın frekans yapısı ve gaz-sıvı karışım karakteristiklerinin hesaplanması üzerinde durmaktadırlar. Hesaplamalar için geliştirilen modeller; düşey borulardaki türbülanslı slug akımı için slugtaki ortalama gaz ve sıvı hızları ile sistemdeki bir Taylor kabarcığı konumuna göre kabarcık uzunluğunun slug akışı uzunluğuna oranıyla verilmektedir.



Şekil 1.33 Bir slug ünitesi

Aşağıdaki bahsedilen fiziksel model düşük basınçta düşey boruda yukarıya doğru paralel gaz-sıvı akımı, sabit sıcaklık derecesi ve denge şartlarına dayandırılarak geliştirilmiştir. Çift fazlı akım; asimetrik, tek boyutlu ve kararlı olarak düşünülmüştür. Slugların ve Taylor

kabarcıklarının boyutlarında ve hızlarında biraz farklılık olmasına karşın bunların küçük oldukları gözlenmiş ve Fernandes vd. (1983) tarafından bu tip akımlar için teklif edilen model tamamen deterministik olarak geliştirilmiştir. Sonuçlar zamansal ortalama değerler halinde elde edilmiştir. Tam gelişmiş akım durumunda, Taylor kabarcıkları ve sıvı slugları kararlı şekilde yukarıya doğru yükselmektedirler ve biri ile diğeri arasında birbirleriyle rölâtif hız farkı olmadan düzenli bir dizi meydana getirecek şekilde oluşmaktadırlar (Nicklin vd., 1962; Steward ve Davidson, 1967; Jones ve Zuber, 1975). Herhangi bir enkesit düzleminde akım karakteristikleri, akım şeklinin aralıklarla meydana gelen doğal şekline göre zamanla değişen bir Taylor kabarcığı ve onun çevresinde sıvı filmiyle birlikte sıvı slug'ında meydana gelen bir hücredir. Slug ünitesinin şematik tasviri Şekil 1.33'de gösterilmiştir.

Hemen hemen boruyu tamamen kaplayan büyük Taylor kabarcıkları  $U_N$  hızıyla yukarı doğru kararlı rejimde hareket etmektedirler. Bu uzun silindirik boşluklar küresel bir uç kısma ve düz arka tarafa sahiptir. Genelde gaz yoğunluğu ve viskozitesi, sıvı yoğunluğu ve viskozitesine nazaran daha küçük olduğundan, Taylor kabarcığındaki gazdan kaynaklanan basınç düşüşü çok küçüktür. Bu yüzden kabarcığın iç kısmında bir sabit basınç olduğu düşünülür, ara yüzey gerilmesi ihmal edilir ve Taylor kabarcığının çevresindeki sıvı filmi, serbest düşen film akımı olarak kabul edilir. Taylor kabarcığı benzer büyüklüklerde ve hareketlerde önemli sayıda küçük gaz kabarcıkları içeren sıvı slug'ı tarafından izlenir (Griffith ve Wallis, 1961; Akagawa ve Sakaguchi, 1966; Govier ve Aziz, 1972; Taitel vd., 1980).  $\alpha_H$  boşluk konsantrasyonunun  $\alpha_{LS}$  sıvı slug'ın hacminden oldukça büyük olduğu Taylor kabarcığının kuyruk kısmının tam arkasındaki küçük bölge hariç sıvı slug'ın uzunluğu boyunca hemen hemen üniform dağılmış küçük kabarcıklar vardır. Bu yüksek konsantrasyon düşen sıvı film ile Taylor kabarcığının arkasındaki gazın akımının bu bölgesine nüfuz etmesiyle meydana gelir. Bu yüksek boşluklu bölge deneylerde gözlemlenmektedir.

Stabil slug akımında slug uzunluğu  $l_{LS}$ , slug akımı yukarı hareket ederken sabit kalmaktadır, çünkü slug'ın uç kısmında düşen filmde kaynaklanan sıvının ilave debisi, aynı slug'ın arka kısmında film gibi saçılan miktara eşittir. Taylor kabarcığının etrafından önünde yüksek gaz konsantrasyonu ile karışmış vorteks şeklindedir. Şekil 1.33'de bazı büyüklükler aşağıda gösterilmiştir:

$l_{TB}$  = Taylor kabarcığının uzunluğu

$l_{LS}$  = Sıvı slug'ının uzunluğu

$l$  = Slug ünitesinin uzunluğu

$\alpha_{TB}$  = Taylor kabarcığının boşluk oranı

$\alpha_{LS}$  = Sıvı slug'ının boşluk oranı

$\alpha_H$  = Taylor kabarcığının hemen arkasındaki bölgenin boşluk oranı

$U_{GTB}$  = Taylor kabarcığının gaz hızı

$U_{GLS}$  = Sıvı slug'ındaki gaz hızı

$U_{LTB}$  = Taylor kabarcığının çevresindeki sıvı filmi hızı

$U_{LLS}$  = Sıvı slug'ındaki sıvı hızı

$U_N$  = Taylor kabarcığındaki hareket hızı

Tüm hızlar ve boşluk oranları ayrı ayrı kendi akım alanlarında ortalama değerleri göstermektedir (Sylvester, 1987).

**Bir slug ünitesinin ortalama boşluk oranı:**

Slug ünitesi hacminin boşluk oranı  $\alpha_{su}$  şöyle yazılır:

$$\alpha_{su} = \frac{V_G}{V_{su}} \quad (1.41)$$

$V_G$  slug ünitesindeki toplam gaz hacmi ve  $V_{su}$  slug ünitesinin hacmidir  $= lA = (l_{TB} + l_{LS})A$

$$V_G = V_{GTB} + V_{GLS} \quad (1.42)$$

$V_{GTB}$  Taylor kabarcığının gaz hacmi,  $V_{GLS}$  sıvı slug'ında gaz hacmi ve  $A$  boru akış kesitidir.

Sıvı slug'ı ve Taylor kabarcığının her ikisinde de gazın üniform olarak aksel dağıldığını kabul edersek, (1.42) eşitliğini şöyle yazabiliriz:

$$V_G = l_{TB} A_{GTB} + l_{LS} A_{GLS}$$

$A_{GTB}$  Taylor kabarcığının silindirik kısmının enkesit alanı ve  $A_{GLS}$  sıvı slug'ında gazın oluşturduğu enkesit alanı. Bundan dolayı,

$$\alpha_{SU} = \beta \alpha_{TB} + (1 - \beta) \alpha_{LS} \quad (1.43)$$

$$\alpha_{TB} = \frac{A_{GTB}}{A}, \quad \alpha_{LS} = \frac{A_{GLS}}{A}, \quad \beta = \frac{l_{TB}}{l} \quad (1.44)$$

(1.43) eşitliğine göre slug ünitesindeki tutulan ortalama gaz miktarını belirtmek için  $\beta$ ,  $\alpha_{TB}$ ,  $\alpha_{LS}$ 'e gereksinim vardır.

#### **Toplam kütle dengesi:**

Slug ünitesi boyunca gaz fazı akımının sıkışamaz olduğu kabul edilmiştir. Bundan dolayı kütle ve hacim değerleri eşittir. Slug ünitesi akımının, tam gelişmiş slug akımının olduğu kolana yerleştirilmiş sabit A-A düzleminde geçtiğini düşünelim. A-A kesitinden geçen Taylor kabarcığı zaman periyodu  $\Delta t_{TB}$

$$\Delta t_{TB} = \frac{l_{TB}}{U_N} \quad (1.45)$$

Bu süre boyunca A-A kesitinden geçerek Taylor kabarcığı tarafından yukarıya taşınan gazın hacmi

$$V_{GTB} = U_{GTB} A \alpha_{TB} \Delta t_{TB} = l_{TB} A \alpha_{TB} \frac{U_{GTB}}{U_N} \quad (1.46)$$

Zaman periyodu  $\Delta t_{LS}$  boyunca A-A kesitinden geçerek sıvı slug'ı tarafından yukarı taşınan gazın hacmi  $V_{GLS}$

$$\Delta t_{LS} = \frac{l_{LS}}{U_N} \quad (1.47)$$

$$V_{GLS} = U_{GLS} A \alpha_{LS} \Delta t_{LS} = l_{LS} A \alpha_{LS} \frac{U_{GLS}}{U_N} \quad (1.48)$$

Bir slug ünitesinin A-A düzleminden geçmesine tekabül eden zaman  $\Delta t = \Delta t_{TB} + \Delta t_{LS}$ , test kesitine giren gaz hacmi

$$Q_G(\Delta t_{TB} + \Delta t_{LS}) = U_{SG} A \left( \frac{l_{TB} + l_{LS}}{U_N} \right) \quad (1.49)$$

$Q_G$  sisteme giren hacimsel debi ve  $U_{SG}$  gaz hızıdır. Ancak dengeyi sağlayabilmek için bu gaz hacmi, Taylor kabarcığı tarafından taşınan toplam gaz hacmine eşit olmalıdır. Slug ünitesindeki sıvı slug'ı içinde herşey geçerlidir. Bu nedenle,

$$U_{SG} A \left( \frac{1}{U_N} \right) = l_{TB} A \alpha_{TB} \frac{U_{GTB}}{U_N} + l_{LS} A \alpha_{LS} \frac{U_{GLS}}{U_N}$$

ya da

$$U_{SG} = \beta \alpha_{TB} U_{GTB} + (1 - \beta) \alpha_{LS} U_{GLS} \quad (1.50)$$

Slug ünitesine akan sıvı fazına tekabül eden denge gaz ile aynı tarzda türetilebilir. Ancak, zaman periyodu  $\Delta t_{TB}$  boyunca A-A sabit düzleminden geçen aşağıya doğru bir sıvı akışı mevcuttur (Taylor kabarcığının çevresinde halka şeklindeki film). Bu nedenle

$$U_{SL} = (1 - \beta)(1 - \alpha_{LS})U_{LLS} - \beta(1 - \alpha_{TB})U_{LTB} \quad (1.51)$$

$U_{SL}$  sıvının hızıdır.

### **Taylor kabarcığının burun kısmıyla temastaki akım:**

Çift fazlı sıvı slug'ı boyunca  $U_N$  hızıyla ilerleyen Taylor kabarcığı, slug'taki gaz ya da sıvı fazından daha büyüktür. Bu nedenle birbirinden bağımsız süreklilik bağıntıları, Taylor kabarcığının burun kısmıyla temastaki akım düşünülerek geliştirilebilir. Sıvı fazı için

$$(U_N - U_{LLS})(1 - \alpha_{LS}) = (U_N + U_{LTB})(1 - \alpha_{TB}) \quad (1.52)$$

bulunur. (1.52) eşitliğinden dikkate alınan, koordinat sisteminde yukarıya doğru  $U_N$  hızıyla hareket ederken, slug'tan burun kısmına ulaşan sıvı akımının debisi, filmde akan sıvı debisine eşittir. Aynı işlem gaz fazına uygulandığında

$$(U_N - U_{GLS})\alpha_{LS} = (U_N - U_{GTB})\alpha_{TB} \quad (1.53)$$

elde edilmiştir.

### **Taylor kabarcığının yayılma hızı:**

Durgun konumdaki sıvı içersinde genişlemeden yükselen tekbir Taylor kabarcığının yükselme hızı  $U_R$  hem teorik hem de deneysel olarak tanımlanmıştır (Dumitrescu, 1943; Davies ve Taylor, 1950; Nicklin vd., 1962)

$$U_R = 0.35(gD)^{1/2} \quad (1.54)$$

D tüpün çapıdır. Türbülanslı sıvı akımındaki tekbir Taylor kabarcığı için Nicklin vd. (1962) şu bağıntıyı önermiştir:

$$U_N = 1.2(U_{SG} + U_{SL}) + 0.35(gD)^{1/2} \quad (1.55)$$

Burada 1.2 katsayısı eksendeki slug akımının ortalama hızına oranıdır.

Daha sonra yapılan deneyler bazı değişiklikler ile hızın aşağıdaki tanımlanmasını sağlamıştır.

$$U_N = 0.35(gD)^{1/2} + 1.29(U_{SG} + U_{SL}) \quad (1.56)$$

### Slug akımında yükselen kabarcığın hızı:

Taylor kabarcığının hemen arkası hariç, slug'taki sıvı ve gaz aksel yönde sürekli tam gelişmiş kabarcık akımı gibi davranır.

Enkesitte varolan ortalama değerlerle tahmini değerler şöyle yazılabilir:

$$U_{GLS} = U_{LLS} + U_0 \quad (1.57)$$

$U_0$  kaldırma kuvvetinden kaynaklanan yükselme hızıdır. Bu hız, çift fazlı akımlarda, akım özelliğine göre değişen kabarcık büyüklüğünden bağımsızdır. Zuber ve Hench (1962), Harmantly (1962) tarafından, kabarcık kümesindeki bir kabarcığın yükselme hızını gösteren bağıntıyı biraz değiştirerek aşağıdaki gibi vermişlerdir:

$$U_0 = 1.53 \left[ \frac{\sigma g (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} (1 - \alpha)^{1/2} \quad (1.58)$$

Buna göre sıvı slug'ı için

$$U_{GLS} = U_{LLS} + 1.53 \left[ \frac{\sigma g (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} (1 - \alpha_{LS})^{1/2} \quad (1.59)$$

**Düşen film:**

Taylor kabarcığının çevresindeki halka şeklindeki filmin, ara yüzey gerilmesi olmadan düşen film gibi davrandığı kabul edilir. Taylor kabarcığının alt kısmındaki filmin kalınlığı ve akım debisinin, silindirik kısmın üst yüzeyinde meydana gelen film ile benzer olduğu farz edilir. Yaklaşım hız profilinin geliştiği giriş bölgesi uzunluğu filmin uzunluğundan küçük olduğunda doğru kabul edilmektedir. Giriş uzunluğu ortalama film kalınlığının 100 katı olarak bilinir. Bu durumda gelişen uzunluk mertebesi 0.1'dir. Ancak bir Taylor kabarcığında film uzunluğu 1-3 m'dir. Bunun için yukarıdaki yaklaşımlar kabul edilebilir gözükmemektedir. Düşen filmin kalınlığı Dukler (1959) tarafından akım debisi ve ara yüzey gerilmesiyle bağıntılı olarak verilmiştir.

$Re_F$  sıvı filminin Reynolds sayısıdır ve aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$Re_F = \frac{\delta_L U_{LTB}}{\nu_L} \quad (1.60)$$

$\delta_L$  ortalama film kalınlığı,  $\nu_L$  sıvının kinematik viskozitesi ve  $g$  yerçekimi ivmesidir.

Ortalama film kalınlığı  $\delta_L$ , Taylor kabarcığının ortalama boşluk oranı  $\alpha_{TB}$  ile bağıntılı olarak tanımlanmıştır:

$$\delta_L = \frac{D}{2} (1 - \alpha_{TB}^{1/2}) \quad (1.61)$$

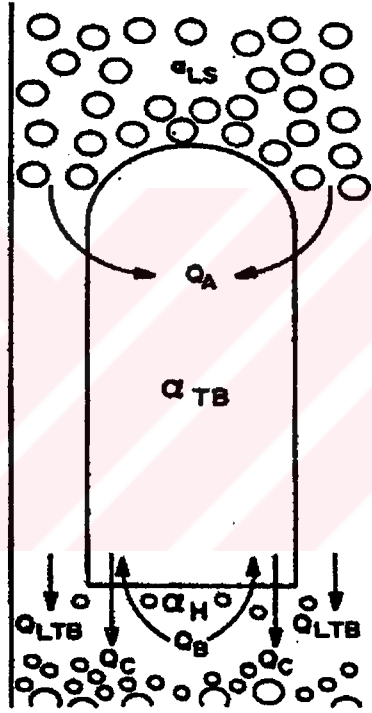
Film hızı ise:

$$U_{LTB} = 9.916 [gD(1 - \alpha_{TB}^{1/2})]^{1/2} \quad (1.62)$$

bağıntısı ile verilmiştir.

### Taylor kabarcığı boyunca gaz akımı:

Taylor kabarcığı tüp boyunca hareket ederken boyu sabit kalmaktadır. Bunun için Taylor kabarcığının içinde ve dışında gaz akısı eşit olmalıdır. Taylor kabarcığının burnunun çevresindeki slug akımındaki sıvı, kendisiyle birlikte kabarcık taşıyamıyacak kadar ince bir film şeklindedir. Bu kabarcıklar Şekil 1.34’de görüldüğü gibi, Taylor kabarcığıyla üst kısmından  $Q_A$  gaz akımı debisiyle birleşmektedirler. Gerçekten şekilden görüldüğü gibi sıvı filminin çok küçük kısmında kabarcıklar serbesttir.



Şekil 1.34 Taylor kabarcığı çevresindeki gaz akımı

Gaz akımının dengeyi kurabilmesi için iki kısım daha vardır. Taylor kabarcığının alt kısmında düşen filme nüfuz eden sıvı slug ile karışan debidir. Bir kısım gazda Taylor kabarcığının alt kısmında  $Q_B$  debisiyle dönmektedir. Bu durumda şöyle yazılabilir:

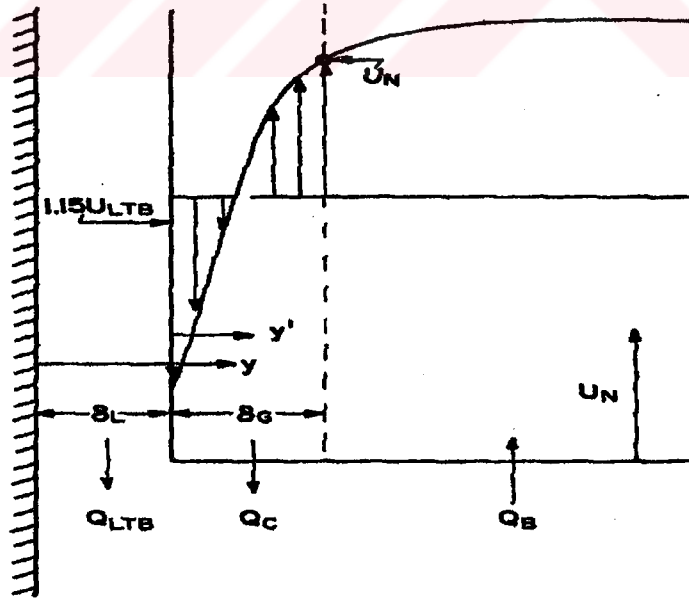
$$Q_A + Q_B = Q_C \quad (1.63)$$

(1.63) eşitliğinin her terimi için aşağıdakiler geliştirilmiştir.

Taylor kabarcığı, sıvı slug'ındaki küçük kabarcıkları yutmaktadır. O halde tutulan gazın hacimsel miktarı:

$$Q_A = \frac{\pi}{4} D^2 \alpha_{LS} (U_N - U_{GLS}) \quad (1.64)$$

Şekil 1.35 Taylor kabarcığını izleyen slug'ın içine gaz nüfuz işlemini göstermektedir. Kalınlığı  $\delta_L$  olan düşey sıvı filminin ortalama hızı  $U_{LTB}$ 'dir. Filmin hızı duvarda sıfırdan yüzeyde  $\hat{U}_{LS}$ 'e kadar değişir. Türbülans filmleri için birçok durumda  $\hat{U}_{LS} = 1.15U_{LTB}$  (Portalski, 1964) olmaktadır. Taylor kabarcığında bulunan gazın hız dağılımı  $\hat{u}_G(y)$ 'dir ve bu dağılım  $\hat{U}_{LS}$ 'den, merkezde daha büyük olan  $U_N$  değerleri arasında değişmektedir. Yerel hızı  $U_N$ 'den küçük olan gazın içinde her noktada sıvı tarafından yutulmakta, gaz yakalanıp, slug içine çekilmektedir.  $\delta_G$  ara yüzeyden gaz fazına kadar olan radyal uzaklıktır, burada hız  $\hat{U}_G = U_N$ 'dir, o halde



Şekil 1.35 Sıvı slug'ının üst kısmında gazın köpük saçma süreci

$$Q_C = 2\pi \int_{\delta_L}^{(\delta_L + \delta_G)} \left( \frac{D}{2} - y \right) \hat{u}_r dy \quad (1.65)$$

dir, burada  $\hat{u}_r = U_N - \hat{u}_G$  ve  $y$  duvardan olan mesafedir. Diğer bağıntılar

$$y = \delta_L \quad \hat{u}_r = 1.15U_{LTB} + U_N \quad (1.66)$$

$$y = \delta_L + \delta_G \quad \hat{u}_r = 0 \quad (1.67)$$

$$\hat{u}' = \hat{u}_G + 1.15U_{LTB} = -\hat{u}_r + 1.15U_{LTB} + U_N \quad (1.68)$$

$$y' = y - \delta_L \quad (1.69)$$

sınır şartları

$$y' = 0 \quad \hat{u}' = 0 \quad (1.70)$$

$$y' = \delta_G \quad \hat{u}' = 1.15U_{LTB} + U_N \quad (1.71)$$

bu ifade (1.65) eşitliğine yerleştirildiğinde

$$Q_C = \pi \delta_G (1.15U_{LTB} + U_N) (D - 2\delta_L - \delta_G) - 2\pi \int_0^{\delta_G} \left( \frac{D}{2} - \delta_L - y' \right) \hat{u}' dy' \quad (1.72)$$

bulunur. Çoğu pratik uygulamada gaz akımı türbülanslıdır ve (1.72) eşitliğindeki integrali hesaplamak için türbülanslı akımın universal hız profilini kullanmak mümkündür. Universal hız dağılımının boyutsuz değişkenlerinin karakteristikleri

$$u^+ = \frac{\hat{u}'}{U_*} \quad y^+ = \frac{y'U_*}{\nu_G} \quad (1.73)$$

$$\delta_G^+ = \frac{\delta_G U_*}{\nu_G} \quad \frac{D^+}{2} = \left( \frac{D}{2} - \delta_L \right) \frac{U_*}{\nu_G} \quad (1.74)$$

dir. Burada  $\nu_G$  gazın kinematik viskozitesi ve  $U_*$  kayma hızıdır. Bu bağıntılar (1.72) eşitliğinde yerine konulduğunda

$$Q_C = \pi \delta_G (1.15 U_{LTB} + U_N) (D - 2\delta_L - \delta_G) - 2 \frac{\pi \nu_G^2}{U_*} \int_0^{\delta_G^+} \left( \frac{D^+}{2} - y^+ \right) u^+ dy^+ \quad (1.75)$$

bulunur,  $Q_C$ 'yi hesaplanmak için  $\delta_G$  ve  $U_*$ 'a gereksinim vardır.

Gaz tabakasının kalınlığı  $\delta_G$ ,  $y' = \delta_G$  şartından hesaplanabilir,

$$u^+ (@y^+ = \delta_G^+) = \frac{1.15 U_{LTB} + U_N}{U_*} \quad (1.76)$$

Taylor kabarcığında yukarıya doğru taşınan gazın ortalama hacimsel debisi; aynı universal hız dağılımı, ara yüzeyden borunun merkezine kadar olan kısımda integre edilerek bulunmuştur:

$$Q_{GTB} = 2\pi \int_{\delta_L}^{D/2} \left( \frac{D}{2} - y \right) \hat{u} dy = \pi \left( \frac{D}{2} - \delta_L \right)^2 U_{GTB} \quad (1.77)$$

Ara yüzeye göre ölçülmüş rölatif  $\hat{u}'$  gaz hızı ile daha önce yapıldığı gibi bir dönüşüm yapıldığında ve boyutsuz koordinatlarda yazıldığında

$$\int_0^{D^+/2} \left( \frac{D^+}{2} - y^+ \right) u^+ dy^+ = \frac{\left( \frac{D}{2} - \delta_L \right)^2}{2v_G^2} U_* (1.15U_{LTB} + U_{GTB}) \quad (1.78)$$

elde edilmiştir. (1.76) ve (1.78) eşitliği, (1.75) eşitliğinde karşılaşılan  $\delta_G$  ve  $U_*$  bilinmeyenleri için iki eşitlik sağlar. (1.75) ve (1.78) integralleri için üç uygun eşitlik kullanılarak hesaplanabilmektedir, bunlar

$$\begin{aligned} u^+ &= y^+ & 0 \leq y^+ < 5 \\ u^+ &= 5.0 \ln y^+ - 3.05 & 5 \leq y^+ < 30 \\ u^+ &= 2.5 \ln y^+ + 5.5 & 30 \leq y^+ \end{aligned} \quad (1.79)$$

I integrali göstermek üzere

$$I = \int_0^{M^+} \left( \frac{D^+}{2} - y^+ \right) u^+ dy^+ \quad (1.80)$$

İntegralin  $M^+ \geq 30$ 'un pratikteki kullanımı için aşağıdaki ifade verilmiştir:

$$I = 573.202 - 63.895 \left( \frac{D^+}{2} \right) + [2.5m^+ + \ln(m^+) + 3.0m^+] \left( \frac{D^+}{2} \right) - 1.25(m^+)^2 \ln(m^+) - 2.125(m^+)^2$$

Yüksek yerel boşluk oranı  $\alpha_H$  aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\alpha_H = \frac{Q_C}{Q_C + Q_{LTB}} \quad (1.81)$$

$Q_C$ , (1.72) eşitliğinden bulunabilmektedir ve  $Q_{LTB}$  düşen filmin volumetrik hacim debisi aşağıdaki ifadeden bulunabilmektedir:

$$Q_{LTB} = \frac{\pi}{4} D^2 (1 - \alpha_{TB}) (U_{LTB} + U_N) \quad (1.82)$$

Slug'ın önündeki bu bölge oldukça türbülanslıdır. Bunun sebebi sıvı film içeren duvar jetinin, slug'da yükselen sıvıyla etkileşmesidir. Türbülans şiddetindeki artma ve büyük aksenal hız çalkantıları slug'ın ön yüzey ve Taylor kabarcığının arkası arasında arakesit yüzeyi geriye doğru büyük bir  $Q_B$  boşluk akımı oluşturur.

Buradan Hareketle

$$Q_B = \frac{\pi}{4} [D - 2(\delta_L + \delta_G)]^2 \alpha_H U_{RMS} \quad (1.83)$$

Burada  $U_{RMS}$  türbülans şiddetidir. Düşen film durgun sıvı havuzuna ( $U_{LTB} + U_N$ ) hızıyla giren bir duvar jeti gibi düşünülmüştür.

$$\frac{U_{RMS}}{1.15U_{LTB} + U_N} = 0.25 \quad (1.84)$$

(1.84) eşitliği (1.83)'de yerine konduğunda

$$Q_B = \frac{\pi}{16} [D - 2(\delta_L + \delta_G)]^2 \alpha_H [1.15U_{LTB} + U_N] \quad (1.85)$$

ifadesi elde edilmiştir. Slug akımındaki tüm ifadeler Çizelge 1.1'de özetlenmiştir.

Düşey borularda kısmi dolulukta akış olması durumunda (Şekil 1.36), borunun üst ucu havaya açık ise, boruda akış sırasında uçtan hava çekişi meydana gelir. Bu tip sistemlere örnek olarak binalardaki yağmur suyu oluklarını toplayan düşey borular verilebilir. Eğer sistem drenaja bağlı ise sadece drenaj sisteminin havası alınmaz, aynı zamanda drenaja ters

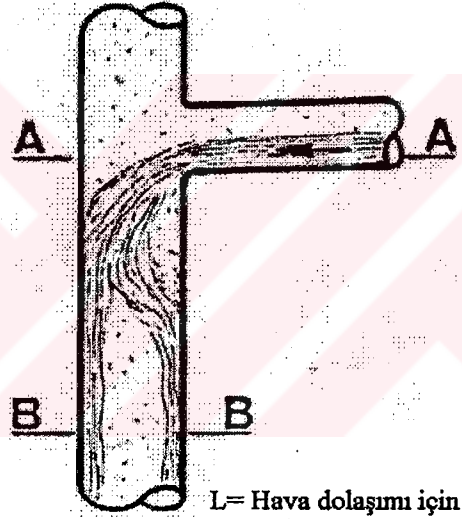
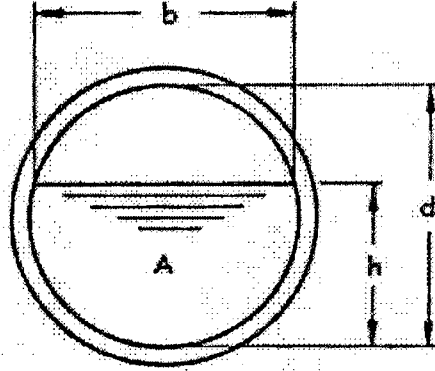
yönde hava akışı sağlanır. Böylece drenaj sistemlerinin havalandırılması da temin edilmiş olur.

Çizelge 1.1 Slug akımındaki bağıntılar

Slug ünitesinde ortalama boşluk yüzdesi	DENKLEM NO
$\alpha_{SU} = \beta\alpha_{TB} + (1 - \beta)\alpha_{LS}$	(1.43)
Gaz akımında kütle dengesi $U_{SG} = \beta\alpha_{TB} U_{GTB} + (1 - \beta)\alpha_{LS} U_{GLS}$	(1.50)
Sıvı akımında kütle dengesi $U_{SL} = (1 - \beta)(1 - \alpha_{LS})U_{LLS} - \beta(1 - \alpha_{TB})U_{LTB}$	(1.51)
Taylor kabarcığının burun kısmına bağlı gaz akımı $(U_N - U_{GLS})\alpha_{LS} = (U_N - U_{GTB})\alpha_{TB}$	(1.53)
Taylor kabarcığının burun kısmına bağlı sıvı akımı $(U_N - U_{LLS})(1 - \alpha_{LS}) = (U_N + U_{LTB})(1 - \alpha_{TB})$	(1.52)
Taylor kabarcığının yükselme hızı $U_N = 0.35(gD)^{1/2} + 1.29(U_{SG} + U_{SL})$	(1.56)
Sıvı slug'ında küçük kabarcıkların yükselme hızı $U_{GLS} = U_{LLS} + 1.53 \left[ \frac{\sigma g(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} (1 - \alpha_{LS})^{1/2}$	(1.59)
Film kalınlığı/Düşen film için akımın debi bağıntısı $U_{LTB} = 9.916 \left[ gD(1 - \alpha_{TB}^{1/2}) \right]^{1/2}$	(1.62)
Sıvı filmi kalınlığı ve boşluğu arasındaki bağıntı $\delta_L = \frac{D}{2} (1 - \alpha_{TB}^{1/2})$	(1.61)

Şekil 1.36'de görüldüğü gibi yanal bir borudan giren akımın düşey borudaki akışı sırasında borunun ortasında hava boşluğu oluşmaktadır. Akış öncelikle yerçekimi etkisinde g ile

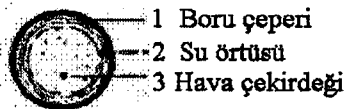
orantılı olarak artarken sürtünme etkileri ile frenlenir ve hız sabitleşir. Hız sabit değere belirli bir mesafede ulaşmaktadır.



$L$  = Hava dolaşımı için serbest bölge



A-A kesiti

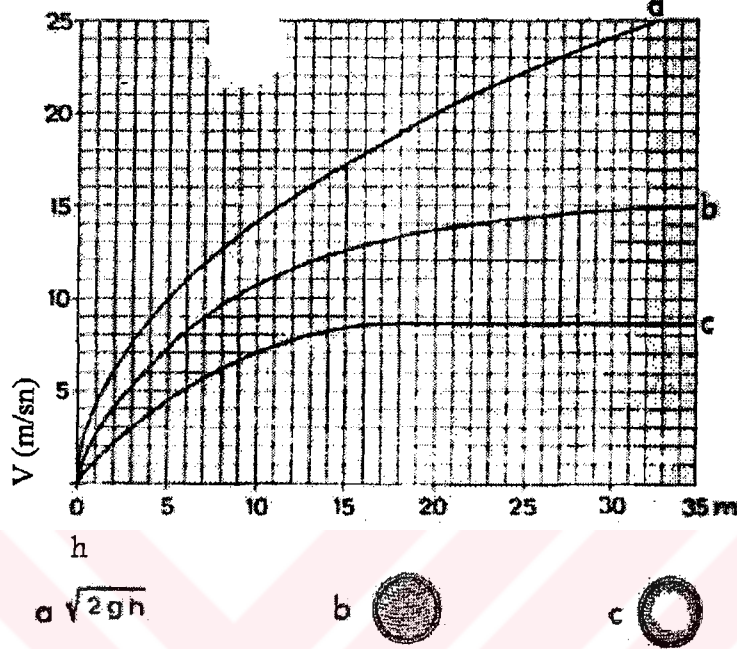


B-B kesiti

- 1 Boru çeperi
- 2 Su örtüsü
- 3 Hava çekirdeği

Şekil 1.36 Serbest yüzeyli bir düşey akış

Şekil 1.37’de havasız ortamda, borunun tam dolu olması durumunda ve kısmi dolu akış sırasında hızın yükseklikle değişimi gösterilmiştir.



Şekil 1.37 Farklı doluluk oranlarında düşey hızın değişimi

### 1.7 Kavitasyon

Su yapılarının işletmeleri sırasında karşılaşılan en önemli problemlerden biri kavitasyondur. Kavitasyon akımı sınırlayan yüzeyler üzerinde akım hızının çok büyük değerlere ulaşması sonucu meydana gelebileceği gibi yeteri kadar büyük akım hızlarında yüzeyin haiz olduğu form, sürekli veya yerel düzensizlikler ve pürüzlülük nedeniyle sınır tabakasında oluşacak ayrılma sonucunda da meydana gelebilmektedir. Bu bakımdan su yapılarının öngörülen işletme şartlarında kavitasyon oluşturmayacak şekilde projelendirilmesi ve inşaatında proje kriterlerine uygun olarak gerçekleştirilmesi gerekmektedir.

Kavitasyon, akım içersinde basıncın yüksek akım hızlarında buhar basıncına kadar düşmesi sonucu suyun buhar haline geçerek akım içinde kabarcıklar oluşturmasıdır.

Çizelge 1.2 Hidrolik yapılarda kavitasyon hasarları

q (m <sup>3</sup> /cm)	Erozyon yok	Kısmen var	Erozyon var	Baraj sayısı
10-50	19	4	1	24
100-200	7	5	1	13
>200	1	0	2	3
V (m/sn)	Erozyon yok	Kısmen var	Erozyon var	Baraj sayısı
<20	14	2	1	17
30-40	3	1	2	6
>40	0	3	3	6

Bu durumda; normal halde iken bir fazlı olan akım, kavitasyondan sonra sıvı ve gaz olmak üzere iki fazlı olur. Kavitasyon esnasında oluşan bu su buharı kabarcıkları tekrar büyük basınç bölgelerine ulaştıklarında çok kısa bir zaman içinde tekrar yoğunlaşırlar. Bu yoğunlaşma sonucu buhar kabarcığının hacminde meydana gelen azalma nedeniyle çevresindeki büyük enerjili su kütlesi kabarcığın merkezine doğru büyük bir hızla hareket eder ve burada ani olarak durur. Böylece suyun sahip olduğu büyük kinetik enerji çok kısa bir sürede basınç enerjisine dönüşür ve bunun sonucu olarak düzgün olmayan çok şiddetli gürültüler meydana gelir. Ayrıca yoğunlaşmanın olduğu bölgede büyük kinetik enerjinin çok kısa zamanda basınç enerjisine dönüşmesi sonucu akımı sınırlayan yüzey üzerinde hasar oluşur. Bu nedenle kavitasyon daima kendisini takip eden düzensiz ve şiddetli bir gürültü ve buharlaşmanın mansabındaki yoğunlaşma bölgesinde oluşan hasarla belirlenir.

$P_v$ : Buharlaşma basıncı ise, normal sıcaklık için  $0 < P_v < 3$  m (H<sub>2</sub>O) değerleri arasındadır.

Potansiyel akım içerisinde basıncın minimum olduğu nokta ile bunun yeteri kadar membasındaki bir noktaya Bernoulli denklemi uygulanarak:

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{U^2}{2g} = \frac{p_v}{\rho g} + \frac{U_v^2}{2g} \quad (1.87)$$

$$\frac{p - p_v}{\rho g} = \frac{U^2}{2g} \left( \left( \frac{U_v}{U} \right)^2 - 1 \right)$$

$$\frac{p - p_v}{\rho U^2 / 2} = \left( \frac{U_v}{U} \right)^2 - 1$$

elde edilen

$$\tau_c = \frac{P - P_v}{\frac{1}{2} \rho V^2} \text{ veya } \sigma_c = \frac{H - H_v}{\frac{1}{2} U^2}$$

ifadesi, kavitasyon katsayısı olarak isimlendirilir ve kavitasyon  $\sigma_c \leq \sigma_{kr}$  (örneğin  $\sigma_{kr}=3$ ) durumunda başlar. Örneğin düşüm havuzlarında basınçtaki salınımlarla ilgili olarak kavitasyon meydana gelebilir. Bu sebepten dolayı hidrolik yapıların dizaynında sınır tabakasından ayrılmanın meydana gelmemesine çalışılmalıdır. Yatay tabanda oluşan bir hidrolik sıçramada bu tehlikeli ayrılma bölgesi, sıçramanın başlangıcından aşağı yukarı

$12y_1$ 'dedir, burada büyük Fr sayılı sıçrama için  $\sigma$ 'nın maksimum değeri  $\sigma = \frac{\sqrt{p'^2}}{\rho V_1^2 / 2}$ 'dir

(aşağı yukarı %5) ve  $p' = p - \bar{p}$ 'dir.

$$p' = k \sqrt{p'^2} = k \cdot 0.05 \rho \frac{V_1^2}{2}$$

$1 < k < 5$  ise kavitasyon söz konusudur.

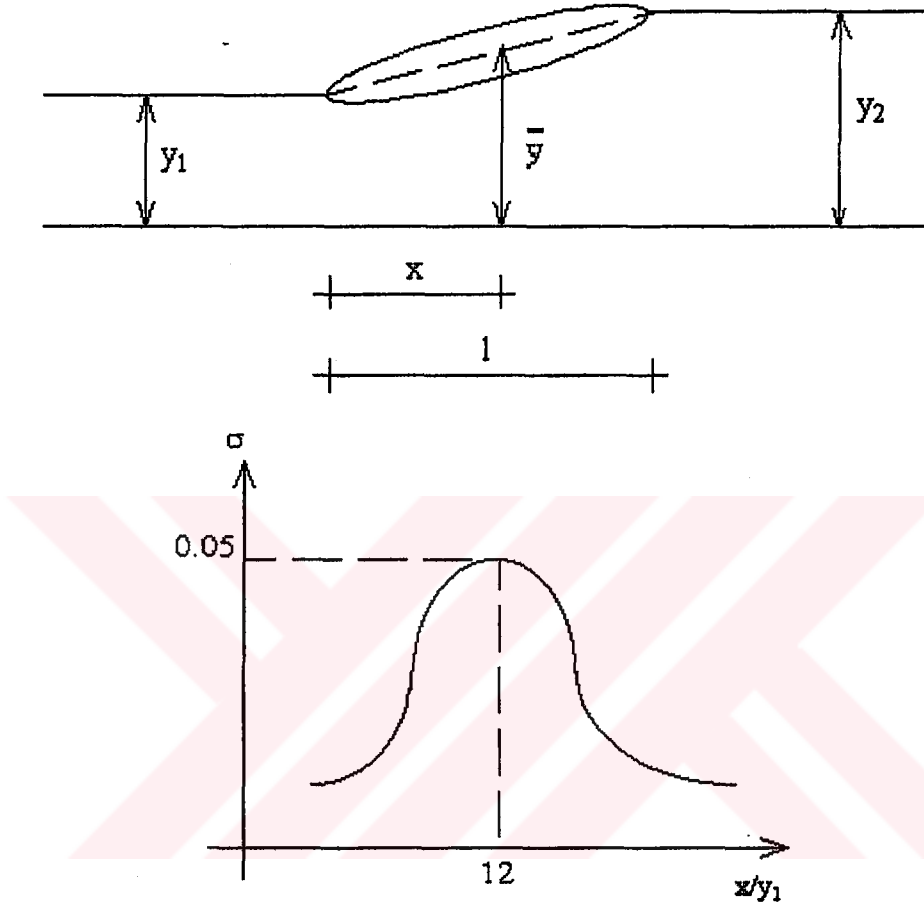
$$p_{\text{toplama}} = p_v + p' = p_a + \rho g \bar{y}$$

$$p_a + \rho g \bar{y} - k \cdot 0.05 \rho \frac{V_1^2}{2} = p_v$$

dir. Ortalama derinlik

$$\bar{y} = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{1} \cdot \frac{x}{1}$$

şeklinde ifade edilmektedir.



Şekil 1.38 Hidrolik sıçramada kavitasyonun yeri

## 1.7.1 Kritik kavitasyon sayısının belirlenmesi

### 1.7.1.1 Pürüzsüz (cılalı) yüzeyler

Yeteri kadar pürüzsüz yüzeylerde kavitasyon sadece akım özelliklerine bağlı olarak oluşur. Bu nedenle dikkate alınan bölgedeki basınç teorik veya deneysel olarak bulunur ve buhar basıncı ile karşılaştırılır.

$P \leq P_v$  ise kavitasyon oluşur. Burada P mutlak basınçtır.

### 1.7.1.2 Yayılı pürüzlülüğe haiz yüzeyler

Bu tip yüzeyler pürüzlü yüzeyler olarak bilinirler. Pürüzlülük elemanları bütün yüzey üzerine rastgele yayılmışlardır. Böyle yüzeylerde kritik kavitasyon sayısı

$$\sigma_{kr} = 16C_f$$

bağıntısıyla bulunur. Burada  $C_f$

$$C_f = \frac{\tau_0}{\frac{1}{2}\rho_0 U^2} = \frac{\lambda}{4}$$

ile ifade edilen yerel kayma gerilmesi katsayısı,  $\tau_0$  kayma gerilmesi,  $\rho$  suyun özgül kütlesi,  $u$  sınır tabaka kenarındaki akım hızı,  $\lambda$  sürtünme katsayısıdır.

Yüzeye ait n Manning pürüzlülüğü verilmişse  $\lambda$ , Manning ve Darcy bağıntılarından elde edilen

$$\lambda = \frac{8gn^2}{R^{1/3}}$$

bağıntısıyla bulunur. Burada g yerçekimi ivmesi, R hidrolik yarıçaptır.

Pürüzlü yüzeye ait  $k_s$  kum pürüzlülük yüksekliği verilmiş ise  $\lambda$  değeri aşağıda verildiği gibi hesaplanır.

a) Hidrolik pürüzlü borular:

$$\lambda = \left[ 2 \log \left( \frac{D}{2k_s} \right) + 1.74 \right]^{-2}$$

Burada D boru çapı,  $k_s$  Nikuradse'nin kum pürüzlülük yüksekliğidir.

b) Hidrolik pürüzlü serbest yüzeyli akımlar:

$$\lambda = \left[ 2 \log \left( \frac{2R}{k_s} \right) + 1.74 \right]^{-2}$$

### 1.7.1.3 Yerel pürüzlülüğe haiz yüzeyler

Bu tip pürüzlülükler yüzey üzerinde bulunan iki veya üç boyutlu girinti ve çıkıntılardır. Böyle yüzeyler için kritik kavitasyon sayısı:

$$\sigma_{kr} = c \left( \frac{h}{\delta} \right)^a \left( \frac{U_p \delta}{v} \right)^b$$

bağıntısıyla bulunur. Burada:

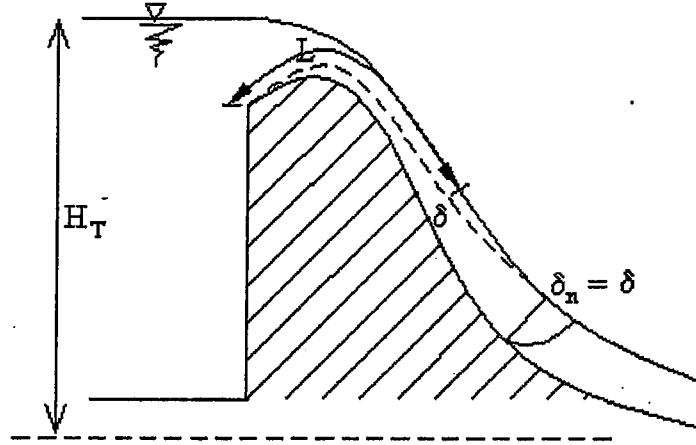
a,b,c: Pürüzlülük elemanının şekline göre değişen sabit sayılardır.

h: Pürüzlülük elemanının yüksekliği

$\delta$ : Sınır tabaka kalınlığıdır. Dolusavaklarda yer alan akım için dolusavak profilinin başladığı noktadan itibaren akım boyunca giderek artar ve yeteri kadar uzunluğa sahip yapılarda akım derinliğine kadar ulaşır. Dolusavak üzerindeki herhangi bir noktada sınır tabaka kalınlığı

$$\frac{\delta}{L} = 0.08 \left( \frac{L}{K_s} \right)^{-0.233}$$

bağıntısıyla bulunur.



Şekil 1.39 Dolusavak üzerinde sınır tabakasının gelişmesi

L: Dolu savak profilinin başlangıcından itibaren dolu savak boyunca uzunluk

$K_s$ : Yüzey pürüzlülük yüksekliği. Dolu savakalar için 0.6 mm alınabilir.

$U_p$ : Sınır tabaka kenarındaki akım hızı

q: Birim debi

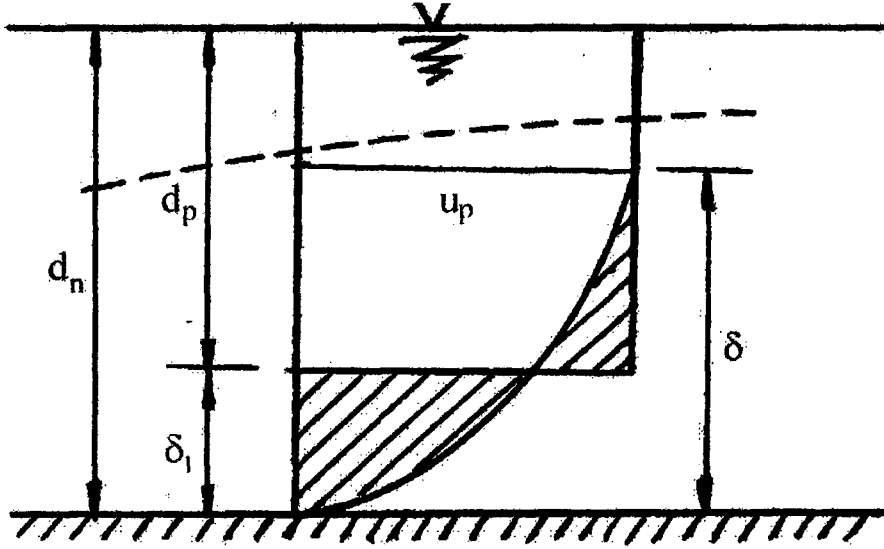
$d_p$ : Akımın sürtünmesiz olarak kabul edilebileceği potansiyel akım derinliği

$$d_p = d_n - \delta_1$$

$d_n$ : Akım derinliği

$\delta_1$ : Yüzeyin potansiyel akımın başlangıcına kaydıracağı mesafe (displacement thickness)

$$\delta_1: 0.18\delta$$



Şekil 1.40 Sınır tabaka kenarındaki akımın hızı

### 1.7.2 Akımın kavitasyon sayısının hesaplanması

Sınır tabakası kalınlığı akım derinliğine eşit veya ( $\delta \geq d_n$ ) olduğu zaman serbest su yüzeyinden akıma hava karışmaya başlar. Böylece akım tabii olarak havalandırılmış olur ve kavitasyon oluşumu önlenir. Bununla beraber oluşacak kavitasyonun tam olarak önlenip önlenemeyeceği akım içine giren hava miktarının hesaplanması ile belirlenmelidir.  $Q_a$  ve  $Q$  sırasıyla hava ve su debisi olmak üzere

$$\frac{Q_a}{Q} = 0.07 \sim 0.08$$

ise kavitasyon oluşmaz.

O halde dolusavak üzerindeki bulguların kavitasyon bakımından tahkiki sınır tabaka kalınlığı akım derinliğine ulaştığı kotların yukarısındaki bölge için yapılmalıdır.

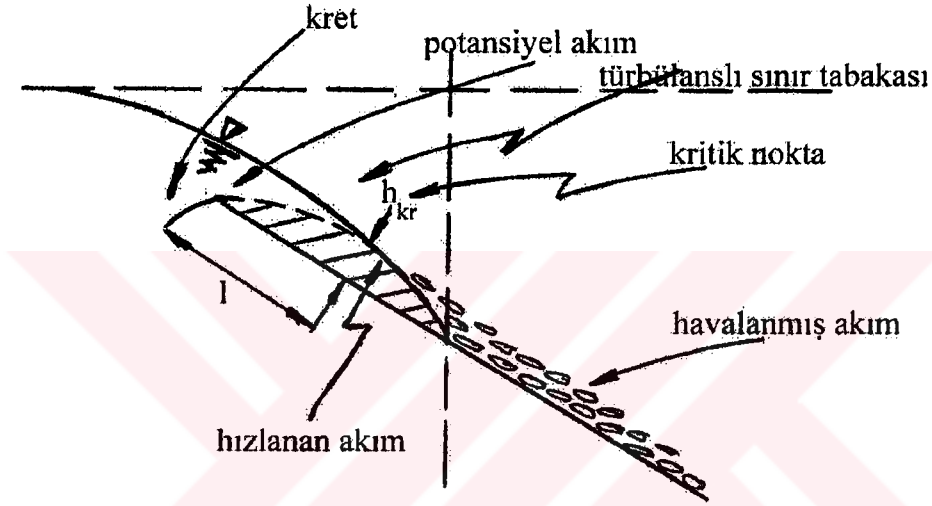
Akımın kavitasyon potansiyeli  $\sigma_c$  aşağıdaki bağıntıyla verildiğine göre bu bağıntıdaki büyüklüklerin belirlenmesi gerekir.

$$\sigma_c = \frac{H - H_v}{U_p^2 / 2g}$$

H akım içinde dikkate alınan noktadaki mutlak basınç yüksekliğidir ve

$$H = H_0 + \frac{P}{\gamma}$$

bağıntısıyla bulunur.

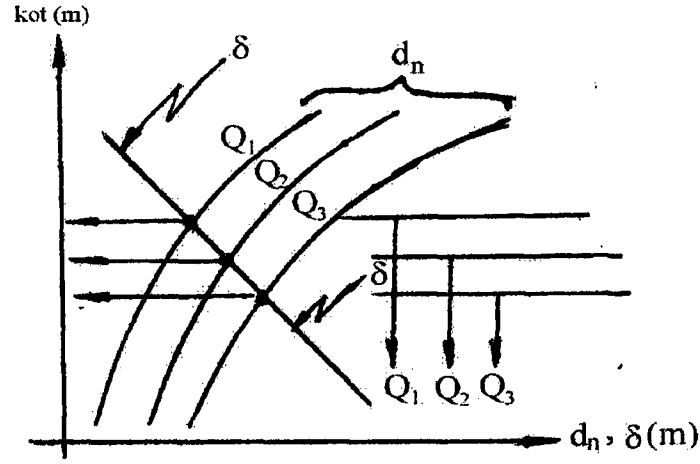


Şekil 1.41

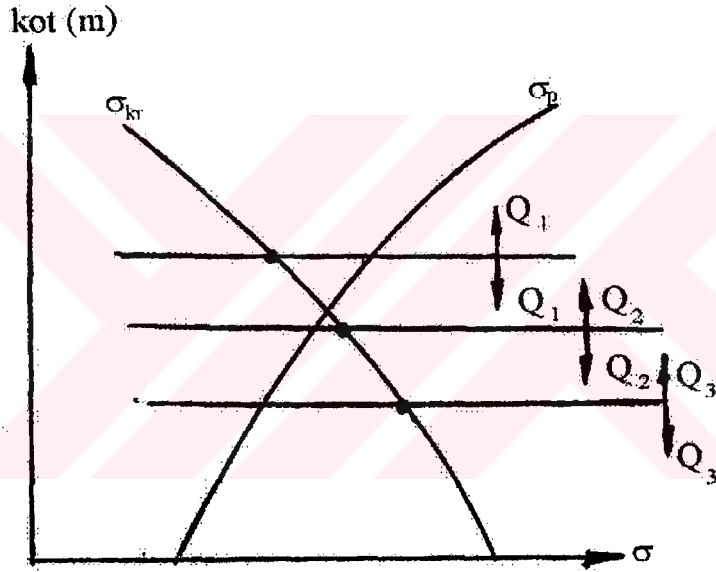
Burada  $H_0$  çevre atmosfer basıncının su sütunu cinsinden değeri,  $\frac{P}{\gamma}$  akım içindeki basınç yüksekliğidir,  $\frac{P}{\gamma}$  su yüzü hesabından bulunan akım hızları ve yük kayıpları dikkate alınarak enerji denkleminde hesaplanmıştır.

$H_v$  buhar basıncı yüksekliğidir (örneğin  $t=15^\circ\text{C}$  için  $H_v=0.18$  m)

$U_p$  sınır tabaka kenarındaki akım hızıdır,  $q$  birim debi ve  $d_p$  akımın sürtünmesiz olarak kabul edilebileceği potansiyel akım derinliği olmak üzere



Şekil 1.42 Akım derinliği ve sınır tabaka kalınlığındaki değişim



Şekil 1.43 Kaviteasyonun yükseklikle değişimi

$Q_1$  debisi için  $\sigma_{kr} < \sigma_p$  ise kaviteasyon yok,

$Q_2$  debisi için  $\sigma_{kr} = \sigma_p$  ise kaviteasyon,

$Q_3$  debisi için  $\sigma_{kr} > \sigma_p$  ise kaviteasyon.

$$U_p = \frac{q}{d_p}$$

bağıntısı ve potansiyel akım için yazılan

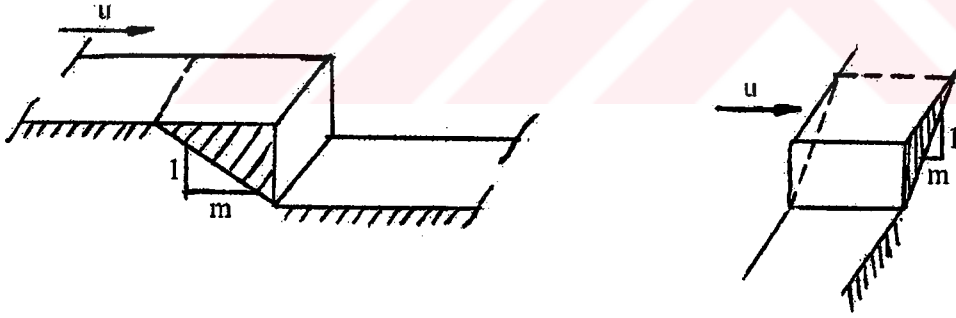
$$H_T = z + dp \cos \varphi + \frac{U_p^2}{2g}$$

enerji denklemi birlikte kullanılarak deneme yanılma (tatonman) yöntemi ile bulunur. Burada  $z$  dikkate alınan noktanın kotu,  $\varphi$  şüt tabanının yatayla yaptığı açıdır.

Böylece belirlenen  $H$ ,  $H_v$  ve  $U_p$  değerleri  $\sigma_c$  bağıntısına uygulanarak her bir debi için hesaplanan bu  $\sigma_c$  değerleri grafik olarak izah edilir daha sonra yine her bir debi için  $\sigma_{kr}$  değerleri aynı grafik üzerine işaretlenerek kavitasyon oluşup oluşmayacağı belirlenebilir.

### 1.7.3 Kavitasyonu önleyici tedbirler

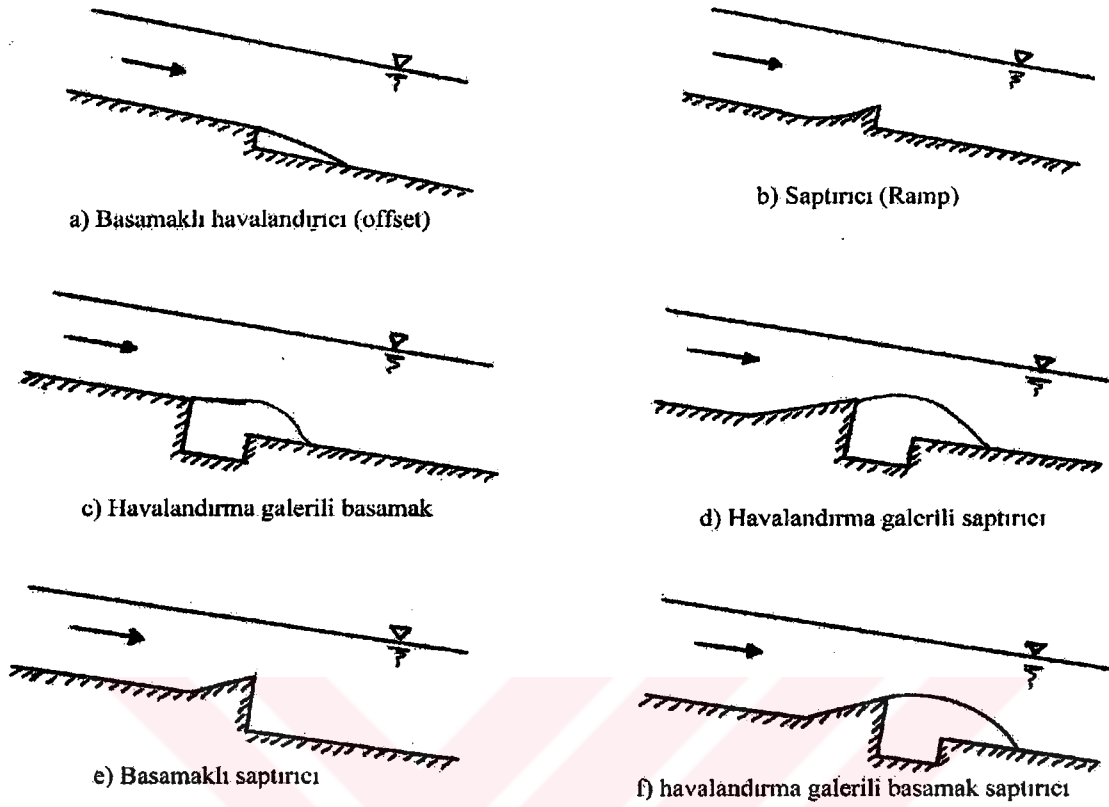
Eğer dolusavak yüzeylerinde kavitasyona neden olacak yerel pürüzlülükler var ise bunların kavitasyona neden olmayacak şekilde yontularak düzeltilmesi gerekir. Beton derzleri arasında büyük kademe farklılıkları mevcut ise bunların yontularak eğik eşikler haline getirilmeleri gerekmektedir.



Şekil 1.44 Mevcut eşiklerin yontularak düzeltilecek kısımları

Yontularak düzeltilmesi mümkün olmayan yerel engeller veya yayılı pürüzlülüğün kavitasyon meydana getirmesi durumunda, sınır tabakasının ayrılmasından dolayı kavitasyon meydana geldiğinden ayrılma bölgesinde akımın havalandırılması gerekir. Hava akımın suya verilmesi için saptırıcılar veya havalandırma ağızları inşa edilir, böylece akımı havalandırmak suretiyle basınç atmosfer basıncına ulaşır ve kavitasyon oluşumu önlenir.

Havalandırma yiv ve saptırıcılarının tipik geometrik şekilleri aşağıda gösterilmiştir:



Şekil 1.45 Havalandırma yöntemleri

#### 1.7.4 Vibrasyon

Hidrolik yapılarda kavitasyon meydana gelen bölgelerde basınçtaki salınımdan dolayı meydana gelen stabilitesizlik (örneğin kapaklarda) ile vibrasyon meydana gelir. Vibrasyonun tesbiti veya azaltılması basınç salınımlarının azaltılmasıyla mümkündür, örneğin kuyulu dolu savaklarda düşük debide spiral akımın meydana gelmesiyle veya, menfez veya tünellerde sıçramadan dolayı.

Eğer kısmen indirilmiş kapaklar üzerinden aşan su jetinin altındaki bölge yeterince havalandırılmamış ise kolaylıkla bu vibrasyona neden olabilir. Vibrasyonu burada önlemenin en iyi yolu kapağın mansabına dikine çıkıntılar yerleştirerek jeti bölmek veya kapağın mansabını bu şekilde inşa ederek jeti süreksiz veya dalgalı bir hale getirmektir.

## 2. TÜRBÜLANS VE TÜRBÜLANS MODELLERİ

### 2.1 Temel Kavramlar

#### 2.1.1 Giriş

Türbülansın tam olarak tanımının yapılması imkansızdır. Ancak türbülansın tanımı sayılabilecek temel karakteristikler düzensizlik, üç boyutluluk, diffüsite ve disipasyon olarak verilebilir. Türbülanslı akım zamana ve konuma bağlı olan özelliklerin düzensiz bir karaktere sahip olmasıyla bilinir, dolayısıyla bu özellikler istatistiksel olarak tanımlanabilirler. Türbülanslı akımın temel özellikleri aşağıdaki gibi özetlenmeye çalışılmıştır (Tennekes ve Lumley, 1972):

1. Çalkantı ve rastgelelik: Bu özelliği nedeniyle deterministik yaklaşımlar kullanılmaktadır.
2. Üç boyutluluk özelliğine sahiptirler. İki boyutlu bir akım ortamında dahi her doğrultudaki vortisite çalkantı bileşenleri mevcuttur. İki boyutlu çevri yapıları (vorteks sokağı, dönen akımlar) türbülans olarak gözönüne alınmazlar. Serbest yüzey dalgalarında türbülanslı hareket olarak düşünülmez. Eddy'nin sözlük anlamı belli bir doğrultuya sahip olmaksızın, rastgele dönerek hareket eden akışkan paketçikleridir. Türbülans farklı ölçeklerde üç boyutta hareket eden eddy'lere sahiptir.
3. a) Momentum transferinde üstünlük yeteneğine sahiptir ve bunun sonucunda yeni bir viskozite katsayısı tanımlanmaktadır (türbülans viskozitesi, eddy viskozitesi).  
b) Türbülanslı akımlar ısı ve kütle transferinde daha yüksek kabiliyete sahiptirler, difüzyon özelliği ve ısı iletim kabiliyeti çok yüksektir.  
c) Akışkan içindeki homojen yapıda meydana getirdiği bozukluk, ses ve elektromanyetik dalga hareketlerinin bozulmasına neden olmaktadır.

Türbülansın sahip olduğu momentum, ısı ve kütledeki hızlı karışım yapısı “diffüsite” olarak bilinir.

4. Yüksek Reynolds sayısına sahip bir akımdır.

5. Türbülanslı akımlar rotasyonel özelliğe sahiptirler  $\nabla \times \vec{V} \neq 0$  (Girdaplılık dinamiği)

6. Disipasyon: Türbülanslı akımlar viskozite etkisi altında çalkantılardan dolayı oluşan enerjiyi ısıya dönüştürürler. Türbülansa enerji aktarımı kayma gerilmeleri ve hız gradyanlarının etkileşimiyle ana akım tarafından sağlanır.

7. Türbülanslı akımlar sürekli ortamdırlar.

Türbülanslı akımlara:

i) Atmosferik türbülans

ii) Akarsularda, göllerde denizlerde ve okyanuslarda görülen akışlar

iii) Endüstri uygulamaları: Su boruları, petrol boruları v.b.

iv) Uzay nebularındaki gaz hareketleri

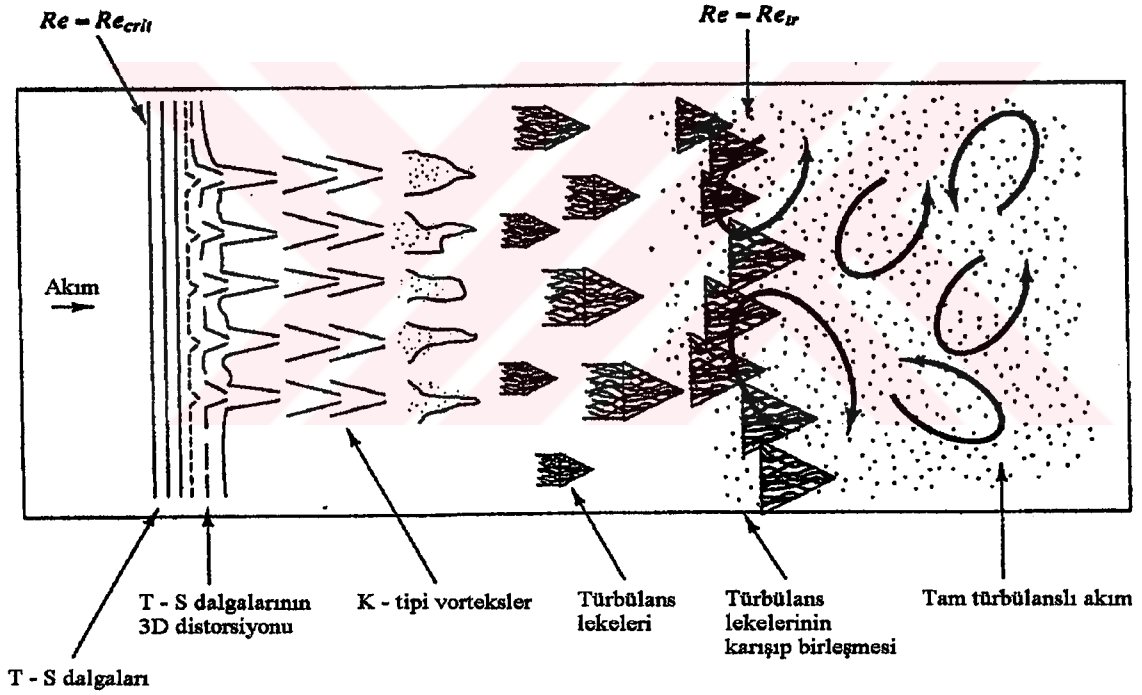
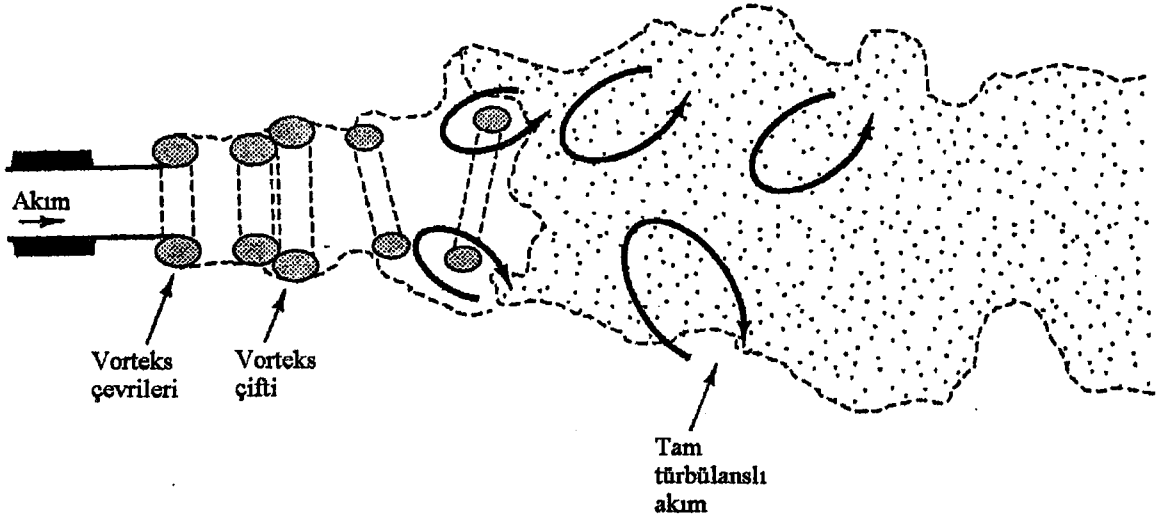
v) Hareketli yüzeyler etrafındaki sınır tabaka hareketleri

vi) Art iz bölgesi, jet gibi akışlarda yüksek Reynolds sayılarında görülen akışlar

örnek olarak verilebilir (Breusers, 1985).

Laminer akım yapısından türbülanslı akıma geçiş “hidrodinamik stabilitesizlik” ile açıklanır.

Hidrodinamik stabilitesizlik, basınç gradyanı, akım alanında yaratılan rahatsızlıkların



Şekil 2.1 (a) Jet akımında türbülanslı akıma geçiş (b) Bir levha boyunca sınır tabakasında türbülanslı akıma geçiş

mertebesi, duvar pürüzlülüğü ve ısı transferi gibi faktörlere bağlıdır. Jet, levha üzerindeki sınır tabaka ve boru akımları gibi akımlarda geçiş bir seri işlemin oluşumuyla gerçekleşir. Bunlar:

- (i) Başlangıçtaki küçük rahatsızlıkların büyümesi,
- (ii) Konsantre olmuş rotasyonel akım yapılı akım alanlarının genişlemesi
- (iii) Küçük ölçekli hareketlerin şekillenmesi
- (iv) Sonuçta tam türbülanslı akımın gelişmesi için küçük ölçekli hareketlerin meydana geldiği alanların birleşerek gelişmesi (Şekil 2.1)

### 2.1.2 Notasyon

Koordinatlar,  $x_i$ ,  $i=1,2,3$

$i=1$  ana akım doğrultusu

$i=2$  duvara dik doğrultu

$i=3$  duvara paralel, ana akıma dik doğrultu

Hızlar,  $U_i = \bar{U}_i + u_i$ ,  $i=1,2,3$

$u_i$ = Hız çalkantı bileşenleri

Denklemlerde kartezyen tensör notasyonu kullanılarak, bağıntıların tekrar yazılımlarından kaçınılmış olur, örneğin süreklilik denklemi

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \rightarrow \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{\partial U_3}{\partial x_3} = 0 \quad (2.1)$$

ve hareket denklemlerindeki konvektif terim

$$\rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

$$i=1 \text{ için } \rho \left\{ U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right\} \quad (2.2)$$

$$i=2 \text{ için } \rho \left\{ U_1 \frac{\partial U_2}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial U_2}{\partial x_3} \right\}$$

### 2.1.3 Türbülanslı akım tipleri

İdealleştirmenin derecesine veya geometriye göre farklı türbülanslı akımları tanımlanmıştır, bunlar:

1. Homojen türbülans: Konumdan bağımsız karakteristiklere sahip idealleştirilmiş bir akım tipidir. Sadece ortalama hız gradyanı sabit olarak kaldığında mümkündür.

