

34718



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

34718

**UZAYSAL ÇUBUK SİSTEMLERİN MATRİS
DEPLASMAN METODU İLE ÇÖZÜMÜ VE
BİLGİSAYAR UYGULAMALARI**

İnş.Müh. Hakkı YILDIRIM

**F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında
hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof. Sinan ÇAĞDAŞ

Yıldız Teknik Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

İSTANBUL, 1994

İÇİNDEKİLER

NOTASYON	V
ÖZET.....	VI
SUMMARY.....	VII
BÖLÜM 1. GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2. MATRİS DEPLASMAN YÖNTEMİ	2
2.1. Tanımı.....	2
2.2. Metodun Özellikleri.....	4
BÖLÜM 3. MATRİS DEPLASMAN YÖNTEMİ İLE UZAY ÇERÇEVELERİNİN ANALİZİ.....	5
3.1. Uzay Çerçevesi.....	5
3.2. Uç Deplasman ve Uç Kuvvetlerin Tanımı.....	5
3.3. Eleman Rijitlik Matrisinin Oluşturulması.....	6
3.4. Yükleme Matrisleri.....	13
3.5. Eksen Takımları.....	15
3.5.1. Koordinat Sisteminin Dönüştürülmesi.....	15
3.5.2. Doğru Kosinüsleri.....	16
3.5.3. Y-Z-X Dönüşümü.....	21
3.5.4. Z-Y-X Dönüşümü.....	24
3.6. Müşterek Eksen Takımına göre matrisler.....	28
BÖLÜM 4. YAPI ANALİZİNDE LİNEER DENKLEM TAKIMLARININ ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ.....	32
4.1. Gauss Eliminasyon.....	32
4.2. Bant Matris.....	34
4.2.1. Programı.....	36
4.3. Metodların Grafik Olarak Karşılaştırılması.....	38

BÖLÜM 5. ÖZEL KONULAR.....	39
5.1. Rijitlik Matrisi Yarım Şerit Genişliği.....	39
5.2. Serbestlik Derecesi.....	40
5.3. Hesap Sırası.....	43
5.4. Matrisler.....	46
BÖLÜM 6. ÖRNEKLER VE ÇÖZÜMLER.....	48
BÖLÜM 7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	73
KAYNAKLAR.....	75

ÖZGEÇMİŞ

NOTASYON

a_{ij}	: Matrisin i satır j sütun matrisi
A_x	: Kesit Alanı
b	: Y-Z-X dönüşümü Z eksenini dönme açısı
B	: Yarı şerit genişliği
C_x, C_y, C_z	: Doğrultu kosinüsleri
$[d]$: Çubuk eksenlerine göre deplasmanlar
$[d]_{ix}$: Müşterek eksenlere göre deplasmanlar
F	: En büyük cebirsel fark
$[k]$: Eleman rijitlik matrisi
$[k]_{ixix}$: Eleman rijitlik matrisi (müşterek eksenler)
$[K]$: Sistem rijitlik matrisi
l	: Z-Y-X dönüşümü Y eksenini dönme açısı
L	: Çubuk boyu
M_x, M_y, M_z	: Uzay elemanın uç momentleri
$[p]$: Çubuk uç kuvvetler matrisi
$[p]_{ix}$: Çubuk uç kuvvetler matrisi (müşterek eksenler)
$[po]$: Çubuk yükleme matrisi
$[po]_{ix}$: Çubuk yükleme matrisi (müşterek eksenler)
P_x, P_y, P_z	: Uzay elemanın uç kuvvetleri
α	: Z-Y-X dönüşümü Z eksenini dönme açısı
β	: Y-Z-X dönüşümü Z eksenini dönme açısı
γ	: X eksenini dönme açısı
$[T]$: Dönüşüm matrisi
$[T]^{-1}$: Dönüşüm matrisinin tersi
$[T]^T$: Dönüşüm matrisinin transpozu
V_x, V_y, V_z	: Uzayda gelişigüzel bir vektör
X, Y, Z	: Müşterek eksen takımı
X_k, Y_k, Z_k	: K noktası koordinatları
X_j, Y_j, Z_j	: J noktası koordinatları
X_p, Y_p, Z_p	: P noktası koordinatları
X_{M1}, Y_{M1}, Z_{M1}	: Çubuk eksen takımı

TEŐEKKÜR :

Çalımlarımda bana yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım Sayın Prof.SinanÇAĞDAŐ'a teőekkür ederim.

ÖZET

Bu çalışmaların amacı taşıyıcı sistemleri iç kuvvet ve deformasyonlarının matris deplasman metodu ile çözülmesi ve bu konu ile ilgili bir program geliştirilmesi üzerine dayalıdır.

Yedi bölümden oluşan çalışmanın ilk bölümünde matris deplasman metodu ile ilgili giriş bölümü yer almaktadır.

İkinci bölümde matris deplasman yönteminin tanımı yer almaktadır.

Üçüncü bölümde matris deplasman yöntemi ile uzay çerçevelerin analizi, dönüşüm matrisleri yer almaktadır.

Dördüncü bölümde lineer denklem takımlarının çözüm yöntemleri yer almaktadır.

Beşinci bölümde rijitlik matrisi yarı şerit genişliği ve özel konular yer almaktadır.

Altıncı bölümde örnekler ve çözümler yer almaktadır.

Yedinci bölümde ise sonuçlar ve öneriler yer almaktadır.

SUMMARY

THE ANALYSIS OF THE SPACE FRAME STRUCTURES BY STIFFNESS METHOD

There is a well-established relation between the internal forces and the displacements at the ends of a member. The member forces are related to member deformations by a matrix defined as individual member stiffness, denoted by $[K]$. The stiffness matrix method, first determines displacements at certain points, more specifically at the joints of the structure, and the internal forces later.

$[P]$: Internal Forces

$[K]$: Stiffness Matrix

$[D]$: Displacements

$$[P] = [K] * [D] \quad (3.20)$$

The structure stiffness matrix K is made of the stiffness matrices k of individual members. The stiffness of a structural member is commonly understood to be the amount of force required to introduce a certain amount of deflection.

The basic steps to be taken toward the assembly of K can be summarized as

1. Establish member stiffness matrices k in local coordinates.
2. Transform member stiffness k from local coordinates to global coordinates.
3. Satisfy displacement compatibilities at each joint.
4. Write force equilibrium.
5. Bring it to matrix form.

Local Axes

External Forces and $[d]_j = 0_i$

$$P_1 = k_{11}D_1 + k_{12}D_2 + k_{13}D_3 + k_{14}D_4 + k_{15}D_5 + k_{16}D_6$$

$$P_2 = k_{21}D_1 + k_{22}D_2 + k_{23}D_3 + k_{24}D_4 + k_{25}D_5 + k_{26}D_6$$

$$P_3 = k_{31}D_1 + k_{32}D_2 + k_{33}D_3 + k_{34}D_4 + k_{35}D_5 + k_{36}D_6$$

$$P_4 = k_{41}D_1 + k_{42}D_2 + k_{43}D_3 + k_{44}D_4 + k_{45}D_5 + k_{46}D_6$$

$$P_5 = k_{51}D_1 + k_{52}D_2 + k_{53}D_3 + k_{54}D_4 + k_{55}D_5 + k_{56}D_6$$

$$P_6 = k_{61}D_1 + k_{62}D_2 + k_{63}D_3 + k_{64}D_4 + k_{65}D_5 + k_{66}D_6$$

$$[p]_i = [k]_{ii} * [d]_i \quad (3.10)$$

$$[p]_i = [k]_{ii} * [d]_i \quad (3.11)$$

External Forces and $[d]_i = 0$ (3.12)

$$[p]_i = [k]_{ij} * [d]_j \quad (3.13)$$

$$[p]_j = [k]_{ij} * [d]_j \quad (3.14)$$

$$[p] = [k] * [d] + [p_0] \quad (3.22)$$

The Beam Element

When analyzing a structural system that must be described in terms of a three dimensional space, there will be six possible components of joint displacement, a component of translation and a component of rotation with respect to each of the coordinate axes of the three dimensional space, at each joint that must be accounted for, this is to say, each joint will have **six possible degrees of freedom**. Consequently, for a given beam element of a three-dimensional structural system there will be twelve possible components of end displacement, six components at each end of the member that correspond to the displacements of the two joints connected by the member that must be considered in establishing the end action displacement relationships for the member.

Member Stiffness Matrix

The beam element i of a three dimensional structure is assumed to be arbitrarily oriented in space and positioned in the frame of a set orthogonal axes $X_{TM}-Y_{TM}-Z_{TM}$, with the j end of the member at the origin of the system of axes and the X_{TM} axis directed toward the k end of the member. The m_x axis defines **the centroidal axis** of the member, the Y_{TM} axis defines **the minor principal axis** of the cross-section and the Z_{TM} axis defines **the major principal axis** of the cross-section. If the member is subjected to a unit value of each of the possible end displacements, separately, the end actions which are required to maintain static equilibrium while restraining the ends of the member against any other displacement. The member stiffness matrix's rows are identified with respect to the end action and the columns are identified with respect to the end displacement causing the end actions listed in each column.

ky the first one indicates the end of the member at which the displacement or action occurs and the second subscript indicates the direction of the displacement or action.

Member Rotational Matrix

For a given beam element i with its set of local axes positioned arbitrarily in the frame of a reference axes. The orientation of the longitudinal member axis X_{TM} of the beam element can be established by the direction cosines C_{xy} , C_{yx} , C_x .

$$C_x = (X_k - X_j) / L_i \quad (3.26)$$

$$C_x = (Y_k - Y_j) / L_i \quad (3.27) \quad L_i = ((X_k - X_j)^2 + (Y_k - Y_j)^2 + (Z_k - Z_j)^2)^{1/2} \quad (3.29)$$

$$C_x = (Z_k - Z_j) / L_i \quad (3.28)$$

In a three dimensional space these three direction cosines do not furnish all of the information needed to the reference axes. One additional bit of information must be known about the positioning of the member with respect to the reference axes, and that is the value of the angle of roll.

The components of possible end displacement and corresponding components of end action with respect to both the local and reference system of axes are defined in example 1 for beam element i which is restrained against translation as well as rotation of its ends. It is assumed that the orientation of the local axes with respect to the reference axes will be described in terms of the direction cosines C_{xy} , C_{yx} , C_x and angle of roll.

The translation of j end of member with respect to the reference axes can be resolved into a set of vector components describing the translation of the j end with respect to the local axes of the member.

$[p]_{ix}$: Internal forces to global axes

$[d]_{ix}$: Displacements

$[T]_i$: Rotational matrices

$$[d]_{jx} = [T]_j * [d]_j$$

$$[d]_{ix} = [T]_i * [d]_i$$

However, rather than having a consider the transformation of each set of vector components from one system of axes to another independently, can be combined into one operation. The $(3*3)$ array matrix expression changes into $12 * 12$ matrix expression.

$$[d]_i = [T] * [d]$$

This transformation matrix serves the same purpose in the three dimensional space as the transformation matrix of expression served in the two dimensional space, and it possesses the same property as the transformation matrix for the two dimensional space,

$$[T_2]^{-1} = [T_2]^t$$

The components of end actions can also be transformed from the reference system of axes to the local system as

$$[p]_{ix} = [T_2]_i * [p]_i$$

and from the local system of axes to the reference system as

$$[p]_i = [T_2]_i * [p]_{ix}$$

The relationship between the components of end displacement and the components of end action with respect to the local system of axes for a beam element with both ends restrained against translation and rotation and arbitrarily positioned in the frame of the reference axes has been expressed as

$$[p] = [k] [d]$$

The relationship between the components of end displacement and the components of end action with respect to the reference axes can be expressed as

$$[p]_x = [k]_{xx} [d]_x$$

with

$$[k]_{ixix} = [T]_i [k]_i [T]_i$$

The matrix $[k]_{ixix}$ is defined as the transformed member stiffness matrix, written with respect to the reference axes for the given structural system.

End actions may be evaluated with respect to either system of axes and transformed into the other system by means of the equations.

$$[p_o]_{ix} = [T]_i [p_c]_i$$

$$[p_o]_{jx} = [T]_j [p_c]_j$$

It should be remembered that the fixed end actions are converted into equivalent joint loads by a change in sign; the equivalent joint loads must be described with respect to the reference system of axes.

The possible components of final end actions in the frame of the local axes for a beam element of a three dimensional structural system can be evaluated by means of a set of equations similar;

$$[p]_{ix} = [k]_{ixix} [d]_{ix} + [k]_{ixjx} [d]_{jx} + [p_o]_{ix}$$

$$[p]_{jx} = [k]_{jxix} [d]_{ix} + [k]_{jxjx} [d]_{jx} + [p_o]_{jx}$$

GAUSS ELIMINATION

This is one of the most commonly used methods in the solution of linear simultaneous equations. It has a variety of versions depending upon the order of elimination and the expected accuracy of the results. It is based on the triangularization of the coefficient matrix by virtue of Theorem. The unknowns, then, are evaluated by back substitution starting from the last equation.

BÖLÜM I

GİRİŞ

Uzay çerçevelerin hesabı direkt matris deplasman metodu ile yapılmıştır. Düzlem çerçevelerde bulunmayan burulma etkisi göz önüne alınmış ve mukayese edilmiştir.

2. ve 3. bölümlerde detaylı olarak anlatılan matris deplasman metodu uzay çerçevelerde kullanılmak üzere 6.bölümde kişisel bilgisayarlara uygun bir program FORTRAN 77 proglama dilinde üretilmiştir. Sistemin kurulup, problemin çözülmesi kadar önemli olan bir konu ise çözüm hızıdır. Bu konuda ise iki yöntem anlatılmış ve örnekler üzerinde grafik olarak mukayese edilmişlerdir.

2. ve 3. bölümde anlatılan matris deplasman yönetim 6.bölümde örnekler üzerinde denenmiş ve uç kuvvetleri, uç deplasmanları elde edilmiştir.Ayrıca bu program düzlem sistemler üzerinde de denenmiştir.Uzay çerçeve sistemle ,aynı uzay çerçevenin bir doğrultudaki düzlem çerçevesi çözülüp sonuçlar karşılaştırılmıştır.

BÖLÜM 2

2.1 Matris Deplasman Metodu

Yapı sistemlerinin hesabının amacı, statik ve dinamik dış etkiler altında, sistemlerde meydana gelen iç kuvvetlerin deformasyonların ve deplasmanların tayin edilmesidir. Hesap edilecek sistemler, düğüm noktaları denilen sonlu uzaklıktaki noktalarda birleşen elemanlardan meydana gelmektedir. Bir çubuk, bir çubuklar sistemi veya bir sürekli ortam parçası olabilen her elemanda dış etkilerden meydana gelen iç etkilerin tayin edebileceği kabul edilebilmektedir. Bundan dolayı, matris metodlarının amacı, sistemde dış etkilerden meydana gelen uç kuvvetlerinin ve uç deplasmanlarının tayini olmaktadır. [1]

Uç kuvvetlerin ve uç deplasmanların sağlanması gereken üç şart vardır.

1- Denge Şartları

- 1a- Düğüm noktalarının denge denklemleri
- 2a- Elemanların denge denklemleri

2- Geometrik Uygunluk Şartları

- 1b- Elemanların düğüm noktası uç deplasmanları birbirine eşittir.
- 2b- Mesnet Koşulları

3- Gerilme Deformasyon Bağlıları (Bünye Koşulları)

Matris deplasman metodlarında, önce sistemin uç deplasman durumu geometrik uygunluk şartları sağlayan birbirinden lineer olarak bağımsız uç deplasman durumlarının lineer kombinasyonu olarak ifade edilir. Bu bağtıda bulunan ve sistemin geometrik serbestlik derecesine eşit sayıdaki bilinmeyen katsayılar, denge şartları ve deformasyon-iç kuvvet bağıntıları yardımıyla tayin edilerek sistemin uç deplasman durumu elde edilir. Denge şartları ile deformasyon-iç kuvvet bağıntılarından faydalanarak uç deplasmanlarına bağılı olarak uç kuvvetleri de bulunup hesap tamamlanır.

Direkt matris deplasman metodunda sistemin serbestlik derecesi düğüm noktalarının deplasman bileşenlerinin sayısına eşit olur ve geometrik uygunluk şartlarını sağlayan birbirinden lineer olarak bağımsız uç deplasman durumlarının herbiri için, düğüm noktalarının deplasman bileşenlerinden bir tanesi bir, bütün değerleri sıfır olan durum

alınabilir. Bundan dolayı lineer kombinezonda bulunan bilinmeyen katsayılar düğüm noktalarının deplasman bileşenleri sırası ile eşit alınmış olur.

Bir i düğüm noktasında birleşen elemanlar için i_x indisiyle belirtilen ortak bir koordinat sistemi alınacaktır. Bir düğüm noktasında birleşen elemanların ortak koordinat sistemine ait karşılıklı uç deplasman bileşenleri, geometrik uygunluk şartları uyarınca birbirlerine ve dolayısıyla düğüm noktasının bileşenlerine eşit olurlar. Bir i düğüm noktasında birleşen elemanların ortak koordinat sistemine ait uç deplasman bileşenlerinden oluşan kolon matrislerin herbiri, düğüm noktasının deplasman bileşenlerinden oluşan $[d]_{ix}$ kolon matrisine eşit olur. O halde, düğüm noktası sayısı n ile gösterildiğine göre, bilinmeyenler kolon matrisi;

$$[d] = \begin{bmatrix} [d]_{1x} \\ [d]_{2x} \\ \vdots \\ [d]_{nx} \end{bmatrix}$$

olur.

Dış etkilerin ve düğüm noktalarındaki ortak koordinat sistemlerine ait uç deplasmanların elemanın bir i düğüm noktasında doğurduğu uç kuvvet bileşenlerinden oluşan kolon matris $[p]_{ix}$ ile gösterilmektedir. Bir elemanın bütün düğüm noktalarındaki deplasman bileşenleri sıfır iken, yalnız dış etkilerden i düğüm noktasında doğurduğu uç kuvvet bileşenlerinden oluşan kolon matrisin $[p_0]_{ix}$ ile gösterildiği ve yükleme matrisi diye adlandırıldığı bilinmektedir. [1,2]

Herhangi bir ij çubuk elemanının, eleman koordinat sistemine ait $[p]_i$, $[p]_j$ uç kuvvetleri ile $[d]_i$, $[d]_j$ uç deplasmanları arasında

$$[p]_{ij} = [k]_{ij} [d]_{ij} + [p_0]_{ij}$$

elde edilir.

Ortak koordinat sistemine göre ise;

$$[p]_{xij} = [k]_{xij} [d]_{xij} + [p_0]_{xij}$$

2.2 Matris Deplasman Metodunun Özellikleri

1- Bilinmeyenlerin Sayısı

Deplasman metodunda, düğüm noktalarında ne kadar çok eleman birleşirse bilinmeyen sayısı o kadar az olur.

2- Denklem Takımının Kuruluşu

Deplasman metodunda, homojen çözümlerin tayininin kolay ve sistematik oluşuna karşılık bunların seçiminde serbestlik azdır. Denklemin kuruluşu kolay ve sistematiktir.

3- Denklem Takımının Çözümü

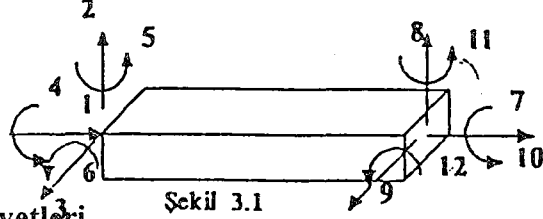
Deplasman metodunda, genellikle çözümü kolay olan denklem takımları elde edilebilmektedir.

4- Denklem Takımının Stabilitesi

Deplasman metodunda, bazı hallerde stabilitesi iyi denklem takımı elde edilmektedir. Böyle olmayan hallerde, bilinmeyen seçilmesinde klasik hesapta serbestlik çok az olduğundan, düzeltme imkanı da az olmaktadır. [1]

BÖLÜM 3

3.1. UZAY ÇERÇEVELER



Şekil 3.1

Çubuğun i ucuna ait uç kuvvetleri

$$[P]_i = [P1, P2, P3, P4, P5, P6] \text{ Çubuk Eksenlerine göre (3.1)}$$

Çubuğun j ucuna ait uç kuvvetleri

$$[P] =] [P7, P8, P9, P10, P11, P12] \text{ (3.2)}$$

$$[P] = [P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12]$$

$[P]$: Uç Kuvvetleri Matrisi (3.3)

$P1, P7$: j ve i de, ij doğrultusundaki uç kuvvetleridir. ij'yi uzatan yön pozitif olarak kabul edilirler. Doğru eksenli çubuk halinde, bu kuvvetler i ve j uçlarındaki normal kuvvetleri göstermektedir.

$P, P3, P,8 P9$: j ve i'de ij'ye dik doğrultudaki uç kuvvetlerdir. Çubuğu saat akrebi yönünde çevirince pozitif kabul edilirler. Doğru eksenli çubuk halinde, bu kuvvetler j ve i uçlarında kesme kuvvetlerini göstermektedirler.

$P4, P5, P6, P10, P10, P11, P12$: i ve j'deki uç momentleridir.

Çubuğu saat akrebinin zıt yönünde çevirince pozitif kabul edilirler.

Çubuğun i ucuna ait uç deplasmanları

$$[D]_i = [D1, D2, D3, D4, D5, D6] \text{ Çubuk Eksenlerine göre (3.4)}$$

Çubuğun j ucuna ait uç deplasmanları

$$[D]_j = [D7, D8, D9, D10, D11, D12] \text{ (3.5)}$$

$$[D] = [D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12]$$

(3.6)

P1
P2
P3
P4
P5
P6
P7
P8
P9
P10
P11
P12

D1
D2
D3
D4
D5
D6
D7
D8
D9
D10
D11
D12

Uç deplasmanları, çubuğa etkileyen uç kuvvetleri ile aynı doğrultu ve yönde seçilmişlerdir.

Uç Deplasmanları

D1=1, D2=0, D3=0, D4=0, D5=0, D6=0

D1=0, **D2=1**, D3=0, D4=0, D5=0, D6=0

D1=0, D2=0, **D3=1**, D4=0, D5=0, D6=0

D1=0, D2=0, D3=0, **D4=1**, D5=0, D6=0

D1=0, D2=0, D3=0, D4=0, **D5=1**, D6=0

D1=0, D2=0, D3=0, D4=0, D5=0, **D6=1**

Birim Deplasman Sabitleri

k₁₁, k₂₁, k₃₁, k₄₁, k₅₁, k₆₁

k₁₂, k₂₂, k₃₂, k₄₂, k₅₂, k₆₂

k₁₃, k₂₃, k₃₃, k₄₃, k₅₃, k₆₃

k₁₄, k₂₄, k₃₄, k₄₄, k₅₄, k₆₄

k₁₅, k₂₅, k₃₅, k₄₅, k₅₅, k₆₅

k₁₆, k₂₆, k₃₆, k₄₆, k₅₆, k₆₆

Birim Deplasman Sabitleri denilen k_{ij} lerin ilk indisleri yeri, ikinci indisleri de sebebi göstermektedir.

