

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**AKARSU MORFOLOJİSİNİN
NÜMERİK MODELLENMESİ**

106363

İnşaat Müh. F. Mehmet YAZICIGİL

**FBE İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Hidrolik Programında
Hazırlanan**

106363

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Yeşim ÇELİKOĞLU

[Handwritten signatures]

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

İSTANBUL, 2001

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	iv
ŞEKİL LİSTESİ.....	v
ÇİZELGE LİSTESİ.....	vii
ÖNSÖZ	viii
ÖZET	ix
ABSTRACT	x
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Temel Kavramlar.....	3
1.1.1 Genel.....	3
1.1.2 Temel Denklemler	4
1.1.3 Sınırlamalar	13
1.2 Analitik Modeller	15
1.2.1 Genel.....	15
1.2.2 Basit-Dalga Modeli	16
1.2.2.1 Teori	16
1.2.2.2 Uygulama	17
1.2.3 Parabolik Model	18
1.2.3.1 Teori	18
1.2.3.2 Morfolojik Zaman Ölçeği.....	20
1.2.3.3 Tartışma.....	26
1.2.4 Hiperbolik Model	26
1.3 Nümerik Modeller	28
1.3.1 Giriş	28
1.3.2 Sınır Şartları.....	29
1.3.2.1 Genel.....	29
1.3.2.2 İç Sınırlar	30
1.3.2.3 Örnekler	31
1.3.3 Karakteristikler Metodu.....	33
1.3.4 Sonlu Farklar	35
1.3.4.1 Genel.....	35
1.3.4.2 Geliştirilmiş Lax-Şeması (Sabit θ)	36
1.3.4.3 Geliştirilmiş Lax-Şeması (Değişken θ)	40
1.3.4.4 Diğer Fark Şemaları	41
1.4 İki Boyutlu Yayılma	41
1.4.1 Giriş	41
1.4.2 Askı Malzemesi Taşımını.....	42
1.4.2.1 Genel.....	42
1.4.2.2 Teori (yayılma).....	44
1.4.3 Yaklaşım Limitleri.....	48
1.4.3.1 Bir Boyutlu Yaklaşım Limitleri.....	48
1.4.3.2 İki Boyutlu Yaklaşım Limitleri	52

1.4.4	İki Boyutlu Morfolojik Hesap Prensipleri	54
1.4.4.1	Genel.....	54
1.4.4.2	Taban-Sınır Şartı	55
1.4.4.3	$c(x, z)$ ' nin Hesabı	55
1.5	Örnek Çalışmalar.....	57
1.5.1	Genel.....	57
1.5.2	Tana Nehri Örneği	58
1.5.2.1	Genel Tanımlama	58
1.5.2.2	İlk Yaklaşım	58
1.5.2.3	Nümerik Hesaplamalar	63
1.5.3	Pannerden Çatallanması	65
1.5.3.1	Genel Tanımlama	65
1.5.3.2	Nümerik Hesaplamalar	65
1.5.4	Taranmış Bir Hendekte Kumlanma.....	67
2.	NÜMERİK MODEL	69
2.1	Temel Bağıntılar.....	69
2.2	Nümerik Çözüm Şemaları	74
2.2.1	Su Yüzü Kabarma Eğrisi Fark Şeması	75
2.2.2	Katı Madde Hesabında Kullanılan Sonlu Fark Şeması (Preissmann Şeması)	77
2.2.3	Değiştirilmiş Preissmann Şeması	82
2.3	Nümerik Çözüm Algoritması	84
2.3.1	Su Yüzü Profiline ait Çözüm Algoritması.....	84
2.3.2	Katı Madde Hareketine ait Çözüm Algoritması.....	86
2.3.3	Akış Diyagramı	86
3.	HESAPLAMA SONUÇLARI ve TARTIŞMA.....	91
3.1	Hesaplama Kullarılan Veriler	91
3.2	Preissmann Çözüm Şeması (2.28 denklemi)	91
3.2.1	Sabit Debi ile Çözüm.....	91
3.2.2	Ortalama Yıllık Hidrograf ile Çözüm.....	95
3.3	Değiştirilmiş Preissmann Şeması ile Çözüm (2.43 denklemi)	95
3.3.1	Sabit Debi ile Çözüm.....	104
3.3.2	Ortalama Yıllık Hidrograf ile Çözüm.....	104
4.	SONUÇLAR	109
	KAYNAKLAR	111
	ÖZGEÇMİŞ	114

SİMGE LİSTESİ

a	Su derinliği
B	Akarsu genişliği
C	Yayılma hızı
C_e	Chezy katsayısı
CFL	Courant-Friedrichs Lewy
c	Konsantrasyon
D	Tane çapı
e	Porozite
$erfc$	Hata fonksiyonu
Fr	Froude sayısı
H	Üçgen kum eşiğin yüksekliği
h	Su seviyesi ($h = z_b + a$)
I	Akarsu taban eğimi
L	Akarsu uzunluğu / Dalga boyu
L_m	Karakteristik uzunluk
Q	Akarsu debisi
q	Birim akarsu debisi
q_s	Birim katı madde debisi
R	Sürtünme terimi
Re	Reynold sayısı
r	Courant sayısı
s	Katı madde debisi
t	Zaman
u	Akım hızı
x	Konum
z_b	Taban seviyesi
α	Sönümlenme
ϵ_s	Difüzyon katsayısı (katı madde için)
ϵ	Momentum katsayısı
ϕ	Rölatif hızlar
κ	Difüzyon katsayısı (von Karman sabiti)
Λ	Boyutsuz uzunluk
λ	Laplace sabiti
ν	Kinematik viskozite
ρ	Suyun özgül ağırlığı
ρ_s	Katı madde özgül ağırlığı
ω_s	Çökelme hızı
ψ	Boyutsuz taşınım parametresi

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1.1	Kesit..... 3
Şekil 1.2	Sabit taban için hızlar 8
Şekil 1.3	Rölatif hızlar (de Vries, 1969)..... 10
Şekil 1.4	$Fr < 1$ için muhtemel şemalar..... 11
Şekil 1.5	Akarsu kıvrımlarında faz farkları 14
Şekil 1.6	Tanımlanan kesit 21
Şekil 1.7	x-t diyagramı 30
Şekil 1.8	Çatallanma 33
Şekil 1.9	Taranmış çukur..... 35
Şekil 1.10	Sonlu fark şeması 36
Şekil 1.11	" $\epsilon_s / (u_* a) = f [z / a]$ " bağıntısı (Coleman,1970) 45
Şekil 1.12	" $\epsilon_s / (u_* a) = f [z / a]$ " bağıntısı, (Enoree Akarsuyu)(Anderson'un ölçümleri,1942;Coleman,1970)..... 46
Şekil 1.13	c (x, z) uygulaması..... 49
Şekil 1.14	Adaptasyon uzunluğu (Kerssens, 1974) 51
Şekil 1.15	Taşınımın sınıflandırılması..... 52
Şekil 1.16	Yüzey erozyonunun tanımlanması 53
Şekil 1.17	Tana Nehri havzası 59
Şekil 1.18	Savak kesiti..... 62
Şekil 1.19	Pannerden çatallanması 66
Şekil 1.20	Taban seviyelerinin hesabı 67
Şekil 1.21	Dizayn dalgası 68
Şekil 1.22	Taranmış hendekte kumlanma (Kerssens, 1979)..... 68
Şekil 2.1	Akarsu boy kesiti 69
Şekil 2.2	Akarsuda seçilen kontrol kesit..... 70
Şekil 2.3	Su yüzü profili 77
Şekil 2.4	Preissmann sonlu fark şeması..... 78
Şekil 2.5	Diferansiyel denklemlerin çözüm karakteristiği..... 79
Şekil 2.6	Argand diyagramı 82
Şekil 2.7	Düşük mertebeden terimlere ait sonlu fark şeması..... 83
Şekil 2.8	Su yüzü denklemine ait çözüm ağı 85
Şekil 2.9	Katı madde denklemine ait çözüm ağı 86
Şekil 2.10	Akış diyagramı..... 87-90
Şekil 3.1	Preissmann şemasının sabit debi ile çözümü..... 92
Şekil 3.2	Preissmann şeması (2.28 denklemi), sabit debi ile, (i) için taban seviyeleri..... 93
Şekil 3.3	Preissmann şeması (2.28 denklemi), sabit debi ile, (i) için taban seviyesi değişimleri 94
Şekil 3.4	Preissmann şeması (2.28 denklemi), sabit debi ile, (ii) için taban seviyeleri..... 96
Şekil 3.5	Preissmann şeması (2.28 denklemi), sabit debi ile, (ii) için taban seviyesi değişimleri 97
Şekil 3.6	Preissmann şeması (2.28 denklemi), sabit debi ile, (iii) için taban seviyeleri..... 98

Şekil 3.7	Preissmann şeması (2.28 denklemi), sabit debi ile, (iii) için taban seviyesi değişimleri	99
Şekil 3.8	Ortalama yıllık birim hidrograf	100
Şekil 3.9	Preissmann şeması (2.28 denklemi), birim hidrograf ile, (iii) için taban seviyeleri.....	101
Şekil 3.10	Preissmann şeması (2.28 denklemi), birim hidrograf ile, (iii) için taban seviyesi değişimleri	102
Şekil 3.11	Değiştirilmiş Preissmann şemasının çözümü	103
Şekil 3.12	Değiştirilmiş Preissmann şeması ile çözümde (2.43) fark denkleminin uygulanması.....	103
Şekil 3.13	Değiştirilmiş Preissmann şeması (2.43 denklemi)(Şekil 3.11 şeması), birim hidrograf ile, (iv) için taban seviyeleri	105
Şekil 3.14	Değiştirilmiş Preissmann şeması (2.43 denklemi) (Şekil 3.11 şeması), birim hidrograf ile, (iv) için taban seviyesi değişimleri	106
Şekil 3.15	Değiştirilmiş Preissmann şeması (2.43 denklemi) (Şekil 3.12 şeması), birim hidrograf ile, (iv) için taban seviyeleri	107
Şekil 3.16	Değiştirilmiş Preissmann şeması (2.43 denklemi) (Şekil 3.12 şeması), birim hidrograf ile, (iv) için taban seviyesi değişimleri	108



ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 1.1 Bütünleyici hata fonksiyonları.....	24
Çizelge 1.2 $L_m=200$ km için morfolojik zaman ölçeği (de Vries, 1975).....	25
Çizelge 1.3 Tana Nehri ortalama aylık debi değerleri (Q_i : m ³ /sn).....	59
Çizelge 1.4 Nanigi' den geri çekilmesi tasarlanan debi değerleri (ΔQ_i : m ³ /sn)	61
Çizelge 1.5 Maksimum oyulma (m)	64



ÖNSÖZ

Akarsu Morfolojisi konusunda hazırladığım yüksek lisans tezime değerli katkılarından dolayı, hocalarım Prof. Dr. Yalçın Yüksel ve Yrd. Doç. Dr. Yeşim Çelikoğlu' na teşekkürlerimi sunarım.

Haziran, 2001

İnş. Müh. F. Mehmet YAZICIGİL



ÖZET

Doğal akarsularda katı madde hareketi nedeniyle taban seviyelerinde değişimler olmaktadır. Bilindiği gibi bu taban seviyeleri değişimleri hidrolik mühendisliğinin en önemli konularından biridir.

Böyle bir problemin çözümünü kesin ve tam olarak veren bir yöntem bulmak, bugün için mümkün değildir. Ancak gerek fiziksel ve matematiksel model yöntemleri ve gerekse ampirik veya yarı ampirik bağıntıları kullanmak suretiyle problemin yaklaşık çözümünü elde etmek mümkündür.

Bu çalışmada katı madde hareketi sonucu meydana gelen taban alçalma ve yükselmelerinin matematiksel model yöntemleriyle yaklaşık çözümünün verilmesine çalışılmıştır.

Çalışmanın 1. bölümünde akarsu morfolojisi ile ilgili hesaplamalar için genel bilgiler verilmiştir.

Çalışmanın 2. bölümünde su ve katı madde hareketine ait hareket ve süreklilik denklemleri verilmiştir. Bu bağıntılar yardımıyla olayı tarifleyen matematiksel model ortaya konmuştur. Ortaya konan matematiksel modelin sayısal yöntemlerle çözümü verilmiştir. Hazırlanan bilgisayar programı içinde su yüzü hesabı, su hareketine ait hareket ve süreklilik denklemlerinden elde edilen adi diferansiyel denklemin çözümü Runge-Kutta yöntemi ile, katı madde hareketine ait hesaplar ise, sayısal çözüm için Preissmann tarafından teklif edilen kapalı şema kullanılarak yapılmıştır.

Çalışmanın 3. bölümünde, çözüm için hazırlanan bilgisayar programı ("fortran" dilinde hazırlanan program) seçilen başlangıç ve sınır şartları için çalıştırılarak test edilmiş ve test şartlarında olayın yapısına uygun sonuçlar elde edilmiştir.

Son olarak 4. bölümde, yapılan çalışmaların sonuçları topluca verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Akarsu morfolojisi, katı madde taşınımı, hesaplamalı akarsu hidroliği.

ABSTRACT

The bed levels keep changing due to the sediment transport in natural rivers. As already known these bed level changes are among the most important subjects of the hydraulic engineering.

Today it is impossible to find a process that solves this problem exactly. However, by means of the use whether physical and mathematical modelling processes or empirical and semi-empirical connections, it is possible to acquire an approximate solution of problem.

In this study, it is tried to supply the approximate solution of riverbed degradation and aggradation due to sediment transport, by the use of numerical methods.

In the first part of study, general information for the morphological computations are given.

In the second section the equations of motion and continuity for water and sediment are given. Then a suitable mathematical model is formed between these equations. And the numerical processes have given solution of the mathematical model. In the computer program that has been prepared, the computation of backwater profile, Runge-Kutta Process solves the solution of the ordinary differential equation that is acquired from the equation of motion and continuity for water and sediment; and the computations of sediment solved by the implicit scheme that was suggested by Preissmann, for numerical solution.

In the third section, the computer program (the program that has been prepared in Fortran) has been tested by running it within the chosen the initial and the boundary conditions and results that are compatible to structure of the incident have been acquired under the test conditions.

In the last part of the study, the conclusions have been given.

Keywords: River morphology, sediment transport, computational river hydraulics.

1.GİRİŞ

Pek çok hidrolik mühendisliği probleminin ancak model çalışmalarıyla çözümlenebildiği, bugün bilinen bir gerçektir. Bu nedenledir ki model çalışmalarının önemi gittikçe artmakta ve gerçek çözüme daha yakın yaklaşık çözüm verebilecek model tekniklerinin geliştirilmesine çalışılmaktadır. (de Vries, 1981)

Hidrolik mühendisliğinde problemlerin çözümü için genel olarak üç ayrı model tekniği kullanılmaktadır.

- i) Hidrolik (Fiziksel) modeller
- ii) Analog modeller
- iii) Matematiksel modeller

Hidrolik modeller su hareketine etkili olan parametrelerin bilinmesiyle gerçekleştirilebilir ve bu parametreler arasındaki bağıntıların tam olarak bilinmesine gerek yoktur. İstenen çözümler doğrudan modelden elde edilebilir. Hidrolik modelde genellikle özel bir problemin çözümü gerçekleştirilebilir ve bu çözüm başka problemlere uygulanamaz. Bu bakımdan çalışmalar bittikten sonra model yıkılır. Diğer taraftan laboratuvarlarda bu tip modeller için ayrılan alan ile personel, ekonomik ve teknik nedenlerle kısıtlıdır.

Analog modeller ayrıca su hareketiyle ilgili parametreler arasındaki bağıntıların bilinmesini gerektirir. Bu bakımdan her türlü hidrolik problemlerine uygulanamaz. Örneğin hareketli tabanlı akarsu problemleri.

Matematiksel modeller de yine su hareketiyle ilgili parametreler arasındaki bağıntıların bilinmesini gerektirir. Bu bağıntılar genellikle su hareketini belirleyen diferansiyel denklemlerdir. Bu tip modellerin büyük bir avantajı, diferansiyel denklemlerin verilen her probleme uygulanabilir oluşu ve hidrolik modellerde olduğu gibi model inşa alanının ve personel imkanlarının sınırlı olmayışıdır. Diğer taraftan bu modeller sadece özel bir problemin çözümünde kullanılmayıp aynı tip bütün problemlerin çözümünde de kullanılabilirler. Bu bakımdan hidrolik modellere nazaran çok daha ucuzdurlar. Özellikle bir akarsu veya akarsu sistemleri için modeli yapılacak kısım oldukça büyük ise matematiksel modeller daha ilgi çekici olmaktadır. Gerçekte çok büyük bir sahanın hidrolik modelini yapmanın imkanı da yoktur.

Bu çalışmada akarsu hidroliğinde oldukça önemli bir problem olan ve katı madde hareketi sonucu meydana gelen taban alçalma (degradation) ve yükselmelerinin (aggradation) matematiksel modeli üzerinde durulacak ve bu modelin sayısal yöntemle çözümü verilerek elde edilen neticeler karşılaştırılacaktır.

Akarsu mühendisliğinde zamana bağımlı morfolojik hesaplamalar doğal sebeplerden ve/veya insan müdahalesinden dolayı oluşan erozyon ve yığılmanın matematiksel olarak belirlenmesinde önemli rol oynar. Akarsulardaki morfolojik hesaplamalar oldukça karmaşıktır. Bu nedenle, probleme matematiksel olarak yaklaşabilecek iyi bir şemaya ihtiyaç vardır.

Öncelikle açık kanallardaki katı madde taşınımı ile ilgili temel bilgilere ihtiyaç vardır. Fiziksel olayın anlaşılması çok önemlidir, çünkü hesapların sonuçlarını yorumlamamıza yardımcı olacaktır. 1981'den bu zamana kadar morfolojik hesaplama ile ilgili önemli miktarda çalışma mevcuttur. Bunlar dikkatlice göz önüne alınacaktır. Thomas'ın (1979) morfolojik hesaplama için verdiği "Hec 6" programı buna bir örnek olarak alınabilir.

Bu bölümde hem analitik hem de nümerik modeller anlatılacaktır. Bunların birbirlerini tamamlayıcı oldukları söylenebilir:

-Analitik Modeller, akarsu geometrisiyle ilgili kesin bir şemaya ihtiyaç duyarlar. Ayrıca geliştirilen diferansiyel denklemler (yüksek mertebeden non-lineer olan) boyutsuz hale getirilmiştir. Bunun yanı sıra birçok durumda akarsu rejimi de şemalaştırılmalıdır. Bunların avantajları; fiziksel olayın daha iyi anlaşılması ve nümerik etkilerin bulunmamasıdır.

-Nümerik Modeller, tam tersi karakteristiklere sahiptirler. Bunların avantajları; temel denklemlerin lineer olmayan terimlerini göz önüne almalarıdır. Bu non-lineerlik bilgisayar programlarının geliştirilmesinde ve nümerik analizlerde önemli rol oynayan akarsu morfolojisi ve katı madde taşınımında önceden var olan bir problemdir.

Burada üç önemli durum esas alınmıştır:

1-Taban malzemesi üniform olmalıdır.

2-Akarsu şevleri sabit olmalı veya aşınması, akarsu tabanının aşınmasına göre ihmal edilecek düzeyde olmalıdır.

3-Hesaplamalarda, akarsu kesitinin taban seviyesi göz önüne alınmalıdır.

1.1 Temel Kavramlar

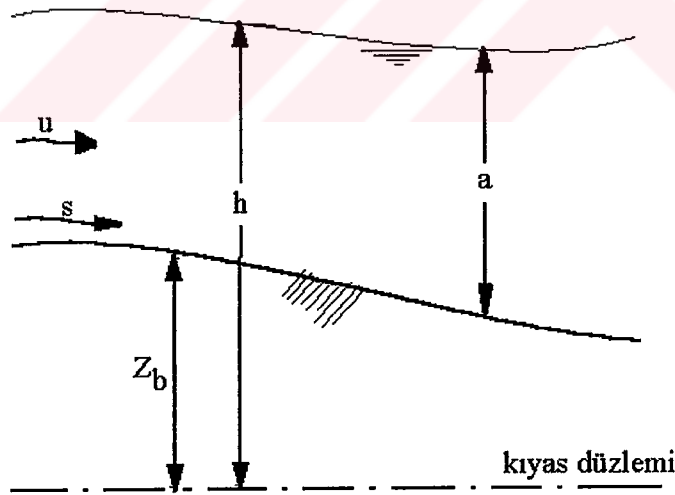
1.1.1 Genel

Bir akarsu tabanının morfolojik davranışını anlayabilmek için öncelikle aşağıda verilen şema incelenmelidir. Düzgün, geniş, alüvyonlu bir kanalı göz önüne alalım, bu kanalın birim genişliği için, zaman (t) ve konum (x) bağımsız değişkenlerdir.

Bağımlı değişkenler ise aşağıdaki gibidir (Şekil 1.1);

- akım hızı $u(x,t)$
- katı madde debisi $s(x,t)$
- su derinliği $a(x,t)$
- taban seviyesi $z_b(x,t)$

Bazı durumlarda su seviyesi $h = z_b + a$ olarak alınmıştır.



Şekil 1.1 Kesit

Bir sonraki bölümde bu dört bağımlı değişken için temel denklemler tartışılacaktır. Bunlar iki fazlı su ve katı maddenin, hareket ve süreklilik denklemleridir. Bu da göstermektedir ki, tam bir denklem sistemi oluşturmak için bu denklemlere bazı bağımlı değişkenleri eklemek gerekmektedir. Eklenebilecek değişkenler şunlardır:

- tane çapı $D_{50} = D_{50}(x,t)$

-chezy katsayısı $C_e = C_e(x,t)$

-akarsu genişliği $B = B(x,t)$

Bu denklemler kolay yazılamamaktadır, bu nedenle D_{50} , C_e ve B' nin sabit değerleri için kısıtlamalar getirilmiştir. İlerleyen bölümlerde, sistem incelenecektir (de Vries, 1965, 1969).

1.1.2 Temel denklemler

Dört bağımlı değişken (u , s , a ve z_b) kullanılarak, su ve katı madde için yazılan hareket ve süreklilik denklemleri oluşturulmuştur.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial a}{\partial x} + g \frac{\partial z_b}{\partial x} = R \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial a}{\partial x} = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} = 0 \quad (1.3)$$

$$s = f(u, \text{parametreler}) \quad (1.4)$$

Notlar:

- 1- (1.1) denkleminin sağ tarafı sürtünme terimidir ($R = -gu^2 / C_e^2 a$).
- 2- (1.2) denklemi, katı maddenin mevcut olmadığı düşünülerek yazılan suyun süreklilik denklemdir. Katı madde-su karışımı durumunda (1.2) denkleminin sol tarafına $\partial z_b / \partial t$ terimi eklenir. Bunun etkisi aşağıda verilen analizler için ihmal edilebilir.
- 3- (1.3) denkleminde suda askıda bulunan katı madde miktarının zamanla değişimini gösteren terim ihmal edilmiştir. Genellikle s/q' nun küçük değerlerinde bu terim diğerlerine göre ihmal edilir.
- 4- Bu durumda, (1.4) denklemi, katı madde debisi için özgün bir ifade değildir. Katı madde debisinin (s), akım hızı ve diğer parametrelere (tane çapı, tane yoğunluğu, pürüzlülük vb.) bağlı olduğu gösterilmiştir. Diğer parametreler, bağımsız değişken olarak göz önüne alınmışlardır.

(1.3) ve (1.4) denklemi kolaylıkla aşağıdaki gibi bir arada yazılabilir:

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{df(u)}{du} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1.5)$$

(1.1), (1.2) ve (1.5) denklemleri; u , z_b ve a 'nın kısmi türevlerinden oluşan üç lineer denklemdir. Bunların yanı sıra toplam diferansiyeller du , da ve dz_b de yazılabilir.

$$dt \frac{\partial u}{\partial t} + dx \frac{\partial u}{\partial x} = du \quad (1.6)$$

$$dt \frac{\partial a}{\partial t} + dx \frac{\partial a}{\partial x} = da \quad (1.7)$$

$$dt \frac{\partial z_b}{\partial t} + dx \frac{\partial z_b}{\partial x} = dz_b \quad (1.8)$$

(1.1), (1.2), (1.5), (1.6), (1.7) ve (1.8) denklemleri, altı kısmi türevli altı lineer denklem sistemi oluştururlar. Bu sistem tedirginliklerin yayılma olasılıklarını kolayca analiz etmek için kullanılabilir. Altı kısmi türevden birinde süreksizliğin gelişimini göz önüne alalım. Bu, türevlerin çözümlerinin belirsizliği ile gösterilebilir. Eğer $df(u) / du = f_u$ ise, bu sistem matris formda yazılır:

$$\begin{vmatrix} 1 & u & 0 & g & 0 & g \\ 0 & a & 1 & u & 0 & 0 \\ 0 & f_u & 0 & 0 & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \partial u / \partial t \\ \partial u / \partial x \\ \partial a / \partial t \\ \partial a / \partial x \\ \partial z_b / \partial t \\ \partial z_b / \partial x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R \\ 0 \\ 0 \\ du \\ da \\ dz_b \end{vmatrix} \quad (1.9)$$

Cramer determinant kuralına göre bu belirsizlik, pay ve paydanın kaybolmasından oluşmaktadır. Eğer;

$$\begin{vmatrix} 1 & u & 0 & g & 0 & g \\ 0 & a & 1 & u & 0 & 0 \\ 0 & f_u & 0 & 0 & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} = 0 \quad (1.10)$$

ise kısmi türevlerdeki süreksizlikler ifade edilebilmektedir. $dt \neq 0$ ve $C = dx/dt$ için şunu verir:

$$-C^3 + 2uC^2 + (ga - u^2 + gf_u) C - ug f_u = 0 \quad (1.11)$$

Bu ifadeden, üç boyutsuz parametre tanımlanmaktadır, bunlar;

$$\begin{aligned} \text{rölatif hız} & : \phi = C/u \\ \text{Froude sayısı} & : Fr = u / \sqrt{ga} \\ \text{boyutsuz taşınım parametresi} & : \psi = f_u/a \end{aligned} \quad (1.12)$$

'dir.

(1.11) ve (1.12) denklemlerinin bir arada yazılmasıyla:

$$\phi^3 - 2\phi^2 + (1 - Fr^{-2} - \psi Fr^{-2})\phi + \psi Fr^{-2} = 0 \quad (1.13)$$

denklemini verir. (1.13) denklemini incelemeden önce şu hususlar dikkate alınmalıdır:

1-Zamansal gelişimde yalnızca Cramer Kuralı'nın paydası kullanılmıştır. Cramer Kuralının payını takip eden şartlar daha fazla dikkat gerektirir.

2-Eğer $f(u)$, herhangi bir taşınım formülü yaklaşımında basit bir kuvvet kanunu olarak kullanılmışsa, ψ parametresi netleşir;

$$s = f(u) = m u^n \quad (1.14)$$

burada m ve n taşınım ile ilgili bütün parametrelerin (u dışında) fonksiyonlarıdır. Bu, basitçe şöyle gösterilmiştir:

$$\psi = n \frac{s}{q} \quad (1.15)$$

Bu nedenle ψ , genellikle katı madde taşınımı ile su taşınımı arasındaki oran ile orantılıdır. Orantılılık katsayısı, (1.14) denklemindeki n üsteline eşittir. Kabaca $O(n) = 5$.

(1.13) denkleminin incelenmesi aşağıdaki bilgileri verir:

-Sabit taban,

Sabit taban durumuna, $fu = 0$ (taşınım yok) veya (1.13) denkleminde $\psi = 0$ konduğunda ulaşılır.

$$\phi_{1,2} = 1 \pm Fr^{-1} \quad \phi_3 = 0 \quad (1.16)$$

Veya boyutsal formda;

$$C_{1,2} = u \pm \sqrt{ga} \quad C_3 = 0 \quad (1.17)$$

Böylelikle su seviyesinde küçük tedirginliklerin neden olduğu hızlar tekrar bulunmuş olur.(1.16) denklemindeki bu iki ϕ değerinin değişimi Şekil 1.2’de gösterilmiştir.

-Hareketli taban,

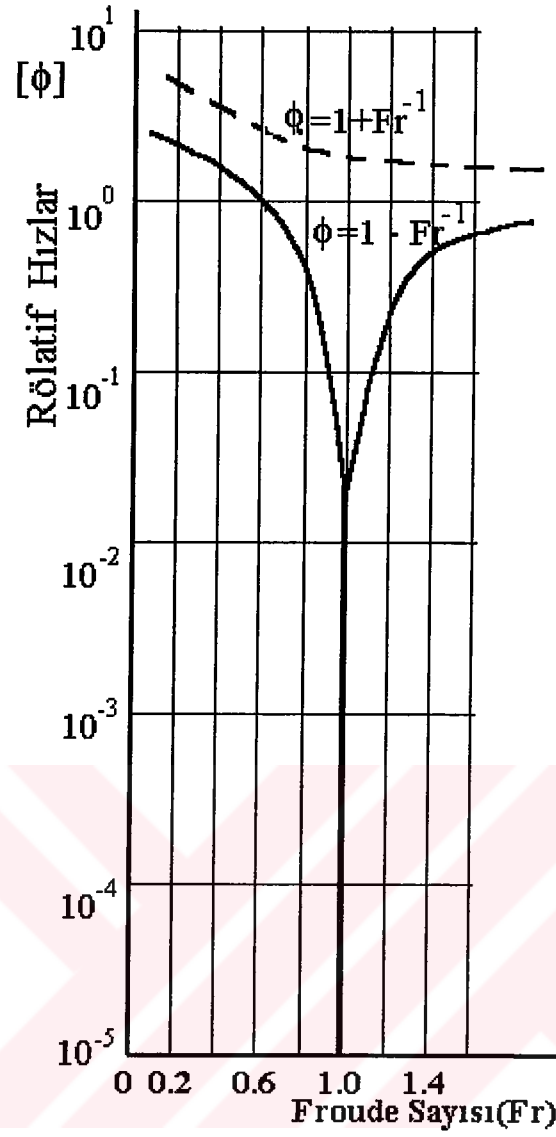
Gerçekçi durumlarda (ψ ’nin küçük değerlerinde ve çok büyük olmayan Fr sayılarında, ikisi de pozitif olarak), (1.13) denkleminin üç gerçek kökü vardır. Bunlar, ψ ve Fr ’nin belirli değerleri için hesaplanabilir. $|\phi| = f\{\psi, Fr\}$ grafiksel olarak Şekil 1.3’de verilmiştir.

Açıkça görülmektedir ki, büyük olmayan Froude sayıları için su seviyesindeki küçük rahatsızlıkların rölatif hızları temsil eden ϕ_1 ve ϕ_2 değerleri, ψ ’den etkilenmezler.

$\psi = 0$ durumunda;

$$\phi_{1,2} = 1 \pm Fr^{-1} \quad (1.18)$$

yazılabilir.(1.13) denkleminde;



Şekil 1.2 Sabit taban için hızlar

$$-\phi_1 \phi_2 \phi_3 = \psi Fr^{-2} \quad (1.19)$$

olduğu görülür, veya (1.18) ve (1.19) denklemleri bir arada yazılırsa;

$$\phi_3 = \frac{\psi Fr^{-2}}{-(1 - Fr^{-2})} = \frac{\psi}{1 - Fr^2} \approx \psi \quad (1.20)$$

elde edilir. (1.20) denkleminde $Fr^2 \ll 1$ olduğu kabul edilmiştir. Buradan; akarsu tabanındaki küçük bir tedirginliğin oluşturduğu rölatif hız, ψ 'ye eşit ve pozitiftir. $\phi_3 \ll |\phi_{1,2}|$ olduğu Şekil 1.3'de açıkça görülmektedir.

-Kritik akış için (1.13) denklemi basitleştirilirse ($Fr = 1$)

$$\phi^3 - 2\phi^2 - \psi\phi + \psi = 0 \quad (1.21)$$

elde edilir. Şekil 1.3'den de görüldüğü gibi, bu durumda ϕ_1 , ψ tarafından etkilenmemektedir. Böylece $\phi_1=2$ ve $-\phi_1\phi_2\phi_3 = \psi$ yazılırsa;

$$-\phi_2\phi_3 = \frac{1}{2}\psi \quad (1.22)$$

bulunur. Yine Şekil 1.3'den; $Fr = 1$ için $|\phi_2|$ ve $|\phi_3|$ hemen hemen eşittir.

$$\phi_{2,3} \approx \pm \sqrt{\frac{1}{2}\psi} \quad (1.23)$$

-Sel rejimli akım ($Fr>1$) için ve Şekil 1.3'de kritik akışa çok yakın olmayan akımda, denklemin iki kökü akarsu tabanının hareketliliğinden etkilenmez. Bu durumda su seviyesi için iki hız da pozitiftir. Ancak akarsu tabanındaki küçük bir tedirginliğin oluşturduğu hız olarak da tanımlanan üçüncü kök negatiftir.

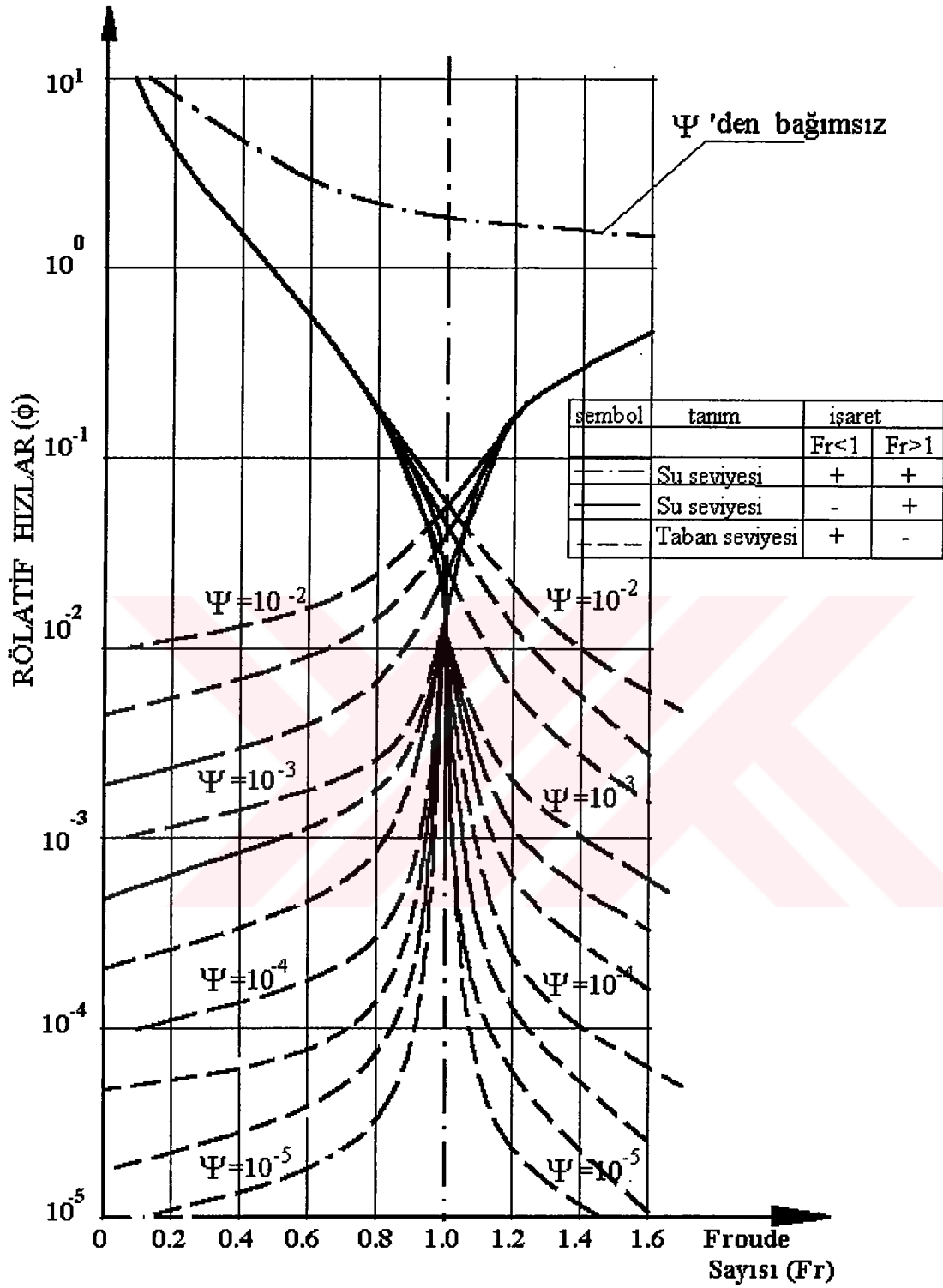
$$-\phi_1\phi_2\phi_3 = \psi Fr^{-2} \quad (1.24)$$

Bu; akış doğrultusuna ters olarak yayılan ters eşiklerin davranışına uygundur.

Tekrar Şekil 1.3'e dönersek, artan Froude sayıları için şunları ifade edebiliriz; ψ 'nin gerçekçi değerleri için su yüzeyinin pozitif hızı, tabanın hareketinden etkilenmemektedir. Diğer iki hız ise rolleri değiştirirler. $Fr \ll 1$ için negatif yüzey hızı, $Fr \gg 1$ için negatif taban hızı olur. Diğer taraftan $Fr \ll 1$ için pozitif taban hızı, $Fr \gg 1$ için pozitif yüzey hızı olur.

Kritik akışta ϕ_2 ve ϕ_3 hızları yüzeyde ve tabanda $Fr = 1$ için mutlak değerce eşit olur.

Hızlar hakkında yukarıda anlatılanlar bizi (1.9) denklem sisteminin büyük olmayan Froude sayıları için azaltılabileceği fikrine götürür (de Vries, 1965).



Şekil 1.3 Rölatif hızlar (de Vries, 1969)

$Fr^2 \ll 1$ durumunda tabanın hareketi, su hareketini etkilemez.

