

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

85070

**SONLU GENLEŞEN KÜRESEL KABUK PROBLEMİNDE  
ELASTİSİTE VE KABUK TEORİLERİ  
SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI**

**İnşaat Müh. Mehmet ÖZGÜR**

**F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programında  
Hazırlanan**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER**

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

85070

T. Koçatürk

Faruk

**İSTANBUL, 1999**

# İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	iii
ÖZET .....	iv
ABSTRACT.....	v
1. GİRİŞ .....	1
2. ELASTİSİTE TEORİSİ İLE ELDE EDİLEN KİNEMATİK İFADELER.....	2
2.1 Genel İfadeler.....	2
2.2 Teori I'e Karşılık Gelen Kinematik İfade.....	4
2.3 Teori II'ye Karşılık Gelen Kinematik İfade.....	5
3. KESİT TESİRLERİNİN BULUNMASI.....	7
3.1 Elastisite Teorisi Yardımı İle Kesit Tesirlerinin Bulunması.....	7
3.2 Kabuk Teorileri Yardımı ile Kesit Tesirlerinin Bulunması .....	10
3.2.1 Genel İfadeler.....	10
3.2.2 Birinci Yaklaşım İle Kesit Tesirlerinin Bulunması.....	15
3.2.3 İkinci Yaklaşım İle Kesit Tesirlerinin Bulunması.....	22
4. KESİT TESİRLERİNİN SAYISAL OLARAK KARŞILAŞTIRILMASI .....	26
4.1 Sayısal Entegrasyon.....	26
4.1.1 Gauss Legendre Sayısal Entegrasyon Yöntemi.....	26
4.2 Sayısal Sonuçlar .....	28
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	42
KAYNAKLAR.....	43
EKLER .....	44
ÖZGEÇMİŞ .....	51

## ÖNSÖZ

Sonlu genişlen küresel kabuk probleminde elastisite ve kabuk teorilerinin sonuçlarını karşılaştırdığım çalışmam sırasında göstermiş olduğu anlayış ve katkılarından dolayı saygıdeğer hocam Sayın Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER'e en içten teşekkürlerimi sunarım.



## ÖZET

Bu çalışmada, sonlu geniş tam küresel kabuk problemi, üç boyutlu elastisite teorisi yardımıyla ve sonlu şekil değiştirme ve sonlu dönme yapan yüzeysel taşıyıcı sistemler için önerilmiş iki kabuk teorisi yardımıyla çözülmüştür. Malzemenin sıkışmaz ve şekil değişimi öncesi izotrop olduğu varsayılmıştır. Söz konusu iki kabuk teorisi, üç boyutlu elastisite teorisi yardımıyla elde edilen kinematik ifadelerle uyarlanarak çeşitli germe ve kalınlık parametrelerine karşı gelen sayısal sonuçlar karşılaştırılmıştır. Kesit tesirleri üç boyutlu elastisite teorisi ve söz konusu iki kabuk teorisi ile ayrı ayrı elde edilmiştir ve ilgili sayısal sonuçların karşılaştırmalarıyla söz konusu kabuk teorilerinin doğruluk dereceleri hakkında fikir edinilmeye çalışılmıştır.



## ABSTRACT

In this study, the problem of finite expansion of spherical shells is solved by using three dimensional elasticity and two shell theories, which have been proposed for shells and plates undergoing finite strains and finite rotations. The material is assumed to be incompressible and isotropic in the unstrained state. The two shell theories are adapted to a kinematical expression which is obtained through three dimensional elasticity. The numerical results corresponding to various stretch ratios and thickness parameters are compared. Stress resultants are obtained by using three dimensional elasticity and the two shell theories and compared numerically.



## 1. GİRİŞ

Kauçuk benzeri malzemeler, şekil değişimi öncesinde izotrop karakterde olup büyük şekil değiştirme yapabilme özelliği taşımaktadırlar (Treloar, 1975). Neo-Hookean malzemeler, ilk boyun 18 katı gibi çok büyük şekil değiştirmeler yaptıkları halde elastikliklerini kaybetmemektedirler (T. L. Smith ve W. H. Chu, 1972; Yükseler, 1994).

Kabuklar, kalınlıkları diğer boyutlarına göre çok küçük (Novozhilov ince kabuk için bu oran  $t/R = \text{kalınlık/yarıçap} \leq 0.05$  olarak belirtmektedir.) olan taşıyıcı sistemlerdir. Kabuk dönme eksenine dik düzlemlerin kabuğun orta yüzeyi ile kesiştiği noktalar kümesi paralel çemberler ve düzlemsel eğrinin dönme eksenini etrafındaki izleri de meridyenler olarak tanımlanmaktadır (Özden, 1975).

Elastisite teorisi yardımı ile üç boyutlu olarak çözülebilen kauçuk benzeri kabuk problemleri sınırlı sayıdadır. Kabuk teorileri, üç boyutlu olan kabuk problemlerini iki boyuta indirgeyerek ilgili problemleri çözülebilir hale getirmektedir. İlgili teoriler; üç boyutlu olan problemi, iki boyutlu çözüm olarak adlandırılan, kabuğun karşılaştırma yüzeyinde etkiyen kesit etkilerinin bulunması problemine dönüştürmektedir (Yükseler, 1994). Kabuk teorilerinin doğruluk dereceleri, elastisite teorisi yardımıyla çözülebilen problemlerin, kabuk teorileri yardımıyla çözülmesi ve ilgili sonuçların elastisite teorisi ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması ile gözlenebilmektedir.

Bu çalışmada farklı iki kabuk teorisi kullanılmıştır. Bu teorilerden birincisi, şekil değiştirme sonrasındaki karşılaştırma yüzeyinin şekil değiştirme öncesindeki karşılaştırma yüzeyi ile aynı noktalardan meydana geldiğini esas almaktadır (Makowski ve Stumpf, 1989). İkinci teori ise Simmonds (1986) tarafından ortaya atılmıştır ve Bölüm 2.3'de (2.16) denklemi ile ifade edilmektedir. Bu teoriye göre şekil değiştirme sonrasındaki karşılaştırma yüzeyinin şekil değiştirme öncesindeki karşılaştırma yüzeyi ile aynı noktalardan oluşması gerekmemektedir.

Bu çalışmada sonlu genişlen küresel kabuk problemi ele alınmıştır. İlgili problem, iki kabuk teorisi ve üç boyutlu elastisite teorisi yardımıyla çözülmüştür. Bölüm 2'de elastisite teorisi ile elde edilen kinematik ifadeler sunulmuştur. Bölüm 3'de, kesit tesirlerinin söz konusu iki kabuk teorisi ve üç boyutlu elastisite teorisi yardımıyla hesabı ile ilgili ifadeler çıkarılmıştır. Bölüm 4'de bu çalışmada kullanılan sayısal yöntemler ve önceki bölümlerde elde edilen ifadelerle karşı gelen sayısal sonuçlar sunulmuştur. Bölüm 5'de ise Bölüm 4'de elde edilen sonuçların genel bir değerlendirmesi yapılmıştır.

## 2. ELASTİSİTE TEORİSİ İLE ELDE EDİLEN KİNEMATİK İFADELER

### 2.1. Genel İfadeler

A. E. Green ve J. E. Adkins (1960) sonlu genleşen küresel kabuk probleminin üç boyutlu hesabında sıkışmazlık koşulunu

$$\left(\frac{dR}{dr}\right)^2 \left(\frac{R}{r}\right)^4 = 1 \quad (2.1)$$

şeklinde ifade etmiştir. Burada,  $r$  ve  $R$  sırasıyla bir küresel kabuk içindeki herhangi bir taneciğin şekil değişimi öncesi ve sonrasındaki radyal koordinatlarını göstermektedirler. (2.1) denkleminin çözülmesi ile

$$R^3 = r^3 + C \quad (2.2)$$

ifadesi elde edilmektedir (Yükseler, 1994). Burada  $C$  entegral sabiti olarak tanımlanmaktadır.  $r_0$  ve  $R_0$ 'ın sırasıyla karşılaştırma yüzeyi üzerindeki bir taneciğin şekil değişimi öncesi ve sonrasındaki radyal koordinatlarını göstermesi halinde (2.2) denkleminin özel hali

$$R_0^3 = r_0^3 + C \quad (2.3)$$

denklemini ile ifade edilmektedir. (2.2) denklemini, şekil değişimi öncesi ve sonrası enine koordinatlar cinsinden yazılacak olursa

$$(R_0 + \zeta)^3 = (r_0 + \xi)^3 + C \quad (2.4)$$

denklemini elde edilmektedir (Yükseler, 1994). Burada;

$\xi$  : Şekil değişimi öncesi enine koordinat

$\zeta$  : Şekil değişimi sonrası enine koordinat

olarak tanımlanmaktadır. Şekil değişimi öncesi karşılaştırma yüzeyi, kabuk iç ve dış yüzeylerine eşit mesafelerde bulunan noktalar kümesi olarak tanımlanmaktadır (Taber, 1987; Makowski ve Stumpf, 1989). (2.4) denkleminin her iki tarafı  $\frac{1}{r_0^3}$ 'e bölünerek

$$\frac{1}{r_0^3}(R_0 + \zeta)^3 = \frac{1}{r_0^3}(r_0 + \xi)^3 + C' \quad (2.5)$$

elde edilebilmektedir. Burada,  $C' = C/r^3$  olmaktadır.

(2.5) ifadesi düzenlenecek olursa,

$$\left(\frac{R_0}{r_0} + \frac{\zeta}{r_0}\right)^3 = \left(1 + \frac{\xi}{r_0}\right)^3 + C' \quad (2.6)$$

denklemini elde edilebilmektedir. Burada  $\frac{R_0}{r_0}$  ifadesi karşılaştırma yüzeyi üzerindeki germe  $\lambda_0$ 'a eşittir. Böylece (2.6) denklemini

$$\left(\frac{R_0}{r_0} + \frac{\zeta}{r_0}\right)^3 = \left(1 + \frac{\xi}{r_0}\right)^3 + C' \quad (2.7)$$

şeklinde ifade edilmektedir. (2.7) denklemini, t kabuk kalınlığı olmak üzere

$$\varepsilon = \frac{t}{2r_0} \quad (2.8)$$

olarak tanımlanan kalınlık parametresi kullanılarak

$$\varepsilon \zeta^* = \left[ \left(1 + \varepsilon \xi^*\right)^3 + C' \right]^{1/3} - \lambda_0 \quad (2.9)$$

denklemini ile boyutsuz olarak ifade edilebilmektedir (Yükseler, 1994). Burada,

$$\xi^* = 2 \frac{\xi}{t} \quad (2.10)$$

$$\zeta^* = 2 \frac{\zeta}{t} \quad (2.11)$$

olarak tanımlanmaktadır.

## 2.2. Teori I'e Karşılık Gelen Kinematik İfade

Teori I,

$$\zeta^* \Big|_{\xi^*=0} = 0 \quad (2.12)$$

denklemi ile ifade edilmektedir (Makowski ve Stumpf, 1989). (2.12) denklemi (2.9) denkleminde kullanılırsa

$$0 = \left[ (1+0)^3 + C' \right]^{1/3} - \lambda_0^{(I)} \quad (2.13)$$

elde edilmektedir. Burada, (I) üst indisi ilgili değişkenin, Teori I için tanımlanmış olduğunu belirtmektedir. (2.13) denkleminde,

$$C' = \lambda_0^{(I)3} - 1 \quad (2.14)$$

denklemi elde edilmektedir. (2.14) denklemi (2.9) denkleminde yerine konulursa

$$\varepsilon \zeta^{*(I)} = \left[ (1 + \varepsilon \xi^*)^3 + \lambda_0^{(I)3} - 1 \right]^{1/3} - \lambda_0^{(I)} \quad (2.15)$$

ifadesi elde edilmektedir.

### 2.3. Teori II'ye Karşılık Gelen Kinematik İfade

Teori II, Simmonds (1986) tarafından;

$$\int_{-t/2}^{t/2} \zeta^{(II)} d\xi = 0 \quad (2.16)$$

veya boyutsuz olarak

$$\int_{-1}^1 \zeta^{*(II)} d\xi^* = 0 \quad (2.17)$$

şeklinde önerilmiştir. Burada, (II) üst indisi ilgili değişkenin, Teori II'ye karşı geldiğini göstermektedir.

Şekil değiştirme sonrası radyal koordinat, karşılaştırma yüzeyinin radyal koordinatı ile şekil değiştirme sonrası enine koordinatın toplamına eşit olarak ifade edilir ve bu değer her iki teori için de aynı olduğu esas alınırsa

$$R = R_0^{(I)} + \zeta^{(I)} = R_0^{(II)} + \zeta^{(II)} \quad (2.18)$$

ifadesi elde edilmektedir. Bu ifadenin (2.8), (2.10) ve (2.11) denklemleri yardımıyla boyutsuz hale getirilmesi ve gerekli düzenlemelerin yapılması ile

$$\varepsilon \zeta^{*(II)} = \varepsilon \zeta^{*(I)} + \lambda_0^{(I)} - \lambda_0^{(II)} \quad (2.19)$$

denklemini elde edilmektedir. (2.15) denklemini (2.19) denkleminde yerine konulursa

$$\varepsilon \zeta^{*(II)} = \left[ (1 + \varepsilon \xi^*)^3 + \lambda_0^{(I)3} - 1 \right]^{1/3} - \lambda_0^{(II)} \quad (2.20)$$

denklemini elde edilmektedir. (2.20) denklemini (2.17) denkleminde yerine konularak gerekli düzenlemeler yapıldığı takdirde

$$\int_{-1}^1 \left[ (1 + \varepsilon \xi^*) + \lambda_0^{(I)3} - 1 \right]^{\frac{1}{3}} d\xi^* - 2\lambda_0^{(II)} = 0 \quad (2.21)$$

denklemini elde edilmektedir.

$\varepsilon$  ve  $\lambda_0^{(I)}$  verildiğinde karşı gelen  $\lambda_0^{(II)}$  değeri, (2.21) denkleminde elde edilen

$$\lambda_0^{(II)} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \left[ (1 + \varepsilon \xi^*) + \lambda_0^{(I)3} - 1 \right]^{\frac{1}{3}} d\xi^* \quad (2.22)$$

denklemini ile hesaplanabilmektedir.



### 3. KESİT TESİRLERİNİN BULUNMASI

#### 3.1. Elastisite Teorisi Yardımı İle Kesit Tesirlerinin Bulunması

A. E. Green ve W. Zerna (1968) iç ve dış basınç altında şekil değiştirme yapan kauçuk benzeri küresel kabukta oluşan kesit tesirlerini üç boyutlu elastisite yardımıyla hesaplamıştır. Mooney malzemesi için üç boyutlu şekil değiştirme enerjisi fonksiyonunu

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (3.1)$$

denklemini tanımlanmıştır (Treolar, 1975). Burada,

$C_1, C_2$  : Malzeme sabitleri

$I_1, I_2$  : Sırasıyla birinci ve ikinci şekil değiştirme değişmezleri

olarak ifade edilmektedir. Şekil değişimi sonrası kabuk üzerindeki herhangi bir noktadaki germenin tersi

$$Q = \frac{r}{R} \quad (3.2)$$

olarak tanımlanmaktadır. (3.2) denklemini (2.15) ifadesi yardımıyla düzenlendiği takdirde

$$Q = \frac{\varepsilon \xi^* + 1}{\left[ \lambda^3 - 1 + (\varepsilon \xi^* + 1)^3 \right]^{1/3}} \quad (3.3)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Kabuk dış yüzeyinde  $\xi^* = -1$  olduğu göz önüne alındığı takdirde (3.3) denklemini

$$Q_2 = \frac{1 - \varepsilon}{\left[ \lambda^3 - 1 + (1 - \varepsilon)^3 \right]^{1/3}} \quad (3.4)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Burada  $Q_2$  kabuk dış yüzeyindeki germenin tersini ifade etmektedir.