[k]_{ii}=

Eleman Rijitlik Matrisi

k₁₁, k₁₂, k₁₃, k₁₄, k₁₅, k₁₆

k₂₁, k₂₂, k₂₃, k₂₄, k₂₅, k₂₆

k₃₁, k₃₂, k₃₃, k₃₄, k₃₅, k₃₆

k₄₁, k₄₂, k₄₃, k₄₄, k₄₅, k₄₆

k₅₁, k₅₂, k₅₃, k₅₄, k₅₅, k₅₆

k₆₁, k₆₂, k₆₃, k₆₄, k₆₅, k₆₆

D1=1, D2=0, D3=0, D4=0, D5=0, D6=0

D1=0, **D2=1**, D3=0, D4=0, D5=0, D6=0

D1=0, D2=0, **D3=1**, D4=0, D5=0, D6=0

D1=0, D2=0, D3=0, **D4=1**, D5=0, D6=0

D1=0, D2=0, D3=0, D4=0, **D5=1**, D6=0

D1=0, D2=0, D3=0, D4=0, D5=0, **D6=1**

k₇₁, k₈₁, k₉₁, k₁₀₁, k₁₁₁, k₁₂₁

k₇₂, k₈₂, k₉₂, k₁₀₂, k₁₁₂, k₁₂₂

k₇₃, k₈₃, k₉₃, k₁₀₃, k₁₁₃, k₁₂₃

k₇₄, k₈₄, k₉₄, k₁₀₄, k₁₁₄, k₁₂₄

k₇₅, k₈₅, k₉₅, k₁₀₅, k₁₁₅, k₁₂₅

k₇₆, k₈₆, k₉₆, k₁₀₆, k₁₁₆, k₁₂₆

Eleman Rijitlik Matrisi $[k]_{ji}$

$k_{71}, k_{81}, k_{91}, k_{101}, k_{111}, k_{121}$
$k_{81}, k_{82}, k_{92}, k_{102}, k_{112}, k_{122}$
$k_{91}, k_{83}, k_{93}, k_{103}, k_{113}, k_{123}$
$k_{101}, k_{84}, k_{94}, k_{104}, k_{114}, k_{124}$
$k_{111}, k_{85}, k_{95}, k_{105}, k_{115}, k_{125}$
$k_{121}, k_{86}, k_{96}, k_{106}, k_{116}, k_{126}$

Köşegenin altında kalan relatif deplasmanlar ikiye ikiye karşılaştırılır ve Betti karşılık teoremi uygulanırsa

$$k_{ij} = k_{ji} \quad (3.7)$$

olduğu, $[k]$ metrisinin esas köşegene göre simetrik olduğu görülür.

$$[k] = [k]^T \quad (3.8)$$

Dış kuvvetlerin sıfır olması halinde

$$P_1 = k_{11} \cdot D_1 + k_{12} \cdot D_2 + k_{13} \cdot D_3 + k_{14} \cdot D_4 + k_{15} \cdot D_5 + k_{16} \cdot D_6$$

$$P_2 = k_{21} \cdot D_1 + k_{22} \cdot D_2 + k_{23} \cdot D_3 + k_{24} \cdot D_4 + k_{25} \cdot D_5 + k_{26} \cdot D_6$$

$$P_3 = k_{31} \cdot D_1 + k_{32} \cdot D_2 + k_{33} \cdot D_3 + k_{34} \cdot D_4 + k_{35} \cdot D_5 + k_{36} \cdot D_6$$

$$P_4 = k_{41} \cdot D_1 + k_{42} \cdot D_2 + k_{43} \cdot D_3 + k_{44} \cdot D_4 + k_{45} \cdot D_5 + k_{46} \cdot D_6$$

$$P_5 = k_{51} \cdot D_1 + k_{52} \cdot D_2 + k_{53} \cdot D_3 + k_{54} \cdot D_4 + k_{55} \cdot D_5 + k_{56} \cdot D_6$$

$$P_6 = k_{61} \cdot D_1 + k_{62} \cdot D_2 + k_{63} \cdot D_3 + k_{64} \cdot D_4 + k_{65} \cdot D_5 + k_{66} \cdot D_6$$

$$[P]_n = [k]_{ni} \cdot [D]_i \quad (3.9)$$

Yükler ve $[d]_j=0$ iken

$$[p]_i = [k]_{ii} \cdot [d]_i \quad (3.10)$$

$$[p]_j = [k]_{ji} \cdot [d]_i \quad (3.11)$$

Yükler ve $[d]_i=0$ iken (3.12)

Uç Deplasmanları

$$D7=1, D8=8, D9=0, D10=0, D11=0, D12=0$$

$$D7=0, D8=1, D9=0, D10=0, D11=0, D12=0$$

$$D7=0, D8=0, D9=1, D10=0, D11=0, D12=0$$

$$D7=0, D8=0, D9=0, D10=1, D11=0, D12=0$$

$$D7=0, D8=0, D9=0, D10=0, D11=1, D12=0$$

$$D7=0, D8=0, D9=0, D10=0, D11=0, D12=1$$

Birim Deplasman Sabitleri

$$k77, k87, k97, k107, k117, k127$$

$$k78, k88, k98, k108, k118, k128$$

$$k79, k89, k99, k109, k119, k129$$

$$k710, k810, k910, k1010, k1110, k1210$$

$$k711, k811, k911, k1011, k1111, k1211$$

$$k712, k812, k912, k1012, k1112, k1212$$

Birim Deplasman Sabitleri denilen k_{ij} lerin ilk indisleri yeri, ikinci indisleri de sebebi göstermektedir. [1]

$$[k]_{jj} =$$

$$\begin{bmatrix} k77, k78, k79, k710, k711, k712 \\ k87, k88, k89, k810, k811, k812 \\ k97, k98, k99, k910, k911, k912 \\ k107, k108, k109, k1010, k1011, k1012 \\ k117, k118, k119, k1110, k1111, k1112 \\ k127, k128, k129, k1210, k1211, k1212 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{ij} =$$

$$\begin{bmatrix} k17, k18, k19, k110, k111, k112 \\ k27, k28, k29, k210, k211, k212 \\ k37, k38, k39, k310, k311, k312 \\ k47, k48, k49, k410, k411, k412 \\ k57, k58, k59, k510, k511, k512 \\ k67, k68, k69, k610, k611, k612 \end{bmatrix}$$

**Eleman Rijitlik
Matrisi**

$$[p]_i = [k]_{ij} * [d]_j \quad (3.13)$$

$$[p]_j = [k]_{jj} * [d]_j \quad (3.14)$$

Tarif edilen dört tane birim deplasman matrisinin ikisi Betti Karşılıklık teoremi dolayısı ile esas köşegene göre simetriktir.

$$[k]_{ii} = [k]_{ii} \quad (3.15)$$

$$[k]_{ij} = [k]_{ji} \quad (3.16)$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k_{ii}						k_{ij}					
k_{ji}						k_{jj}					

Yükler sıfır iken $[d]_i$ ve $[d]_j$ uç deplasmanlarından meydana gelen $[p]_i$ ve $[p]_j$ uç kuvvetleri

$$[p]_i = [k]_{ii} * [d]_i + [k]_{ij} * [d]_j \quad (3.17)$$

$$[p]_j = [k]_{ji} * [d]_i + [k]_{jj} * [d]_j \quad (3.18)$$

$$\begin{bmatrix} [p]_i \\ [p]_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [k]_{ii} & [k]_{ij} \\ [k]_{ji} & [k]_{jj} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} [d]_i \\ [d]_j \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$[p] = [k] * [d] \quad (3.20)$$

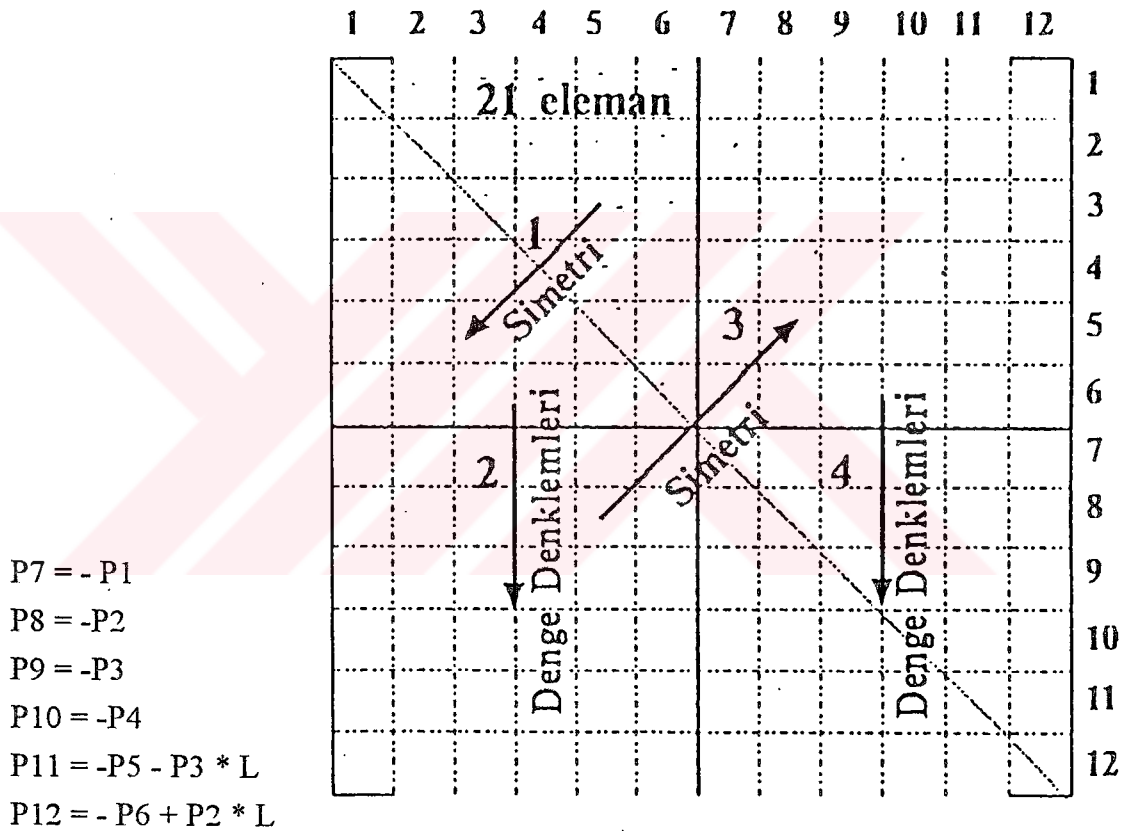
[k] matrisi mertebesi 12 * 12 dir.

Betti Karşılık teorèmeine göre [k] matrisi esa köşegenine göre simetrik olacağından;

$$[k] = [k]^T \text{ ve } [k]_{ji} = [k]_{ij}$$

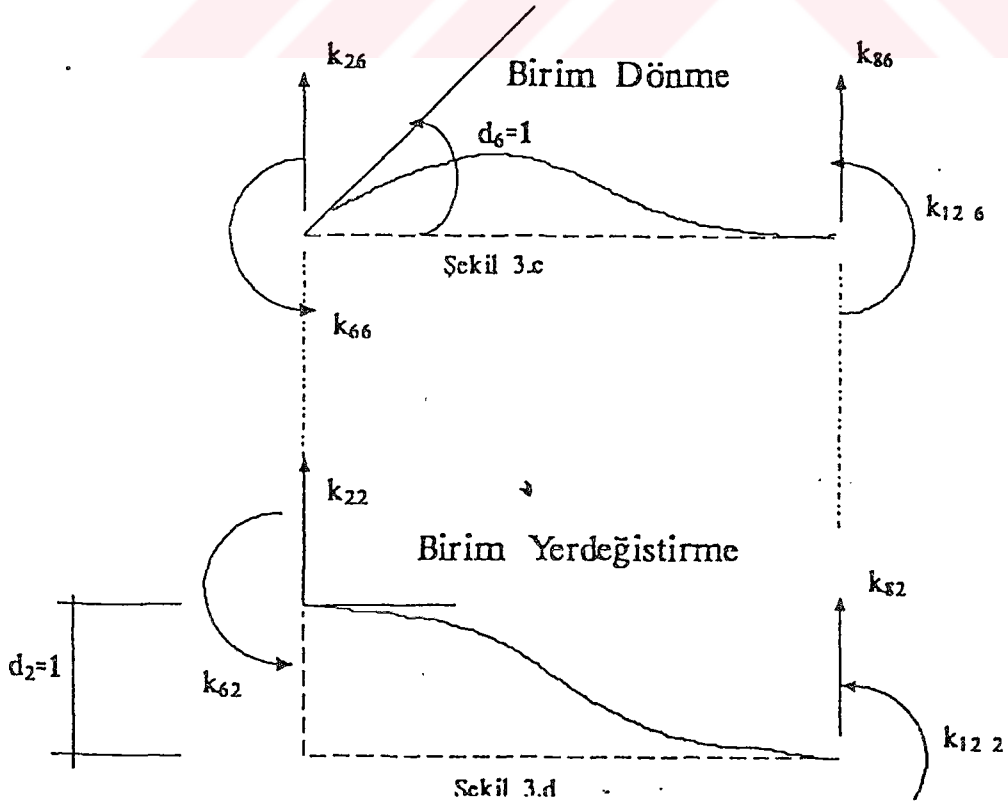
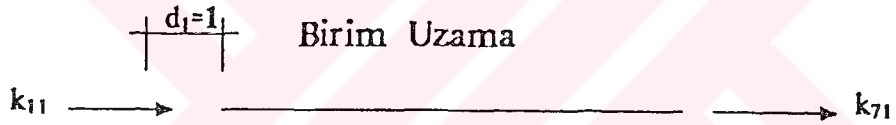
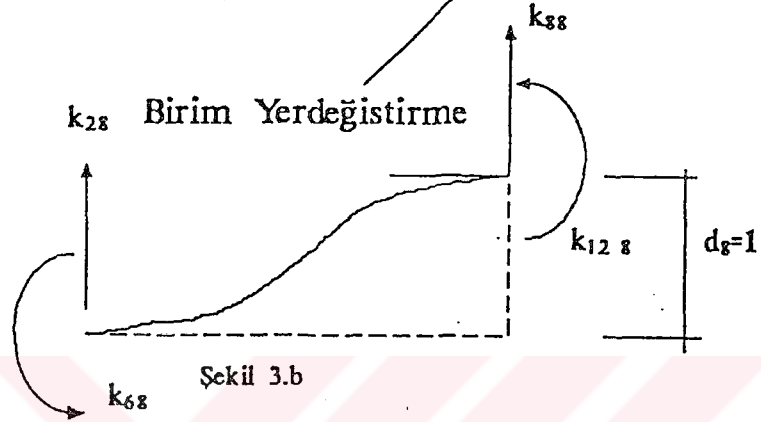
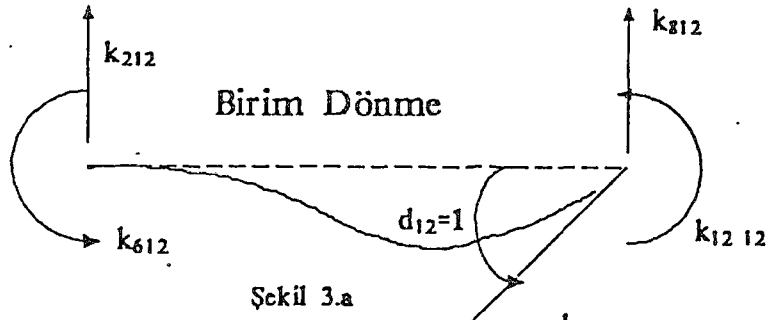
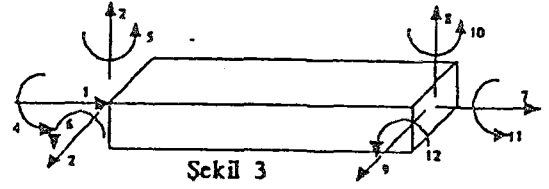
[k] matrisi 144 tane olan elemanı arasında bu simetri bağıntılarından başka, denge denklemlerinin verdiği aşağıdaki bağıntılarında vardır.

Denge durumunda ve yükler sıfır iken;



21 elemanın bilinmesiyle diğer elemanlar kolaylıkla bulunacaktır.

- 1- $[k]_{ji}$ nin alt üçgeni simetri özelliği ile üst üçgene bağlı olarak
- 2- $[k]_{ji}$ denge denklemlerinden elde edilen satırlar arasındaki bağıntılarla, $[k]_{ii}$ ye bağlı olarak
- 3- $[k]_{ij}$, [k] matrisinin simetri özelliğinden dolayı $[k]_{ji}$ ye bağlı olarak,
- 4- $[k]_{jj}$ satırlar arasındaki bağıntılarla $[k]_{ij}$ ye bağlı olarak tayin edilmiştir.[1]



Uzay Çubukların Rijitlik Matrisi

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
EA_x/L						$-F_{1x}/l$					
	$12EI_x/L^3$				$6EI_x/L^2$		$-12EI_x/L^3$				$6EI_x/L^2$
		$12EI_y/L^3$		$-6EI_y/L^2$				$-12EI_y/L^3$		$-6EI_y/L^2$	
			GI_x/L						$-GI_x/l$		
		$-6EI_y/L^2$		$4EI_y/L$				$6EI_y/L^2$		$2EI_y/l$	
	$6EI_x/L^2$				$4EI_x/L$		$-6EI_x/L^2$				$2EI_x/l$
$-EA_x/L$						E_x/l					
	$-12EI_z/L^3$				$-6EI_z/L^2$		$12EI_z/L^3$				$-6EI_z/L^2$
		$-12EI_y/L^3$		$6EI_y/L^2$				$12EI_y/L^3$		$6EI_y/L^2$	
			$-GI_x/l$						GI_x/l		
		$-6EI_y/L^2$		$2EI_y/L$				$6EI_y/L^2$		$4EI_y/l$	
	$6EI_z/L^2$				$2EI_z/L$		$-6EI_z/L^2$				$4EI_z/l$

- A_x : Kesit Alanı
 I_z : z-z kesiti Atalet momenti [3]
 I_y : y-y kesiti Atalet momenti
 I_x : Burulma Rijitliği
 G : Kayma Rijitliği
 E : Elastisite Modülü
 L : Çubuk Boyu

3.4. Yükleme Matrisleri

Bütün D uç deplasmanları sıfır yani $[d]_i = [d]_j = 0$ iken yanlık yüklerden meydana gelen uç kuvvetleri sıra ile P10, P20, P30, P40, P50, P60, P70, P80, P90, P100, P110, P120 ile gösterilen iki ucu ankastre bir çubukta yüklerden meydana gelen uç kuvvetlerdir. Burada ilk indis meydana gelen kuvveti ikincisi ise yükü göstermektedir.

$$\begin{array}{r}
 [d]=0 \text{ iken} \\
 [p]_i= \\
 [p]_j=
 \end{array}
 \begin{array}{cc}
 [P10] & [P70] \\
 [P20] & [P80] \\
 [P30] & [P90] \\
 [P40] & [P100] \\
 [P50] & [P110] \\
 [P60] & [P120]
 \end{array}$$

Çubuk yüksük iken denkleminiz $[p] = [k][d]$ (3.20)

Çubuk yüklü iken $[d] = 0$ $[p] = [p_0]$ (3.21)

$$[p] = [k][d] + [p_0] \quad (3.22)$$

Bir taşıyıcı sistemin üzerine tesir eden dış yükler, tesir ettikleri yer bakımından 2 grupta toplanabilirler.

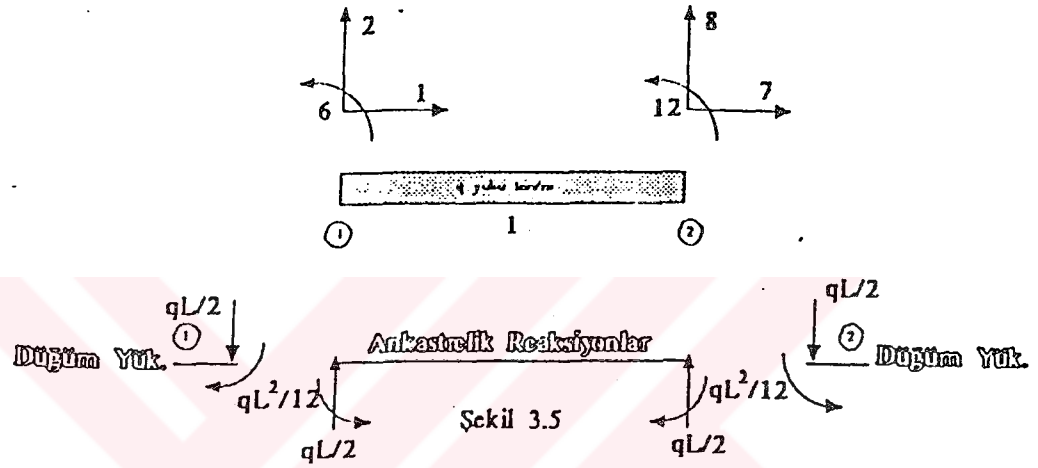
1) **Direk dış yükler** (doğrudan doğruya sistemin düğüm noktalarına tesir eden)

2) **Endirek dış yükler** (çubukların eksenleri boyunca tesir eden)

Sistemin rijitlik denklem takımının sağ tarafından bulunan P kolon vektörü sistemin direk yükleridir. Sistemin düğüm noktası deformasyonları hangi eksen takımında seçilmiş ise P ler de aynı doğrultuda verilmiş olmalıdır. Direk düğüm noktası yükleri doğrudan doğruya denklem takımının sağ tarafındaki sabitler vektörünü teşkil ederler. Çubuklar üzerine etkileyen tekil veya yayılı yükler önce çubuk uçlarına indirgemek ondan sonra düğümlerine gelen eşdeğer yükleri hesaplamak gerekir. Bunun için sistem düğüm noktalarında ankastre kabul edilir. Bu reaksiyonların ters işaretlileri düğüm noktalarına doğrudan doğruya tesir eden dış yükler olarak alınır. [4]

Çubukların üzerine tesir eden dış yükleri, düğüm noktalarına tesir eden eşdeğer yükler haline çevirmek için kullanılacak yol kısaca şöyle özetleyebiliriz.

Taşıyıcı sistemin bütün çubukları uçlarından ankastre farz edilir ve çubuklar üzerindeki yüklerin ankastre uçlarında meydana getirdikleri ankastrelik reaksiyonları [p], bilinen formülleriyle hesap edilir. Bu reaksiyonların ters işaretlileri düğüm noktalarına doğrudan doğruya tesir eden dış yükler olarak alınır.



Örnek olmak üzere, üzerinde tam yayılı bir q yükü bulunan L açıklığındaki bir uzay çerçeve çubuğunun ankastrelik reaksiyonları ile bu q yükünden düğümlere gelen tesirler şekilde gösterilmiştir.

Çubuk uçlarındaki ankastrelik reaksiyonlardan sistematik bir şekilde düğüm yüklerine geçmek için kod numaralarından istifade edebilir. Bunun için, çubuğun müşterek eksenlere göre hesaplanmış ankastrelik reaksiyon kolon vektörünün yanına o çubuğun kod numarası yazılır. Bir kod numarasının karşısına gelen ankastrelik reaksiyonun değerinin ters işaretlisi, kod numarasının gösterdiği numaradaki düğüm yükünü teşkil eder. Ayrıca, bir doğrultuda birden fazla sayıda çubuk yükü gönderebilir.

