

154347

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TEKİL STATİK YÜK ETKİSİNDEKİ KÜRESEL
KABUKLARIN DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞI

İnşaat Müh. Zeynep Işık

F.B.E İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

154347
154347

Tez Danışmanı : Prof. Dr. R.Faruk YÜKSELER

R. Faruk Yükseler *R. Faruk Yükseler*
Turgut Kocatürk *T. Kocatürk*
Reha Artan *Reha Artan*

İSTANBUL 2004

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	iii
ŞEKİL LİSTESİ.....	iv
ÖNSÖZ.....	v
ÖZET.....	vi
ABSTRACT.....	vii
1 GİRİŞ.....	1
2 İNCE DÖNEL KABUKLARIN DOĞRUSAL OLAN VE DOĞRUSAL OLMAYAN TEORİLERİ.....	4
2.1 Tanım ve Varsayımlar.....	4
2.2 Dönel Kabuklara Ait Temel Denklemler.....	5
2.2.1 Küçük Şekil Değiştirmeler için Doğrusal Denklemler.....	5
2.2.1.1 Dönel Kabukların Geometrisi.....	5
2.2.1.2 Denge Denklemleri.....	7
2.2.1.3 Kinematik Denklemler.....	7
2.2.1.4 Uygunluk Denklemleri.....	8
2.2.1.5 Bünye Denklemleri.....	9
2.2.1.6 Matris Diferansiyel Denklemler.....	10
2.2.2 Doğrusal Olmayan Denklemler.....	10
3 TEKİL KUVVET ETKİSİ ALTINDAKİ KÜRESEL KABUKLARA AİT DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN SONLU FARKLAR YÖNTEMİYLE CEBİRSEL DENKLEMLER HALİNE GETİRİLMESİ.....	12
3.1 Sonlu Farklar Yöntemi.....	12
3.2 Uygulanması.....	13
4 NEWTON – RAPHSON YÖNTEMİ’NİN ELDE EDİLMİŞ OLAN CEBİRSEL DENKLEMLERE UYGULANMASI.....	20
4.1 Newton – Raphson Yöntemi.....	20
4.2 Newton – Raphson Yöntemi’nin Uygulanması.....	22
5 SAYISAL UYGULAMALAR.....	28
6 GENEL DEĞERLENDİRME.....	38
KAYNAKLAR.....	39
EKLER.....	40
ÖZGEÇMİŞ.....	45

SİMGE LİSTESİ

[A]	A Katsayılar matrisi
E	Elastisite modülü
$\varepsilon_\Phi, \varepsilon_\theta$	Şekil değiştirme bileşenleri
Φ	Meridyen açısı
H	Yatay kesit kuvveti
h	Yatay yer değiştirme
i	Herhangi bir n. nokta
κ	Dönme
M	Eğilme Momenti
n	nokta sayısı
nn	bilinmeyen sayısı
N(y)	Doğrusal olmayan terimleri içeren vektör
v	Poisson Oranı
P	Tekil Kuvvet
$\frac{1}{r_1}, \frac{1}{r_2}$	Eğrilik Yarıçapı
R	Küre Ortalama Yarıçapı
Δs	Adım aralığı
σ	Gerilme
t	Kabuk kalınlığı
v	Düşey yer değiştirme
V	Düşey kesit kuvveti
{ Δy }	Düzeltilme vektörü
{y}	Çözüm vektörü

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Kayıcı Mesnetli Küresel Kabuk.....	1
Şekil 1.2 Yük-şekil değiştirme eğrisi ve meridyen kontürleri	2
Şekil 2.1 Kabuk Koordinat Sistemi	4
Şekil 2.2 Kabuk Geometrisi.....	6
Şekil 2.3 Kesit Tesirleri ve Dış Yükleri.....	6
Şekil 3.1 Sonlu Parçalara Ayrılmış Kabuk	13
Şekil 4.1 Newton-Raphson Yönteminin Oluşumu.....	20
Şekil 5.1 $\phi_m = \left(\frac{\pi}{2}\right)$, ankastre mesnet için karşılaştırmalı kuvvet - çökme eğrisi	28
Şekil 5.2 Kuvvet - Çökme Eğrisi $\phi_m = \left(\frac{\pi}{2}\right)$	29
Şekil 5.3 Kuvvet - Çökme Eğrisi $\phi_m = \left(\frac{\pi}{4}\right)$	30
Şekil 5.4 Kuvvet - Çökme Eğrisi $\phi_m = \left(\frac{\pi}{8}\right)$	31
Şekil 5.5 Şekil Değişimi Öncesi Kabuk Geometrisi.....	31
Şekil 5.6 Şekil Değişimi Sonrası Kabuk Geometrisi	32
Şekil 5.7 Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrası Kabuğun Geometrisi $\phi_m = \frac{\pi}{4}, \frac{v_n}{R} = 0,1$	32
Şekil 5.8 Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrası Kabuğun Geometrisi $\phi_m = \frac{\pi}{4}, \frac{v_n}{R} = 0,2$	33
Şekil 5.9 Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrası Kabuğun Geometrisi $\phi_m = \frac{\pi}{4}, \frac{v_n}{R} = 0,3$	33
Şekil 5.10 Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrası Kabuğun Geometrisi $\phi_m = \frac{\pi}{4}, \frac{v_n}{R} = 0,4$	34
Şekil 5.11 Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrası Kabuğun Geometrisi $\phi_m = \frac{\pi}{4}, \frac{v_n}{R} = 0,5$	34
Şekil 5.12 Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrası Kabuğun Geometrisi $\phi_m = \frac{\pi}{4}, \frac{v_n}{R} = 0,6$	35
Şekil 5.13 Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrası Kabuğun Geometrisi $\phi_m = \frac{\pi}{4}, \frac{v_n}{R} = 0,7$	35
Şekil 5.14 Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrası Kabuğun Geometrisi $\phi_m = \frac{\pi}{8}, \frac{v_n}{R} = 0,3$	36
Şekil 5.15 Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrası Kabuğun Geometrisi $\phi_m = \frac{\pi}{8}, \frac{v_n}{R} = 0,6$	36
Şekil 5.16 Şekil Değişimi Öncesi ve Sonrası Kabuğun Geometrisi $\phi_m = \frac{\pi}{8}, \frac{v_n}{R} = 0,8$	37

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın hazırlanma sürecinde yapmış olduğu öncülükten, bilgi ve deneyimlerini paylaşmadaki sınırsız cömertliğinden dolayı değerli hocam Sayın Prof. Dr. Faruk Yükseler'e teşekkürü bir borç bilirim.

Yaşama bakışımı ve kişiliğimi oluşturan herşeyin kökeni aileme ve dostlarıma en derin şükranlarımı sunarım.



ÖZET

Bu çalışmada, tekil statik yük etkisi altındaki küresel kabukların doğrusal olmayan davranışı incelenmiştir. Denge denklemleri, bünye denklemleri ve kinematik denklemlerden meydana gelen diferansiyel denklemler, sonlu farklar yöntemiyle doğrusal olmayan cebirsel denklemlere dönüştürülmüştür. İlgili doğrusal olmayan cebirsel denklemlerin Newton–Raphson Yöntemiyle sayısal çözümü yapılmıştır. Uygulanan tekil kuvvetin tepe noktasındaki çökmeye göre, değişim eğrileri çeşitli mesnet tipleri ve çeşitli kabuk yükseklikleri için çizilmiş ve karşılaştırılmıştır.



ABSTRACT

In this study, nonlinear behaviour of spherical shells which are point loaded at the apex is investigated. The differential equations, consisting of equilibrium equations, constitutive equations and the kinematic equations are converted to algebraical equations by using the method of finite differences. The mentioned algebraical equations are solved numerically by using Newton–Raphson Method. The corresponding load–deflection curves for various support types and shells of various deepnesses are drawn and compared.

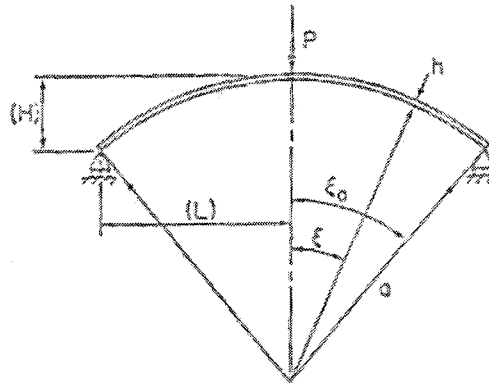


1. GİRİŞ

Tepe noktasında tekil bir kuvvet etkisindeki derin küresel kabuk probleminde kuvvet-çökme ilişkisinin kapalı çözümü Ranjan ve Steele(1976) tarafından yaklaşık bir yöntemle yapılmıştır. Taber (1982), tepe noktasında tekil bir kuvvet bulunan kalın, kauçuk küresel bir kabukla ilgili deneysel bir çalışma yapmıştır.

İnce dönel kabukların çeşitli dönel simetrik yükler altında doğrusal ve doğrusal olmayan (fiziksel lineer;geometrik nonlinear) sayısal çözümleri Parnell (1984) tarafından yapılmıştır. Cagan ve Taber (1986)'da, dönel simetrik çembersel yük etkisindeki küresel kabukların kararlılık (stabilite) analizini integral matrisleri ve Newton-Raphson yöntemi yardımıyla yapmış ve ilgili deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Brodland ve Cohen (1987), tepe noktasında tekil yük bulunan basit mesnetli küresel kabukların hem geometrik hem de fiziksel doğrusal olmayışını göz önüne alarak, potansiyel enerjinin stasyoner değeri ilkesi yardımıyla sayısal olarak yapmış, Loo ve Ewan-Iwanowski (1964) tarafından yapılmış deneylere karşı gelen sonuçlarla, sayısal sonuçları karşılaştırmıştır. Yapılan bu deney ve sayısal sonuçlar, tepe noktasında tekil yük etkileyen küresel kabukta meydana gelebilecek vurgu stabilitesinin gözlenmesine ve analiz edilmesine olanak sağlamıştır. Tekil kuvvet etkisindeki küresel kabuklarda vurgu stabilitesi problemiyle ilgili olarak Brodland ve Cohen (1987) tarafından hazırlanmış olan bilgiler aşağıda sunulmaktadır :

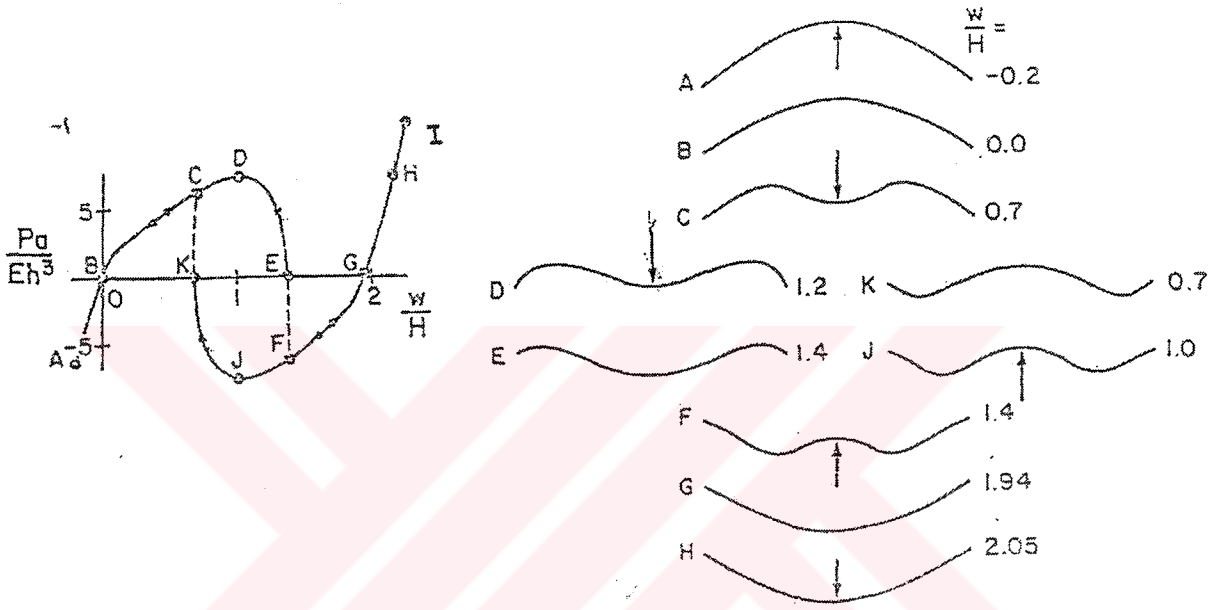
Tepe noktasında, noktasal tekil yüke maruz küresel kabuğun (Şekil 1.1) eksenel simetrik şekil değiştirmesi incelenmektedir.



Şekil 1.1 Kayıcı mesnetli küresel kabuk

Sayısal analizler, tepedeki yükten ziyade yer değiştirmenin belirtilmesiyle uygulanmıştır. Bu, kararlı ve kararsız denge konumlarının gözlenmesini ve vurgu mekanizmasının açıkça gösterilmesini sağlamıştır. Şekil 1.2, yüke bağlı sehimi ve meridyen kontürlerini göstermektedir. Meridyen kontürleri ve yüke bağlı sehim arasındaki uygunluk, noktalar

üzerindeki harflerle belirtilmiştir. İlk konum B noktasındadır. A konumunda kabuk dışı doğru bir yüke maruzdur ve sehim de aynı yöndedir. C konumunda, kabuğun yüzeyinde içe doğru etkiyen tekil yük D noktasındaki kritik noktaya kadar beraberinde oluşan sehimle artar. Bu artış D kritik noktasının ardından E noktasında tekil kuvvetin sıfırlanmasıyla son bulur. D konumundan E'ye, yük taşıma kapasitesi azalırken, yer değiştirme artar; sistem kararsızdır. Bu konumlar deneysel olarak yükten ziyade yer değiştirmenin belirtilmesiyle gösterilebilir.