Üç boyutlu elastisitede, Neo-Hookean malzemesi için bünye denklemleri ve denge denklemleri yardımıyla herhangi kabuk noktasında meridyene veya paralel çembere teğet normal gerilme

$$\sigma = C_1(2Q^{-2} + 4Q - Q^4 - Q_2^4 - 4Q_2) - \Pi_2 \quad (3.5)$$

olarak ifade edilmektedir (A. E. Green ve W. Zerna, 1968). Burada  $\Pi_2$  kabuğun dış yüzünde etkiyen basıncı göstermektedir ve (3.5) denklemi dış basınç ile ifade edilmiştir. (3.5) denklemi

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{C_1} \quad (3.6)$$

denklemi kullanılarak boyutsuzlaştırılabilmektedir. Genleşmenin sadece kabuk iç yüzeyindeki basınç tesiri altında gerçekleştiği düşünüldüğü takdirde  $\Pi_2 = 0$  olmaktadır ve (3.5) denklemi

$$\sigma = 2Q^{-2} + 4Q - Q^4 - Q_2^4 - 4Q_2 \quad (3.7)$$

şeklinde ifade edilmektedir (A. E. Green ve W. Zerna, 1968).

Normal kuvvet ve moment ifadeleri

$$N = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma \left( 1 + \frac{\xi}{r_0} \right) d\xi \quad (3.8)$$

$$M = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma \left( 1 + \frac{\xi}{r_0} \right) \xi d\xi \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Özden, 1975). (3.8) ve (3.9) denklemleri, t şekil değişimi öncesi kabuk kalınlığı olmak üzere

$$N^* = \frac{2N}{C_1 t} \quad (3.10)$$

$$M^* = \frac{4M}{C_1 t^2} \quad (3.11)$$

eşitlikleri yardımıyla boyutsuzlaştırılarak gerekli düzenlemeler yapıldığında

$$N^* = \int_{-1}^1 (2Q^{-2} + 4Q - Q^4) (1 + \varepsilon \xi^*) d\xi^* + 2(-Q_2^4 - 4Q_2) \quad (3.12)$$

$$M^* = \int_{-1}^1 (2Q^{-2} + 4Q - Q^4) (1 + \varepsilon \xi^*) \xi^* d\xi^* + 2 \frac{\varepsilon}{3} (-Q_2^4 - 4Q_2) \quad (3.13)$$

denklemleri elde edilmektedir ( $\Pi_2 = 0$ ,  $\Pi_1 \neq 0$  durumu).



## 3.2. Kabuk Teorileri Yardımı ile Kesit Tesirlerinin Bulunması

### 3.2.1. Genel İfadeler

Kesit tesirlerinin bulunmasında kullanılan iki kabuk teorisi Taber (1987) tarafından aynı denklemler ile ifade edilmiştir. Denklemlerde kullanılan  $q$  katsayısı; Teori I için  $q=0$ , Teori II için  $q=1$  alınarak her iki teori için de aynı denklemlerin geçerli olması sağlanmıştır.

Neo-Hookean malzemeler için şekil değiştirme enerjisi, (3.1) denkleminin özel hali olarak

$$W = E(I_1 - 3) \quad (3.14)$$

şeklindedir (Makowski ve Stumpf , 1989). Burada,  $E$  malzeme sabiti ve  $I_1$  birinci şekil değiştirme değişmezidir ve

$$I_1 = G_\phi + G_\theta + G_\Gamma + G_z \quad (3.15)$$

şeklinde ifade edilmektedir (Taber, 1987). Burada,

$$G_\phi = \frac{(\lambda_\phi + k_\phi \zeta)^2}{(1 + k_{\phi_0} \xi)^2} \quad (3.16)$$

$$G_\theta = \frac{(\lambda_\theta + k_\theta \zeta)^2}{(1 + k_{\theta_0} \xi)^2} \quad (3.17)$$

$$G_\Gamma = \frac{\eta^2}{(1 + k_{\phi_0} \xi)^2} \quad (3.18)$$

$$G_z = \left( \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} \right)^2 \quad (3.19)$$

olarak tanımlanmaktadır (Yükseler, 1996). Burada,

$\lambda_\phi, \lambda_0$  : Sırasıyla meridyen ve paralel çember üzerindeki germeler

$k_{\phi_0}$  : Şekil değişimi öncesi meridyen eğriliği

$$k_\phi = \frac{d\alpha}{ds_0} \quad (3.20a)$$

$$k_0 = \frac{\sin \alpha}{r_0 \sin \alpha_0} \quad (3.20b)$$

$$\eta = \lambda_\phi \sin \alpha \quad (3.20c)$$

$\alpha_0, \alpha$  :Sırasıyla şekil değişimi öncesi ve sonrasında, karşılaştırma yüzeyinin normali ile dönme eksenini arasındaki açılar

$\gamma$  :Enine kayma açısı

$s_0$  :Şekil değişimi öncesi, meridyen üzerindeki yay uzunluğu

şeklinde tanımlanmaktadır (Yükseler, 1996).

Şekil değiştirme enerjisi yoğunluğunun ifadesi aşağıdaki şekilde gösterilmektedir (Taber, 1987).

$$\phi = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \beta W d\xi \quad (3.21)$$

Burada,

$W$  : Birim hacim başına şekil değiştirme enerjisi fonksiyonu

$$\beta = 1 + (k_{\phi_0} + k_{\theta_0}) \xi + k_{\phi_0} k_{\theta_0} \xi^2 \quad (3.22)$$

eşitliği ile tanımlanmaktadır (Yükseler, 1996b).

Neo-Hookean malzemelerde meydana gelen büyük şekil değiştirmeler esnasında oluşan kesit

tesirlerinin bulunabilmesi için (3.21) denklemini ile gösterilen şekil değiştirme enerjisi yoğunluğunun, sırası ile meridyen üzerindeki germe  $\lambda_\phi$ 'ye ve meridyen üzerindeki eğrilik değişimi ölçüsü  $K_\phi$ 'ye göre kısmi türevlerinin alınması gerekmektedir (Taber, 1987);

$$N_\phi = \frac{\partial \phi}{\partial \lambda_\phi} \quad (3.23)$$

$$M_\phi = \frac{\partial \phi}{\partial K_\phi} \quad (3.24)$$

Burada,  $N_\phi$  meridyen üzerinde oluşan normal kuvvet,  $M_\phi$  şekil meridyen üzerinde oluşan moment ve  $K_\phi$  meridyen eğrilik değişimidir.  $K_\phi$ 'nin tanımında farklı yaklaşımlar olabilmektedir (Taber, 1987; Makowski ve Stumpf, 1989; Yükseler, 1996a-b). Bölüm 3.2.2 ve 3.2.3'de iki farklı tanıma karşı gelen ifadeler sunulmaktadır.

(3.21) denklemini, (3.23) ve (3.24) denklemlerinde kullanılır ve  $\beta$ 'nin  $\xi$ 'ye bağlı olmadığı gözönüne alınırsa

$$N_\phi = \frac{\partial \left( \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \beta W d\xi \right)}{\partial \lambda_\phi} = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \beta \frac{\partial W}{\partial \lambda_\phi} d\xi \quad (3.25)$$

$$M_\phi = \frac{\partial \left( \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \beta W d\xi \right)}{\partial K_\phi} = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \beta \frac{\partial W}{\partial K_\phi} d\xi \quad (3.26)$$

elde edilmektedir. Kesit tesirleri  $N_\phi$  ve  $M_\phi$ 'nin (3.25) ve (3.26) denklemleriyle hesaplanabilmesi için aşağıda sunulan hazırlık çalışmalarının yapılması gerekmektedir:

Şekil değişimi sonrası enine koordinat

$$\zeta = \frac{-qt^2 B}{24} + A\xi + \frac{B}{2}\xi^2 + \frac{C}{3}\xi^3 \quad (3.27)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir (Yükseler, 1996a). Burada,

$$A = \frac{1}{\lambda_\phi \lambda_\theta} + \frac{t^2}{4} D \quad (3.28)$$

$$B = -\frac{k_\phi}{(\lambda_\phi^3 \lambda_\theta^2)} - \frac{k_\theta}{(\lambda_\phi^2 \lambda_\theta^3)} + \frac{(k_\phi + k_\theta)}{\lambda_\phi \lambda_\theta} \quad (3.29)$$

$$C = -3B \frac{(k_\phi \lambda_\theta + k_\theta \lambda_\phi)}{2(\lambda_\phi \lambda_\theta)^2} - \frac{k_\phi k_\theta}{(\lambda_\phi \lambda_\theta)^4} + \frac{k_\phi k_\theta}{\lambda_\phi \lambda_\theta} \quad (3.30)$$

ve (3.28) denkleminde yer alan D

$$D = qB \frac{\left( \frac{k_\phi + k_\theta}{\lambda_\phi + \lambda_\theta} \right)}{6\lambda_\phi \lambda_\theta} \quad (3.31)$$

olarak tanımlanmaktadır (Yükseler, 1996a). (3.31) denklemindeki q değeri

$$q = \begin{cases} \text{Teori I için :0} \\ \text{Teori II için :1} \end{cases} \quad (3.32)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Şekil değişimi sonrasındaki enine koordinatın şekil değişimi öncesi enine koordinata göre kısmi türevi

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \xi} = A + B\xi + C\xi^2 \quad (3.33)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Şekil değişimi sonrasındaki enine koordinatın meridyen üzerindeki germe  $\lambda_\phi$ 'ye göre kısmi türevi

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_\phi} = \frac{-qt^2}{24} \frac{\partial B}{\partial \lambda_\phi} + \frac{\partial A}{\partial \lambda_\phi} \xi + \frac{\partial B}{\partial \lambda_\phi} \frac{\xi^2}{2} + \frac{\partial C}{\partial \lambda_\phi} \frac{\xi^3}{3} \quad (3.34)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Şekil değişimi sonrasındaki enine koordinatın meridyen üzerindeki eğrilik değişim ölçüsü  $K_\phi$ 'ye göre kısmi türevi

$$\frac{\partial \zeta}{\partial K_\phi} = \frac{-qt^2}{24} \frac{\partial B}{\partial K_\phi} + \frac{\partial A}{\partial K_\phi} \xi + \frac{\partial B}{\partial K_\phi} \frac{\xi^2}{2} + \frac{\partial C}{\partial K_\phi} \frac{\xi^3}{3} \quad (3.35)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Şekil değişimi sonrası enine koordinatın, şekil değişimi öncesi enine koordinata göre kısmi türevinin meridyen üzerindeki germe  $\lambda_\phi$ 'ye göre kısmi türevi

$$\frac{\partial \left( \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} \right)}{\partial \lambda_\phi} = \frac{\partial A}{\partial \lambda_\phi} + \frac{\partial B}{\partial \lambda_\phi} \xi + \frac{\partial C}{\partial \lambda_\phi} \xi^2 \quad (3.36)$$

olarak elde edilmektedir. Şekil değişimi sonrasındaki enine koordinatın meridyen üzerindeki eğrilik değişim ölçüsü  $K_\phi$ 'ye göre kısmi türevi

$$\frac{\partial \left( \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} \right)}{\partial K_\phi} = \frac{\partial A}{\partial K_\phi} + \frac{\partial B}{\partial K_\phi} \xi + \frac{\partial C}{\partial K_\phi} \xi^2 \quad (3.37)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Bu çalışmada kabuk teorileri yardımı ile kesit tesirlerinin bulunmasında eğrilik değişimi ölçüsü için iki farklı yaklaşım kullanılmıştır. İki yaklaşım arasındaki fark, eğrilik değişim ölçüsü  $K$ 'nin tarifinden meydana gelmektedir. Buna göre;

$$\text{Birinci yaklaşım : } K = k\lambda - k_0 \quad (3.38)$$

$$\text{İkinci yaklaşım : } K = k - k_0 \quad (3.39)$$

esas alınmaktadır.

### 3.2.2. Birinci Yaklaşım İle Kesit Tesirlerinin Bulunması

Bu çalışmada ilk yaklaşım olarak eğrilik değişim ölçüleri aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$K_{\phi} = k_{\phi} \lambda_{\phi}^{-1} - k_{\phi_0 \phi} \quad (3.40)$$

$$K_{\theta} = k_{\theta} \lambda_{\theta}^{-1} - k_{\theta_0 \theta} \quad (3.41)$$

Burada  $K_{\theta}$  enine eğrilik değişim ölçüsüdür. İlgili ifadeleri boyutsuz hale getirebilmek için

$$k_0^* = k_0 r_0 = 1, K^* = K r_0, \zeta^* = \frac{2\zeta}{t}, \xi^* = \frac{2\xi}{t}, B^* = B r_0, C^* = C r_0^2, D^* = D r_0^2 \quad (3.42)$$

ve (2.8) denklemleri ile tanımlanan kalınlık parametresi kullanılmıştır.

(3.28), (3.29), (3.30) ve (3.31) denklemleri (3.40), (3.41) ve (3.42) denklemleri yardımıyla

$$A^* = \frac{1}{\lambda_{\phi} \lambda_{\theta}} + \varepsilon^2 D^* \quad (3.43)$$

$$B^* = -\frac{(K_{\phi}^* + 1)}{\lambda_{\phi}^3 \lambda_{\theta}^2} - \frac{(K_{\theta}^* + 1)}{\lambda_{\phi}^2 \lambda_{\theta}^3} + \frac{2}{\lambda_{\phi} \lambda_{\theta}} \quad (3.44)$$

$$C^* = -3B^* \frac{((K_{\phi}^* + 1)\lambda_{\theta} + (K_{\theta}^* + 1)\lambda_{\phi})}{2(\lambda_{\phi} \lambda_{\theta})^2} - \frac{(K_{\phi}^* + 1)(K_{\theta}^* + 1)}{(\lambda_{\phi} \lambda_{\theta})^4} + \frac{1}{\lambda_{\phi} \lambda_{\theta}} \quad (3.45)$$

$$D^* = qB^* \frac{(K_{\phi}^* + K_{\theta}^* + 2)}{6\lambda_{\phi} \lambda_{\theta}} \quad (3.46)$$

şeklinde boyutsuz hale getirilebilmektedir. (3.43), (3.44), (3.45) ve (3.46) denklemlerinin meridyen üzerindeki germe  $\lambda_{\phi}$ 'ye göre kısmi türevleri

$$\frac{\partial A^*}{\partial \lambda_{\phi}} = -\frac{1}{\lambda_{\phi}^2 \lambda_{\theta}} + \varepsilon^2 \frac{\partial D^*}{\partial \lambda_{\phi}} \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} = 2 \frac{(K_\phi^* + K_\theta^* + 2)}{\lambda_\phi^3 \lambda_\theta^2} - \frac{2}{\lambda_\phi^2 \lambda_\theta} \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial \lambda_\phi} = -3 \frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} \frac{(K_\phi^* + K_\theta^* + 2)}{2\lambda_\phi \lambda_\theta} + 3B^* \frac{(K_\phi^* + K_\theta^* + 2)}{2\lambda_\phi^2 \lambda_\theta} + 3 \frac{(K_\phi^* + 1)(K_\theta^* + 1)}{\lambda_\phi^4 \lambda_\theta^3} - \frac{1}{\lambda_\phi^2 \lambda_\theta} \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial D^*}{\partial \lambda_\phi} = q \frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} \frac{(K_\phi^* + K_\theta^* + 2)}{6\lambda_\phi \lambda_\theta} - qB^* \frac{(K_\phi^* + K_\theta^* + 2)}{6\lambda_\phi^2 \lambda_\theta} \quad (3.50)$$

şeklinde hesaplanabilmektedir. (3.43), (3.44), (3.45) ve (3.46) denklemlerinin meridyen üzerindeki eğrilik değişim ölçüsünün boyutsuz hali  $K_\phi^*$ 'a göre kısmi türevleri

$$\frac{\partial A^*}{\partial K_\phi^*} = \varepsilon^2 \frac{\partial D^*}{\partial K_\phi^*} \quad (3.51)$$

$$\frac{\partial B^*}{\partial K_\phi^*} = -\frac{1}{\lambda_\phi^2 \lambda_\theta^2} \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial K_\phi^*} = -3 \frac{\partial B^*}{\partial K_\phi^*} \frac{(K_\phi^* + K_\theta^* + 2)}{2\lambda_\phi \lambda_\theta} - 3B^* \frac{1}{2\lambda_\phi \lambda_\theta} - \frac{(K_\theta^* + 1)}{(\lambda_\phi \lambda_\theta)^3} \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial D^*}{\partial K_\phi^*} = q \frac{\partial B^*}{\partial K_\phi^*} \frac{(K_\phi^* + K_\theta^* + 2)}{6\lambda_\phi \lambda_\theta} + qB^* \frac{1}{6\lambda_\phi \lambda_\theta} \quad (3.54)$$

olarak bulunabilmektedir.

