

47000



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**TEK AÇIKLIKLI KİRİŞLİ KÖPRÜLERDE YÜK
DAĞILIMININ ÇEŞİTLİ YÖNTEMLERLE
BULUNUP KARŞILAŞTIRILMASI**

İnş. Müh. Mustafa KARACA

F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Programı'nda
hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof. Naci YÜCEFER

İSTANBUL, 1995

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
SEMBOL LİSTESİ.....	iv
ŞEKİL LİSTESİ.....	vi
TABLO LİSTESİ.....	vii
TEŞEKKÜR.....	viii
ÖZET.....	ix
ABSTRACT.....	x
1. İNCE CİDARLI KESİTLERDE BURULMA TEORİSİ.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Önşartlar.....	1
1.3. St. Venant Burulması (Primer Burulma), M_T	2
1.4. Kesit Çarpılması ve Boylama Deplasmanları.....	3
1.5. Asal Birim Çarpımların Bulunuşu.....	5
1.6. Normal Gerilmeler, σ_x	6
1.7. Kesit Tesirlerinin Tanımı.....	6
1.7.1. Normal Kuvvet.....	7
1.7.2. Eğilme Momentleri.....	7
1.8. Bimoment.....	9
1.9. Burulmadan İleri Gelen Normal Gerilmelerin Bulunması.....	10
1.10. Kayma Merkezi.....	11
1.11. Çarpılma (Sekonder) Burulması, M_T	12
1.12. Burulma Diferansiyel Denklemi.....	13
1.13. Sonuçlar.....	15
2. KİRİŞLİ KÖPRÜLERDE YÜK DAĞITIMININ BURULMA TEORİSİ	
YARDIMIYLA BULUNMASI.....	16
2.1. Giriş.....	16
2.2. Ana Unsurlar.....	16
2.3. Yük Dağıtımını İçin Kullanılan Temel Sistem.....	17
2.4. Eksantrik Olmayan (Eksenel) Yüklerin Anakirişlere Dağıtılması.....	18

2.5. Eksantrik Yüklerin Anakirişlere Dağıtılması	18
2.6. Çarpılma Normal Gerilmelerinin Oluşturduğu Fiktif Eğilme Momentleri.....	20
2.7. Fiktif Momentleri Oluşturan, İkinci Adımdaki Dağıtılmış Yüklerin Bulunuşu	21
3. COURBON YÖNTEMİ VE YÜK DAĞITIMI	23
3.1. Önşartlar.....	23
3.2. Çözüm Yöntemi	23
4. TEK AÇIKLIKLI KİRİŞLİ KÖPRÜLERDE GUYON-MASSONNET HESAP METODU VE YÜK DAĞITIMININ BULUNMASI.....	26
4.1. Giriş	26
4.2. Guyon-Massonnet Metodunun Esas Prensipleri.....	26
4.3. Guyon Massonnet Metodu İle Yük Dağıtım Katsayılarının (K) Bulunması.....	29
4.4. Tek Açıklıklı Anakiriş Atalet Momentleri Eşit Izgara Sistemler İçin Guyon-Massonnet Metodu Hesap Özeti.....	30
4.5. Guyon-Massonnet Metodu İle Kenar Anakiriş Atalet Momentleri İç Kirişlerden Farklı Izgara Sistemlerin İncelenmesi (Sattler Metodu).....	32
4.5.1. Ana Unsurlar	32
4.5.2. Çözüm Yöntemi	32
4.5.3. Herhangi Bir F Kuvvetinin Anakirişlere Dağıtılması	40
5. SAYISAL ÖRNEKLER	41
5.1. Altı Anakirişli, Tek Açıklıklı, Anakiriş Atalet Momentleri Eşit Köprü Sisteminde Yük Dağıtımının Bulunması	41
5.1.1. Burulma Teorisine Göre Yük Dağıtımı.....	41
5.1.2. Courbon Yöntemine Göre Yük Dağıtımı.....	59
5.1.3. Guyon-Massonnet Metoduna Göre Yük Dağıtımı	61
5.1.4. Sonuçların Karşılaştırılması	65
5.2. Beş Anakirişli, Tek Açıklıklı, Kenar Anakiriş Atalet Momentleri, İç Anakiriş Atalet Momentlerinden Farklı Köprü Sisteminde Yük Dağıtımının Bulunması	66
5.2.1. Burulma Teorisine Göre Yük Dağıtımı.....	67
5.2.2. Courbon Yöntemine Göre Yük Dağıtımı.....	85

5.2.3. Guyon-Massonnet Abakları ile Kenar Anakiriş Atalet Momentleri İç Kirişlerinkinden Farklı Izgara Sisteminde Yük Dağıtımının Bulunması (Sattler Metodu).....	86
5.2.4. Sonuçların Karşılaştırılması	99
SONUÇLAR VE ÖNERİLER	101
KAYNAKLAR	103
EKLER	104
ÖZGEÇMİŞ	



SEMBOL LİSTESİ

$A \text{ (cm}^2\text{)}$: Kesit alanı
$E \text{ (N/cm}^2\text{)}$: Elastiklik modülü
$F \text{ (KN)}$: Sisteme etkiyen kuvvet
$G \text{ (N/cm}^2\text{)}$: Kayma modülü
$N \text{ (KN)}$: Normal kuvvet
$L \text{ (m)}$: Anakiriş açıklığı
$V \text{ (cm)}$: Teğetsel yöndeki deplasman
$W \text{ (cm)}$: Boylama yöndeki deplasman
$J_p \text{ (cm}^4\text{)}$: Anakiriş atalet momenti
$J_q \text{ (cm}^4\text{)}$: Enleme kiriş atalet momenti
$J_r \text{ (cm}^4\text{)}$: Kenar anakiriş atalet momenti
$J_m \text{ (cm}^4\text{)}$: İç anakiriş atalet momenti
$J_T \text{ (cm}^4\text{)}$: Burulma atalet momenti
K_0	: $\alpha=0$ için yük dağıtma katsayısı
K_1	: $\alpha=1$ için yük dağıtma katsayısı
K_α	: Herhangi bir α değeri için yük dağıtma katsayısı
$M_i \text{ (N.cm)}$: Kesite etkiyen fiktif eğilme momenti
$M_T \text{ (N.cm)}$: St. Venant burulması
$M_x \text{ (N.cm)}$: x eksenine göre eğilme momenti
$M_y \text{ (N.cm)}$: y eksenine göre eğilme momenti
$M_\omega \text{ (N.cm}^2\text{)}$: Bimoment
$M_\tau \text{ (N.cm)}$: Çarpılma burulma momenti
$S_y \text{ (cm}^3\text{)}$: y eksenine göre statik moment
$S_z \text{ (cm}^3\text{)}$: z eksenine göre statik moment
$\sigma_x \text{ (N/cm}^2\text{)}$: Normal gerilme
Δ_i	: Yük eksantriklik katsayısı
$J_{dp} \text{ (cm}^4\text{)}$: Anakiriş burulma atalet momenti
$J_{dq} \text{ (cm}^4\text{)}$: Enleme kiriş burulma atalet momenti
$J_{yy} \text{ (cm}^4\text{)}$: y eksenine göre atalet momenti
$J_{zz} \text{ (cm}^4\text{)}$: z eksenine göre atalet momenti
$J_{y\omega_s} \text{ (cm}^5\text{)}$: Sektörel deviasyon momenti
$J_{z\omega_s} \text{ (cm}^5\text{)}$: Sektörel deviasyon momenti
$J_{y\omega_m} \text{ (cm}^5\text{)}$: Sektörel deviasyon momenti

$J_{z\omega_m}$ (cm ⁵)	: Sektörel deviasyon momenti
$J_{\omega_m\omega_m}$ (cm ⁶)	: Çarpılma atalet momenti
$M_{T\Sigma Dış}$ (Ncm)	: Dış burulma momenti
S_{ω_m} (cm ⁴)	: Çarpılma alanı
$\sigma_{x\omega}$ (N/cm ²)	: Burulmadan ileri gelen ilave normal gerilme
$\tau_{x\omega}$ (N/cm ²)	: Burulmadan ileri gelen ilave kayma gerilmesi
b (m)	: Köprü sisteminin yeri genişliği
e (m)	: Eksantriklik
n	: Anakiriş sayısı
p (m)	: Anakiriş aralığı
q (m)	: Enleme aralığı
r	: Anakiriş atalet momentleri oranı
t (cm)	: Cidar kalınlığı
φ (rad)	: Birim dönme açısı
α	: Burulma parametresi
θ	: Izgara parametresi
b_i, t_i (cm)	: İnce cidarlı kesit boyutları
y_m (cm)	: Kayma merkezi y ordinatı
z_m (cm)	: Kayma merkezi z ordinatı
ω_s (cm ²)	: Ağırlık merkezine göre asal birim çarpımlar
ω_m (cm ²)	: Kayma merkezine göre asal birim çarpımlar
η_k	: Tesir çizgisi ordinatı
k_{iJ}	: $J_r=J_m$ için enine yük dağıtma tesir hattı ordinatları
\bar{k}_{iJ}	: $J_r \neq J_m$ için enine yük dağıtma tesir hattı ordinatları

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1.	Koordinat sistemi.....	2
Şekil 1.2.	Cidar üzerinden alınan ds.dx elemanı.....	4
Şekil 1.3.	Kesit tesirleri.....	6
Şekil 1.4.	Kayma merkezinin yeri.....	11
Şekil 1.5.	Dış burulma momenti.....	14
Şekil 2.1.	Yük dağıtım için kullanılan sistem.....	17
Şekil 2.2.	Köprü enkesitine etkiyen yükler.....	18
Şekil 2.3.	Dağıtılmış yükler.....	19
Şekil 2.4.	Anakiriş enkesiti ve gerilmeler.....	20
Şekil 2.5.	Moment tesir çizgisi.....	22
Şekil 3.1.	Hesap için seçilen sistem ve enleme sehim eğrisi.....	23
Şekil 4.1.	Köprü sistemi.....	27
Şekil 4.2.	Izgara sistemi.....	29
Şekil 4.3.	Yük dağıtım ordinatları.....	30
Şekil 4.4.	$J_r \neq J_m$ Izgara sistemi.....	32
Şekil 4.5.	Izgaralar ve yük grupları.....	33
Şekil 4.6.	Enine yük dağıtım ordinatları.....	34
Şekil 4.7.	b- kirişi \bar{k}_{bi} tesir hattı.....	37
Şekil 4.8.	Kenar anakiriş için yük dağıtım ordinatları.....	40

TABLO LİSTESİ

Tablo E.1. (K_0) Birim yük dağıtım katsayıları (Celasun, 1974)	105
Abak E.1. Değişik yük eksantrisiteleri için 0 referans noktasında K_0 dağıtım katsayıları	106
Abak E.2. Değişik yük eksantrisiteleri için b/4 referans noktasında K_0 dağıtım katsayıları	107
Abak E.3. Değişik yük eksantrisiteleri için b/2 referans noktasında K_0 dağıtım katsayıları	108
Abak E.4. Değişik yük eksantrisiteleri için 3b/4 referans noktasında K_0 dağıtım katsayıları	109
Abak E.5. Değişik yük eksantrisiteleri için b referans noktasında K_0 dağıtım katsayıları	110

TEŞEKKÜR

Tez çalıőmamın yönlendirilmesinde ve oluşmasında bana yardımlarını ve bilgisini esirgemeyen hocam Prof. Naci Yücefer'e en içten teşekkürlerimi sunarım

Mustafa Karaca



ÖZET

Köprü statiginde tercih edilen çözüm yöntemi, taşıyıcı ızgara sistemi anakiriş ve enleme kirişlere ayrıştırmak ve bu elemanları ayrı ayrı incelemektir. Bu tip bir yöntemde, öncelikle köprü üzerindeki herhangi bir yükten her anakirişin ne kadar pay alacağını saptamak gerekir. Yük dağıtımı adı verilen bu işlemler için çeşitli yöntemler vardır. Bu çalışmada bu yöntemler açıklanmıştır.

Birinci ve ikinci bölümde, ince cidarlı taşıyıcılarda burulma teorisi ile ilgili kavramlar ve bu teorinin katkısıyla geliştirilen bir yük dağıtma yöntemi anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde pratik sonuçlar veren Courbon Metodu ve çözüm yöntemi anlatılmıştır.

Dördüncü bölümde yük dağıtma yöntemi olarak Guyon-Massonnet Metodu ve esas prensipleri anlatılmıştır. Anakiriş atalet momentleri eşit sistemler ve kenar anakiriş atalet momentleri iç anakiriş atalet momentlerinden farklı sistemler (Sattler Metodu) için çözüm yöntemleri açıklanmıştır.

Son bölümde yukarıdaki yöntemler kullanılarak tek açıklıklı, altı eşit anakirişli ve beş anakirişli (kenar anakiriş atalet momentleri iç anakiriş atalet momentlerinden farklı) bir köprü sisteminde açıklık ortası için yük dağıtımı bulunmuştur. Elde edilen sonuçlar birbirleriyle kıyaslanmıştır.

ABSTRACT

Preferred solution method in bridge structure, bearing grid structure is separated mean beams and in width direction beams and they are examined one by one. In this kind of solution, firstly effective rate of the bridge loads for every main beam are found. There are various method for this process which are called load distribution method. In this study this methods have been explained.

In first and second section, concepts connected with torsion theory in thin section bearings and one load distribution method which is developed with the conturbation of this theory, has been explained.

In third section Courbon Method, which give practical solution, has been explained.

In fourth section Guyon-Massonnet Theory and principles has been explained as a load conturbation method. Solution methods have been explained for main beams moment of internia equal structure and edge main beams moment of internia different from internal main beams moment of internia structure (Sattler Method).

In last section with the conturbion of explained method single stretch simple bridge, six equal mean beams (moments of internia are equal) and five main beams (edge main beams moment of internia different from internal main beams moment of internia) load conturbutions have been found out for middle of span in bridge structure. Obtained solutions have been compared with another.

1. İNCE CİDARLI KESİTLERDE BURULMA TEORİSİ

1.1. Giriş

Teknolojik gelişmeye paralel olarak taşıyıcı sistemlerde kullanılan malzeme kalınlıkları da azalmıştır. Çelikten yapılan endüstriyel yapılarda ve köprülerde ince cidarlı taşıyıcı elemanlara çoğunlukla rastlanmaktadır. İnce cidarlı bu taşıyıcı elemanlarda burulma kavramı önem kazanmaktadır.

İnce cidarlı yapı elemanlarında oluşan gerilmelerde klasik mukavemet teorisinden bilinen gerilme formülleri ile bulunan değerlerden, burulma etkisi altında sapmalar görülmektedir.

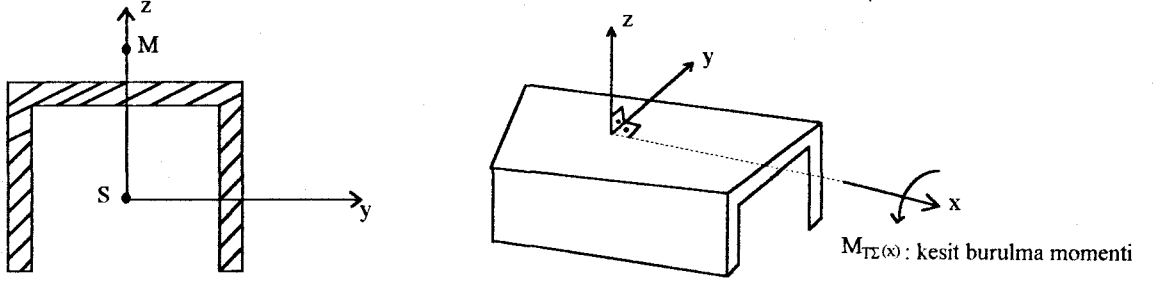
Hatırlanacağı üzere klasik mukavemet teorisinde kesitler kendilerine gelen etkiler sonucunda her ne kadar deplasman yapsalarda düzlemselliklerini korumaktadırlar (Bernoulli Hipotezi).

İnce cidar teorisinde ise Bernoulli Hipotezi terk edilmektedir. Bir başka deyişle incelenen kesitin yeni durumu bir düzlem oluşturmamaktadır. Aynı kesit üzerindeki noktalar bir uzay eğri üzerindedir. Bu olguya teoride kesit çarpılması adı verilmektedir. Klasik mukavemetten bilinen burulma momenti burada iki önemli kısma ayrılmaktadır.

1.2. Önşartlar

- (1) Kesitler ince cidarlı ve açık
- (2) Sistem boylama ekseni (X-ekseni) doğrusal
- (3) Enkesit deformasyonu yok
- (4) Atalet momenti sabittir, cidar kalınlığı boylama yönde değişmemektedir.
- (5) Kayma gerilmelerinden ileri gelen deformasyonlar dikkate alınmamaktadır (Birinci mertebe teorisini geçerlidir).
- (6) Boylama ekseni yönünde dış kuvvet değişimi yoktur.
- (7) Malzeme homojen ve izotropdur.
- (8) Kesit simetriktir.

Koordinat sistemi aşağıdaki şekilde seçilmiştir:



şekil 1.1. Koordinat sistemi

1.3. St. Venant Burulması (Primer Burulma) M_T

İki ucundan birbirine zıt yönde burulma etkileri olan bir çubukta, bu yüzden oluşan boylama deplasmanlar herhangi bir sebeple, örneğın mesnetlenme durumu yüzünden engellenmezse söz konusu olan burulma türüne St. Venant Burulması adı verilir. Kısaca, kesit burulmasının kesitte normal gerilme yaratmayan kısmına St. Venant Burulması denir. St. Venant burulmasına maruz bir çubuğın, her dx uzunluğı aynı ölçüde $d\phi$ burulma dönmesi yapar, yani birim dönme açısı sabittir.

$$\phi' = \frac{d\phi}{dx} = \text{sabit} (*) \quad (1.1)$$

Kayma modülü G , birim dönme açısı ϕ' olmak üzere St. Venant burulması řu bağıntı ile ifade edilir:

$$M_T = G \cdot J_T \cdot \phi' \quad (1.2)$$

Burada J_T Burulma atalet momenti olarak adlandırılır. Pratikte J_T için aşağıdaki değeri kullanılır.

(*) Genel burulma durumunda ise bu değeri bir fonksiyondur.

$$J_T \approx \frac{1}{3} \sum_I b_i \cdot t_i^3 \quad t_i \ll b_i \quad (1.3)$$

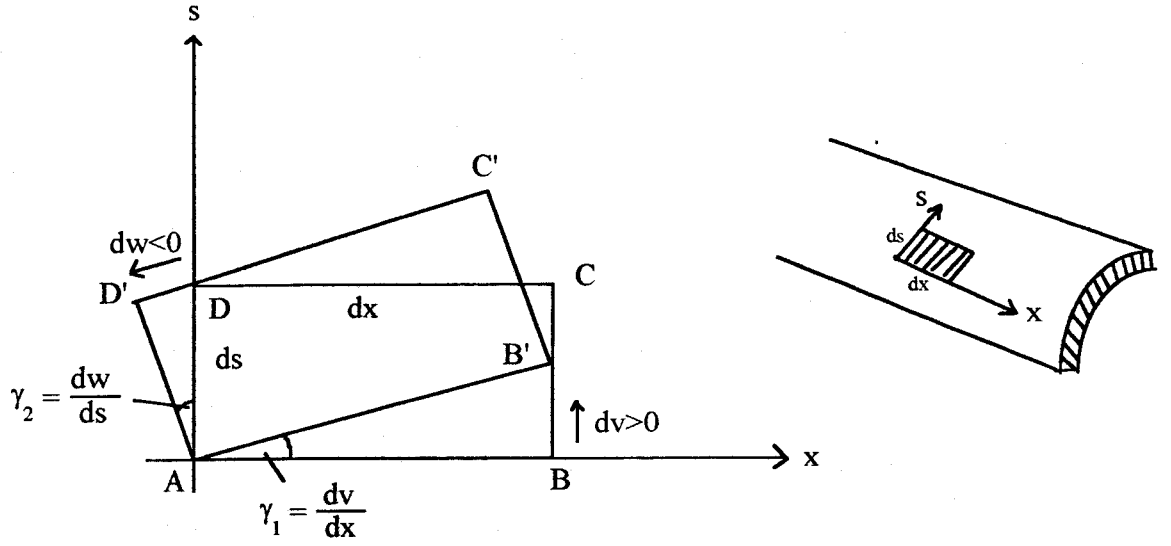
t ve b kesit boyutları olup J_T 'nin birim cm^4 'dür.

1.4. Kesit Çarpılması ve Boylama Deplasmanları

St. Venant burulmasına uğrayan çubuk kesitlerinde boylama yönünde deplasmanlar oluşur. Bu ilgili deformasyonlar sonucu kesitin aldığı yeni durumun çarpılmasız kesitler diye adlandırılan kesit türleri dışında, bir düzlem içinde kalmadığı görülür. Yani kesit çarpılır. St. Venant burulmasında normal gerilmeler sıfır olduğuna göre, çubuk boyunca boylama eksenine paralel alınacak bir lif üstündeki bütün noktaların aynı miktarda çarpılmaları (boylama deplasman yapmaları) gerekir. Aksi halde, örneğin dx uzunluğundaki bir lifin her iki ucunda farklı boylama deplasmanlar oluşup dx boyu değişirdi, bu yüzden de normal gerilmeler oluşurdu. Bu demektir ki St. Venant burulmasında çarpılma sadece y ve z'nin bir fonksiyonudur. (Veya değişkenlik cidar üzerinde s ile gösterilirse sadece s'nin bir fonksiyonudur.

$$w=w(y,z) \quad w=w(s) \text{ ile ifade edilir.}$$

St. Venant Burulmasında cidar ekseninde kayma gerilmeleri oluşmamaktadır. Cidar kenarında ise kayma gerilmeleri birbirine zıt yönde maksimum değere ulaşır. x yönündeki denge şartından dolayı boylama yönde de normal gerilme olamayacağına göre (Cidar eksenini üzerinde alınan) herhangi bir ds.dx (Dikdörtgen) elemanı pozisyonunu değiştirir, ancak geometrik şeklini olduğu gibi korur.



Şekil 1.2 Cidar üzerinden alınan $ds \cdot dx$ elemanı

v ... Teğetsel yöndeki deplasman
 w .. Boylama yöndeki deplasman

$$\gamma_1 = -\gamma_2$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{dw}{ds} + \frac{dv}{dx} = 0$$

(1.4)

ifadesi elde edilir.

(1.4) bağıntısı ile elde edilen sonuç sadece St. Venant burulmasında değil, genel burulma halinde de geçerli olduğu kabul edilmektedir. Yani Sekonder kayma gerilmeleri sonucu oluşan deformasyonlar dikkate alınmamaktadır.

(1.4) bağıntısından hareketle w 'nin fonksiyonel yapısı bulunabilir. Boylama deplasmanların bulunuşu için ağırlık merkezi (s) kullanılarak

$$w = -\varphi'(x) \cdot \int_0^s p_s \cdot ds + w_0$$

(1.5)

ifadesi elde edilir.

1.5. Asal Birim Çarpımların Bulunuşu

(1.5) ifadesinde bulunan

$$\omega_s = \int_{s=0}^s p_s \cdot ds \quad (1.6)$$

asal birim çarpılma olarak ifade edilir. Ağırlık merkezinden (s) geçen asal eksenlerin kullanılması koşulu ile bütün cidar noktalarının s noktasına olan normal uzaklıkları (p_s) cidar boyunca integre edilecektir.

Kesit deplasmanı ve dönmesi sonucu kesite bağlı durumdaki (y,z) koordinat sistemi de yeni bir durum alır. Ağırlık merkezi (s) yerine aynı koordinat sisteminde seçilen herhangi bir M noktasının deplasmanları η_m, ζ_m , dönmesi φ_m kullanılırsa boylama deplasman

$$w(x,s) = -\zeta'_m(x) \cdot z(s) - \eta'_m(x) \cdot y(s) - \varphi'_m(x) \cdot \int_{s=0}^s p_m \cdot ds + \xi(x) \quad (1.7)$$

olarak bulunur.

(1.7) ifadesinde bulunan

$$\omega_m(s) = \int_{s=0}^s p_m \cdot ds \quad (1.8)$$

değerine asal birim çarpılma adı verilir. Merkez olarak M noktası alındığında bütün cidar noktalarının M noktasına olan normal uzaklıkları (p_m) cidar boyunca (s) integre edilecektir. Şimdilik M noktası herhangi bir noktadır. Ancak bu noktanın yeri hesaplamada avantaj sağlayacak şekilde seçilecektir. Bu nokta daha sonra kayma merkezi olarak adlandırılacaktır.

1.6. Normal Gerilmeler, σ_x

Boylama yöndeki deplasman (w) x 'e bağlı olarak elde edilmişti. x 'in değişik değerleri için değişik w değerleri söz konusu olduğuna göre boylama yöndeki birim boy değişimi,

$$\epsilon_x = \frac{\partial w(x,s)}{\partial x} \quad \text{olarak ifade edilir.}$$

HOOKE kanunun geçerliliği kabul edildiğine göre $\sigma_x = E \cdot \epsilon_x$ ifadesinde ϵ_x yerine yazılır ve düzenlenirse

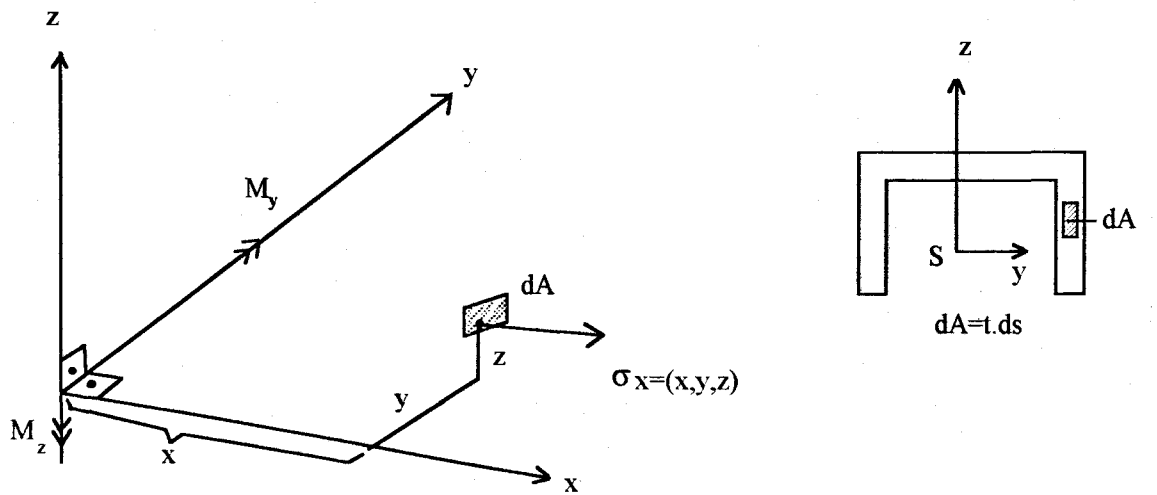
$$\sigma_x = -E \cdot \left\{ \zeta''_m \cdot z + \eta''_m \cdot y + \varphi''_m \cdot \omega_m - \xi'(x) \right\} \quad (1.9)$$

normal gerilme için çok değişkenli kısmi bir diferansiyel denklem elde edilir.

ζ''_m, η''_m ve φ''_m türev değerlerinin pratik karşılıklarının bulunması için bu aşamadan sonra kesit tesirleri tanımlanacaktır.

1.7. Kesit Tesirlerinin Tanımı

Cidar üzerinde alınan bir dA elemanı için kesit tesirleri hesaplanabilir.



Şekil 1.3 Kesit Tesirleri

1.7.1. Normal Kuvvet

Boylama (x) yönünde kuvvet değişiminin olmaması kabulü ile Normal kuvvet

$$N = \int_A \sigma_x \cdot dA \quad (1.10)$$

olarak ifade edilir. Burada (1.9) ifadesi yerine yazılırsa

$$N = -E \cdot \xi''_m \int_s z \cdot t \cdot ds - E \cdot \eta''_m \int_s y \cdot t \cdot ds - E \cdot \varphi'_m \int_s \omega_m \cdot t \cdot ds + E \cdot \xi'_{(x)} \int_s t \cdot ds \quad (1.11)$$

$\underbrace{\int_s z \cdot t \cdot ds}_{S_y}$ $\underbrace{\int_s y \cdot t \cdot ds}_{S_z}$

Statik
momentler

Ağırlık merkezinden geçen eksenler kullanıldığında statik momentler sıfır olur.

$$S_y=0 \text{ ve } S_z=0$$

$$\int_s \omega_m(s) dA = S_{\omega} \text{ integrale çarpılma statik momenti adı verilir. Asal birim}$$

çarpılma değerleri olan ω 'ların M noktasına göre bulunması ile bu değer de sıfır olarak alınabilir.

Böylece (1.11) ifadesi düzenlenirse

$$N = \xi'_{(x)} \cdot A \cdot E \quad (1.12)$$

$$\xi'_{(x)} = \frac{N}{A \cdot E}$$

elde edilir.

(1.13)

1.7.2. Eğilme Momentleri

$$M_y = \int_A \sigma_x \cdot z \cdot dA \quad (1.14)$$

ifadesinde (1.9) ifadesi yerine yazılırsa

$$M_y = -E \cdot \underbrace{\xi''_m \int z^2 \cdot dA}_{J_{yy}} - E \cdot \underbrace{\eta''_m \int y \cdot z \cdot dA}_{J_{yz}=0} - E \cdot \underbrace{\varphi''_m \int \omega_m \cdot z \cdot dA}_{J_{y\omega_m}} + E \cdot \underbrace{\xi' \int z \cdot dA}_{S_y=0} \quad (1.15)$$

ifadesi elde edilir.

$$J_{yy} = \int_A z^2 \cdot dA \quad (1.16)$$

(1.15) ifadesinde burulmadan kaynaklanan kesit integrali ile karşılaşılmaktadır. Bu integrale literatürde Sektörel Deviasyon Momenti adı verilmektedir.

$$J_{y\omega_m} = \int_A \omega_m \cdot z \cdot dA \quad (1.17)$$

Dönme eksenini kayma merkezinden (M) geçen boylama eksen seçildiği takdirde bu integral ifadesi sıfır olmaktadır. Böylece

$$\xi''_m = -\frac{M_y}{E \cdot J_{yy}} \quad (1.18)$$

ifadesi elde edilir.

$$M_z = -\int_A \sigma_x \cdot y \cdot dA \quad (1.19)$$

moment ifadesinde (1.9) ifadesi yazılırsa

$$M_z = E \cdot \underbrace{\xi''_m \int z \cdot y \cdot dA}_{J_{yz}=0} + E \cdot \underbrace{\eta''_m \int y^2 \cdot dA}_{J_{zz}} + E \cdot \underbrace{\varphi''_m \int \omega_m \cdot y \cdot dA}_{J_{z\omega_m}} - \xi' \cdot E \cdot \underbrace{\int y \cdot dA}_{S_z=0} \quad (1.20)$$

elde edilir.

$$J_{zz} = \int_A y^2 \cdot dA \quad (1.21)$$

$$J_{z\omega_m} = \int_A \omega_m \cdot y \cdot dA \quad (1.22)$$

(1.22) ifadesinde Sektörel Deviasyon Momenti adı verilir ve yine dönme eksenini olarak kayma merkezinden (M) geçen boylama eksen seçildiğinde bu ifade sıfır olmaktadır.

Bu değerin sıfırlanması ile

$$\eta''_m = \frac{M_z}{E \cdot J_{zz}} \quad (1.23)$$

elde edilir.

1.8. Bimoment

Burada Bimoment tamamen tanımsal bir kesit değeri olarak ifade edilecektir. Çarpılma teorisinde Bimoment M_ω ile gösterilir.

$$M_\omega = \int_A \sigma_x \cdot \omega_m \cdot dA \quad (1.24)$$

Burada (1.9) ifadesi yerine yazılırsa

$$M_\omega = -E \cdot \underbrace{\xi''_m \int_A z \cdot \omega_m \cdot dA}_{J_{y\omega_m}=0} - E \cdot \underbrace{\eta''_m \int_A y \cdot \omega_m \cdot dA}_{J_{z\omega_m}=0} - E \cdot \underbrace{\varphi''_m \int_A \omega_m \cdot \omega_m \cdot dA}_{J_{\omega_m\omega_m}} + E \cdot \underbrace{\xi' \int_A \omega_m \cdot dA}_{S_{\omega_m}=0} \quad (1.25)$$

Talep ediliyor

(1.25) ifadesindeki integraller klasik mukavemette bulunmayan ve ince cidarlı kesitlerin burulma teorisi sonucunda karşılaşılan yeni kesit tesirlerini göstermektedir.

$$J_{\omega_m\omega_m} = \int_A \omega_m^2 \cdot dA \quad (1.26)$$

ifadesi çarpılma atalet momenti olarak adlandırılır. Çarpılma atalet momentinin görevi eğilme momentlerinden ileri gelen gerilmelerde kullanılan atalet momentine analogdur.

$$J_{y\omega_m} = \int_A z \cdot \omega_m \cdot dA = 0$$

$$J_{z\omega_m} = \int_A y \cdot \omega_m \cdot dA = 0 \quad \text{talebi nedeniyle bimoment}$$

$$M_\omega = -E \cdot J_{\omega_m \omega_m} \cdot \varphi''_m \quad (1.27)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadeden

$$\varphi''_m = -\frac{M_\omega}{E \cdot J_{\omega_m \omega_m}} \quad (1.28)$$

bulunur.