Şekil 1.2 Yük-şekil değiştirme eğrisi ve meridyen kontürleri

Yer değiştirme değil de, yük belirtilir ise, daha önce olduğu gibi yükleme A-B-C-D konumları sırasınca ilerler ancak bu noktada D'deki artış H noktasında bir vurgu meydana getirir. D noktasındaki yük kritik yük olarak adlandırılır. Burada vurgu yükün ölçülemez değişimi için tepe noktasında önemli bir yer değiştirme gerektirmektedir. Bundan başka, yükleme büyük gerilmelerin olduğu H ile I arasında olmaktadır. Zıt yönde I-H-G-F-J arasında yeni meridyen konfigürasyonu meydana gelir. J konumundan A'ya doğru vurgu olur.

Eğer yükten ziyade yer değiştirme kontrol ediliyorsa yükleme A-B-C-D-E sırasıyla meydana gelir, sonra kabuk E noktasından F konfigürasyonuna doğru bir vurgu yapar. E noktasında büyük bir göçme yapmaktan ziyade, tamamiyle dönüşüm içeren yeni bir şekle doğru (tepe noktasındaki küçük bir göçme dışında), değişim göstermiştir. F konumunun tepe noktasındaki sehimi E ile aynıdır, ancak F'nin farklı bir şekli ve (tepe noktasında)

yüklemesi vardır ayrıca F'nin şekil değiştirme enerjisi yaklaşık olarak % 30'dan daha azdır. F noktasından G'ye doğru, partiküler sehimin oluşması için gerekli olan tersine yük azalır. G konumunda, küresel kabuk şekil değiştirmiştir ve herhangi bir yük olmaksızın dengededir. Aşağıya doğru olan ek yükleme kabuk konumunu G'den H'ye ve sonra I'ya doğru götürür.

Yer değişimine dayalı şekil değiştirme ile başlangıç konumuna gelen kabuk tekrar H-G-F eğrisini izler ancak F-J-K boyunca yeni bir denge sırası konfigürasyonu oluşur. K noktasında, kabuk C'ye doğru bir vurgu yapar ve B konumuna C-B eğrisi boyunca geri döner (Brodland – Cohen, 1987).

İkinci bölümde; dönel kabukların doğrusal ve doğrusal olmayan teorisinden sözedilmiş, ilgili denge denklemleri, bünye denklemleri ve kinematik bağıntılar yazılmıştır. Üçüncü bölümde; küresel kabuklara ait diferansiyel denklemler sonlu farklar yöntemi kullanılarak doğrusal olmayan cebirsel denklemlere dönüştürülmüştür. Dördüncü bölümde; ilgili cebirsel denklemlerin Newton – Raphson yöntemiyle sayısal çözümü yapılmıştır. Beşinci bölümde; Fortran 90 yazılım dilinde hazırlanan bir program yardımıyla tepe noktasında tekil kuvvet etkileyen küresel kabuğun şekil değişim eğrileri, çeşitli mesnet tipleri ve kabuk yükseklikleri için çizilmiştir. Altıncı bölümde; bu çalışmanın genel bir değerlendirmesi yapılmıştır.

2. İNCE DÖNEL KABUKLARIN DOĞRUSAL OLAN VE DOĞRUSAL OLMAYAN TEORİLERİ

2.1 Tanım ve Varsayımlar

Ortalama yüzeyinin, tek veya çift eğriliği olan yüzeysel taşıyıcı sistemlere kabuk adı verilir. Kabuğu belirtmek için, orta yüzeyin denklemini ve kalınlığını vermek yeterlidir (Girkmann, 1950).

Varsayımlar

- Kabuk kalınlığı, kabuğun diğer boyutlarına göre küçüktür.
- Yerdeğiştirmeler, kabuk kalınlığı yanında küçük değerlere sahiptir.
- Şekil değişiminden önce ortalama yüzeye dik bir doğru üzerinde bulunan noktalar, şekil değişiminden sonra da şekil değiştirmiş kabuğun ortalama yüzeyine dik olan doğru üzerinde kalırlar (Kirchoff – Love)
- Ortalama yüzeye dik doğrultuda etki eden normal gerilmeler, ihmal edilebilecek kadar küçüktür.

Geometrik Gösterimler

R : Küre ortalama yarıçapı

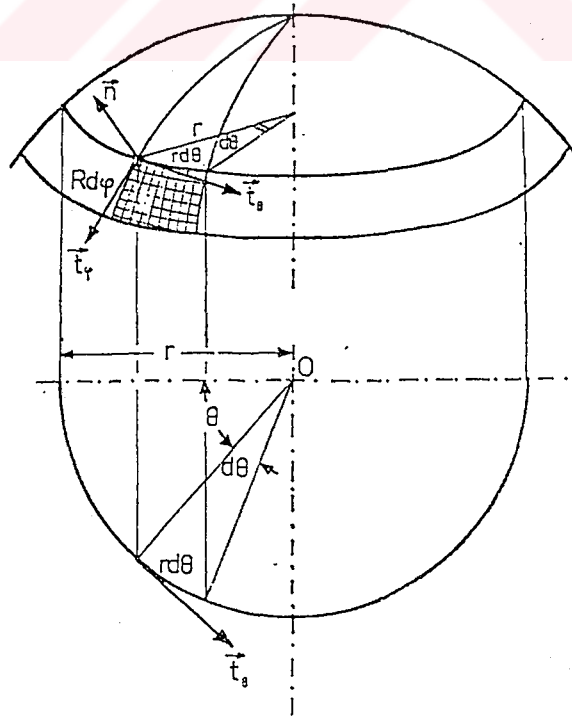
R : Yatay kesit dairesi yarıçapı

Φ : Meridyen açısı

θ : Yatay açı

d : Kabuk kalınlığı

O : Küre merkezi



Şekil 2.1 Kabuk koordinat sistemi

2.2 Dönel Kabuklara Ait Temel Denklemler

Bu bölüm dönel kabuklar için temel bağıntıları içerir. Diferansiyel denklemler “hybrid – durum vektörü denklemi” olarak bilinen, birinci dereceden bir denklem takımına indirgenmektedir (Parnell, 1984) :

$$\left\{ \frac{dy}{ds} \right\} = [A]\{y\} + \{N(y)\} + \{a\} \quad (2.1)$$

(2.1) denkleminde,

$N(y)$: Doğrusal olmayan terimleri içeren vektör.

$\{y\}$: Bilinmeyen kesit etkilerini (kesit tesirleri ve yerdeğişimler) içeren vektör.

$\{a\}$: Doğrusal terimleri içeren vektör.

$[A]$: Katsayılar matrisi.

2.2.1 Küçük Şekil Değişiklikleri için Doğrusal Denklemler

Bu kısımda dönel kabukların küçük şekil değişiklikleri için doğrusal diferansiyel denklemle sunulmaktadır. Bu denklemler, değişken kalınlıklı, izotrop ve elastik kabuklar için geçerlidir.

2.2.1.1 Dönel Kabukların Geometrisi

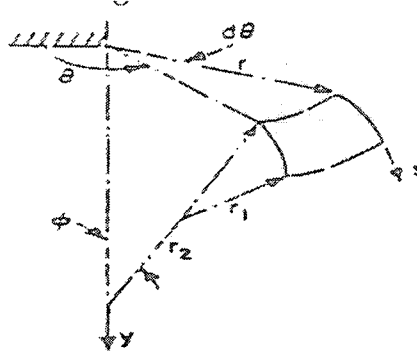
Dönel kabukların geometrisi, Şekil 2.2’de gösterilmiştir. İki temel eğrilik ($1/r_1$ ve $1/r_2$) tanımlanmaktadır. Bu eğrilikler sırasıyla meridyenlere ve paralel çemberlere karşılık gelirler. Kabuğun kalınlığı “ t ” ile gösterilmektedir. Yüzey üzerindeki bir noktanın radyal ve düşey koordinatları “ r ” ve “ z ” ile gösterilmiştir. Dönme eksenine ile meridyen normali arasındaki açı “ Φ ” dir.

$$ds = r_1 d\phi$$

$$ds = dr^2 + dy^2$$

$$r_\phi = \frac{r}{\sin \phi} \quad (2.2)$$

$$\frac{dy}{dr} = \operatorname{tg} \phi$$



Şekil 2.2 Kabuk Geometrisi

Kesit Tesirleri ve Dış Yükler

Orta yüzeyin birim uzunluğuna gelen bileşke kuvvet ve bileşke momentin bileşenleri kesit tesirleridirler. Φ : sabit, θ : sabit kenarlarına etkiyen kesit tesirleri

$$N_{\phi} = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_{\phi\phi} \left(1 + \frac{z}{r_2}\right) dz$$

$$N_{\theta} = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_{\theta\theta} \left(1 + \frac{z}{r_1}\right) dz$$

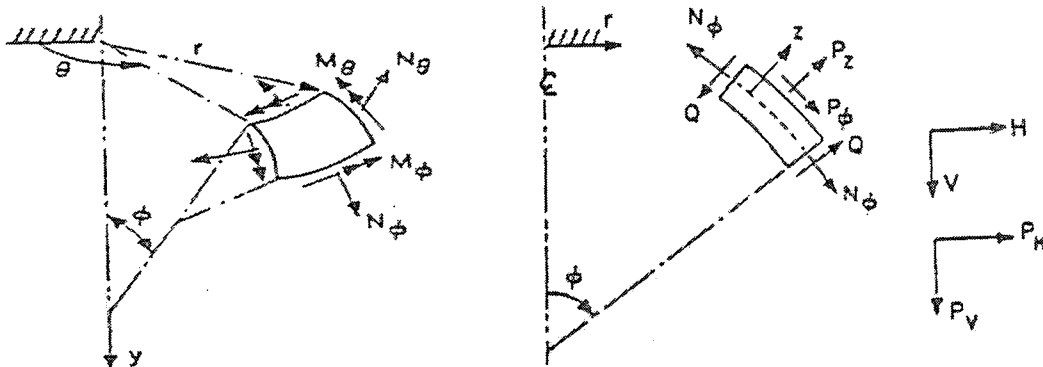
$$M_{\phi} = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_{\phi\phi} \left(1 + \frac{z}{r_2}\right) z dz$$

$$M_{\theta} = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_{\theta\theta} \left(1 + \frac{z}{r_1}\right) z dz$$

$$Q = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_{\phi z} \left(1 + \frac{z}{r_2}\right) dz$$

(2.3)

şeklinde tanımlanmaktadır (Parnell, 1984). Burada $\sigma_{\phi\phi}$, $\sigma_{\theta\theta}$, $\sigma_{\phi z}$, $\sigma_{\theta z}$; orta yüzeye z uzaklığındaki bir kabuk elemanındaki gerilmeleri göstermektedir. Kesit tesirleri ve dış yükler Şekil 2.3'de gösterilmektedir.



Şekil 2.3 Kesit Tesirleri ve Dış Yükler

Yatay ve dişey kesit kuvvetleriyle çalışmak genellikle daha kullanışlıdır (Parnell, 1984).

İki kesit tesiri sistemi arasındaki bağıntılar şoyledir :

$$\begin{aligned} V &= N_{\phi} \sin \phi - Q \cos \phi \\ H &= N_{\phi} \cos \phi + Q \sin \phi \end{aligned} \quad (2.4)$$

Benzer biçimde, her iki koordinat sistemindeki yüzey kuvvetleri arasındaki bağıntılar

$$\begin{aligned} P_V &= P_{\phi} \sin \phi - P_z \cos \phi \\ P_H &= P_{\phi} \cos \phi + P_z \sin \phi \end{aligned} \quad (2.5)$$

şeklindedir.

2.2.1.2 Denge Denklemleri

Dönel kabuğun dönel simetrik yükler altındaki denge denklemleri

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds}(rV) &= -rP_V && \text{(Eksenel kuvvet)} \\ \frac{d}{ds}(rH) &= N_{\theta} - rP_H && \text{(Radyal kuvvet)} \\ \frac{d}{ds}(rM_{\phi}) &= rM_{\theta} \cos \phi + rH \sin \phi - rV \cos \phi && \text{(Meridyonel moment)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

şeklindedir (Parnell, 1984).

2.2.2.4 Kinematik Denklemler

Kabuğun orta yüzeyindeki bir noktada meydana gelen yerdeğıştirmeler; radyal doğrultudaki yer değiştirme (h) ve dişey yerdeğıştirme (v) ile tanımlanabilir (şekil 2.3).

şekil değişimi öncesi, ortalama yüzeye dik bir doğru üzerinde bulunan noktalar, şekil değişiminden sonra da şekil değiştirmiş kabuğun ortalama yüzeyine dik olan doğru üzerinde kalırlar (Kirchoff – Love). Orta yüzeyden z uzaklığındaki bir noktadaki meridyonel ve çembersel şekil değiştirmeler e_{ϕ} ve e_{θ} orta yüzey üzerindeki şekil değiştirme bileşenleri ϵ_{ϕ} , κ_{ϕ} , ϵ_{θ} , κ_{θ} cinsinden

$$\begin{aligned} e_{\phi} &= \frac{\epsilon_{\phi} + z\kappa_{\phi}}{1 + \frac{z}{r_1}} \\ e_{\theta} &= \frac{\epsilon_{\theta} + z\kappa_{\theta}}{1 + \frac{z}{r_2}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

şeklinde yazılabilir ve küçük şekil değiştirmeler için geçerlidir. Bu denklemlerde kullanılan orta yüzey üzerinde tanımlanmış olan şekil değiştirme ölçülerine ait kinematik ifadeler

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{dh}{ds} \cos \phi + \frac{dv}{ds} \sin \phi \\ \varepsilon_\theta &= \frac{h}{r} \\ \kappa_\phi &= \frac{d\chi}{ds} \\ \kappa_\theta &= \frac{\chi \cos \phi}{r}\end{aligned}\tag{2.8}$$

şeklinde (Parnell, 1984). Burada küçük açı değişimleri için, orta yüzeyin dönmesi

$$\chi = -\frac{dh}{ds} \sin \phi + \frac{dv}{ds} \cos \phi\tag{2.9}$$

şeklinde. Orta yüzeyin normalinin dönmesi, enine kayma şekil değiştirmesi ihmal edildiğinde κ 'ya eşittir. Düşey yer değiştirmeye ait kinematik denklem (Parnell, 1984) :

$$v = -h \cot \phi + \int \frac{\varepsilon_\phi - \frac{r_2}{r_1}}{\sin \phi} ds\tag{2.10}$$

2.2.2.5 Uygunluk Denklemleri

Dört adet şekil değiştirme ölçüsü (ε_ϕ , ε_θ , κ_ϕ , κ_θ), iki adet yerdeğiştirme bileşenine (h,v) bağlı olması sebebiyle, bu ölçülerle bağıntılı iki diferansiyel denklem gereklidir. Bu diferansiyel bağıntılar veya uygunluk koşulları şekil değiştirmenin uygun olması için gerekli koşullardır ve uygunluk denklemlerine uyan yerdeğiştirmeler sürekli ve tek değerli fonksiyonlardır. Uygunluk denklemleri şu şekildedir (Parnell, 1984):

$$\begin{aligned}\frac{d}{ds} (r\varepsilon_\phi) &= -r\kappa_\theta \tan \phi + \varepsilon_\phi \cos \phi \\ \frac{d}{ds} \left(\frac{r\kappa_\phi}{\cos \phi} \right) &= \kappa_\phi\end{aligned}\tag{2.11}$$

2.2.2.6 Bünye Denklemleri

İzotrop, elastik bir cisim için bünye denklemleri şu şekildedir (İnan, 1967) :

$$\begin{aligned} Ee_\phi &= \sigma_\phi - \nu\sigma_\theta - \nu\sigma_z \\ Ee_\theta &= \sigma_\theta - \nu\sigma_\phi - \nu\sigma_z \\ Ee_z &= \sigma_z - \nu\sigma_\phi - \nu\sigma_\theta \end{aligned} \quad (2.12)$$

E : Elastisite Modülü,

ν : Poisson Oranı.