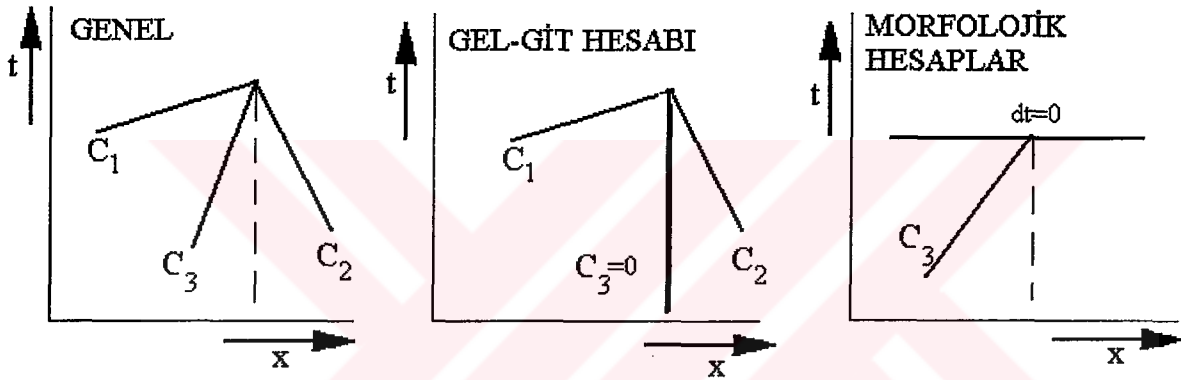
Şekil 1.4'de, hareketli tabana sahip bir açık kanalda tedirginliklerin yayılması x-t düzlemi üstünde görülmektedir. İki ekstrem şema da mümkündür:

i) Gel-git hesaplamaları

Genellikle gel-git hesaplamaları için $|C_{1,2}| \gg C_3$ ve $C_3 = 0$ kabul edilir. Başka bir deyişle, gel-git hesaplamaları için akarsu tabanının hareketliliği ihmal edilir. Şekil 1.3 çok büyük olmayan Froude sayıları için bunu göstermektedir.

ii) Morfolojik hesaplamalar

Eğer akarsu tabanındaki değişimler zamana bağlı olarak inceleniyorsa çok farklı bir şema oluşturmak mümkündür. Bu durumda $|C_{1,2}| \gg C_3$ ’ den $|C_{1,2}| \rightarrow \infty$ veya $dt = 0$ alırsak. Böylece akım yarı kararlı kabul edilebilir veya diğer bir deyişle debi x ’e bağlı değildir.



Şekil 1.4 $Fr < 1$ için muhtemel şemalar

Bu duruma, hareket denklemindeki $\partial u / \partial t$ ’yi ve süreklilik denklemindeki $\partial a / \partial t$ ’yi ihmal ederek de ulaşabiliriz

Böylece, çok büyük olmayan Froude sayıları için:

$\begin{vmatrix} 0 & u & 0 & g & 0 & g \\ 0 & a & 0 & u & 0 & 0 \\ 0 & f_u & 0 & 0 & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix}$	$= \begin{vmatrix} \partial u / \partial t \\ \partial u / \partial x \\ \partial a / \partial t \\ \partial a / \partial x \\ \partial z_b / \partial t \\ \partial z_b / \partial x \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} R \\ 0 \\ 0 \\ du \\ da \\ dz_b \end{vmatrix}$	(1.25)
--	--	---	--------

elde edilir.

Daha önce bulunan karakteristik hızlar, (1.25) denklemindeki ana determinant sıfıra eşitlenerek tekrar hesaplanabilir. Bu da bize şunları verir:

$$dt = 0 \text{ için } \phi_{1,2} \rightarrow \pm\infty \quad (1.26)$$

ve

$$\phi_3 = \frac{C_3}{u} = \frac{\psi}{1 - Fr^2} \approx \psi \quad (1.27)$$

Büyük olmayan Froude sayıları için, denklem sistemi aşağıdaki duruma indirgenir;

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial a}{\partial x} + g \frac{\partial z_b}{\partial x} = R \quad (1.28)$$

$$ua = q(t) \quad (1.29)$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} = 0 \quad (1.30)$$

$$s = s(u) \quad (1.31)$$

a ve s'nin elimine edilmesiyle; u ve z_b 'ye bağlı iki diferansiyel denklem kalır:

$$\left[u - \frac{gq}{u^2} \right] \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial z_b}{\partial x} = R \quad (1.32)$$

ve

$$\frac{df}{du} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0 \quad (1.33)$$

Notlar:

1- (1.32) denklemi, kabarma eğrisi gibi uygun bir sınır şartıyla tanımlanabilen adi diferansiyel denklemdir.

2- (1.2) denkleminde $\partial a / \partial t$ 'yi ihmal edersek;

$$a \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial a}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

veya

$$q = q(t)$$

elde edilir. Böylece q zamanla değişebilir fakat her x için sabittir. Bu, pratik uygulamalar için önemlidir.

1.1.3 Sınırlamalar

Yukarıda verilen temel koşulların doğal bir akarsuya uygulanmasında çok dikkatli olunmalıdır. Kıvrımlı, alüvyal bir akarsu göz önüne alındığında;

1-Erozyona uğramış şevler

Doğal kanallar için şevlerin aşınması önemli olabilir. Bu yüzden, $B(x,t)$ genişliğinin ekstra bağımlı bir değişken olacağı bir ek denkleme ihtiyaç duyulmaktadır. Şu ana kadar bu denklem bilinmemektedir ve bu yüzden yukarıda verilen teori, şevlerin sabit olduğu veya aşınmaya karşı dayanıklı olduğu durumlarla sınırlandırılmıştır.

2-Kıvrımlar

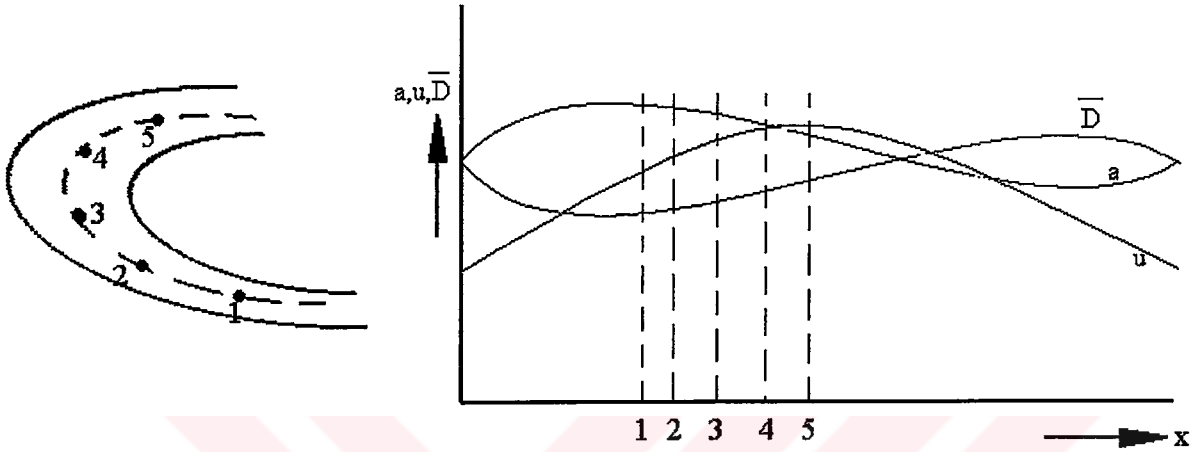
Yukarıdaki anlatımlar düzgün bir kanal için verilmiştir. Oysa ki doğada kıvrımlı kanallar mevcuttur. Bunun birçok sonucu vardır. Şekil 1.5’de gösterildiği gibi, şevlere paralel bir çizgi boyunca derinlik (a), akım hızı (u) ve tane çapı ($\bar{D}$) arasında faz farkı bulunmaktadır (de Vries, 1961). Akım yönünde derinlik, şevdeki kıvrımın ilk noktasında reaksiyon vermektedir. Akım hızı ikinci noktada değişmeye başlamakta ve tane çapı ($\bar{D}$) ise en son sırada yer almaktadır.

Bu faz farkı genellikle saçılımın büyük olması nedeni ile direkt gözlemlerden bulunamaz. Bununla birlikte istatistiksel metotlar kullanılabilir. Sonuç olarak, ana değerler olan $\bar{a}$, $\bar{u}$ ve $\bar{D}$ ’nin aynı yerde olmayacağı belirtilmiştir. Böylelikle taşınım formülünün uygulanabilirliği sınırlanmıştır (bu formül genellikle laboratuvarında suni kanalda elde edilmiştir).

Ayrıca kıvrımlı kanalın varlığı temel şartlardan sayılmaz, değişen debi nedeniyle akarsu en kesitindeki taban seviyesi değişimleri oluşmaz.

3-Katı maddenin sınıflandırılması

$s = f(u, \text{parametreler})$ ve $u = u(x,t)$ taşınım formüllerine göre, taban malzemesinin yeterince üniform olduğu ve karakteristik tane çapının ($\bar{D}$ veya D_{50}) zamanla ve konumla değişmediği kabul edilmiştir. Bu da gösterir ki, tane sınıflanması oyulma ve yığılma sırasında ihmal edilebilir. Bundan dolayı zırhlama tanımlanmamıştır.



Şekil 1.5 Akarsu kıvrımlarında faz farkları

Eğer sınıflanma işlemi göz önüne alınırsa denklemler çok karmaşık hale gelir.

-Katı maddenin süreklilik denklemi her tane boyutu için ayrı ayrı yazılmalıdır.

-Aynı şekilde, her sınıfa ait boyut için farklı taşınım formülü yazılmalıdır.

4-Taşınım tipleri

Temel düşünceler, yerel katı madde taşınımının, yerel hidrolik şartlarının bir fonksiyonu olduğu düşünülerek çıkarılmıştır. Bu, taban malzemesinin (sürüntünün) taşınımı etkilediği durumlarda doğru gözükmemektedir. Eğer askı yükü de göz önüne alınırsa bu kabul geçersiz olur. Bu konu Bölüm 1.3'te anlatılmaktadır.

5-Alüvyonal pürüzlülük

Hidrolik pürüzlülük (Chezy katsayısı olarak da gösterilir), aynı zamanda bağımlı bir değişkendir. Kararlı akım için pürüzlülük bellidir. Bu tam doğru değildir. Kolombiya'daki Magdalena Nehri'ndeki ölçümler, büyük bir dağılım göstermiştir. C_e 'nin değişken olduğu ve kararlı duruma ait pürüzlülüğün kullanıldığı morfolojik bir çalışma Chollet ve Cunge (1980) tarafından yapılmıştır. Kararsız akıma ait pürüzlülük ile ilgili çalışmalar hala devam

etmektedir.

6-Trapez kanal

Eğer akarsuyun genişlik/derinlik oranı büyükse, rölatif hız ϕ_3 , küçük Froude sayıları için taşınım parametresine ($\psi = a^{-1} ds/du$) eşit olur (bakınız Denklem 1.20).

Trapez kanalın taban genişliği B ve şev eğimleri 1:p (yatay:düşey) olduğunda,
 $s = m u^n$ için;

$$\phi_3 = \frac{S}{Q} \left[n + \frac{2p(\beta + p)}{\beta^2} \right]$$

$\beta = B/a \rightarrow$ genişlik/derinlik oranı

7-Taşınım formülü

Bazı taşınım formülleri, akım hızındaki ve derinlikteki taşınımı ifade ederler (diğer parametreler sabit tutulur). Büyük olmayan Froude sayıları için yukarıda verilen ϕ_3 analizleri biraz değişir, çünkü $\partial s/\partial a \neq 0$ olmalıdır. ψ biraz farklı tanımlanırsa, denklem 1.27 tekrar elde edilir;

$$\psi = \frac{\partial s / \partial u}{a} - \frac{\partial s / \partial a}{u}$$

1.2 Analitik Modeller

1.2.1 Genel

Akarsularda morfolojik işlemler için temel denklemlerin analitik çözümünde aşağıdaki kabuller yapılmıştır.

1-Su hareketi yarı-kararlı bir harekettir. Bundan dolayı denklemlerdeki $\frac{\partial u}{\partial t}$ ve $\frac{\partial a}{\partial t}$ terimleri diğer terimlere göre ihmal edilebilir.

2-Froude sayısı ve ψ parametresi yeterince küçük olarak kabul edilir, böylece ψ , su seviyesinde değişime neden olan C_1 ve C_2 hızlarını etkilemez.

Analitik modeller, morfolojik olayların anlaşılması için daha uygundur ve iyi bir şemaya ihtiyaç duyarlar. Öncelikle geometri incelenir. Böylece diferansiyel denklemler analitik çözümleri mümkün kılmak için boyutsuz hale getirilirler. Bu da lineer olmayan diferansiyel denklemlerden dolayı büyük bir engel teşkil etmektedir.

1.2.2 Basit-Dalga Modeli

1.2.2.1 Teori

(1.32) ve (1.33) denklemlerinden, $\frac{\partial u}{\partial x}$ terimi elimine edilerek, birinci mertebeden diferansiyel z_b denklemi türetilir, z_b yerine z yazılarak aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \left[\frac{g \, df / du}{gq / u^2 - u} \right] \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{R \, df / du}{gq / u^2 - u} \quad (1.34)$$

$$\frac{g \, df / du}{\frac{gq}{u^2} - u} = \frac{u \, df / du \, a^{-1}}{1 - \frac{u^2}{ga}} = u \frac{\psi}{1 - Fr^2} = C \quad (1.35)$$

(1.34) denklemi şöyle de yazılabilir:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + c \frac{\partial z}{\partial x} = R \frac{C}{g} \quad (1.36)$$

$$R = -g \frac{u|u|}{C_e^2 a} \quad (1.37)$$

Bu bize (1.38) denklemini verir.

$$\frac{\partial z}{\partial t} + C \frac{\partial z}{\partial x} = -C \frac{u|u|}{C_e^2 a} = \alpha \quad (1.38)$$

(1.38) denklemi basit dalga denklemidir. Burada C taban dalgalarının yayılmasını $z(x,t)$ belirler, α sönümlenmeyi göstermektedir. $\alpha = 0$ için sönümlenme olmaksızın bir taban

dalgası tanımlanmıştır. Bu aşağıdaki gibi gösterilebilir, $z=z(y)$ 'nin $y= x-Ct$ ile birlikte (1.38) denkleminin bir çözümü olduğu kabul edilirse;

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{dz}{dy} \frac{\partial y}{\partial t} = -C \frac{dz}{dy} \quad (1.39)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{dz}{dy} \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{dz}{dy} \quad (1.40)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} + C \frac{\partial z}{\partial x} = -C \frac{dz}{dy} + C \frac{dz}{dy} = 0 \quad (1.41)$$

elde edilir.

Not:

(1) (1.38) denkleminin analitik çözümler için kullanılabilmesi, ancak denklem boyutsuz ise uygundur. Bu da C ve α değerlerinin sabit olduğunu göstermektedir.

1.2.2.2 Uygulama

Basit dalga denklemleri, taban şeklinden dolayı taban malzemesi taşınımının değişimini incelemek için kullanılabilirler. Hidrolik direnç ihmal edilirse, taban şeklinin C_b hızıyla yayıldığı kabul edilerek;

$$\frac{\partial z}{\partial t} + C_b \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \quad (1.42)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} = 0 \quad (1.43)$$

Bunların bir arada yazılmasıyla:

$$\frac{\partial s}{\partial x} - C_b \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \quad (1.44)$$

bulunur.İntegrasyonu alınırsa:

$$\int_0^x \frac{\partial s}{\partial x'} dx' = C_b \int_0^x \frac{\partial z}{\partial x'} dx' \quad (1.45)$$

$$s(x) = C_b z(x) + s_0 \quad (1.46)$$

Eğer integrasyon askıda taşınımın (s_0) mevcut olduğu çukurda ($z=0$) başlarsa, bu taban şeklinin yayılmasında önemli olmaz. Bu askı malzemesi ihmal edilirse, taban seviyesindeki değişim doğrudan taşınımdaki değişimi etkiler. Veya, üçgen kum eşiği için;

$$s_{tepe} = 2\bar{s} \text{ ve } \bar{s} = \frac{1}{2} C_b H \quad (1.47)$$

elde edilir.

Burada H, üçgen eşiğin yüksekliğini gösterir. Pratikte;

$$s_{tepe} \approx 1.8\bar{s} \text{ ve } \bar{s} \approx 0.6 C_b H \quad (1.48)$$

dir.

1.2.3 Parabolik Model

1.2.3.1 Teori

(1.32) ve (1.33) denklemlerinden türetilen parabolik model basit dalga modelinden daha geniş bir uygulama alanına sahiptir. Vreugdenhil ve de Vries (1973) tarafından verilen diferansiyeller burada anlatılacaktır.

Tabanın geçiş durumları sırasında su hareketinin kararlı ve üniform olduğu kabul edildiğinde hareket denklemi aşağıdaki denkleme indirgenir.

$$-g \frac{u|u|}{C_e^2 a} = g \frac{\partial z}{\partial x} \quad (1.49)$$

veya

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{u^3}{C_e^2 q} \quad (1.50)$$

böylece

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -3 \frac{u^2}{C_e^2 q} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.51)$$

birlikte yazılırsa

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{df(u)}{du} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1.52)$$

$\frac{\partial u}{\partial x}$ elimine edilebilir. Bu bizi parabolik diferansiyel denkleme götürür:

$$\frac{\partial z}{\partial t} - K \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \quad (1.53)$$

$$K = \frac{1}{3} \frac{C_e^2 q df(u)/du}{u^2} = \frac{1}{3} \frac{u ds/du}{i_0} \frac{u_0^3}{u^3} \quad (1.54)$$

Burada 0 indisi orijinal (üniform) durumu göstermektedir. Boyutsuzlaştırmadan sonra, $u \approx u_0$ için,

$$K \approx \frac{1}{3} \frac{u ds/du}{i} \quad (1.55)$$

veya özellikle $s = m u^n$ için

$$K \approx \frac{1}{3} n \frac{s}{i} \quad (1.56)$$

dir.

Parabolik model, Culling (1960) tarafından niteliksel olarak türetilmiştir. Bununla beraber, difüzyon katsayısı K için bir ifade elde edilememiştir. Ashida ve Michue (1971) tarafından bulunan ifadeler (1.53) ve (1.54) denklemlerine benzerdir. Ancak türetme esnasında çok erken boyutsuzlaştırılmışlar ve bu nedenle (1.55) denklemindeki $\frac{1}{3}$ yerine $\frac{1}{2}$ katsayısı elde edilmiştir. Bu da göstermiştir ki (Vreugdenhil ve Vries, 1973), parabolik model, x'in büyük değerleri için geçerlidir (Başparmak kuralında olduğu gibi).

$$x > 3a/i \quad (1.57)$$

a/i 'nin, su seviyesindeki değişimin a derinliğine eşit olduğu akarsuyun L uzunluğu kadar olduğu not edilmiştir.

Her ne kadar, parabolik modelin pratik problemler için uygulanabilirliği kısıtlanmış ise de, bu model en gerçekçi sonucu veren modeldir. Bu, parabolik modelin (1.49) ve (1.52) denklemlerinden türetilmesi sırasında açıklık kazanır, çünkü bu denklemler x 'e bağlı diferansiyeller içermektedir. Zaman terimi t ; parametre olarak kabul edilir. Bu yüzden parabolik model genel olarak:

$$\frac{\partial z}{\partial t} - K(t) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \quad (1.58)$$

dir.

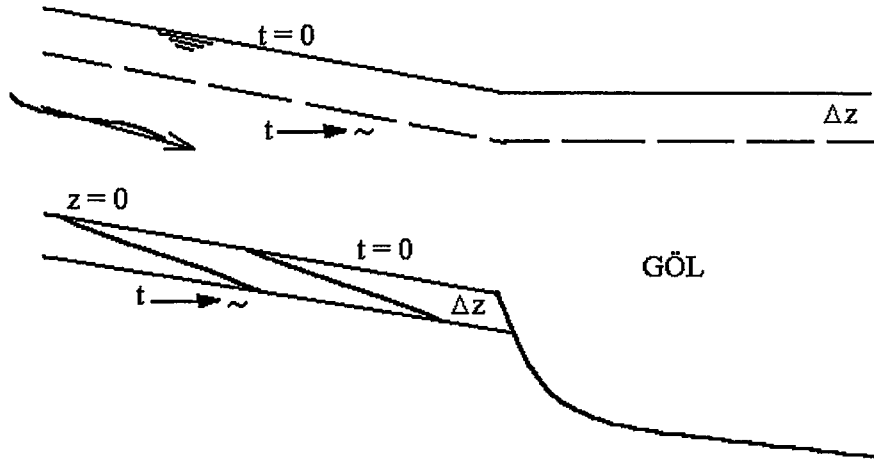
Böylece bu model akarsu rejimi için $z(x,t)$ 'nin davranışını incelemeye kullanılabilir ise de, (1.57) denkleminin kısıtlandırması sonucunda (1.58) denklemini büyük mesafeler ve büyük zamanlar için kullanılır. Akarsuda kabarma nedeniyle su yüzü değişimini ihmal etmek, parabolik model için önemlidir.

1.2.3.2 Morfolojik Zaman Ölçeği

Parabolik modelin değişik bir uygulaması, akarsu tabanının oyulması ve yığılması için morfolojik zaman ölçeğinin belirlenmesidir (de Vries, 1973a , 1975).

Bir akarsu düşünelim ve bu akarsuyun bir göle boşaldığını farz edelim (Şekil 1.6).

$t=0$ anında göldeki su seviyesinin Δz kadar düştüğünü kabul edelim. Bu, akarsu tabanının $t \rightarrow \infty$ için Δz kadar alçalmasına sebep olur.



Şekil 1.6 Tanımlanan kesit

Bu durumda x değerlerini mimbada pozitif ve orijinal taban seviyesi boyunca $z=0$ almak uygun olur. Bunun diferansiyel denkleme hiçbir etkisi olmaz. Böylece $z(x,t)$ aşağıdaki denklemden türetilir.

$$\frac{\partial z}{\partial t} - K \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \quad (1.59)$$

Sınır şartları:

$$z(x, 0) = 0 \quad (1.60)$$

$$z(0, t) = -\Delta z H(t) \quad (1.61)$$

Burada $H(t)$, Heaviside fonksiyonudur (Birim adım fonksiyonu). Çözüm Laplace dönüşümleri uygulanarak elde edilebilir:

$$\bar{z} = \int_0^{\infty} e^{-pt} z(x, t) dt \quad (1.62)$$

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial x} = \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{\partial z}{\partial x} dt = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} e^{-pt} z dt = \frac{\partial \bar{z}}{\partial x} \quad (1.63)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial x^2} \quad (1.64)$$

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial t} = \int_0^{\infty} e^{-pt} (\partial z / \partial t) dt = e^{-pt} \bar{z} \Big|_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} \bar{z} e^{-pt} dt \quad (1.65)$$

Kısmi integral alınarak ($\int u dv = u v - \int v du$) (1.65) denkleminde $\frac{\partial \bar{z}}{\partial t} = p \bar{z}$ yazılırsa;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-pt} \bar{z} = 0 \quad \text{ve} \quad \lim_{t \rightarrow 0} e^{-pt} \bar{z} = 0 \quad (1.66)$$

Burada (1.60) denkleminin sınır şartı kullanılmıştır. Dönüştürülmüş diferansiyel denklem şu şekli alır:

$$p \bar{z} - K \frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial x^2} = 0 \quad (1.67)$$

Bu; adi diferansiyel denklemdir ve çözümleri:

$$\bar{z}(x, p) = A_1(p) \exp(\lambda_1 x) + A_2(p) \exp(\lambda_2 x) \quad (1.68)$$

(1.67) ve (1.68) denklemlerinin bir arada yazılmasından;

$$p - K\lambda^2 = 0 \quad (1.69)$$

veya

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{p}{K}} \quad (1.70)$$

λ 'nın pozitif değeri (λ_1), $\bar{z}$ 'in sonsuz büyük değerlerine götürür. Bu yüzden bu zorluğun üstesinden gelebilmek için $A_1(p)=0$ seçilmelidir. Sınır şartının eklenmesi ile denklem şu hale gelir:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \bar{z}(x, t) = 0 \quad (1.71)$$

İntegrasyon sabiti $A(p)$ (1.61) denklemindeki sınır şartının dönüştürülmesi ile türetilir.

$$\bar{z}(0, t) = \int_0^{\infty} e^{-pt} (-\Delta z) H(t) dt = -\Delta z \int_0^{\infty} e^{-pt} dt = -\frac{\Delta z}{p} \quad (1.72)$$

(1.68) denklemiyle birlikte

$$\bar{z}(0, p) = -\frac{\Delta z}{p} = A_2(p)$$

(1.67) denklemin çözümü böylece aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\bar{z}(x, p) = -\frac{\Delta z}{p} \exp\left[-x \sqrt{\frac{p}{K}}\right] \quad (1.73)$$

Bir fonksiyonun Laplace dönüştürmesi aşağıdaki gibi ifade edilmiştir (Carslaw ve Jaeger, 1963).

$$\operatorname{erfc} \frac{a}{2\sqrt{t}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{a/2\sqrt{t}}^{\infty} \exp(-u^2) du \quad (1.74)$$

$$\frac{\exp(-a\sqrt{p})}{p} \quad (1.75)$$

$$a = x / \sqrt{K} \quad (1.76)$$

Sonuçta çözüm şu şekli alır

$$z(x, t) = -\Delta z \operatorname{erfc}\left[\frac{x}{2\sqrt{Kt}}\right] \quad (1.77)$$

(1.74) denkleminde tanımlanan hata fonksiyonu (erfc) bazı değerler için hesaplanmıştır. Bazı datalar (Çizelge 1.1)'de verilmiştir.

Çizelge 1.1 hata fonksiyonlarının özelliklerini göstermektedir.

Çizelge 1.1 Bütünleyici hata fonksiyonları

y	-1.0	-0.5	-0.2	-0.1	0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0
Erfc y	1.84	1.52	1.22	1.11	1.00	0.89	0.78	0.48	0.16	0.005

$$\text{erfc}(-y) = 2 - \text{erfc}(y) \quad (1.78)$$

1.2.3.1 bölümünde gösterildiği gibi, parabolik model değişken debi için de geçerlidir ($K=K(t)$).

Bu durumda çözüm (1.77) denklemi yerine aşağıdaki gibi olur:

$$z(x, T) = -\Delta z \text{erfc} \left[\frac{x}{2\sqrt{\int_0^T K(t)dt}} \right] \quad (1.79)$$

(1.79) denklemi kullanılarak morfolojik zaman ölçeğini tanımlamak için aşağıdaki şekilde düşünülebilir. Standart bir uzunluk L_m farz edelim. Şu soru sorulabilir:

“ $x=L_m$ kesitinde akarsu tabanının sonuç değerinin %50 kadar alçalması (yani $\frac{1}{2}\Delta z$) ne kadar sürer (T_m)?”

Çizelge 1.1’den (1.79) denklemindeki hata fonksiyonu 0.5 olmalıdır. Böylece;

$$L_m \approx \sqrt{\int_0^{T_m} K(t)dt} \quad (1.80)$$

T_m yerine yıl sayısını N_m koymak uygun olur. (1.56) denklemiyle açıklarsak:

$$Y = \int_0^{1YIL} K(t)dt \approx \frac{1}{3} \frac{n}{Bi} \int_0^{1YIL} S(t)dt \quad (1.81)$$

burada B akarsu genişliğini göstermektedir. (1.81) denkleminin son integrali yıllık katı madde

taşınımını göstermektedir. (1.80) ve (1.81) denklemiyle birlikte;

$$N_m = \frac{L_m^2}{Y} \quad (1.82)$$

Çizelge 1.2’de bazı akarsular için morfolojik zaman ölçeği verilmiştir. Karakteristik uzunluk L_m 200 km alınmıştır. Bu da parabolik modeli uygun yapmak için gereklidir. Çizelge 1.2’de bazı durumlarda L_m ’in çok küçük seçilmiş olduğuna dikkat edilmelidir.

Çizelge 1.2 $L_m = 200$ km için morfolojik zaman-ölçeği (de Vries, 1975)

AKARSU	KESİT Denizden yaklaşık uzaklık	D mm	İ *10 ⁻⁴	3a/i km	Nm Yüzyıllar
Rhine (Netherlands)	Zaltbommel	2	1.2	100	20
Magdalena (Columbia)	Puerto Berrio (730 km)	0.33	5	30	2
Danube (Hungary)	Dunaremete (1826 km)	2	3.5	40	10
	Nagymaros (1695 km)	0.35	0.8	180	1.5
	Dunaujvaros (1581 km)	0.35	0.8	180	1.5
	Baja (1480 km)	0.26	0.7	210	0.6
Tana (Kenya)	Bura (230 km)	0.32	3.5	50	2
Apure (Venezuela)	San Fernando	0.35	0.7	200	4.4
Mekong (Thailand)	Pa Mong	0.32	1.1	270	1.3
Serang (Indonesia)	Godong	0.25	0.25	50	2.0

Not:

- (1) Çizelge 1.2’de adı geçen akarsular, zaman ölçeğinde hayli farklılıklar göstermektedir. Örneğin Tuna Nehri (River Danube) morfolojik zaman ölçeğinin bir yerden bir yere farklı olabildiğini göstermektedir, çünkü eğim ve tane çapı değişmektedir.
- (2) N_m değerlerinin doğruluğu, direkt olarak yıllık sediment debisinin doğruluğuna bağlıdır.

1.2.3.3 Tartışma

Parabolik modelin başka bir kullanımını anlatmak için Soni vd. (1980) yayını incelenmelidir. Araştırmacılar, sonsuz uzun bir akarsu için $x=0$ ’da katı madde taşınımından dolayı akarsu tabanındaki değişimleri deneysel olarak incelemişlerdir. Bu katı madde taşınımı akarsu tabanının yükselmesine neden olur. Murthy (1973) tarafından Brahmaputra’da bir örnek verilmiştir. Bu da büyük debilerde su seviyesinin artmasına ve taşkın probleminin oluşmasına neden olmaktadır.

Soni vd., parabolik modeli kendi ölçümleri için kullanmışlardır. (1.77) denkleminde verildiği gibi aynı analitik çözümü bulmuşlardır. Artık Δs , daha büyük değerler alır. Küçük x ve t değerlerini dikkate alarak deneylerinde akarsu kollarının etkilerini göz önüne almışlardır. Ölçtükleri değerler, orijinal üniform durum için K değerini esas alan tahminden elde edilmiştir. Teori ve deneysel verileri, K değerlerini düzelterek bir araya getirmişlerdir. Bu düzeltme deneylerden çıkarıldığı için, analitik modelin belirleyici değerini de azaltmışlardır. Aslında Soni vd., bir eğri oluşturmuşlardır.

Gill (1980) tarafından gösterilmiştir ki; Soni vd.’nin ölçülen ve hesaplanan taban seviyeleri arasındaki zıtlık büyük değerlerin olduğu noktadaki doğru sınır şartını koyarak azaltılabilir. Bu durumda açıkça görülmektedir ki, denklemlerin lineer olmayışı ve geri dönen suyun etkisi, iyi bir çözüm bulmaya engel olmamaktadır.

1.2.4 Hiperbolik Modeller

Parabolik modelin dezavantajı (sadece rölatif olarak çok büyük mesafelerde geçerli olması), bizi üniform akım kabulü olmadan sonuca ulaşmaya itmektedir (Vreugdenhil ve de Vries, 1973). Bu uzun sonuç burada tekrar çıkarılmayacaktır. Sonuçta K için çok komplike bir ifade oluşmaktadır. K ’nın boyutsuzlaştırılmasından sonra (1.55) ve (1.56) denklemlerindeki ifadeler

tekrar elde edilmiştir.

Hiperbolik model, taban seviyesi için şu denkleme ulaşır:

$$\frac{\partial z}{\partial t} - K \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{K}{C} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial t} = 0 \quad (1.83)$$

Uygulamadan önce K ve C için aynı ifade kullanılmıştır. (1.83) denkleminin türetilmesinde sabit debi kabul edilmiş, böylece parabolik modelin tersine, bu hiperbolik model değişen debi için kullanılamamaktadır.

Aşağıdaki hatırlatmalar yapılabilir:

(1) Asimptotik durumlar

Vreugdenhil (1979, 1981), boyutsuz parametre $\frac{K}{CL}$ kullanılırken iki extrem durumun ortaya çıktığını göstermiştir Burada L, taban seviyesi değişiminin uzunluk ölçeğidir (Dalga uzunluğu).

- $\frac{K}{CL} \ll 1$ için (1.83) denkleminin son terimi diğer terimlere göre ihmal edilebilir. Parabolik modelin sonucu

$$\frac{\partial z}{\partial t} - K \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \quad (1.84)$$

- $\frac{K}{CL} \gg 1$ için (1.83) denklemindeki ilk terim ihmal edilebilir. Eğer (1.83) denklemini şu şekilde yazarsak daha kolay görülebilir.

$$\frac{C}{K} \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial z}{\partial t} + C \frac{\partial z}{\partial x} \right\} = 0 \quad (1.85)$$

Böylelikle basit dalga denklemi oluşur.

$$\left\{ \frac{\partial z}{\partial t} + C \frac{\partial z}{\partial x} \right\} = \text{sabit} \quad (1.86)$$

$\frac{K}{CL}$ parametresi önemli bir rol oynamaktadır. Eğer boyutsuz uzunluk $\Lambda = \frac{Li}{a}$ kullanılırsa, $Fr^2 \ll 1$ için (1.20) ve (1.55) denklemlerinden

$$\frac{K}{CL} = \frac{K}{\psi uL} \cong \frac{1/3 u ds/du}{i u L ds/du} a = \frac{a}{3iL} = \frac{1}{3\Lambda} \quad (1.87)$$

elde edilir.

Su seviyesindeki değişimlerin derinliğe eşit olduğu uzunluk, taban seviyesindeki değişimlerin uzunluğuna eşitse $\Lambda = 1$ olmaktadır. Λ 'nın küçük değerleri için (yerel taban seviyesi değişimleri) sürtünme terimi genellikle ihmal edilebilir ($R \rightarrow 0$) ve sonra (1.38) denklemi (basit dalga denklemi) sağ tarafındaki difüzyon olmadan geçerli olur. Buna rağmen hala deformasyon olabilir, çünkü c genelde sabit değildir. Λ 'nın büyük değerleri için (taban seviyesi büyük mesafelerde değişir) sürtünme önemlidir, ancak bir yaklaşım olarak akım üniform düşünülebilir. Bu durumda parabolik denklem uygulanabilir. Eğer analitik çözümler isteniyorsa, taban seviyesi değişimleri çok küçük olmalıdır.

(2) Hiperbolik modelin kullanılması

Analitik çözüme ulaşmak için hiperbolik model sınırlı bir uygulamaya sahiptir. Sabit bir debiye ihtiyaç duyulması bir dezavantajdır. Dahası analitik çözümler, sadece sınırlı sayıdaki problemler için elde edilebilir. Denklemi kullanmak zordur. İkinci mertebeden kısmi diferansiyel denklem kullanmak yerine su ve taban seviyesi için birinci mertebeden kısmi diferansiyel denklem kullanmak daha kolay olur (de Vries, 1980).

1.3 Nümerik Modeller

1.3.1 Giriş

Oyulma ve yığılma için temel denklemlerin nümerik çözümü, bizi akarsu mühendisliği için taban seviyesi, su derinlikleri ve su seviyelerinin tahmininde istenen bilgilere götürür.

Bu bölümde nümerik yaklaşım için bazı bilgiler verilecektir. Bu da, tek uzamsal boyutlu durumlarla sınırlandırılmıştır. Bunun dışında akım yarı – kararlı kabul edilmiştir. Bu nedenle birim genişlik için aşağıdaki denklemler kullanılmıştır.

$$\left[u - \frac{gq}{u^2} \right] \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = R \quad (1.88)$$

$$\frac{df}{du} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \quad (1.89)$$

Burada $f(u)$, taşınım fonksiyonudur. Bu denklemler bağımlı değişkenler $u(x,t)$ ve $z(x,t)$ ile yazılmıştır. Eğer istenirse diğer bağımlı değişkenler $a(x,t)$ ve $s(x,t)$, $q=u.a$ ve $s=f(u)$ denklemlerinden türetilirler.

(1.88) ve (1.89) denklemlerine dayanan nümerik modelin pratik uygulamaları için uygun sınır şartlarının dikkatlice formüle edilmesi gerekir. Bölüm 1.3.2’de bu konu incelenmektedir. Bölüm 1.3.3’de karakteristikler metoduyla çözüm incelenecek, Bölüm 1.3.4’de ise bu denklemler sonlu farklar metodu ile çözülecektir.

1.3.2 Sınır Şartları

1.3.2.1 Genel

(1.88) ve (1.89) denklemleri, $0 < x < 1$ aralığı için çözülmelidir. Burada bir takım sınır şartlarına ihtiyaç vardır.

1-Başlangıç sınır şartı

(1.88) denklemi, kabarma eğrisinin adi diferansiyel denklemini göstermektedir. $t=0$ anında taban seviyesi $z(x,0)$ bilinmektedir.

2-Mansap sınır şartı

$x=L$ noktasında herhangi bir t anında, ilgili q için su seviyesi bilinmektedir. Başka bir deyişle anahtar eğrisi, $x=L$ noktasında bilinmektedir. Açık ki, $x=L$ noktasında taban seviyesi

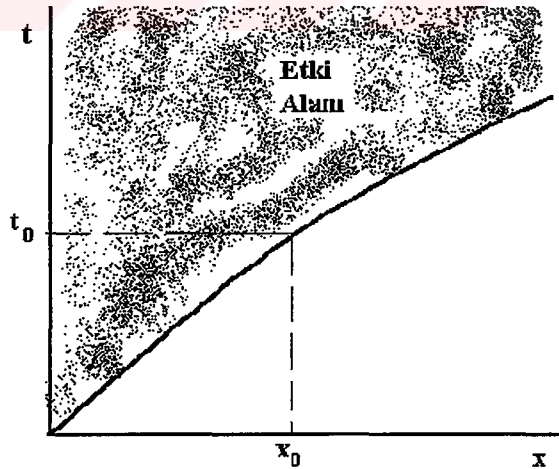
değişirse, $t=0$ noktasında eğri artık geçerli olmaz. Pratikte bu , mansap sınırının anahtar eğrisinin zamanla değişmediği $h(L,t)$ mansap sınır şartının gerektiğini gösterir.

3-Memba sınır şartı

Öncelikle memba tarafında ($x=0$), $q(t)$ debisi bilinmelidir. Bilinen $z(x,t)$ taban seviyeleri için (1.88) denklemini $h(L,t)$ 'nin yardımıyla çözmek mümkün olmaktadır.(1.89) denklemi de mansap sınır şartına ihtiyaç duymaktadır. $s(0,t)$ 'nin bilinmesi yeterlidir. $s=f(u)$ ile bağıntı kabul edildiğinde, $s(0,t)$ 'nin bilinen bir değeri $u(0,t)$ 'ye çevrilebilir.

Bazı durumlarda $s(0,t)$ yerine taban seviyesi $z(0,t)$ bilinmektedir. Bunun yeterli olduğu kolayca gösterilmektedir. Eğer su seviyesi $h(0,t)$ mansap sınır şartı olarak tanımlanırsa, $z(0,t)$ bilinen değeri $a(0,t)$ 'ye dönüşür. Böylece $q=u$ a yardımıyla yine $u(0,t)$ elde edilir.