1.9. Burulmadan İleri Gelen Normal Gerilmelerin Bulunması

$$\text{Kesit tesirlerinin bulunması ile elde edilen } \xi' = \frac{N}{AE}, \zeta''_m = -\frac{M_y}{EJ_{yy}}, \eta''_m = \frac{M_z}{E \cdot J_{zz}}$$

ve $\varphi''_m = -\frac{M_\omega}{E \cdot J_{\omega_m \omega_m}}$ ifadeleri σ_x bağıntısında yerine konulur ve düzenlenirse normal gerilme

$$\sigma_x = \underbrace{\left[\frac{M_y}{J_{yy}} \cdot z - \frac{M_z}{J_{zz}} \cdot y + \frac{N}{A} \right]}_{\text{Klasik Mukavemet}} + \underbrace{\frac{M_\omega}{J_{\omega_m \omega_m}} \cdot \omega_m}_{\text{Burulma}} \quad (1.29)$$

elde edilir.

Burulmadan ileri gelen ilave Normal gerilmesi

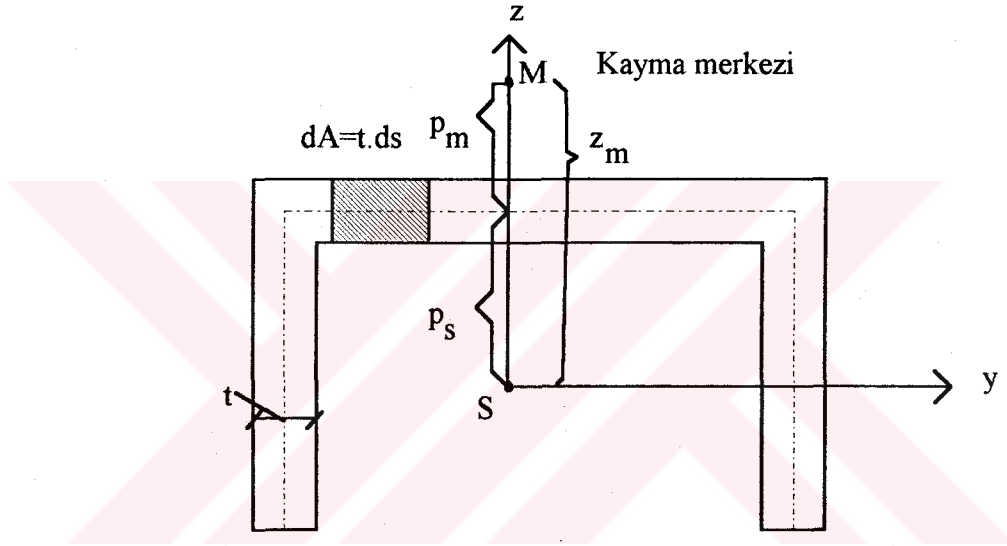
$$\sigma_{x\omega} = \frac{M_\omega}{J_{\omega_m \omega_m}} \cdot \omega_m \quad (1.30)$$

ifadesi ile elde edilir.

1.10. Kayma Merkezi

Kayma merkezi diğer kesit tesirleri ile ilgili işlemlerde tıpkı ağırlık merkezi ve asal eksenlerin sağladıklarına benzer avantajlar sağlamaktadır.

Çarpılma burulması kayma gerilmelerinin bileşkesi olduğuna göre, bu bileşke kayma merkezinden geçen bir kuvvet şeklinde olduğundan kesitte burulma meydana gelmez. Bu noktanın diğer bir özelliği de bu nokta merkez alınarak bulunan çarpılma koordinatları (ω_m) ile hesaplanan çarpılma atalet momentinin ($J_{\omega_m\omega_m}$) minimum olmasıdır. Bundan dolayı kayma merkezinden geçen eksen aynı zamanda çubuğun tabii dönme eksenidir.



Şekil 1.4 Kayma Merkezinin yeri

Ağırlık Merkezi (S) ile Kayma merkezi (M) arasında

$$\omega_m = \omega_s - y_m \cdot z + z_m \cdot y + \omega_o \quad (1.31)$$

bağıntısı vardır.

(1.31) bağıntısının her iki tarafı $y \cdot dA$ ile çarpılıp integre edilsin

$$\underbrace{\int \omega_m \cdot y \cdot dA}_{J_{z\omega_m}=0} = \underbrace{\int \omega_s \cdot y \cdot dA}_{J_{z\omega_s}} - \underbrace{y_m \cdot \int z \cdot y \cdot dA}_{J_{yz}=0} + \underbrace{z_m \cdot \int y^2 \cdot dA}_{J_{zz}} + \underbrace{\omega_o \cdot \int y \cdot dA}_{S_z=0}$$

$$J_{z\omega_s} = \int_A \omega_s \cdot y \cdot dA \quad \text{Sektörel Deviasyon Momenti} \quad (1.32)$$

$$J_{z\omega_s} + z_m \cdot J_{zz} = 0$$

$$z_m = -\frac{J_{z\omega_s}}{J_{zz}} \quad (1.33)$$

kayma merkezi z ordinatı bulunur.

(1.31) ifadesinin her iki tarafı $z \cdot dA$ ile çarpılıp integre edilirse

$$\underbrace{\int \omega_m \cdot z \cdot dA}_{J_{y\omega_m}=0} = \underbrace{\int \omega_s \cdot z \cdot dA}_{J_{y\omega_s}} - y_m \cdot \underbrace{\int z^2 dA}_{J_{yy}} + z_m \cdot \underbrace{\int y \cdot z \cdot dA}_{J_{zy}=0} + \omega_o \cdot \underbrace{\int z \cdot dA}_{S_y=0}$$

$$J_{y\omega_s} = \int_A \omega_s \cdot z \cdot dA \quad \text{Sektörel Deviasyon Momenti} \quad (1.34)$$

$$J_{y\omega_s} - y_m \cdot J_{yy} = 0$$

$$y_m = \frac{J_{y\omega_s}}{J_{yy}} \quad (1.35)$$

kayma merkezi y ordinatı bulunur.

Simetrik kesitlerde $y_m=0$ 'dır.

1.11. Çarpılma (Sekonder) Burulması, M_τ

Çarpılma burulması kesitteki kayma gerilmelerinin, kayma merkezine göre bileşke momentidir. Ağırlık merkezinden geçen asal eksenlerin kullanılması ve kayma merkezini (M) noktası almakla aşağıdaki ifade elde edilir.

$$M_\tau = -E \cdot J_{\omega_m \omega_m} \cdot \varphi'''_m \quad (1.36)$$

Çarpılma burulmasının integrali bimomentini verir.

1.12. Burulma Diferansiyel Denklemini

Bütün kesit tesirleri denge şartlarından bulunabilmektedir. Çarpılma burulması ve tamamen tanımsal bir değer olarak verilen bimomentin hesaplanması için burulma dönmesi φ 'nin hesaplanması gerekir. Bu da burulma diferansiyel denkleminin çözümü ile mümkündür.

Burulma diferansiyel denklemini oluşturmak için kesit burulma momentinin iki kısımdan oluştuğu dikkate alınarak yazılırsa:

$$M_{T\Sigma} = M_T + M_t \quad (1.37)$$

Burulma momentleri yerine yazılırsa

$$M_{T\Sigma} = G.J_T \cdot \varphi'_m - E.J_{\omega_m \omega_m} \cdot \varphi'''_m \quad (1.38)$$

elde edilir.

İncelemede kullanılan yükler tekil yükler olduğundan, bu yüklerin eksantrik konumlarından oluşan burulma momentleri de tekil burulma momentleri şeklindedir. Bu durumda (1.38) ifadesinin sol tarafı sabittir. Bundan dolayı türev alındığında homojen bir niteliğe bürünmektedir.

$$G.J_T \cdot \varphi''_m - E.J_{\omega_m \omega_m} \cdot \varphi^{iv}_m = 0 \quad (1.39)$$

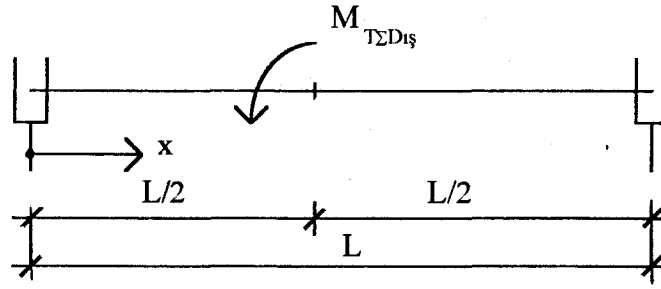
Özellikle açıklık ortasında etki eden eksantrik tekil yükten ileri gelen toplam dış burulma momenti

$$M_{T\Sigma Dış} = F \cdot e \quad (1.40)$$

olmak üzere denklemin çözümü

$$k = \sqrt{\frac{G.J_T}{E.J_{\omega_m \omega_m}}} \quad (\text{cm}^{-1}) \quad (1.41)$$

kısaltması ile elde edilir.



Şekil 1.5 Dış burulma momenti

Çatal mesnette çubuk eğilme yapabilir. Boylama deplasmanlar mesnet kesitinde serbestçe oluşabilir. Ancak burulma dönmesi mümkün değildir.

$$\varphi_m = 0 \quad M_\omega = 0 \quad (\sigma_x = 0) \quad \varphi''_m = 0$$

x eksenini mesnette başlamak üzere $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$ aralığında dönme açıları hesaplanacaktır.

$$\varphi_m = \frac{M_{T\Sigma Dış}}{G \cdot J_T} \left[\frac{x}{2} - \frac{\text{Sh}\left(\frac{kL}{2}\right)}{k \cdot \text{Sh}(kL)} \cdot \text{Sh}(kx) \right] \quad (1.42)$$

$$\varphi'_m = \frac{M_{T\Sigma Dış}}{G \cdot J_T} \left[\frac{1}{2} - \frac{\text{Sh}\left(\frac{kL}{2}\right)}{\text{Sh}(kL)} \cdot \text{Ch}(kx) \right] \quad (1.43)$$

$$\varphi''_m = \frac{M_{T\Sigma Dış}}{G \cdot J_T} \left[-\frac{\text{Sh}\left(\frac{kL}{2}\right)}{\text{Sh}(kL)} \cdot k \cdot \text{Sh}(kx) \right] \quad (1.44)$$

$$\varphi'''_m = -\frac{M_{T\Sigma Dış}}{G \cdot J_T} \left[\frac{\text{Sh}\left(\frac{kL}{2}\right)}{\text{Sh}(kL)} \cdot k^2 \cdot \text{ch}(kx) \right] \quad (1.45)$$

elde edilir.

$x=0$ Mesnet Bölgesi için $M_{T\Sigma(x)}=M_T+M_\tau$

$x = \frac{L}{2}$ Açıklık ortası için $\varphi'_m = 0$ $M_T = 0$ $M_{T\Sigma(x)} = M_\tau$

1.13. Sonuçlar

Sadece burulma momenti için, normal gerilme

$$\sigma_{x\omega} = \frac{M_\omega}{J_{\omega_m\omega_m}} \cdot \omega_m \quad (\text{N/cm}^2) \quad \text{elde edilir.}$$

M_ω : Bimoment (N cm^2)

$J_{\omega_m\omega_m}$: Çarpılma atalet momenti (cm^6)

ω_m : Asal birim çarpılmalar (cm^2)

Sadece burulmadan ileri gelen kayma gerilmesi

$$\tau_{x\omega} = -\frac{M_\tau \cdot S_{\omega_m}}{J_{\omega_m\omega_m} \cdot t} \quad (\text{N/cm}^2) \quad \text{elde edilir.}$$

M_τ : Çarpılma Burulması (Ncm^2)

t : Cidar kalınlığı (cm)

S_{ω_m} : Çarpılma alanı (cm^4)

$$S_{\omega_m} = \int_0^s \omega_m \cdot dA$$

2. KİRİŞLİ KÖPRÜLERDE YÜK DAĞITIMININ BURULMA TEORİSİ YARDIMIYLA BULUNMASI

2.1. Giriş

Çok kirişli köprüler, köprü eksenî yönünde anakirişler ve enkesit yönünde enleme kirişler adı verilen taşıyıcı elemanlardan oluşan bir ızgara sistem oluştururlar.

Köprünün taşıyıcı nitelikteki en üst elemanı ise plak kısmıdır. Bu plak bir yandan anakirişlerin, diğer yandanda enleme kirişlerin tabla kısmını oluşturmaktadır. Köprü hangi malzemenen yapılmış olursa olsun düzlemsel bir taşıyıcı sistemdir.

Köprü statîğinde genel çözüm, taşıyıcı ızgara sistemi anakiriş ve enleme kirişlere ayırıştırmak ve bu elemanları ayrı ayrı incelemektir. Fakat bu çözümdeki ana sorun, köprü yüklerinin, ayırıştırlan elemanlara nasıl paylaşırlacağıdır. Paylaşırlma işlemeine de köprü statîğinde yük dağıtlma yöntemi adı verilmektedir.

Bu incelemede ana fikri WAGNER tarafından belirtilen ve burulma teorisine dayanan pratik bir yük dağıtlma yöntemi anlatılacaktır.

2.2. Ana Unsurlar

(1) İnce cidarlı taşıyıcıların burulma teorisindeki koşullar geçerlidir. Öncelikle de yüksek rijitlikli enleme kirişlerin katkısıyla köprü enkesitinde deformasyon olmadığı varsayılmaktadır.

(2) Bu durumda köprü eksenindeki bir tekil yük anakirişlere atalet momentleriyle orantılı olarak paylaşılır.

(3) Eksantrik bir tekil yük, eksenel yük+burulma momentine dönüştürülür.

(4) Burulma momenti çarpılma teorisine göre köprü kesitinde ve dolayısıyla köprü kesitinin parçaları olan anakirişlerde normal gerilmeler oluşturur.

(5) Bu gerilmelerin, sistemden soyutlanan ana kirişlere eğilme momentlerinden geldiği varsayılarak, bu fiktif eğilme momentleri bulunur.

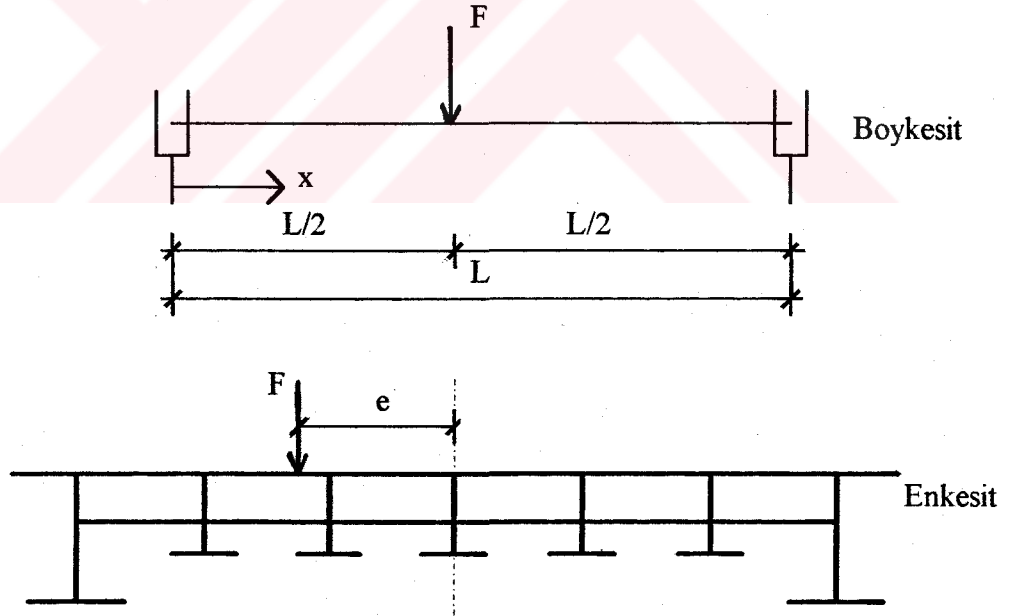
(6) Fiktif eğilme momentlerinin de ana kirişlere fiktif düşey yüklerden geldiği varsayılmaktadır.

(7) Bu fiktif yükler aksel yüklerden gelen paylarla süperpoze edildiğinde yük dağıtımı, sonsuz rijit enleme kabulü ile bulunmuş olur.

Enlemelerin çok rijit olmamaları durumunda ise enkesit deforme olmaktadır. Bu durumda anlatılan yöntemde değişiklik olmaktadır.

2.3. Yük Dağıtımı İçin Kullanılan Temel Sistem

Kaliteli çelik malzemelerin taşıyıcı sistemlerde kullanılmasıyla birlikte malzeme kalınlıkları da azalmaktadır. İnce cidarlı bu taşıyıcı elemanlarda burulma kavramı önem kazanmıştır.



Şekil 2.1 Yük dağıtımı için kullanılan sistem

Temel sistem olarak Şekil 2.1'de gösterilen tekil yükle yüklü, tek açıklıklı, ince cidarlı ve çok anakirişli bir köprü ele alınmıştır. Hesaplamalarda açıklık ortası kesiti kullanılacaktır. Enkesit üzerinde eksantrikliği e ile gösterilen herhangi bir tekil yük ana kirişlere paylaştırılacaktır.

2.4. Eksantrik Olmayan (Eksenel) Yüklerin Anakirişlere Dağıtılması

Enleme kirişlerin sonsuz rijit olmaları ve köprü sisteminde çok sayıda enlemenin bulunması durumunda eksenel yükler sehimlerin eşitliği sonucu anakiriş atalet momentleriyle orantılı olarak dağıtılır.

$$F_i = F \cdot \frac{J_i}{\sum J_i} \quad (2.1)$$

Anakirişlerin birbirleriyle eşit boyutlarda olmaları durumunda, n ana kiriş sayısı olmak üzere

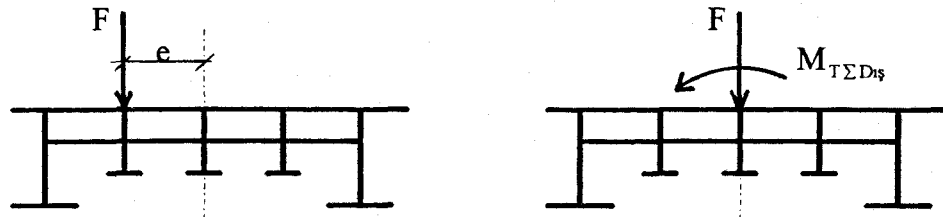
$$\frac{J_i}{\sum J_i} = \frac{1}{n} \quad \text{olduğundan}$$

$$F_i = \frac{F}{n} \quad (2.2)$$

bulunur. Kısacası eksenel yükler bu durumda bütün ana kirişlere eşit olarak dağıtılmaktadır.

2.5. Eksantrik Yüklerin Anakirişlere Dağıtılması

Eksenel olmayan bir tekil yükü Şekil 2.2'de belirtildiği gibi eksenel yük ve bir burulma momentine dönüştürmek mümkündür.



Şekil 2.2 Köprü enkesitine etkiyen yükler

Bu durumda yük dağıtımını eksenel yük ve burulma momenti için ayrı ayrı yapılacak ve sonuçlar süperpoze edilecektir.

Eksenel yükler için (2.1) ifadesi

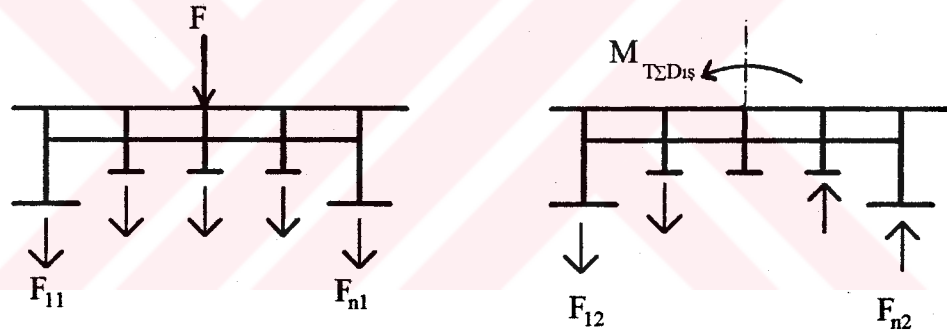
$$F_{i1} = F \cdot \frac{J_i}{\sum J_i} \quad J_E = \infty \quad (2.3)$$

şekliyle geçerlidir. Buradaki "1" indisi eksenel yük için yük dağıtımını simgelemektedir.

Burulma momentinin etkisiyle oluşan dağıtılmış anakiriş yükleri için ise düşey denge koşuluna göre öncelikle

$$\sum_1^n F_{i2} = 0 \quad (2.4)$$

olmak zorundadır. "2" indisi burulma momenti için yük dağıtımını simgelemektedir.



Şekil 2.3 Dağıtılmış yükler

Şekil 2.3'te ifade edildiği gibi her anakirişe birinci ve ikinci adımda bulunan değerlerin toplamı gelir.

$$F_i = F_{i1} + F_{i2} \quad (2.5)$$

$i = 1, 2, \dots, n$ anakirişleri ifade etmektedir.

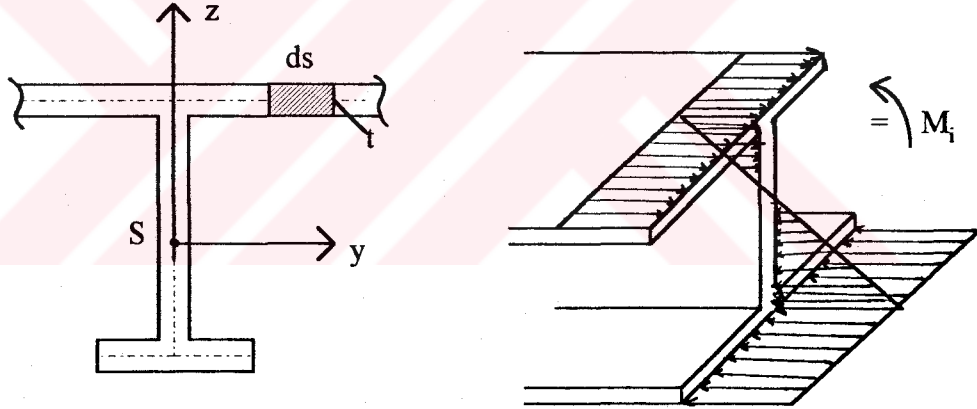
2.6. Çarpılma Normal Gerilmelerinin Oluşturduğu Fiktif Eğilme Momentleri

Yük dağıtımında eksantriklikten gelen yüklerini bulabilmek için çarpılma normal gerilmelerinin her bir anakirişte oluşturdukları fiktif eğilme momentlerinin öncelikle bulunması gerekir.

Çarpılmaları oluşturan normal gerilmelerin, eksantriklikten ileri elen paylaştırılmış F_{12} yüklerinin sonucu olduğu varsayılmaktadır.

Amaç zaten gerilmelerin bulunması idi. Bu gerilmeleri yaratan neden kesit çarpılması olmakla beraber, aynı sonucu oluşturan dağıtılmış anakiriş yüklerinin bu gerilmeleri yarattığının varsayılması sonucu değiştirmemektedir.

Böylelikle çarpılma sonucunda oluşan gerilmelerin, anakirişlere dağıtılan yüklerden kaynaklandığının varsayılmasıyla, yük dağıtımı için burulma teorisine dayanan bir yöntem elde edilmiş olmaktadır.



Şekil 2.4 Anakiriş enkesiti ve gerilmeler

Fiktif eğilme momentleri Şekil 2.4'de belirtilen kesit ağırlık merkezinden geçen koordinat eksenlerine göre hesaplanır.

Gerilmelerin oluşturdukları ve bir anakirişe gelen toplam fiktif eğilme momenti M_i , çarpılma normal gerilmelerinin bir bileşkesi olarak

$$M_i = \int_A \sigma_{x\omega} \cdot t \cdot ds \cdot z = \int_A z \cdot dF \quad (2.6)$$

elde edilir. Bu integrasyon bir anakirişe ait olan tüm cidar parçalarını kapsar Anakirişlere ayrılan tabliye kısımlarının ise ortadan ayrılmak suretiyle, her ana kirişe eşit olarak paylaştırıldığı düşünülmektedir.

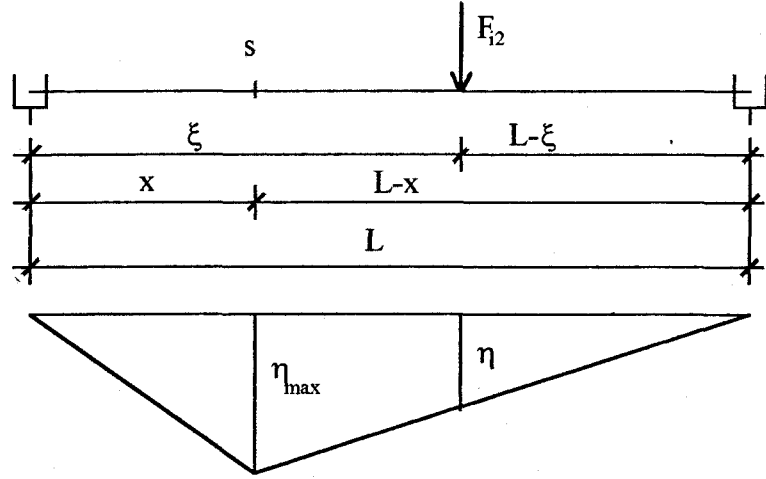
2.7. Fiktif Momentleri Oluşturan, İkinci Adımdaki Dağıtılmış Yüklerin Bulunuşu

Daha önce belirtildiği gibi bu yükler eksantriklikten oluşan burulma momentinden ileri gelen kısımlardır.

Eksantrik yüklerin dağıtımı için ana fikir olarak, her ana kirişe gelen yük kısmının aynı fiktif momenti oluşturması gerektiği kabul edilmişti. Bu itibarla tekil yük olan ve boyuna yöndeki konumunda yine burulma momentinin boyuna yöndeki konumu ile aynı olan bu yüklerin bulunuşu için basit kiriş statiği yeterlidir.

Tesir çizgisi yöntemini kullanmakla, boyuna yöndeki yük değişimi de incelenebilmektedir. Böylece eksantrik yük dağılımının bir yandan yükün boyuna yöndeki yük pozisyonuna, diğer yandan da incelenen kesitin yerine bağlı olduğu vurgulanmış olmaktadır.

Boyuna yöndeki (ξ) ile gösterilen konumdaki tekil birim kuvvetinin eksantrikliği (e) yüzünden oluşturduğu burulma momentinden çarpılma teorisi sonucu ileri gelen herhangi bir (x) kesitindeki fiktif eğilme momenti bulunmuştur. Bu moment kullanılarak tesir çizgisinden ikinci adım yükleri bulunabilir.



Şekil 2.5 Moment tesir çizgisi

$$\eta_{\max} = \frac{x(L-x)}{L} \quad \text{ve} \quad \eta = \frac{(L-x)}{L} \cdot x \quad \text{hesaplanır.}$$

M_i momenti için

$$M_i = F_{i2} \cdot \eta$$

yazılabilir. Böylece F_{i2}

(2.7)

$$F_{i2} = \frac{M_i \cdot L}{(L-x) \cdot x}$$

(2.8)

elde edilir. İncelemede açıklık ortası kesiti incelenecektir. Kuvvet yeri olarak

$$\xi = \frac{L}{2} \quad \text{alınırsa} \quad x = \xi = \frac{L}{2} \quad \text{için}$$

$$F_{i2} = \frac{4M_i}{L}$$

(2.9)

sonuçta birinci adımdaki eksenel yük ve ikinci adımdaki burulma momentinden ileri gelen yükler toplanarak ilgili anakirişe gelen dağıtılmış yük

$$F_i = F_{i1} + F_{i2}$$

ifadesi ile elde edilir.

3. COURBON YÖNTEMİ VE YÜK DAĞITIMI

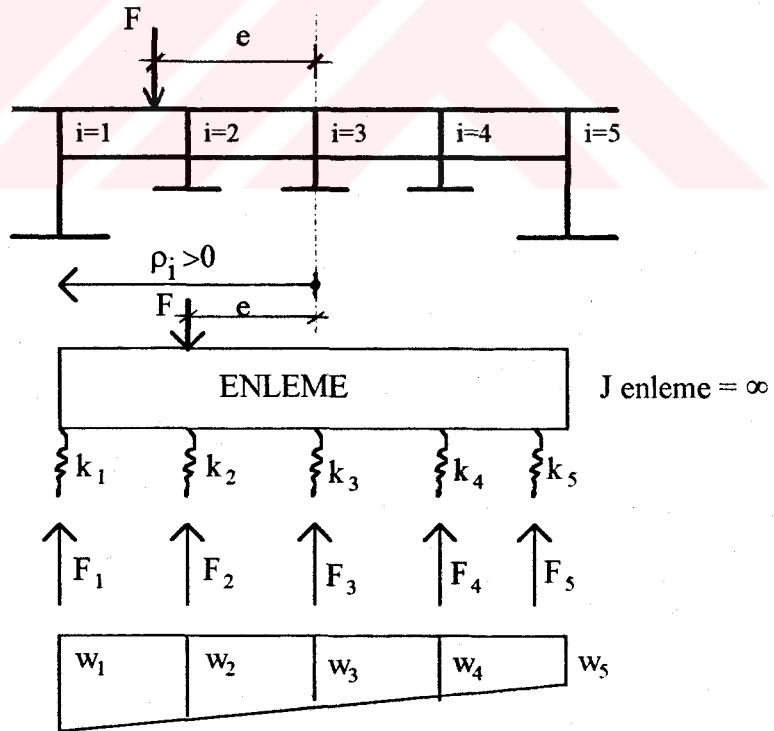
3.1. Önşartlar

Courbon yönteminde enleme kirişler sonsuz rijit olarak düşünülmemektedir. Enleme kirişlerin sonsuz rijit kabul edilmesiyle enine yöndeki sehim eğrileri doğrusal olmaktadır. Her bir enleme kirişi deformasyon yapmadan yer değiştirmektedir. Dağıtımı yapılacak olan tekil yük öncelikle enleme kirişler üzerinde kabul edilecektir. Fakat elde edilen sonuçlar açıklıktaki herhangi bir yük içinde geçerli kabul edilmektedir.

Courbon yöntemi, köprü boyu köprü eninin iki katı fazla olduğu durumlarda hassas sonuçlar vermektedir.

Bu yöntemde anakiriş atalet momentlerinin ve anakiriş aralıklarının eşit olması zorunluluğu yoktur. Ancak köprü enkesiti simetrik olmalıdır.

3.2. Çözüm Yöntemi



Şekil 3.1 Hesap için seçilen sistem ve enleme sehim eğrisi

Enlemeler elastik mesnet üzerine oturan sonsuz rijit kirişler olarak kabul ediliyor. Anakirişler yaylı mesnet görevi üstleniyor.

Şekil 3.1'den denge denklemleri yazılırsa

$$\sum_{i=1}^n F_i = F \quad n:\text{Anakiriş sayısı} \quad (3.1)$$

$$\sum_{i=1}^n F_i \cdot \rho_i = F \cdot e \quad (3.2)$$

Mesnetlerin elastik mesnet olduğu göz önüne alınır ve bu noktalardaki deplasmanlar w ile gösterilirse yay kanunundan

$$F_i = k_i \cdot w_i \quad (3.3)$$

bulunur. " k_i " yay katsayısıdır.

Enleme sehimi eğrisi doğrusal kabul edilmiştir. Bu durumda sehimi ifadesi bir doğru denkleminde ibarettir.

$$w_i = a \cdot \rho_i + b \quad (3.4)$$

a ve b doğru denkleminin katsayılarıdır.

(3.4) ifadesi (3.1) ifadesinde yerine yazılırsa

$F = a \cdot \sum k_i \cdot \rho_i + b \cdot \sum k_i$ elde edilir. $\sum k_i \rho_i$ ifadesi apsis başlangıcı simetri ekseninde olduğundan sıfırdır. ($k_1 = k_5, \rho_1 = -\rho_5$ v.s den dolayı)

$$b = \frac{F}{\sum k_i} \quad (3.5)$$

bulunur.

(3.4) ifadesi (3.2) ifadesinde yerine yazılırsa

$$F \cdot e = a \cdot \sum k_i \cdot \rho_i^2 + b \underbrace{\sum k_i \cdot \rho_i}_0$$

$$a = \frac{F \cdot e}{\sum k_i \cdot \rho_i^2} \quad (3.6)$$

elde edilir. Böylece sehim ifadesi bulunur. Bu ifade (3.3) ifadesinde yerine yazılıp düzenlenirse

$$F_i = F \cdot \frac{k_i}{\sum k_i} \left[1 + \frac{\sum k_i}{\sum k_i \cdot \rho_i^2} \cdot e \cdot \rho_i \right] \quad \text{elde edilir.}$$

$$k_i \sim J_i \quad \frac{k_i}{\sum k_i} = \frac{J_i}{\sum J_i} \quad \text{olmak üzere}$$

$$F_i = F \cdot \frac{J_i}{\sum J_i} \left[1 + \frac{\sum J_i}{\sum J_i \cdot \rho_i^2} \cdot e \cdot \rho_i \right] \quad (3.7)$$

ifadesi bulunur.

$$\Delta_i = 1 + \frac{\sum J_i}{\sum J_i \cdot \rho_i^2} \cdot e \cdot \rho_i \quad (3.8)$$

Yük eksantriklik katsayısı olarak adlandırılır. Genel ifade

$$F_i = F \cdot \frac{J_i}{\sum J_i} \cdot \Delta_i \quad (3.9)$$

elde edilir.