Orta yüzeyin normal doğrultusundaki normal gerilmeler göreceli olarak çok küçüktür ($\sigma_z \ll \sigma_\phi, \sigma_\theta$) ve ihmal edilmektedir.

$$\begin{aligned} Ee_z &= -\nu(\sigma_\phi + \sigma_\theta) \\ \sigma_\phi &= \frac{E}{1-\nu^2}(e_\phi + \nu e_\theta) \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\nu^2}(e_\theta + \nu e_\phi) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Kabuk inceyse ($t/r_1 \ll 1$, $t/r_2 \ll 1$) bünye denklemleri

$$\begin{aligned} N_\phi &= \frac{Et}{1-\nu^2}(\varepsilon_\phi + \nu\varepsilon_\theta) \\ N_\theta &= \frac{Et}{1-\nu^2}(\varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_\phi) \\ M_\phi &= Etc^2(\kappa_\phi + \nu\kappa_\theta) \\ M_\theta &= Etc^2(\kappa_\theta + \nu\kappa_\phi) \\ c^2 &= t^2/12(1-\nu^2) \end{aligned} \quad (2.14)$$

şeklindedir. Bu kabuller sonucunda, normal gerilmeler kesit tesirlerine (2.15) denklemindeki varsayımlarla bağlıdır.

D : Mambran gerilmesi

B : Eğilme Gerilmesi

olmak üzere,

$$\begin{aligned} \sigma_\phi &= \frac{N_\phi}{t} + \frac{2z}{t} \frac{6M_\phi}{t^2} = \sigma_{\phi_D} + \frac{2z}{t} \sigma_{\phi_B} \\ \sigma_\theta &= \frac{N_\theta}{t} + \frac{2z}{t} \frac{6M_\theta}{t^2} = \sigma_{\theta_D} + \frac{2z}{t} \sigma_{\theta_B} \end{aligned} \quad (2.15)$$

şeklinde yazılabilir (Parnell, 1984).

2.2.2.7 Matris Diferansiyel Denklemler

Bahsedilen diferansiyel denklemler, birinci mertebeden bir diferansiyel denklem takımına indirgenebilir ve matris formunda (2.1) denklemine uygun olarak, rP_H orta yüzeyin birim alanına gelen yatay dış kuvvet ve rP_V orta yüzeyin br alanına gelen düşey dış kuvvet olmak üzere

$$N(y) = 0 \quad y^T = [rM_\phi \quad rH \quad \kappa \quad h] \quad (2.16)$$

$$A = \begin{bmatrix} \nu \cos \phi & \sin \phi & \frac{Et^3 \cos^2 \phi}{12r} & 0 \\ 0 & \frac{\nu \cos \phi}{r} & 0 & \frac{Et}{r} \\ (rEt c^2)^{-1} & 0 & \frac{-\nu \cos \phi}{r} & 0 \\ 0 & \frac{1-\nu^2}{rEt} \cos^2 \phi & -\sin \phi & \frac{-\nu \cos \phi}{r} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$a = \begin{bmatrix} -rV \cos \phi \\ \nu V \sin \phi - rP_H \\ 0 \\ \frac{1-\nu^2}{Et} V \cos \phi \sin \phi \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

şeklinde yazılabilir. Düşey yerdeğiştirme (2.10) denkleminden bulunabileceği gibi, (2.8-a) ve (2.9) birleştirilerek de bulunabilir. İki denklemin birleştirilmesiyle elde edilen sonuç

$$\begin{aligned} \frac{dv}{ds} &= \kappa \cos \phi + \varepsilon_\phi \sin \phi \\ &= \frac{1-\nu^2}{rEt} \sin \phi (rH \cos \phi + rV \sin \phi) + \kappa \cos \phi - h \frac{\nu \sin \phi}{r} \end{aligned} \quad (2.19)$$

şeklindedir.

2.2.3 Doğrusal Olmayan Denklemler

Dönel kabuklar için sonlu şekil değiştirme ifadeleri, (Reissner, 1950) tarafından ortaya atılmıştır. Aynı denklemler küçük şekil değiştirmeler ve küçük sonlu dönmeler için de özelleştirilmiştir. Bu ifadeler, $\kappa^2 \ll 1.0$ kabulüne dayandırılmıştır ancak κ , Φ ile karşılaştırıldığında ihmal edilebilir. Bu denklemler, (Steele, 1980)'in varyasyonel formülasyonu kullanılarak, doğrudan bir ifadeyle şöyle bir değişiklikle ortaya çıkarılmıştır

$$\varepsilon_\phi = \varepsilon_{\phi_{linear}} + \frac{1}{2} \kappa^2 \quad (2.20)$$

(2.20) denklemini ilgili varyasyon hesabında kullanılıncaya (Parnell, 1984), aşağıdaki $\{y\}$, $[A]$, $\{N(y)\}$ ve $\{a\}$ elde edilebilmektedir.

$$y^T = [rM_\phi \quad rH \quad rV \quad \kappa \quad h \quad v], \quad (2.21)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\nu \cos \phi}{r} & \sin \phi & -\cos \phi & \frac{Et^3 \cos^3 \phi}{12r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\nu \cos \phi}{r} & \frac{\nu \sin \phi}{r} & 0 & \frac{Et}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (rEtc^2)^{-1} & 0 & 0 & \frac{-\nu \cos \phi}{r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1-\nu^2}{rEt} \cos^2 \phi & \frac{1-\nu^2}{rEt} \cos \phi \sin \phi & -\sin \phi & \frac{-\nu \cos \phi}{r} & 0 \\ 0 & \frac{1-\nu^2}{rEt} \cos \phi \sin \phi & \frac{1-\nu^2}{rEt} \sin^2 \phi & -\cos \phi & \frac{-\nu \sin \phi}{r} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

$$N(y) = \begin{bmatrix} \kappa(rH \cos \phi + rV \sin \phi) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\kappa^2 \cos \phi / 2 \\ -\kappa^2 \sin \phi / 2 \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

$$a^T = [0 \quad -rP_H \quad -rP_V \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (2.24)$$

Burada (2.21), (2.22), (2.23) ve (2.24) ifadeleri açık olarak yazıldığında,

$$(rM_\phi)_{,s} = -\frac{\cos \phi}{r} M_\phi + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\nu \cos \phi}{r} rM_\phi + \sin \phi rH - \cos \phi rV + \frac{Et^3 \cos^2 \phi}{12r} \kappa \right\} + \kappa(rH \cos \phi + rV \sin \phi) \quad (2.25)$$

$$(rH)_{,s} = \nu \cos \phi rH + \nu \sin \phi rV + Eth_1, \quad (2.26)$$

$$(rV)_{,s} = 0, \quad (2.27)$$

$$\kappa_{,s} = \frac{M}{Etc^2} - \frac{\nu}{r} \cos \phi \kappa, \quad (2.28)$$

$$h_{,s} = \frac{1-\nu^2}{rEt} \cos^2 \phi rH + \frac{1-\nu^2}{rEt} \sin \phi \cos \phi rV - \sin \phi \kappa - \frac{\nu}{r} \cos \phi h - (\kappa^2 \cos \phi) / 2, \quad (2.29)$$

$$v_{,s} = \frac{1-\nu^2}{rEt} \sin \phi \cos \phi rH + \frac{1-\nu^2}{rEt} \sin^2 \phi rV + \cos \phi \kappa - \frac{\nu}{r} \sin \phi h - \frac{\kappa^2 \sin \phi}{2} \quad (2.30)$$

denklemleri elde edilir.

3. TEKİL KUVVET ETKİSİ ALTINDAKİ KÜRESEL KABUKLARA AİT DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN SONLU FARKLAR YÖNTEMİYLE CEBİRSEL DENKLEMLER HALİNE GETİRİLMESİ

3.1 Sonlu Farklar Yöntemi

Sonlu farklar yöntemi, diferansiyel denklemleri cebirsel denklemler haline getirmek için kullanılmaktadır. Tek değişkenli bir $u(x)$ fonksiyonu ele alınmakta ve adım aralığı Δx olarak seçilmektedir. $x = j\Delta x$ için $u(j\Delta x)$ değeri yaklaşık olarak,

$$u_j \approx u(j\Delta x) \quad (3.1)$$

şeklindedir. İlk türev $\frac{\partial u}{\partial x}(j\Delta x)$ için standart yaklaşık ifadeler,

$$\text{Geri fark} \quad \frac{u_j - u_{j-1}}{\Delta x} \quad (3.2)$$

$$\text{İleri fark} \quad \frac{u_{j+1} - u_j}{\Delta x} \quad (3.3)$$

$$\text{Merkez fark} \quad \frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2 \cdot \Delta x} \quad (3.4)$$

şeklindedir. Bu çalışmada kullanılacak olan ileri fark ifadesi (3.3), Taylor açılımından elde edilebilmektedir:

$$u(x + \Delta x) = u(x) + u'(x)\Delta x + O \cdot (\Delta x)^2 \quad (3.5)$$

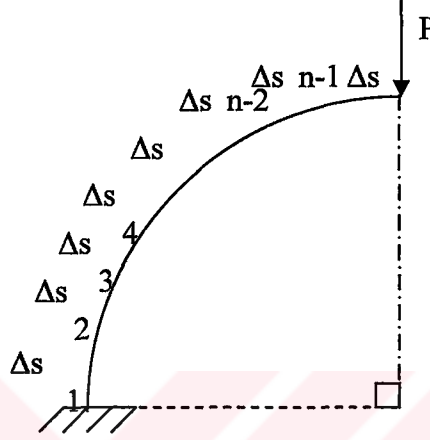
Burada “O” kesme hatası mertebesini göstermektedir. (3.5) denkleminde $u'(x)$ çekilirse,

$$u'(x) = \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} - O \cdot (\Delta x) \quad (3.6)$$

elde edilebilir.

3.2 Uygulanması

Bu alt bölümde; sonlu farklar yöntemi, tekil kuvvet etkisindeki küresel kabuklara uygulanmaktadır. Kabuk, $(n-1)$ sayıda sonlu parçaya ayrılmış olup, adım uzunluğu ΔS olarak tanımlanmıştır (Şekil 3.1).



Şekil 3.1 Sonlu parçalara ayrılmış kabuk

İkinci bölümde (2.21) numaralı denklemlerdeki, $\bar{M}, \bar{H}, \bar{V}$ yerine, M, H, V kullanılacağından, ilgili kesit tesirleri ve yer değiştirmeler için sonlu farklar yöntemi uygulaması aşağıdaki şekilde olacaktır:

Eğilme momenti'nin, yay uzunluğu (s)'e göre türevi,

$$(rM_\phi)_{,s} = r_{,s} \cdot M_\phi + r \cdot M_{\phi,s} \quad (3.7)$$

şeklindedir. (3.7) denkleminde

$$\frac{dr}{ds} = \cos \phi \quad (3.8)$$

kullanıldığında,

$$(rM_\phi)_{,s} = \cos \phi \cdot M_\phi + r \cdot M_{\phi,s} \quad (3.9)$$

elde edilir. (2.25) denklemi (3.9)'da yerine konulduğunda

$$M_{\phi,s} = -\frac{\cos \phi}{r} \cdot M_{\phi} + \frac{1}{r} \cdot \{v \cdot \cos \phi \cdot M_{\phi} + \sin \phi \cdot r \cdot H - \cos \phi \cdot r \cdot V$$

$$+ \frac{E \cdot t^3 \cdot \cos^2 \phi}{12 \cdot r} \cdot \kappa + \kappa \cdot (r \cdot H \cdot \cos \phi + r \cdot V \cdot \sin \phi)\} \quad (3.10)$$

eşitliği elde edilir. (3.10) denklemi, sonlu farklar yönteminin ileri fark formülüyle yazıldığında,

$$\frac{M_{i+1} - M_{i-1}}{\Delta} = -\frac{\cos \phi_i}{r_i} \cdot M_i + \frac{1}{r_i} \cdot v \cdot \cos \phi_i \cdot M_i + \sin \phi_i \cdot H_i - \cos \phi_i \cdot V_i$$

$$+ \frac{E \cdot t^3 \cdot \cos^2 \phi_i}{12 \cdot r_i^2} \cdot \kappa_i + \kappa_i \cdot (H_i \cdot \cos \phi_i + V_i \cdot \sin \phi_i) \quad (3.11)$$

1. durum denklemi $f_1 = 0$ için,

$$f_1 = -M_{i+1} + M_i \cdot \left(-\frac{\Delta \cdot \cos \phi_i}{r_i} + 1 + \frac{\Delta \cdot v \cdot \cos \phi_i}{r_i} \right) + \Delta \cdot \sin \phi_i \cdot H_i - \Delta \cdot V_i \cdot \cos \phi_i$$

$$+ \Delta \cdot \frac{E \cdot t^3 \cdot \cos^2 \phi_i}{12 \cdot r_i^2} \cdot \kappa_i + \Delta \cdot \kappa_i \cdot (H_i \cdot \cos \phi_i + V_i \cdot \sin \phi_i) = 0 \quad (3.12)$$

elde edilir.