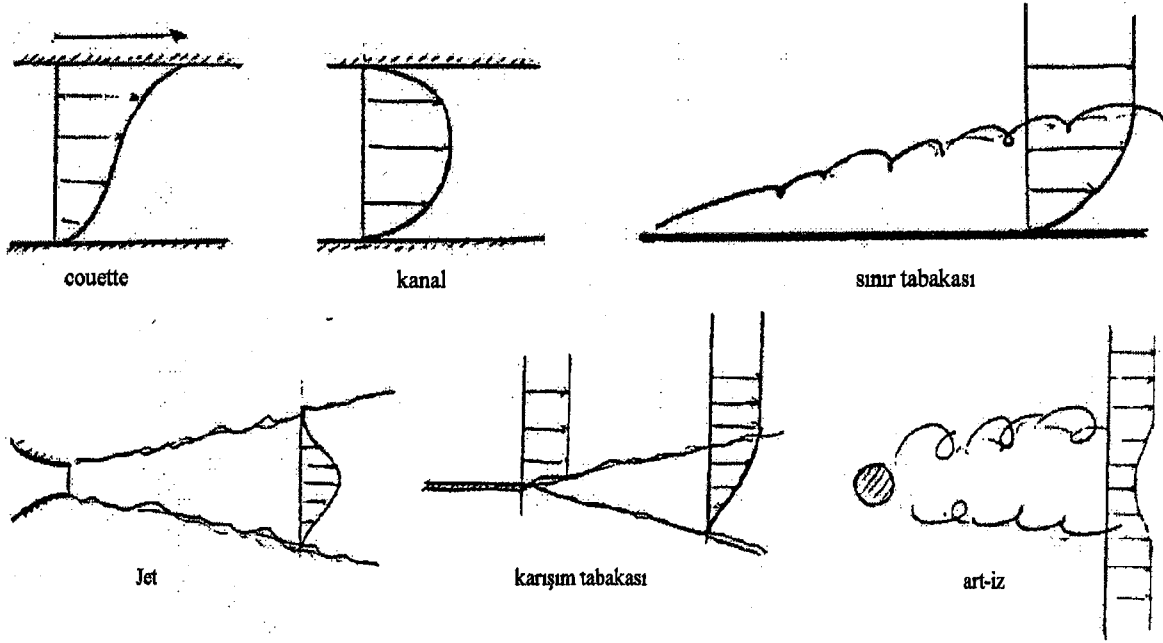
2. İzotropik türbülans: Doğrultudan bağımsız karakteristik özelliklere sahip idealleştirilmiş bir akım tipidir. Üniform açıklıklara sahip bir ızgaranın arkasındaki akım bu tip akıma bir örnektir.

3. Duvar türbülansı: Sabit bir duvar tarafından geliştirilen akımdır. Örnekler:

**Couette akımı:** Paralel levhalar arasındaki akım, burada akım, levhaların birbirine göre olan rölatif hareketlerinden üretilir.

**Kanal akımı:** Birbirine paralel levhalar arasındaki akım, basınç gradyanı tarafından üretilir.

**Sınır tabakası akımı:** Sabit bir levha boyunca olan akımdır.



Şekil 2.2 Türbülans tipleri

4. Serbest türbülans: Herhangi bir duvarın olmadığı, hız farkından kaynaklanarak üretilen türbülanslı akımdır, örneğin jet karışım tabakası, art iz akımları gibi

#### 2.1.4 Ortalama büyüklükler

Türbülansın stokastik yapısı ortalama büyüklüklerin kullanılmasını gerektirmektedir. Ortalamalar: (a) zamana göre (kararlı türbülans), (b) konuma göre (homojen türbülans) alınabilir. Zamana bağımlı akımlarda zaman ölçeği  $T_1 \ll T \ll T_2$  şeklinde seçilmelidir, burada  $T_1$ = türbülans çalkantılarının zaman ölçeği,  $T_2$ = ana akım alanındaki değişimin zaman ölçeğidir.

Türetilen büyüklüklerin ortalaması aşağıdaki kurallara göre yapılır:

$$A = \bar{A} + a \quad , \quad B = \bar{B} + b \text{ ise,}$$

$$\bar{a} = \bar{b} = 0 \quad (\bar{\bar{A}} = \bar{\bar{A} + a} = \bar{\bar{A}} + \bar{a} = \bar{A} + \bar{a})$$

$$\overline{\overline{A}b} = \overline{A}b = 0$$

$$\overline{AB} = \overline{(\overline{A} + a)(\overline{B} + b)} = \overline{AB} + \overline{ab}$$

$$\frac{\partial \overline{A}}{\partial s} = \frac{\partial \overline{A}}{\partial s}$$

$$\int \overline{Ads} = \int \overline{A}ds \text{ 'dir.}$$

### 2.1.5 Türbülans şiddeti ve kinetik enerji

Türbülans çalkantılarının şiddeti bunların rms karelerinin ortalamalarının kareköküyle tariflenmektedir.

$$u_i = \sqrt{\overline{u_i^2}} \quad (2.3)$$

ve rölatif türbülans şiddeti

$$r_i = \frac{u_i}{\overline{U}_i} \quad (2.4)$$

dir. Üç koordinat ekseninde türbülans şiddetlerinin karelerinin toplamı, birim kütleyle sahip türbülanslı akımın E kinetik enerjisinin iki katına eşittir.

$$E = \frac{1}{2} \overline{q^2} = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} = \frac{1}{2} (\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2}) \quad (2.5)$$

Genellikle  $u_1 > u_2 \approx u_3$  dir.  $r_1 = u_1 / \overline{U}_1$  değeri türbülansın tipine bağlıdır. Serbest türbülansta bunun değeri 0.2~0.3, duvar türbülansında duvara yakın 0.2, duvardan uzakta 0.03 olmaktadır.

### 2.1.6 Türbülansın ölçekleri ve enerji şelalesi

Ana akım ve türbülans için uzunluk, hız ve zaman ölçekleri kavramları türbülansın yapısı hakkında kullanılan önemli tanımlardır.

#### Uzunluk Ölçekleri:

1. Boru akımında büyük eddy'lerin ölçegi boru çapı mertebesindedir.
2. En küçük eddy'ler için Kolmogorov-disipasyon ölçegi

$$\eta = (\nu^3 / \epsilon)^{1/4} \quad (2.6)$$

$\nu$ = kinematik viskozite

$\epsilon$ = Birim kütleye sahip akımın enerji disipasyonudur.

#### Hız Ölçekleri:

1. Ortalama ana akım hızı

$$2. u_* = (\tau_w / \rho)^{1/2} \quad (2.7)$$

$u_*$ = kayma hızı

$\tau_w$ = duvar kayma gerilmesi

#### Zaman Ölçegi:

Karakteristik uzunluk ölçegi ve hız ölçeginin oranı kullanılmaktadır.

Ölçekler hareket denklemlerinin basitleştirilmesinde kullanılmaktadır. Ana akım doğrultusuna dik uzunluk ölçeği ana akım doğrultusu ile karşılaştırıldığında küçük ise hareket denkleminde önemli bir basitleştirme sağlanabilmektedir.

Küçük ölçekli eddy'ler için verilen mikro ölçekler ( $\eta, \tau$ ), büyük ölçekli eddy'ler için verilen integral ölçekleri ( $l, T$ ) ile arasındaki ölçek bağıntıları mevcuttur (Tablo 2.1)

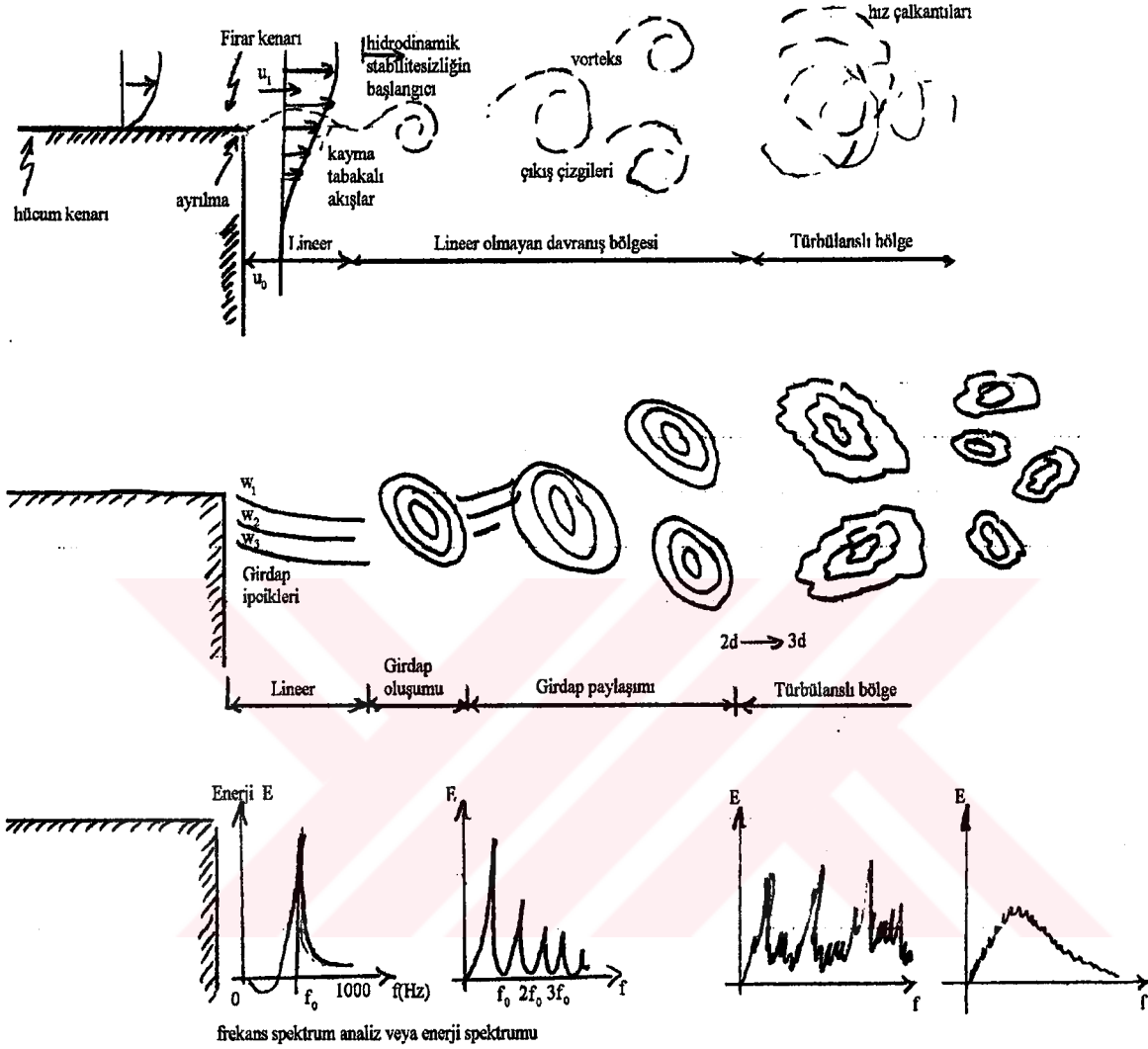
Çizelge 2.1 Ölçek oranları

	Uzunluk Ölçeği	Zaman Ölçeği	Hız Ölçeği
Kolmogorov mikro ölçekleri	$\eta \equiv \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4}$	$\tau \equiv \left( \frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{1/2}$	$U = (\nu\varepsilon)^{1/4}$
Ölçek Bağıntıları	$\frac{\eta}{l} = Re^{-3/4}$	$\frac{\tau}{T} = \frac{\tau U}{l} = Re^{-1/2}$	$\frac{u}{U} = Re^{-1/2}$

Kolmogorov ölçeğinde başka Taylor ölçeği gibi başka boru ölçekleride tanımlanmıştır.

Türbülanslı akım enerjisini ana akımdan sağlar, ancak bu işlem türbülanslı akımın sahip olduğu eddy yapısı yardımıyla gerçekleştirilir. Bunun için öncelikle ana akımın hız ( $U$ ) ve uzunluk ( $l$ ) ölçekleriyle aynı mertebede hız ( $u$ ) ve uzunluk ölçeklerine ( $l$ ) sahip “büyük ölçekli eddy’ler” tarafından ana akımda türbülanslı akıma enerji aktarımı sağlanır. Büyük ölçekli eddy’lerde atalet kuvvetleri hakimdir ve viskoz etkiler ihmal edilebilecek mertebededir. Türbülanslı akım içinde bulunan diğer eddy yapısı, “küçük ölçekli eddy’ler” ise büyük miktardaki enerjilerini büyük ölçekli eddy’lerden alırlar. Bu yolla kinetik enerji büyük ölçekli eddy’lerden küçük ve daha küçük eddy’lere doğru kademeli bir şekilde aktarılır, bu işleme “enerji şelalesi” (enerji cascade) denir. Küçük ölçekli eddy’lerin  $Re$  sayısı bunların karakteristik hız ve uzunluk ölçeği ile verilir ( $u\eta / \nu$ ) ve  $Re$  sayısı 1’e eşittir. Bu ölçeklerde (uzunluk ölçeği 0.1-0.01 mm, frekans 10 kHz mertebesindedir) viskoz etkiler önemli olmaya başlar. Bu durumda viskoz gerilmelere karşı yapılan iş nedeniyle enerji disipasyona uğrayarak içsel ısı enerjisine dönüşür. Türbülanslı akımlardaki bu disipasyon “enerji kaybı artışına” neden olmaktadır. Büyük ölçekli eddy’ler (yönel olarak) anizotropik

yapıda ve ana akımla olan etkileşimi nedeniyle ana akıma bağlıdır. Küçük ölçekli eddy'ler ise anizotropik yapıdadır.



Şekil 2.3 Enerji şelalesi

Büyük ve küçük ölçekli eddy'lerin özellikleri aşağıdaki gibi özetlenebilir (Rodi, 1980):

Büyük eddy'ler:

1. Düşük frekanslı çalkantılara sahiptirler.
2. Akımın sınır şartlarından belirlenirler ve boyutları akım alanı ile aynı büyüklüktedir.

3. Büyük ölçekli türbülans hareketleri  $\overline{u_i u_j}$  ve  $\overline{u_i \phi}$  türbülans korelasyonları ile modellenirler ve bu hareketi karakterize etmek için hız ve uzunluk ölçekleri türbülans modeline sokulur.

4. Büyük eddy'ler ana akımla etkileşim halindedir, bu yüzden ana akımdan kinetik enerji kazanımı vardır ve ana akım sürekli olarak büyük ölçekli türbülans hareketini besler.

5. Büyük ölçekli hareketler anizotropiktir ve çalkantı şiddetleri ve bunların uzunluk ölçekleri doğrultuya bağlıdır.

Küçük eddy'ler:

1. Büyük frekanslı çalkantılara sahiptirler

2. Viskoz kuvvetlerden belirlenirler

3. Büyük ve küçük ölçekli eddy'ler arasında spektrumun genişliği Reynolds sayısının artmasıyla artar.

4. Enerjilerini büyük ölçekli eddy'lerden viskoz kuvvetler aktif olan kadar alırlar ve ısı enerjisi olarak harcarlar. Bu olay "enerji cascade" olarak adlandırılır. Viskozite harcanan enerji miktarı ile belirlenmez sadece harcanan enerjideki ölçek dikkate alınır.

Küçük ölçekli hareketler izotropiktir ve doğrultu bağımsızdır.

### 2.1.7 Türbülans ve hız bileşenleri arasındaki korelasyonlar

Türbülansın konum ve zaman yapısının karakterize edilebilmesi için bunların arasındaki korelasyonlar kullanılmaktadır. Kararlı akımda çift korelasyon için genel form

$$R_{ij}(\vec{x}, \vec{r}, \tau) = \frac{\overline{u_i(\vec{x}, t)u_j(\vec{x} + \vec{r}, t + \tau)}}{u_i(\vec{x})u_j(\vec{x} + \vec{r})} \quad (2.8)$$

$\vec{x}$  = konum vektörü

$\vec{r}$  = ayırım vektörü (separation vector) ; türbülans yapısının değişim aralığı

$\tau$  = zaman aralığı (time lag)

Homojen akımda  $u_1$  için boyuna korelasyon faktörü

$$R_{11}(r_1) = \frac{\overline{u_1(x_1, t)u_1(x_1 + r_1, t)}}{u_1^2} \quad (2.9)$$

$r = x_1$  ekseninde boyuna mesafe ve otokorelasyon fonksiyonu

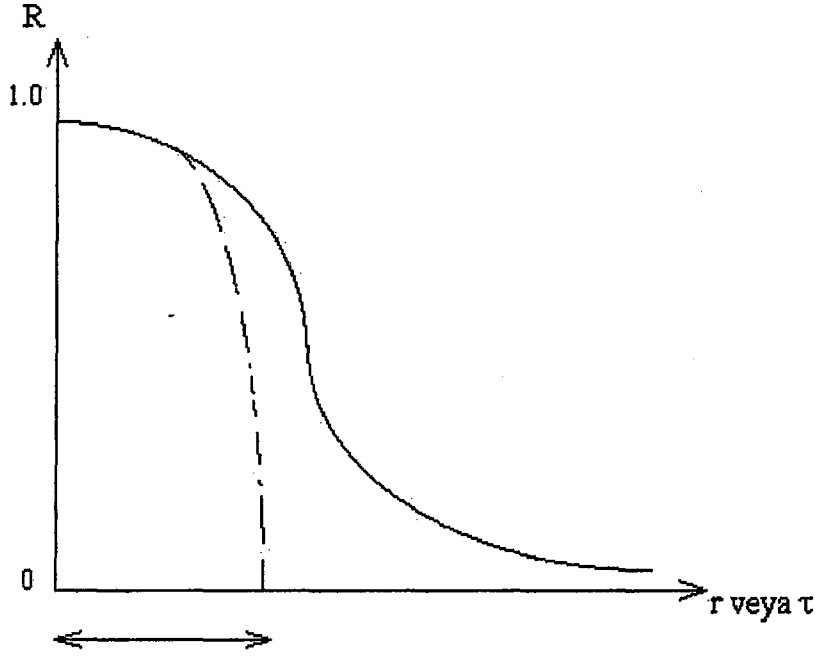
$$R_{11}(\tau) = \frac{\overline{u_1(t)u_1(t + \tau)}}{u_1^2} \quad (2.10)$$

tanım gereğince  $r \rightarrow 0$  için  $R_{11} = 1$  dir. Homojen akımda  $r = 0$  a göre korelasyon fonksiyonu simetrik, böylece

$$\frac{\partial R}{\partial r} = 0 \quad r = 0$$

yazılır.

Korelasyon fonksiyonu belirli bir mesafe boyunca çalkantıların aynı bağıntıya sahip olduklarını göstermektedir. R yardımıyla zaman veya uzunluk ölçükleri aşağıdaki gibi tariflenebilmektedir:



Şekil 2.4 Korelasyon katsayısının zaman ile değişimi

$$1. \Lambda = \int_0^{\infty} R dr \quad (2.11)$$

büyük eddy'ler için integral ölçeği kullanılır.

$$2. \frac{1}{\lambda^2} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} \right)_{r=0} \quad (2.12)$$

Küçük eddy'ler (çok küçükler hariç) için  $\lambda$ , r ekseninde parabollerin kesişimi ile tanımlanan bir uzunluk ölçeğidir. Çok küçük eddy'ler Kolmogorov disipasyon ölçeği ile tariflenmektedirler. Eğer türbülans hız çalkantıları ana akım ile karşılaştırıldığında küçük ise, türbülans yapısı, çok küçük r aralığının geçişi esnasında ani değişim göstermemektedir (Taylor hipotezi), bu durumda konum ve zaman korelasyonları akım doğrultusunda aşağıdaki bağıntıyla verilmektedir.

$$\tau = \frac{r}{\sqrt{U_1}} \quad (2.13)$$

### 2.1.8 Enerji spektrumu

Türbülans, hız çalkantılarının frekans dağılımlarına göre analiz edilebilmektedir, örneğin  $u_1$  için

$$\overline{u_1^2} = \int_0^{\infty} E_1(n) dn \quad (2.14)$$

$E_1(n) = u_1$ 'in enerji yoğunluk spektrum fonksiyonu

Spektrum ve korelasyon fonksiyonları arasında bir bağıntı vardır ve bu bağıntı Fourier - cosine transformasyonu ile aşağıdaki gibi yazılmıştır:

$$E_1(n) = 4\overline{u_1^2} \int_0^{\infty} R_{11}(t) \cos(2\pi nt) dt \quad (2.15)$$

$$R_{11}(t) = \frac{1}{\overline{u_1^2}} \int_0^{\infty} E_1(n) \cos(2\pi nt) dn \quad (2.16)$$

Benzer bağıntılar uzamsal korelasyon ve uzamsal (dalga kan numarası) enerji spektrumu arasında da mevcuttur.

### 2.2 Temel Denklemler

Akışkanlar mekaniğinde temel denklemlerde bulunan değişken aşağıda gösterilmiştir:

• Hız alanı,	$\vec{V}(\vec{x}, t)$	$u(x, y, z, t)$	veya	$u_1(x_1, x_2, x_3, t)$
		$v(x, y, z, t)$		$u_2(x_1, x_2, x_3, t)$
		$w(x, y, z, t)$		$u_3(x_1, x_2, x_3, t)$

veya  $V_i, i=1,2,3$  veya  $U_i, i=1,2,3$

- Basınç alanı,  $p(\vec{x}, t)$   $p(x, y, z, t)$  veya  $p(x_1, x_2, x_3, t)$
- Yoğunluk alanı,  $\rho(\vec{x}, t)$
- Sıcaklık alanı,  $T(\vec{x}, t)$
- Viskozite katsayısı,  $\mu$
- İkinci viskozite katsayısı,  $\lambda$
- Isı iletim katsayısı,  $k$

Temel denklemler ise:

- Süreklilik denklemi, 1 adet denklem
- Momentum denklemi, 3 adet denklem
- Enerji denklemi, 1 adet denklem

1. Süreklilik Denklemi:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.17)$$

veya

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \vec{U} = 0 \quad (2.18)$$

burada

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_i \frac{\partial}{\partial x_i}$$

dir. Yine süreklilik denklemi daha açık olarak

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad (2.19)$$

veya

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \quad (2.20)$$

veya

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{\partial U_3}{\partial x_3} \right) = 0 \quad (2.21)$$

şeklinde yazılabilir.

## 2. Momentum Denklemi:

Navier-Stokes denklemlerinin akışkan akımını en küçük detayına kadar tariflediği kabul edilir. Ancak türbülans esas olarak üç boyutludur ve bir veya iki boyutlu akım için yaklaşım yapılamıyabilir. Momentum denklemleri kapak formda aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \text{grad } \vec{U} \right) = \rho \vec{f} - \text{grad } p + (\lambda + \mu) \underbrace{\text{grad div } \vec{U}}_{\substack{\text{Sıkışabilirlik} \\ \text{Etkisini} \\ \text{Gösteren} \\ \text{Dilatasyon} \\ \text{Terimi}}} + \mu \nabla^2 \vec{U} \quad (2.22)$$

$$\rho \left( \frac{\partial U_j}{\partial t} + U_i U_{i,j} \right) = \rho f_j - p_j + (\lambda + \mu) U_{i,j} + \mu U_{j,kk} \quad (2.23)$$

Burada

$$\frac{\partial U_j}{\partial t}, \quad \frac{\partial U_1}{\partial t} \text{ gibi}$$

$$U_{ij}; \quad U_1 U_{1,j} + U_2 U_{2,j} + U_3 U_{3,j} \text{ veya} \\ U_1 U_{1,1} + U_2 U_{2,1} + U_3 U_{3,1}$$

$$U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \text{ gibi}$$

$$U_{j,kk}; \quad U_{1,11} + U_{1,22} + U_{1,33} \text{ gibi açık formda yazılabilir.}$$

$x_1$  doğrultusunda Navier-Stokes denklemini açık formda yazdığımızda

$$\frac{\partial U_1}{\partial t} + U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial U_1}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_3^2} \right) \quad (2.24)$$

Akışkanlar mekaniğinde aynı zamanda tuz, kirlilik veya ısı gibi skalerlerin taşınımıyla da ilgilenilir. Bradshaw (1972) ısı (enthalpy),  $\theta$  için bir bağıntı vermiştir, bu bağıntı diğer akışkan özellikleri (konsantrasyon)  $c$  kullanılabilir. Ancak sıcaklık ve tuz miktarındaki değişimlerinde akışkanın yoğunluğunda değişikliğe neden olacağı bilinmektedir. Moleküler difüzyon katsayısı da bu özelliklere bağlıdır, su içinde tuz için  $k/\rho \approx 1.5 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$  ve su içinde ısı için  $k/\rho \cdot c_p \approx 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  verilmektedir.

Sabit özellikli akışkan için enthalpy'nin korunum bağıntısı, anlık enthalpy için  $c_p \theta$  yazılarak

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U_1 \frac{\partial \theta}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \theta}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \theta}{\partial x_3} = \frac{k}{\rho c_p} \nabla^2 \theta \quad (2.25)$$

Şeklinde ifade edilmektedir.

Türbülanslı akımda, hız bileşenleri ile basınç ve sıcaklık; ortalama ve çalkantı bileşenlerine sahiptirler. Ortalama hız bileşenleri  $\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3$  ve çalkantı değerleri  $u_1, u_2, u_3$ 'dir. Yine benzer şekilde basınç için  $\bar{p}, p'$  ve sıcaklık için  $\bar{T}, \theta$  dir.  $\bar{u}_1^2 + \bar{u}_2^2 + \bar{u}_3^2$  için  $q^2$  ve  $U$  yerine  $\bar{U} + u$  kullanılarak yukarıdaki denklemler türbülanslı akımı karakterize edecek şekilde yeniden yazılabilir.

### 1. Süreklilik Denklemi

Hız bileşenleri, ortalama ve çalkantı değerleriyle açılarak yazılırsa

$$\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_3} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0 \quad (2.26)$$

elde edilir.

Süreklilik denkleminin zamansal ortalaması alınır

$$\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_3} = 0 \quad (2.27)$$

bulunur, bu iki denklem birbirinden çıkartılırsa

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0 \quad (2.28)$$

elde edilecektir. Görüldüğü gibi ortalama ve çalkantı bileşenleri için aynı denklem uygulanmaktadır.

## 2. Momentum Denklemi

$(\bar{U}_1 + u_1)(\bar{U}_2 + u_2)$  çarpımı  $\bar{U}_1\bar{U}_2 + \overline{u_1u_2}$  ortalama ve  $\bar{U}_1u_2 + u_1\bar{U}_2 + \overline{u_1u_2} - \overline{u_1u_2}$  çalkantı bileşenlerine sahiptir. Görüldüğü gibi çarpım oldukça karmaşık ortalama ve çalkantı bileşenlerini içermektedir. Şimdi süreklilik denkleminde olduğu gibi momentum denkleminde de  $U$  yerine  $\bar{U} + u$  konular ve ortalaması alınırsa  $x_1$  doğrultusundaki denklem aşağıdaki formu alır:

$$\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial t} + \bar{U}_1 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_1} + \bar{U}_2 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_2} + \bar{U}_3 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} + \overline{u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1}} + \overline{u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2}} + \overline{u_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_3}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} + \nu \nabla^2 \bar{U}_1 \quad (2.29)$$

çalkantı bileşenli süreklilik denklemi  $u_1$  ile çarpılıp bu denklemle toplanır ve bir çarpımın diferansiyeli ile ilgili kural uygulanırsa (örneğin  $\overline{\frac{\partial u_1 u_2}{\partial x_2}} = \overline{u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_2}} + \overline{u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2}}$  gibi) ortalama momentum denklemini elde ederiz.

$$\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial t} + \bar{U}_1 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_1} + \bar{U}_2 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_2} + \bar{U}_3 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} - \left( \frac{\partial \overline{u_1^2}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{u_1 u_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \overline{u_1 u_3}}{\partial x_3} \right) + \nu \nabla^2 \bar{U}_1 \quad (2.30)$$

diğer doğrultulardaki denklemlerde benzer tarzda aşağıdaki gibi yazılır:

$$\frac{\partial \bar{U}_2}{\partial t} + \bar{U}_1 \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial x_1} + \bar{U}_2 \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial x_2} + \bar{U}_3 \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_2} - \left( \frac{\partial \overline{u_1 u_2}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{u_2^2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \overline{u_2 u_3}}{\partial x_3} \right) + \nu \nabla^2 \bar{U}_2 \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \bar{U}_3}{\partial t} + \bar{U}_1 \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_1} + \bar{U}_2 \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_2} + \bar{U}_3 \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_3} - \left( \frac{\partial \overline{u_1 u_3}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{u_2 u_3}}{\partial x_2} + \frac{\partial \overline{u_3^2}}{\partial x_3} \right) + \nu \nabla^2 \bar{U}_3 \quad (2.32)$$

Burada  $\sigma = (\rho - \rho_0) / \rho$ ,  $\rho =$  yerel özgül kütle (örneğin tuzlu su),  $\rho_0 =$  referans özgül kütle (örneğin tatlı su) dur. Basınç gradyanı terimlerindeki  $\rho$ 'nun değeri aynı zamanda  $\rho_0$  ile de

yazılabilir (bu durum Boussinesq yaklaşımı olarak adlandırılır). Yukarıda momentum denklemlerinin bu hali Reynolds Denklemleri olarak bilinmektedir. Bu denklemler Navier-Stokes denklemlerine benzemekle beraber Reynolds gerilmeleri olarak adlandırılan ilave gerilme gradyanlarına sahiptirler:

$$\tau_{x_1x_3} = -\overline{\rho u_1 u_3} \quad (2.33)$$

gibi. Bu gerilme gradyanları akışkan paketlerinin değişimleriyle momentum taşınımının ortalama değerlerini göstermektedir. Gerilme tensörünün 6 farklı gerilme bileşeni vardır.  $\overline{\rho u_1^2}$ ,  $\overline{\rho u_2^2}$  ve  $\overline{\rho u_3^2}$  bileşenleri sırasıyla  $x_1$ ,  $x_2$  ve  $x_3$  doğrultularındaki normal gerilmelerdir, diğer gerilmeler ise teğetsel veya kayma gerilmeleridir. Türbülansa temel problem bu Reynolds gerilmelerinin belirlenmesidir, çünkü bu terimlerin bilinmesi durumunda esas olarak ilgilenilen ortalama akım tanımlanmış olacaktır. Reynolds denklemleri kapalı denklemler değildir; Kapama Problemi söz konusudur (ileride açıklanacaktır).

Hareket denklemleri, pratikte çoğu kez basitleştirilebilir: Sınır tabakası yaklaşımı (veya bazen “sığ-su” gibi). Bu durumda duvara dik ivmeler yeterince küçüktür, basınç gradyanı hidrostatiktir.

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = -\rho_0(1 + \bar{\sigma})g \quad (2.34)$$

Bundan başka eğer duvara dik akım boyutları, akım doğrultusuna göre çok küçükse  $\partial/\partial z$  gradyanı,  $\partial/\partial x$  ve  $\partial/\partial y$  gradyanlarına göre çok daha büyük olacaktır. Aynı zamanda  $\bar{U}_2$  ve  $\bar{U}_3$  hız bileşenleride  $\bar{U}_1$  den küçük olacaktır. Eğer iki boyutlu akım kabulü yapılırsa ( $\bar{U}_2 = 0$ ) denklemler aşağıdaki formda yazılır:

$$\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial t} + \bar{U}_1 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_1} + \bar{U}_3 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} + \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_1}{\partial x_3^2} - \frac{\partial}{\partial x_3} \overline{u_1 u_3} + \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_3} = 0 \quad (2.35)$$

Bu durumda, türbülans üç boyutlu kalmasına rağmen Reynolds gerilme tensörünün sadece bir bileşeni önemli olacaktır.

### 3. Enerji Denklemi

Ortalama akımın kinetik enerjisi için verilen enerji denklemi hareket denklemlerini  $\bar{U}_1$ ,  $\bar{U}_2$ , ve  $\bar{U}_3$  bileşenleri ile çarpmak ve bunları taraf tarafa toplamak suretiyle bulunabilir:

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \bar{U}_j \bar{U}_j}_{(1)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{U}_i \left( \frac{\bar{p}}{\rho} + \frac{1}{2} \bar{U}_j \bar{U}_j \right)}_{(2)} = \underbrace{- \left( -\overline{u_j u_j} \right) \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}}_{(3)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( -\overline{u_j u_j} \bar{U}_i \right)}_{(4)} \\ + \underbrace{v \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{U}_j \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right)}_{(5)} - \underbrace{v \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}}_{(6)} \end{aligned} \quad (2.36)$$

(1)= Birim kütle ve zaman için kinetik enerjideki yerel değişim

(2)= Kinetik enerji ve basıncın konvektif taşınımındaki değişim

(3)= Birim kütle ve zaman için türbülans gerilmelerinin deformasyon işi için,  $-\overline{u_i u_j}$  kayma gerilmesidir, genellikle  $\partial \bar{U}_i / \partial x_j$  ile aynı işarete sahiptir ve bu yüzden negatif değerdir ve ortalama hareketten enerji alır)

(4)= Türbülans gerilmeleri ile birim kütle ve zaman için yapılan iştir

(5)= Viskoz gerilmelerle birim kütle ve zaman için yapılan iştir

(6)= Birim kütle için disipasyon

Genellikle (5) ve (6) terimleri ihmal edilir (büyük Reynolds sayılarında). (2) teriminin birinci bileşeni  $-\frac{1}{\rho}\overline{U}\overline{\partial p}/\partial x$ 'dir ve potansiyel enerjiye veya potansiyel enerjiden transferi göstermektedir. Üniform akışa sahip bir akarsuda bu terim  $g\overline{UI}$  şeklinde yazılır (I akarsu eğimini göstermektedir) ve bu terimin anlamı yerçekimi alanından üretilen kinetik enerjinin kaynağı anlamına gelmektedir. Benzer yoldan türbülans enerjisi için bağıntı bulunabilir.

$$\left(\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \overline{U}_i \frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial}{\partial x_3}\right)$$

$$\underbrace{\frac{D}{Dt} \frac{q^2}{2}}_{(1)} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} u_i \left(\frac{p}{\rho} + \frac{q^2}{2}\right)}_{(2)} - \underbrace{u_i u_j \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i}}_{(3)} + \underbrace{v \frac{\partial}{\partial x_i} u_j \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)}_{(4)} - \underbrace{v \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i}}_{(5)} \quad (2.37)$$

(1)= Ana akımın hareketiyle taşınımı içeren birim kütle ve zaman için kinetik enerjideki değişim

(2)= Kinetik enerji ve basıncın türbülans ile konvektif difüzyonu

(3)= Türbülans gerilmeleriyle ana akımın deformasyon işi (bu terim ana akım için bir kayıptır ve bir kaynak (üretim) olarak burada şekillenmiştir)

(4)= Türbülanslı hareketin gerilmelerinin viskoz kayma gerilmeleriyle yaptığı iştir

(5)= Birim kütle ve zaman için türbülanslı hareket tarafından yapılan viskoz disipasyon

Homojen  $\left(\frac{\partial}{\partial x_i} = 0\right)$  ve kararlı türbülans  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$  için sadece (3) ve (5) terimleri kalır, bu

üretilen yerel türbülans enerjisinin yerel viskoz disipasyonuna eşit olması anlamına gelmektedir. Bu taktirde türbülans yerel olarak dengededir. (2) teriminin birinci kısmı (basınç çalkantıları ile) kapalı bir hacim boyunca integrasyonun sonrasında sıfır değerini alır,

ancak bileşenleri boyunca kinetik enerjinin yerel olarak yeniden dağılımını vermektedir. (2) teriminin diğer kısmı türbülansın kendisi tarafından yapılan enerji taşınımını vermektedir ve “türbülans difüzyonu” olarak isimlendirilmektedir.

İki boyutlu “sınır tabakası yaklaşımına” uyan kayma tabakalı akım alanlarında türbülans enerjisi için denklemde bazı basitleştirmeler yapılabilir; yani  $x_1$ 'e bağlı türevler  $x_3$ 'ün türevi ile karşılaştırıldığında küçüktür ve  $x_2$ 'nin türevi sıfırdır. Aynı zamanda Reynolds sayısının büyük değerlerinde türbülans enerjisinin viskoz difüzyonu ihmal edilebilir, böylece denklem aşağıdaki hali alır.

$$\frac{D}{Dt} \frac{1}{2} \overline{q^2} = -\overline{u_1 u_2} \frac{\partial \overline{U_1}}{\partial x_3} - \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\overline{p' u_3}}{\rho} + \frac{1}{2} \overline{q^2 u_3} \right) - \varepsilon \quad (2.38)$$

Burada  $\varepsilon$  disipasyonu göstermektedir. Enerji temini sadece hız çalkantılarının  $x_1$  doğrultusundaki bileşeni  $u_1 u_3 \frac{\partial \overline{U_1}}{\partial x_3}$  terimi yoluyla sağlanmaktadır ve basınç-hız terimleriyle diğer bileşenlere yeniden dağıtılmaktadır.

Düşey doğrultuda yoğunluk gradyanına sahip bir akışkanda türbülans enerjisi için denkleme aşağıdaki ilave terim eklenmelidir:

$$\overline{g u_3 \sigma'}$$

Bu işlem  $\overline{u_3^2}$  düşey hız bileşeni için denklemde gerçekleşir. Bu terim tabakalı akışkanda kinetik enerjiden potansiyel enerjiye bir transfer anlamına gelmektedir (Bu durumda  $\partial \overline{\sigma} / \partial x_3 < 0$ ,  $x_3$  yukarı doğrultuda düşey koordinat eksenidir). Eğer bir akışkan paketi düşey doğrultuda  $u_3$  hızıyla yukarı doğru hareket ediyorsa, çok ağır bir alana gelir ve tekrar aşağı doğrultuda harekete geçer. Bunun anlamı eğer  $\overline{u_3 \sigma'} > 0$  ise  $\overline{u_3^2}$  azalır; bu doğrultuda türbülans bastırılır. Stabil olmayan durumda ters bir duruma sahip olabilir (örneğin atmosferik sınır tabaka aşağıdan ısıtılır).

## 2.3 Taşınım İşlemleri

### 2.3.1 Türbülans viskozitesi ve difüzyon katsayıları

Burada viskoz kayma gerilmeleriyle momentum taşınımı ve moleküler etkilerle bir özelliğin difüzyonu izah edilecektir, yani;

$$\tau_{x_1x_3} = \rho\nu \left( \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} + \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_1} \right) \quad (2.39)$$

$$T_{x_1} = \gamma \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_1} \quad (2.40)$$

dir, burada  $\nu$ =kinematik viskozite ( $m^2/sn$ ),  $\gamma$ =difüzyon katsayısı ( $m^2/sn$ ). Bu katsayılar akışkanın özelliklerine (tuzluluk, ısı) ve sıcaklığına bağlıdır.

Türbülans hareketinin, moleküllerin hareketine benzer davranışa sahip olması nedeniyle, hareket benzer katsayılarla tariflenmeye çalışılmıştır.

Türbülans veya Eddy viskozitesi  $\epsilon_m$  (Boussinesq)

$$\tau_{x_1x_3} = -\overline{u_1u_3} = \rho\epsilon_m \left( \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} + \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_1} \right) \quad (2.41)$$

ve türbülans difüzyon katsayısı  $\epsilon_v$  (eddy difüivity)

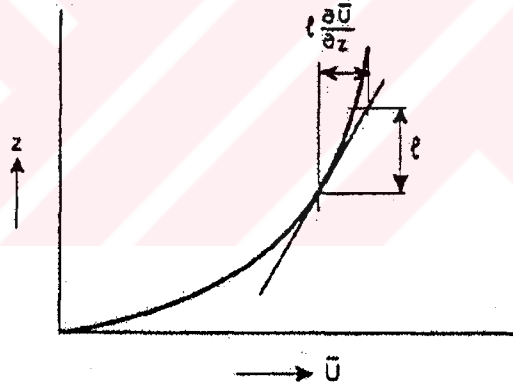
$$T_x = \overline{u_1c} = -\epsilon_v \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_1} \quad (2.42)$$

gibi. Bu ifadeler gradyan taşınım hipotezi olarak bilinmektedir. Bu hipotezler hakkında birçok kritik görüş üretilmiştir (Tennekes ve Lumley, 1972) ancak mühendislik

uygulamalarında bu kavramlar çokça kullanılmaktadır. Bazı karşıt görüşler şöyle özetlenmiştir:

- $\tau_{xz}$  kayma gerilmesi  $\partial \bar{U}_1 / \partial x_3$  ile aynı işarete sahiptir (sınır tabaka içinde bu gerilmenin ikinci terimi ihmal edilebilir). Deneyler ise bunun her zaman doğru olmadığını göstermektedir ve türbülans viskozitesi negatif alınarak yorumlanmalıdır.
- İfadeler “yereldir”. Türbülansın uzamsal yapısı ifade edilememektedir.
- $\epsilon_m$  ve  $\epsilon_\gamma$  katsayıları sabit değildir ve akım geometrisine ile hıza oldukça bağlıdır.
- Moleküler etkiler için ifadelerde ana akım boyutlarıyla karşılaştırılan moleküllerin hareket yörünge uzunlukları küçük kabul edilmektedir. Bu ise doğru değildir.

### 2.3.2 Prandtl’in karışım uzunluğu hipotezi



Şekil 2.5- Hız Profili ve Karışım Uzunluğu

Eğer bir akışkan paketçigi türbülans tarafından l kadar taşınmış ise, bu noktada ortalamadan daha küçük bir hıza sahip olabilecektir. “ $u_1$ ” farkının aşağıdaki ifade ile orantılı olduğu yazılmıştır:

$$u_1 \sim l \cdot \partial \bar{U}_1 / \partial x_3 \quad (2.43)$$

Kayma gerilmesi ( $\tau_{x_1x_3}$ ) ise

$$(\tau_{x_1x_3}) = -\overline{\rho u_1 u_3} = -\rho u_1 u_3 C_{x_1x_3} \quad (2.44)$$

ile verilmiştir, burada  $C_{x_1x_3}$ ,  $u_1$  ve  $u_3$  arasındaki korelasyon katsayısıdır. Eğer I momentum alışverişi esnasında akışkan paketçiklerinin düşey yer değiştirmeleri için bir ölçeği gösteriyorsa  $u_1$ 'in değeri  $\tau_{x_1x_3}$  ifadesiyle verilebilir düşüncesiyle bu bağıntı türetilmiştir. Yine eğer  $u_1$  ve  $u_3$  aynı mertebede ve  $C_{x_1x_3}$ 'nin karışım uzunluğunu içermekte olduğu varsayılırsa, karışım uzunluğu hipotezi aşağıdaki gibi de ifade edilebilir:

$$\tau_{x_1x_3} = -\rho l^2 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} \left| \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} \right| \quad (2.45)$$

Boussinesq'in ifadesiyle bu bağıntı karşılaştırıldığında

$$\varepsilon_m = l^2 \left| \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} \right| \quad (2.46)$$

elde edilir. Bu yaklaşımın diğer varyasyonları da mümkündür (Von Karman, Taylor). Prandtl  $\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} = 0$  için  $\varepsilon_m = 0$ 'ın ortaya çıkardığı problemlerden kaçınmak amacıyla  $\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x_3^2}$  terimini de tanımlamıştır.

### 2.3.3 Yerel denge

Türbülans enerji dengesi tanımlanmış olan bazı şartlar yadımı ile basitleştirilebilir: Kararlı üniform akış için türbülans difüzyonunun ihmal edilmesi, bunu sınır tabakası tipi bir akış olarak ifade edilmesini sağlamaktadır:

$$-\overline{u_1 u_3} \frac{\partial \overline{U}_1}{\partial x_3} - \varepsilon = 0 \quad (2.47)$$

Bu ifade üretim=disipasyon veya türbülansın yerel dengeye sahip olduğu anlamını vermektedir. Eğer spektrumda bir atalet aralığı mevcut ise, bu durumda  $\varepsilon$  sadece  $u_1$  ve enerji ihtiva eden eddy'lerin "1" lerinden belirlenir.

$$\varepsilon \sim u_1^3 / l \quad (2.48)$$

$\overline{u_1 u_3}$  terimi  $u_1^2$  ile orantılı olduğundan yerel denge için

$$u_1 \sim l \frac{\partial \overline{U}}{\partial x_3} \quad (2.49)$$

yazılır, bu ifade Prandtl'in yapmış olduğu kabule eşdeğerdir.

Tabakalı akışkan hali için enerji dengesi geliştirilebilir, bu durumda

$$-\overline{u_1 u_3} \cdot \frac{\partial \overline{U}_1}{\partial x_3} - \overline{g \sigma' u_3} - \varepsilon = 0 \quad (2.50)$$

Richardson'un akı sayısı ( $R_f$ ) tanımı yardımıyla yukarıdaki ifade

$$-(1 - R_f) \overline{u_1 u_3} \frac{\partial \overline{U}_1}{\partial x_3} - \varepsilon = 0 \quad (2.51)$$

Burada

$$R_f = -\overline{g \sigma' u_3} \left( \overline{u_1 u_3} \cdot \frac{\partial \overline{U}}{\partial x_3} \right)^{-1} \quad (2.52)$$

dir. Eğer  $R_f > 1$  ise türbülans enerjisinin tüm üretimi batıklık etkileriyle tüketilecektir. Bu durumda türbülans dengede olmayabilir. Son ifadeden ve  $\varepsilon \sim u_1^3 / l$  yaklaşımından

$$\tau_{x_1 x_3} = -\rho l^2 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} \left| \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} \right| (1 - R_f)^{1/2} \quad (2.53)$$

elde edilir.

$$\overline{\sigma' u_3} = -\varepsilon_\gamma \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial x_3} \quad (2.54)$$

$$S_{c_t} = \varepsilon_m / \varepsilon_\gamma \quad (\text{türbülans Schmidt sayısı}) \quad (2.55)$$

$$R_i = -g \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \right)^{-2} \quad (\text{gradyan Richardson sayısı}) \quad (2.56)$$

$$R_i = R_f \cdot S_{c_t} \quad (2.57)$$

tanımları yapılırsa aşağıdaki ifade bulunur:

$$\tau_{x_1 x_3} = -\rho l^2 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} \left| \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} \right| \left( 1 - S_{c_t}^{-1} R_i \right)^{1/2} \quad (2.58)$$

Bu ifade tabakalaşmadan etkilenen  $\varepsilon_m$  türbülans viskozitesinin Richardson sayısı içinde ifade edilebileceğini göstermektedir. (Stabil tabakalaşma  $R_i > 0$ 'dır).

Tabakalaşma halinde  $l$  ve  $\delta_{c_t}$  deki değişimler için bir ifadenin verilmesi ise oldukça zordur.

### 2.3.4 Karışım uzunluğu

Karışım uzunluğu ana akıma dik türbülansın integral ölçeği ile bağıntılıdır. Prandtl sabit bir sınır yakınında  $l$ 'in duvardan olan mesafeyle bir orantıya sahip olduğunu varsaymıştır.

$$l = \chi \cdot x_3$$

Deneyle, gerçekten duvar yakınında  $\chi$ 'nın sabit bir değere sahip olduğunu göstermiştir, burada  $\chi =$  Von Karman sabitidir. Serbest jetler için  $l$  karışım uzunluğu jetin genişliği ile orantılıdır.

Von Karman yerel hız profiline bağımlı olan alternatif bir  $l$  tanımlamıştır, örneğin:

$$l = \chi \left| \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} \left( \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x_3^2} \right)^{-1} \right| \quad (2.59)$$

$h$  derinliğine sahip bir açık kanal akımında yapılan ölçümlerden

$$\epsilon_m \approx 0.07 h u_*$$

$$u_* = \text{kayma hızı} = \left( \tau_{u_3} / \rho \right)^{1/2}$$

elde edilmiştir.  $\bar{U} = 1$  m/s hız, 10 m su derinliği ve  $\bar{U} / u_* = 20$  (Chezy katsayısı  $\approx 60$  m<sup>1/2</sup>/s)

için  $\epsilon_m$  ve  $\nu$  oranı

$$\frac{\epsilon_m}{\nu} = \frac{0.07 \times 10 \times 0.05}{10^{-6}} = 35000$$

elde edilir, bu da türbülans viskozitesinin moleküler viskoziteden çok daha büyük olduğunu göstermektedir.

### 2.3.5 Herhangi bir madde veya ısının difüzyonu

Genellikle momentumun türbülans alışverişi ve çözünmüş askıda madde veya ısı arasında bir analogi olduğu kabul edilir. Momentum alışverişi basınç çalkantılarıyla meydana gelebildiğinden bu analogi yeterince gerçekçi değildir.

Her şeye rağmen bu analogi kullanılırsa herhangi bir maddenin taşınımı ile ilgili konsantrasyon  $C = \bar{c} + c$ 'dir. Ve

$$T_{x_3} = \overline{u_3 c} = u_{3c} C_{u_3c} \quad (2.60)$$

yazılır, burada  $C_{u_3c}$  hız ve konsantrasyon çalkantıları arasındaki korelasyondur. Tekrar aşağıdaki kabul yapılırsa (Prandtl)

$$u_3 \sim l \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial x_3} \right| \quad (2.61)$$

ve

$$c \sim l \frac{\partial C}{\partial x_3} \quad (2.62)$$

veya

$$T_{x_3} = -l^2 \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial x_3} \right| \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_3} \quad (2.63)$$

yazılır, burada  $C_{u_3c}$  terimi  $l_\gamma$  karışım uzunluğunu içermektedir. En son ifade Gradyan tipi difüzyon işlemi gibi yazılırsa

$$T_{x_3} = -\varepsilon_\gamma \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_3} \quad (2.64)$$

sonra

$$\varepsilon_\gamma = l_\gamma^2 \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial x_3} \right| \quad (2.65)$$

ifade edilir.

$\varepsilon_m$  için bu ifadeyle analogi yeterince açıktır.  $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_m$  veya  $l_\gamma = l_m$  kabullerinin yapılması için ise bir sebep yoktur. Türbülansın bu Prandtl (ısı için) veya Schmidt (kütle için) sayılarının değerleri akım alanına bağlıdır.

$$\text{Serbest jetlerde } P_r = \varepsilon_m / \varepsilon_{m1} \approx 0.7$$

$$\text{Sınır tabakalarında } P_r \approx 1$$

$P_r$  ve  $S_{o_t}$  sayıları aynı zamanda tabakalaşmaya bağlıdır (Richardson sayısı).

### 2.3.6 Büyük ölçekte çözülmüş maddenin dispersiyonu

Difüzyon küçük ölçekli düzensiz hareketlerin toplam etkisidir. Ancak ölçek etkisi oldukça farklıdır, çünkü rölatif olarak büyük ölçekli türbülans eddy'lerinin toplamının ortalaması sırf moleküler hareketin ortalamasından daha büyük difüzyon katsayısı vermektedir. Büyük bir alan boyunca (örneğin bir akarsuyun enkesiti veya derinliği boyunca) veya zaman boyunca (örneğin gel-git periyodu boyunca) ortalama değerler önemli bir fark göstermektedir. Bu karışım işlemi (genellikle "dispersiyon" olarak adlandırılır) tamamen türbülansa ait değildir, ancak türbülans hala önemli bir rol oynamaktadır.

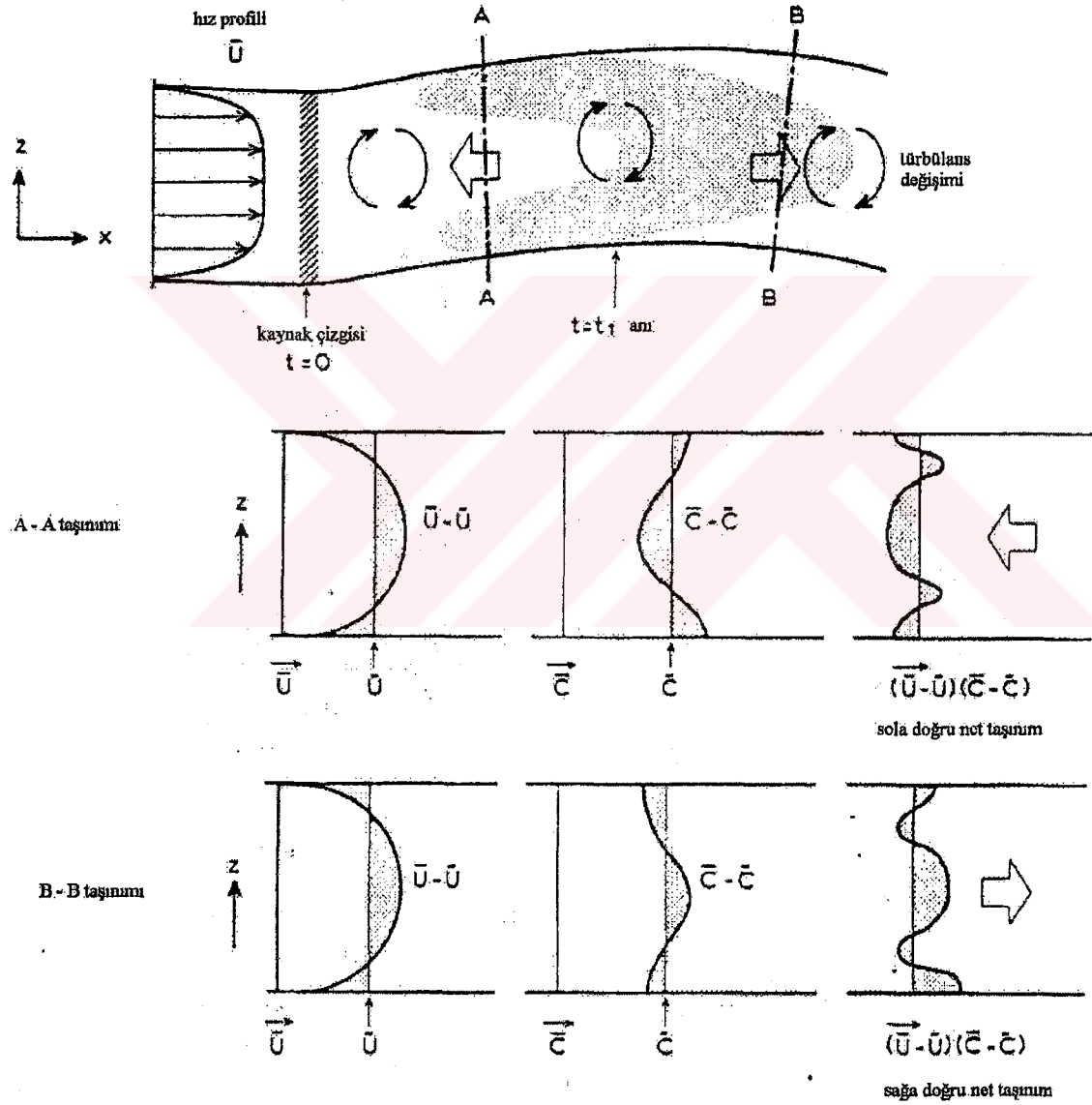
Prensip olarak konveksiyonla toplam taşınım

$$T = UC \quad \text{--- (2.66)}$$

dir. Ortalamalar ise buna farklı bir katılım sağlamaktadır.

$$\bar{T} = \bar{U}\bar{C} + \overline{uc} + (\bar{U} - \bar{U})(\bar{C} - \bar{C}) \quad (2.67)$$

burada  $\sim$  büyük ölçeklerin ortalamasını (zamana ve konuma) ve  $\bar{\quad}$  türbülansın ortalamasını göstermektedir. Bu son terimin mekanizması Şekil 2.6'da görüldüğü gibidir:



Şekil 2.6 Bir akarsu boyunca büyük ölçekli dispersiyon

$\overline{uc}$  terimi aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\overline{uc} = -\varepsilon_\gamma \frac{\partial \overline{C}}{\partial x} \quad (2.68)$$

burada  $\varepsilon_\gamma \approx 0.07u_*h$  'dir.

Analojiden

$$(\overline{U} - \tilde{U})(\overline{C} - \tilde{C}) = -D \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x} \quad (2.69)$$

burada D dispersiyon katsayısı olarak adlandırılır. Bu ifade tanımlanmış şartlar altında teorik olarak çözümlenebilir. Kararlı boru akışları için (boru enkesiti boyunca ortalama)

$$D = 10Ru_* \quad (2.70)$$

dir, burada  $u_*$  kayma hızı ( $u_* = (\tau_{u_*} / \rho)^{1/2}$ ) ve R boru yarıçapıdır. Oldukça geniş kanallar için (logaritmik hız dağılımı, h su derinliği boyunca)

$$D = 6hu_* \quad (2.71)$$

Akarsular için (tüm kesit boyunca ortalama)

$$D = 50 \text{ ila } 500Ru_* \quad (2.72)$$

dir, Burada R hidrolik yarıçapı göstermektedir. Görüldüğü gibi dispersiyon katsayısı ortalamanın alındığı büyüklüğün ölçeği ile artmaktadır.

### 2.3.7 Türbülanslı akımda partiküllerin difüzyonu

Türbülanslı akımda katı madde hareketi için akışkan hareketini izleyen partiküllerin hareketlerinin bilinmesi önemli ise türbülans difüzyon katsayısı için bir bağıntı türetilmesi gereklidir.

Hinze (1971) türbülanslı bir akım için katı partiküllerin reaksiyonlarını araştırmıştır. Buna göre partikül için hareket denkleminde terimler  $V_{r,i}$  rölatif hıza bağımlı olanlar ve olmayanlar şeklinde ayrılmaktadırlar;

$$m \frac{D}{Dt} V_{r,i} + W(V_{r,i}) = \text{Kuvvet} \quad (2.73)$$

burada

$m$ = partikülün toplam (kendi+ek) kütlesi

$V_{r,i}$ =  $x_i$  doğrultusunda su ve partikül arasındaki rölatif hızdır

$W$ = direnç

Toplam kütle aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$m = \text{sabit} \cdot d^3 (\rho_p + \beta \rho_f)$$

$d$ = partikül çapı

$\rho_p$ = partikül özgül kütlesi

$\rho_f$ = akışkanın özgül kütlesi

$\beta$ = ek kütle katsayısı ( $\beta=1/2$  potansiyel akımda bir küre için)

Direnç Re sayısına bağlıdır.

$$Re = \frac{d|V_{r,i}|}{\nu}$$

$Re < 1$  için Stokes direnç kanunu:

$$W = 3\pi\rho_f\gamma dV_{r,i} \quad (2.74)$$

Büyük Re için kuadratik kanun uygulanır:

$$W = \frac{3}{4}\rho_f d^2 V_{r,i}^2 \quad (C_D=1 \text{ için}) \quad (2.75)$$

(her iki hal içinde küre partikül kabulü yapılmıştır)

Lineer hal için Stokes hareket denklemini aşağıdaki gibi yazılır:

$$\frac{D}{Dt} V_{r,i} + \frac{V_{r,i}}{t_r} = \dots \quad (2.76)$$

burada  $t_r$  mukabele zamanıdır ve aşağıdaki gibi tanımlanmıştır,

$$t_r = \frac{d^2}{18\nu} \left( \frac{\rho_p}{\rho_f} + \beta \right) \quad (2.77)$$

Kuadratik halde:

$$\frac{D}{Dt} V_{r,i} + \frac{V_{r,i}^2}{t_r V_r} = \dots \quad (2.78)$$

burada  $V_r$  referans hızıdır.

$$t_r \sim \frac{d}{kV_r} \cdot \left( \frac{\rho_p}{\rho_f} + \beta \right), \quad k=0(1) \quad (2.79)$$

Bu mukabele zamanı türbülansın zaman ölçeği ile karşılaştırıldığında;

$t_r$  türbülans zaman ölçeğinden küçükse partiküller akışkan hareketiyle uyum içindedir. Partiküller ana akımla hareket ettiğinden Lagrangian zaman zaman ölçeği kullanılır. Üç karakteristik alan tanımlanmıştır: Enerji ihtiva eden eddy'ler, atalet bölgesi ve disipasyon bölgesi ile ilgili sonuçlar Çizelge 2.2'de verilmiştir:

Çizelge 2.2 Türbülans büyüklükleri

	Disipasyon Aralığı	Atalet Aralığı	Enerji ihtiva eden Eddy'ler
Türbülans (Lagrangian) zaman ölçeği	$(\nu / \epsilon)^{1/2}$	$(\epsilon k^2)^{-1/3}$	$\Lambda / V'$
Türbülans uzunluk ölçeği	$\eta = (\nu^3 / \epsilon)^{1/4}$	$\lambda$	$\Lambda$
Direnç Kanunu	Stokes	Stokes	Stokes Kuadratik
Referans Hızı	-	-	- $V'$
Su içindeki kum için akımla birlikte hareket eden bir dane için şartlar	$\frac{d}{\eta} \ll 2$	$\frac{d}{\lambda} \ll 0.3$	$\frac{d}{\lambda} \ll 0.5$ $\frac{d}{\Lambda} \ll 0.3$

Eğer partiküller akımla birlikte hareket ediyorsa (çökme hızı hariç) türbülans karakteristiklerine bağlıdır. Ancak katı partiküller için eddy difüzyonunun akışkan partikülleri için olandan daha küçük veya daha büyük olduğu sonucuna varmak güçtür. Teori ve deneyler uyumlu sonuçlar vermemektedir. Deneyler  $\epsilon_p$ 'nin katı partikül boyutuyla arttığını gösterse bile, muhtemelen bunun bir eddy'den diğerine partiküllerin geçişleri

esnasındaki ani impulstan kaynaklanmaktadır. Ayrıca danelerin birbirleriyle etkileşimleri söz konusudur.

## 2.4 Duvar Türbülansı

Duvar türbülansı katı bir cidarın mevcudiyetinden doğrudan etkilenen yapıya sahip türbülanstır. Bu tip türbülansa örnek olarak, boru ve kanal akışları ile sınır tabakası akımını verebiliriz.

Duvar türbülansında iki bölge tanımlanmaktadır. Bunlardan birincisi duvara yakın bir dengenin bulunduğu bölge veya “duvar türbülansı”, bu bölgede türbülans kinetik enerjisinin üretim ve disipasyonu hemen hemen eşittir ve çok büyüktür. Bu tabaka kayma gerilmesi dağılımı gibi yerel şartlarla belirlenmektedir. Akımın geri kalan kısmı ise sınır tabaka akımında dış akım ve duvardan dolaylı olarak belirlenen kanal akımı içindeki orta bölgedir.

Cilalı bir duvar boyunca, duvara yakın kayma gerilmeleri sadece viskoz etkilerden kaynaklanmaktadır. Bu çok ince tabaka “viskoz alt tabaka” olarak isimlendirilir. Her ne kadar viskoz etkiler etkin durumda ise de, tabaka laminer karakterde değildir. Bu viskoz alt tabakanın dışında akım tamamen türbülanslıdır ve viskoz kayma gerilmeleri ihmal edilebilir. Viskoz alt tabakanın kalınlığı kanal veya boru boyutları ile karşılaştırıldığında küçüktür, büyüklüğü  $10\nu/u_*$  mertebesindedir.  $Re=10^5-10^6$  değerindeki boru akışında viskoz alt tabaka kalınlığı  $0.01-0.001D$  arasında değişmektedir. Buna karşın duvar tabakasının kalınlığı akımın %15-10 kaplamaktadır.

Duvar akımları ile ilgili bilgiler genellikle ampriktir. Hız profilleri karışım uzunluğu veya eddy-viskozite teorileri yardımıyla tanımlanabilmektedir.

### 2.4.1 Laminer akış

Düşük Reynolds sayılarında akım laminerdir.  $x$  doğrultusunda hareket denkleminde lineer kayma gerilme dağılımları aşağıda görüldüğü gibi elde edilmiştir:

2 boyutlu kanalda genişlik=2h;

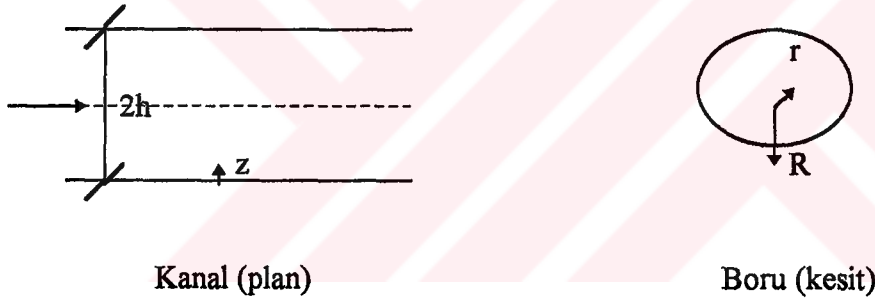
$$\tau = \frac{df}{dx}(h - z) \quad (2.80)$$

$$\tau_{duvar} = \tau_0 = -\frac{dp}{dx} h \quad (2.81)$$

R yarıçaplı boru

$$\tau = -\frac{dp}{dx} \frac{r}{2} \quad (2.82)$$

$$\tau_0 = -\frac{dp}{dx} \frac{R}{2} \quad (2.83)$$



Şekil 2.7 Akış yollarının şematik tanımı

$\tau = \mu \cdot dU / dz$  veya  $\tau = \mu \cdot dU / dr$  bağıntısından parabolik hız dağılımı elde edilir.

$$U = \frac{\tau_0 z}{\mu} \left(1 - \frac{z}{2h}\right) \quad (2.84)$$

$$U = \frac{\tau_0}{2\mu} \left(\frac{R^2 - r^2}{R}\right) \quad (2.85)$$

$U_{ort}$  ortalama hız kavramından

$$U_{ort} = -\frac{1}{3} \frac{h^2}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (2.86)$$

$$U_{ort} = -\frac{1}{8} \frac{R^2}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (2.87)$$

#### 2.4.2 Laminer –türbülanslı geçiş akımı

Bir boru içindeki akımdaki rahatsızlıkların  $Re = U_{ort} D / \nu < 2000$  için yavaşça sönümlenmekte  $Re > 2000$  için ise giderek büyüdüğü gözlemlenmiştir. Laminer akım  $Re = 100000$  değerinde dahi muhafaza edilebilir ancak çok hassas bir şekilde akımın boruya girmesi gerekir. Pratikte  $Re = 2400$  laminer akım için bir sınır değeri olarak tanımlanmıştır. Bu değerin kanal akışlarındaki karşılığı  $Re = U_{ort} h / \nu < 600$  'dir.

#### 2.4.3 Borularda türbülanslı akım için giriş akımının uzunluğu

Basınç yüklerinin belirlenmesi için giriş akımının uzunluğunun 10 ila 20D olması yeterlidir, ancak tam gelişmiş bir hız dağılımı için 40D yeterli buna karşın türbülansın tam gelişmesi için ise 100D yeterli olacaktır.

#### 2.4.4 Kanallarda türbülanslı akım için hareket denklemleri

İki boyutlu yatay bir kanal akımı için hareket denklemi

$$\rho \frac{\partial \overline{u_1 u_3}}{\partial x_3} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_1} + \mu \frac{\partial^2 \overline{U_1}}{\partial x_3^2} \quad (2.88)$$

burada  $\overline{p}$  hidrostatik basınçtan sapma miktarıdır.

$$0 = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_2} \quad (2.89)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_3^2}{\partial x_3} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_3} \quad (2.90)$$

Son iki denklem integrasyon sonucunda

$$\bar{p} + \rho \bar{u}_3 = \bar{P}_0(x) \quad (2.91)$$

elde edilir. Duvarda  $u_3=0$ , o halde  $\bar{P}_0(x) = 0$  duvardaki basınçtır. İntegrasyondan sonra  $x$  doğrultusundaki ifade aşağıdaki gibi yazılır:

$$\tau = \mu \frac{d\bar{U}}{dx_3} - \rho \bar{u}_1 u_3 = \tau_0 + \frac{d\bar{P}_0}{dx_1} x_3 \quad (2.92)$$

$\tau_0 =$  Duvar kayma gerilmesi

$-\rho \bar{u}_1 u_3 =$  Türbülans (Reynolds) gerilmesi

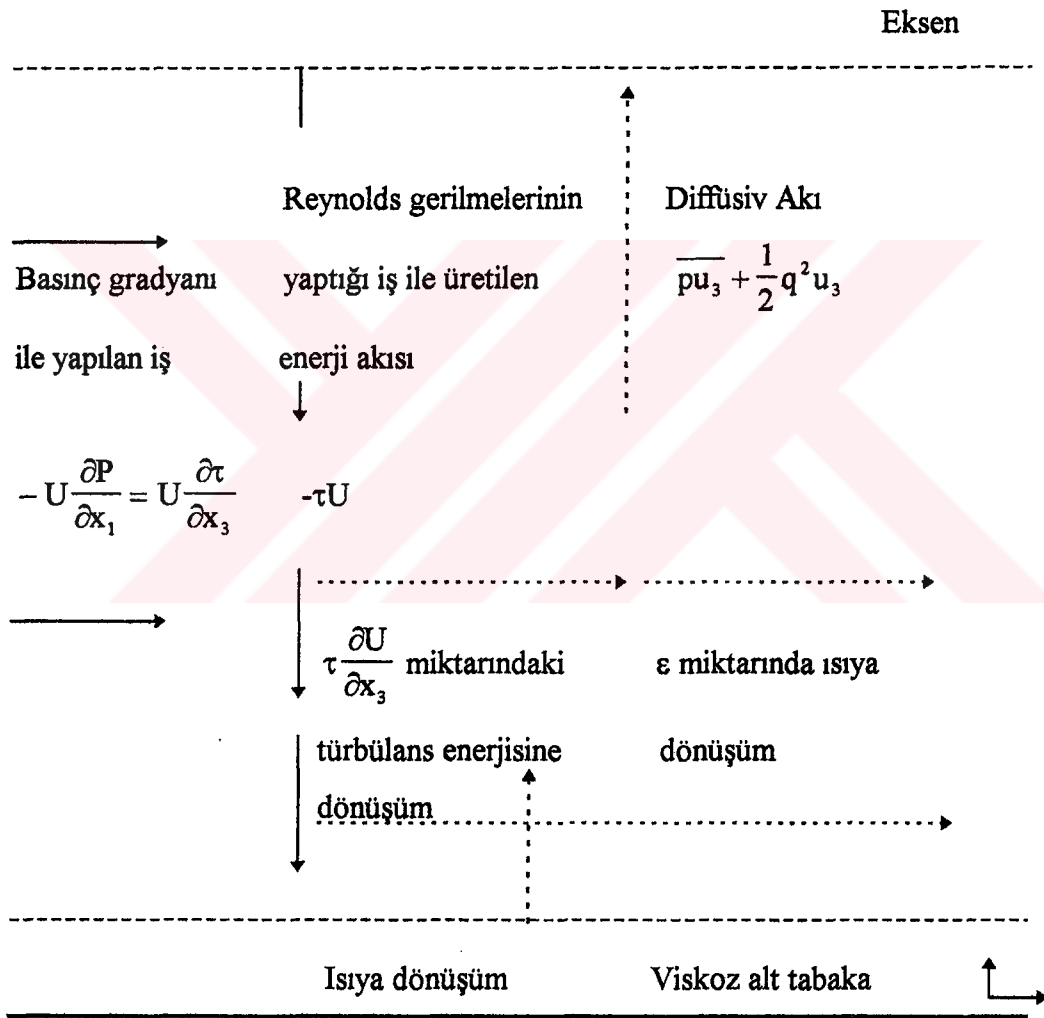
Statik basınç için tanımlanan ifadenin duvardaki basınca eşit değerler vermediğini göstermiştir. Duvar yakınındaki basınç değişimi ise önemlidir, burada  $\bar{u}_3^2$ 'nin değişimi ve bu nedenden dolayı  $\bar{P}$  çok büyüktür (katı madde taşınımı).