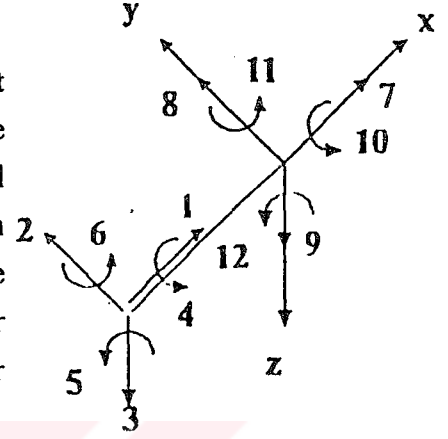
Taşıyıcı sistem, düğüm noktalarına direk olarak tesir eden bu dış yükler altında analiz edilir. Artık, çubuk üzerinde tesir eden q yayılı yükü kesinlikle düşünülmez. Şüphesiz, analiz bitip, çubuk uç kuvvetleri bulunduktan sonra q yayılı yükü olan çubuğun dengesini düşünürken veya kesit tesir diyagramlarını çizerken, q yükünün varlığını yeniden göz önüne almak icabeder. [4]

P1	0	P7	0
P2	$q \cdot 1/2$	P8	$q \cdot 1/2$
P3	0	P9	0
P4	0	P10	0
P5	0	P11	0
P6	$q \cdot 1^2/12$	p12	$-q \cdot 1^2/12$

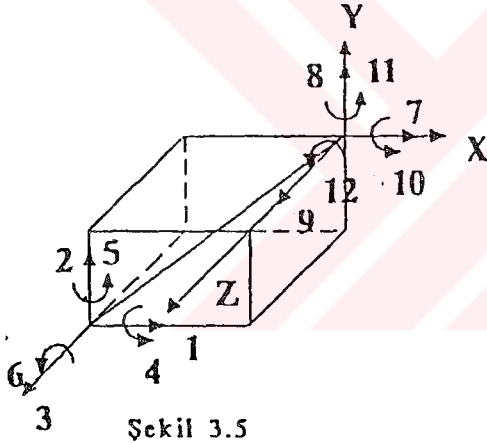
3.5. EKSEN TAKIMLARI

Çubuk Eksenleri: Çubuğun kendi boyuna eksenini ile bu eksene dik en kesitteki asal atalet momenti eksenini veya eksenlerinden meydana gelen ve sağ el kuralına uyan xy ve xyz kartezyen koordinat takımına **Çubuk eksen takımı** denir.

Burada yapılan tanımda xy eksenleri kağıt düzlemiyle aynı düzlem kabul edilmiştir. Z eksenini ise kağıt düzlemine dik olan eksen olarak kabul edilmiştir. İleride hesaplamalarda kolaylık açısından böyle kabul edilmiştir. Bir çubuğun eksen takımı ile başka bir çubuğun eksen takımı arasında hiçbir beraberlik yoktur. Sistem içinde herhangi bir konumda bulunabilirler.



Şekil 3.5

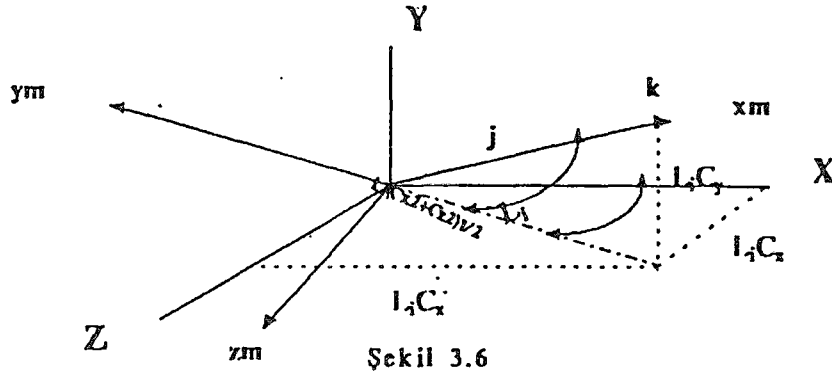


Şekil 3.5

Müşterek eksen takımı: Düzlem veya uzayda çubuk herhangi bir konumda olabilir ve bir düğüm noktasına birleşen çubukların uç kuvvet ve deplasmanlarını tek bir koordinat takımına döndürebilmek amacı ile sağ el kuralına uygun olarak seçilen birbirine dik XY veya XYZ eksenlerine **Müşterek eksen takımı** denir. [4]

3.5.1. KOORDİNAT SİSTEMİNİN DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Bir düğüm noktasında birleşen çubukların rijitlik matrisi terimlerini cebrik olarak toplayabilmek için, o çubukların rijitlik matrislerinin müşterek bir eksen takımına göre yazılmış olması gerekmektedir. Daha önce anlatılan rijitlik matrisi çubuk eksenlerine göredir ve bir sistem içinde farklı eksenli çubuklar vardır. Buna göre çubuk uçlarında farklı doğrultularda olan deformasyon ve kuvvet vektörlerini müşterek bir eksen takımına dönüştürmek gerekmektedir. Burada dönüşümü gerekli olan rijitlik matrislerdir. Böylece çubuk eksen takımlarına göre bilinen rijitlik matrisi müşterek bir eksen takımına dönüştürmek lazımdır.



Bir O noktasından geçen ve müşterek X Y Z eksenleri doğrultularında $V_x V_y V_z$ gibi üç ayrı bileşeni bulunan bir V_0 kuvveti aynı noktadan geçen birbirine dik diğer bir x y z eksen takımı doğrultularında $v_x v_y v_z$ gibi eşdeğer bileşenlere ayrılabilir. Bileşke V_0 her iki halde de aynıdır. Sadece, bileşenlerin şiddet, doğrultu ve yönleri farklıdır. Bu durumda eğer iki eksen takımı arasındaki açılar biliniyorsa bir eksen takımına göre verilmiş bileşenleri, diğer eksen takımına göre verilmiş bileşenler cinsinden yazmak mümkündür.

3.5.2. Doğrultu Kosinüsleri

Bir doğrultunun verilen bir eksen takımına göre eğikliğini en iyi bir şekilde ifade eden sayılar, o doğrultunun verilen eksen takımına göre yazılmış doğrultu kosinüsleridir.

X Y Z müşterek eksen takımında gelişigüzel yerleştirilmiş çubuk eksenleri $x_m y_m z_m$ olan bir i giriş elemanını görmekteyiz. Eğer doğrultu kosinüsleri sırasıyla $C_x C_y C_z$ diye adlandırılırsalar;

$$C_x = \cos(\theta)_x \quad (3.23)$$

$$C_y = \cos(\theta)_y \quad (3.24)$$

$$C_z = \cos(\theta)_z \quad (3.25)$$

Ayrıca X Y Z müşterek eksen takımına göre uç noktaları bilinen bir i kiriş elemanının doğrultu kosinüsleri aşağıdaki gibi de yazılabilir.

(X_j, Y_j, Z_j) j ucunun kordinatları

(X_k, Y_k, Z_k) k ucunun kordinatları

$$C_x = (X_k - X_j) / L_i \quad (3.26)$$

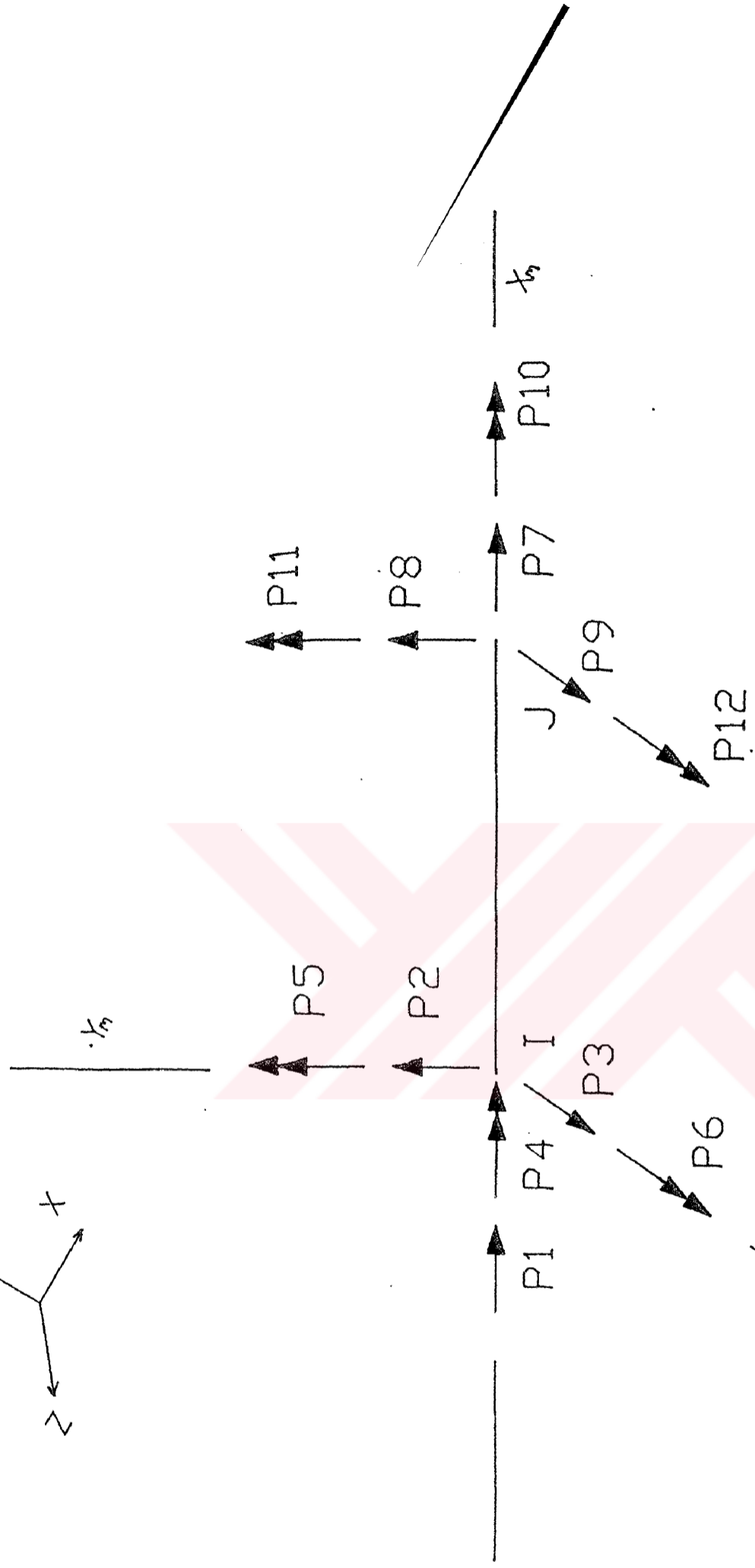
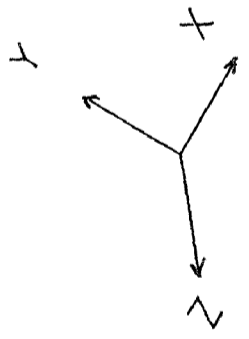
$$C_y = (Y_k - Y_j) / L_i \quad (3.27)$$

$$C_z = (Z_k - Z_j) / L_i \quad (3.28)$$

Çubuk Boyu

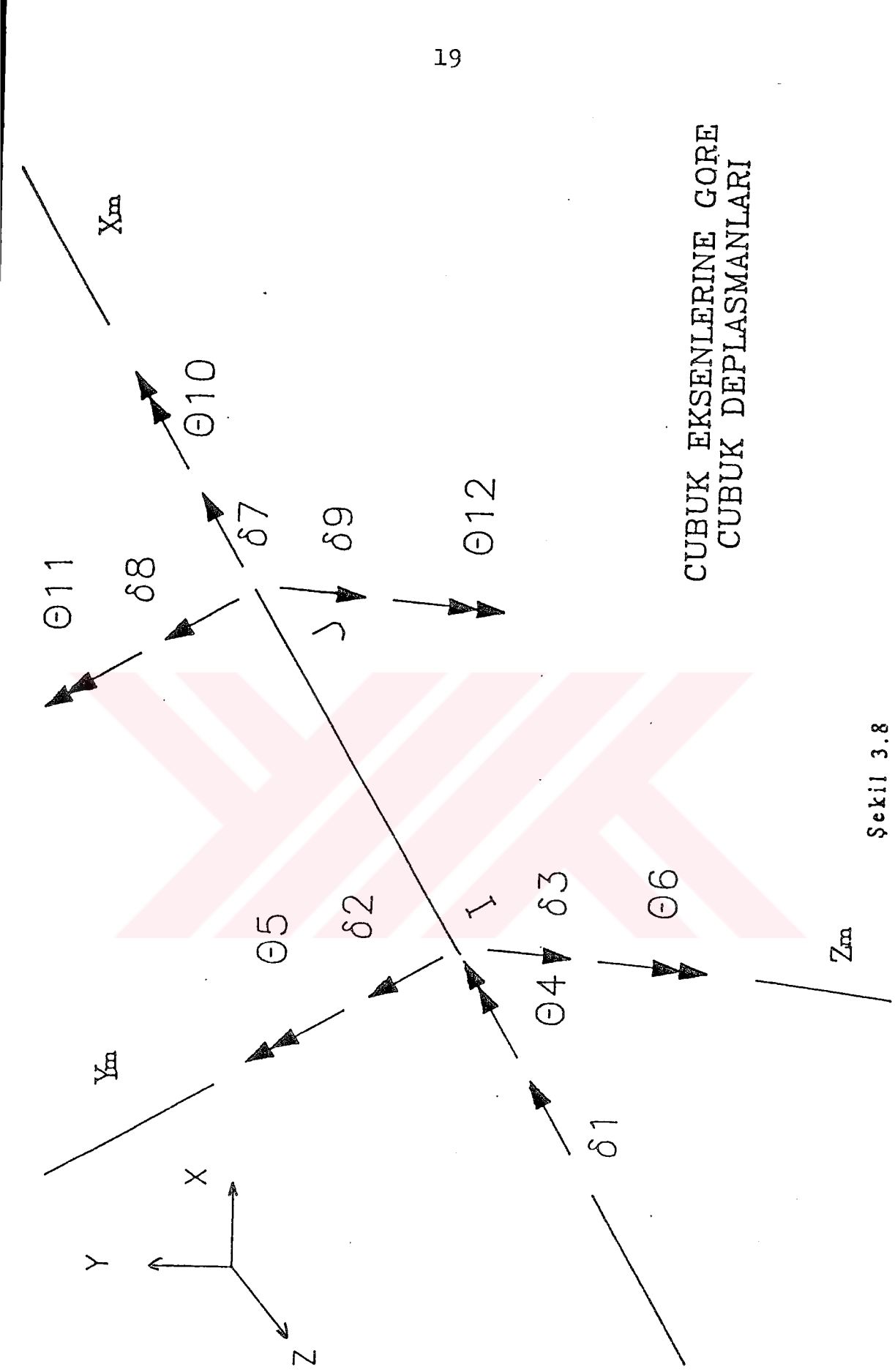
$$L_i = [(X_k - X_j)^2 + (Y_k - Y_j)^2 + (Z_k - Z_j)^2]^{1/2} \quad (3.29)$$

Doğrultu kosinüsleri cinsinden dönüşüm matrisi [C] düzlem sistemler için anlatılmıştır. Çubuk eksenlerinden müşterek eksen takımlarına dönüşüm için anlatılan doğrultu kosinüsleri uzay da gelişigüzel yerleşmiş bir eleman için yeterli değildir. Ek bir bilgiye ihtiyaç vardır. Bu da dönme açısı diye adlandırılan γ açısıdır. [5]



CUBUK EKSENINE GORE
CUBUK KUVVETLERI

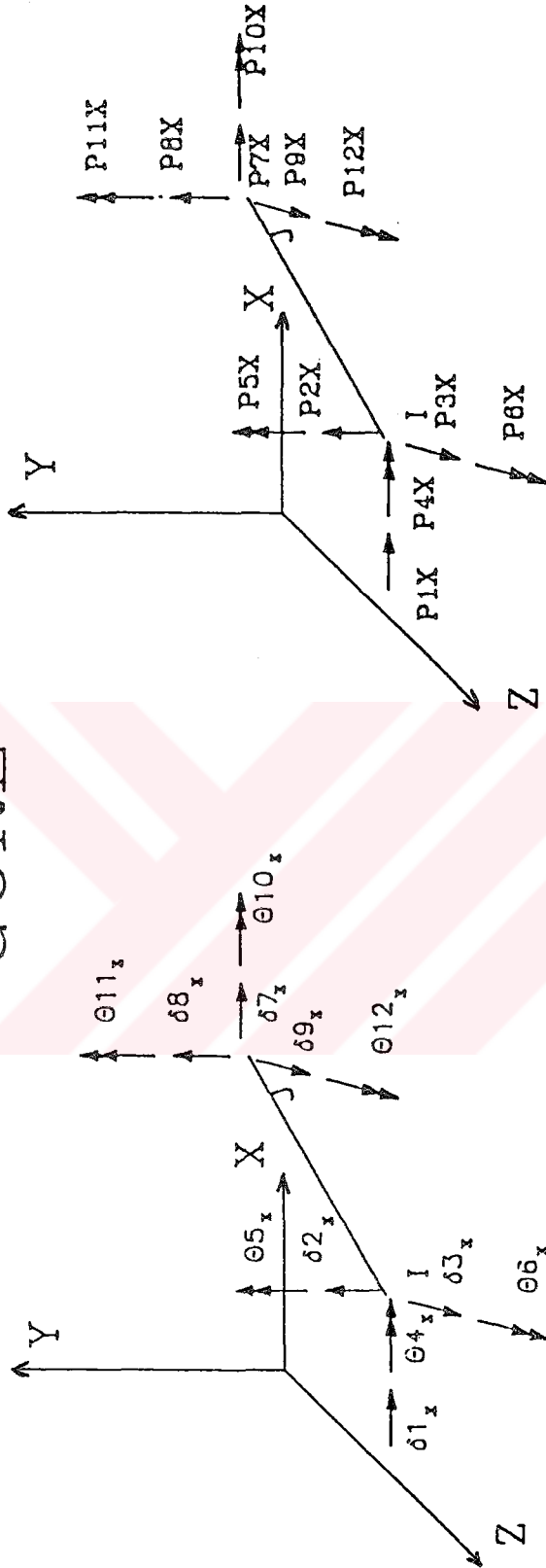
z_n
Şekil 3.7



CUBUK EKSENLERINE GORE
CUBUK DEPLASMANLARI

Şekil 3.8

ORTAK EKSENLERE GORE



DEPLASMANLAR

CUBUK KUVVETLERI

Şekil 3.9

3.5.3. Y - Z - X DÖNÜŞÜMÜ

X, Y, Z müşterek eksen takımları Y aksı etrafında \emptyset açısı kadar döndürülür ve sonuçta örnekte belirtildiği gibi X_0, Y_0, Z_0 yeni kordinat takımı elde edilmiş olunur. Yeni sistemin X_0 aksı X - Z ve Y - X_m düzlemlerinin kesişme doğrusu ile üst üste çakışacaklardır. X_0, Z_0 aksları X - Z müşterek eksen takımlarının düzlemi içinde, yeni sistemin Y_0 aksı ise Y aksı ile üst üste kalacaklardır. Müşterek eksen takımındaki V_x, V_y, V_z vektör bileşenleri yeni eksen takımında V_{0x}, V_{0y}, V_{0z} vektör bileşenlerini oluşturacaklardır.

Bu anlatılan dönüşüm matris formasyonu ile anlatılmak istenirse;

$$[V_{0x}] = \begin{bmatrix} \cos \emptyset & 0 & \sin \emptyset \end{bmatrix} \quad [V_x]$$

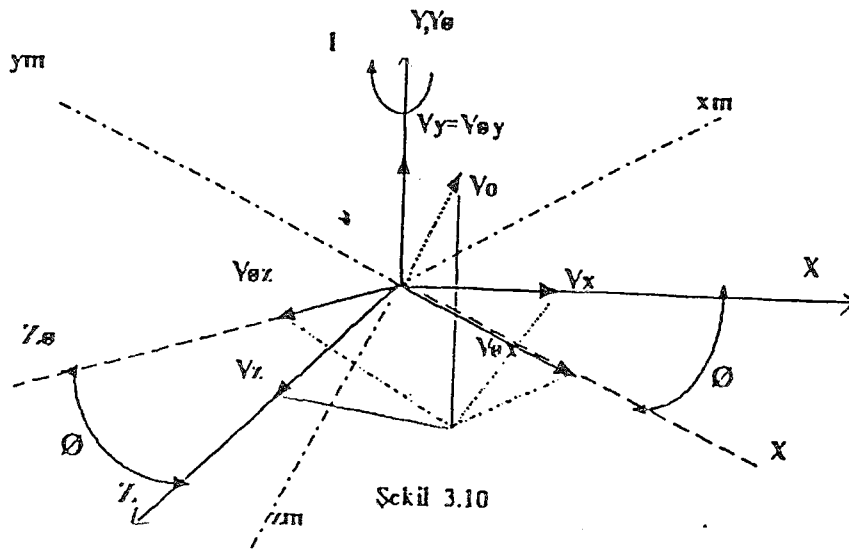
$$[V_{0y}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad [V_y]$$

$$[V_{0z}] = \begin{bmatrix} -\sin \emptyset & 0 & \cos \emptyset \end{bmatrix} \quad [V_z]$$

$$\sin(\emptyset) = C_z / (C_x^2 + C_z^2)^{1/2} \quad (3.30)$$

$$\cos(\emptyset) = C_x / (C_x^2 + C_z^2)^{1/2} \quad (3.31)$$

$$[V_0] = [C] [V] \quad (3.32)$$



İkinci olarakta $X_0 Y_0 Z_0$ aksları Z_0 aksı etrefında (b) açısı kadar döndürülerek yeni $X_b Y_b Z_b$ aksları elde edilir. Bu dönüşüm sonucunda \hat{y}_m aksı \hat{z}_m boyuna elemanı ile çakışacak, Z_b aksı ile Z_0 aksı aynı kalacak ve Y_b-Z_b düzlemi y_m ve z_m çubuk sistemi akslarını içerecek. $X_0 Y_0 Z_0$ akslarının $V_{0x} V_{0y} V_{0z}$ vektör bileşenlerinden yeni kordinat sistemi $X_b Y_b Z_b$ nin $V_{bx} V_{bz}$ vektör bileşenleri ifade edilmek istenirse denklem;

$$[V_{bx}] = [\cos(b) \quad \sin(b) \quad 0] \quad [V_{0x}]$$

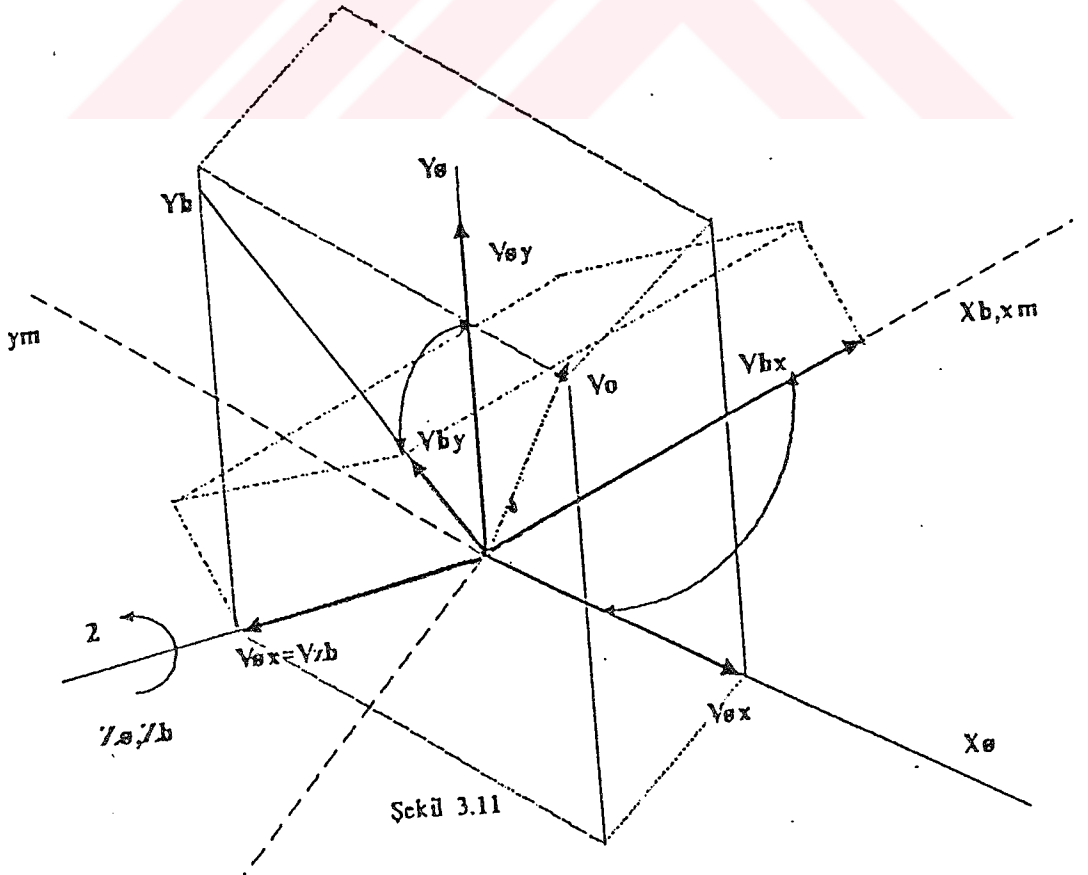
$$[V_{by}] = [-\sin(b) \quad \cos(b) \quad 0] \quad [V_{0y}]$$

$$[V_b] = [\quad 0 \quad \quad 0 \quad \quad 1] \quad [V_{0z}]$$

$$\sin(b) = C_y \quad (3.30)$$

$$\cos(b) = (C_x^2 + C_z^2)^{1/2} \quad (3.31)$$

$$[V_b] = [C^{1/2}] [V_0] \quad (3.34)$$



Son olarak X Y Z aksları X_m aksı ile üst üste olan X aksı etrafında Y ve Z aksları üst üste çakışmaya kadar döndürülür. Y ile y_m veya Z ile z_m aksları arasındaki açı yardımı ile $V_x V_y V_z$ vektör bileşenleri $V_{bx} V_{by} V_{bz}$ vektör bileşenleri cinsinden yazılırsa; [5]

$$[V_x] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\ddot{y}) & \sin(\ddot{y}) \\ 0 & -\sin(\ddot{y}) & \cos(\ddot{y}) \end{bmatrix} [V_{bx}]$$

$$[V_y] = \begin{bmatrix} 0 & \cos(\ddot{y}) & \sin(\ddot{y}) \\ 0 & -\sin(\ddot{y}) & \cos(\ddot{y}) \end{bmatrix} [V_{by}]$$