$s(0,t)$ veya $z(0,t)$ gerekli şartları bazen zorluklara yol açmaktadır. Memba sınır şartındaki herhangi bir hata, $x-t$ diyagramında orijin $(0,0)$ 'dan itibaren yayılır (Şekil 1.7). Bu yüzden $x=x_0$ noktasında çözüm $t>t_0$ için etkilenmektedir. $x=0$ noktası seçilirken, $0<x<L$ aralığı içindeki noktalarda tahmin yeterince uzun zaman aralığında yapılabilir.



Şekil 1.7 x-t diyagramı.

1.3.2.2 İç Sınırlar

Akarsu boyunca bazı yerler özel dikkat gerektirebilir. Tek boyutlu hesaplamada giriş, debinin süreksiz olduğu bir noktayla gösterilmektedir. Debi $x=x_0$ noktasında süreksizdir (Basit olması

için burada sabit alınmıştır). Katı madde geri çekilmez ve katı madde debisi $x=x_0$ 'da sürekli olur. Temel denklemler $0 < x < x_0$ ve $x_0 < x < L$ aralıklarında çözülmüşlerdir. $x=x_0$ noktasındaki şartlar iki bölgeyi bağlamak için kullanılabilir.

Mevcut iç sınır şartları birçok muhakemeden sonra bulunabilir. İç sınırın membasında $x=x_0$ noktasında (+) işareti ve mansapta (-) işareti ile aşağıdaki niteliksel sonuçlar verilebilir.

1- Debi	$Q_+ > Q_- = Q_+ - \Delta Q$	→ süreksiz
2- Katı Madde Debisi	$S_+ = S_-$ (geri almadan)	→ sürekli
3- Genişlik	$B_+ = B_-$	→ sürekli
4- Taşınım	$s_+ = s_-$, 2 ve 3'ün sonucu olarak	→ sürekli
5- Hız	$u_+ = u_-$, eğer $s=f(u)$ ve 4 geçerli ise	→ sürekli
6- Derinlik	$a_+ > a_-$, 1,3 ve 5'in sonucu olarak	→ süreksiz
7- Su seviyesi	$h_+ = h_-$ (hidrolik sıçrama olmadan)	→ sürekli
8- Taban seviyesi	$z_+ < z_-$, 6 ve 7'nin sonucu olarak	→ süreksiz

Niceliksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$Q_+ = Q_- + \Delta Q \quad (1.90)$$

veya $u_+ = u_-$ ile $B_+ = B_-$ alınırsa

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{Q_+ - Q_-}{Q_+} = \frac{a_+ - a_-}{a_+} = \frac{\Delta z}{a_+} \quad (1.91)$$

olur. Taban seviyesindeki süreksizlik Δz , debi ve orijinal derinlik verilerinden bulunabilir.

1.3.2.3 Örnekler

Burada sınır şartlarının bazı tipik örnekleri verilecektir.

--Baraj altındaki oyulma

Akarsuya sabit bir baraj yapıldığını düşünelim. Mansap oyulmasının hesaplanması gerekmektedir. Bu problemdeki uzunluk ölçeği bu morfolojik hesaplamada yerel oyulmanın

belirlenmesine izin vermemektedir. Burada baştan başa oyulma göz önüne alınmıştır. Barajdan ne kadar katı madde geçtiği bilinmelidir. Barajdan katı madde geçmediği için başlangıçta barajın mansabında ($x=0$) $s=0$ olacaktır, $s=f(u)$ için $x=0$ 'da hız kritik olmalıdır. $x=0$ 'da su seviyesi $0 < x \leq L$ aralığındaki taban seviyesiyle kontrol edilen kabarma eğrisinden bulunduğu için, taban seviyesi $x=0$ için aşağıdaki denklemden bulunur:

$$Q(0, t) = B(0, t) u_{cr}(0, t) [h(0, t) - z(0, t)] \quad (1.92)$$

Burada sadece $z(0, t)$ 'bilinmemektedir. $S(0, t) > 0$ için (1.92) denkleminde u_{cr} yerine $S(0, t)$ 'ye bağlı $u(0, t)$ terimi alınabilir.

--Birleşim yerleri

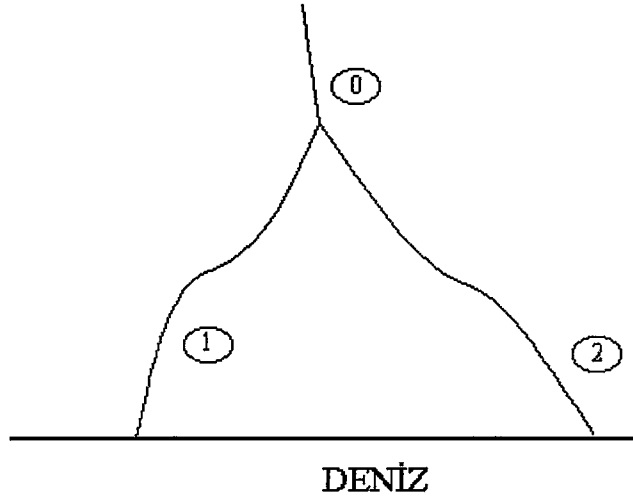
Bir birleşim yerinin hesabı, birleşim yerindeki şartların uygulanmasıyla yapılır. Debi ve katı madde taşınımının kütle – denge yaklaşımının yanında, birleşim yerinde su seviyesinin sürekli olduğu kabul edilir.

--İki kola ayrılma, çatallanma

Bir çatallanma olayını incelemek daha zordur. Şekil 1.8'de bir akarsu sistemi verilmiştir. Su ve katı madde dağılımı için şunlar söylenebilir. Üç kolda verilen taban seviyesi için Q_0 dağılımı Q_1 ve Q_2 'ye ayrılırken, çatallaşmada yalnızca tek su seviyesi varmış gibi düşünülür. Başka bir deyişle debi dağılımı 1 ve 2 kollarının tamamen iletilmesi ile hesaplanır. Diğer taraftan S_0 'ın S_1 ve S_2 'ye dağılımı, çataldaki yerel akım modeli tarafından elde edilir. Böylece çatallaşmanın geometrisinden S_1 / S_2 oranı belirlenir. Henüz S_1 / S_2 oranı çatallanma yakınındaki üç boyutlu olarak hesaplanan akım alanında elde edilememiştir. Bu nedenle S_1 / S_2 oranı için sınır şartı diğer bir yolla belirlenebilir. Prensipde iki yol bulunmaktadır.

1- S_0 , S_1 ve S_2 akarsularındaki direkt ölçümler. Bu veriler yalnızca gerçek durumlar için kullanılabilir. Eğer çatallaşma yakınındaki taban seviyesi değişirse S_1 / S_2 'de değişmektedir.

2-Taban seviyesini içeren geometri değişirse, S_1 / S_2 oranını belirlemek için bir hidrolik model kullanılabilir.



Şekil 1.8 Çatallanma

1.3.3 Karakteristikler Metodu

Uygun Froude sayıları için temel denklemlerin çözümü (1.88 ve 1.89 denklemleri), prensipte karakteristikler metodu yardımıyla da yapılabilir.

$$G = u - gq / u^2$$

tanımı yapılarak, (1.88) ve (1.89) denklemleri, toplam diferansiyel du ve dz ile birlikte aşağıdaki sistemi oluştururlar.

$$\begin{vmatrix} 0 & G & 0 & g \\ 0 & f_u & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \partial u / \partial t \\ \partial u / \partial x \\ \partial z / \partial t \\ \partial z / \partial x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R \\ 0 \\ du \\ dz \end{vmatrix} \quad (1.93)$$

(1.93) ifadesinin ana determinantı sıfıra eşitlenerek

$$dt = 0 \text{ ve } Gdx + f_u g dt = 0 \quad (1.94)$$

veya

$$C_3 = \frac{dx}{dt} = \frac{-f_u g}{u - gq / u^2} = \frac{\psi u}{1 - Fr^2} \quad (1.95)$$

elde edilir.

Cramer Kuralına göre bütün diğer determinantlar sıfır olmalıdır. Bu bizi x-t düzlemindeki karakteristikler boyunca geçerli olan bağıntılara götürecektir. Bu bağıntılar, adi diferansiyel denklemlerdir. $dt = 0$ boyunca akarsuyun kabarma eğrisinin diferansiyel denklemi geçerli olduğu için, bir karakteristik bağıntı direkt olarak bulunabilir.

($dt = 0$) için

$$\left[u - \frac{gq}{u^2} \right] \frac{du}{dx} + g \frac{dz}{dx} = -g \frac{u|u|}{C_e^2 a} \quad (1.96)$$

Diğer karakteristik sisteme ait karakteristik bağıntı (C_3 'ü takip eden) aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\begin{vmatrix} 0 & R & 0 & g \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ dt & du & 0 & 0 \\ 0 & dz & dt & dx \end{vmatrix} = dt (Rdx - gdz) = 0 \quad (1.97)$$

Bu yüzden $dt \neq 0$ için

$$\frac{dx}{dt} = \frac{fu}{a} \frac{u}{1 - Fr^2} \quad \text{için} \quad \frac{dz}{dt} = -\frac{u|u|}{C_e^2 a} \frac{dx}{dt} \quad (1.98)$$

$Fr^2 \ll 1$ için bu denklem aşağıdaki gibi olur:

$$dt = 0 \quad \text{için} \quad \frac{du}{dx} = \frac{u^2}{q} \frac{dz}{dx} + \frac{u^5}{C_e^2 q^2} \quad (1.99)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{u^2 f_u}{q} \quad \text{için} \quad \frac{dz}{dt} = \frac{-u^5 f_u}{C_e^2 q^2} \quad (1.100)$$

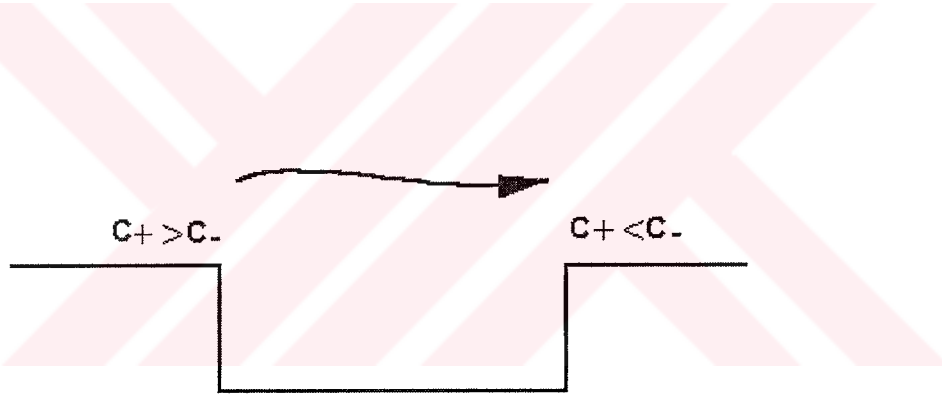
İlk hesaplamalar gerçekten karakteristikler metodu ile yapılmıştır (de Vries, 1965). Metot, doğruluk bakımından çok çekici olmasına rağmen, birçok dezavantajı vardır. Örneğin $x=x_0$ noktasında taban seviyesindeki (z) bir süreksizlik nedeniyle hız da süreksiz olur. Orijinal diferansiyel denklemler geçerli değildir. İki durum mümkündür:

1-Sabit bir konumda süreksizlik mevcuttur. $z_+ < z_-$ girişinde $x=x_0$ iç sınırıyla, şartlar şok

uygulaması için kullanılmıştır. Hiçbir ciddi zorlukla karşılaşılmamıştır.

2-Süreksizlik, zamanın bir fonksiyonu olarak hareket etmektedir. Bu durumda hesaplamalar sırasında şokun yeri araştırılmalı ve şok uygulaması yapılmalıdır. Bu da bilgisayar programında çok yer tutar ve çok sayıda enterpolasyon gerekir. Fark metodu yardımıyla otomatik bir işlem daha uygun olabilir (Bölüm 1.3.4). Şekil 1.9'da hareket eden bir şok örneği verilmektedir.

Akım doğrultusuna dik oluşturulmuş bir çukur mansaba doğru hareket ederken yavaş yavaş dolacaktır. Hatırlanması gerekir ki, Bölüm 1.1.2'de yapılan kabuller altında yalnızca hakim taban malzemesi durumu göz önüne alınmıştır. Memba sınırında $C_+ > C_-$ olur, bu da eğimin mümkün olduğunca dik oluşacağını gösterir (doğal eğim). Mansap sınırında $C_+ < C_-$ olur. Burada eğim yavaş yavaş azalır. Bu, gaz dinamiğindeki genişleme dalgasına benzerdir.



Şekil 1.9 Taranmış çukur

1.3.4 Sonlu Farklar

1.3.4.1 Genel

Karakteristikler metodunun yukarıda anlatılan dezavantajları, bizi temel denklemlerin çözümünde sonlu farkları kullanmaya itmiştir. Açık ve kapalı metotlar kullanılabilir. C_3 küçük olduğu için açık şemanın kullanılması genellikle mümkündür (büyük zaman adımları Δt alınabilir). Diğer bir deyişle zaman adımı, sınır şartı $Q(0,t)$ için verilenden daha büyük olabilir.

Burada yalnızca geliştirilmiş Lax-Şeması'nın iki versiyonu anlatılacak ve diğer şemalar hakkında kısa bilgiler eklenecektir.

İki temel denklem [(1.88) ve (1.89)], aşağıdaki alternatif adımlarla uygun sınır şartlarını kullanarak çözülmüştür.

I. Adım: Denklem (1.88)'den bilinen bir z değeri için u hesaplanır.

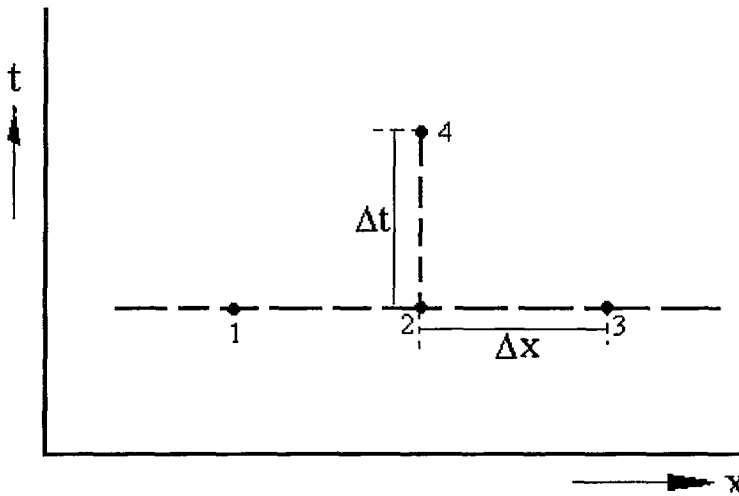
II. Adım: Denklem (1.89)'dan bilinen bir u değeri için z hesaplanır.

Birinci adım, fazla dikkat gerektirmemektedir. Kabarma eğrisi için herhangi uygun bir nümerik şema kullanılabilir. İkinci adım korunum kanununu tarifleyen bir diferansiyel denklemin çözümünü dikkate almaktadır (katı madde süreklilik denklemi).

(1.89) denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (1.101)$$

1.3.4.2 Geliştirilmiş Lax-Şeması (sabit θ)



Şekil 1.10 Sonlu fark şeması

Lax şeması, bazı değişiklikler ile (1.101) denklemini çözmek için kullanılabilir (Vreugdenhil ve de Vries, 1967). Şekil 1.10'da $\frac{\partial z}{\partial t}$ ve $\frac{\partial f}{\partial x}$, 'nin her ikisi de sonlu farklarla ifade edilmiştir.

Aşağıdaki fark denklemi kullanılmıştır.

$$\frac{z_4 - \left\{ \frac{1}{2} \theta z_1 + (1 - \theta) z_2 + \frac{1}{2} \theta z_3 \right\}}{\Delta t} + \frac{f_3 - f_1}{2 \Delta x} = 0 \quad (1.102)$$

Burada θ katsayısı her x için sabit, fakat zamanın bir fonksiyonudur. (1.101) ve (1.102) denklemleri arasındaki bağıntı, (1.102) denklemindeki z_4 , z_1 ve z_3 'ün Taylor serisine açılımı ile açıklanabilir. Örneğin

$$z_4 = z(x, t + \Delta t) = z(x, t) + \Delta t \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{2} (\Delta t)^2 \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + 0 \{ (\Delta t)^3 \} \quad (1.103)$$

Bu bize

$$\frac{\partial z}{\partial t} \approx \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{2} (\Delta t) \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + 0 \{ (\Delta t)^2 \} - \frac{1}{2} \theta \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + 0 \{ (\Delta x)^3 (\Delta t)^{-1} \} \quad (1.104)$$

verir. Aynı şekilde

$$\frac{f_3 - f_1}{2 \Delta x} \approx \frac{\partial f}{\partial x} + 0 \{ (\Delta x)^2 \} \quad (1.105)$$

(1.104) ve (1.105) denklemlerinin bir arada yazılması, yüksek mertebeden terimler ihmal edilirse

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{1}{2} \Delta t \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \theta \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \quad (1.106)$$

ifadesini verir. (1.106) denkleminin sağ tarafı, (1.36) denklemine göre değiştirilirse:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + C \frac{\partial z}{\partial x} = R \frac{C}{g} \quad (1.107)$$

c 'nin sabit değeri için ve R 'nin ihmal edilmesi ile yerel olarak kullanılabilir.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -C \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial t} = -C \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial z}{\partial t} \right] = -C \frac{\partial}{\partial x} \left[-C \frac{\partial z}{\partial x} \right] = +C^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (1.108)$$

(1.106) ve (1.108) denklemleri kullanılarak

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t} \left[\theta - \frac{C^2(\Delta t)^2}{\Delta x^2} \right] \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (1.109)$$

elde edilir. Courant sayısı tanımlanarak

$$r = C \Delta t / \Delta x \quad (1.110)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t} [\theta - r^2] \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (1.111)$$

elde edilebilir.

Aşağıdaki hatırlatmalar yapılabilir:

- Yaklaşık olarak fark metodu uygundur, çünkü $\Delta x \rightarrow 0$ için $(\Delta x / \Delta t = C/r \text{ sabit})$ diferansiyel denklem fark denkleminde elde edilmiştir.

- Stabilite açısından şu söylenebilir:

Von Neumann yöntemi izlenerek (Richtmyer ve Morton, 1967) stabilite şartı

$$r^2 < \theta \leq 1 \quad (1.112)$$

olarak bulunur. Bu şarta t zamanında z ve u 'da bir hata olduğu kabul edilerek ulaşılır. Bu hatalar Fourier serisine açılırsa, her bir terim

$$z(x, t) = \bar{z}(t) \exp\{ikx\}$$

$$u(x, t) = \bar{u}(t) \exp\{ikx\}$$

olur. $t + \Delta t$ adımımda hata aşağıdaki hale dönüşür.

$$z(x, t + \Delta t) = \varepsilon_z \bar{z}(t) \exp\{ikx\}$$

$$u(x, t + \Delta t) = \varepsilon_u \bar{u}(t) \exp\{ikx\}$$

Eğer, her k için $|\varepsilon_z| < 1$ ve $|\varepsilon_u| < 1$ olursa hata büyümmez. Böylece (1.112) denklemi bir stabilite şartı olur.

- (1.112) denklemi yaklaşık olarak Şekil 1.10'daki 4 noktasının 1 noktası boyunca yer alan karakteristiklere göre daha iyi bir konumda olduğunu göstermektedir. Bu yüzden fark şemasının açık olması beklenir.

- Eşitlik teoremine göre (Richtmyer ve Morton, 1967) uygun bir şema, eğer stabilse yaklaşım sağlanır. Fark denkleminin çözümü, $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta t \rightarrow 0$ için diferansiyel denklemin çözümü olur.

- $\theta = 1$ için fark şeması, ideal akışkanın hareket denkleminde uygulanan Lax şemasına benzerdir. Bu durumda fark denkleminin sağ tarafı, viskozite terimi gibidir. Bu da fark

şemasının neden bazen pseudo – viskoz olarak gösterildiğini açıklar. Dikkat edilmesi gereken; extra terim nümeriktir, fiziksel değildir (Lax ve Wendroff, 1960).

- $r^2 > 0$ seçildiğinden, $\theta=0$ için bulunan doğru şema (1.112) denklemine göre stabil değildir,
- (1.112) denkleminin sağ tarafı biraz nümerik sönümlleme içerir. Doğru sonuçlara ulaşmak için sağ taraftaki terimin diğer terimlere göre daha küçük olması önemlidir. Bunun için Δx küçük olmalı ve/veya $\beta = \theta - r^2$ küçük olmalıdır. Bu özellikle $|\partial^2 z / \partial x^2|$ çok büyük olduğunda ortaya çıkan bir durumdur.
- Geliştirilmiş Lax-şeması, otomatik olarak şoku dikkate alır. İçinde süreksizlikler olan çözümler (1.101) denkleminin çözülmesi ile bulunur. Çünkü (1.101) denklemi aslında korunum kanunu olarak tanımlanmıştır, yani katı madde süreklilik denklemi. Taban seviyesindeki Δz süreksizliğinin şekli;

$$C \Delta z = \Delta s \quad (1.113)$$

olur. burada C, süreksizlik hızıdır.

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{df}{du} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1.114)$$

(1.114) denkleminde dikkat edilmesi gereken, şokun dışındaki bölgede (1.101) denklemine eşit olması, fakat şokun olduğu yerde geçersiz olmasıdır. Şokların bu şekilde incelenmesi “şok-yakalama” olarak isimlendirilir. Şoklar şüphesiz nümerik difüzyon sonucunda sönümlenirler ((1.111) denkleminin sağ tarafına bakınız). Sabit bir θ değeri için geliştirilmiş Lax-şemasını kullanmak için her t zamanında uygun Δx , Δt , θ ve $\beta_{\min}$ grubu seçilmelidir.

1- Δx için bir değer seçilir (genellikle t' ’den bağımsız)

2-Verilen t zamanı için maks. hız ($C_{\max}$), $0 < x < L$ aralığında hesaplanır.

3- σ ’nin maks. değeri $r_{\max}$, $r_{\max}^2 < 1$ olarak seçilir ve Δt aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\Delta t = \frac{r_{\max} \Delta x}{C_{\max}} \quad (1.115)$$

4- θ değeri böylece;

$$\theta = r_{\max}^2 + \beta_{\min} \quad \theta \leq 1 \text{ olarak bulunur.} \quad (1.116)$$

5-Bu durumda (1.111) denkleminin sağ tarafı her zaman pozitifdir. $\beta_{\min}$ için 0.05 ile 0.001

arasında bir değer uygundur.

Su ile katı madde arasındaki bağıntının lineer olmayışı problemlere yol açmaktadır. $u(x)$ 'in küçük bir değişimi $s(x)$ ve $C(x)$ 'in çok büyük miktarda değişmesine yol açmaktadır. $C(x) < C_{\max}$ noktaları için $\beta > \beta_{\min}$ değerleri mevcuttur. Bu da; $C \sim s \sim u^n$ ve birinci mertebeden Taylor açılımı $\Delta u = u_{\max} - u$ kullanılarak açıklanabilir.

$$\frac{\beta}{\beta_{\min}} \approx 1 + \frac{2n \{ \Delta u / u_{\max} \} r_{\max}^2}{\beta_{\min}} \quad (1.117)$$

$0 \{n\} = 5$ olduğunda $\beta \gg \beta_{\min}$ 'in mümkün olduğu görülmektedir. Bu daha fazla nümerik sönümlenmeye neden olmaktadır. $0 < x < L$ aralığında nümerik sönümlenmeyi azaltmak için θ 'nın x ile değişimi dikkate alınabilir. Süreklilik denklemi nümerik olarak bozulduğu için bu, doğru bir şekilde yapılamaz.

1.3.4.3 Geliştirilmiş Lax-Şeması (değişken θ)

Orijinal Lax-şeması $\theta = \theta(x)$ olasılığı göz önüne alınarak farklı bir şekilde de geliştirilebilir. (1.101) denklemi yerine;

$$\frac{z_4 - z_2}{\Delta t} + \frac{f_3 - f_1}{2\Delta x} - \frac{1}{4\Delta t} [(\theta_3 + \theta_2)(z_3 - z_2) - (\theta_2 + \theta_1)(z_2 - z_1)] = 0 \quad (1.118)$$

yazılır. $\theta_i = 1$ için bu yine orijinal Lax-şemasını vermektedir. Parametreler aşağıdaki gibi seçilmektedir.

1- Δx için t' den bağımsız bir değer seçilir.

2- Her x için sabit olan bir β değeri seçilir.

3- $C_{\max}$ ' in mevcut olduğu noktada Δt hesaplanır.

$$\Delta t = \frac{r_{\max} \Delta x}{C_{\max}} \quad (r_{\max}^2 \leq 1 + \beta \text{ şartı ile}) \quad (1.119)$$

4- $C_i < C_{\max}$ olduğu diğer ağ noktalarında, r_i değeri her i için aynı Δt değeri kullanılarak seçilir.

$$r_i = \frac{\Delta t C_i}{\Delta x} \quad (1.120)$$

5-Böylece θ_i değerleri aşağıdaki ifadeye göre seçilir.

$$\theta_i = r_i^2 + \beta \quad (1.121)$$

Mümkün olan en büyük Δt 'nin seçilmesi yapılacak işleri en aza indirir. Bununla beraber, memba sınır şartı $Q(0, t)$ ' yi yeterince tanımlayabilmek için Δt ' yi yeterince küçük almak gerekir.

1.3.4.4 Diğer Fark Şemaları

Diğer fark şemaları daha önce kullanılmışlar ve hala kullanılmaktadır. Perdreau ve Cunge (1971) tarafından kullanılan açık fark şemasını, aynı araştırmacıların kapalı şeması izlemiştir (Cunge ve Perdreau, 1973). Bu şema aynı zamanda Chollet ve Cunge (1980) tarafından da morfolojik hesaplamalar için tekrar kullanılmıştır. Burada alüvyonal pürüzlülüğün akım şartları ile değişimi göz önüne alınmıştır. Farklı şemalar arasındaki karşılaştırmalar Vreugdenhil (1981) tarafından yapılmıştır.

1.4 İki Boyutlu Yayılma

1.4.1 Giriş

Önceki bölümlerde anlatılan morfolojik hesaplamalar pratik problemlere uygulanabilirliği sınırlayan bazı kabullere dayanmaktadır. Bu kabullerden ikisi;

- (i) Hesaplar bir boyutludur. Bu yüzden bir akarsu için sadece kesitlerdeki ortalama taban seviyesi alınmaktadır.
- (ii) Bir kesitteki taşınım, o kesitin yerel hidrolik koşulları ile bağıntılıdır.

Bu sınırlamalardan biri yapılmazsa, model iki boyutlu olarak kullanılabilir. Eğer iki sınırlama bir arada yapılamıyorsa, bir üç boyutlu model kurulabilir. Bu aşağıdaki gibi açıklanabilir.

- (i) Kıvrımlı bir akarsuda taban seviyesi kesit boyunca değişmektedir. Akarsu genişliği boyunca taban seviyesinin bilinmesi özellikle navigasyon problemleri açısından önemlidir. Bununla beraber, taban seviyesinin akarsuyun eksenine dik olarak değişimi, akarsu kıvrımlarındaki helikoidal akımdan büyük oranda etkilenir. Bu sekonder akımlar, akarsuyun

morfolojik davranışı üzerinde büyük bir etkiye sahiptir. Bu, akım alanı ile taşınım alanı arasındaki lineer olmayan bağıntının sonucu olan büyük etkinin bir başka örneğidir.

Bu nedenle, $z_b(x, y, t)$ 'nin belirlenmesi için güvenilir bir matematik model oluşturmadan önce akım alanı tam doğrulukla hesaplanmalıdır. Günümüzde araştırmalar bu yönde yapılmaktadır, fakat güvenilir pratik uygulamalar henüz rapor edilmemiştir.

(ii) (i) şikkında iki boyutlu yatay model tartışılmıştır, burada ise iki boyutlu düşey model dikkate alınacaktır. $s = f(u)$ kabulüyle gösterilen sınırlama, katı madde taban malzemesi olarak taşındıkça iyidir. Askı malzemesi durumunda ise, kesitteki taşınım o kesitin membasındaki hidrolik şartlara bağlıdır.

Düşey x-z düzleminde iki boyutlu bir model kullanmak gerekebilir ve çeşitli kesitlerdeki gerçek taşınım belirlenebilir. Çeşitli kesitlerdeki taşınımı belirlemek için taşınım formüllerinin kullanılması yerine bu prosedür kullanılmaktadır.

Bu bölüm askı malzemesi durumu için sadece iki boyutlu yayılmayı konu almaktadır. Hangi şartlar altında katı maddenin askıda taşınan kısmında iki boyutlu model yerine bir boyutlu modelin kullanılacağı önemlidir.

1.4.2 Askı Malzemesi Taşınımı

1.4.2.1 Genel

Bir açık kanalda katı madde konsantrasyonu dağılımına klasik bir yaklaşım Von Karman'ın önerisini izleyen Rouse tarafından verilmiştir.

Partiküllerin yerçekimi etkisiyle çökelmeleri (çökelme hızı ω_s) ve türbülans difüzyonu etkisiyle yukarı doğru taşınmaları arasında bir dinamik denge olduğu kabul edilir. Su ve katı maddeyi içeren kararlı üniform akım için kütle dengesi oluşturulursa;

$$c \omega_s + \epsilon_s \frac{dc}{dz} = 0 \quad (1.122)$$

elde edilir.

z_b taban seviyesi olduğu halde, burada z önceki bölümlerin aksine düşey koordinat için kullanılmıştır. Katı madde için difüzyon katsayısı (ϵ_s) prensip olarak momentum katsayısından (ϵ) farklıdır.

$$\epsilon = \kappa u_* z \{1 - z/a\} \quad (1.123)$$

Pratikte $\epsilon_s \approx \epsilon$ seçilmiştir. Bu demektir ki (1.122) ve (1.123) denklemleri bir arada yazılabilir;

$$\frac{dc}{c} = Z \frac{-dz}{z \{1 - z/a\}} \quad (1.124)$$

$$Z = \frac{\omega_s}{\kappa u_*} \quad (1.125)$$

integre edildiğinde

$$\frac{c}{c_1} = \left[\frac{a - z}{a - z_1} \frac{z_1}{z} \right]^Z \quad (1.126)$$

elde edilir. Burada $0 < z_1 < a$ aralığında $z = z_1$ için c_1 konsantrasyondur. Bunların her birinin diğerinden bağımsız olduğu gösterilmiştir. Kütle dengesinin doğru uygulaması aşağıdaki gibidir,

$$(1-c) c \omega_s + \epsilon \frac{dc}{dz} = 0 \quad (1.127)$$

Eğer $c \ll 1$ ise bu denklem (1.122) denklemine dönüşür. Tabana yakın sınır şartının sabit olduğu (1.126) denkleminde z_1 referans seviyesi olarak tanımlanmaktadır.

İlave olarak aşağıdaki maddeler belirlenmiştir,

(i) Diferansiyel denklem ‘çökme hızı ω_s ’ içermektedir. Genellikle tek bir partikül için ölçülen çökme hızı kullanılır. Bununla birlikte rölatif olarak büyük konsantrasyonlar için çökme hızı konsantrasyondan (c) etkilenir.

İyi bir yaklaşım aşağıdaki gibi yapılmıştır,

$$1 < Re = \frac{\omega_s D}{\nu} < 500 \quad \text{için} \rightarrow \frac{\omega_s(c)}{\omega_s(0)} = [1 - c]^{4.45 Re^{-0.1}} \quad (1.128)$$

(ii) (1.123) denklemi ε ve z arasında parabolik bir bağıntı olduğunu göstermektedir. Görünüşte $c(0) \rightarrow \infty$ a giderken $\varepsilon(0) = 0$ olmaktadır. Bu doğru olamaz, çünkü tabandaki katı maddelerin değişimi söz konusudur. Bundan başka $c_{\max}$ toplanan katı maddelerin miktarına eşittir.

(iii) Ölçümlerden ε_s 'in belirlenmesi denenmektedir. Şekil 1.11 ve 1.12 Coleman (1970) tarafından yapılan analizi göstermektedir,

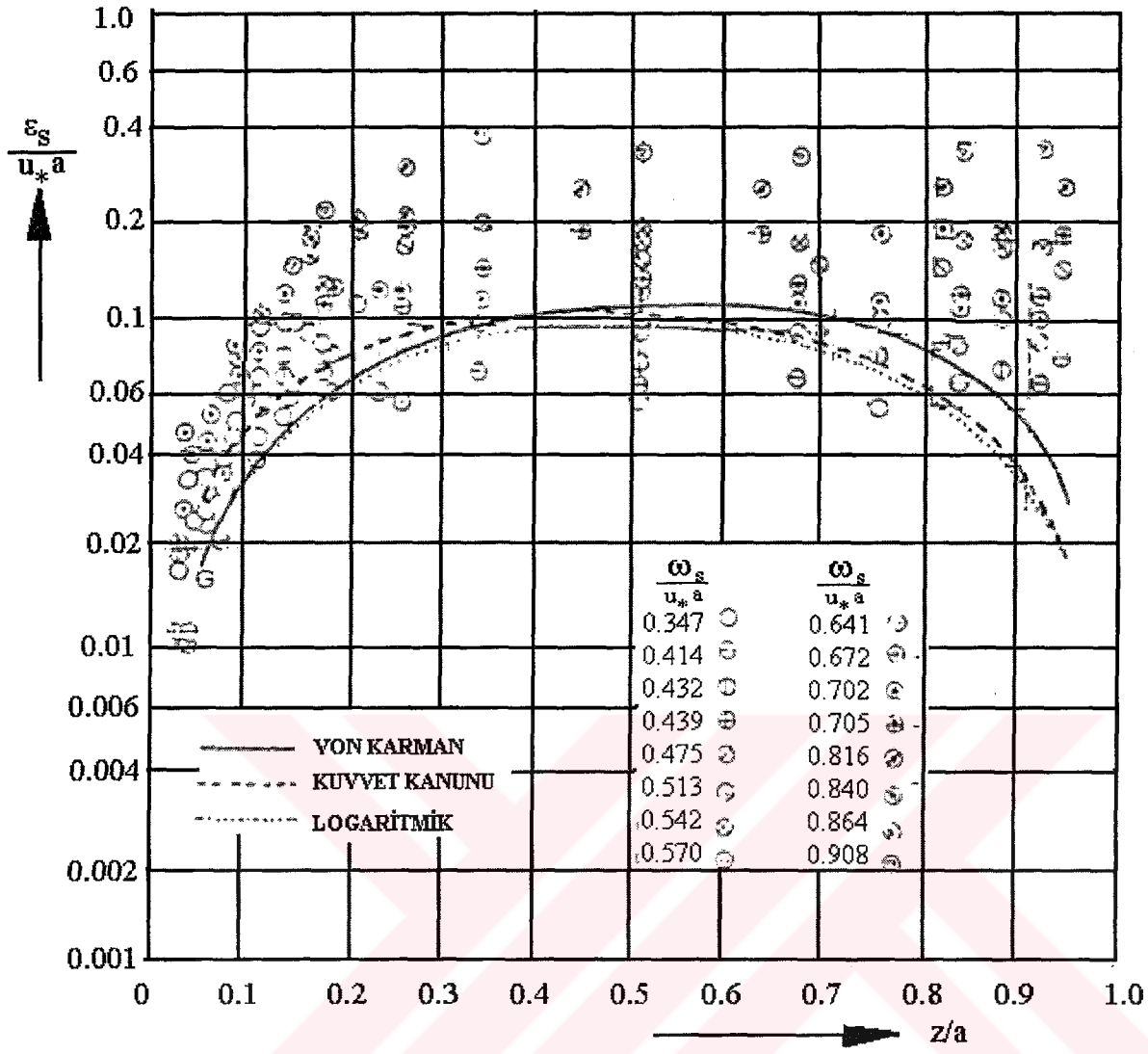
Aşağıdaki gözlemler bu şekillere göre yapılabilir;

- $\varepsilon_s/(u,a)$ 'ın, sadece z/a 'nın değil, aynı zamanda ω_s/u_s 'ın da fonksiyonu olduğu görülmektedir.
- Hız dağılımını ($u(z)$) elde eden çeşitli teorilerde kullanıldığı gibi su seviyesi yakınında $\varepsilon/(u,a)$ 'nın tersine $\varepsilon_s/(u,a)$ sabit kalır.
- Deneysel verilerde oldukça fazla saçılma olmaktadır. Bu $\varepsilon_s/(u,a)$ 'nın diferansiyel olarak ölçülen değerlerle $c(z)$ (1.122) denkleminde türetilmesine neden olacaktır.
- z 'nin küçük değerleri için çok fazla sonuç yoktur. Kendi kanal deneylerinde Coleman su ve katı maddenin bir arada olduğu 'sabit bir taban' kullanmıştır. Bu nedenle tabanın yanındaki doğal olay çok iyi oluşturulamamıştır.

1.4.2.2 Teori (yayılma)

x, y, z doğrultularında sırasıyla 1, 2, 3 indislerini kullanarak $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ elemanı için tüm kütle dengesini göz önüne alalım. U_i anlık akım hızları ve C ise anlık konsantrasyondur.