#### 2.4.5 Duvar tabakasındaki hız dağılımı

Katı sınırlarla çevrili kanal akışlarında akım genellikle türbülanslıdır. Duvar yakınındaki bölgede toplam kayma gerilmesi hemen hemen sabittir. Duvar yakınında çok büyük hız gradyanlarının bulunmasına karşın akım alanının derinliği boyunca azalmaktadır. Kanal akışı için türbülans enerji denklemi

$$\underbrace{-\overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_1}{\partial x_3}}_{(1)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_3} \left( \overline{p u_3} + \frac{1}{2} \overline{q^2 u_3} \right)}_{(2)} = \underbrace{\varepsilon}_{(3)} \quad (2.93)$$

Bu denklemde (1). terim Reynolds gerilmelerine karşın ortalama hız gradyanının yaptığı iş ile üretilen türbülans enerjisini, (2). terim basınç ve hız çalkantıları tarafından enerjinin yanal akışından kazanılan net enerjiyi ve (3). terim viskoz enerji disipasyonunu göstermektedir.



Şekil 2.8 Açık kanalda enerji değişimleri ve akım

Not: (1) Yatay oklar dönüşüm işlemlerini düşey oklar akıları göstermektedir.  
 (2) Tam dolu hatlar ortalama akımın enerjisini, kesikli hatlar türbülans kinetik enerjisini göstermektedir.

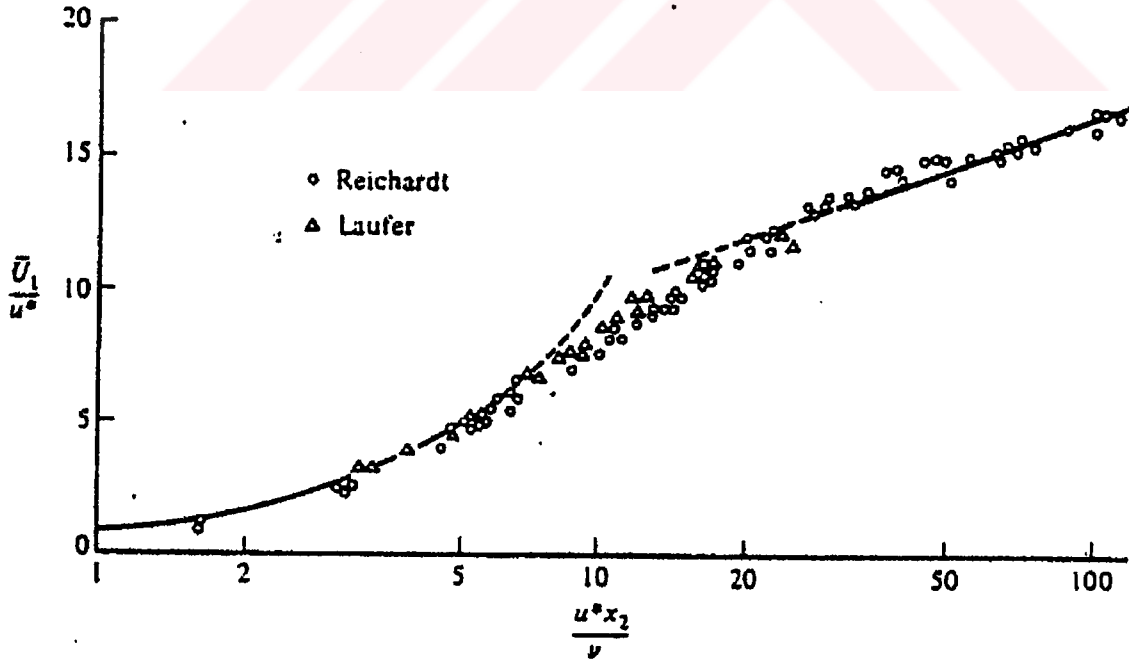
Duvara yakın gerek türbülans üretimi gerekse disipasyonu serbest yüzeye yakın bölgelere nazaran daha büyüktür. Yanal türbülans enerji akışı ihmal edildiğinde, viskoz alt tabakanın dışında hız dağılımı için

$$U = \frac{\tau_0^{1/2}}{k} \left[ \log \frac{\tau_0^{1/2} x_3}{\nu} + A \right] \quad (2.94)$$

elde edilir, bu “logaritmik hız dağılımı” veya “duvar konumu” olarak bilinmektedir. Cilalı yüzeyler için  $k \approx 0.41$  ve  $A \approx 2.3$  ‘dir. Kayma gerilmesi, kayma hızı ile ifade edildiğinde hız profili:

$$\frac{\bar{U}(x_3)}{u_*} = 2.44 \ln \frac{x_3 u_*}{\nu} + 5.61 \quad (2.95)$$

ifadesiyle verilir. Logaritmik hız profili  $x_3 u_* / \nu > 30$  değerinde geçerlidir.  $5 < x_3 u_* / \nu < 30$  için geçiş bölgesi mevcuttur.



Şekil 2.9 Türbülanslı sınır tabakası için hız dağılımı

### 2.4.6 Boru çekirdek bölgesi için hız dağılımı

Borunun çekirdek bölgesi için hız eksikliği kanunu verilmiştir:

$$\frac{\bar{U}_{\max} - \bar{U}(x_3)}{u_*} = f\left(\frac{x_3}{h}\right) \text{ veya } f\left(\frac{x_3}{R}\right) \quad (2.96)$$

Duvar sınır bölgesi ve çekirdek bölgesinin çakıştığı yerde yine logaritmik profil geçerlidir:

$$\frac{\bar{U}_{\max} - \bar{U}(x_3)}{u_*} = -\frac{1}{k} \ln \frac{x_3}{R} + B \quad (2.97)$$

Burada  $\frac{1}{k} = 2.44$  ve  $B=0.8$  alınmaktadır. Çekirdek bölgesinde logaritmik hız profili yeterince doğru sonuç vermemektedir. Bu nedenden dolayı bazı düzeltmeler gerekmektedir:

$$\frac{\bar{U}_{\max} - \bar{U}(x_3)}{u_*} = -2.44 \ln \frac{x_3}{R} + 0.8 + h\left(\frac{x_3}{R}\right) \quad (2.98)$$

Çekirdek bölgesinde  $l_m = \chi \cdot x_3$  geçerli değildir. Lineer kayma gerilmesi değişimi ve logaritmik profilden.

$$l_m = \chi \cdot x_3 \sqrt{1 - x_3 / R} \quad (2.99)$$

Borularda Nikuradse tarafından yapılan ölçümlerin analizinden

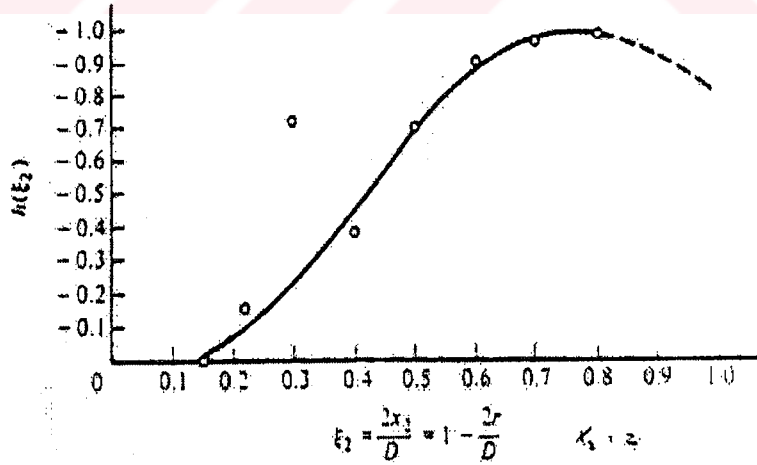
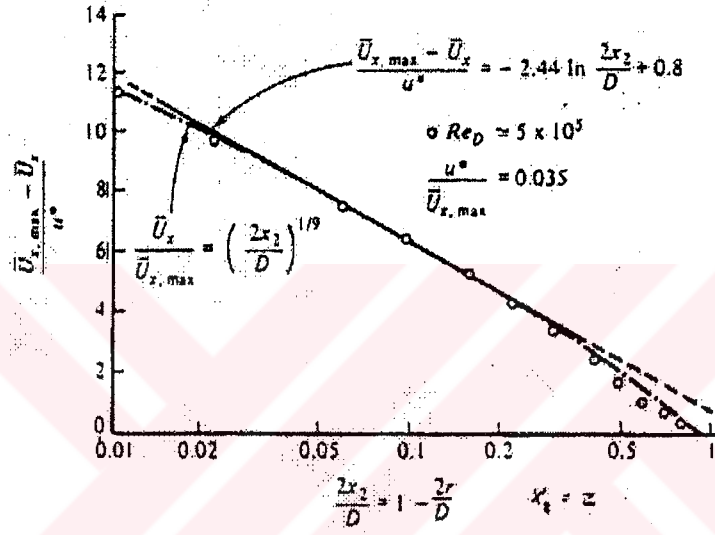
$$\frac{l_m}{R} = 0.14 - 0.08 \left(1 - \frac{x_3}{R}\right)^2 - 0.06 \left(1 - \frac{x_3}{R}\right)^4 \quad (2.100)$$

elde edilmiştir. Analojiden

$$\varepsilon_m = \chi \cdot u_* x_3 \left(1 - \frac{x_3}{R}\right) \quad (2.101)$$

bulunur. Kanallar için R yerine h kullanılmalıdır. Çekirdek bölgesinde ( $x_3/h > 0.4$ )  $\varepsilon_m$  sabit değerleride hız dağılımı için oldukça iyi yaklaşımlar vermektedir

$$\varepsilon_m = 0.07 u_* R$$



Şekil 2.10- (a) Türbülanslı boru akımında çekirdek bölgesinde logaritmik hız dağılımı  
(b) Logaritmik hız dağılımı için  $h(\xi_2)$  düzeltme fonksiyonu

Bu parabolik bir hız dağılımı vermektedir:

$$\frac{\bar{U}_{\max} - \bar{U}(x_3)}{u_*} = 7.2 \left(1 - \frac{x_3}{R}\right)^2 \quad (2.102)$$

#### 2.4.7 Duvar pürüzlülüğünün etkisi

Pürüzlülüğün karışım uzunluğu ve eddy viskozitesi üzerine hemen hemen etkisi yoktur, ancak logaritmik profil üzerinde önemli etkisi vardır. Nikuradse'nin ölçümlerinden

$$\frac{\bar{U}(x_3)}{u_*} = 5.75 \log \frac{30x_3}{k_s} = 5.75 \log \frac{x_3}{k_s} + 8.48$$

bulunmuştur.  $k_s$  duvar üzerinde üniform kum danelerinin çapıdır.

$$Re_x = \frac{u_* k_s}{\nu} > 60 \quad \text{Hidrolik pürüzlü (viskoziteden bağımsız)}$$

$$Re_x < 5 \quad \text{Hidrolik cilalı (pürüzlerin etkisi yok)}$$

Duvar pürüzlülüğü için referans noktası  $1/30k_s$ 'dir. Cilalı duvar için

$$z_0 = (0.11 \text{ ila } 0.13) \frac{\nu}{u_*} \quad (2.104)$$

$5 < Re_x < 60$  Geçiş rejimi hali için hız dağılımı

$$\frac{\bar{U}(x_3)}{u_*} = 5.75 \log \frac{x_3}{z_0} \quad (2.105)$$

$$z_0 = 0.11 \frac{v}{u_*} + 0.033k_s \quad (2.106)$$

dir. Düzensiz geometriye sahip pürüzlülük için Nikuradse pürüzlülüğü bir referans olarak kullanır. Hız profilleri veya akıma olan dirençler karşılaştırılarak  $k_s$ 'in eşdeğeri hesaplanabilir, buna göre  $\alpha = k_s / k$  ( $k =$  pürüz yüksekliği) 'dir.  $\alpha$  pürüzlülüğün tipine ve yoğunluğuna bağlıdır. Kübik pürüzler için  $\alpha=3$  bulunur.

#### 2.4.8 Serbest yüzey etkisi

Serbest yüzeyin akım üzerinde etkisi vardır, su yüzeyinde akım hızı maksimum değildir ancak biraz aşağıda  $\bar{U} = \bar{U}_{max}$  'dır. Bunun nedeni lineer olmayan kayma gerilmesi dağılımıdır (yan duvar etkileri). Eğer rüzgar kayma gerilmesi mevcut ise kayma gerilmesi ve hız dağılımı değişecektir. Çok geniş kanallarda ise hız serbest yüzeyde maksimum olmaktadır.

Serbest yüzeyde  $u_3 \approx 0$  olduğundan  $\epsilon_m$  sıfır olacaktır.

$$\epsilon_m = 0.8u_* (h - x_3) \quad (2.107)$$

Akımın üst taraflarında  $\epsilon_m$ 'in dağılımı hız dağılımı üzerinde çok küçük bir etkiye sahiptir.  $\epsilon_m$ 'deki büyük değişimlerin sadece  $u_*$ 'in mertebesinde bir takım farklılıklara neden olmaktadır.  $\epsilon$ 'un tam olarak dağılımın bilinmesi sediment, ısı ve çözünmüş gazlar üzerinde önemli olmaktadır.

#### 2.4.9 Ortalama hız ve direnç bağıntıları

Bir boru kesiti boyunca hız profiline ortalama değeri:

$$\text{Hidrolik cilalı için } \frac{\bar{U}_{ort}}{u_*} = 2.5 \ln \frac{u_*}{2\nu} + 1.75 \quad (2.108)$$

$$\text{Hidrolik pürüzlü için } \frac{\bar{U}_{ort}}{u_*} = 2.5 \ln \frac{u_*}{2k_s} + 4.73 = 2.5 \ln 3.3 \frac{D}{k_s} \quad (2.109)$$

Burada  $D$ =boru çapı,  $\bar{u}_{ort}$ =ortalama hız profili (kesitsel ortalama hız).  $u_*$  basınç gradyanı ile değişmektedir.

$$\frac{dp}{dx_1} = -\frac{4}{D} \tau_0 = -\frac{4}{D} \rho u_*^2 \quad (2.110)$$

$\frac{\bar{U}_{ort}}{u_*}$ 'ın doğrudan basınç gradyanından Nikuradse'nin verileriyle belirlenmesinden aşağıdaki

bağıntılar elde edilmektedir:

$$\text{Hidrolik cilalı için } \frac{\bar{U}_{ort}}{u_*} = 2.44 \ln \frac{u_* D}{2\nu} + 2.0 \quad (2.111)$$

$$\text{Hidrolik pürüzlü için } \frac{\bar{U}_{ort}}{u_*} = 2.44 \ln \frac{D}{2k_s} + 4.9 = 2.44 \ln 3.7 \frac{D}{k_s} \quad (2.112)$$

Bu bağıntılardan  $\lambda$  direnç katsayısı için aşağıdaki ifadeler elde edilebilir:

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\lambda}{D} \frac{1}{2} \rho \bar{U}_{ort}^2 \quad (2.113)$$

veya

$$\lambda = 8 \left( \frac{u_*}{\bar{u}_{ort}} \right)^2 \quad (2.114)$$

Bu bağıntılar çap yerine hidrolik yarıçap ( $R_h$ ) kullanılarak farklı kesitler için geliştirilebilir  $D=4R_h$ . Hidrolik pürüzlü yüzeyler için:

$$\frac{\bar{U}_{ort}}{u_*} = 2.44 \ln 14.8 \frac{R_h}{k_s} \quad (2.115)$$

veya

$$\frac{\bar{U}_{ort}}{u_*} = 2.5 \ln 13.2 \frac{R_h}{k_s} \quad (2.116)$$

$c = \sqrt{g} \cdot \bar{U}_{ort} / u_*$  ( $c$ =Chezy katsayısı) bağıntısından (2.115) ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$c = 18 \log 13.2 \frac{R_h}{k_s} \quad (2.117)$$

Açık kanal akımları için 12 değeri alınır:

$$c = 18 \log 12 \frac{R_h}{k_s} \quad (2.118)$$

Hidrolik cilalıdan, pürüzlüye geçiş için Colebrook-White bağıntısı kullanılmaktadır:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k_s}{3.71D} \right) \quad (2.119)$$

Burada

$$Re = \frac{\bar{U}_{ort} D}{\nu} \quad (2.120)$$

dir. Bu bağıntı iterasyon veya Moody diyagramı yardımıyla çözümlenmektedir.

Boru ve kanallarda hız dağılımı aşağıda verilen bağıntı ilede çok iyi tariflenebilmektedir:

$$\frac{\bar{U}(x_3)}{\bar{U}_{\max}} = \left( \frac{x_3}{R} \right)^{1/n} \quad (2.121)$$

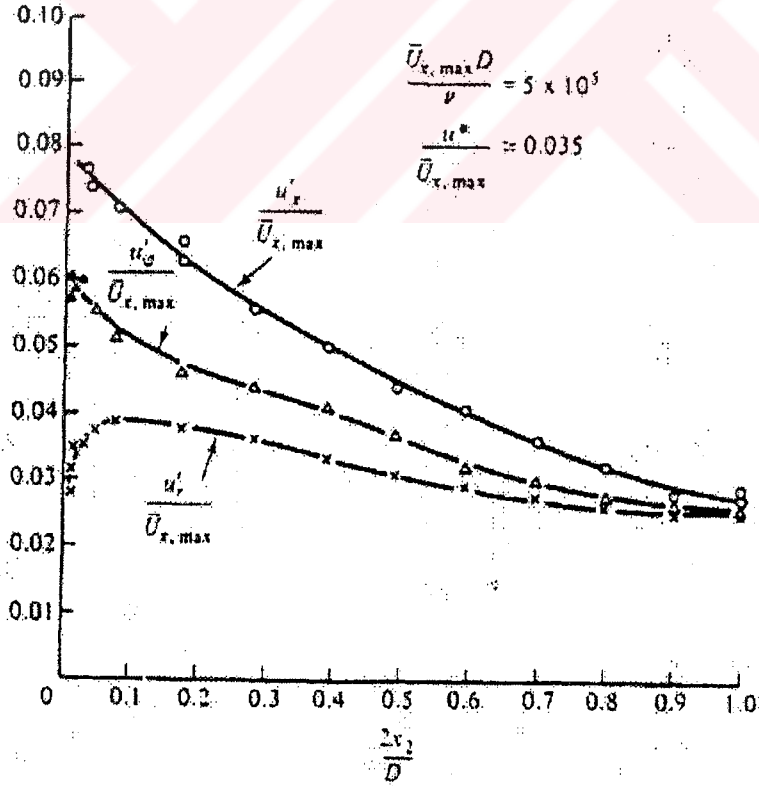
n'in değeri  $\lambda$  direnç katsayısı ile bağıntılıdır (Hinze, 1975)

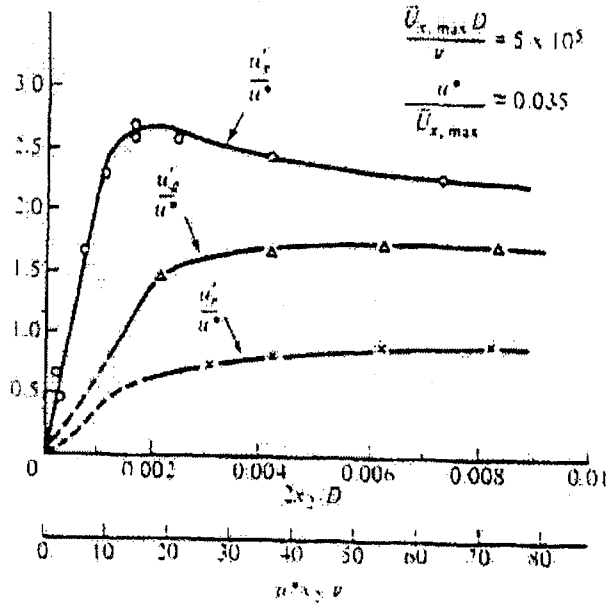
$$\frac{1}{n} = \sqrt{\lambda} \quad (2.122)$$

n değeri küçüldükçe direnç artmaktadır

#### 2.4.10 Boru ve kanal akımları için türbülans yapısı

Boru ve iki boyutlu kanal akışları için türbülans şiddetleri ile ilgili ölçümler aşağıdaki şekillerde verilmiştir.





Şekil 2.11 (a) Boru akışında rölatif türbülans şiddeti

(b) Boru akışında duvar yakınındaki rölatif türbülans şiddetleri

#### 2.4.11 Boru ve kanallarda türbülanslı akım yapısı

Aşağıda görülen şekillerde türbülans şiddetiyle ilgili ölçümler verilmiştir. Türbülans şiddetleri  $u_*$  ile ölçeklendirilebilir. Akım doğrultusundaki türbülans şiddetinin maksimum değeri  $2.5u_*$ 'dir. Duvara dik şiddetleri  $1.0u_*$ , buna karşın yanal çalkantıların maksimum değerleri  $1.5u_*$  civarındadır. Borularda eksen yakınında türbülans şiddeti  $0.8u_*$  mertebesindedir ve daha fazla izotropiktir. Şekiller viskoz alt tabakanın laminer karakterde olduğunu göstermektedir, buna karşın oldukça çalkantılı bir yapıya sahiptir.

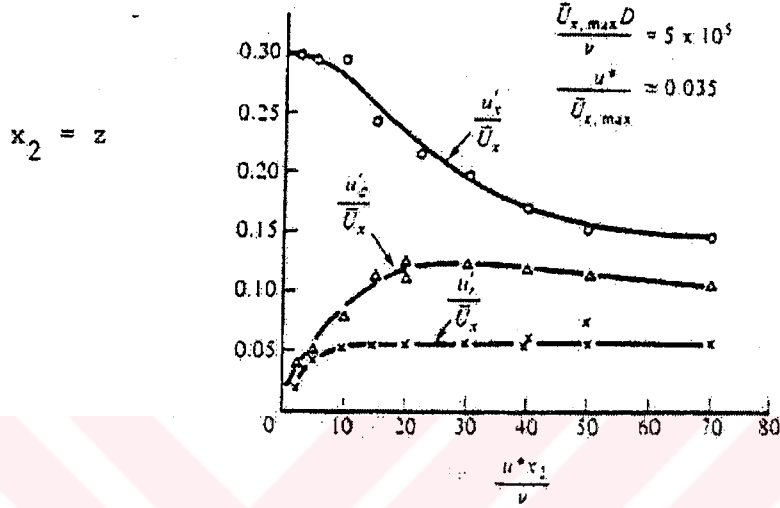
Hız dağılımı ve (lineer) kayma gerilmesi dağılımından  $\epsilon_m$  hesaplanabilmektedir.

Logaritmik hız profiline göre  $x_3=x_z$  duvarda  $\epsilon_m$  lineer olarak artmaktadır ve orta kısımda parabolik hız profili ile uyumlu olacak biçimde hemen hemen sabit kalmaktadır.

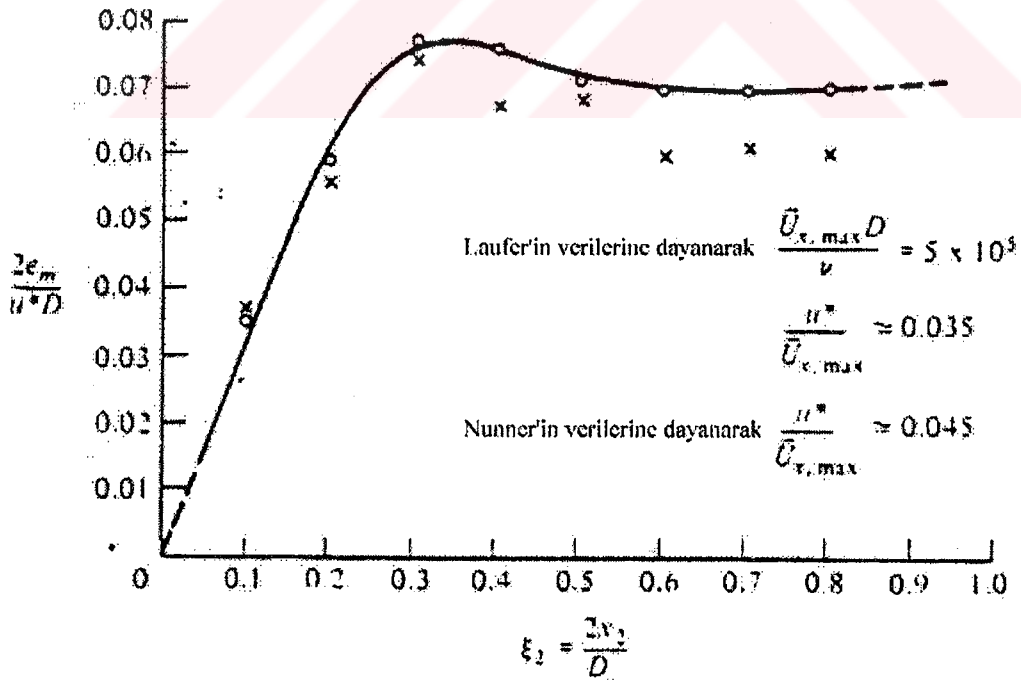
Pürüzlü duvarlarda cilalı duvarlara göre  $u'/u_*$ 'ın daha düşük değerleri bulunmaktadır.

Blinco ve Partheniades (1971) bu etkiyi  $u'/u_*$ 'ı  $x_3u_*/\nu$  karşın çizerek yorumlamıştır,

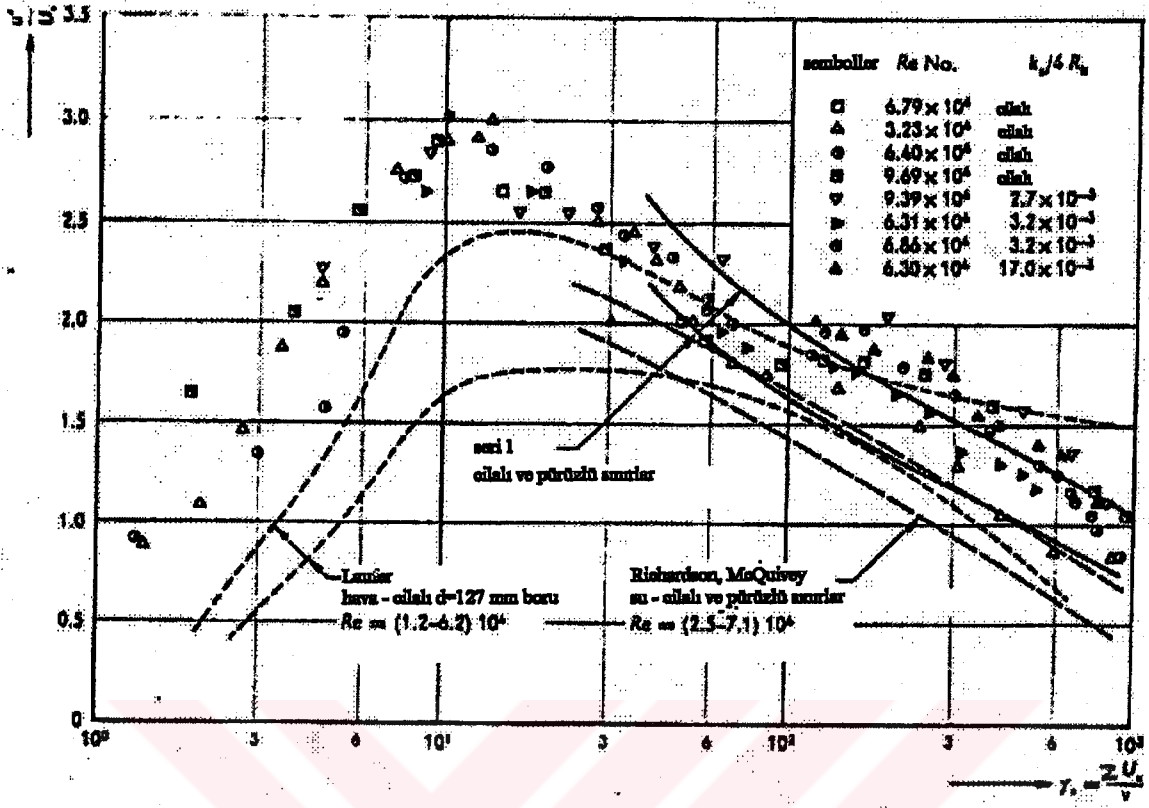
burada pürüzlülük cilalı boru haline göre büyüktür. Borularda türbülans-enerji dengeside ölçülmüştür. Disipasyon tam olarak doğru ölçülememesine rağmen izotropik türbülans için yaklaşık olarak verilen bağıntılardan belirlenmiştir. Ayrıca basınç enerjisinin taşınımında ölçülememiştir (akım içinde basınç çalkantıları ölçülmemiştir).



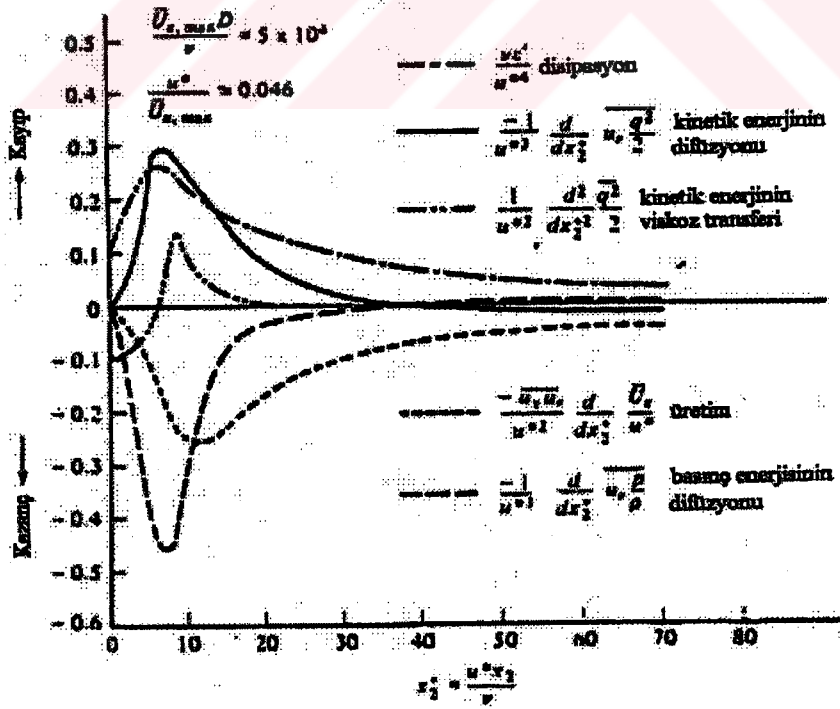
Şekil 2.12 Borularda cidar civarında ortalama hıza bağlı türbülans şiddetlerinin dağılımı

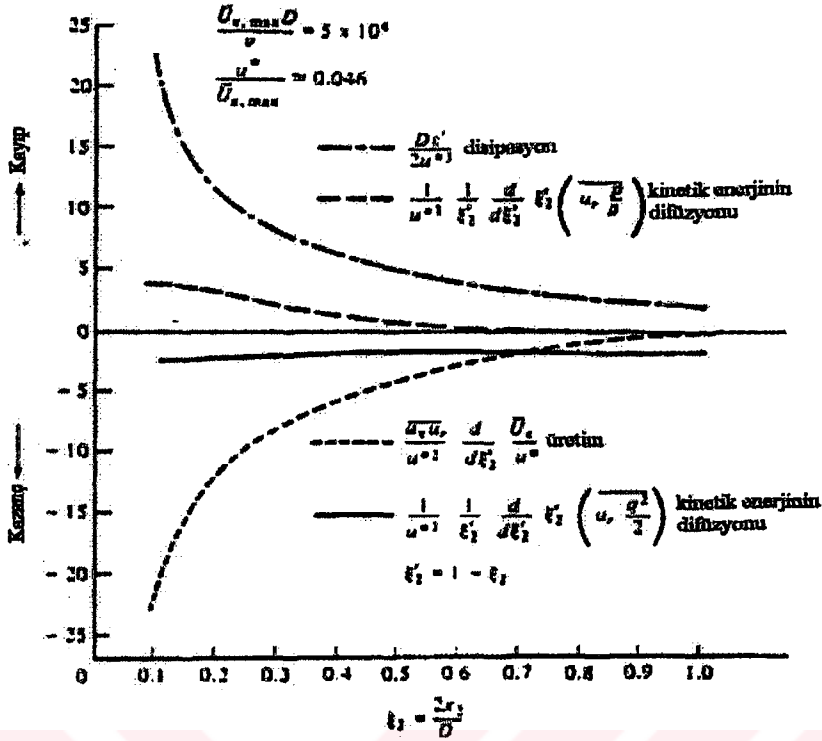


Şekil 2.13 Borularda Laufer ve Nunner'in verilerine dayanarak hesaplanan eddy viskozitesi dağılımı



Şekil 2.14 Cilalı ve pürüzlü sınırlar için  $y^+$ 'a bağlı olarak türbülans şiddetlerinin değişimi



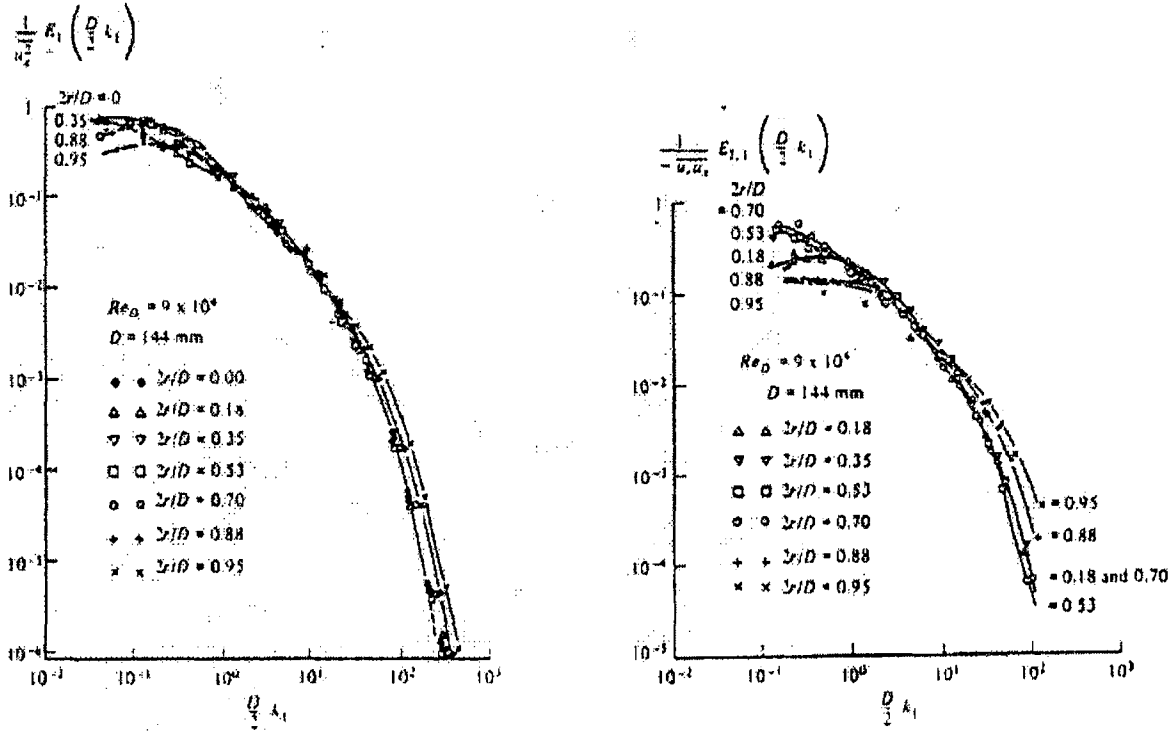


Şekil 2.15 (a) Borularda cidar bölgesinde enerji dengesi (b) Borularda çekirdek bölgesinde enerji dengesi

Yukarıda verilen şekillerden gerek üretimin gerekse disipasyonun duvara yakın çok büyük olduğu görülmektedir. Üretim viskoz alt tabaka ile tam türbülanslı bölge arasındaki geçiş bölgesinde de maksimum değerdedir. Orta kısımda disipasyon üretimden daha büyüktür ve kinetik enerjinin difüzyonu ile beslenmektedir.

Akım doğrultusunda ( $u_x$ ) hız çalkantılarının enerji-yoğunluk spektrumunun görünümü ve Reynolds gerilmesi ( $-u_r u_x$ ) için Şekil 2.16'da verilmiştir ( $k_1 = 2\pi r / \bar{U}$ ,  $r$ =boru ekseninden mesafe).

Laufer'in iki boyutlu bir kanal akımında uzamsal korelasyon ölçümleri akım doğrultusunda integral ölçeği için duvarlar arasındaki (açık kanal akımında su derinliği ile karşılaştırıldığında) mesafenin yarısının 0.8 katında bir değer vermiştir. Diğer doğrultulardaki integral ölçekleri bu mesafenin 0.2 ila 0.3 katı kadardır. Bu değerler akımın ortasında hemen hemen sabittir.



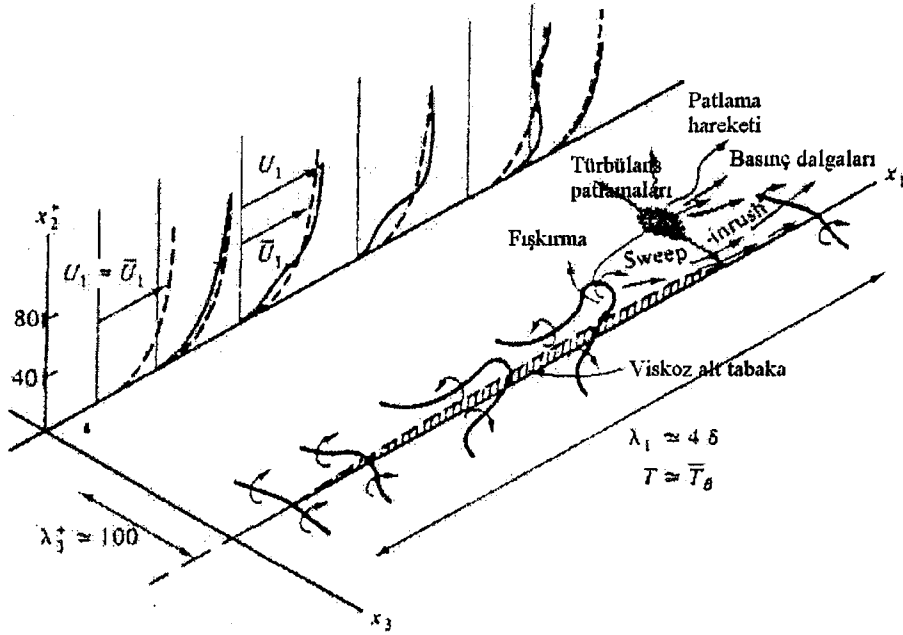
Şekil 2.16 (a) Borularda  $u_x'$ 'in enerji-yoğunluk spektrumu (b) Borularda  $u_1 u_x'$  güç-yoğunluk spektrumu

Duvarlar arasındaki mesafenin yarısının 0.1 katı mertebesinde olan Taylor mikro ölçeği  $\lambda$  duvardan olan mesafe ile artmaktadır.

Duvar tabakalarının yapısı Offen ve Kline (1975) tarafından araştırılmıştır. Ölçümler duvardan ana akıma (enjeksiyon) düşük hızlı akışkan ve duvar tabakasına nüfuz eden yüksek hızlı akışkan (püskürme) alternatifli olarak stabilitesizliğin doğmasına neden olduğundan oldukça karmaşık akım yapısının meydana geldiğini göstermiştir.

Bu işlemin periyodu duvar değişkenleri ( $u_x$  ve  $v$ ) ile korelasyona sahip değildir ancak toplam akışın değişkenleri ile dış akımla çiftleşme sözkonusudur. T sınır tabakası periyodu (2.123) ifadesiyle verilmiştir.

$$\frac{U_0 T}{\delta} = 5 \quad (2.123)$$



Şekil 2.17  $\lambda_1$  ve  $\lambda_2$  ortalama mesafelerine göre "cyclic" süreçte cidar yakınında türbülansın kavramsal modeli

Burada  $U_0$  = sınır tabakasının dışındaki hız,  $\delta$  = sınır tabakası kalınlığıdır. Buna karşın iki boyutlu kanalda (2.124) bağıntısı bulunmuştur:

$$\frac{\bar{U}_{\max} T}{h} \approx 5 \quad (2.124)$$

Burada  $\bar{U}_{\max}$  = kanal eksenindeki hızdır. Periyotlar rölatif olarak uzundur.

#### 2.4.12 Duvar üzerinde basınç çalkantıları

Türbülanslı akımda hız çalkantıları nedeniyle basınç çalkantıları da meydana gelmektedir ancak bunların belirlenmesi oldukça zordur. Batchelor (1953) izotropik türbülans için  $p'$ 'nin rms değerlerini aşağıdaki bağıntı ile vermiştir:

$$p' = (0.6 \text{ ila } 1.0) \overline{u'^2} \quad (2.125)$$

Akımın iç bölgelerinde ölçümler güçlükle yapılmasına karşın duvar üzerinde daha kolaylıkla yapılabilmektedir. Kanal, sınır tabakası içinde pürüzlü ile cilalı duvarlar için

$$p' \cong 3\tau_w \quad (2.126)$$

olduğu bulunmuştur, burada  $\tau_w$  duvar kayma gerilmesidir.  $p'$  hız çalkantılarının karesine bağımlı olduğundan, genliklerinin dağılımı Gauss dağılımından daha büyük değerler vermektedir.

#### 2.4.13 Düzlem bir duvar boyunca sınır tabakası akımı

Duvar tabakası akımı,  $x_3 / \delta < 0.15$  için, sınır tabakası; boru ve kanal akımlarındakine hemen hemen eşdeğerdir. Karakteristik farklılıklar ise şunlardır:

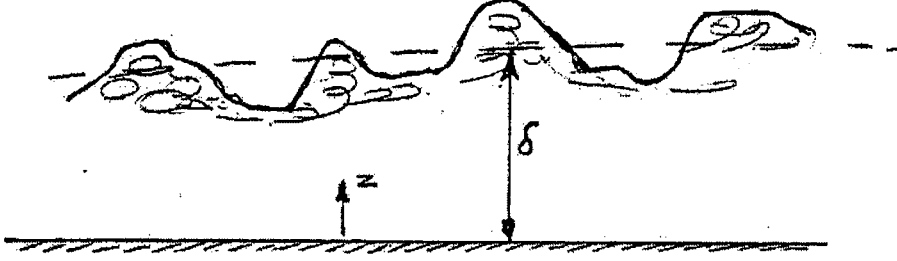
1. Akım doğrultusundaki sınır tabakasının gelişmesi,
2. Dik doğrultuda ortalama hızların mevcut olması,
3. Dış tabakadaki akımın fasıllı karakter taşımasıdır.

Sınır tabakası akımı için Navier-Stokes denklemi  $\delta$  sınır tabakası kalınlığı  $l$  akım doğrultusundaki mesafe ile karşılaştırıldığında küçük olduğundan basitleştirilebilir. Akıma dik hızlar akım doğrultusundaki hızlar ile karşılaştırıldığında küçüktür. Bu yaklaşımlar yardımıyla Navier-Stokes denklemleri:

$$\bar{p} + \overline{\rho w^2} = p_0 \quad (2.127)$$

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{W} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP_0}{dx} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{uw} + \nu \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial z^2} \quad (2.128)$$

şeklinde yazılır. Burada  $p_0$  = sınır tabakası dışındaki basınçtır. Sınır tabaka dışındaki tabaka çok düzensizdir, türbülans serbest türbülans bölgesinde ani çıkışlar meydana getirir. Bu kısımda akım ( $x_3/\delta=0.5$  den başlayarak) durgun konumda bulunan bir gözlemci için türbülanslı ve non-türbülanslı olmak üzere alternatif bir yapıya sahip olur.



Şekil 2.18 Düzlem bir duvar boyunca sınır tabakası akımı

Dış kısımda hız dağılımı boru akımı içindeki logaritmik hız profilinden daha fazla sapma göstermektedir. Bu bölge için en iyi tanım aşağıdaki parabolik profil ile verilmiştir (Hinze, 1975)

$$\frac{U_0 - \bar{U}(x_3)}{u_*} = 9.6 \left(1 - \frac{x_3}{\delta}\right)^2 \quad (2.129)$$

Genellikle türbülans şiddetleri boru içindeki türbülans şiddetlerine eşit olmaktadır.

Basit sınır tabaka hesaplamaları için ( $\delta$ ,  $\tau_w$  ve hız profilinin hesabında) integral bağıntıları kullanılmaktadır. Sınır tabaka boyunca hareket denkleminin integrasyonu

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\infty} dx_3 \cdot \bar{U}(x_3) (U_0 - \bar{U}(x_3)) + \frac{dU_0}{dx} \int_0^{\infty} dx_3 \cdot (U_0 - \bar{U}(x_3)) = \frac{\tau_w}{\rho} \quad (2.130)$$

deplasman kalınlığı tanımı

$$\delta_d = \int_0^{\infty} dx_3 \left(1 - \bar{U}(x_3) / U_0\right) \quad (2.131)$$

ve momentum-kayıp kalınlığı kullanılarak

$$\delta_m = \int_0^{\infty} dx_3 \cdot \frac{\bar{U}(x_3)}{U_0} \left(1 - \frac{\bar{U}(x_3)}{U_0}\right) \quad (2.132)$$

integral denkleminin aşağıdaki formu elde edilir:

$$\frac{d\delta_m}{dx_1} + \frac{(H+2)}{U_0} \frac{dU_0}{dx_3} \cdot \delta_m = \frac{\tau_w}{\rho U_0^2} = \frac{C_f}{2} \quad (2.133)$$

burada  $H = \delta_d / \delta_m =$  şekil faktörüdür.

$H$ ,  $c_f$  ve diğer parametreler rasındaki amprik bağıntıların yardımıyla sınır tabakası hesaplanabilir.

Bu parametrelerle ilişkili olan hız profili ailesi aynı zamanda hız profillerinin yapısı hakkında da fikir vermektedir (Cebeci ve Smith (1974), Schlichting (1965)).

Hız ve kayma gerilmesi dağılımı ile ilgili bilgi edinmek için karışım uzunluğu veya karmaşık türbülans modelleri esas alınarak hesaplamaların yapılması gerekmektedir.

$dp_0 / dx_1 = 0$  olduğu düz bir levha boyunca sınır tabakası aşağıdaki bağıntı ile belirlenebilir:

$$\frac{\delta}{x} = 0.37 \text{Re}_*^{-0.2} \quad (2.134)$$

$$\text{Re}_* = \frac{U_0 x}{\nu} \quad (2.135)$$

Güç kanunu esas alındığı profil:

$$\frac{U(x_3)}{U_0} = \left( \frac{x_3}{\delta} \right)^{1/7} \quad (2.136)$$

dir ve bu  $Re_* = 5 \times 10^5 \sim 2 \times 10^7$  arasında geçerlidir (Cebeci ve Smith (1974)).

Laminerden türbülanslı sınır tabakaya geçiş  $Re_*$  ve dış tabakadaki türbülansa bağlıdır. Dış tabakadaki küçük seviyeli türbülans için  $Re_* = 4 \times 10^6$  'dır, ancak %3'lük rölatif şiddet için  $Re_*$  'ın değeri  $10^5$  değerine kadar azalmaktadır.

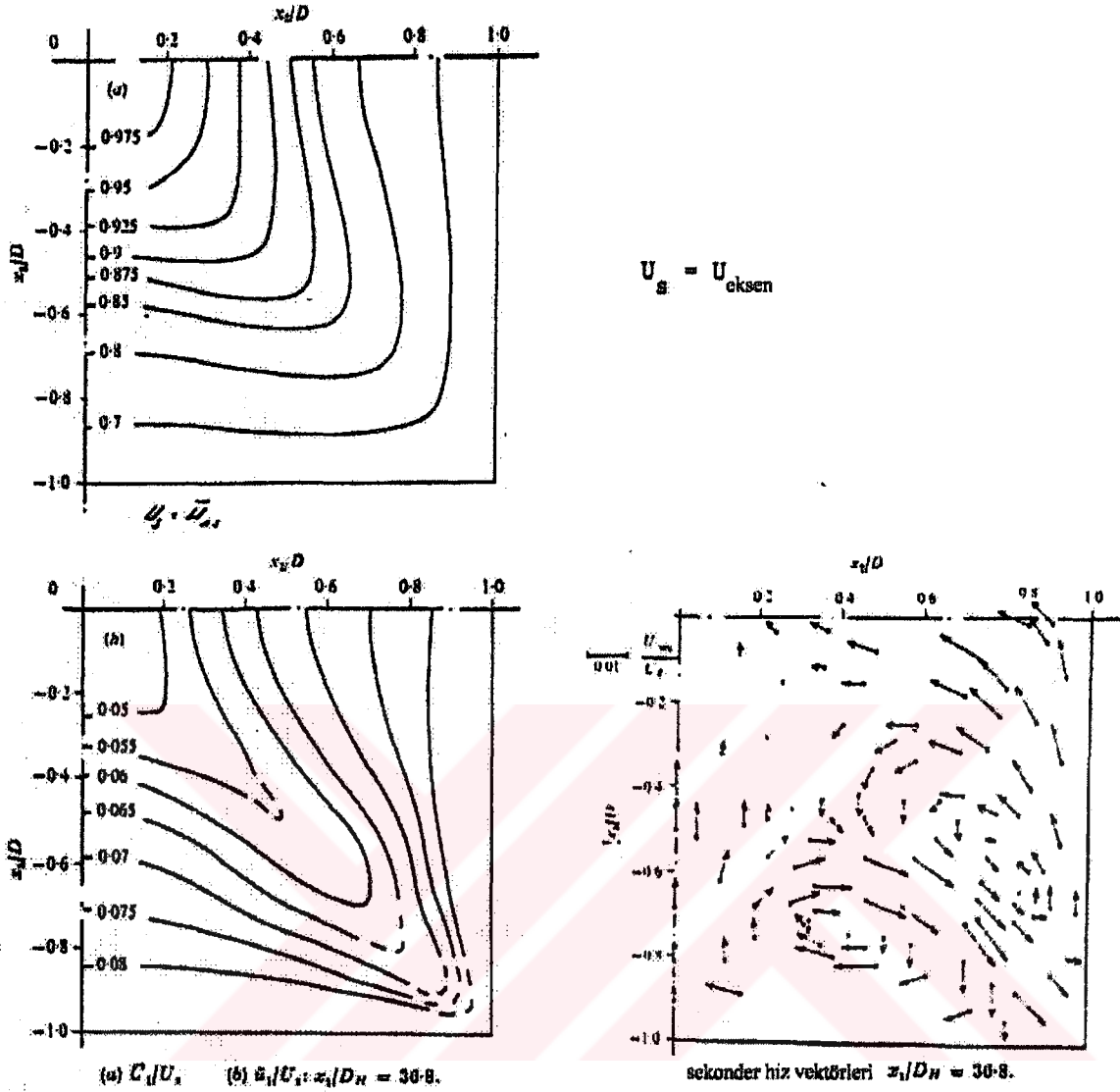
#### 2.4.14 Sekonder akım

Türbülanslı akımda sekonder akımın farklı formları mevcuttur. Sekonder akım ana akım doğrultusuna dik düzlem içindeki akım olarak tariflenmektedir. Sekonder akım kanal ve boru kıvrımlarında karşılaşılan çok iyi bilinen bir özelliktir. Bu akıma basınç gradyanı ile radyal ivme arasındaki dengesizlik sebep olmaktadır (De Vriend, 1977).

Sekonder akım sadece kıvrımlarda değil doğrusal boru akımlarında da meydana gelmektedir. Melliny ve Whitelaw (1977)'nin kare kesitli kanallardaki ölçümleri Şekil 2.19'da görülmektedir.

Eş hız veya türbülans şiddetlerini gösteren hatların yapısından köşelere doğru sekonder akım yapısının geliştiği görülmektedir. Bu akımın oluşmasının esas sebebi y ve z ( $x_2$  ve  $x_3$ ) doğrultularındaki türbülans çalkantıları arasındaki dengesizlik  $(\overline{u_2^2} - \overline{u_3^2})$  yani bunların yarattığı Reynolds gerilmeleri arasındaki dengesizliktir.

Bu terimlerin iki boyutlu veya eksenel simetrik durumlarda etkisi yoktur ancak üç boyutlu durumlarda (köşelere yakın durumlarda olduğu gibi) bu terimlerin gradyanları mevcuttur.

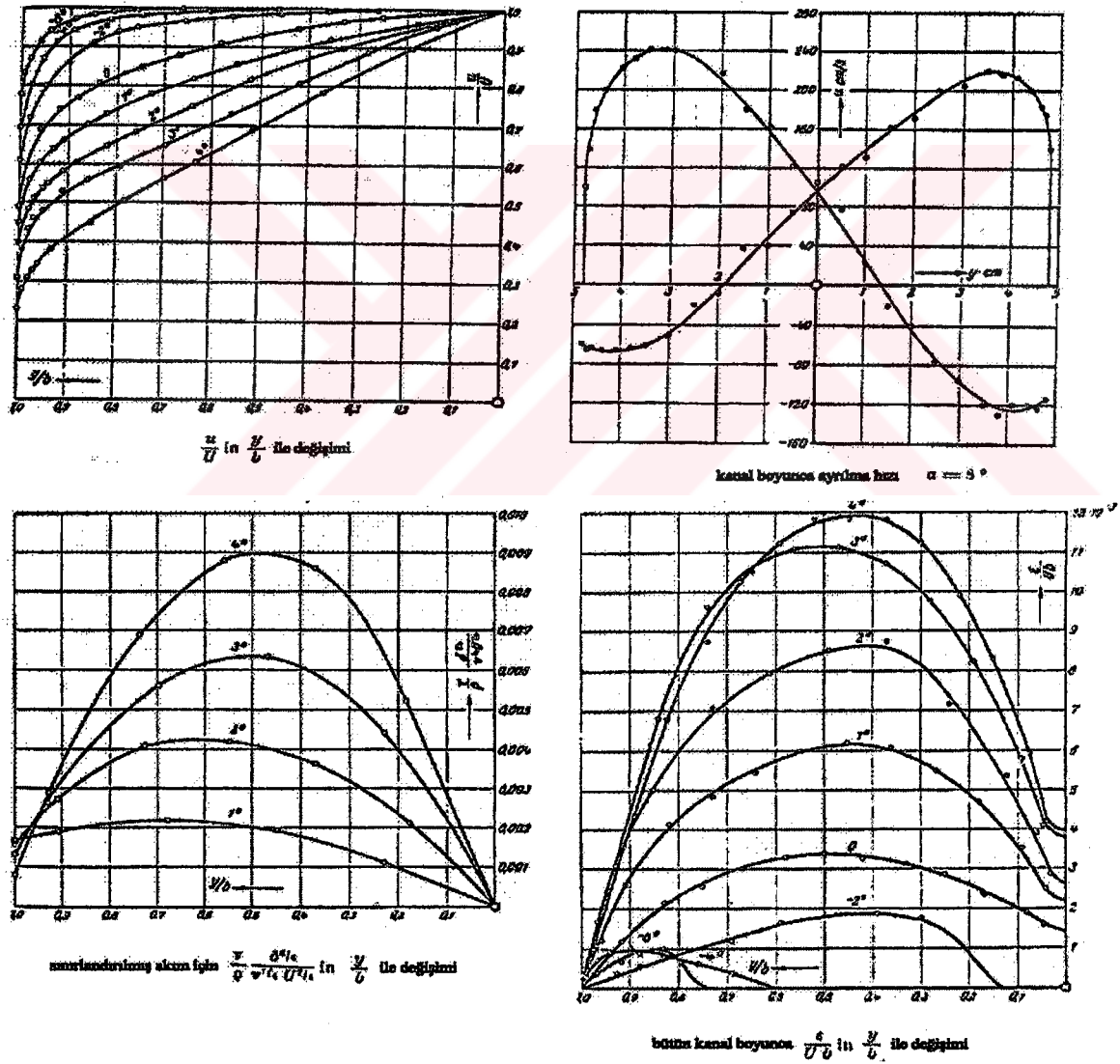


Şekil 2.19 Dikdörtgen bir boruda sekonder akım (Melling ve Whitelaw (1976))

Sekonder akımın maksimum değerleri ölçümlerden  $0.01$  ila  $0.02\bar{U}_{max}$  mertebesinde olduğu bulunmuştur. Bu tip akımları çok yüksek değerlere sahip türbülans çalkantılarından ayırmak çok güç olabilir. Bu akımın duvar kayma gerilmesi dağılımı üzerine de önemli bir etkisi de vardır. Köşelere büyük hızlı akışkan taşınımı daha üniform kayma gerilmesi dağılımı elde edilmesine neden olmaktadır. Yavaşlayan akımlarda sekonder akımlar daha şiddetli bir yapıya sahip olmaktadır.

### 2.4.15 Akım doğrultusunda basınç gradyanının etkisi

Basınç gradyanı; sınır tabakası, kanallardaki kayma gerilmesi ve hız dağılımları üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Negatif basınç gradyanı (hızlanma), duvar kayma gerilmesini artırır ve daha şişmiş bir hız profiline oluşmasına neden olur. Pozitif basınç gradyanı (yavaşlama) ise basınç gradyanı tüm enkesiti etkisi altına alacağından rölatif olarak duvara yakın hızlarda daha fazla azalacak ve böylece daha zayıf bir hız profili şekillenecektir. Eğer basınç gradyanı çok kuvvetli ise duvardaki hız negatif olur ve akım duvardan ayrılır. Örnek olarak Şekil 2.20'de Nikuradse'nin ölçümleri verilmiştir:



Şekil 2.20 İki boyutlu difüzer'de Nikuradse'nin bulduğu sonuçlar

$2\alpha$  açıyla fişkıran iki boyutlu difuzörde gerçekleştirilen bu deneylerden  $\alpha=5^\circ$  için akım hemen hemen ayrılmakta  $\alpha=6^\circ$  için akım ayrılmakta,  $\alpha=8^\circ$  için ise stabil olmayan bir akım gözlenmektedir. Ayrılma, düşük hızlı akışkan akım bölgesinin duvarı boyunca önlenabilir.

Okwaobi ve Azad (1973) tarafından hız profilindeki değişimler ve türbülans şiddetindeki artışlarla ilgili ölçümler aşağıda verilmiştir. Bu ölçümler dairesel difüzör için yapılmıştır. Azalan hıza sahip sınır tabakası akımlarında da aynı özelliklerle karşılaşmaktadır, hızdaki azalma daha zayıf bir hız profiline, artan kayma gerilmesine, eddy viskozitesine ve türbülans şiddetine sebep olmaktadır.

## 2.5 Zamana Bağımlı Sınır Tabakası

Zamana bağımlı sınır tabaka serbest yüzey dalgaları, U tüpünde salınımlı akım ve gelgit akımları gibi birçok hidrolik uygulamada meydana gelmektedir. Kuvvetli karışım nedeniyle türbülanslı sınır tabaka laminer sınır tabakaya göre farklı bir davranışa sahip olsada, laminer sınır tabaka analitik olarak çözülebilmeleri nedeniyle yine aşağıda verildiği gibi açıklanmaya çalışılacaktır.

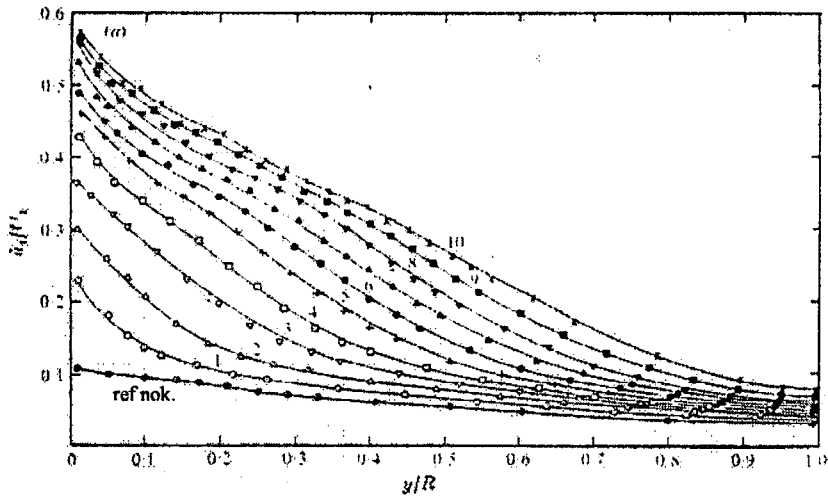
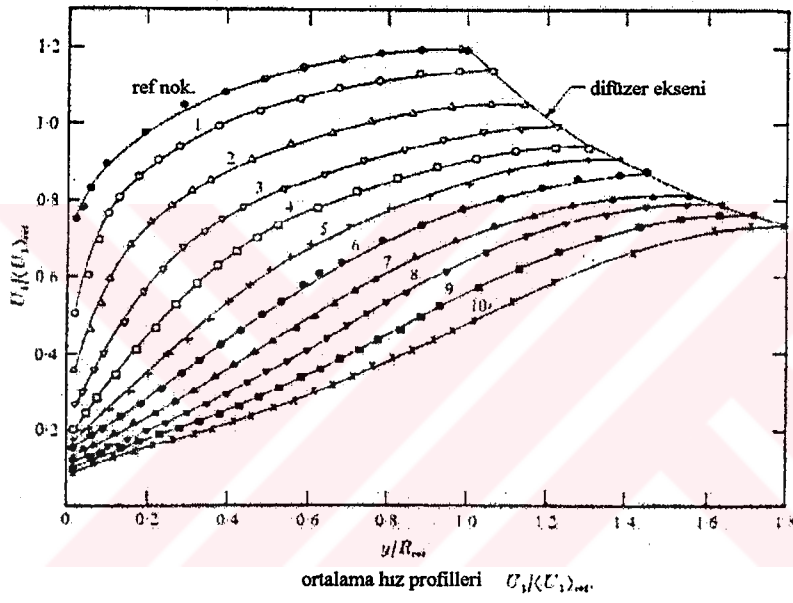
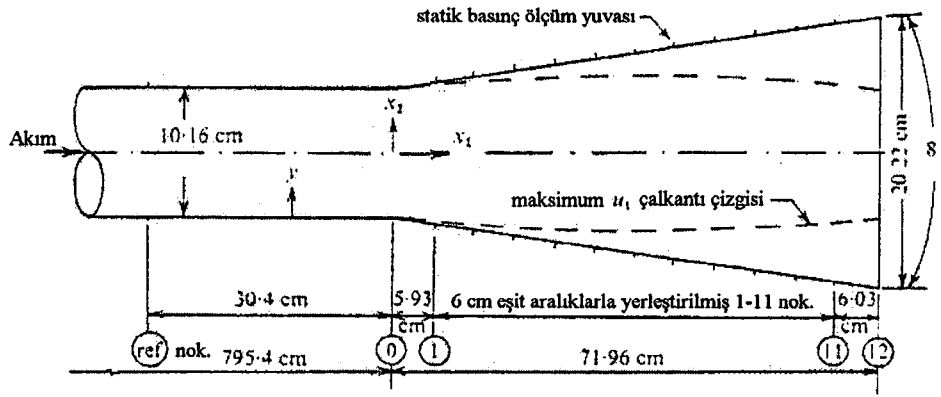
### 2.5.1 Hızlanma sonrası gelişen sınır tabaka

Sonsuz uzun bir levha üzerinde akım hızı  $U=0$ 'dan  $U=U_0$  kadar artması halinde, laminer akım için hareket denklemi aşağıdaki basit forma sahip olacaktır:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial x_3^2}$$

Sınır şartları ise

$$\begin{aligned} t \leq 0 & \quad U_0 = 0 \\ t > 0 & \quad U = U_0 \quad (x_3 \rightarrow \infty) \\ & \quad U = 0 \quad (x_3 = 0) \end{aligned}$$



Şekil 2.21 Dairesel difüzörde yapılan ölçümler (Okwaobi ve Azad, 1973)

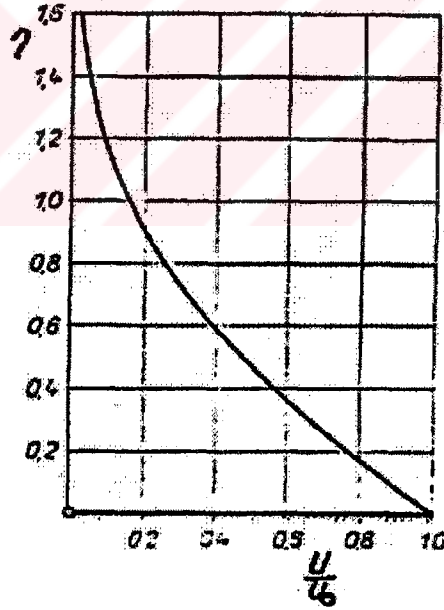
dir. Stokes tarafından verilen çözüm:

$$\frac{U}{U_0} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} e^{-\xi^2} d\xi \quad (2.137)$$

$$\xi = \frac{z}{2\sqrt{\nu t}} \quad (2.138)$$

$U_0$  için çözüm lineerdir ve bu çözüm levhanın durgun akım içinde aniden hareket halinde de uygulanabilir.

$$\frac{U}{U_0} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} e^{-\xi^2} d\xi \quad (2.139)$$



Şekil 2.22

$\eta=2$  için  $U/U_0 = 0.99$  birinci halde, bu tanım uygulanırsa, bu durumda sınır tabaka kalınlığı:

$$\delta(t) = 4\sqrt{vt} \quad (2.140)$$

olarak bulunur. Bu kararlı akım hali için verilen ve  $x$  ile değişen sınır tabaka için uygulanırsa, bu durumda  $t$  ile  $x / U_0$  yer değiştirecektir:

$$\delta(x_1) = 4\sqrt{\frac{v_x}{U_0}} \quad (2.141)$$

Bu tip akımlarda türbülanslı sınır tabaka için çok sınırlı bilgi mevcuttur. İlk yaklaşım olarak kararlı akım hali için türetilmiş bir bağıntı kullanılabilir.

### 2.5.2 Salınımlı akım

$h$  su derinliğine sahip bir kanal akışını  $T$  salınım periyoduna sahip zamana bağımlı şartlara uydurabilirler.

Bir önceki bölümden anlaşılacağı gibi momentum transferi  $t$  anında  $\sqrt{vt}$  mesafesi boyunca meydana gelecektir. Eğer  $t=T$  ise, bu durumda laminar akım için kritik faktör:

$$h / \sqrt{vt} \text{ veya } h\sqrt{\omega / v} \quad (2.142)$$

olacaktır. Türbülanslı akımda eddy viskozitesi önemli olacaktır.  $v$  değeri  $\varepsilon = \alpha u_* h = \alpha' \bar{U}_{ort} h$  ile yer değiştirirse aşağıdaki ifade elde edilir:

$$h\sqrt{\omega / U_{ort} h} = \sqrt{h\omega / U_{ort}} \quad (2.143)$$

Bu oran  $\sqrt{h/a}$  şeklinde de yazılabilir, burada  $a$  yatay hareketin genliğidir. Kısa dalgalar için sınır tabakası kalınlığı daima su derinliği ile karşılaştırıldığında küçüktür. Buna karşın gelgit akımları için derinlik  $<10$  m ve dalga boyu  $>5$  km olduğundan kararlı akım halinde olduğu gibi gelgit'in dönüş anı hariç sınır tabaka kalınlığı büyüktür.