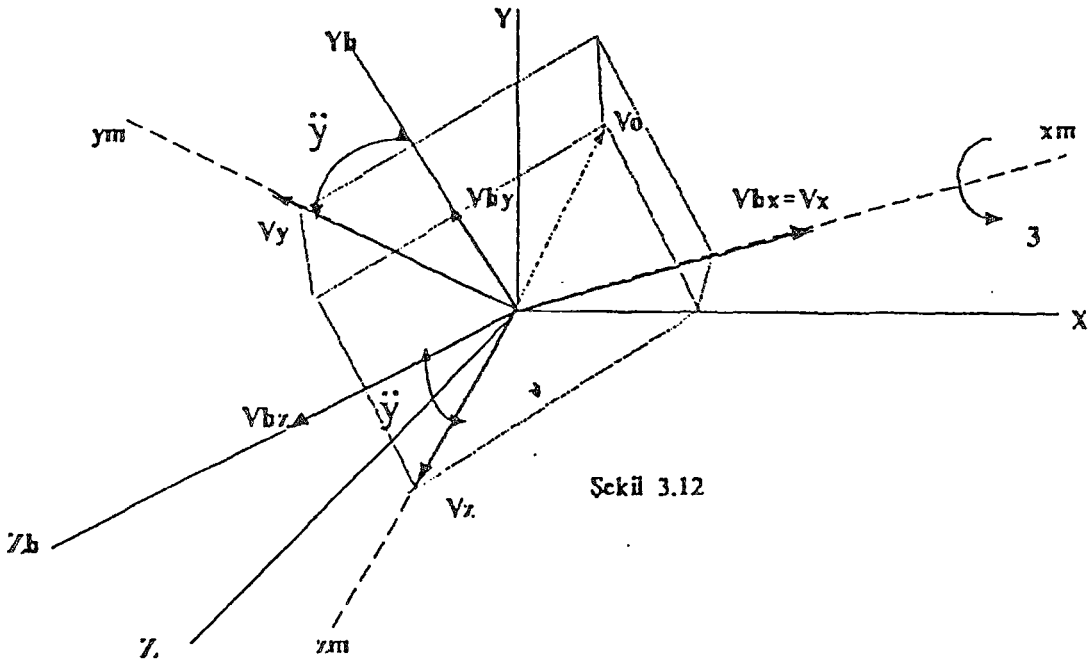
$$[V_z] = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\ddot{y}) & \cos(\ddot{y}) \end{bmatrix} [V_{bz}]$$

$$[V] = [C^{\ddot{y}y}] [V_b] \quad (3.36)$$

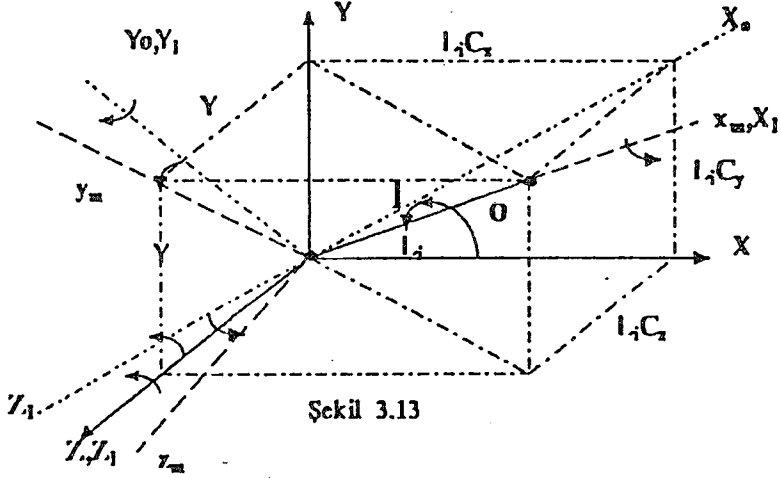
$$[V] = [C^{\ddot{y}y}] [C^{\ddot{b}}] [C^{\ddot{m}}] [V] \quad (3.37)$$

$$[V] = [C^{\ddot{y}}] [V] \quad (3.38)$$

$$[C^{\ddot{y}}] = [C^{\ddot{y}y}] [C^{\ddot{b}}] [C^{\ddot{m}}] \quad (3.39)$$



3.5.4. Z - Y -X DÖNÜŞÜMÜ



Müşterek eksen takımından çubuk eksen takımına dönüşüm ayrıca X Y Z müşterek eksen takımının Z aksı etrafında 0 açısı kadar döndürülmesiyle $X_0 Y_0 Z_0$ yeni koordinat sistemi oluşturulabilir. X_0 aksı X-Y ve Z- X_{TM} düzlemlerinin kesişme doğrusu ile üst üste gelecek, $X_0 Y_0$ X-Y düzlemi içinde kalacak ve Z_0 aksı ise Z aksı ile üst üste çakışık kalacaklardır. Bu dönüşüm matris olarak gösterilmek istenirse;

$$[C] = \begin{bmatrix} \cos(0) & \sin(0) & 0 \\ -\sin(0) & \cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

İkinci olarakta $X_0 Y_0 Z_0$ aksları Y_0 aksı etrafında 1 açısı kadar döndürüldüğü ve sonuç olarak hayali $X_1 Y_1 Z_1$ akslarının oluştuğu farz edilir. Bu dönüşüm sonucunda X_1 ile X_{TM} çubuk aksı üst üstedir ve $Y_1 - Z_1$ düzlemi y - z çubuk düzlemi akslarını içerir. Bu dönüşüm matris formunda yazılırsa;

$$[C] = \begin{bmatrix} \cos(1) & 0 & \sin(1) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(1) & 0 & \cos(1) \end{bmatrix}$$

Son olarak X1 Y1 Z1 aksları X1 etrafında \dot{y} açısı kadar döndürülerek x_{TM} y_{TM} z_{TM} çubuk aksları oluşturulur.

$$[C_x] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\dot{y}) & \sin(\dot{y}) \\ 0 & -\sin(\dot{y}) & \cos(\dot{y}) \end{bmatrix}$$

$$[C_x] = [C^y_{yx}] [C^y_y] [C^y_z] \quad (3.40)$$

$$\sin(0) = C_y / (C_x^2 + C_y^2)^{1/2} \quad (3.41)$$

$$\cos(0) = C_x / (C_x^2 + C_y^2)^{1/2} \quad (3.42)$$

$$\sin(1) = C_x \quad (3.43) \quad (3.43)$$

$$\cos(1) = (C_x^2 + C_y^2)^{1/2} \quad (3.44)$$

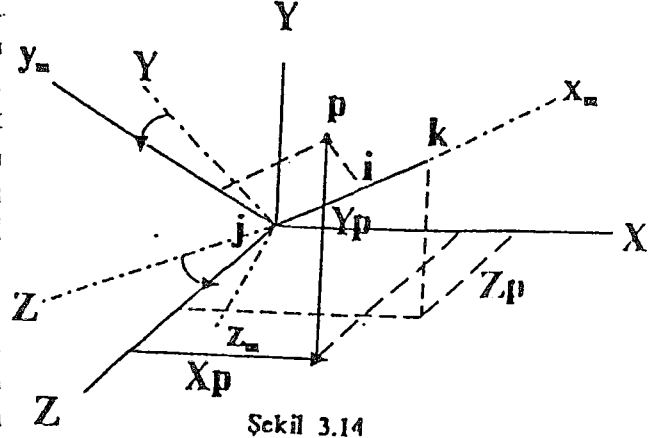
Üç boyutlu sistemler için müşterek eksen takımından çubuk eksenleri takımına dönüşüm genelde Y - Z - X veya Z - Y - X dönüşümlerinden biri ile gerçekleştirilir. Fakat bazı elemanlar için \dot{y} açısına bağlı olarak hesaplamalarda bir dönüşüm matrisi diğerine göre avantajlı olabilir. Akılda tutmak gerekir ki bu iki dönüşüm matrisleri için \dot{y} açısı aynı açı değildir.

Eğer bir elemanın boyuna aksı x_{TM} müşterek koordinat sisteminin Y aksı yönünde olursa Y-Z-X için dönüşüm matrisinin C_x ve C_x sıfır olmasından dolayı tanımsız hale gelir. Buna benzer olarak boyuna aksı x_{TM} , Z yönünde olursa dönüşüm matrisi Z - Y X tanımsız hale gelir. Bundan dolayı diğer dönüşümler kullanılmalıdır.

ÿ AÇISI

ÿ açısı Y - Z - X dönüşümü için Y y_{TM} aksları veya Z z_{TM} aksları arası, Z - Y - X dönüşümü için Y y_{TM} aksları veya Z z_{TM} aksları arasındaki açı olarak tanımlanır. Her iki durum için çubuğun x_{TM} aksına k ucundan j ucuna bakarken (çubuğun x_{TM} aksına negatif yönden bakarken) açısı saat yönünde dönüşü pozitif (+) kabul edilir.

X - Y - Z müşterek eksen takım sisteminde belli bir elemanın tanımlanmasında, boyuna x_{TM} aksının yerinin belirtilmesini C_x C_y C_z üç doğrultu kosinüsleri ve ÿ açısı belirtir. Bu anlatılan bütün parametrelerin yapının geometrisiyle doğrudan ilgilidir. Daha önce anlatıldığı gibi üç doğrultu kosinüslerinin hesaplanması biraz direkt bir işlemdir fakat ÿ açısı için bu geçerli değildir.



Şekil 3.14

Sonuç olarak koordinat sisteminin dönüşümü yapılırken y_{TM} z_{TM} düzleminin Y veya Z müşterek akslarından birini içerip içermediği kontrol edilerek ÿ açısı hesaplanabilir.

y_{TM} - x_{TM} düzlemlerinde bulunan bir noktanın (P) yerinin bilinmesiyle (fakat bu nokta x_{TM} aksı üzerinde olmayacak ve ayrıca bu noktanın yeri çubuk eksen takımına ve x_{TM} boyuna aksına göre verilecek).

X - Y - Z müşterek eksen takımında y_{TM} x_{TM} çubuk eksenlerine dönüşüm gerçekleştirilir. Eğer bu p noktası müşterek eksen takımlarına göre uygun bir şekilde tanımlanmışlarsa p noktasının koordinatları yeni bir vektör bileşenleri ifade edeceklerdir. (X, Y, Z). Bu vektörler ise XYZ vektörleri sayesinde ifade edileceklerdir (Y-Z-X dönüşü için).

$$X_y = C_x X_y + C_{y_y} + C_x Z_y \quad (3.45)$$

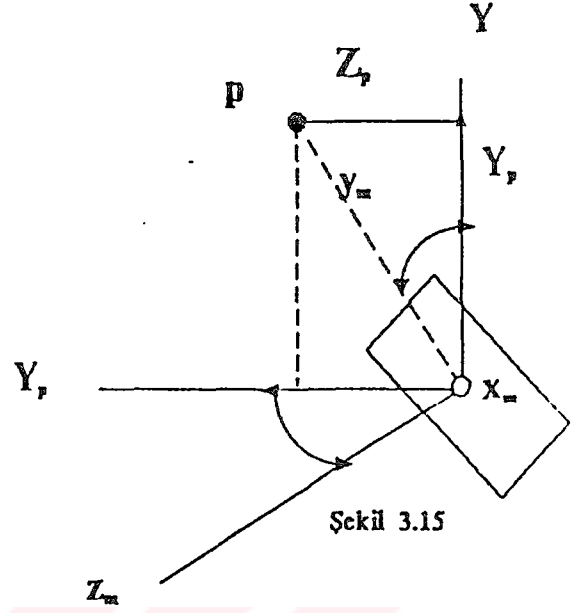
$$y_y = C_x C_{xy} / (C_x^2 + C_x^2)^{1/2} + C_x^2 + C_x^2)^{1/2} y_y - C_y C_x Z_x / (C_x^2 + C_x^2)^{1/2} \quad (3.46)$$

$$Z_y = C_x X_x / (C_x^2 + C_x^2)^{1/2} + C_x Z_y / (C_x^2 + C_x^2)^{1/2} \quad (3.47)$$

$$\sin \gamma = \frac{Z_y}{(Y_y + Z_y)^{1/2}} \quad (3.48)$$

$$\cos \gamma = \frac{Y_y}{(Y_y + Z_y)^{1/2}} \quad (3.49)$$

Rijitlik metodu ile analiz yaparken genellikle XYX sabit müşterek eksenler olarak alınır ve her çubuk için farklı doğrultularda olabilecek xyz çubuk eksenlerinin doğrultu kosinüsleri hesap edilir. Çubuk eksenlerinin doğrultu kosinüsleri, çubuğun boyu, atalet momenti, yükü gibi ilk bakışta bulunandegerlerinden değildir. Doğrultu kosinüsleri, çubuk uç koordinatları kullanılarak elde edilirler. Uzayda bir çubuğun 9 adet doğrultu kosinüsleri vardır ve bu 9 değer birbirinden bağımsız değildirler.[5]



Şekil 3.15

$$C_x = \frac{X_k - X_j}{L_i} \quad (3.50)$$

$$C_y = \frac{Y_k - Y_j}{L_i} \quad (3.51)$$

$$C_z = \frac{Z_k - Z_j}{L_i} \quad (3.52)$$

$$\text{ve } L_i = [(X_k - X_j)^2 + (Y_k - Y_j)^2 + (Z_k - Z_j)^2]^{1/2} \quad (3.53)$$

(X_j, Y_j, Z_j) j ucunun kordinatları

(X_k, Y_k, Z_k) k ucunun kordinatları

3.6 MÜŞTEREK EKSEN TAKIMINA GÖRE MATRİSLER

$[p]_i$: Çubuk Eksen Takımına göre i ucu uç kuvvetleri matrisi

$[p]_j$: Çubuk Eksen Takımına göre j ucu uç kuvvetleri matrisi

$[p]_{ix}$: Müşterek Eksen Takımına göre i ucu uç kuvvetleri matrisi

$[p]_{jx}$: Müşterek Eksen Takımına göre j ucu uç kuvvetleri matrisi

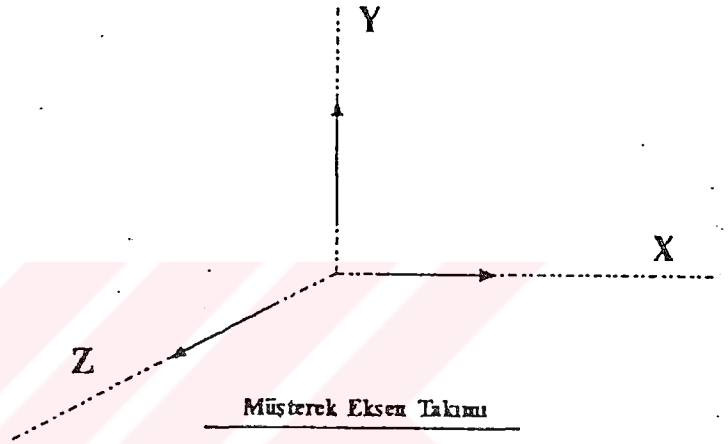
$[T]_i$ ve $[T]_j$: i ve j ucu dönüşüm matrisleri

$$[p]_{ix} = [T]_i * [p]_i \quad (3.6.1)$$

$$[d]_{ix} = [T]_i * [d]_i \quad (3.6.2)$$

$$[p]_{jx} = [T]_j * [p]_j \quad (3.6.4)$$

$$[d]_{jx} = [T]_j * [d]_j \quad (3.6.5)$$



$$[T]_i * [T]_i^T = [I]$$

(3.6.6)

$$[T]_j * [T]_j^T = [I]$$

$[T]$ ortogonal matrisleri için

$$[T]^T * [T]_i * [T]_i^T = [T]^T * [I]$$

$$[T]_i^T = [T]^T * [T]_i \quad (3.6.7)$$

$$[T]_j^T = [T]^T * [T]_j \quad (3.6.8)$$

$[k]_{ii}, [k]_{ij}, [k]_{ji}, [k]_{jj}$

müşterek eksen takımına göre ise $[k]_{ixix}, [k]_{ixjx}, [k]_{jxix}, [k]_{jxjx}$ olarak gösterilmişlerdir.

$$[p]_{ix} = [k]_{ixix} * [d]_{ix} \quad (3.6.8)$$

$$[p]_{ix} = [k]_{ixjx} * [d]_{jx} \quad (3.6.8)$$

$$[p]_{jx} = [k]_{jxix} * [d]_{ix} \quad (3.6.8)$$

$$[p]_{jx} = [k]_{jxjx} * [d]_{jx} \quad (3.6.8)$$

$$[p]_{ix} = [k]_{ixjx} * [d]_{jx} \quad (3.6.8)$$

$$= [k]_{ixjx} * [T]_{jj} * [d]_{jj} \quad (3.6.9)$$

$$[T]_{ii} * [p]_{ii} = [T]_{ii} * [k]_{ij} * [d]_{jj}$$

$$[k]_{ixjx} * [T]_{jj} * [d]_{jj} = [T]_{ii} * [k]_{ij} * [d]_{jj}$$

eşitliğin her iki tarafındaki $[d]_{jj}$ 'lar kısaltılırsa

$$[k]_{ixjx} * [T]_{jj} = [T]_{ii} * [k]_{ij} \quad (3.6.10)$$

eşitliğin her iki tarafı $[T]_{jj}$ matrisinin tersi ile çarpılırsa,

$$[k]_{ixjx} * [T]_{jj} * [T]_{jj}^{-1} = [T]_{ii} * [k]_{ij} * [T]_{jj}^{-1} \quad (3.6.11)$$

eşitliğin her iki tarafında gerekli kısaltmalar yapılsa,

$$[k]_{ixjx} = [T]_{ii} * [k]_{ij} * [T]_{jj}^{-1} \quad (3.6.12)$$

$[T]_{jj}^{-1} = [T]_{jj}^{-1}$ ifadesinden faydalanarak,

Sonuç olarakta müşterek eksen takımlarına göre; $[1]$

$$\underline{[k]_{ixjx} = [T]_{ii} * [k]_{ij} * [T]_{jj}^{-1}}$$

$$\underline{[k]_{jxix} = [T]_{jj} * [k]_{ji} * [T]_{ii}^{-1}}$$

$$\underline{[k]_{jxix} = [T]_{jj} * [k]_{ji} * [T]_{ii}^{-1}}$$

$$\underline{[k]_{ixix} = [T]_{ii} * [k]_{ij} * [T]_{jj}^{-1}}$$

Sistem lineer ve dolayısıyla süperpozisyon geçerli olduğundan, sistemin denge konumuna aşağıdaki adımlardan sonra ulaştığı kabul edilebilir.

- a- Bütün düğüm noktalarının deplasman bileşenleri sıfır iken, dış etkiler sisteme tatbik edilmiştir. Bu durumda i düğüm noktasına etkiyen kuvvetler,

$$[p]_{ix} - \sum [p_o]_{ix}$$

dir. Burada,

$[q]_{ix}$, i düğüm noktasına etkiyen dış kuvvetlerin ortak koordinat sistemine ait bileşenlerinden oluşan kolon matrisi göstermektedir.

İkinci terim ise (3.22)e göre i de birleşen elemanların i düğüm noktasına tatbik ettikleri üzerlerindeki dış etkilerden meydana gelen uç kuvvetlerini göstermektedir. Toplam, i de birleşen eleman üzerindedir.

- b- Yanlış i düğüm noktasında $[d]_{ix}$ deplasmanları meydana gelmiştir. bu durumda, i düğüm noktasına etkiyen kuvvetler (3.22)e göre

$$-\sum [k]_{ixix} [d]_{ix} = -[d]_{ix} \sum [k]_{ixix}$$

dir.

- c- j düğüm noktalarında $[d]_{jx}$ deplasmanları sırasıyla meydana gelmiştir. Bu durumda, i düğüm noktasına etkiyen kuvvetler (3.22)e göre

$$-\sum [k]_{ixjx} [d]_{jx}$$

dir.

- d- i ve j nin dışında kalan düğüm noktalarındaki deplasmanlar meydana gelmiştir. Bu durumda, $[d]_{ix}$ ve $[d]_{jx}$ ler sıfır olduğundan, i düğüm noktasına kuvvet etkilememektedir.

Elemanların düğüm noktalarına tatbik ettikleri kuvvetlerin başına aksi işaret gelmesi, etki ve tepki prensibine dayanmaktadır.

O halde denge konumundaki i düğüm noktasına etkiyen kuvvetler, yukarıda yazılmış olan kuvvetlerin toplamına eşit olacaklardır. i düğüm noktasının denge şartı dolayısıyla bunun sıfır olduğu yazılırsa

$$[d]_{ix} \sum [k]_{ixix} + \sum [k]_{ixjx} [d]_{jx} + \sum [p_o]_{ix} = [q]_{ix}$$

$$(i= 1, 2, 3, \dots, n)$$

denklemler elde edilir. n tane düğüm noktası için bu matris denklemleri ayrı ayrı yazılırsa yapı için

$$[K] [d] + [p_n] = [q]$$

lineer denklemler sistemi bulunur. [1]



BÖLÜM 4

4.1 GAUSS ELİMİNASYON METODU

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = c_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = c_2$$

.....