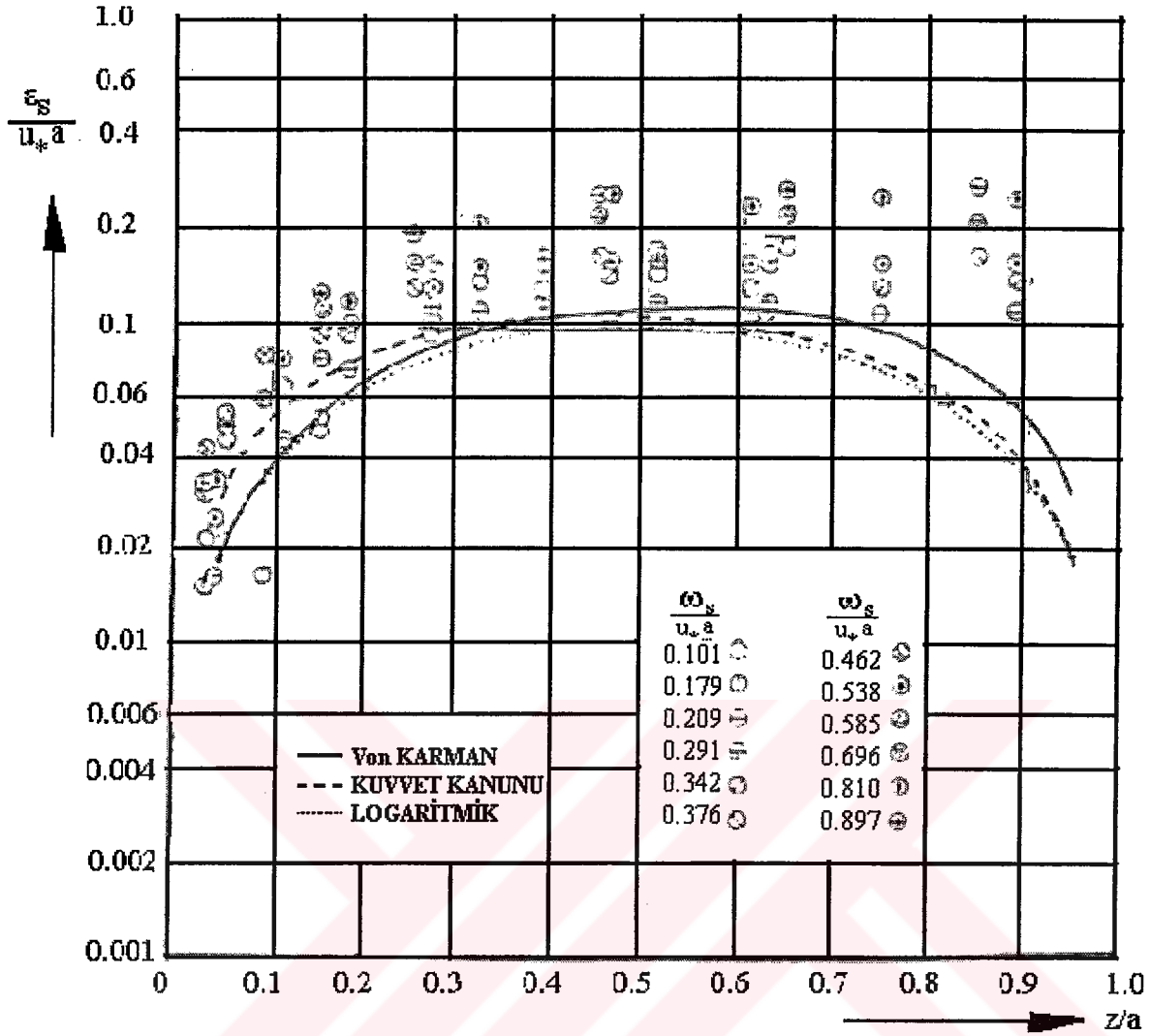
$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{U_1 C\} + \frac{\partial}{\partial y} \{U_2 C\} + \frac{\partial}{\partial z} \{U_3 C - \omega_s C\} = 0 \quad (1.129)$$



Şekil 1.11 “ $\epsilon_s/(u_* a)=f[z/a]$ ” bağıntısı (Coleman, 1970)

$U_i = u_i + u'_i$ ve $C = c + c'$ 'yi tanımlamak ortalama bir θ periyodu boyunca mümkün olmaktadır. θ , türbülans salınımlarından kaçınmak için yeterince büyük kabul edilmelidir. θ periyodu boyunca ortalama alındığında aşağıdaki ifade elde edilir;

$$\begin{aligned} & \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{u_1 c\} + \frac{\partial}{\partial y} \{u_2 c\} + \frac{\partial}{\partial z} \{u_3 c - \omega_s c\} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \{\overline{u'_1 c'}\} + \frac{\partial}{\partial y} \{\overline{u'_2 c'}\} + \frac{\partial}{\partial z} \{\overline{u'_3 c'}\} = 0 \end{aligned} \quad (1.130)$$



Şekil 1.12 “ $\epsilon_s/(u_* a)=f[z/a]$ ” bağıntısı (Enoree Akarsuyu)

(Anderson’un ölçümleri, 1942; Coleman, 1970)

Dolayısıyla u_i ve c , $\overline{u_i'c} = 0$ ve $\overline{u_i'c'} = 0$ ’ı içine alan θ periyodu süresince değişmezler.

Aşağıdaki denklemler kabul edilebilir;

$$\begin{aligned}
 -\overline{u_1'c'} &= \epsilon_{11}c_x + \epsilon_{12}c_y + \epsilon_{13}c_z \\
 -\overline{u_2'c'} &= \epsilon_{21}c_x + \epsilon_{22}c_y + \epsilon_{23}c_z \\
 -\overline{u_3'c'} &= \epsilon_{31}c_x + \epsilon_{32}c_y + \epsilon_{33}c_z
 \end{aligned} \tag{1.131}$$

Burada x, y ve z indisleri farklılık göstermektedir. Aşağıdaki sadeleştirmeleri yapmak mümkündür;

- Konsantrasyonun küçük olduğu kabul edilmiştir. Bu nedenle (1.127) denklemi, (1.130) denkleminin sadeleştirilmesi ile bulunamaz.
- y'nin yok edilmesi ile ilgili tüm farklılıkları kapsayan x-z düzleminde iki-boyutlu durum dikkate alınmıştır. Bu nedenle bu durum için (1.130) ve (1.131) denklemlerinin bir arada yazılması aşağıdaki ifadeyi verir.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{u_1 c\} + \frac{\partial}{\partial z} \{u_3 c - \omega_s c\} - \frac{\partial}{\partial x} \{\epsilon_{11} c_x + \epsilon_{13} c_z\} - \frac{\partial}{\partial z} \{\epsilon_{31} c_x + \epsilon_{33} c_z\} = 0 \quad (1.132)$$

- Akışkan için süreklilik denklemi bu durumda şu şekilde yazılabilir

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_3}{\partial z} = 0 \quad (1.133)$$

(1.132) ve (1.133) denklemlerinin bir arada yazılması aşağıdaki gibidir;

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_1 \frac{\partial c}{\partial x} + u_3 \frac{\partial c}{\partial z} - \omega_s \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \{\epsilon_{11} c_x + \epsilon_{13} c_z\} - \frac{\partial}{\partial z} \{\epsilon_{31} c_x + \epsilon_{33} c_z\} = 0 \quad (1.134)$$

(1.134) denklemini kullanılabilir yapmak için en çok rastlanan yöntem, koordinat sisteminin eksenlerini ϵ_{ij} tensörünün temel eksenleri boyunca almaktır (Graf, 1971).

ϵ_{13} ve ϵ_{31} 'i ihmal etmek zayıf bir varsayımdır. Sonuç şu şekilde ifade edilmiştir

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_1 \frac{\partial c}{\partial x} + u_3 \frac{\partial c}{\partial z} - \omega_s \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \epsilon_1 \frac{\partial c}{\partial x} \right\} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \epsilon_3 \frac{\partial c}{\partial z} \right\} = 0 \quad (1.135)$$

Burada basitlik açısından $\epsilon_1 = \epsilon_{11}$ ve $\epsilon_3 = \epsilon_{33}$ alınmıştır.

- Hemen hemen üniform akım kabulüyle ($u_3 \sim 0$) daha fazla basitleştirme mümkündür. Bundan başka ϵ_1 ve ϵ_3 ün aynı mertebeden büyüklükler olduğu kabul edilebilir. Eğer problem alanının uzunluk ölçeği, derinlik ölçeğinden büyükse;

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \epsilon_1 \frac{\partial c}{\partial x} \right\} \ll \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \epsilon_3 \frac{\partial c}{\partial z} \right\} \quad (1.136)$$

İlave basitleştirmenin bir sonucu olarak aşağıdaki ifade elde edilir

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_{(1)} \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \omega_s c + \varepsilon_{(3)} \frac{\partial c}{\partial z} \right\} = 0 \quad (1.137)$$

Bu sonuç bize aşağıdaki durumları gösterir

i) Kararlı Üniform Akım

Kararlı üniform akım için konsantrasyon (c), x ve t ile değişmez. Böylece (1.137) denklemi aşağıdaki hale indirgenir;

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ \omega_s c + \varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} \right\} = 0 \quad (1.138)$$

veya

$$\omega_s c + \varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} = \text{sabit} \quad (1.139)$$

(1.139) denklemi kararlı üniform akım için düşey yöndeki bileşke katı madde akısının sabit olduğunu göstermektedir. Su yüzeyinde hiç katı madde olmadığı durumda, integral sabiti sıfıra eşit olmaktadır. Böylece (1.139) denklemi, (1.122) denklemine benzemektedir.

ii) Diğer Durumlar

Diğer durumlar için (1.137) denkleminin $u_{(1)} \partial c / \partial x$ ve $\partial c / \partial t$ terimleri dikkate alınmalıdır. Problemin çözümü, bu terimlerden birinin (1.137) denkleminin diğer terimlerine göre ihmal edilebilir olup olmamasına bağlıdır.

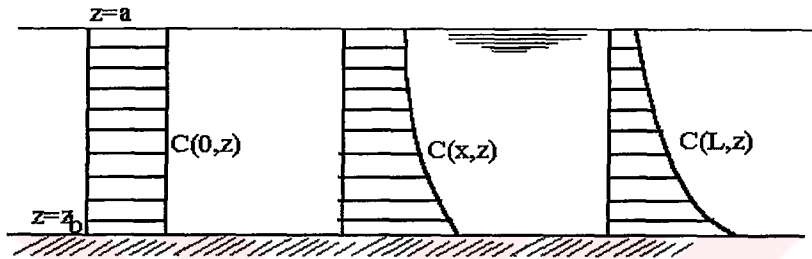
1.4.3 Yaklaşım Limitleri

1.4.3.1 Bir Boyutlu Yaklaşım Limitleri

Tek boyutlu yaklaşımın morfolojik hesaplamalar için kullanılıp kullanılamaması dikkate alınan probleme bağlıdır. Kersters (1974) $\partial c / \partial t \rightarrow 0$ için (1.137) denklemini incelemiştir. Kararlı akıma sahip doğrusal üniform kanal girişte ($x=0$) katı madde almaktadır. Girişteki

konsantrasyon dağılımı ($c(0, z)$) verilmiştir. Problem, konsantrasyon dağılımının kanaldaki akım şartlarına nerede uygun olduğunun bilinmesidir (Şekil 1.13).

$\partial c / \partial t = 0$ için güvenilir sınır koşulları ile problem (1.137) denkleminin çözümünü gerektirmektedir. Problemi basitleştirmek için $c(0, z) = c_0 = \text{Sabit}$ kabul edilmektedir. $z = a$ için, düşey katı madde akısının sıfır olduğu şart geçerlidir. $x \sim \infty$ halinde, konsantrasyon dağılımı, kararlı üniform akım durumu için su ve katı maddeye uygulanmaktadır.



Şekil 1.13 $c(x,z)$ uygulaması

Bundan dolayı

$$\text{Diferansiyel denklem} \quad u \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \omega_s c + \varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} \right\} = 0 \quad (1.140)$$

$$\text{Sınır şartları} \quad c(0, z) = c_0 = \text{sabit} \quad (1.141)$$

$$\left\{ \omega_s c + \varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} \right\}_{z=a} = 0 \quad (1.142)$$

Asıl zor nokta, sınır şartı $z=0$ için iyi bir ifade bulmaktır. Bu durumda; tabanın yakınındaki bileşke akı bulunmaktadır. Sadece

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\omega_s c + \varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} \right]_{z=z_b} = 0 \quad (1.143)$$

Kerssens (1974) aşağıdaki kanıtları kullanmaktadır (İlave bilgi için; Kerssens vd., 1977, 1979).

- Taban malzemesinin taşınımı için; taşınımın, akım şartlarındaki bir değişimden direkt etkilendiği kabul edilmektedir. Askı malzemesi taşınımı için ise benzer şekilde, taban yakınındaki konsantrasyonun akım şartlarındaki değişimlerden direkt etkilendiği kabul edilmektedir.
- Şekil 1.13'deki üniform akım için; eğer $z=z_1$ taban yakınında kesit ise, şu ifade edilmektedir.

$$c(x, z_1) = c_1 = \text{sabit} \quad (1.144)$$

c_1 değeri $c(\infty, z)$ 'den aşağıdaki gibi çıkartılabilir.

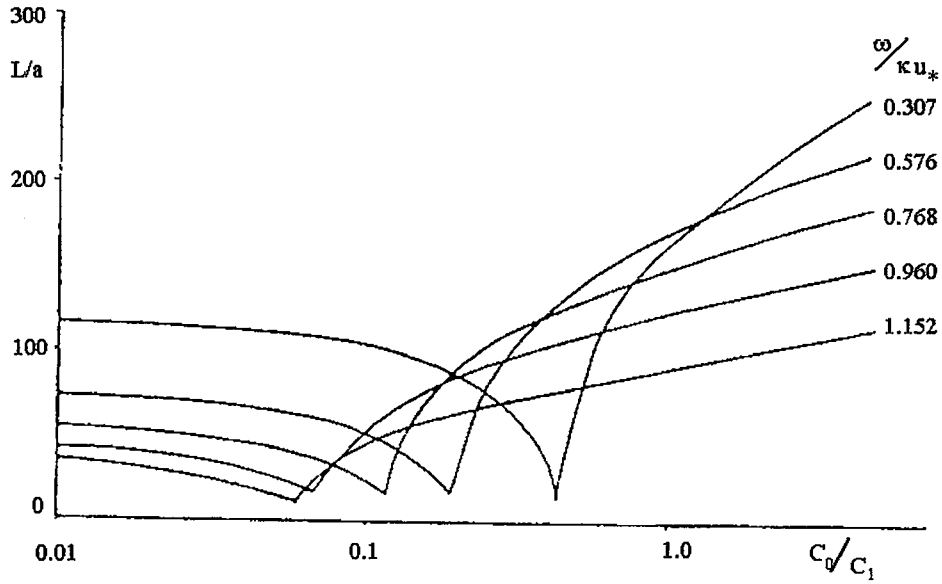
$$\int_{z_1}^a u(z)c(z)dz = \text{toplam taşınım} \quad (1.145)$$

$x \longrightarrow \infty$ için hem $u(z)$ hem de $c(z)$ bilinmektedir. $c(\infty, z)$ konsantrasyonu (1.126) denkleminde bulunmaktadır, burada c_1 bilinmeyen integral sabitidir. Fakat, (1.145) denkleminin sağdaki kısmı kararlı üniform akım için katı madde taşınımını kapsamaktadır. Bu, herhangi uygun bir taşınım formülü ile hesaplanabilir. Bundan dolayı, (1.126) denklemi $c(z_1) = c_1$ değerini elde etmek için kullanılabilir. $c(x, z)$ 'yi hesaplamak için yeterli sınır şartları bulunmaktadır. Adaptasyon uzunluğu L , $c(L, z)$ 'in sadece $c(\infty, z)$ ile olan küçük değişikliklerini gösteren bir yol ile tanımlanmıştır. Boyutsuz adaptasyon uzunluğu L/a , bu örnek için konsantrasyon oranı (c_0/c_1) ve $Z = \omega_s / (\kappa u_*)$ parametresinin bir fonksiyonudur. Kerssens'in hesaplamalarının sonuçları Şekil 1.14'te verilmiştir.

Bu şekil aşağıdaki sonuçlara ulaştırmaktadır;

i) Burada $z_1/a = 10^{-2}$ alınmıştır ve z_1 ' in seçimi sonuçlar için çok kritik gözükmemektedir.

ii) $\omega_s / (\kappa u_*)$ sabit değeri için, L/a değeri bir minimumu göstermektedir. c_0/c_1 'in küçük değerleri için şunu söylemek çok mantıklıdır; adaptasyon meydana getirilmeden önce bazı mesafeler gerekli bulunmaktadır. $c_0/c_1 < 1$ olduğu tüm durumlarda; düşeyde askı malzemesinin toplam miktarı önceden çok fazla olduğunda bile, katı madde başlangıçta tabandan kopup sürüklenir. Bu durum şu gerçeği göstermektedir; başlangıçtaki konsantrasyon dağılımı $c(0, z) = c_0$ genellikle sonuçtakinden farklı olmaktadır.



Şekil 1.14 Adaptasyon uzunluğu (Kerssens, 1974).

iii) Bütün hesaplanmış durumlarda minimum (L/a) 10 ile 15 arasında ve $\omega_s/(\kappa u_*)$ ve c_0/c_1 parametrelerine bağlı olmaktadır.

Aşağıdaki üç durum dikkate alınmalıdır;

- Örnek I: Uzun akarsu etki alanları

Eğer akarsu-etki alanının su derinliğinden çok daha geniş olduğu göz önünde bulundurulursa, konsantrasyon dağılımının adaptasyonu anlaktır. Tek boyutlu bir hesaplama ile konum adımını (Δ_x) elde etmek mümkündür ve konum adımı (Δ_x) adaptasyon uzunluğu (L) 'den daha geniştir.

- Örnek II: Kısa akarsu etki alanları

Kısa akarsu-etki alanları için Örnek I'in kabulleri fazla geçerli değildir. $c(x, z)$ 'nin hesaplamalarını kapsayan iki boyutlu morfolojik hesaplamalar önemlidir.

- Örnek III: Çok kısa etki alanları

Çok kısa akarsu-etki alanlarında iki boyutlu model geçerli değildir. Bu durum şu gerçeği göstermektedir; (1.137) denkleminin elde edilmesinde, (1.136) denkleminin kullanılması önerilmiştir. Bu durum sadece $(\Delta_x)^2 \gg a^2$ ise geçerlidir. Bundan dolayı; derinlik olarak aynı büyüklüğe sahip uzunluklar göz önünde bulundurulursa, temel denklemlerin yeniden gözden

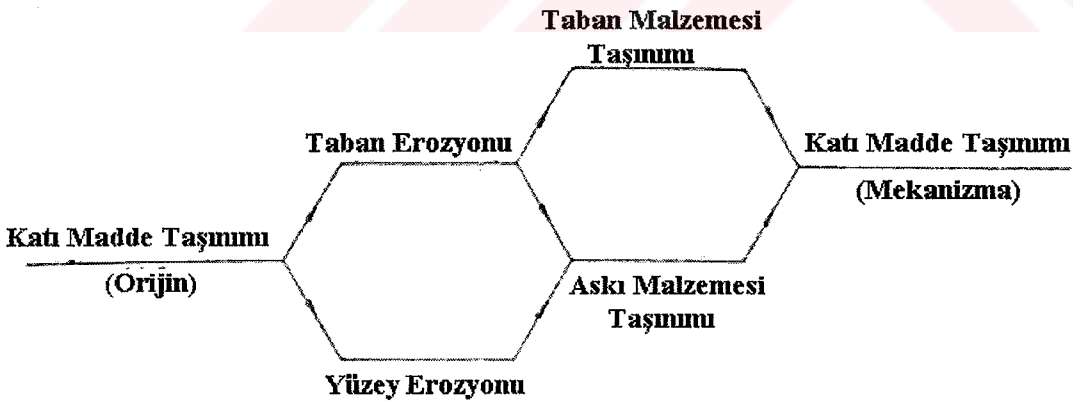
geçirilmesi gereklidir.

1.4.3.2 İki Boyutlu Yaklaşım Limitleri

Önceki bölümde, iki boyutlu hesaplamalarda (1.136) denkleminin geçerliliği için (1.137) denkleminin kullanımı üzerinde durulmuştu. Fakat, bir çok kısıtlama yapılmıştır. Yukarıda verilen çökme hızı (ω_s) açıkça belirtilmemiştir. Çok ince malzeme yani, yüzey erozyonu, akarsu morfolojisini etkilememektedir ve bu yüzden morfolojik hesaplarda yer almamaktadır. Bir sınırlama da rezervuarlardaki katı madde için yapılmaktadır. Bu şu durumu kapsamaktadır; yüzey erozyonu sadece katı maddenin yüzey erozyonu olarak taşındığı bir limit hızı gösteren çökme hızı (ω_s) (veya tane çapı(D)) kullanılarak tanımlanamaz.

Taşımanın farklı tiplerini tanımlamak için, Şekil 1.15'deki sınıflandırma kullanılmıştır.

Taşıma orijin ve mekanizma olarak dikkate alınmıştır. Yüzey erozyonu tabanda bulunan daha ince malzemelerin taşınmasıdır. Yüzey erozyonunu yaratan taneler taban malzemesine göre askıda taşınmaktadır.



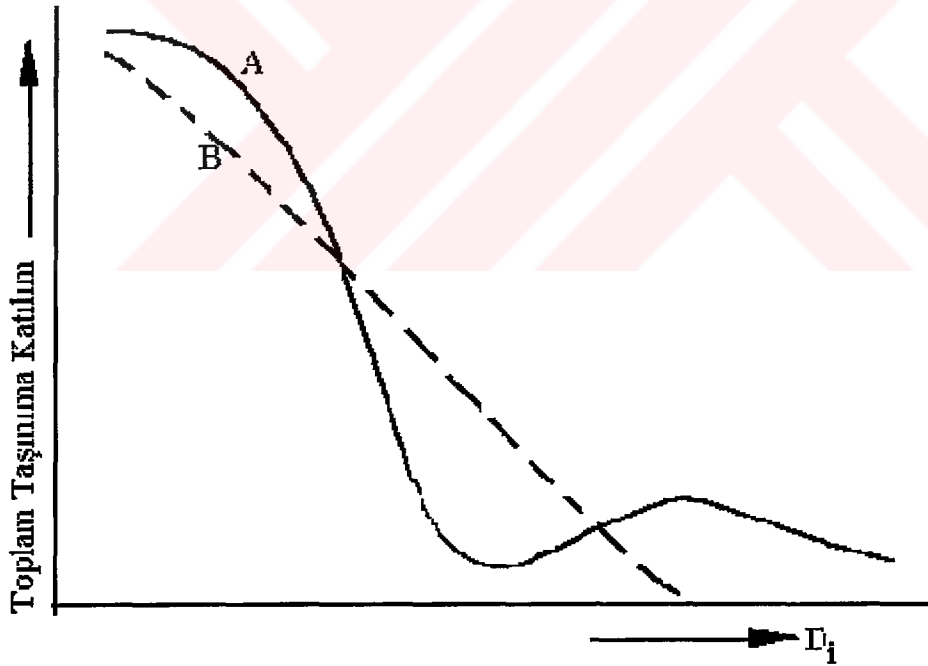
Şekil 1.15 Taşımanın sınıflandırılması

Eğer taşımanın iki tipi oldukça farklı tane boyutları içeriyorsa, yüzey erozyonu ve taban erozyonu yaratan tane çapları arasındaki farkı görmek rölâtif olarak kolaydır. Bu da muhtemelen literatürde sadece tane boyutunun ayırımını belirlemek için kullanılmasının bir

sonucudur. (genellikle $50\mu\text{m} < D < 70\mu\text{m}$ aralıklarında)

Şekil 1.16'da, değişik tane büyüklüklerinin (D_i) toplam taşınımına katkısı niteliksel olarak grafik formda verilmiştir. A eğrisi Rhine Akarsuyu gibi akarsuları göstermektedir (diğer örnekler Niger Akarsuyu ve Rio Magdalena'dır). Bununla birlikte, Java'daki Serang Akarsuyu gibi diğer akarsular bu kadar açık bir farka sahip değildir. Bunlar Şekil 1.16'da B eğrisi ile gösterilmişlerdir. Görünüşte burada tek başına tane büyüklüğü, yüzey erozyonu ve taban erozyonunu ayırmak için iyi bir ölçü değildir.

Yüzey erozyonu ile taban erozyonunu ayırt etmenin bir yolu Vlugter (1962) ve Bagnold (1962) tarafından bağımsız olarak gösterilmiştir. Bu hipotezde akımın içindeki, partiküller için enerji dengesi göz önünde tutulmuştur. Partiküller askı halinde kalmak için enerjiye ihtiyaç duymaktadır. Başka bir ifadeyle, mansap partikülleri yüzerken potansiyel enerjilerini akıma vermektedirler.



Şekil 1.16 Yüzey erozyonunun tanımlanması

Bu hipoteze göre, eğer aşağıdaki şart sağlanıyorsa çökelme hızına (ω_c) sahip partiküller için taşınım yeniden sınırsız hale gelir;

$$\frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \omega_c \leq u_i \quad (1.146)$$

Kum için ($\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3$) bu kriter uygundur;

$$\omega_c \leq 1.6 u_i \quad (1.147)$$

Her ne kadar, bu konuda daha fazla araştırma yapılması gerekse de; belli bir partikül yüzey erozyonunun parçası olarak da taşınmış olsa, taban malzemesinin parçası olarak da taşınmış olsa, muhtemel kriter olarak seçilecek gibi gözükmektedir.

(1.147) denkleminin kriterinin tane büyüklüğünden başka (ω_c yolu ile) akımın hidrolik karakterlerini de içerdiğine dikkat edilmelidir. Bu durum akarsuyun bir bölümündeki yüzey erozyonu partiküllerinin, diğer bölümündeki taban malzemesi içine katılımını da mümkün kılmaktadır. Üzerine bir baraj inşa edilen akarsu, basit bir örnek olarak verilebilir. Daha küçük granülometriye sahip tanelerin tedricen morfolojik sürece katılmasının bir sonucu olarak, akım doğrultusundaki kesit artmaktadır. Geniş rezervuarlar için yavaş yavaş bütün katı maddeler dibe çökecektir. Tüm askı malzemesi tedricen taban malzemesine dönüşecektir.

Not

Graf (1971) yüzey erozyonu hakkındaki kısa açıklamasında, $u^2/g D_c = 360$ parametresini esas alan bir kriter kullanan Kresser'in (1964) çalışmasını aktarmaktadır. Graf görünüşte Şekil 1.15'de verilen taşınım sınıflandırmasını kullanmaktadır. Fakat, Kresser çok belirgin tanımlamalar kullanmamıştır. Terminolojisi esas itibarıyla, genellikle Alman literatüründe uygulanandan sapmadığı sürece, Vlugter-Bagnold kriterinde verilen konuyu ele almayacak gibi gözükmektedir.

1.4.4 İki Boyutlu (2-D) Morfolojik Hesap Prensipleri

1.4.4.1 Genel

İki boyutlu (düşey) durumlar için morfolojik hesaplar nümerik bir yaklaşım gerektirmektedir. Bölüm 1.3.4.1'de, bir boyutlu durum için iki alternatif adımla sonuca ulaşmanın mümkün olduğu ifade edilmiştir.

İki boyutlu hesaplamalar için burada üç alternatif adım kullanılması tartışılmaktadır.

I. adım; bilinen z_b için akım hızının hesabı,

II. adım; $c(x, z)$ 'nin hesabı ve $s(x) = \int_{z_b}^{\alpha} u c dz$ 'nin belirlenmesi,

III. adım; katı madde süreklilik denklemi yardımıyla z_b 'nin hesabı,

Bu bölümde gerçek hesaplarla ilgili genel hatırlatmalar yapılacaktır.

1.4.4.2 Taban-Sınır Şartı

Taban yakınındaki sınır şartı özel dikkat gerektirmektedir. Kerssens (1974) varsaymaktadır ki; kararsız akım halinde taban konsantrasyonu doğrudan doğruya akım şartlarındaki bir değişiklikten etkilenir. Diğer taraftan O'Connor (1971) ise, taban yakınındaki düşey konsantrasyon gradyanının değişikliklerden direkt etkilendiğini kabul etmektedir. Bundan dolayı taban yakınındaki düşey akı için;

$$F_3(x, z_1) = \omega_s c(x, z_1) - \varepsilon \left. \frac{\partial c(x, z)}{\partial z} \right|_{z=z_1} \quad (1.148)$$

elde edilmiştir. Burada iki yaklaşım kabul edilmiştir ve bunlar, (1.148) denkleminin birinci ya da ikinci terimi anlık olarak denge değerine ulaşmaktadır. Bu hususta $\varepsilon \partial c(x, z_1) / \partial z$ 'nin kullanılmasının avantajı, değerinin referans konsantrasyonu bilinmeden denge konsantrasyonu dağılımından elde edilebilir olmasıdır. (1.148) denkleminin sağ tarafındaki iki terimin de önemli rol oynaması mümkün gözükmemektedir.

1.4.4.3 $c(x, z)$ 'nin Hesabı

Önceden ayrıntılı olarak verilmiş olan tek boyutlu hesaplara ilave olarak, II. adım'da bazı notlar verilmektedir (bakınız 1.4.4.1). Bu $c(x, z)$ 'nin hesabı ile ilgilidir. Burada iki not üzerinde durulacaktır.

İlk önce $\varepsilon_s(z)$ için bir seçim yapılmalıdır. Bu aşağıda verilenler ile ilişkilidir;

(i) ε_s 'in ε_m 'e dönüştürülmesi. ε_m ; momentum difüzyon katsayısıdır. ($\varepsilon_s = \beta \varepsilon_m$)

(ii) $\varepsilon_m(z)$ ' nin seçimi

Askı hareketinin başlangıcı için verilen teorik analize göre;

$$\frac{\omega_s}{\kappa u_{*s}} \approx 10 \quad (1.149)$$

dir, burada u_{*s} askı için kritik kayma hızı'dır. $\kappa = 0.4$ için aşağıdaki sonuca ulaşılmaktadır

$$u_{*s} = 1/4 \omega_s \quad (1.150)$$

Zanke (1979a); Rouse tarafından verilen $c(z)$ ifadesinin üsteli olan Z ' nin u_* ' dan çok ($u_* - u_{*s}$) 'i esas aldığını kanıtlamıştır.

$$Z = \frac{\omega_s}{\kappa \beta u_*} \quad (1.151)$$

ile şu sonuca ulaşılır;

$$\beta = \frac{u_* - u_{*s}}{u_*} \quad (1.152)$$

Zanke (1979c), (1.151) denkleminde $\kappa = 0.4$ Von Karman sabitinden farklı bir κ değeri kullanır. Zanke'nin kullandığı değer ($\kappa = 0.7$) eşikle kaplı bir taban boyunca ölçülmüş hız dağılımlarının sonucu olarak çıkmaktadır. Zanke sonuçta, ölçülmüş bazı konsantrasyonlar ile tamamen uyumlu görünen, teorik bir konsantrasyon dağılımını açıklamıştır. Verilen bilgi, pratik uygulamaların sonuçları için yetersiz gibi gözükmemektedir.

Kerssens vd. (1977, 1979), Coleman (1970) tarafından açıklanan deneysel verileri kullanmışlar ve bunlar Şekil 1.11 ve Şekil 1.12'de gösterilmiştir. Böylece onlar $\varepsilon_s(z)$ fonksiyonunu Z parametresine bağlı yapmaktadır. Hem O' Connor (1971) hem de Kerssens vd. (1977, 1979) z -doğrultusu için bir dönüşüm kullanmışlardır. $c(z)$ 'nin şekli yüzünden, bu dönüşüm olmaksızın bir sabit grid değeri Δz , tabanın yanında çok büyük ya da tabanın uzağında ise önemsiz küçük değerler verecektir.

Her iki durumda dönüşüm uygulandığında;

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\omega_s}{\epsilon_s(z)} \frac{\partial}{\partial z'} \quad (1.153)$$

elde edilir. Yukarıda ifade edilen sınır şartları ile $c(x,z)$ 'i elde etmek için; Kerssens vd. (1979)'da bir altı-noktalı kapalı şema kullanmışlardır.

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\omega_s}{\epsilon_s(z)} \frac{\partial}{\partial z'} \left[\frac{\partial c}{\partial z'} + c \right] \quad (1.154)$$

1.5 Örnek Çalışmalar

1.5.1 Genel

Son yirmi yıl süresince, akarsulardaki morfolojik işlemlerin daha iyi anlaşılması, yüksek hızlı bilgisayarların kullanılır olması ve nümerik hesaplamalardaki gelişmeler ile birlikte morfolojik hesaplamalar için imkanlar genişlemiştir.

Bununla beraber, sabit tabanlı açık-kanal akımı için yapılan hesaplamalar ile karşılaştırıldığında, morfolojik hesaplamaların doğruluğu daha düşüktür.

Burada rölatif olarak düşük doğruluk için en az üç sebep gösterilebilir;

- Karmaşık fiziksel yöntemler henüz nicelik bakımından yeterince kavranmış değildir.
- Bir bölgedeki morfolojik hesaplamaların doğruluğunun saptanma olasılığı oldukça kısıtlıdır. Laboratuvar sonuçları sadece o bölge için kısmen geçerlidir.
- Morfolojik hesaplamalarda, ihtiyaç duyulan verilerin sayısı genellikle mevcut olanlardan fazladır.

Her ne kadar bu sınırlamalar tahmin etmek için mevcutsa da morfolojik işlemler (örneğin, insan etkisi) bölgedeki araştırmanın çok sayıda hat boyunca yapıldığını vurgulamaktadır.

(i) Karmaşık fiziksel yöntemler hakkındaki bilgilerin geliştirilmesi,

(ii) Mevcut matematiksel modellerin pratik problemlere uygulanması,

(iii) Hesapların doğruluğunun artması ve başarı olasılıklarının büyümesi.

Bu bölümde bazı örnekler tartışılmıştır. Bunlar göstermiştir ki morfolojik hesaplamalar akarsu problemlerinin incelenmesinde sadece bir araçtır. Bundan başka, bunların amaçları kompleks gerçek problemlerin şematize edilmesinde hangi mevcut metotlar ve verilerle ilişkilendirilebileceğinin araştırılmasıdır.

1.5.2 Tana Nehri Örneği

1.5.2.1 Genel Tanımlama

Kenya'daki Tana Nehri kaynağını Kenya Dağı çevresinden alıp doğuya doğru Koreh Çağlayanına akar ve oradan Hint Okyanusundaki Kipini'ye kadar güneye uzanır (bakınız Şekil 1.17).

'Bura' yakınlarında zengin sulama imkanlarına sahip bir toprak planlanmıştır. Bu nedenle Nanigi yakınlarında, su seviyesi yükseltilerek Nanigi'den Bura'ya uzanan bir kanala suyun geri alınmasını sağlayan sabit bir savak projelendirilmiştir.

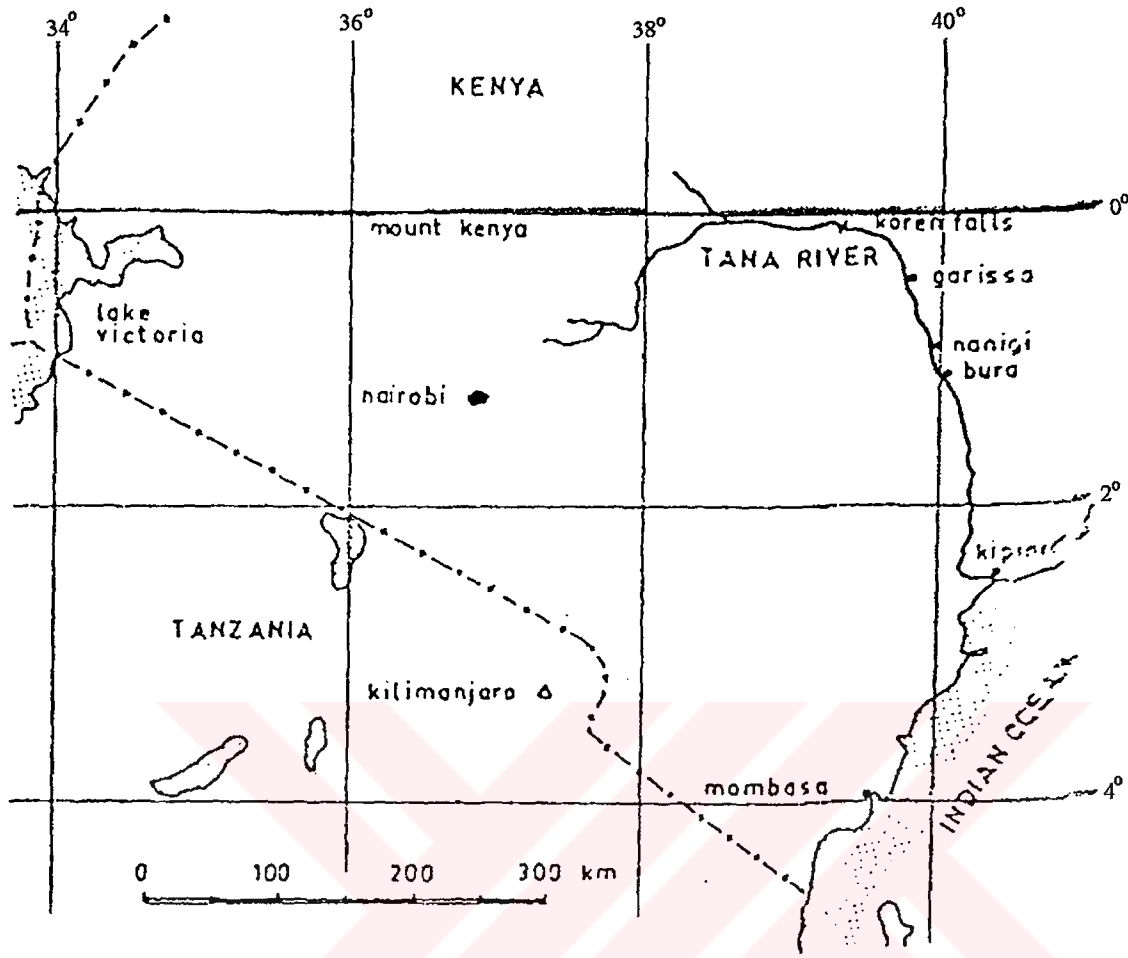
Burada problem, akarsuyun bu müdahaleye doğal davranışı ile vereceği morfolojik reaksiyonların önceden bilinebilmesidir. Burada problemin çözümü sadece ana hatlarıyla gösterilecektir. Daha fazla bilgi Jansen (1979)'da kolaylıkla bulunabilir.

Görüldüğü gibi bir çok örnekte verilerin sayısı oldukça azdır ve bu nedenle hesaplama metotları açısından mevcut verilerin yardımıyla kolaylıkla elde edilebilir.

1.5.2.2 İlk Yaklaşım

Genelde Tana örneğinde olduğu gibi problem adım adım ele alınmıştır. İlk yaklaşım (1. Safha) problemin ciddiyetini tercihen basit bir yolla araştırmaktır. Eğer mümkünse hesaplar yerinde uygulanabilecektir.

Problem hakkında bir ön fikir edinebilmek için önemli olan akarsuyun boyuna profilinin denge halinin elde edilmesidir. Bu nedenle akarsu rejimi basit hesaplamalarda kullanılabilir. Bu sorunun cevabı için önemli bir bilgi olarak akarsuyun ortalama aylık (Çizelge 1.3) ya da günlük debisi kullanılabilir. Bu debiler Garissa yakınlarındaki köprünün memba tarafında bilinmektedir



Şekil 1.17 Tana Nehri havzası

Çizelge 1.3 Tana Nehri ortalama aylık debi değerleri (Q_i : m^3/sn)

Ocak	143	Mayıs	455	Eylül	80
Şubat	94	Haziran	223	Ekim	118
Mart	102	Temmuz	125	Kasım	379
Nisan	262	Ağustos	95	Aralık	342

‘Bura’ yakınlarındaki Tana Akarsuyu ‘düşük akarsu’ karakteristiği göstermesinden dolayı burada aylık debilerin kullanılması uygun olur.