### 2.5.3 Salınlı akımda sınır tabaka-küçük genlik/derinlik oranı

#### 2.5.3.1 Laminer akım

Kendi düzleminde salınlı harekete sahip levha için hareket denklemini aşağıdaki basit formda yazılabilir:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \quad (2.144)$$

Sınır şartları:

$$z = 0 \quad U = U_0 \cos \omega t$$

$$z \rightarrow \infty \quad U = 0$$

Hareket eden levha için çözüm (Stokes):

$$\frac{U}{U_0} = \exp(-\beta x_3) \cos(-\omega t - \beta z) \quad (2.145)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}} \quad (2.146)$$

Hız dağılımı  $\omega/\beta$  yayılma hızına sahip enlemesine salınım karakterine ve kuvvetli biçimde azalan bir genliğe sahiptir. Bir dalga uzunluğuna sahip bir mesafede genlik oranı  $e^{-2\pi} = 1/535$  'dir. Duvar üzerinde kayma gerilmesi ve hız gradyanı aşağıdaki bağıntı verilir:

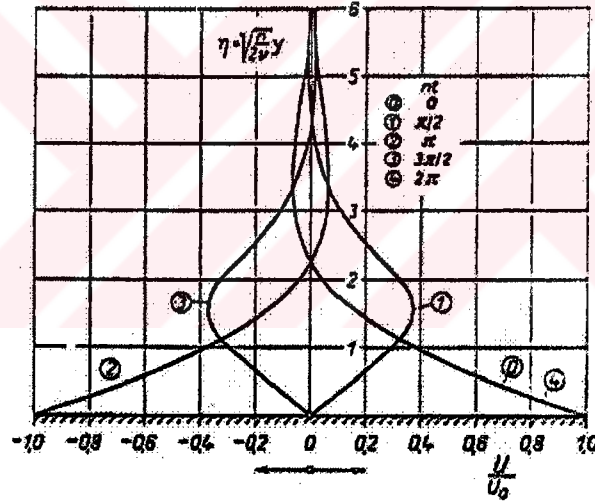
$$\tau_0 = \mu \left( \frac{\partial U}{\partial x_3} \right)_{z=0} = \mu \beta U_0 (\cos \omega t - \sin \omega t) = \rho \nu^{1/2} \omega^{1/2} U_0 \cos(\omega t + \pi/4) \quad (2.147)$$

Kayma gerilmesi duvardaki hıza göre 45°lik bir faza sahiptir. Salınlımlı sıvı hareketi için, kısa genliğin su derinliğine oranı yukarıda verilen çözümde uygulanabilir. Bu durumda çözüm ( $U = U_0 \cos \omega t$ ,  $x_3 \rightarrow \infty$  sınır şartı ile):

$$U_0 \cos \omega t - U(x_3) = U_0 \exp(-\beta x_3) \cos(\omega t - \beta x_3) \quad (2.148)$$

Bu halde de kayma gerilmesi maksimum hıza göre 45°lik faza sahip olacaktır ve bunun için basınç gradyanı üzerinde 45°lik bir faz farkı olacaktır (sınır tabaka dışında  $\frac{dp}{dx_1} = \rho \frac{dU_0}{dt}$ ).

Basınç gradyanı sınır tabaka içinde de mevcuttur ve duvar üzerindeki rölatif olarak küçük hızlar üzerinde rölatif olarak büyük etkiye sahiptir.



Şekil 2.23 Bir duvar üzerinde rölatif hız dağılımı

Hız dağılımı Sleath (1970) tarafından deneysel olarak belirlenmiştir. Pürüzlü duvar ile ilgili ölçümler  $\beta D$ 'nin büyük değerleri için ( $D$  duvar pürüzlülüğünün dane çapı) viskoz eddy'ler yapılanmaktadır, bunlarda sınır tabakasının kalınlaşmasına ve faz farkının azalmasına sebep olmaktadır.  $X$  birden büyük bir faktördür ve sınır tabakasının kalınlığını göstermektedir. Bu faktör aşağıdaki korelasyona sahiptir.

$$Y = (\beta D)(UD / \nu) \quad (2.149)$$

$$X = 1 + 0.00815(Y - 1/5)^{0.78} \quad (2.150)$$

Türbülanslı akışa geçiş için cilalı duvar halinde aşağıdaki kriter verilmiştir:

$$Re = \frac{U_0 \sqrt{\nu/\omega}}{\nu} = \frac{U_0}{\sqrt{\nu\omega}} = 400 \quad (2.151)$$

Bunun anlamı model şartlarında sınır tabaka daima laminerdir, buna karşın doğada sınır tabaka daima türbülanslıdır.

### 2.5.3.2 Türbülanslı akım

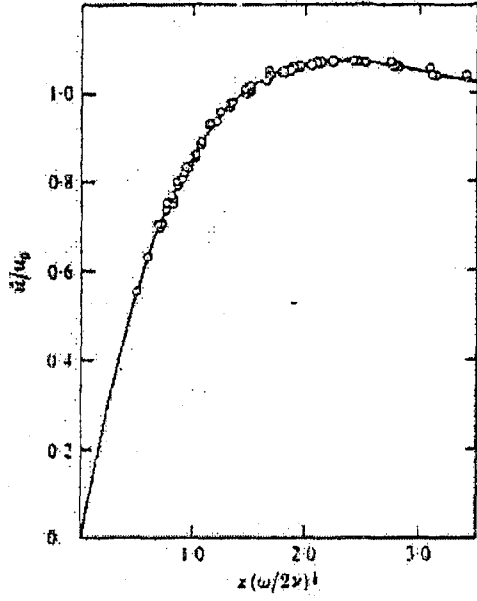
Türbülanslı sınır tabakası için birçok araştırmacı bir hesaplama yöntemi vermeye çalışmıştır. Bunlardan bazıları aşağıda özetlenmiştir:

Kalkanis (1957, 1964): Salımlı akım için türbülanslı sınır tabakada yapılan ölçümlere dayanarak amirik ifade vermiştir:

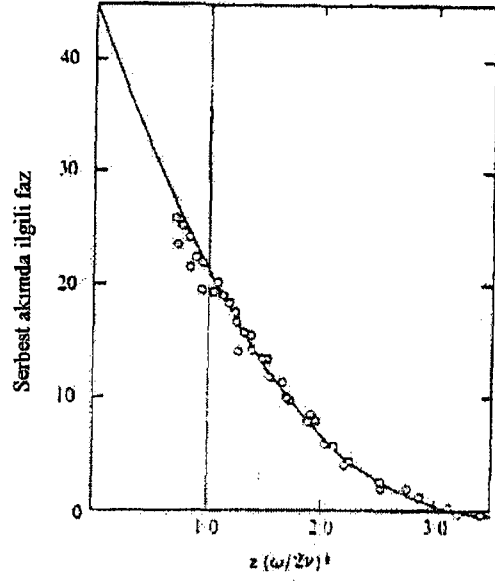
$$\frac{U(x_3)}{U_0} = 0.36 \left( \frac{x_3}{z_0} \right)^{-0.65} \left\{ \sin \omega t - 2.41 \log \left( 3.14 \frac{z}{z_0} \right) \right\} \quad (2.152)$$

$$z_0 = 1.54 \sqrt{\omega / \nu}$$

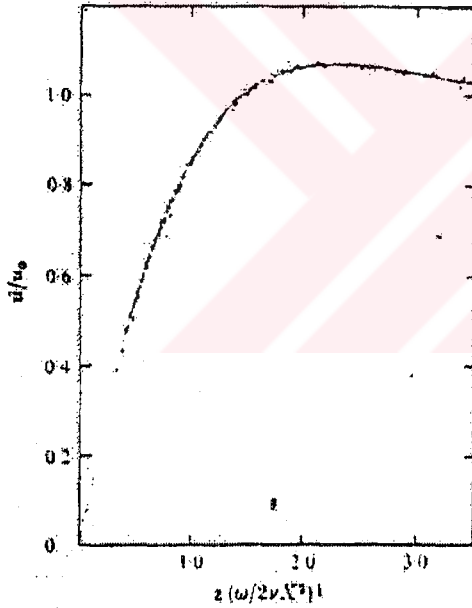
Bu dağılım duvar yakınında geçerli olmamaktadır. Faz farkları laminar akımda olduğundan daha küçüktür.



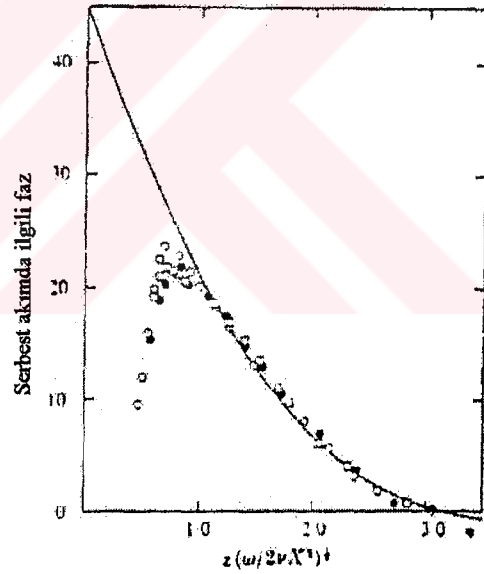
Cam levha üzerinde birinci mertbe hızın şiddetindeki değişim



Cam levha üzerinde birinci mertbe hızın fazındaki değişim



Kaba kum geçirimsiz bir zemin üzerinde birinci mertbe hızın şiddetindeki değişim



Kaba kum geçirimsiz bir zemin üzerinde birinci mertbe hızın fazındaki değişim

Şekil 2.24 Sleath (1970)'in ölçümleri

Bijker (1967) dalga ve akıntı etkisinde kayma gerilmesi için bir ifade geliştirmiştir. Sadece akıntı için logaritmik ifade kullanılmaktadır.  $\bar{U}(x_3)/u_* = 2.5 \ln 33x_3/k_z$  ve taban yakınında yörüngesel hızı ( $U_0$ ) dikkate alarak  $x_3 = e \cdot k_s/33$  konumunda bu logaritmik

ifadeyi  $pU_0$  değeri ile modifiye ederek kullanmaya çalışmıştır, deneysel çalışmalardan  $p=0.45$  bulmuştur. Sadece dalga için  $0.45U_0 \cong 2.5u_*$  veya  $U_0 / u_* = 5.5$ 'dir.

Jonson (1976) bir sürtünme faktörü tanımlamıştır:

$$f_w = \hat{\tau}_0 / \frac{1}{2} \rho \hat{U}_0^2 \quad (2.153)$$

Bijker'in metodunda  $f_w=0.065$  sabit değerine sahiptir.

Kajiura (1968) hareket denklemini kullanmıştır:

$$\frac{\partial}{\partial t} (U(x_3) - U_0) = \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \varepsilon_z \frac{\partial U_{x_3}}{\partial x_3} \right) \quad (2.154)$$

burada  $\varepsilon_z$  sadece  $x_3$  değişen sabit değerdir.  $\varepsilon_{x_3}$  için üç tabaka için modelleme yapılmıştır, bunlar:

$$1. \text{ Viskoz alt tabaka } U_* x_3 / \nu < 12 \text{ için } \varepsilon_{x_3} = \nu \quad (U_* = \sqrt{\hat{\tau}_0 / r}) \quad (2.155)$$

$$2. \text{ Geçiş } 12 < U_* x_3 / \nu < \frac{dU_*}{\nu} \quad \varepsilon_{x_3} = 0.4 U_* x_3 \quad (2.156)$$

$$3. \text{ Dış tabaka } z > 0 \text{ için } \varepsilon_z = 0.4 U_* d \quad (2.157)$$

Burada  $d$  toplam sınır tabakasının belirlenmiş bir parçasıdır. Pürüzlü duvarlar için ilk tabaka aşağıdaki bağıntıyla değiştirilir:

$$x_3 < 0.5D \text{ için } \varepsilon_{x_3} = \beta U_* D \quad (2.158)$$

dir, burada  $D$ =pürüzlülük için dane çapıdır.

Bu ifadeler yardımıyla Kajiura hız profillerini ve sürtünme katsayılarını belirlemiştir.  $\tau_0$  ile sınır tabakanın dışındaki faz farkı cilalı duvar için  $Re$  sayısının artmasıyla azalmakta, buna karşın pürüzlü duvar halinde  $a/k_s$ 'nin artmasıyla azalmaktadır ( $a$ =yörüngesel hareketin genliğidir). Pürüzlü duvar için sürtünme katsayısı aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\frac{1}{4.05\sqrt{f_w}} + \log \frac{1}{4\sqrt{f_w}} = -0.25 + \log \frac{a}{k_s} \quad (2.159)$$

Bakker (1972) karışım uzunluğu hipotezini kullanmıştır, eddy viskozitesi zamana bağlıdır. Kajiura'nın verdiği metoddan olan farkı çok küçüktür.

Johnson (1976) sınır tabakası boyunca logaritmik profil kabulü yaparak basit bir yaklaşımla sürtünme katsayılarını belirlemiştir.

$$\frac{U(x_3)}{u_*} = 2.5 \ln 30 \frac{x_3}{k_s} \quad (2.160)$$

$x_3=f(t)$  yerine konularak sınır tabakanın dışındaki hız ile kayma gerilmesi arasındaki bağıntı verilmiştir. Bazı basitleştirmelerden sonra aşağıdaki bağıntıya varılmıştır:

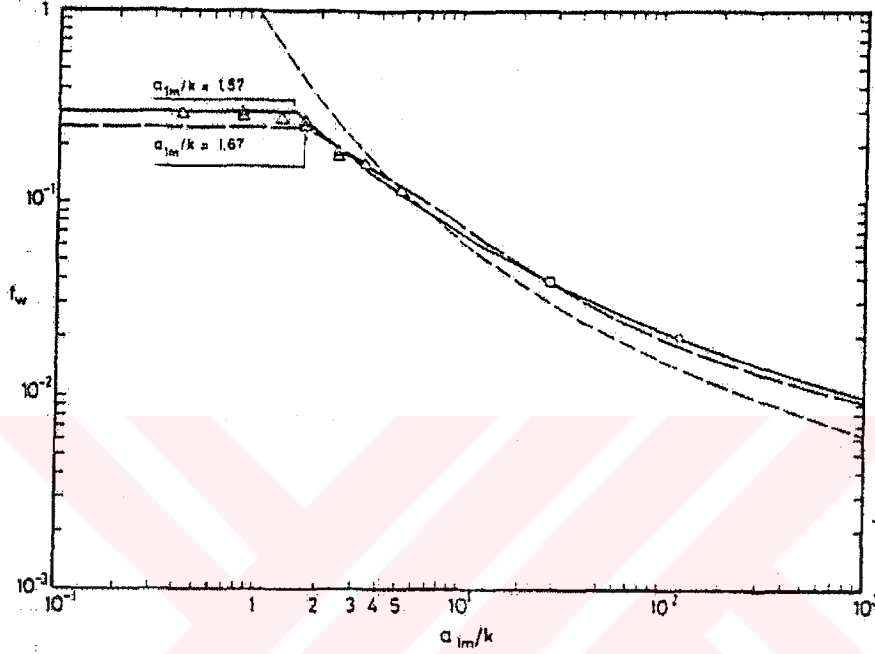
$$\frac{1}{4\sqrt{f_w}} + \log \frac{1}{4\sqrt{f_w}} = m + \log \frac{a}{k_s} \quad (2.161)$$

Teori  $m=0.2$ , deneyler  $m=-0.08$  değerlerini vermektedir. Teori ile deneylerin karşılaştırılması aşağıdaki şekilde görülmektedir (Johnson, 1980)

Bu ifade Kojiura'nın verdiği  $f_w$  değerine hemen hemen benzer sonuç vermektedir. Maksimum sınır tabaka kalınlığı

$$\frac{f}{a} = 0.07 \left( \frac{a}{k_s} \right)^{-1/4} \quad (2.162)$$

ile verilmektedir.



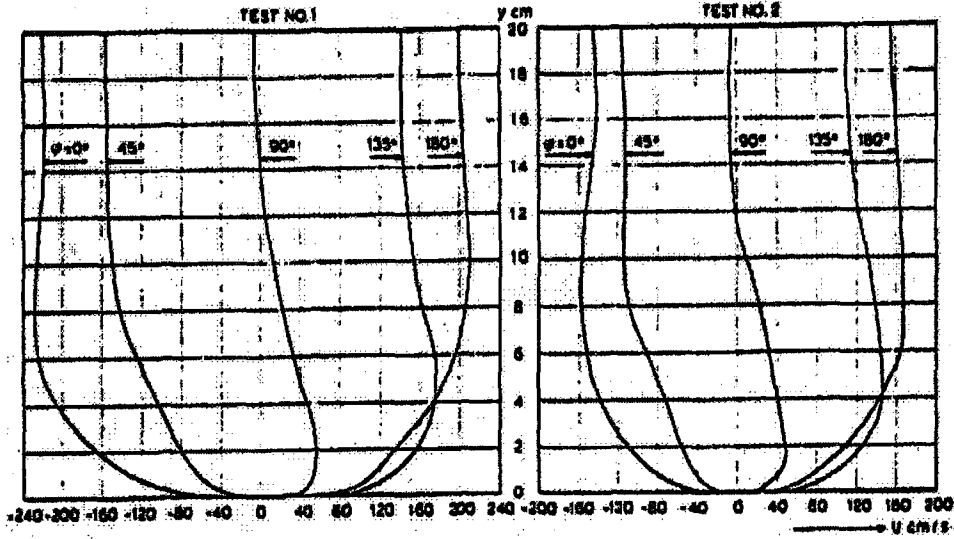
Şekil 2.25 Sürtünme faktörleri

$\delta/a$ 'nın mertebesi  $a/k_s=10-500$  için 0.04-0.015 arasındadır, sınır tabaka kalınlığı oldukça incedir.

Salınlımlı akıma sahip bir su tüneline pürüzlü duvarlar üzerinde yapılan ölçümlerden hız dağılımları belirlenmiştir, ölçüm şartları Çizelge 2.3'de özetlenmiştir:

Çizelge 2.3 Ölçüm şartları

Test Şartları	No. 1	No. 2
Periyot (s)	8.3	7.2
Genlik (m)	2.85	1.79
$U_0$ (m/s)	2.11	1.53
$k_s$ (cm)	2.3	6.30



Şekil 2.26 Değişik faz açıları için y'nin fonksiyonu olarak hızlar

Kayma gerilmesi ana akıma göre 25° ila 30°'lik faz farklarına sahiptir.

Kamphuis ve Riedel (1975) bir levha üzerinde kayma gerilmelerini ölçmüşlerdir. Laminer şartlar altında teorik değerler bulunmuştur. Türbülanslı akım için Kajiura'nın vermiş olduğu teorik değer %25-30 altında bulunmuştur. Pürüzlü duvar için aşağıdaki ifade elde edilmiştir:

$$\frac{1}{4\sqrt{f_w}} + \log \frac{1}{4\sqrt{f_w}} = -0.35 + \frac{4}{3} \log \frac{a}{k_s} \quad (2.163)$$

Cıvalı ve pürüzlü arasındaki geçiş  $a/k_s$  oranına bağlıdır ( $u_* k_s / \nu > 200$ ) için  $a/k_s$ 'in küçük değerleri tam pürüzlü akımı vermektedir, buna karşın bu sayı  $a/k_s$ 'in büyük değerleri için 70 değerine kadar düşmektedir).

## 2.5.4 Periyodik değişen basınç gradyanlı tüp akımları

### 2.5.4.1 Laminer akım

Laminer akım için Uchida (1956) ve diğerleri tam çözüm elde etmiştir. Dairesel kesitli boru için laminer akım halinde hareket denklemi:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) \quad (2.164)$$

Periyodik değişen basınç gradyanı için

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \chi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \chi_{cn} \cos nt + \sum_{n=1}^{\infty} \chi_{sn} \sin nt \quad (2.165)$$

Çözüm

$$U = \frac{\chi_0}{4\nu} (a^2 - r^2) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i\chi_n}{n} \left[ 1 - \frac{J_0(kr)}{J_0(ka)} \right] e^{int} \quad (2.166)$$

Burada

$a$  = borunun yarıçapı

$r$  = eksenden olan mesafe

$$k = \sqrt{n/\nu}$$

$J_0$  = 0'inci mertebeden Bessel fonksiyonu

Birinci kısım normal Poiseuille akımıdır.

Düşük frekanslar için:

$k_a = a\sqrt{n/\nu} \ll 1$  sınımlı akım basınç gradyanı ile aynı fazdadır ve pseudo-Poiseuille akım gibi davranır.  $k_a > 5$  için duvar yakını hariç akım ile  $90^\circ$  faz vardır.  $k_a > 10$  için ise sınımlı akım ortada hemen hemen uniformdur (basınç gradyanı ile  $90^\circ$  lik faz vardır) ve dalga

etkisinde olduğu gibi sınır tabakası aynı karakterdedir ayrıca hız profilleride benzerdir. Hız profilleri

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \chi_0 + \chi_{cn} \cos nt \quad (2.167)$$

ile ilintilidir (Şekil 2.27 ve Şekil 2.28)

$(U'/U)(\chi_{cn}/\chi_0)^{-1}$  parametresi ortalama Poiseuille akımı ile karşılaştırıldığında salınlı akım görüntüsü vermektedir.  $(\partial p / \partial x)$ ' anlık basınç gradyanıdır.

Duvar kayma gerilmesi

$$\frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U^2} = \frac{16}{\text{Re}} \left[ 1 + \frac{\chi_{cn}}{\chi_0} \sigma_\tau \cos(nt - \delta_\tau) \right] \quad (2.168)$$

dir, burada  $\delta_\tau$  ve  $\sigma_\tau$ ;  $k_a$ 'nın fonksiyonlarıdır.

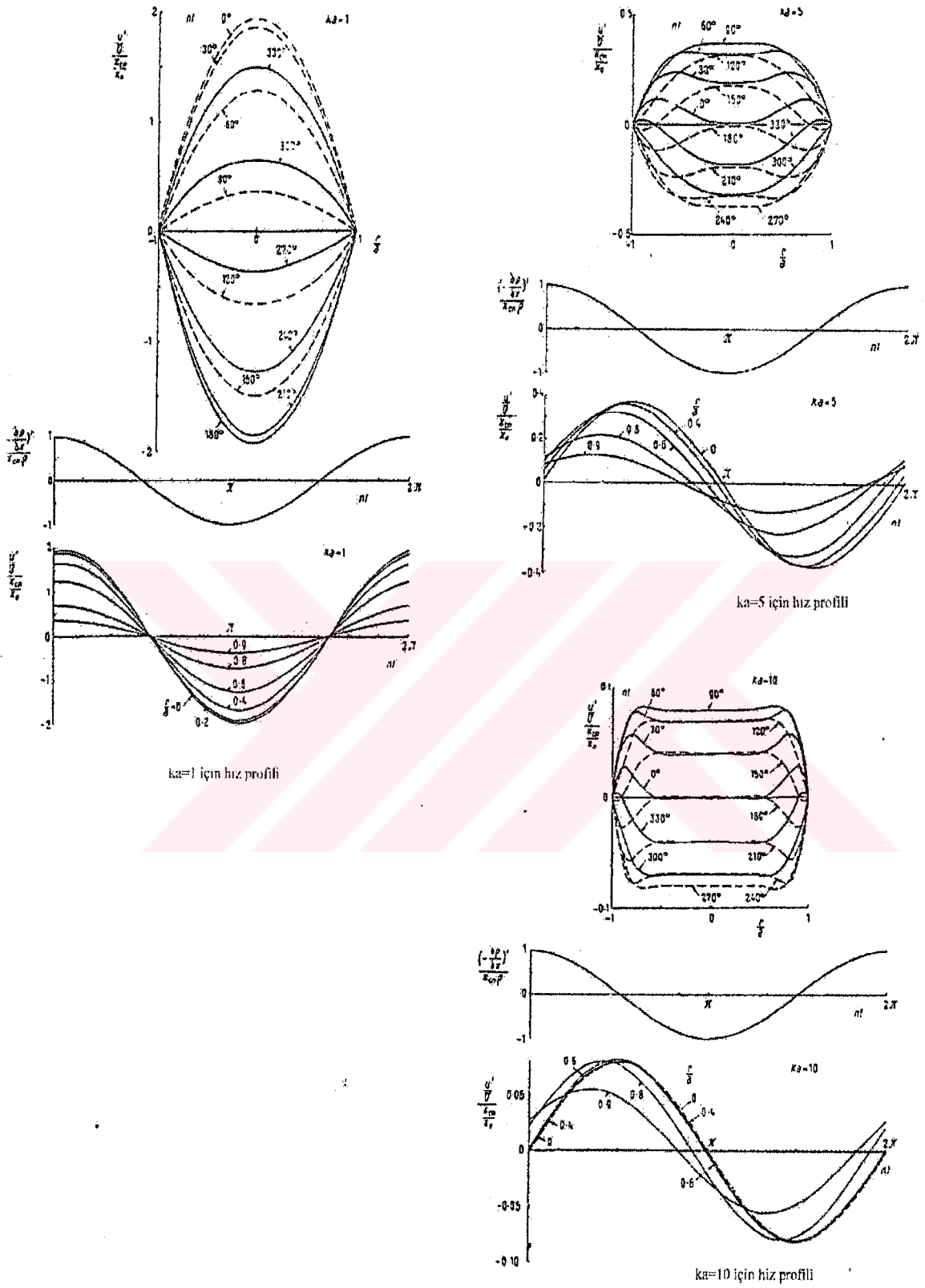
$K_a > 5$  için kayma gerilmesi basınç gradyanı ile  $45^\circ$  faz farkına sahiptir, ancak orta kısımda ise  $45^\circ$ lik faz farkı hız ile mevcuttur.

#### 2.5.4.2 Türbülanslı akım

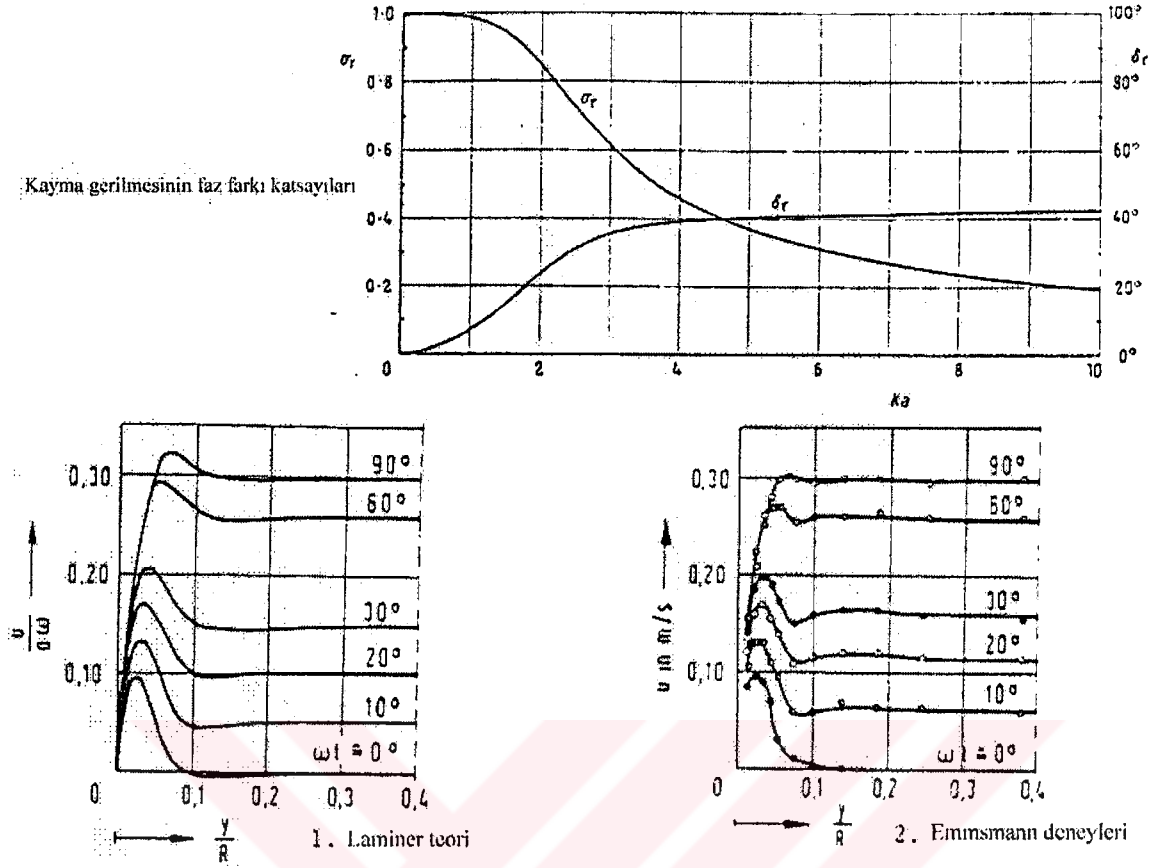
Emsmann (1973) yüksek frekanslı ( $d\sqrt{\omega/\nu} = 100 - 232$ ,  $d$ =boru çapı) ve

$\text{Re} = \frac{\bar{U}d}{\nu} = 18000 - 36000$  değerlerindeki salınlı akım için deneysel çalışma yapmıştır. Bu

frekanslar için sınır tabaka laminer akıma benzer davranış göstermektedir.



Şekil 2.27 Uchida teorisi (1956)



Şekil 2.28 Salınım akım sonuçları

Hızla olan faz farkları orta kısımda daha küçüktür. Laminer akıma göre çok az büyük kayma gerilmeleri söz konusu olmaktadır. Laminer akımdaki değerlerin bu frekanslarda kullanılabileceği belirtilmektedir buna karşın pseudo kararlı hal kullanılmamaktadır çünkü enerji disipasyonu 2-8 kat artmaktadır. Bu durumun hidroelektrik tesislerde önem arz ettiğide belirlenmiştir (Breusers, 1984).

## 2.6 Serbest Türbülanslı Akım

### 2.6.1 Giriş

Serbest türbülanslı akım duvar etkisinde olmayan bir akım tipidir. Ancak cisim etrafındaki akım için olduğu gibi sınır şartlarından dolayı olarak bazı etkilere maruz kalabilmektedir. Serbest türbülanslı akım aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir:

1. Jet akımları: Dairesel jet, düzlem (iki boyutlu) jet, karışım tabakası

2. Art-iz akımları: Dairesel ve düzlem

Bu tip akımlarda ana akım doğrultusundaki hızlar yanal doğrultudaki hızlardan çok fazla büyüktür, yine ana doğrultudaki özelliklerin gradyanları ana akıma dik (yanal) doğrultudaki özelliklerindeğişimlerden daha küçüktür. Ana akıma dik basınç gradyanları küçüktür ve sadece türbülans büyüklüklerindeki değişimlerin bir sonucudur. Bu yüzden ana akım doğrultusundaki basınç gradyanı sadece rahatsız edilmemiş akımdaki basınç gradyanına bağlıdır.

Serbest türbülans yaklaşımları tamamen ampriktir ve klasik karışım uzunluğu ile eddy viskozitesi hipotezleri uygulanmaktadır. Bu amprik ifadeler yeterince uygun sonuçlar vermemesine rağmen zamansal ortalama büyüklükleri belirlemede hala uygulanmaktadır. Bu tip akımlarda türbülansın yapısı akım doğrultusundaki gelişme esnasında korunmaktadır ve bu özellik "akım yapısındaki benzeşim" olarak bilinmektedir.

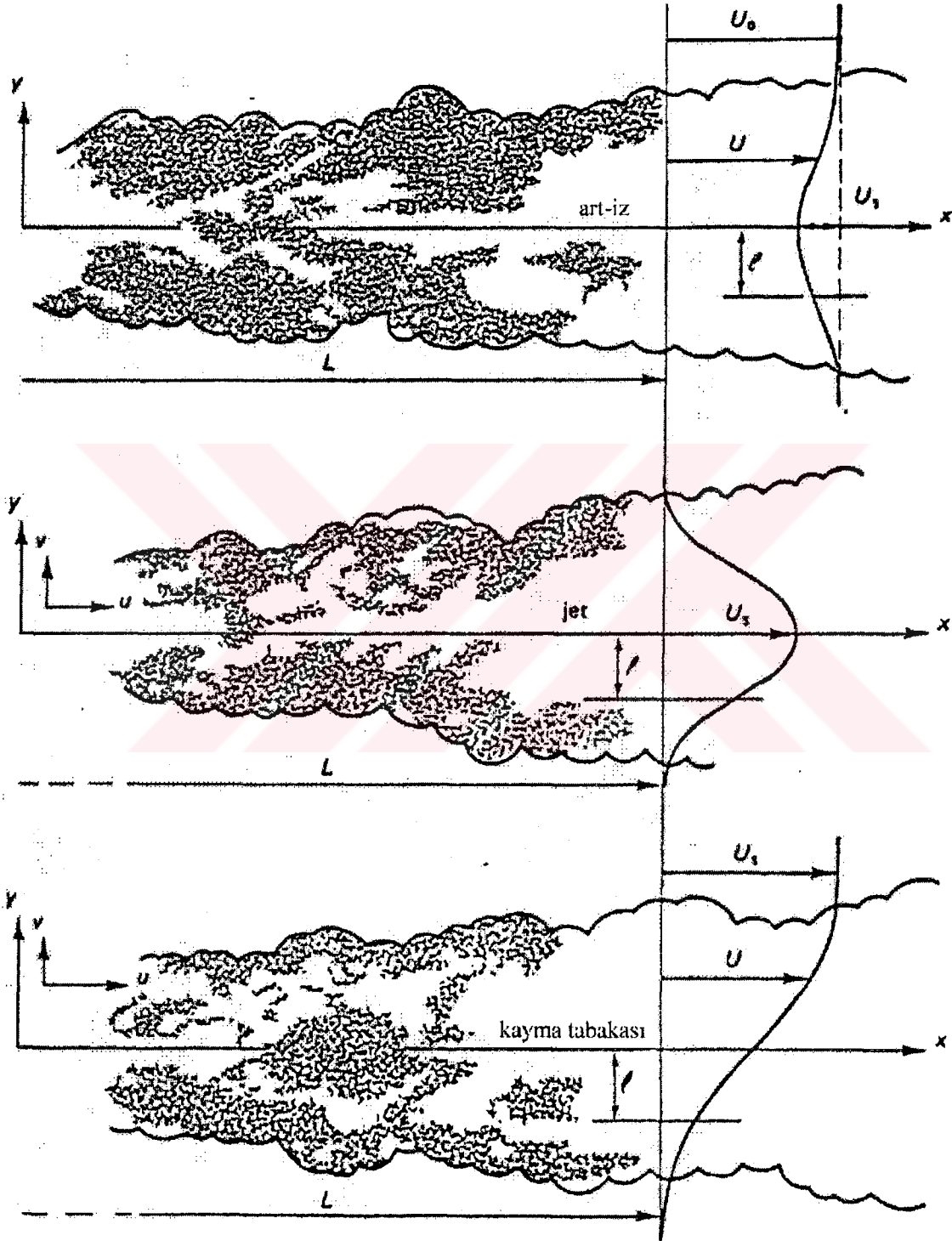
Benzeşim hipotezi jet ve art-iz akımları için uygun sonuçlar vermektedir. Hız profilleri genellikle çan şeklindedir.

Hızın maksimum olduğu yer ile hızın %50 kadar farklı olduğu yer arasındaki mesafe  $l$  uzunluk ölçeği ve hız profillerinden birisi maksimum hız farklı  $U_s$  hız ölçeği olarak alınırsa bu dağılımlar geometrik olarak benzerdir.

Bu benzeşime türbülansa bağımlı kuvvetli hız gradyanları ile türbülans kinetik enerjisinin üretimi sebep olmaktadır. Bu çift taraflı etkileşim, Türbülans ve ana akım arasındaki kuvvetli bağımlılıktan kaynaklanmaktadır ve sonuçta bu benzeşim ortaya çıkmaktadır.

Akımda tam benzeşim sağlanmadan önce jet çapının 50 katı kadar bir mesafe geçmektedir, hız profilleri aşağı yukarı 10 çap mesafeden sonra benzer olmaktadır. Benzeşim hipotezi ile

bağımsız değişkenlerin sayısı azalmaktadır, böylece hareket denklemi iki boyutlu, aksel simetrik akım için adi diferansiyel denkleme dönüşmektedir. Akımın sınır yapısı ( $l/L \ll 1$ ) dolayısıyla bazı terimler ihmal edilebilmektedir.



Şekil 2.29 Levha üzerinde art-iz, jetler ve kayma tabakaları (karışım tabakaları)

### 2.6.2 Sınır tabakası yaklaşımı

Örnek olarak durgun konumdaki bir akışkan içindeki düzlemsel jet akımını ele alalım. Re sayısı yüksektir ve viskoz gerilmeler ihmal edilecek mertebededir.

Aşağıdaki ölçekler kullanılmıştır:

- Yanal ve ana akım doğrultusundaki boyutlar için  $l$  ve  $L$

- Ortalama ve türbülans hızları için  $U_s$  ve  $u_s$

Süreklilik denkleminde:

$$\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_3} = 0 \quad (2.169)$$

$\bar{U}_3$  yanal hızın mertebesi  $U_s l/L$ 'dir.

$x$  doğrultusundaki hareket denklemi:

$$\bar{U}_1 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} + \bar{U}_3 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x_1} - \frac{\partial \overline{u_1 u_3}}{\partial x_3} \quad (2.170)$$

mertebeler:

$\frac{U_s^2}{L}$	$\frac{U_s^2}{L}$	?	$\frac{u_s^2}{L}$	$\frac{u_s^2}{l}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

(1) ve (2)'nin mertebeleri (5) ile karşılaştırıldığında  $u_s^2 / U_s^2$  oranı  $l/L$ 'in maksimum değerine sahiptir.

Yanal doğrultuda hareket denklemi:

$$\bar{U}_3 \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_3} + \bar{U}_1 \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_1} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_1} \overline{u_1 u_3} - \frac{\partial}{\partial x_3} \overline{u_3^2} \quad (2.171)$$

mertebeleler

$U_s^2 \frac{1}{L^2}$	$U_s^2 \frac{1}{L^2}$	?	$\frac{u_s^2}{L}$	$\frac{u_s^2}{l}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

(4). terim (5). Terimle karşılaştırıldığında ihmal edilebilir. (1) ve (2) terimleri (5). terimle karşılaştırıldığında  $u_s^2 / U_s^2$  için en büyük limitin uygulanması (1) ve (2) nin (5)'in yanında küçük olduğunu göstermektedir. (3) ve (5) terimleri kalacaktır, böylece

$$\frac{\partial \overline{u_3^2}}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_3} \quad (2.172)$$

veya

$$\bar{p} + \overline{\rho u_3^2} = p_0 \quad (2.173)$$

bu jetin dışındaki basınçtır.

Akışkanın sakin konumda bulunması hali için birinci hareket denkleminde elde edilenler yerlerine konursa

$$\bar{U}_1 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_1} + \bar{U}_3 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3} = -\frac{\partial}{\partial x_3} \overline{u_1 u_3} \quad (2.174)$$

halini alır.

### 2.6.3 Benzeşim hipotezi

Düzlem jet için benzeşim hipotezinin uygulanmasına ait bir örnek Tennekes ve Lumley (1972) tarafından verilmiştir. Jetler ve karışım tabakaları için iki hız ölçęği vardır, bunlar  $u_s^2 / U_s^2 = (l / L)$  mertebe bağıntısına sahip  $u_s$  ve  $U_s$ 'dir.  $u_s/U_s$  oranı benzeşimin konumu için sabit olmalıdır (türbülans şiddetinin ortalama akım hızına oranı). Bunun sonucunda  $l/L$ 'de sabit olmalıdır.  $L$  bir mansap ölçęği olduğundan, karışım tabakalarında ve jetlerde  $l \sim u$  olması gerekir. Hız ölçęği olarak  $u_s$  veya  $U_s$  kullanılabilir.

$$\bar{U} = U_s \cdot f(\eta), \quad \eta = z/l, \quad l = l(x), \quad U_s = U_s(x), \quad -\overline{uu_3} = U_s^2 g(\eta)$$

varsayalım.

Süreklilik denkleminde:

$$U_3 = -\int_0^z \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_1} dx_3 = -l \int_0^\eta \left( \frac{dU_s}{dx_1} f - \frac{U_s}{l} \frac{dl}{dx_1} \eta f' \right) d\eta \quad (2.175)$$

Yukarıda tanımlanan büyüklükler bu ifade de yerlerine konursa:

$$\frac{1}{l_s} \frac{dU_s}{dx_1} f^2 - \frac{dl}{dx_1} \cdot \eta \cdot f \cdot f' - \frac{1}{U_s} \cdot \frac{dU_s}{dx_1} \cdot f' \int_0^\eta f d\eta + \frac{dl}{dx_1} \cdot f' \int_0^\eta \eta f' d\eta = g' \quad (2.176)$$

(üstel değerler  $\eta$ 'ya göre diferansiyelleri göstermektedir)

Eğer mümkün ise benzeşimin korunumu:

$$\frac{dl}{dx_1} = A \quad \frac{1}{U_s} \frac{dU_s}{dx_1} = B$$

Burada A ve B birer sabittir, birinci sonuç beklenen bir sonuçtur ( $l/L$  sabit), ikinci şart ancak herhangi bir güç kanunu sağlanmış ise mümkündür.

$$U_s \sim x_1^n \quad (n=0)$$

Düzlem jetler için akımda benzeşimin korunumu momentum denkleminde elde edilebilir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} U^2 dx_3 = U_s^2 l \int_{-\infty}^{\infty} f^2 d\eta = U_0^2 d \quad (2.177)$$

Burada  $U_s = x^n$  ile değişmektedir,  $U_0$ , çıkış hızı ve  $d$ , jet boyutudur. Bu denklemden

$$2n + 1 = 0 \text{ veya } n = -\frac{1}{2}$$

sabit momentum akısı için elde edilir.

Böylece  $x$ 'in büyük değerleri için

$$U_s / U_0 = C(x_1 / d)^{-1/2} \quad (2.178)$$

ve

$$l = Ax_1$$

Diğer akım tipleri için  $n$  ve  $q$  aynı yoldan belirlenebilmektedir.  $n$  ve  $q$  Çizelge 2.4'deki üstel değerlerle orantılıdır:

$$U_s \sim x_1^n$$

$$l \sim x_1^q$$

Çizelge 2.4 Üstel değerler

Akım Tipi	n	q
Karışım Uzunluğu	0	1
Düzlem Jet	-1/2	1
Dairesel jet	-1	1
Düzlem art-iz	-1/2	1/2
Dairesel art iz	-2/3	1/3

## 2.6.4 Durgun konumdaki bir akışkan içinde dairesel jet

### 2.6.4.1 Benzeşim hipotezi

Bu hipotezin uygulanması sonucunda  $n+q=0$  elde edilir. n ve q'nun belirlenmesi için ilave hipoteze ihtiyaç vardır. Örneğin

– Hipotez  $\overline{u_1 u_2} / U_s^2$  genel bir fonksiyondur.

– Hipotez  $W_e$  Nüfuz etme hızı  $U_s$  ile orantılıdır (Rajaratnam, 1976)

$$\frac{d\phi}{dx_1} = \pi \cdot b \cdot W_e \quad (2.179)$$

Burada  $b$ =jetin çapı,  $\phi$  =jet debisi

Bu hipotezlerin birisinin uygulanması  $n=-1$ ,  $q=1$  vermektedir.

### 2.6.4.2 Hız dağılımları için teoriler

Karışım uzunluğu teorisi kullanılarak  $l_m = ax$ ,  $U$  için bir diferansiyel denklem elde edilir. Eddy viskozitesi hipotezi kullanılarak ( $\epsilon_m = \text{sabit}$ ) bir bağıntı elde edilir.

$$\frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_{1\max}} = \frac{1}{(1 + 0.125\xi^2)} \quad (2.180)$$

Burada  $\bar{U}_{1\max}$  = Jet eksenindeki hız,  $\xi = \sigma r / x_1$ ,  $\sigma$  = amirik sabit. Akım doğrultusunda hareket denklemleri bu hipotez doğrultusunda aşağıdaki gibi değiştirilebilir:

$$\overline{U_1 U_3} = \bar{U}_1 \cdot \bar{U}_3 + \overline{u_1 u_3} = -\Lambda(x_1) \frac{\partial \bar{U}_1^2}{\partial x_3} \quad (\text{veya}; \quad \frac{\partial \bar{U}_1^2}{\partial x_1}) \quad (2.181)$$

İki boyutlu halde hareket denklemleri

$$\frac{\partial \bar{U}_1^2}{\partial x_1} - \Lambda(x_1) \frac{\partial^2 \bar{U}_1^2}{\partial x_3^2} = 0 \quad (2.182)$$

ve aksel simetrik hal için

$$\frac{\partial \bar{U}_1^2}{\partial x_1} - \Lambda(x_1) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \bar{U}_1^2}{\partial r} \right) \quad (2.183)$$

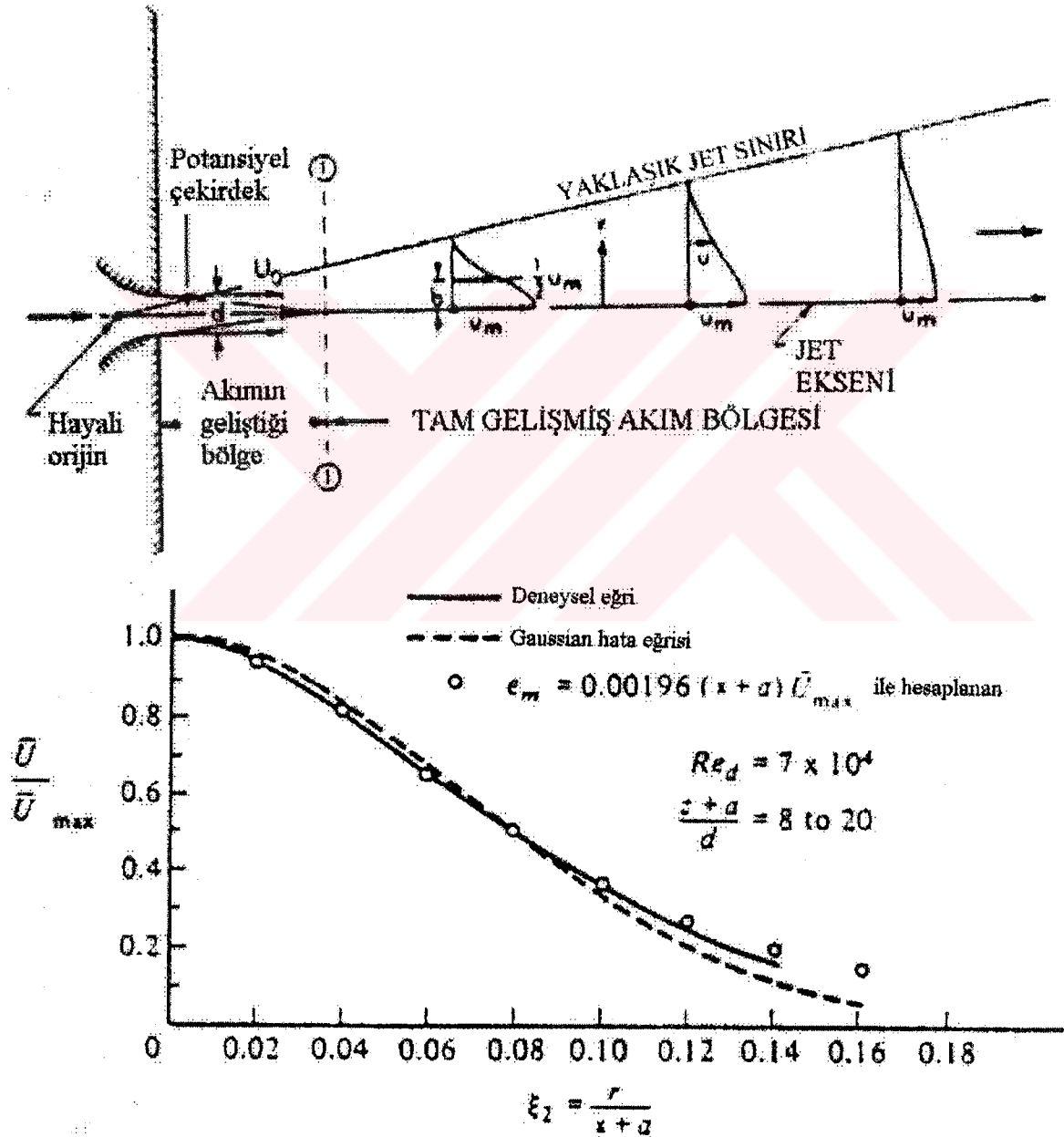
Bu denklemlerin çözümü birçok hal için bilinmektedir. Dairesel jet için

$$\frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_{1\max}} = \exp(-\xi^2) \quad (2.184)$$

dir.

### 2.6.4.3 Hız dağılımı için deneysel sonuçlar

Bir enjektörden çıkan akım (üniform) dan sonra hız dağılımında benzeşim gelişmesi için belli bir mesafenin geçmesi gerekmektedir.  $X/D=6-8$  sonra ( $D$ =jet çapı) bir potansiyel çekirdek mevcuttur, burada hız jetin çıkışındaki  $U_0$  hızına eşittir.



Şekil 2.30 (a) Dairesel türbülans jeti (b) dairesel serbest jetin kendini koruyan kısmında ortalama hız dağılımı

$x > D$  için maksimum jet hızı aşağıdaki bağıntıda olduğu gibi azalır:

$$\frac{U_{1\max}}{U_0} = 6 \frac{D}{x_1} \quad (2.185)$$

$x$  = Jet enjektörünün ucundan olan mesafe

Hız dağılımı Gaussian dağılımı ile oldukça iyi tanımlanmaktadır:

$$\frac{\bar{U}_1}{U_{1\max}} = \exp\left\{-108\left(\frac{r}{x_1}\right)^2\right\} \quad (2.186)$$

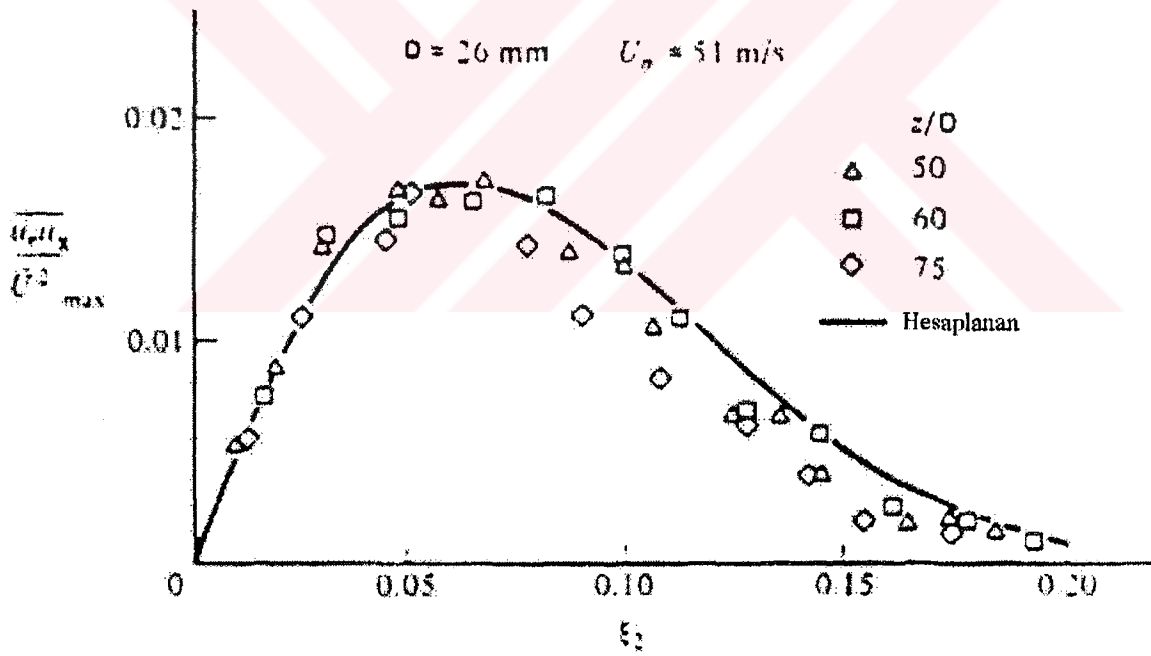
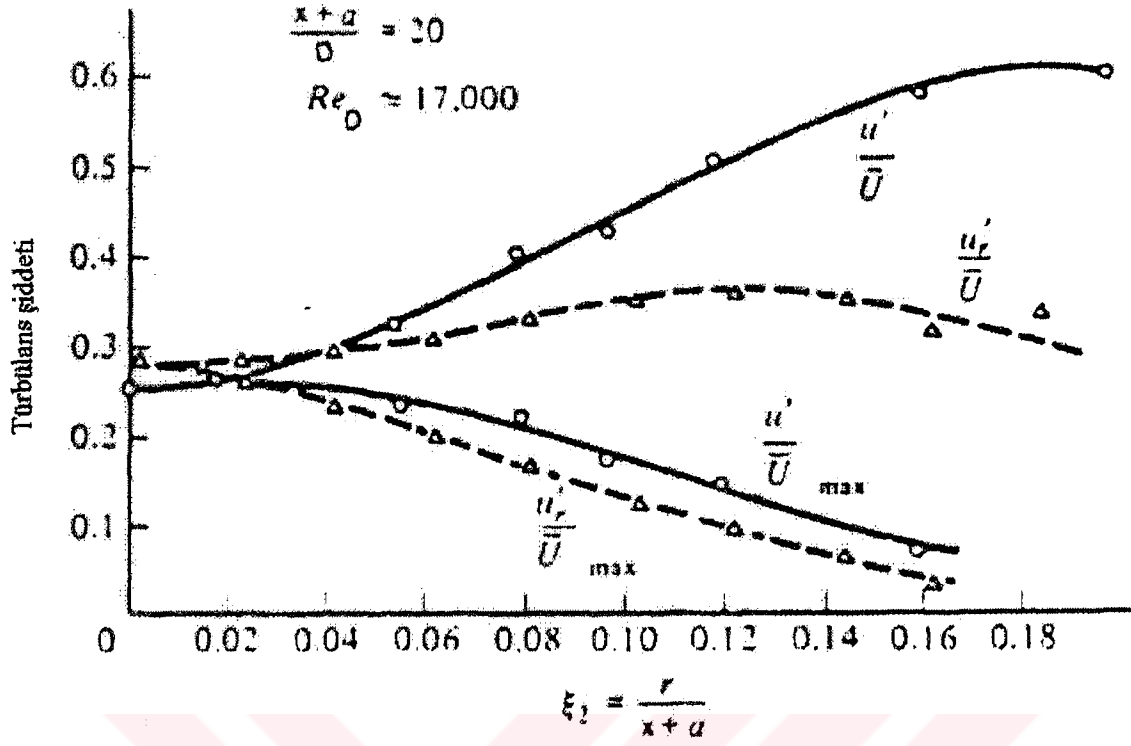
Jetin 1 genişliği araştırmacılara bağlı olarak değişmektedir. 108 değeri  $1/x_1=0.08$  ile orantılıdır, literatürde bu değer 0.08 ve 0.1 arasında verilmektedir. Jetin dış kenarı yeterince tanımlanmamıştır ancak  $r = 2.5l \approx 0.2x_1$  alınabilmektedir. Jet eksenini ile 1:5 oranında saçılmaktadır. Bu açı ve bu sebeple nüfuz etme sınır tabakasından daha büyüktür. Jetin debisi  $x_1$  ile lineer olarak artmaktadır:

$$\frac{Q}{Q_d} = 0.3 \frac{x_1}{D} \quad (2.187)$$

$l_m$  karışım uzunluğu 0.2l mertebesindedir ve  $\epsilon_m$  mertebesi ise  $0.012U_0D$ 'dir.  $\bar{U}_1$  ve  $\overline{u_1u_3}$ 'nin ölçümleri  $\epsilon_m$ 'in  $x_1$ 'den Bağımsız olduğunu ve genişlik boyunca sabit kaldığını göstermektedir.

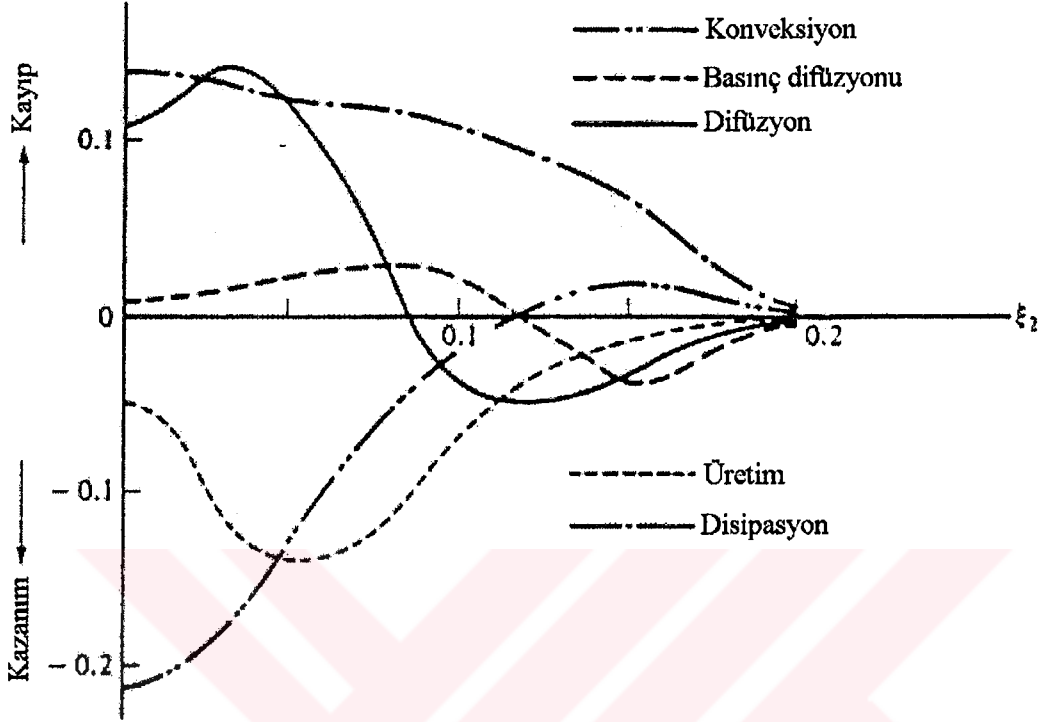
#### 2.6.4.4 Türbülans büyüklüklerinin deneysel değerleri

Türbülans kayma gerilmesi ve şiddetleri ile ilgili ölçümler aşağıdaki şekillerde verilmiştir.



Şekil 2.31 (a) İsothermal dairesel jette ilgili türbülans şiddetlerinin dağılımı  
(b) Ortalama hız dağılımından ölçülen ve hesaplanan kayma gerilmesi dağılımı (Wyganski,  
I. Ve Fiedler, H.)

Jetin kenar akımı türbülanslı ve türbülanslı olmayan bir akım yapısına sahip olabilir. Bu bölge  $r/x_1=0.08$  da başlamakta (akım %100 türbülanslı) ve  $r/x_1=0.25$ 'de bitmektedir.



Şekil 2.32  $z=90d$ ,  $Re_d=8 \times 10^4$  de dairesel serbest jette türbülansın enerji dengesi  
(Wyganski, I. Ve Fiedler, H.)

Türbülans enerjisi dengesi konvektif taşınımı ve difüzyonun önemli bir katkısının olduğunu göstermektedir. Buna karşın yerel denge ile bir alan yoktur (üretim=disipasyon). Bu jetde türbülansın büyük ölçekli karakterleri ile bağlantılıdır (boyuna integral ölçeği eksende 0.51 ve  $r/x_1=0.06$ 'da 0.651'dir).

### 2.6.5 Durgun konumdaki akışkanda düzlem jet

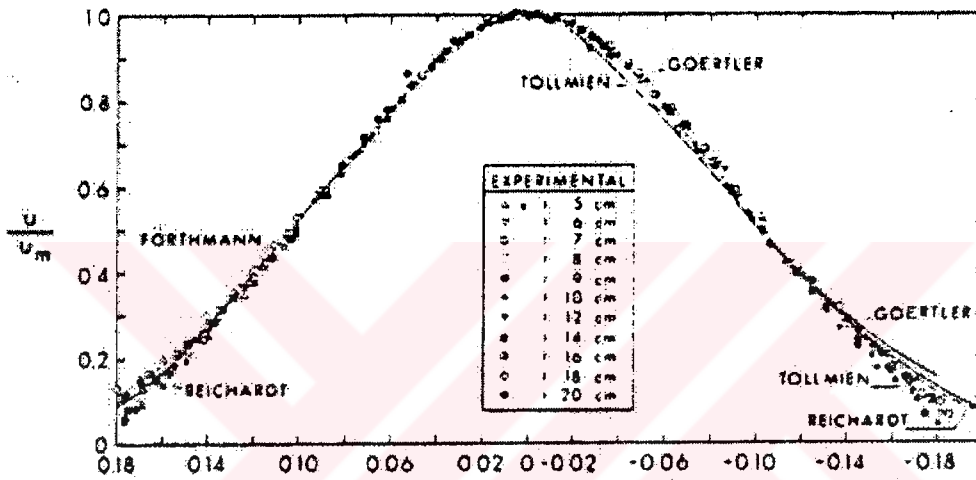
Benzeşim hipotezinden  $l \sim x_1$  ve  $U_s \sim x_1^{-1/2}$  elde edilir. Deneyler ise

$$\frac{U_{1\max}}{U_0} = 3.5 \sqrt{\frac{b_0}{x_1}} \quad (2.188)$$

olduğunu göstermektedir, burada  $2b_0$ =jet enjektörünün genişliğidir. Hız dağılımı aşağıdaki bağıntı ile çok iyi tariflenmiştir:

$$\frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_{1\max}} = \exp\left\{-70 \text{ ila } 75\left(\frac{x_3}{x_1}\right)^2\right\} \quad (2.189)$$

Jetin yarı genişliği  $\approx 0.1x_1$ 'dir. Hız teorileri arasındaki fark oldukça küçüktür.

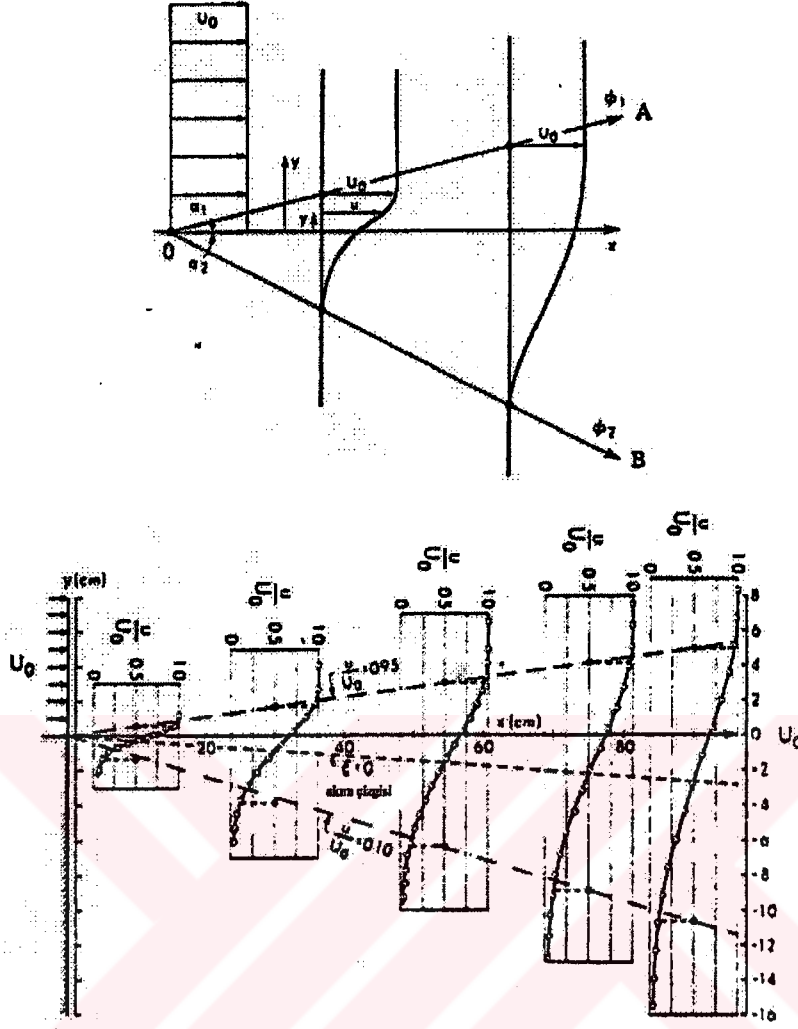


Şekil 2.33 Levhada türbülanslı serbest jetlerin boyutsuz hız dağılımı (Zijnen, 1958a)

### 2.6.6 Düzlem karışım tabakası

Düzlem karışım tabakası hızları farklı iki akımın birbirine paralel konumda karışmasıyla şekillenir (Şekil 2.34).

Temas hattı  $\bar{U}_1 = 0.5U_0$  noktaları  $x_3=0$  hattı ile uyumlu değildir ancak bu eksen ile  $2^\circ$  lik bir açı yapmaktadır. Bu karışım tabakası ve eddy viskozitesi teorileri ile belirlenmemektedir. Ancak bu hız profilinin şeklini doğru vermektedir. Bu teori  $U_1^2$  için bir hata integral-fonksiyonu belirlemektedir.  $x_3=0$  için bu  $\bar{U}_1^2 / \bar{U}_0^2 = 0.5$  veya  $\bar{U}_1 / U_0 \approx 0.7$  vermektedir, bu sonucun deneylerle uyumlu olduğu bulunmuştur (Breusers, 1984).



Şekil 2.34 (a) Levhada türbülanslı kayma tabakası (b) Levhada kayma tabakaları için hız dağılımı

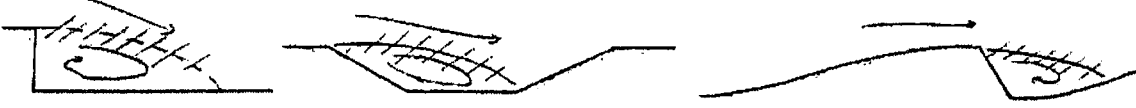
Karışım tabakasının genişliği tabakalar arasındaki rölatif hız farkının azalmasıyla azalmaktadır. Abramovich (1963) amprik bir bağıntı vermiştir:

$$\frac{l(\alpha)}{l(0)} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad 0 \leq \alpha < 0.5 \quad \alpha = U_L / U_0 \quad (2.190)$$

$U_1$  ve  $U_0$  tabakalarının en küçük ve en büyük hızlarıdır.  $U_{\max}$ 'ın azalma miktarı  $\alpha$ 'nın fonksiyonudur.

### 2.6.7 Ayrılmış akımlar

Eğer akım bir basamak gibi duvar geometrisinden ani ayrılmak durumunda kalıyorsa akıma ters doğrultuda dönen bir akım yapısı oluşur. Bu geometriye örnek hendekler, basamaklar, alivüyal taban şekli, boru hatları verilebilir.



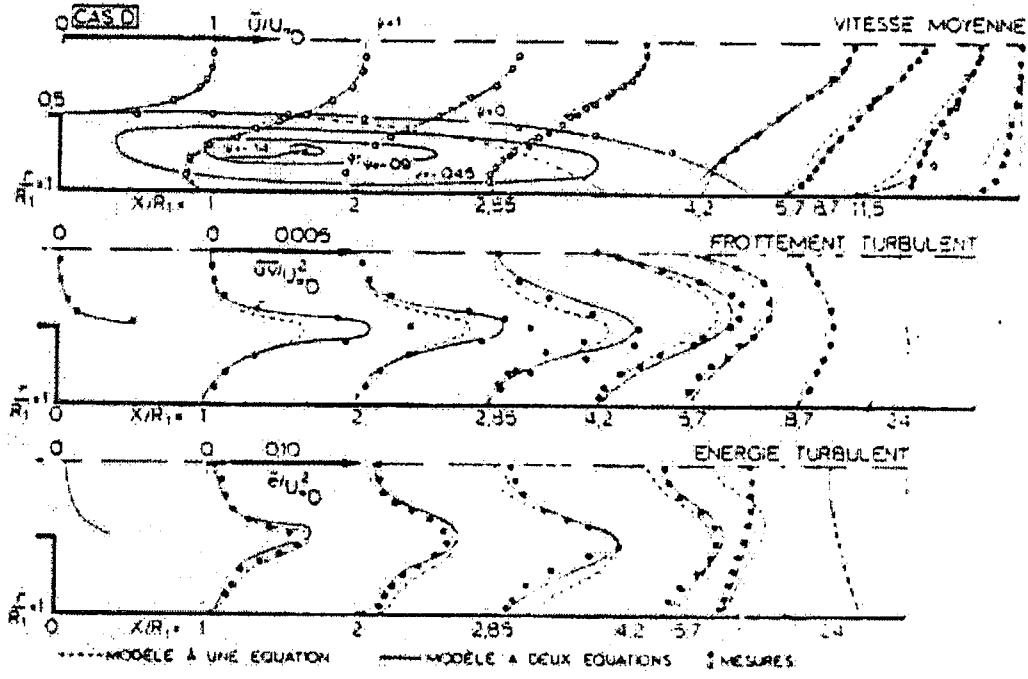
Şekil 2.35 Basamak akımları

Bu tip yapıların mansap tarafında akım, karışım tabakası karakterine sahiptir. Bu tip akım alanlarının genel karakteristikleri aşağıdaki sıralanabilir:

- Akıma dik basınç gradyanları akım doğrultusundaki basınç gradyanları ile karşılaştırıldığında küçüktür.
- Dönen akımın maksimum hızı  $(0.3 \pm 0.1)U_0$  mertebesindedir. Bu geometriye bağlıdır.
- $u'$  maksimum türbülans şiddeti 0.2 ila 0.25 $U_0$  mertebesindedir.
- Maksimum Reynolds kayma gerilmesi  $\overline{\rho u_1 u_3}$  0.01 ila 0.02 $\rho U_0^2$  mertebesindedir.
- Dönen akım bölgesinin uzunluğu düşüm yüksekliğinin 6 ila 8 katı mertebesindedir, bu uzunluk aynı zamanda geometriye bağlıdır.

Abromovich (1963) hız profillerinin karışım tabakasında belirlenenlere eşdeğer olduklarını varsaymıştır.

$$\frac{U_0 - U(x_3)}{U_0 - U_{x_3}} = (1 - \eta^{1.5})^2 \quad (2.191)$$



Şekil 2.36 Hesaplanmış ve ölçülmüş ayrılan akım karakteristikleri (Ha Minhtlieu ve Hebrard, 1977)

$U_0, U_2$  = Ana akım ve dönen akım için hızlar

$$\eta = (x_3 - z_0) / b$$

$b$  = Karışım tabakasının genişliği

$z_0$  = referans seviyesi

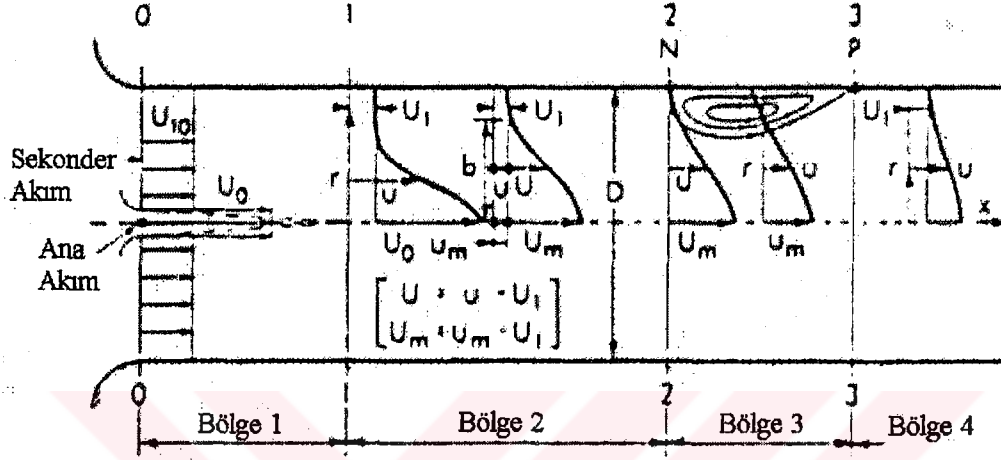
$U_2$  ve basınç süreklilik ve momentum denklemlerinden belirlenir.