Yatay kesit kuvveti için uygulama :

Yatay kesit kuvvetinin, yay uzunluğu (s)'e göre türevi,

$$(r \cdot H)_{,s} = r_{,s} \cdot H + r \cdot H_{,s} \quad (3.13)$$

dir.

(2.2) ve (3.8) trigonometrik ifadeleri (3.13)'de yerine konulduğunda,

$$(r \cdot H)_{,s} = \cos \phi \cdot H + r \cdot H_{,s} \quad (3.14)$$

elde edilir. (2.26) denklemi (3.14)'de yerine konulduğunda,

$$r \cdot H_{,s} = -\frac{\cos \phi}{r} \cdot H + \frac{1}{r} \cdot \left\{ \frac{\nu \cdot \cos \phi}{r} \cdot r \cdot H + \frac{\nu \cdot \sin \phi}{r} \cdot r \cdot V + \frac{E \cdot t}{r} \cdot h_i \right\} \quad (3.15)$$

eşitliği elde edilir. (3.15) denklemi sonlu farklar yöntemi, ileri fark formülüyle yazıldığında,

$$\frac{H_{i+1} - H_i}{\Delta} = -\frac{\cos \phi_i}{r_i} \cdot H_i + \frac{\nu \cdot \cos \phi_i}{r_i} \cdot H_i + \frac{\nu \cdot \sin \phi_i}{r_i} \cdot V_i + \frac{E \cdot t}{r_i^2} \cdot h_i \quad (3.16)$$

2. durum denklemi $f_2 = 0$,

$$f_2 = -H_{i+1} + H_i \cdot \left(-\frac{\Delta \cdot \cos \phi_i}{r_i} + 1 + \frac{\Delta \cdot \nu \cdot \cos \phi_i}{r_i} \right) + \frac{\Delta \cdot \nu \cdot \sin \phi_i}{r_i} \cdot V_i + \frac{\Delta \cdot E \cdot t \cdot h_i}{r_i^2} \quad (3.17)$$

elde edilir.

Düşey kesit kuvveti için uygulama :

$$(r \cdot V)_{,s} = r_{,s} \cdot V + r \cdot V_{,s} \quad (3.18)$$

(2.2) ve (3.8), (3.17)'de yerine konulduğunda,

$$(r \cdot V)_{,s} = \cos \phi \cdot V + r \cdot V_{,s} = 0 \quad (3.19)$$

elde edilir. (2.27) denklemi (3.19)'da yerine konulduğunda,

$$r \cdot V_{,s} = -\cos \phi \cdot V \quad (3.20)$$

eşitliği bulunur. (3.20) denklemi sonlu farklar yöntemi ile yazıldığında,

$$\frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta} = -\frac{\cos \phi_i}{r_i} \cdot V_i \quad (3.21)$$

3. durum denklemi $f_3 = 0$

$$f_3 = -V_{i+1} + V_i \cdot \left(1 - \frac{\Delta \cdot \cos \phi_i}{r_i} \right) \quad (3.22)$$

elde edilir.

Dönme (κ) için uygulama :

(2.28) denklemi sonlu farklar yöntemiyle yazıldığında,

$$\frac{\kappa_{i+1} - \kappa_i}{\Delta} = \frac{1}{r_i} \cdot \left(\frac{1}{r_i \cdot E \cdot t \cdot c^2} \cdot r_i \cdot M_i - \frac{v}{r_i} \cdot \cos \phi \cdot \kappa_i \right) \quad (3.23)$$

4. durum denklemi $f_4 = 0$,

$$f_4 = -\kappa_{i+1} + \kappa_i \cdot \left(-\frac{\Delta \cdot v \cdot \cos \phi}{r_i^2} + 1 \right) + \frac{\Delta \cdot M_i}{r_i \cdot E \cdot t \cdot c^2} \quad (3.24)$$

elde edilir.

Yatay yerdeğiştirme (h) için uygulama :

(2.29) denklemi, sonlu farklar yöntemiyle yazıldığında,

$$\frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta} = \frac{1}{r_i} \cdot \left(\frac{1 - \nu^2}{r_i \cdot E \cdot t} \cdot \cos^2 \phi \cdot r_i \cdot H_i + \frac{1 - \nu^2}{r_i \cdot E \cdot t} \cdot \sin \phi \cdot \cos \phi \cdot r_i \cdot V_i - \sin \phi \cdot \kappa_i \right. \\ \left. - \frac{\nu}{r_i} \cdot \cos \phi \cdot h_i - \frac{\kappa_i^2 \cdot \cos \phi}{2} \right) \quad (3.25)$$

5. durum denklemini $f_5 = 0$

$$f_5 = \frac{\Delta(1 - \nu^2) \cdot \cos^2 \phi_i \cdot H_i}{r_i \cdot E \cdot t} + \frac{\Delta(1 - \nu^2) \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i \cdot V_i}{r_i \cdot E \cdot t} - \frac{\Delta \cdot \sin \phi_i \cdot \kappa_i}{r_i} \\ - h_i \cdot \left(\frac{\Delta \cdot \nu \cdot \cos \phi_i}{r_i^2} + 1 \right) - h_{i+1} - \frac{\kappa_i^2 \cdot \cos \phi_i}{2 \cdot r_i} \quad (3.26)$$

Düsey yerdeğiştirme (v) için uygulama :

(2.30) denklemini sonlu farklar yöntemiyle yazıldığında,

$$\frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta} = \frac{1}{r_i} \cdot v_s \quad (3.27)$$

6. durum denklemini $f_6 = 0$,

$$f_6 = \frac{\Delta \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i \cdot H_i}{r_i \cdot E \cdot t} + \frac{\Delta \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sin^2 \phi \cdot V_i}{r_i \cdot E \cdot t} + \frac{\Delta \cdot \cos \phi_i \cdot \kappa_i}{r_i} \\ - \frac{\nu}{r_i^2} \cdot \sin \phi_i \cdot h_i - \frac{\kappa_i^2 \cdot \sin \phi}{2 \cdot r_i} - v_{i+1} + v_i \quad (3.28)$$

elde edilir.

(3.12), (3.17), (3.22), (3.24), (3.26) ve (3.28) denklemleri kabuğun $(n-2)$. noktasına kadar kullanılacaktır.

Kabuğun tepe noktasında (n . noktasında) sınır koşulları

$$\kappa = 0, h_n = 0, V_n = 0 \quad (3.29)$$

kullanılınca $(n-1)$. noktadaki durum denklemleri,

$$\begin{aligned} f_{6(n-2)+1} = & -M_n + M_{(n-1)} \cdot \left(-\frac{\Delta \cdot \cos \phi_{(n-1)}}{r_{(n-1)}} + 1 + \frac{\Delta \cdot \nu \cdot \cos \phi_{(n-1)}}{r_{(n-1)}} \right) + \Delta \cdot \sin \phi_{(n-1)} \cdot H_{(n-1)} \\ & - \Delta \cdot V_{(n-1)} \cdot \cos \phi_{(n-1)} + \Delta \cdot \frac{E \cdot t^3 \cdot \cos^2 \phi_{(n-1)}}{12 \cdot r_{(n-1)}^2} \cdot \kappa_{(n-1)} \\ & + \Delta \cdot \kappa_{(n-1)} \cdot (H_{(n-1)} \cdot \cos \phi_{(n-1)} + V_{(n-1)} \cdot \sin \phi_{(n-1)}) = 0, \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} f_{6(n-2)+2} = & -H_n + H_{(n-1)} \cdot \left(-\frac{\Delta \cdot \cos \phi_{(n-1)}}{r_{(n-1)}} + 1 + \frac{\Delta \cdot \nu \cdot \cos \phi_{(n-1)}}{r_{(n-1)}} \right) \\ & + \frac{\Delta \cdot \nu \cdot \sin \phi_{(n-1)}}{r_{(n-1)}} \cdot V_{(n-1)} + \frac{\Delta \cdot E \cdot t \cdot h_{(n-1)}}{r_{(n-1)}^2}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$f_{6(n-2)+3} = -\kappa_n + \kappa_{(n-1)} \cdot \left(-\frac{\Delta \cdot \nu \cdot \cos \phi_{(n-1)}}{r_{(n-1)}^2} + 1 \right) + \frac{\Delta \cdot M_{(n-1)}}{r_{(n-1)} \cdot E \cdot t \cdot c^2}, \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} f_{6(n-2)+4} = & \frac{\Delta \cdot (1 - \nu^2) \cdot \cos^2 \phi_{(n-1)} \cdot H_{(n-1)}}{r_{(n-1)} \cdot E \cdot t} + \frac{\Delta \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sin \phi_{(n-1)} \cdot \cos \phi_{(n-1)} \cdot V_{(n-1)}}{r_{(n-1)} \cdot E \cdot t} \\ & - \frac{\Delta \cdot \sin \phi_{(n-1)} \cdot \kappa_{(n-1)}}{r_{(n-1)}} - h_{(n-1)} \cdot \left(\frac{\Delta \cdot \nu \cdot \cos \phi_{(n-1)}}{r_{(n-1)}^2} + 1 \right) - h_n - \frac{\kappa_{(n-1)}^2 \cdot \cos \phi_{(n-1)}}{2 \cdot r_{(n-1)}}, \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} f_{6(n-2)+5} = & \frac{\Delta \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sin \phi_{(n-1)} \cdot \cos \phi_{(n-1)} \cdot H_{(n-1)}}{r_{(n-1)} \cdot E \cdot t} + \frac{\Delta \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sin^2 \phi_{(n-1)} \cdot V_{(n-1)}}{r_{(n-1)} \cdot E \cdot t} \\ & + \frac{\Delta \cdot \cos \phi_{(n-1)} \cdot \kappa_{(n-1)}}{r_{(n-1)}} - \frac{\nu}{r_{(n-1)}^2} \cdot \sin \phi_{(n-1)} \cdot h_{(n-1)} - \frac{\kappa_{(n-1)}^2 \cdot \sin \phi_{(n-1)}}{2 \cdot r_{(n-1)}} + \nu_n - \nu_{(n-1)} \end{aligned} \quad (3.34)$$

elde edilir. (3.30 – 3.36) denklemlerinin elde ediliŖi sırasında, (3.21) denklemini yerine yazılabilecek

$$V_{n-1} 2\pi r_{n-1} + P = 0 \quad (3.35)$$

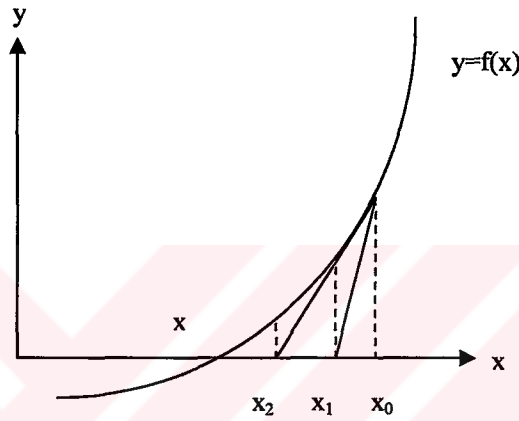
düŖey denge denklemini P'yi bilinmeyen listesi içine almamak için iptal edilmiŖtir.



4. NEWTON-RAPHSON YÖNTEMİNİN ELDE EDİLMİŞ OLAN CEBİRSEL DENKLEMLERE UYGULANMASI

4.1 Newton-Raphson Yöntemi

Newton –Raphson yöntemi doğrusal olmayan cebirsel denklemlerin ardışık yaklaşımlarla sayısal çözümünde kullanılmaktadır. $f(x)=0$ denkleminin kökünün bulunması için kullanılan ikinci mertebeden bir iterasyon yöntemidir.



Şekil 4.1 Newton-Raphson Yönteminin Oluşumu

$y=f(x)$ fonksiyonunun eğrisi grafik olarak gösterildiğinde; problemin x eksenine kestiği noktayı aramak olduğu görülmektedir.

Newton-Raphson Yöntemi'nde bu işlem, verilen fonksiyonun gösterdiği eğri yerine geçen bir değer ile yapılır. Doğru son yaklaşım noktası olan (x_n, y_n) 'den geçer, fakat doğrultusu çeşitli şekillerde seçilebilir. Başlangıçta alınan (x_0, y_0) ve (x_1, y_1) gibi sabit noktalardan geçen doğruya paralel sabit bir doğrultu veya ilk (x_0, y_0) noktasındaki türev ile bulunan yine sabit doğrultu veya (x_{i-1}, y_{i-1}) , (x_i, y_i) den geçen kirişin doğrultusu veya (x_i, y_i) 'deki teğetin doğrultusu alınabilir. Doğrunun eğimini k ile gösterirsek, aşağıdaki dört hal mümkün olur.

$$k = (y_1 - y_0) / (x_1 - x_0) \quad \text{Sabit kesme}$$

$$k = f'(x_0) \quad \text{Sabit eğim}$$

$$k = (y_{i+1} - y_i) / (x_{i+1} - x_i) \quad \text{Değişken kesme}$$

$$k = f'(x_{i+1}) \quad \text{Değişken eğim}$$

(4.1)

(4.1) Denklemlerindeki bütün haller için elde edilecek iterasyon formülü

$$x_{i+1} = \frac{x_i - f(x_i)}{k} \quad (4.2)$$

şeklindedir. Şekil (4.1)'deki geometrik ifadeler ele alınmaktadır:

x_0 başlangıç değeri ile başlanılsın. Yeni x_1 değerini elde etmek için, eğriye $x=x_0$ apsisli noktadan teğet çizilsin, bu teğetin Ox eksenini kestiği nokta x_1 ile gösterilsin. Aynı işlem x_2 ve daha sonrakileri elde etmek için tekrarlandığında

$$x_1 = x_0 - \Delta x \quad (4.3)$$

olur. Eğriye $[x_0, f(x_0)]$ noktasından çizilen teğetin eğimi de,

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0)}{\Delta x} \quad (4.4)$$

biçimindedir. Buradan, $\Delta x = \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$ elde edilir. Böylece,

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (4.5)$$

bulunur. denklemler genel olarak,

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (4.6)$$

şeklinde yazılır. Tanımlanan bu son formül Newton-Raphson yöntemi olarak bilinir.