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = c_n$$

katsayıları ihtiva eden matrisi A

bilinmeyenler vektörüne X

sabitler vektörüne C

$$[A] [X] = [C] \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \end{bmatrix} = c_1$$

$$\begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \end{bmatrix} = c_2$$

$$\begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \end{bmatrix} = c_3$$

$$\begin{bmatrix} & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \end{bmatrix} = \dots$$

$$\begin{bmatrix} a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \end{bmatrix} = c_n$$

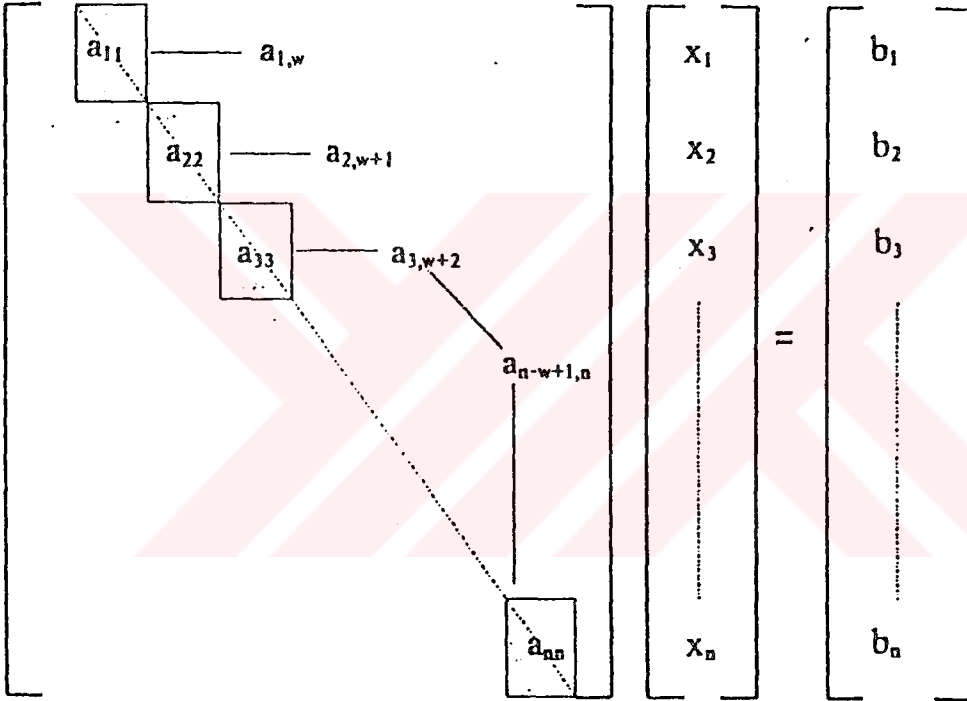
Denklem takımının determinantı içinde hiçbir köşegenel terimin sıfır olmaması lazımdır. x_1 bilinmeyeni ikinci, üçüncü,, m inci denklemlerden elde etmek için birinci denklemin

a_{21} / a_{11} katını ikinci denklemden

a_{31} / a_{11} katını üçüncü denklemden çıkarmak lazımdır.

4.2 BANT MATRİS

Sistemlerin Rijitlik (birim deplasman matrisi) matris denklemleri normal olarak aşağıdaki matris formu halindedir. Bu matrisin esas köşegeni etrafındaki matris elemanları farklı elemanlardan meydana gelmiştir.

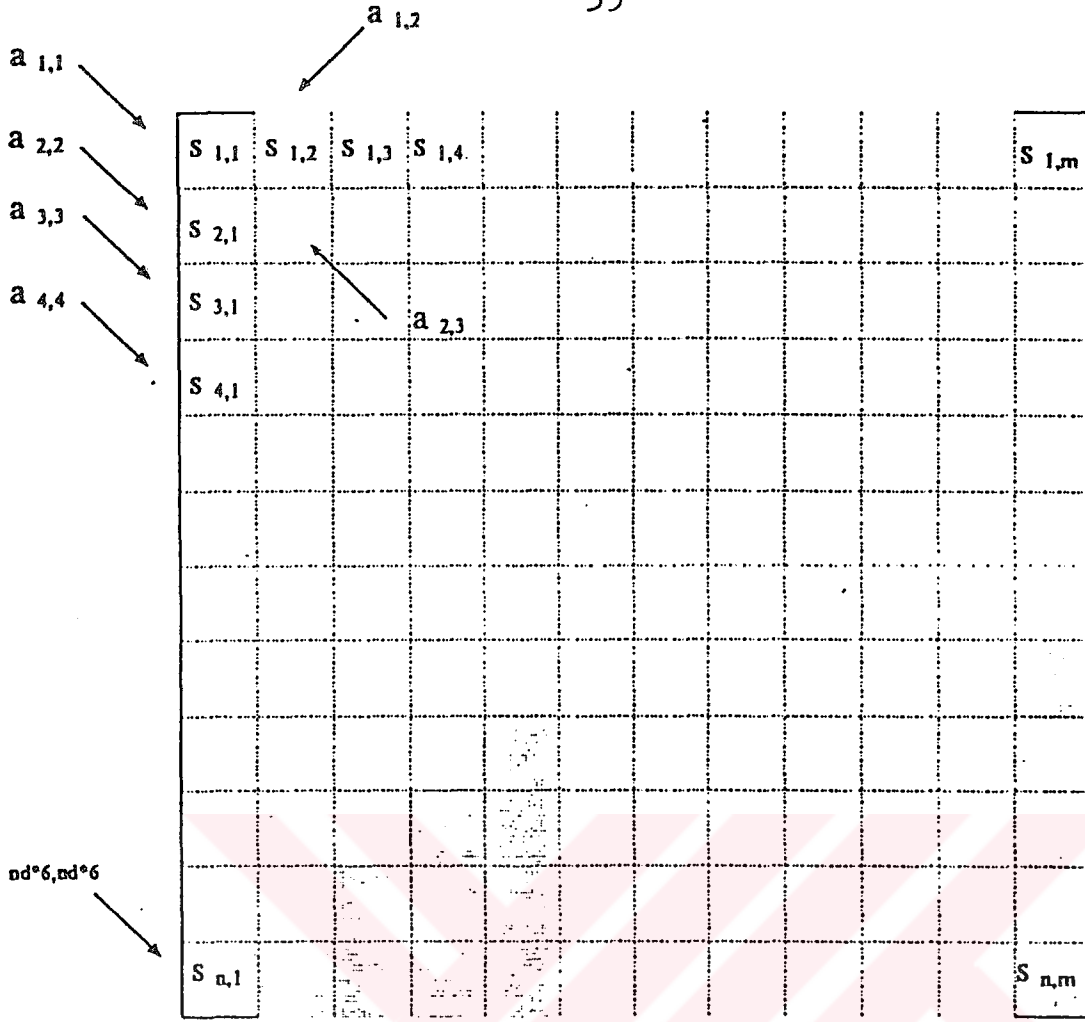


Düğüm noktası sayısı nd olan bir sistemin rijitlik matrisi $nd \times nd$, $nd \times nd$ boyutundadır. İyi seçilmiş bir sistemin rijitlik matrisinin bant genişliği küçük olur. Matrisin simetrik oluşundan faydalanılarak $nd \times nd$, $nd \times nd$ matrisi yerine daha küçük olan $nd \times nd$, yarı bant genişliğine sahip bir matris kullanılır. Çözüm süresi bant matrisin karesi ile doğru orantılıdır. Bu anlatılan matrisi bant matrisi haline dönüştürürsek;

$$a_{ij} = \text{sistem rijitlik matrisi elemanları}$$

$$s_{ij} = \text{bant matris elemanları}$$

$s_{11} = a_1, s_{21} = a_{22}, s_{31} = a_{33}$ burada görüldüğü gibi sistemin rijitlik matrisinin kolonlarına sıralanır. Boş kalan yerlere ise 0 yerleştirilir.



0 olan matris elemanları

n = sistemin deplasman bileşenleri sayısı

m = sistemin yarı bant genişliği

Denklemlerin Çözümü

$$S_{2,1} = S_{2,1} - S_{1,2} *$$

$S_{1,2}$

$S_{1,1}$

$$S_{2,2} = S_{2,2} - S_{1,3} *$$

$S_{1,2}$

$S_{1,1}$

$$S_{2,n} = S_{2,n} - S_{1,r2} *$$

$S_{1,2}$

$S_{1,1}$

Bu eleme işlemi bütün matris için yapılır ve bilinmeyenler bulunur. Bu eleme sırasında sabitler matrisinde bu katsayılar ile çarpılır.

4.21 BANT MATRIS PROGRAMI

```

nszf = nd*6
nband = 12
mat = 1
FOR i%=1 TO nband
  cmat = mat
  cmat = cmat + 1
  FOR y% = 1 TO nszf
    IF mat>nszf
      sk(y%, i%) = 0
    ELSE
      sk (y%, i%) = ana (y%, mat)
    ENDIF
  INC mat
NEXT y%
mat = cmat
NEXT i%
FOR i% = 1 TO nd*6
  r5(i%) = fm (i%)
NEXT i%
FOR n% = 1 TO nszf
  i% = n%
  FOR l% = 2 TO nband
    i% = i% + 1
    IF sk(n%, l%)<0 OR sk(n%, l%)>0
      c=sk(n%, l%)/sk(n%,1)
      j%=0
      FOR k%=1% TO nband
        j%=j% + 1
        IF sk(n%, k%)<0 OR sk (n%, k%)>0
          sk (i%, j%) = sk (i%, j%) - sk (n%, k%) *c
        ENDIF
      NEXT k%
    ENDIF
  NEXT l%
NEXT n%

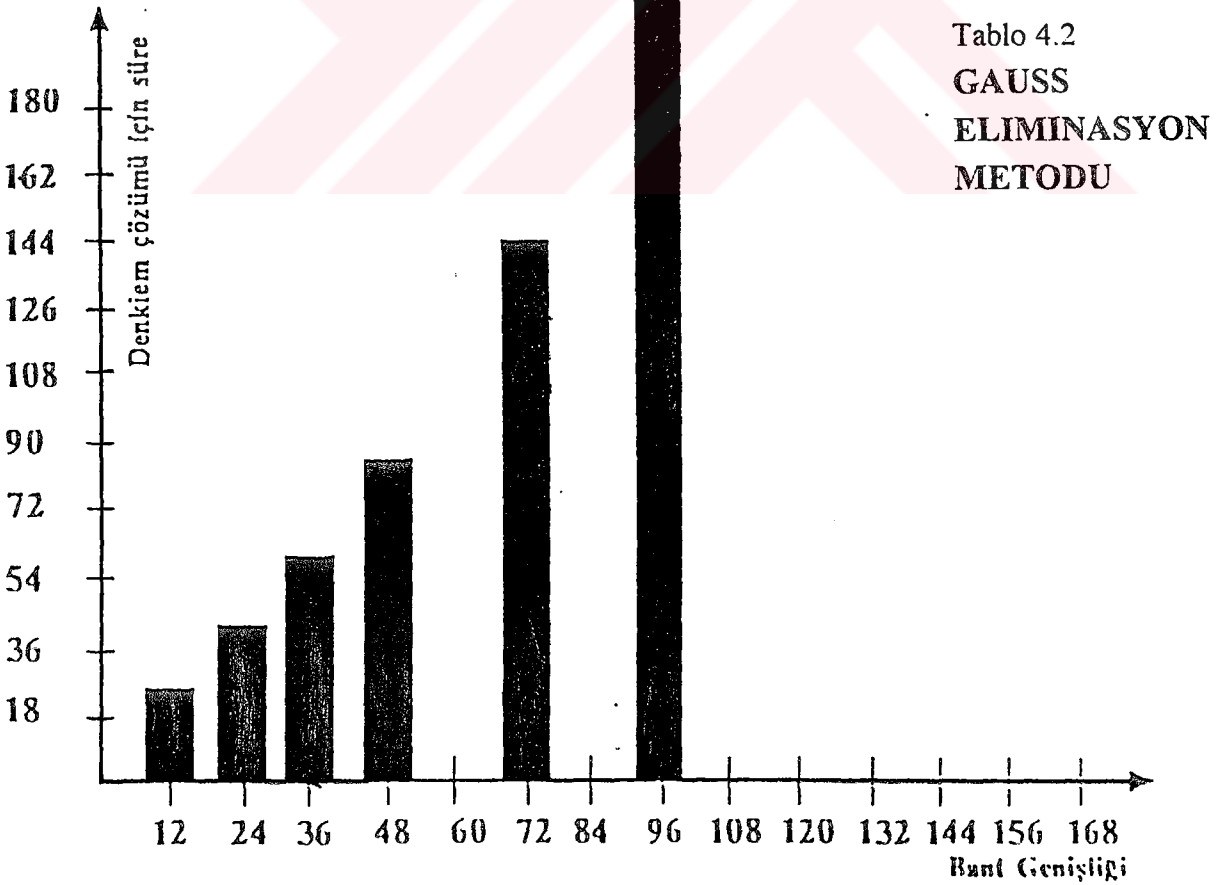
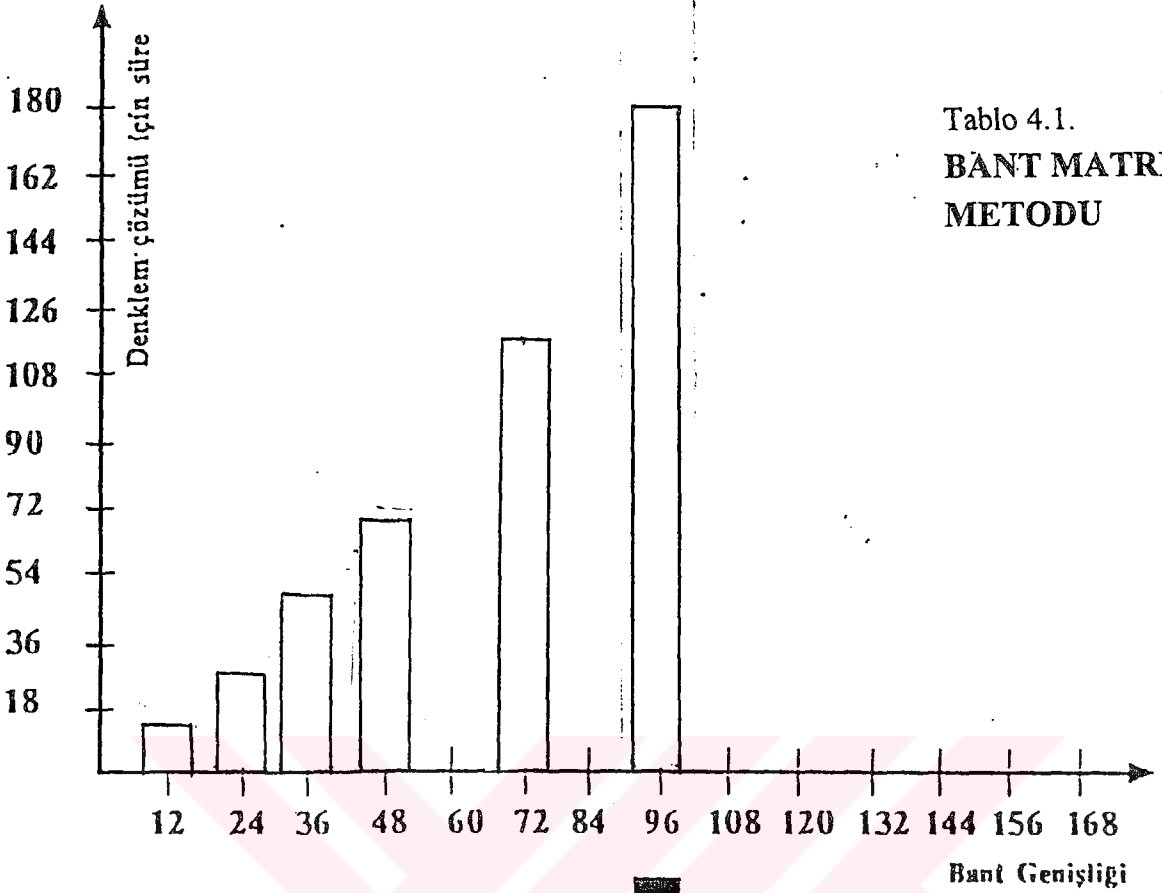
```

```

sk (n%, 1%) = c
r5 (i%) = r5 (i%) - c* r5 (n%)
ENDIF
NEXT 1%
r5(n%) = r5(n%) / sk(n%,1)
NEXT n%
,
n% = nszf
nnn:
n% = n% -1
,
IF n%>0
1% = n%
,
FOR k% = 2 TO nband
1%=1% + 1
,
IF sk(n%, k%)<0 OR sk (n%, k%)>0
r5(n%) = r5(n%) - sk(n%,k%)* r5 (1%)
ENDIF
,
NEXT k%
GOTO nnn
,
ENDIF
[6]

```

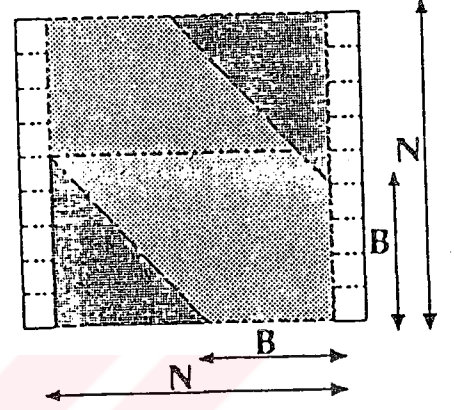
4.3. METOTLARIN KARŞILAŞTIRILMASI



BÖLÜM 5

5.1 Rijitlik Matrisinin Yarım Şerit Genişliği

Taşıyıcı sistemin rijitlik matrisi daima simetrik ve şerit şeklindedir. Sıfırdan farklı terimler esas köşegen boyunca dar bir şerit içinde kalırlar. Bu şeridin dışında kalan bütün terimler sıfırdır. Köşegen üzerinde bir terimden başlayarak bu terim dahil, sağa veya sola doğru bir satır üzerinde sıfır olmayan en uzak terime kadar terimlerin maksimum adedine **yarım şerit genişliği** denir. Bu şeridin küçük olması hesaplamalara hız getirir. Çünkü çözüm zamanı şerit genişliğinin karesi ile doğru orantılıdır. İkinci bir yararı ise bilgisayarın hafızasında az yer tutar bu da hafızası küçük makinelerde çalışmaya olanak verir.



Bir taşıyıcı sistemde çubuk uçlarındaki deplasman numaraları arasında bulunan maksimum fark yarım şerit genişliğine eşittir.

Deplasman numaraları arasındaki fark ne kadar küçük tutulursa, yarım şerit genişliği de o kadar küçülür. Bu cümleden de şu çıkartılır.

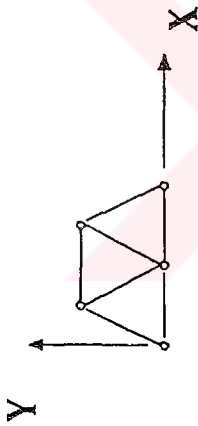
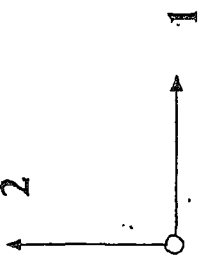
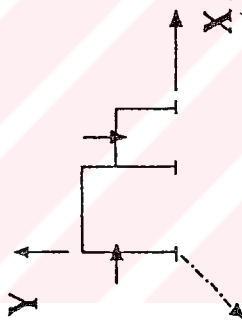
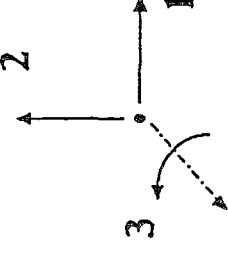
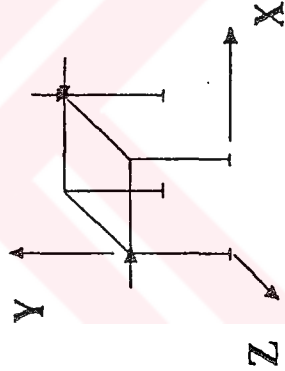
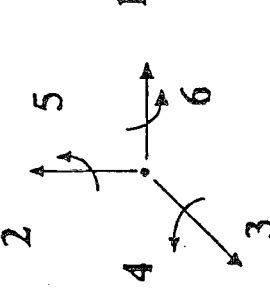
çubukların iki ucundaki düğüm noktası numaraları arasındaki fark minimum tutulmalıdır. [4]

B = yarım şerit genişliği

S = serbestlik derecesi sayısı

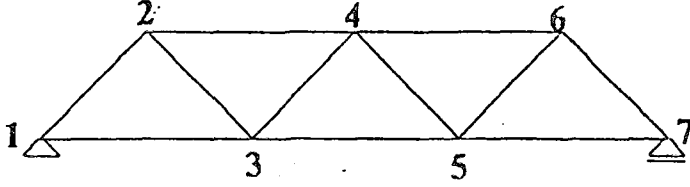
F = en büyük cebirsel fark

$$B = (F + 1) * S \quad (5.1)$$

NO	İSİM	ŞEMA	SERBESTLİK DERECESİ
1	DÜZLEM KAFES		
2	DÜZLEM ÇERÇEVE		
3	UZAY ÇERÇEVE		

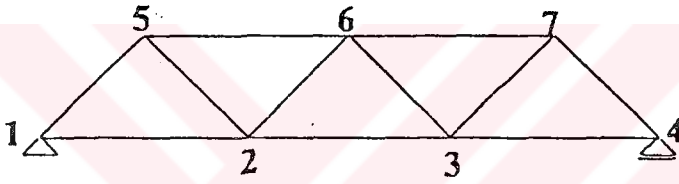
Serbestlik Derecesi

Uzay Çerçeve	6
Düzlem Çerçeve	3
Düzlem Uzay	2



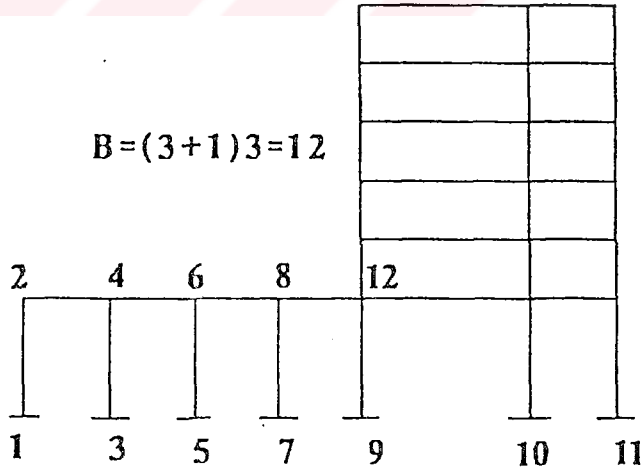
$$B = (2+1)2 = 6$$

Şekil 5.2



$$B = (4+1)2 = 10$$

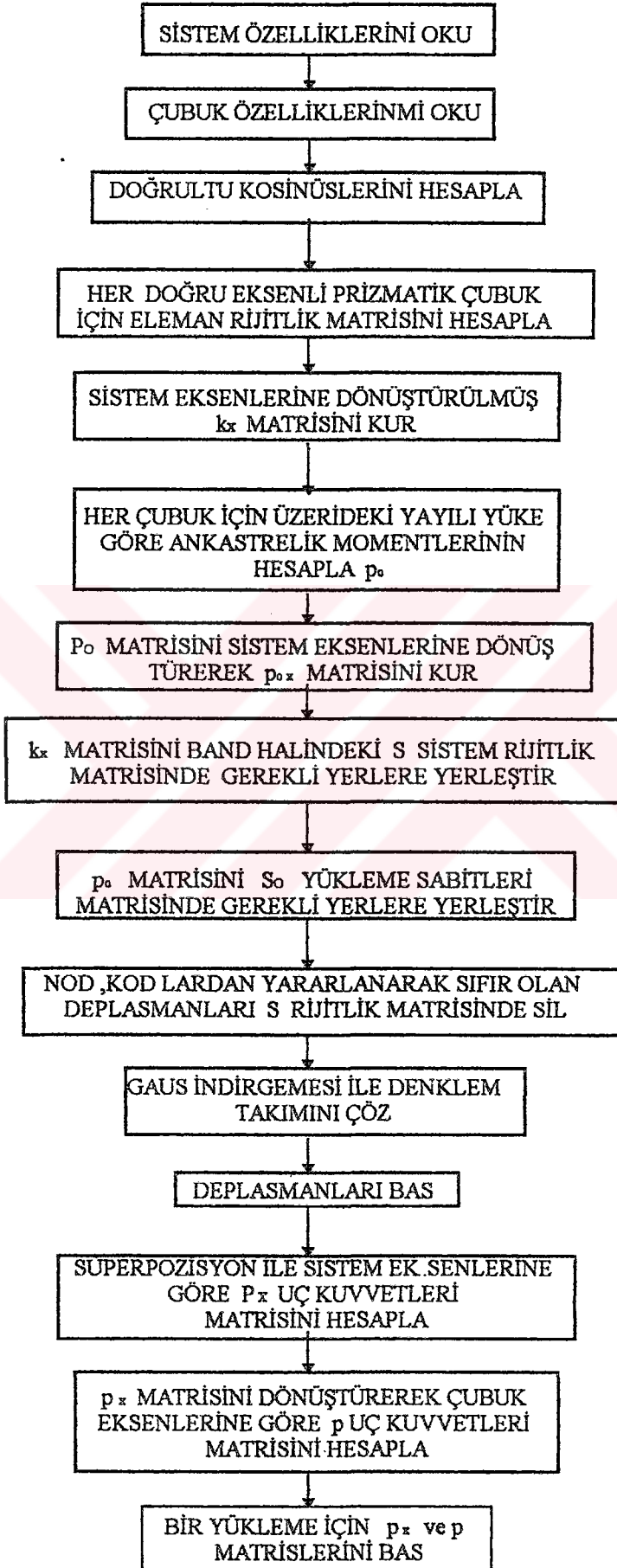
Şekil 5.3



$$B = (3+1)3 = 12$$

Şekil 5.4

PROGRAM AKIŞ DİYAGRAMI



5.3. HESAP SIRASI

1. Adım)

Düğüm noktası ve eleman sayısı

2. Adım)

Düğüm noktası koordinatları (müşterek eksen takımına göre) XYZ

3. Adım)

Eleman sayısı kadar i ve j numaralandırılır. Numaralama mesnetlerin numaraları büyük olacak şekilde yapılır.