Sonlu genişlen küresel kabuk probleminde;

$$\lambda_\phi = \lambda_\theta = \lambda, \quad \eta = 0 \quad \text{ve} \quad K_\phi = K_\theta = K = K^* = \lambda^{-1} - 1$$

eşitlikleri yazılabilmektedir. Bu ifadelerin (3.43), (3.44), (3.45) ve (3.46) denklemlerinde kullanılmasıyla sonlu genişlen küresel kabuk özel halinde  $A^*$ ,  $B^*$ ,  $C^*$  ve  $D^*$  ile ilgili ifadeler

$$A^* = \lambda^{-2} + \varepsilon^2 D^* \quad (3.55)$$

$$B^* = -2\lambda^{-5} + 2\lambda^{-2} \quad (3.56)$$

$$C^* = -3B^*\lambda^{-3} - \lambda^{-8} + \lambda^{-2} \quad (3.57)$$

$$D^* = qB^* \frac{\lambda^{-3}}{3} \quad (3.58)$$

şeklini almaktadır. (3.55), (3.56), (3.57) ve (3.58) denklemlerinin meridyen üzerindeki germe  $\lambda_\phi$ 'ye göre kısmi türevleri

$$\frac{\partial A^*}{\partial \lambda_\phi} = -\lambda^{-3} + \varepsilon^2 \frac{\partial D^*}{\partial \lambda_\phi} \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} = 5\lambda^{-6} - 2\lambda^{-3} \quad (3.60)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial \lambda_\phi} = -3 \frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} \lambda^{-3} + 9B^* \lambda^{-4} + 4\lambda^{-9} - \lambda^{-3} \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial D^*}{\partial \lambda_\phi} = q \frac{\lambda^{-3}}{6} \left( 2 \frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} - 3B^* \lambda^{-1} \right) \quad (3.62)$$

şeklini almaktadır. (3.55), (3.56), (3.57) ve (3.58) denklemlerinin meridyen üzerindeki eğrilik değişim ölçüsünün boyutsuz hali  $K_\phi^*$ 'a göre kısmi türevleri

$$\frac{\partial A^*}{\partial K_\phi^*} = \varepsilon^2 \frac{\partial D^*}{\partial K_\phi^*} \quad (3.63)$$

$$\frac{\partial B^*}{\partial K_\phi^*} = -\lambda^{-4} \quad (3.64)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial K_\phi} = -3 \frac{\partial B^*}{\partial K_\phi} \lambda^{-3} - \frac{3}{2} B^* \lambda^{-2} - \lambda^{-7} \quad (3.65)$$

$$\frac{\partial D^*}{\partial K_\phi} = q \frac{\partial B^*}{\partial K_\phi} \frac{\lambda^{-3}}{3} + q B^* \frac{\lambda^{-2}}{6} \quad (3.66)$$

şeklini almaktadır.

(3.27) ile gösterilen şekil değişimi sonrası enine koordinat (3.42) ve (2.8) denklemleri yardımıyla

$$\zeta^* = \frac{-qB^*}{6} \varepsilon + A^* \xi^* + \frac{B^*}{2} \varepsilon \xi^{*2} + \frac{C^*}{3} \varepsilon^2 \xi^{*3} \quad (3.67)$$

şeklinde boyutsuz olarak ifade edilebilmektedir.

Şekil değişimi sonrası enine koordinatın şekil değişimi öncesi enine koordinata göre kısmi türevi boyutsuz olarak (3.42) ve (2.8) denklemleri yardımıyla

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi^*} = A^* + B^* \varepsilon \xi^* + C^* \varepsilon^2 \xi^{*2} \quad (3.68)$$

şeklinde elde edilmektedir. Şekil değişimi sonrası enine koordinatın meridyen üzerindeki germe  $\lambda_\phi$ 'ye göre kısmi türevi

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial \lambda_\phi} = \frac{-q}{6} \frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} \varepsilon + \frac{\partial A^*}{\partial \lambda_\phi} \xi^* + \frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} \frac{\varepsilon \xi^{*2}}{2} + \frac{\partial C^*}{\partial \lambda_\phi} \frac{\varepsilon^2 \xi^{*3}}{3} \quad (3.69)$$

şeklinde boyutsuz olarak ifade edilmektedir. Şekil değişimi sonrası enine koordinatın meridyen üzerindeki eğrilik değişim ölçüsünün boyutsuz hali  $K_\phi^*$ 'a göre kısmi türevi

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial K_\phi^*} = \frac{-q}{6} \frac{\partial B^*}{\partial K_\phi^*} \varepsilon + \frac{\partial A^*}{\partial K_\phi^*} \xi^* + \frac{\partial B^*}{\partial K_\phi^*} \frac{\varepsilon \xi^{*2}}{2} + \frac{\partial C^*}{\partial K_\phi^*} \frac{\varepsilon^2 \xi^{*3}}{3} \quad (3.70)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Şekil değişimi sonrası enine koordinatın, şekil değişimi öncesi enine koordinata göre kısmi türevinin meridyen üzerindeki germe  $\lambda_\phi$ 'ye göre kısmi türevi, (3.59), (3.60), (3.61) ve (3.69) denklemleri yardımıyla

$$\frac{\partial \left( \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi^*} \right)}{\partial \lambda_\phi} = \frac{\partial A^*}{\partial \lambda_\phi} + \frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} \varepsilon \xi^* + \frac{\partial C}{\partial \lambda_\phi} \varepsilon^2 \xi^{*2} \quad (3.71)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Şekil değişimi sonrası enine koordinatın, şekil değişimi öncesi enine koordinata göre kısmi türevinin meridyen üzerindeki eğrilik değişim ölçütünün boyutsuz hali  $K_\phi^*$ 'a göre kısmi türevi, (3.63), (3.64), (3.65) ve (3.70) denklemleri yardımıyla

$$\frac{\partial \left( \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi^*} \right)}{\partial K_\phi^*} = \frac{\partial A^*}{\partial K_\phi^*} + \frac{\partial B^*}{\partial K_\phi^*} \varepsilon \xi^* + \frac{\partial C}{\partial K_\phi^*} \varepsilon^2 \xi^{*2} \quad (3.72)$$

şeklinde boyutsuz olarak ifade edilmektedir. (3.16), (3.17), (3.18) ve (3.19) denklemleri (3.42) ve (2.8) denklemleri yardımıyla,

$$G_\phi^* = \frac{(\lambda + \varepsilon \zeta^*)^2}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.73)$$

$$G_\theta^* = \frac{(\lambda + \varepsilon \zeta^*)^2}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.74)$$

$$G_r^* = 0 \quad (3.75)$$

$$G_z = \left( \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi^*} \right)^2 \quad (3.76)$$

şeklinde boyutsuz olarak yazılabilmektedir.  $G_\phi^*$ ,  $G_\theta^*$ ,  $G_\Gamma^*$  ve  $G_z^*$ 'nin meridyen üzerindeki germe  $\lambda_\phi$ 'ye göre kısmi türevleri

$$\frac{\partial G_\phi^*}{\partial \lambda_\phi} = \frac{2(\lambda + \varepsilon \zeta^*) \left( 1 + \lambda^{-1} \varepsilon \zeta^* + \varepsilon \frac{\partial \zeta^*}{\partial \lambda_\phi} \right)}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.77)$$

$$\frac{\partial G_\theta^*}{\partial \lambda_\phi} = \frac{2(\lambda + \varepsilon \zeta^*) \varepsilon \frac{\partial \zeta^*}{\partial \lambda_\phi}}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.78)$$

$$\frac{\partial G_\Gamma^*}{\partial \lambda_\phi} = 0 \quad (3.79)$$

$$\frac{\partial G_z^*}{\partial \lambda_\phi} = 2 \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi^*} \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial \xi^* \partial \lambda_\phi} \quad (3.80)$$

şeklinde hesaplanabilir.  $G_\phi^*$ ,  $G_\theta^*$ ,  $G_\Gamma^*$  ve  $G_z^*$ 'nin meridyen üzerindeki eğrilik değişim ölçüsünün boyutsuz hali  $K_\phi^*$ 'a göre kısmi türevleri

$$\frac{\partial G_\phi^*}{\partial K_\phi^*} = \frac{2(\lambda + \varepsilon \zeta^*) \left( \lambda \varepsilon \zeta^* + \frac{\partial \zeta^*}{\partial K_\phi^*} \right)}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.81)$$

$$\frac{\partial G_\theta^*}{\partial K_\phi^*} = \frac{2(\lambda + \varepsilon \zeta^*) \varepsilon \frac{\partial \zeta^*}{\partial K_\phi^*}}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.82)$$

$$\frac{\partial G_\Gamma^*}{\partial K_\phi^*} = 0 \quad (3.83)$$

$$\frac{\partial G_z^*}{\partial K_\phi^*} = 2 \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi^*} \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial \xi^* \partial K_\phi^*} \quad (3.84)$$

şeklinde tanımlanabilmektedir.

(3.22) denklemi, (2.8) denklemi yardımıyla

$$\beta^* = (1 + \varepsilon \xi^*)^2 \quad (3.85)$$

şeklinde boyutsuz hale getirilebilmektedir.

(3.23) ve (3.24) ile ifade edilen kesit tesirleri  $N_\phi$  ve  $M_\phi$

$$N_\phi^* = \frac{2 N_\phi}{t E} \quad (3.86)$$

$$M_\phi^* = \frac{4 M_\phi}{t^2 E} \quad (3.87)$$

denklemleri yardımıyla boyutsuzlaştırılabilmektedir. (3.23) ve (3.24) denklemleri (3.86) ve (3.87) denklemleri yardımıyla

$$N_\phi^* = \int_{-1}^1 \beta^* \left( \frac{\partial G_\phi^*}{\partial \lambda_\phi} + \frac{\partial G_\theta^*}{\partial \lambda_\theta} + \frac{\partial G_\Gamma^*}{\partial \lambda_\phi} + \frac{\partial G_z^*}{\partial \lambda_\phi} \right) d\xi \quad (3.88)$$

$$M_\phi^* = \frac{1}{\varepsilon} \int_{-1}^1 \beta^* \left( \frac{\partial G_\phi^*}{\partial K_\phi} + \frac{\partial G_\theta^*}{\partial K_\phi} + \frac{\partial G_\Gamma^*}{\partial K_\phi} + \frac{\partial G_z^*}{\partial K_\phi} \right) d\xi \quad (3.89)$$

şeklinde yazılabilmektedir.

### 3.2.3. İkinci Yaklaşım İle Kesit Tesirlerinin Bulunması

Bu çalışmada ikinci yaklaşım olarak eğrilik değişim ölçüleri aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$K_\phi = k_\phi - k_{\phi_0} \quad (3.90)$$

$$K_\theta = k_\theta - k_{\theta_0} \quad (3.91)$$

(3.43), (3.44), (3.45) ve (3.46) ifadeleri (3.90) ve (3.91) denklemleri esas alınarak tekrar düzenlendiği takdirde

$$A^* = \frac{1}{\lambda_\phi \lambda_\theta} + \varepsilon^2 D^* \quad (3.92)$$

$$B^* = -\frac{(K_\phi^* + 1)}{\lambda_\phi^3 \lambda_\theta^2} - \frac{(K_\theta^* + 1)}{\lambda_\phi^2 \lambda_\theta^3} + \frac{2}{\lambda_\phi \lambda_\theta} \quad (3.93)$$

$$C^* = -3B^* \frac{((K_\phi^* + 1)\lambda_\theta + (K_\theta^* + 1)\lambda_\phi)}{2(\lambda_\phi \lambda_\theta)^2} - \frac{(K_\phi^* + 1)(K_\theta^* + 1)}{(\lambda_\phi \lambda_\theta)^4} + \frac{1}{\lambda_\phi \lambda_\theta} \quad (3.94)$$

$$D^* = qB^* \frac{((K_\phi^* + 1)\lambda_\theta + (K_\theta^* + 1)\lambda_\phi)}{6(\lambda_\phi \lambda_\theta)^2} \quad (3.95)$$

elde edilmektedir. İkinci yaklaşım olarak sonlu genişlen küresel kabuk probleminde

$$\lambda_\phi = \lambda_\theta = \lambda, \quad \eta = 0 \quad \text{ve} \quad K_\phi = K_\theta = K = K^* = 0 \quad (3.96)$$

eşitlikleri yazılabilmektedir. Bu ifadelerin (3.92), (3.93), (3.94) ve (3.95) denklemlerinde kullanılmasıyla sonlu genişlen küresel kabuk özel halinde  $A^*$ ,  $B^*$ ,  $C^*$  ve  $D^*$  ile ilgili ifadeler

$$A^* = \lambda^{-2} + \varepsilon^2 D^* \quad (3.97)$$

$$B^* = -2\lambda^{-5} + 2\lambda^{-2} \quad (3.98)$$

$$C^* = -3B^* \lambda^{-3} - \lambda^{-8} + \lambda^{-2} \quad (3.99)$$

$$D^* = qB^* \frac{\lambda^{-3}}{3} \quad (3.100)$$

şeklinde yazılabilmektedir. (3.97), (3.98), (3.99) ve (3.100) denklemlerinin meridyen üzerindeki germe  $\lambda_\phi$ 'ye göre kısmi türevleri

$$\frac{\partial A^*}{\partial \lambda_\phi} = -\lambda^{-3} + \varepsilon^2 \frac{\partial D^*}{\partial \lambda_\phi} \quad (3.101)$$

$$\frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} = 5\lambda^{-6} - 2\lambda^{-3} \quad (3.102)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial \lambda_\phi} = -3 \frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} \lambda^{-3} + 9B^* \lambda^{-4} + 4\lambda^{-9} - \lambda^{-3} \quad (3.103)$$

$$\frac{\partial D^*}{\partial \lambda_\phi} = q \frac{\lambda^{-3}}{6} \left( 2 \frac{\partial B^*}{\partial \lambda_\phi} - 3B^* \lambda^{-1} \right) \quad (3.104)$$