4. TEK AÇIKLIKLI KİRİŞLİ KÖPRÜLERDE GUYON-MASSONNET HESAP METODU VE YÜK DAĞITIMININ BULUNMASI

4.1. Giriş

Köprüler anakirişler ve enleme kirişlerden oluşan bir ızgara sistem oluştururlar. Guyon-Massonnet Metodu ızgara sistemler için iyi bir yaklaşım, basit ve pratik neticeler vermesi, hesap kolaylığı bakımından projeciler tarafından tercih nedeni olmaktadır.

Metoda ait abaklar ve tabloların bulunması, hesapların büyük bir kısmının genel terimlerle yapılabilir olması ve tablolar halinde sistematize edilmesi metodun kullanılmasını daha da kolaylaştırmaktadır.

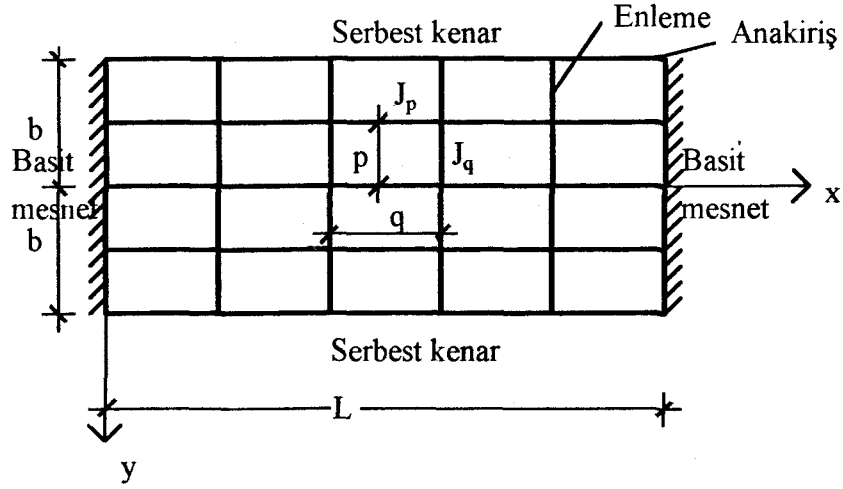
Bu bölümde önce anakiriş atalet momentleri eşit olan sistemler incelenecektir. SATTLER'in çalışmaları ile Guyon-Massonnet Metodu kenar anakiriş atalet momentleri iç kiriş atalet momentlerinden farklı sistemler için pratik çözüm yolları getirmiştir.

4.2. Guyon-Massonnet Metodunun Esas Prensipleri

Guyon-Massonnet için önşart sistemin tek açıklıklı (basit kirişli, serbest kenarlı) ve bütün ana kirişlerin atalet momentlerinin eşit olmasıdır. Bu metodun hesap esasları şunlardır:

(1) Gerçek köprüyü, onunla aynı ortalama eğilme, burulma rijitliğine haiz fakat diferansiyel hesapla kesin olarak çözülebilen mütemadi strüktürlü bir köprü gibi kabul etmek. Bu kabulde yapılan hata ihmal edilebilir.

(2) L köprü açıklığı, F bir sabit yük olmak üzere yüklerin enine dağılımının tesirini, bu dağılımın, yüklerin köprü eksenini boyunca sinüsoidal ve $F' = F \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{L}$ şeklinde oluşu hali ile aynı olduğunu kabul ederek etüt etmek. Bu kabul sadece yüklerin enine dağılım etüdünde kullanılır.



Şekil 4.1 Köprü sistemi

p: Anakiriş aralığı (m)

q: Enleme kiriş aralığı (m)

J_q : Enleme kiriş atalet momenti (cm^4)

J_p : Anakiriş atalet momenti (cm^4)

J_{dq} : Enleme kiriş burulma atalet momenti (cm^4)

J_{dp} : Anakiriş burulma atalet momenti (cm^4) olarak adlandırılır.

Izgara sistemler için bir nevi ortotrop plak diferansiyel denklemi yazılabilir.

$$A \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + B \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = F(x, y) \quad (4.1)$$

Bu denklemin katsayıları

$$A = \frac{E \cdot J_p}{p}, \quad B = \frac{E \cdot J_q}{q}, \quad F(x, y) \text{Yük}, \quad H = \frac{G}{2} \left[\frac{J_{dp}}{p} + \frac{J_{dq}}{q} \right]$$

H değeri A ve B ile gösterilirse

$H = \alpha \sqrt{AB}$ bulunur. Burada kullanılan α katsayısına Burulma Parametresi adı verilir. H, A ve B değerleri yerlerine konursa

$$\alpha = \frac{G \left[\frac{J_{dp}}{p} + \frac{J_{dq}}{q} \right]}{2E \cdot \sqrt{\frac{J_p}{p} \cdot \frac{J_q}{q}}} \quad (4.2)$$

bulunur. α katsayısı ile sistemin burulma rijitliği belirlenmiş olur. Burulma rijitliğine sahip olmadığı kabul edilen sistemlerde α katsayısı sıfırdır.

$$(J_{dp}=0, J_{dq}=0 \text{ için } \alpha=0)$$

Burulma rijitliği tam olan izotrop plaklarda $\alpha=1$ alınır.

(4.1) denklemi tek açıklıklı ızgara için $\alpha=0$ durumunda GUYON tarafından çözülmüştür. Ana ve enleme kirişlerde burulma rijitliğini ($\alpha \neq 0$) dikkate alarak da denklemi MASSONNET çözmüştür.

Izgara diferansiyel denkleminin çözümü sırasında bir parametre daha elde edilmiştir.

$$\theta = \frac{b}{L} \cdot 4 \sqrt{\frac{J_p \cdot q}{J_q \cdot p}} \quad (4.3)$$

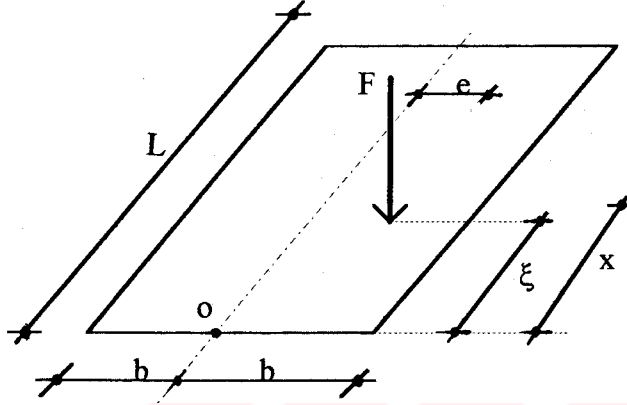
b: Köprü sisteminin yarı genişliği

L: Anakiriş açıklığı olmak üzere bu değere Izgara Parametresi adı verilir.

α ve θ 'nın elde edilmesiyle bir ızgara sisteminin elastik durumu belirlenmiş olmaktadır.

4.3. Guyon Massonnet Metodu İle Yük Dağıtma Katsayılarının (K) Bulunması

Şekil 4.2'de görülen ızgara sistemi ekseninden η uzaklığında ve o mesnetinden ξ uzaklığında bulunan F kuvveti bütün anakirişlere eşit olarak dağıtılsa x uzaklığında ortalama bir sehim elde edilir.



Şekil 4.2 Izgara sistemi

ω_o , F_m kuvvetinden dolayı x uzaklığındaki ortalama sehim
 ω_i , F_i kuvvetinden dolayı x uzaklığındaki gerçek sehim
 olmak üzere süperpozisyon kanununa göre yük miktarı ile sehim miktarı orantılı olduğundan şu ifade yazılabilir.

$$\frac{\omega_i}{\omega_o} = \frac{F_i}{F_m} \quad \left(F_m = \frac{F}{n} \right) \quad (4.4)$$

$$K = \frac{\omega_i}{\omega_o} \quad (4.5)$$

Yük Dağıtma katsayısı olarak ifade edilir.

Mevcut bir F kuvveti n adet anakirişe eşit olarak dağıtılsa idi bir anakirişe $F_m = \frac{F}{n}$ kuvvet isabet edecekti. Bundan dolayı o kirişin x uzaklığı ile gösterilen yerinde ω_o miktarında ortalama sehim meydana gelecekti. Halbuki aslında aynı kirişin aynı noktasında ω_i sehimini meydana gelmektedir. Süperpozisyon kanununa göre ω_i sehimini

elde etmek için $\frac{F}{n}$ kuvvetini $\frac{\omega_i}{\omega_o}$ oranında büyütmek yani K faktörü ile çarpmak gerekir.

Böylece o kirişte ω_i sehimini veren F_i kuvveti bulunur.

$$F_i = \frac{1}{n} \cdot K \quad (4.6)$$

Yük dağıtma katsayıları $\alpha=0$ için K_0 , $\alpha=1$ için K_1 ile gösterilir. Herhangi bir α değeri için K_α kullanılır.

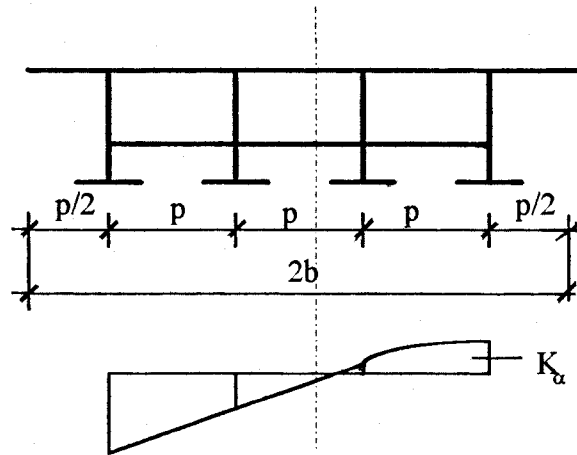
K_0 ve K_1 değerleri çeşitli θ parametrelerine göre hesaplanıp Guyon ve Massonnet tarafından abaklar halinde verilmiştir. 0 ile 1 arasında herhangi bir α değeri için

$$K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \cdot \sqrt{\alpha} \quad (4.7)$$

interpolasyon formülü ile bulunan K_α değeri kullanılır.

Yük dağıtma katsayıları için MAXWEL teoremi geçerlidir. Aynı enleme hat üzerinde bulunan iki birim kuvvetten birisinin varlığı dolayısıyla diğer kuvvetin bulunduğu noktada meydana gelen sehim, o noktadaki birim kuvvet dolayısıyla birinci kuvvetin bulunduğu yerde meydana gelen sehime eşittir.

4.4. Tek Açıklıklı Anakiriş Atalet Momentleri Eşit Izgara Sistemler İçin Guyon-Massonnet Metodu Hesap Özeti



Şekil 4.3 Yük dağıtım ordinatları

(1) Köprü ızgara sisteminin sabit değerleri seçilir, hesaplanır.

$L, b, p, q, J_p, J_{dp}, J_{dq}, J_q, E, G$

(2) Burulma ve ızgara parametreleri hesaplanır.

$$\theta = \frac{b}{L} \sqrt{\frac{J_p \cdot q}{J_d \cdot p}} \quad \alpha = \frac{G}{2E} \cdot \frac{\frac{J_{dp}}{p} + \frac{J_{dq}}{q}}{\sqrt{\frac{J_p \cdot J_q}{p \cdot q}}}$$

(3) Hesabı yapılan kesit referans noktası olduğuna göre bu noktanın bulunduğu anakirişin köprü eksenine olan uzaklığı f , abaklara uymak için köprü efektif genişliği olan b cinsinden verilir.

$$\text{Referans yeri} = \frac{f}{b} \quad 2b = n \cdot p \quad (\text{n anakiriş sayısı})$$

(4) $\alpha=0$ için f ve mevcut θ için abaklardan yükün $-b, -3/4b, -b/2, -b/4, 0, b/4, b/2, 3b/4, b$ noktalarında bulunma hallerine göre K_0 değerleri bulunur.

Aynı işlem bu sefer $\alpha=1$ için yine yapılır. Böylece K_1 değerleri bulunur.

(5) K_α (4.7) ifadesi ile hesaplanır.

(6) Yük dağıtma katsayıları hesaplandıktan sonra anakirişe gelen yük miktarı

$$F_i = \frac{1}{n} \cdot F \cdot K_\alpha \quad (4.8)$$

ifadesi ile bulunur.

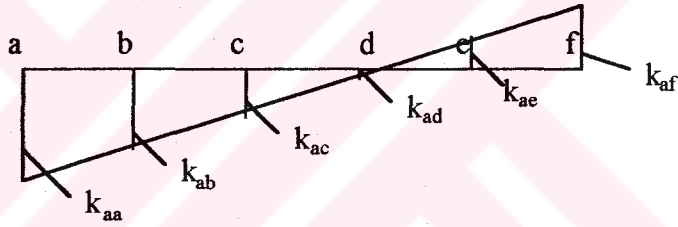
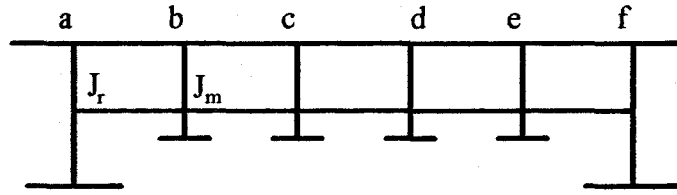
F: Dağıtılacak olan yük (KN)

n: Anakiriş sayısı

4.5. Guyon-Massonnet Metodu İle Kenar Anakiriş Atalet Momentleri İç Kirişlerden Farklı Izgara Sistemlerin İncelenmesi (Sattler Metodu)

4.5.1. Ana Unsurlar

Burulma rijitliği olmayan sistemler ($\alpha=0$) için bir yöntem anlatılacaktır. K enine yük dağıtma katsayısı yerine $k = \frac{K}{n}$ (n anakiriş sayısı) kullanılacaktır. k'ya enine dağıtma tesir hattı ordinatları adı verilmektedir.



Şekil 4.4 $J_r \neq J_m$ ızgara sistemi

Kenar anakiriş atalet momentleri J_r , iç kiriş atalet momentleri J_m ile gösterilirse atalet momentleri oranı

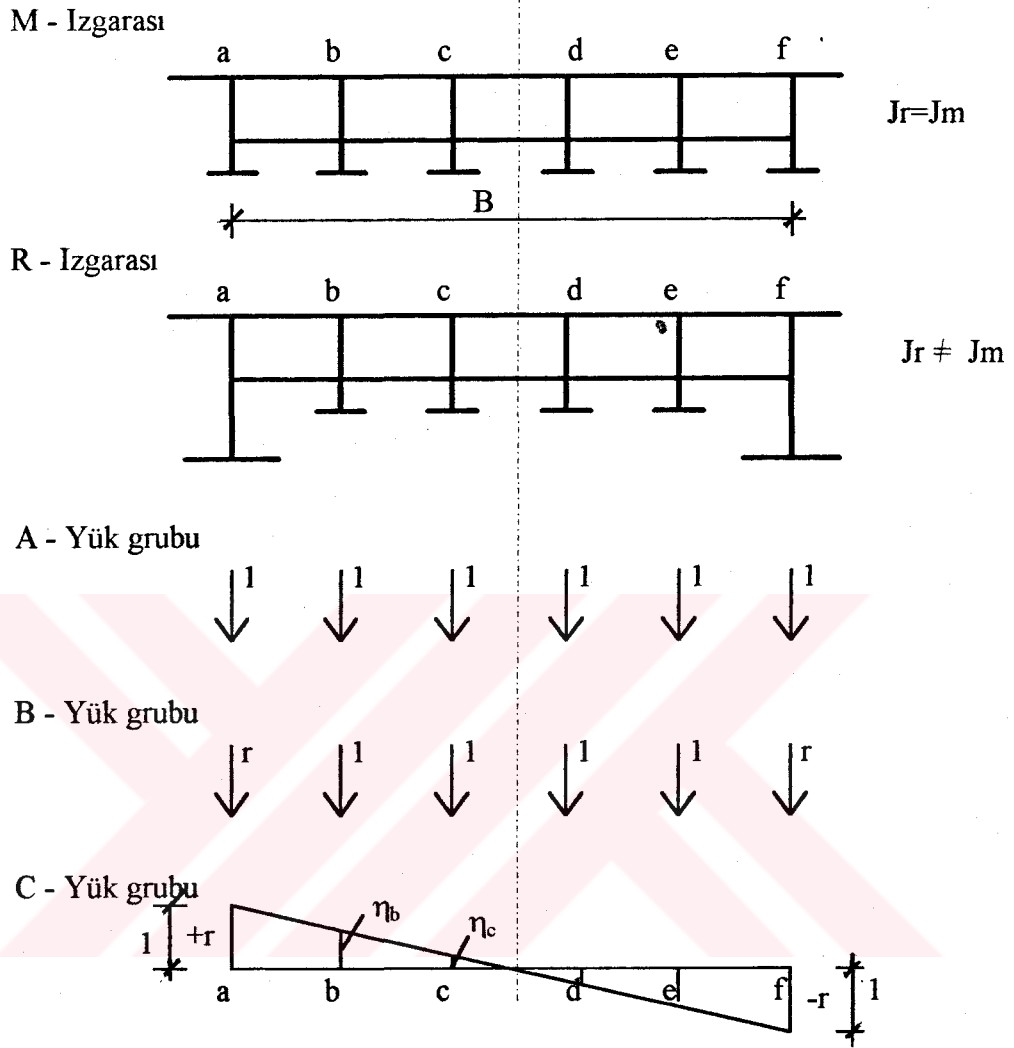
$$r = \frac{J_r}{J_m} \text{ olarak bulunur.} \quad (4.9)$$

4.5.2. Çözüm Yöntemi

Çözüm için iki tip ızgara seçilecektir. Bunlar çeşitli yük grupları ile yüklenerek incelenecektir.

M- Izgarası	$J_r=J_m$	$r=1$
R- Izgarası	$J_r \neq J_m$	$r \neq 1$

M- Izgarasından faydalanarak R- Izgarası için k değerleri hesaplanacaktır.



Şekil 4.5 Izgaralar ve yük grupları

M- Izgarası A- yük grubu ile yüklendiğinde

$$\delta_{aA} = \delta_{bA} = \delta_{cA} = \dots = \delta_{fA} = c$$

R- Izgarası B- yük grubu ile yüklendiğinde

$$\bar{\delta}_{aB} = \bar{\delta}_{bB} = \bar{\delta}_{cB} = \dots = \bar{\delta}_{fB} = c$$

δ_{aA} , M-Izgarasında A-yük grubu neticesinde a noktasında meydana gelen sehimdir.

Bir an için anakirişleri birbirinden ayrılmış ve enlemeler yok kabul edilirse her anakirişi ayrı ayrı kendi yükleri ile yükleyip sehimleri bulunabilir. Bunlar birbirine eşittir. Enlemelerin mevcudiyeti birşey değiştirmez.

R-ızgarası C- yük grubu ile yüklenirse sistem ortasındaki enleme kirişi herhangi bir deformasyona uğramaksızın boylama eksenini etrafında dönerek yatayla bir açı meydana getirir.

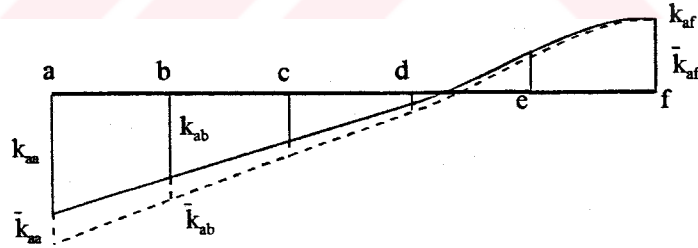
M ızgarası A- yük grubu ile yüklendiğinde a anakiriş sehimini $\delta_{aB} > c$

R-ızgarası A-yük grubu ile yüklendiğinde a kirişi sehimini $\bar{\delta}_{aA}$ olmak üzere aşağıdaki bağıntı mevcuttur.

$$\frac{\delta_{aA}}{\delta_{aB}} = \frac{\bar{\delta}_{aA}}{\bar{\delta}_{aB}} \quad (4.10)$$

Bu ifade deneysel olarak bulunmuştur.

M- ızgarası için enine dağıtma tesir ordinatlarını k , R-ızgarası için olanı da \bar{k} ile gösterip her ikisinin de hesaplandığını farzederek a- indeksli birinci anakiriş için yukardaki yük grupları ile değerlendirilecektir.



Şekil 4.6 Enine yük dağıtım ordinatları

M- ızgarası A- yük grubu ile değerlendirilirse

$$\delta_{aA} = c \cdot \sum_{r+m} k_{ai} = c \quad \sum_{r+m} k_{ai} = 1 \quad (4.11)$$

İlgili tesir çizgisi A- yük grubu ile değerlendirilirse, bütün yüklerden ilgili anakirişe isabet eden kısımları bulunur. Bunların toplamı tabii yük grubundan yük dağılımı sonucu o kirişe isabet eden miktarı veriyor.

M- Izgarası B- yük grubu ile yüklenirse

$$\delta_{aB} = c \cdot \left[r \cdot \sum_r k_{ai} + 1 \cdot \sum_m k_{ai} \right] \quad (4.12)$$

elde edilir.

R- Izgarası bu sefer B- yük grubu ile yüklenirse

$$\bar{\delta}_{aA} = \frac{c}{r} \cdot \sum_{r+m} \bar{k}_{ai} \quad (4.13)$$

R- Izgarasını B-yük grubu ile yüklenirse

$$\bar{\delta}_{aB} = \frac{c}{r} \left[r \cdot \sum_r \bar{k}_{ai} + 1 \cdot \sum_m \bar{k}_{ai} \right] = c \quad (4.14)$$

Bulunan değerler (4.10) ifadesinde yerine konulursa

$$\sum_{r+m} \bar{k}_{ai} = \frac{r}{r \cdot \sum_r k_{ai} + \sum_m k_{ai}} = Z_a \quad (4.15)$$

(4.15) ifadesindeki k_{ai} değerleri M- Izgarası için Guyon-Massonnet abaklarından alınır. Böylece $\sum_{r+m} \bar{k}_{ai}$ bulunmuş olur. Fakat münferit \bar{k}_{ai} değerlerini bulmak gerekir.

M için bulunan k_{ai} değerleri simetrik ve antimetrik kısımlarına ayrılır.

ξ_{ai}^I : Simetrik Kısımlar

ξ_{ai}^{II} : Antimetrik Kısımlar

$$\begin{aligned} \xi_{aa}^1 + \xi_{aa}^{II} &= k_{aa} & \xi_{ab}^1 + \xi_{ab}^{II} &= k_{ab} & \text{v.s.} \\ \xi_{aa}^1 &= \frac{1}{2}(k_{aa} + k_{af}) & \xi_{aa}^{II} &= \frac{1}{2}(k_{aa} - k_{af}) \\ \xi_{ab}^1 &= \frac{1}{2}(k_{ab} + k_{ae}) & \xi_{ab}^{II} &= \frac{1}{2}(k_{ab} - k_{ae}) \end{aligned}$$

R- Izgarası için de \bar{k}_{ai} ordinatları simetrik $\bar{\xi}_{ai}^1$ ve antimetrik $\bar{\xi}_{ai}^{II}$ olarak ayrılabilir.

$$\bar{\xi}_{ai}^1 = \mu^* \cdot \xi_{ai}^1 \quad (4.16)$$

bağıntısı mevcuttur. Simetrik yükleme durumunda k_{ai} 'nin antimetrik ξ_{ai}^{II} değerlerinin toplamı sıfırdır.

$$Z_a = \frac{r}{r \cdot \sum_r \xi_{ai}^1 + \sum_m \xi_{ai}^1} \quad (4.16a)$$

$$Z_a = \sum_{r+m} \bar{k}_{ai} = \sum_{r+m} (\bar{\xi}_{ai}^1 + \bar{\xi}_{ai}^{II}) = \sum_{r+m} \bar{\xi}_{ai}^1 = \mu^* \cdot \underbrace{\sum_{r+m} \xi_{ai}^1}_1 \quad (4.17)$$

$\mu^* = Z_a$
ifadesi elde edilir.

Böylece \bar{k}_{ai} değerlerinin simetrik $\bar{\xi}_{ai}^1$ değerleri bulunur. Antimetrik $\bar{\xi}_{ai}^{II}$ kısımları için şu bağıntılar bulunmuştur.

$$\bar{\xi}_{ai}^{II} = \xi_{ai}^{II} + N_i \cdot \nu_o \quad N_i = \frac{\xi_{ai}^{II}}{\xi_{aa}^{II}} \quad (4.18)$$

C- Yük grubu ile R- Izgarası yüklenirse kenar anakirişe tesir hattı değerlendirmesi sonucu r kuvveti isabet etmelidir.

$$2r \cdot (\xi_{aa}^{II} + v_0) + 2 \left[\sum_{\eta=0} \eta_i \cdot (\xi_{ai}^{II} + \mathcal{N}_i \cdot v_0) \right] = r \quad (4.19)$$

(4.19) denkleminde sadece bilinmeyen v_0 vardır. Buda kolaylıkla bulunabilir. KENAR ANAKİRİŞ için bütün \bar{k}_{ai} değerleri hesaplanmış olur.

$$\bar{k}_{ai} = \mu^* \cdot \xi_{ai}^I + \xi_{ai}^{II} + \mathcal{N}_i \cdot v_0 \quad (4.20)$$

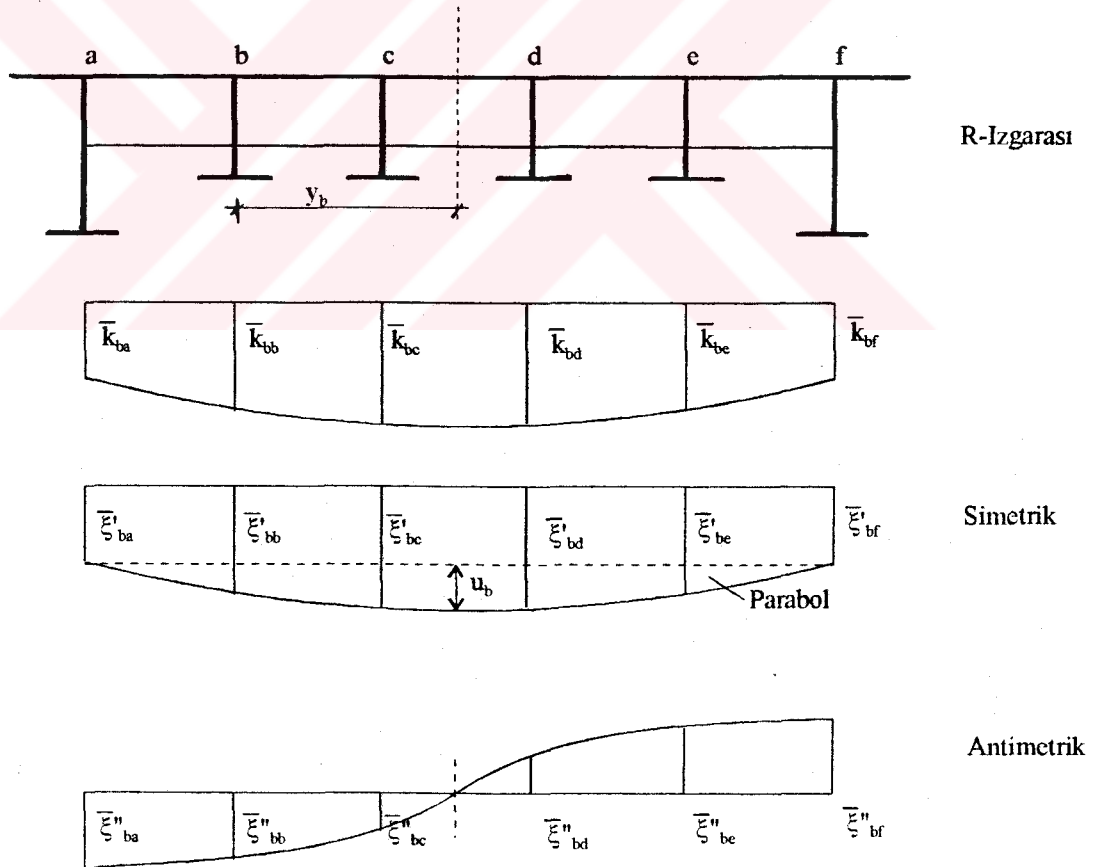
İÇ ANAKİRİŞLER için:

M- Izgarası için bulunan k_{ik} ordinatları simetrik ve antimetrik kısımlara ayrılır.

R- Izgarası için ($J_r \neq J_m$) Maxwell'e dayanarak

$$\bar{k}_{ia} = \frac{1}{r} \bar{k}_{ai}, \quad \bar{\xi}_{ia}^I = \frac{1}{r} \bar{\xi}_{ai}^I, \quad \bar{\xi}_{ia}^{II} = \frac{1}{r} \bar{\xi}_{ai}^{II} \quad (4.21)$$

yazılabilir.



Şekil 4.7 b kirişi \bar{k}_{bi} tesir hattı

b- anakiriş i için (4.21) ifadesinden ş u değerler elde edilir.

$$\bar{k}_{ba} = \frac{1}{r} \bar{k}_{ab} \quad \bar{\xi}_{ba}^1 = \frac{1}{r} \bar{\xi}_{ab}^1 \quad (4.22)$$

\bar{k}_{bk} tesir hattının iç ordinatlarının hesabı için B- yük grubu ile R-Izgarası yüklenir ve simetriden dolayı

$$2r \bar{\xi}_{ba}^1 + \sum_m \bar{\xi}_{bk}^1 = 1 \quad (4.23)$$

elde edilir. Yükleme simetrik olduğu için antimetrik kısımlar sıfırdır.

R- Izgarası A- yük grubu ile yüklenirse

$$2\bar{\xi}_{ba}^1 + \sum_m \bar{\xi}_{bk}^1 = \sum_{r+m} \bar{k}_{bk} = Z_b \quad (4.24)$$

elde edilir. (4.23) ve (4.24) denklemlerinden

$$Z_b = \sum_{r+m} \bar{k}_{bk} = 1 - 2\bar{\xi}_{ba}^1 \cdot (r-1) \text{ elde edilir.}$$

Herhangi bir i indeksli anakiriş i için

$$Z_i = \sum_{r+m} \bar{k}_{ik} = 1 - 2\bar{\xi}_{ia}^1 \cdot (r-1) \quad (4.25)$$

elde edilir.

n anakiriş li sistem için tesir hattının simetrik kısımları parabol olarak alınabilir.

$$\bar{\xi}_{bk}^1 = \bar{\xi}_{ba}^1 + U_b \cdot (1 - \eta_k^2) \quad \eta_k = \frac{2y_k}{B} \quad (4.26)$$

Herhangi bir i anakiriş i için genel olarak simetrik kısımlar

$$\bar{\xi}_{ik}^1 = \bar{\xi}_{ia}^1 + U_i \cdot (1 - \eta_k^2) \quad (4.27)$$

Bilinmeyen U_b değeri tesir hattını A-yük grubu ile değerlendirilerek bulunur.

$$\sum_{r+m} \bar{\xi}_{bk}^1 = n \cdot \bar{\xi}_{ba}^1 + U_b \left[n-2-2 \cdot \sum_{\eta_0}^{\eta_b} \eta_k^2 \right] = Z_b \quad (4.28)$$

Buradan, U_b değeri bulunur. Herhangi bir i anakirişi için genel ifade

$$n \cdot \bar{\xi}_{ia}^1 + U_i \cdot \sum_m (1 - \eta_k^2) = Z_i \quad (4.29)$$

yazılabilir.

Böylece simetrik kısımlar elde edilir.

Antimetrik kısımlar aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır. b anakirişi için

$$\bar{\xi}_{bk}^{11} = \xi_{bk}^{11} + \left[\bar{\xi}_{ba}^{11} \cdot \eta_k + 0.45 \cdot \theta^3 (\eta_k - \eta_k^2) - \xi_{bk}^{11} \right] \frac{r-1}{r} \cdot 1,10 \quad (4.30)$$

ifadesi ile hesaplanır. Herhangi bir i anakirişi için bu ifade

$$\bar{\xi}_{ik}^{11} = \xi_{ik}^{11} + \left[\bar{\xi}_{ia}^{11} \cdot \eta_k + 0.45 \cdot \theta^3 (\eta_k - \eta_k^2) - \xi_{ik}^{11} \right] \frac{r-1}{r} \cdot 1,10 \quad (4.31)$$

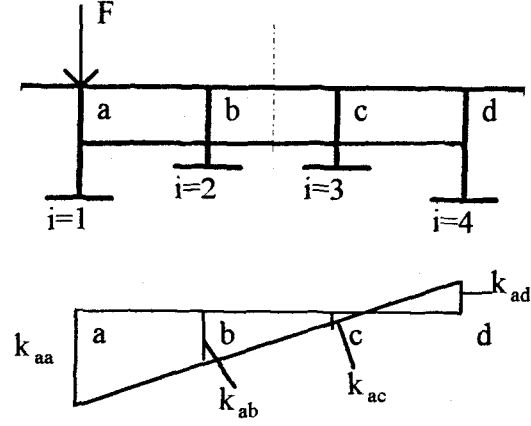
şeklini alır.

İç anakirişler için yük dağılım ordinatları simetrik ve antimetrik kısımlar toplanarak bulunur.

$$\begin{aligned} \bar{k}_{bk} &= \bar{\xi}_{bk}^1 + \bar{\xi}_{bk}^{11} \\ \bar{k}_{ik} &= \bar{\xi}_{ik}^1 + \bar{\xi}_{ik}^{11} \end{aligned} \quad (4.32)$$

elde edilir.

4.5.3. Herhangi Bir F Kuvvetinin Anakirişlere Dağıtılması



Şekil 4.8. Kenar anakiriş için yük dağılım ordinatları

Şekil 4.8.'den görüldüğü gibi kenar anakiriş için yük dağılım ordinatları bulunmuştur. F kuvvetinden dolayı kenar anakirişe gelen yük

$F_1 = F \cdot k_{aa}$ ile elde edilir.