### 2.6.8 Kapalı bir akış yolunda dairesel jet

Akım yapısı jet çapının  $2r_0$  boru çapına  $2R_0$  olan oranına ve akım hızlarının oranına bağlıdır.  $H$  parametresi ile karakterize edilirler.

$$H^2 = \frac{\rho Q^2}{W\pi R_0^2} \quad (2.192)$$

Burada  $Q$ =toplam debi,  $W$ =toplam momentum akısı



Şekil 2.37 Boru içinde akım bölgeleri

$H$  akımın üniform olmayışının bir ölçüsüdür,  $H < 0.5$  için dönen bir bölge mevcuttur. Jet hızındaki azalma ve statik basınçtaki artma da  $H$ 'a bağlıdır.

### 2.6.9 Düzlem duvar jeti

Eğer duvara teğet duran bir enjektörden jet akımı sağlanıyorsa, duvar boyunca bir sınır tabakasına sahip bir duvar jeti elde edilir. Bu sınır tabakası daha önce bahsedilen sınır tabakasından farklıdır, çünkü bu durumda jet büyük ölçekli türbülanslı akım karakterine sahiptir. Jet serbest jet gibi davranmaktadır, aynı zamanda duvar kayma gerilmesi jetin serbest yüzeyinden 4 ila 8 kat daha küçüktür ( $0.01$  ila  $0.02\rho U_{1\max}^2$  karşın  $0.0025\rho U_{1\max}^2$  mertebesindedir).

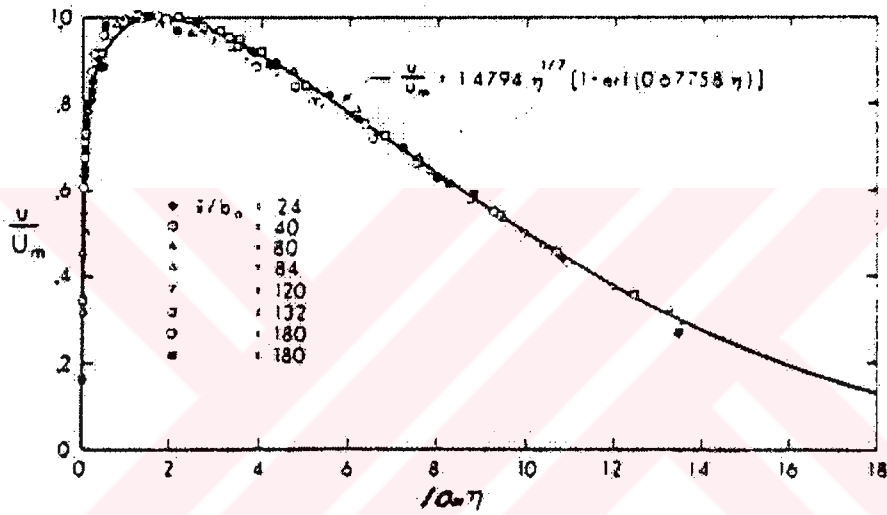
Hız dağılımı için amprik bağıntı aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\bar{U} / \bar{U}_{\max} = 1.48\eta^{1/7} [1 - \text{erf}(0.68\eta)] \quad (2.193)$$

$$\eta = y/l \quad (2.194)$$

$$l = 0.068x \quad (2.195)$$

$$\frac{U_{\max}}{U_0} = 3.5 \sqrt{\frac{b_0}{x}} \quad (2.196)$$



Şekil 2.38 Verhoff'un hız dağılım denklemi ile deneysel gözlemlerin karşılaştırılması  
(Verhoff, 1963)

### 2.6.10 Dairesel kesitli bir silindirin arkasında art-iz akımı

Düzlem art-iz için verilen benzeşim şartları:

$$\Delta U_{1\max} \cong x_1^{-1/2} \quad (2.197)$$

$$b \sim x_1^{-1/2} \quad (2.198)$$

Eddy viskozite hipotezi ( $\epsilon_m = \text{sabit}$ )'den

$$\frac{\Delta U_1}{\Delta U_{1\max}} = \exp\left(-\frac{U_0 D}{4\varepsilon_m} \xi_z^2\right)$$

Burada

$$\xi_{x_3} = \frac{x_3}{\sqrt{Dx_1}} \quad (2.199)$$

$$\frac{\Delta U_{1\max}}{U_0} = A \left(\frac{x_1}{D}\right)^{-1/2} \quad (2.200)$$

dir. Ölçümlerden aşağıdaki bağıntı elde edilmiştir.

$$\frac{\Delta U_1}{\Delta U_{1\max}} = \exp\left[-\left(\frac{\xi_{x_3}}{0.356}\right)^2\right] \quad (2.201)$$

veya

$$\varepsilon_m = 0.0164U_0 D \quad (2.202)$$

Momentum akısı denkleminde A'nın değeri aşağıda verilen bağıntıdan bulunabilir:

$$\text{Direnç} = C_D \frac{1}{2} \rho U_0^2 = \rho U_0 \int_{-\infty}^{\infty} \Delta U_1 dx_3 \quad (2.203)$$

Buradan

$$A \approx 1.1C_D \quad (2.204)$$

dir.  $u' / \Delta U_{\max}$  rölâtif türbülans şiddetinin mertebesi %30'dur. Hız dağılımı sadece  $x/D > 90$  için benzeşimi sağlar ve  $x/D > 500$  için türbülanslıdır.

## 2.7 Türbülans Modelleri

Akışkanlar mekaniğinin diğer bir alanı olan hidrolikte pratikte karşılaşılan problemlerin çoğu türbülanslı akım karakteristiğine sahiptir, yani akışkan hareketi fazlaca rastgele, kararsız ve üç boyutludur. Bu tip problemlerin deneysel olarak incelenmeleri oldukça zor ve pahalıdır. Bu nedenden dolayı hesaplama metodları geliştirilmeye çalışılmaktadır. Bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler, türbülanslı akımları tam olarak tanımlayabilen denklemlerin nümerik olarak çözümlenmelerine imkan vermeye başlamıştır ancak bilgisayarda hafıza problemi ile karşılaşa bilinmektedir (Rodi, 1980).

Türbülans ile ilgili teori veya modeller aşağıdaki gibi gruplandırılabilir:

1. İstatistiksel modeller
2. Büyük-eddy benzeşimi (Large-eddy simulation- LES)
3. Direkt benzeşim

İstatistiksel modeller Navier-Stokes denklemlerinden elde edilebilen Reynolds gerilmeleri için dinamik denklemler kullanılır, bu denklemler Reynolds denklemleri olarak isimlendirilir. Bu denklemler ilave yaklaşımların yapılmasını gerektirecek yeni bilinmeyenleri içermektedir. Dolayısıyla bunların modellenmesi gerekmektedir. Bu modeller zamansal olarak ortalaması alınmış türbülanslı akım alanı için yapılmaktadır ve zamansal ortalama türbülans büyüklükleri ise ortalama hızlar, türbülans kinetik enerjisi  $q^2$  ve Reynolds gerilmeleridir ( $\overline{\rho u w}$ ).

### 2.7.1 Temel denklemler ve kapama problemi

Kütlenin korunumu; Süreklilik denklemi

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.205)$$

Momentumun korunumu; Navier-Stokes denklemleri

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + g_i \frac{\rho - \rho_r}{\rho_r} \quad (2.206)$$

Termal enerji / konsantrasyonun korunumu

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + U_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \lambda \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_i} + S_\phi \quad (2.207)$$

burada  $U_i$ ,  $x_i$  doğrultusundaki anlık hız;  $P$ , anlık statik basınç ve  $\phi$ ,  $T$  sıcaklık ve  $c$  konsantrasyonu tanımlayan bir skaler büyüklüktür.  $S_\phi$ , hacimsel kaynak terimidir, örneğin kimyasal veya biyolojik reaksiyonlar sonucunda ortaya çıkan bir ısı kaynağıdır.  $\nu$  ve  $\lambda$  moleküler (kinematik) viskozite ve difüzyon katsayısıdır, burada  $\rho_r$ , referans özgül kütleyi göstermektedir.

Reynolds'un istatistiksel yaklaşımı dikkate alınırsa

$$U_i = \bar{U}_i + u_i, \quad P = \bar{P} + p, \quad \phi = \bar{\phi} + \varphi \quad (2.208)$$

burada ortalama miktarlar aşağıdaki gibi tanımlanır

$$\bar{U}_i = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} U_i dt, \quad \bar{P} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} P dt, \quad \bar{\phi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \phi dt \quad (2.209)$$

yukarıdaki istatistiksel yaklaşımlar (2.205), (2.206), (2.207) temel denklemlerinde yerine konulursa

Sürekli lik denklemi

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.210)$$

Momentum denklemi

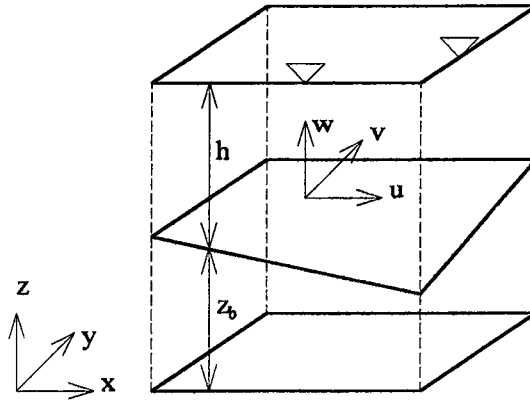
$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{U_i U_j} \right) + g_i \frac{\rho - \rho_r}{\rho_r} \quad (2.211)$$

Sıcaklık / konsantrasyon denklemi

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + U_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial \phi}{\partial x_i} - \overline{u_i \phi} \right) + S_\phi \quad (2.212)$$

elde edilir.

Derinlik boyunca ortalama denklemler: Birçok serbest yüzeyli akım probleminde, ortalama akım miktarları düşey doğrultuda çok az değişir, böylece ortalama akım denklemlerini iki boyutlu formda yazmak bir avantaj sağlar. Bu form üç boyutlu denklemler (2.205-212) derinlik boyunca integrasyonları alınarak ve hidrostatik basınç dağılımı kabulü yapılarak yeniden ifade edilebilmektedir.



Şekil 2.39 Sembollerin tanımı

Sürekli lik denklemi

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(h\bar{U}) + \frac{\partial}{\partial y}(h\bar{V}) = 0 \quad (2.213)$$

x doğrultusunda momentum denklemi

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} = -g \frac{\partial}{\partial x}(h + z_B) + \frac{1}{\rho_h} \frac{\partial (h\bar{\tau}_{xx})}{\partial x} + \frac{1}{\rho h} \frac{\partial (h\bar{\tau}_{xy})}{\partial y} + \\ \frac{\tau_{sx} - \tau_{bx}}{\rho h} + \underbrace{\frac{1}{\rho h} \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_B}^{z_B+h} \rho (U - \bar{U})^2 dz + \frac{1}{\rho h} \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_B}^{z_B+h} \rho (U - \bar{U})(V - \bar{V}) dz}_{\text{dispersiyon}} \end{aligned} \quad (2.214)$$

y doğrultusunda momentum denklemi

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} = -g \frac{\partial}{\partial y}(h + z_B) + \frac{1}{\rho_h} \frac{\partial (h\bar{\tau}_{xy})}{\partial x} + \frac{1}{\rho h} \frac{\partial (h\bar{\tau}_{yy})}{\partial y} + \\ \frac{\tau_{sy} - \tau_{by}}{\rho h} + \underbrace{\frac{1}{\rho h} \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_B}^{z_B+h} \rho (U - \bar{U})(V - \bar{V}) dz + \frac{1}{\rho h} \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_B}^{z_B+h} \rho (V - \bar{V})^2 dz}_{\text{dispersiyon}} \end{aligned} \quad (2.215)$$

Sıcaklık denklemi

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} = \frac{1}{\rho_h} \frac{\partial (h\bar{J}_x)}{\partial x} + \frac{1}{\rho h} \frac{\partial (h\bar{J}_y)}{\partial y} + \frac{q_s}{\rho h} + \\ \underbrace{\frac{1}{\rho h} \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_B}^{z_B+h} \rho (U - \bar{U})(\phi - \bar{\phi}) dz + \frac{1}{\rho h} \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_B}^{z_B+h} \rho (V - \bar{V})(\phi - \bar{\phi}) dz}_{\text{dispersiyon}} \end{aligned} \quad (2.216)$$

burada  $\bar{U}$  ve  $\bar{V}$  derinliğe göre ortalama yatay hızlar,  $\bar{\phi}$  derinliğe göre ortalama sıcaklık

$(\frac{1}{h} \int_{z_s}^{z_0+h} \phi dz)$  ve  $h$  su derinliğidir.  $\tau_b$  ve  $\tau_s$  taban ve yüzey kayma gerilmeleri ve  $q_s$  yüzey

boyunca ısı akısıdır (akarsu ve deniz tabanlarında tabandaki ısı akısı sıfır kabul edilir). Kıyı

problemlerinde çoğu kez derinliğe göre ortalama türbülans gerilmeleri taban kayma gerilmesi yanında ihmal edilir.  $\bar{J}_s$  ise türbülans akısıdır. Elde edilen süreklilik denklemi ve herbiri bir doğrultuda olmak üzere üç adet momentum denklemi incelendiğinde;

- Ortalama basınç,  $p$  ; Bir
- Ortalama hız bileşenleri,  $-U_i$  ; Üç
- Reynolds gerilme bileşenleri,  $\tau_{ij}$  ; Altı

olmak üzere toplam on adet bilinmeyen vardır. Bu durumda denklemlerin çözümünü imkansız kılmaktadır. Problemdeki bu tutarsızlığın ya ilave edilen denklemlerin ya da şartların tanımlanmasıyla üstesinden gelinmektedir. Bu “kapama problemi” (closure problem) olarak isimlendirilmektedir.

Bilindiği gibi mekanik ve ısı enerjisi korunum denklemleri de mevcuttur, ancak bu denklemler skaler denklemlerdir ve enerji viskoz etkilerle ısıya dönüştüğünden ortalama enerji denklemini kullanmak yeterince pratik olmamaktadır (Abbott ve Basco, 1989). Ancak daha sonra tanımlanacak türbülanslı akımın kinetik enerjisinin korunumu kullanılabilir.

Klasik türbülans modellerinde temel problem  $\tau_{ij}$  Reynolds gerilme bileşenlerini,  $U_i$  ve  $p$  ile bunların gradyanları olan ortalama akım büyüklükleri cinsinden makul bir fiziksel anlayışla ifade etmektir. Eğer bu gerçekleştirilebilirse altı ilave ifade bulunabilecek ve ortalama akım değişkenleri için çözüm elde edilebilecektir.

### 2.7.2 Temel kavramlar ve türbülans modelleri

Eddy-viskozite kavramı: Laminer akımdaki viskoz gerilmelerle ilgili bir analogidir. En genel akım durumu için bu kavram aşağıdaki gibi ifade edilebilir,

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2.217)$$

burada  $\nu_t$  türbülans veya eddy viskozitesidir, akışkan özelliğine bağlı değildir.

$$\overline{u_1^2} = -2\nu_t \frac{\partial U_1}{\partial x_1}, \quad \overline{u_2^2} = -2\nu_t \frac{\partial U_2}{\partial x_2}, \quad \overline{u_3^2} = -2\nu_t \frac{\partial U_3}{\partial x_3}$$

normal gerilmelerinin toplamı süreklilik gereği sıfırdır.  $k$ ; Kinetik enerji (skaler büyüklüktür)

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2}) \quad (2.218)$$

(2.217) ifadesinin ikinci kısmı normal gerilmelerin toplamının  $2k$ 'ya eşit olduğunu gösterir, basıncın yaptığı işi tanımlamaktadır. Bu nedenden dolayı bu kısım statik basınç terimine dahil edilir.  $(\rho + \frac{2}{3} k)$ . Eddy viskozitesi  $\hat{V}$  hız ölçeği ve  $L$  uzunluk ölçeği ile orantılıdır.

$$\nu_t \propto \hat{V} L \quad (2.219)$$

eddy viskozitesi kavramı iki boyutlu ince kayma tabakalarına diktir, böylece

$$\tau = -\overline{\rho u v} = \rho \nu_t \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.220)$$

şeklinde yazılabilir.

Eddy difüzyon kavramı: Türbülansın momentum transferiyle ilgili bir analogidir.

$$-\overline{u_i \phi} = \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (2.221)$$

burada  $\Gamma$  ısı veya kütlenin türbülans difüzyon katsayısıdır, akışkanın özelliklerine bağlıdır.

$$\Gamma = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \quad (2.222)$$

burada  $\sigma_t$ , daha önce tanımlandığı gibi türbülans Prandtl veya Schmidt sayısıdır. Prandtl sayısı ısı transferi, Schmidt sayısı ise kütle transferi içindir.

**Modellerin sınıflandırılması:** Türbülans modelleri eddy viskozite kavramını kullanıp kullanmamasına göre sınıflandırılabilir. Ancak basit ve geliştirilmiş eddy viskozite modelleri arasında da oldukça önemli farklar mevcuttur. Basit modeller ortalama hız dağılımına bağlı olarak  $\nu_t$ 'nin dağılımını vermektedir. Türbülans taşınımını dikkate almak için modeller türbülansı karakterize eden miktarları taşınım denklemlerine ithal etmektedirler.

**Subgrid ölçek modellenmesi:** Nümerik gridlerin uygun seçilmesiyle küçük ölçekli türbülansın çözümlenmesidir, büyük ölçekli türbülans ise zamana bağımlı denklemlerin çözümlenmesiyle belirlenmektedir.

### 2.7.3 İstatistiksel modeller - Zamansal ortalama modeller

Çizelge 2.5 Türbülans modellerinin sınıflandırılması (Abbott ve Basco, 1989)

Model	Türbülans taşınım denkleminin sayısı	Taşınan türbülans büyüklükleri
Sıfır denklem modelleri	0	Hiçbiri
Bir denklem modelleri	1	k, türbülans kinetik enerjisi
İki denklem modelleri	2	k ve $\epsilon$
Gerilme / Akı modelleri	6	$\overline{u_i u_j}$ bileşenleri
Cebirsel gerilme modelleri	2	k ve $\epsilon$ , $\overline{u_i u_j}$ hesaplamak için kullanılır

Türbülansı karakterize eden büyüklükler için verilen taşınım denklemlerinin sayısına bağlı olarak modeller Çizelge 2.5’de olduğu gibi sınıflandırılmaktadır;

### 2.7.3.1 Sıfır denklemler modelleri

Bu tip modeller türbülans modelleri için taşınım denklemlerini dikkate almaz. Bu basit modellerde eddy viskozitesi deneylerden veya ortalama hız dağılımından bulunur.

a) Sabit eddy viskozitesi / Difüzyon katsayısı:

Büyük su kütlelerinde momentum denklemindeki türbülans terimlerinin önemsiz olması durumunda amprik veya deneme yanılma yoluyla belirlenen sabit eddy viskozitesi kullanılır.  $\Gamma$  eddy difüzyon katsayısı türbülans taşınım işlemi önemli olduğunda bu metod ile kaba olarak hesaplanabilir.

Batıklık etkisi: Batıklık etkisi momentum ve skaler miktarların düşey türbülans taşınımına önemli etkisi vardır. Basit modellerde bu etki aşağıdaki ifadelerle verilmektedir.

$$v_{tz} = (v_{tz})_0 (1 + \beta R_i)^\alpha, \quad \Gamma_z = \Gamma_{z0} (1 + \beta_\phi R_i)^{\alpha_\phi} \quad (2.223)$$

$$R_i = -\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho / \partial z}{(\partial U / \partial z)^2} \quad \text{Richardson sayısı}$$

( $R_i$ : Yerçekimi etkisi / atalet kuvveti)

$$\alpha = -0.5 \quad \beta = 10 \quad \alpha_\phi = -1.5 \quad \beta_\phi = 3.33$$

$(v_t/\Gamma_z)$  türbülans Prandtl veya Schmidt sayısı  $\sigma_{tz}$ ,  $R_i$  ile artmaktadır, böylece tabakalaşmanın stabiliteside artmaktadır.

Derinliğe göre ortalama viskozite / difüsvite: Sadece yatay taşınım önemli olduğu zaman derinliğe göre ortalamalar dikkate alınarak hesaplama yapılır. Bu durumda derinliğe göre ortalama  $\bar{v}_t$  ve  $\bar{\Gamma}$  kullanılır. Bu miktarlar derinliğe göre ortalama hız ve sıcaklığın gradyanı ile verilen derinliğe göre ortalama momentum ve ısı akıları ile bağıntılıdır. Açık kanal akımlarında olduğu gibi türbülans tabanda üretiliyorsa derinliğe göre ortalama difüsvite yatay taşınım için  $U^*$  kayma hızı ve derinlikle değişir

$$\bar{\Gamma} = cU^*h \quad (2.224)$$

burada  $c$  geometriye bağlı bir sabittir. Derinlik ve genişliğe bağlı olarak değişmesine rağmen laboratuvar çalışmaları 0.135 olarak bu sabiti belirlemiştir. Deniz ve göllerde kırılma etkileri nedeniyle

$$\bar{\Gamma} = AL^{4/3}$$

ile verilmektedir, burada  $A$  dissipasyon parametresi,  $L$  ise türbülans işlemi ile ilgili tipik bir ölçektir.

#### b) Karışım Uzunluğu Modelleri:

Kinematik türbülans viskozitesinin  $v_t$   $m^2/s$  boyutuna sahip olduğu varsayılırsa, bu hız ölçeği ile bir uzunluk ölçeğinin çarpımından ibarettir anlamına gelir. Türbülansın kinetik enerjisinin büyük bir kısmı büyük eddy'lerle taşınmaktadır ve bu yüzden  $l$  türbülansın uzunluk ölçeği ana akım ile etkileşen bu eddy'lerin bir karakteristiğidir. Eğer ana akım ve büyük eddy'lerin davranışı arasında kuvvetli bir bağıntının var olduğu kabul edilirse bu eddy'lerin karakteristik hız ölçeği ile ana akım özellikleri arasında da bir bağlantı söz konusu olacaktır. Bu varsayımlar iki boyutlu türbülanslı akımlarda yani sadece etkin Reynolds gerilmelerinin  $\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho\overline{u'v'}$  ve yine sadece etkin hız gradyanlarının  $\partial U/\partial y$  tanımlandığı akım alanlarında oldukça iyi sonuçlar verecektir. Prandtl kinetik gaz teorisi ile benzeşim

sağlayarak  $v_t$  eddy viskozitesinin ortalama çalkantı hızı  $\hat{V}$  ve  $l_m$  karışım uzunluğu ile orantılı olduğunu belirlemiştir.

$$\hat{V} = l_m \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (2.225)$$

$$v_t = l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (2.226)$$

Bu Prandtl'in uzunluk ölçeği modeli olarak bilinmektedir.  $\partial U / \partial y$  etkin esas hız gradyanı ise türbülans Reynolds gerilmesi aşağıdaki gibi tariflenir:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\overline{\rho u'v'} = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.227)$$

Türbülans akımın bir fonksiyonudur ve eğer türbülansa bir değişim var ise  $l_m$  değişimi ile karışım uzunluğu modeli dikkate alınmalıdır.

Kanal ve boru gibi akış yolları için karışım uzunluğu

$$\frac{l_m}{R} = 0.14 - 0.08(1 - y/R)^2 - 0.06(1 - y/R)^4 \quad (2.228)$$

dir. Burada R borunun yarıçapı veya kanal genişliğinin yarısı (tam dolu açık kanal için) duvar yakınında (viskoz etkilerin hakim olduğu yerde) lineer karışım uzunluğu modifiye edilerek aşağıdaki bağıntı verilmiştir.

$$l_m = ky \left[ 1 - \exp\left(-\frac{y(\tau_w / \rho)^{1/2}}{Av}\right) \right], \quad A=26 \quad (2.229)$$

Burada  $\tau_w$  duvardaki kayma gerilmesidir.

Von Karman ortalama hız profili ile  $l_m$  arasındaki bağıntıyı

$$l_m = \kappa \left| \frac{\partial U / \partial y}{\partial^2 U / \partial y^2} \right| \quad (2.230)$$

şeklinde verilmiştir. Bu bağıntı, duvar yakınında elde edilen deney sonuçları ile uyum sağlamaktadır.

Batıklığın etkisi

$$R_i > 0 \quad \frac{l_m}{l_{m0}} = 1 - \beta_1 R_i \quad (2.231)$$

$$\beta_1 \approx 7$$

$$R_i < 0 \quad \frac{l_m}{l_{m0}} = (1 - \beta_2 R_i)^{-1/4} \quad (2.232)$$

$$\beta_2 \approx 14$$

$l_{m0}$ : Batık olmayan şartlarda karışım uzunluğu

$R_i$ : Richardson sayısı (Santrifüj kuvveti / Atalet kuvveti)

Genel akım hali

$$v_t = l_m^2 \left[ \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right]^{1/2} \quad (2.233)$$

$$l_m = \kappa \frac{1}{\pi} \int_D \frac{1}{\delta} d\Omega \quad (2.234)$$

burada  $\delta$ ,  $\Omega$  doğrultusu boyunca duvardan belirlenen  $l_m$  için mesafe ve D integrasyon alanıdır.

Karışım uzunluğu modeli aynı zamanda skaler miktarların türbülanslı taşınımı içinde kullanılabilir. İki boyutlu akımlarda sadece türbülanslı taşınım terimi aşağıdaki gibi modellenir.

$$-\overline{\rho v' \phi'} = \Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2.235)$$

burada  $\Gamma_t = \mu_t / \sigma_t$  ve  $\nu_t$  (2.232) ifadesinden bulunur. Rodi (1980) duvar yakınında  $\sigma_t=0.9$ , jetler ve karışım tabakaları için  $\sigma_t=0.5$  ve simetrik jetler için  $\sigma_t=0.7$  değerlerini vermiştir.

Isı ve kütle taşınımı:

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_{t0}} = \frac{(1 + 3.33R_i)^{1.4}}{(1 + 10R_i)^{0.5}} \quad (2.236)$$

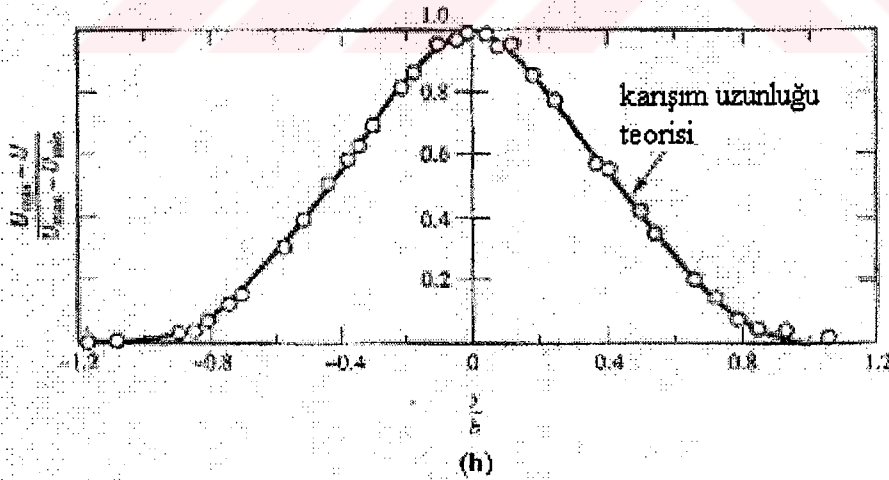
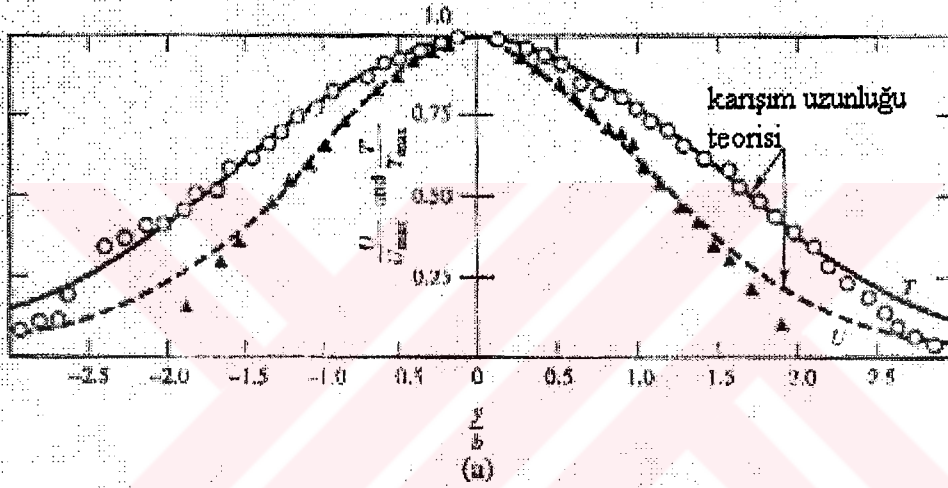
Çizelge 2.6. İki boyutlu türbülanslı akımlar için karışım uzunluğu

Akım	Karışım Uzunluğu( $l_m$ )	L
Karışım tabakası	0.07L	Tabaka genişliği
Jet	0.09L	Jetin yarı genişliği
Art-iz	0.16L	Art-iz genişliği
Eksene göre simetrik jet	0.075L	Jet genişliği
Sınır tabakası ( $\partial P/\partial x=0$ ) viskoz alt tabaka ve log kanun geçerli tabaka ( $y/L \leq 0.22$ )	$\kappa y[1 - \exp(-y^+/26)]$	Sınır tabakası kalınlığı
Dış Tabaka	0.09L	
Boru ve Kanallarda (Tam Gelişmiş Akım)	$L[0.14 - 0.08(1-y/L)^2 - 0.06(1-y/L)^4]$	Boru yarıçapı veya kanalın yarı genişliği

Çizelge 2.6'da'de  $y$  duvardan olan mesafeyi göstermektedir ve  $\kappa=0.41$  Von Karman sabitidir.

Karışım uzunluğu modeli türbülansın konvektif veya difüzyon için uygun değildir. Ancak  $l_m$  kayma tabakası akımlarında ampirik olarak tanımlandığından bu model yeterince popüler olmuştur.

Schlichting (1979) iki akım için bu modelle çözülmüş sonuçları şekil 2.40a ve 2.40b'deki gibi vermiştir.



Şekil 2.40 (a) Jet ve (b) ince uzun dairesel silindir arkasında oluşan art-iz için karışım uzunluğu modeli kullanılarak bulunan sonuçları

c) Prandtl'in Serbest Kayma Tabakası Modeli:

Prandtl serbest kayma tabakalı akımlar için teklif ettiği modelde, tabakanın herhangi bir kesiti boyunca  $v_t$  sabit olarak kabul etmiştir,  $L$  türbülansın uzunluk ölçeği,  $\delta$  tabaka genişliği ve  $\hat{V}$  hız ölçeği ise  $|U_{\max} - U_{\min}|$  maksimum hız farkı ile orantılıdır.

$$v_t = c\delta|U_{\max} - U_{\min}| \quad (2.237)$$

burada  $c$  sabittir.

Karışım uzunluğu modeli Baldwin ve Lomax (1978) ve Cebeci ve Smith (1974) uçak endüstrisi için geliştirilerek kullanılmıştır.

Çizelge 2.7 Karışım Uzunluğu Modelinin performansı

Avantajları	Dezavantajları
1) Hesaplamalar kolay, zahmetsiz	1) Ayrılma ve sirkülasyonlu akımların tanımında yetersiz kalması
2) İnce kayma tabakaları, jetler, karışım tabakaları, art-iz ve sınır tabakaları için uygun veriler	2) Sadece ana akım özellikleri ve türbülans kayma gerilmelerinin hesabında kullanılması
3) Oldukça geliştirilmiş durumda	

### 2.7.3.2 Bir denklem modelleri

Karışım uzunluğu hipotezindeki sınırlamalar nedeniyle, diferansiyel formdaki taşınım denklemlerinin çözümüyle türbülans miktarlarının taşınımı için türbülans modelleri geliştirilmiştir, bu modellerde çalkantı hız ölçeği ve ortalama hız gradyanları arasında direkt bağlantı yerine bu ölçek taşınım denkleminde belirlenmektedir.

a) Eddy Viskozite Kavramını Kullanan Model:

Eğer hız çalkantıları bir ölçek ile karakterize edilecekse, fiziksel olarak anlam taşıyan ölçek  $\sqrt{k}$  'dır, buda türbülans hareketinin kinetik enerjisidir (birim kütle için), bu (2.218) ifadesi ile tanımlanmıştır. Bu denkleme göre  $k$  üç doğrultuda türbülans çalkantılarının şiddetinin direkt ölçüsüdür.  $k$  enerjisi esas olarak büyük ölçekli çalkantıların bir ölçüsü ise  $\sqrt{k}$  büyük ölçekli türbülans hareketi için bir hız ölçeğidir. Bu ölçek eddy viskozite bağıntısında kullanılırsa

$$v_t = C'_\mu \sqrt{k}L \quad (2.238)$$

yazılır, burada  $C'_\mu$  ampirik bir bağıntıdır. Bu Kolmogorov Prandtl ifadesi olarak bilinir.  $k$ 'nın dağılımı bu miktar için bir transport denkleminin çözümlenmesiyle belirlenir. Bu denklem Navier-Stokes denkleminin tam formda türetilir. Büyük Re sayıları için bu denklem,

$$\underbrace{\frac{\partial k}{\partial t}}_{\text{değişim miktarı}} + \underbrace{U_i \frac{\partial k}{\partial x_i}}_{\text{konvektif taşınım}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left[ u_i \left( \frac{u_j u_j}{2} + \frac{p}{\rho} \right) \right]}_{\text{difüzyon taşınım}} - \underbrace{u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{p=\text{kayma ile üretim}} - \underbrace{\beta g_i u_i \phi}_{G=\text{batıklık üretim/kayıp}} - \underbrace{\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{\varepsilon=\text{viskoz kayıp}} \quad (2.239)$$

$P$  üretim terimi türbülanslı hareketin ortalamasından kinetik enerjinin transferini tanımlar, bu  $\frac{1}{2} u_i u_i$  ana hareketin kinetik enerjisi için denklemdaki bir kuyu terimi olarak ters işareti ile ortaya çıkar.  $G$  batıklık terimi türbülansın kinetik enerjisi  $k$  ve potansiyel enerji arasındaki alışverişi gösterir.

$k$  Denkleminin modellenmiş formu: (2.239) tam  $k$  denklemini, difüzyon ve disipasyon (kayıp) terimlerindeki yeni bilinmeyen korelasyonların ortaya çıkması dolayısıyla kullanılmaz, (2.221) difüzyon bağıntısı analogiden yararlanılarak,

$$\overline{u_i \left( \frac{u_j u_j}{2} + \frac{p}{\rho} \right)} = \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \quad (2.240)$$

ifadesi ile verilebilir, burada  $\sigma_k$  ampirik difüzyon sabitidir.  $\varepsilon$  kayıp terimi aşağıdaki ifade ile modellenir

$$\varepsilon = C_D \frac{k^{3/2}}{L}$$

burada  $C_D$  ampirik sabittir.  $\varepsilon$  kayıp terimi küçük eddy'lerde kayıp olmasına rağmen sadece büyük eddy yapısındaki kayıp olarak verilmiştir.

Yukarıdaki model yaklaşımları ve eddy viskozite ile difüzivite ifadeleri ile k denklemini aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + v_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \beta g_i \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} - C_D \frac{k^{3/2}}{L} \quad (2.241)$$

$$C'_\mu C_D \approx 0.08, \quad \sigma_k \cong 1$$

Bu model duvar yakınındaki viskoz alt tabakaya uygulanamaz.

$$Re_t = \sqrt{k} \frac{L}{\nu} \quad \text{Türbülans Reynolds Sayısı}$$

Özel bir hal için karışım uzunluğu modeli: Konvektif ve difüziv transport terimleri ile değişim miktarı terimi k denkleminde ihmal edilirse, k üretim miktarı kayba eşit olur ve türbülans yerel denge halindedir denir. Batık olmayan kayma tabakaları için bu durum

$$v_t \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 = C_D \frac{k^{3/2}}{L} \quad (2.242)$$

bu ifade de k elimine edilirse (Kolmogorov-Prandtl (2.238) bağıntısı kullanılarak), sonuçta

$$v_t = \left( \frac{C_\mu'^3}{C_D} \right)^{1/2} L^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (2.243)$$

elde edilir. Bu ise (2.226) ifadesi ile verilen karışım uzunluğu formülüdür. Burada

$$l_m = \left( \frac{C_\mu'^3}{C_D} \right) L$$

dir.

Uzunluk Ölçeğinin Belirlenmesi:

$L/\delta$  akım tipine bağlıdır,  $L$ 'in belirlenmesi oldukça zordur.

$$L = \kappa \frac{\psi}{\partial \psi / \partial y} \quad (2.244)$$

Burada  $\psi = k^{1/2} / L$  türbülans parametresidir.

$$L = \frac{\int_{space} \omega g^4 dV}{\int_{space} W(\text{grad}g^2)^2 dV} \quad (2.245)$$

$W$ , ağırlık fonk.;  $g$ , skaler hız gradyanı

b) Bradshaw et al (???) Modeli:

Bu model duvar sınır tabakası için geliştirilmiştir, deneylerden

$$\frac{\overline{uv}}{k} = a_1 \approx \text{sabit} \approx 0.3 \quad (2.246)$$

elde edilmiş ve k denklemi

$$U \frac{\partial \overline{uv}}{\partial x} + V \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial y} \left[ G \overline{uv} (\overline{uv_{\max}})^{1/2} \right] - \overline{uv} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\overline{uv}^{3/2}}{L} \quad (2.247)$$

şeklinde yazılmıştır. Bu ifadenin (2.241) denkleminde farkı difüzyon terimidir, difüzyon yerine gradyan-difüzyon kavramı kullanılmıştır. Burada

$$G = \left( \frac{\overline{uv_{\max}}}{U_{\infty}^2} \right)^{1/2} f_1 \left( \frac{y}{\delta} \right) \quad (2.248)$$

$f_1$  amprik bir fonksiyondur ve  $L/\delta = f_2(y/\delta)$ 'dir. (2.246) ifadesi aşağıdaki gibi Breusers (1984) tarafından tanımlanmıştır.

$$\frac{\overline{uv}}{k} = f \left( \int_0^x \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dx}{U} \right) \quad (2.249)$$

burada  $f$  üniversal amprik fonksiyondur.

### 2.7.3.3 İki denklem modelleri

$L$  uzunluk ölçeği büyüklük boyutunu,  $k$  enerjisine benzer tarzda taşınım işlemine maruz eddy'lerin ihtiva ettiği enerjiyi karakterize etmektedir.

#### 2.7.3.3.1 k-ε türbülans modeli

İki boyutlu ince kayma tabakalarında akım doğrultusundaki değişimler daima çok yavaştır. Böylece türbülans kendisini yerel şartlara göre yönlendirir. Türbülans özelliklerinin konveksiyon ve difüzyonu ihmal edilebilirse, türbülansın ana akım üzerindeki etkilerini

karışım uzunluğu terimleri ile ifade etmek mümkündür. Ancak konveksiyon ve difüzyon ihmal edilemiyor ise, örneğin sirkülasyonlu akımlarda olduğu gibi, karışım uzunluğu için cebirsel olarak bunu tanımlamak artık yeterince fizibil olmaz. Bu tip akım olaylarını karışım uzunluğu modeli tam olarak çözümleyemez. Bunun için türbülans dinamiğini göz önüne alacak yeni yaklaşımlara ihtiyaç duyulur. k-ε modeli türbülansın kinetik enerjisinin etkisini türbülans mekanizması üzerinde esas almaktadır.

Öncelikle bazı tanımlamaları yaparsak, türbülanslı akımın anlık kinetik enerjisi  $k(t)$  ortalama

kinetik enerji  $k = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$  ile türbülansın kinetik enerjisinin

$k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$  toplamıdır

$K(t) = K + k$

Ayrıca deformasyon ve türbülans gerilme miktarları kullanabilmek için bunların daha detaylı olarak açıklanması gerekmektedir. Bunun için  $e_{ij}$  deformasyon ve  $\tau_{ij}$  gerilmelerini tensör (matris) formda yazalım

$$e_{ij} = \begin{pmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{yx} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{zx} & e_{zy} & e_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad \tau_{ij} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix}$$

Türbülanslı akım için bir akışkan elemanın deformasyon miktarını ortalama ve çalkantı bileşeni olmak üzere  $e_{ij}(t) = E_{ij} + e'_{ij}$  iki bileşene ayrılır, buda matris elemanlarını

$$e_{xx}(t) = E_{xx} + e'_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial x}$$

$$e_{yy}(t) = E_{yy} + e'_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial y}$$

$$\mathbf{e}_{zz}(t) = \mathbf{E}_{zz} + \mathbf{e}'_{zz} = \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial z}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{xy}(t) &= \mathbf{E}_{xy} + \mathbf{e}'_{xy} = \mathbf{e}_{yx}(t) = \mathbf{E}_{yx} + \mathbf{e}'_{yx} \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{xz}(t) &= \mathbf{E}_{xz} + \mathbf{e}'_{xz} = \mathbf{e}_{zx}(t) = \mathbf{E}_{zx} + \mathbf{e}'_{zx} \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{yz}(t) &= \mathbf{E}_{yz} + \mathbf{e}'_{yz} = \mathbf{e}_{zy}(t) = \mathbf{E}_{zy} + \mathbf{e}'_{zy} \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right] \end{aligned}$$

Bir  $\mathbf{a}$  vektörü ve bir  $b_{ij}$  tensörünün çarpımı matris cebirinin bilinen kurallarının uygulanmasıyla hesaplanabilen bir  $\mathbf{c}$  vektörünü verecektir.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}b_{ij} &= a_i b_{ij} = (a_1 \quad a_2 \quad a_3) \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_1 b_{11} + a_2 b_{21} + a_3 b_{31} \\ a_1 b_{12} + a_2 b_{22} + a_3 b_{32} \\ a_1 b_{13} + a_2 b_{23} + a_3 b_{33} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}^T = \mathbf{C}_T = \mathbf{C} \end{aligned}$$

$a_{ij}$  ve  $b_{ij}$  gibi iki tensörün skaler çarpımı ise aşağıdaki gibi bulunur

$$\begin{aligned} a_{ij} b_{ij} &= a_{11} b_{11} + a_{12} b_{12} + a_{13} b_{13} + a_{21} b_{21} + a_{22} b_{22} \\ &+ a_{23} b_{23} + a_{31} b_{31} + a_{32} b_{32} + a_{33} b_{33} \end{aligned}$$

Burada x doğrultusu için 1, y doğrultusu için 2 ve z doğrultusu için 3 notasyonları kullanılacaktır.

Ana Akımın Kinetik Enerjisi K için Denklemin Türetilmesi:

K ana akım kinetik enerji denklemi x doğrultusundaki Reynolds denkleminin U, y doğrultusundaki denklemi V ve z doğrultusundaki denklemi W ile çarparak elde edebilir. Elde edilen denklemler toplanır ve zamansal ortalaması alınırsa ortalama kinetik enerji denklemi aşağıdaki gibi bulunur (Tennekes ve Lumley, 1972):

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho K)}{\partial t}}_{\text{K'nın konveksiyonla değişim miktarı}} + \underbrace{\text{div}(\rho KU)}_{\text{Konveksiyonla K'nın taşınımı}} = \text{div}(\underbrace{-PU}_{\text{Basınç etkisiyle K'nın taşınımı}} + \underbrace{2\mu UE_{ij}}_{\text{Viskoz gerilme etkisiyle K'nın taşınımı}} - \underbrace{rUu'_i u'_j}_{\text{Reynolds gerilmeleriyle K'nın taşınımı}}) - \underbrace{2\mu E_{ij} E_{ij}}_{\text{K'nın kayıp miktarı}} - \underbrace{\overline{\rho u'_i u'_j E_{ij}}}_{\text{Türbülans üretimi}} \quad (2.250)$$

(I)                      (II)                      (III)                      (IV)                      (V)                      (VI)                      (VII)

(III), (IV) ve (V) taşınım terimlerinin tamamı div ile tanımlanmakta ve bunların tamamı genelde tek bir parantez içinde verilmektedir. Viskoz gerilmelerin K üzerindeki etkileri iki kısma ayrılır; (IV) terimi viskoz gerilmelerden dolayı K'nın taşınımı ve (VI) terimi K ortalama kinetik enerjinin viskoz kaybı. Bu iki terimde  $-\overline{\rho u'_i u'_j}$  Reynolds gerilmelerini ihtiva etmektedir. (V) terimi Reynolds gerilmesi ile K'nın türbülans taşınımı ve (VII) terimi Reynolds gerilmelerinin üretimiyle yapılan deformasyon işi dolayısıyla K'daki net azalma veya türbülans üretim terimidir. Büyük Re sayılarında (V) ve (VII) türülans terimleri daima viskoz terimlerden daha büyüktür.

Türbülansın Kinetik Enerjisi k İçin Denklemin Türetilmesi:

Anlık Navier-Stokes denklemlerinin herbirinin ayrı ayrı uygun çalkantı hız bileşenleri ile çarpılması (yani x doğrultusundaki denklem  $u'$  ile çarpılır) ve elde edilenlerin toplanması ile Reynolds denklemlerinde yapılan işlemlerin benzerinin takip edilmesiyle ve böylece bu iki

denkleminin biribirinden çıkarılmasıyla k türbülanslı kinetik enerji denklemi için geçerli denklem elde edilmiş olur (Tennekes ve Lumley, 1972)

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho K)}{\partial t}}_{\text{K'daki değişim miktarı}} + \underbrace{\text{div}(\rho KU)}_{\text{konveksiyonla K'nın taşınımı}} = \underbrace{\text{div}(-\overline{\rho'u'})}_{\text{Basınç etkisiyle K'nın taşınımı}} + \underbrace{2\overline{\mu u'e'_{ij}}}_{\text{Viskoz gerilme etkisiyle K'nın taşınımı}} - \underbrace{\rho \frac{1}{2} \overline{u_i u_i' u_j'}}_{\text{Reynolds gerilmeleriyle K'nın taşınımı}} - \underbrace{2\overline{\mu e'_{ij} e'_{ij}}}_{\text{K'nın kayıp miktarı}} - \underbrace{\overline{\rho u_i' u_j' E_{ij}}}_{\text{Türbülans üretimi}} \quad (2.251)$$

(I)            (II)            (III)            (IV)            (V)            (VI)            (VII)

Bu iki denklem birçok açıdan birbirlerine benzemektedir, ancak k denkleminin sağ tarafındaki üstlü miktarlar esasta türbülans girişimlerinden kaynaklanan türbülanslı kinetik enerjideki değişimi göstermektedir. Her iki denklemdeki (VII) terimleri eşit şiddettedir ancak ters işaretlere sahiptirler.

İki boyutlu ince kayma tabakalarında sadece  $-\overline{\rho u'v'}$  etkin Reynolds gerilmeleri bu gibi akımlarda  $E_{ij}$ 'nin esas terimi,  $\partial U/\partial y$  esas hız gradyanı pozitif ise ekseriyatla pozitif olmaktadır. Böyle (VII) terimi k denkleminde pozitif katkıda bulunmaktadır ve üretim terimini temsil etmektedir. Ancak K denkleminde bu terim negatiftir ve böylece ana akımın kinetik enerjisini harcamaktadır. Bu matematiksel olarak ortalama kinetik enerjiyi türbülanslı kinetik enerjiye dönüşümü ifade etmektedir.

$$(V) \text{ viskoz kayıp terimi; } -2\overline{\mu e'_{ij} e'_{ij}} = -2\overline{\mu (e'_{11}{}^2 + e'_{22}{}^2 + e'_{33}{}^2 + 2e'_{12}{}^2 + 2e'_{13}{}^2 + 2e'_{23}{}^2)} \quad (2.252)$$

k denkleminde negatif katkıda bulunmaktadır, çünkü  $e'_{ij}$  çalkantı deformasyonlarının karelerinin toplamı sözkonusudur. Türbülanslı kinetik enerji kaybına viskoz gerilmelere karşın en küçük eddy'lerle yapılan iş sebep olmaktadır. Boyutu  $m^3/s^3$  olan bir kütle için kayıp miktarı türbülans dinamiğindeki çalışmada çok önemli bir etkisi sözkonusudur ve

$$\varepsilon = 2\overline{\nu e'_{ij} e'_{ij}}$$

ile ifade edilir.

Türbülanslı kinetik enerji denkleminde esas kayıp terimidir ve üretim teriminin şiddetiyle aynı mertebeye sahiptir ve asla ihmal edilemez. Bunun tersine Re sayısı yüksek olduğunda, k denklemindeki IV viskoz taşınım terimi, VI türbülans taşınım terimiyle karşılaştırıldığında daima çok küçüktür.

### k-ε Model Denklemleri

ε viskoz kayıp miktarında dahil tüm diğer türbülans miktarları için benzer taşınım denklemlerini geliştirmek mümkündür (Bradshaw et al, 1981). Tam ε denklemini birçok bilinmeyen ve ölçülemiyen terimleri ihtiva etmektedir. Standart k-ε modeli (Launder ve Spalding, 1974) iki denkleme sahiptir, bir k ve bir diğeri ε denklemdir.

θ hız ölçeği ve l uzunluk ölçeğini aşağıdaki gibi büyük ölçekli türbülansı tanımlamak için k ve ε kullanarak tarifliyeceğiz

$$\theta = k^{1/2}, \quad l = k^{3/2} / \varepsilon \quad (2.253)$$

Birtek soru sözkonusu olabilir oda ε “küçük eddy” değişkeni kullanılmasının “büyük eddy” ölçeği l tanımlamadaki geçerliliğidir. Ancak büyük Re sayılarında büyük eddy’ler enerjiyi ana akımdan akım enerji spektrumu boyunca küçüklere transfer edip, bunlar harcandığından, bu yaklaşım kabul edilebilir olmaktadır. Eğer türbülansın bazı ölçeklerindeki enerji bu durumda değilse sınırsız olarak büyüyebilir veya azalabilir. Bu durum pratikte söz konusu olmaz ve l’nin tanımında ε’un kullanımı yeterince uygun olmaktadır.

Karışım uzunluğundaki gibi aynı yaklaşım uygulanırsa eddy viskozitesi aşağıdaki gibi tanımlanabilir

$$\mu_t = C\rho\theta l = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.254)$$

burada  $C_\mu$  boyutsuz bir sabittir.

$k$  ve  $\varepsilon$  için standart model aşağıdaki taşınım denklemlerini kullanmaktadır;

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k U) = \text{div} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad} k \right] + 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - \rho \varepsilon \quad (2.255)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon U) = \text{div} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad} \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.256)$$

Bu denklemin anlamı ise

$$\left\{ \begin{array}{l} k \text{ veya } \varepsilon \text{ 'un} \\ \text{değişim} \\ \text{miktarı} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Konveksiyonla} \\ k \text{ veya } \varepsilon \text{ 'un} \\ \text{taşınımı} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Difüzyonla} \\ k \text{ veya } \varepsilon \text{ 'un} \\ \text{taşınımı} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} k \text{ veya } \varepsilon \text{ 'un} \\ \text{üretim} \\ \text{miktarı} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} k \text{ veya } \varepsilon \text{ 'un} \\ \text{kayıp} \\ \text{miktarı} \end{array} \right\}$$

Denklemler  $C_\mu$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{1\varepsilon}$  ve  $C_{2\varepsilon}$  olmak üzere beş sabit ihtiva etmektedir. Standart k- $\varepsilon$  modeli türbülanslı akımların oldukça geniş bir spektrumu için deneysel verilerden aşağıdaki sabitlere eşit olduğu bulunmuştur.

$$C_\mu=0.09, \quad \sigma_k=1.00, \quad \sigma_\varepsilon=1.30, \quad C_{1\varepsilon}=1.44, \quad C_{2\varepsilon}=1.92$$

Standart k model denklemindeki üretim terimi k denklemindeki tam üretim teriminden  $\tau_{ij}$  Reynolds kayma gerilmesinde yerine konulmasıyla elde edilir. Temel taşınım işlemlerinin modellenmiş formu k- $\varepsilon$  denklemlerinin sağ tarafında görülmektedir. Türbülans taşınım terimleri skaler taşınımın kavramında anımlanan difüzyonun gradyanı kullanılarak gösterilmiştir ( $-\overline{\rho u'_i \phi'_j} = \Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial x_i}$ ).  $\sigma_k$  ve  $\sigma_\varepsilon$  Prandtl sayıları k ve  $\varepsilon$ 'un diffüsiteleri ile  $\mu_t$

eddy viskozitesine bağlıdır. Tam k denkleminin (III) basınç terimi direkt olarak ölçülemiyebilir. Bunun etkisi standart k model denkleminde difüzyonun gradyan terimi ile dikkate alınmıştır.

Türbülanslı kinetik enerjinin üretim ve kayıp miktarları daima birbirleri ile oldukça yakın bağlantı içindedir.  $\epsilon$  kayıp miktarı  $k$  üretiminin büyük olduğu yerde fazla olacaktır.  $\epsilon$  için standart  $k$  model denklemindeki üretim ve kayıp terimlerinin  $k$  denklemindeki üretim ve kayıp denklemleriyle orantılı olduğu vasayılmaktadır. Buna göre eğer  $k$ 'da ani artım olursa  $\epsilon$ 'da da ani bir artış olacaktır ve eğer  $k$ 'da bir azalma meydana gelirse türbülanslı kinetik enerjinin negatif değerlerinden kaçınmak için  $\epsilon$  yeterince hızlı bir şekilde azalacaktır (fiziksel değil). Üretim ve kayıp terimlerindeki  $\epsilon/k$  faktörü  $\epsilon$  denkleminde bu terimleri boyutsal olarak doğrulamaktadır.

$k$ - $\epsilon$  modelindeki ile Reynolds gerilmelerini hesaplamak için genişletilmiş Boussinesq bağıntısı kullanılır.

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = 2\mu_t E_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.257)$$

bu ifade daha önce tanımlanan

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.258)$$

Boussinesq denklemiyle karşılaştırılırsa  $\delta_{ij}$  Kronecker delta ( $i=j$  için  $\delta_{ij}=1$ ,  $i \neq j$  için  $\delta_{ij}=0$ )'ı kapsayan sağ tarafta ilave terim mevcuttur. Bu terim  $i=j$  için  $\tau_{xx} = -\overline{\rho u'^2}$ ,  $\tau_{yy} = -\overline{\rho v'^2}$  ve  $\tau_{zz} = -\overline{\rho w'^2}$  normal Reynolds kayma gerilmelerine uygulanabilmesine kolaylık sağlar. Eğer bütün normal gerilmeler toplanırsa süreklilik prensibi kullanılarak bu toplam sıfır olur, çünkü

$$2\mu_t E_{ii} = 2\mu_t \left[ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right] = 2\mu_t \text{div}U = 0 \quad (2.259)$$

Açıkça herhangi bir akım durumunda, normal gerilmelerin toplamı  $-\rho(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$  bir hacim için türbülanslı kinetik enerjinin negatif iki katına eşit olacaktır ( $-2\rho k$ ). Herbir normal gerilme bileşeni bunların toplamlarını daima fiziksel olarak doğru olmasını sağlayacaksa, üç eşit parçaya ayırmak gerekir. Bu normal Reynolds gerilmeleri için bir izotropik yaklaşımı göstermektedir ancak bu iki boyutlu basit akımlarda bile yeterince doğru sonuç vermemektedir.

#### Sınır Şartları:

k-ε model denklemleri eliptik denklemlerdir çünkü difüzyonun gradyanı ile verilen terimi ihtiva etmektedir. Bu denklemler diğer eliptik akım denklemlerine benzer davranışa sahiptirler ve aşağıda belirtilen sınır şartlarına gereksinim duyarlar

- Giriş; k-ε'nun dağılımı verilmelidir
- Çıkış veya simetrik ekseni;  $\partial k/\partial n=0$  ve  $\partial \varepsilon/\partial n=0$
- Serbest akım;  $k=0$  ve  $\varepsilon=0$
- Katı cidar; yaklaşım Re sayısına bağlıdır

Sınır şartları ile ilgili çok detaylı bir bilgi literatürde mevcut değildir. Endüstriyel CFD kullanıcıları k ve ε için ölçümleri nadiren yaptıklarında eğilim literatürde mevcut k ve ε değerlerini kullanmaktır ve girişlerde k-ε dağılımları hassas olarak belirlenmelidir. Eğer hiçbir bilgi mevcut değilse girişteki dağılımlar için kaba yaklaşımlar akım alanının iç bölgelerindeki k ve ε'lar için aşağıda belirtilen basit dağılımları kullanılarak  $T_i$  türbülans şiddeti ve L bir karakteristik uzunluktan (eşdeğer boru yarıçapı) elde edilerek bulunabilir.

$$k = \frac{3}{2} (U_{ref} T_i)^2, \quad \varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{l}, \quad l = 0.07L \quad (2.260)$$

Formüller karışım uzunluğu formülü ile oldukça yakın bağıntılıdır ve katı cidar akınında evrensel dağılımlar verilmiştir.

Büyük Re sayılarında standart k-ε modelinde (Launder ve Spalding, 1974) duvar boyunca model denklemlerinin integrasyonundan kaçınılmıştır. Eğer y katı bir duvardan normalin doğrultusundaki koordinat olarak dikkate alınırsa,  $y_p$  noktasında ( $30 < y_p^+ < 500$ ) ortalama hız logaritmik hız kanunu sağlamakta ve türbülanslı kinetik enerji bütçesinin ölçümleri türbülans üretim miktarının kayıp miktarına eşit olduğunu göstermektedir.

Bu yaklaşımlar eddy viskozite formülü kullanılarak aşağıdaki cidar fonksiyonlarını yazmak mümkündür.

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey_p^+), \quad k = \frac{U_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \varepsilon = \frac{U_\tau^3}{K_y} \quad (2.261)$$

Cilalı duvarlar için Von-Karman sabiti  $\kappa=0.41$  ve duvar pürüzlülük parametresi  $E=9.8$ 'dir. Pürüzlü duvarlar için Schlichting (1979) E için değerler vermiştir.

Isı transferi için duvar yakınındaki evrensel sıcaklık dağılımı büyük Re sayıları için kullanılmaktadır (Launder ve Spalding, 1974)

$$T^+ \equiv -\frac{(T - T_w)C_p\rho U_\tau}{q_w} = \sigma_{T,t} \left[ u^+ + P \left( \frac{\sigma_{T,l}}{\sigma_{T,t}} \right) \right] \quad (2.262)$$

Burada

$T_p$ : duvar yakınında  $y_p$  noktasındaki sıcaklık

$T_w$ : duvar sıcaklığı

$q_w$ : duvar ısı akısı

$C_p$ : sabit basınçta akışkanın özgül ısısı

$\sigma_{T,t}$ : Türbülans Prandtl sayısı

$\sigma_{T,l} = \mu C_p / \Gamma_T$ : Prandtl sayısı

$\Gamma_T$ : Termal kondüktivite

P: pee-fonksiyonu laminar ve türbülans Prandtl sayılarının oranına bağlı bir düzeltme

fonksiyonudur.

Düşük Re sayılarında logaritmik hız kanunu artık geçerli değildir ve yukarıda bahsedilen sınır şartları kullanılamaz. k- $\epsilon$  modelinin düşük Re sayısında modifiye edilmesi mümkündür (Patel et al, 1985). Cidarın sönlendirici etkisi viskoz gerilmelerini dikkate almak suretile halledilebilmektedir.

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.263)$$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k U) = \text{div} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \text{grad } k \right] + 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - \rho \epsilon \quad (2.264)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \epsilon U) = \text{div} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \text{grad } \epsilon \right] + C_{1\epsilon} f_1 \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - C_{2\epsilon} f_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (2.265)$$

En önemli modifikasyon difüzyon terimindeki viskozite katkılarıdır. Standart k- $\epsilon$  modelindeki  $C_\mu$ ,  $C_{1\epsilon}$  ve  $C_{2\epsilon}$  sabitleri  $f_\mu$ ,  $f_1$  ve  $f_2$  cidar sönm fonksiyonları ile sırasıyla çarpılmaktadır, bunlar türbülans Re sayısının fonksiyonlarıdır ( $\theta l / \nu = k^2 / (\epsilon \nu)$ ) (ve/vaya

benzer parametrelerin). Örneğin Lam ve Bremhorst (1981) cidar-sönüm fonksiyonları özellikle oldukça başarılı olmaktadır.

$$f_{\mu} = \left[1 - \exp(-0.0165 Re_y)\right]^2 \left(1 + \frac{20.5}{Re_t}\right) \quad (2.266)$$

$$f_1 = \left(1 + \frac{0.05}{f_{\mu}}\right)^3, \quad f_2 = 1 - \exp(-Re_t^2) \quad (2.267)$$

$f_{\mu}$  parametresindeki  $Re_y$  sayısı  $k^{1/2}y/\nu$  ile tanımlanır. Lamand Bremhorst  $\partial\varepsilon/\partial y=0$  sınır şartı olarak kullanılmıştır.

**k-ε Modelinin Performansı:**

k-ε modeli oldukça yaygın olarak türbülansın modellenmesinde kullanılmaktadır. Model sabitlerin her hal için ayarlanmasının gerektirmediği ince kayma tabakalı ve sirkülasyon akımlarının hesaplanmasında oldukça başarılı bir biçimde kullanılmaktadır. Model özellikle  $Re$  kayma gerilmelerinin daha etkin olduğu sınırlanmış akışlar için iyi performans göstermektedir. Endüstrideki mühendislik uygulamaları için oldukça popüler bir modeldir. Örneğin batıklık etkisinin söz konusu olduğu atmosferde ve göllerde kirlilik dağılımının ve yangın modellerindebu modelin çeşitli versiyonları mevcuttur (Rodi, 1980).

Bazı sınırlanmış akımlarda da bu modelin başarılı uygulamaları mevcuttur. Örneğin zayıf kayma tabakalı gibi akımlarda hesaplanan değerlerin gerçek değerlerin üzerinde çıktığında belirlenmiştir.

**Modelin Avantajları:**

- Başlangıç ve/veya sınır şartlarının sağlandığı akımlarda en basit türbülans modelidir.

- Birçok endüstriyel akım probleminde başarıyla uygulanabilmektedir.
- Çok iyi irdelenmiş ve geniş bir geçerliliğe sahip türbülans modelidir.

Modelin Dezavantajları:

- Karışım uzunluğu modelinden daha zahmetlidir.
- Aşağıda belirtilen akım alanlarında daha zayıf bir yaklaşıma sahiptir:

(i) bazı sınırlanmamış akımlar

(ii) eğrisel sınır tabakalı, girdap akımları gibi ilave zorlanmaların bulunduğu akımlar

(iii) çevrintili akımlar

(iv) dairesel olmayan akış yollarındaki tam gelişmiş akımlar.

#### 2.7.3.3.2 Reynolds gerilme denklemi modelleri

En karmaşık klasik türbülans modeli Reynolds gerilme denklemi modelidir (RSM), bu model aynı zamanda ikinci mertebe veya ikinci-moment kapama modeli olarak isimlendirilir. Karmaşık gerilme alanlarına veya etkin cisim kuvvetlerinin söz konusu olduğu akım alanlarının belirlenmesinde, k-ε modeli birçok bakımdan yetersiz kalmaktadır. Bu gibi şartlarda, türbülansın kinetik enerjisi yeterince doğru hesaplanırsa bile (38) denklemi ile hesaplanan bireysel Reynolds gerilmeleri akımı yeterince tasvir edememektedir. Diğer taraftan, tam Reynolds gerilme taşınım denklemi Reynolds gerilme alanının doğrultu etkilerini göz önüne alabilmektedir. Burada Reynolds gerilmesi olarak

$$R_{ij} = -\tau_{ij} / \rho = \overline{u'_i u'_j} \quad (2.268)$$

ifadesi kinematik Reynolds gerilmesi olarak literatürde bilinmesine rağmen kullanılacaktır.  $R_{ij}$ 'nin tam denklem aşağıdaki formda verilecektir.

$$\frac{DR_{ij}}{Dt} = P_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} + \Pi_{ij} + \Omega_{ij} \quad (2.269)$$

$$\left( \begin{array}{l} R_{ij}: \overline{u'_i u'_j} \text{'nin de\u011fi\u015fim miktar\u0131} \\ + \text{Konveksiyonla } R_{ij} \text{'nin ta\u015f\u0131n\u0131m\u0131} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} R_{ij} \text{'nin} \\ \text{\u00fcretim} \\ \text{miktar\u0131} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{l} R_{ij} \text{'nin} \\ \text{dif\u00fczyonla} \\ \text{ta\u015f\u0131n\u0131m\u0131} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{l} R_{ij} \text{'nin} \\ \text{kayıp} \\ \text{miktar\u0131} \end{array} \right) \\ + \left( \begin{array}{l} \text{T\u00fcrb\u00fclans basın\u00e7 - gerilme} \\ \text{etkile\u015fimi dolayısıyla} \\ R_{ij} \text{'nin ta\u015f\u0131n\u0131m\u0131} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{l} \text{\u00c7evrinti} \\ \text{dolayısıyla} \\ R_{ij} \text{'nin ta\u015f\u0131n\u0131m\u0131} \end{array} \right)$$

(2.269) ifadesi alt\u0131 kısmi diferansiyel denklemden olu\u015fmaktadır; alt\u0131 ba\u011f\u0131ms\u0131z Reynolds gerilmesinin herbiri i\u00e7in bir ta\u015f\u0131n\u0131m denklemi vardır:

$$(\overline{u_1'^2}, \overline{u_2'^2}, \overline{u_3'^2}, \overline{u_1' u_2'}, \overline{u_1' u_3'} \text{ ve } \overline{u_2' u_3'} \text{ \u00e7\u00fcnk\u00fc } \overline{u_2' u_1'} = \overline{u_1' u_2'}, \overline{u_3' u_1'} = \overline{u_1' u_3'} \text{ ve } \overline{u_3' u_2'} = \overline{u_2' u_3'})$$

E\u011fer t\u00fcrb\u00fclans kinetik enerjisi i\u00e7in tam ta\u015f\u0131n\u0131m denklemi (2.237) ile bu ifade kar\u015fıla\u015ft\u0131r\u0131l\u0131rsa, Reynolds gerilme denklemlerinde iki yeni fiziksel i\u015flem ortaya \u00e7ıkmaktadır, bunlar basın\u00e7-gerilme korelasyon terimi  $\Pi_{ij}$ , bunun kinetik enerji \u00fczerindeki etkisi s\u0131fır olacak \u015fekilde g\u00f6r\u00fclebilir, di\u011fer terim ise  $\Omega_{ij}$  \u00e7evrinti terimidir.

Reynolds gerilme ta\u015f\u0131n\u0131m denklemleri ile CFD hesaplamaları tam denklemde \u00fcretim terimi olarak bulunmaktadır.

$$P_{ij} = - \left( R_{im} \frac{\partial U_j}{\partial x_m} + R_{jm} \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \right) \quad (2.270)$$

(2.269)'in \u00e7\u00f6z\u00fcl\u00fc bir formunu elde etmek amacıyla denklemin sa\u011f tarafındaki dif\u00fczyon, kayıp miktar\u0131 ve basın\u00e7-gerilme korelasyon terimleri i\u00e7in modellere ihtiya\u00e7 vardır. Launder et al (1975) ve Rodi (1980) en genel modellerin olduk\u00e7a detaylı tanım\u0131n\u0131 vermi\u015flerdir.

Basitlik amacıyla bazı ticari CFD kodlarında bu yaklaşımlardan bazı modeller anlatılmıştır. Bu modellerde küçük detaylar verilmemiştir ancak bunların yapıları anlamak için oldukça kolaylaştırılmıştır ve ana mesajlar tüm haller için verilmiştir.

$D_{ij}$  difüzyon terimi Reynolds gerilmelerinin gradyanı ile orantılı difüzyon ile Reynolds gerilmelerinin taşınım miktarında yapılan varsayımlarla modellenmektedir. Difüzyon gradyanı fikri türbülans modellenmesi için yinelenecektir. Ticari CFD kodları en basit formda aşağıdaki tercih edilen şekilde difüzyon terimini tanımlamaktadır.

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_m} \left( \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_m} \right) = \text{div} \left( \frac{v_t}{\sigma_k} \text{grad}(R_{ij}) \right) \quad (2.271)$$

burada

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad C_\mu = 0.09 \text{ ve} \quad \sigma_k = 1.0$$

alınmaktadır.

$\varepsilon_{ij}$  kayıp (dissipasyon) miktarı küçük (dissipasyona) kayba neden olan eddy'ler (çevriler)'in izotropisi yaklaşımı ile modellenmektedir. Bu sadece normal Reynolds gerimelerini ( $i=j$ ) etkileyebilsin diye ve eşit bir dengenin sağlanabilmesi için hazırlanır.

Buda aşağıdaki ifade ile verilir:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (2.272)$$

burada  $\varepsilon$  (2.238) ifadesiyle tanımlanan türbülans kinetik enerjisi miktarının kayıp miktarıdır.

$\delta_{ij}$  Kronecker delta  $i=j$  için  $\delta_{ij}=1$  ve  $i \neq j$  için ise  $\delta_{ij}=0$  ile tanımlanmaktadır.