şeklini almaktadır. (3.97), (3.98), (3.99) ve (3.100) denklemlerinin meridyen üzerindeki eğrilik değişim ölçüsünün boyutsuz hali  $K_\phi^*$ 'a göre kısmi türevleri

$$\frac{\partial A^*}{\partial K_\phi^*} = \varepsilon^2 \frac{\partial D^*}{\partial K_\phi^*} \quad (3.105)$$

$$\frac{\partial B^*}{\partial K_\phi^*} = -\lambda^{-5} \quad (3.106)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial K_\phi^*} = -3 \frac{\partial B^*}{\partial K_\phi^*} \lambda^{-3} - \frac{3}{2} B^* \lambda^{-3} - \lambda^{-8} \quad (3.107)$$

$$\frac{\partial D^*}{\partial K_\phi^*} = \frac{q}{3} \frac{\partial B^*}{\partial K_\phi^*} \lambda^{-2} + qB^* \frac{\lambda^{-3}}{6} \quad (3.108)$$

şeklini almaktadır. (3.16), (3.17), (3.18) ve (3.19) denklemleri (3.96) ve (2.8) denklemleri yardımıyla

$$G_\phi^* = \frac{(\lambda + \varepsilon \zeta^*)^2}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.109)$$

$$G_{\theta}^* = \frac{(\lambda + \varepsilon \zeta^*)^2}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.110)$$

$$G_{\Gamma}^* = 0 \quad (3.111)$$

$$G_z = \left( \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi^*} \right)^2 \quad (3.112)$$

şeklinde boyutsuz olarak yazılabilmektedir.  $G_{\phi}^*$ ,  $G_{\theta}^*$ ,  $G_{\Gamma}^*$  ve  $G_z^*$ 'nin meridyen üzerindeki germe  $\lambda_{\phi}$ 'ye göre kısmi türevleri

$$\frac{\partial G_{\phi}^*}{\partial \lambda_{\phi}} = \frac{2(\lambda + \varepsilon \zeta^*) \left( 1 + \varepsilon \frac{\partial \zeta^*}{\partial \lambda_{\phi}} \right)}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.113)$$

$$\frac{\partial G_{\theta}^*}{\partial \lambda_{\phi}} = \frac{2(\lambda + \varepsilon \zeta^*) \varepsilon \frac{\partial \zeta^*}{\partial \lambda_{\phi}}}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.114)$$

$$\frac{\partial G_{\Gamma}^*}{\partial \lambda_{\phi}} = 0 \quad (3.115)$$

$$\frac{\partial G_z^*}{\partial \lambda_{\phi}} = 2 \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi^*} \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial \xi^* \partial \lambda_{\phi}} \quad (3.116)$$

şeklinde hesaplanabilmektedir.  $G_{\phi}^*$ ,  $G_{\theta}^*$ ,  $G_{\Gamma}^*$  ve  $G_z^*$ 'nin meridyen üzerindeki eğrilik değişim ölçüsünün boyutsuz hali  $K_{\phi}^*$ 'a göre kısmi türevleri

$$\frac{\partial G_{\phi}^*}{\partial K_{\phi}^*} = \frac{2(\lambda + \varepsilon \zeta^*) \left( \varepsilon \zeta^* + \varepsilon \frac{\partial \zeta^*}{\partial K_{\phi}^*} \right)}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.117)$$

$$\frac{\partial G_{\theta}^*}{\partial K_{\phi}^*} = \frac{2(\lambda + \varepsilon \zeta^*) \varepsilon \frac{\partial \zeta^*}{\partial K_{\phi}^*}}{(1 + \varepsilon \xi^*)^2} \quad (3.118)$$

$$\frac{\partial G_{\Gamma}^*}{\partial K_{\phi}^*} = 0 \quad (3.119)$$

$$\frac{\partial G_z^*}{\partial K_{\phi}^*} = 2 \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi^*} \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial \xi^* \partial K_{\phi}^*} \quad (3.120)$$

şeklinde tanımlanabilmektedir. (3.88) ve (3.89) denklemleri bu yaklaşım (ikinci yaklaşım) için de geçerlidir.



## 4. KESİT TESİRLERİNİN SAYISAL OLARAK KARŞILAŞTIRILMASI

### 4.1. Sayısal Entegrasyon

Bu çalışmada elde edilen entegrasyon ifadelerinin çözümü için Gauss-Legendre Sayısal Entegrasyon Yöntemi kullanılmıştır. Yöntem, Microsoft Visual Basic 5.0 programı kullanılarak bilgisayar ortamına aktarılmıştır.

#### 4.1.1. Gauss Legendre Sayısal Entegrasyon Yöntemi

Gauss tipi entegrasyon formüllerinde özel pivot noktaları alınmaktadır. Aralıklar eşit değildir ve buna bağlı olarak sonuçların hatası düşük mertebelidedir. Gauss-Legendre formülü,

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^n a_i f(x_i) \quad (4.1)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Çağal, 1998). Burada,

- n : Pivot noktası sayısı
- $x_i$  : Legendre polinomunun kökleri
- $a_i$  : Ağırlık çarpanı

olarak tanımlanmaktadır. Legendre polinomu,

$$P_n(x_i) = \frac{1}{n} [(2n-1)xP_{n-1}(x_i) - (n-1)P_{n-2}(x_i)] \quad (4.2)$$

olarak tanımlanmaktadır (Çağal, 1998). Legendre formülünün kökleri pivot noktasının sayısına göre değişmektedir. Çağal (1998), Legendre polinomunun kökleri için  $n=5$  değerini kullanmıştır. Bu çalışmada kullanılan bilgisayar programında Legendre formülünün kökleri  $n=30$  için bulunarak hassasiyet artırılma yoluna gidilmiş ve (4.2) denkleminin köklerinin bulunması için  $P(x)$  fonksiyonu aşağıdaki genel formül ile tanımlanmıştır:

$$P_n(x) = \frac{1}{n!} [A_1 x^n - A_2 x^{n-2} + A_3 x^{n-4} - \dots - A_{(n+2)/2}] \quad (4.3)$$

(4.3) denkleminde yer alan  $A_i$  katsayılarının hesabı için bu çalışma sırasında

$$A_i = \frac{n!}{[n - (2i - 2)]! \prod_{j=i}^{i-1} 2j} \prod_{j=i}^n (2j - (2i - 1)) \quad (4.4)$$

genel denklemi oluşturulmuştur. (4.4) denklemi ile elde edilen  $A_i$  katsayıları (4.3) denkleminde yerine konularak oluşturulan denklemin kökleri olan  $x_i$  değerleri Newton Raphson Metodu ile bulunmuştur. (4.1) denklemindeki  $a_i$  çarpanları, bulunan  $x_i$  değerleri

$$a_i = \frac{2}{(1 - x_i^2)(P_n'(x_i))^2} \quad (4.5)$$

denkleminde yerine konularak elde edilebilmektedir (Çağal, 1998).

Hesaplanmak istenen integralin sınırlarının, (4.1) denkleminde belirtildiği gibi (-1,1) aralığında değil, herhangi bir (c,d) aralığında olması halinde,

$$x = \frac{d+c}{2} + \frac{d-c}{2}t \quad (4.6)$$

değişken dönüşümü uygulanarak

$$\int_c^d f(x)dx = \frac{d-c}{2} \int_{-1}^1 f(t)dt \quad (4.7)$$

bulunmaktadır (Çağal, 1998). (4.7) ifadesi (4.1) denkleminde yerine konulursa,

$$I = \frac{d-c}{2} \sum_{i=1}^n a_i f(t_i) \quad (4.8)$$

denklemi elde edilmektedir. Bu çalışmada, sayısal integral hesapları zaman avantajı göz önüne alınarak Gauss Legendre yöntemi ile gerçekleştirilmiştir.

## 4.2. Sayısal Sonuçlar

(2.8) denklemi ile tanımlanan kalınlık parametresi  $\varepsilon$  ve Teori I'e karşı gelen karşılaştırma yüzeyi üzerindeki germe  $\lambda_0^{(I)}$  verildiği takdirde; Teori II'ye karşı gelen karşılaştırma yüzeyi üzerindeki germe  $\lambda_0^{(II)}$ 'nin, (2.8) denklemiyle tanımlanan kalınlık parametresi  $\varepsilon$  ve Teori I'e karşılık gelen karşılaştırma yüzeyi üzerindeki germe  $\lambda_0^{(I)}$  cinsinden ifadesi (2.22) denklemiyle belirlenmiştir.  $\varepsilon$  ve  $\lambda_0^{(I)}$ 'nin çeşitli sayısal değerlerine karşı gelen  $\lambda_0^{(II)}$  değerleri Çizelge 4'te sunulmaktadır. (2.19) denkleminde  $\lambda_0^{(I)}$  ile  $\lambda_0^{(II)}$  arasındaki farkın Teori I ve Teori II'ye karşı gelen enine koordinatların bir ölçüsü olduğu görülebilmektedir. Çizelge 4.1a,b'de ayrıca ilgili  $\lambda_0^{(I)}$  ve  $\lambda_0^{(II)}$  farkları yüzde olarak sunulmaktadır.

Üç boyutlu elastisite teorisi, Teori I ( $q=0$ ) ve Teori II ( $q=1$ ) kullanılarak elde edilen kesit tesirlerinin boyutsuz halleri  $N_\phi^*$  ve  $M_\phi^*$ , (3.88) ve (3.89) denklemlerinde ifade edilmektedir. İlgili problemde normal kuvvet ve momentler, paralel çember ve meridyen doğrultularında aynıdır. Dolayısıyla, bundan sonraki gösterimlerde  $N_\phi^*$  yerine kısaca  $N^*$ ,  $M_\phi^*$  yerine kısaca  $M^*$  kullanılacaktır. Çeşitli  $\varepsilon$  ve  $\lambda_0^{(I)}$  sayısal değerlerine karşılık gelen kesit tesirleri  $N^*$  ve  $M^*$ 'nin  $\lambda_0$  ve  $K_0$ 'a göre değişimleri Şekil 4.1-4.12'de sunulmaktadır.

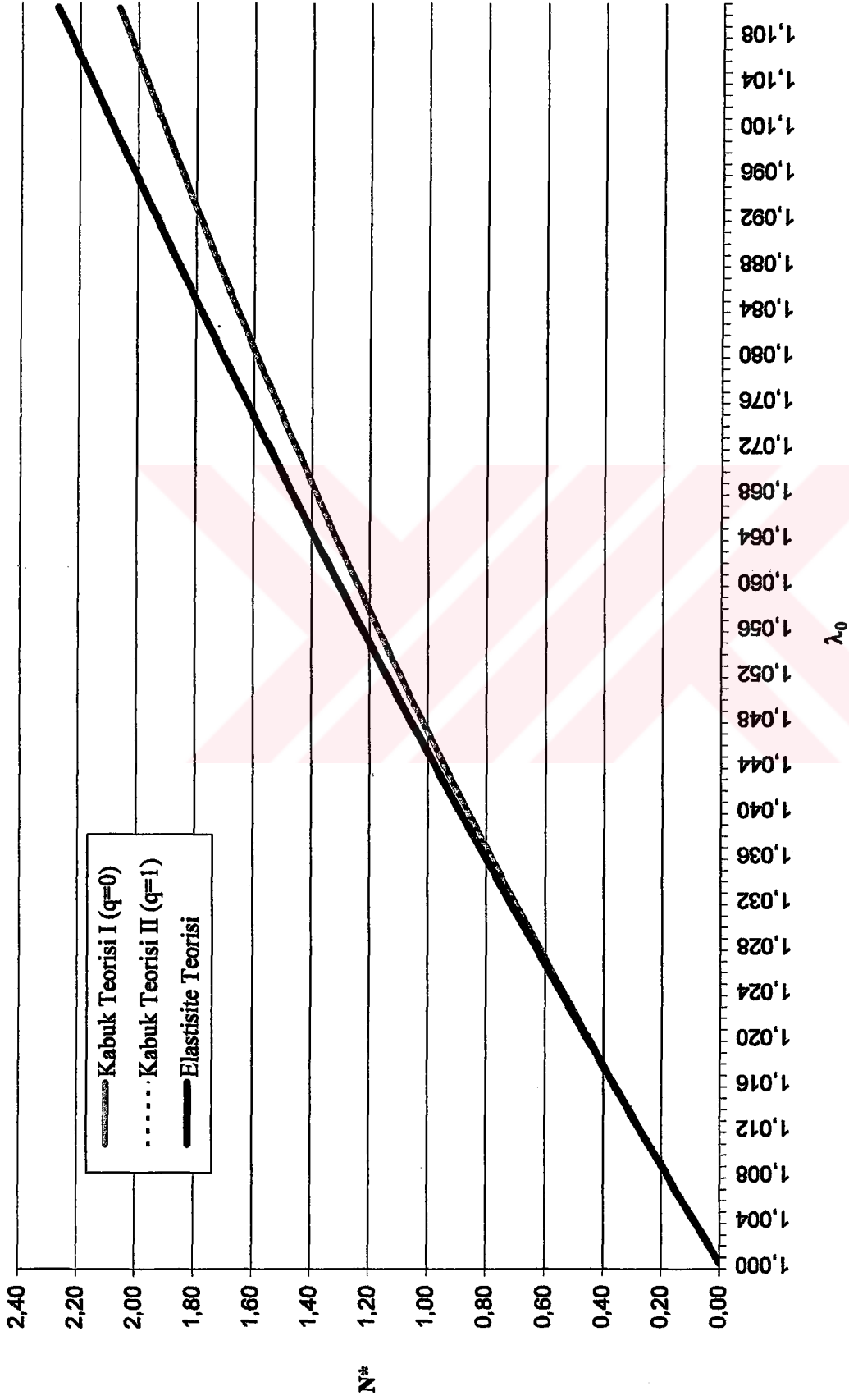
Aşağıda Çizelge 4.1a-b'de Teori I ve Teori II'ye karşı gelen germelerin farkları yüzde cinsinden belirtilmiştir. Kalınlık parametresinin 0.1'den daha küçük değerlerinde fark bulunmamaktadır.