Genel olarak $i=1, 2, 3 \dots n$ anakiriş sayısı olmak üzere

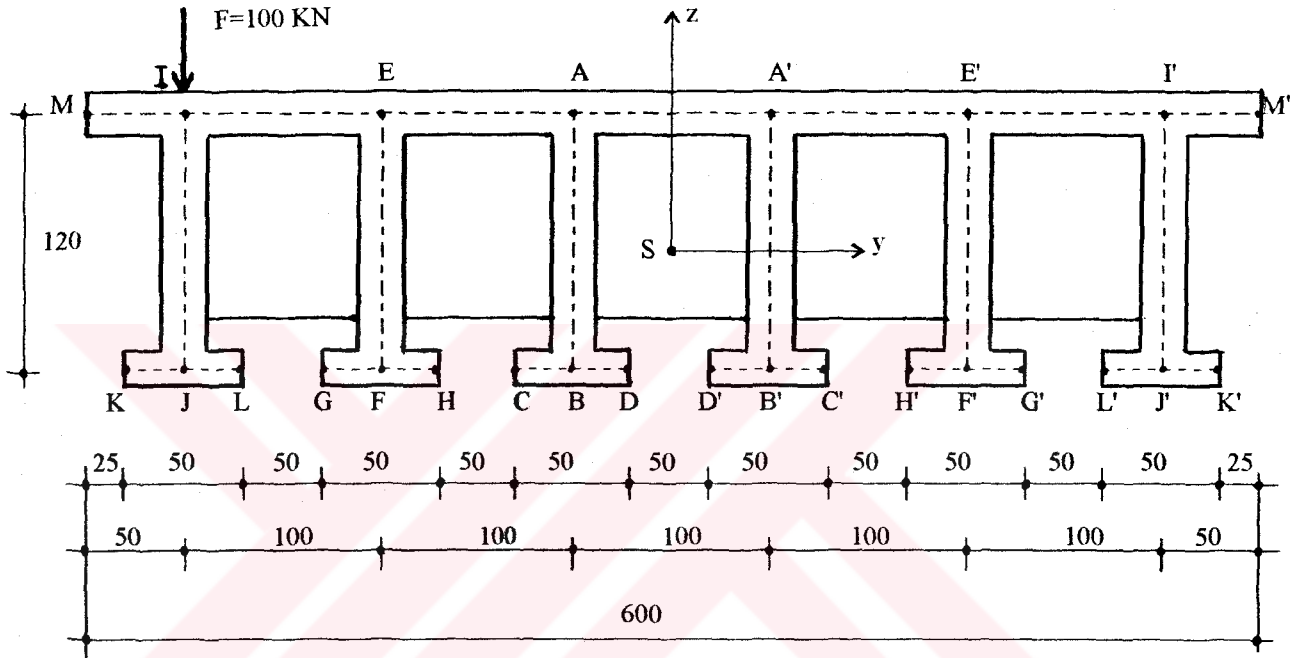
$$F_i = F \cdot k_{ik}$$

(4.33)

ifadesi ile bulunur.

5. SAYISAL ÖRNEKLER

5.1. Altı Anakirifli, Tek Açıklıklı, Anakirif Atalet Momentleri Eşit Köprü Sisteminde Yük Dağıtımının Bulunması



$L = 20$ m (Köprü Açıklığı)

$E = 2.1 \times 10^7$ N/cm²

$G = 8.1 \times 10^6$ N/cm²

$t = 3$ cm (Cidar kalınlığı)

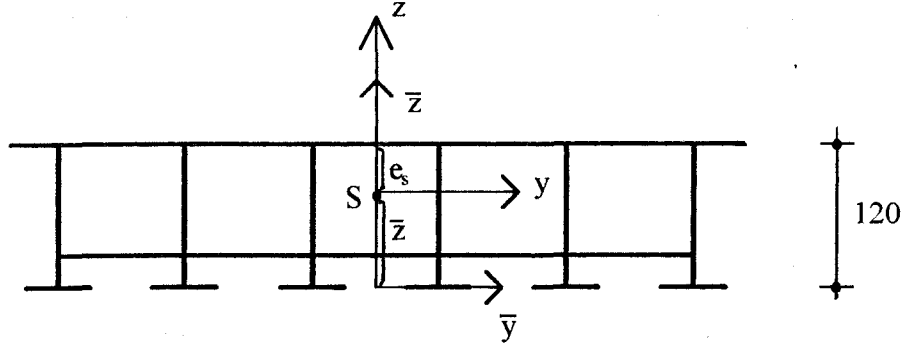
$F = 100$ kN (Dağıtılacak Yük)

5.1.1. Burulma Teorisine Göre Yük Dağıtımı

Ağırlık Merkezinin Bulunması

$S_z = 0$ (Sistem simetriktir)

$$\bar{S}_y = \int \bar{z} \cdot dA$$



\bar{y} ve \bar{z} eksenlerine göre ağırlık merkezi hesaplanacaktır.

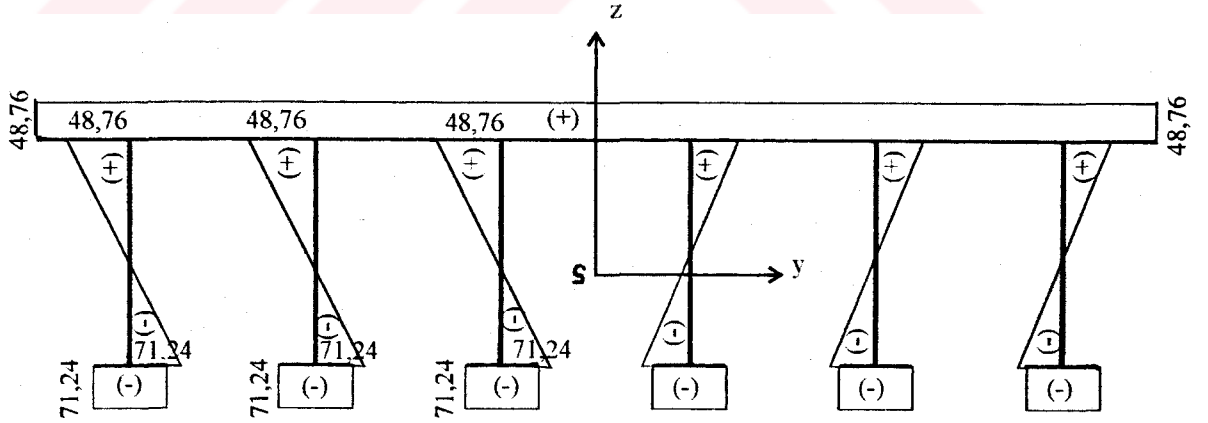
$$\bar{z} = \frac{600 \cdot 3 \cdot 120 + 117 \cdot 3 \cdot 60 \cdot 6}{4806}$$

$$A = 4806 \text{ cm}^2$$

$$\bar{z} = 71.24 \text{ cm}$$

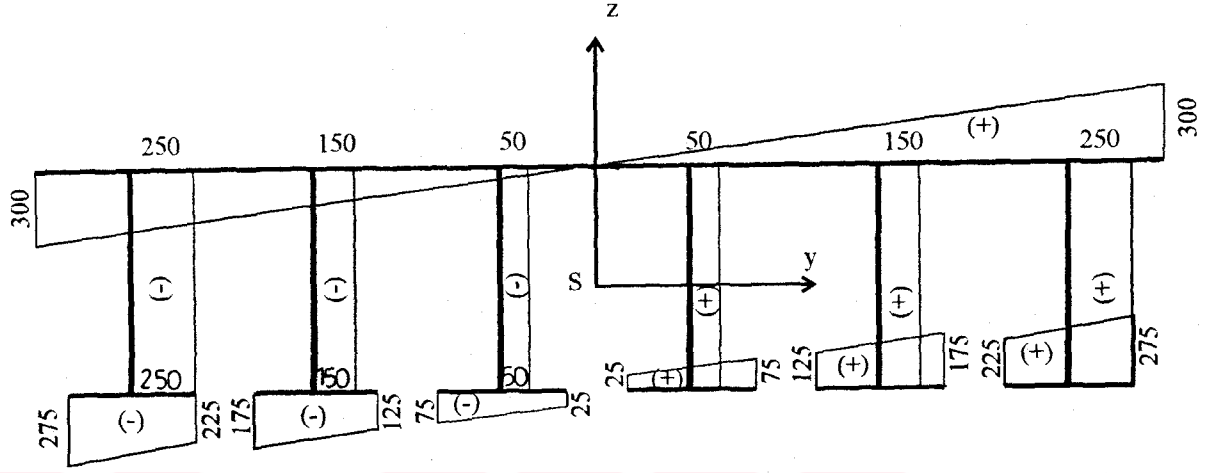
$$e_s = 120 - \bar{z} = 120 - 71,24 = 48,76 \text{ cm}$$

Ağırlık merkezine göre z koordinatları çizilerek z-Diyagramı elde edilir.



z - Diyagramı (cm)

Ağırlık merkezine göre y koordinatları çizilerek y-Diyagramı elde edilir.



y- Diyagramı (cm)

Çarpım Formülleri

$$\int u \cdot v \cdot ds = \frac{\Delta s}{6} [u_1 (2v_1 + v_2) + u_2 (2v_2 + v_1)]$$

$$\int u \cdot v \cdot ds = \frac{\Delta s}{3} u \cdot v$$

$$\int u \cdot v \cdot ds = \Delta s \cdot u \cdot v$$

J_{zz} Atalet Momenti:

$$J_{zz} = \int_A y^2 \cdot dA = \int y^2 \cdot t \cdot ds$$

$$J_{zz} = 3 \cdot 2 \cdot \left\{ \frac{300}{3} \cdot (300)(-300) + 120 \cdot (-150) \cdot (-150) + 120(-50)(-50) \right.$$

$$+ \frac{50}{6} [-275 \cdot (-550 - 225) - 225 \cdot (-450 - 275)] + \frac{50}{6} [-175(-350 - 125) - 125(-250 - 175)]$$

$$\left. \frac{50}{6} [-75(-150 - 25) - 25(-50 - 75)] \right\}$$

$$J_{zz} = 143437500 \text{ cm}^4$$

J_{yy} Atalet Momenti:

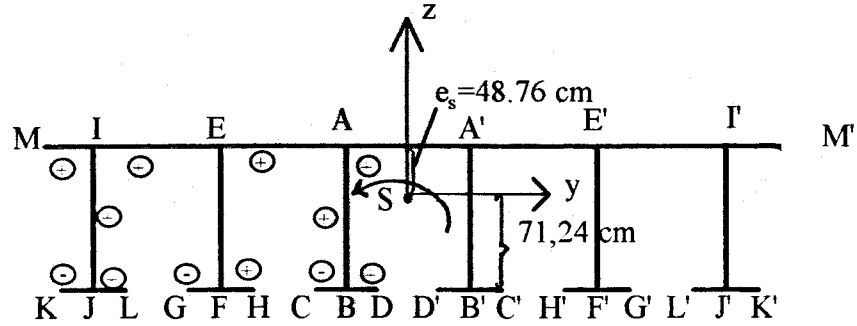
$$J_{yy} = \int_A z^2 \cdot dA = \int z^2 \cdot t \cdot ds$$

$$J_{yy} = 3 \cdot 2 \cdot \left\{ 300(48,76 \cdot 48,76) + \frac{120}{6} \frac{a \cdot det}{3} [48,76(97,52 - 71,24) - 71,24(-142,48 + 48,76)] \right.$$

$$\left. + 50 \cdot (-71,24)(-71,24) \cdot 3 \right\}$$

$$J_{yy} = 11712080,74 \text{ cm}^2$$

Ağırlık Merkezine Göre Birim Çarpımların Bulunması (ω_s)



Saatın tersi yön pozitif kabul edilir.

$$\omega_s = \int_0^s p_s \cdot ds$$

$$\omega_s (A) = 50.48,76 = 2438 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (B) = \omega_s (A) + 120.50 = 8438 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (C) = \omega_s (B) - 25.71,24 = 6657 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (D) = \omega_s (B) + 25.71,24 = 10219 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (E) = \omega_s (A) + 10.48,76 = 7314 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (F) = \omega_s (E) + 150.120 = 25314 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (G) = \omega_s (F) - 25.71,24 = 25533 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (H) = \omega_s (F) + 25.71,24 = 27095 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (I) = \omega_s (E) + 100.48,76 = 12190 \text{ cm}^2$$

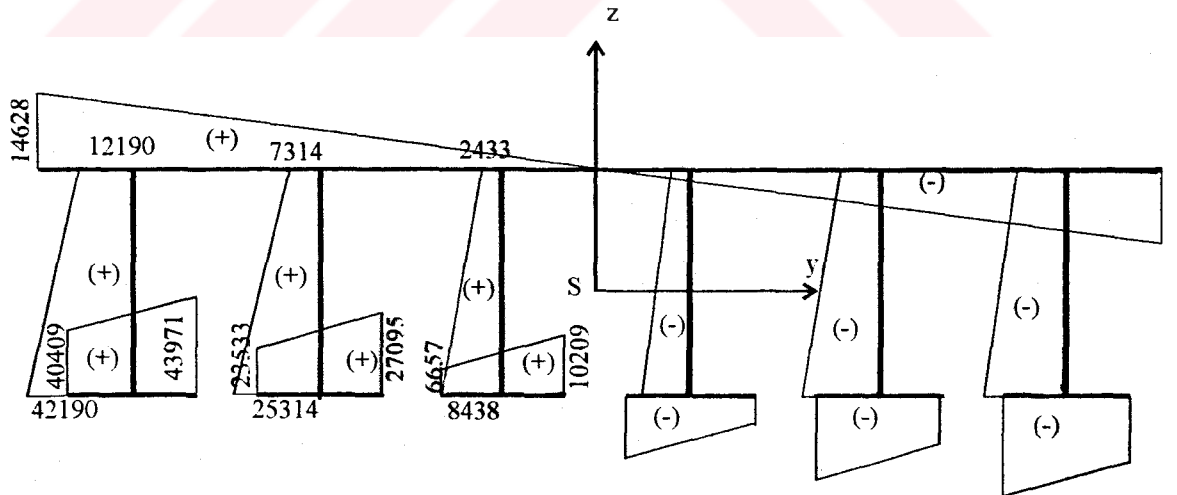
$$\omega_s (J) = \omega_s (I) + 120.250 = 42190 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (K) = \omega_s (J) - 25.71,24 = 40409 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (L) = \omega_s (J) + 25.71,24 = 43971 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (M) = \omega_s (I) + 50.48,76 = 14628 \text{ cm}^2$$

Diğer noktadaki değerler bulunan değerlere eşit fakat zıt işaretlidir.



ω_s - Diyagramı (cm²)

Kayma Merkezinin Hesabı

Sistem simetrik olduğu için $y_m = 0$

$$z_m = -\frac{J_{z\omega_s}}{J_{zz}}$$

$$J_{z\omega_s} = \int_A \omega_s \cdot y \cdot dA = \int \omega_s \cdot y \cdot t \cdot ds \quad \text{sektörel deviasyon momenti}$$

$$J_{z\omega_s} = 3 \cdot 2 \left\{ \frac{300}{3} (-300)(14628) + \frac{120}{6} [-250(24380 + 42190) - 250(84380 + 12190)] \right.$$

$$+ \frac{120}{6} [-150(14628 + 25314) - 150(50628 + 7314)] + \frac{120}{6} [-50(4876 + 8438) - 50(16876 + 2438)]$$

$$+ \frac{50}{6} [40409(-550 - 225) + 43971(-450 - 275)] + \frac{50}{6} [23533(-350 - 125) + 27095(-250 - 175)]$$

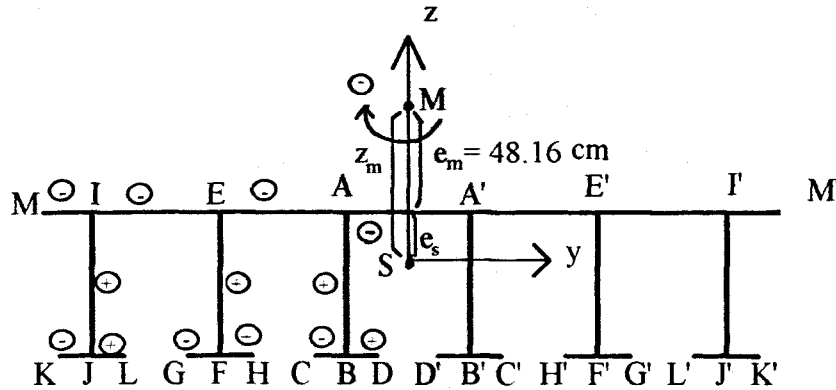
$$+ \left. \frac{50}{6} [6657(-150 - 25) + 10219(-50 - 75)] \right\}$$

$$J_{z\omega_s} = -1,39015125 \cdot 10^{10} \text{ cm}^5$$

$$z_m = -\frac{-1,39015125 \cdot 10^{10}}{143437500} = 96,92 \text{ cm}$$

$$e_m = z_m - e_s = 96,92 - 48,76 = 48,16 \text{ cm}$$

Kayma Merkezine Göre Birim Çarpımların Bulunması (ω_m)



$$\omega_m = \int p_m \cdot ds$$

$$\omega_m (A) = -50.48,16 = -2408 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (B) = \omega_m (A) + 120.50 = 3592 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (C) = \omega_m (B) - 25.168,16 = -612 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (D) = \omega_m (B) + 25.168,16 = 7796 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (E) = \omega_m (A) - 100.48,16 = -7224 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (F) = \omega_m (E) + 120.150 = 10776 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (G) = \omega_m (F) - 25.168,16 = 6572 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (H) = \omega_m (F) + 25.168,16 = 14980 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (I) = \omega_m (E) - 100.48,16 = -12040 \text{ cm}^2$$

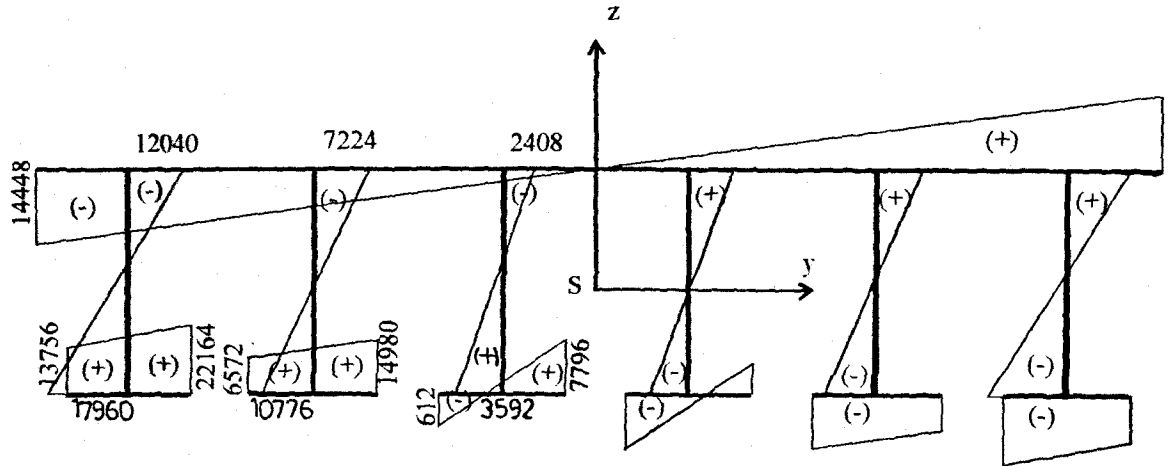
$$\omega_m (J) = \omega_m (I) + 120.250 = 17960 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (K) = \omega_m (J) - 25.168,16 = 13756 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (L) = \omega_m (J) + 25.168,16 = 22164 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (M) = \omega_m (I) + 50.48,16 = 14448 \text{ cm}^2$$

Diğer noktalardaki değerler bulunan değerlere eşit fakat zıt işaretlidir.



ω_m - Diyagramı (cm^2)

Kontrol Denklemleri

$$J_{y\omega_m} = \int_A z \cdot \omega_m \cdot dA = 0$$

$$J_{y\omega_m} = \text{Simetri} \times \text{Antimetri} = 0$$

$$J_{z\omega_m} = \int_A y \cdot \omega_m \cdot dA$$

$$J_{z\omega_m} = 3 \cdot 2 \cdot \underbrace{\left\{ \frac{300}{3}(-300)(-14448) + \frac{120}{6}[-250(-24080 + 17960) - 250(35920 - 12040)] \right.}_{\text{sim}}$$

$$+ \frac{120}{6}[-150(-14448 + 10776) - 150(21552 - 7224)] + \frac{120}{6}[-50(-4816 + 3592) - 50(7184 - 2408)]$$

$$+ \frac{50}{6}[-275(27512 + 22164) - 225(44328 + 13756)] + \frac{50}{6}[-175(13144 + 14980) - 125(29960 + 6572)]$$

$$\left. + \frac{50}{6}[-75(-1224 + 7796) - 25(15592 - 612)] \right\}$$

$$J_{z\omega_m} = 450.000 \text{ cm}^5 \cong 0$$

$J_{z\omega_m}$, $J_{z\omega_s}$ ile kıyaslanırsa

$$\text{Kıyaslama oranı} = \frac{450.000}{1,39015125 \cdot 10^{10}} = 3,24 \cdot 10^{-5}$$

Böylece şartlar sağlanmış olur.

Çarpılma Atalet Momentinin Bulunması ($J_{\omega_m\omega_m}$)

$$J_{\omega_m\omega_m} = \int_A \omega_m^2 dA = \int \omega_m^2 \cdot t \cdot ds \quad \omega_m \text{ diyagramlarının çarpımından elde edilir.}$$

$$J_{\omega_m\omega_m} = 3 \cdot 2 \cdot \left\{ \frac{300}{3}(-14448) - 14448 + \frac{120}{6}[-12040(-24080 + 17960) + 17960(35920 - 12040)] \right.$$

$$+ \frac{120}{6}[-7224(-14448 + 10776) + 10776(21552 - 7224)] + \frac{120}{6}[-2408(-4816 + 3592) + 3592(7184 - 2408)]$$

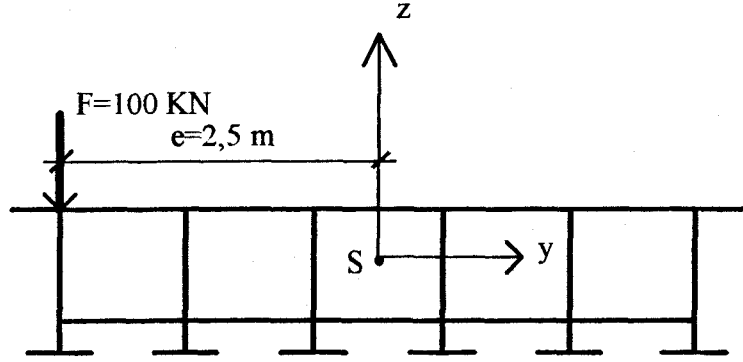
$$+ \frac{50}{6}[13756(27512 + 22164) + 22164(44328 + 13756)]$$

$$+ \frac{50}{6}[6572(13144 + 14980) + 14980(29960 + 6572)]$$

$$\left. + \frac{50}{6}[-612(-1224 + 7796) + 7796(15592 - 612)] \right\}$$

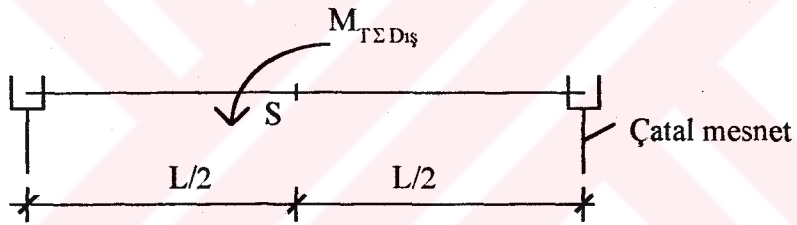
$$J_{\omega_m \omega_m} = 3,505 \cdot 10^{11} \text{ cm}^6$$

Burulma Diferansiyel Denklemi ve Çözümü



Dış Burulma Momenti

$$M_{T\Sigma Dış} = F \cdot e = 100 \cdot 2,5 = 250 \text{ kNm} = 25 \cdot 10^6 \text{ Ncm}$$



Burulma Atalet Momenti

$$J_T \cong \frac{1}{3} \cdot \sum b_i \cdot t_i^3 \quad t_i \ll b_i$$

$$J_T \cong \frac{1}{3} [600 \cdot 3^3 + 117 \cdot 3^3 \cdot 6 + 50 \cdot 3^3 \cdot 6]$$

$$J_T = 14418 \text{ cm}^4$$

Dönme Açılarının Bulunması

$$\varphi'_m = \frac{M_{T\Sigma Dış}}{G \cdot J_T} \left[\frac{1}{2} - \frac{\text{Sh}\left(\frac{kL}{2}\right)}{\text{Sh}(kL)} \cdot \text{ch}(kx) \right]$$

$0 \leq x \leq L/2$ aralığında incelenecektir.

$$k = \sqrt{\frac{G \cdot J_T}{E \cdot J_{\omega_m \omega_m}}} = \sqrt{\frac{8,1 \cdot 10^6 \cdot 14418}{2,1 \cdot 10^7 \cdot 3,505 \cdot 10^{11}}} = 1,2596 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{Sh}\left(\frac{kL}{2}\right) = \text{Sh}\left(\frac{1,2596 \cdot 10^{-4} \cdot 2000}{2}\right) = 0,1263$$

$$\text{Sh}(kL) = \text{Sh}(1,2596 \cdot 10^{-4} \cdot 2000) = 0,2546$$

$$x = 0 \text{ için mesnette } \text{Ch}(k \cdot 0) = 1$$

$$\varphi'_m = \frac{25 \cdot 10^6}{8,1 \cdot 10^6 \cdot 14418} \left[\frac{1}{2} - \frac{0,1263}{0,2546} \cdot 1 \right]$$

$$\varphi'_m = 8,408 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{-1}$$

$$\varphi''_m = \frac{M_{T\Sigma Dış}}{G \cdot J_T} \left[-\frac{\text{Sh}(kL/2)}{\text{Sh}(kL)} \cdot k \cdot \text{Sh}(kx) \right]$$

$$x = L/2 \text{ (Açıklık Ortası)}$$

$$\varphi''_m = \frac{25 \cdot 10^6}{8,1 \cdot 10^6 \cdot 14418} \left[-\frac{0,1263}{0,2546} \cdot 1,2596 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1263 \right]$$

$$\varphi''_m = -1,6894 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^{-2}$$

$$\varphi'''_m = -\frac{M_{T\Sigma Dış}}{G \cdot J_T} \left[\frac{\text{Sh}(kL/2)}{\text{Sh}(kL)} \cdot k^2 \cdot \text{Ch}(kx) \right]$$

$$x = 0 \text{ mesnet bölgesi için } \text{Ch}(0) = 1$$

$$\varphi'''_m = -\frac{25 \cdot 10^6}{8,1 \cdot 10^6 \cdot 14418} \left[\frac{0,1263}{0,2546} \cdot (1,2596 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 1 \right]$$

$$\varphi'''_m = -1,6848 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^{-3}$$

St. Venant Burulma Momenti (M_T)

$$M_T = G \cdot J_T \cdot \varphi'_m$$

$x = 0$ Mesnet Bölgesi için

$$M_T = 8,1 \cdot 10^6 \cdot 14418 \cdot 8,408 \cdot 10^{-7} = 98193,5 \text{ Ncm}$$

$x = L/2$ Açıklık ortası

$$\text{Simetriden dolayı } \varphi'_m = 0 \quad M_T = 0$$

Çarpılma Burulma Momenti (M_τ)

$$M_\tau = -E \cdot J_{\omega_m \omega_m} \cdot \varphi'''_m$$

$x = 0$ Mesnet Bölgesi

$$M_\tau = -2,1 \cdot 10^7 \cdot 3,505 \cdot 10^{11} \cdot (-1,6848 \cdot 10^{-12}) = 12400970,4 \text{ Ncm}$$

$x = L/2$ Açıklık ortası $\text{Ch}(kL/2) = 1$

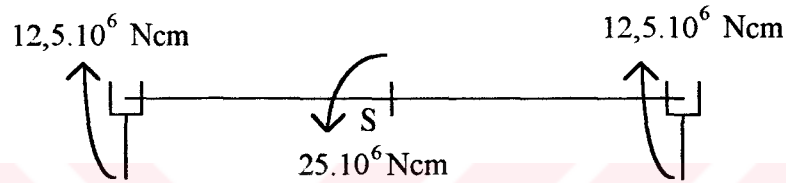
$$M_\tau = 12,5 \cdot 10^6 \text{ Ncm} \quad (\text{Tüm kesit tesiri çarpılma burulmasıdır})$$

Kontrol !!! mesnet bölgesi

$$M_{T\Sigma(x)} = M_T + M_\tau$$

$$M_{T\Sigma(x)} = 98193,5 + 12400970,4$$

$$M_{T\Sigma(x)} = 12499163,9 \text{ Ncm} \cong 12,5 \cdot 10^6 \text{ Ncm}$$



Bimoment (M_ω)

$x = L/2$ Açıklık ortası kesiti için Bimoment hesaplanacaktır.

$$M_\omega = -EJ_{\omega_m \omega_m} \cdot \varphi''_m$$

$$M_\omega = -2,1 \cdot 10^7 \cdot 3,505 \cdot 10^{11} \cdot (-1,6894 \cdot 10^{-9})$$

$$M_\omega = 1,243 \cdot 10^{10} \text{ Ncm}^2$$

Açıklık Ortası Çarpılma Normal Gerilmelerinin Bulunması

$$\sigma_{x\omega} = \frac{M_\omega}{J_{\omega_m \omega_m}} \cdot \omega_m$$

$$\frac{M_\omega}{J_{\omega_m \omega_m}} = \frac{1,243 \cdot 10^{10}}{3,505 \cdot 10^{11}} = 0,0355$$

$$\sigma_{x\omega}(A) = 0,0355 \cdot (-2408) = -85,40 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(A')$$

$$\sigma_{x\omega}(B) = 0,0355 \cdot (3592) = 127,39 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(B')$$

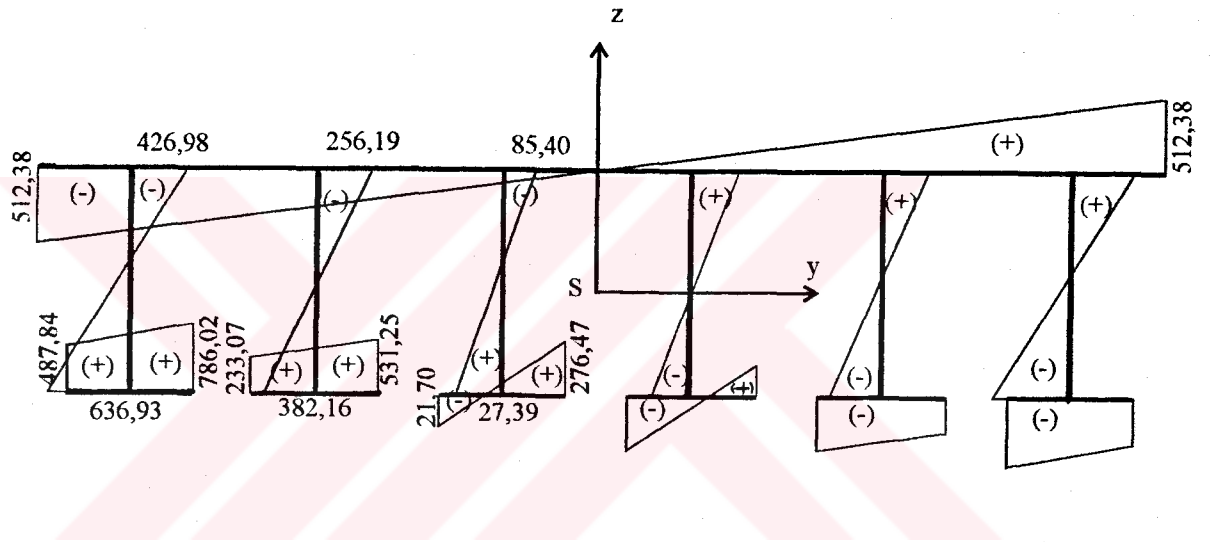
$$\sigma_{x\omega}(C) = 0,0355 \cdot (-612) = -21,70 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(C')$$

$$\sigma_{x\omega}(D) = 0,0355 \cdot (7796) = 276,47 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(D')$$

$$\sigma_{x\omega}(E) = 0,0355 \cdot (-7224) = -256,19 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(E')$$

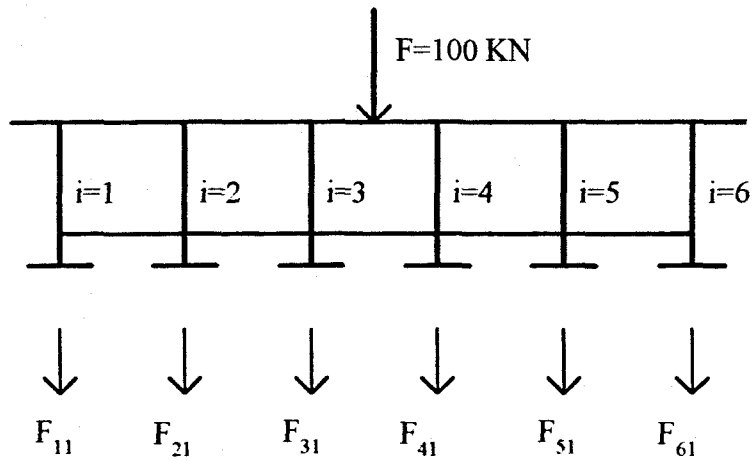
$$\sigma_{x\omega}(F) = 0,0355 \cdot (10776) = 382,16 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(F')$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x\omega}(G) &= 0,0355 \cdot (6572) = 233,07 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(G') \\ \sigma_{x\omega}(H) &= 0,0355 \cdot (14980) = 531,25 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(H') \\ \sigma_{x\omega}(I) &= 0,0355 \cdot (-12040) = -426,98 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(I') \\ \sigma_{x\omega}(J) &= 0,0355 \cdot (17960) = 636,93 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(J') \\ \sigma_{x\omega}(K) &= 0,0355 \cdot (13756) = 487,84 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(K') \\ \sigma_{x\omega}(L) &= 0,0355 \cdot (22164) = 786,02 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(L') \\ \sigma_{x\omega}(M) &= 0,0355 \cdot (-14448) = -512,38 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(M')\end{aligned}$$



Normal Gerilme Diyagramı ($\sigma_{x\omega}$) (N/cm²)

(1) Eksenel Yüklerin Anakirişlere Dağılımı



$$F_{i1} = F \cdot \frac{J_i}{\sum J_i} \quad J_{\text{Enleme}} = \infty$$

$$\frac{J_i}{\sum J_i} = \frac{J}{6J}$$

$$F_{11} = F_{21} = F_{31} = F_{41} = F_{51} = F_{61} = 100 \cdot \frac{J}{6J} = 16,67 \text{ KN}$$

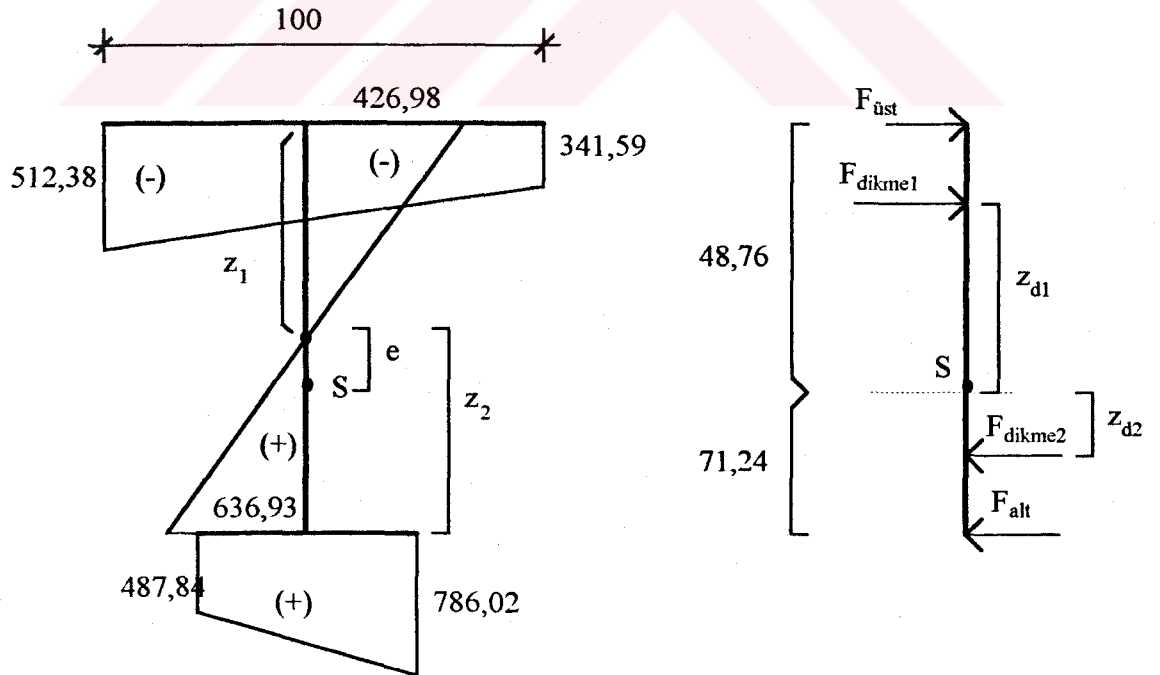
(2) Burulma Momentinin Etkisiyle Oluşan Dağıtılmış Anakiriş Yüklerinin Bulunması

Normal gerilme diyagramları çizilmiştir. Bu diyagramlardan kirişler tek tek çıkarılacaktır.