(2.269) denklemindeki aynı zamanda basınç-gerilme etkileşimi teşkil etmek en güç terimi oluşturmaktadır ve modelin doğruluğu açısından da önemlidir. Bunların Reynolds gerilmeleri üzerindeki etkisi iki farklı fiziksel işlemle gerçekleştirilir; bunlar birbirini etkileyen iki eddy dolayısıyla basınç çalkantıları ve farklı ortalama akım hızına sahip akım bölgesiyle bir eddy'nin etkileşimi dolayısıyla basınç çalkantıları. Bu basınç-gerilme teriminin toplam etkisi normal Reynolds gerilmeleri ( $i=j$ ) arasında enerjiyi yeniden dağıtacaktır, bunları daha fazlaca izotropik yapacak ve Reynolds kayma gerilmelerini ( $i \neq j$ ) azaltacaktır.

Basınç-gerilme terimleri üzerinde cidar mevcudiyetinin etkisi için düzeltmelere ihtiyaç vardır. Bu düzeltmeler  $k$ - $\varepsilon$  modelinde dikkate alınan cidar sönüm fonksiyonlarından tabiatı açısından farklıdır ve ortalama akım Reynolds sayısının değerini dikkate almaksızın uygulanmasını gerektirecektir. Ölçümler cidara normal doğrultularda çalkantıların sönümlenmesi ve Reynolds kayma gerilmelerinin şiddetinin azalmasıyla normal Reynolds gerilmelerinin anizotropisini cidar ekisinin arttırdığını göstermektedir. Bütün bu etkileri dikkate alan detaylı bir model Launder et al (1975) tarafından verilmiştir. Bu araştırmacılar bazı ticari CFD kodları ile daha basit aşağıdaki formları vermişlerdir.

$$\Pi_{ij} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} (R_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}) - C_2 (P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij}) \quad (2.273)$$

Burada  $C_1=1.8$  ve  $C_2=0.6$ 'dır. Çevrinti terimi aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\Omega_{ij} = -2\omega_k (R_{jm} e_{ikm} + R_{im} e_{jkm}) \quad (2.274)$$

Burada  $\omega_k$  çevrinti vektörüdür ve  $e_{ijk}$  ise permütasyon sembolüdür, eğer  $i, j$  ve  $k$  farklı ise  $e_{ijk}=1$  (yörüngesel sırada),  $e_{ijk}=-1$  (yörüngesel sırada değil) ve eğer  $i=j, j=k$  ve  $i=k$  ise  $e_{ijk}=0$ .

Yukarıdaki formülde  $k$  türbülanslı kinetik enerjiye gereksinim vardır ve üç normal gerilme birarada eklenmesiyle bulunabilir.

$$k = \frac{1}{2}(R_{11} + R_{22} + R_{33}) = \frac{1}{2}(\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2}) \quad (2.275)$$

Skaler kayıp miktarları  $\varepsilon$  için altı Reynolds gerilme taşınım denklemi bir model denklemi ile çözümlenir. Launder et al (1975) tam bir form önermiştir, ancak basitlik amacıyla ticari CFD modellerinde kullanılan standart k- $\varepsilon$  modelinden elde edilmiş bir ifadedir.

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \text{div} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\nu_t E_{ij} E_{ij} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.276)$$

burada  $C_{1\varepsilon}=1.44$  ve  $C_{2\varepsilon}=1.92$ 'dir.

$$\left( \begin{array}{c} \varepsilon \text{'un değişim} \\ \text{miktarı} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Konveksiyonla} \\ \varepsilon \text{'un taşınımı} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{Difüzyonla} \\ \varepsilon \text{'un taşınımı} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \varepsilon \text{'un üretim} \\ \text{miktarı} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \varepsilon \text{'un harcama} \\ \text{miktarı} \end{array} \right)$$

Eliptik akışlar için Reynolds gerilme taşınım denklemlerinin çözümünde sınır şartlarının tanımlanması gerekir

- Giriş Rij ve  $\varepsilon$ 'un tanımlanmış dağılımları
- Çıkış ve Simetri  $\partial R_{ij}/\partial n=0$  ve  $\partial \varepsilon/\partial n=0$
- Serbest yüzey Rij=0 ve  $\varepsilon=0$
- Katı cidar Duvar fonksiyonları

$R_{ij}$ 'nin yaklaşık giriş dağılımlarının birinin eksik olması durumunda aşağıda varsayımı yapılan bağıntıların yardımıyla fiziksel alanın bir karakteristik uzunluğu (örneğin eşdeğer boru çapı) ve  $T_i$  türbülans şiddetinden hesaplanabilir.

$$k = \frac{3}{2}(U_{ref} T_i)^2, \quad \varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2} l}{l=0.07L}, \quad (2.278)$$

$$\overline{u_i'^2} = k, \quad \overline{u_2'^2} = \overline{u_3'^2} = \frac{1}{2}k, \quad \overline{u_i' u_j'} = 0 \quad (i \neq j)$$

Bu gibi ifadeler, kabul edilen giriş sınır şartlarına sonuçların hassasiyeti açısından gerekli testler yapılmadan kullanılmamalıdır.

Büyük Re sayılarındaki hesaplamalar için cidar fonksiyonu tipi sınır şartları k-ε modeline çok benzer şartlarda olduğu gibi kullanılabilirler. Cidara yakın Re gerilme değerleri  $C_{ij}$ 'nin ölçümlerden elde edildiği,  $R_{ij} = \overline{u_i' u_j'} = C_{ij} k$  gibi formüllerden hesaplanabilir.

Düşük Re sayılarında difüzyon terimlerine moleküler viskozite etkilerini ekleyen ve  $R_{ij}$  denklemlerinde kayıp miktarı terimlerinde anizotropi için dikkate alınan modifikasyonlar yapılabilir. Cidar-sönümlenme fonksiyonları  $\varepsilon$  denkleminin sabitlerini düzenler ve  $\bar{\varepsilon} (\equiv \varepsilon - 2\nu(\partial k^{1/2} / \partial y)^2)$  kayıp miktarı değişkenini duvar yakınında daha gerçekçi modellemeyi gerçekleştirilmesi için düzenlemeyi sağlar.

Üç daha ileri kısmi diferansiyel denklemleri kapsayan benzer modeller ((2.221) denklemindeki  $\overline{u_i' \phi'}$  skaler türbülans akışının herbiri için bir denklem) skaler taşınım için mevcuttur. Rodi (1980) bu tip modelleri tanımlamıştır. Ticari CFD kodları tüm skalerleri 0.7 alan Prandtl/Schmidt sayıları ile laminer difüzyon katsayısına,  $\Gamma_i = \mu_t / \sigma_\phi$  türbülans difüzyon katsayısını ekleyerek genişletilmiş basit bir ifade kullanmaktadır. Duvar yakınındaki akışlarda skaler taşınım denklemlerinde düşük Re sayısı modifikasyonları hakkında çok az şey bilinmektedir.

RSM oldukça karmaşıktır, ancak tablo 6'da bahsedilen haller haricinde Re gerilmelerinde ve tüm ortalama akım özelliklerini tanımlamak için bir potansiyel ile modelin en basit tipleri genellikle kullanılır. RSM, k-ε modelinde olduğu anlamda geçerliliğini söylemek imkansızdır

çünkü hesaplama çok pahalıdır, endüstriyel akım hesaplamalarında çok fazla kullanım alanı bulmamaktadır.

Henüz çok aktif araştırma alanı içindedir. Gelecekte daha güçlü hardware teknolojisi ile kullanım alanı hiç şüphesiz gelişecektir.

Çizelge 2.8 RSM için Avantaj ve Dezavantajlar

Avantajlar	Dezavantajlar
1) Tüm klasik türbülans modellerinin potansiyel olarak en genel halidir.	1) Çok büyük hesaplama maliyeti (yedi ilave PDE)
2) Sadece başlangıç ve/vaya sınır şartlarının tanımlanması gerekir.	2) Karışım uzunluğu ve $k-\epsilon$ modelleri gibi çok fazla geçerli kullanımı olmaması
3) Ortalama akım özelliklerinin hesaplanması, birçok basit ve daha karmaşık duvar jetleri, asimetrik kanal, dairesel olmayan ayak akış yolu akımları ve eğrisel akımlar dahil akımlar için tüm $Re$ gerilmeleri için oldukça doğru sonuç vermektedir.	3) $\epsilon$ denklem modeli ile eşdeğer problemlerin sahip olduğu bazı akımlarda $k-\epsilon$ modelindeki gibi performansı zayıftır (örneğin asimetrik jetler ve sınırlanmamış sirkülasyon akımları)

### 2.7.3.3.3. Cebirsel gerilme denklem modeli

Cebirsel gerilme denklem modeli (ASM) Reynolds gerilme taşınım denklemlerinin çözümünün tam uzunluğu boyunca yapmaksızın Reynolds gerilmelerinin anizotropisi için bütün bunu dikkate alan ekonomik bir yoldur. Sırasıyla (2.271) ve (2.273) denklemlerinin  $(D/D_t)$  konveksiyon ve  $D_{ij}$  difüzyon taşınım terimlerinde görülen  $R_{ij}$ ,  $Re$  gerilmelerinin gradyanları dolayısı ile RSM'de oldukça yüksek hesaplama maliyeti ortaya çıkmaktadır. Rodi (1980) konvektif ve difüzyon taşınım terimleri ortadan kaldırıldığında veya modellendiğinde Reynolds gerilme denklemlerinin bir seri cebirsel denklem takımına indirgenebileceği fikrini ileri sürmüştür.

En basit metod konveksiyon ve difüzyon terimlerinin tamamını ihmal etmektir. Bazı durumlarda bu yeterince doğru sonuçlar vermektedir (Naot ve Rodi, 1982, Demuren ve Rodi, 1984). En genel uygulanabilir metod Reynolds gerilmelerinin konveksiyon ve difüzyon terimlerinin toplamının, türbülansın kinetik enerjisinin konveksiyon ve difüzyon terimlerinin toplamıyla orantılı olduğunun kabul edilmesidir. Böylece

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u'_i u'_j}}{Dt} &\approx D_{ij} \approx \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \left( \frac{Dk}{Dt} - [k \text{ taşınım (yani div) terimleri}] \right) \\ &= \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \left( -\overline{u'_i u'_j} E_{ij} - \varepsilon \right) \end{aligned} \quad (2.279)$$

Sağ tarafta parantezin içindeki terimler (2.237) tam k denkleminde türbülansın kinetik enerjisinin kayıp miktarı ve üretim miktarının toplamını içermektedir. Reynolds gerilmeleri ve türbülans kinetik enerjisinin her ikisi türbülans özellikleridir ve birbirleri ile son derece ilişkilidir, o halde (2.279) ifadesi  $\overline{u'_i u'_j} / k$  akım boyunca çok hızlı değişmemesini sağlayacak bir yaklaşımı sağlayacak kadar çok kötü bir ifade değildir. Bundan başka türbülansın kinetik enerjisinin taşınımından bağımsız konveksiyon ve difüzyonla taşınım ile ilgili bazı ilave özelliklere sahiptir.

(2.279) yaklaşımı (2.270) üretim terimi, (2.274) modellenmiş kayıp miktarı terimi ve (2.273) basınç-gerilme korelasyon terimi (2.269) Reynolds gerilme taşınım denkleminin sağ tarafında yerine konulup yeniden düzenlenirse, aşağıdaki “cebirsal gerilme modeli” elde edilir.

$$R_{ij} = \overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} + \left( \frac{C_D}{C_I - 1 + \frac{\varepsilon}{P}} \right) \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) \frac{k}{\varepsilon} \quad (2.280)$$

Denklemin her iki tarafında Re gerilmeleri ortaya çıkmaktadır, sağ tarafında bunlar  $P_{ij}$ 'nin içindedir ve bilinmeyen altı  $R_{ij}$  Re gerilmesi için benzer bir seri altı cebirsal denklemi oluşturur, bu denklemler eğer k ve  $\varepsilon$  biliniyorsa matris dönüşümü veya iteratif bir teknikle

çözümünebilir. Bu nedenle bu formülasyon k-ε standart model denklemleri (2.239-241) ile bağlantılı olarak çözümlenir.

$C_D$  sabiti akımın fiziğine göre ayarlanabilmektedir. Ticari CFD kodları girdap akımları için teklif edilen ASM için aşağıdaki sabitler verilmiştir.

$$C_D=0.55 \quad \text{ve} \quad C_1=2.2$$

Türbülansın skaler taşınımında bir önceki bölümde detaylı olarak bahsedilen tam taşınım denklemlerinden türetilen cebirsel modeller ile tanımlanabilmektedir.

Çizelge 2.9 Cebirsel Gerilme Modeli

Avantajlar	Dezavantajları
1) Reynolds gerilme anizotropisi için en ucuz metod	1) Bu metod k-ε modelinden biraz daha pahalıdır (iki PDE ve bir cebirsel denklem sistemi)
2) k-ε modelinin ekonomisi ile RSM'in yaklaşımdaki geneliğindeki potansiyel kombinasyonun mevcudiyeti (batıklık ve rotasyon etkisinin modellenmesindeki kolaylık)	2) Karışım uzunluğu ve k-ε modeli kadar geçerliliğe sahip değildir.
3) Eğer konveksiyon ve difüzyon terimleri ihmal edilirse ASM'de RSM kadar performansa sahiptir.	3) RSM uygulandığı kadar aynı dezavantajlara sahiptir.
	4) Konvektif ve difüzyon etkilerinin uygulanmadığı taşınım yaklaşımlarının yapıldığı akışlarda model çok fazla sınırlanır ve performans limitlerinin bu metodun geçerliliği için tariflenmesi gerekir.

Domuren ve Rodi (1984) basınç-gerilme için cidar düzeltme terimlerini içeren ve hemen hemen homojen kayma akımları ile kanal akımlarında ölçülmüş verilerle iyi uyum sağlayan ayarlanabilir katsayıların modifiye edilmiş değerleriyle bu modelin daha uygulanabilir halini dairesel olmayan akış yolları içinde sekonder akımın hesaplanmasını gerçekleştirmişlerdir.

Kare ve dikdörtgen akış yollarındaki akım için gerçekçi yaklaşımlar elde etmişlerdir. Bu etkilere normal Reynolds gerilmelerinin anizotropisi neden olmaktadır ve bir standart k- $\epsilon$  modeli ile aynı durumun benzeşiminde gösterilemiyebilmektedir.

Cebirsel gerilme modelleri Reynolds gerilmelerinin hesabındaki anizotropinin etkileri içermesi açısından ekonomik bir modeldir. Bu modelin k- $\epsilon$  modeli kadar geçerliliği yoktur ancak bazı akışlardaki problemlere getirdiği çözümler açısından daha kullanışlı olabilmektedir. Son zamanlarda anizotropik eddy viskozitenin k- $\epsilon$  modelindeki gelişmeleri ASM'in popülaritesini azaltmaktadır.



### 3. FLUENT CFD YAZILIMI ile MODELLEME

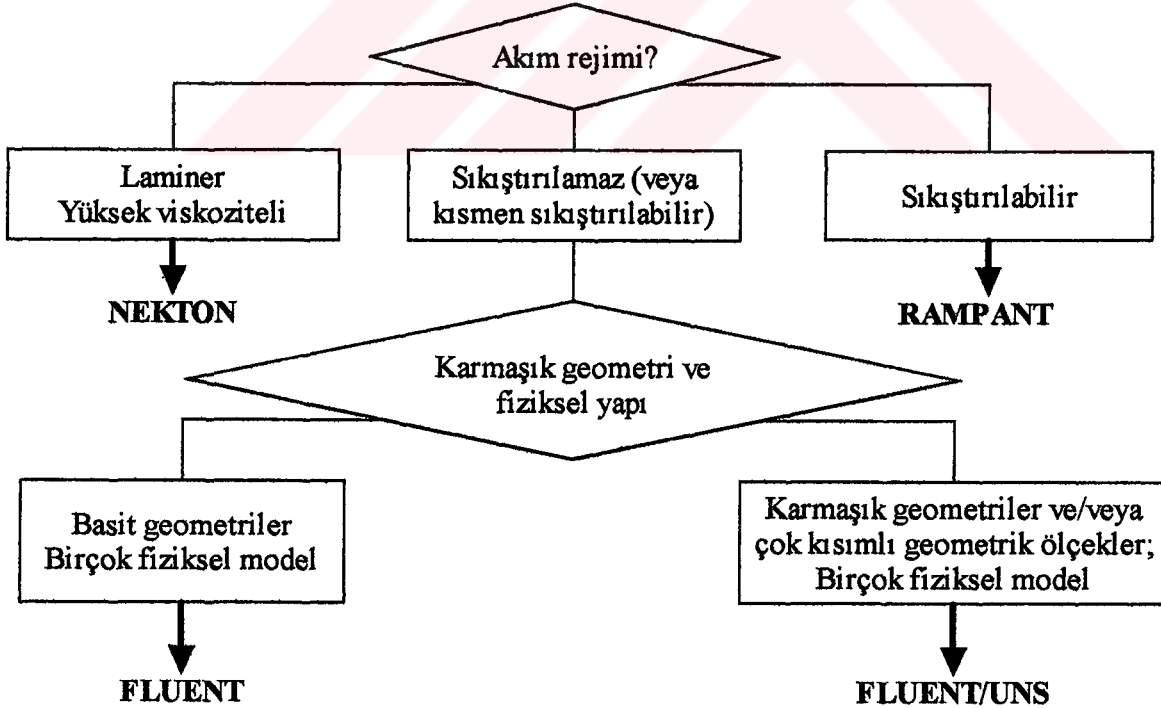
#### 3.1 Genel Bakış

Fluent'deki CFD çözücü tipleri NEKTON, FLUENT, FLUENT/UNS ve RAMPANT olmak üzere dört tanedir..

Bunlar sıvı akımı, ısı transferi, kimyasal reaksiyonlar ve tabiatla ilgili olayları modellemekte kullanılan bilgisayar yazılımlarıdır. Bunların birbirlerinden farkı modelleme amaçlarına ulaşmakta kullandıkları teknolojidir.

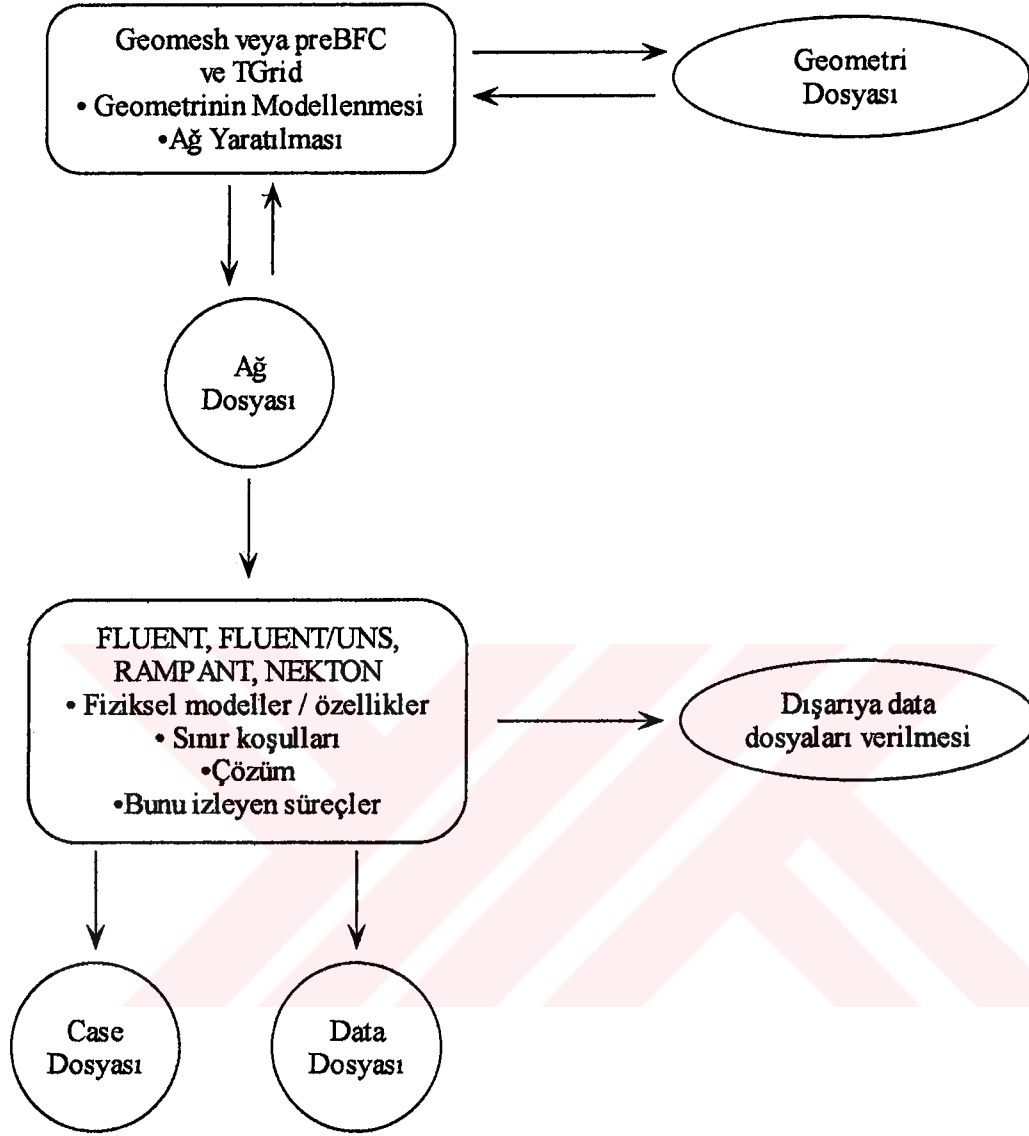
Birden fazla çözücü teknolojisi kullanılmasının nedeni, her CFD çözüm metodunun belli grup uygulamalarda en iyi performansı göstermesidir. Sonuç olarak, hızı ve hassasiyeti optimize etmek için farklı çözüm algoritmalarına ihtiyaç vardır.

#### 3.2 Çözücü Tipinin Seçimi



Şekil 3.1 Çözücü tipleri

### 3.3 Akım Şeması



Şekil 3.2 Akım şeması

### 3.4 Fluent

Fluent; basınç-tabanlı, sonlu hacimler metodunu kullanır. Sıkıştırılmaz ve kısmen sıkıştırılabilir akımlar ile kaynağın hakim olduğu ve karmaşık fiziksel yapı içeren akımlar için uygundur. Kullanılacak çözücü tipi, kimyasal reaksiyonlar, kaynama, karmaşık türbülanslı akımlar ve çok fazlı akımlara bağlı olarak seçilir. Fluent structured quad/hex (dört kenarlı/altı yüzlü) ağlar kullanır.

### 3.4.1 Fluent ile bir problemin çözümünde temel adımlar

1. Modelleme amaçları belirlenir.
2. Modellenecek alan tanımlanır.
3. Ağlar dizayn edilir.
4. Uygun çözücü seçilir. .
5. Fiziksel modeller seçilir.
6. Kullanılan malzemenin özellikleri belirlenir.
7. Sınır koşulları tanımlanır.
8. Çözücü kontrolleri ayarlanır.
9. Çözüm gerçekleştirilir.
10. Sonuçlar incelenir.
11. Ağlar istenirse tekrar düzenlenir (isteğe bağlı).
12. Model üzerinde değişiklik gerekip gerekmediği düşünülür.

#### 3.4.1.1 Modelleme amaçlarının belirlenmesi

Yazılım, aşağıdaki sorular doğrultusunda yönlendirilebilmektedir:

- Hangi sonuçlar aranıyor ve bunlar nasıl kullanılacak?
- Ne kadar hassas sonuçlar bulunmak isteniyor?
- Sonuçlara ne kadar çabuk ulaşılmak isteniyor?
- Probleme özgü bir model yaratılmak isteniyor mu (Kullanıcının alt program yazması yoluyla)?

#### 3.4.1.2 Modellenecek alanın tanımlanması

- Tüm fiziksel sistemden bize gerekli olan bir parça nasıl göz önüne alınabilir?

- Hesap alanı nerede başlıyor ve nerede bitiyor?
- Hangi sınır koşullarına ihtiyaç var?
- Problem 2D olarak çözülebilir mi?

### 3.4.1.3 Ağ dizaynı

- Quad/hex (dört kenarlı/altı yüzlü) ya da tri/tet (üç kenarlı/dört yüzlü) ağdan hangisi kullanılmalı (Not: FLUENT yalnızca quad/hex kullanabilir)?
- Alandaki her bölgede hangi ağ çözünürlük derecesi gereklidir?
- Ağlar daha sonra tekrar düzenlenmek isteniyor mu?
- Problem için toplam ne kadar hücre gereklidir?
- Yeterli bilgisayar hafızası mevcut mu?

### Tri/Tet ve Quad/Hex Ağlar:

Eğer akım ağlar ile aynı doğrultuda değilse nümerik dağılım artmaktadır (çözümde nümerik hata görülür). Tri/tet ağlarda akım, ağ çizgileriyle asla aynı doğrultuda değildir. Akım cidar sınırlı olduğunda ve quad/hex ağlar kullanıldığında ise genelde akım ile ağ bazı yerlerde aynı doğrultudadır. Quad/hex ağlarda aynı doğrultuda olma derecesi (ve buna bağlı olarak nümerik dağılım) problemin karmaşıklığı ile ters orantılıdır. Basit geometrilere tri/tet ağlar daha çok hücre gerektirir.

Sonuç olarak, eğer geometri yeterince basitse, quad/hex ağlar daha az sayıda hücre ile daha iyi sonuçlar verebilmektedir. Karmaşık geometrilere ise quad/hex ağlar herhangi bir nümerik avantaj göstermez ve tri/tet ağlar kullanılarak zamandan tasarruf sağlanabilir.

### 3.4.1.4 Uygun çözücü seçimi

Bak Şekil 3.1

### 3.4.1.5 Fiziksel modellerin seçimi

- Kararlı ya da kararsız akım
- Viskoz olmayan (yalnızca RAMPANT'da) ya da viskoz akımlar
- Türbülans modelleri
  - standart k- $\epsilon$
  - RNG k- $\epsilon$
  - RSM model (yalnızca FLUENT'de)
- Isı transferi
  - Karşılıklı ısı transferi
  - Viskoz dağılım
  - Bir merkezden yayılarak dağılma
- Çok boyutlu modelleme
  - reaksiyona girmeyen

- reaksiyona giren (Arrhenius, eddy-breakup, PDF)
- İki fazlı akımlar
- Dispersed faz modeli
- Eulerian iki fazlı model (yalnızca FLUENT’de)
- VOF modeli (yalnızca FLUENT’de)

#### **3.4.1.6 Malzemenin özelliklerinin belirlenmesi**

- Akışkanlar sıkıştırılmaz (sabit yoğunluk) ya da sıkıştırılabilir (ideal gaz)
- Akışkanlar Newtonian ya da non-Newtonian
- Termo fiziksel özellikler sabit ya da ısıya bağımlı
- Karışım özellikleri multiple species hesaplamaları için belirlenebilir
- Birleşik problemler için katı materyallerin özellikleri tanımlanabilir.
- Özellikleri mevcut verilerden seçebilir ya da kendimiz yaratabiliriz.

#### **3.4.1.7 Sınır koşullarının tanımlanması**

- Giriş sınır koşulları:
  - Girişte hız dağılımı

- Girişte basınç dağılımı
- Süpersonik koşullu giriş (yalnızca FLUENT ve RAMPANT’da)

- Çıkış sınır koşulları:

- Basınç çıkış’ı
- Ekstrapolasyonu alınmış çıkış
- Çevrıntili akımlar için radyal denge

- Cidarlar

- Kayma olmayan
- Belli bir hıza sahip (hareketli duvarlar)
- termal sınır koşulları (sabit sıcaklık, sabit ısı akısı ya da buharlaşma ve donma)

- Periyodik

- Simetri, eksen

- Hareketli referans çerçeve (taşınım ve/veya rotasyon)

### 3.4.1.8 Çözücü kontrollerinin ayarlanması

- FLUENT, FLUENT/UNS ve RAMPANT,

- ayrıklaştırma şeması (birinci ve ikinci mertebe)
- underrelaxation faktörleri
- lineer denklem çözüm algoritması (FLUENT ve FLUENT/UNS)
- Runge-Kutta çözüm algoritması (RAMPANT)
- çözüm monitörleri

opsiyonlarının kontrol edilmesini sağlar.

- Genelde, ikinci mertebeden ayrıklaştırılmış bir şema kullanılmaya çalışılmalıdır (özellikle tri/tet ağlarda).
- Eğer FLUENT ve FLUENT/UNS’de beklenmeyen stabilite problemleriyle karşılaşırsa:
  - basınç ve hız üzerindeki underrelaxation faktörleri azaltılır.
  - türbülanslı akımlar için  $k$  ve  $\epsilon$  üzerindeki underrelaxation faktörleri azaltılır.
  - Sıkıştırılabilir akımlar için underrelax edilmiş sıcaklık ve yoğunluk işimizi kolaylaştırabilir.
- Bazı durumlarda çözüme birinci mertebe şema ile başlanmak istenebilir (hangisi daha stabil ise) ve sonradan ikinci mertebe şema açılabilir.

### 3.4.1.9 Çözümün gerçekleşmesi

**Kararlı-durum:**

- Yaklaşımın sağlanması için normalde çok sayıda iterasyon gereklidir.
- Çözüm, anahtar çözüm parametrelerindeki (yaklaşım kriterleri) değişim küçük olduğunda yaklaşım kabul edilir.
- Olası yaklaşım göstergeleri:
  - rezüdüler
  - durum değerleri
  - integre edilmiş akı dengeleri
  - integre edilmiş kuvvetler
- Yaklaşımın aşağıdakiler yoluyla hassasiyete ulaşması gerekmez:
  - ağ çözünürlüğü
  - nümerik hassasiyet istemi
  - fiziksel modellerin hassasiyeti

**Kararsız durum:**

- Kararsız durum için hesaplamalar, bir fiziksel zaman aralığından diğerine alt iterasyon yoluyla bulunurlar.
- Alt iterasyon süreci, bir sonraki zaman aralığına geçilmeden önce yaklaşım kriterine ulaşmalıdır.
- Problemin kararsız fiziğine uygun zaman aralığı seçilmelidir.

- Zaman aralığı şöyle seçilir:

1. Problemin kararsız fiziğinin karakteristik zaman ölçeği  $T$  tanımlanır.

2. Bu zaman ölçeğinin bir kısmı, zaman aralığı olarak seçilir (örneğin  $\Delta t = T/100$ )

- Zaman aralığı seçilirken uygulanacak genel yöntem, hesaplamannın 10-20 alt iterasyonla yaklaşım kriterine ulaşmasını sağlamaktır.

- Hızlı başlangıca sahip problemlerde, çözümün başlangıç fazında zaman aralığı küçük alınmalıdır.

#### 3.4.1.10 Sonuçların incelenmesi

- Görsel yolla, şu sorulara yanıt bulunabilir:

– Akımın genel şekli?

– Ayrılma var mı?

– Şoklar, kayma tabakaları, vb. nerede oluşuyor?

– Anahtar akım özellikleri tanımlanmış mı?

– Fiziksel modeller ve sınır koşulları uygun mu?

– Yersel yaklaşım problemleri var mı?

- Grafiksel araçlar

– ağ, eş eğriler ve vektör çizimleri

– partikül yörüngesi çizimleri

– x-y grafikleri

–animasyonlar

• Nümerik rapor araçları

– çalkantı dengesi

– yüzey ve hacim integralleri ve ortalamaları

– kuvvetler ve momentler

#### **3.4.1.11 Ağların yeniden düzenlenmesi**

• Düzenleme gerçekten gerekli olan yerlerde ağ yoğunluğunun artırılmasını sağlar.

• Düzenleme mevcut ağda yapılır ve tamamen otomatiktir.

• Şu düzenlemeler yapılabilir:

– akımın ya da kullanıcının tanımladığı gradyanlar

– akım ya da kullanıcının tanımladığı değerler

– sınırdaki bütün hücreler

- bir bölgedeki bütün hücreler
- hücre hacimleri ya da hacim değişimleri
- cidara komşu hücrelerde  $y^+$
- yukarıdakilerin kombinasyonu
- Düzenleme sürecine yardımcı olarak:
  - düzenleme fonksiyonunun çizimi
  - Düzenleme amacıyla işaretlenen hücrelerin gösterimi
  - hücre büyüklüğü ve hesap hücresi sayısına dayanan limit düzenlemesi

#### **3.4.1.12 Model üzerinde değişiklik yapmak gerekli mi?**

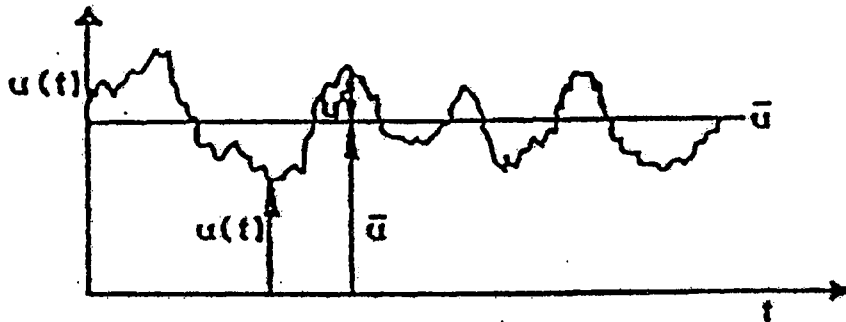
- Fiziksel modeller uygun mu?
  - akım türbülanslı mı?
  - akım kararsız mı?
  - sıkıştırılabilirlik etkileri var mı?
  - 3D etkileri mevcut mu?
- Sınır koşulları doğru mu?

- Hesap alanı yeterince büyük mü?
- sınır koşulları uygun mu?
- sınır değerleri kabul edilebilir mi?
- Ağ yapısı uygun mu?
  - Ağ sonuçları geliştirmek için düzenlenebilir mi?
  - Düzenleme ile sonuçlarda önemli bir değişim oluyor mu (ağ bağımsızlığı)?
  - Sınır tanımlamasını geliştirmeye gerek var mı?
  - Başka bir ağ tipi daha uygun olabilir mi (quad, tri, hex ya da tet)?

### 3.5 Fluent'de Türbülansın Modellenmesi

#### 3.5.1 Türbülansın zamana bağlı doğası

Türbülanslı akımlar hızın ve skaler büyüklüklerin zamanla değişen çalkantılarını içerir.



Şekil 3.3 Hız vektörünün zamanla değişimi

Araştırma aşamasında faydalanabileceğimiz, türbülansın doğrudan zamana bağımlı simülasyonları mevcuttur fakat bunlar doğada karşılaşılan problemlerin çözümünde uygulanamaz.

Buna göre Fluent'in CFD yazılımı türbülanslı akımların genel-ortalaması için çözüm yapar.

### 3.5.2 Türbülansın zamansal ortalaması

Anlık akışkan hızı  $u_i$ , ortalama ve çalkantı bileşenlerine ayrılır:

$$u_i = \overline{u_i} + u'_i \quad (3.1)$$

Bu ifade Navier-Stokes denklemlerine ve zamansal ortalamanın olduğu kısma eklenir:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u'_i u'_j}) + \rho g_i + F_i \quad (3.2)$$

Uygun kapama modeli kullanılarak, sonuç denklem seti ifade edilmesi gereken Reynolds gerilmelerini  $\overline{\rho u'_i u'_j}$  ihtiva eder. Böylece hız ve basınç türbülanslı akımda zamansal ortalama değerleridir.

### 3.5.3 Fluent yazılımında türbülans kapama modelleri

Fluent'in CFD yazılımları şunları ihtiva eder:

- Standart yüksek Reynolds sayısı k-ε modeli
- RNG (Renormalization Group) k-ε modeli

– RSM (Reynolds Stress Modeli) — yalnızca Fluent’de mümkündür.

Birçok durumda, RNG k-ε tercih edilir.

### 3.5.4 Reynolds gerilmelerinin modellenmesi

#### 3.5.4.1 Standart k-ε modeli

Boussinesq hipotezine dayanarak Reynolds gerilmeleri ortalama hız gradyanı ile orantılıdır:

$$\overline{\rho u_i' u_j'} = \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.3)$$

Burada k türbülans kinetik enerjisidir  $\left( \frac{1}{2} \overline{u_i'^2} \right)$ . Bu oran türbülans viskozitesi  $\mu_t$  olarak tanımlanır. Benzerlik yoluyla moleküler viskozite

$$\mu_t \sim \rho \nu l \quad (3.4)$$

Burada  $\nu$  = türbülans hız ölçeği,  $l$  = türbülans uzunluk ölçeği

k-ε modelinde

$$\nu = k^{\frac{1}{2}} \quad (3.5)$$

$$l = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon} \quad (3.6)$$

Burada  $\varepsilon$  türbülans kinetik enerjisinin dağılım oranıdır:

$$\varepsilon = \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (3.7)$$

Bu boyutlu ifadeden ( $\nu$  ve  $l$  için ilave yapılarak) Prandtl-Kolmogorov bağıntısı bulunur:

$$\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon \quad (3.8)$$

Burada  $C_\mu$ , 0.09'a eşit amirik sabittir. Momentum denkleminde görülen viskozite efektif viskozite ile yer değiştirir:

$$\mu \rightarrow \mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t \quad (3.10)$$

$k$  ve  $\varepsilon$  için modellenen taşınım denklemler

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho u_j k = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \rho(P - \varepsilon) \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho u_j \varepsilon = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \rho \frac{\varepsilon}{k} (C_1 P - C_2 \varepsilon) \quad (3.12)$$

Burada  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_1$  ve  $C_2$  amirik sabitlerdir:

$$\sigma_k=1.0, \quad \sigma_\varepsilon=1.3, \quad C_1=1.44, \quad C_2=1.92$$

ve  $P$  türbülans kinetik enerjisi miktarı

$$P = \overline{-u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.13)$$

Not: Hız gradyanlarının büyük olduğu yerde türbülans miktarı büyüktür.

### Standart k-ε modelinin kuvvetli ve zayıf yanları:

#### Kuvvetli yanları:

- Model güvenilirdir.
- Randıman oranı yüksektir.

#### Zayıf yanları:

- Ampirik bir temele dayanır:
  - Sabitler basit, kararlı, yüksek Reynolds sayılı akımlardan alınır.
  - Model düşük Reynolds sayılarını kapsamına almaz ( $Re < 5 \cdot 10^4$ )
- İzotropik eddy viskozitesi ( $\mu_t$  skalerdir)
  - Model, bir uzunluk ölçeğinin (ve bir hız ölçeğinin) tüm yönlerde aynı olduğunu kabul eder.
  - Buna göre Reynolds gerilmelerinin tümü aynı sıradadır.

#### 3.5.4.2 RNG k-ε modeli

Renormalization Group Teorisinden türetilmiştir. Ampirik bir temele dayanmaz. RNG modelinin yüksek Reynolds sayısı versiyonu standart k-ε modeli ile benzerdir ancak ε denkleminin sonuçlarını daha çok dikkate alır. Bunlar özellikle büyük akım çizgisi eğimine

sahip problemlerde  $\mu_t$  için, geliştirilmiş tahminlerin sonuçlarıdır. Bu suretle RNG, jet akımı, bir nesne çevresindeki akım ve vorteks açılımı için geliştirilmiş tahminler sağlar.

RNG modelindeki diferansiyel viskozite ve Prandtl sayısı düzeltmeleri sayesinde düşük Reynolds ve Prandtl sayıları göz önüne alınmış olur. Bu da cidar kayma gerilmesi, akım dağılımı ve cidar ısı transferi tahminlerini geliştirir. RNG modeli aynı zamanda çevrinti düzeltmesi ihtiva eder. Bu da çevrintili ve rotasyona sahip akımlar ile sekonder akımların tahminlerini geliştirir.

### 3.5.4.3 RSM (Reynolds gerilme modeli)

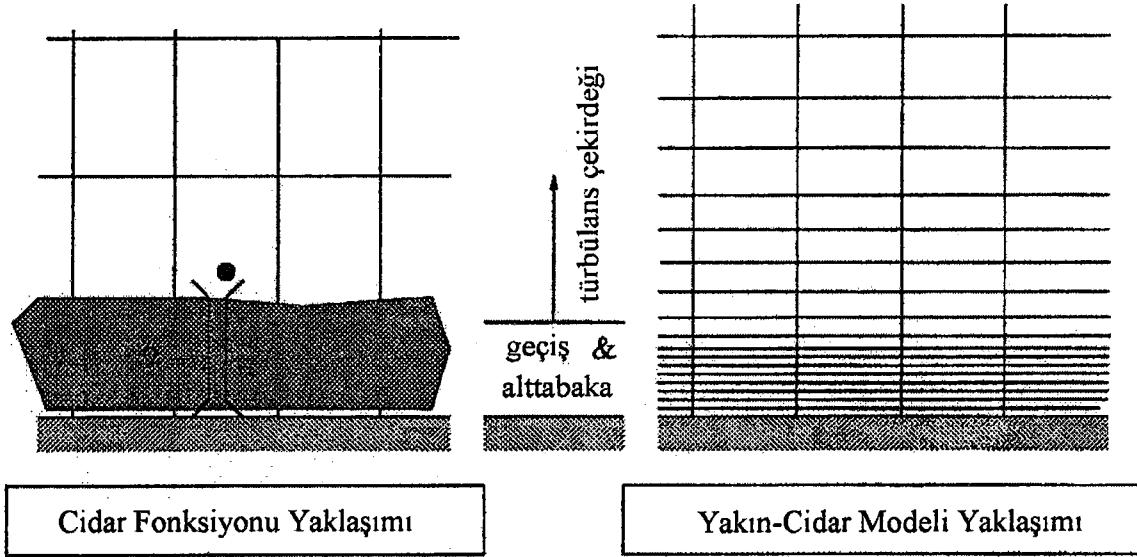
İzotropik olmayan eddy viskozitesi etkilerini göz önüne alarak highly swirling akımlar için daha gerçeğe yakın davranışlar sağlar. Bu durum şu uygulamalar için önemli olabilir:

- cyclone ayırıcılar
- swirl combustors
- vortex devices

Reynolds gerilmeleri için 6 ve  $\epsilon$  için 1 tane olmak üzere 7 tane taşınım denkleminin çözümünü gerektirir. Swirl düzeltmesine sahip RNG modeli daha az hesaplama gerektirir.

### 3.6 Yakın-Cidar Türbülans Modelleri

Yukarıda tanımlanan türbülans modelleri ( $k-\epsilon$ , RNG  $k-\epsilon$  ve RSM) yakın cidar bölgesinde değişiklikler yapılmadan uygulanamaz. Yakın-cidar'ı modellemek için iki opsiyon mevcuttur:



Şekil 3.4 Cidar modelleri

#### 1. Cidar Fonksiyonu Yaklaşımı

- Viskoziteden etkilenen bölge tekrar çözülmez, bunun yerine cidar fonksiyonları tarafından bir köprü oluşturulur.
- Yüksek Re türbülans modelleri kullanılabilir.

#### 2. Yakın-Cidar Modeli Yaklaşımı

- Yakın cidar bölgesi cidara doğru her yerde yeniden çözülür.
- Türbülans modelleri cidar bölgesinde her yerde geçerlidir.

### 3.6.1 Fluent Inc. çözücünde kullanılabilen yakın cidar opsiyonları

#### 1. Cidar Fonksiyonu Yaklaşımı

- Standart cidar fonksiyonları
- Dengelenmemiş cidar fonksiyonları

#### 2. İki tabakalı zonal model

Çizelge 3.1 Yakın-cidar ve çekirdek türbülans modellerinin uygulanabilirliği

	Standart cidar fonk.	Dengelenmemiş cidar fonk.	2 tabakalı
Std. k-ε	o	o	o
RNG k-ε	o	o	o
RSM	o	o	×

o : Mümkün

× : Mümkün değil

### 3.6.1.1 Cidar fonksiyonu yaklaşımı

#### Standart cidar fonksiyonları:

Cidar fonksiyonları:

- Cidar sınır tabakası içinde ortalama hız ve sıcaklık profillerinin amprik tanımlanmasından
- Yakın-cidar türbülans büyüklükleri için formüllerden (k, ε, vb.)

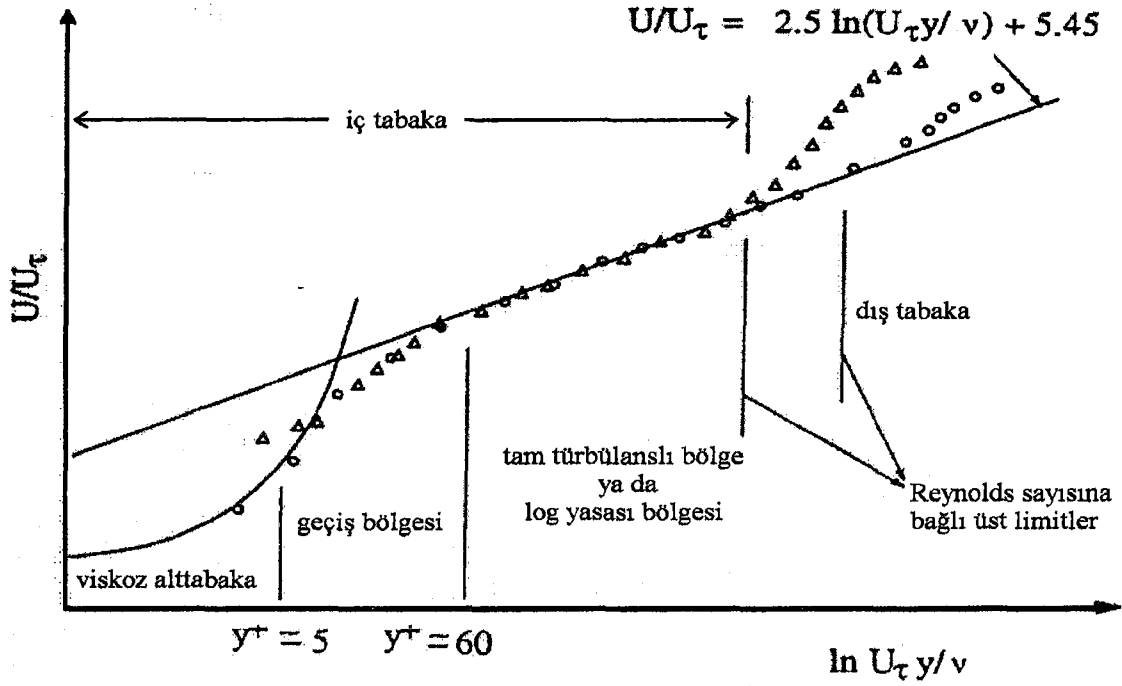
ibarettir.

Cidar yasası (Prandtl, 1933):

$$U = f(\rho, \mu, y, \tau_w)$$

Buna göre evrensel log-yasası:

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln E y^+ \quad (y^+ > 30) \quad (3.14)$$



Şekil 3.5 Yakın-cidar hız verileri ve cidar log-yasası

Burada:

$$U^+ \equiv U / u_\tau, \quad y^+ \equiv u_\tau y / \nu, \quad u_\tau \equiv \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (3.15)$$

$u_\tau$ 'den türetilen türbülans büyüklükleri

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y} \quad (3.16)$$

Fluent yazılımı Launder ve Spalding (1974)'in cidar yasalarını kullanır.

Aşağıdakilere dayanır:

– Kolmogorov-Prandtl bağıntısı ( $\nu_t = \sqrt{k} l_\mu$ )

– Sabit kayma gerilmesi ( $\tau = \tau_w$ )

– Yersel denge hipotezi ( $P = \varepsilon$ )

Ortalama hız için log-yasası:

$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) \quad (3.17)$$

Burada:

$$U^* \equiv \frac{UC_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\tau_w / \rho}, \quad y^+ \equiv \frac{\rho C_\mu^{1/4} k^{1/2} y}{\mu} \quad (3.18)$$

Sıcaklık için log-yasası:

$$T^* = \sigma_t (U^* + P) \quad (3.19)$$

Burada:

$$T^* \equiv \frac{(T - T_w) \rho c_p C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{q_w''} \quad (3.20)$$

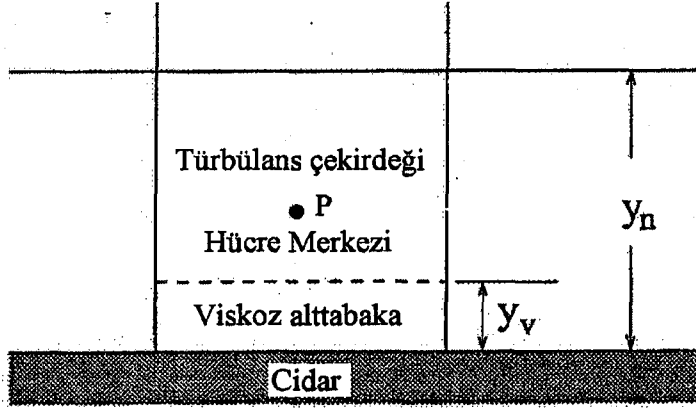
### Dengelenmemiş Cidar Fonksiyonları

Dengelenmemiş cidar fonksiyonlarındaki anahtar elemanlar:

– Ortalama hızlar için Launder ve Spalding'in log-yasası basınç gradyanlarına karşı hassastır.

– Launder'in ortaya attığı iki-tabaka kavramı cidara komşu hücrelerde türbülans kinetik enerjisinin ( $\bar{P}_k, \bar{\varepsilon}$ ) hesaplanmasına adapte edilir.

– Bu durum standart cidar fonksiyonlarındaki denge kabullerini rahatlatır ve özellikle separation ve impingement içeren akımlarda kayma gerilmeleri ve ısı transferi tahminlerini geliştirir.



Şekil 3.6 Türbülanslı akım alanında hesap hücresinin şematik tanımı

### Cidar Fonksiyonu Yaklaşımındaki Kısıtlamalar

Cidar fonksiyonları ekonomik, güvenilir ve kabul edilebilir derecede hassastır. Bununla beraber cidar fonksiyonlarının yetersiz kaldığı belli durumlar vardır:

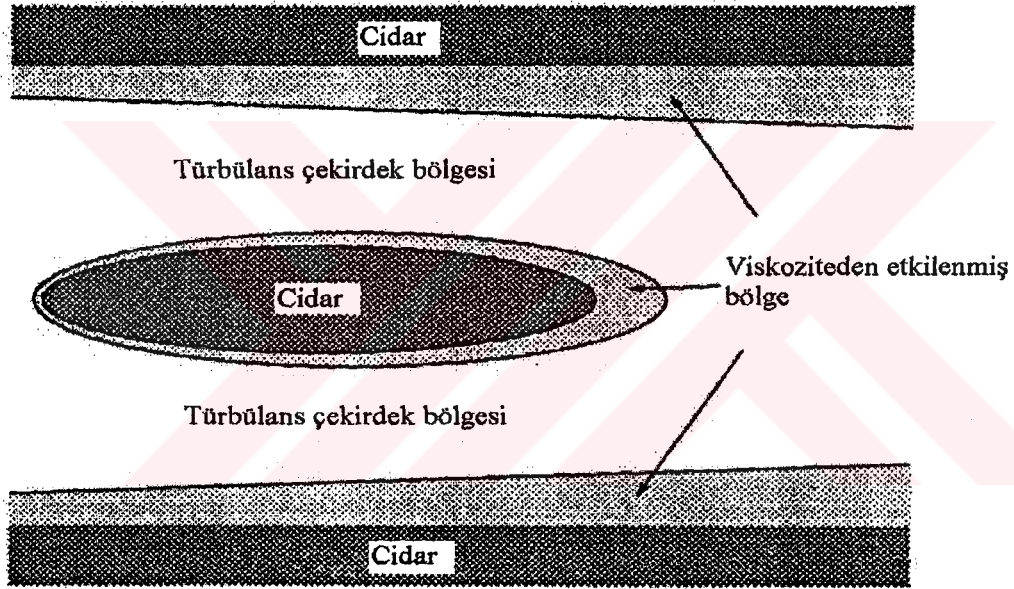
- Düşük Reynolds sayıları ya da yakın cidar etkileri hakim olduğunda (örneğin, küçük bir yarık boyunca akım, düşük Reynolds sayılı akımlar, geçiş bölgesi yakınındaki akımlar)
- Cidar boyunca terleme (blowing/emme) varsa
- Etkili kuvvetler mevcutsa (örneğin, yüksek hızlı dönüme sahip diskler civarındaki akımlar, kuvvetli buoyancy etkileri altındaki akımlar) – Akım yakın-cidar bölgesinde üç boyutlu ise (örneğin, Ekman tabakaları, 3d sınır tabakaları birbirine paralel değilse)

Bu gibi durumlarda iki tabakalı zonal model alternatif bir cidar fonksiyonu yaklaşımı sağlar.

### 3.6.1.2 Yakın-cidar türbülans modellenmesi için iki tabakalı modeller

Burada akım alanı iki bölgeye ayrılır:

- Viskoziteden etkilenen yakın-cidar bölgesi
- Tam türbülanslı çekirdek bölge



Şekil 3.7 Türbülans bölgeleri

### İki tabakalı Zonal Model

Türbülanslı çekirdek bölgede Yüksek-Re  $k-\epsilon$  modeli ya da modelleri kullanılır. Viskoziteden etkilenmiş bölgede, yalnızca  $k$  denklemi çözülür. Türbülans viskozitesi ve  $\epsilon$  aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\mu_t = \rho C_\mu \sqrt{k} l_\mu \quad (3.21)$$

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon} \quad (3.22)$$

Cidar fonksiyonları kullanılmaz: Bunların yerini bir-denklemlik yakın-cidar modeli alır. Yukarıdaki denklemlerde görülen uzunluk ölçükleri Chen ve Patel (1988) izlenerek hesaplanır:

$$l_\mu = c_1 y \left[ 1 - \exp\left(-\frac{Re_y}{A_\mu}\right) \right] \quad (3.23)$$

$$l_\varepsilon = c_1 y \left[ 1 - \exp\left(-\frac{Re_y}{A_\varepsilon}\right) \right]$$

Burada:

$$c_1 = \kappa C_\mu^{-3/4}, \quad A_\mu = 70, \quad A_\varepsilon = 2c_1 \quad (3.24)$$

İki bölge ya da alan aşağıdaki kriterler kullanılarak hücre hücre sınıflandırılır:

$Re_y > 200$  türbülans çekirdek hücresi

$Re_y < 200$  viskoziteden etkilenen hücre

Burada:

$$Re_y \equiv \frac{\rho \sqrt{k} y}{\mu} \quad (3.25)$$

ve  $y$  en yakın cidara olan mesafedir.

Alanlara ayırma sürekli olarak uygulanır ve çözüm adaptasyonludur. İlerde tekrar alan sınırlarının belirtilmesi gerekmez. İki tabakalı zonal model viskozitenin hakim olduğu bölgenin tekrar çözümünü gerektirir: Yakın cidar ağırları geçiş bölgesi (buffer layer) içinde kabaca 10 nokta ihtiva etmelidir.

### 3.7 Skaler Taşınımın Türbülans Modeli

Skaler denklemlerin Reynolds ortalaması aşağıdaki ifadeyi verir:

$$\overline{\rho u_i' \phi'} \quad (3.26)$$

Fiziksel olarak, bu terimler türbülans yoluyla skalerin ( $\phi$ ) taşınımını gösterir. Türbülanslı akımda ortalaması alınmış denklemler  $\phi$ 'nin zamansal ortalama değerini verir. Skaler bağıntılar gradyan taşınım analogisi kullanılarak modellenir:

$$\begin{aligned} \overline{\rho u_i' h'} &= \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial h}{\partial x_i} \\ \overline{\rho u_i' m_i'} &= \frac{\mu_t}{Sc_t} \frac{\partial m_i}{\partial x_i} \end{aligned}$$

Burada  $Pr_t$  ve  $Sc_t$  türbülans Prandtl ve Schmidt sayılarıdır. Türbülansla, türbülans viskozitesinin ( $\mu$ ) yersel tahmininin zorlamasıyla skaler taşınım artar. Örneğin, enerji denklemindeki etkin iletkenlik şu hale gelir:

$$k_{\text{eff}} = k + k_t = k + \frac{\mu_t}{Pr_t} \quad (3.27)$$

Species denklemindeki difüzyon katsayısı şu hale gelir:

$$\rho D_{i,j,\text{eff}} = \rho D_{i,j} + \frac{\mu_t}{Sc_t} \quad (3.28)$$

Türbülans modelinin hassasiyeti bu suretle termal karışım ve species difüzyonunu etkiler.

### 3.8 Giriş Türbülans Büyüklükleri

İnlet değerleri (sınır koşulları) türbülans taşınım denklemlerinin çözümü için gereklidir:

– k-ε denkleminde k ve ε'un giriş değerleri

– Reynolds gerilmelerinin giriş değerleri ve RSM modelinde ε

RSM modelinde, k giriş'de Reynolds gerilmelerini (default) aşağıdaki gibi tanımlar:

$$\overline{u_i'^2} = k \quad (3.29)$$

$$\overline{u_j'^2} = \overline{u_k'^2} = \frac{1}{2}k \quad (3.30)$$

$$\overline{u_i' u_j'} = 0 \quad (3.31)$$

Aşağıda görüldüğü gibi giriş'deki k ve ε'u belirlemek için çok çeşitli opsiyonlar mevcuttur.

### 3.9 Türbülans Şiddeti ve Hidrolik Çapın Belirlenmesi

İnternal akımlar için ideal belirleme metodu (tüp, boru akımları) şöyledir. k ve ε değerleri bizim belirlediğimiz türbülans şiddeti ve hidrolik çaptan bulunur. Şiddet, ortalama akım hızı için hız çalkantıları oranını tanımlar:

$$I = \frac{u'}{u} \quad (3.32)$$

Şiddetten,  $k$ 'nın giriş değeri şöyle hesaplanır:

$$k = \frac{3}{2}(u')^2 = \frac{3}{2}(I\bar{u})^2 \quad (3.33)$$

Hidrolik çap, türbülans uzunluk ölçeği ( $l$ )'yi hesaplamak için kullanılır:

$$l = 0.07D_H \quad (3.34)$$

Sonuç olarak  $\varepsilon$ ,  $k$  ve  $l$  ile şöyle ilişkilendirilir:

$$\varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{l} \quad (3.35)$$

### 3.10 $k$ ve $\varepsilon$ Değerlerinin Bilgisayara Direkt Verilmesi

Eğer deneysel veriler ya da ampirik formüller varsa tavsiye edilen stratejidir. Genelde üniform olmayan profil verileriyle kullanılır.

### 3.11 Türbülansın Modellenmesi İçin Tavsiyeler

Bütün türbülans hesaplamalarına standart  $k$ - $\varepsilon$  modeli ile başlayın. Eğer akım aşağıdaki özellikleri içeriyorsa RNG modeli kullanılarak tahminler geliştirilebilir:

- Çok kavisli akım çizgileri
- Kararsız vortex shedding

- Akışkanın büyük kısmında düşük Reynolds sayısı hakimse

RNG modeli,

- Yakın-cidar kayma gerilmesi

- Isı transferi (özellikle düşük Prandtl sayılı akışkanlarda)

tahminlerini geliştirmek için diferansiyel viskozite ve Prandtl sayısı düzeltmeleri ile kullanılmalıdır.

RNG modeli,

- swirling ya da rotating akımlar

- sekonder akımlar

tahminlerini geliştirmek için swirl düzeltmeleri ile kullanılmalıdır.

Yüksek swirling akımlarda RSM kullanılmalıdır, örneğin:

- Cyclone seperators

- Santrifüjler

Düşük Reynolds sayıları haricinde cidar fonksiyonları kullanın.

Kayma gerilmeleri ve ısı transferi tahminini geliştirmek için dengelenmemiş cidar fonksiyonlarını kullanın, özellikle:

- Ters basınç gradyanlarının akım üzerindeki etkileri

– Jet impingement

ile birlikte.

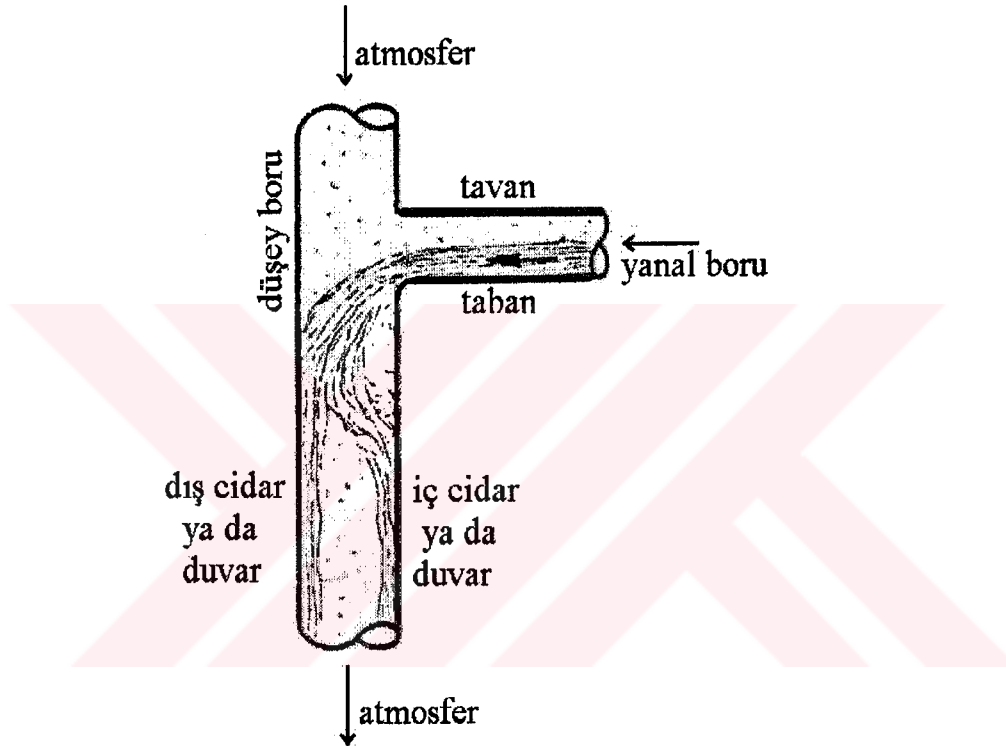
Hakim Reynolds sayısı cidar fonksiyonları için çok küçük olduğunda (örneğin  $Re < 10000$ ) iki tabakalı zonal model kullanın (yakın-cidar bölgesinde iyi ağlar ile birlikte).



## 4. DÜŞEY BORULARDA SERBEST DÜŞEN AKIŞLARIN MODELLENMESİ

### 4.1 Giriş

Bu çalışmada, iki ucu atmosfere açık düşey bir boruya yandan bağlanan diğer borudan giren akışın, bu düşey boru boyunca meydana getirdiği akış alanına ait hidrodinamik yapının incelenmesi amacıyla nümerik bir çözüm gerçekleştirilmiştir. Modellenek sistem Şekil 4.1'de gösterilmiştir.



Şekil 4.1 Serbest düşey akışın şematik gösterimi

Bu amaçla ele alınan sistemin nümerik çözümünün yapılabilmesi için Fluent CFD yazılımı kullanılmıştır. Akım alanının tamamıyla türbülanslı karakter taşıdığı ve sistemin bütününde sadece su akışı değil, bu akış ile bağlantılı olarak hava akımının bulunduğu göz önüne alınmıştır. O halde akım alanı çift fazlı türbülanslı bir karaktere sahiptir. Problemin çözülerek akım alanının fiziğinin anlaşılabilmesi için akıma ait basınç ve hız değişimleri belirlenmeye çalışılmıştır.

## 4.2 Nümerik Çözüm Alanının Tanımlanması

Bölüm 3’de tanımlanan nümerik yazılım Fluent ile akım alanının çözümlenmesinden önce, çözüm alanı koordinat dönüşümü ile dikdörtgen biçiminde ele alınarak tanımlanmıştır.

Şekil 4.2’de düşey sistem açılarak açık uç 400 nolu hesap hücresi ile gösterilmiştir. Yanal boru bağlantısı 397-396 nolu hesap hücrelerine denk gelmektedir. Sistem düşeyde dikdörtgen ağılardan oluşturulmuştur.

Şekil 4.3’de ise düşey sistemde çeşitli kotlarda enine kesitler alınarak, bu kesitlerde koordinat dönüşümü ile dikdörtgen biçimde çözüm alanlarına dönüştürülmüştür. Böylece sistem üç boyutlu olarak gösterilmiştir. Sistemin ayrıklaştırılma işleminde düşey boyunca ağ noktaları J, yatay düzlemde ağ noktaları (x, y düzlemi için) I, K ile kodlanmıştır.

## 4.3 Çift Fazlı Akım Alanının Fiziksel Yapısı

Fluent CFD yazılımı çift fazlı akım yapısını ayırt edici özelliğe sahiptir. Su-gaz karışımı türbülanslı akım yapısının karakteristik özelliklerinden biridir. Çünkü çalkantılı serbest yüzeyden hava girişi söz konusudur. Ayrıca serbest düşü sırasında düşey borunun yan cidarlarına çarparak çalkantılı bir karakter alan akıma daha fazla hava girişi olmaktadır. Böylece hava kabarcıklı bir su akışı söz konusudur. Bu akım yapısının yanı sıra akış yollarının kısmi dolu olması akış yolunun sıvı ağırlıklı kısmının kalan bölgesinde gaz akışı söz konusu olur. Sıvının serbest yüzü hava akımı ile oluşturduğu arakesit yüzeyinde katı cidarla olduğu gibi sürtünme kuvvetleri söz konusu olmaktadır.

Fluent yazılımından hava-su fazları ayrı ayrı yüzde miktarları ile hesaplanarak bulunmuştur. Şekil 4.4’de dikkate alınan sistemin ilk 1m’lik kısmı gösterilmiştir. Hava su yüzdeleri renklendirilerek verilmiştir. Kırmızı rengin sıvı, mavi rengin ise hava fazını gösterdiği düşünülürse, suyun yanal borudan düşüşü sırasında, suya önemli miktarda hava girdiği görülmektedir. Hava girişi düşey boruda sıvı fazın cidarla yapıştığı boru duvarına kadar nüfuz etmektedir. Borunun karşı duvarında ise hava fazı hakimdir. Şekil 4.5’de düşey

boruda 390 nolu hesap hücresinde enine kesit alınmıştır. Görüldüğü gibi düşüşün belirli bir mesafesinden sonra iç duvarda sıvı faz yoğunlaşmaktadır. Dış duvar artık sırf hava akışı içersinde su fazıda içermeye başlamıştır.

Şekil 4.6'da 9.5-40 metrelik bölümde boru ekseni boyunca alınan düzlemde hava su yüzdeleri gösterilmiştir. Akım slug tipi akımlarda olduğu gibi koparak akmaktadır. Akış tüm kesiti doldurmamaktadır.

Şekil 4.7a'da 10.5 m'de alınan bir kesitteki hava-su karışımlarından görüldüğü gibi su akışı halen iç cidara yapışmış bir şekilde akmaktadır. Eksende hava fazı ağırlıklıdır. Şekil 4.7b'de ise 30.5 m'de su fazın enkesit içine daha fazla yayıldığı görülmektedir, ancak halen hava fazın yoğunluğu su faza göre daha fazladır. Şekil 4.7c'de ise 40 m'de alınan kesit verilmiştir. Bu kesitten de görüldüğü gibi su aynı taraftaki cidara yapışmış olarak akmaktadır ancak eksende daha önceki kesitlere göre hava-su faz yoğunluklarının sürekli değişim gösterdiği anlaşılmaktadır.

#### 4.4 Basınç Alanı

Düşey boru boyunca ve dikkate alınan herbir kesitteki rölatif basınç değişimleri belirlenmiştir. Öncelikle hava-su karışım yüzdelerinde olduğu gibi düşey boru boyunca ve çeşitli enkesitlerdeki basınç alanlarındaki değişimler renklendirilerek gösterilmeye çalışılmıştır.

Şekil 4.8'den görüldüğü gibi basıncın değişimi farklı renkteki tonlarla verilmiştir. Şekil 4.8a'da 399 nolu hesap hücresinde borunun atmosfere açık üst ucundaki basınç dağılımı görülmektedir. Borunun merkezinde pozitif, cidarlarında ise negatif basınç dağılımı şekillenmiştir. Şekil 4.8b'de ise borunun 0-2 m'lik düşeyi boyunca, basıncın değişimi görülmektedir. Suyun girişinden sonra borunun ekseninde alınan düzlem boyunca negatif basınç hakim olmaktadır. Şekil 4.8c'de ise düşey boruya bağlanan yanal borudaki basıncın değişimi görülmektedir. Görüldüğü gibi bağlantının bulunduğu kesitin dış cidarına suyun düşüşü sırasında doğru basınç azalmaktadır. Yanal borudan alınan bir başka kesit ise Şekil

4.8’de verilmiştir, borunun üst cidarında, ince bir bant boyunca negatif basınç meydana gelmektedir. Bu şekillerden, düşey borunun atmosfere açık üst ucundan borunun yan cidarları boyunca ve yanal borunun tavanında ince bir banttın hava çekiş olmaktadır.

Şekil 4.9’da ise düşey boruda alınan değişik kesitlerde, hesap düzlemleri üzerindeki farklı noktalarda basınçların değişimleri verilmiştir.

Bu şekiller incelendiğinde suyun giriş kesitinden itibaren, su düşey borunun iç cidarına yapışarak akmaktadır. Bu bölge genelde pozitif basınç alanına, buna karşın dış cidarda negatif basınç alanı hakimdir, ancak iç cidarda da belirli kesitlerde akış cidardan ayrılarak negatif basınç oluşmaktadır, daha sonraki kesitte ise akım tekrar cidara yapışarak pozitif basınç meydana gelmektedir. 245 nolu hesap hüccesine kadar iç cidarda bu basınç salınımları görülmektedir, bu kottan sonra artık basınç pozitif basınç etrafında salınmaktadır. Dış cidardaki salınımlar daha düşük kotlara kadar devam etmektedir.