$\varepsilon=0,010$		
$\lambda_0^{(I)}$	$\lambda_0^{(II)}$	%
1,00000	1,00000	0,00000
1,01000	1,01000	0,00000
1,02000	1,02000	0,00000
1,03000	1,03000	0,00000
1,04000	1,04000	0,00000
1,05000	1,05000	0,00000
1,06000	1,06000	0,00000
1,07000	1,07001	0,00001
1,08000	1,08001	0,00001
1,09000	1,09001	0,00001
1,10000	1,10001	0,00001

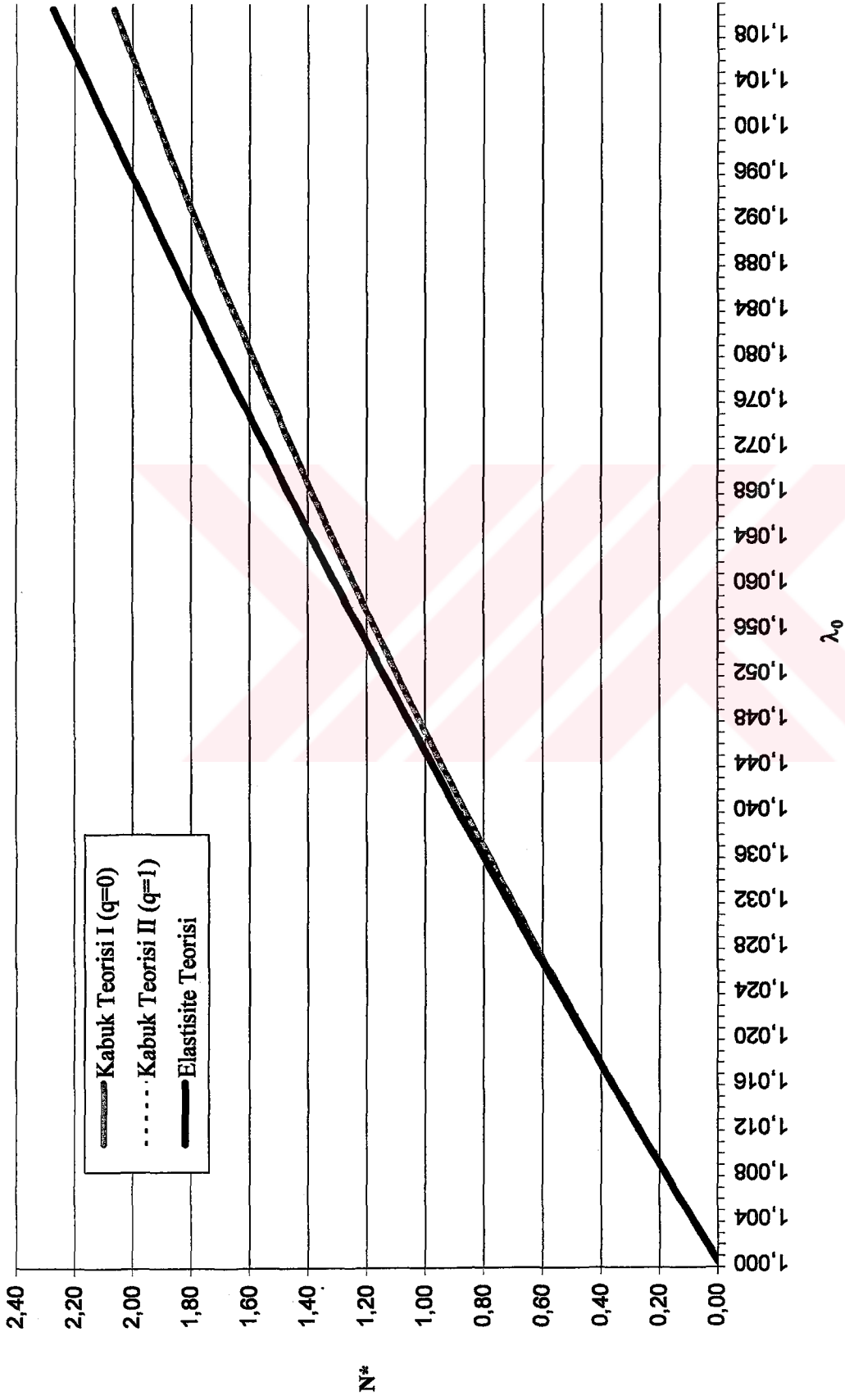
Çizelge 4.1a

$\varepsilon=0,040$		
$\lambda_0^{(I)}$	$\lambda_0^{(II)}$	%
1,00000	1,00000	0,00000
1,01000	1,01002	0,00002
1,02000	1,02003	0,00003
1,03000	1,03004	0,00004
1,04000	1,04005	0,00005
1,05000	1,05007	0,00006
1,06000	1,06008	0,00007
1,07000	1,07009	0,00008
1,08000	1,08009	0,00009
1,09000	1,09010	0,00009
1,10000	1,10011	0,00010

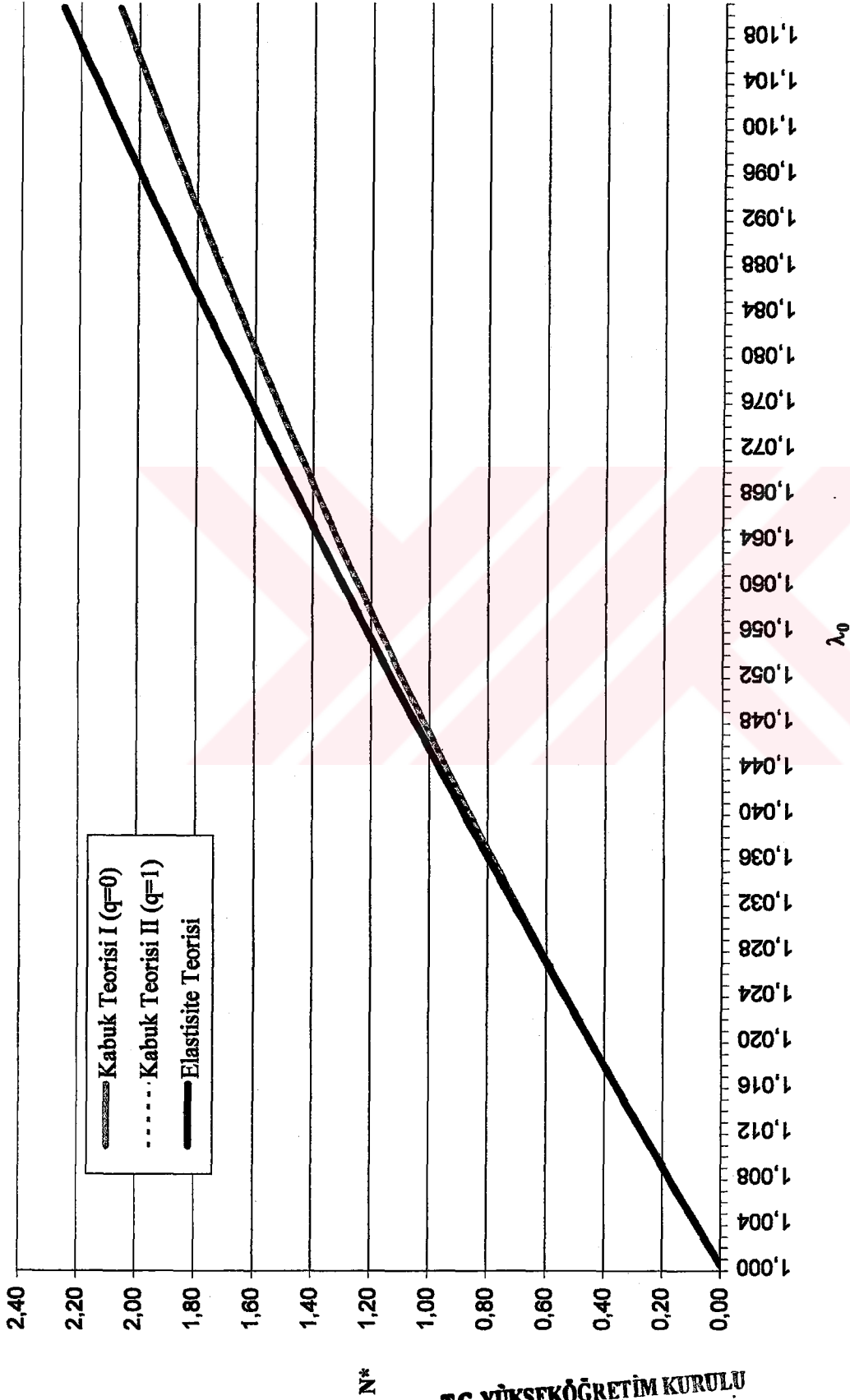
Çizelge 4.1b



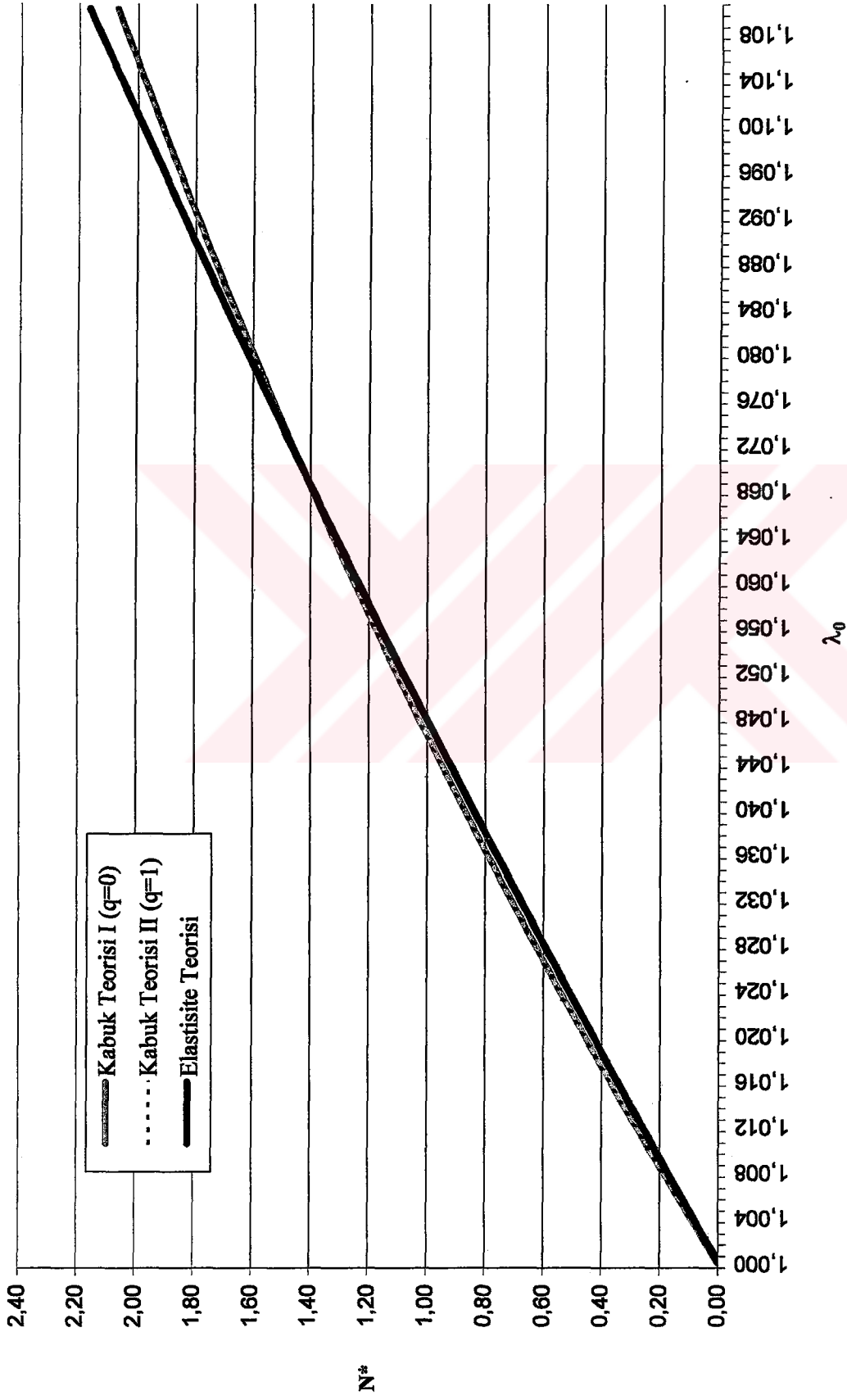
Şekil 4.1 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\epsilon=0,005$ )



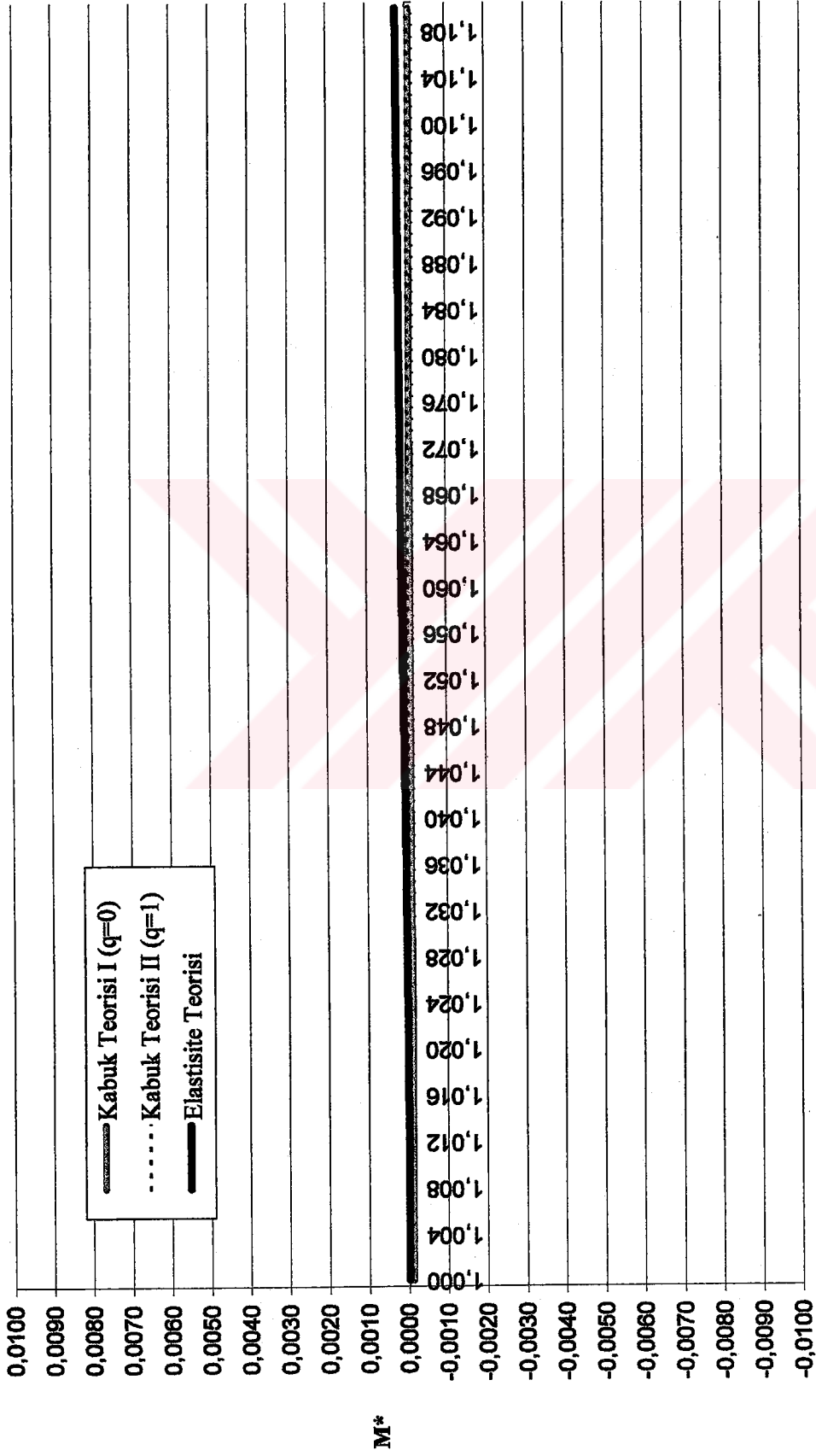
Şekil 4.2 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\epsilon=0,006$ )