Çarpılma Normal Gerilmelerinin Oluşturduğu Fiktif Eğilme Momentleri

$$M_i = \int \sigma_{xw} \cdot t \cdot ds \cdot z$$

1. ANAKİRİŞ (i=1)



Kesit Ağırlık Merkezi

$$\bar{z} = \frac{3.100.120 + 3.117.60}{801} = 71,24 \text{ cm}$$

$$z_1 = 48,16 \text{ cm (Thales)}$$

$$z_2 = 71,84 \text{ cm (Thales)}$$

$$e = z_2 - \bar{z} = 71,84 - 71,24 = 0,60 \text{ cm}$$

$$z_{d1} = z_1 \frac{2}{3} + e = 48,16 \frac{2}{3} + 0,60 = 32,71 \text{ cm}$$

$$z_{d2} = z_2 \frac{2}{3} - e = 71,84 \frac{2}{3} - 0,60 = 47,29 \text{ cm}$$

$$F = \sigma_{x0} \cdot t \cdot ds$$

$$F_{\text{üst}} = \frac{512,84 + 341,59}{2} 100 \cdot 3 = 128095,5 \text{ N}$$

$$F_{\text{alt}} = \frac{487,84 + 786,02}{2} \cdot 50 \cdot 3 = 95539,5 \text{ N}$$

$$F_{\text{dikme1}} = \frac{426,98 \cdot 48,16}{2} \cdot 3 = 68635,58 \text{ N}$$

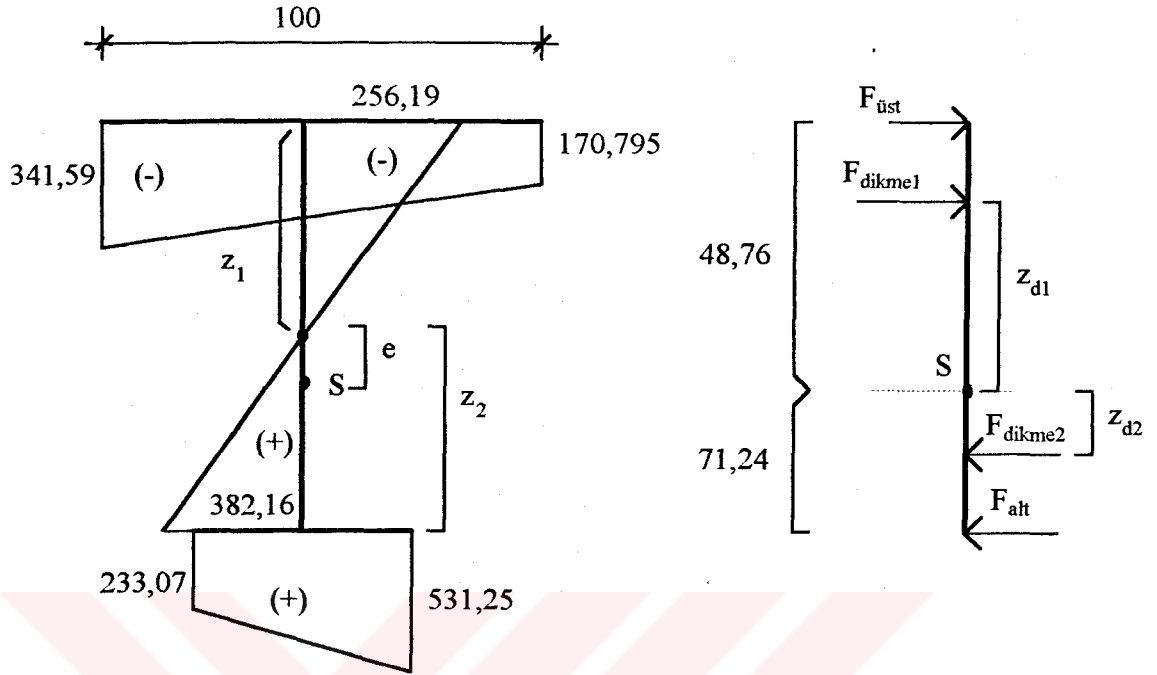
Gerilmelerden oluşan ve ana kirişe gelen toplam fiktif eğilme momenti:

$$M_1 = F_{\text{üst}} \cdot 48,76 + F_{\text{dikme1}} \cdot z_{d1} + F_{\text{dikme2}} \cdot z_{d2} + F_{\text{alt}} \cdot 71,24$$

$$M_1 = 128095,5 \cdot 48,76 + 30845,04 \cdot 32,71 + 68635,58 \cdot 47,29 + 95539,5 \cdot 71,24$$

$$M_1 = 17306888,40 \text{ Ncm}$$

2. ANAKİRİŞ (i=2)



$$\bar{z} = 71,24 \text{ cm}$$

$$z_1 = 48,16$$

$$z_2 = 71,84 \text{ cm}$$

$$e = z_2 - \bar{z} = 71,84 - 71,24 = 0,60$$

$$z_{d1} = 32,71 \text{ cm}$$

$$z_{d2} = 47,29 \text{ cm}$$

$$F_{\text{üst}} = \frac{341,59 + 170,795}{2} \cdot 100 \cdot 3 = 76857,75 \text{ N}$$

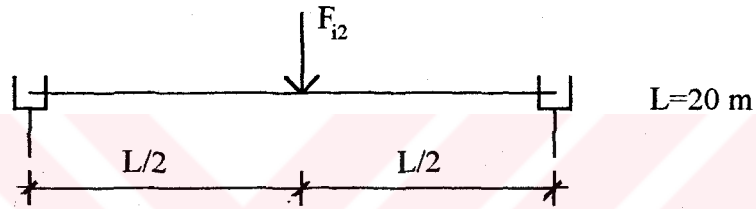
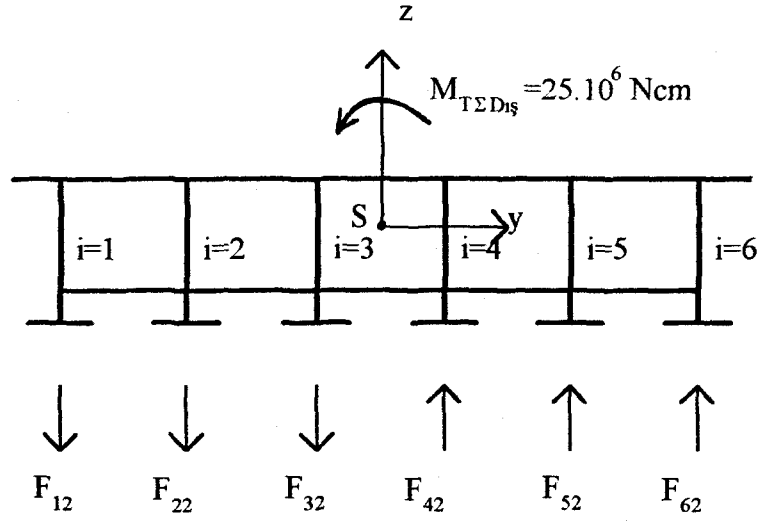
$$F_{\text{alt}} = \frac{233,07 + 531,25}{2} \cdot 50 \cdot 3 = 57324 \text{ N}$$

$$F_{\text{dikme1}} = \frac{256,19 \cdot 48,16}{2} \cdot 3 = 18507,17 \text{ N}$$

$$F_{\text{dikme2}} = \frac{382,16 \cdot 71,84}{2} \cdot 3 = 41181,56 \text{ N}$$

$$M_2 = 76857,75 \cdot 48,76 + 18507,17 \cdot 32,71 + 41181,56 \cdot 47,29 + 57324 \cdot 71,24$$

$$M_2 = 10384191,15 \text{ Ncm}$$



Moment tesir çizgisi

$$M_i = F_{i2} \cdot \eta$$

$$F_{i2} = \frac{M_i}{\eta}$$

1. Anakiriş

$$\eta = L/4 = \frac{2000}{4} = 500$$

$$F_{i2} = \frac{M_i}{\eta}$$

$$F_{i2} = \frac{17306888,40}{500} = 34613,78 \text{ N} = 34,614 \text{ kN}$$

2. Anakiriş

$$F_{22} = \frac{M_2}{\eta}$$

$$F_{22} = \frac{10384191,15}{500} = 2076,38 \text{ N} = 20,77 \text{ kN}$$

3. Anakiriş

$$F_{32} = \frac{M_3}{\eta}$$

$$F_{32} = \frac{3461404,25}{500} = 6922,81 \text{ N} = 6,92 \text{ kN}$$

4. Anakiriş

$$F_{42} = -F_{32} = -6,92 \text{ kN}$$

5. Anakiriş

$$F_{52} = F_{22} = -20,77 \text{ kN}$$

6. Anakiriş

$$F_{62} = -F_{12} = -34,614 \text{ kN}$$

Kirişlere Gelen Toplam Yükler

Eksenel yükten ve Burulma momentinden gelen yüklerin toplamı kirişe gelen yükü verir.

$$F_i = F_{i1} + F_{i2}$$

1. Anakiriş

$$F_1 = F_{11} + F_{12}$$

$$F_1 = 16,67 + 34,614 = 51,28 \text{ kN}$$

2. Anakiriş

$$F_2 = F_{21} + F_{22}$$

$$F_2 = 16,67 + 20,77$$

$$F_2 = 37,44 \text{ kN}$$

3. Anakiriş

$$F_3 = F_{31} - F_{32}$$

$$F_3 = 16,67 + 6,92 = 23,59 \text{ kN}$$

4. Anakiriş

$$F_4 = F_{41} + F_{42}$$

$$F_4 = 16,67 - 6,92 = 9,75 \text{ kN}$$

5. Anakiriş

$$F_5 = F_{51} + F_{52}$$

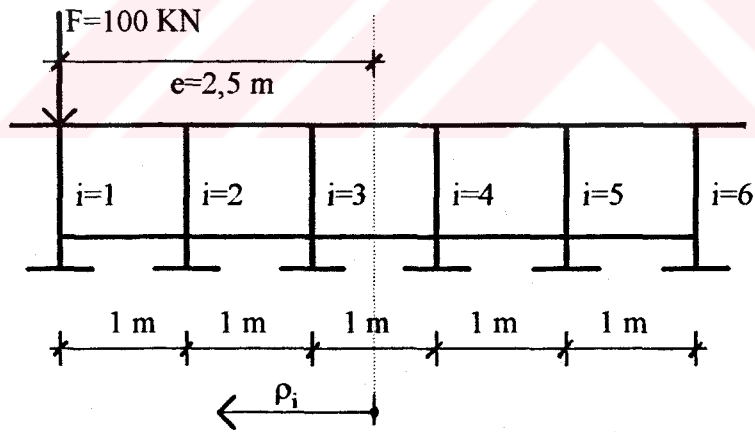
$$F_5 = 16,67 - 20,77 = -4,10 \text{ kN}$$

6. Anakiriş

$$F_6 = F_{61} + F_{62}$$

$$F_6 = 16,67 - 34,614 = -17,94 \text{ kN}$$

5.1.2. Courbon Yöntemine Göre Yük Dağıtımı



$$F_i = F \cdot \frac{J_i}{\sum J_i} \left[1 + \frac{\sum J_i}{\sum J_i \cdot \rho_i^2} \cdot e \cdot \rho_i \right]$$

$$J_1 = J_2 = J_3 = J_4 = J_5 = J_6 = J$$

$$\sum J_i = 6J$$

$$\sum J_i \rho_i^2 = J \cdot (2,5)^2 + J \cdot (1,5)^2 + J \cdot (0,5)^2 + J \cdot (-0,5)^2 + J \cdot (-1,5)^2 + J \cdot (-2,5)^2$$

$$\sum J_i \rho_i^2 = 17,5J$$

1. Anakiriş

$$F_1 = 100 \frac{J}{6J} \left[1 + \frac{6J}{17,5J} 2,5 \cdot 2,5 \right]$$

$$F_1 = 52,38 \text{ kN}$$

2. Anakiriş

$$F_2 = 100 \frac{J}{6J} \left[1 + \frac{6J}{17,5J} 2,5 \cdot 1,5 \right]$$

$$F_2 = 38,09 \text{ kN}$$

3. Anakiriş

$$F_3 = 100 \frac{J}{6J} \left[1 + \frac{6J}{17,5J} 2,5 \cdot 0,5 \right]$$

$$F_3 = 23,81 \text{ kN}$$

4. Anakiriş

$$F_4 = 100 \frac{J}{6J} \left[1 + \frac{6J}{17,5J} 2,5 \cdot (-0,5) \right]$$

$$F_4 = 9,52 \text{ kN}$$

5. Anakiriş

$$F_5 = 100 \frac{J}{6J} \left[1 + \frac{6J}{17,5J} 2,5 \cdot (-1,5) \right]$$

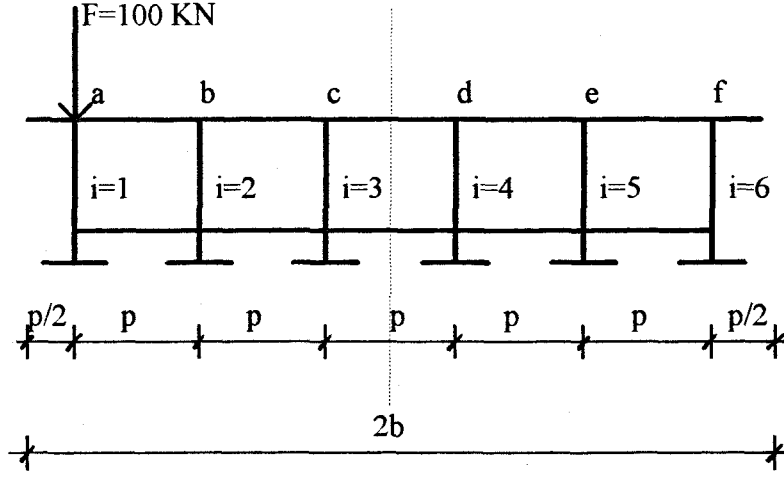
$$F_5 = -4,76 \text{ kN}$$

6. Anakiriş

$$F_6 = 100 \frac{J}{6J} \left[1 + \frac{6J}{17,5J} 2,5 \cdot (-2,5) \right]$$

$$F_6 = -19,05 \text{ kN}$$

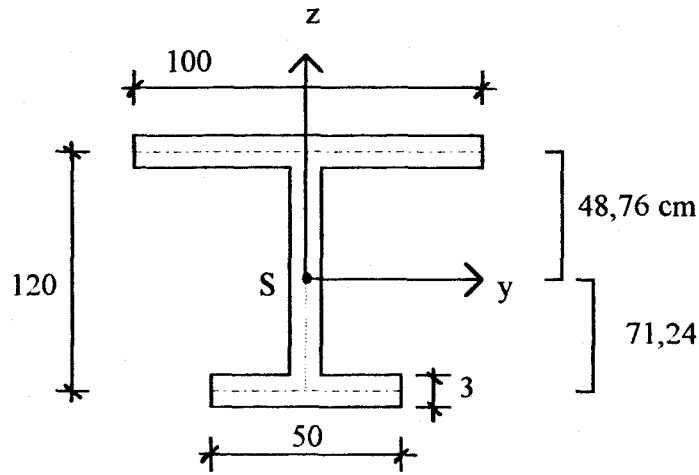
5.1.3. Guyon-Massonnet Metoduna Göre Yük Dağıtımı



(1) Köprü Sabit Değerlerinin Bulunması

$p = 1 \text{ m}$	Anakiriş aralığı
$q = 4 \text{ m}$	Enleme aralığı
$2b = n \cdot p$	n : Anakiriş sayısı
$2b = 6.1$	$b = 3 \text{ m}$ Köprü efektif genişliği
$L = 20 \text{ m}$	Köprü açıklığı

Anakiriş Atalet Momenti (J_p)



$$J_p = \frac{100.3^3}{12} + 100.3.(48,76)^2 + \frac{3.117^3}{12} + 3.117(11,24)^2 + \frac{50.3^3}{12} + 50.3(71,24)^2$$

$$J_p = 1919617,17 \text{ cm}^4$$

Enleme Kiriş atalet momenti (J_q)

$$J_q = J_p$$

Anakiriş Burulma Momenti

$$J_{dp} = \frac{1}{3} \sum b_i \cdot t_i^3$$

$$J_{dp} = \frac{1}{3} \cdot (100.3^3 + 117.3^3 + 50.3^3)$$

$$J_{dp} = 2403 \text{ cm}^4$$

Enleme Kiriş burulma momenti

$$J_{dq} = J_{dp}$$

(2) Izgara ve Burulma Parametrelerinin Hesabı

Izgara Parametresi

$$\theta = \frac{b}{L} \sqrt[4]{\frac{J_p \cdot q}{J_d \cdot p}}$$

$$\theta = \frac{3}{20} \sqrt[4]{\frac{J \cdot 4}{J \cdot 1}} = 0,212 \cong 0,20$$

Burulma Parametresi

$$\alpha = \frac{G}{2E} \frac{\frac{J_{dp}}{p} + \frac{J_{dq}}{q}}{\sqrt{\frac{J_p \cdot J_q}{p \cdot q}}}$$

$$\alpha = \frac{8,1 \cdot 10^6}{2,2 \cdot 1 \cdot 10^7} \frac{2403/100 + 2403/400}{\sqrt{\frac{(1919617,17)^2}{100 \cdot 400}}} = 0,000604 \cong 0 \text{ kabul edilebilir.}$$

Anakirişlerin Referans Noktaları

1. Anakiriş (a) $\text{ref} = \frac{5b}{6}$

2. Anakiriş (b) $\text{ref} = \frac{b}{2}$

3. Anakiriş (c) $\text{ref} = \frac{b}{6}$

4. Anakiriş (d) $\text{ref} = -\frac{b}{6}$

5. Anakiriş (e) $\text{ref} = -\frac{b}{2}$

6. Anakiriş (f) $\text{ref} = -\frac{5b}{6}$

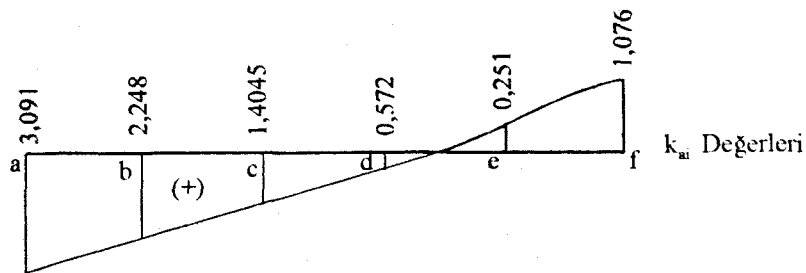
(3) Anakirişler İçin Yük Dağıtma Katsayılarının Bulunması

1. ANAKİRİŞ (a)

$\text{ref} = 5b/6$ $\theta = 0,20$ ve $\alpha = 0 \rightarrow$ (Tablo E.1, Abak E.4., Abak E.5)

$\theta=0,20$	$a=5b/6$	$b=b/2$	$c=b/6$	$d=-b/6$	$e=-b/2$	$f=-5b/6$
$\text{ref}=5b/6$	3,091	2,248	1,4045	0,572	-0,251	-1,076

$$K_{aa}=3,091 \quad K_{ab}=2,248 \quad K_{ac}=1,4045 \quad K_{ad}=0,572 \quad K_{ae}=-0,251 \quad K_{af}=-1,076$$

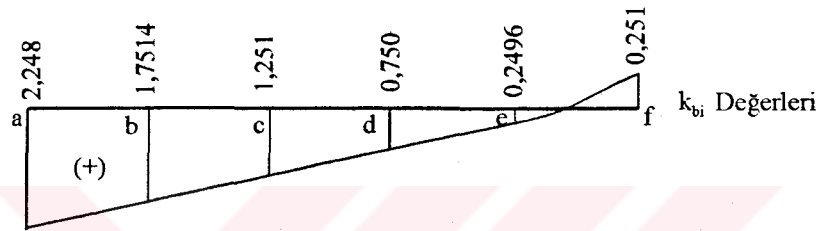


2. ANAKİRİŞ (b)

ref = b/2 $\theta = 0,20$ ve $\alpha = 0 \rightarrow$ (Tablo E.1 Abak E.3.)

$\theta = 0,20$	a=5b/6	b=b/2	c=b/6	d= - b/6	e= - b/2	f= - 5b/6
ref=b/2	2,248	1,7514	1,251	0,750	0,2496	-0,251

$$K_{ba}=2,248 \quad K_{bb}=1,7514 \quad K_{bc}=1,251 \quad K_{bd}=0,750 \quad K_{be}=0,2496 \quad K_{bf}=-0,251$$

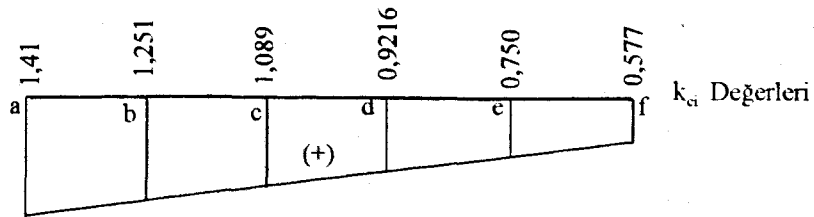


3. ANAKİRİŞ (c)

ref = b/6 $\theta = 0,20$ ve $\alpha = 0 \rightarrow$ (Tablo E.1., Abak E.1., Abak E.2.)

$\theta = 0,20$	a=5b/6	b=b/2	c=b/6	d=-b/6	e=-b/2	f=-5b/6
ref=b/6	1,41	1,251	1,089	0,9216	0,750	0,577

$$K_{ca}=1,41 \quad K_{cb}=1,251 \quad K_{cc}=1,089 \quad K_{cd}=0,9216 \quad K_{ce}=0,750 \quad K_{cf}=0,577$$



(4) Dağıtılan Yükler

$$F_i = \frac{1}{n} \cdot F \cdot K_{\alpha} \quad n: \text{Anakiriş sayısı}$$

1. Anakiriş

$$F_1 = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot K_{aa} = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot 3,091 = 51,52 \text{ kN}$$

2. Anakiriş

$$F_2 = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot K_{ba} = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot 2,248 = 37,47 \text{ kN}$$

3. Anakiriş

$$F_3 = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot K_{ca} = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot 1,41 = 23,50 \text{ kN}$$

4. Anakiriş

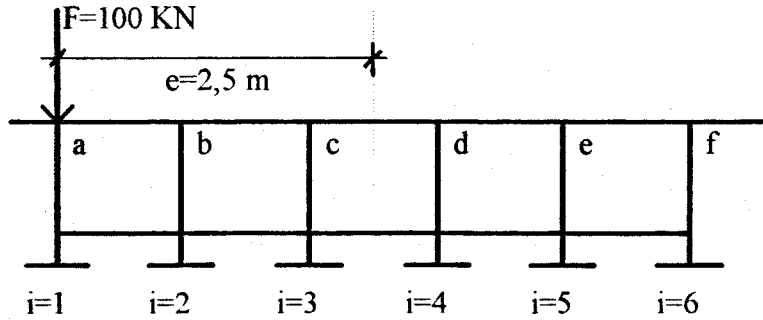
$$F_4 = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot K_{da} = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot (0,577) = 9,62 \text{ kN}$$

5. Anakiriş

$$F_5 = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot K_{ea} = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot (-0,251) = -4,18 \text{ kN}$$

6. Anakiriş

$$F_6 = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot K_{fa} = \frac{1}{6} \cdot 100 \cdot (-1,076) = -17,93 \text{ kN}$$

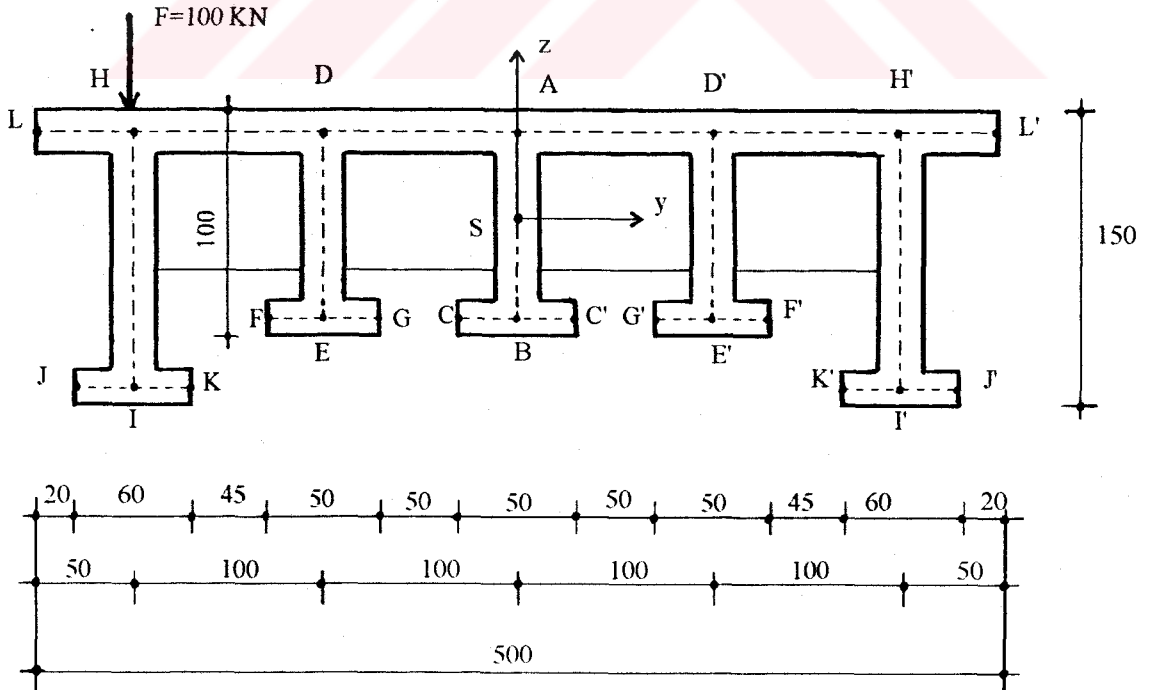
5.1.4. Sonuçların Karşılaştırılması

KULLANILAN METOD	1. Anakiriş	2. Anakiriş	3. Anakiriş	4. Anakiriş	5. Anakiriş	6. Anakiriş
Burulma Teorisi	51,28 kN	37,44 kN	23,59 kN	9,75 kN	-4,10 kN	-17,94 kN
Courbon Metodu	52,38 kN	38,09 kN	23,81 kN	9,52 kN	-4,76 kN	-19,05 kN
Guyon-Massonnet Metodu	51,52 kN	37,47 kN	23,50 kN	9,62 kN	-4,18 kN	-17,93 kN

Courbon Metodu ile bulunan sonuçlar baz alınarak diğer metodların sonuçları ile oranlanırsa hata yüzdeleri bulunabilir.

KULLANILAN METOD	1. Anakiriş	2. Anakiriş	3. Anakiriş	4. Anakiriş	5. Anakiriş	6. Anakiriş
Burulma Teorisi	-%2,1	-%1,7	-%0,9	%2,4	-%13,86	-%5,8
Courbon Metodu	-	-	-	-	-	-
Guyon-Massonnet Metodu	-%1,6	-%1,6	-%1,3	%1,1	-%1 2	-%5,8

5.2. Beş Anakirişli, Tek Açıklıklı, Kenar Anakiriş Atalet Momentleri, İç Anakiriş Atalet Momentlerinden Farklı Köprü Sisteminde Yük Dağıtımının Bulunması



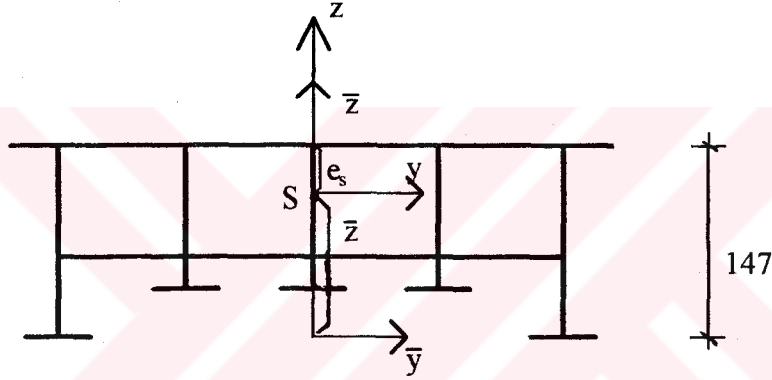
- $L = 20 \text{ m}$ (Köprü açıklığı)
 $E = 2,1 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$
 $G = 8,1 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$
 $t = 3 \text{ cm}$ (Cidar kalınlığı)
 $F = 100 \text{ kN}$ (Dağıtılacak Yük)

5.2.1. Burulma Teorisine Göre Yük Dağıtımı

Ağırlık Merkezinin Bulunması

$S_z = 0$ (Sistem simetriktir)

$$\bar{S}_y = \int \bar{z} \cdot dA$$



\bar{y} ve \bar{z} eksenlerine göre ağırlık merkezi hesaplanacaktır.