Geometrik olarak (x_i, y_i) noktasındaki teğetin (eğrinin) Ox eksenini kestiği x_{i+1} apsisli noktayı veren formül şeklinde tanımlanır. Matematiksel olarak şöyle açıklanabilir :

$f(x)$ fonksiyonu sürekli ve türetilebilen bir fonksiyon olarak ele alınsın. Taylor serisine, x_i+h noktası civarında,

$$f(x_{i+n} + h) = f(x_i) + hf'(x_i) + \frac{h^2}{2!} f''(x_i) + \dots = 0 \quad (4.7)$$

şeklinde açılınsın. Burada x_i kökün bilinen bir yaklaşık değeridir. Eğer $x_i+h=x_{i+1}$ gerçek x değerine çok yakın yani $f(x_i+h) \sim 0$ ve x_i 'de $x_i+h=x_{i+1}$ 'e çok yakınsa, $(x_{i+1}-x_i)^2$ ve daha yüksek dereceli terimler ihmal edilebilir. O zaman yukarıdaki açılım,

$$0 = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) \quad (4.8)$$

şeklinde basitleşir. Bunu x_{i+1} 'e göre çözersek, (4.6) denklemini elde edilir (Çağal, 1989).

4.2 Newton-Raphson yönteminin elde edilmiş olan cebirsel denklemlere uygulanması

Bölüm 3' de elde edilmiş olan (3.12), (3.17), (3.22), (3.24), (3.26) ve (3.28) numaralı denklemlerde Newton-Raphson yöntemi uygulandığında,

$$[B]\{\Delta y\} = \{b\} \quad (4.9)$$

elde edilebilir. (4.9) denkleminde,

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & . & . \\ \frac{\partial f_1}{\partial y_1} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & . & . & . & . & . & . & . \\ \frac{\partial f_2}{\partial y_1} & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

şeklindedir. $\{\Delta y\}$ düzeltme vektörü,

$$\{y\}^T = [y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad . \quad . \quad . \quad y_n] \quad (4.11)$$

çözüm vektörünün sayısal hesabındaki düzeltmelere karşı gelmektedir. Çözüm vektöründe,

$$\begin{aligned} y_1 &= M_1, \quad y_2 = H_1, \quad y_3 = V_1, \quad y_4 = \kappa_1, \quad y_5 = h_1, \quad y_6 = v_1, \\ y_7 &= M_2, \quad y_8 = H_2, \dots, \quad y_{n-2} = v_{n-1}, \quad y_{n-1} = M_n, \quad y_n = H_n \end{aligned} \quad (4.12)$$

olarak tanımlanmaktadır. $[A]$ matrisinde ilk üç satır, kabuğun mesnet sınır koşullarına göre yazılmaktadır. Ankastre mesnet için sınır koşulları,

$$\kappa_1 = 0, \quad h_1 = 0, \quad v_1 = 0 \quad (4.13)$$

olarak belirtilir iken, basit mesnet için sınır koşulları,

$$M_1 = 0, h_1 = 0, v_1 = 0 \quad (4.14)$$

şeklindedir. $\{b\}$ 'nin ilk üç değeri sınır koşulları dolayısıyla sıfıra, diğer değerleri $-f_i$ 'lere eşittir, sayısal değerleri dolayısıyla (3.12), (3.17), (3.22), (3.24), (3.26) ve (3.28) numaralı denklemlerdeki hataları göstermektedir.

$(6n-4) \times (6n-4)$ boyutlu $[A]$ matrisi elemanlarının genelleştirilmiş hali, aşağıdaki denklemlerde ifade edilmektedir:

$(6(i-1)+4)$ nci satır elemanları ($i = 1, 2, \dots$)

$$A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+1]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = -\frac{\Delta \cdot \cos \phi_i}{r_i} + 1 + \frac{\Delta \cdot v \cdot \cos \phi_i}{r_i}$$

$$A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+2]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = \Delta \cdot \sin \phi_i + \Delta \kappa_i \cdot \cos \phi_i$$

$$A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+3]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = -\Delta \cdot \cos \phi_i + \Delta \kappa_i \cdot \sin \phi_i$$

$$A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+4]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = \frac{\Delta \cdot E \cdot t^3 \cos^2 \phi_i}{12r_i} + \Delta \cdot (H_i \cdot \cos \phi_i + V_i \cdot \sin \phi_i) \quad (4.15)$$

$$A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+5]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+6]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+7]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = -1$$

$(6(i-1)+5)$ nci satır elemanları ($i = 1, 2, \dots$)

$$A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+1]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = 0$$

$$\begin{aligned}
A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+2]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = -\frac{\Delta \cdot \cos \phi_i}{r_i} + 1 + \frac{\Delta \cdot \nu \cdot \cos \phi_i}{r_i} \\
A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+3]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = \frac{\Delta \cdot \nu \cdot \sin \phi_i}{r_i} \cdot V_i \\
A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+4]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+5]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = \frac{\Delta \cdot E \cdot t}{r_i^2} \\
A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+6]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+7]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+8]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+8]}} = -1
\end{aligned} \tag{4.16}$$

$(6(i-1) + 6)$ nci satır elemanları ($i = 1, 2, \dots$)

$$\begin{aligned}
A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+1]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+2]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+3]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = 1 - \frac{\Delta \cdot \cos \phi_i}{r_i} \\
A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+4]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+5]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+6]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+7]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+8]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+8]}} = 0
\end{aligned} \tag{4.17}$$

$$A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+9]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+9]}} = -1$$

(6(i-1) + 7) nci satır elemanları (i = 1,2,...)

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+1]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = \frac{\Delta}{r_i \cdot E \cdot t \cdot c^2}$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+2]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+3]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+4]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = -\frac{\Delta \cdot \nu \cdot \cos \phi_i}{r_i^2} + 1$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+5]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = 0$$

(4.18)

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+6]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+7]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+8]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+8]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+9]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+9]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+10]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+10]}} = -1$$

(6(i-1) + 8) nci satır elemanları (i = 1,2,...)

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+1]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+2]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = \frac{\Delta \cdot (1 - \nu^2) \cdot \cos^2 \phi_i}{r_i \cdot E \cdot t}$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+3]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = \frac{\Delta \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i}{r_i \cdot E \cdot t}$$

$$\begin{aligned}
A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+4]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = -\frac{\Delta \cdot \sin \phi_i}{r_i} - \frac{\kappa_i \cdot \cos \phi_i}{r_i} \\
A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+5]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = \frac{\Delta \cdot \nu \cdot \cos \phi_i}{r_i^2} + 1 \\
A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+6]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+7]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+8]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+8]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+9]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+9]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+10]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+10]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+11]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+11]}} = -1
\end{aligned} \tag{4.19}$$

$(6(i-1) + 9)$ nci satır elemanları ($i = 1, 2, \dots$)

$$\begin{aligned}
A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+1]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = 0 \\
A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+2]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = \frac{\Delta \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i}{r_i \cdot E \cdot t} \\
A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+3]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = \frac{\Delta \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sin^2 \phi_i}{r_i \cdot E \cdot t} \\
A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+4]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = \frac{\Delta \cdot \cos \phi_i}{r_i} - \frac{\kappa_i \cdot \sin \phi_i}{r_i} \\
A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+5]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = -\frac{\nu}{r_i^2} \cdot \sin \phi_i \\
A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+6]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 1 \\
A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+7]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = 0
\end{aligned} \tag{4.20}$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+8]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+8]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+9]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+9]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+10]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+10]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+11]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+11]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+12]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+12]}} = -1$$

Tepe noktasına uygulanan P kuvvetinin verilir, kesit etkilerinin bulunmaya çalışılması durumunda, P - v_n eğrisinin türevinin sıfır olduğu yerde yakınsama problemi yaşandığından, tepe noktasındaki çökme v_n 'nin verilir diğer kesit etkilerinin ve P 'nin hesaplanması yoluna gidilmiştir. v_n 'nin sıfır olması durumunda bütün kesit etkileri ve dış kuvvet P sıfır olmaktadır. v_n 'ye küçük bir artım verildiğinde v_n 'nin bir önceki değerine karşı gelen çözüm vektörü $\{y\} = 0$ 'ın ilk tahmin olarak kullanılabileceği görülmüştür. Bu şekilde Newton-Raphson yöntemi ile ardışık yaklaşım yapılarak, v_n 'nin ilgili değerine karşı gelen çözüm vektörüne yakınsama sağlanabilmiştir. Benzer şekilde, v_n 'nin sonraki artımlarına karşı gelen çözümlerin elde edilmesi sırasında, v_n 'nin bir önceki değerine karşı gelen çözüm vektörü ilk tahmin olarak kullanılmıştır. Bu yaklaşım v_n 'nin istenen bütün değerleri için tekrarlanabilmektedir. Çözüm vektöründe yer almayan dış kuvvet P , tüm kabuğun düşey denge denklemi,

$$P = -V_1 \cdot \sin \phi_m \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \quad (4.21)$$

hesaplanabilmektedir. Burada R küresel kabuğun yarıçapını, ϕ_m ise mesnetteki meridyonel açıyı göstermektedir.

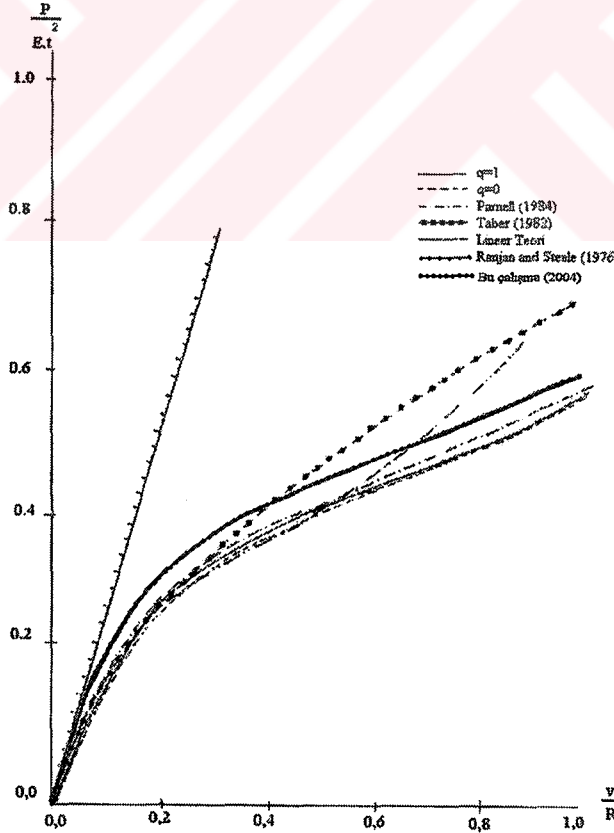
5. SAYISAL UYGULAMALAR

Tekil yük etkisindeki küresel kabuklarda, uygulanan tekil kuvvetin tepe noktasındaki çökmeye göre değişimi, çeşitli mesnet tipleri ve çeşitli kabuk yükseklikleri için sayısal olarak hesaplanmıştır. İlgili sayısal hesap, Fortran 90 yazılım diliyle yapılmıştır. Taber (1982)'de verilen deneysel sonuçlar ve Erdölen (1998)'in sayısal sonuçları ile karşılaştırabilmek için ilgili kaynakta verilen,

$$R = 26,3mm \quad t = 4.4mm \quad E = 4.0N/mm^2 \quad \nu = 0.5 \quad (5.1)$$

değerleri kullanılmıştır. Burada; E kullanılan malzemenin elastisite modülünü, ν kullanılan malzemenin Poisson oranını göstermektedir.

$\phi_m = \frac{\pi}{2}$, ankastre mesnetli küresel kabuk için, elde edilen eğri, Parnell (1984)'in integrasyon matrisi yöntemiyle bulduğu sonuçlar, Taber (1982)'in deneysel çalışma sonrasında bulduğu sonuçlar, Erdölen (1998)'in iki farklı kabuk teorisine göre bulduğu sonuçlar, Ranjan ve Steele (1977)'in yaklaşık analitik çözüm yöntemi uygulayarak elde ettiği sonuçlarla karşılaştırılmıştır (Şekil 5.1).