I_y, I_x, I_z

Dönüşüm çubuk uç koordinatlarında 2 nin genel koordinatlarla yaptığı açılardan kosinüsleri hesaplanır.

G ve her çubuğun kesit alanı

4. Adım)

İndirekt yükler (tekil yükler ve yaylı yükler)

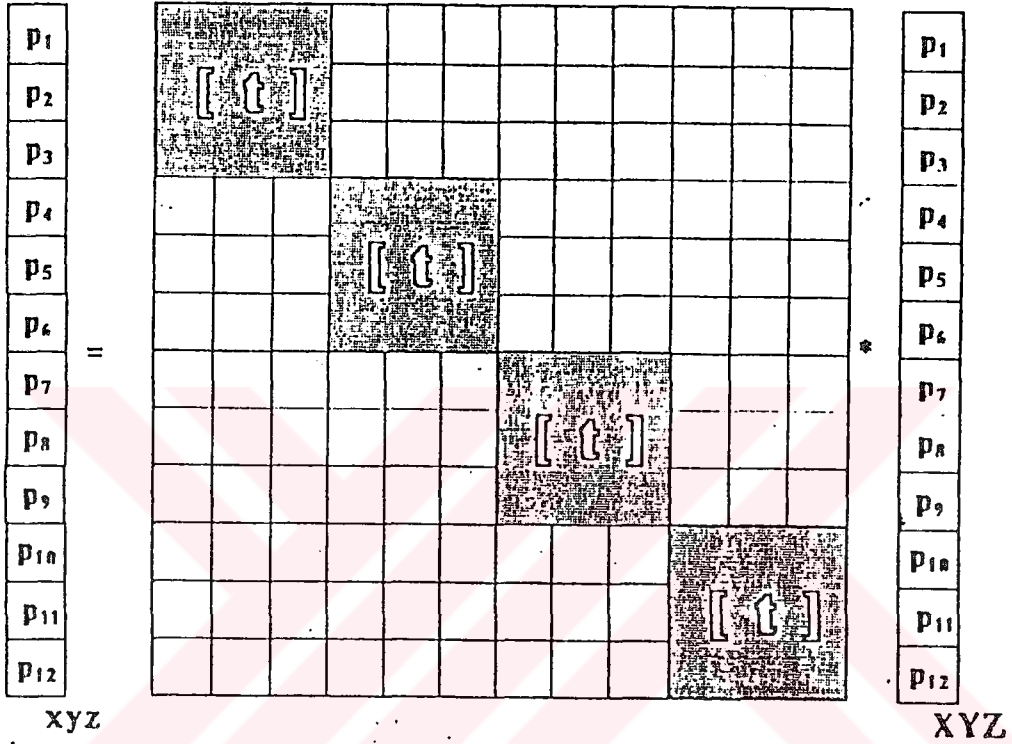
Direk yükler (direkt düğüm noktalarına etkiyen moment veya kuvvet)

5. Adım)

Bütün bilgiler girilmiştir.

İlk olarak verilen çubuk koordinatlarına göre çubuğun dönüşüm matrisi oluşturulur ve boyu hesaplanır $[t] 3 \times 3$. Bir düğüm noktasında altı öteleme ve altı dönme olmak üzere 12 serbestlik derecesi vardır. Dönme vektörleri ile ötelenme vektörleri birbirleri ile irtibatlı değildir. Yani kuvvet vektörleri ile dönme vektörleri birbirlerinden müstakildir.

Bir moment vektörünü, kuvvet vektörü üzerine iz düşürmekten bahsedilemez.



6. Adım)

Her çubuğun ayrı ayrı kendi eksenleri üzerinde ki rijitlik matrisi oluşturulur.

7. Adım)

Her çubuk müşterek eksen takımına göre dönüştürülür.

8. Adım)

Mesnetler de 0 olan yer değiştirmeler rijitlik matrisinde gerekli olan yerlerde silinir. (çubuk ve mesnet no). Sistem çözülürken (Gauss eliminasyon) her zaman rijitlik matrisinin köşegeni 0'dan farklı olmalıdır. (Bu gibi hallerde yerine 1 konur).

9. Adım)

Son değişiklikleri yapılmış olan rijitlik matrisleri ana rijitlik matrisine numaralarına göre sıralanır.

10. Adım)

Yükleme matrisi oluşturulur. (her çubuğun düğüm noktalarına indirgenmiř çubuk yükleri)

11. Adım)

sistem çözülür.

$$[K] [d] = [P]$$

[d] çözülür.

12. Adım)

Uç deplasmanları gerekli matrislerle çarpılır ve uç kuvvetleri bulunur.

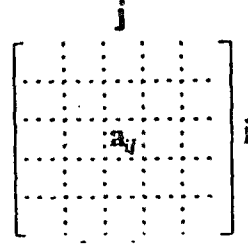
5.4 MATRİSLER

Bir matris, iki boyutlu bir şekil içinde satır ve sütunlar halinde cebrik veya nümerik büyüklükleri içeren sayılar veya hârfler grubu demektir. Matrisin büyüklüğü sağ alt köşeye yazılır.

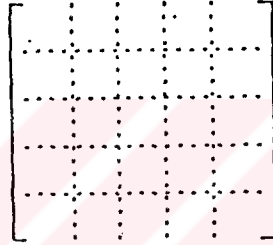
i = satır numarası

j = sütun numarası

ij : i .satır j .sütun matris elemanı

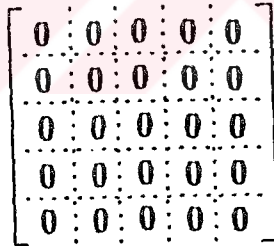


Kare Matris : satır numarası sütun numarasına eşit olan matrisler ($i = j$)

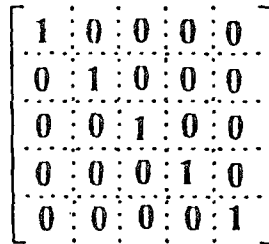


5*5

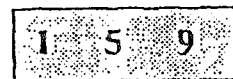
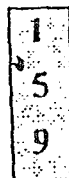
Sıfır Matris : Bütün elemanları sıfır olan matris



Birim Matris: Esas köşegeni birlerden oluşan diğer bütün elemanları sıfıra eşit olan matris



Kolon Matris : $i=0 \ j < 0$



Satır Matris : $j=0 \ i < 0$

Üçgen Matris : Esas köşegeninin üstündeki veya altındaki elemanlar sifira eşit ise

$$\begin{bmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

Simetrik Matris : $a_{ij} = a_{ji}$ bütün elemanlar için geçerlidir.

$$\begin{bmatrix} 40 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 50 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 60 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 8 & 70 & 20 \\ 4 & 7 & 9 & 20 & 80 \end{bmatrix}$$

Matrislerin Eşitliği

İki matrisin eşit olabilmesi için, sütun ve satır sayıları birbirleri ile aynı olmalı ve her karşılıklı terim birbirine eşit olmalıdır.

$$[A] = [B] \quad a_{ij} = b_{ij}$$

Matrisin Transpozu

Satır sayısı m, sütun sayısı n olan bir A matrisinin transpozu, A'nın sütunlarının satır olarak yazıldığı, dolayısı ile satır sayısı n ve sütun sayısı m olan bir matristir. Simetrik matrislerin transpozları kendilerine eşittir. [4]

$$[A] = \begin{bmatrix} 40 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 50 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 60 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 8 & 70 & 20 \\ 4 & 7 & 9 & 20 & 80 \end{bmatrix} \quad [A]^T = \begin{bmatrix} 40 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 50 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 60 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 8 & 70 & 20 \\ 4 & 7 & 9 & 20 & 80 \end{bmatrix}$$

BÖLÜM 6

GİRİŞ BİLGİLERİ

1) TANITMA İSMİ (*

2) SİSTEM ÖZELLİKLERİ

NC	ND	NM	NY	NPD	NSD	NED	KS2	KS3	(9I4)
----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-------

NC : TOPLAM ÇUBUK SAYISI

ND : TOPLAM DÜĞÜM NOKTASI SAYISI

NM : TOPLAM MESNET SAYISI

NY : TOPLAM YÜKLEME SAYISI

NPD : DÜĞÜM NOKTASI YÜKLERİ

NSD : SIFIR OLAN DEPLASMANLARIN SAYISI

NED : EŞİT OLAN DEPLASMANLARIN SAYISI

KS2,KS3 : ELEMAN VE SİSTEM RİJİTLİK MATRİSLERİNİN BASILMASINA

NEDEN OLAN ARA DEĞİŞKEN

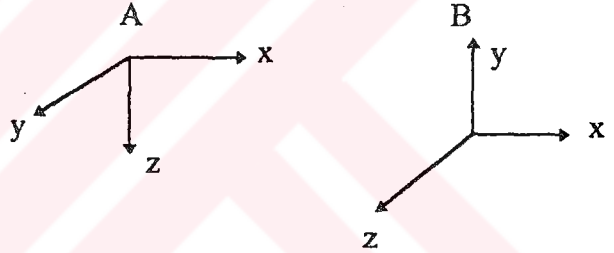
3) KOORDİNATLAR

[X] (10F8.2)

[Y] (10F8.2)

[Z] (10F8.2)

4) ÇUBUK ÖZELLİKLERİ



NOI	NOJ	Tx	Ty	Tz	EI2	EI3	GIt	EF	KT	NPO
2I4										2I4

NOI : ÇUBUĞUN İ UCUNUN NOSU

NOJ : ÇUBUĞUN J UCUNUN NOSU

Tx Ty Tz : ÇUBUĞUN 2 EKSENİNİN DOĞRULTU KOSİNÜSLERİ

EI2 : ÇUBUĞUN 2 EKSENİNE GÖRE RİJİTLİĞİ

EI3 : ÇUBUĞUN 3 EKSENİNE GÖRE RİJİTLİĞİ

GIt : ÇUBUĞUN BURULMA RİJİTLİĞİ

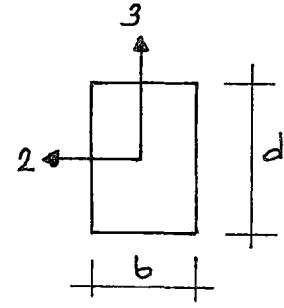
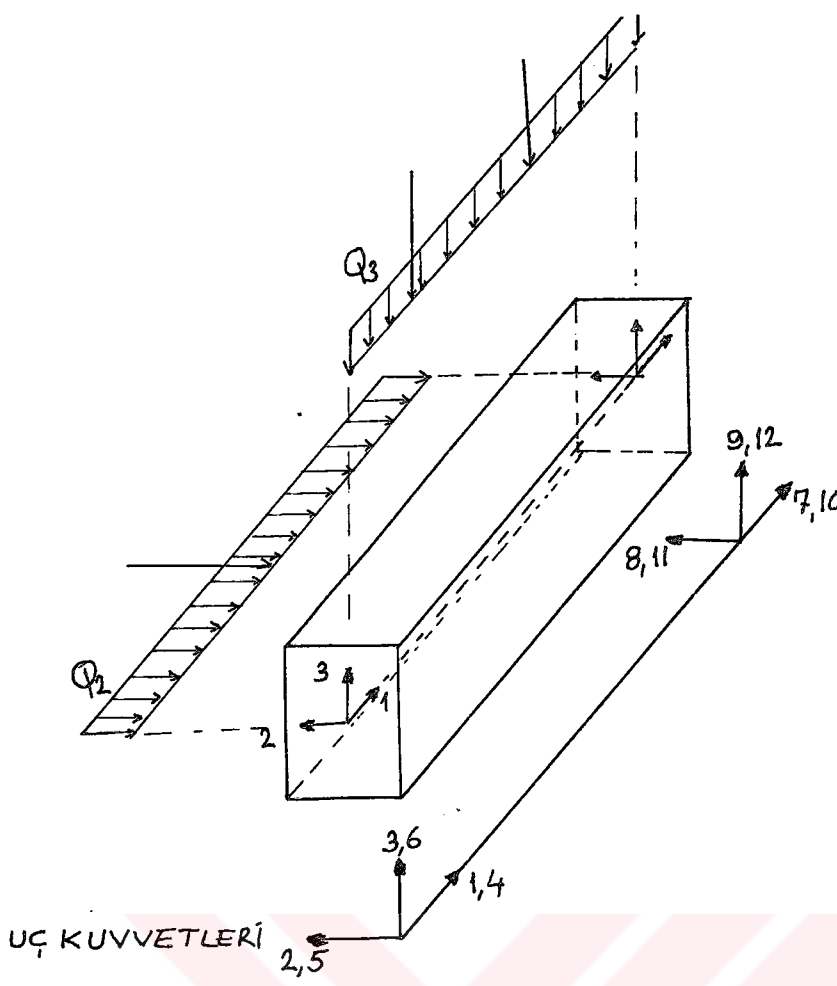
EF : ÇUBUĞUN UZAMA RİJİTLİĞİ

KT : ÇUBUĞUN TİPİ BELİRTEN ARA DEĞİŞKEN

NPO : ÇUBUĞUN ÜZERİNDE YAYILI YÜKÜ BELİRTEN ARA DEĞİŞKEN

(A)

$$G = \frac{E}{2(1+0,20)}$$



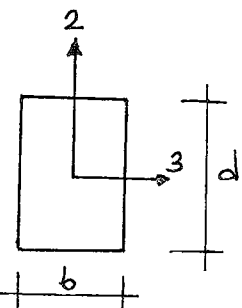
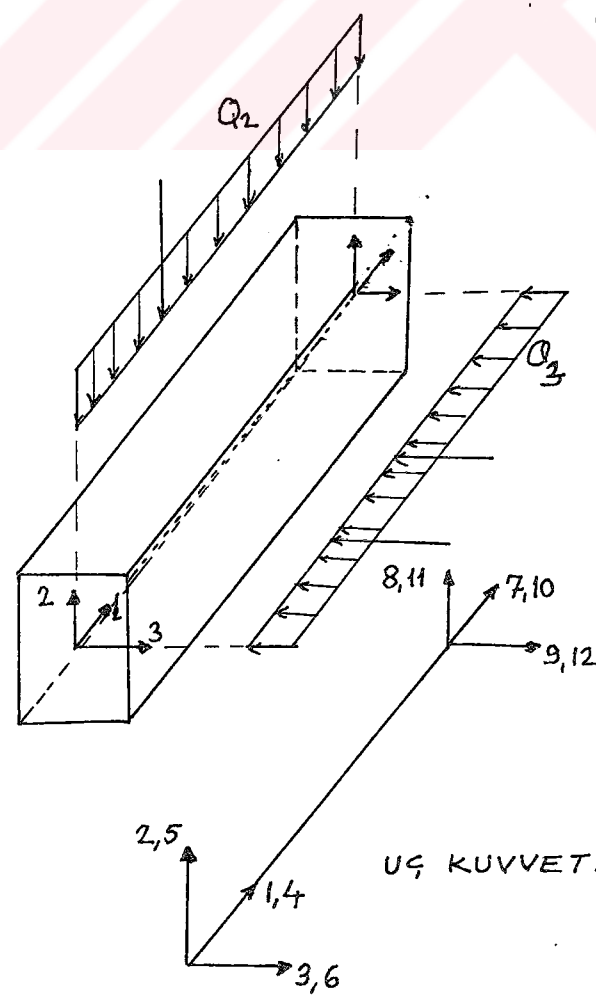
$$EF = bd$$

$$EI_2 = \frac{bd^3}{12}$$

$$EI_3 = \frac{db^3}{12}$$

$$d > b \quad GJ = \frac{b^3 d}{3} \left(1 - 0,630 \frac{b}{d} + 0,052 \frac{b^3}{d^3} \right)$$

(B)



$$EI_2 = \frac{db^3}{12}$$

$$EI_3 = \frac{bd^3}{12}$$

UÇ KUVVETLERİ

4 A) YÜKLEME ÖZELLİKLERİ (NPO SAYIDA)

IY	Q3	Q2	NP3	NP2	KPO
I1	E7.0	E8.0		3I4	

(IY=0 İSE 1 ALINIR)

4A1) ANKASTRELİK UÇ KUVVETLERİ (KPO=0)

P1,P2,.....P6 (6E8.0)

P7,P8,.....P12 (6E8.0)

4A2) TEKİL YÜKLER (NP3 (NP2) SAYIDA)

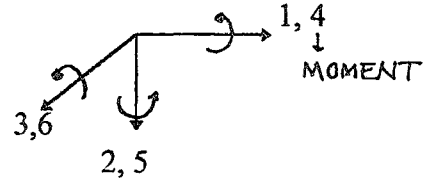
P, A (2E8.0)

5) DÜĞÜM NOKTASI YÜKLERİ (NPD SAYIDA)

IY	ID	P1	P2	P3	P4	P5	P6
	2I4			6E8.0			

6) SIFIR OLAN DEPLASMANLAR (NSD SAYIDA)

NOD(I), KOD(I) I=1,NSD (20I4)



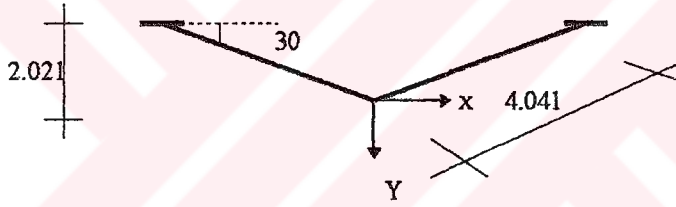
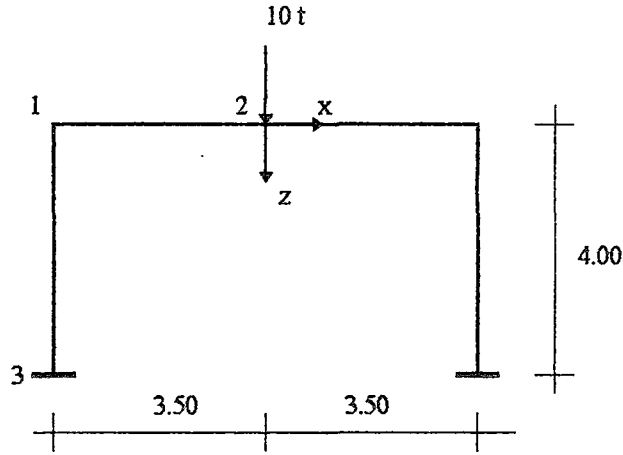
NOD : DÜĞÜM NOKTASI NO

KOD : DE PLASMAN NO

UZAY ÇUBUK SİSTEMLERİN ÇÖZÜMÜ İLE İLGİLİ UYGULAMALAR

ÖRNEK 1 (BU ÖRNEK HIRSCHFELD SAYFA 367 DEN ALINMIŞTIR)

ÇUBUK KAĞIT DÜZLEMİNDE

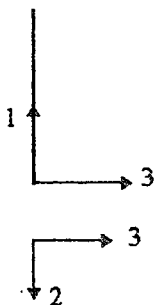


TÜM ÇUBUKLARDA $EI_2 = EI_3 = 13$ $GIt = 10$ $EF = 100$

ÇUBUK RİJİTLİK MATRİSLERİ

3-1 $4EI/L = 13.00$, $2EI/L = 6.50$, $6EI/L^2 = 4.875$, $12EI/L^3 = 2.4375$
 $GIt/L = 2.50$, $EF/L = 25.00$

$$k_{ii} = \begin{bmatrix} 25.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.4375 & 0 & 0 & 0 & 4.875 \\ 0 & 0 & 2.4375 & 0 & -4.875 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & -2.50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4.875 & 0 & 13.00 & 0 \\ 0 & 4.875 & 0 & 0 & 0 & 13.00 \end{bmatrix}$$



	i	j	k
1	0	0	-1
2	0	1	0
3	1	0	0

0	0	-1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0

T_2^T

25.00	0	0	0	0	-25.00	0	0	0
0	2.437	0	0	4.875	0	4.875	0	0
0	0	2.437	0	-4.87	0	0	-4.87	0
0	0	0	2.50	0	0	0	0	-2.50
0	0	-4.87	0	13.00	0	0	13.00	0
0	4.875	0	0	0	4.875	0	13.00	0

3-1

0	0	1	0	0	0	2.437	0	0	-4.87	0	0	0	-4.87	0
0	1	0	0	0	0	0	2.437	0	4.875	0	0	-2.43	0	4.875
-1	0	0	0	0	0	0	0	25.00	0	0	0	0	-25.0	0
0	0	0	0	0	1	0	4.875	0	13.00	0	0	-4.87	0	6.50
0	0	0	0	1	0	-4.87	0	0	13.00	0	4.875	0	0	0
0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	2.50	0	0	0	0
						-2.43	0	0	4.875	0	2.437	0	0	4.875
						0	-2.43	0	-4.87	0	0	2.437	0	-4.87
						0	0	-25.0	0	0	0	0	25.00	0
						0	4.875	0	6.50	0	0	-4.87	0	13.00
						-4.87	0	0	0	6.50	0	4.875	0	0
						0	0	0	0	0	-2.50	0	0	2.50

T_2

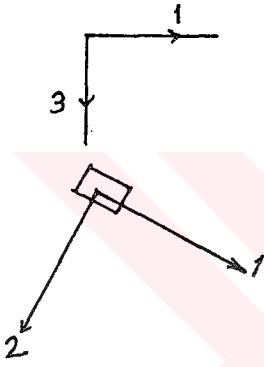
$$[k_{ix ix}] = [T_2] \times [k_{ii}] \times [T_2]^T$$