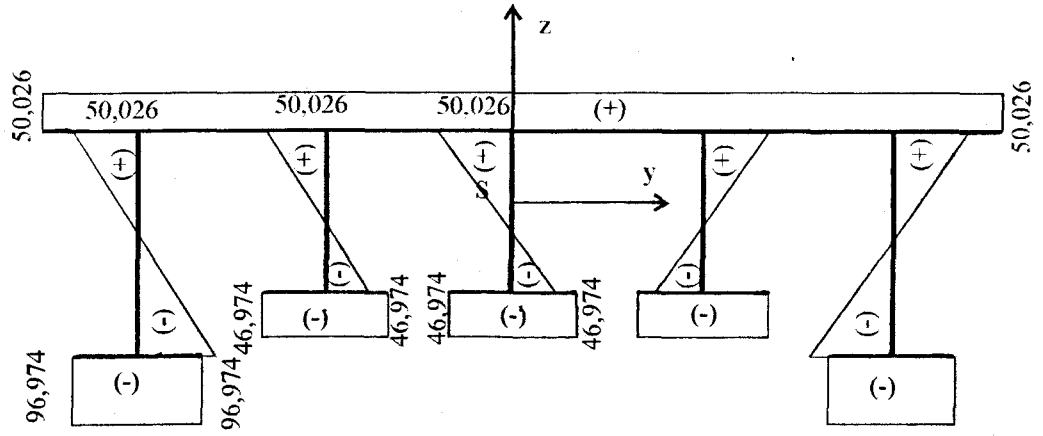
$$\bar{z} = \frac{3 \cdot 500 \cdot 147 + 3 \cdot 144 \cdot 2 \cdot 73,5 + 50 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 50 + 94 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 98,5}{4020}$$

$$\bar{z} = 96,974 \text{ cm}$$

$$e_s = 147 - \bar{z} = 147 - 96,974$$

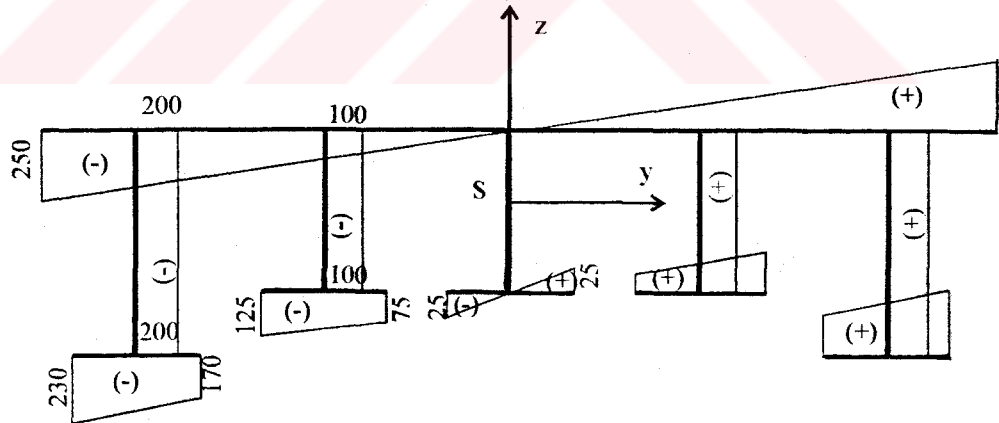
$$e_s = 50,026 \text{ cm}$$

Ağırlık merkezine göre z koordinatları çizilerek z-Diyagramı elde edilir.



z - Diyagramı (cm)

Ağırlık merkezine göre y koordinatları çizilerek y -Diyagramı elde edilir.



y- Diyagramı (cm)

J_{zz} Atalet Momenti:

$$J_{zz} = \int_A y^2 \cdot dA = \int y^2 \cdot t \cdot ds$$

$$J_{zz} = \underset{t}{3} \cdot \underset{sim}{2} \left\{ \frac{250}{3} \cdot (-250)(-250) + \frac{60}{6} [-230(-460 - 170) - 170 \cdot (-340 - 230)] \right.$$

$$+ 147 \cdot (-200)(-200) + 97(-100)(-100) + \frac{50}{6} [-125(-250 - 75) - 75 \cdot (-150 - 125)]$$

$$\left. + \frac{25}{3}(-25)(-25) \right\}$$

$$J_{zz} = 89951749,98 \text{ cm}^4$$

 J_{yy} Atalet Momenti:

$$J_{yy} = \int_A z^2 \cdot dA = \int z^2 \cdot t \cdot ds$$

$$J_{yy} = 3 \cdot 2 \cdot \left\{ 250 \cdot 50,026 \cdot 50,026 + \frac{147}{6} [50,026 \cdot (100,052 - 96,974) - 96,974(-193,948 + 50,026)] \right.$$

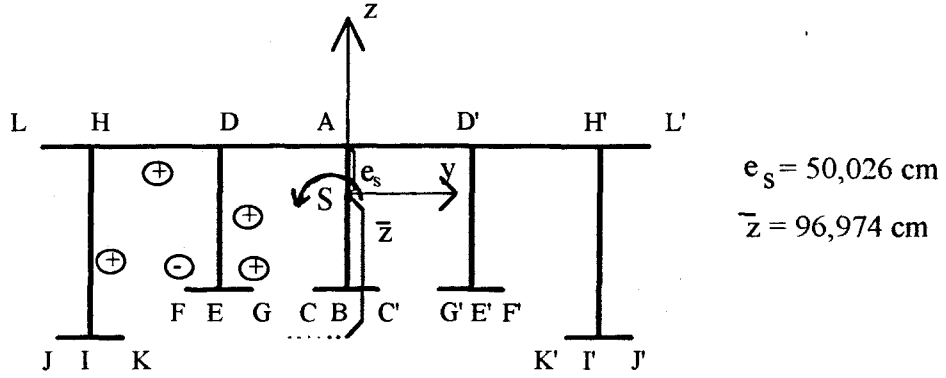
$$+ 60(-96,974)^2 + \frac{97}{6} [50,026(100,052 - 46,974) - 46,974(-93,948 + 50,026)]$$

$$+ 50(-46,974)^2 \left. \right\} + 3 \cdot \left\{ \frac{97}{6} [50,026(100,052 - 46,974) - 46,974(-93,948 + 50,026)] \right.$$

$$\left. + 50 \cdot (-46,974)^2 \right\}$$

$$J_{yy} = 10893082,4 \text{ cm}^4$$

Ağırlık Merkezine Göre Birim Çarpımların Bulunması (ω_s)



Saatın tersi yön pozitif kabul edilir.

$$\omega_s = \int_0^s p_s \cdot ds$$

$$\omega_s (A) = 0$$

$$\omega_s (B) = 0$$

$$\omega_s (C) = \omega_s (B) - 25 \cdot 46,974 = -1174,35 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (C') = -\omega_s(C) = 1174,35 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (D) = \omega_s(A) + 100 \cdot 50,026 = 5002,6 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (E) = \omega_s (D) + 97 \cdot 100 = 14702,6 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (F) = \omega_s (E) - 25 \cdot 46,974 = 13528,25 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (G) = \omega_s (E) + 25 \cdot 46,974 = 15876,95 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (H) = \omega_s (D) + 100 \cdot 50,026 = 10005,2 \text{ cm}^2$$

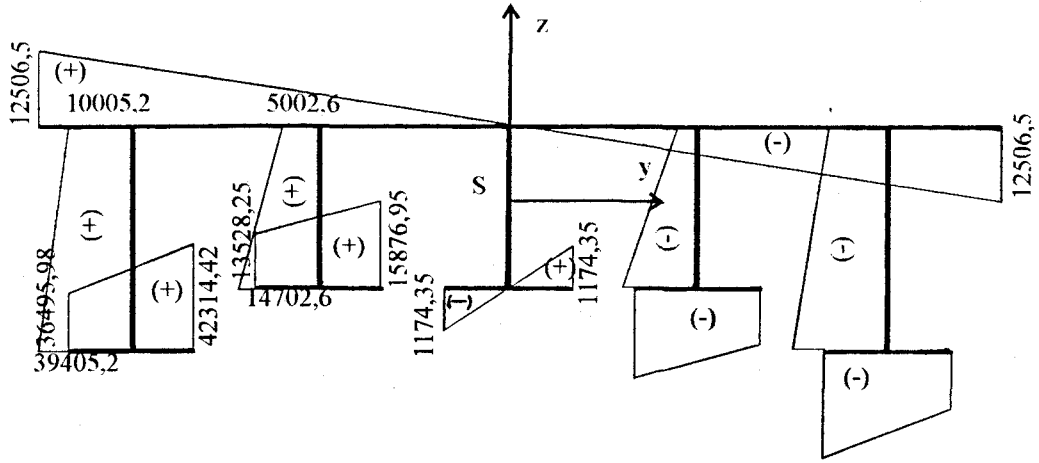
$$\omega_s (I) = \omega_s (H) + 200 \cdot 147 = 39405,2 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (J) = \omega_s (I) - 30 \cdot 96,974 = 36495,98 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (K) = \omega_s (I) + 30 \cdot 96,974 = 42314,42 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s (L) = \omega_s (H) + 50 \cdot 50,026 = 12506,5 \text{ cm}^2$$

ω_s diyagramı antimetriktir.



ω_s - Diyagramı (cm²)

Kayma Merkezinin Hesabı

Sistem simetrik $y_m = 0$

$$z_m = -\frac{J_{z\omega_s}}{J_{zz}}$$

$$J_{z\omega_s} = \int_A \omega_s \cdot y \cdot dA = \int \omega_s \cdot y \cdot t \cdot ds \quad \text{sektörel deviasyon momenti}$$

$$J_{z\omega_s} = 3 \cdot 2 \cdot \left\{ \frac{250}{3} (-250)(12506,5) + \frac{147}{6} [-200(20010,4 + 39405,2) - 200 \right.$$

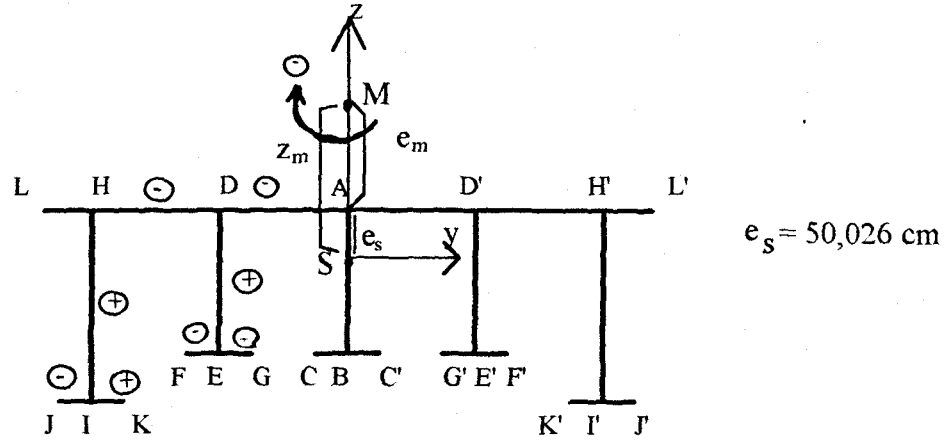
$$(78810,4 + 10005,2)] + \frac{60}{6} [-230(72991,96 + 42314,42) - 170(84628,84 + 36495,98)]$$

$$+ \frac{50}{6} [-125(27056,5 + 15876,95) - 75(31753,9 + 13528,25)] + \frac{97}{6} [-100(10005,2 + 14702,6)$$

$$\left. -100(29405,2 + 5002,6)] + \frac{25}{3} (-25)(-1174,35) \right\}$$

$$J_{z\omega_s} = -9758106496 \text{ cm}^5$$

$$z_m = -\frac{-9758106496}{89951749,98} = 108,482 \text{ cm}$$



$$e_m = z_m - e_s = 108,482 - 50,026$$

$$e_m = 58,456 \text{ cm}$$

Kayma Merkezine Göre Birim Çarpımların Bulunması (ω_m)

$$\omega_m = \int p_m \cdot ds$$

$$\omega_m (A) = 0$$

$$\omega_m (B) = 0$$

$$\omega_m (C) = \omega_m (B) - 155,456.25 = -3886,4 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (C') = \omega_m (B) + 155,456.25 = 3886,4 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (D) = \omega_m (A) - 100.58,456 = -5845,6 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (E) = \omega_m (E) + 100.97 = 3854,4 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (F) = \omega_m (E) - 25.155,456 = -32 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (G) = \omega_m (E) + 25.155,456 = 7740,8 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (H) = \omega_m (D) - 100.58,456 = -11691,2 \text{ cm}^2$$

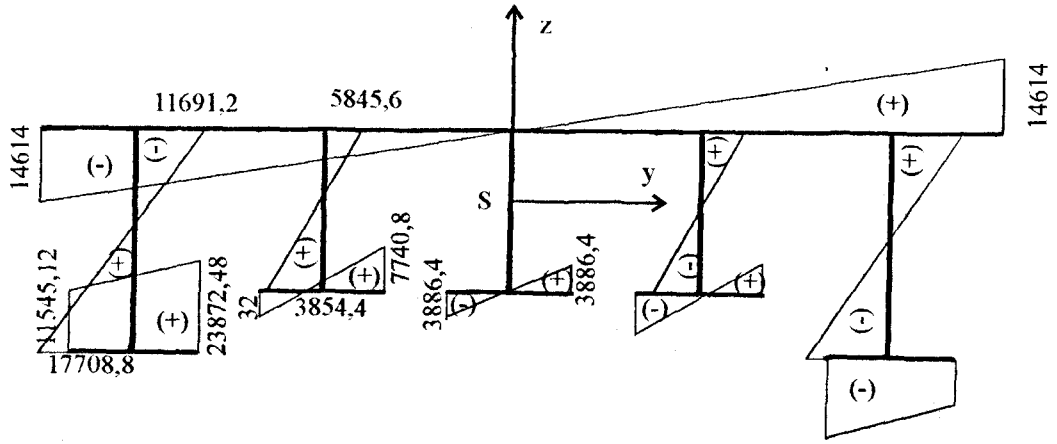
$$\omega_m (I) = \omega_m (H) + 200.147 = 17708,8 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (J) = \omega_m (I) - 30.205,456 = 11545,12 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (K) = \omega_m (I) + 30.205,456 = 23872,48 \text{ cm}^2$$

$$\omega_m (L) = \omega_m (H) - 50.58,456 = -14614 \text{ cm}^2$$

ω_m - Diyagramı antimetrikdir



ω_m - Diyagramı (cm²)

Kontrol Denklemleri

$$J_{y\omega_m} = \int_A z \cdot \omega_m \cdot dA = 0$$

$$J_{y\omega_m} = \text{Simetri} \times \text{Antimetri} = 0$$

$$J_{z\omega_m} = \int_A y \cdot \omega_m \cdot dA = \int_A y \cdot \omega_m \cdot t \cdot ds \quad \text{Sektörel Deviasyon Momenti}$$

$$J_{z\omega_m} = 3 \cdot 2 \cdot \left\{ \frac{250}{3} (-250)(-14614) + \frac{147}{6} [-200(-23382,4 + 17708,8) - 200(35417,6 - 11691,2)] + \frac{60}{6} [-230(23090,24 + 23872,48) - 170(47744,96 + 11545,12)] + \frac{97}{6} [-100(-11691,2 + 3854,4) - 100(7708,8 - 5845,6)] + \frac{50}{6} [-125(-64 + 7740,8) - 75(15481,6 - 32)] + \frac{25}{3} (-25)(-3886,4) \right\}$$

$$J_{z\omega_m} = 39247,7802 \text{ cm}^5 \cong 0$$

$J_{z\omega_m}$, $J_{z\omega_s}$ ile kıyaslanırsa

$$\text{Kıyaslama oranı} = \frac{39247,7802}{9758106496} = 4,022 \cdot 10^{-6}$$

Böylece şartlar sağlanmış olur.

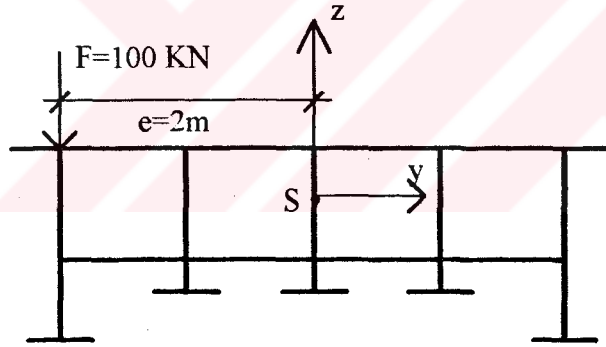
Çarpılma Atalet Momentinin Bulunması ($J_{\omega_m \omega_m}$)

$$J_{\omega_m \omega_m} = \int_A \omega_m^2 dA = \int \omega_m^2 \cdot t \cdot ds \quad \omega_m \text{ diyagramlarının çarpımından elde edilir.}$$

$$J_{\omega_m \omega_m} = 3.2 \left\{ \frac{250}{3} (-14614)(-14614) + \frac{147}{6} [-11691,2(-23382,4 + 17708,8) + 17708,8(35417,6 - 11691,2)] + \frac{97}{6} [-5845,6(-11691,2 + 3854,4) + 3854,4(7708,8 - 5845,6)] + \frac{60}{6} [1145,12.(23090,24 + 23872,48) + 23872,48(47744,96 + 11545,12)] + \frac{50}{6} [-32(-64 + 7740,8) + 7740,8(15481,6 - 32)] + \frac{25}{3} (-3886,4)^2 \right\}$$

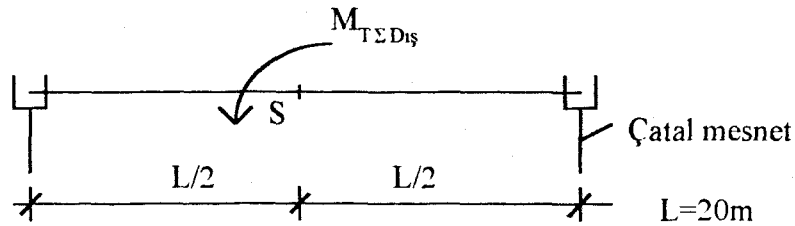
$$J_{\omega_m \omega_m} = 3,076 \cdot 10^{11} \text{ cm}^6$$

Burulma Diferansiyel Denklemi ve Çözümü



Dış Burulma Momenti

$$M_{T\Sigma Dış} = F \cdot e = 100 \cdot 2 = 200 \text{ kNm} = 2 \cdot 10^7 \text{ Ncm}$$



Burulma Atalet Momenti

$$J_T \cong \frac{1}{3} \cdot \sum b_i \cdot t_i^3 \quad t_i \ll b_i$$

$$J_T \cong \frac{1}{3} [500 \cdot 3^3 + 144 \cdot 3^3 \cdot 2 + 94 \cdot 3^3 \cdot 3 + 50 \cdot 3^3 \cdot 3 + 60 \cdot 3^3 \cdot 2]$$

$$J_T = 12060 \text{ cm}^4$$

Dönme Açılarının Bulunması

$$\varphi'_m = \frac{M_{T\Sigma Dış}}{G \cdot J_T} \left[\frac{1}{2} - \frac{\text{Sh}\left(\frac{kL}{2}\right)}{\text{Sh}(kL)} \cdot \text{ch}(kx) \right]$$

$0 \leq x \leq L/2$ aralığında incelenecektir.

$$k = \sqrt{\frac{G \cdot J_T}{E \cdot J_{\omega_m \omega_m}}} = \sqrt{\frac{8,1 \cdot 10^6 \cdot 12060}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 3,076 \cdot 10^{11}}} = 1,2297 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{Sh}\left(\frac{kL}{2}\right) = \text{Sh}\left(\frac{1,2297 \cdot 10^{-4} \cdot 2000}{2}\right) = 0,12328$$

$$\text{Sh}(kL) = \text{Sh}(1,2297 \cdot 10^{-4} \cdot 2000) = 0,2484$$

$x = 0$ için mesnette $\text{Ch}(k \cdot 0) = 1$

$$\varphi'_m = \frac{2 \cdot 10^7}{8,1 \cdot 10^6 \cdot 12060} \left[\frac{1}{2} - \frac{0,12328}{0,2484} \cdot 1 \right]$$

$$\varphi'_m = 7,6914 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{-1}$$

$$\varphi''_m = \frac{M_{T\Sigma Dış}}{G \cdot J_T} \left[-\frac{\text{Sh}(kL/2)}{\text{Sh}(kL)} \cdot k \cdot \text{Sh}(kx) \right]$$

$x = L/2$ (Açıklık Ortası)

$$\varphi''_m = \frac{2 \cdot 10^7}{8,1 \cdot 10^6 \cdot 12060} \left[-\frac{0,12328}{0,2484} \cdot 1,2297 \cdot 10^{-4} \cdot (0,12328) \right]$$

$$\varphi''_m = -1,5402 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^{-2}$$

$x = 0$ mesnet bölgesi için $\text{Ch}(0) = 1$

$$\varphi'''_m = -\frac{M_{T\Sigma D_5}}{G \cdot J_T} \left[\frac{\text{Sh}(kL/2)}{\text{Sh}(kL)} \cdot k^2 \cdot \text{Ch}(kx) \right]$$

$$\varphi'''_m = -\frac{2 \cdot 10^7}{8,1 \cdot 10^6 \cdot 12060} \left[\frac{0,12328}{0,24594} \cdot (1,2297 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 1 \right]$$

$$\varphi'''_m = -1,53635 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^{-3}$$

St. Venant Burulma Momenti (M_T)

$$M_T = G \cdot J_T \cdot \varphi'_m$$

$x = 0$ Mesnet Bölgesi için

$$M_T = 8,1 \cdot 10^6 \cdot 12060 \cdot 7,6914 \cdot 10^{-7} = 75134,21 \text{ Ncm}$$

$x = L/2$ Açıklık ortası

$$\text{Simetriden dolayı } \varphi'_m = 0 \quad M_T = 0$$

Çarpılma Burulma Momenti (M_τ)

$$M_\tau = -E \cdot J_{\omega_m \omega_m} \cdot \varphi'''_m$$

$x = 0$ Mesnet Bölgesi

$$M_\tau = -2,1 \cdot 10^7 \cdot 3,076 \cdot 10^{11} \cdot (-1,53635 \cdot 10^{-12}) = 9924206,46 \text{ Ncm}$$

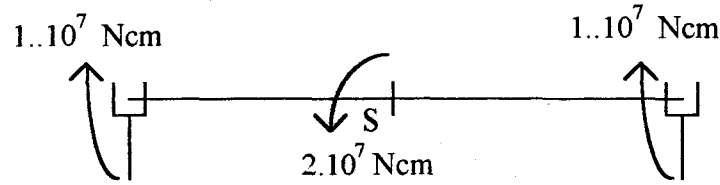
$x = L/2$ Açıklık ortası $\text{Ch}(kL/2) = 1$

$$M_\tau = 9924206,46 \text{ Ncm} \cong 1 \cdot 10^7 \text{ Ncm} \quad (\text{Tüm kesit tesiri çarpılma burulmasıdır})$$

Kontrol !!! mesnet bölgesi

$$M_{T\Sigma(x)} = M_T + M_\tau$$

$$M_{T\Sigma(x)} = 75134,21 + 9924206,46 = 9999340,67 \text{ Ncm} \cong 1 \cdot 10^7 \text{ Ncm}$$



Bimoment (M_ω)

$x = L/2$ Açıklık ortası kesiti için Bimoment hesaplanacaktır.

$$M_\omega = -E J_{\omega_m \omega_m} \cdot \varphi''_m$$

$$M_\omega = -2,1 \cdot 10^7 \cdot 3,076 \cdot 10^{11} \cdot (-1,5402 \cdot 10^{-9})$$

$$M_\omega = 9949075920 \text{ Ncm}^2$$

Açıklık Ortası Çarpılma Normal Gerilmelerinin Bulunması

$$\sigma_{x\omega} = \frac{M_{\omega}}{J_{\omega_m \omega_m}} \cdot \omega_m$$

$$\frac{M_{\omega}}{J_{\omega_m \omega_m}} = \frac{9949075920}{3,076 \cdot 10^{11}} = 0,0323$$

$$\sigma_{x\omega}(A) = 0 \rightarrow \omega_m(A) = 0$$

$$\sigma_{x\omega}(B) = 0 \rightarrow \omega_m(B) = 0$$

$$\sigma_{x\omega}(C) = 0,0323 \cdot (-3886,4) = -125,70 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(C')$$

$$\sigma_{x\omega}(D) = 0,0323 \cdot (-5845,6) = -189,07 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(D')$$

$$\sigma_{x\omega}(E) = 0,0323 \cdot (3854,4) = 124,67 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(E')$$

$$\sigma_{x\omega}(F) = 0,0323 \cdot (-32) = -1,035 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(F')$$

$$\sigma_{x\omega}(G) = 0,0323 \cdot (7740,8) = 250,37 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(G')$$

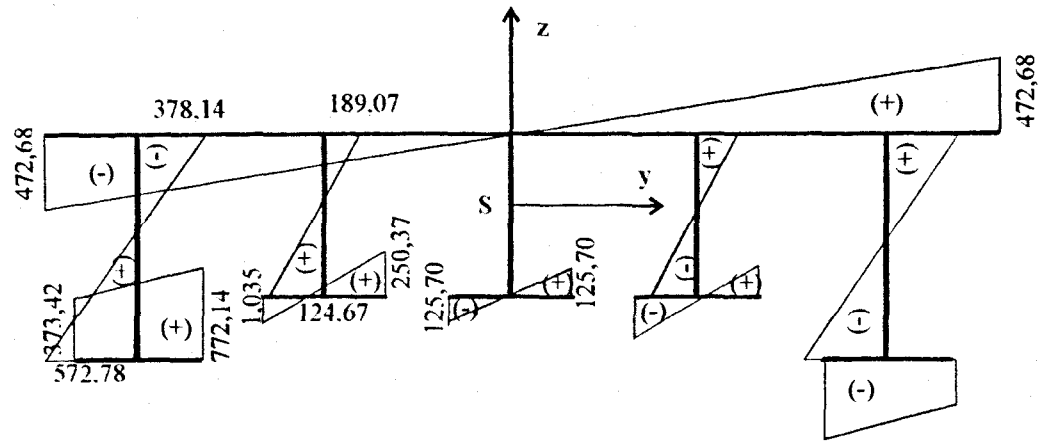
$$\sigma_{x\omega}(H) = 0,0323 \cdot (-11691,2) = -378,14 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(H')$$

$$\sigma_{x\omega}(I) = 0,0323 \cdot (17708,8) = 572,78 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(I')$$

$$\sigma_{x\omega}(J) = 0,0323 \cdot (11545,12) = 373,42 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(J')$$

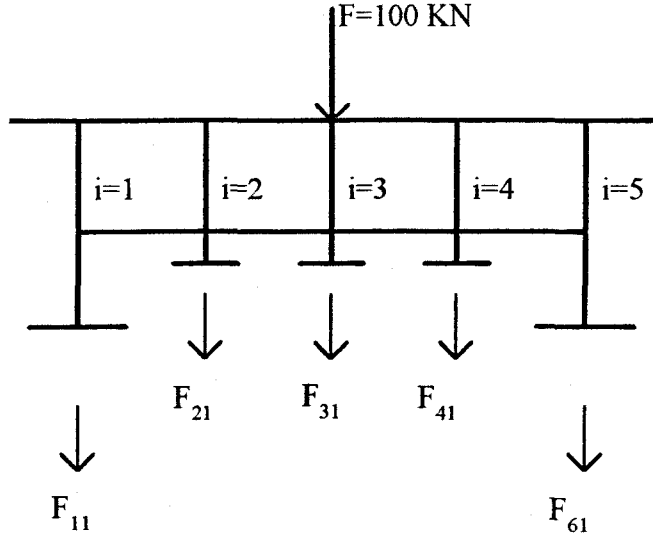
$$\sigma_{x\omega}(K) = 0,0323 \cdot (23872,48) = 772,14 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(K')$$

$$\sigma_{x\omega}(L) = 0,0323 \cdot (-14614) = -472,68 \text{ N/cm}^2 = -\sigma_{x\omega}(L')$$



Normal Gerilme Diyagramı ($\sigma_{x\omega}$) (N/cm^2)

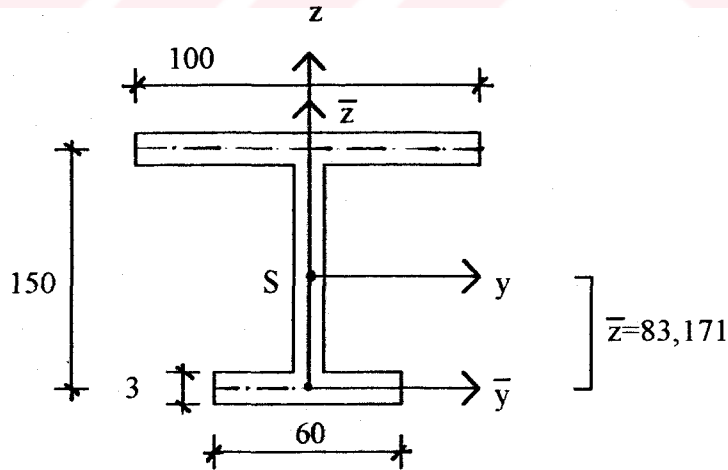
(1) Eksenel Yüklerin Anakirişlere Dağılılması



$$F_{i1} = F \cdot \frac{J_i}{\sum J_i} \quad J_{\text{Enleme}} = \infty$$

Kenar ve İç anakiriş atalet momentleri

Kenar Anakirişler



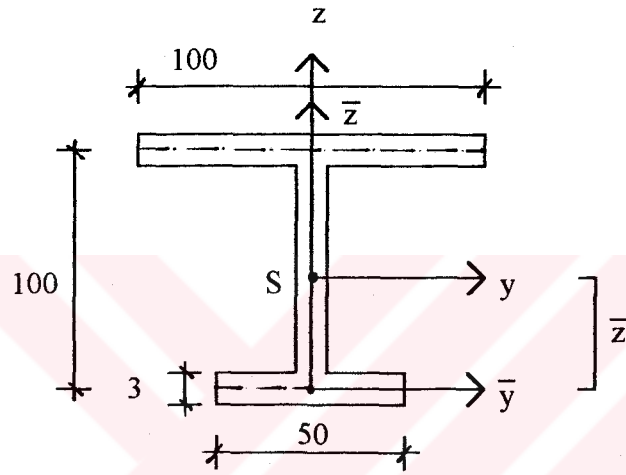
\bar{y} ve \bar{z} eksenlerine göre kenar anakiriş ağırlık merkezi bulunacaktır.

$$\bar{z} = \frac{3 \cdot 100 \cdot 147 + 144 \cdot 3 \cdot 73,5}{912} = 83,171 \text{ cm}$$

$$J_1 = J_{yy} = \frac{100 \cdot 3^3}{12} + 100 \cdot 3 \cdot (63,829)^2 + \frac{3 \cdot 144^3}{12} + 3 \cdot 144 \cdot (9,681)^2 + \frac{60 \cdot 3^3}{12} + 60 \cdot 3 \cdot (83,171)^2$$

$$J_1 = J_{yy} = 3254637,315 \text{ cm}^4$$

İç anakirişler



$$\bar{z} = \frac{100 \cdot 3 \cdot 97 + 94 \cdot 3 \cdot 48,5}{732} = 58,439 \text{ cm}$$

$$J_2 = J_{yy} = \frac{100 \cdot 3^3}{12} + 100 \cdot 3 \cdot (38,562)^2 + \frac{3 \cdot 94^3}{12} + 94 \cdot 3 \cdot (9,94)^2 + \frac{50 \cdot 3^3}{12} + 50 \cdot 3 \cdot (58,44)^2$$

$$J_2 = J_{yy} = 1194193,234 \text{ cm}^4$$

$$\Sigma J_i = 2 \cdot 3254637,315 + 3 \cdot 1194193,234 = 10091854,33 \text{ cm}^4$$

1. ANAKİRİŞ

$$F_{11} = 100 \frac{3254637,315}{10091854,33} = 32,25 \text{ kN}$$

2. ANAKİRİŞ

$$F_{21} = 100 \frac{1194193,234}{10091854,33} = 11,83 \text{ kN}$$

3. ANAKİRİŞ

$$F_{31} = 100 \frac{1194193,234}{10091854,33} = 11,83 \text{ kN}$$

4. ANAKİRİŞ

$$F_{41} = F_{21} = 11,83 \text{ kN}$$

5. ANAKİRİŞ

$$F_{51} = F_{11} = 32,25 \text{ kN}$$

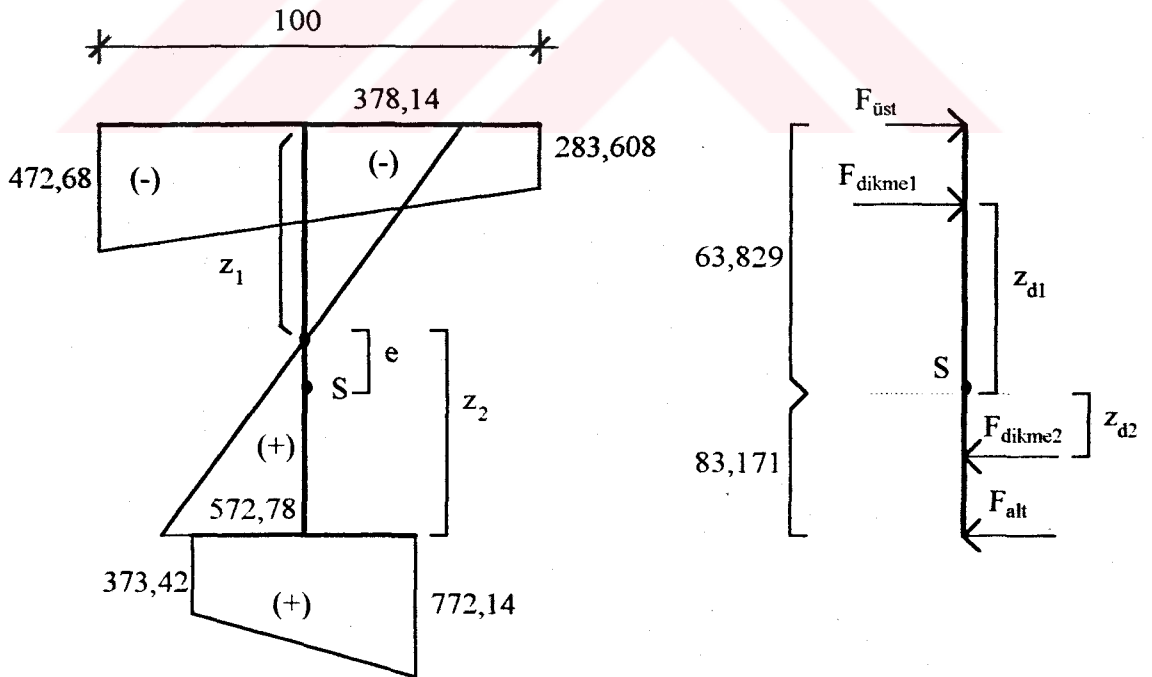
(2) Burulma Momentinin Etkisiyle Oluşan Dağıtılmış Anakiriş Yüklerinin Bulunması

Normal gerilme diyagramları çizilmiştir. Bu diyagramlardan kirişler tek tek çıkarılacaktır.