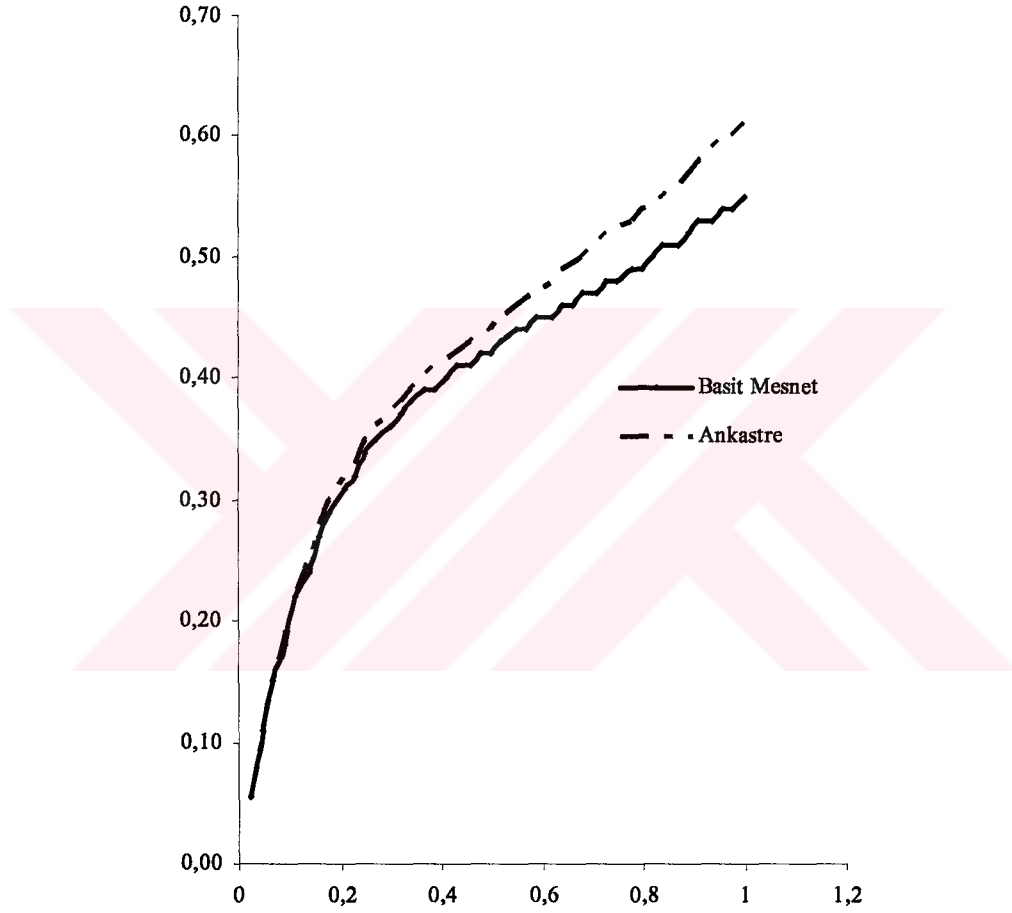


Şekil 5.1 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnetli kabuk için karşılaştırmalı kuvvet-çökme eğrileri

Mesnetteki açı Φ_m , küresel kabuğun derinliği ile ilgili bir parametre olmaktadır. $\phi_m = \frac{\pi}{2}$,

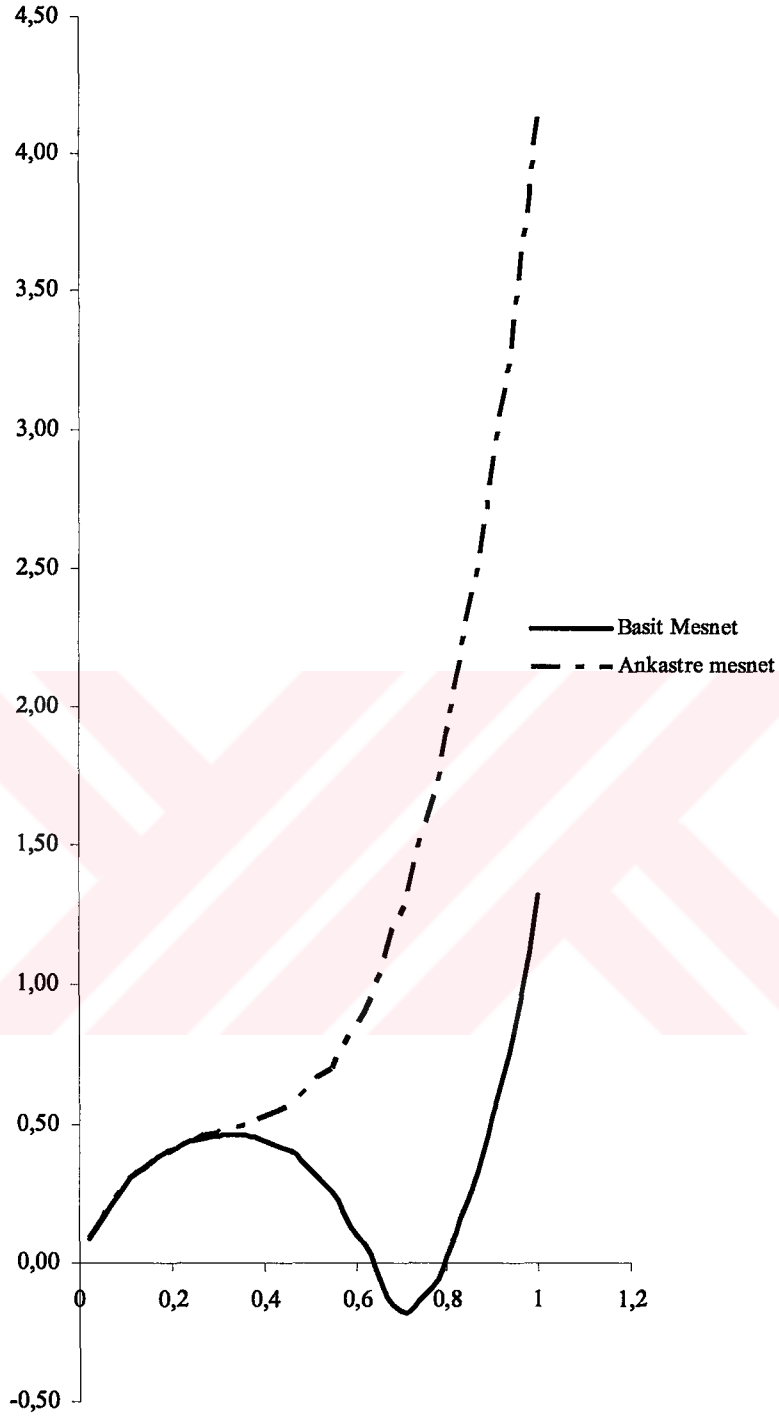
$\phi_m = \frac{\pi}{4}$, $\phi_m = \frac{\pi}{8}$ değerleri ile derin kabuktan sığ kabuğa doğru ilgili hesaplar ankastre

mesnet ve sabit mesnet için ayrı ayrı yapılmıştır. Şekil 5.2 - 5.3 - 5.4'de bu hesaplara karşı gelen, tekil kuvvet – tepe noktasındaki çökme eğrileri görülmektedir.



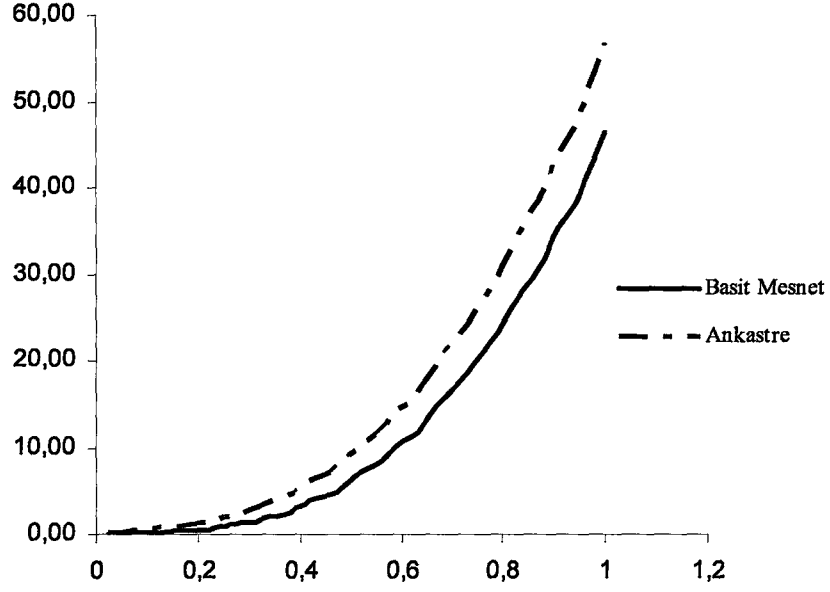
Şekil 5.2 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ değerli, basit ve ankastre mesnetli kabuk için, tekil kuvvetin tepe

noktasındaki çökmeye göre değişimi $(\frac{P}{Et^2} \propto \frac{v_n}{R})$.



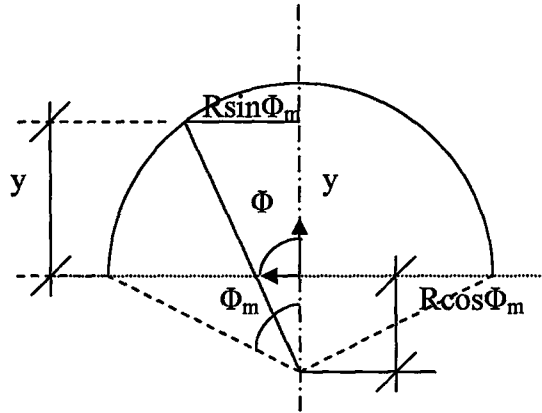
Şekil 5.3 $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ değerli, basit ve ankastre mesnetli kabuk için, tekil kuvvetin tepe

noktasındaki çökmeye göre değişimi $(\frac{P}{Et^2} \propto \frac{v_n}{R})$.

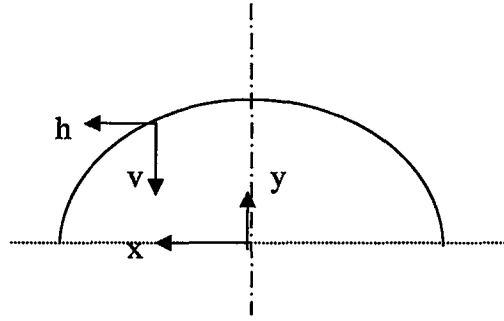


Şekil 5.4 $\phi_m = \frac{\pi}{8}$ değerli, basit ve ankastre mesnetli kabuk için, tekil kuvvetin tepe noktasındaki çökmeye göre değişimi $(\frac{P}{Et^2} \propto \frac{v_n}{R})$.

Şekil değişimi öncesi ve sonrası için kabuk geometrileri Şekil 5.5 ve Şekil 5.6'de gösterilmektedir.



Şekil 5.5 Şekil Değişimi Öncesi Kabuk Geometrisi



Şekil 5.6 Şekil Değişimi Sonrası Kabuk Geometrisi

Şekil 5.4'deki geometrik ifadelerden faydalanılarak,

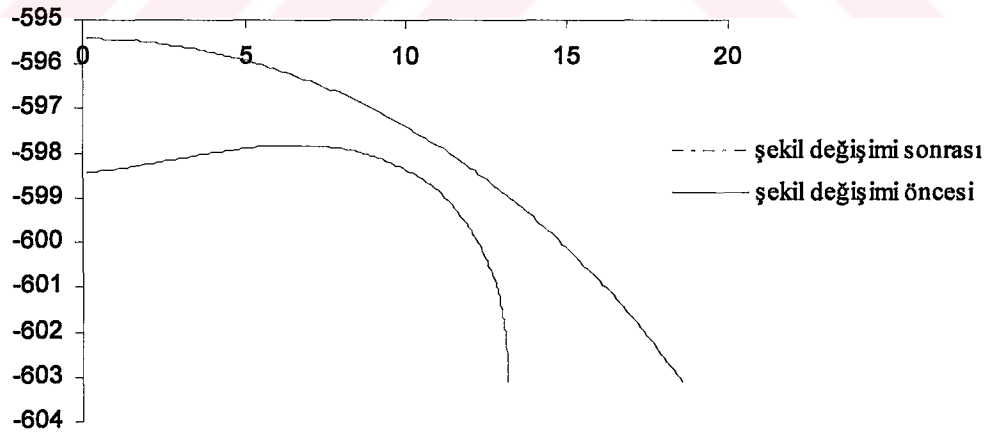
$$\begin{aligned} x &= R \sin \phi \\ y &= R \cos \phi - R \cos \phi_m = R(\cos \phi - \cos \phi_m) \end{aligned} \quad (5.2)$$

trigonometrik denklemleri yazılmaktadır. Şekil değişimi sonrası kabuk geometrisi için de,

$$\begin{aligned} x &= R \sin \phi + h \\ y &= R(\cos \phi - \cos \phi_m) - v \end{aligned} \quad (5.3)$$

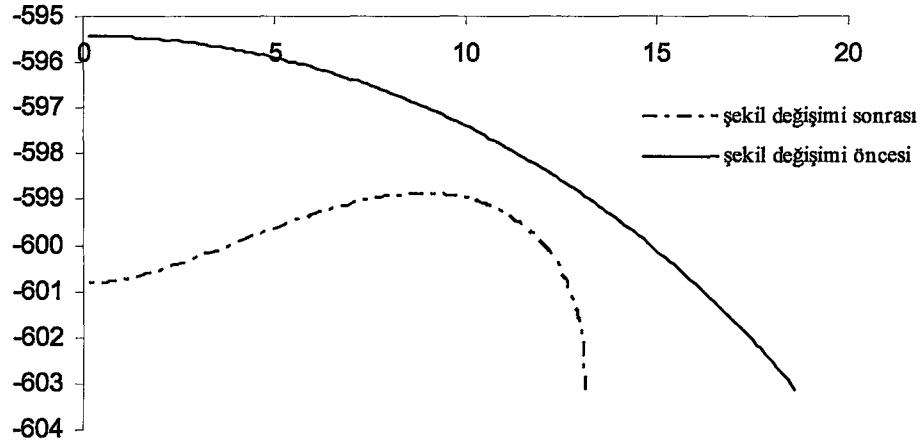
denklemleri yazılabilir.

Şekil 5.6-5.13, $\phi_m = \frac{\pi}{4}$ basit mesnetli kabuk için, şekil değiştirmemiş kabuk geometrisi ve şekil değiştirmiş kabuk geometrileri gösterilmektedir.