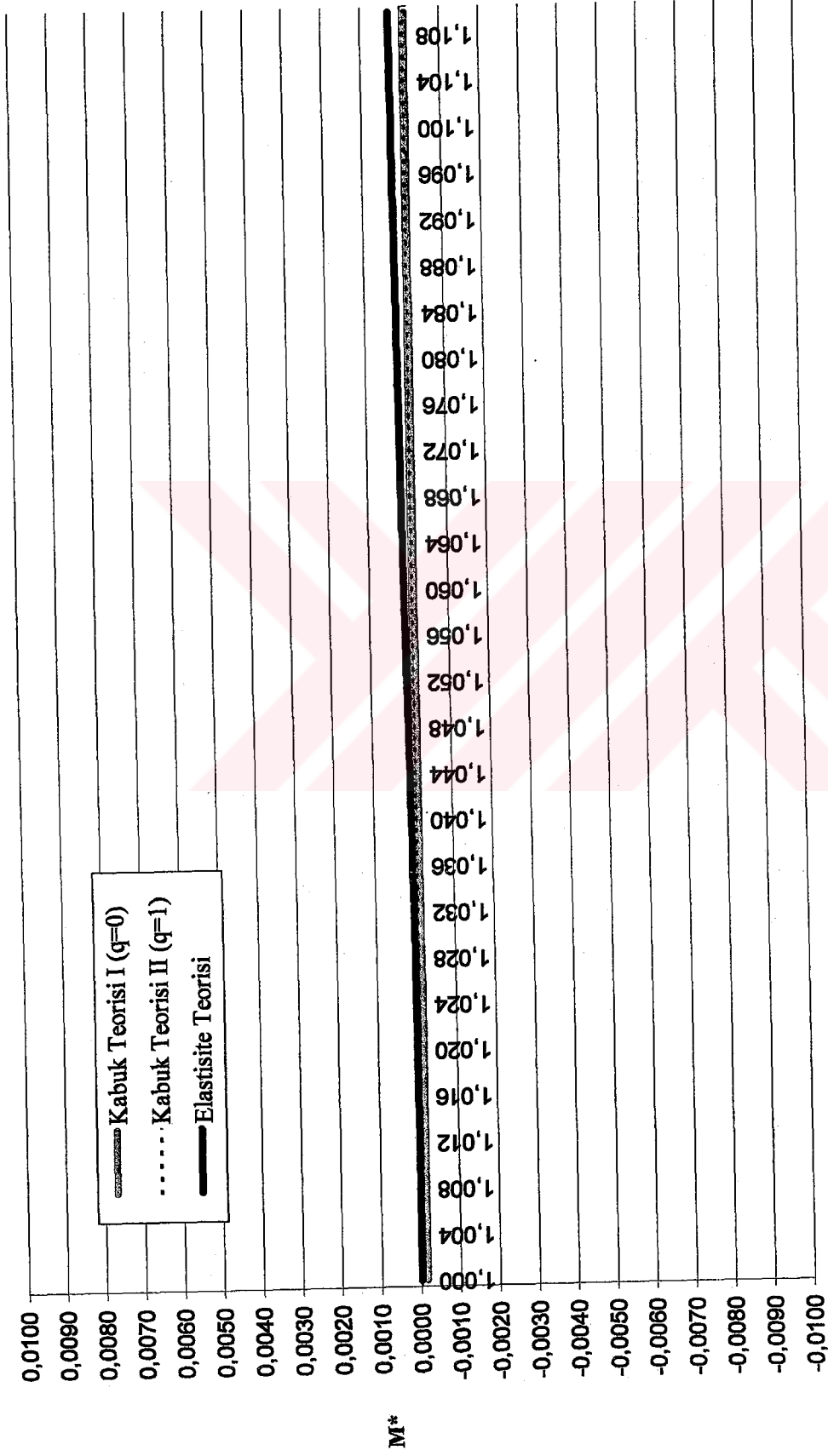
Şekil 4.3 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\epsilon=0,010$ )



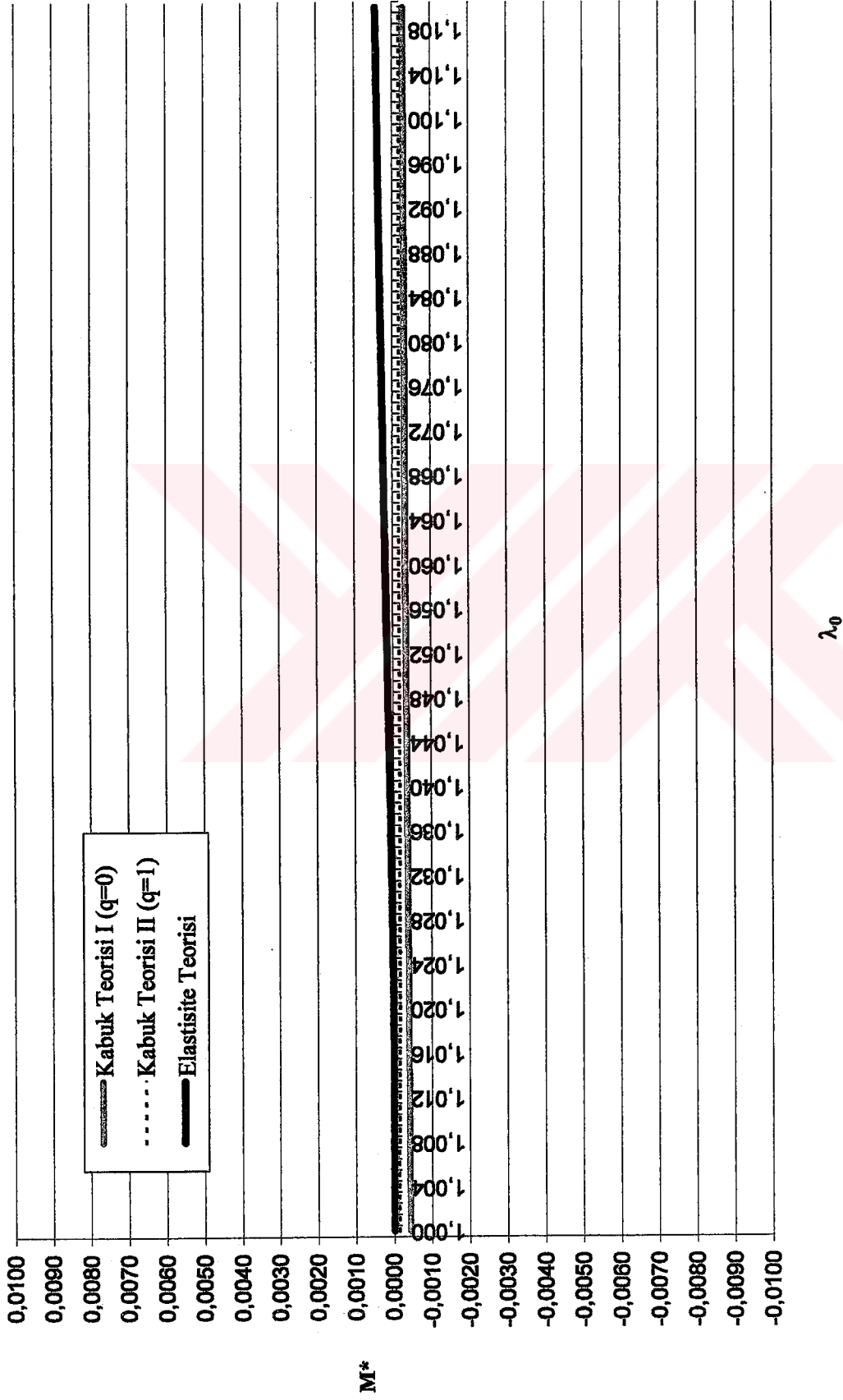
Şekil 4.4 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\varepsilon=0,040$ )



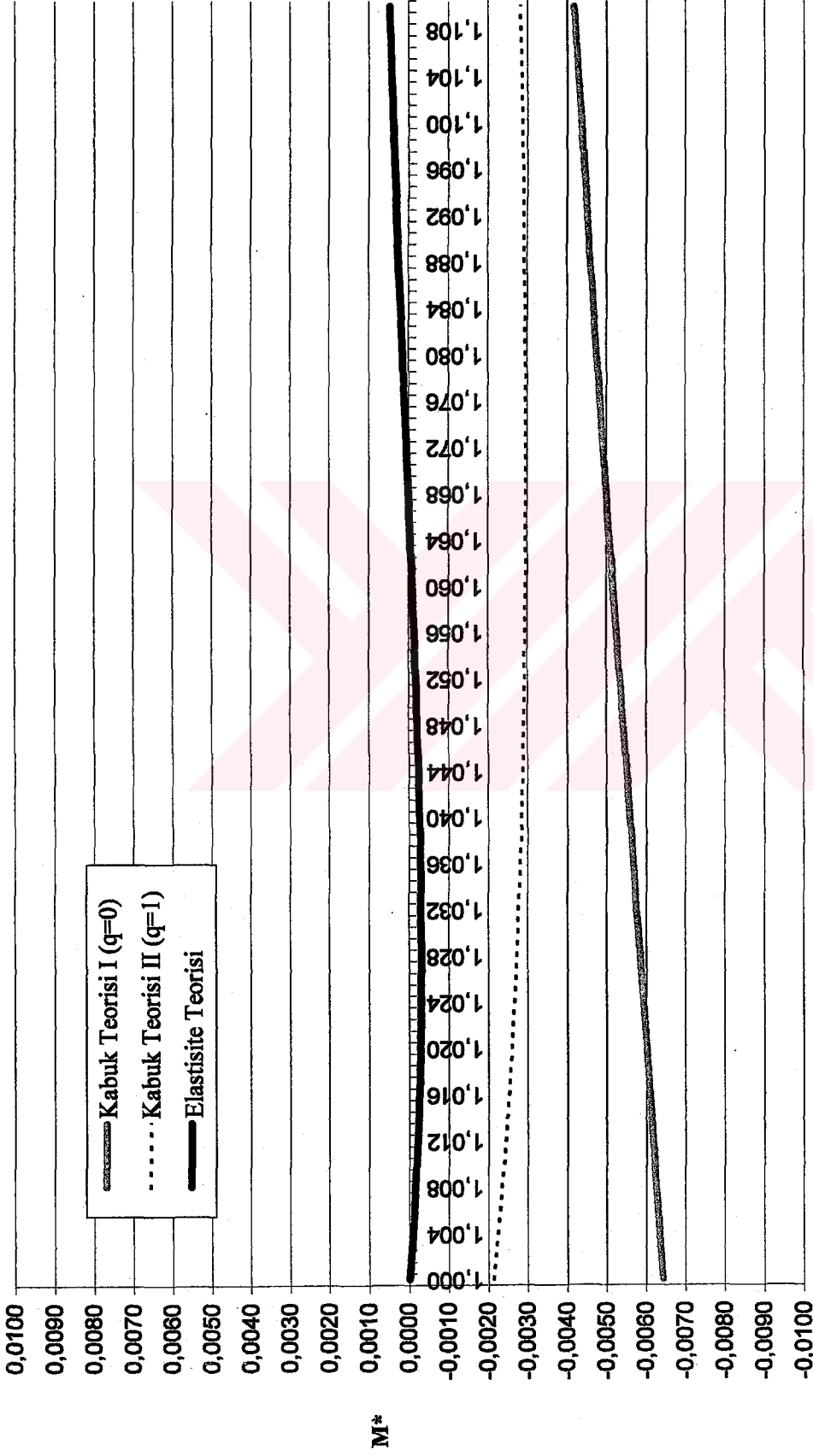
Şekil 4.5 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\varepsilon=0,005$ )



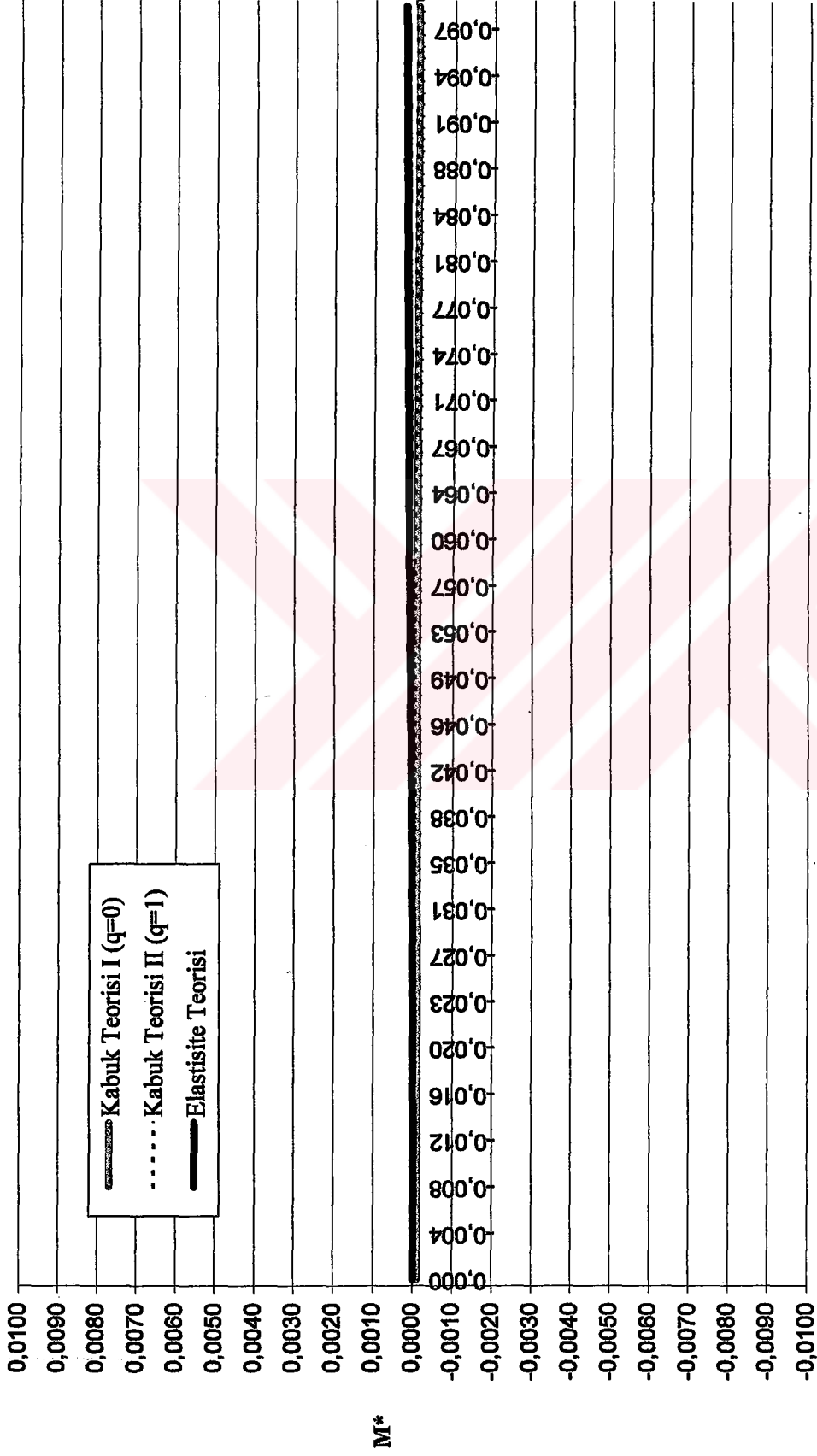
Şekil 4.6 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\varepsilon=0,006$ )