Çarpılma Normal Gerilmelerinin Oluşturduğu Fiktif Eğilme Momentleri

$$M_i = \int \sigma_{x\omega} \cdot t \cdot ds \cdot z$$

1. ANAKİRİŞ (i=1)



$$\bar{z} = 83,171 \text{ cm}$$

$$z_1 = 58,45 \text{ cm}$$

$$z_2 = 88,54 \text{ cm}$$

$$e = z_2 - \bar{z} = 88,54 - 83,171 = 5,37 \text{ cm}$$

$$z_{d1} = z_1 \frac{2}{3} + e = 58,45 \frac{2}{3} + 5,37 = 44,34 \text{ cm}$$

$$z_{d2} = z_2 \frac{2}{3} - e = 88,54 \frac{2}{3} - 5,37 = 53,66 \text{ cm}$$

$$F = \sigma_{x0} \cdot t \cdot ds$$

$$F_{\text{üst}} = \frac{472,68 + 283,608}{2} \cdot 100 \cdot 3 = 113443,2 \text{ N}$$

$$F_{\text{alt}} = \frac{373,42 + 772,14}{2} \cdot 60 \cdot 3 = 103100,4 \text{ N}$$

$$F_{\text{dikme1}} = \frac{378,14 \cdot 58,45}{2} \cdot 3 = 33156,60 \text{ N}$$

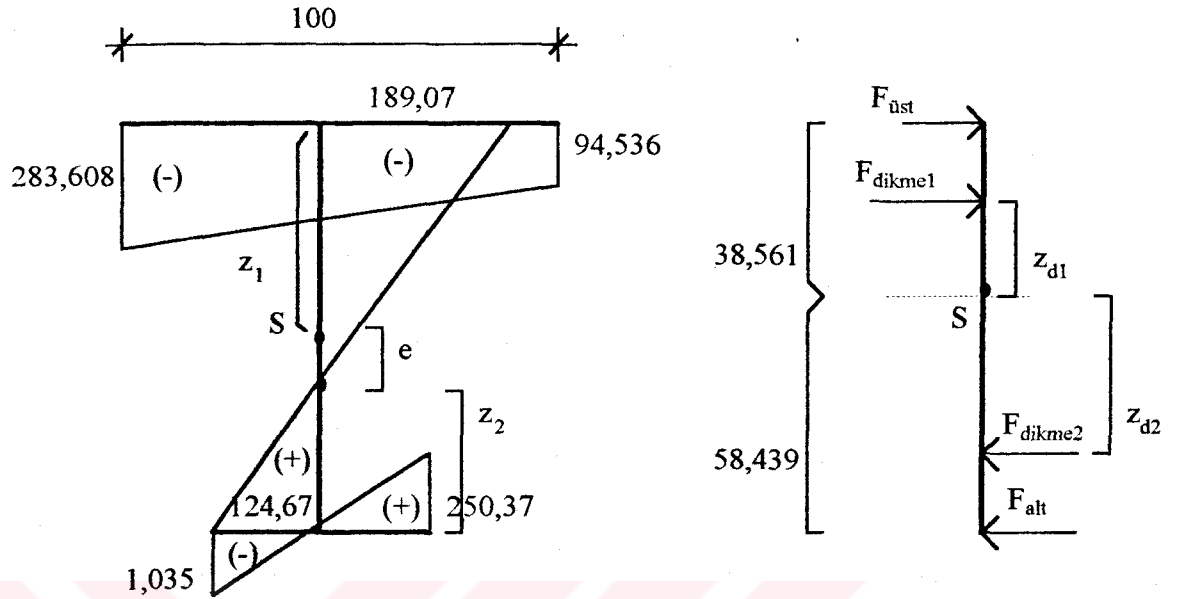
$$F_{\text{dikme2}} = \frac{572,78 \cdot 88,54}{2} \cdot 3 = 76074,69 \text{ N}$$

Gerilmelerden oluşan ve kenar ana kirişe gelen toplam fiktif eğilme momenti:

$$M_1 = 113443,2 \cdot 63,829 + 33156,60 \cdot 44,34 + 76074,69 \cdot 53,66 + 103100,4 \cdot 83,171$$

$$M_1 = 21368097,80 \text{ Ncm}$$

2. ANAKİRİŞ (i=2)



$$z_1 = 58,45 \text{ cm}$$

$$z_2 = 38,54 \text{ cm}$$

$$e = 58,45 - 38,561 = 19,89 \text{ cm}$$

$$z_{d1} = 19,076 \text{ cm}$$

$$z_{d2} = 45,59 \text{ cm}$$

$$F_{\text{üst}} = \frac{238,608 + 94,536}{2} \cdot 100 \cdot 3 = 56721,6 \text{ N}$$

$$F_{\text{alt}} = \frac{-1,035 + 250,37}{2} \cdot 50 \cdot 3 = 18700,125 \text{ N}$$

$$F_{\text{dikme1}} = \frac{189,07 \cdot 58,45}{2} \cdot 3 = 16578,244 \text{ N}$$

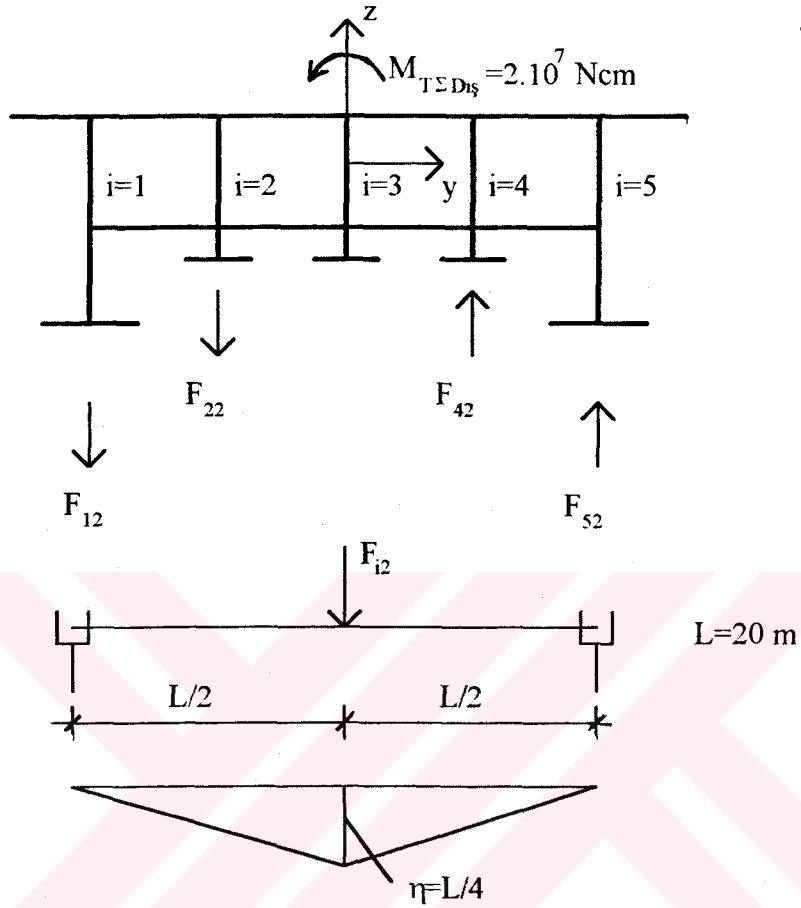
$$F_{\text{dikme2}} = \frac{124,67 \cdot 38,561}{2} \cdot 3 = 7211,193 \text{ N}$$

$$M_2 = 56721,6 \cdot 38,561 + 16578,24 \cdot 19,076 + 7211,193 \cdot 45,59 + 18700,125 \cdot 58,439$$

$$M_2 = 3925084,192 \text{ Ncm}$$

3. ANAKİRİŞ (i=3)

$$M_3 = 0$$



$$M_i = F_{12} \cdot \eta$$

$$F_{i2} = \frac{M_i}{\eta}$$

$$\eta = \frac{L}{4} = \frac{2000}{4} = 500$$

1. Anakiriş

$$F_{12} = \frac{21368097,80}{500} = 42736,1956 \text{ N} = 42,74 \text{ kN}$$

2. Anakiriş

$$F_{22} = \frac{3925084,192}{500} = 7850,158 \text{ N} = 7,85 \text{ kN}$$

3. Anakiriş

$$F_{32} = 0$$

4. Anakiriş

$$F_{42} = -F_{22} = -7,85 \text{ kN}$$

5. Aakiriş

$$F_{52} = -F_{12} = -42,74 \text{ kN}$$

Kirişlere Gelen Toplam Yükler

Eksenel yükten ve burulma momentinden gelen yüklerin toplamı kirişe gelen yükü verir.

$$F_i = F_{i1} + F_{i2}$$

1. Anakiriş

$$F_1 = F_{11} + F_{12}$$

$$F_1 = 32,25 + 42,74$$

$$F_1 = 74,99 \text{ kN}$$

2. Anakiriş

$$F_2 = F_{21} + F_{22}$$

$$F_2 = 11,83 + 7,85$$

$$F_2 = 19,68 \text{ kN}$$

3. Anakiriş

$$F_3 = F_{31} + F_{32}$$

$$F_3 = 11,83 + 0$$

$$F_3 = 11,83 \text{ kN}$$

4. Anakiriş

$$F_4 = F_{41} + F_{42}$$

$$F_4 = 11,83 - 7,85$$

$$F_4 = 3,98 \text{ kN}$$

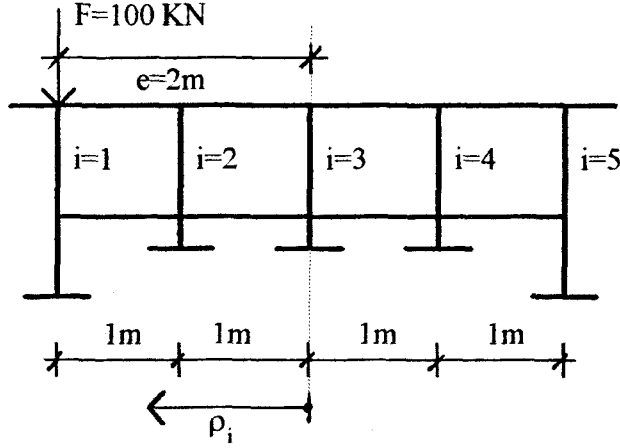
5. Anakiriş

$$F_5 = F_{51} + F_{52}$$

$$F_5 = 32,25 - 42,74$$

$$F_5 = -10,49 \text{ kN}$$

5.2.2. Courbon Yöntemine Göre Yük Dağıtımı



$$F_i = F \cdot \frac{J_i}{\sum J_i} \left[1 + \frac{\sum J_i}{\sum J_i \cdot \rho_i^2} \cdot e \cdot \rho_i \right]$$

$$\sum J_i \rho_i^2 = 3254637,315 \cdot (200)^2 + 1194193,234 \cdot (100)^2 + 1194193,234 \cdot (0)^2 + 1194193,234 \cdot (-100)^2 + 3254637,315 \cdot (-200)^2$$

$$\sum J_i \rho_i^2 = 2,843 \cdot 10^{11} \text{ cm}^6$$

$$\frac{\sum J_i}{\sum J_i \cdot \rho_i^2} = \frac{10091854,33}{2,843 \cdot 10^{11}} = 3,5497 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-2}$$

1. Anakiriş

$$F_1 = 100 \frac{3254637,315}{10091854,33} \left[1 + 3,5497 \cdot 10^{-5} \cdot 200 \cdot 200 \right]$$

$$F_1 = 78,04 \text{ kN}$$

2. Anakiriş

$$F_2 = 100 \frac{1194193,234}{10091854,33} \left[1 + 3,5497 \cdot 10^{-5} \cdot 200 \cdot 100 \right]$$

$$F_2 = 20,23 \text{ kN}$$

3. Anakiriş

$$F_3 = 100 \frac{1194193,234}{10091854,33} \left[1 + 3,5497 \cdot 10^{-5} \cdot 200 \cdot (0) \right]$$

$$F_3 = 11,83 \text{ kN}$$

4. Anakiriş

$$F_4 = 100 \frac{1194193,234}{10091854,33} \left[1 + 3,5497 \cdot 10^{-5} \cdot 200 \cdot (-100) \right]$$

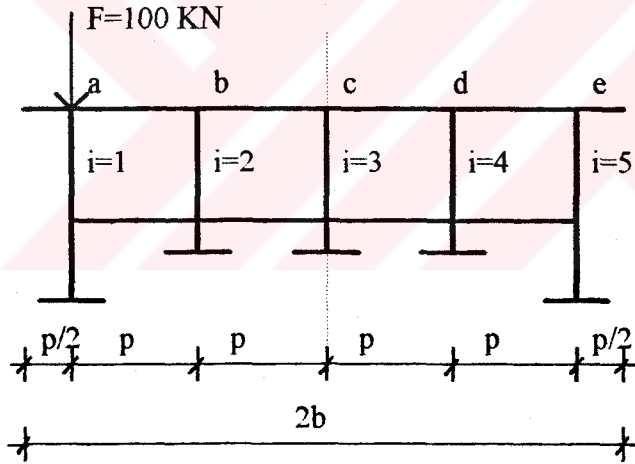
$$F_4 = 3,43 \text{ kN}$$

5. Anakiriş

$$F_5 = 100 \frac{3254637,315}{10091854,33} \left[1 + 3,5497 \cdot 10^{-5} \cdot 200 \cdot (-200) \right]$$

$$F_5 = -13,54 \text{ kN}$$

5.2.3. Guyon-Massonet Abakları ile Kenar Anakiriş Atalet Momentleri İç Kirişlerinkinden Farklı Izgara Sisteminde Yük Dağıtımının Bulunması (Sattler Metodu)



(1) Köprü Sabit Değerlerinin Bulunması

$$p = 1 \text{ m}$$

Anakiriş aralığı

$$q = 4 \text{ m}$$

Enleme aralığı

$$2b = n \cdot p$$

n: Anakiriş sayısı

$$2b = 6 \cdot 1$$

b = 3 m Köprü efektif genişliği

$$J_r = 3254637,315 \text{ cm}^4$$

Kenar anakiriş atalet momenti

$$J_m = 1194193,234 \text{ cm}^4$$

İç anakiriş atalet momenti

$$J_q = J_m = 1194193,234 \text{ cm}^4$$

Enleme kiriş atalet momenti

$$L = 20 \text{ m}$$

Köprü açıklığı

$J_{dp} = 0$	Anakiriş burulma atalet momenti
$J_{dq} = 0$	Enleme kiriş burulma atalet momenti
$\alpha = 0$	Burulma parametresi

Burulma rijitliği olmayan durum incelenecektir.

$$r = \frac{J_r}{J_m} = \frac{3254637,315}{1194193,234} = 2,725 \quad \text{Atalet momentleri oranı}$$

(2) Izgara Parametresi

$$\theta = \frac{b}{L} \sqrt[4]{\frac{J_p \cdot q}{J_q \cdot p}}$$

$$J_p = J_q = J_m$$

$$\theta = \frac{2,5}{20} \sqrt[4]{\frac{J_m \cdot 4}{J_m \cdot 1}}$$

$$\theta = 0,177$$

Anakirişlerin Referans Noktaları

1. Anakiriş (a) ref = 4b/5
2. Anakiriş (b) ref = 2b/5
3. Anakiriş (c) ref = 0
4. Anakiriş (d) ref = -2b/5
5. Anakiriş (e) ref = -4b/5

(3) Anakirişler İçin Yük Dağıtma Katsayılarının Bulunması

1. ANAKİRİŞ (a)

$J_r = J_m$ için yük dağıtma katsayıları bulunacaktır.

ref = 4b/5 $\alpha = 0$ ve $\theta = 0,177$ ($\theta=0,15$ ve $\theta=0,20$) → $\left\{ \begin{array}{l} \text{Tablo E.1,} \\ \text{Abak E.4., Abak E.5} \end{array} \right.$

$\theta=0,177$	a=4b/6	b=2b/5	c=0	d= -2b/5	e= -4b/5
ref=4b/5	2,924	1,958	0,990	0,038	-0,916

$$K_{aa}=2,94 \quad K_{ab}=1,957 \quad K_{ac}=0,990 \quad K_{ad}=0,038 \quad K_{ae}=-0,916$$

$J_r = J_m$ için enine yük dağıtma tesir hattı ordinatları

$$k_{ai} = \frac{K_{ai}}{n} \quad n=4 \text{ (Anakiriş sayısı)}$$

$$k_{aa} = \frac{2,924}{5} = 0,5848$$

$$k_{ab} = \frac{1,958}{5} = 0,3916$$

$$k_{ac} = \frac{0,990}{5} = 0,1980$$

$$k_{ad} = \frac{0,038}{5} = 0,0076$$

$$k_{ae} = \frac{-0,916}{5} = -0,1832$$

$J_r \neq J_m$ için enine yük dağıtma tesir hattı ordinatları

Bulunan k_{ai} değerleri simetrik ve antimetrik parçalara ayrılacaktır.

ξ'_{ai} : Simetrik

ξ''_{ai} : Antimetrik

$$k_{ai} = \xi'_{ai} + \xi''_{ai}$$

Simetrik kısımlar (ξ'_{ai})

$$\xi'_{aa} = \frac{1}{2}(k_{aa} + k_{ae}) = \frac{1}{2}(0,5848 - 0,1832) = 0,2008$$

$$\xi'_{ab} = \frac{1}{2}(k_{ab} + k_{ad}) = \frac{1}{2}(0,3916 + 0,0076) = 0,1996$$

$$\xi'_{ac} = \frac{1}{2}(k_{ac} + k_{ac}) = \frac{1}{2}(0,1980 + 0,1980) = 0,1980$$

$$\xi'_{ad} = \frac{1}{2}(k_{ad} + k_{ab}) = \frac{1}{2}(0,0076 + 0,3916) = 0,1996$$

$$\xi'_{ae} = \frac{1}{2}(k_{ae} + k_{aa}) = \frac{1}{2}(-0,1832 + 0,5848) = 0,2008$$

Antimetrik kısımlar (ξ''_{ai})

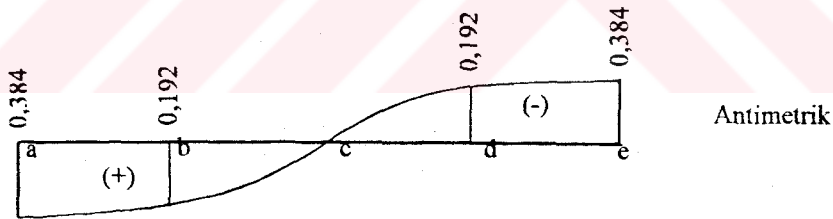
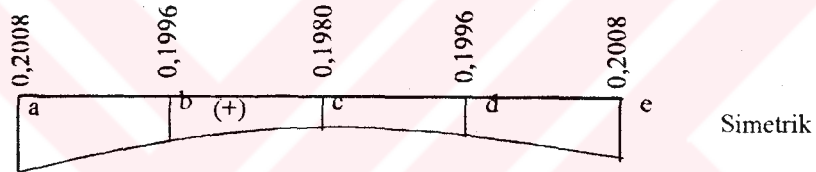
$$\xi''_{aa} = \frac{1}{2}(k_{aa} - k_{ae}) = \frac{1}{2}(0,5848 + 0,1832) = 0,384$$

$$\xi''_{ab} = \frac{1}{2}(k_{ab} - k_{ad}) = \frac{1}{2}(0,3916 - 0,0076) = 0,192$$

$$\xi''_{ac} = \frac{1}{2}(k_{ac} - k_{ac}) = 0$$

$$\xi''_{ad} = \frac{1}{2}(k_{ad} - k_{ab}) = \frac{1}{2}(0,0076 - 0,3916) = -0,192$$

$$\xi''_{ae} = \frac{1}{2}(k_{ae} - k_{aa}) = \frac{1}{2}(-0,1832 - 0,5848) = -0,384$$



$$Z_a = \sum_{r+m} \bar{k}_{ai} = \frac{r}{r \cdot \sum_r k_{ai} + \sum_m k_{ai}}$$

$$Z_a = \sum_{r+m} \bar{k}_{ai} = \frac{r}{r \cdot \sum_r \xi'_{ai} + \sum_m \xi'_{ai}}$$

$$Z_a = \frac{2,725}{2,725(0,2008 + 0,2008) + (0,1996 + 0,198 + 0,1996)}$$

$$Z_a = 1,61$$

$$\bar{k}_{ai} = \bar{\xi}'_{ai} + \bar{\xi}''_{ai}$$

$\bar{\xi}'_{ai}$: Simetrik kısımlar

$\bar{\xi}''_{ai}$: Antimetrik kısımlar

Simetrik kısımlar ($\bar{\xi}'_{ai}$)

$$\mu^* = Z_a = 1,61$$

$$\bar{\xi}'_{ai} = \mu^* \cdot \xi'_{ai}$$

$$\bar{\xi}'_{aa} = 1,61 \cdot 0,2008 = 0,323$$

$$\bar{\xi}'_{ab} = 1,61 \cdot 0,1996 = 0,321$$

$$\bar{\xi}'_{ac} = 1,61 \cdot 0,1980 = 0,319$$

$$\bar{\xi}'_{ad} = 1,61 \cdot 0,1996 = 0,321$$

$$\bar{\xi}'_{ae} = 1,61 \cdot 0,2008 = 0,323$$

Antimetrik kısımlar ($\bar{\xi}''_{ai}$)

$$\bar{\xi}''_{ai} = \xi''_{ai} + \kappa_i \cdot v_0 \quad \kappa_i = \frac{\xi''_{ai}}{\xi''_{aa}} \quad (\text{a anakirışı})$$

$$\kappa_a = \frac{0,384}{0,384} = 1$$

$$\kappa_b = \frac{0,192}{0,384} = 0,50$$

$$\kappa_c = 0$$

$$\kappa_d = \frac{-0,192}{0,384} = -0,5$$

$$\kappa_e = \frac{-0,384}{0,384} = -1$$

$$2r \cdot (\xi''_{aa} + v_0) + 2 \left[\sum_{\eta=0}^{\eta_0} \eta_i (\xi''_{ai} + \kappa_i \cdot v_0) \right] = r$$

2. ANAKİRİŞ (b)

$J_r = J_m$ için yük dağıtma katsayıları bulunacaktır.

$ref = 2b/5$ $\alpha = 0$ ve $\theta = 0,177$ ($\theta=0,15$ ve $\theta=0,20$) → $\left\{ \begin{array}{l} \text{Tablo E.1,} \\ \text{Abak E.2., Abak E.3} \end{array} \right.$

$\theta=0,177$	$a=4b/5$	$b=2b/5$	$c=0$	$d=-2b/5$	$e=-4b/5$
$ref=2b/5$	1,958	1,481	1,002	0,520	0,038

$$K_{ba}=1,958 \quad K_{bb}=1,481 \quad K_{bc}=1,002 \quad K_{bd}=0,520 \quad K_{be}=-0,038$$

$J_r = J_m$ için enine yük dağıtma tesir hattı ordnatları

$$k_{bi} = \frac{K_{bi}}{n}$$

$$k_{ba} = \frac{1,958}{5} = 0,3916$$

$$k_{bb} = \frac{1,481}{5} = 0,2962$$

$$k_{bc} = \frac{1,002}{5} = 0,2004$$

$$k_{bd} = \frac{0,520}{5} = 0,104$$

$$k_{be} = \frac{0,038}{5} = 0,0076$$

$J_r \neq J_m$ için enine yük dağıtma tesir hattı ordnatları

\bar{k}_{ab} , \bar{k}_{ac} , $\bar{\xi}'_{ab}$ kenar anakiriş hesaplanırken bulunmuştur.

Genel ifadeler

$$\bar{k}_{ia} = \frac{1}{r} \bar{k}_{ai} \quad \bar{\xi}'_{ia} = \frac{1}{r} \bar{\xi}'_{ai}$$

$$\bar{k}_{ba} = \frac{1}{r} \bar{k}_{ab} = \frac{1}{2,725} (0,550) = 0,202$$

$$\bar{\xi}'_{ba} = \frac{1}{r} \bar{\xi}'_{ab} = \frac{1}{2,725} (0,321) = 0,118$$

Bulunan k_{bi} değerleri simetrik ve antimetrik parçalara ayrılacaktır.

ξ'_{bi} : Simetrik

ξ''_{bi} : Antimetrik

Simetrik kısımlar (ξ'_{bi})

$$\xi'_{ba} = \frac{1}{2} (k_{ba} + k_{be}) = \frac{1}{2} (0,3916 + 0,0076) = 0,1996$$

$$\xi'_{bb} = \frac{1}{2} (k_{bb} + k_{bd}) = \frac{1}{2} (0,2962 + 0,104) = 0,2001$$

$$\xi'_{bc} = \frac{1}{2} (k_{bc} + k_{bc}) = \frac{1}{2} (0,2004 + 0,2004) = 0,2004$$

$$\xi'_{bd} = \xi'_{bb} = 0,2001$$

$$\xi'_{be} = \xi'_{ba} = 0,1996$$

Antimetrik kısımlar (ξ''_{bi})

$$\xi''_{ba} = \frac{1}{2} (k_{ba} - k_{be}) = \frac{1}{2} (0,3916 - 0,0076) = 0,192$$

$$\xi''_{bb} = \frac{1}{2} (k_{bb} - k_{bd}) = \frac{1}{2} (0,2962 - 0,104) = 0,0961$$

$$\xi''_{bc} = \frac{1}{2} (k_{bc} - k_{bc}) = 0$$

$$\xi''_{bd} = -\xi''_{bb} = -0,0961$$

$$\xi''_{be} = -\xi''_{ba} = -0,192$$

$$\bar{k}_{bi} = \bar{\xi}'_{bi} + \bar{\xi}''_{bi}$$

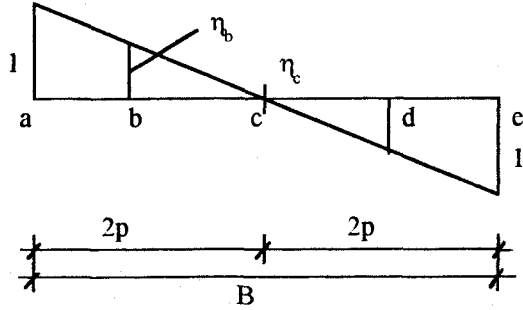
Simetrik kısımlar ($\bar{\xi}''_{bi}$)

$$Z_i = \sum_{r+m} \bar{k}_{ik} = 1 - 2 \bar{\xi}'_{ia} (r-1)$$

$$Z_b = \sum_{r+m} \bar{k}_{bk} = 1 - 2 \bar{\xi}'_{ba} (r-1)$$

$$Z_b = 1-2.(0,118).(2,725-1) = 0,593$$

$$\sum_{r+m} \bar{\xi}'_{bk} = Z_b = n \cdot \bar{\xi}'_{ba} + U_b \left[n-2-2 \sum_{\eta_0}^{\eta_b} \eta_k^2 \right]$$



$$\eta_k = \frac{2y_k}{B}$$

$$\eta_b = \frac{2 \cdot p}{4 \cdot p} = \frac{1}{2}$$

$$\eta_c = 0$$

$$0,593 = 5 \cdot 0,118 + U_b [5-2-2 \cdot (0,5^2+0)]$$

$$U_b = 0,00112$$

$$\bar{\xi}'_{bk} = \bar{\xi}'_{ba} + U_b(1-\eta_k^2)$$

$$\bar{\xi}'_{bb} = \bar{\xi}'_{ba} + U_b(1-\eta_b^2) = 0,118 + 0,00112(1-0,5^2) = 0,11885$$

$$\bar{\xi}'_{bc} = \bar{\xi}'_{ba} + U_b(1-\eta_c^2) = 0,118 + 0,00112(1-0) = 0,119$$

$$\bar{\xi}'_{bd} = \bar{\xi}'_{bb} = 0,11885$$

$$\bar{\xi}'_{be} = \bar{\xi}'_{ba} = 0,118$$

Antimetrik kısımlar ($\bar{\xi}''_{bi}$)

$$\bar{\xi}''_{bk} = \xi''_{bk} + \left[\bar{\xi}''_{ba} \cdot \eta_k + 0,45 \cdot \theta^3 (\eta_k - \eta_k^2) - \xi''_{bk} \right] \frac{r-1}{r} \cdot 1,10$$

$$\bar{\xi}''_{bb} = \xi''_{bb} + \left[\bar{\xi}''_{ba} \cdot \eta_b + 0,45 \cdot \theta^3 (\eta_b - \eta_b^2) - \xi''_{bb} \right] \frac{r-1}{r} \cdot 1,10$$

$$\bar{k}_{ba} = \bar{\xi}'_{ba} + \bar{\xi}''_{ba}$$

$$\bar{\xi}''_{ba} = 0,202 - 0,118 = 0,084$$

$$\bar{\xi}''_{bb} = 0,0961 + \left[0,084(0,5) + 0,45 \cdot (0,177)^3 (0,5 - 0,5^2) - 0,0961 \right] \frac{2,725 - 1}{2,725} \cdot 1,10$$

$$\bar{\xi}''_{bb} = 0,059$$

$$\bar{\xi}''_{bc} = \xi''_{bc} + [\bar{\xi}''_{ba} \cdot \eta_c + 0,45 \cdot \theta^3 \cdot (\eta_c - \eta_c^2) - \xi''_{bc}] \frac{r-1}{r} \cdot 1,10$$

$$\bar{\xi}''_{bc} = 0 + [0,084 \cdot 0 + 0,45 \cdot (0,177)^3 (0 - 0) - 0] \frac{2,725 - 1}{2,725} \cdot 1,10$$

$$\bar{\xi}''_{bc} = 0$$

$$\bar{\xi}''_{bd} = -\bar{\xi}''_{bb} = -0,059$$

$$\bar{\xi}''_{be} = -\bar{\xi}''_{ba} = -0,084$$

$J_r \neq J_m$ için k_{bi} değerleri

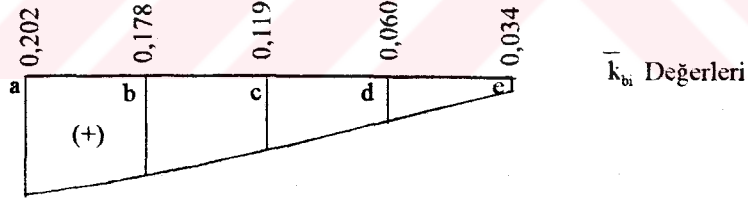
$$\bar{k}_{ba} = 0,202$$

$$\bar{k}_{bb} = \bar{\xi}'_{bb} + \bar{\xi}''_{bb} = 0,11885 + 0,059 = 0,178$$

$$\bar{k}_{bc} = \bar{\xi}'_{bc} + \bar{\xi}''_{bc} = 0,119 + 0 = 0,119$$

$$\bar{k}_{bd} = \bar{\xi}'_{bd} + \bar{\xi}''_{bd} = 0,11885 - 0,059 = 0,060$$

$$\bar{k}_{be} = \bar{\xi}'_{be} + \bar{\xi}''_{be} = 0,118 - 0,084 = 0,034$$



3. ANAKİRİŞ (c)

$J_r = J_m$ için yük dağıtma katsayıları bulunacaktır.

ref = 0 $\alpha = 0$ ve $\theta = 0,177$ ($\theta = 0,15$ ve $\theta = 0,20$) \rightarrow (Tablo E.1, Abak E.1)

$\theta = 0,177$	$a = 4b/5$	$b = 2b/5$	$c = 0$	$d = -2b/5$	$e = -4b/5$
ref = 0	0,995	1,002	1,005	1,002	0,995

$$K_{ca} = 0,995 \quad K_{cb} = 1,002 \quad K_{cc} = 1,005 \quad K_{cd} = 1,002 \quad K_{ce} = 0,995$$

$J_r = J_m$ için enine yük dağıtma tesir hattı ordinatları

$$k_{ci} = \frac{K_{ci}}{n}$$

$$k_{ca} = \frac{0,995}{5} = 0,199$$

$$k_{cb} = \frac{1,002}{5} = 0,2004$$

$$k_{cc} = \frac{1,005}{5} = 0,201$$

$$k_{cd} = \frac{1,002}{5} = 0,2004$$

$$k_{ce} = \frac{0,995}{5} = 0,199$$

$J_r \neq J_m$ için enine yük dağıtma tesir hattı ordinatları

Bulunan k_{ci} değerleri simetrik ve antimetrik parçalara ayrılacaktır.

k_{ci} değerleri simetrik olduğu için antimetrik ξ'_{ci} değerleri sıfır olacaktır.