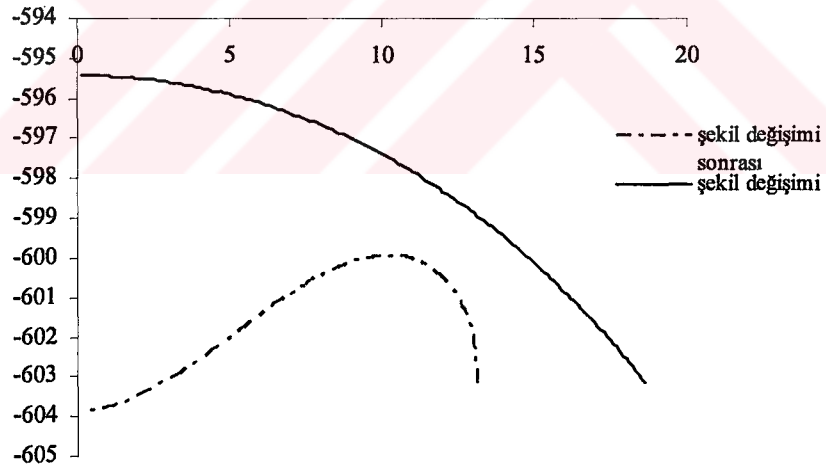
Şekil 5.7 Şekil değişimi öncesinde ve sonrasında küresel kabuğun geometrisi

$$\left(\phi_m = \frac{\pi}{4} \text{ ve } \frac{v_n}{R} = 0.1 \right)$$



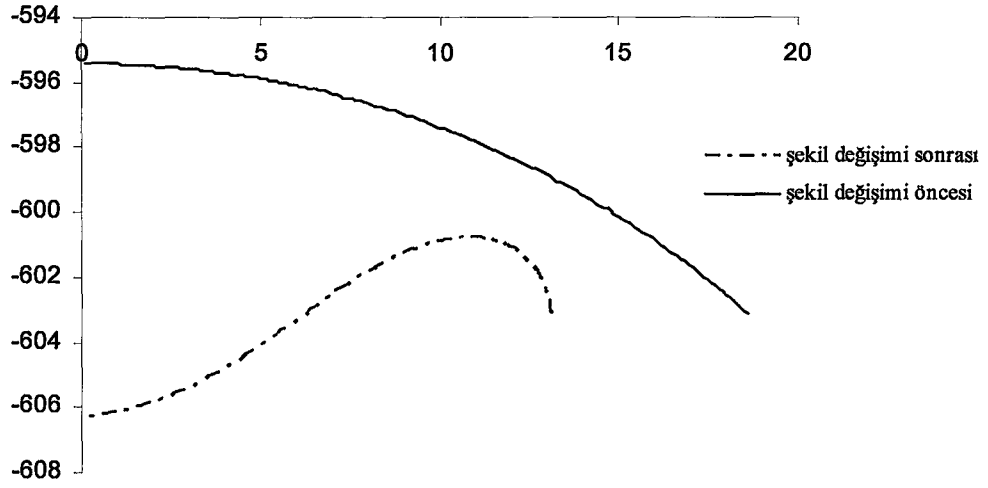
Şekil 5.8 Şekil değişimi öncesinde ve sonrasında küresel kabuğun geometrisi

$$\left(\phi_m = \frac{\pi}{4} \text{ ve } \frac{\nu_n}{R} = 0.2\right)$$



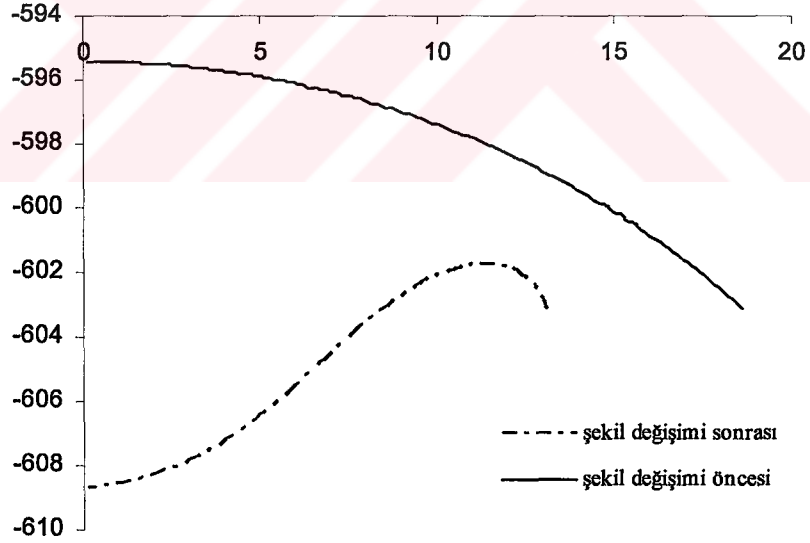
Şekil 5.9 Şekil değişimi öncesinde ve sonrasında küresel kabuğun geometrisi

$$\left(\phi_m = \frac{\pi}{4} \text{ ve } \frac{\nu_n}{R} = 0.3\right)$$



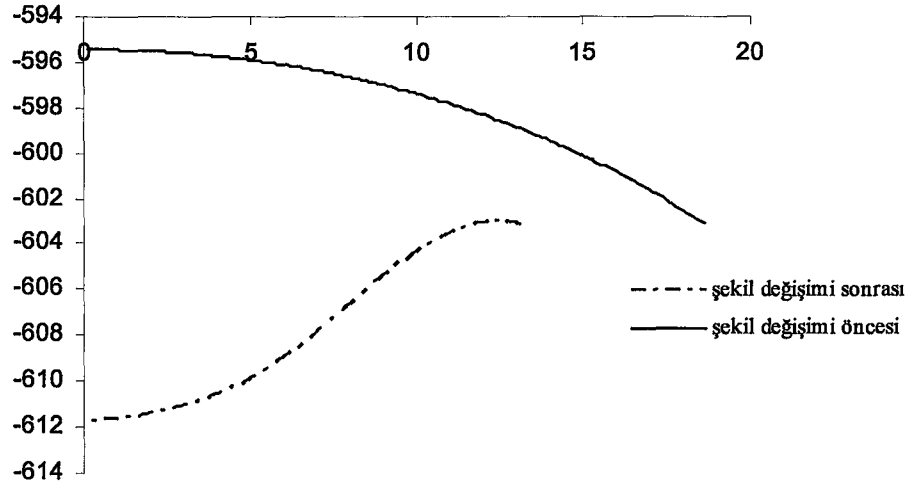
şekil 5.10 şekil değişimi öncesinde ve sonrasında küresel kabuğun geometrisi

$$\left(\phi_m = \frac{\pi}{4} \text{ ve } \frac{\nu_n}{R} = 0.4\right)$$



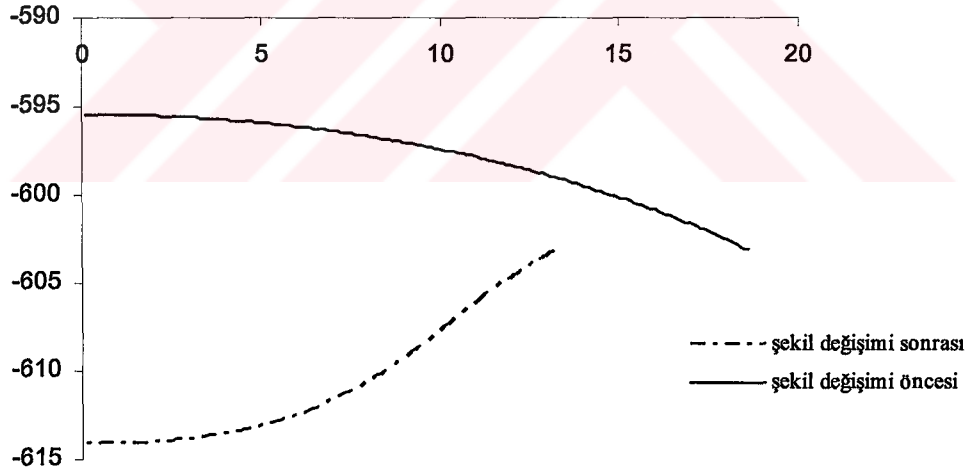
şekil 5.11 şekil değişimi öncesinde ve sonrasında küresel kabuğun geometrisi

$$\left(\phi_m = \frac{\pi}{4} \text{ ve } \frac{\nu_n}{R} = 0.5\right)$$



Şekil 5.12 Şekil değişimi öncesinde ve sonrasında küresel kabuğun geometrisi

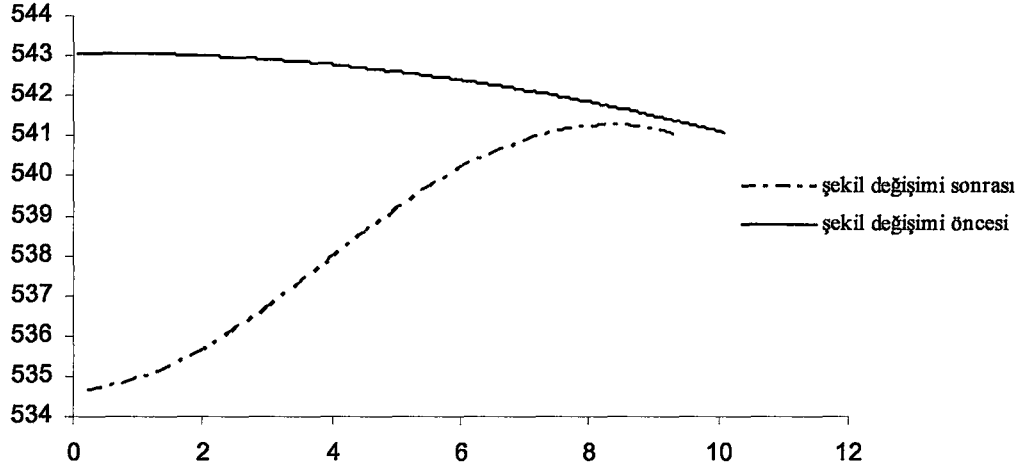
$$\left(\phi_m = \frac{\pi}{4} \text{ ve } \frac{\nu_n}{R} = 0.6\right)$$



Şekil 5.13 Şekil değişimi öncesinde ve sonrasında küresel kabuğun geometrisi

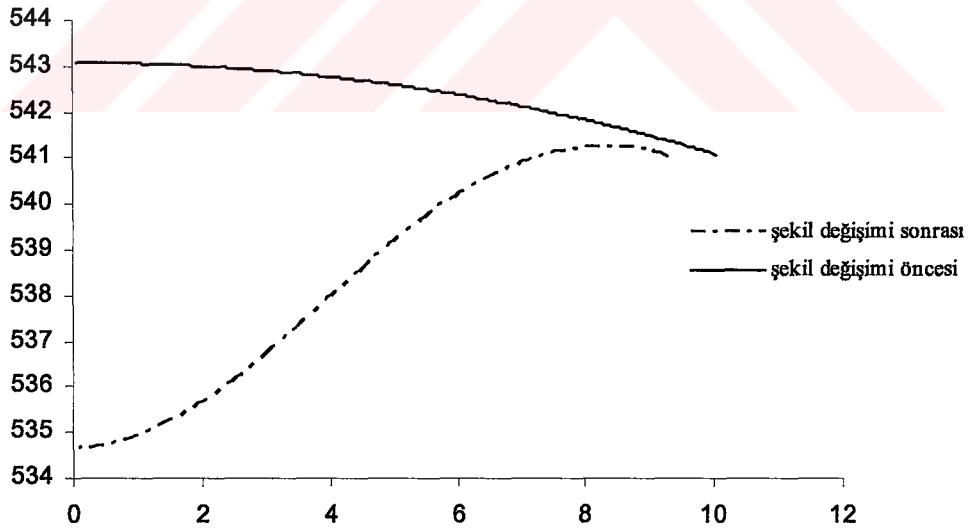
$$\left(\phi_m = \frac{\pi}{4} \text{ ve } \frac{\nu_n}{R} = 0.7\right)$$

Şekil 5.14-5.16, $\phi_m = \frac{\pi}{8}$ basit mesnetli kabuk için, şekil değiştirmemiş kabuk geometrisi ve şekil değiştirmiş kabuk geometrileri gösterilmektedir :



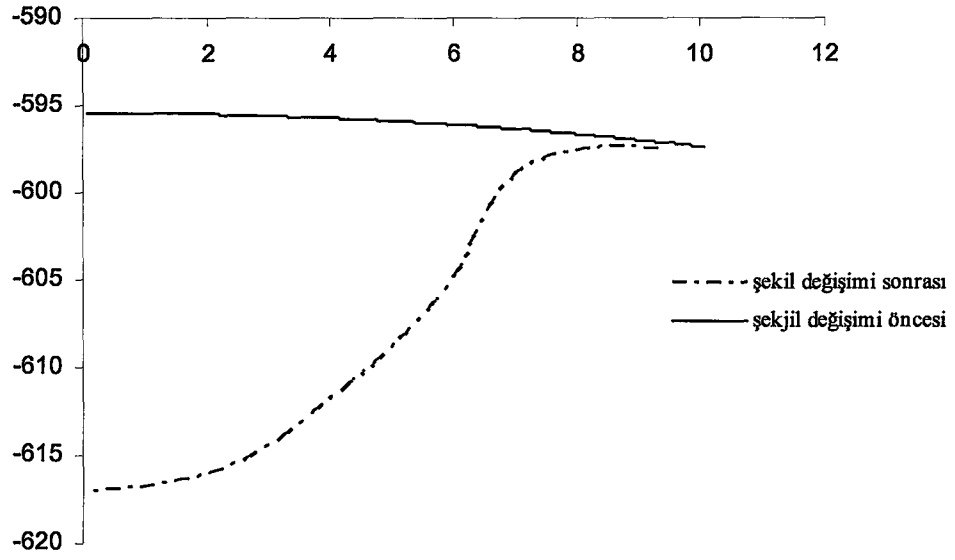
Şekil 5.14 Şekil değişimi öncesinde ve sonrasında küresel kabuğun geometrisi

$$\left(\phi_m = \frac{\pi}{8} \text{ ve } \frac{v_n}{R} = 0.3\right)$$



Şekil 5.15 Şekil değişimi öncesinde ve sonrasında küresel kabuğun geometrisi

$$\left(\phi_m = \frac{\pi}{8} \text{ ve } \frac{v_n}{R} = 0.6\right)$$



Şekil 5.16 Şekil değişimi öncesinde ve sonrasında küresel kabuğun geometrisi

$$(\phi_m = \frac{\pi}{8} \text{ ve } \frac{v_n}{R} = 0.8)$$

6. GENEL DEĞERLENDİRME

Çeşitli derinliklere ve iki tip mesnete sahip küresel kabuklara uygulanan bir tekil kuvvet dolayısıyla, tepe noktasındaki çökmenin uygulanan tekil kuvvete göre değişimi sayısal olarak hesaplanmış ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir :

(i) $\phi_m = \frac{\pi}{2}$, ankastre mesnet için bu çalışmada elde edilen boyutsuz kuvvet-tepe noktasındaki boyutsuz çökme eğrisinin, Parnell (1984)'in integrasyon matrisi yöntemiyle bulunduğu sonuçlara, Taber (1982)'nin deneysel çalışma sonrasında bulunduğu sonuçlara, Erdölen (1998)'in iki farklı kabuk teorisine göre bulunduğu sonuçlara, Ranjan ve Steele (1977)'in yaklaşık analitik çözüm yöntemini uyguladıkları çalışma sonucuna yakın sonuçlar verdiği görülmüştür.