Bu, bazı aylar için hesaplanarak kontrol edilebilir.

$$\alpha = \frac{S \left(\bar{Q}_{ay} \right) * n}{\sum_{i=1}^n S \left(\bar{Q}_{gün} \right)} \quad (1.155)$$

Burada n bir ay içindeki gün sayısıdır.

Kuvvetli akan bir akarsuda, S(Q) bağıntısının güçlü non-lineer davranışı yüzünden $\alpha \ll 1$ olması beklenebilir. Tana örneğinde, α küçük bir yüzdeyle 1’den azdır, bu ortalama aylık debinin kullanılmasını uygun kılar.

Akarsuyun verileri dikkate alınarak; $B = 80 \text{ m}$; $i_b \approx 3.5 \times 10^{-4}$; $D_{50} = 0,32 \text{ mm}$ Engelund-Hansen (1967)’in formüllerini kullanmak doğru olur. Taban seviyesinin sonuç denge hali hakkında bilgi sahibi olmak açısından Engelund-Hansen formülü şu şekilde yazılabilir;

$$S \approx Q^{5/3} i_b^{5/3} \quad (1.156)$$

burada “orantılılık katsayısı”nın sabit olduğu kabul edilir. Yıllık katı madde taşınım miktarı (V) aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$V = \alpha \beta i_b^{5/3} \sum_{i=1}^{12} Q_i^{5/3} \quad (1.157)$$

burada,

$$\alpha = 0.084 D_{50}^{-1} g^{-1/2} \Delta^{-2} C^{1/3} B_s^{-2/3}; \beta = (\text{bir aydaki saniye sayısı}) = 2.68 \times 10^6;$$

$$B_s = (\text{taşınımın meydana geldiği genişlik}) = 80 \text{ m 'dir.} \quad (1.158)$$

Sonuç olarak; mevcut konumdan (0 indisi), yeni konumdaki değer (1 indisi) elde edilebilir.

- Mansap rejimi ($Q_i - \Delta Q_i$) olmaktadır,
- Yıllık taşınım ($V_1 = V_0$)' dan etkilenmemektedir,

Su girişinin mansabındaki kum tutucu ile yakalanan katı madde zamanla akarsu içine geri taşınmaktadır. Kolayca sonuca gidilebilir,

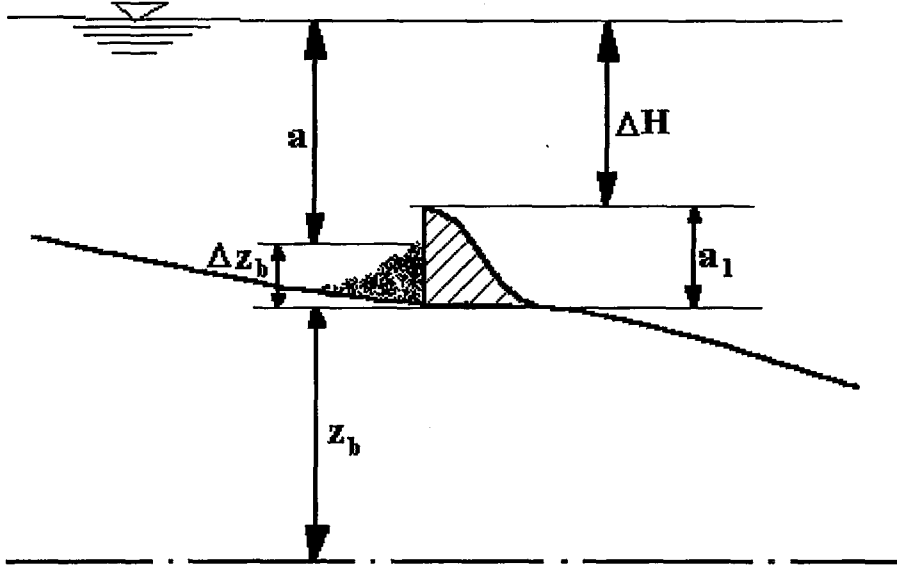
$$i_1 = i_0 \left[\frac{\sum_{i=1}^{12} Q_i^{5/3}}{\sum_{i=1}^{12} \{Q_i - \Delta Q_i\}^{5/3}} \right]^{3/5} \quad (1.159)$$

Çizelge 1.3 ve Çizelge 1.4'teki datalar kullanılarak $i_1 = 1.045i_0$ elde edilir. Denizden yaklaşık 400 km uzaklıkta bulunan baraj yerindeki nihai taban seviyesi yükselmesinin 6 m olabileceği tahmin edilmiştir. Benzer bir tahmin, sabit savağın membasındaki “sonuç taban seviyesi artışı” için de yapılabilir.

Çizelge 1.4 Nanigi' den geri çekilmesi tasarlanan debi değerleri (ΔQ_i :m³/sn)

Ocak	1.4	Mayıs	14.9	Eylül	10.6
Şubat	6.8	Haziran	15.5	Ekim	11.9
Mart	12.2	Temmuz	11.6	Kasım	11.4
Nisan	10.8	Ağustos	10.5	Aralık	6.8

Eğer a savağın membasındaki su derinliği, a_1 savağın kret yüksekliği olarak alınırsa, ΔH su seviyesi ile savağın tepe noktası arasındaki uzaklık olmaktadır. Sonuç taban seviyesi yükselmesi (Δz_b) ise;



Şekil 1.18 Savak kesiti

$$\Delta z_b = a_1 + \Delta H - a \quad (1.160)$$

Bu örnekte ΔH ve a , debi ile değişmektedir. Yine bu örnekte Engelund-Hansen formülü yeniden yazılabilir.

$$S \approx Q^5 a^{-5} \quad (1.161)$$

Son durum için yine $V_1 = V_0$ kabul edilebilir, böylece aşağıdaki ifade elde edilir;

$$\sum_{i=1}^{12} Q_i^5 a_{i_0}^{-5} = \sum_{i=1}^{12} Q_i^5 \{a_1 + \Delta H_i - \Delta z_b\}^{-5} \quad (1.162)$$

Savağın karakteristiklerini kullanarak, Q_i den ΔH_i bulunabilir. Böylece (1.162) denklemi verilen a_1 için tek bilinmeyenli (Δz_b) hale gelir. Tana Akarsuyu için $a_1 = 4$ m ve uygun bir eşik formülü için tahmini $\Delta z_b \cong 2$ m bulunabilir.

Bu nedenle savağın membası ve mansabında kumlanma beklenebilir. Morfolojik zaman ölçeğinin (Bölüm 1.2.3.2) hesaplanarak, ön hazırlık çalışmasının tamamlanmasıyla kumlanmanın meydana geliş hızı hakkında bir fikir elde edilebilir. Çizelge 1.2'ye göre Tana

Akarsuyu rölatif olarak diğer akarsulara nazaran daha hızlıdır. Sonuç olarak, morfolojik hesaplamanın tamamlanması için $z_b(x, t)$ 'ye ulaşmanın gerekli olduğu kanıtlanır.

Savaşın inşa edilmesinden sonraki zaman sürecinde, savaşın membasındaki erozyon hakkında da bir tahmin yapılması gereklidir. Bu periyotta, erozyon olması beklenebilir çünkü, memba tarafındaki kumlanma yüzünden eşikten geçen katı madde miktarında azalma olmuştur.

Savaşın membasındaki geçici erozyon, savaşın arka tarafındaki taban korumasının dizaynı açısından önemli olabilmektedir.

Nümerik modeller Bölüm 1.3.4'de açıkça tartışılmış ve tüm erozyon dikkate alınmıştır. Bu erozyona, savaşın mansabındaki yerel erozyon da eklenmiştir. Bu yerel erozyon, savaşın mevcudiyetinden dolayı sudaki türbülansın yerel olarak artmasıyla oluşmaktadır.

1.5.2.3 Nümerik Hesaplamalar

Nümerik hesaplamalar geliştirilmiş Lax-şeması (θ sabit) ile yapılmaktadır. Aşağıdaki karakteristikler ifade edilebilir;

i) Nanigi savaşında bir 'iç sınır' bulunur. Burada uygulanan şart, bütün katı maddelerin savaktan geçtiği kabulünü esas almaktadır. Bu doğrudan doğruya ya da rölatif olarak kısa bir gecikme ile olabilir (sulama ağzından geçen katı maddeler bir kum tutucuda tutulur ve sonra taban taranarak tekrar akarsuya katılır).

ii) "Memba Sınırı"nın yeri, yeni savaşın 200 km memba tarafında bulunan Koreh Çağlayanı olarak saptanmıştır. Memba sınırı için sadece 50 yıllık tahmin yapılabildiğinden, katı madde koşullarındaki hatalar Nanigi'deki sonuçları etkileyecektir.

iii) "Mansap Sınırı" akarsu ağzı (Kipini) olarak alınmıştır. Gel-git etkisi ihmal edilmiştir.

iv) "Başlangıç Şartı", elde bulunan bilginin azlığından dolayı büyük zorluklar yaratmıştır. Bu esas itibariyle, akarsuyun şematize edilmesini zorlaştırmaktadır. Bu zorluk ise tüm akarsu boyunca sabit bir eğim (başlangıç eğimi ; $I=3.5 \times 10^{-4}$) düşünülerek yapılmıştır.

- Savaşın Mansabındaki Maksimum Oyulma (Kısa Dönem Etkisi)

Savaşın mansabındaki geçici oyulma hesaplanır. Seçilen başlangıç taban eğiminin etkisini araştırmak için bazı hesaplamalar farklı taban eğimleriyle yapılmıştır (hassaslık analizi).

Sonuçlar Çizelge 1.5'te verilmiştir.

Çizelge 1.5 Maksimum oyulma (m)

Taban Eğimi ($\times 10^{-4}$)	Maks. Oyulma (m)	Zaman (a)
2.5	2.6	$\frac{1}{2}$
3.5	2.9	1
4.5	4.4	$\frac{1}{2}$

Sabit geri alınan debi $\Delta Q=15 \text{ m}^3/\text{sn}$ ve baraj yüksekliği 4m kabul edilerek veriler ortalama hidrolojik yılları esas almıştır (Çizelge 1.3).

Savak tamamlandıktan sonraki bir yıl içinde geçici oyulmanın muhtemelen 3 ila 4 m arasında olması iyi bir sonuçtur.

- Uzun Dönemde Kumlanma

Uzun dönemde kumlanma, çok sayıda hesaplama yardımıyla belirlenebilir. Maksimum zaman adımı $\Delta t_{\max} = 5$ gün alındığında stabiliteyi sağlamak açısından $\Delta x=1$ km kullanılır. Bu hesaplar aşağıdaki sonuçları doğurur;

i)Savağın tamamlanmasından hemen sonraki başlangıç oyulması yüzünden, savağın mansabındaki yığılmanın gerçekleşmesi çok fazla zaman alır. Ancak yarım yüzyıl sonra mevcut taban seviyesine yeniden ulaşabilir.

ii)Savağın memba tarafında yüksekliği 4 m (3 m de kabul edilebilir) olan taban seviyesi sonuçta yaklaşık 2 m (ya da 1 m kabul edilebilir) yükselir.

iii)Her ne kadar taban yükselmesi olayı, Garissa Köprüsü yakınlarında görülse de, 50 yıl sonra yükselme sadece 2/3 oranına ulaşabilmiştir.

1.5.3 Pannerden Çatallanması

1.5.3.1 Genel Tanımlama

Burada tanımlanan araştırmalar on yıldan fazla bir zamandır uygulanmasına rağmen (DHL 1969), hala morfolojik hesapların güç ve yetersiz olduğu kanıtlanmaya çalışılmaktadır.

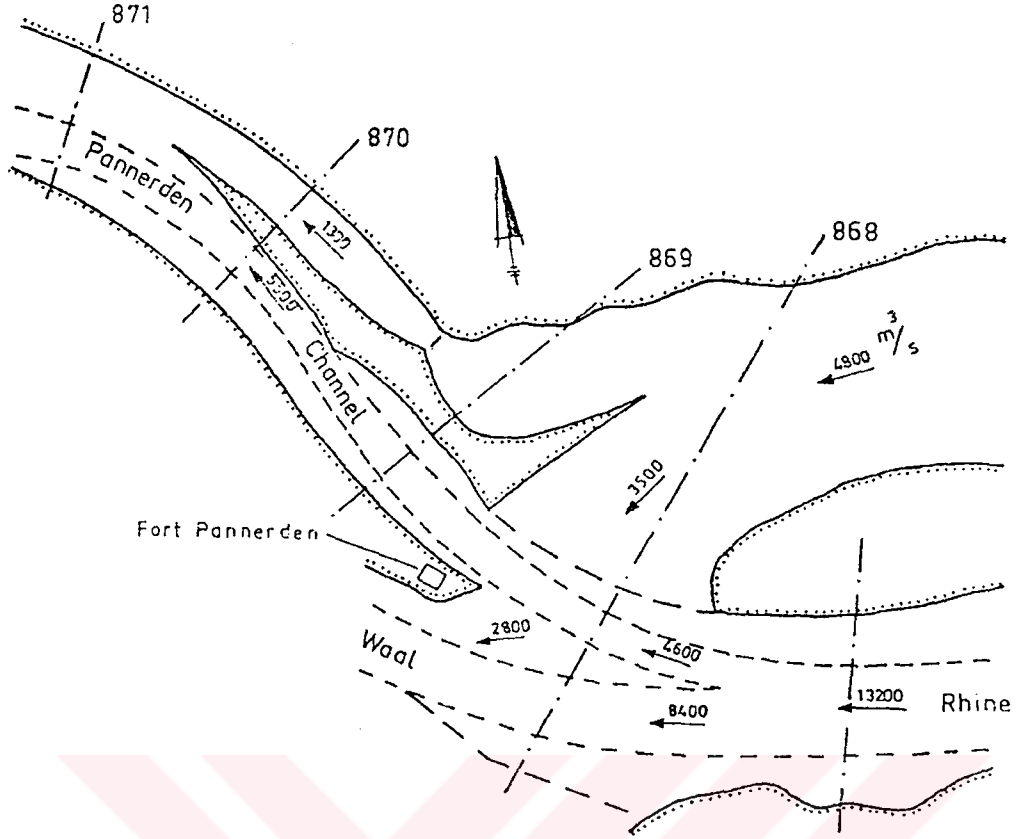
Şekil 1.19, Hollanda da ki Waal Nehri ve Pannerden Kanalı olarak kollara ayrılan Ren Nehri üzerindeki “Pannerden Çatallanması”nın geometrisini göstermektedir.

Alçak-su seviyesi tabanı alüvyonaldır, oysaki yüksek-su seviyesi tabanı (toprak şevli taşkın alanı) otlak alanlardan oluşmaktadır. Eğer su taşkın alanından alçak-su seviyesine giriyorsa, bu su katı madde olmadan girdiği için erozyon oluşabilir. Şekil 1.19, Pannerden Kanalı boyunca alçak-su seviyesindeki debinin bu yolla tedrici olarak $4800 \text{ m}^3/\text{s}$ ’den , çatallaşmanın $870. \text{ km}$ ’sinde $5500 \text{ m}^3/\text{s}$ ’ye artışı göstermektedir.

Pannerden Kanalı’nın denize uzak kesimlerindeki erozyon endişe veren bir olaydır, örneğin taşınımın artması. Eğer ilkinin hemen ardından ikinci taşkın dalgası gelirse mansapta zorluklara neden olabilmektedir. Pannerden Kanalı’nın yüksek kesimlerinde hareketli taban altına bir taban koruması inşa edilmesi problemi ortaya çıkmaktadır.

1.5.3.2 Nümerik Hesaplamalar

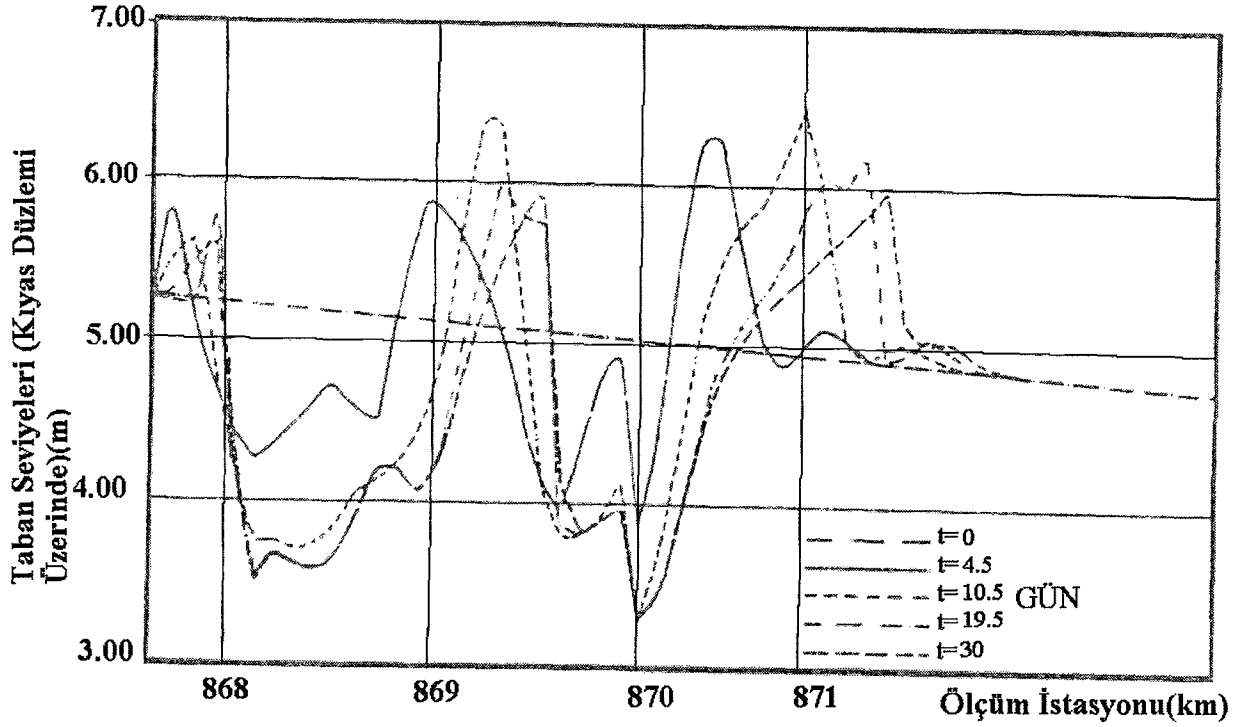
Alçak-su seviyesi için, Pannerden Kanalı’nın $874. \text{ km}$ ’sini karakterize eden bir matematik (nümerik) model kurulmuştur. Yanal akımlar ‘akım çizgileri hesabı’ yardımıyla hesaplanabilir (Jansen, 1979). Memba sınırında (örn. çatallanma) mevcut katı madde miktarı hesaplara katılır. Modelin kalibrasyonu, 1926’daki Ren Nehri taşkınında elde edilen veriler vasıtasıyla gerçekleştirilmiştir. 1926 taşkınının geçmesinden ancak birkaç ay sonra Pannerden Kanalı’nda ölçümler yapılabilmıştır.



Şekil 1.19 Pannerden çatallanması

Mevcut geometriye ilişkin bazı hesap sonuçları; Şekil 1.21’de verilen ekstrem bir taşkın dizayn dalgasından yararlanılarak, Şekil 1.20’de verilmiştir.

Şekil 1.20’den görüldüğü gibi rölatif olarak yavaşça mansaba doğru hareket eden iki oyulma çukuru görülmektedir. Bununla birlikte, oyulma çukurlarının mansabında geçici olarak yığılma meydana gelmektedir. Oyulmanın olduğu kesitlerde akarsudaki taşınım arttığı halde, mevcut yığılmalar nedeniyle Pannerden Kanalı’nın denize uzak kısımlarındaki ortalama taşınım hemen hemen hiç artmamaktadır. Bu yüzden, Bölüm 1.5.3.1’de adı geçen taban korumasının yapılmamasına karar verilmiştir.



Şekil 1.20 Taban seviyelerinin hesabı

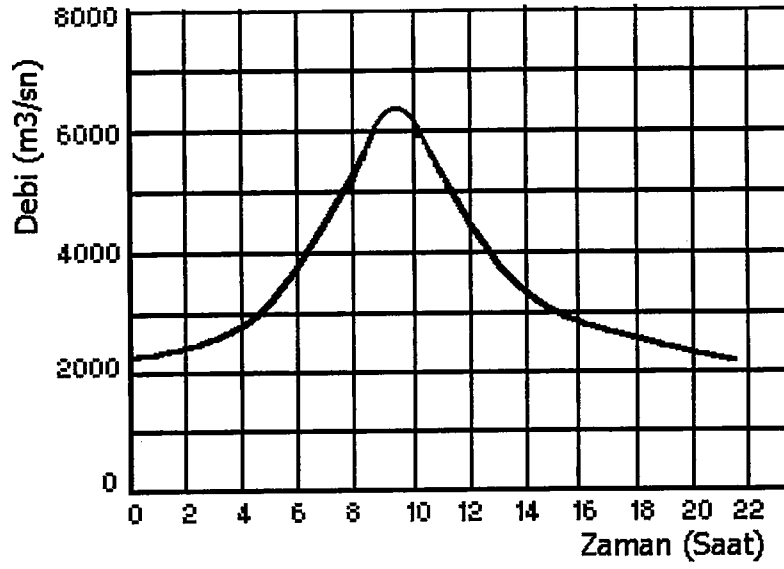
1.5.4 Taranmış Bir Hendekte Kumlanma

Askı malzemesini de içeren bir morfolojik modelin uygulanması Kerssens vd. (1979) tarafından yapılmıştır. Bu model, Western Scheldt'de bir gaz boru hattı için açılmış test çukurunda ölçülen kumlanmayı yeniden oluşturmak için kullanılmıştır.

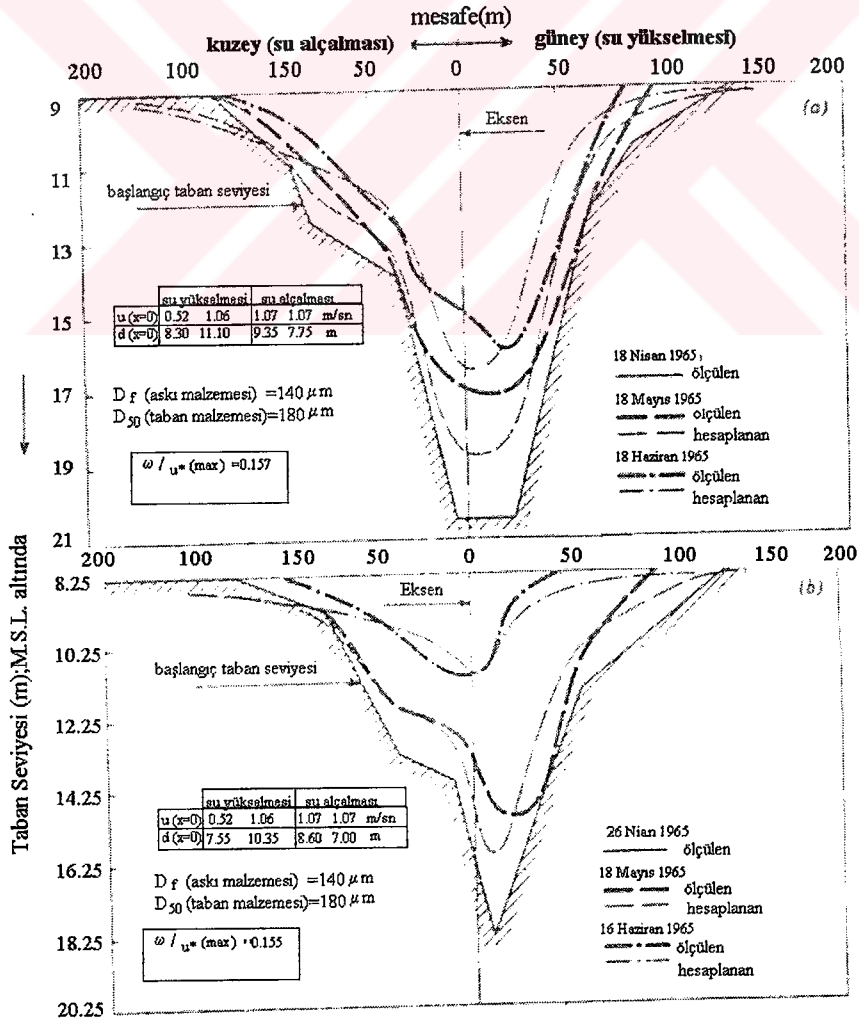
Araştırmacılar, (1.137) denkleminin $\partial c / \partial t$ teriminin diğer terimlerle karşılaştırıldığında küçük olduğu sonucuna varmışlardır. Bu nedenle gel-git döngüsü sırasıyla dört kararlı akım şartı için de şematize edilmiştir (suların alçalması için iki, suların kabarması için iki).

Araştırmacılar hesaplamalarında $s=f(u)$ için bir “deneysel bağıntı” uygulamışlar; bu durumda $n=3.1$ bulunmuştur.

Şekil 1.22, bazı hesaplanan sonuçların, 1965 yılında ölçülen yığılma miktarları ile oldukça uyumlu olduğunu göstermektedir. ‘Hassaslık Analizi’ konusunda ayrıntılar için orijinal makaleler referans teşkil etmektedir.



Şekil 1.21 Dizayn dalgası



Şekil 1.22 Taranmış hendekte kumlanma (Kerssens, 1979)

2.NÜMERİK MODEL

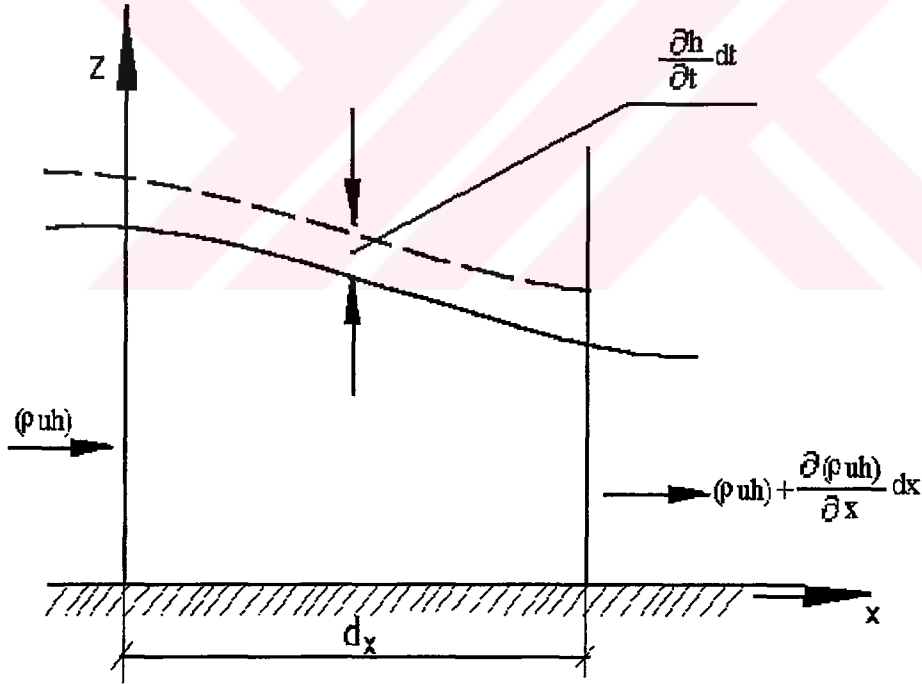
2.1 Temel Bağıntılar

Matematiksel model için kullanılacak bağıntılar su ve katı madde hareketine ait süreklilik ve hareket denklemleridir. Problemi kolaylaştırmak için akarsuyun çok geniş, doğrusal, alüvyonal bir tabana sahip olduğu ve akım karakteristiklerinin akarsu boyunca alınan x uzaklığının fonksiyonu olduğu kabul edilmiştir. (Demiröz)

Burada su derinliği h ile gösterilmektedir. Şekil 2.1 dikkate alındığında süreklilik denklemi;

$$q(t) = u.h$$

$$h \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$



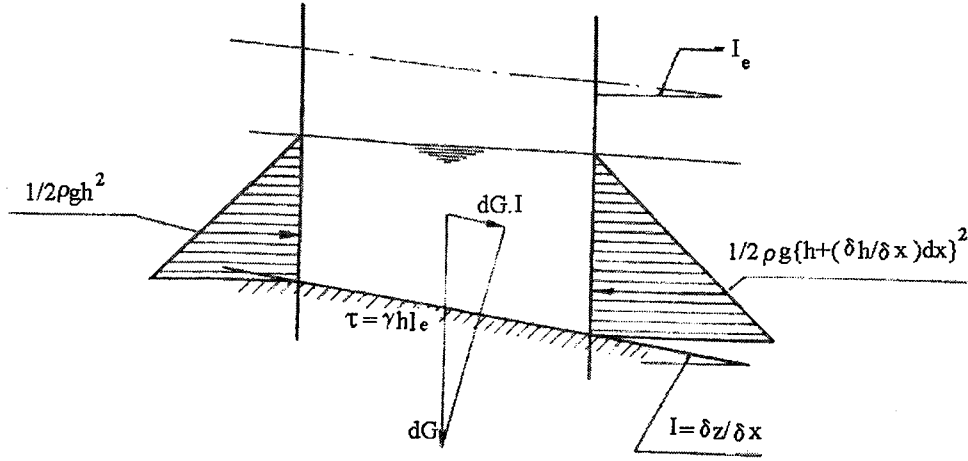
Şekil 2.1 Akarsu boy kesiti

Şekil 2.2 dikkate alındığında hareket denklemi;

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = -g \frac{u|u|}{C_e^2 h} \quad (2.2)$$

Katı madde için süreklilik denklemi;

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \quad (2.3)$$



Şekil 2.2 Akarsudan alınan kontrol kesit

Katı madde için hareket denklemi;

$$q_s = f(u) \quad (2.4)$$

(2.4) ile verilen katı madde hareket denklemi için bu çalışmada Engelund – Hansen tarafından,

$$q_s = \frac{a u^5}{(1 - e)} \quad (2.5)$$

şeklinde verilen toplam katı madde taşınım formülü kullanılmıştır.

Burada :

e : Porozite

u : Akımın ortalama hızı (m/sn)

h : Akım derinliği (m)

q : Birim genişlikten geçen su debisi (m³/sn/m)

t : Zaman (sn)

g : Yer çekimi ivmesi (m/sn²)

x : Akarsu tabanı boyunca uzunluk (m)

z : Akarsuyun taban yüksekliği (m)

C_e : Chezy katsayısı ($m^{1/2}/sn$)

q_s : Birim genişlikten birim zamanda geçen toplam katı madde miktarı ($m^3/sn/m$)

$$a = \frac{0.05 g^{1/2} \mu^{5/2}}{\Delta^2 DC_e^5} = \frac{0.05 g^{1/2} \left(\frac{C_e^2}{g} \right)}{\Delta^2 DC_e^5} = 0.05 \frac{1}{\Delta^2 DC_e^3 g^{1/2}} \quad (2.6)$$

$$\mu = \left(\frac{C_e^2}{g} \right)^{2/5} \quad (2.7)$$

$\Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$: katı maddenin su içerisinde rölatif özgül kütlesi

$D = D_{50}$: tane çapı (m)

Yukarıda verilen (2.1), (2.2), (2.3) ve (2.4) bağıntılarında u , h , z bağımlı değişkenleri hem x 'in hem de t 'nin fonksiyonu olduklarından diferansiyel denklemleri matematiksel model içerisinde kullanarak çözümlerinin elde edilmesinde bazı güçlükler ortaya çıkar.

Eğer su seviyesi değişimlerinin yayılma hızları taban şekillerinin yayılma hızları ile karşılaştırılırsa bazı yaklaşımlarla bu diferansiyel denklemleri daha basite indirmek mümkün olur.

Bu maksatla u , h , z , bağımlı değişkenlerinin,

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial x} dx \quad (2.8)$$

$$dh = \frac{\partial h}{\partial t} dt + \frac{\partial h}{\partial x} dx \quad (2.9)$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial t} dt + \frac{\partial z}{\partial x} dx \quad (2.10)$$

tam diferansiyelleri (2.1), (2.2) ve (2.3) diferansiyel denklemleriyle birlikte ele alınır ve

matris formunda yazılırsa :

$$\begin{array}{lcl}
 \text{hareket} & \leftarrow & \begin{bmatrix} 1 & u & 0 & g & 0 & g \end{bmatrix} \\
 \text{süreklilik} & \leftarrow & \begin{bmatrix} 0 & h & 1 & u & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \text{süreklilik} & \leftarrow & \begin{bmatrix} 0 & f_u & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 du & \leftarrow & \begin{bmatrix} dt & dx & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 dh & \leftarrow & \begin{bmatrix} 0 & 0 & dt & dx & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 dz & \leftarrow & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & dt & dx \end{bmatrix}
 \end{array} \cdot \begin{bmatrix} \partial u / \partial t \\ \partial u / \partial x \\ \partial h / \partial t \\ \partial h / \partial x \\ \partial z / \partial t \\ \partial z / \partial x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \\ 0 \\ du \\ dh \\ dz \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

olur. Burada:

$$f_u = \frac{dq_s}{du}$$

$$R_1 = -g \frac{u|u|}{C_e^2 h}$$

bu denklemlerin kısmi diferansiyellere göre lineer bağımlı olabilmesi için katsayı matrisi determinantının sıfıra eşit olması gerekir.

Böylece,

$$\phi^3 - 2\phi^2 + (1 - Fr^{-2} - \psi Fr^{-2})\phi + \psi Fr^{-2} = 0 \quad (2.12)$$

elde edilir. Burada:

$$\phi = \frac{C}{u} \quad : \text{rölatif yayılma hızı},$$

$$C = \frac{dx}{dt} \quad : \text{yayılma hızı},$$

$$Fr = \frac{u}{\sqrt{gh}} \quad : \text{Froude sayısı},$$

$$\psi = \frac{dq_s}{du} \frac{1}{h} : \text{boyutsuz katı madde taşınım parametresi,}$$

dir. Üçüncü dereceden bir ifade olan (2.12)'nin üç gerçek kökü vardır:

$$\phi_{1,2} = 1 \mp Fr^{-1} \quad (2.13)$$

$$\phi_3 = \frac{\psi}{1 - Fr^2} \quad (2.14)$$

Bu köklerden $\phi_{1,2}$ 'nin Fr 'ye ve ϕ_3 'ün de ψ ile Fr 'ye bağlı olarak değişimleri Şekil 1.3' de gösterilmiştir. (2.14) bağıntısından görüleceği gibi nehir rejiminde;

$$Fr < 1 \quad \phi_3 > 0$$

ve sel rejiminde;

$$Fr > 1 \quad \phi_3 < 0$$

olmaktadır. Bu sonuç nehir rejiminde taban şekillerinin (dalgacık, eşik) akım yönünde, sel rejiminde ise akıma ters yönde (ters eşiklerin hareketi) hareket ettiklerini ifade eder.

(2.13), (2.14) ve (2.5) bağıntılarından;

$$C_{1,2} = u \mp \sqrt{gh} \quad (2.15)$$

$$C_3 = \frac{5q_s}{h(1 - Fr^2)} \quad \text{veya} \quad C_3 = \frac{5u q_s}{q(1 - Fr^2)} \quad (2.16)$$

elde edilir. Bilindiği gibi burada $C_{1,2}$ su seviyesi değişimlerinin, C_3 ise taban seviyesi değişimlerinin yayılma hızlarıdır.

Şekil 1.3 dikkate alınarak bu hızlar karşılaştırıldığında bire çok yakın olmayan Fr değerlerine sahip nehir rejiminde;

$$|\phi_1, \phi_2| \gg \phi_3 \quad (2.17)$$

ve buradan:

$$|C_1, C_2| \gg C_3 \quad (2.18)$$

elde edilir. Bu sonuca doğada rastlanabilen $C_{1,2}$ ve C_3 değerlerini karşılaştırarak da ulaşılabılır. Doğal akarsularda genellikle $Fr < 1$ için $|C_1, C_2| = 1 \sim 20$ m/sn, $C_3 = 0.1 \sim 1$ m/saat arasında değerlere sahip olduğundan $|C_1, C_2| \gg C_3$ kabul edilir. Bu nedenle su hareketi katı madde hareketine nazaran yarı kararlı olduğu (quasi-steady), diğer bir deyimle debinin x 'e bağlı olmadığı söylenebilir ve (2.2) ifadesindeki $\frac{\partial u}{\partial t}$ ile (2.1) ifadesindeki $\frac{\partial h}{\partial t}$ terimleri ihmal edilebilir. Böylece su için süreklilik ve hareket denklemleri;

$$h \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (2.19)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{gu|u|}{C_e^2 h} \quad (2.20)$$

şeklini alırlar. O halde matematiksel modelde kullanılacak diferansiyel denklemler (2.19), (2.20) ve (2.3) ifadeleri olurlar.

2.2 Nümerik Çözüm Şemaları

Diferansiyel denklemlerin sayısal yöntemle çözümlenebilmesi için,

- i) Diferansiyel denklemleri sonlu fark yaklaşımını kullanarak yazmak,
 - ii) Sonlu fark denklemlerini de sonlu fark şemaları haline getirmek,
- gerekmektedir.

Bilindiği gibi diferansiyel denklemler eğer doğrudan çözülebiliyorsa gerçek çözümü, sonlu fark denklemleri ise yaklaşık çözümü verirler. Bu bakımdan sayısal yöntemle çözüm aranırken yaklaşık çözümün gerçek çözüme uygun olmasına diğer bir deyişle sonlu fark denklemlerinin diferansiyel denklemlere uygun olmasına dikkat etmek gerekir.

Sonlu fark şemaları, hazırlanan bilgisayar programı ile sayısal olarak çözülürken elde edilen çözümlerin stabil olması lazımdır. Aksi halde bilgisayar programı test edilirken çözümlerdeki küçük hatalar gittikçe büyüyerek bilgisayarın kapasitesi dışındaki sayılara ulaşır ve bilgisayarın mesaj vererek durmasına sebep olur. Bu bakımdan fark şemasını programla test etmeden önce şemanın stabilitesinin incelemesini gerçekleştirmek ve sayısal değerleri buna göre seçmek gerekir.