#### 4.5 Hız Alanı

Şekil 4.10’de düşey boru boyunca farklı konumlarda hızın suyun çıkış kesitinden itibaren değişimleri verilmiştir. Bu şekillerden görüldüğü gibi düşey borunun iç cidarında yanal boru genişliği boyunca ve ana komşu konumlarda, yani yanal boru eksenine göre yanal boru çapının iki katı mertebesindeki cidar bölgesinde, su hızının arttığı ve belirli kesitten itibaren sabit değere ulaştığı anlaşılmaktadır. Buna karşın borunun arta kalan kısmında hız azalmakta ve yine belirli bir kesitten itibaren sabit değere ulaşmaktadır. Hızın sabit değere ulaşmasının nedeni hava ve katı cidarlarla olan sürtünmesidir. Dış cidardaki suyun hızı ile iç cidardaki hızlar aynı şiddette değildir. Dış cidarda hız iç cidardakine göre daha küçüktür çünkü bu bölgede hava fazın yüzdesi daha fazla ve kabarcıklı bir akım yapısı vardır, dolayısıyla bu bölgede özgül ağırlık değişmekte ve küçülmektedir. Ancak iç cidarda su fazın yüzdesi çok yüksektir ve dış cidarlara göre özgül ağırlık daha büyüktür. Hız 245 nolu hesap hüccesinden itibaren sabitleşmektedir. Bu sonuç basınç salınımlarının azaldığı kot ile aynı değeri vermektedir. O halde hızdaki sabit değere yaklaşık olarak yanal borunun giriş kesitinden

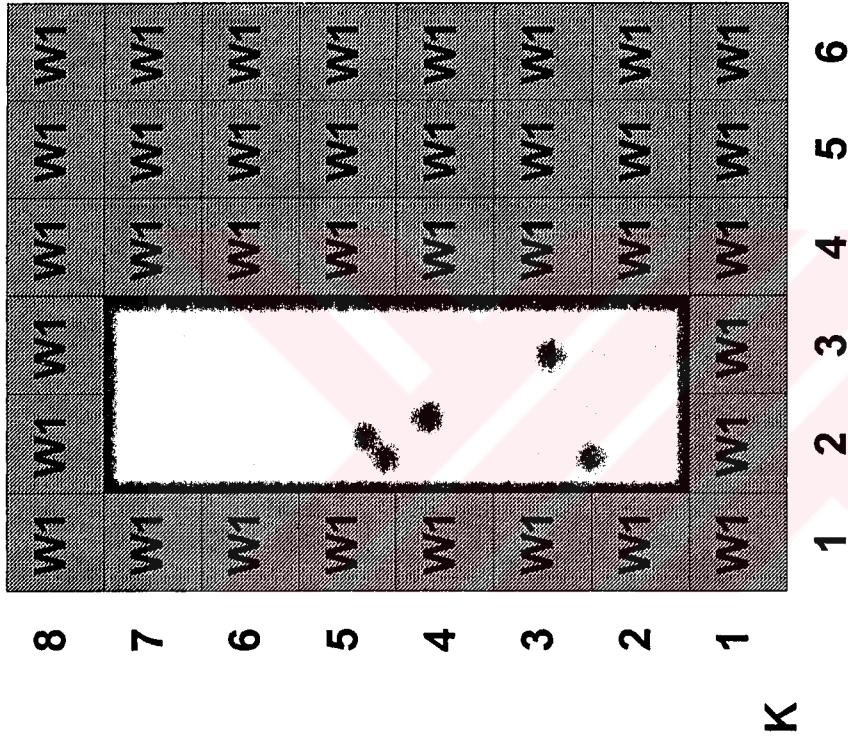
itibaren 15.00 m’de ulařılmaktadır. Bu deęer dūşey borunun atmosfere açık ūst ucundan itibaren 15.40 m’ye karřılık gelmektedir.

Dūşey borunun bařlangıç bölgesinde, dūşey boyunca hızdaki deęiřim řu řekilde izah edilebilir. İ cidarda aęırlık etkisiyle artan hız boru ve hava ile olan sūrtūnme tesirleri ile sabit deęere ulařmaktadır. Ancak borunun geri kalan dıř cidarında ise dūşey boyunca bu būlgede su faza havanın nūfuz etmesi ve hava ile olan sūrtūnmeyle artan oranda kabarcıklı yapının oluřması bu būlgede akım alanının ūzgūl aęırlıęının deęiřmesine neden olmaktadır. Daha sonra yine benzer sūrtūnme direnciyle hız sabit bir deęere ulařmaktadır.



400	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1
399	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1
398	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1
397	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1
396	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1
395	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1
394	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1
393	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1
FLUENT Grid File * CONFIGURATION = barin(3d) */											Dec 17 1997
Computational Grid											Fluent 4.43
I=6											Fluent Inc.

Şekil 4.2 Fiziksel sistemin düşeyde nümerik çözüm alanına dönüştürülmüş hali



FLUENT Grid File /\* CONFIGURATION = barin(3d) \*/

Computational Grid

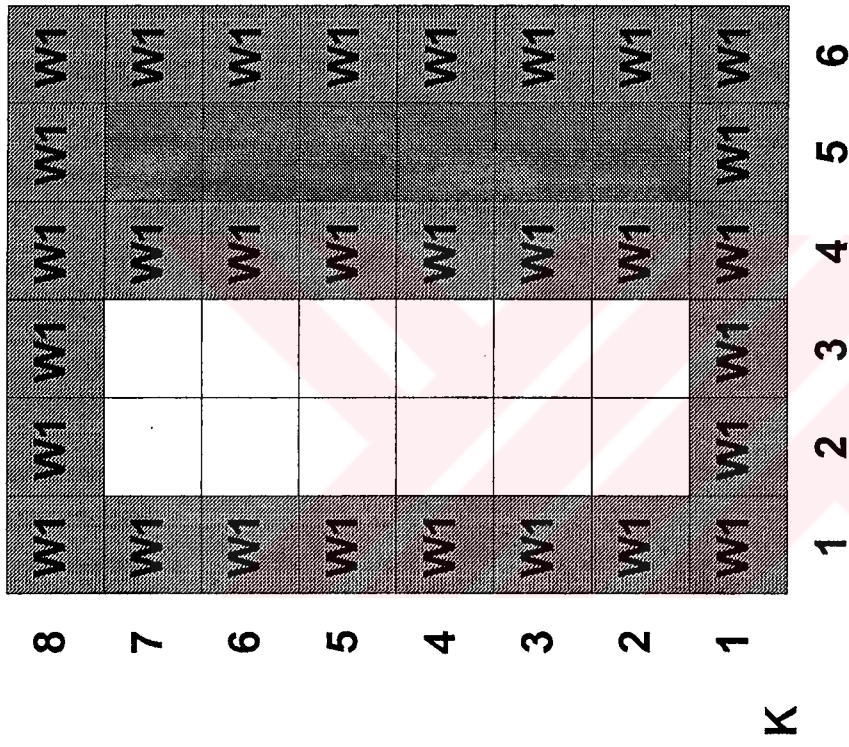
J=400

Dec 17 1997

Fluent 4.43

Fluent Inc.

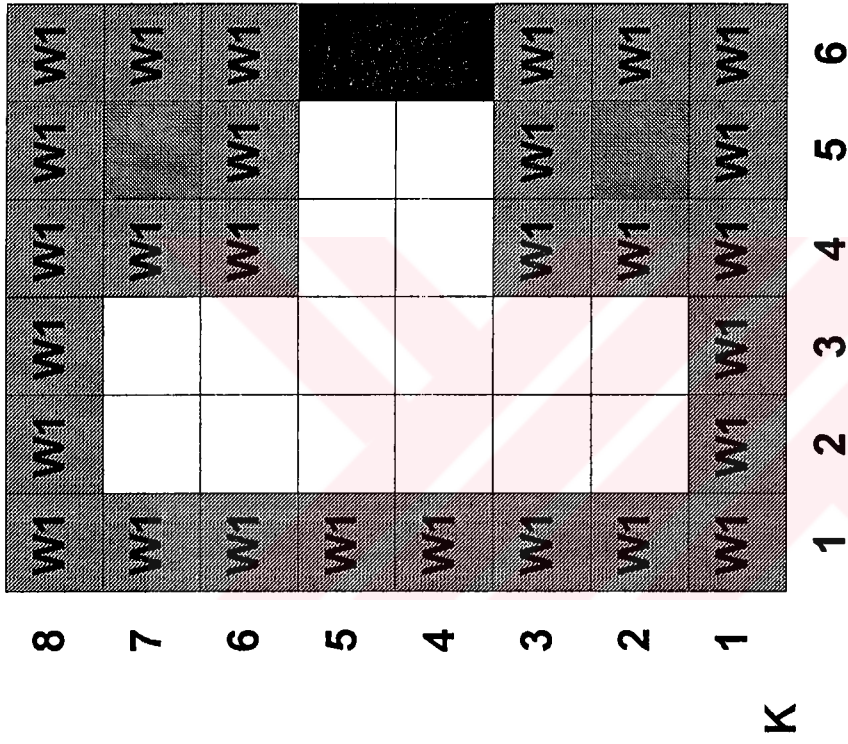
Şekil 4.3 Yatay düzlemde nümerik çözüm alanları



FLUENT Grid File /\* CONFIGURATION = barin(3d) \*/  
 Computational Grid  
 J=399

Dec 16 1997  
 Fluent 4.43  
 Fluent Inc.

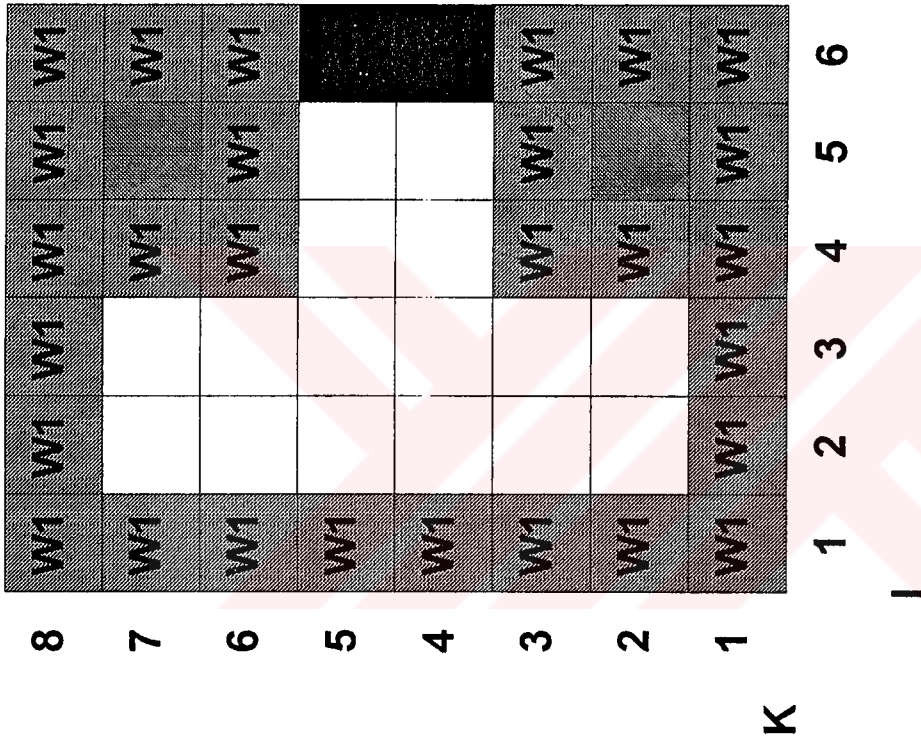
Şekil 4.3 Devam



FLUENT Grid File /\* CONFIGURATION = barin(3d) \*/  
 Computational Grid  
 J=397

Dec 16 1997  
 Fluent 4.43  
 Fluent Inc.

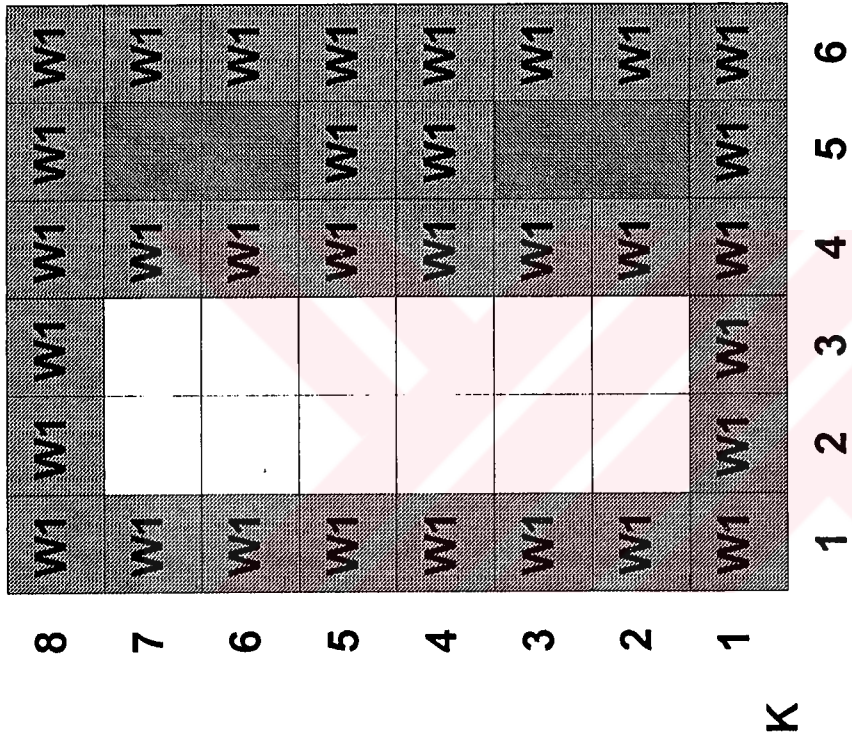
Şekil 4.3 Devam



FLUENT Grid File # CONFIGURATION = barin(3d) \*/  
 Computational Grid  
 J=396

Dec 16 1997  
 Fluent 4.43  
 Fluent Inc.

Şekil 4.3 Devam



FLUENT Grid File /\* CONFIGURATION = barin(3d) \*/  
 Computational Grid  
 J=395

Dec 16 1997  
 Fluent 4.43  
 Fluent Inc.

Şekil 4.3 Devam

8	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1
7	W1		W1				W1
6	W1		W1				W1
5	W1		W1				W1
4	W1		W1				W1
3	W1		W1				W1
2	W1		W1				W1
1	W1	W1	W1	W1	W1	W1	W1
		1	2	3	4	5	6

K

I

FLUENT Grid File /\* CONFIGURATION = barin(3d) \*/

Computational Grid

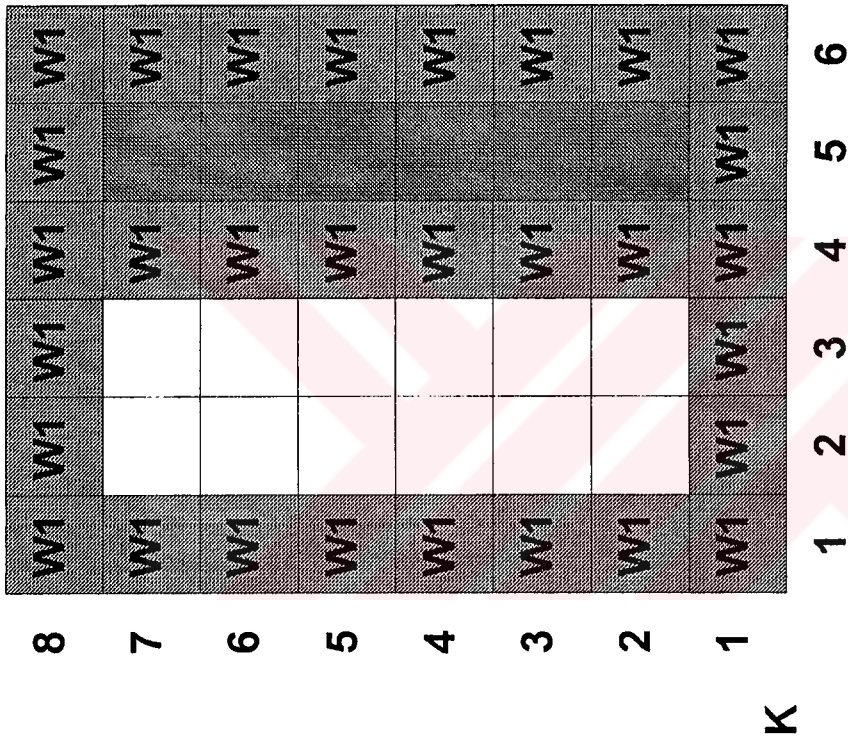
J=394

Dec 16 1997

Fluent 4.43

Fluent Inc.

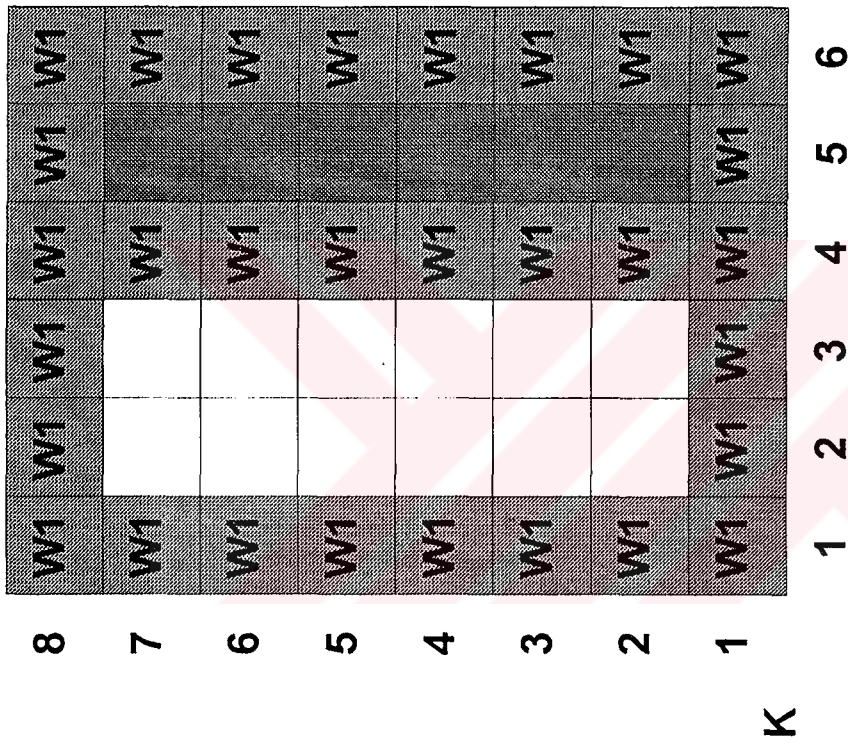
Şekil 4.3 Devam



FLUENT Grid File /\* CONFIGURATION = barin(3d) \*/  
 Computational Grid  
 J=385

Dec 16 1997  
 Fluent 4.43  
 Fluent Inc.

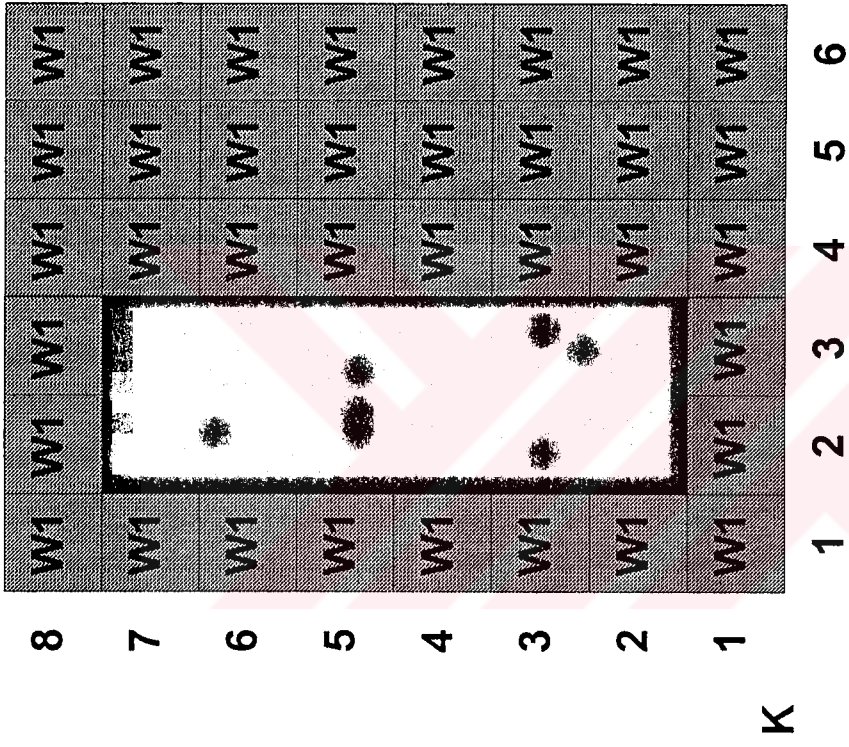
Şekil 4.3 Devam



FLUENT Grid File /\* CONFIGURATION = barin(3d) \*/  
 Computational Grid  
 J=2

Dec 16 1997  
 Fluent 4.43  
 Fluent Inc.

Şekil 4.3 Devam



FLUENT Grid File # CONFIGURATION = barin(3d) \*/

Computational Grid

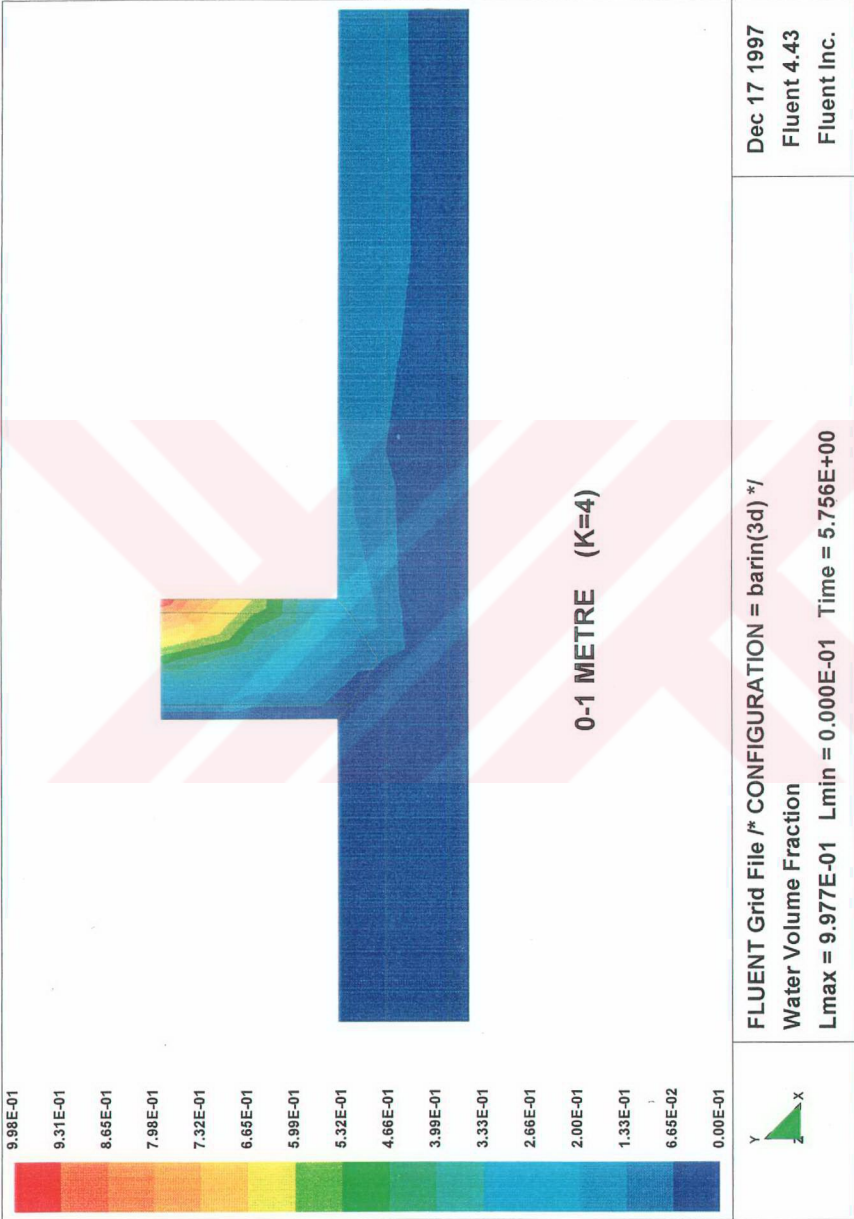
J=1

Dec 17 1997

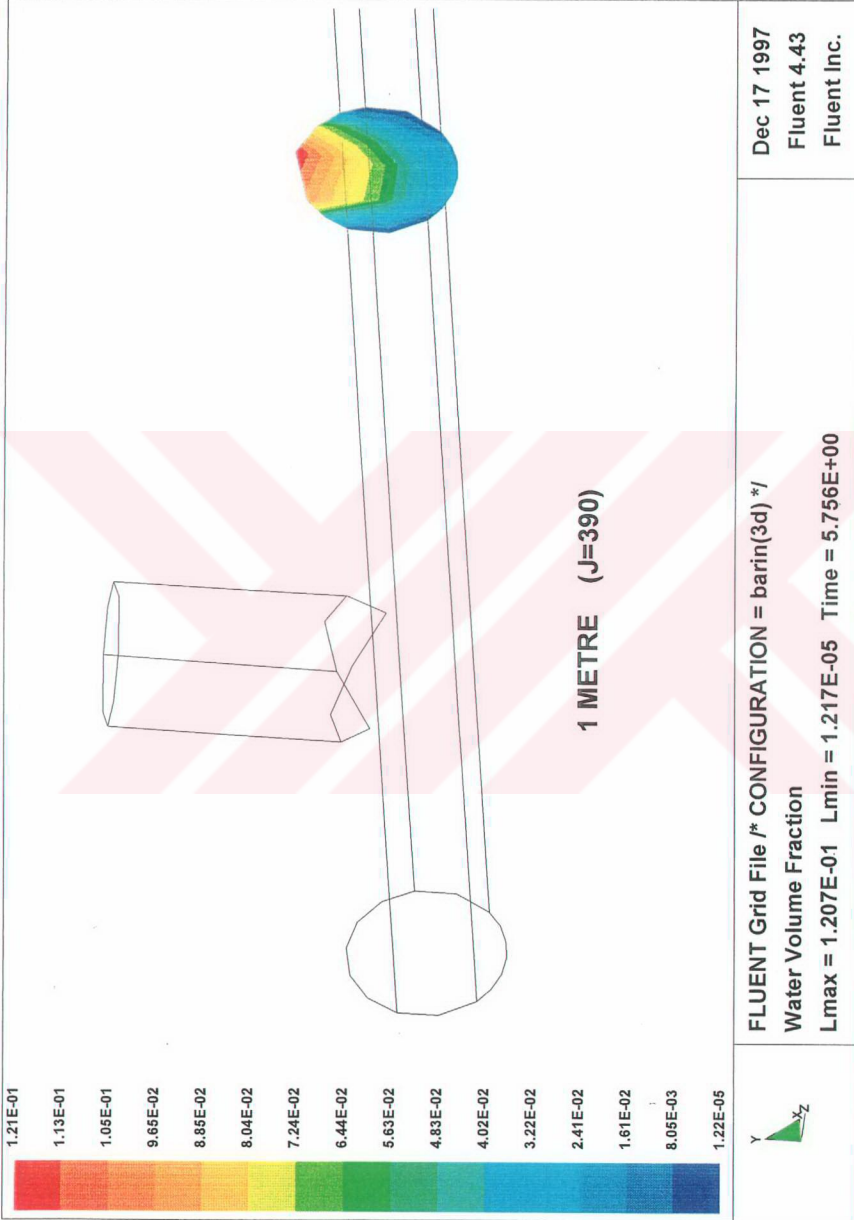
Fluent 4.43

Fluent Inc.

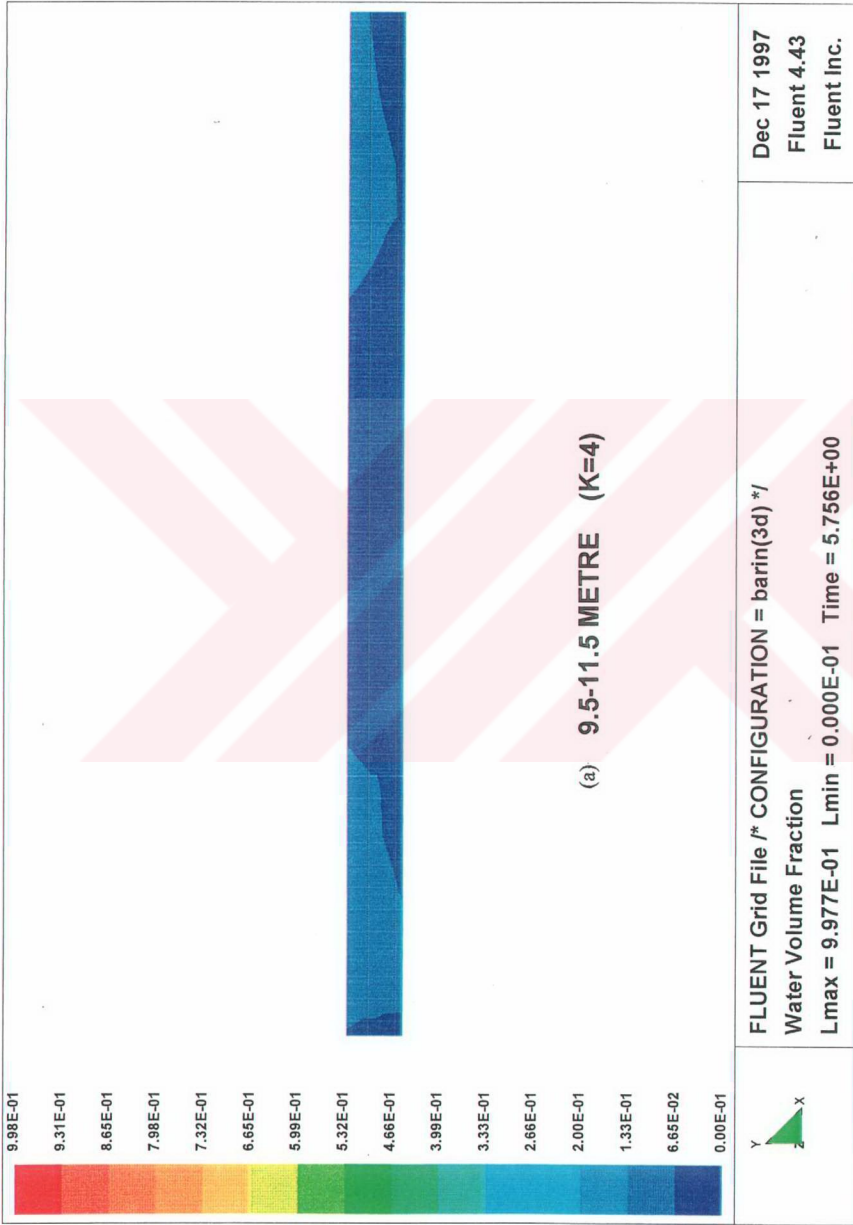
Şekil 4.3 Devam



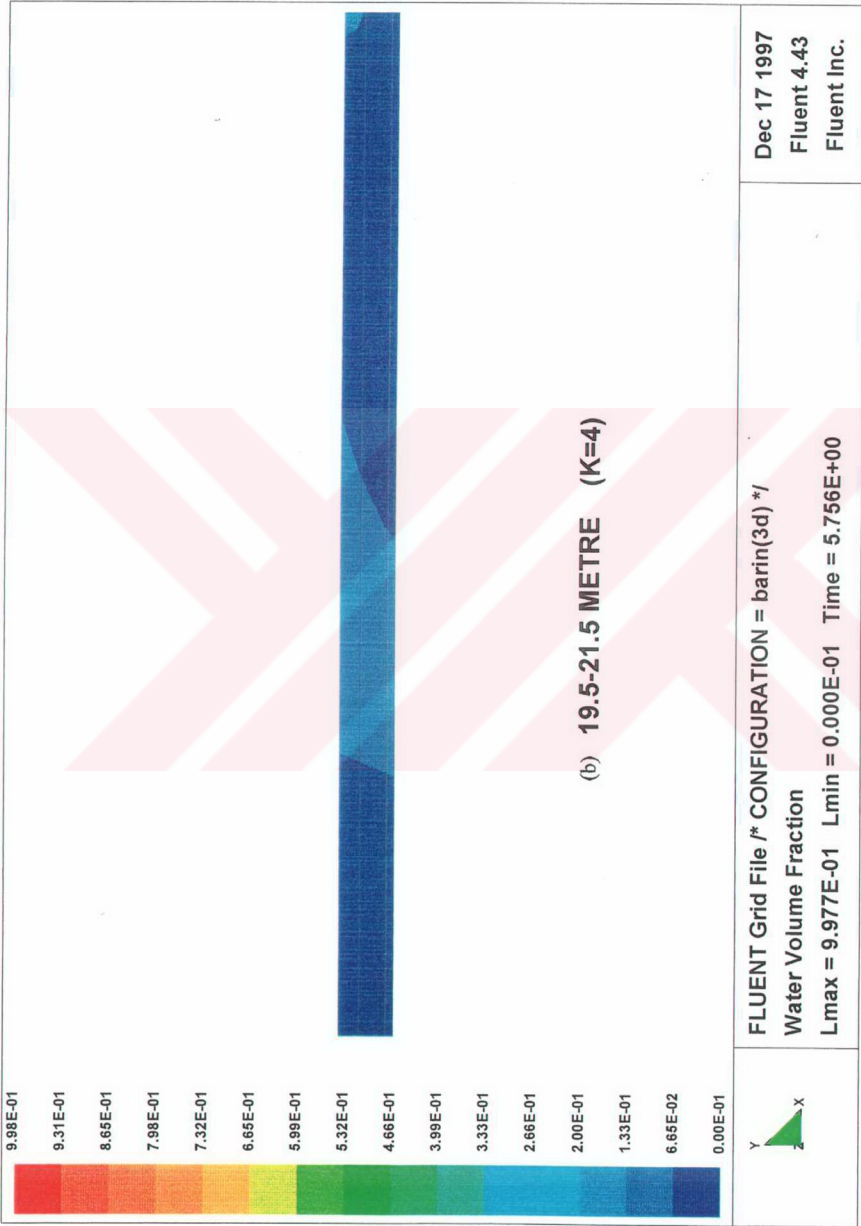
Şekil 4.4. 0-1 metre hava-su yüzdeleri



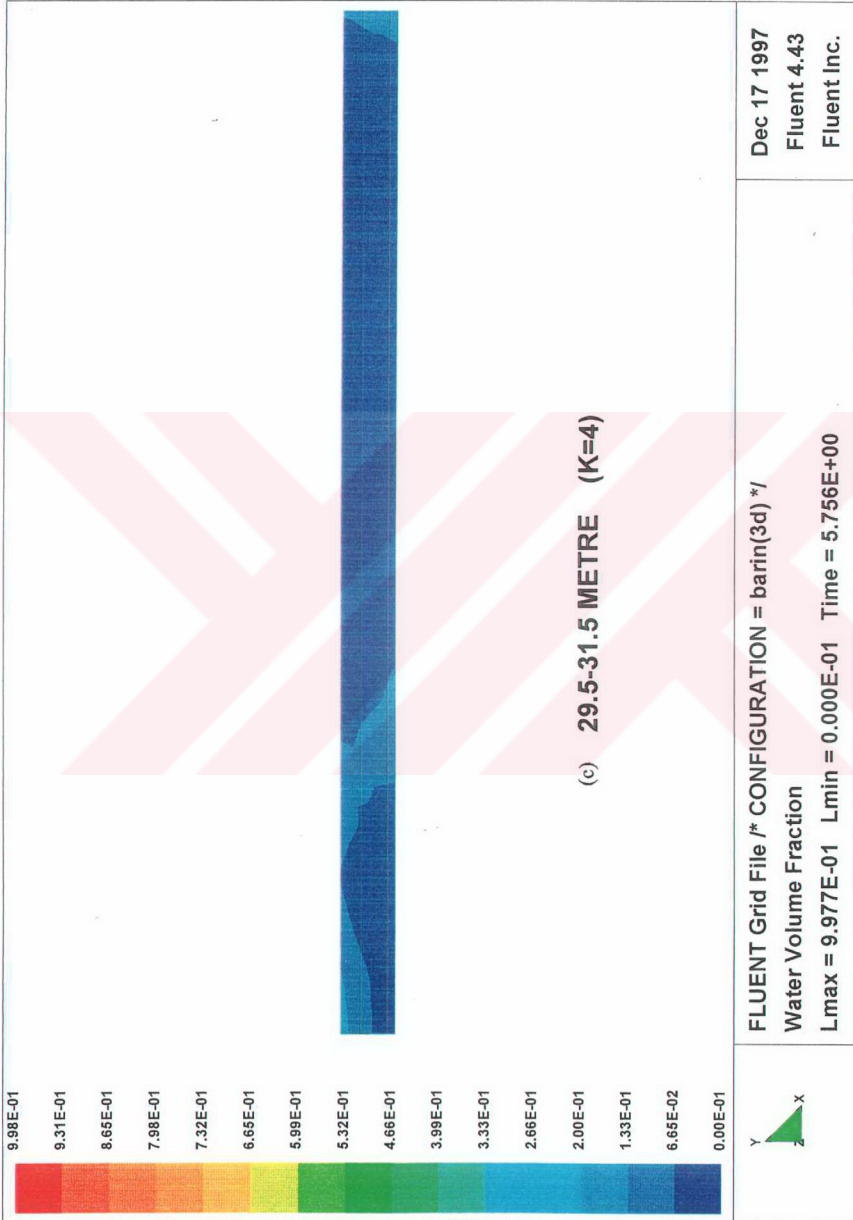
Şekil 4.5 390 nolu hesap hücrelerinde hava-su yüzdesi



Şekil 4.6 Boru eksenli boyunca alınan düzlemde hava-su karışım yüzdeleri



Şekil 4.6 Devam

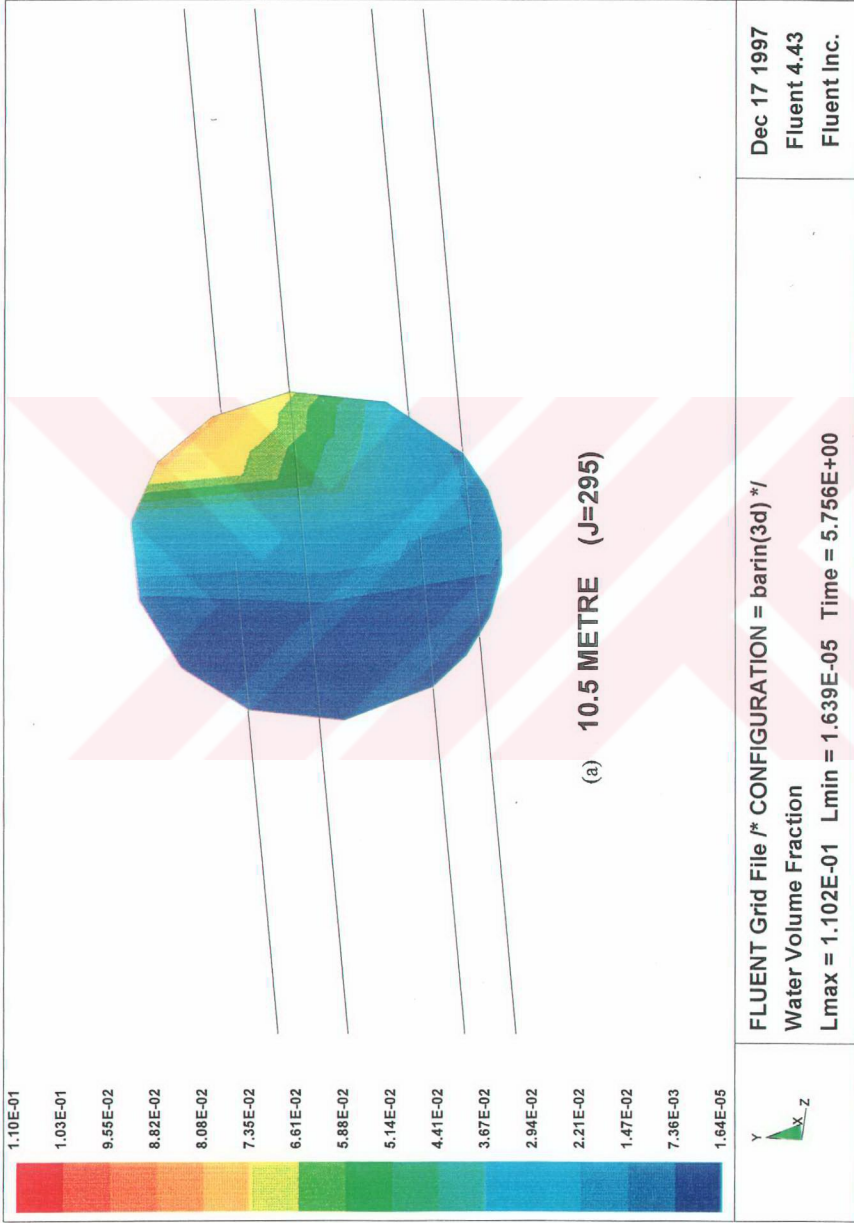


Şekil 4.6 Devam

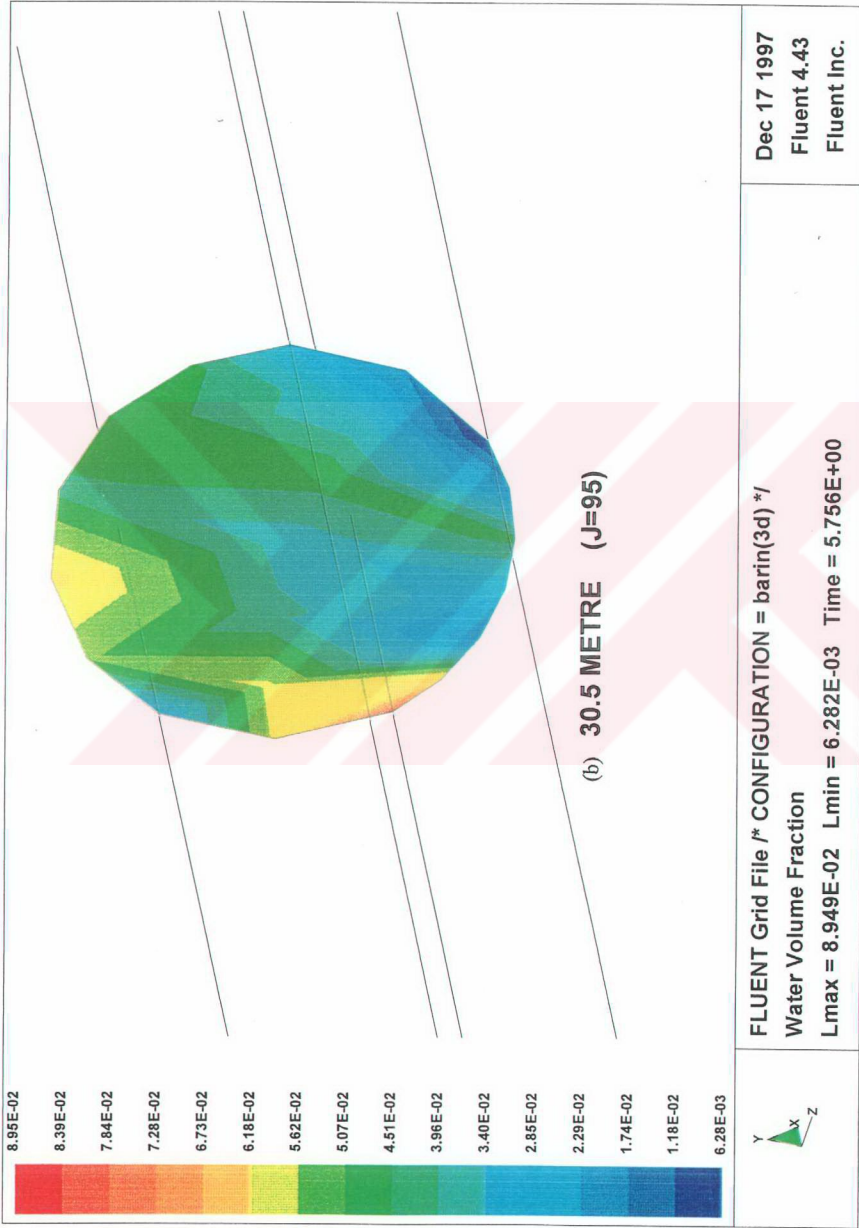


Şekli 4.6 Devam

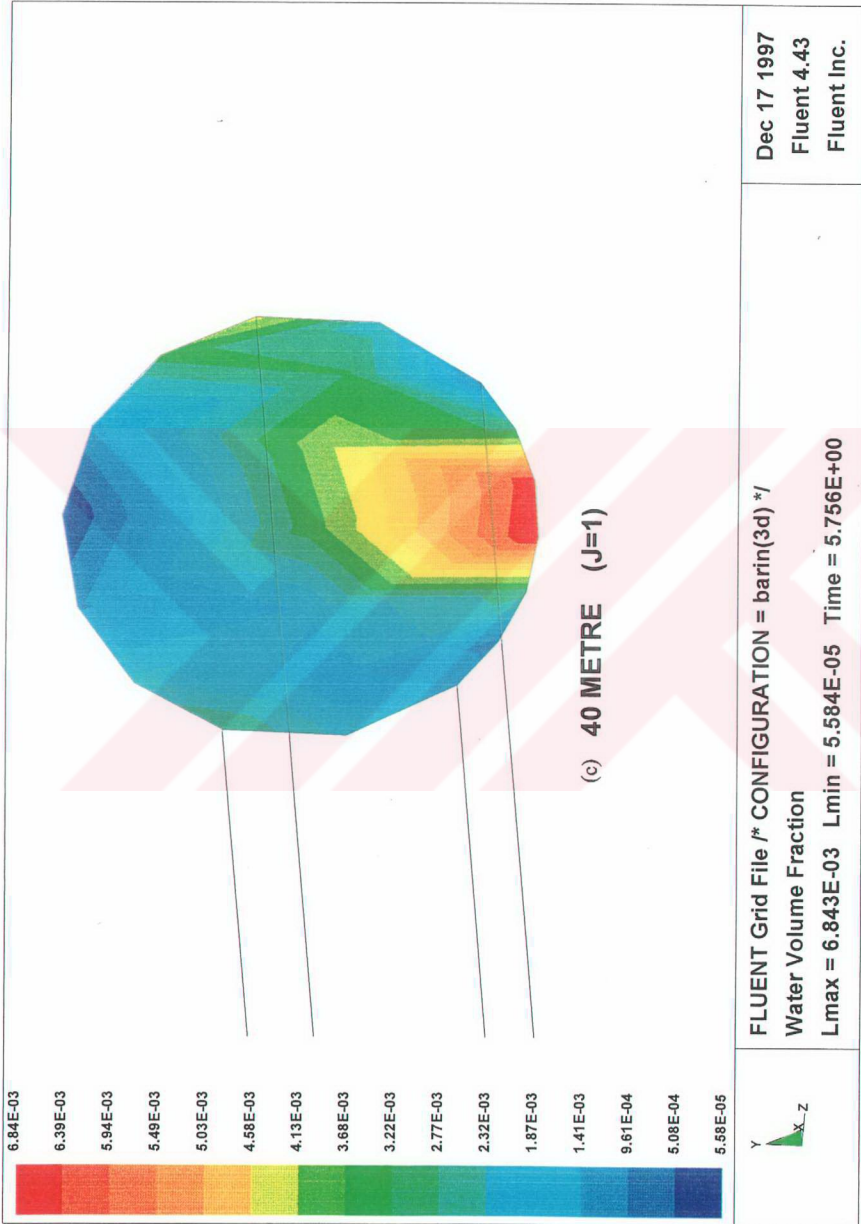
Dec 17 1997  
 Fluent 4.43  
 Fluent Inc.

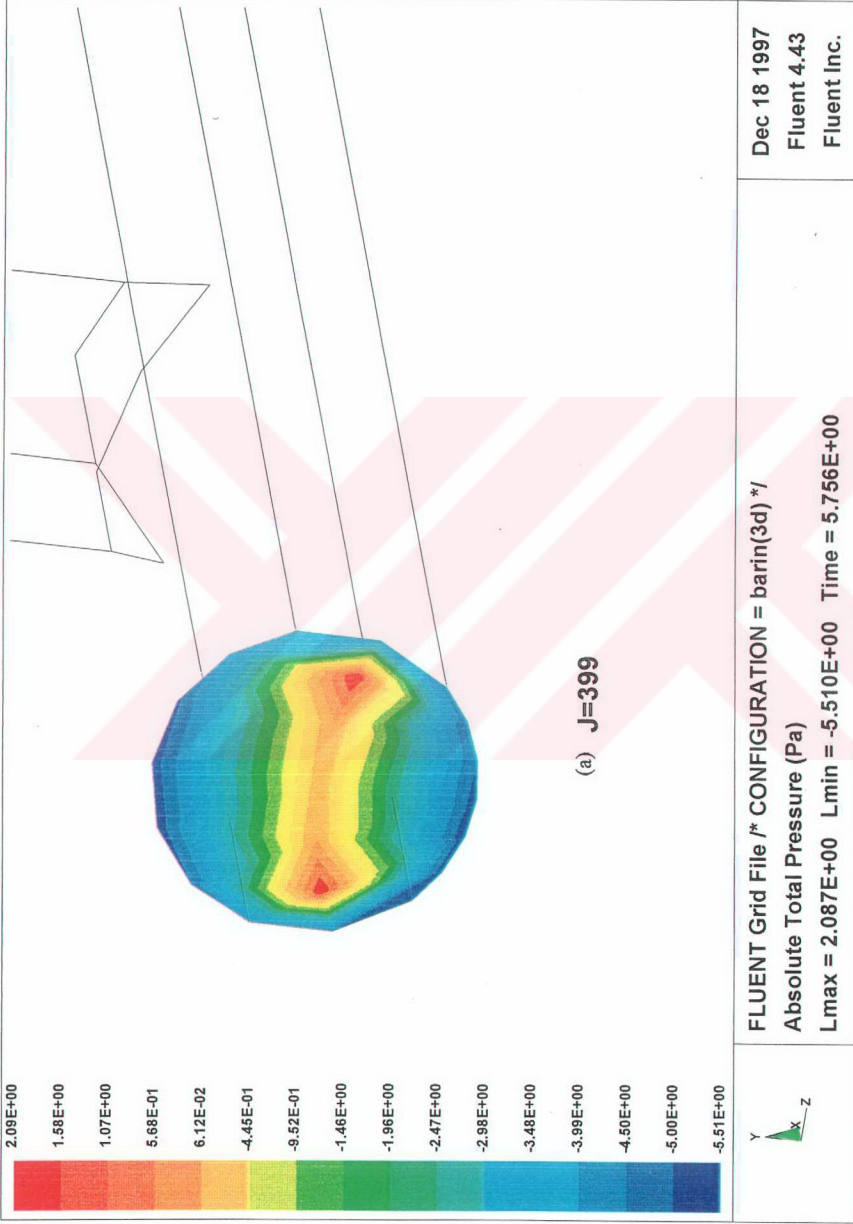


Şekil 4.7 Borunun çeşitli eksenlerinde hava-su karışım yüzdeleri

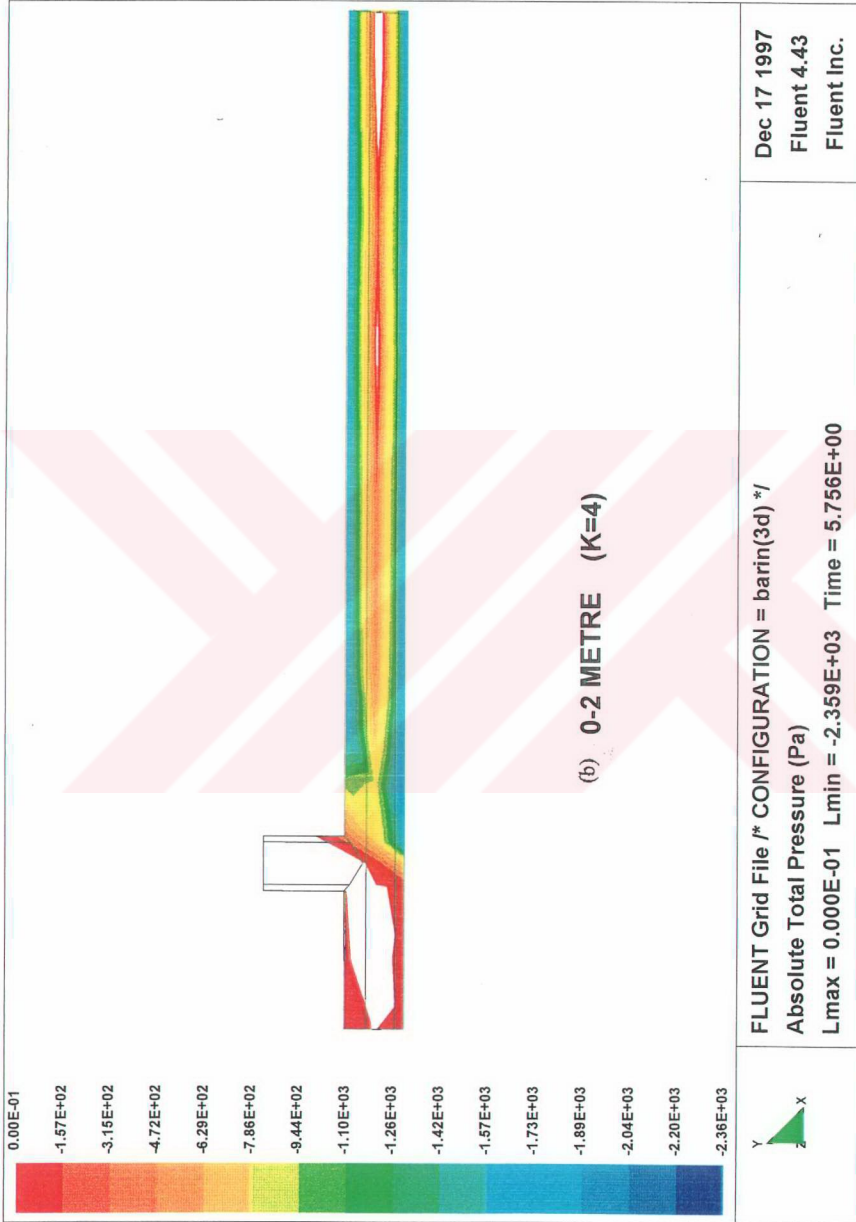


Şekil 4.7 Devam

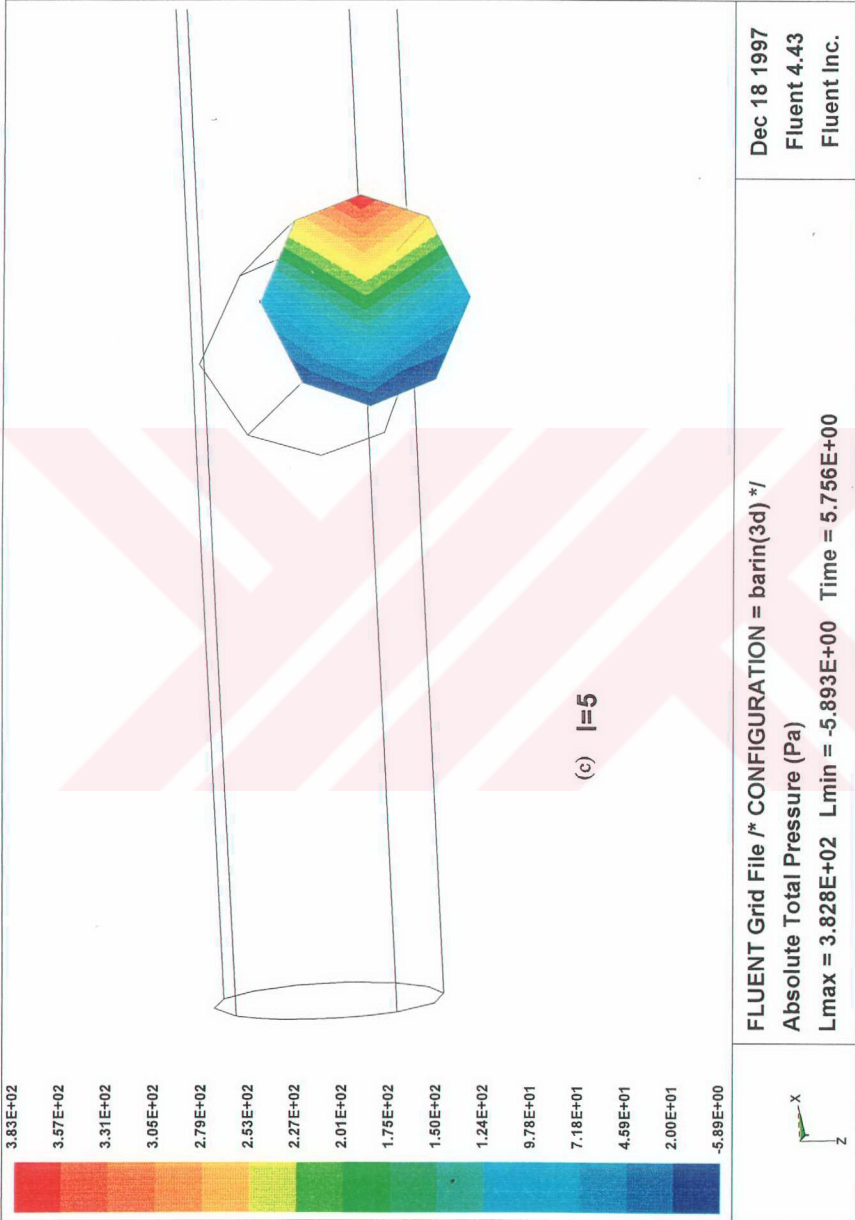




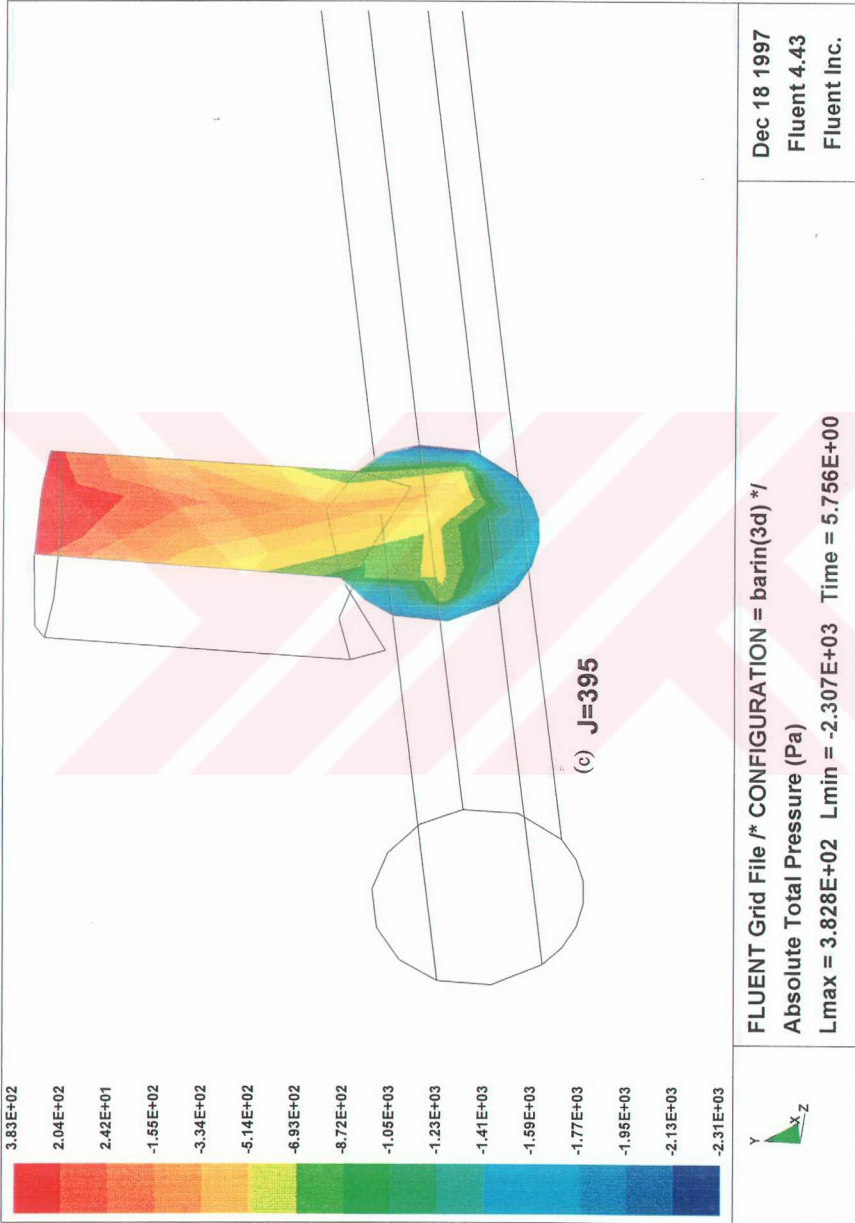
Şekil 4.8 Düşey borunun farklı kesitlerinde basınç dağılımları



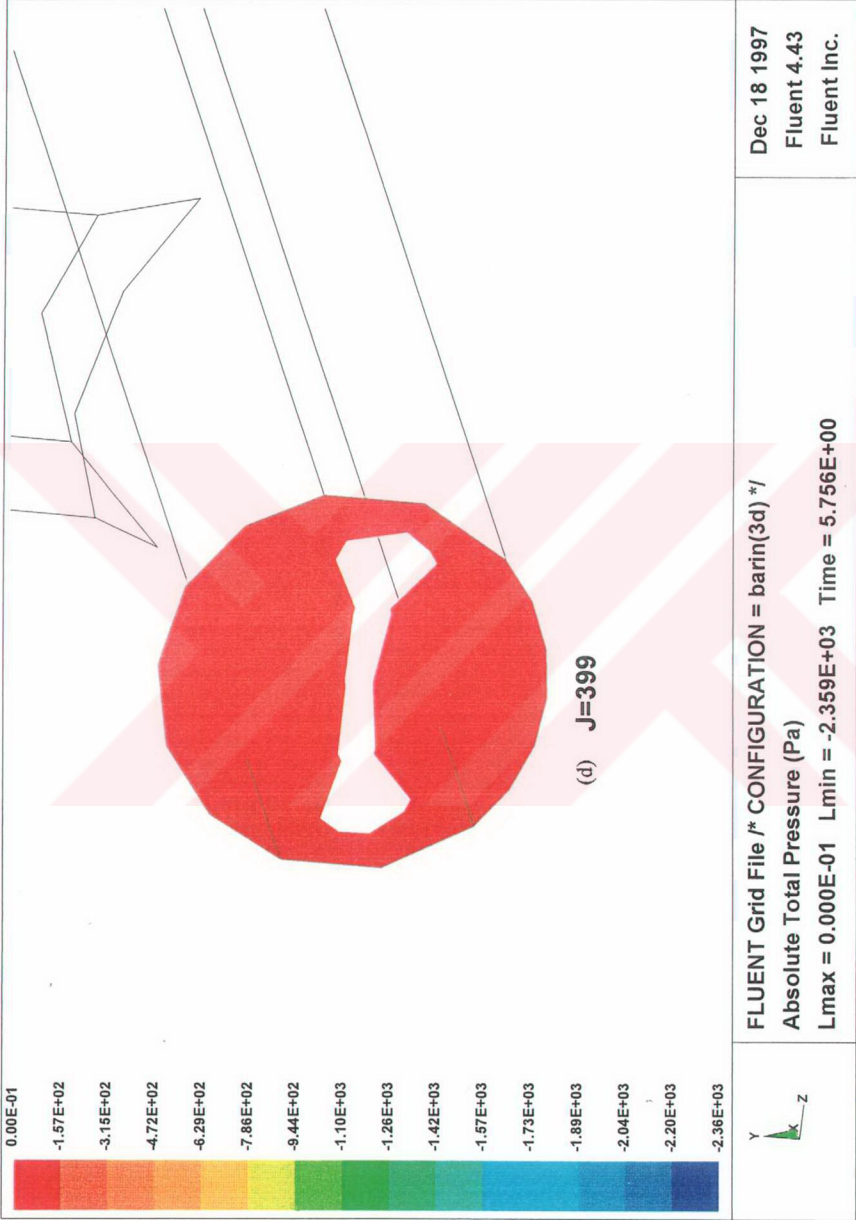
Şekil 4.8 Devam



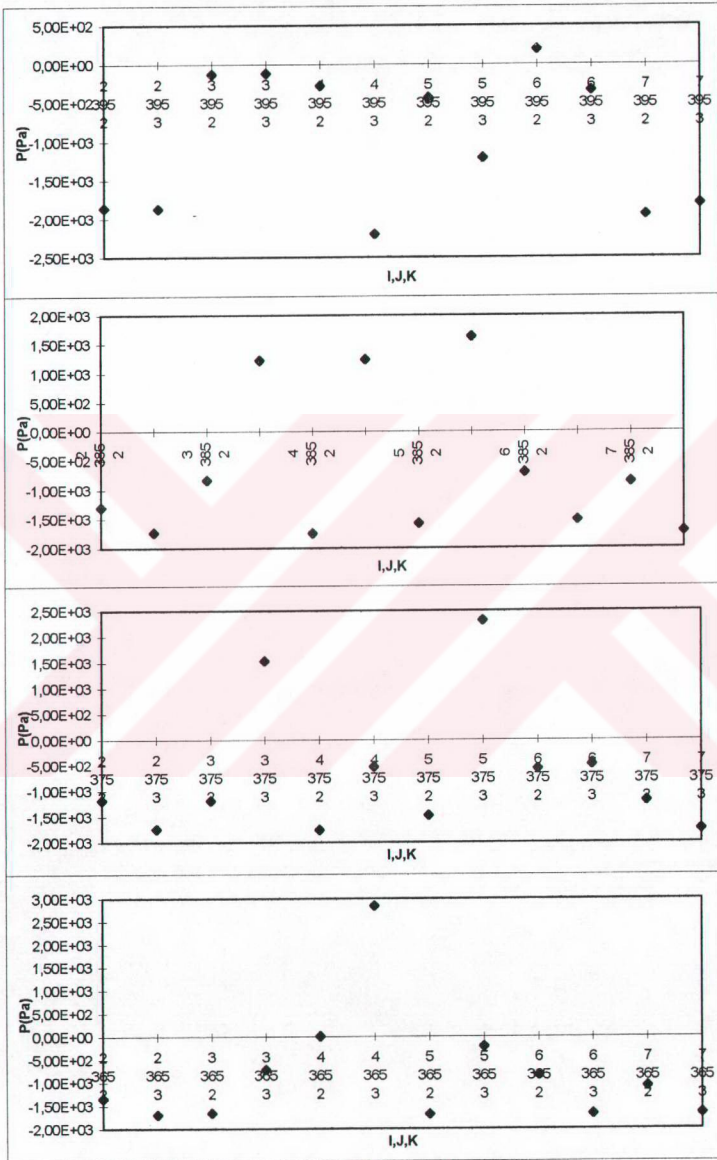
Şekil 4.8 Devam



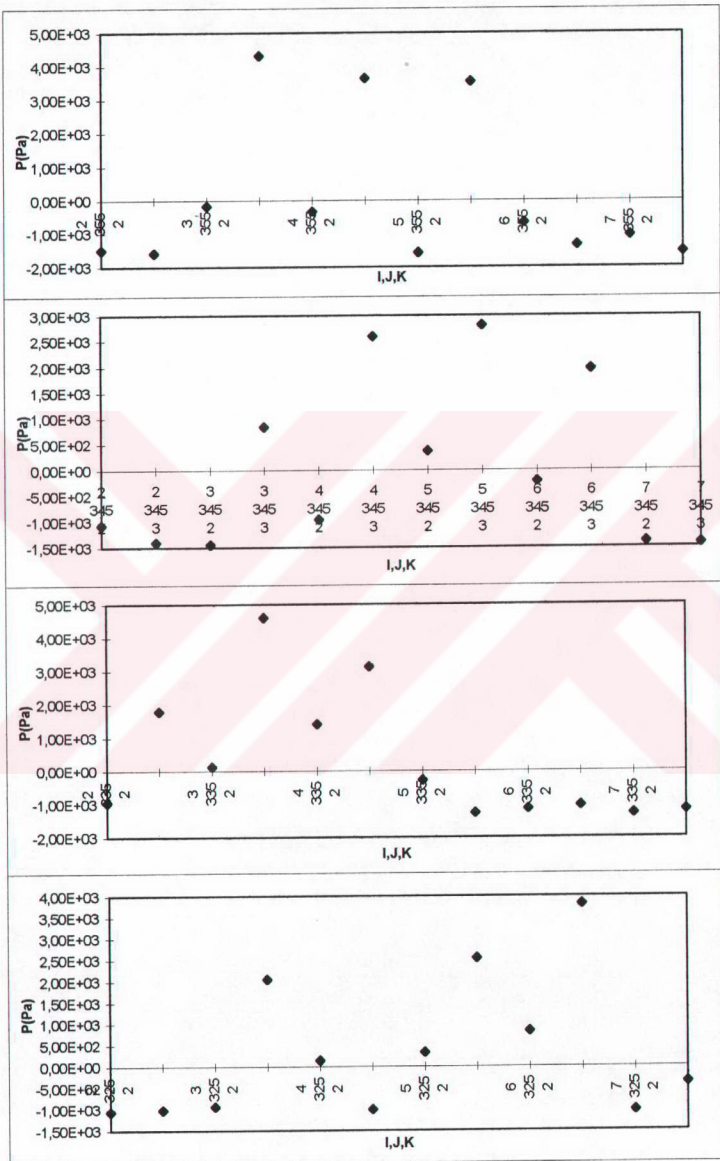
Şekil 4.8 Devam



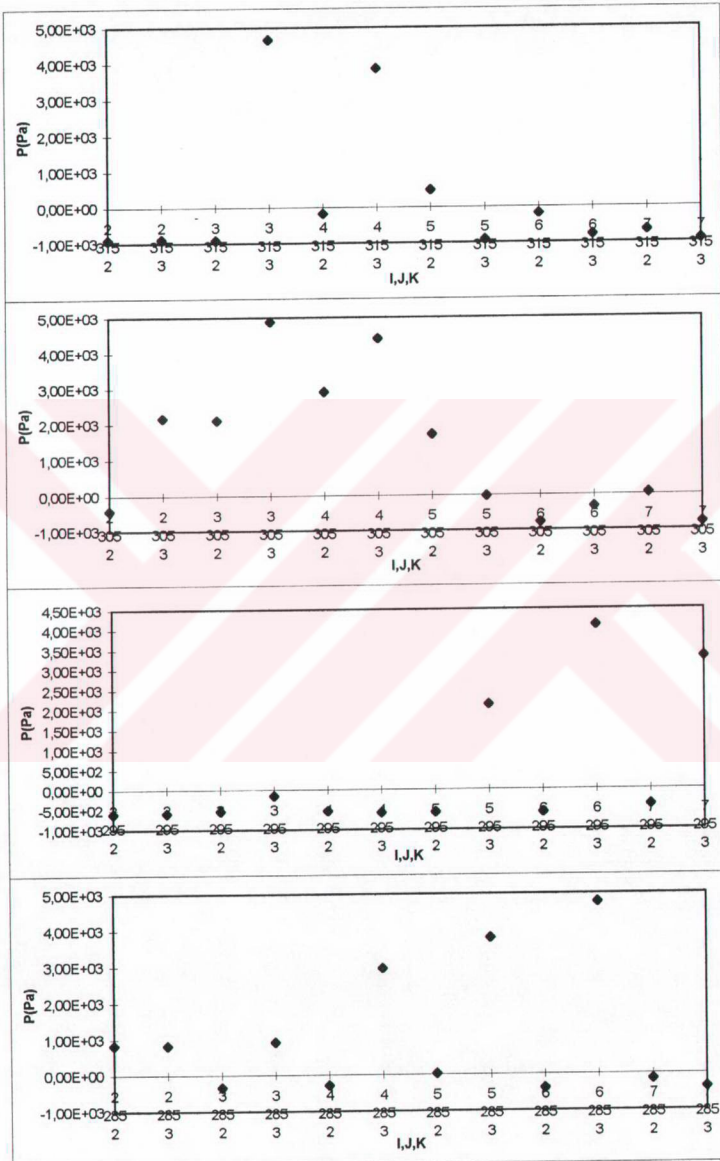
Şekil 4.8 Devam



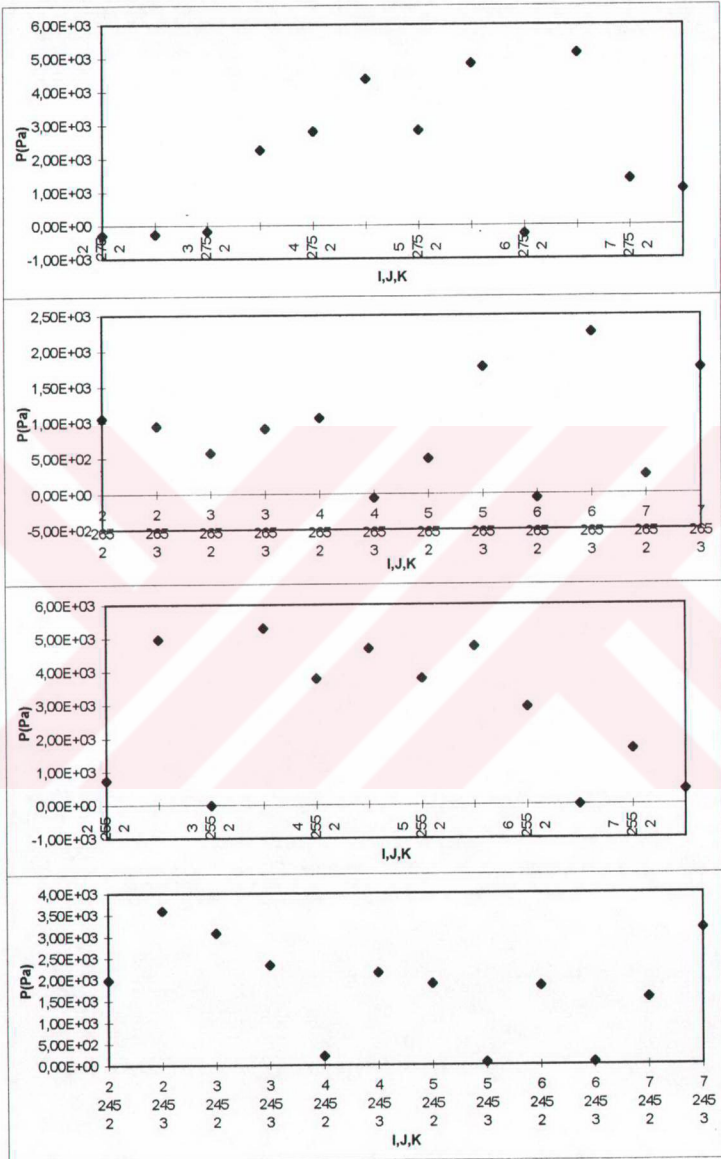
Şekil 4.9 Düşey boru boyunca farklı konumlarda basıncın değişimleri