TÜM ÇUBUKLARDA $EI_2 = EI_3 = 13$ $GI_t = 10$ $EF = 100$

ÇUBUK RİJİTLİK MATRİSLERİ

1-2 $4EI/L = 12.868$, $2EI/L = 6.434$, $6EI/L^2 = 4.777$, $12EI/L^3 = 2.364$
 $GI_t/L = 2.475$, $EF/L = 24.75$

$$k_u = \begin{bmatrix} 24.75 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.364 & 0 & 0 & 0 & 4.777 \\ 0 & 0 & 2.364 & 0 & -4.777 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & -2.475 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4.777 & 0 & 12.868 & 0 \\ 0 & 4.777 & 0 & 0 & 0 & 12.868 \end{bmatrix}$$



	i	j	k
1	0.866	0.50	0
2	-0.50	0.866	0
3	0	0	1

0.866	0.500	0	0	0	0	0
-0.500	0.866	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0.866	0.500	0	0
0	0	0	-0.500	0.866	0	0
0	0	0	0	0	0	1

24.75	0	0	0	0	21.43	12.37	0	0	0	0	0
0	2.36	0	0	0	-1.18	2.04	0	0	0	0	4.77
0	0	2.36	0	-4.77	0	0	2.36	2.38	-4.13	0	0
0	0	0	2.47	0	0	0	0	2.14	1.23	0	0
0	0	-4.77	0	12.86	0	0	-4.77	-6.43	11.14	0	0
0	4.77	0	0	0	12.86	-2.38	4.13	0	0	0	12.86

1-2

0.866	-0.500	0	0	0	19.15	9.69	0	0	0	-2.38	-19.15	-9.69	0	0	0	-2.38
0.500	0.866	0	0	0	9.69	7.96	0	0	0	4.137	-9.69	7.960	0	0	0	4.137
0	0	1	0	0	0	0	2.364	2.388	-4.137	0	0	0	-2.364	2.388	-4.13	0
0	0	0	0.866	-0.500	0	0	2.388	5.073	-4.500	0	0	0	-2.388	-0.247	-3.86	0
0	0	0	0.500	0.866	0	0	-4.137	-4.500	10.270	0	0	0	4.137	-3.860	4.210	0
0	0	0	0	0	-2.388	4.137	0	0	0	12.868	2.388	-4.137	0	0	0	6.434
					-19.153	-9.693	0	0	0	2.388	19.153	9.693	0	0	0	-2.38
					-9.693	-7.960	0	0	0	-4.137	9.693	7.960	0	0	0	-4.13
					0	0	-2.364	-2.388	4.137	0	0	0	2.364	-2.388	4.137	0
					0	0	2.388	-0.247	-3.860	0	0	0	-2.388	5.073	-4.50	0
					0	0	-4.137	-3.860	4.210	0	0	0	4.137	-4.500	10.27	0
					-2.388	4.137	0	0	0	6.434	2.388	-4.137	0	0	0	12.86

T2

UÇ KUVVETLERİ

3-1

0
0
0
0
0
0
0.6912
6.207
0.200
3.104
-0.7953
0.3884

 d_{1x} d_{2x} $k_{ixix} \quad k_{ixjx}$

2.192
0
-5.00
-10.083
-1.800
-0.971
-2.192
0
5.00
10.093
-6.969
0.971

 $[T_2]^T$

0	0	1	0	0	0	5.000
0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	2.192
0	0	0	0	0	-1	0.971
0	0	0	0	1	0	-1.800
0	0	0	1	0	0	-1.800
						-5.000
						0
						-2.192
						-0.971
						-6.969
						10.093

* UZAY- ÖRNEK 1 (HIRSCHFELD SAYFA 367)

NC,ND,NM,NY,NPD,NSD,NED,KS2,KS3

2 2 1 1 1 3 0 1 1

X(I,J) KOOR.=

-3.50 .00 -3.50

-2.02 .00 -2.02

.00 .00 4.00

3 1 .00 1.00 .00 13. 13. 10. 100. 0 0

1 2 -.50 .87 .00 13. 13. 10. 100. 0 0

2 1 2 5 2 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

SİSTEM RÜJİTLİK MATRİSİ

21.58	9.691	.0000	.0000	4.875	-2.388	.0000	-9.691	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
10.40	.0000	-4.875	.0000	4.135	.0000	-7.959	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
27.36	2.388	-4.135	.0000	.0000	.0000	-2.363	2.388	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
18.07	-4.500	.0000	.0000	.0000	-2.388	-2.468	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
23.27	.0000	.0000	.0000	4.135	-3.858	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
15.37	.0000	-4.135	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
7.959	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2.363	-2.388	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
5.073	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000

SABİTLER

YK.NO. = 1

.0000
.0000
.0000
.0000
.0000
.0000
.0000
.0000
.0000
.0000
-5.000
.0000
.0000
.0000

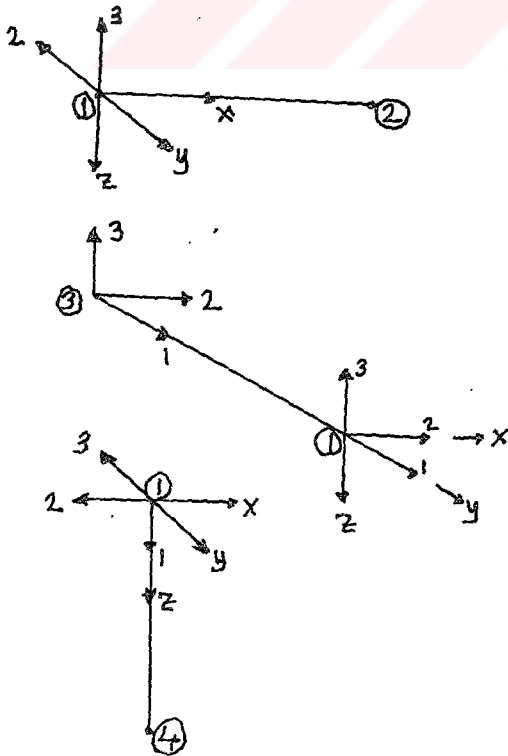
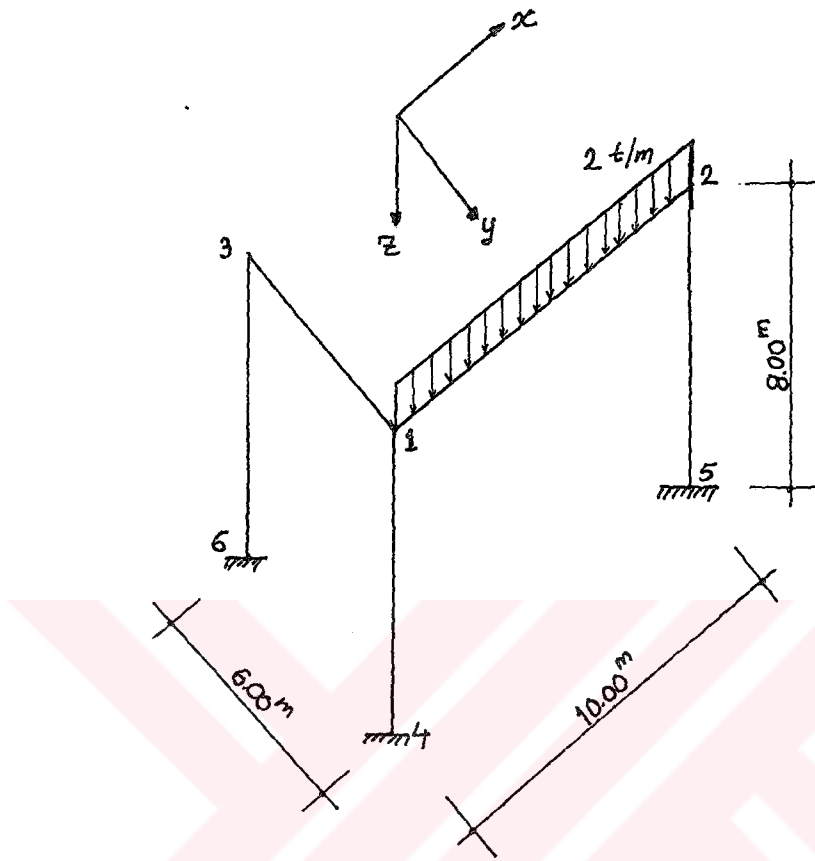
DEPLASMANLAR

DM.NO.	YK.NO.	D1	D2	D3	D4	D5	D6
1	1	.69116470E+00	.62184680E+01	.20000000E+00	.31092340E+01	-.79602180E+00	.38816260E+00
2	1	.00000000E+00	.72617370E+01	.12009830E+02	.51051760E+01	.00000000E+00	.00000000E+00

UC KUVVETLERİ

I	J	Y	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
3	1	1	2.196	.000	-5.000	-10.105	-1.805	-.970	-2.196	.000	5.000	10.105	-6.979	.970 S
			5.000	.000	2.196	.970	-1.805	-10.105	-5.000	.000	-2.196	-.970	-6.979	10.105 C
1	2	1	2.196	.000	-5.000	-10.105	6.979	-.970	-2.196	.000	5.000	.000	10.521	-3.467 S
			1.902	-1.098	-5.000	-5.261	11.096	-.970	-1.902	1.098	5.000	5.261	9.112	3.467 C

ÖRNEK 2 (HIRSCHFELD SAYFA 545 DEKİ ÖRNEK)



$$G = E / 2(1 + 1/9) \quad E/2.2 \quad \text{kg/cm}^3$$

$$h = b = 50 \text{ cm}$$

$$I = 0.005208 \text{ m}^4$$

$$I_t = 0.008790 \text{ m}^4$$

***UZAY-ÖRNEK 2 ÇERÇEVE-YAYILI YÜKLÜ (DATALARIN GİRİŞİ)**

NC,ND,NM,NY,NPD,NSD,NED,KS2,KS3

5	3	3	1	0	0	0	0	0	0			
0.	10.	0.	0.	0.	10.	0.						
0.	0.	-6.	0.	0.	-6.							
0.	0.	0.	8.	8.	8.							
1	2	0.	-1.	0.	52.1E-4	52.1E-4	40E-4	.25	0	1		
2.												
1	3	-1.	0.	0.	52.1E-4	52.1E-4	40E-4	.25	0	0		
1	4	0.	-1.	0.	52.1E-4	52.1E-4	40E-4	.25	0	0		
2	5	0.	-1.	0.	52.1E-4	52.1E-4	40E-4	.25	0	0		
3	6	1.	0.	0.	52.1E-4	52.1E-4	40E-4	.25	0	0		



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ-İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
UZAY ÇUBUK SİSTEMLERİN DİREKT DEPLASMAN METODU İLE ÇÖZÜMÜ

* UZAY-ÖRNEK ÇERÇEVE-YAYILI YÜKLÜ (HIRSCHFELD SAYFA 545 DEKİ ÖRNEK)
NC,ND,NM,NY,NPD,NSD,NED,KS2,KS3

5 3 3 1 0 0 0 0 0

X(I,J) KOOR.=

.00	10.00	.00	.00	10.00	.00									
.00	.00	-6.00	.00	.00	-6.00									
.00	.00	.00	8.00	8.00	8.00									
1	2	.00	-1.00	.00	0.	0.	0.	0.	0	0	1			
1	3	-1.00	.00	.00	0.	0.	0.	0.	0	0	0			
1	4	.00	-1.00	.00	0.	0.	0.	0.	0	0	0			
2	5	.00	-1.00	.00	0.	0.	0.	0.	0	0	0			
3	6	1.00	.00	.00	0.	0.	0.	0.	0	0	0			

DEPLASMANLAR

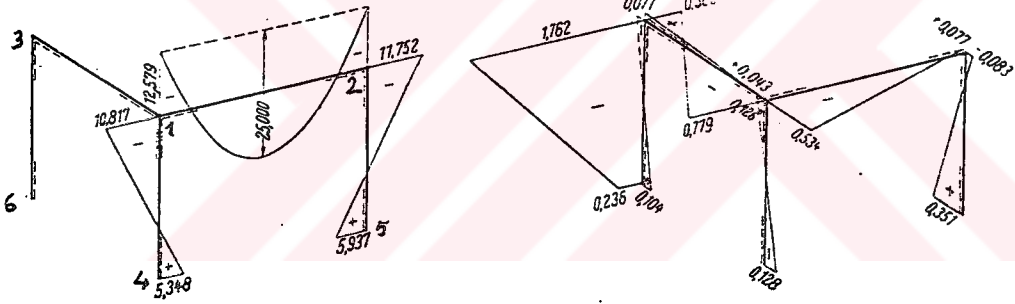
DM.NO.	YK.NO.	D1	D2	D3	D4	D5	D6
1	1	.29472380E+03	-.86577160E+02	.32163100E+03	.43320210E+02	-.41996860E+04	.48708330E+03
2	1	.20645200E+03	.13577380E+04	.31733990E+03	.22645530E+03	.44664620E+04	-.21690320E+02
3	1	.46044550E+04	-.86014310E+02	.10291030E+01	.26511200E+02	-.15431820E+04	.72895510E+03

UC KUVVETLERİ

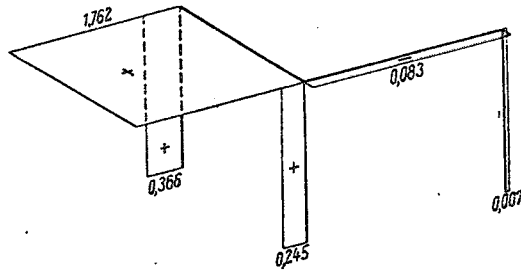
I	J	Y	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
1	2	1	2.207	.055	-10.083	-.073	12.567	.541	-2.207	-.055	-9.917	.073	-11.736	.011 S
			2.207	-.055	10.083	-.073	-12.567	-.541	-2.207	.055	9.917	.073	11.736	-.011 C
1	3	1	-.192	-.023	.032	-.082	-1.771	-.785	.192	.023	-.032	-.111	1.771	-.364 S
			.023	.192	-.032	1.771	.082	.785	-.023	-.192	.032	-1.771	.111	.364 C
1	4	1	-2.015	-.032	10.051	.155	-10.796	.244	2.015	.032	-10.051	.099	-5.326	-.244 S
			10.051	.032	-2.015	.244	10.796	.155	-2.015	-.032	2.015	-.244	5.326	.099 C
2	5	1	2.207	.055	9.917	-.073	11.736	-.011	-2.207	-.055	-9.917	-.368	5.918	.011 S
			9.917	-.055	2.207	-.011	-11.736	-.073	-2.207	.055	-2.207	.011	-5.918	-.368 C
3	6	1	-.192	-.023	.032	.111	-1.771	.364	.192	.023	-.032	.077	.239	-.364 S
			.032	-.192	-.023	.364	.111	-1.771	-.032	.192	.023	-.364	.077	.239 C

SONUÇLARIN HIRSCHFELD İLE KARŞILAŞTIRILMASI

1-3		1-4		2-5		3-6		1-2	
0.023		10.051		9.917		0.032		2.207	
0.191		0.032		-0.055		-0.191		-0.055	
-0.032		-2.015		2.207		-0.023		10.083	
1.770	1.762	0.243	0.245	-0.011		0.364	0.366	-0.073	
0.082		10.797	10.817	-11.736	11.752	0.111	0.104	-12.567	12.579
0.784	0.779	0.155		-0.073	0.083	-1.770	-1.762	-0.541	0.534
-0.023		-10.051		-9.917		-0.032		-2.207	
-0.191		-0.032		0.055		0.191		0.055	
0.032		2.015		-2.207		0.023		9.917	
-1.770		-0.243	0.245	0.011	0.007	-0.364		0.073	0.083
0.111	0.104	5.327	5.348	-5.918	5.937	0.077	0.0077	11.736	11.752
0.364	0.366	0.099		-0.368	0.351	0.239	0.236	-0.011	

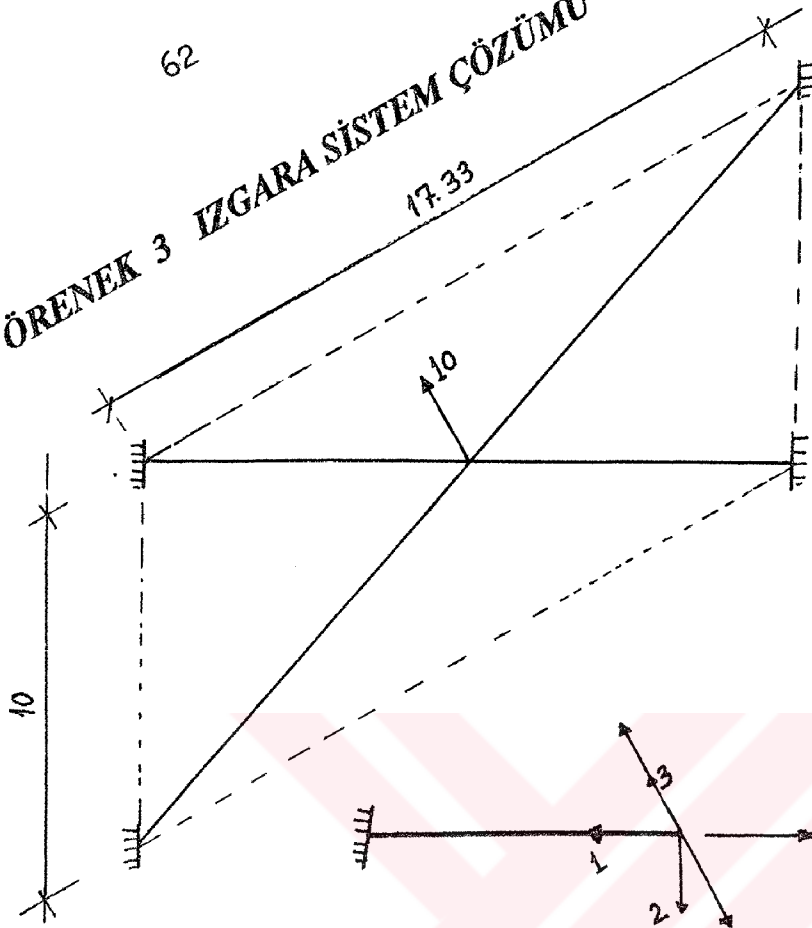


4-1-2-5

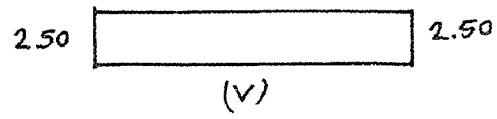
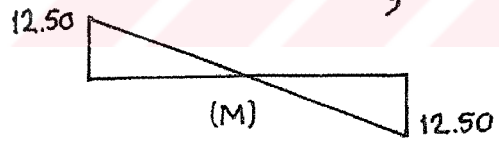
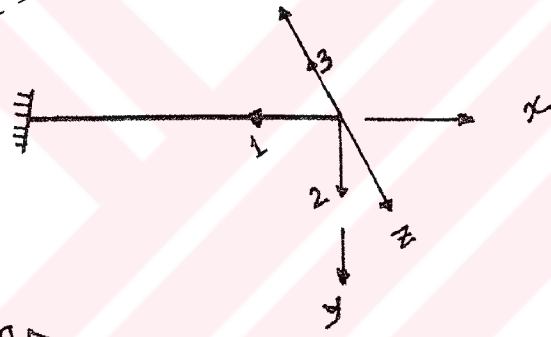
burulma momenti

62

ÖRENEK 3 İZGARA SİSTEM ÇÖZÜMÜ



$EI = 100$
 $GI = 0.30 EI$
 $L = 10$



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ-İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
UZAY ÇUBUK SİSTEMLERİN DİREKT DEPLASMAN METODU İLE ÇÖZÜMÜ

* UZAY- IZGARA SİSTEM

NC,ND,NM,NY,NPD,NSD,NED,KS2,KS3

1 1 1 1 1 3 0 1 1

X(I,J) KOOR.=

.00 -8.66

.00 -5.00

.00 .00

1 2 -.50 .87 .00 100. 100. 30. 10. 0 0

1 4 1 5 1 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

SİSTEM RİJİTLİK MATRİSİ

1.050	-8627E-01	.0000	.0000	.0000	.0000
1.149	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.199	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000

SABİTLER

YK.NO. = 1

.0000

.0000

2.500

.0000

.0000

.0000

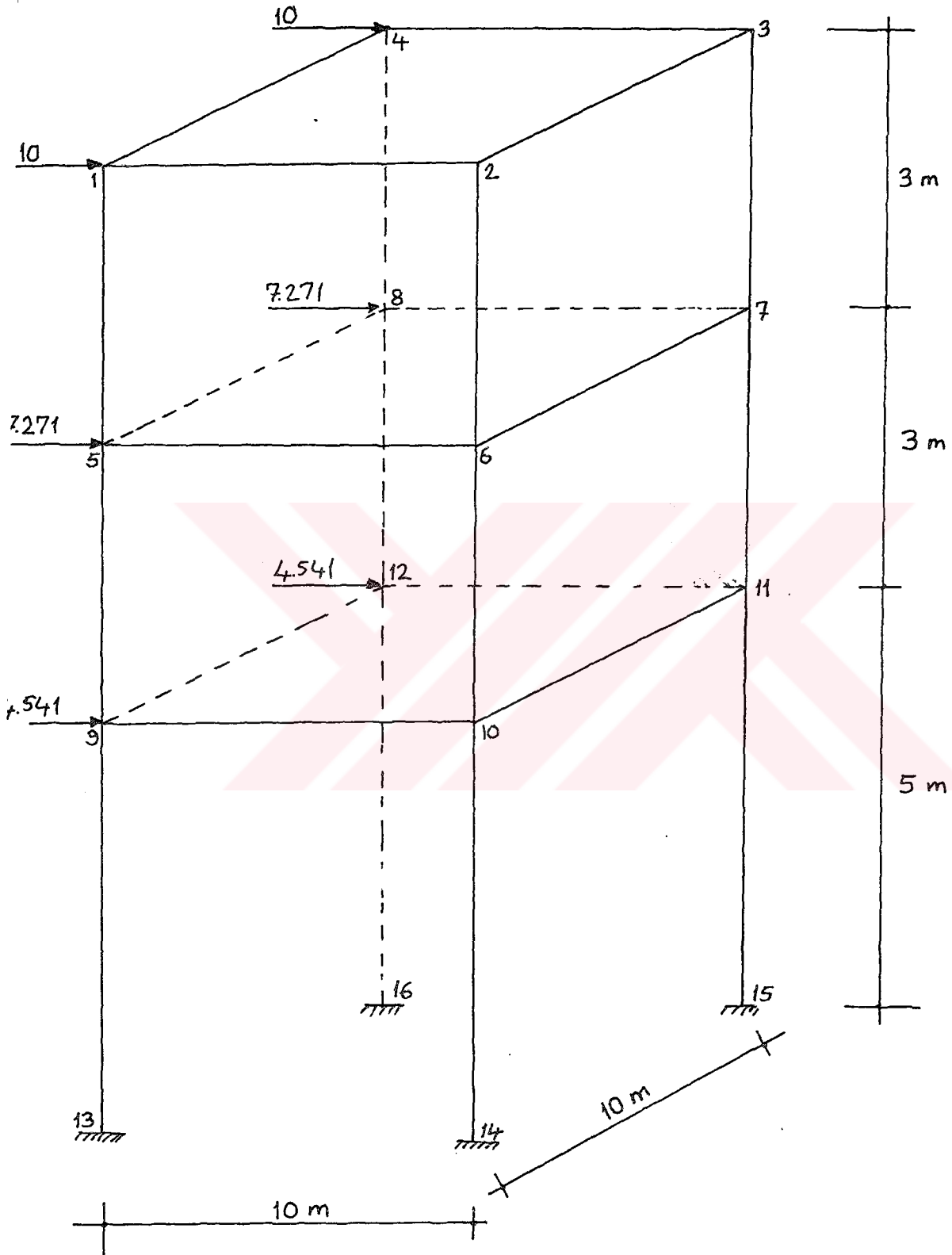
DEPLASMANLAR

DM.NO.	YK.NO.	D1	D2	D3	D4	D5	D6
1	1	.00000000E+00	.00000000E+00	-.20859040E+01	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00

UC KUVVETLERİ

I	J	Y	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
1	2	1	.000	.000	-2.500	6.253	-10.830	.000	.000	.000	2.500	6.247	-10.833	.000 S
			.000	.000	2.500	-.003	-12.505	.000	.000	.000	-2.500	.003	-12.505	.000 C

ÖRNEK 4 UZAY ÇERÇEVE SİSTEMİN ÇÖZÜMÜ



*UZAY-ÖRNEK ÇERÇEVE(DATALAR)

24 12 4 1 6 0 0 0 0
 0. 10. 10. 0. 0. 10. 10. 0. 0. 10. 10. 0. 0. 10. 10. 0.
 10. 10. 0. 0. 10. 10. 0. 0. 10. 10. 0. 0. 10. 10. 0. 0.
 0. 0. 0. 0. 3. 3. 3. 3. 6. 6. 6. 6. 11. 11. 11. 11.
 1 2 0 -1. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 1 5 0 -1 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 2 3 -1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 2 6 -1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 3 4 0. 1. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 3 7 0. 1. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 4 1 1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 4 8 1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 5 6 0. -1. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 5 9 0. -1. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 6 7 -1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 6 10 -1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 7 8 0. 1. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 7 11 0. 1. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 8 5 1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 8 12 1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 9 10 0. -1. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 9 13 0. -1. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 10 11 -1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 10 14 -1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 11 12 0. 1. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 11 15 0. 1. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 12 9 1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 12 16 1. 0. 0. 1. 1. 0. 1000. 0 0
 1 1 10. 0. 0. 0. 0. 0.
 1 4 10. 0. 0. 0. 0. 0.
 1 5 7.271 0. 0. 0. 0. 0.
 1 8 7.271 0. 0. 0. 0. 0.
 1 9 4.541 0. 0. 0. 0. 0.
 1 12 4.541 0. 0. 0. 0. 0.