Su ve katı madde hareketini tarifleyen diferansiyel denklemler bölüm 2.2’de verilmişti. Bu denklemlerden (2.19) ve (2.20) birlikte kullanılarak su hareketi ile ilgili, (2.3) ile (2.4) birlikte kullanılarak da katı madde hareketi ile ilgili hesapların yapılacağı fark şemaları elde edilebilir.

2.2.1 Su Yüzü Kabarma Eğrisi için Sonlu Fark Şeması

Bu sonlu fark şeması dikkate alınan akarsu boyunca akım derinliklerinin hesaplanacağı şemadır ve (2.20) ifadesinden elde edilebilir. Hareket denklemi;

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{u|u|}{C_e^2 h} - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2g} \right)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2g} \right)$ hız yüksekliğinin x’e göre değişimidir. Doğal

akarsularda hız yüksekliğinin bu değişimi oldukça küçük ve ihmal edilebilir mertebede olduğu kabul edilirse;

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{u|u|}{C_e^2 h} - \frac{\partial z}{\partial x}$$

elde edilir. Buradan ;

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{Q^2}{C_e^2 b^2 h^3} + I \quad (2.21)$$

elde edilir. Burada

$$I = -\frac{\partial z}{\partial x} : \text{taban eğimi,}$$

b : akarsu genişliği,

dir. Bilindiği gibi (2.21) bağıntısı adi bir diferansiyel denklemdir.

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\Delta h}{\Delta x} \quad (2.22)$$

yazılarak fark şeması

$$\Delta h = \Delta x \left[-\frac{Q^2}{C_e^2 b^2 h^3} + I \right] \quad (2.23)$$

elde edilir.

(2.21) ile verilen diferansiyel denklem Şekil 2.3' de görülen uzunluğu L olan bir akarsu boyunca çözülecektir. O halde bu denklemin (2.23) fark şeması ile yaklaşık çözümünü bulmak için akarsuyu uzunluğu Δx olan belirli sayıda dilimlere ayırmak yeterli olacaktır (Bununla beraber yaklaşık çözüm elde etmek için akarsuyu daima eşit uzunlukta dilimlere ayırmak şartı yoktur). Uzunluğu L olan akarsu jj dilime ayrılmış olsun.

$$L = jj \cdot \Delta x$$

olur. Buna göre;

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{h_{j+1} - h_j}{\Delta x}, (j = 0, 1, 2, \dots, jj) \quad (2.24)$$

ve

$$h_{j+1} = h_j + \Delta x \left[-\frac{Q^2}{C_e^2 b^2 h_j^3} + I \right] \quad (2.25)$$

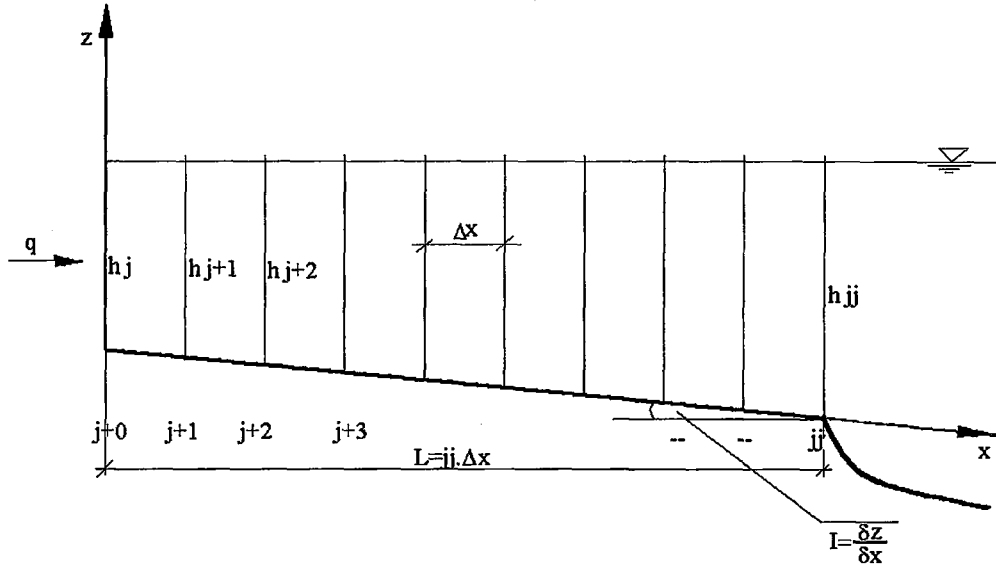
yazılabilir.

Bu, Şekil 2.3'de görüldüğü gibi su yüzü profilinin membadan mansaba doğru hesaplanması halinde geçerli olan fark şemasıdır. Eğer su yüzü mansaptan membaya doğru hesaplanacak ise (2.25) şeması:

$$h_{j+1} = h_j + \Delta x \left[\frac{Q^2}{C_e^2 b^2 h_j^3} - I \right] \quad (2.26)$$

halini alır. Burada ;

$$I = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\Delta z}{\Delta x} \text{ dir.}$$



Şekil 2.3 Su yüzü profili

2.2.2 Katı Madde Hesabında Kullanılan Sonlu Fark Şeması (Preissmann Şeması)

Bu şema katı madde hareketi sonucu taban seviyelerinde meydana gelecek değişimlerin hesaplanacağı şemadır ve daha önce de belirtildiği gibi olayı tarif eden diferansiyel denklemlerden elde edilecektir.

Bu kısmi diferansiyel denklemlerin çözümü için bir çok sonlu fark yaklaşımı teklif edilmiştir. Buna rağmen bu yaklaşımlardan herhangi birini kullanmadan önce stabilitesini incelemek ve stabil çözüm veren şemayı belirlemek gerekir.

Bu çalışmada Preissmann tarafından teklif edilen sonlu fark yaklaşım şeması kullanılmıştır. Genel olarak şekil 2.4'deki operatörle ifade edilen bu yaklaşımda (2.3) bağıntısındaki $\frac{\partial z}{\partial t}$ diferansiyeli $j.\Delta x$ ve $(j+1)\Delta x$ mesafelerindeki; $\frac{\partial q_s}{\partial x}$ diferansiyeli de $n.\Delta t$ ve $(n+1)\Delta t$ zamanlarındaki ağırlıklı farkların toplamı ile ifade edilir. Buna göre (2.3) diferansiyel denklemi,

$$(1 - \psi_1) \frac{z_j^{n+1} - z_j^n}{\Delta t} + \psi_1 \frac{z_{j+1}^{n+1} - z_{j+1}^n}{\Delta t} + (1 - \theta) \frac{s_{j+1}^n - s_j^n}{\Delta x} + \theta \frac{s_{j+1}^{n+1} - s_j^{n+1}}{\Delta x} = 0 \quad (2.27)$$

sonlu farklar denklemi şeklinde ifade edilmiş olur. Burada $s = dq_s$ dir.

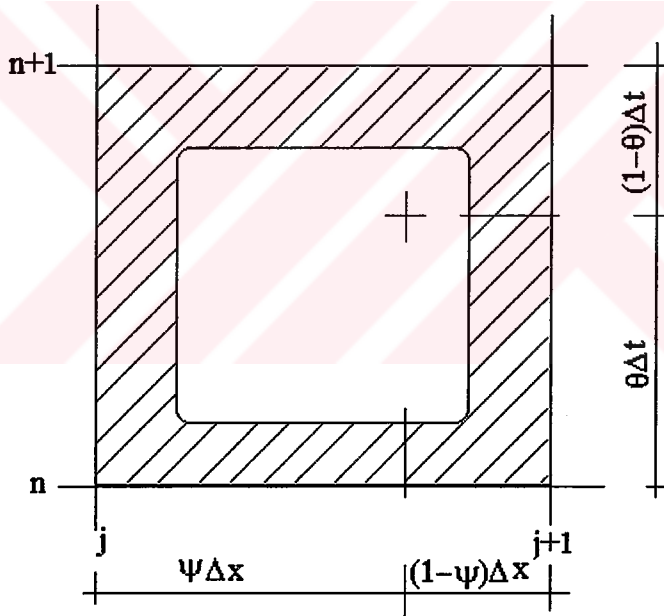
$$\psi_1 = \theta = \frac{1}{2} \text{ seçilerek}$$

$$z_{j+1}^{n+1} = z_{j+1}^n + z_j^n - z_j^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (s_{j+1}^n - s_j^n + s_{j+1}^{n+1} - s_j^{n+1}) \quad (2.28)$$

Yapılacak stabilite incelemesiyle görüleceği gibi Preissmann'ın teklif ettiği yaklaşım şeması daima stabil bir çözüm vermektedir. Bu stabilite incelemesi aşağıda kısaca açıklanmıştır. (2.3) ve (2.4) diferansiyel denklemleri birlikte kullanılırsa;

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{d(q_s)}{du} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.29)$$

olur. Diğer taraftan (2.20) ifadesinden $\frac{\partial u}{\partial x}$ terimi bulunur ve (2.29) da yerine konursa:



Şekil 2.4 Preissmann sonlu fark şeması

$$\frac{\partial z}{\partial t} + C_3 \frac{\partial z}{\partial x} = \alpha \quad (2.30)$$

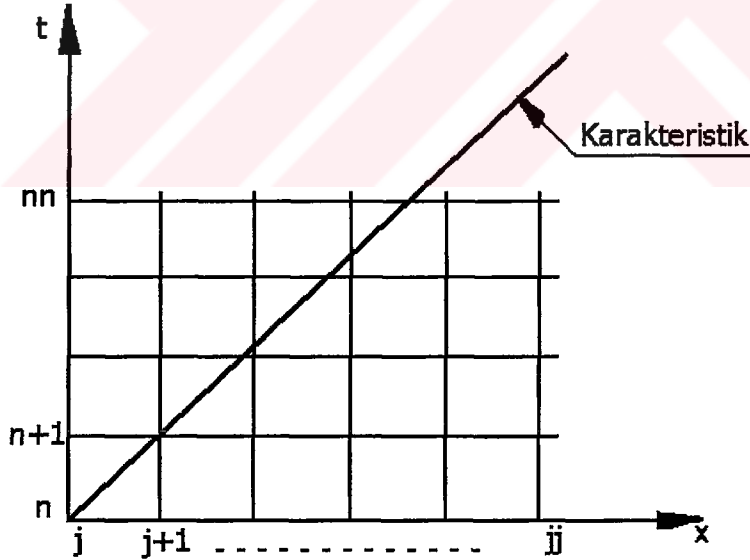
olur. Burada:

$$C_3 = \frac{g \frac{dq_s}{du}}{\frac{gq}{u^2} - u} \quad : \text{taban seviye de\u0131işimlerinin yayılma hızı},$$

$$\alpha = \left[-\frac{gq|q|}{C_e^2 h^3} \right] \left[\frac{\frac{dq_s}{du}}{\frac{gq}{u^2} - u} \right] \quad : \text{sürtünmelerden ileri gelen sönüm},$$

dür. Görüldüğü gibi (2.30) ifadesi sönümü α olan basit bir dalganın yayılmasını veren diferansiyel denklemdir. Demek oluyor ki basit bir dalga hareketi, taban seviyesi de\u0131işimlerinin yayılmasının matematiksel modeli olarak ele alınabilmektedir.

(2.30) ifadesindeki $\frac{\partial z}{\partial t}$ ve $\frac{\partial z}{\partial x}$ birbirlerine lineer olarak bağımlıdır. Böyle bir kısmi diferansiyel denklemin çözüm yüzeyleri karakteristik adı verilen doğrular boyunca yayılır. (2.30) ifadesindeki C_3 bu doğruların eğimi olur.



Şekil 2.5 Diferansiyel denklemlerin çözüm karakteristiği

Doğal akarsularda $Fr < 1$ için $C_3 > 0$ olacağından (x,t) düzleminde bu karakteristik Şekil 2.5’deki gibi bir doğru ile gösterilir. O halde $(j + 1), (n+1)$ noktasında kararlı bir çözüm aranırken CFL (Courant – Friedrichs Lewy) şartı gereğince bu doğrunun altında kalan noktalardaki bilgiler kullanılmalıdır. Örneğin, (j,n) ve $(j + 1, n)$ noktalarındaki bilgiler. Eğer karakteristik

doğrunun üstünde kalan noktalardaki bilgiler kullanılıyorsa, bu durumda çözüm stabilitesiz olur. Bu nedenledir ki $\frac{\partial z}{\partial t}$ için daima ileri farklar, $\frac{\partial z}{\partial x}$ için ise yaklaşıma göre geri farklar veya merkezi farklar kullanılmalıdır.

(2.30) bağıntısı Şekil 2.4' deki operatörü uygun olarak sonlu fark denklemi ($\alpha = 0$, yani fiziksel sönümün sıfır olduğu sürtünmesiz akım hali) şeklinde yazılırsa;

$$(1-\psi_1)\frac{z_j^{n+1}-z_j^n}{\Delta t} + \psi_1\frac{z_{j+1}^{n+1}-z_{j+1}^n}{\Delta t} + C_3\left[(1-\theta)\frac{z_{j+1}^n-z_j^n}{\Delta x} + \theta\frac{z_{j+1}^{n+1}-z_j^{n+1}}{\Delta x}\right] = 0 \quad (2.31)$$

olur. $\psi_1 = \theta = \frac{1}{2}$ seçilip düzenlenirse;

$$(1+r)z_{j+1}^{n+1} - (1-r)z_{j+1}^n + (1-r)z_j^{n+1} - (1+r)z_j^n = 0 \quad (2.32)$$

olur. Burada :

$$r = C_3 \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (2.33)$$

olup, Courant sayısı adını alır. (2.32) ile verilen şemanın stabilite incelemesi, şemadaki her bir z terimi Fourier serisi'ne açılıp Argand diyagramı çizilerek yapılabilir.

Buna göre:

$$z_{j+1}^{n+1} = \xi_k^{n+1} e^{ikm(j+1)\Delta x}$$

$$z_{j+1}^n = \xi_k^n e^{ikm(j+1)\Delta x}$$

$$z_j^{n+1} = \xi_k^{n+1} e^{ikm j \Delta x}$$

$$z_j^n = \xi_k^n e^{ikm j \Delta x}$$

Burada:

ξ : nümerik dalga genliği,

k : dalga numarası,

$$m : \frac{\pi}{L}$$

$$\Delta x : \frac{L}{jj}$$

jj : Akarsu uzunluğunun Δx aralıkla bölünmüş ağ sayısı,

j : Akarsuyun Δx aralıklı her hangi bir ağın düğüm numarasıdır.

Böylece seriye açılan her bir z terimi (2.32) ifadesinde yerine konur ve düzenlenirse, genlik faktörü;

$$A = \frac{\xi^{n+1}}{\xi^n} = (1-r) + re^{-i\varnothing} \quad (2.34)$$

elde edilir. Burada:

A : genlik faktörü

$$\varnothing = km\Delta x$$

$$e^{-i\varnothing} = (\cos \varnothing - i \sin \varnothing)$$

dir. (2.34) ifadesi gerçekte ve sanal kısımlarına ayrılarak;

$$A = [(1-r) + r \cos \varnothing] + i (-r \sin \varnothing) \quad (2.35)$$

olur. Bu ifade de;

$$a = (1-r) + r \cos \varnothing$$

$$b = (-r \sin \varnothing)$$

alınarak,

$$A = a + i b$$

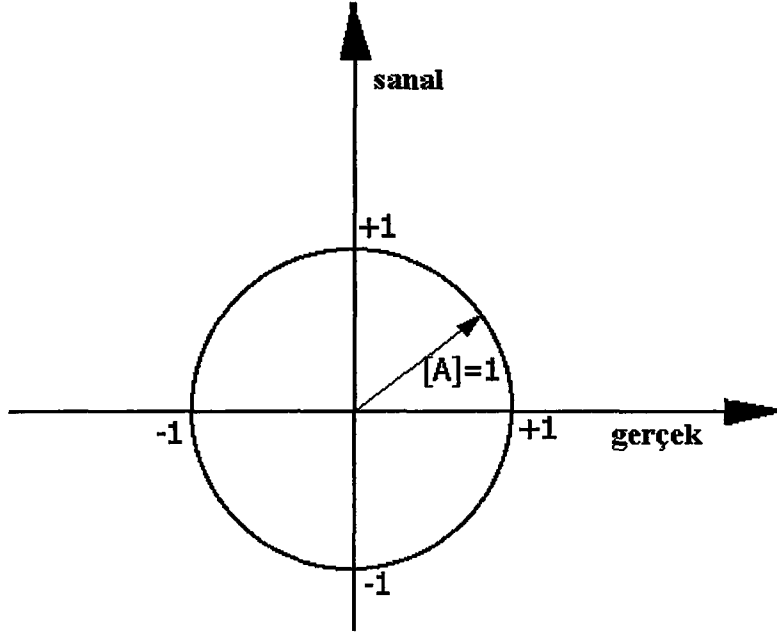
ve buradan A genlik faktörünün mutlak değeri ;

$$|A| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2.36)$$

olur. (3.16) ifadesi kullanılarak farklı r ve $\varnothing$ değerleri için hesap yapılırsa daima;

$$|A| = 1 \quad (2.37)$$

bulunur ki bu da Argand diyagramının yarıçapı $|A|$ olan bir daire olduğunu gösterir, (Şekil 2.6). Demek oluyor ki (2.32) şemasının kullanılmasında Δt ve Δx ne değeri alırsa alsın sayısal hesap yapılırken hatalar büyümeyecek aynı kalacaktır. Diğer bir deyimle stabil yaklaşık bir çözüm elde edilecektir. Burada stabilite incelemesi için her ne kadar α fiziksel sönüm ihmal edilmiş ise de sayısal çözüm aranırken hesaplara dahil edilmiştir.



Şekil 2.6 Argand diyagramı

2.2.3 Değiştirilmiş Preissmann Şeması

Katı madde hareketi için (2.3) ile verilen süreklilik denklemi *Preissmann* şeması kullanılarak sonlu farklar denklemi şeklinde ifade edilmiştir. Bilindiği gibi sonsuz küçük farkların sonlu küçük farklar şeklinde yazılması sonucunda diferansiyel denklemlerden elde edilecek gerçek çözümlerle sonlu farklar denklemlerinden elde edilecek yaklaşık çözümler arasında farklar vardır. Bu nedenle sayısal çözümde kullanılan farklar şemasından elde edilecek çözümün mümkün olduğu kadar gerçek çözüme yakın olmasını sağlamak gerekir. Bu durum (2.28) ile verilen sonlu fark şemasını, bütün terimlerini Taylor serisine açarak, yeniden yazmakla sağlanabilir. Bütün z ve s değerleri Şekil 2.4 deki (j,n) noktasına göre seriye açılarak yazılırsa (2.28 şeması)

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\Delta t^2}{12} \frac{\partial^3 s}{\partial x \partial t^2} + \frac{\Delta x^2}{12} \frac{\partial^3 z}{\partial t \partial x^2} + \dots = 0 \quad (2.38)$$

şeklini alır. Bu, (2.3) ile verilen süreklilik denklemi ile karşılaştırıldığında ikisi arasında

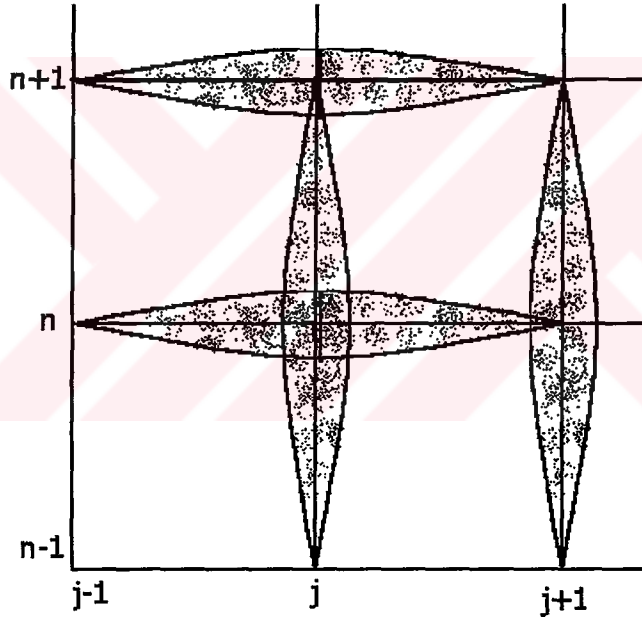
$$\text{kesme hatası} = \left[\frac{\Delta t^2}{12} \frac{\partial^3 s}{\partial x \partial t^2} + \frac{\Delta x^2}{12} \frac{\partial^3 z}{\partial t \partial x^2} + \dots \right] \quad (2.39)$$

kadar fark olduğu görülür. Bu fark diferansiyel denklemin sonlu farklar denklemi şeklinde yazılmasından ileri gelen farktır ve kesme hatası adını alır.

Demek oluyor ki (2.28) şeması ile çözüm aranırken gerçek çözümü elde etmek için seçilen Δt , $\Delta x \rightarrow 0$ değerlerinde ('kesme hatası' $\rightarrow 0$) olmalıdır. Eğer ('kesme hatası' $\neq 0$) oluyorsa bu takdirde farklar şemasından bu hatanın çıkarılması gerekir. Böylece;

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} - \left[\frac{\Delta t^2}{12} \underbrace{\frac{\partial^3 s}{\partial x \partial t^2}}_I + \frac{\Delta x^2}{12} \underbrace{\frac{\partial^3 z}{\partial t \partial x^2}}_{II} + \dots \right] = 0 \quad (2.40)$$

olur.



Şekil 2.7 Düşük mertebeden terimlere ait sonlu fark şeması

Şekil 2.7 dikkate alınarak (2.40) ifadesinin I ve II kısmı diferansiyelleri (düşük mertebeden terimler) sonlu farklar şeklinde yazılırsa ;

$$I = \frac{\partial^3 s}{\partial x \partial t^2} = \frac{(s_{j+1}^{n+1} - 2s_{j+1}^n + s_{j+1}^{n-1}) - (s_j^{n+1} - 2s_j^n + s_j^{n-1})}{\Delta x \Delta t^2} \quad (2.41)$$

$$II = \frac{\partial^3 z}{\partial t \partial x^2} = \frac{(z_{j+1}^{n+1} - 2z_j^{n+1} + z_{j-1}^{n+1}) - (z_{j+1}^n - 2z_j^n + z_{j-1}^n)}{\Delta t \Delta x^2} \quad (2.42)$$

olurlar. Eğer (2.40) ifadesi sonlu farklar denkleminde yazılır ve (2.41) ile (2.42) açılımları da yerine konursa;

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} + \left(-\frac{1}{12}\right) \left(\frac{(z_{j+1}^{n+1} - 2z_j^{n+1} + z_{j-1}^{n+1}) - (z_{j+1}^n - 2z_j^n + z_{j-1}^n)}{\Delta t} + \frac{(s_{j+1}^{n+1} - 2s_j^{n+1} + s_{j-1}^{n+1}) - (s_{j+1}^n - 2s_j^n + s_{j-1}^n)}{\Delta x} \right) = 0$$

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{1}{2} \psi_1 z_{j+1}^{n+1} + (1 - \psi_1) z_j^{n+1} + \frac{1}{2} \psi_1 z_{j-1}^{n+1} \right) - \left(\frac{1}{2} \psi_1 z_{j+1}^n + (1 - \psi_1) z_j^n + \frac{1}{2} \psi_1 z_{j-1}^n \right) \right] - \\ & \left[\left(\frac{1}{2} \theta s_{j+1}^{n+1} + (1 - \theta) s_j^{n+1} + \frac{1}{2} \theta s_{j-1}^{n+1} \right) - \left(\frac{1}{2} \theta s_{j+1}^n + (1 - \theta) s_j^n + \frac{1}{2} \theta s_{j-1}^n \right) \right] - \left(\frac{1}{12} \right) [\dots] = 0 \end{aligned}$$

Şema $0 \leq \psi_1, \theta < \frac{1}{2}$ için şartlı stabil, $\frac{1}{2} \leq \psi_1, \theta \leq 1$ için şartsız stabil olmaktadır.

ψ_1 ve $\theta = 1$ için;

$$z_{j+1}^{n+1} = z_{j+1}^n - 0.4 z_j^{n+1} + 0.4 z_j^n + z_{j-1}^{n+1} - z_{j-1}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(0.4 s_{j+1}^n - 0.4 s_j^n + s_{j+1}^{n+1} - s_j^{n+1} - s_{j+1}^{n-1} + s_j^{n-1} \right) \quad (2.43)$$

elde edilir. Bu gerçek çözüme daha yakın çözüm veren en uygun sonlu fark şemasıdır. (Değiştirilmiş Preissmann şeması)

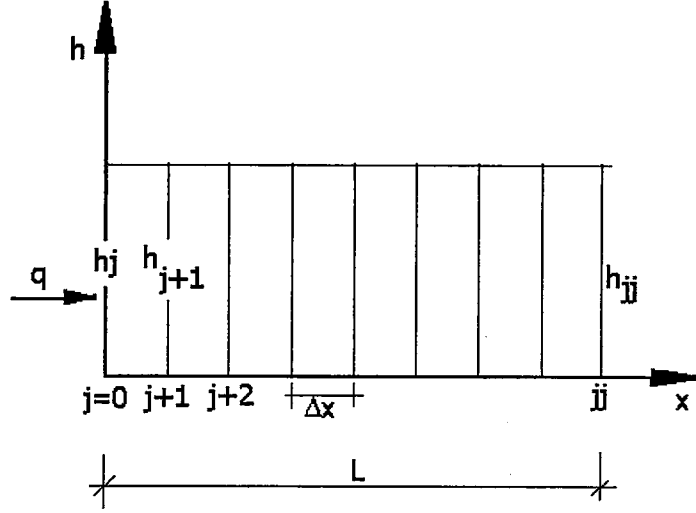
2.3 Nümerik Çözüm Algoritması

Gerek su ve gerekse katı madde hareketi için verilen (2.23) ve (2.28) veya (2.43) şemalarının istenilen bir akarsuya uygulanarak sayısal çözüm elde edilebilmesi için ortaya konan matematiksel modelin bilgisayar programının hazırlanması gerekir. Burada 'Fortran' dilinde bir bilgisayar programı hazırlanarak elde edilen çözüm test edilmiştir.

2.3.1 Su Yüzü Profiline ait Çözüm Algoritması

Su yüzü profil hesabı için kullanılacak şema (2.23) bağıntısıyla verildiğine göre hesapların (h,x) düzleminde bu şemaya uygun olarak geliştirilmesi gerekir (Şekil 2.8).

Bu maksatla uzunluğu L olan akarsu uzunlukları birbirine eşit jj dilime bölünmüştür (Akarsu morfolojisine bağlı olarak bu dilimler eşit olmayabilir). (2.23)'e uygun olarak hesapların geliştirilmesi için görüleceği gibi bir sınır şartına ve bazı hidrolik ve geometrik verilere ihtiyaç vardır.



Şekil 2.8 Su yüzü denklemine ait çözüm ağı

Bu çalışmada su yüzü hesabı mansaptan membaya doğru Runge-Kutta metodu kullanılarak geliştirilmiştir. Buna göre;

$$h_{j+\frac{1}{2}}^{\bullet} = h_j + \frac{\Delta x}{2} \left[\frac{Q^2}{C_e^2 b^2 h_j^3} - I \right]$$

$$h_{j+\frac{1}{2}}^{\bullet\bullet} = h_j + \frac{\Delta x}{2} \left[\frac{Q^2}{C_e^2 b^2 h_{j+\frac{1}{2}}^{\bullet 3}} - I \right]$$

$$h_{j+1}^{\bullet\bullet\bullet} = h_j + \Delta x \left[\frac{Q^2}{C_e^2 b^2 h_{j+\frac{1}{2}}^{\bullet\bullet 3}} - I \right]$$

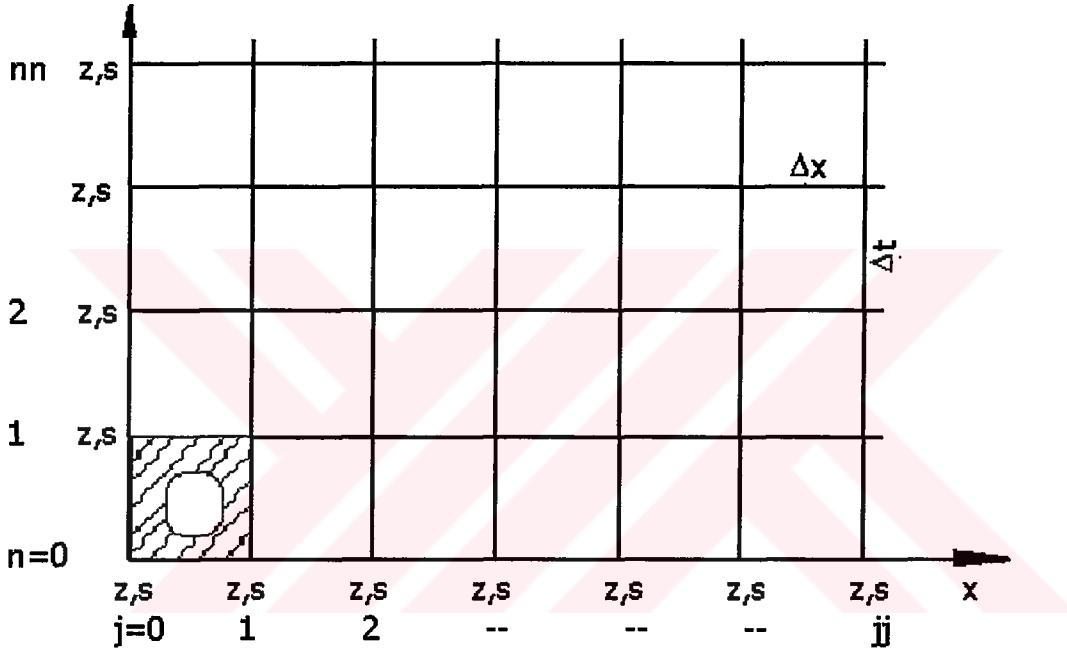
$$h_{j+1}^{\bullet\bullet\bullet\bullet} = h_j + \Delta x \left[\frac{Q^2}{C_e^2 b^2 h_{j+1}^{\bullet\bullet\bullet 3}} - I \right]$$

$$h_{j+1} = \frac{1}{3} h_{j+\frac{1}{2}}^{\bullet} + \frac{2}{3} h_{j+\frac{1}{2}}^{\bullet\bullet} + \frac{1}{3} h_{j+1}^{\bullet\bullet\bullet} + \frac{1}{6} h_{j+1}^{\bullet\bullet\bullet\bullet} - \frac{1}{2} h_j \quad (2.44)$$

olur. Böylece akım derinlikleri hesaplandıktan sonra aynı yönde ortalama akım hızları, taban seviyesi değişimlerinin yayılma hızları (C_3) ve Froude sayısı (Fr) değerleri hesaplanabilir.

2.3.2 Katı Madde Hareketine ait Çözüm Algoritması

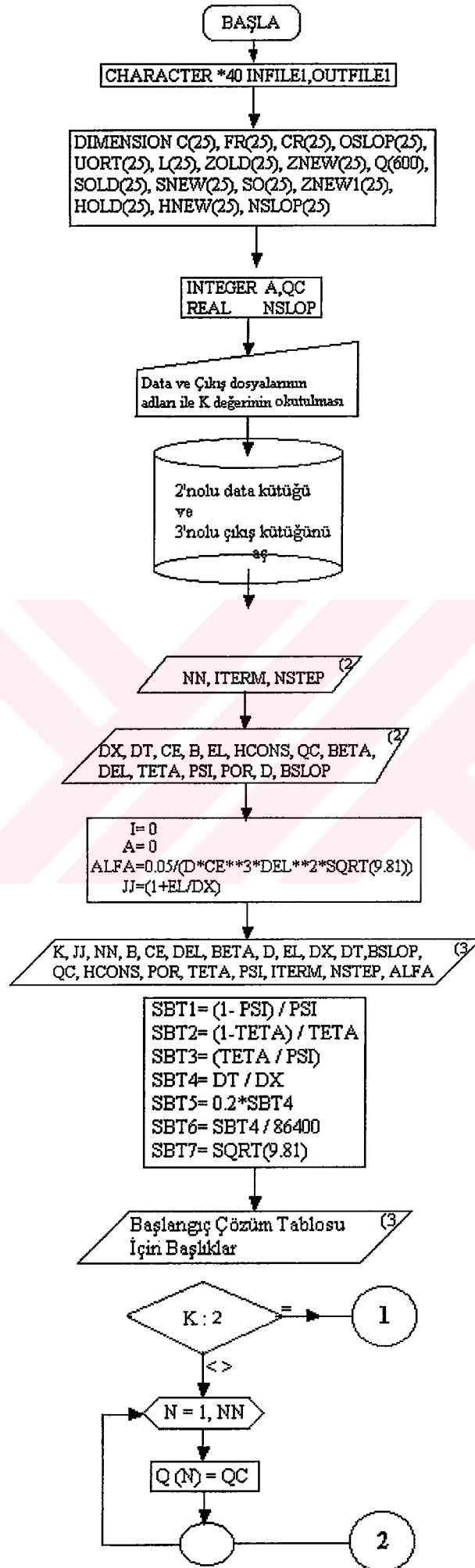
(2.28) ve (2.43) bağıntılarından görüleceği gibi şemalar Δx ve Δt 'ye bağlı olduklarından ve doğal akarsularda $Fr < 1$ için $C_3 > 0$ olduğundan hesaplar (x,t) düzleminde ve membadan mansaba doğru geliştirilecektir. Sayısal hesabın yapılabilmesi için başlangıç anında akarsu boyunca dikkate alınan her noktada z ve s değerleri ile (başlangıç şartı) memba sınırındaki z ve s değerlerinin bilinmesi gerekmektedir (Şekil 2.9).

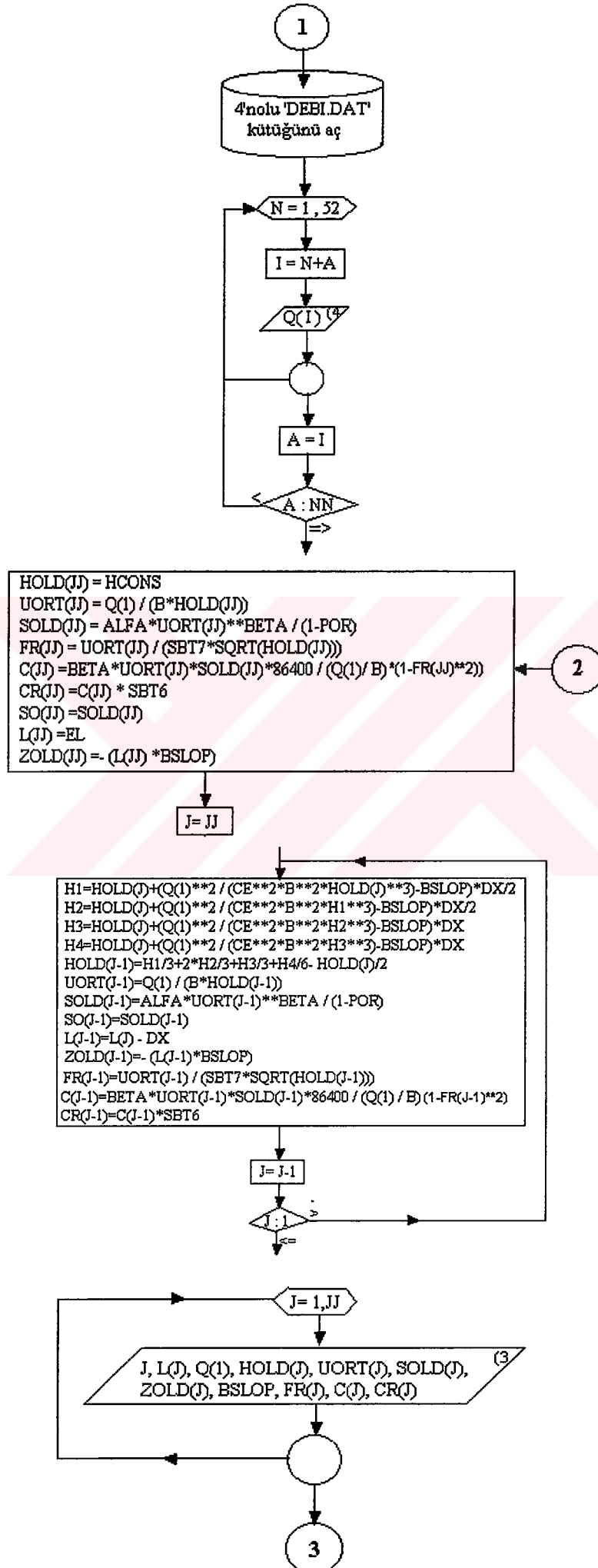


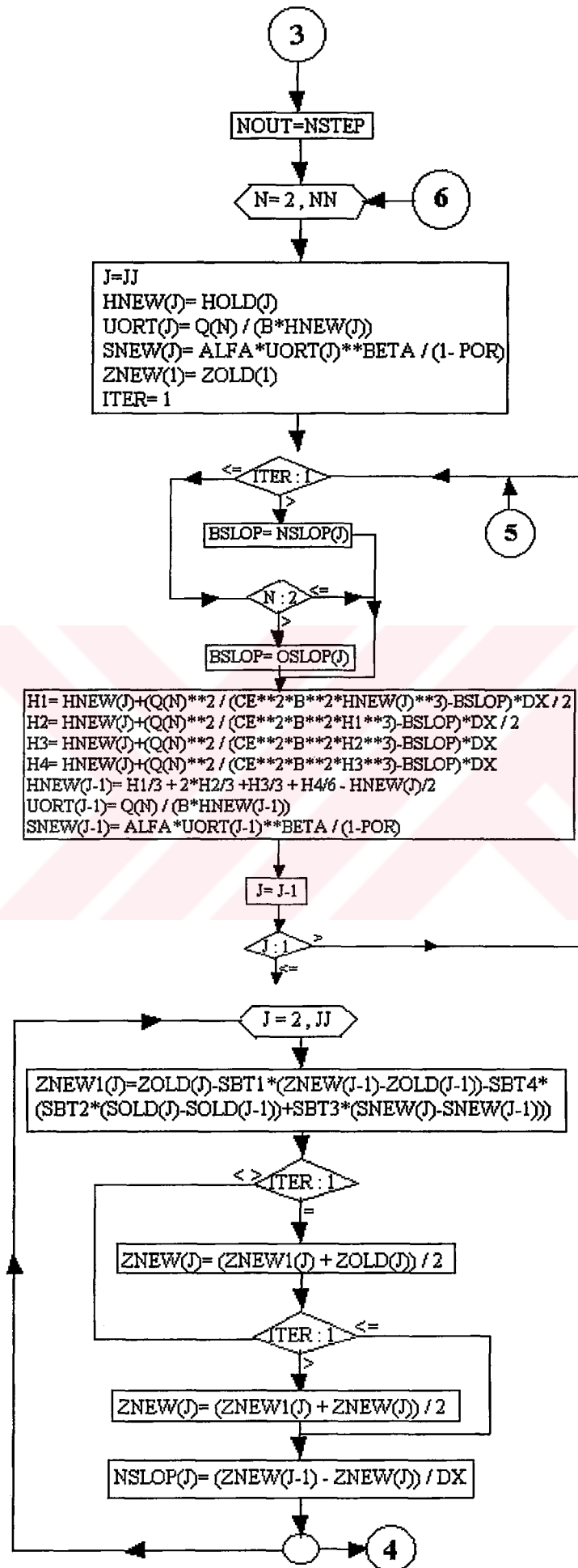
Şekil 2.9 Katı madde denkleminin çözüm ağı

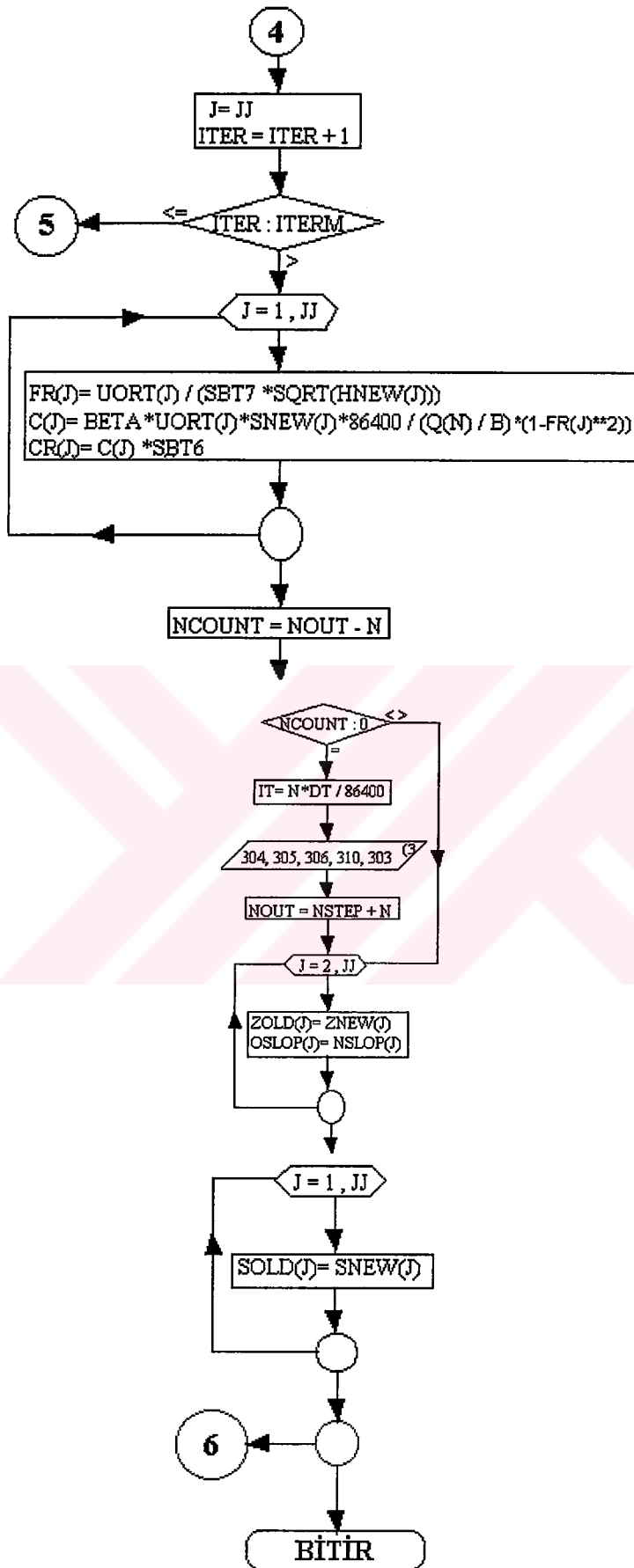
2.3.3 Akış Diyagramı

Şekil 2.8 ile 2.9 ve aynı zamanda hesapların gelişim yönleri de dikkate alınarak hazırlanan bilgisayar programının akış diyagramı Şekil 2.10 'da verilmiştir.