Simetrik kısımlar (ξ'_{ci})

$$\xi'_{ca} = 0,199$$

$$\xi'_{cb} = 0,2004$$

$$\xi'_{cc} = 0,201$$

$$\xi'_{cd} = 0,2004$$

$$\xi'_{ce} = 0,199$$

Antimetrik kısımlar (ξ''_{ci})

$$\xi''_{ca} = \xi''_{cb} = \xi''_{cc} = \xi''_{cd} = \xi''_{ce} = 0$$

$J_r \neq J_m$ için

$$\bar{k}_{ci} = \bar{\xi}'_{ci} + \bar{\xi}''_{ci}$$

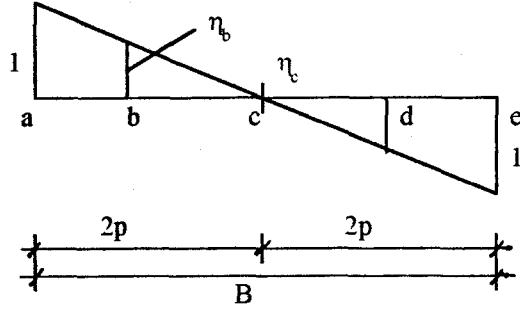
$$\bar{k}_{ca} = \frac{\bar{k}_{ac}}{r} = \frac{0,319}{2,725} = 0,117$$

$$\bar{\xi}'_{ca} = \frac{\bar{\xi}'_{ac}}{r} = \frac{0,319}{2,725} = 0,117$$

Simetrik kısımlar ($\bar{\xi}''_{ci}$)

$$Z_c = \sum_{r+m} \bar{k}_{ck} = 1 - 2\bar{\xi}'_{ca} (r-1)$$

$$Z_c = 1 - 2 \cdot (0,117)(2,725-1) = 0,596$$



$$\eta_k = \frac{2y_k}{B} \quad \eta_b = \frac{1}{2}$$

$$\eta_c = 0$$

$$\sum_{r+m} \bar{\xi}'_{ck} = Z_c = n \cdot \bar{\xi}'_{ca} + U_c [n-2-2 \sum_{\eta_0}^{\eta_c} \eta_k^2]$$

$$0,596 = 5 \cdot 0,117 + U_c [5-2-2 \cdot (0,5^2+0)]$$

$$U_c = 4,4 \cdot 10^{-3}$$

$$\bar{\xi}'_{ck} = \bar{\xi}'_{ca} + U_c (1 - \eta_k^2)$$

$$\bar{\xi}'_{cb} = \bar{\xi}'_{ca} + U_c (1 - \eta_b^2) = 0,117 + 4,4 \cdot 10^{-3} (1 - 0,5^2) = 0,120$$

$$\bar{\xi}'_{cc} = \bar{\xi}'_{ca} + U_c (1 - \eta_c^2) = 0,117 + 4,4 \cdot 10^{-3} (1 - 0) = 0,121$$

$$\bar{\xi}'_{cd} = \bar{\xi}'_{cb} = 0,120$$

$$\bar{\xi}'_{ce} = \bar{\xi}'_{ca} = 0,117$$

Antimetrik kısımlar ($\bar{\xi}''_{ci}$)

$$\bar{k}_{ca} = \bar{\xi}'_{ca} + \bar{\xi}''_{ca}$$

$$0,117 = 0,117 + \bar{\xi}''_{ca}$$

$$\bar{\xi}''_{ca} = 0$$

$$\bar{\xi}''_{ck} = \xi''_{ck} + \left[\bar{\xi}''_{ca} \cdot \eta_k + 0,45 \cdot \theta^3 (\eta_k - \eta_k^2) - \xi''_{ck} \right] \frac{r-1}{r} \cdot 1,10$$

$$\bar{\xi}''_{cb} = \xi''_{cb} + \left[\bar{\xi}''_{ca} \cdot \eta_b + 0,45 \cdot \theta^3 (\eta_b - \eta_b^2) - \xi''_{cb} \right] \frac{r-1}{r} \cdot 1,10$$

$$\bar{\xi}''_{cb} = 0 + \left[0 \cdot \frac{1}{2} + 0,45 \cdot (0,177)^3 (0,5 - 0,5)^2 - 0 \right] \frac{2,725-1}{2,725} \cdot 1,10$$

$$\bar{\xi}''_{cb} = 4,34 \cdot 10^{-4} \cong 0$$

$$\bar{\xi}''_{cc} = \xi''_{cc} + \left[\bar{\xi}''_{ca} \cdot \eta_c + 0,45 \cdot \theta^3 (\eta_c - \eta_c^2) - \xi''_{cc} \right] \frac{r-1}{r} \cdot 1,10$$

$$\bar{\xi}''_{cc} = 0$$

$$\bar{\xi}''_{cd} = -\bar{\xi}''_{cb} = -4,34 \cdot 10^{-4} \cong 0$$

$$\bar{\xi}''_{ce} = -\bar{\xi}''_{ca} = 0$$

$J_r \neq J_m$ için k_{ci} değerleri

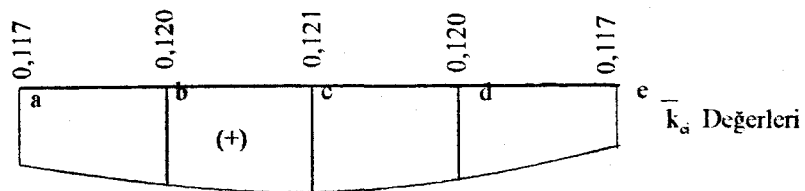
$$\bar{k}_{ca} = \bar{\xi}'_{ca} + \bar{\xi}''_{ca} = 0,117 + 0 = 0,117$$

$$\bar{k}_{cb} = \bar{\xi}'_{cb} + \bar{\xi}''_{cb} = 0,120 + 0 = 0,120$$

$$\bar{k}_{cc} = \bar{\xi}'_{cc} + \bar{\xi}''_{cc} = 0,121 + 0 = 0,121$$

$$\bar{k}_{cd} = \bar{\xi}'_{cd} + \bar{\xi}''_{cd} = 0,120 + 0 = 0,120$$

$$\bar{k}_{ce} = \bar{\xi}'_{ce} + \bar{\xi}''_{ce} = 0,117 + 0 = 0,117$$



(4) Dağıtılan Yükler

$$F_i = F \cdot k_{ij}$$

1. Anakiriş

$$F_1 = F \cdot k_{aa} = 100 \cdot 0,781 = 78,1 \text{ kN}$$

2. Anakiriş

$$F_2 = F \cdot k_{ba} = 100 \cdot 0,202 = 20,2 \text{ kN}$$

3. Anakiriş

$$F_3 = F \cdot k_{ca} = 100 \cdot 0,117 = 11,7 \text{ kN}$$

4. Anakiriş

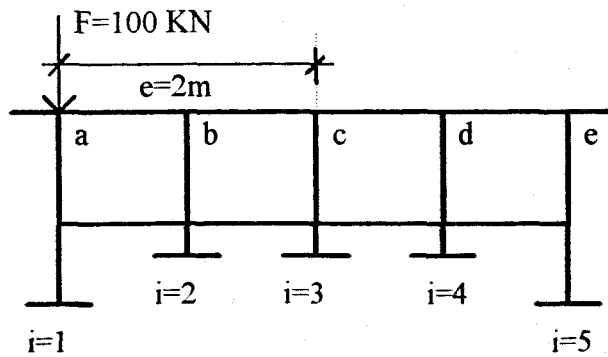
$$F_4 = F \cdot k_{da} \quad k_{da} = k_{be} = 0,034$$

$$F_4 = 100 \cdot 0,034 = 3,4 \text{ kN}$$

5. Anakiriş

$$F_5 = F \cdot k_{ea} \quad k_{ea} = k_{ae} = -0,135$$

$$F_5 = 100 \cdot (-0,135) = -13,5 \text{ kN}$$

5.2.4. Sonuçların Karşılaştırılması

KULLANILAN METOD	1. Anakiriş	2. Anakiriş	3. Anakiriş	4. Anakiriş	5. Anakiriş
Burulma Teorisi	74,99 kN	19,68 kN	11,83 kN	3,98 kN	-10,49 kN
Courbon Metodu	78,04 kN	20,23 kN	11,83 kN	3,43 kN	-13,54 kN
Guyon-Massonnet Metodu	78,10 kN	20,20 kN	11,70 kN	3,40 kN	-13,50 kN

Courbon Metodu ile bulunan sonuçlar baz alınarak diğer metodların sonuçları ile oranlanırsa hata yüzdeleri bulunabilir.

KULLANILAN METOD	1. Anakiriş	2. Anakiriş	3. Anakiriş	4. Anakiriş	5. Anakiriş
Burulma Teorisi	-%3,9	-%2,7	%0	%16	-%22
Courbon Metodu	-	-	-	-	-
Guyon-Massonnet Metodu	%0,07	-%0,15	-%1,1	-%0,8	-%0,3

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Köprü sisteminde alışlagelen (tercih edilen) çözüm yöntemi taşıyıcı ızgara sistemi anakiriş ve enleme kirişlere ayrıştırmak ve bu elemanları ayrı ayrı incelemektir. Bu tip bir yöntemde öncelikle köprü yüklerinden, her anakirişin ne kadar pay alacağını saptamak gerekir. Yük dağıtımını adı verilen bu işlemler için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir.

Yöntemlerden birisi ince cidarlı taşıyıcıların burulma teorisine göre kesit konturunun (geometrik yapısının) çok rijit enlemeler yardımıyla bozulmaması durumunda yük pozisyonunu ve incelenen kesitin yerini gözetken bir yük dağıtma yöntemidir. Bu yöntemde enlemeler çok rijit kabul edilmekle beraber enlemelerin burulma rijitlikleri dikkate alınmamış olmaktadır. İnce cidarlı taşıyıcılarda burulma teorisinin katkısıyla oluşturulan yük dağıtma yöntemi diğer yöntemlerle uyum içinde sonuçlar vermektedir.

Diğer bir yöntem olarak Courbon Yöntemi anlatılmıştır. Bu yöntemde yükler sehimlerle doğru orantılı olarak dağıtılmaktadır. Enleme kirişler sonsuz rijit olarak kabul edilmekte, anakiriş ve enleme kiriş burulma rijitlikleri dikkate alınmamaktadır. Anakirişler köprü eksenine göre simetrik olmalıdır ve köprü sisteminde mutlaka enleme kirişi olmalıdır. Bu yöntemde abak ve tablo kullanmaksızın pratik sonuçlar elde edilmektedir.

Üçüncü yük dağıtma yöntemi olarak Guyon-Massonnet Metodu anlatılmıştır. Anakiriş atalet momentlerinin eşit olduğu sistemler ve kenar anakiriş atalet momentleri iç anakiriş atalet momentlerinden farklı olan sistemler (Sattler Metodu) için yöntemler açıklanmıştır. Guyon-Massonnet Metodunda hesabın büyük bir kısmı genel terimlerle (köprü sabit değerleri) yapılabilmektedir. Proje mühendisi geniş bir sahada değişken yapıların esas özelliklerini belirleyen abaklara sahiptir. Bu yöntemde de yükler sehimlerle orantılı olarak dağıtılmaktadır. Anakirişler referans alınmak suretiyle abaklar ve tablolar yardımıyla yük dağıtma katsayıları hesaplanabilmektedir. Yük dağıtma katsayıları, yükün açıklıktaki yerine göre değişmemektedir. Yöntemde anakiriş ve enleme kirişlerin eğilme ve burulma rijitlikleri dikkate alınmaktadır.

Bu çalışma tek açıklıklı kirişli köprülerde yük dağıtımını sadece açıklık ortası için incelenmiştir. Anakiriş atalet momentleri eşit sistemler için yük dağıtımını Burulma teorisi, Courbon ve Guyon-Massonnet yöntemleri ile bulunmuştur. Sonuçların birbirleriyle uyum içinde olduğu gözlenmiştir. Kenar anakiriş atalet momentleri iç anakiriş atalet

momentlerinden farklı ($J_r \neq J_m$) olan sistemler için de aynı yöntemler kullanılarak birbirine yakın sonuçlar elde edilmiştir.

Tek açıklıklı kirişli köprülerde yük dağıtımının burulma teorisi yardımıyla bulunması uzun bir yöntemdir. Courbon ve Guyon-Massonnet Metodları ile yük dağıtımının bulunması daha kısa ve kolay olmaktadır. Proje mühendisleri için zaman ve işlemin kısalığı bakımından tek açıklıklı kirişli köprülerde yük dağıtımının Courbon ve Guyon-Massonnet Metodları ile bulunması büyük avantajlar sağlamaktadır.



KAYNAKLAR

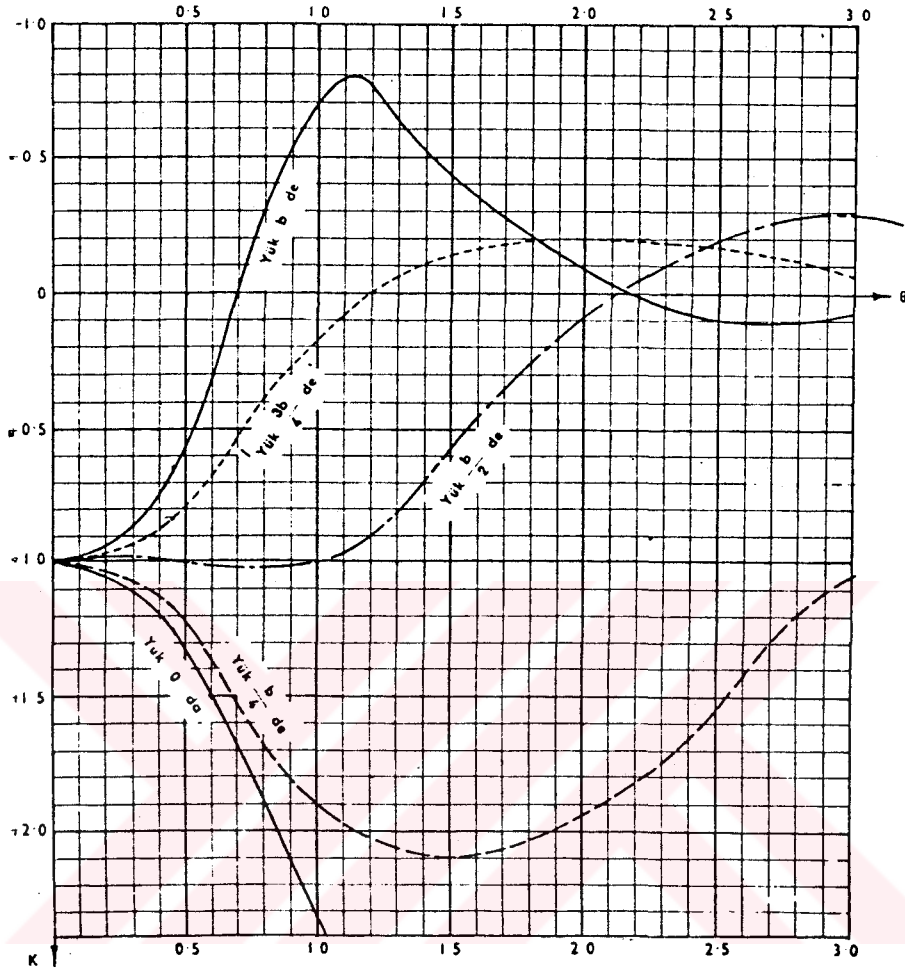
- [1] Celasun, H., "Betonarme Köprüler ve Hesap Metotları", 1974, Çağlayan Kitabevi
- [2] Celasun, H., "Çelik Köprüler", 1974, Çağlayan Kitapevi
- [3] Parlar, H., "Tek Açıklıklı Kirişli Köprülerde Yük Dağılımının Burulma Teorisi Yardımı ile Bulunması ve Sonuçların Courbon Yöntemi ile Kıyaslanması", L.Üstü Tezi, Yıldız Üniversitesi, 1986
- [4] Sattler, K., "Das Berechnungsverfahren von Guyon-Massonnet für freiauffliegende Trägerroste und Erweiterung dieses Verfahrens auf beliebige Systeme" (Umdruck, Lehrkanzel für Baustatik, Technische Hochschule in GRAZ)
- [5] Sattler K., "Betrachtungen über Trägerroste mit Steifigkeitsunterschieden zwischen Rand-und Innenträgern" (Sonderabdruck aus "der Bauingenieur" 34. Jahrg (1959), Heft 1, S1-15)
- [6] Yücefer, N., "İnce Cidarlı Kesitlerin Burulması", İ.D.M.M.A. Dergisi, 1977, Sayı 1
- [7] Yücefer, N., "Kirişli Köprülerde Yük Dağıtım İçin Pratik bir Yöntem", 1988, İstanbul
- [8] Yücefer, N., "İnce Cidarlı Taşıyıcılar", Ders Notları, 1994, İstanbul

EKLER

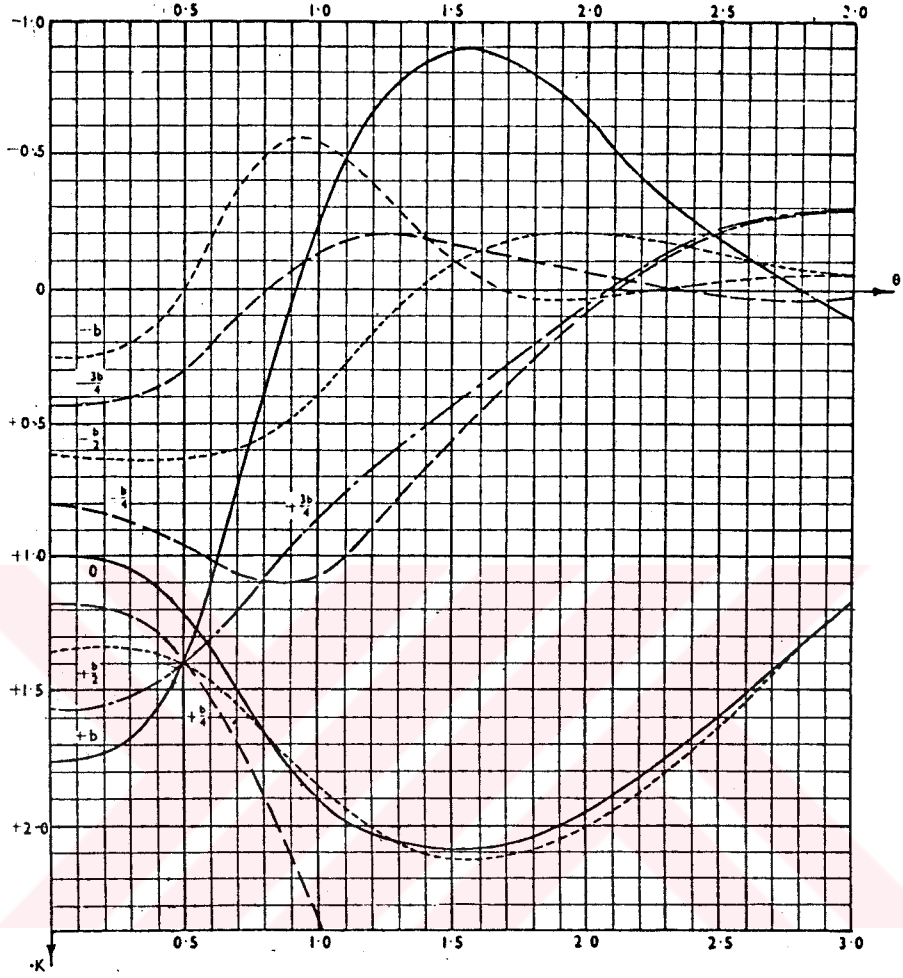


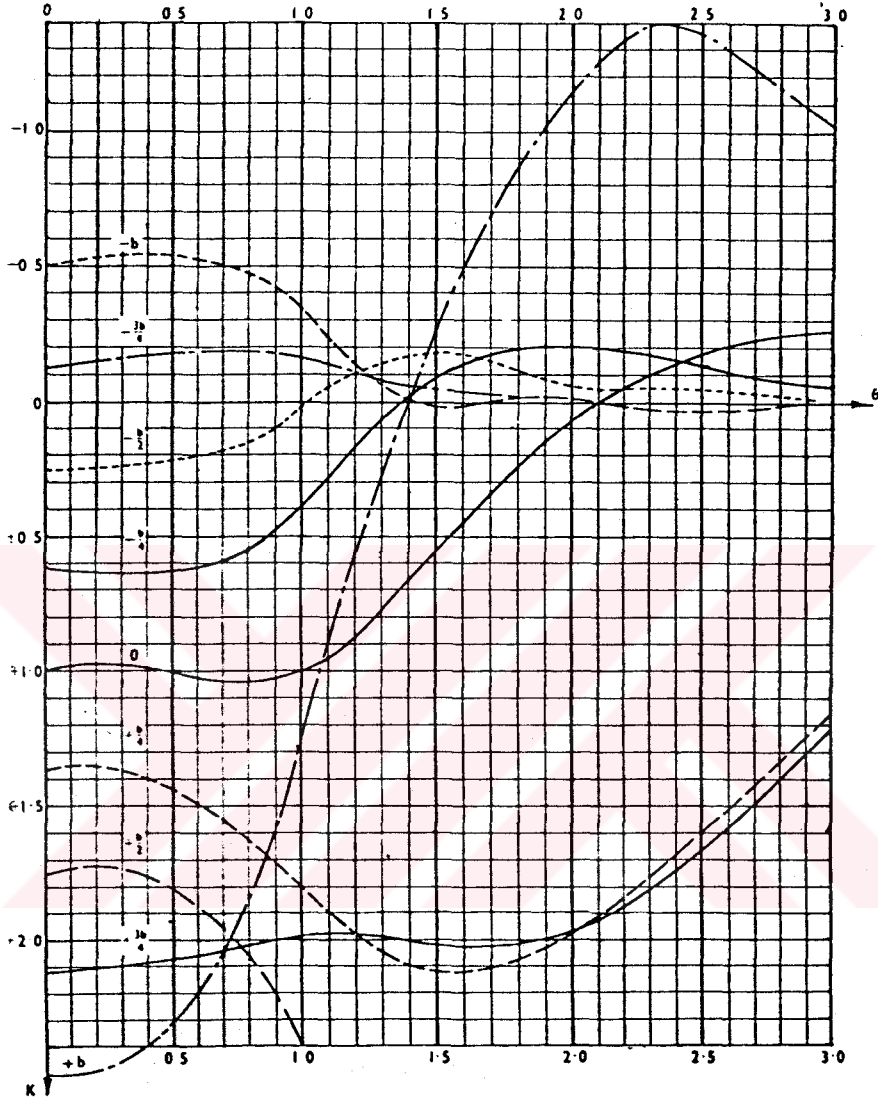
Tablo E.1. (K₀) Birim Yük Dağıtım Katsayıları (Celasun, 1974)

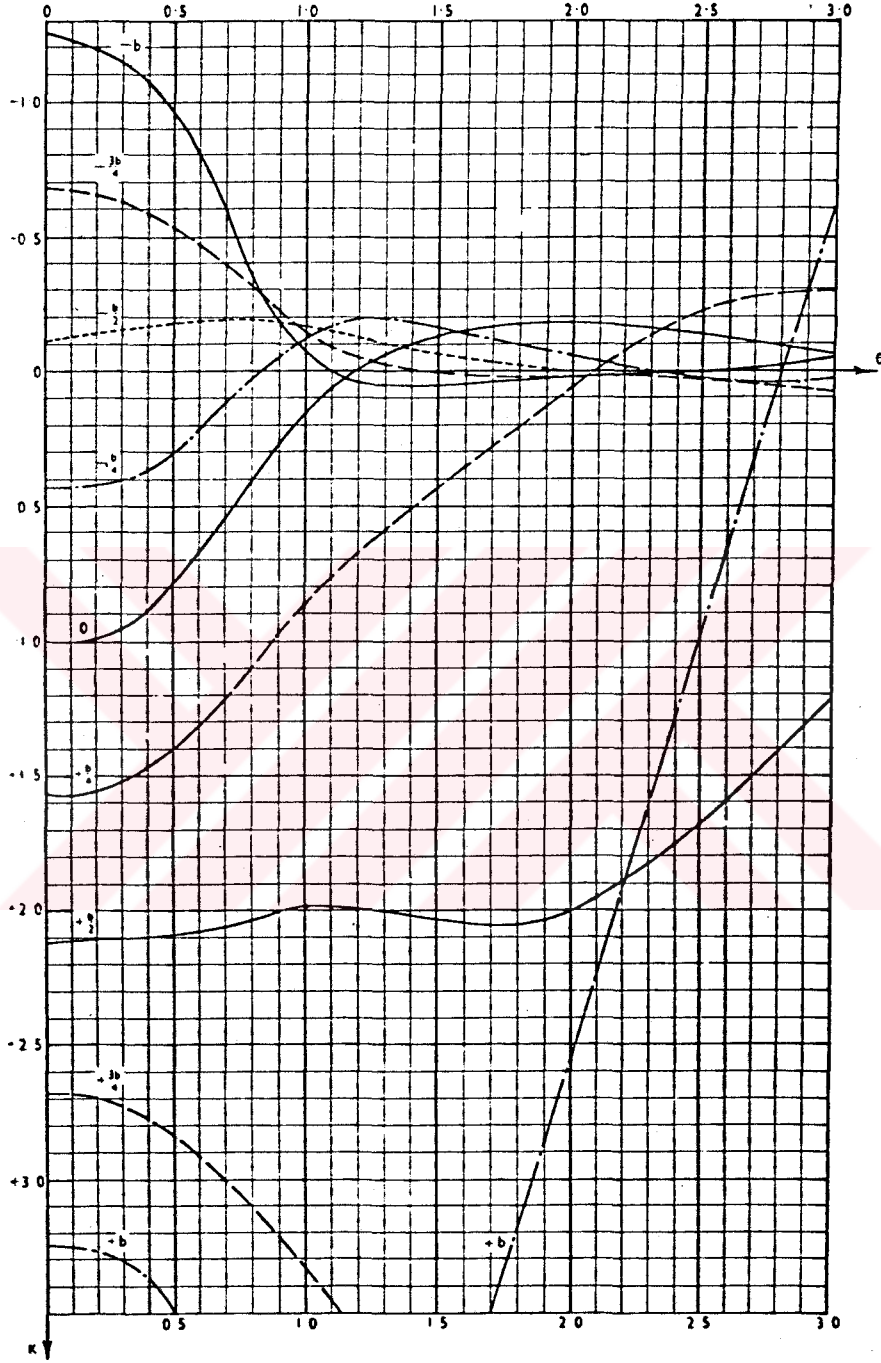
$\theta=0,15$	$\alpha=0$ (K ₀)								
	b	3b/4	b/2	b/4	0	-b/4	-b/2	-3b/4	-b
0	0,9963	0,9983	1,0003	1,0018	1,0025	1,0018	1,0003	0,9983	0,9963
b/4	1,7466	1,5612	1,3755	1,1892	1,0018	0,8136	0,6250	0,4362	0,2475
b/2	2,4988	2,1247	1,7504	1,3755	1,0003	0,6250	0,2499	-0,1252	-0,5003
3b/4	3,2526	2,6887	2,1247	1,5612	0,9984	0,4363	-0,1252	-0,6884	-1,2474
b	4,0075	3,2526	2,4988	1,7466	0,9963	0,2475	-0,5003	-1,2474	-1,9944
$\theta=0,20$	$\alpha=0$ (K ₀)								
	b	3b/4	b/2	b/4	0	-b/4	-b/2	-3b/4	-b
0	0,9884	0,9948	1,0009	1,0057	1,0078	1,0057	1,0009	0,9948	0,9884
b/4	1,7394	1,5584	1,3767	1,1929	1,0057	0,8160	0,6251	0,4337	0,2421
b/2	2,4961	2,1242	1,7514	1,3767	1,0009	0,6251	0,2496	-0,1257	-0,5008
3b/4	3,2581	2,6912	2,1242	1,5583	0,9948	0,4336	-0,1257	-0,6839	-1,2418
b	4,0236	3,2581	2,4961	1,7394	0,9884	0,2421	-0,5008	-1,2418	-1,9823

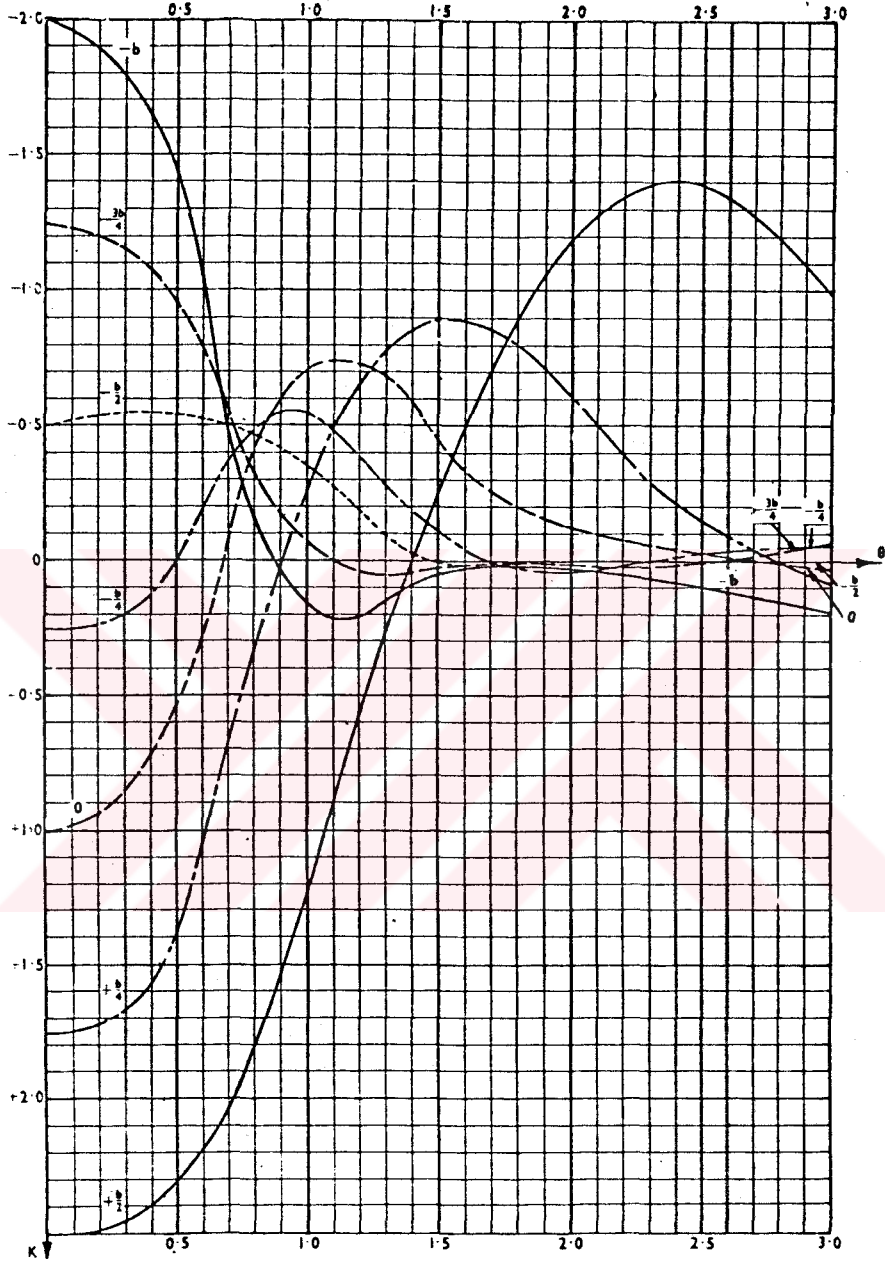
Abak E.1. Değişik yük eksantrisitetleri için 0 referans noktasında K_0 dağıtım katsayıları

Abak E.2. Değişik yük eksantrisitetleri için $b/4$ referans noktasında K_0 dağıtım katsayıları



Abak E.3. Değişik yük eksantrisitetleri için $b/2$ referans noktasında K_0 dağıtım katsayıları

Abak E.4. Değişik yük eksantrisite için $3b/4$ referans noktasında K_0 dağıtım katsayıları

Abak E.5. Değişik yük eksantrisitetleri için b referans noktasında K_0 dağıtım katsayıları

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Yeri : Fethiye

Doğum Tarihi : 30.06.1972

Öğrenim Hayatı : 1978 yılında Fethiye'de Vali Recai Güreli İlkokulu'nda öğrenim hayatıma başladım. 1983 yılında Fethiye Ortaokulu'na başladım. 1986 yılında ortaokulu tamamladıktan sonra aynı yıl Fethiye Lisesi'nde lise hayatıma başladım. 1989 yılında Fethiye Lisesi'nden ikincilikle mezun oldum. Aynı yıl Y.T.Ü. İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği dalında üniversite hayatıma başladım. 1993 yılında Y.T.Ü. İnşaat Fakültesi ikincisi ve İnşaat Mühendisliği bölüm ikincisi olarak mezun oldum. Aynı yıl Y.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Bölümü Yapı Programında yüksek lisans hayatıma başladım.

Halen yüksek lisans öğrenimime devam etmekteyim.