(ii) Basit mesnetli küresel kabuklarda, ankastre mesnetli küresel kabuklara göre (aynı P değerine karşı gelen) daha büyük yerdeğiştirmeler olmaktadır.

(iii) v_n 'nin seçilen aralığında kabuk derinliği azaldıkça (Φ_m küçüldükçe) davranış değişmektedir. Örneğin; $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ 'de vurgu tipi bir burkulma görülmemektedir, ancak

$\phi_m = \frac{\pi}{4}$, basit mesnetli kabukta vurgu tipi stabilite problemi gözlenmektedir.

KAYNAKLAR

Brodland, G. W. ve Cohen, H., (1987), "Deflection and Snapping of Spherical Shells", Journal of Solid Structures, Vol.23, No.10, 10, pp.1341-1356, Great Britain

Cagan, J. ve Taber, L. A., (1986), "Large Deflection Stability of Spherical Shells with Ring Loads", Journal of Applied Mechanics, Vol. 53 / 897, Rochester, NY

Çağal, B., (1989), "Sayısal Analiz", Birsen Yayınevi, İstanbul

Elam, K., (1999), "İnce Dönel Kabukların Sonlu Farklar Yöntemi ile Statik Analizi", Y.T.Ü. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul

Erdölen, A., (1998), "Sonlu Şekil Değişirme ve Sonlu Dönme Yapan Yüzeysel Taşıyıcı Sistemlerin Teorik ve Sayısal Analizi", Y.T.Ü. Doktora Tezi, İstanbul

Girkmann, K., (1965), "Yüzeysel Taşıyıcı Sistemler – Levhaların, Plakların, Kabukların ve Düzlem Elemanlı Kabukların Elastostatığına Giriş", İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul

İnan, M., (1967), "Cisimlerin Mukavemeti", İ.T.Ü. Vakfı Yayınları, İstanbul

Özden, K. ve Bilge, M., (1966), "Küresel Kabuğa ait Umumi Münasebetler ve Betonarme bir Kubbenin Teşkil ve Hesabı", İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul

Parnell, T.K., (1984), "Numerical Improvement of Asymptotic Solutions and Nonlinear Shell Analysis", Stanford University

Strauss, W.A., (1992), "Partial Differential Equations", Jon Wiley & Sons, New York

EK.1

```

dimension a(896,896),b(896),y(896)
double precision a,b,y,vn,dvn,po,r,e,t,c,p2,po2,ri,f,t3,ep1
&,dc2,ds2,d,pi,dl,dc,ds,rk,rn,eps,p,hvn,hhn,hmn,hm,hh,hv,bc,ft
data nn,vn,dvn,po,r,e,t,c,ft/150,0.d0,0.6d0,0.5d0,26.3d0,4.d0,
&4.4d0,1.47d0,1.57d0/
open (6,file='yeniyorumson2')
po2=1.d0-po*po
n=6*nn-4
rn=nn
pi=4.d0*datan(1.d0)
ft=pi/2.d0
d=-ft*r/(rn-1.d0)
dl=ft/(rn-1.d0)
write(6,348)nn,n
348 format(2x,'nokta sayısı=',i3,1x,'Bilinmeyen sayısı=',i4)
ep1=0.d0
p2=pi+pi
t3=t*t*t
do 12 i=1,n
12 y(i)=0.d0
15 vn=vn+dvn
111 kk=0
10 kk=kk+1
if(kk.ge.20)go to 16
do 122 i=1,n
do 122 j=1,n
122 a(i,j)=0.d0
a(1,1)=1.d0
a(2,5)=1.d0
a(3,6)=1.d0
do 13 i=1,nn-2
ri=i-1
f=ft-ri*dl
ds=dsin(f)
dc=dcos(f)
rk=r*ds
dc2=dc*dc
ds2=ds*ds
k=6*(i-1)+3
b(k+1)=-((d*po*dc/rk+1.d0-d*dc/rk)*(y(k-2))+y(k+4))-d*ds*(y(k-1))+
&d*dc*(y(k))-d*e*t3*dc2*(y(k+1))/(12.d0*rk*rk)-d*(y(k+1))*(dc*y(k-1)
&)+ds*(y(k)))
b(k+2)=-((d*po*dc/rk+1.d0-d*dc/rk)*(y(k-1))+y(k+5))-d*po*ds*(y(k))
&/rk-e*d*t*(y(k+2))/(rk*rk)
b(k+3)=y(k+6)-(1.d0-d*dc/rk)*(y(k))
b(k+4)=-d*(y(k-2))/(e*t*c*c)+(y(k+1))*((po*d*dc/rk)-1.d0)+

```

$$\begin{aligned}
& \&(y(k+7)) \\
& b(k+5)=-po2*d*dc2*(y(k-1))/(e*t)-po2*ds*dc*(y(k))*d/(e*t) \\
& \&+ds*d*(y(k+1))+y(k+2))*((po*dc*d/rk)-1.d0)+y(k+8))+y(k+1)) \\
& \&*(y(k+1))*dc*d/2.d0 \\
& b(k+6)=-po2*ds*dc*d*(y(k-1))/(e*t)-po2*ds2*d*(y(k))/(e*t) \\
& \&-dc*(y(k+1))*d+po*ds*d*(y(k+2))/rk+(y(k+1))*y(k+1))*ds*d/2.d0- \\
& \&(y(k+3))+y(k+9)) \\
& a(k+1,k-2)=d*dc*(po-1.d0)/rk+1.d0 \\
& a(k+1,k-1)=d*ds+d*dc*(y(k+1)) \\
& a(k+1,k)=-d*dc+d*ds*(y(k+1)) \\
& a(k+1,k+1)=d*e*t3*dc2/(12.d0*rk*rk)+d*dc*(y(k-1))+d*ds*(y(k)) \\
& a(k+1,k+4)=-1.d0 \\
& a(k+2,k-1)=d*dc*(po-1.d0)/rk+1.d0 \\
& a(k+2,k)=d*po*ds/rk \\
& a(k+2,k+2)=d*e*t/(rk*rk) \\
& a(k+2,k+5)=-1.d0 \\
& a(k+3,k)=1.d0-d*dc/rk \\
& a(k+3,k+6)=-1.d0 \\
& a(k+4,k-2)=d/(e*t*c*c) \\
& a(k+4,k+1)=1.d0-(po*dc*d)/rk \\
& a(k+4,k+7)=-1.d0 \\
& a(k+5,k-1)=po2*d*dc2/(e*t) \\
& a(k+5,k)=d*po2*ds*dc/(e*t) \\
& a(k+5,k+1)=-ds*d-(y(k+1))*dc*d \\
& a(k+5,k+2)=-((po*dc*d/rk)+1.d0) \\
& a(k+5,k+8)=-1.d0 \\
& a(k+6,k-1)=po2*ds*dc*d/(e*t) \\
& a(k+6,k)=d*po2*ds2/(e*t) \\
& a(k+6,k+1)=dc*d-(y(k+1))*ds*d \\
& a(k+6,k+2)=-po*ds*d/rk \\
& a(k+6,k+3)=1.d0 \\
13 \quad a(k+6,k+9)=-1.d0 \\
& f=ft-dl*(rn-2.d0) \\
& ds=dsin(f) \\
& ds2=ds*ds \\
& dc=dcos(f) \\
& rk=r*ds \\
& dc2=dc*dc \\
& b(n-4)=-((d*po*dc/rk+1.d0-d*dc/rk)*(y(n-7))+y(n-1))-d*ds*(y(n-6))+ \\
& \&d*dc*(y(n-5))-d*e*t3*dc2*(y(n-4))/(12.d0*rk*rk)-d*(y(n-4))*(dc*y(n \\
& \&-6)+ds*(y(n-5))) \\
& b(n-3)=-((d*po*dc/rk+1.d0-d*dc/rk)*(y(n-6))+y(n))-d*po*ds*(y(n-5)) \\
& \&/rk-e*d*t*(y(n-3))/(rk*rk) \\
& b(n-2)=-d*(y(n-7))/(e*t*c*c)+y(n-4))*((po*d*dc/rk)-1.d0) \\
& b(n-1)=-po2*d*dc2*(y(n-6))/(e*t)-po2*ds*dc*(y(n-5))*d/(e*t) \\
& \&+ds*d*(y(n-4))+y(n-3))*((po*dc*d/rk)-1.d0)+y(n-4))*y(n-4))*dc*d \\
& \&/2.d0 \\
& b(n)=-po2*ds*dc*d*(y(n-6))/(e*t)-po2*ds2*d*(y(n-5))/(e*t)-dc*(y(n- \\
& \&4))*d+po*ds*d*(y(n-3))/rk+(y(n-4))*y(n-4))*ds*d/2.d0-(y(n-2))+vn
\end{aligned}$$

```

a(n-4,n-7)=d*dc*(po-1.d0)/rk+1.d0
a(n-4,n-6)=d*ds+d*dc*(y(n-4))
a(n-4,n-5)=-d*dc+d*ds*(y(n-4))
a(n-4,n-4)=d*e*t3*dc2/(12.d0*rk*rk)+d*dc*(y(n-6))+d*ds*(y(n-5))
a(n-4,n-1)=-1.d0
a(n-3,n-6)=d*dc*(po-1.d0)/rk+1.d0
a(n-3,n-5)=d*po*ds/rk
a(n-3,n-3)=d*e*t/(rk*rk)
a(n-3,n)=-1.d0
a(n-2,n-7)=d/(e*t*c*c)
a(n-2,n-4)=1.d0-(po*dc*d)/rk
a(n-1,n-6)=po2*d*dc2/(e*t)
a(n-1,n-5)=d*po2*ds*dc/(e*t)
a(n-1,n-4)=-ds*d-((y(n-4))*dc*d)
a(n-1,n-3)=-((po*dc*d)/rk)+1.d0
a(n,n-6)=po2*ds*dc*d/(e*t)
a(n,n-5)=d*po2*ds2/(e*t)
a(n,n-4)=dc*d-(y(n-4))*ds*d
a(n,n-3)=-po*ds*d/rk
a(n,n-2)=1.d0
call dgelg (b,a,n,1,0.0001d0,ier)
do 25 i=1,n
25  y(i)=y(i)+b(i)
    p=-p2*r*(dsin(ft))*(y(3))/(e*t*t)
    bc=vn/r
101  write (6,14)bc,p,kk
14   format(1x,'b.çökme=',d15.7,1x,'bp=',d15.5,1x,'kk=',i2)
100  hvn=0.d0
    hhn=0.d0
    hmn=0.d0
    do 26 i=1,n-10,6
    hm=(y(i))*(y(i+3))
    hmn=hmn+hm
    hh=(y(i+1))*(y(i+4))
    hhn=hhn+hh
    hv=(y(i+2))*(y(i+5))
26   hvn=hvn+hv
    ep=dabs(hmn)+dabs(hhn)+dabs(hvn)+dabs(p*vn*e*t*t)
    if(kk-1)41,41,42
41   ep1=ep
    go to 10
42   ep2=dabs((ep1-ep)/ep)
    ep1=ep
    if(ep2-0.0001d0)11,11,10
11   if(vn-52.6d0)15,16,16
16   stop
    end
    subroutine dgelg(r,a,m,n,eps,ier)
    dimension a(1),r(1)

```

```

double precision r,a,piv,tb,tol,pivi,eps
if(m)23,23,1
1  ier=0
   piv=0.d0
   mm=m*m
   nm=n*m
   do 3 l=1,mm
     tb=dabs(a(l))
     if(tb-piv)3,3,2
2    piv=tb
   i=1
3   continue
   tol=eps*piv
   lst=1
   do 17 k=1,m
     if(piv)23,23,4
4    if(ier)7,5,7
5    if(piv-tol)6,6,7
6    ier=k-1
7    pivi=1.d0/a(i)
     j=(i-1)/m
     i=i-j*m-k
     j=j+1-k
     do 8 l=k,nm,m
       ll=l+i
       tb=pivi*r(ll)
       r(ll)=r(l)
8      r(l)=tb
       if(k-m)9,18,18
9      lend=lst+m-k
       if(j)12,12,10
10     ii=j*m
       do 11 l=lst,lend
         tb=a(l)
         ll=l+ii
         a(l)=a(ll)
11     a(ll)=tb
12     do 13 l=lst,mm,m
       ll=l+i
       tb=pivi*a(ll)
       a(ll)=a(l)
13     a(l)=tb
       a(lst)=j
       piv=0.d0
       lst=lst+1
       j=0
       do 16 ii=lst,lend
         pivi=-a(ii)
         ist=ii+m

```

```

    j=j+1
    do 15 l=ist,mm,m
      ll=l-j
      a(l)=a(l)+pivi*a(ll)
      tb=dabs(a(l))
      if(tb-piv)15,15,14
14    piv=tb
      i=l
15    continue
      do 16 l=k,nm,m
        ll=l+j
16    r(ll)=r(ll)+pivi*r(l)
17    lst=lst+m
18    if(m-1)23,22,19
19    ist=mm+m
      lst=m+1
      do 21 i=2,m
        ii=lst-i
        ist=ist-lst
        l=ist-m
        l=a(l)+.5d0
        do 21 j=ii,nm,m
          tb=r(j)
          ll=j
          do 20 k=ist,mm,m
            ll=ll+1
20    tb=tb-a(k)*r(ll)
            k=j+1
            r(j)=r(k)
21    r(k)=tb
22    return
23    ier=-1
      return
    end

```

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 23.01.1978

Doğum yeri İstanbul

Lise 1989 – 1996 Beşiktaş Atatürk Anadolu Lisesi

Lisans 1997 – 2002 Y.T.Ü – İnşaat Fakültesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2002 - Y.T.Ü - Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Mekanik Programı

Çalıştığı Kurum

2003 – Devam ediyor Y.T.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü Araştırma Görevlisi