Şekil 2.10 Akış diyagramı

3.HESAPLAMA SONUÇLARI ve TARTIŞMA

3.1 Hesaplarda Kullanılan Veriler

i)Hidrolik ve geometrik veriler

Akarsu tabanının dikdörtgen kesitli ve başlangıç şartı olarak sabit bir eğime sahip olduğu kabul edilmiştir.

- Akarsu uzunluğu : 10 km (river reach)
- Akarsu taban genişliği : 50 m (river width)
- Başlangıç taban eğimi : 0.0002 (initial slope)
- Tane çapı (D_{50}) : 0.001 m. (grain diameter)
- C_e : 40 $m^{1/2}/sn$ (chezy coefficient)
- $\Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$: 1.65
- Porozite = e : 0.35

ii)Mamba sınır şartı

Akarsu taban seviyesi sabit

$$z_{j=0}^n = 0.0m.$$

iii)Mansap sınır şartı

Mansap su seviyesi 7.0 m ve 5.0 m.

iv)Sayısal çözüm verileri

Δx_1	= 500 m.	Δt_1	= 1/2 hafta	jj_1	= 20 (veya 21)
Δx_2	= 1000 m.	Δt_2	= 1 hafta	jj_2	= 10 (veya 11)
		Δt_3	= 2 hafta		

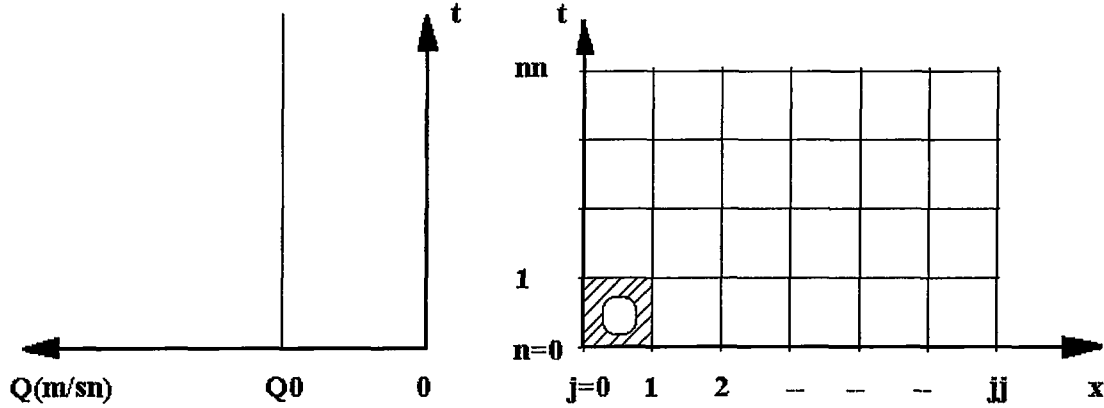
3.2 Preissmann Çözüm Şeması (2.28 Denklemi)

Hazırlanan program önce sayısal çözüm için Preissmann şemasının işlerliğini görmek ve kararlı bir çözüm elde etmek bakımından (2.28) bağıntısı kullanılarak test edilmiştir.

3.2.1 Sabit Debi ile Çözüm

Program dört farklı sayısal veriler için test edilmiştir (Şekil 3.1) .

$$\begin{aligned}
 \text{i) } \Delta x &= 1000 \text{ m.} & j_j &= 10 \\
 \Delta t &= 1 \text{ hafta} & n_n &= 260 \\
 h_{jj}^n &= 7.0 \text{ m.} & \frac{\Delta t}{\Delta x} &= 604.8 \quad (\Delta t = 60 \times 60 \times 24 \times 7 = 604800 \text{ sn})
 \end{aligned}$$



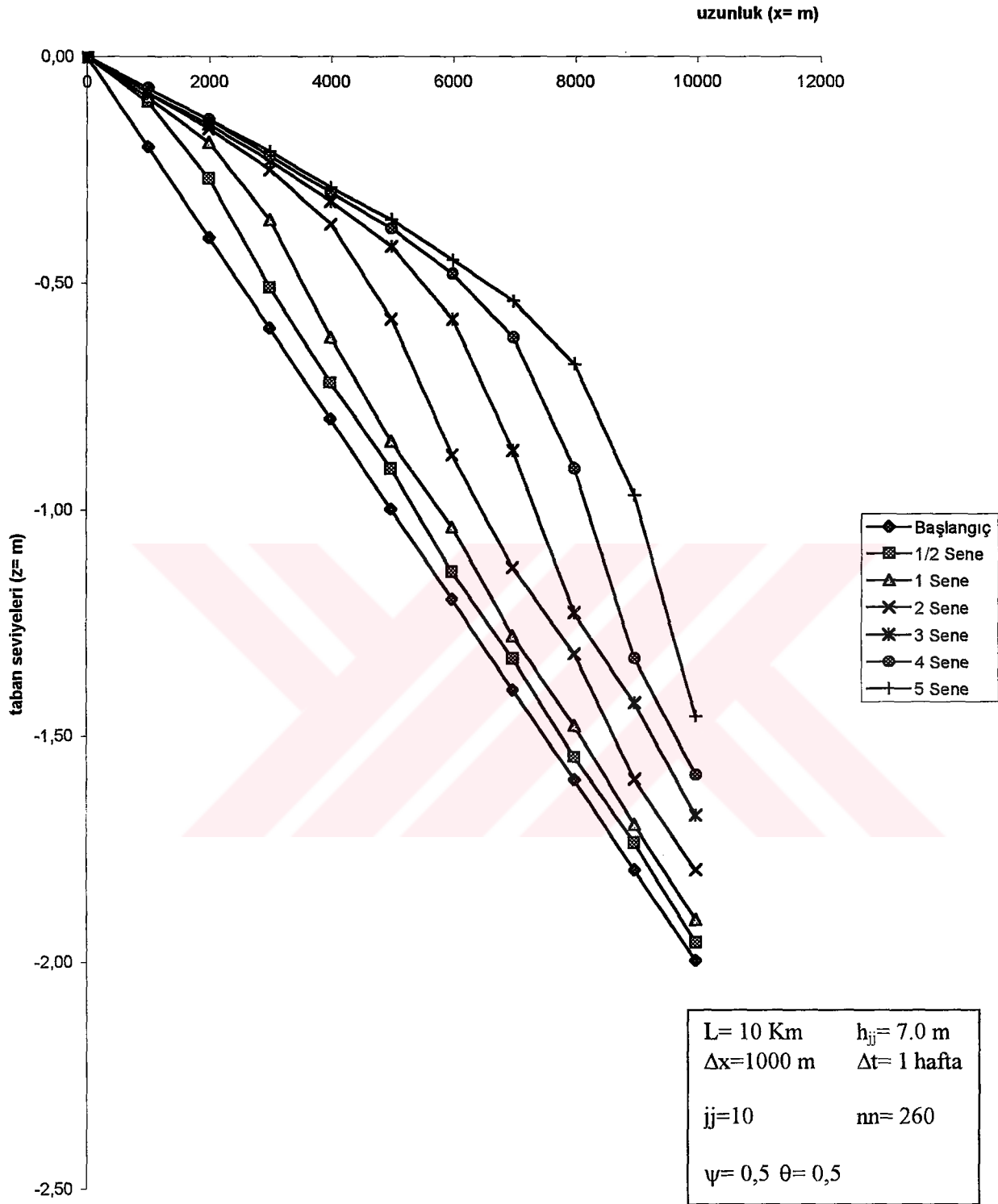
Şekil 3.1 Preissmann şemasının sabit debi ile çözümü

Test neticesinde elde edilen taban seviyeleri akarsu boyunca (x-z) düzleminde işaretlenerek taban seviyesinin değişimi elde edilmiştir, (Şekil 3.2). Akarsu boyunca dikkate alınan uzaklıklardaki taban seviyelerindeki değişimler (Δz) ise Şekil 3.3 de verilmiştir. Gerek Şekil 3.2 ve gerekse Şekil 3.3' den görüleceği gibi akarsu tabanında membadan mansaba doğru hareket eden bir yığılma olduğu görülür. Akım hızının membadan mansaba doğru azalacağı ve $q_s = f(U)$ olduğu düşünülürse elde edilen bu sonuç katı madde hareketinin mekanizması ile uyum göstermektedir.

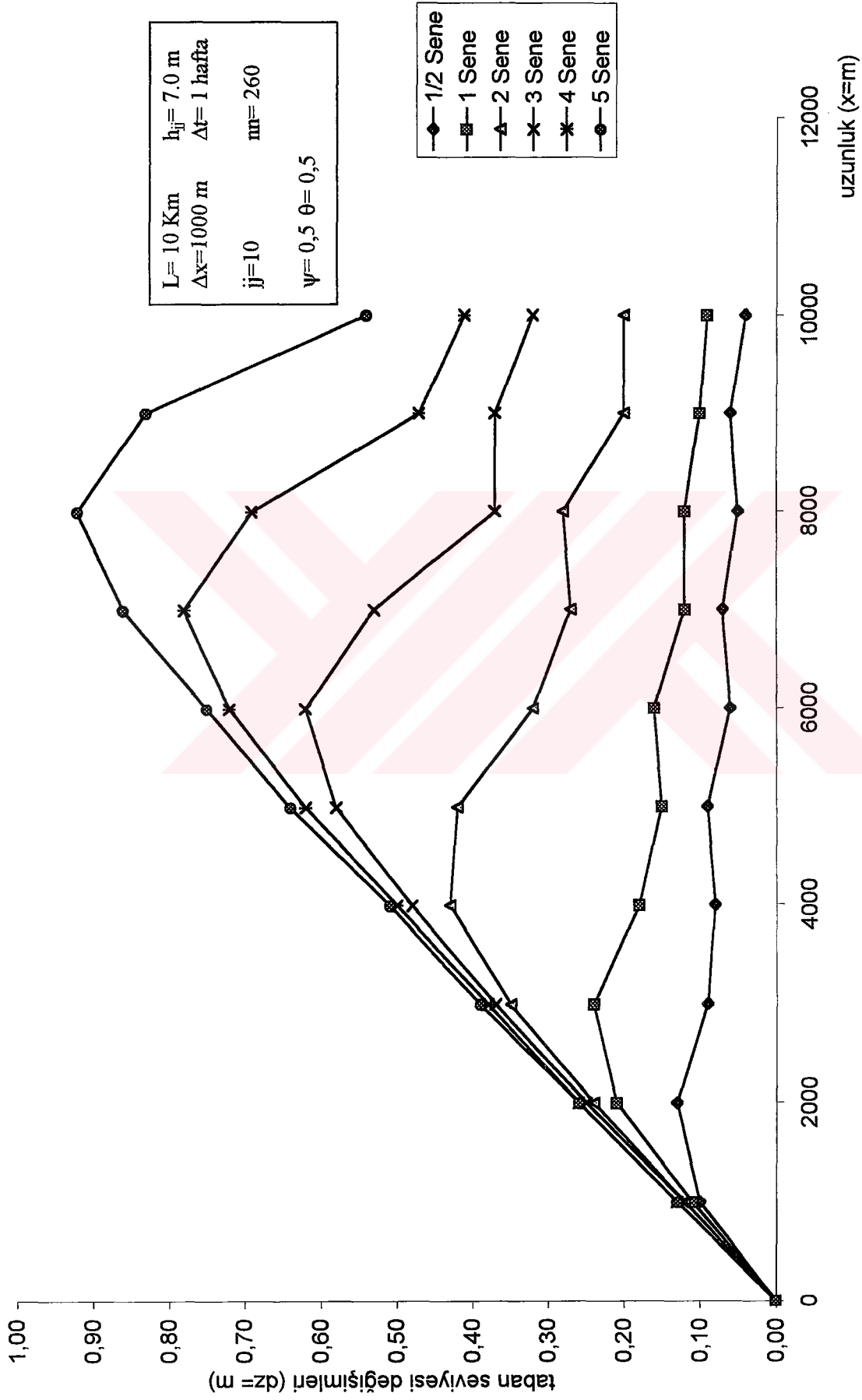
Akarsu tabanında meydana gelen bu katı madde yığılması ve yığılmanın mansaba doğru hareketi ile katı madde hareketi bakımından denge meydana geldiğinde akarsu tabanının sahip olacağı nihai eğim bulunabilir. Bu nihai eğim şekiller üzerine çizilmiştir.

$$\text{ii) } \frac{\Delta t}{\Delta x} \text{ oranı sabit kalmak şartıyla}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta x &= 500 \text{ m.} & j_j &= 20 \\
 \Delta t &= 1/2 \text{ hafta} & n_n &= 520 & h_{jj}^n &= 7.0 \text{ m.}
 \end{aligned}$$



Şekil 3.2 Preissmann şeması (2.28), sabit debi, (i) için taban seviyeleri



Şekil 3.3 Preissmann şeması (2.28), sabit debi (i) için taban seviyesi değişimleri

Bu sayısal verilerle elde edilen taban seviyeleri ile seviye değişimleri Şekil 3.4 ve Şekil 3.5’ de verilmiştir. Görüldüğü gibi Şekil 3.2 ve Şekil 3.3’ de verilenden farklı bir sonuç elde edilmemiştir.

iii) Farklı mansap şartı ve farklı $\Delta t/\Delta x$ oranı ile;

$$\begin{aligned}\Delta x &= 500 \text{ m.} & j_j &= 20 \\ \Delta t &= 1 \text{ hafta} & n_n &= 520 \\ h_{jj}^n &= 5.0 \text{ m.}\end{aligned}$$

Elde edilen seviyeler ile seviye farkları değişimleri Şekil 3.6 ve Şekil 3.7’de görülmektedir. Bu şekillerden olayın fiziki özelliğinin aynen korunmuş olduğu görülür.

iv) $\frac{\Delta t}{\Delta x}$ oranı (iii)’üncü hesaplamadaki ile aynı kalmak şartıyla ;

$$\begin{aligned}\Delta x &= 1000 \text{ m.} & j_j &= 10 \\ \Delta t &= 2 \text{ hafta} & n_n &= 260 \\ h_{jj}^n &= 5.0 \text{ m.}\end{aligned}$$

Test sonucu elde edilen neticeler (iii) hesaplamadakinden çok az farklı olduğundan ayrı bir şekil çizilmemiştir.

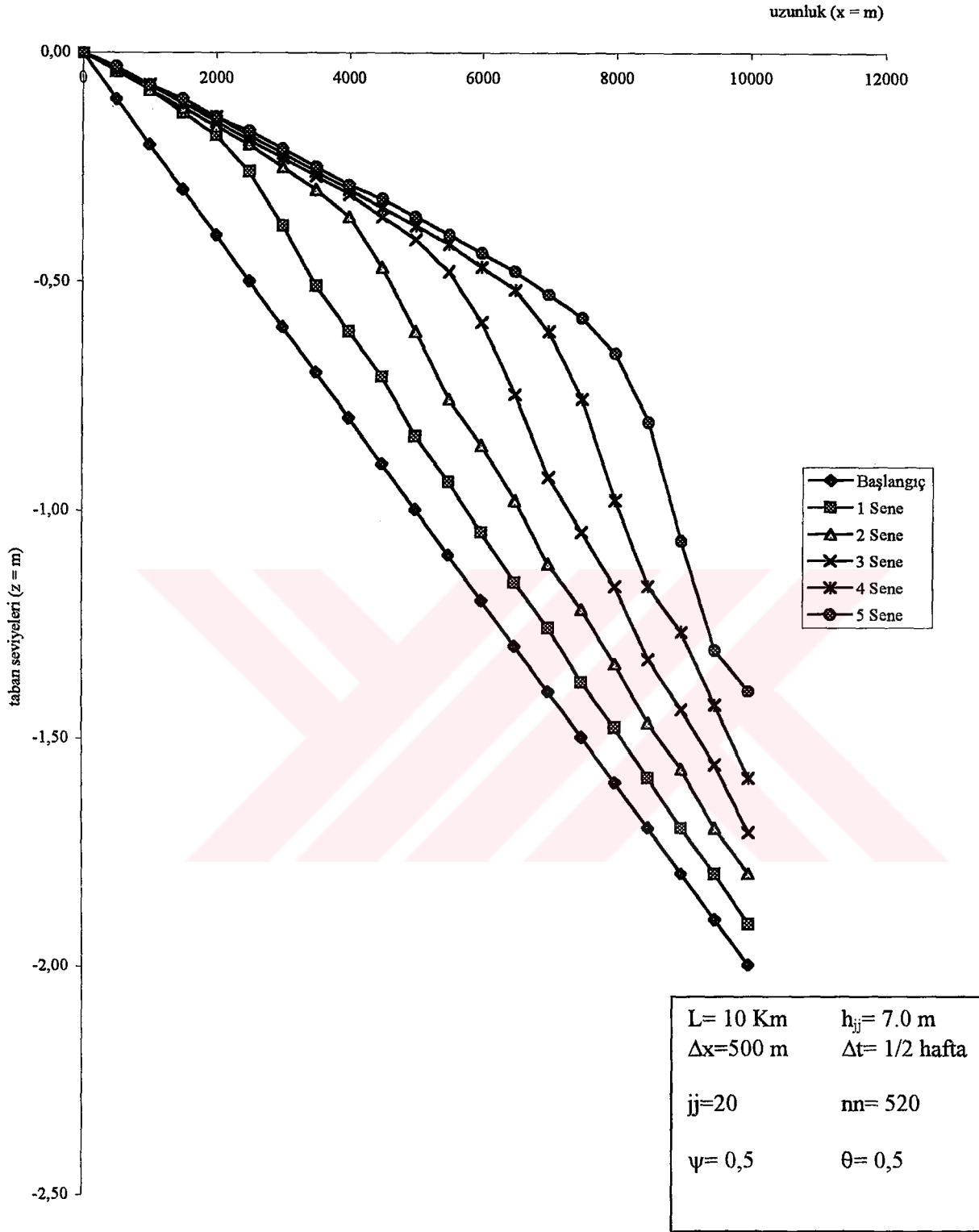
3.2.2 Ortalama Yıllık Hidrograf İle Çözüm

Olayın doğadaki daha uygun veriler kullanarak çözümünü bulmak için hazırlanan program sabit debi yerine değişken debi ile test edilmiştir. Bu maksatla Şekil 3.8’ de görülen hidrograf veri olarak kullanılmıştır. Diğer sayısal veriler ise bölüm (3.2.1) (iii)’üncü hesaplamadaki ile aynı alınmıştır.

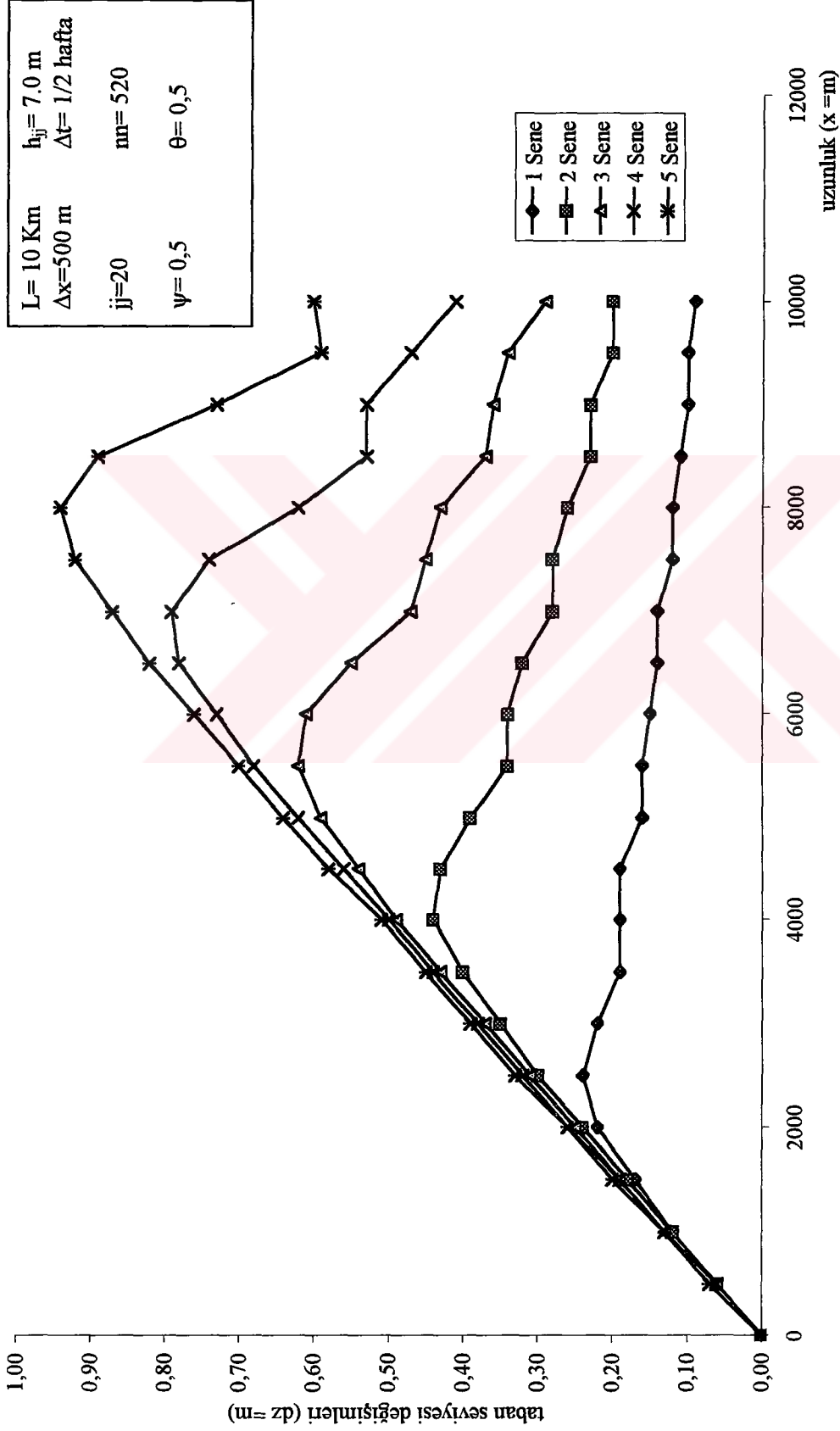
Elde edilen çözüm değerleri Şekil 3.9 ve Şekil 3.10’ da görülmektedir.

3.3 Değiştirilmiş Preissmann Şeması ile Çözüm (2.43 Denklemi)

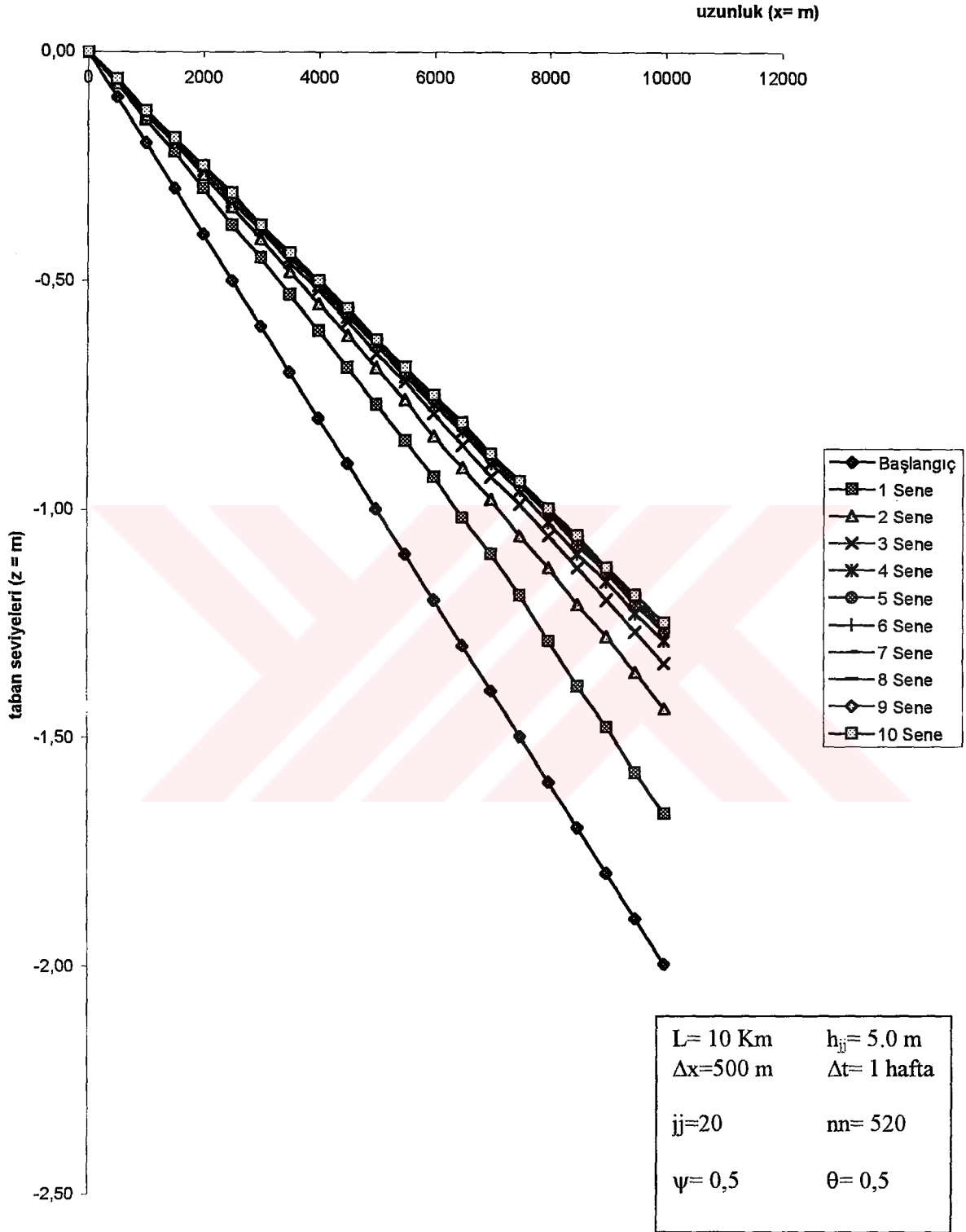
Bu bölümde (2.43) ile verilen değiştirilmiş Preissmann şemasının davranışı araştırılmıştır. Bilgisayar programında (2.28) bağıntısı yerine (2.43) bağıntısı kullanılmıştır. (2.43)



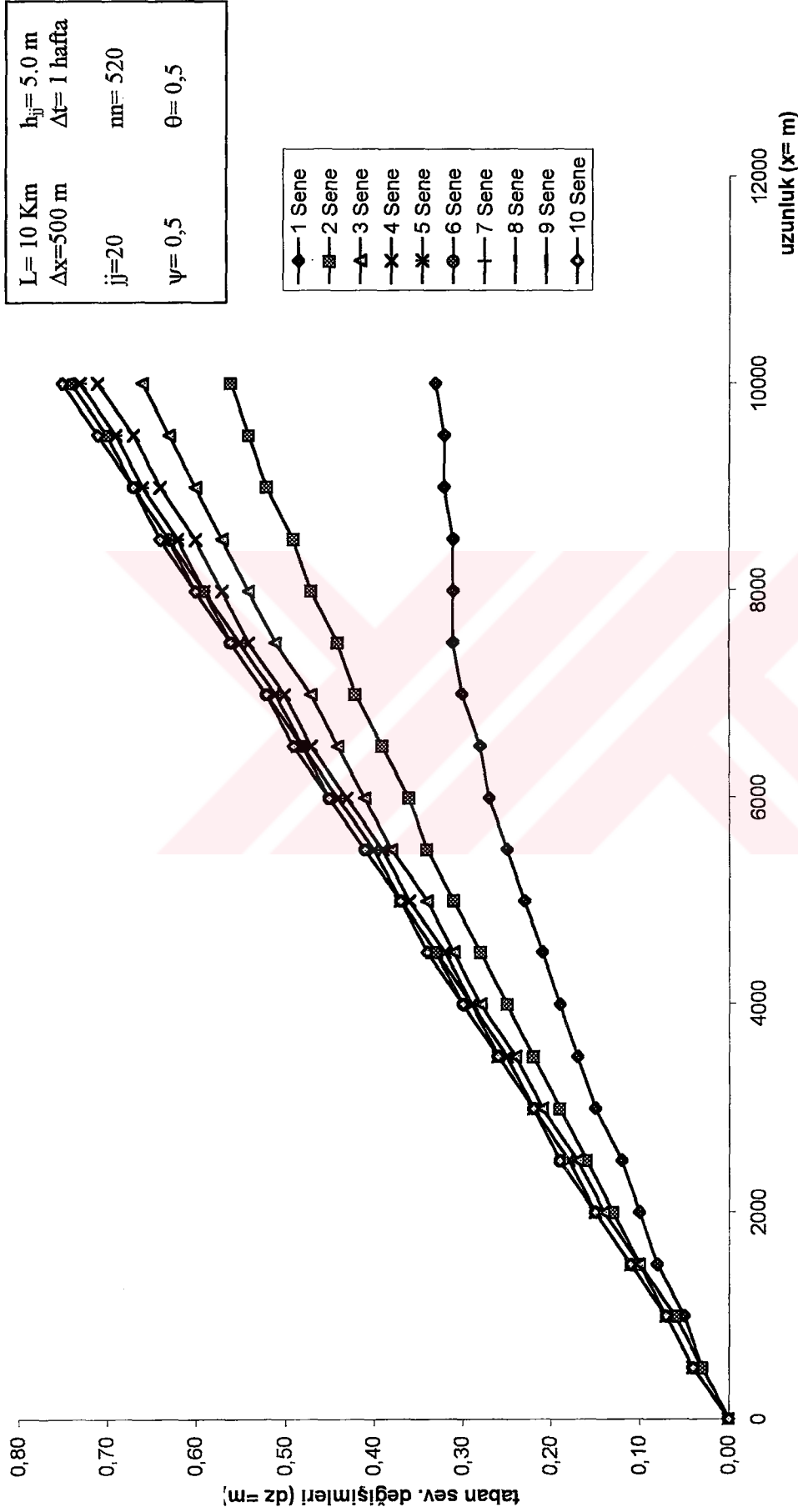
Şekil 3.4 Preissmann şeması (2.28), sabit debi ile, (ii) için taban seviyeleri



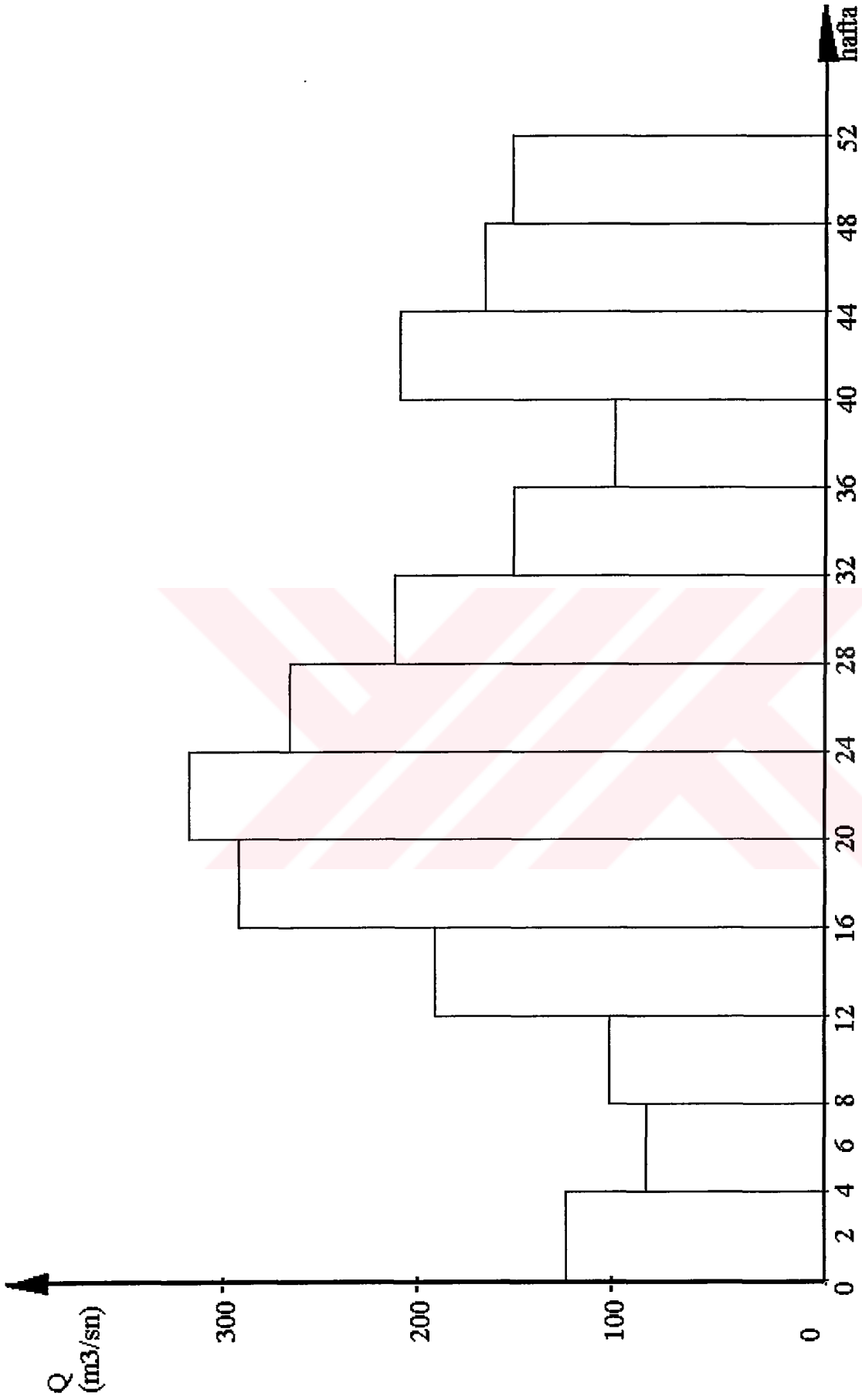
Şekil 3.5 Preissmann şeması (2.28), sabit debi ile, (ii) için taban seviyesi değişimleri