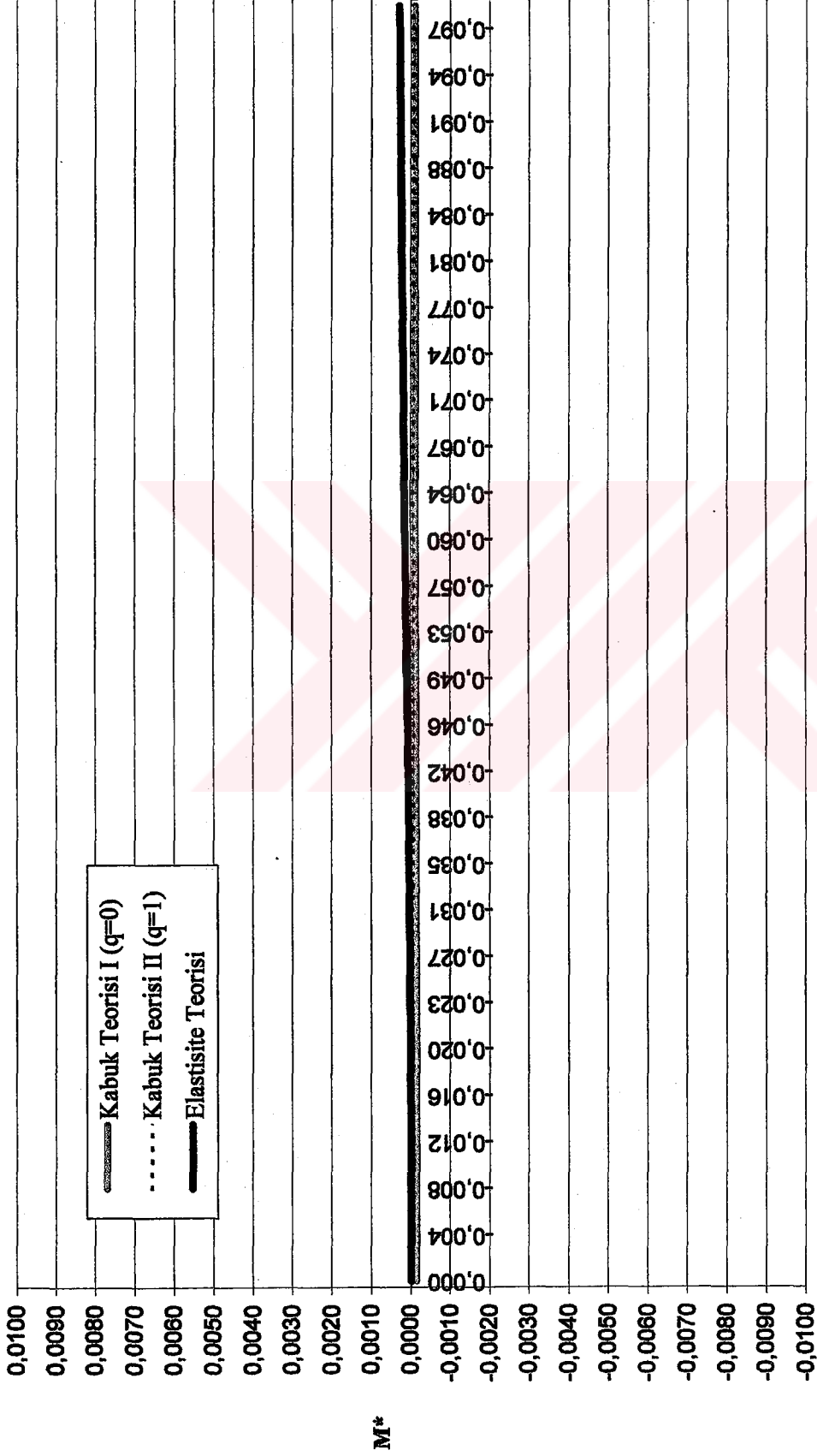
Şekil 4.7 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\epsilon=0,010$ )



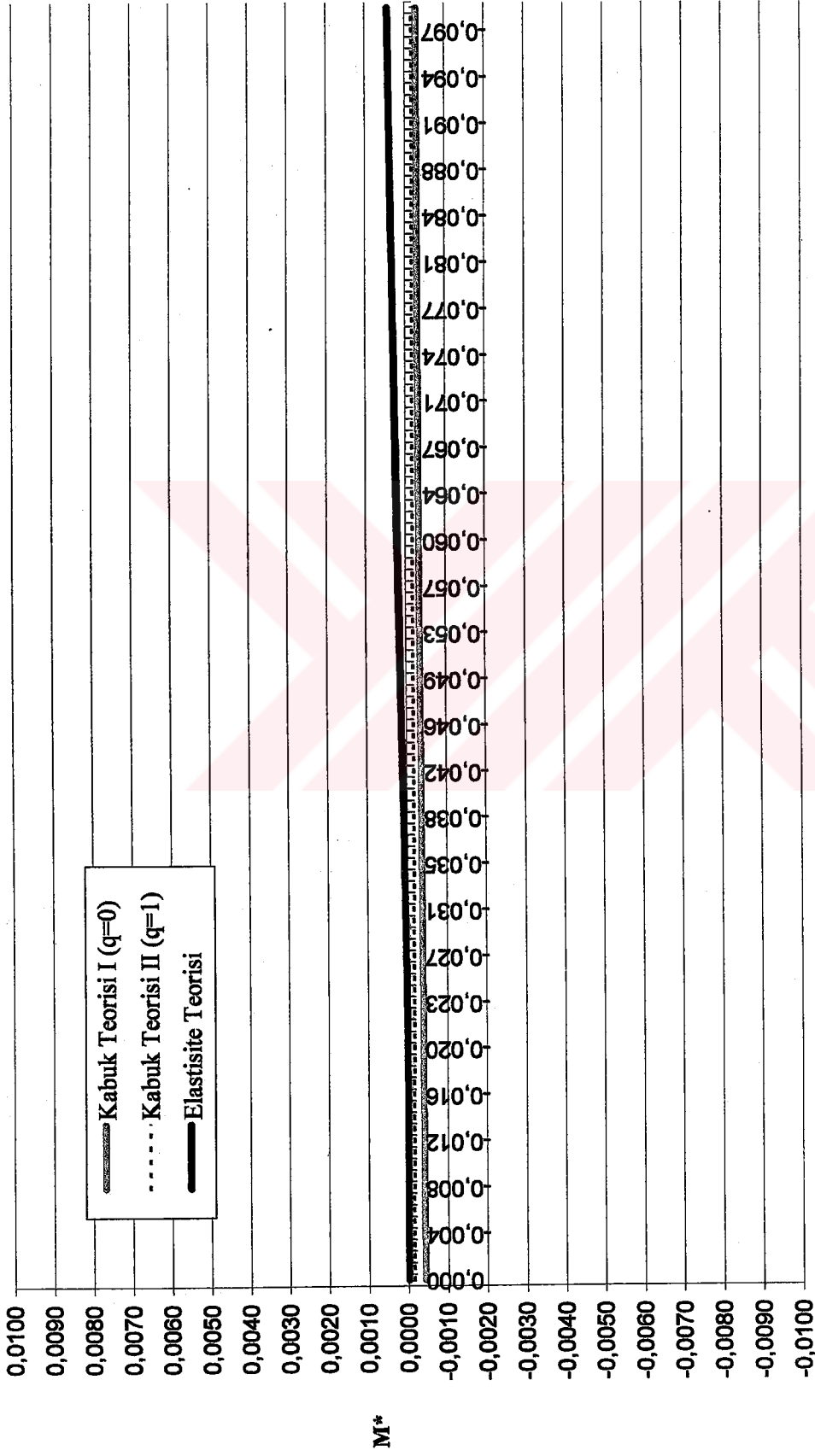
Şekil 4.8 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\varepsilon=0,040$ )



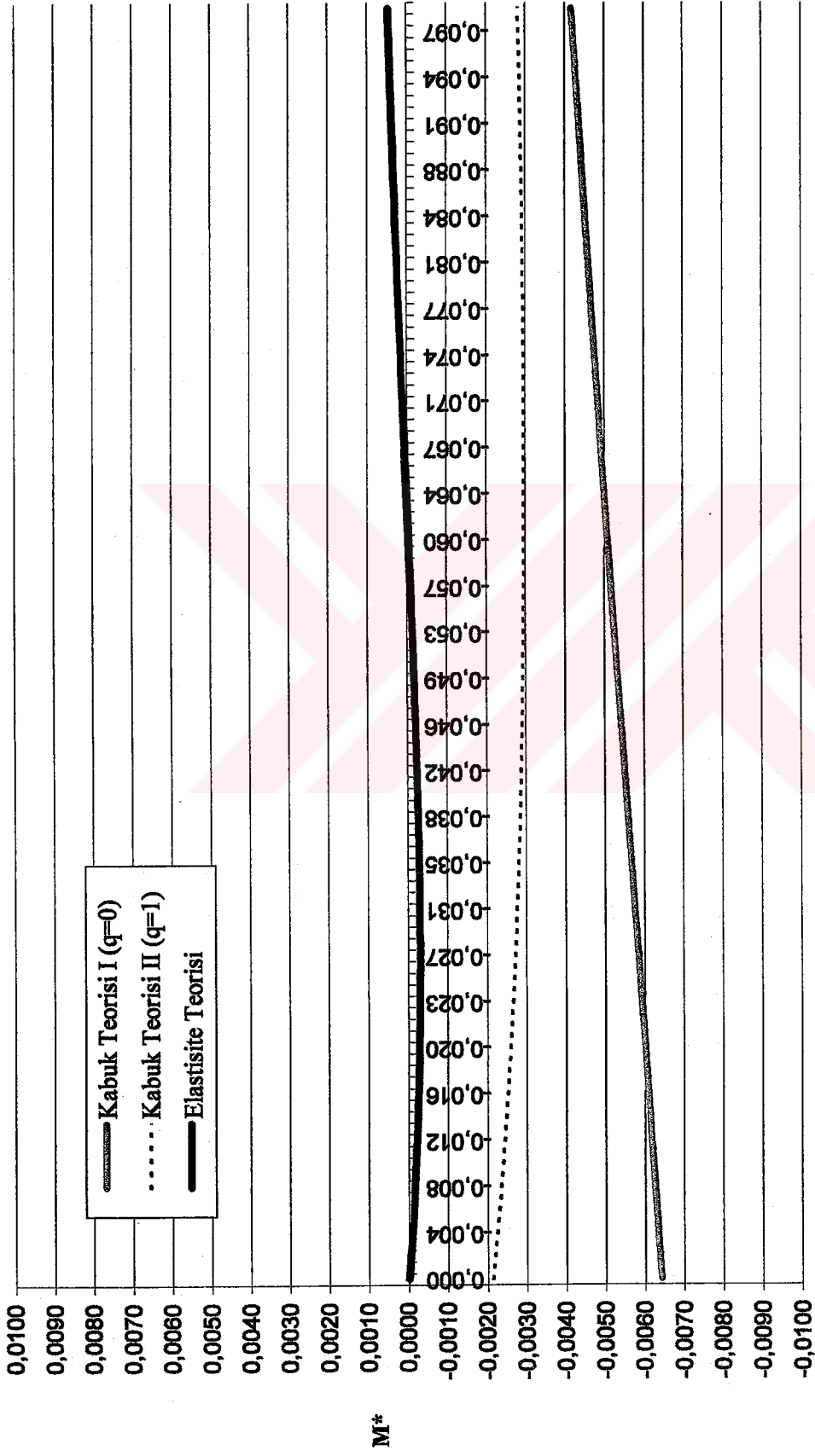
Şekil 4.9 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\epsilon=0,005$ )



Şekil 4.10 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\epsilon=0,006$ )



Şekil 4.11 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\varepsilon=0,010$ )



$K_0$

Şekil 4.12 Elastisite Teorisi - Kabuk Teorileri (Teori I, Teori II)  
(Birinci Yaklaşım  $\epsilon=0,040$ )

## 5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Sonlu genleşen kabuk probleminde,

(i) Teori I'e karşı gelen  $\lambda_0^{(I)}$  ve Teori II'ye karşı gelen  $\lambda_0^{(II)}$  değerleri arasındaki farkların, kalınlık parametresi  $\varepsilon$ 'nin 0,01 ile 0,03 değerleri arasında olması halinde önemsenmeyecek mertebelerde olmasına karşın  $\varepsilon$ 'nin 0,03 ve daha büyük değerler alması halinde arttığı görülmüştür. Bununla birlikte söz konusu farkın, germe değerinden bağımsız olduğu, sadece kabuk kalınlığının artması ile meydana geldiği gözlenmiştir.

(ii) Üç boyutlu elastisite teorisi ve kabuk teorileri (Teori I, Teori II) yardımı ile elde edilen;

- Normal kuvvete karşı gelen sayısal sonuçlar arasında farklar  $\lambda_0$  germe değerinin 1,10'dan küçük değerlerinde önemsenmeyecek mertebelerde olmaktadır.

- Momente karşı gelen sayısal sonuçların, üç boyutlu elastisite teorisi ve kabuk teorileri (Teori I, Teori II) için farklı karakterlerde seyrettiği gözlenmiştir. Bu farklılığın araştırılması yeni bir çalışmanın konusunu oluşturacaktır.

(iii) Sayısal entegral hesabı için incelenen Gauss Legendre yöntemi, sabit parametrelerin hesaplanması için gerekli denklemlerin oluşturulmasında geçen sürenin fazla olmasına rağmen, bir kez hesaplanan sabit parametrelerin her probleme uygulanabilmesi ve hesap zamanının çok kısa olmasından dolayı bir diğer sayısal entegrasyon yöntemi olan Simpson yöntemine tercih edilmiş ve entegrallerin hesabında Gauss Legendre yöntemi kullanılmıştır.

**KAYNAKLAR**

Çağal, Behiç, (1998), "Sayısal Analiz", Birsen Yayınevi, 211-217.

Green, A. E. Ve Adkins, J. E., (1960), "Large Elastic Deformation and Nonlinear Continuum Mechanics", Clarendon Press, Oxford.

Makowski, J. ve Stumpf H.,(1989), "Finite Axisymmetric Deformation of Shells of Revolution with Application of Flexural Buckling of Circular Plates",Ingenieur-Archive.

Özden, K., (1975), "Dönel Kabuklar", Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul

Simmonds, J. G., (1986), "The Strain Energy Density of Rybber Like Shells of Revolution Undergoing Torsionless, Axisymmetric Deformation", ASME Journal of Applied Mechanics.

Smith, T. L. Ve Chu, W. H., (1972), "Ultimate Tensile Properties of Elastomers Effect of Crosslink Density on Time-Temperature Dependence", Journal of Polymer Science.

Taber, L. A., (1987), "Large Elastic Deformation of Shear Deformable Shells of Revolution: Theory and Analysis", ASME Journal of Applied Mechanics, 579-581.

Treolar, L. R., (1975), "The Physics of Rubber Elasticity", Clarendon Press, Oxford.