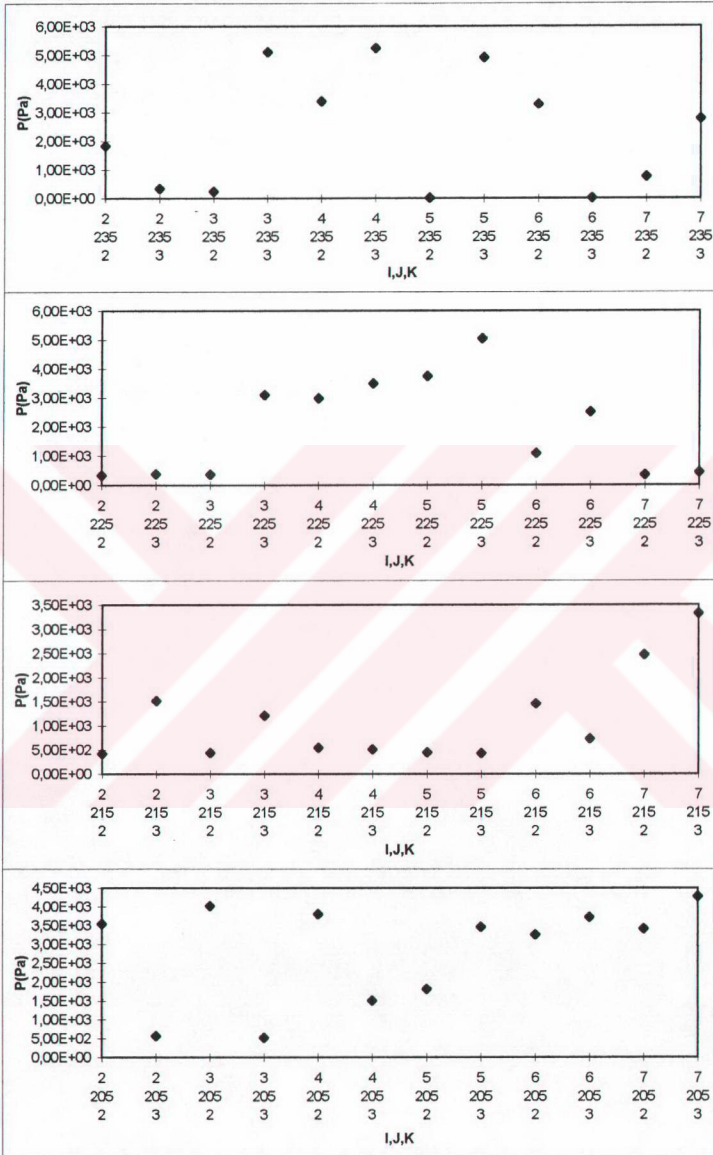
Şekil 4.9 Devam



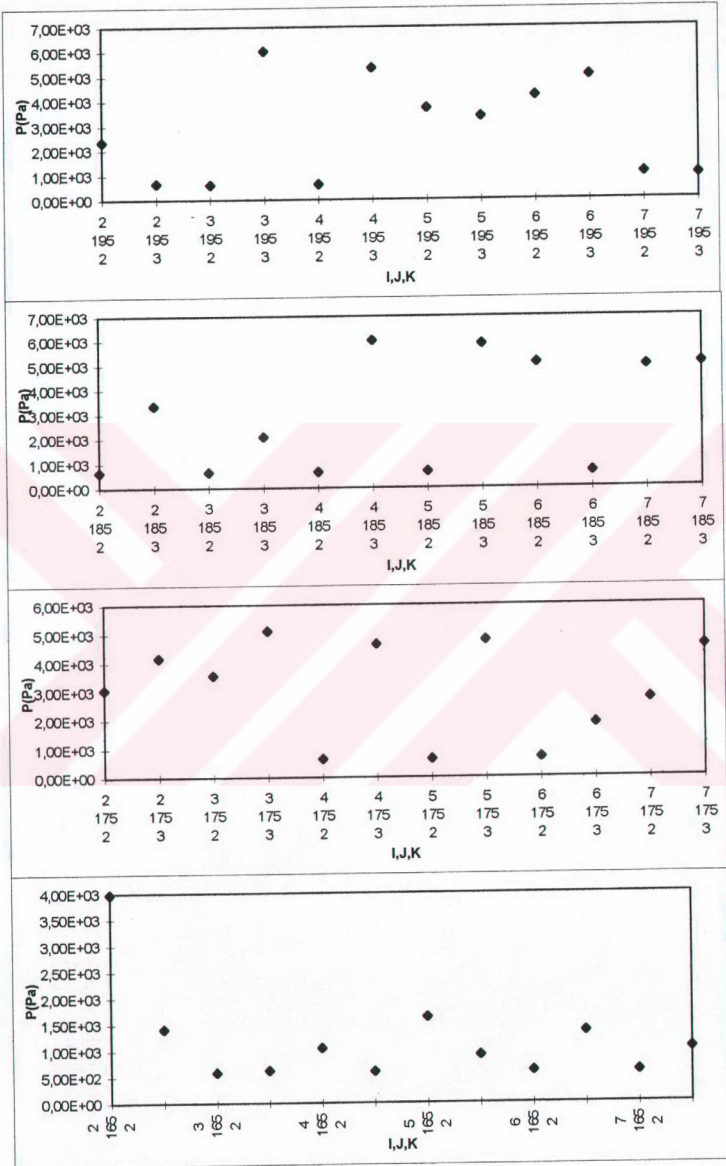
Şekil 4.9 Devam



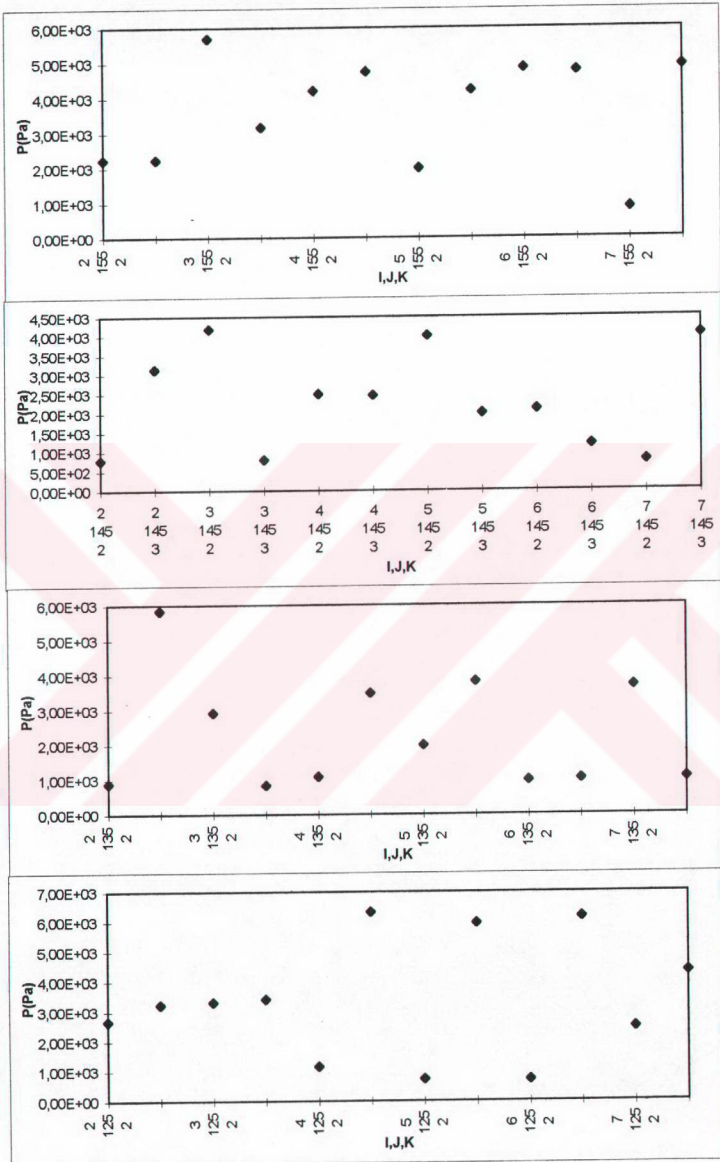
Şekil 4.9 Devam



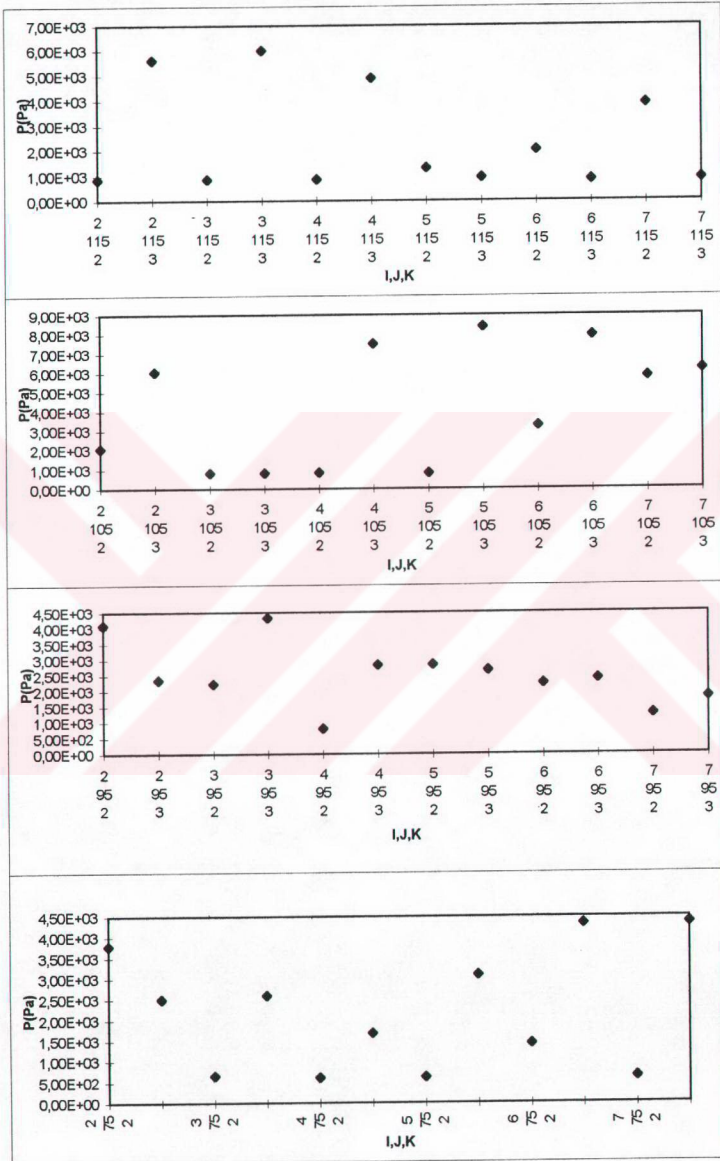
Şekil 4.9 Devam



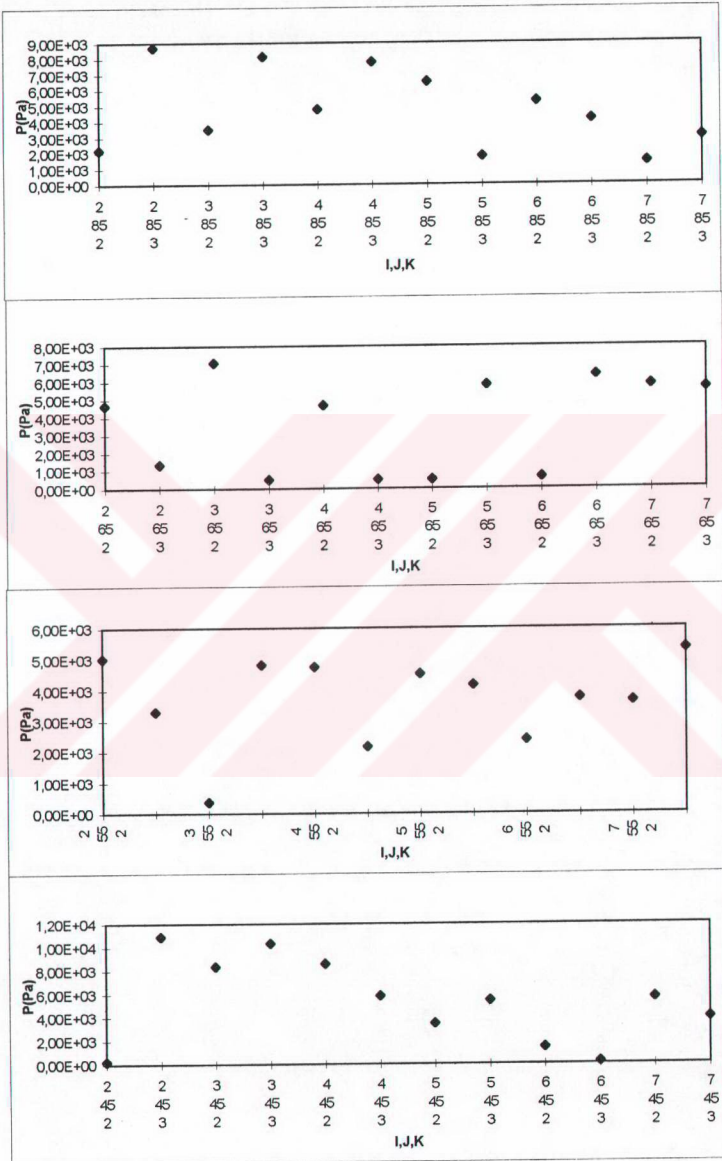
Şekil 4.9 Devam



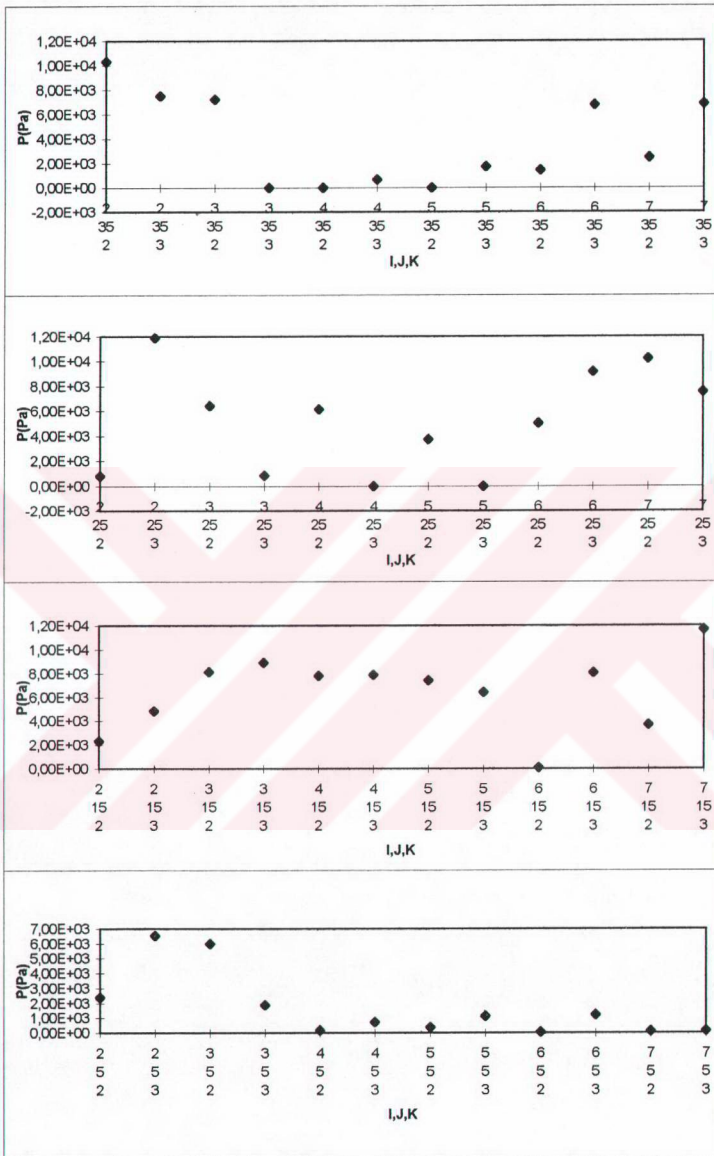
Şekil 4.9 Devam



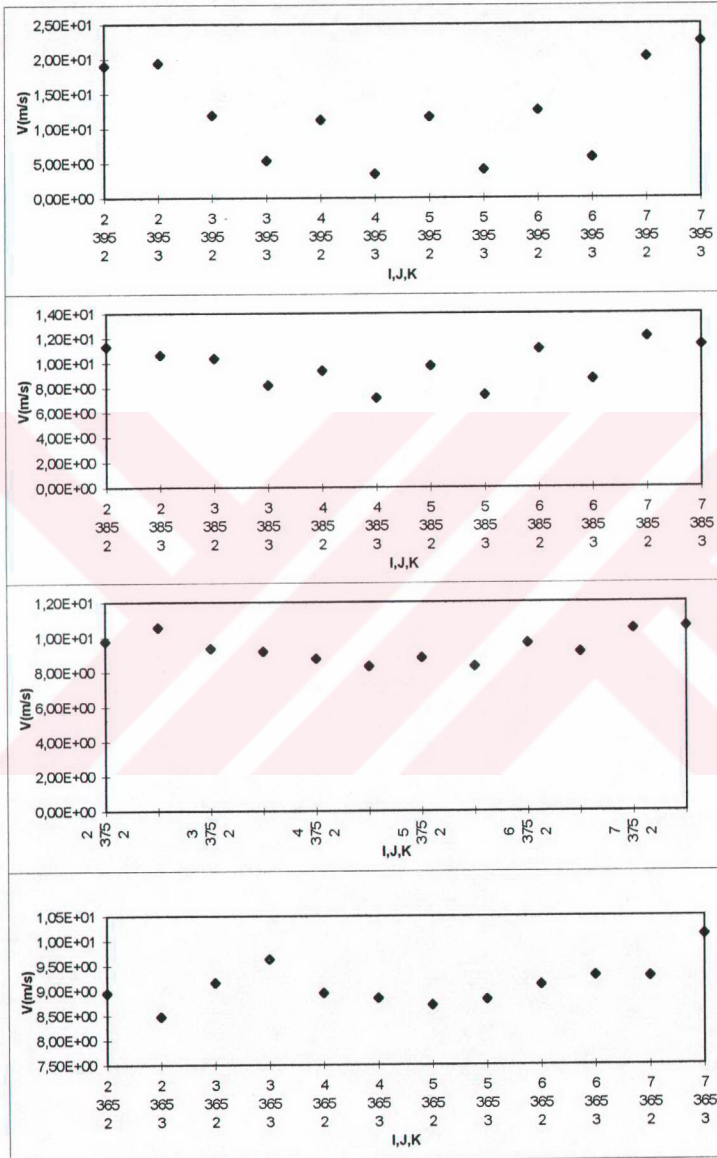
Şekil 4.9 Devam



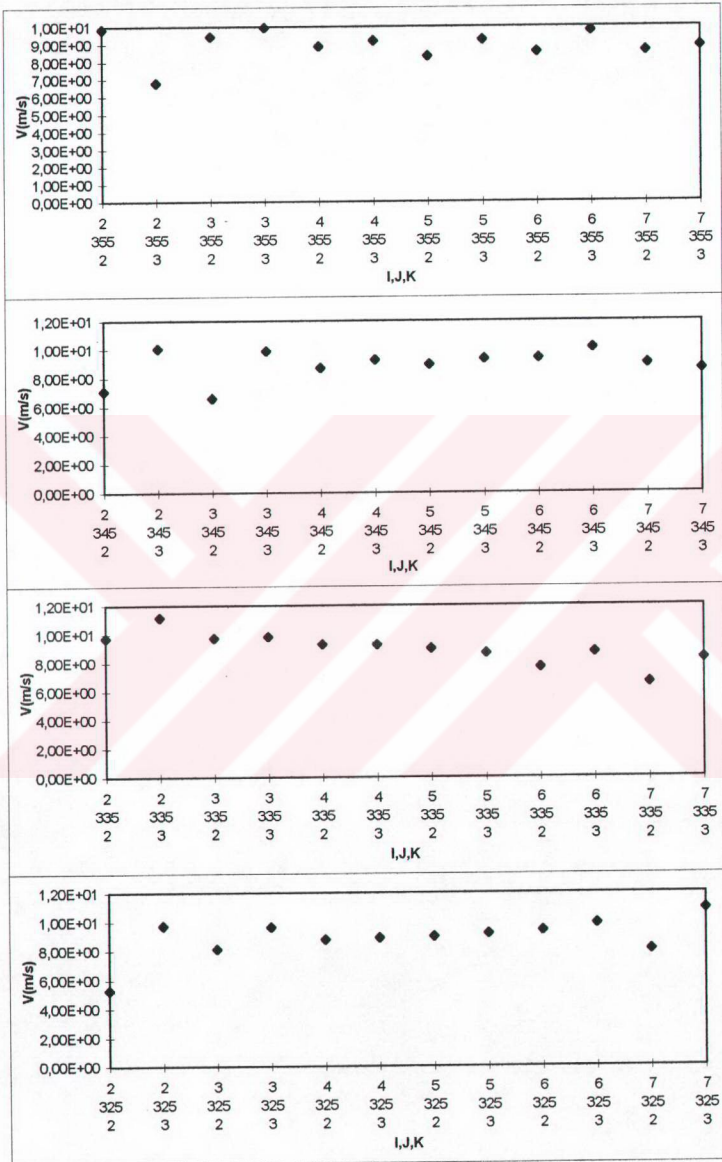
Şekil 4.9 Devam



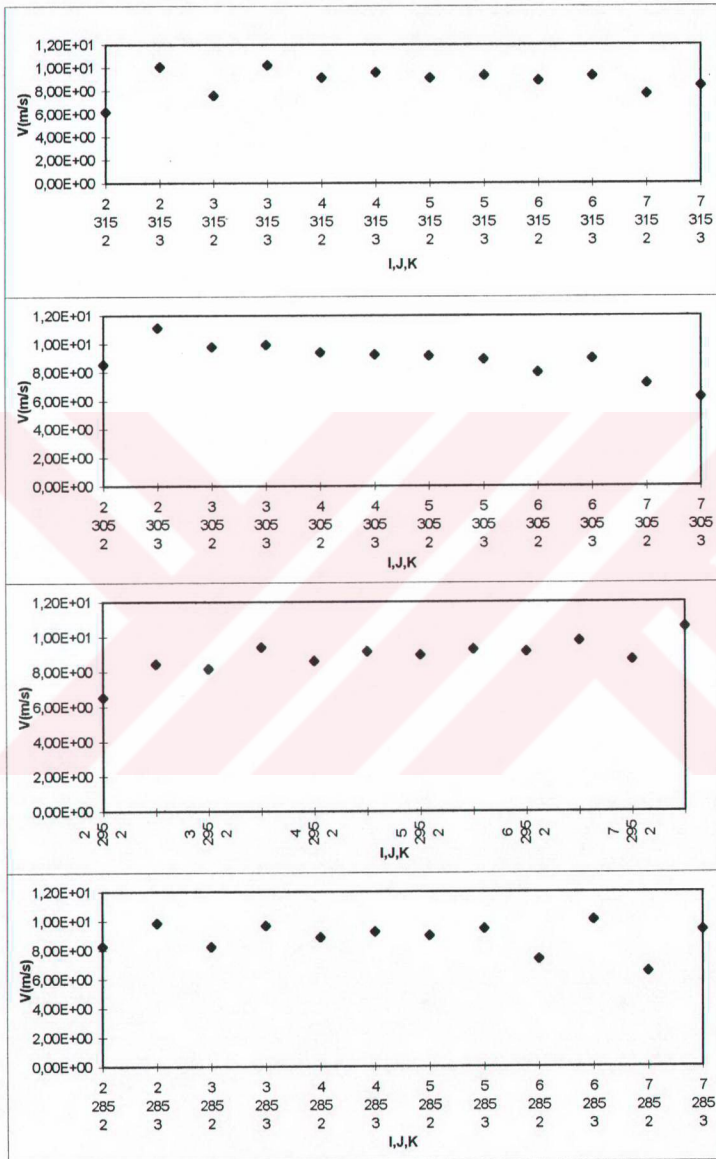
Şekil 4.9 Devam



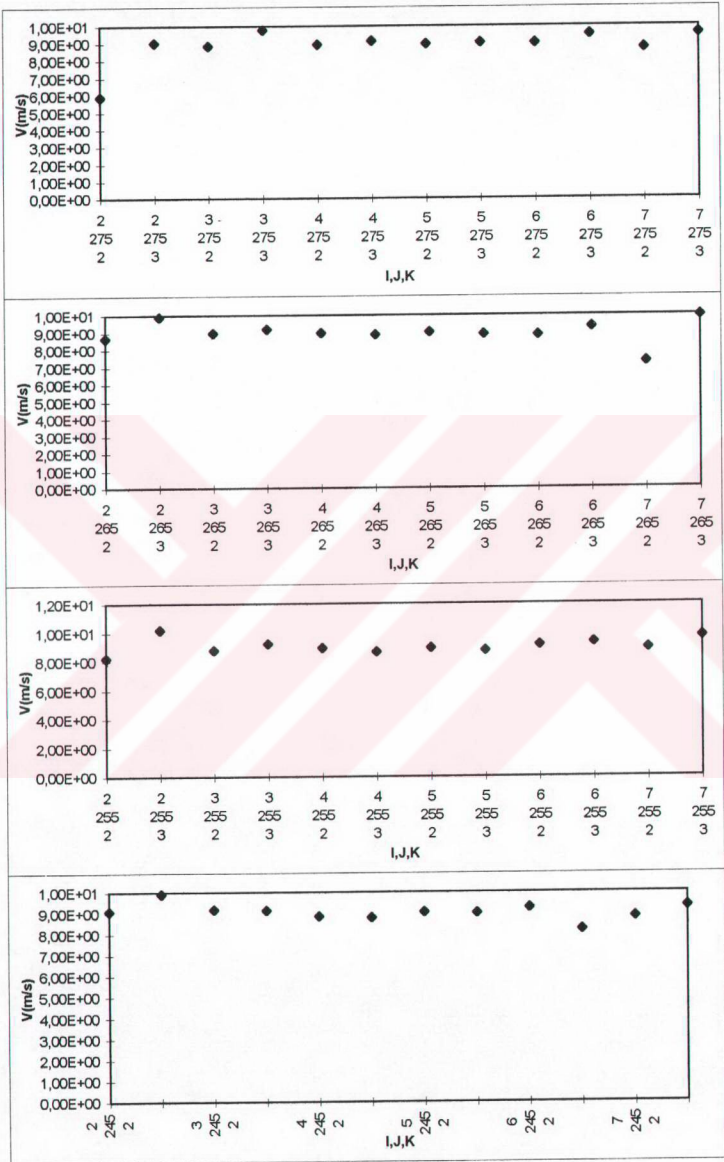
Şekil 4.10 Düşey boru boyunca farklı konumlarda hızın değişimleri



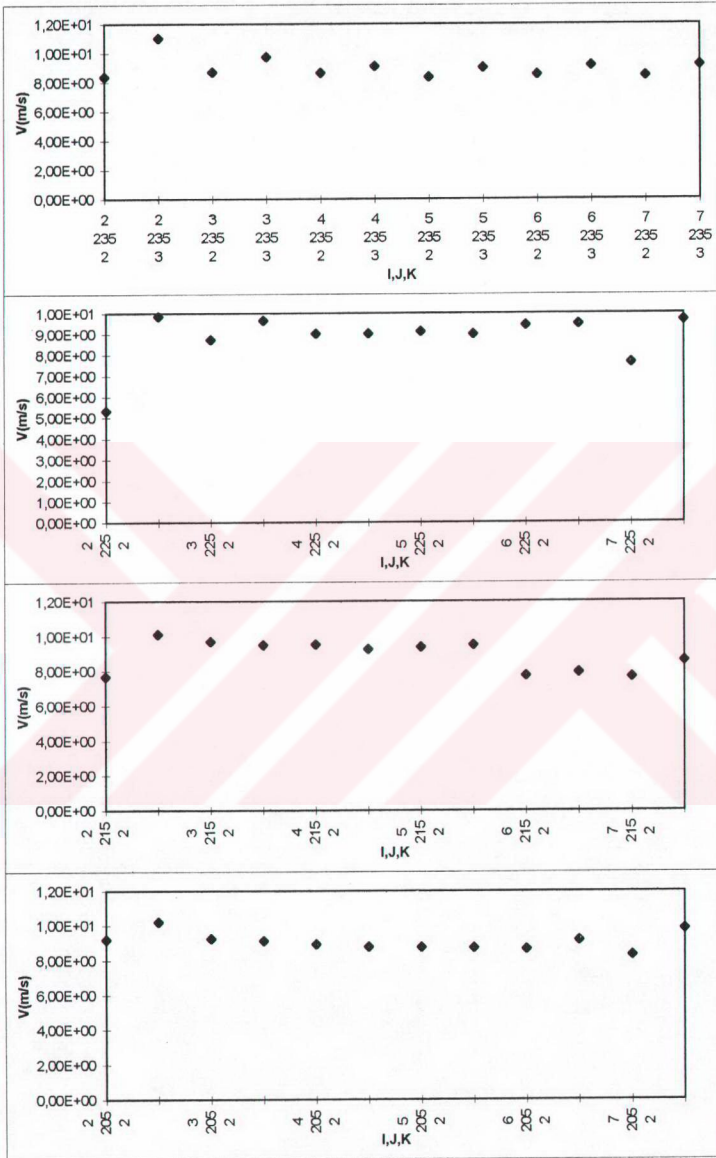
Şekil 4.10 Devam



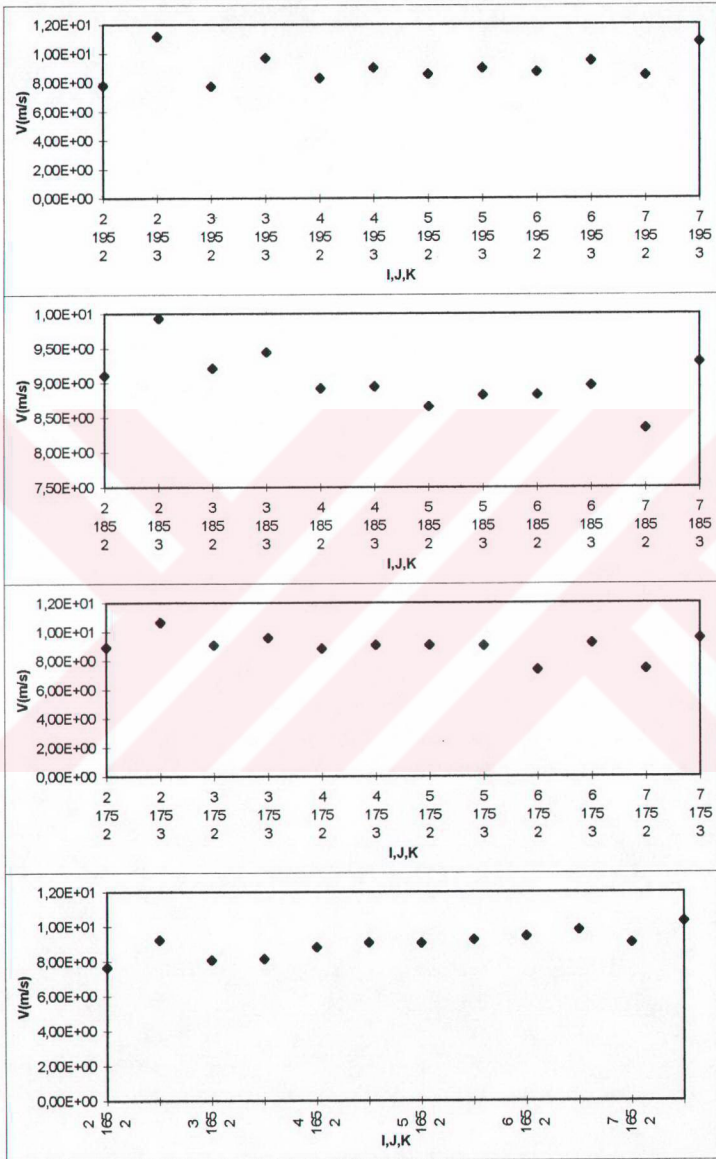
Şekil 4.10 Devam



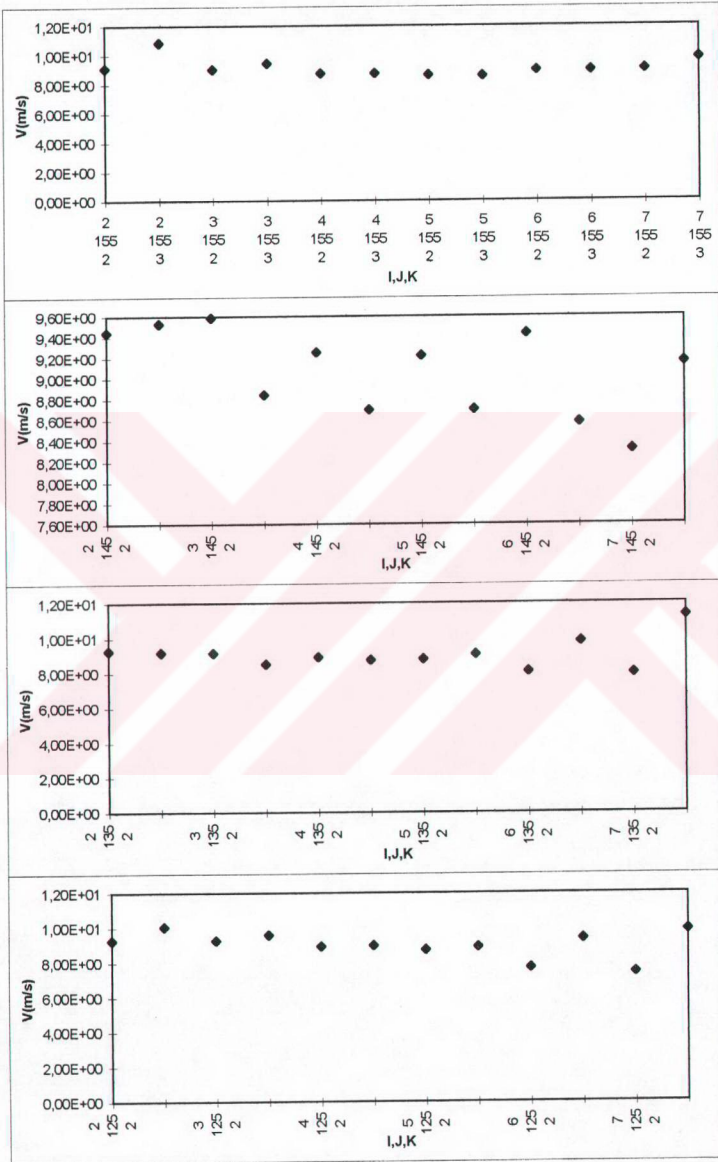
Şekil 4.10 Deavm



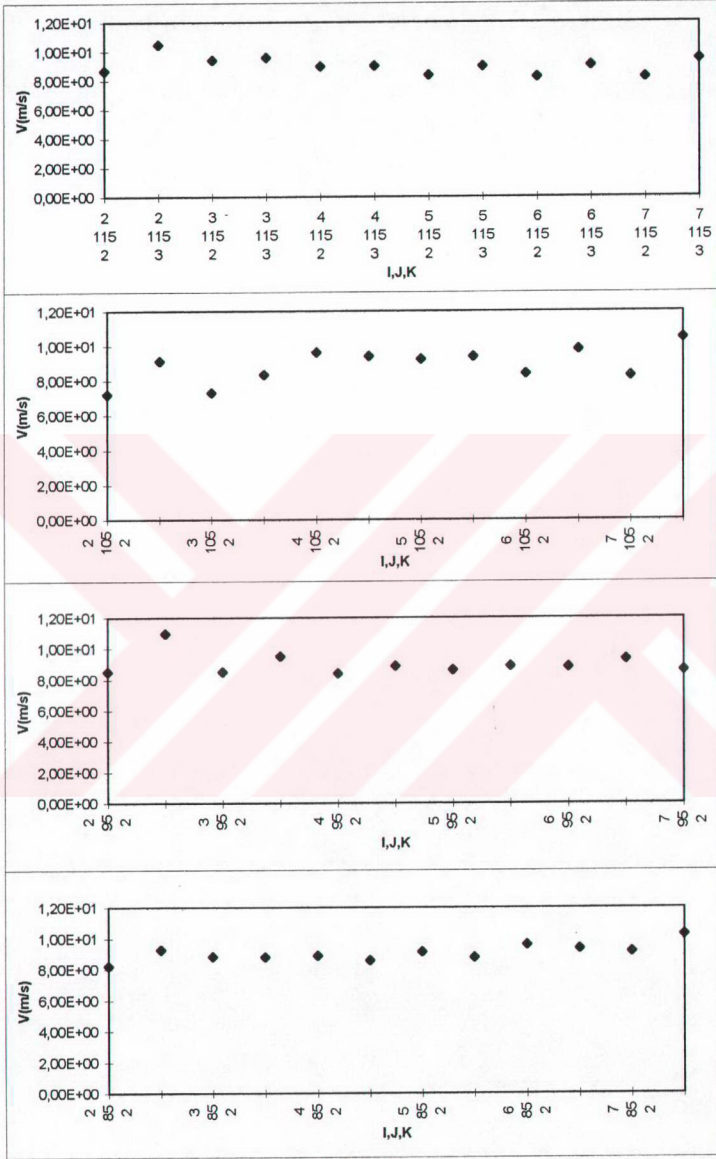
Şekil 4.10 Devam



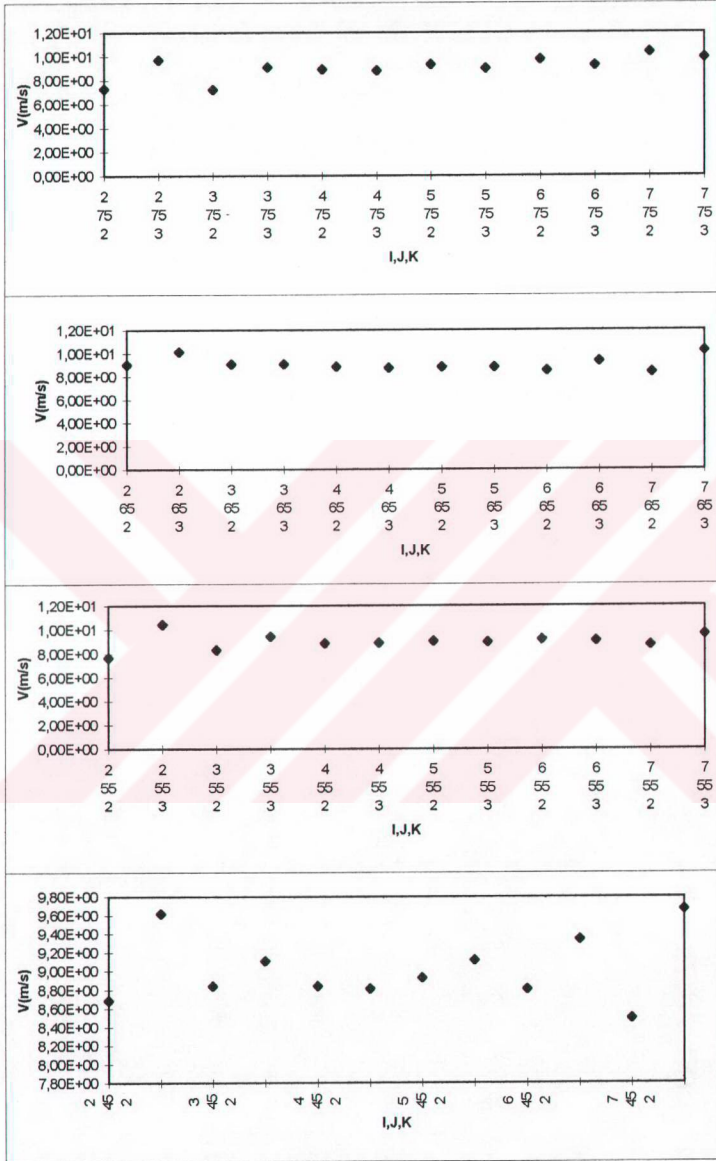
Şekil 4.10 Devam



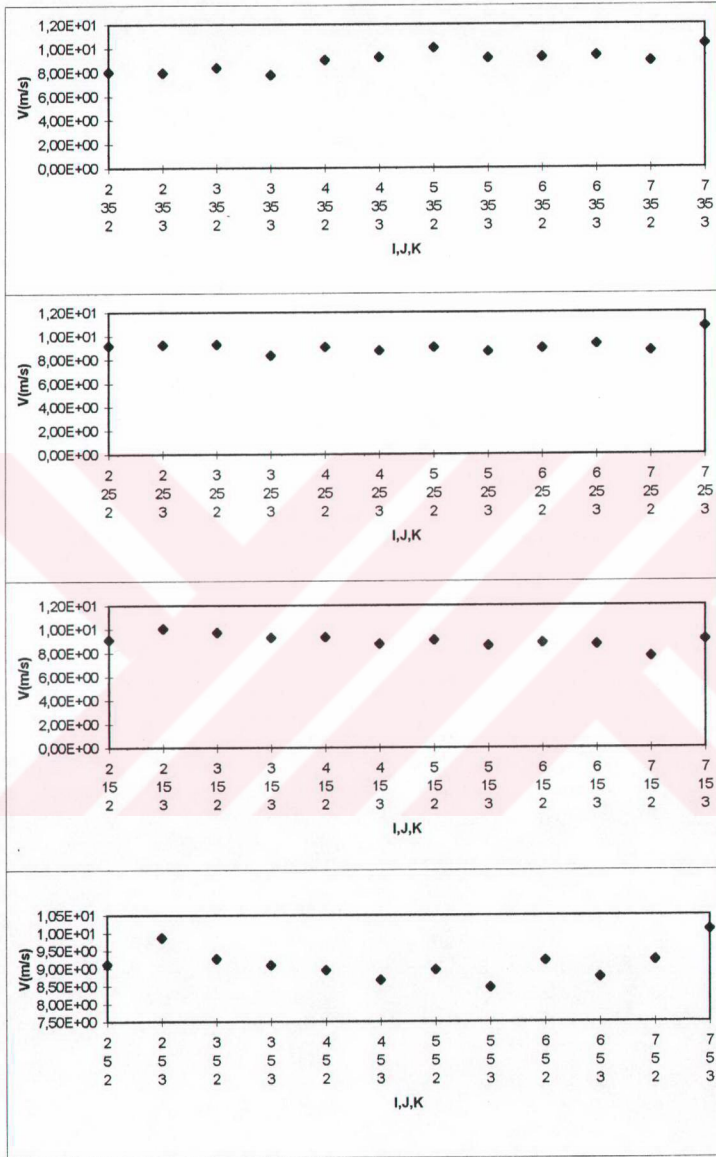
Şekil 4.10 Devam



Şekil 4.10 Devam



Şekil 4.10 Devam



Şekil 4.10 Devam

## 5. SONUÇLAR

Bu çalışmada iki ucu atmosfere açık düşey bir boruya yanal bir borunun bağlandığı ve bu borudan düşey boruya serbest yüzeyli bir akış sağlandığı düşünüerek oluşturulan akım alanının hidrodinamik yapısının anlaşılması amacıyla, bu akım alanı Fluent CFD yazılımı yardımıyla modellenerek, nümerik olarak çözümlenmiştir. Akım alanının hidrodinamik yapısıyla ilgili olarak aşağıdaki temel bulgulara ulaşılmıştır.

1) Düşey boruda hava fazın hakim olduğu dış cidar ve yanal borunun tavanında ince bir bant boyunca hava emilmektedir.

2) Düşey borunun atmosfere açık üst ucundan yanal boruya kadar olan bölgede boru cidarlarında negatif, merkezde ise pozitif basınç alanı oluşmaktadır.

3) Yanal boru bağlantısından itibaren, su akımının meydana geldiği düşey boru boyunca, borunun iç cidarına yapışarak akan su fazın bulunduğu bölgede pozitif basıncın hakim olduğu ancak kesit kesit akımın cidardan ayrılarak, basınç düşüşlerinin meydana geldiği, akımın cidara tekrar yapışmasıyla basıncın yeniden arttığı belirlenmiştir. Basıncıdaki bu salınımlar belirli bir düşey mesafeye kadar devam etmektedir.

4) Dış cidarda ise basınç iç cidara göre daha düşüktür ve negatif basınç alanı belirli bir düşey mesafe boyunca hakimdir.

5) Yanal borudan çıkan akışın iç cidar boyunca hızı belirli bir düşey mesafeye kadar artmakta, daha sonra sabit değere ulaşmaktadır.

6) Yanal borudan çıkan akışın dış cidarda meydana getirdiği hava fazın hakim olduğu akım bölgesindeki hızlar ise belirli bir düşey mesafeye kadar azalmakta daha sonra sabit değere ulaşmaktadır.

7) Hava fazın hakim olduğu bölgede hız değerleri özgül ağırlığın azalmasıyla birlikte iç cidardaki akım hızından daha düşük değerlerde meydana gelmektedir.

8) Hızların sabit değerlere ulaştığı düşey mesafe, basınçtaki salınımların azaldığı düşey mesafe ile aynı olmaktadır.

9) Bu çalışmada göz önüne alınan sisteme 3.05 lt/s su girişi vardır. Hesaplamalar sonucunda verilen akış şartlarında sistem 76.38 lt hava emmektedir. Buna göre sistemde 1/25 hava çekişi vardır. Bu konuda daha önce yapılan deneysel çalışmalardan da hava çekişinin 1/35'e kadar ulaştığı belirlenmiştir.

10) Bu çalışma değişik boru çapı farklı doluluktaki akışlar ve değişik yapısal boru sistemleri için geliştirilebilir. Ayrıca detaylı deneysel çalışmalar ile desteklenmektedir.

**KAYNAKLAR**

Abbott, M. B. ve Basco, D. R., (1989), Computational Fluid Dynamics, Longman Scientific and Technical, John Wiley and Sons, New York.

Abramovich, G. N., (1963), The Theory of Turbulent Jets, MIT Press Cambridge.

Agnew, R., (1966), "A Two-Layer Theory for Unsteady Flow", Proc. 2<sup>nd</sup> Australasian Conference on Hydraulics and Fluid Mechanics", University of Auckland, p. A97 - A115.

Bacopoulos, T., (1984), "The Motion of Air Cavities in Large, Water-Filled Conduits", Ph. D. Thesis, University of Strathclyde.

Baines, W. D. ve Wilkinson, D. L., (1986) "The Motion of Large Air Bubbles in Ducts of Moderate Slope", J. Hydr. Res. 25, 3, 157-70.

Bakker, W. T., (1972), "Bottom Friction Factor and Velocity Distribution in an Oscillating Flow", Rijkwaterstaat, Afdeling Kustonderzoek, Memo 72-236.

Bauer, W. J., (1954) "Turbulent Boundary Layer on Steep Slopes. Trans", ASCE 119, 1112-234.

Beusers, H. N. C., (1985), Lecture Notes on Turbulence, IHE, Delft.

Brocher, E., (1977), "Oscillatory Flow in Ducts: A Report on Euromech 73", Journal of Fluid Mechanics 79 (1), p. 113-126.

Benjamin, T. B., (1968), "Gravity Currents And Related Phenomena", J. Fluid Mech. 31, 209-48.

Blinco, P. H. Ve Partheniades, E., (1971), "Turbulence Characteristic in Free Surface Flows over Smooth and Rough Boundaries", J. Hydr. Res. 9 (1), p. 43/71.

Bormann, K., (1968), "Discharge in Chutes Considering Air Entrainment", Versuchsamtalt für Wasserbau der Technischen Hochschule Munchen, Bericht 13.

Bradshaw, P., (1971), An Introduction to Turbulence and Its Measurement, Pergamon Press, Oxford.

Beusers, H. N. C., (1975), "Computation of Velocity Profiles in Scour Holes", Proc. 16<sup>th</sup> IAHR Congress, Sao Paulo, 2, p. 300/306.

Burton, L. H. ve Nelson D. F., (1971), "Surge and Air Entrainment in Pipelines", Proc. Inst. Control of Flow in Closed Conduits, Fort Collins, 257-94.

Cain, P. ve Wood I. R., (1981), "Measurements of Self Aerated Flow on a Large Spillway", J. Hyd. Div. ASCE 107, HY11, Nov., 1407-24.

Cebeci, T., Smith, A. M. O., (1974), *Analysis of Turbulent Boundary Layers*, Academic Press, New York.

Chaturvedi, M. C., (1963), "Flow Characteristics of Axisymmetric Expansions", *Proc. ASCE 89 (HY3)*, p. 611/92.

Clauser, F. H., (1954), "Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients", *J. Aero Sci.* 21, p. 91/108.

Clift, R. G., (1978), "Bubbles, drops and particles" Academic press, New York.

Colebrook, C. V. ve White, C. M., (1937), "Experiments with Fluid Friction in Roughened Pipes", *Proc. Roy. Soc. London*, 49A, p. 367/381.

Colebrook, C. F., (1939), "Turbulent Flow in Pipes with Particular Reference to the Transition Region Between Rough and Smooth Pipe Laws", *J. Inst. Civ. Eng.* 11, p. 133/155.

Coles, D., (1956), "The law of the Wake in the Turbulent Boundary Layer", *J. Fluid Mech.*, p. 191/226.

Comolet, R., (1979), "On The Movement of a Gas Bubble in a Liquid", *La Houille Blanche* 1, 31-42.

Davies, R. M. ve Taylor, G. I., (1950), "The Moechanics of Large Bubbles Rising Through Extended Liquids and Through Liquids in Tubes", *Proc. R. Soc. A* 200, 375-90.

Ellison, T. H., (1960), "A note on the Velocity Profile and Longitudinal Mixing in a Broad Open Channel", *J. Fluid Mech.* 8 (1), p. 33/40.

Emsmann, S., (1973), "Experimentelle Ermittlung der Geschwindigkeitsverteilung in einer oszillierenden turbulenter Rohrströmung", Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, T. U., Berlin, Mitteilung nr. 79.

Ervine, D. A. ve Ahmed, A. A., (1982), "A Scaling Relationship for a Two-Dimensional Vertical Drop Shaft", *Proc. Int. Conf. Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures*, BHRA, Coventry, Paper el.

Ervine, D. A. ve Falvey, H. T., (1987), "Behaviour of Turbulent Water Jets in the Atmosphere and in Plunge Pools", *Proc. Inst. Civ. Eng. Pt. 2* 83, March, 295-314.

Ervine, D. A., E. McKeogh ve Elsayy, E. M., (1980), "Effect of Turbulence Intensity on the Rate of Air Entrainment by Plunging Jets", *Proc. Inst. Civ. Eng. Pt 2* 69, 425-96.

Falvey, H. T., (1980), "Air Water Flow in Hydraulic Structures", *Engineering Monograph* no. 41, US Dept Interior.

- Frost, W. ve Moulden Th. Eds., (1977), Handbook of Turbulence Vol 1, Fundamentals and Application, Plenum Press, New York.
- Gulliver, J. S. ve Rindels, A. J., (1987), "Weak vortices at vertical intakes", J. Hyd. Eng. (ASCE) 113, 9, Sept.
- Gutmark, E. ve Wynnanski, I., (1976), "The Planar Turbulent Jet", Journal of Fluid Mechanics 73 (3), p. 465/495.
- Ha Minh Hieu ve Hebrard, P., (1977), "Etude Théorique et Expérimentale d'un Ecoulement décollé en aval d'un Elargissement Brusque de Révolution", Journal of Hydraulic Research 15, (1), p. 1/18.
- Habermann, W. L. ve Morton R. K., (1953), "David Taylor Model Basin Report no. 802".
- Halbron, G., (1954), "Discussion of Bauer", W. J. 1954. Trans. ASCE 119, 1234-42.
- Hamam, M. A. ve McCorquodale, J. A., (1982), Transient Conditions in the Transition from Gravity to Supercharged Sewer Flow", Can. J. Civ. Eng. 9, 186-96.
- Hino, M., et al, (1976), "Experiments on Transition to Turbulence in an Oscillating Pipe Flow", Journal of Fluid Mechanics 75 (1), p. 193-207.
- Hinze, J. O., (1975), Turbulence, 2<sup>nd</sup> ed., McGraw Hill, New York.
- Jain, S. C., (1984), "Tangential Vortex-Inlet", J. Hyd. Eng. (ASCE) 110, 12, Dec.
- Jonsson, I. G. ve Carlsen, N. A., (1976), "Experimental and Theoretical Investigations in an Oscillatory Turbulent Boundary Layer", Journal of Hydraulic Research 14 (1), p. 45-60.
- Jonsson, I. G., (1980), "A new Approach to Oscillatory Rough Boundary Layers", Ocean Engineering 7 (1), p. 109-152.
- Kalinske, A. A., ve Robertson, J. M., (1943), "Closed Conduit Flow", Trans. ASCE 108, 1435-516
- Kajitara, K., (1968), "A Model of the Bottom Boundary Layer in Water Waves", Bull. Earthquake. Res. Inst. Japan, 46 p. 75-123.
- Kalkanis, G., (1957), "Turbulent Flow Near an Oscillating Wall", BEB. T. M. 97.
- Kalkanis, G., (1964), "Transportation of Bed Material Due to Wave Action", CERC. T. M. No. 2.
- Kamphuis, J. W., (1975), "Friction Factor Under Oscillatory Waves", Proc. ASCE 101 (WW2), p. 135-144.

- Karlsson, S. K. F., (1959), "An Unsteady Turbulent Boundary Layer", *Journal of Fluid Mechanics* 28, p. 596-616.
- Keller, R. J., ve Rastogi, A. K., (1975), "Prediction of Flow Development on Spillways", *J. Hyd. Div. ASCE* 101, HY9, 1171-84.
- Kordobyan, E. S. ve Ranov, T., (1970), "Mechanism of Slug Formation in Horizontal Two Phase Flow", *Trans. ASME, J. Bas. Eng. Dec.*, 857-64.
- Lamb, H., (1932), *Hydrodynamics*, 6<sup>th</sup> Ed., Cambridge University Press.
- Landahl, M. T. ve Mollo-Christensen, E., (1986), *Turbulence and Random Processes in Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Lane, E. W., (1939), "Entrainment of Air in Swiftly Flowing Water", *Civ. Eng.* 9, 2, Feb., 89-91
- Li, H., (1954), "Stability of Oscillatory Laminar Flow along a Wall", *BEB. T.M.* 47.
- Lighthill, M. J., (1954), "The Response of Laminar Skin Friction and Heat Transfer to Fluctuations in the Stream Velocity", *Proc. Royal Soc. Lond.* 224A, p. 1-20.
- Lin, C. C., (1956), "Motion of the Boundary Layer with a Rapidly Oscillating External Flow", *Proc. 9<sup>th</sup> International Congress on Applied Mechanics*, Brussel.
- Lugt, H. J., (1983), *Vortex Flow in Nature and Technology*, Wiley, Chichester.
- Melling, A. ve Whitelaw, J. H., (1977), "Turbulent Flow in Rectangular Duct", *J. Fluid Mech.* 78 (2), p. 289/315.
- Merkli, P. ve Thomann, H., (1975), "Transition to Turbulence in Oscillating Pipe Flow", *Journal of Fluid Mechanics*, 68 (3), p. 567-575.
- Michel, J. M., (1984), "Some Features of Water Flows with Ventilated Cavities", *Trans. ASME, J. Fluid Eng.* 106, Sept., 319-35.
- Miller, D. S., (1971), "Internal Flow", *A Guide to Losses in Pipes and Duct Systems*, B.H.R.A.
- Monin, A. S. ve Yaglom, A. M. (1971), *Statistical Fluid Mechanics, Mechanics of Turbulence*, Vol 1, M.I.T. Press, Cambridge.
- Moss, W. D., Baker, S. ve Bradbury, L. J.S., (1977), "Measurements of Mean Velocity and Reynolds Stresses in Some Regions of Recirculating Flows", *Symposium on Turbulent Shear Flows*, Penn. State Univ. P. 13.1/13.7.

Mueller, T. J., Korst, H. H., ve Chow, W. L., (1964), "On the Separation, Reattachment and Redevelopment of Incompressible Turbulent Shear Flows", ASME, Journal of Basic Engineering, 86 (2), p. 121/126.

Nash, J. F., et al, (1975), "Unsteady Turbulent Boundary Layers in Two-Dimensional, Incompressible Flow", A.I.A.A.J. 13 (2), p. 167-173.

Odgaard, A. J. 1986. Free Surface air core vortex. J. Hyd. Eng. (ASCE) 122, 7, July.

Offen, G. R. Ve Kline, S. J., (1975), "A Proposed Model of the Bursting Process in Turbulent Boundary Layers", J. Fluid Mech. 70 (2), p. 309/328.

Okwuobi, P. A. C. Ve Azad, R. S., (1973), "Turbulence in a conical diffuser with fully developed flow at entry", J. Fluid Mech. 57, p. 603/622.

Patel, M. H., (1977), "On Turbulent Boundary Layers in Oscillatory Flow", Proc. Roy. Soc. Lond. A 353, p. 121-144.

Rajaratnam, N., (1976), Turbulent Jets, Elsevier Amsterdam.

Rajaratnam, N., (1967), "Hydraulic Jumps", Adv. Hydrosci. 4.

Reichardt, H., (1942), "Gesetzmäßigkeiten der Freien Turbulenz", V.D.I. Forschungsheft 414.

Rodi, W., (1980), Turbulence Models and Their Application in Hydraulics - A State of the Art Review, Karlsruhe, Germany.

Rodi, W., (1984), "Turbulent Models and Their Application in Hydraulics", Int. Assoc. Hydr. Res.

Rotta, J., (1950), "Das in Wandnähe Gültige Geschwindigkeitsgesetz Turbulenter Strömungen", Ing. Archiv. 18, p. 277/280.

Rotta, J. C., (1972), Turbulente Strömungen, B. G. Teubner, Leipzig.

Rouse, H., Howe, J. W. ve Metzler D. C., (1951), "Experimental Investigation of Fire Monitors and Nozzles", Proc. ASCE 124, 926

Rouse, H., Siao, T. T. ve Nagaratnam, S., (1959), "Turbulence Characteristics of the Hydraulic Jump", Trans. ASCE 124, 926.

Rouse, H. (1961), "Energy Transformation in Zones of Separation", Proc. 9<sup>th</sup> IAHR Congress, Dubrovnik, p. 1291/1302.

Schlichting, (1964), Grenzschichttheorie, G. Braun, Karlsruhe.

Schlichting, (1965), *Grenschichttheorie*, Springer Verlag, Berlin.

Sleath, J. F. A., (1970), "Velocity Measurement Close to the Bed in a Wave Tank", *Journal of Fluid Mechanics* 42 (1), p. 111-123.

Sleath, J. F. A., (1974), "Stability of Laminar Flow at Sea Bed", *Proc. ASCE* 100 (WW2), p. 105-122.

Smith, T. J. Ve Takhar, H. S., (1977), "The Calculation of Oscillatory Flow in Open Channels Using Mean Turbulence Energy Models", *Simon Eng. Lab., University of Manchester*.

Song, C. S., Cardle, J. A. ve Kim Sau Leung, (1983), "Transient mixed flow models for storm sewers", *J. Hyd. Eng. (ASCE)* 109, 11, Nov, 1487-504

Stokes, G. G., (1851), "On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums", *Trans. Camb. Phil. Soc.* Vol. 9.

Straub, L. G. ve Anderson, A. G., (1958), "Experiments on Self Aerated Flow in Open Channels", *J. Hyd. Div. ASCE* 84, HY7, 1890.

Tani, I., (1961), "Experimental Investigation of Flow Separation Associated with a Step or a Groove", *Aeron. Res. Inst., Tokyo Univ, Rep. No. 364*, p. 119/136.

Telionis, D. P., Tsahalis, D. Th., (1976), "Unsteady Turbulent Boundary Layers and Separation", *A.I.A.A.J.* 14 (4), p. 468-474.

Tenekis, H. ve Lumley, J. L., (1972), *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge, MA.

Tennekes, H. Ve Lumley, J. L., (1972), *A First Course in Turbulence*, M.I.T. Press, Cambridge.

Townsend, A. A., (1976), *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Cambridge University Press, Cambridge.

Townson, J. M., (1975), "Oscillations in a Cooling Water Outflow System", *Proc. Inst. Civ. Eng. Pt 2* 59, Dec., 837-47.

Townson, J. M., (1991), *Free Surface Hydraulics*, Chapman and Hall.

Uchida, S., (1956), "The Pulsating Viscous Flow Superposed on the Steady Laminar Motion of Incompressible Fluid in a Circular Pipe", *ZAMP* 7, p. 403-422.

Vallentine, H. R., (1967), *Applied Hydrodynamics*, Butterworths, London.

De Vriend, H., (1977), "A mathematical model of Steady Flow in Curved Shallow Channels", J. Hydr. Res. 15 (1), p. 37/54.

Vasiliev, o. F., Kvon, V. I., (1971), "Friction Forces of Unsteady Flows in Open Channels and Pipes", 14<sup>th</sup> IAHR Congress, Parijs, 2, p. 187-196.

Wallis, G. B., (1969), One-Dimensional Two Phase Flow, McGraw-Hill, New-York.

Wilkinson, D. L., (1982), "Motion of Air Cavities in Long Horizontal Ducts", J. Fluid Mech. 118, 109-22.

Wisner, P. E., Mohsen, F. N. ve Kouwen, N., (1975), "Removal of Air from Water Lines by Hydraulic Means", J. Hyd. Div. ASCE 101, HY2, Feb., 243-57.

Wood, I. R., (1983), "Uniform Region of Self Aerated Flow", J. Hyd. Div. ASCE 109, March, 477-61.

Wood, I. R., Ackers, P. ve Loveless, J., (1983), "General Method for Critical Point on Spillways", J. Hyd. Eng. (ASCE) 109, 2, Feb., 308-12.

Wynanski, I. ve Fiedler, H., (1969), "Some Measurements in the Self Preserving Jet", Journal of Fluid Mechanics 38 (3), p. 577/612.

Yalin, M. S., Russell, R. C. H., (1966), "Shear Stresses Due to Long Waves", Journal of Hydraulic Research, 4 (2), p. 55-98.

Zagustin, K., Mantellini ve Castillejo, (1982), "Proc. Int. Conf. Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures", BHRA, Coventry.

Zukoski, E. E., (1966), "Influence of Viscosity, Surface Tension and Inclination on Motion of Long Bubbles in Closed Tubes", J. Fluid Mech. 25, 821-40.

### Ek Fluent Girdi Ayarları

1) Define → Models panelinden

Multiphase → Model : VOF Free Surface

Multiphase Parameters →  Donor Acceptor Model

Time Dependence → Time Dependent Flow

Time Step(s) → 0.0001 (Başlangıç için)

Time Parameters → Max İte. Per Time Step → 100

Min Residual Sum → 0.001

Turbulence → Model: RNG k-ε

Include Buoyancy Terms

Calc. Y Plus İteratively

RNG Differential Viscosity

Near Wall Treatment → Standart Wall Fn.

Wall Roughness Specification → Roughness Height and Con.

Turbulence Parameters → Alpha 0 → 1

Viscosity Threshold → 1

Velocities →  Cylindrical Velocities

2) Setup 1 → Define Phases → Primary Phase → Air

Phase 2 → Water

→ Physical Constants → Density

Use Gas Law For Air? No

Density of Air : 1.2 kg/m<sup>3</sup>

Density of Water : 1000 kg/m<sup>3</sup>

Viscosity

Viscosity of Air : 1.92e<sup>-6</sup> kg/ms

Viscosity of Water : 1.31 e<sup>-3</sup> kg/ms

Operating Pressure : 0 Pa

3) Define → BC's → Inlet 1 → Pressure Inlet

Phase Air → Turbulence Parameters

Type → Intensity/Length Scale

Turbulence Intensity (%) → 10

Char. Length (M) → 0.108

Phase Water → Multiphase

Volume Fraction → 0

Inlet 2 → Inlet 1 ile aynı veriler girilir

Inlet 3 → Velocity Inlet

Phase Air → U (m/s) → 0

V (m/s) → -1

W (m/s) → 0

Turbulence Intensity (%) → 10

Char Length (M) → 0.108

Phase Water → Volume Fraction → 1

Inlet 4 → Pressure Inlet

√ Static Pressure Inlet → 0

Diğer veriler Inlet 1 ile aynı

Wall → U (m/s) → 0

V (m/s) → 0

W (m/s) → 0

Wall Roughness Height (M) → 0.001

Roughness Const → 0.5

4) Setup 1 → Export → Body Forces → Gravity Acceleration in X-DIRN-(m/s<sup>2</sup>) → +9.81

5) Solve → Controls → Multigrid → Bütün seçenekler iptal

→ Underrelaxation → Hepsi 0.2

→ Line Gauss → Pressure:5, Diğerleri: 1

March Direction → I

Sweep Direction →  Alternate Sweeps

→ Solve → Numerics →  Convergence-Divergence Check ON

6) Main → Expert → Solution Parameters → YES Enable Higher Order Scheme

→ Discretization Schemes → Variable Schemes → QUICK

→ Limiter Function → UMIST



**ÖZGEÇMİŞ**

Doğum tarihi	03.09.1973	
Doğum yeri	İstanbul	
Lise	1987-1990	Kabataş Erkek Lisesi
Lisans	1990-1994	Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Fak. İnşaat Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	1994-1998	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enst. İnşaat Müh. Anabilim Dalı, Hidrolik Programı
Çalıştığı kurum	1996-Devam ediyor	YTÜ İnşaat Fakültesi İnşaat Müh. Bölümü Hidrolik Anabilim Dalı, Araştırma Görevlisi