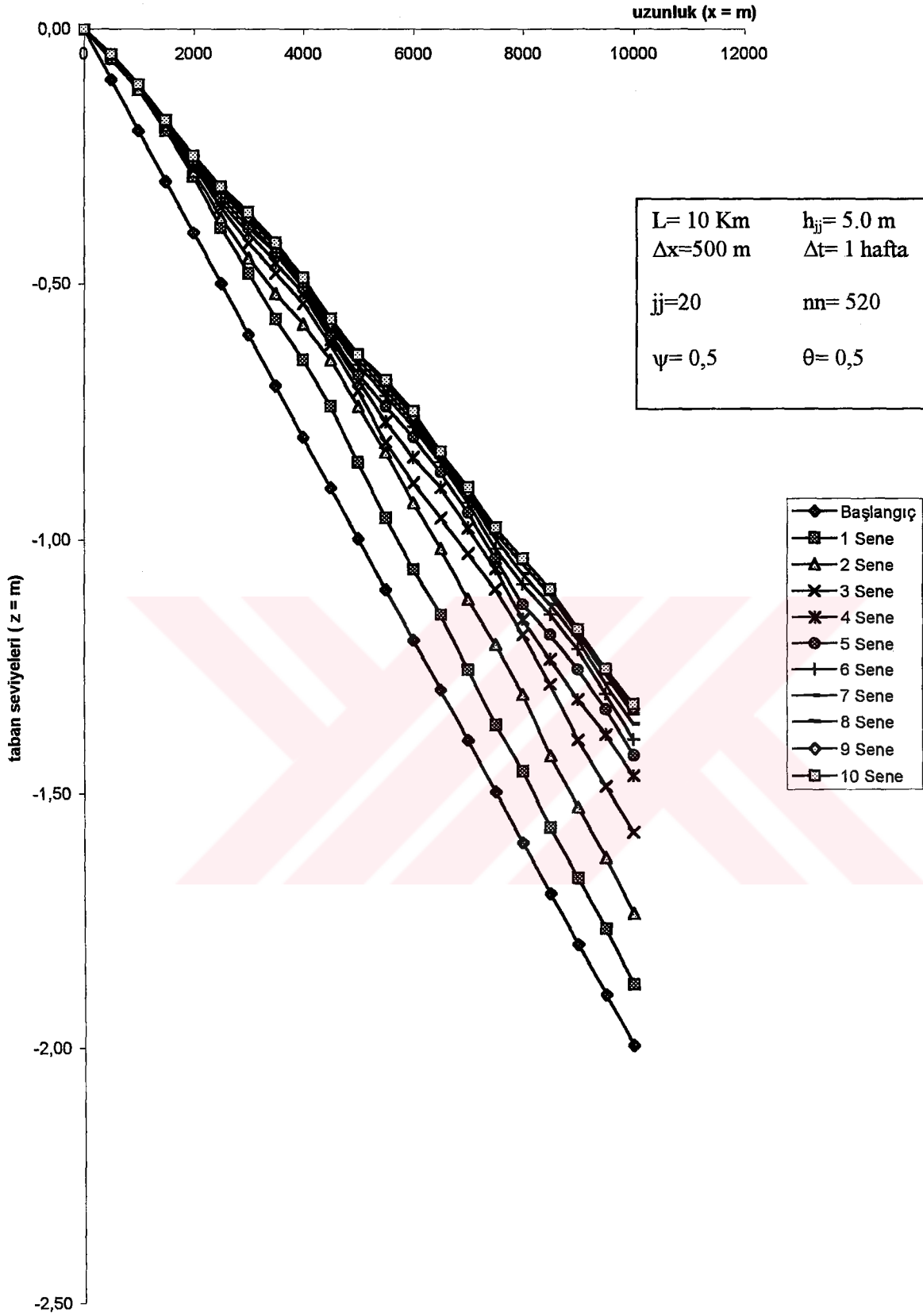
Şekil 3.6 Preissmann şeması(2.28), sabit debi (iii) için taban seviyeleri



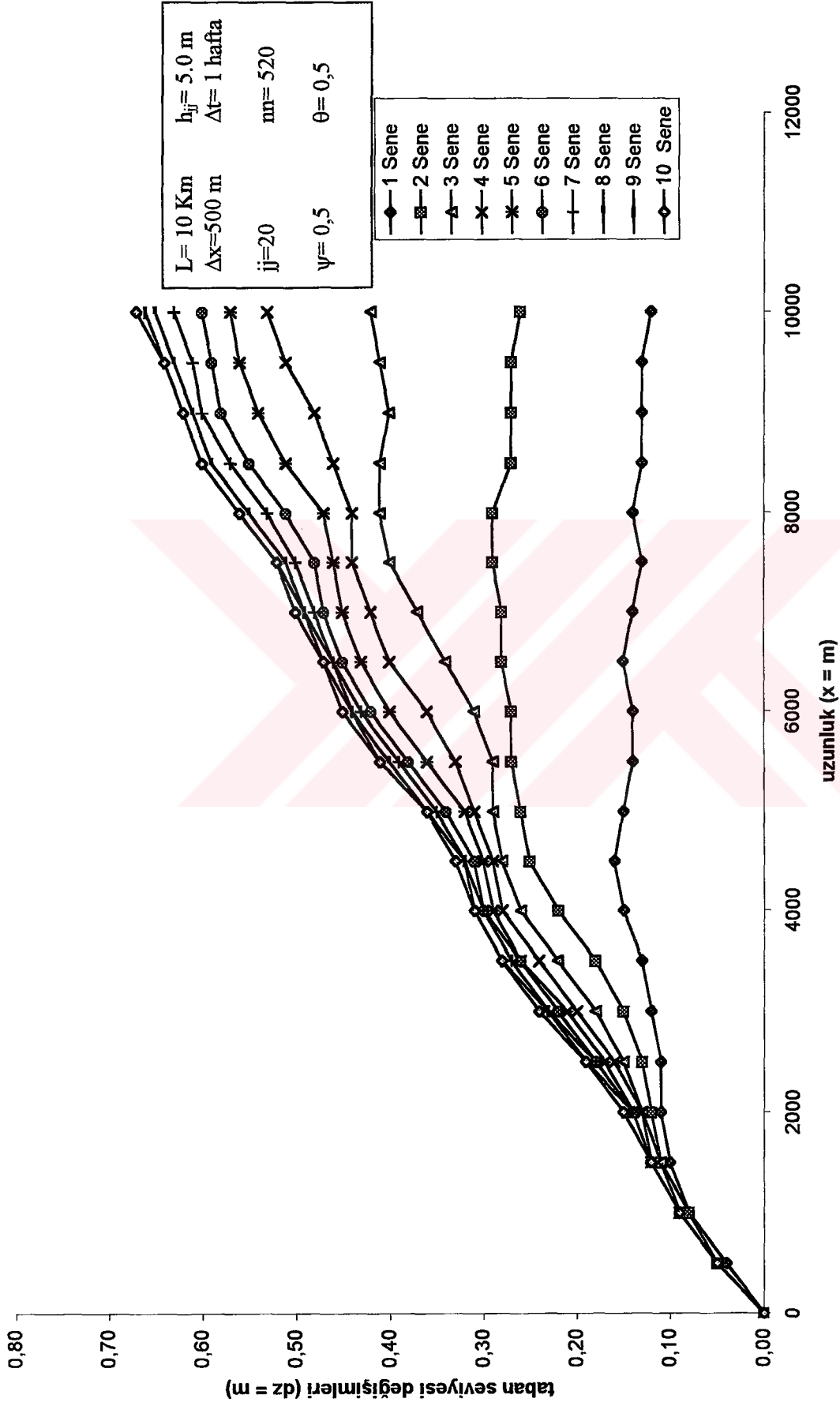
Şekil 3.7 Preisssmann şeması (2.28), sabit debi (iii) için taban seviyesi değişimleri



Şekil 3.8 Ortalama yıllık birim hidrograf

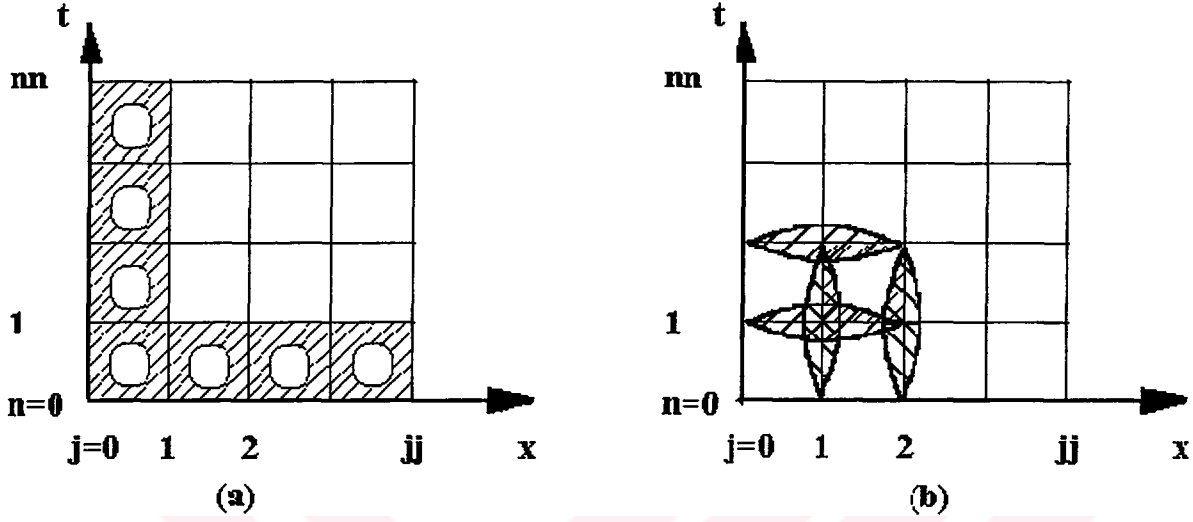


Şekil 3.9 Preissmann şeması (2.28), birim hidrograf ile, (iii) için taban seviyeleri



Şekil 3.10 Preissmann şeması (2.28), birim hidrograf ile, (iii) için taban seviyesi değişimleri

bağıntısından da görüleceği gibi şema (j-1) ve (n-1) terimlerini ihtiva etmektedir. Bunun anlamı memba sınırından ve başlangıçtan önceki verileri kullanarak sayısal çözüme başlanacak olmasıdır. Bu mahzuru önlemek için ilk Δx , Δt için (2.28), bundan sonrakiler için ise (2.43) şemaları kullanılmıştır (Şekil 3.11).

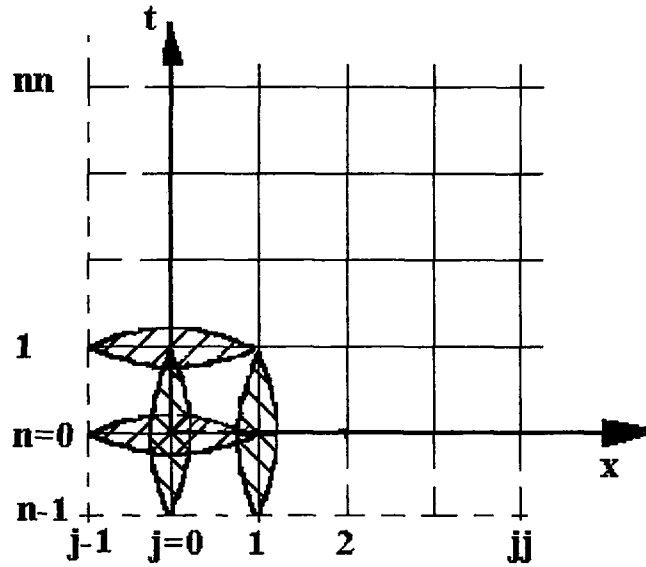


Şekil 3.11 Değiştirilmiş Preissmann şemasının çözümü

Bu, (2.7) şemasının (j-1) ve (n-1) terimlerini, j ve n terimlerine eşit kabul edilerek de çözülebilir (Şekil 3.12).

$$z_{j-1}^n = z_{j-1}^{n-1} = z_j^n$$

$$s_{j-1}^n = s_{j-1}^{n-1} = s_j^n$$



Şekil 3.12 Değiştirilmiş Preissmann şeması ile çözümde (2.43) fark denkleminin uygulanması.

3.3.1 Sabit Debi ile Çözüm

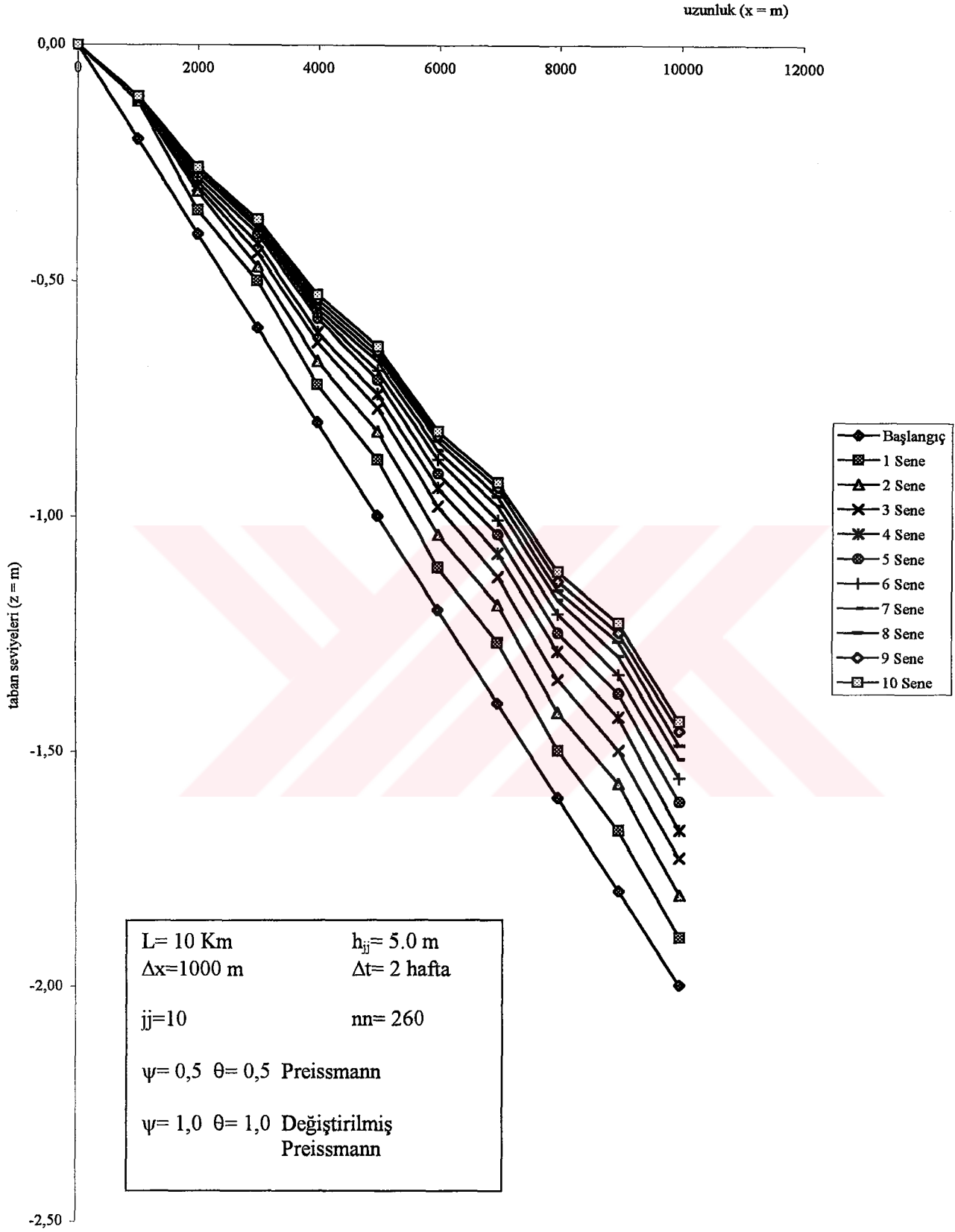
(2.43) ile verilen fark şeması bölüm (3.2.1) (iv)'üncü hesaplamadaki verilerle test edilmiştir. Elde edilen taban seviyeleri ve seviyelerdeki değişimler bölüm (3.2.1)(iv)'üncü hesaplamadakinden çok az farklı olmuştur. Bu bakımdan şekil üzerinde verilmemiştir.

3.3.2 Ortalama Yıllık Hidrograf ile Çözüm

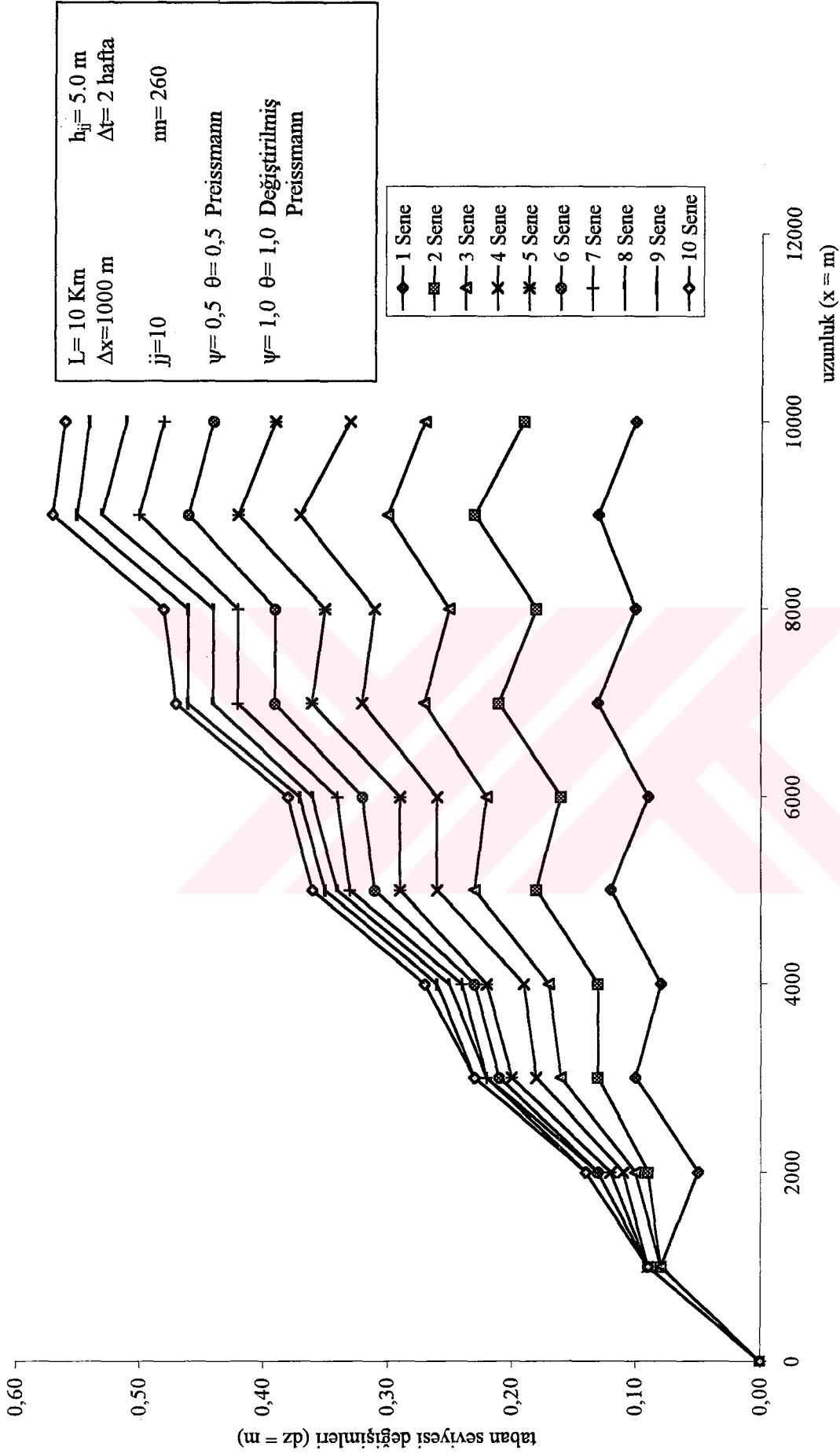
Bu halde de program Şekil 3.8'de verilen ortalama yıllık hidrograf ve bölüm (3.2.1)(iv)'üncü hesaplamadaki verilerle Şekil 3.11 ve Şekil 3.12 şemaları için test edilmiştir. Şekil 3.11 için elde edilen akarsu seviyeleri Şekil 3.13 ile; seviye değişimleri ise Şekil 3.14 ile verilmiştir.

Şekil 3.12 şeması için elde edilen sonuçlar ise Şekil 3.15 ve Şekil 3.16' da gösterilmiştir.

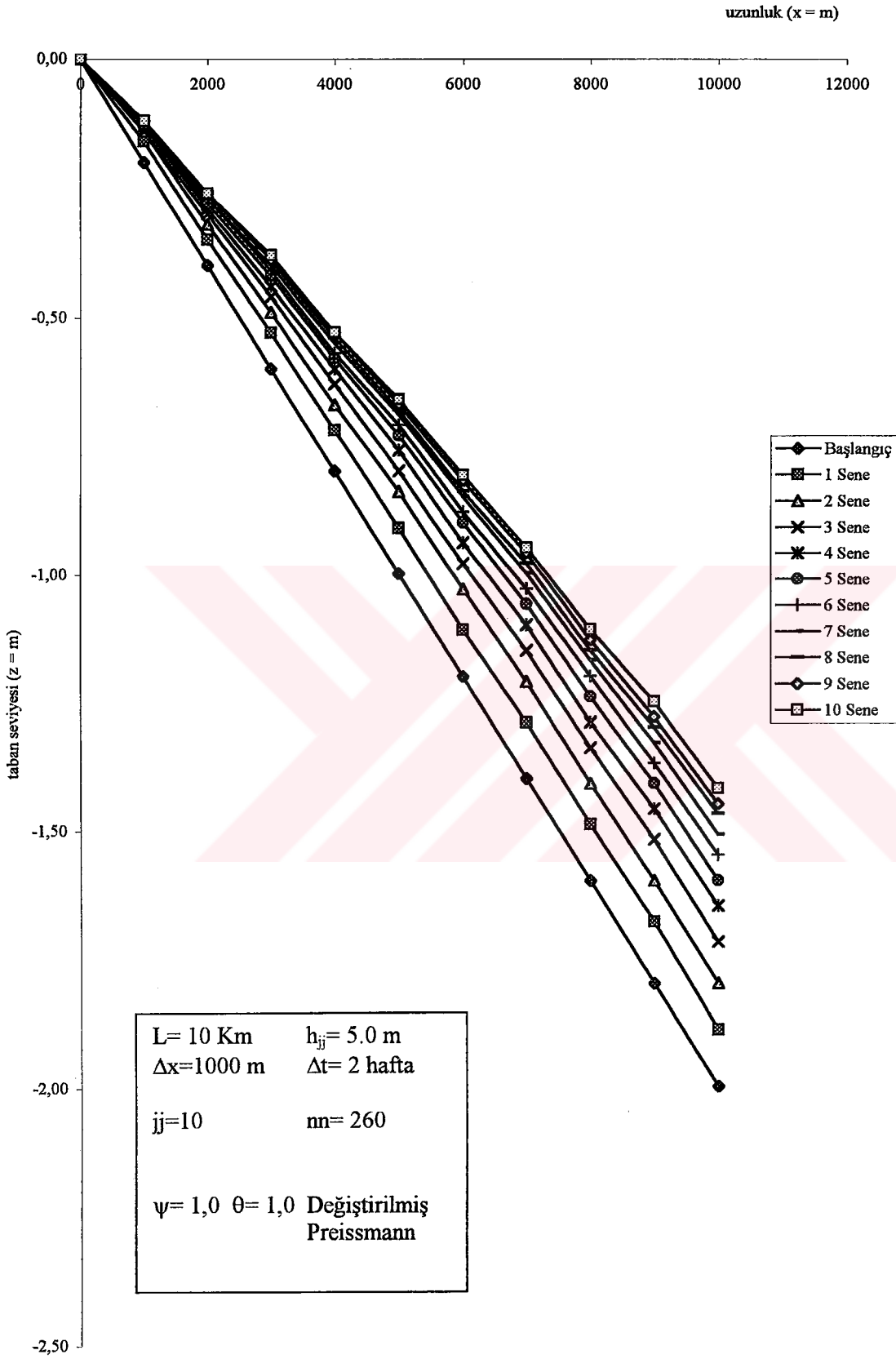




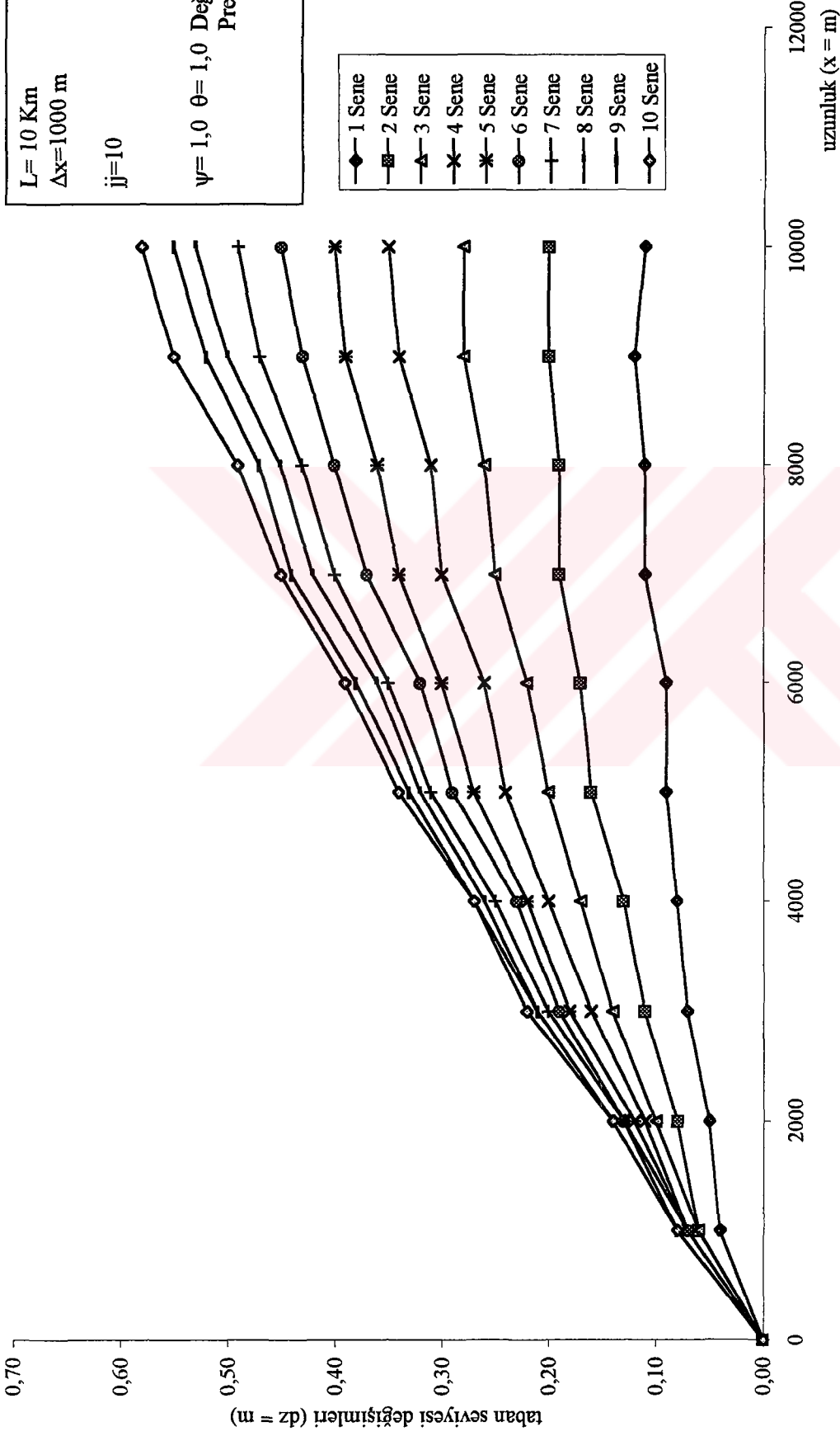
Şekil 3.13 Değiştirilmiş Preissmann şeması (2.43) (Şekil 3.11),
birim hidrograf ile, (iv) için taban seviyeleri



Şekil 3.14 Değiştirilmiş Preissmann şeması (2.43) (Şekil 3.11),
birim hidrograf ile, (iv) için taban seviyesi değişimleri



Şekil 3.15 Değiştirilmiş Preissmann şeması (2.43) (Şekil 3.12) birim hidrograf ile, (iv) için taban seviyeleri



Şekil 3.16 Değiştirilmiş Preissmann şeması (2.43) (Şekil 3.12),
birim hidrograf ile, (iv) için taban seviyesi değişimleri

4. SONUÇLAR

Doğal akarsularda katı madde hareketi nedeniyle taban seviyelerinde meydana gelen alçalma ve yükselmeler, kurulan matematiksel modelin sayısal yöntemlerle çözümü gerçekleştirilerek bulunabilir.

Böyle bir matematiksel modelin çözümünün elde edilebilmesi için;

- i) Hesapların istenen yönde geliştirilmesi için dikkate alınan akarsuyun dış sınır şartları ile akarsu boyunca iç sınır şartlarının kesin ve tam olarak belirlenmesi,
- ii) Elde edilen matematiksel model şemalarının stabil bir çözüm veren fark yaklaşımları ile test edilmesi,
- iii) Sonlu fark şemalarının gerçek çözüme yakın yaklaşık çözüm verecek şekilde düzenlenmesi,

gerekmektedir. Yukarıdaki hususlara dikkat edilerek hidrolik ve geometrik verileri rasgele seçilmiş bir akarsu için teşkil edilen matematiksel model şemaları Fortran dilinde hazırlanan program ile sayısal olarak yeter derecede bilgi verecek zaman aralıkları için test edilmiş ve olayın fiziksel yapısına uygun sonuçlar elde edilmiştir. Böylece akarsu nihai rejimine ulaştığında (su yüzü eğimi taban eğimine eşit olduğunda) akarsuyun sahip olacağı eğim taban seviyesi değişim eğrilerinden bulunabilir. Aynı zamanda dikkate alınan akarsu bölümünün istenen kesitinde zaman içerisinde tabanda meydana gelecek alçalma ve yükselmeler de böyle bir model ile belirlenebilir.

Böyle bir matematik model, su ve katı madde hareketini tanımlayan diferansiyel denklemler kullanılarak elde edilir. Bu çalışmada sonlu farklar yaklaşımı ile çözümlenen diferansiyel denklemler kullanılarak, belirli akım şartları için hareketli tabanlı, sabit genişlikte bir kanal boyunca taban seviyesi değişimleri belirlenmiştir.

Su hareketi için (2.1) ve (2.2) bağıntıları kullanılarak elde edilen (2.26) denklemi su yüzü profilinin hesaplanacağı matematiksel şemadır. (2.3) ve (2.5) ifadeleri katı madde hareketi için kullanılacak bağıntılardır. (2.3) ifadesinin (2.27) bağıntısı ile verilen Preissmann

yaklaşımı yapılarak elde edilen matematiksel model (2.28) bağıntısıyla verilmiştir. Bu ifade içerisindeki katı madde taşınımında akarsu tabanındaki porozite de dikkate alınmıştır.

(2.28) Preissmann şemasındaki kesme hatasını (lot) sıfıra indirmek için (2.43) ‘değiştirilmiş Preissmann şeması’ türetilmiştir. Bu şemadaki sınır ve başlangıç şartları için Şekil 3.11 ve Şekil 3.12 şemaları tanımlanmıştır. Şekil 3.11 şeması için elde edilen sonuçların Preissmann şemasının sonuçlarından çok farklı olmadığı görülmektedir. Bunun nedeni iki şemanın birlikte uygulanmış olmasıdır. Ancak Şekil 3.12’ de verilen şemada yapılan yaklaşımdan elde edilen sonuçlarda diğer şemalara göre salınımların çok daha az olduğu görülmüştür.

Çalışmadan elde edilen sonuçların, gerçek verilerle test edilmesi ve akarsu boyunca yapısal değişimlerin iç sınır şartı olarak tanımlanarak morfolojiye olan etkilerinin incelenmesi gereklidir.



KAYNAKLAR

- Ashida, K. ve Michue, M. (1971), "An Investigation of Riverbed Degradation Down-stream of a Dam", IAHR, Paris, C30
- Bagnold, R. A. (1962), "Autosuspension of Transported Sediment; Turbidity Currents", Proc. R. Soc. London, Ser. A., 265, 1322, 315-319
- Carlslaw, H. S. ve Jaeger, J. C. (1963), Operational Methods in Applied Mathematics, Dover Pobl., New York, 359
- Chollet, J. P. ve Cunge, J. A. (1980), "Simulation of Unsteady Flow in Open Channels", Int. Symp. on River Sedimentation, Peking, B16
- Coleman, N. L. (1970), "Flume Studies of the Sediment Transfer Coefficient", Water Resources Research, cilt 6, no. 3, Haziran 1970
- O'Conner, B. A. (1971), "Mathematical Model for Sediment Distribution", Proc. IAHR, Paris, 1971, D23
- Culling, W. E. H. (1960), "Analytical Theory of Erosion", Journal of Geology, 68, 3, 1960
- Cunge, J. A. ve Perdreau, N. (1973), "Mobile Bed Fluvial Mathematical Models", La Houille Blanche, no. 7, 1973
- Demiröz, E., "Tabii Akarsularda Katı Madde Hareketinden İleri Gelen Taban Seviyesi Değişimlerinin Matematiksel Modeli ve Sayısal Yöntemle Çözümü", DSI
- DHL (1969), "Pannerden Channel- Morphological Consequences of Extreme Floodwaves", (in Dutch) Delft Hydraulics Laboratory, Report W30-I, Ekim 1969
- Engelund, F. ve Hansen, E. (1967), A Monograph on Sediment Transport in Alluvial Streams, Teknisk Forlag, Copenhagen, 1967, 62
- Gill, M. A. (1980), "Discussion on the Paper by Soni et al (1980)", Journal Hydr. Div. ASCE, 11, Kasım 1980, 1955-1958
- Graf, W. H. (1971), Hydraulics of Sediment Transport, McGraw-Hill, New York, 513
- Jansen, P. Ph. (Ed.) (1979), Principle of River Engineering, Pitman, London, 1979, 509
- Kerssens, P. J. M. (1974), "Adaptation Length for Suspended Sediment Verticals", (in Dutch) Delft University of Technology, Dept. of Civil Eng., Ağustos 1974
- Kerssens, P. J. M., van Rijn, L. C. ve van Wijngaarden (1977), "Model for Non-Steady Suspended Sediment Transport", IAHR, Baden-Baden, 1977, A15, cilt 1, 113-120
- Kerssens, P. J. M., Prins, A. ve van Rijn, L. C. (1979), "Model for Suspended Load Transport", Journal of the Hydr. Div. ASCE, Hy-5, Mayıs 1979, 461-476 (ayrıca Delft Hydraulics Laboratory, Publ. No. 221)

Kresser, W. (1964), "Gedanken zur Geschiebe und Schwebstoffführung der Gewässer", Oesterreichische Wasserwirtschaft, 16, Heft ½, 1964, 7-11

Lax, P.D. ve Wendroff, B. (1960), "System of Conservation Laws", Comm. P. Appl. Math., 13, (1960), 217-237

Murthy, B. N. (1973), "Hydraulics of Alluvial Streams I, River Bed Variations Aggradation and Degradation", Int. Sem. IAHR, New Delhi, 1973, Son Sayfalar, 59-74

Perdreau, N. ve Cunge, J. A. (1971), "Sedimentation Dans les Estuaries et les Embouchures, Bouchon Marin et Bouchon Fluvial", IAHR, Paris, 1971, D6

Richtmeyer, R. D. ve Morton, K. W. (1967), Difference-Methods for Initial-Value Problems, Interscience Publ., New York, 1967

Soni, J. P., Garde, R. J. ve Ranga Raju, K. G. (1980), "Aggradation in Streams due to Overloading", Journal Hydr. Div. ASCE, Hy-1, Ocak 1980, 117-132

Thomas, W. A. (1979), "Computer Modeling of Rivers: Hec 1-6 {Shen, H. W. (ed.), Modeling of Rivers, John Wiley & Sons}", New York

Vlugter, H. (1962), "Sediment Transportation by Running Water and the Design of Stable Channels in Alluvial Soils", de Ingenieur, 74, 36, B227-B231

Vreugdenhil, C. B. ve de Vries, M. (1967), "Computations of Non-Steady Bedload Transport by a Pseudoviscosity Method", IAHR, Fort Collins, 1967
(also Delft Hydr. Laboratory, Publ. No. 45)

Vreugdenhil, C. B. ve de Vries, M. (1973), "Analytical Approaches to Non-Steady Bedload Transport", Delft Hydr. Laboratory, Rapor S78-IV

Vreugdenhil, C. B. (1979), "Hydraulic Computations I", (in Dutch) Delft University of Technology, Dept. of Civil Eng., Konferans Notları b84

Vreugdenhil, C. B. (1981), "Numerical Effects in Models for River Morphology"

de Vries, M. (1961), "Computations on Grain Sorting in Rivers and Rivermodels", IAHR, Dubrovnik, 1961, 876-880

de Vries, M. (1965), "Considerations About Non-Steady Bedload Transport in Open Channels", IAHR, Leningrad, 1965
(also Delft Hydr. Laboratory, Publ. No. 36)

de Vries, M. (1969), "Solving Riverproblems by Hydraulic and Mathematical Models", Delft Hydraulics Laboratory, Publ. 76-II, 1969

de Vries, M. (1973a), "Riverbed Variations; Aggradation and Degradation", IAHR-Seminer, New Delhi, 1973
(also Delft Hydr. Laboratory, Publ. No. 107)

de Vries, M. (1975), "A Morphological Time-Scale for Rivers", IAHR, São Paulo, 1975
(also Delft Hydr. Laboratory, Publ. No. 147)

de Vries, M. (1980), "How Accurately has Bedmaterial Transport to be Predicted in Rivers?",
Konferans, IAHR Symposium on Riverengineering and its Inter-action with Hydrological and
Hydraulic Research", Belgrad, Mayıs 1980

de Vries, M. (1981), "Morphological Computations", Delft University of Technology

Zanke, U. (1979a), "On the Turbulent Diffusivity-Coefficient of Solid Particles", (in German)
Mitt. Franzius Inst., Hannover, 49, 1979, 244-255

Zanke, U. (1979c), "Distribution of Concentration and Grainsize of Suspended-load in Open
Channels", (in German) Mitt. Franzius Inst., Hannover, 49, 1979, 264-282



TC YÖKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANİSYON BİREKİMİ

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	09.06.1977	
Doğum yeri	İstanbul	
Lise	1991-1994	Vefa Lisesi
Lisans	1994-1999	Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	1999-2001	Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Müh. Anabilim Dalı, Hidrolik Programı