Yükseler, R. F., (1994), "Sonlu Genleşen Kauçuk Benzeri Küresel Kabuk Probleminde Elastisite ve Kabuk Teorileri Sonuçlarının Karşılaştırılması", VIII. Diferansiyel Denklemler Sempozyumu, Datça.

Yükseler, R. F., (1996a), "The Strain Energy Density of Compressible, Rubber-Like Shells of Revolution", ASME Journal of Applied Mechanics, 420.

Yükseler, R. F., (1996b), "On The Deformation of The Deformed Reference Surface of Rubber-Like Shells of Revolution", ASME Journal of Applied Mechanics, 425-426.

**EKLER**

Microsoft Visual Basic uygulaması olarak hazırlanan, değişken değerlerin grafiksel arabirime doğrudan yansıtılarak anında güncelleme ve grafik gösterim sağlayacak şekilde yapılandırılmış programın kaynak kodu.

```

Public Sub frmList()
    Load Form2
    Form2.Visible = True
    Form2.ZOrder 0
    Form2.flx.Visible = False

    For w = 1 To Form1.LMB.List(Form1.LMB.ListIndex) Step
Form1.STP.List(Form1.STP.ListIndex)
        rn = rn + 1
        Form2.flx.Rows = rn + 1
        Form1.chart.Column = 1
        Form1.chart.Row = rn

        r1 = Form1.chart.Data
        Form1.chart.Column = 2
        r2 = Form1.chart.Data
        Form2.flx.Row = rn
        Form2.flx.Col = 0
        Form2.flx.Text = Format(w, "0.00")
        Form2.flx.Col = 1
        Form2.flx.Text = Format(r1, "0.00000E-00")

        Form2.flx.Col = 2
        Form2.flx.Text = Format(r2, "0.00000E-00")

        Form2.flx.Col = 3
        r3 = LMB2(w)
        Form2.flx.Text = Format(r3, "0.0000")
    Next w
    Close #1
    Form2.flx.Visible = True
End Sub

Private Sub comWhat_Click(Index As Integer)
    If Index = 4 Then
        Call AboutBox
        Exit Sub
    End If
    comWhat(3).Enabled = True
    Form1.MousePointer = 11
    If Index = 2 Then End
    If Index = 3 Then
        Call frmList
        Form1.MousePointer = 0
    End If
End Sub

```

```

Exit Sub
End If
chart.Visible = False
pnl.Visible = True
pnl.Refresh
Call BeginTrans(Index)
chart.Visible = True
If Form2.Visible = True Then Call frmList
pnl.Visible = False
Form1.MousePointer = 0
End Sub

```

```

Private Sub Form_Load()
For i = 0.01 To 0.09 Step 0.01
    EPS.AddItem i
Next i
For i = 0.1 To 1 Step 0.1
    EPS.AddItem i
Next i
For i = 1.1 To 4.9 Step 0.1
    LMB.AddItem i
Next i
For i = 5 To 18 Step 1
    LMB.AddItem i
Next i
STP.AddItem 0.01
STP.AddItem 0.02
STP.AddItem 0.05
STP.AddItem 0.1
STP.ListIndex = 3
EPS.ListIndex = 0
LMB.ListIndex = 9
End Sub

```

```

Private Sub Form_Load()
flx.ColWidth(0) = 1000
flx.ColWidth(1) = 1150
flx.ColWidth(2) = 1150
flx.ColWidth(3) = 1000
flx.Row = 0
flx.Col = 0
flx.Text = "Lambda I"
flx.Col = 1
flx.Text = "Kabuk"
flx.Col = 2
flx.Text = "Elastisite"
flx.Col = 3
flx.Text = "Lambda II"
End Sub

```

```

Dim A As Double
Dim B As Double

```

Dim H As Double  
Dim N As Long

Dim q As Integer  
Dim L As Double  
Dim EPS As Double

Dim x As Double

Dim result As Double

Dim tr(30) As Double  
Dim ar(30) As Double  
Dim F(30) As Double

Public Sub BeginTrans(WITW As Integer)

Dim w

If Form1.optQ(0).Value = True Then

q = 0

Else

q = 1

End If

A = -1

B = 1

EPS = Form1.EPS.List(Form1.EPS.ListIndex)

Call Gauss

GoTo noFile

Select Case WITW

noFile:

Form1.chart.Column = 1

rn = 0

For w = 1 To Form1.LMB.List(Form1.LMB.ListIndex) Step

Form1.STP.List(Form1.STP.ListIndex)

rn = rn + 1

Form1.chart.RowCount = rn

L = w

Call ShellTheory(WITW)

Form1.chart.Row = rn

Form1.chart.RowLabel = Format(w, "0.00")

Form1.chart.Data = result

Next w

Form1.chart.Column = 2

rn = 0

For w = 1 To Form1.LMB.List(Form1.LMB.ListIndex) Step

Form1.STP.List(Form1.STP.ListIndex)

rn = rn + 1

L = w

If Form1.Elast(0).Value = True Then

Call Elasticity(WITW)

Else

Call Elasticity2(WITW)

End If

```

Form1.chart.Row = rn
Form1.chart.RowLabel = Format(w, "0.00")
Form1.chart.Data = result

```

```
Next w
```

```
End Sub
```

```
Public Function Elasticity(NM As Integer)
```

```
Dim FQ As Double
```

```
Dim FQ2 As Double
```

```
Dim FXElasticity As Double
```

```
Dim i As Integer
```

```
result = 0
```

```
Select Case NM
```

```
Case 0
```

```
For i = 1 To 30
```

```
    x = F(i)
```

```
    FQ = (EPS * x + 1) / (L ^ 3 - 1 + (EPS * x + 1) ^ 3) ^ (1 / 3)
```

```
    FQ2 = (EPS + 1) / (L ^ 3 - 1 + (EPS + 1) ^ 3) ^ (1 / 3)
```

```
    FXElasticity = (2 * FQ ^ -2 + 4 * FQ - FQ ^ 4) * (1 + EPS * x)
```

```
    result = result + ar(i) * FXElasticity
```

```
Next i
```

```
result = result * (B - A) / 2 + 2 * (-FQ2 ^ 4 - 4 * FQ2)
```

```
Case 1
```

```
For i = 1 To 30
```

```
    x = F(i)
```

```
    FQ = (EPS * x + 1) / (L ^ 3 - 1 + (EPS * x + 1) ^ 3) ^ (1 / 3)
```

```
    FQ2 = (EPS + 1) / (L ^ 3 - 1 + (EPS + 1) ^ 3) ^ (1 / 3)
```

```
    FXElasticity = (2 * FQ ^ -2 + 4 * FQ - FQ ^ 4) * (1 + EPS * x) * x
```

```
    result = result + ar(i) * FXElasticity
```

```
Next i
```

```
result = result * (B - A) / 2 + 2 * EPS / 3 * (-FQ2 ^ 4 - 4 * FQ2)
```

```
End Select
```

```
End Function
```

```
Public Function Elasticity2(NM As Integer)
```

```
Dim FQ As Double
```

```
Dim FQ1 As Double
```

```
Dim FXElasticity As Double
```

```
Dim i As Integer
```

```
result = 0
```

```
Select Case NM
```

```
Case 0
```

```
For i = 1 To 30
```

```
    x = F(i)
```

```
    FQ = (EPS * x + 1) / (L ^ 3 - 1 + (EPS * x + 1) ^ 3) ^ (1 / 3)
```

```
    FQ1 = (-EPS + 1) / (L ^ 3 - 1 + (-EPS + 1) ^ 3) ^ (1 / 3)
```

$FXElasticity = (2 * FQ^{-2} + 4 * FQ - FQ^4) * (1 + EPS * x)$

result = result + ar(i) \* FXElasticity

Next i

result = result \* (B - A) / 2 + 2 \* (-FQ1<sup>4</sup> - 4 \* FQ1)

Case 1

For i = 1 To 30

x = F(i)

$FQ = (EPS * x + 1) / (L^3 - 1 + (EPS * x + 1)^3)^{1/3}$

$FQ1 = (-EPS + 1) / (L^3 - 1 + (-EPS + 1)^3)^{1/3}$

$FXElasticity = (2 * FQ^{-2} + 4 * FQ - FQ^4 - FQ^4 - 4 * FQ) * (1 + EPS * x) * x$

result = result + ar(i) \* FXElasticity

Next i

result = result \* (B - A) / 2 + 2 \* EPS / 3 \* (-FQ1<sup>4</sup> - 4 \* FQ1)

End Select

End Function

Public Function FL(x) As Double

$FL = ((1 + EPS * x)^3 + L^3 - 1)^{1/3}$

End Function

Public Function FX(x) As Double

$FX = x^3 + 1$

End Function

Public Function Gauss()

Dim i As Integer

For i = 1 To 30

tr(i) = LoadResString(100 + i)

ar(i) = LoadResString(200 + i)

Next i

For i = 1 To 30

$F(i) = (B - A) / 2 * tr(i) + (B + A) / 2$

Next i

End Function

Public Function LMB2(w) As Double

LMB2 = 0

L = w

For i = 1 To 30

x = F(i)

LMB2 = LMB2 + ar(i) \* FL(x)

Next i

LMB2 = LMB2 \* (B - A) / 2 / 2

End Function

Public Sub ShellTheory(NM As Integer)

Dim i As Integer

Dim FA As Double, FB As Double, FC As Double, FD As Double

Dim DA As Double, DB As Double, DC As Double, DD As Double

Dim FKsi As Double, DKsiL As Double, DKsiX As Double, DKsiXL As Double

Dim DFGTe As Double, DFGFi As Double, DFGIt As Double, DFGZ As Double

Dim FXShell As Double

result = 0

If Form1.Meth(0).Value = True Then

For i = 1 To 30

x = F(i)

Beta = (1 + EPS \* x) ^ 2

FB = 2 \* L ^ -2 \* (1 - L ^ -3)

FC = -3 \* FB \* L ^ -3 - L ^ -8 + L ^ -2

FD = q \* FB \* L ^ -3 / 3

FA = L ^ -2 + EPS ^ 2 \* FD

Select Case NM

Case 0

DB = L ^ -3 \* (5 \* L ^ -3 - 2)

DC = -3 \* DB \* L ^ -3 + 9 \* FB \* L ^ -4 + 4 \* L ^ -9 - L ^ -3

DD = q \* L ^ -3 / 6 \* (2 \* DB - 3 \* FB \* L ^ -1)

DA = -L ^ -3 + EPS ^ 2 \* DD

Case 1

DB = -L ^ -5

DC = -3 \* DB \* L ^ -3 - 3 / 2 \* FB \* L ^ -3 - L ^ -8

DD = q \* L ^ -2 \* DB + q \* FB \* L ^ -3 / 6

DA = EPS ^ 2 \* DD

End Select

FKsi = -q \* FB / 6 \* EPS + FA \* x \* EPS + FB / 2 \* x ^ 2 \* EPS + FC / 3 \* x ^ 3 \* EPS ^ 2

DKsiL = -q \* DB / 6 \* EPS + DA \* x + DB / 2 \* x ^ 2 \* EPS + DC / 3 \* x ^ 3 \* EPS ^ 2

DKsiX = FA + EPS \* FB \* x + EPS ^ 2 \* FC \* x ^ 2

DKsiXL = DA + EPS \* DB \* x + EPS ^ 2 \* DC \* x ^ 2

Select Case NM

Case 0

DFGTe = 2 \* (L + EPS \* FKsi) \* EPS \* DKsiL / (1 + EPS \* x) ^ 2

DFGFi = 2 \* (L + EPS \* FKsi) \* (1 + EPS \* DKsiL) / (1 + x \* EPS) ^ 2

DFGIt = 0

DFGZ = 2 \* DKsiX \* DKsiXL

Case 1

DFGTe = 2 \* (L + EPS \* FKsi) \* EPS \* DKsiL / (1 + EPS \* x) ^ 2

DFGFi = 2 \* (L + EPS \* FKsi) \* (FKsi \* EPS + EPS \* DKsiL) / (1 + x \* EPS) ^ 2

DFGIt = 0

DFGZ = 2 \* DKsiX \* DKsiXL

End Select

FXShell = Beta \* (DFGFi + DFGTe + DFGZ + DFGIt)

result = result + ar(i) \* FXShell

Next i

Else

For i = 1 To 30

x = F(i)

Beta = (1 + EPS \* x) ^ 2

FB = 2 \* L ^ -2 \* (1 - L ^ -3)

FC = -3 \* FB \* L ^ -3 - L ^ -8 + L ^ -2

FD = q \* FB \* L ^ -3 / 3

FA = L ^ -2 + EPS ^ 2 \* FD

Select Case NM

Case 0

DB = 2 \* L ^ -3 \* (2 \* L ^ -3 - 1)

DC = -3 \* DB \* L ^ -3 + 3 \* FB \* L ^ -4 + 3 \* L ^ -9 - L ^ -3

DD = q \* L ^ -3 / 3 \* (DB - FB \* L ^ -1)

DA = -L ^ -3 + EPS ^ 2 \* DD

Case 1

DB = -L ^ -4

DC = -3 \* DB \* L ^ -3 - 3 / 2 \* FB \* L ^ -2 - L ^ -7

DD = q \* L ^ -1 \* (DB + FB \* L ^ -1 / 6)

DA = EPS ^ 2 \* DD

End Select

FKsi = -q \* FB / 6 \* EPS + FA \* x \* EPS + FB / 2 \* x ^ 2 \* EPS + FC / 3 \* x ^ 3 \* EPS ^ 2

DKsiL = -q \* DB / 6 \* EPS + DA \* x + DB / 2 \* x ^ 2 \* EPS + DC / 3 \* x ^ 3 \* EPS ^ 2

DKsiX = FA + EPS \* FB \* x + EPS ^ 2 \* FC \* x ^ 2

DKsiXL = DA + EPS \* DB \* x + EPS ^ 2 \* DC \* x ^ 2

Select Case NM

Case 0

DFGTe = 2 \* (L + EPS \* FKsi) \* EPS \* DKsiL / (1 + EPS \* x) ^ 2

DFGFi = 2 \* (L + EPS \* FKsi) \* (1 + L ^ -1 \* FKsi \* EPS + EPS \* DKsiL) / (1 + x \* EPS) ^ 2

DFGIt = 0

DFGZ = 2 \* DKsiX \* DKsiXL

Case 1

DFGTe = 2 \* (L + EPS \* FKsi) \* EPS \* DKsiL / (1 + EPS \* x) ^ 2

DFGFi = 2 \* (L + EPS \* FKsi) \* (L \* FKsi \* EPS + EPS \* DKsiL) / (1 + x \* EPS) ^ 2

DFGIt = 0

DFGZ = 2 \* DKsiX \* DKsiXL

End Select

FXShell = Beta \* (DFGFi + DFGTe + DFGZ + DFGIt)

result = result + ar(i) \* FXShell

Next i

End If

result = result \* (B - A) / 2

End Sub

**ÖZGEÇMİŞ**

Doğum Tarihi	04.11.1972	
Doğum Yeri	İzmit	
Lise	1986-1989	Kasımpaşa Lisesi
Lisans	1989-1996	Yıldız Teknik Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	1996-1999	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programı

**Çalıştığı Kurumlar**

1995-1999	Marbach Lasertek A.Ş. – Bilgi-İşlem
1999-Devam Ediyor	3D Hayat Sigorta A.Ş. – Bilgi-İşlem

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOKÜMANİASYON MERKEZİ**