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ-İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
UZAY ÇUBUK SİSTEMLERİN DİREKT DEPLASMAN METODU İLE ÇÖZÜMÜ

* UZAY-ÖRNEK ÇERÇEVE -

NC,ND,NM,NY,NPD,NSD,NED,KS2,KS3

24 12 4 1 6 0 0 0 0

X(I,J) KOOR.=

```

0 10. 10. 0. 0. 10. 10. 0. 0. 10. 10. 0. 0. 10. 10. 0.
10. 10. 0. 0. 10. 10. 0. 0. 10. 10. 0. 0. 10. 10. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 3. 3. 3. 3. 6. 6. 6. 6. 11. 11. 11. 11.
1 2 .00 -1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
1 5 .00 -1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
2 3 -1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
2 6 -1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
3 4 .00 1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
3 7 .00 1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
4 1 1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
4 8 1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
5 6 .00 -1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
5 9 .00 -1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
6 7 -1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
6 10 -1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
7 8 .00 1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
7 11 .00 1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
8 5 1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
8 12 1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
9 10 .00 -1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
9 13 .00 -1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
10 11 -1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
10 14 -1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
11 12 .00 1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
11 15 .00 1.00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
12 9 1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0
12 16 1.00 .00 .00 1. 1. 0. 1000. 0 0

```

DEPLASMANLAR

DM.NO.	YK.NO.	D1	D2	D3	D4	D5	D6
1	1	.43806810E+03	.13461370E+02	-.79609790E-01	.78874670E+00	-.19126590E+02	-.47985880E+01
2	1	.43801810E+03	-.17294730E+02	.78573580E-01	-.82398970E+00	-.19122500E+02	-.48000400E+01
3	1	.37277820E+03	-.17294730E+02	.62027450E-01	-.82399050E+00	-.19872390E+02	-.48000810E+01
4	1	.37284740E+03	.13461980E+02	-.68591330E-01	.64867110E+00	-.15471420E+02	-.47986440E+01
5	1	.35066830E+03	.10294870E+02	-.72989780E-01	.92016170E+00	-.31948180E+02	-.39507430E+01
6	1	.35063200E+03	-.13524410E+02	.71991670E-01	-.13792570E+01	-.31943950E+02	-.39419530E+01
7	1	.29558390E+03	-.13524410E+02	.55373040E-01	-.13792570E+01	-.20896410E+02	-.39416680E+01
8	1	.29550290E+03	.10291140E+02	-.61975010E-01	.12466760E+01	-.31168870E+02	-.39504710E+01

UC KUVVETLERI

I	J	Y	P 1	P 2	P 3	P 4	P 5	P 6	P 7	P 8	P 9	P 10	P 11	P 12
1	2	1	5.000 5.000	.000 .000	2.392 -2.392	.000 .000	-11.963 11.963	.000 .000	-5.000 -5.000	.000 .000	-2.392 2.392	.000 .000	-11.962 11.962	.000 S .000 C
1	3	1	5.001 -2.392	.000 -5.001	-2.392 .000	.000 .000	11.963 .000	.000 -11.963	-5.001 2.392	.000 5.001	2.392 .000	.000 .000	3.041 .000	.000 S -3.041 C
2	4	1	5.001 2.392	.000 -5.001	2.392 .000	.000 .000	11.962 .000	.000 -11.962	-5.001 -2.392	.000 5.001	-2.392 .000	.000 .000	3.041 .000	.000 S -3.041 C
3	4	1	3.639 3.639	.000 .000	3.999 -3.999	.000 .000	-19.993 19.993	.000 .000	-3.639 -3.639	.000 .000	-3.999 3.999	.000 .000	-19.992 19.992	.000 S .000 C
3	5	1	8.640 -6.391	.000 -8.640	-6.391 .000	.000 .000	16.952 .000	.000 -16.952	-8.640 6.391	.000 8.640	6.391 .000	.000 .000	8.968 .000	.000 S -8.968 C
4	6	1	8.640 6.391	.000 -8.640	6.391 .000	.000 .000	16.952 .000	.000 -16.952	-8.640 -6.391	.000 8.640	-6.391 .000	.000 .000	8.969 .000	.000 S -8.969 C
5	6	1	2.269 2.269	.000 .000	5.436 -5.436	.000 .000	-27.180 27.180	.000 .000	-2.269 -2.269	.000 .000	-5.436 5.436	.000 .000	-27.179 27.179	.000 S .000 C
5	7	1	10.910 -11.827	.000 -10.910	-11.827 .000	.000 .000	18.212 .000	.000 -18.212	-10.910 11.827	.000 10.910	11.827 .000	.000 .000	36.337 .000	.000 S -36.337 C
6	8	1	10.909 11.827	.000 -10.909	11.827 .000	.000 .000	18.210 .000	.000 -18.210	-10.909 -11.827	.000 10.909	-11.827 .000	.000 .000	36.334 .000	.000 S -36.334 C

6 10 1	8.243	-.395	5.860	.703	16.241	.000	-8.243	.395	-5.860	.480	8.487	.000 S
	5.860	-8.243	.395	.000	-.703	-16.241	-5.860	8.243	-.395	.000	-.480	-8.487 C
7 8 1	8.096	.188	-3.123	.000	-14.585	-.938	-8.096	-.188	3.123	.000	-16.640	-.940 S
	-8.096	.188	3.123	.000	-14.585	.938	8.096	-.188	-3.123	.000	-16.640	.940 C
7 11 1	-.773	-.395	5.506	.703	4.233	.000	.773	.395	-5.506	.480	-6.553	.000 S
	5.506	-.395	.773	.000	4.233	-.703	-5.506	.395	-.773	.000	-6.553	-.480 C
8 5 1	-.188	-.373	.130	.683	.000	.940	.188	.373	-.130	.618	.000	.940 S
	-.373	-.188	-.130	.000	.683	-.940	.373	.188	.130	.000	.618	-.940 C
8 12 1	18.837	.706	-5.458	-.664	16.950	.000	-18.837	-.706	5.458	-1.455	39.561	.000 S
	-5.458	18.837	.706	.000	-.664	16.950	5.458	-18.837	-.706	.000	-1.455	39.561 C
9 10 1	2.267	.038	5.228	.000	-26.141	.191	-2.267	-.038	-5.228	.000	-26.140	.190 S
	2.267	-.038	-5.228	.000	26.141	-.191	-2.267	.038	5.228	.000	26.140	-.190 C
9 13 1	10.548	.328	-11.053	-.555	17.654	.000	-10.548	-.328	11.053	-1.086	35.087	.000 S
	-11.053	-.328	10.548	.000	-17.654	-.555	11.053	.328	-10.548	.000	-35.087	-1.086 C
10 11 1	-.038	.000	.206	-1.029	.000	-.190	.038	.000	-.206	-1.029	.000	-.190 S
	.000	.038	-.206	.000	1.029	.190	.000	-.038	.206	.000	1.029	.190 C
10 14 1	10.547	-.357	10.882	.549	17.653	.000	-10.547	.357	-10.882	1.234	35.083	.000 S
	10.882	-10.547	.357	.000	-.549	-17.653	-10.882	10.547	-.357	.000	-1.234	-35.083 C
11 12 1	-12.107	-.038	-2.059	.000	-14.275	.190	12.107	.038	2.059	.000	-6.311	.191 S
	12.107	-.038	2.059	.000	-14.275	-.190	-12.107	.038	-2.059	.000	-6.311	-.191 C
11 15 1	11.297	-.357	7.771	.549	20.828	.000	-11.297	.357	-7.771	1.234	35.658	.000 S
	7.771	-.357	-11.297	.000	20.828	-.549	-7.771	.357	11.297	.000	35.658	-1.234 C
12 9 1	.038	.284	.083	.290	.000	-.191	-.038	-.284	-.083	.544	.000	-.191 S
	.284	.038	-.083	.000	.290	.191	-.284	-.038	.083	.000	.544	.191 C
12 16 1	11.236	.385	-7.600	1.164	-33.250	.000	-11.236	-.385	7.600	1.144	-34.166	.000 S
	7.600	11.236	-.385	.000	1.164	33.250	-7.600	-11.236	.385	.000	1.144	34.166 C

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ-İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
UZAY ÇUBUK SİSTEMLERİN DİREKT DEPLASMAN METODU İLE ÇÖZÜMÜ

* UZAY-ÖRNEK ÇERÇEVE

NC,ND,NM,NY,NPD,NSD,NED,KS2,KS3

9 6 2 1 3 0 0 0 0

X(I,J) KOOR.=

.00	10.00	.00	10.00	.00	10.00	.00	10.00	.00	10.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	3.00	3.00	6.00	6.00	11.00	11.00		
1 2	.00	-1.00	.00	1.	1.	0.	1000.	0	0
1 3	-1.00	.00	.00	1.	1.	0.	1000.	0	0
2 4	-1.00	.00	.00	1.	1.	0.	1000.	0	0
3 4	.00	-1.00	.00	1.	1.	0.	1000.	0	0
3 5	-1.00	.00	.00	1.	1.	0.	1000.	0	0
4 6	-1.00	.00	.00	1.	1.	0.	1000.	0	0
5 6	.00	-1.00	.00	1.	1.	0.	1000.	0	0
5 7	-1.00	.00	.00	1.	1.	0.	1000.	0	0
6 8	-1.00	.00	.00	1.	1.	0.	1000.	0	0

DEPLASMANLAR

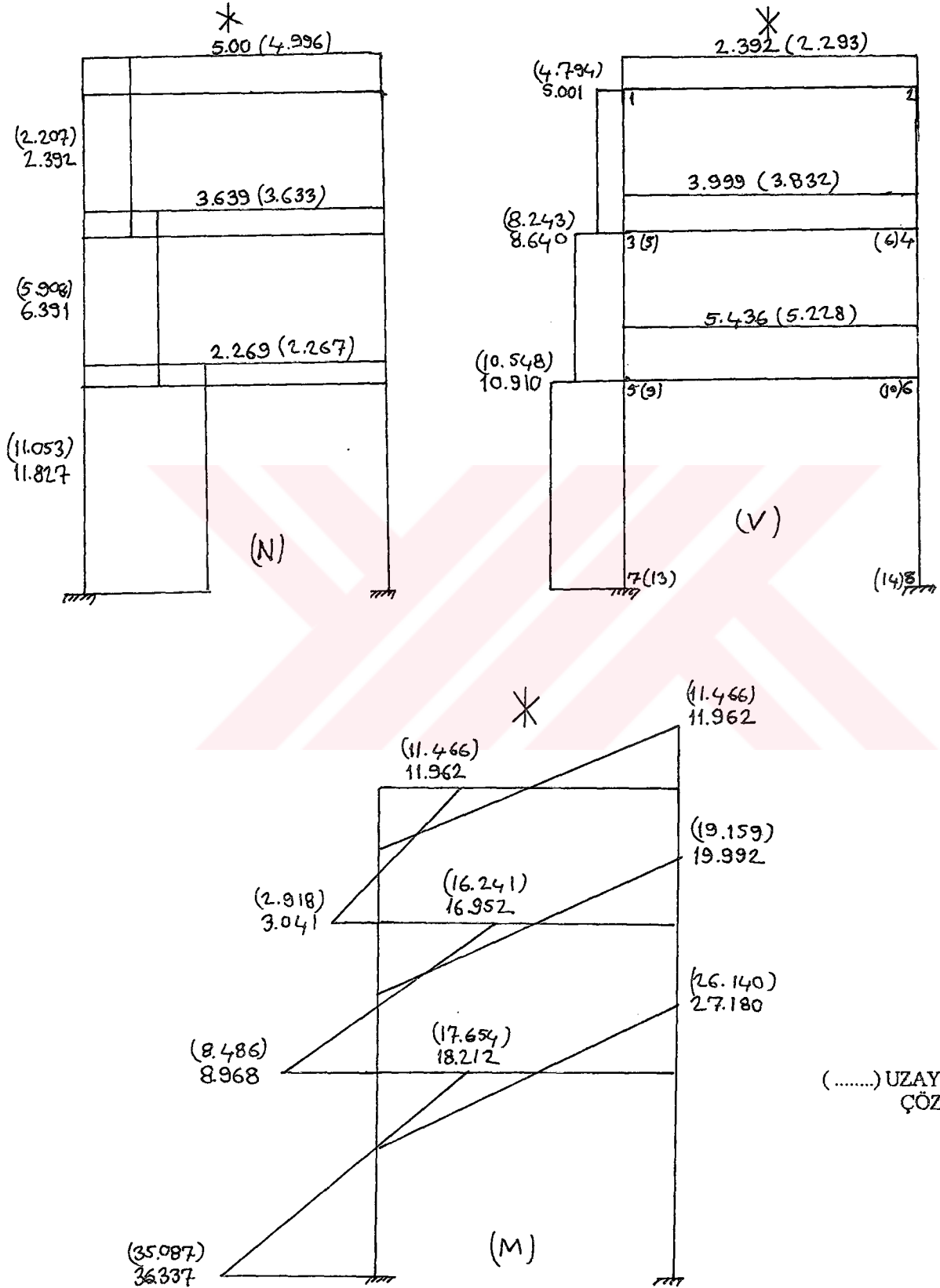
DM.NO.	YK.NO.	D1	D2	D3	D4	D5	D6
1	1	.45554110E+03	.00000000E+00	-.85484650E-01	.00000000E+00	-.19956310E+02	.00000000E+00
2	1	.45549110E+03	.00000000E+00	.85484650E-01	.00000000E+00	-.19952230E+02	.00000000E+00
3	1	.36434580E+03	.00000000E+00	-.78307260E-01	.00000000E+00	-.33338610E+02	.00000000E+00
4	1	.36430940E+03	.00000000E+00	.78307260E-01	.00000000E+00	-.33334380E+02	.00000000E+00
5	1	.22692730E+03	.00000000E+00	-.59134380E-01	.00000000E+00	-.45313610E+02	.00000000E+00
6	1	.22690460E+03	.00000000E+00	.59134380E-01	.00000000E+00	-.45308590E+02	.00000000E+00

9	1	.21882910E+03	.67376660E+01	-.55264840E-01	.13272150E+01	-.43580700E+02	-.11525250E+01
10	1	.21880640E+03	-.79973570E+01	.54411530E-01	-.17135230E+01	-.43575680E+02	-.11599000E+01
11	1	.21036730E+03	-.79973560E+01	.38853970E-01	-.17135230E+01	-.37074810E+02	-.11601160E+01
12	1	.21048840E+03	.67405010E+01	-.45600740E-01	.61056820E-01	.27475640E+01	-.11527410E+01

UC KUVVETLERI

I	J	Y	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
1	2	1	4.996	-.207	2.293	.000	-11.466	-1.034	-4.996	.207	-2.293	.000	-11.465	-1.034 S
			4.996	.207	-2.293	.000	11.466	1.034	-4.996	-.207	2.293	.000	11.465	1.034 C
1	5	1	4.794	.268	-2.207	-.446	11.466	.000	-4.794	-.268	2.207	-.358	2.918	.000 S
			-2.207	-.268	4.794	.000	-11.466	-.446	2.207	.268	-4.794	.000	-2.918	-.358 C
2	3	1	.207	.000	.099	-.495	.000	1.034	-.207	.000	-.099	-.495	.000	1.034 S
			.000	-.207	-.099	.000	.495	-1.034	.000	.207	.099	.000	.495	-1.034 C
2	6	1	4.794	-.207	2.194	.495	11.465	.000	-4.794	.207	-2.194	.125	2.917	.000 S
			2.194	-4.794	.207	.000	-.495	-11.465	-2.194	4.794	-.207	.000	-.125	-2.917 C
3	4	1	-6.928	.207	-2.119	.000	-11.035	-1.034	6.928	-.207	2.119	.000	-10.155	-1.034 S
			6.928	-.207	2.119	.000	11.035	1.034	-6.928	.207	-2.119	.000	10.155	1.034 C
3	7	1	7.129	-.207	2.218	.495	11.035	.000	-7.129	.207	-2.218	.125	10.353	.000 S
			2.218	-.207	-7.129	.000	11.035	-.495	-2.218	.207	7.129	.000	10.353	-.125 C
4	1	1	-.207	.061	.086	.418	.000	1.034	.207	-.061	-.086	.446	.000	1.034 S
			.061	-.207	-.086	.000	.418	-1.034	-.207	.061	.086	.000	.446	-1.034 C
4	8	1	3.282	.146	-2.205	-.418	10.155	.000	-3.282	-.146	2.205	-.019	-.310	.000 S
			-2.205	3.282	.146	.000	-.418	10.155	2.205	-3.282	-.146	.000	-.019	-.310 C
5	6	1	3.633	-.188	3.832	.000	-19.159	-.940	-3.633	.188	-3.832	.000	-19.159	-.938 S
			3.633	.188	-3.832	.000	19.159	.940	3.633	-.188	3.832	.000	19.159	.938 C
5	9	1	8.243	.083	-5.908	-.260	16.241	.000	-8.243	-.083	5.908	.012	8.486	.000 S
			-5.908	-.083	8.243	.000	-16.241	-.260	5.908	.083	-8.243	.000	-8.486	.012 C
6	7	1	.188	.000	.166	-.829	.000	.938	-.188	.000	-.166	-.829	.000	.938 S
			.000	-.188	-.166	.000	.829	-.938	.000	.188	.166	.000	.829	-.938 C

UZAY ÇERÇEVE ÇÖZÜM İLE DÜZLEM ÇERÇEVE ÇÖZÜMÜN KARŞILAŞTIRILMASI



BÖLÜM 7

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında direkt matris deplasman metodu ile uzay çerçevelerin analizi yapılmış ve kişisel bilgisayarlar için bir program geliştirilmiştir.

Uzay çerçevelerin çözümü için geliştirilmiş olan bu program, diğer bütün sınıflara giren taşıyıcı sistemleri çözmek içinde mümkündür. Fakat yapılan denemeler sonucunda, genel maksatlar için yazılmış bir programla özel bir problemi çözmek, hem zaman kaybı, hem de karışıklığa sebep olmaktadır. Bu sebepten, uzay çerçevelerin çözümü için daha gerçekçidir.

Uzay sistemlerin çözümünde en önemli nokta sistemlerin düzlem çerçeveler şeklinde hesap edildiği durumlarda hesap kolaylığı bakımından dikkate alınmayan burulma etkisinin gözönüne alınmasıdır. Hesaplarda bilgisayar kullanılması yorucu ve uzun zaman alan hesapları daha kısa sürede yapmayı sağladığı gibi klasik hesaplamada ihmal edilen durumları da hesaplara katarak çözümlerin gerçek sistemler üzerinde bütün olarak yapılmasına imkan sağlıyor. Bilgisayar ile hesap yapılması aynı sistem üzerinde birçok yükleme durumu için alternatif çözümleri görme sağlar. Fakat yine de dikkat edilmesi gereken noktalar vardır. Özellikle problemlerin çözümünde hazırlanan dataların hatalı olursa sonuçların yanlış olması kaçınılmazdır.

Program kullanılırken datalar bölüm 6 anlatılan format düzeninde verilmelidir. Bazı durumlarda program üzerinde format yapısı değiştirilerek düzenleme yapılabilir.

İkinci dikkat edilmesi gereken bir nokta ,sistemdeki çubukların kesitlerinin durumuna bağlı olarak çubuk uç koordinatlarından 2 ekseninin genel koordinatlarla yaptığı açılarının kosinüslerinin doğru hesaplanmasıdır. Bu durumda bölüm 6 da anlatılan A ve B koordinat şekillerinden hangisi seçilmişse o seçilen koordinat sistenine ait çubuk uç koordinatları seçilmelidir.

Sıfır olan deplasman ve doğrultuları da doğru tespit edilip verilmelidir.

Sistem numaralandırılırken mesnetlere en büyük numara verilmelidir.

Aynı anda birden fazla yükleme için sistem üzerinde çözüm sonuçları alınabilir.Çubuk üzerindeki düzgün yayılı yük ve tekil yükler çubuk kesitine iki doğrultuda da olabilir.Bu durumda da dataların nasıl olacağı bölüm 6 da anlatılan biçimde olmalıdır.Diğer yük çeşitleride çubuk ankastere kabul edilip uç kuvvetleri hesaplanarak bu kuvvetler düğüm noktası yükleri olarak verilebilir.

Programlama tekniği bakımından hafıza probleminin en aza indirilmesi amacıyla common deyimi özelliği ile alt programlardaki değişkenlerin ortak alan kullanması sağlanmıştır.Ayrıca matrisiyel işlemlerde matrislerin simetrik olma özelliğinden de faydalanarak bant matris kullanılmıştır.Böylece matristeki sıfırdan farklı elemanlar sadece hafızada yer işgal etmiştir.Ayrıca programın gerek giriş bilgilerinin saklanması gerekse ara işlemler sonucu hafızada tutılması gereken değerler için çevre bellek kullanılmış,değerler çevre belleğe yazdırılıp gerektiğinde buradan okutulma suretiyle kullanılmıştır.Yine de hafıza problemi çıkarsa dimension veya common daki boyutlar artırılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] ÇAKIROĞLU, A., ÖZMEN, E., ÖZDEN, E. Yapı Sistemlerinin Hesabı için Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinası Programları, Dizerkonca Matbaası, 1970, Cilt I, 1970, Cilt II
- [2] ÇAKIROĞLU, A., Hiperstatik Sistemlerin Hesap Metotları, İ.T.Ü. Yayını, 1984
- [3] DÜNDAR, C., KIRAL, E., MENĞİ, Y., Yapı Mekaniğinde Bilgisayar Programları, Teknik Yayınevi, 1986
- [4] HIRSCHFELD, K., Baustatik Theorie und Beispiele, 1962
- [5] TEZCAN, H.B., Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makinaları ve Çözümü, İ.T.Ü. Yayını, 1973
- [6] KARDESTUNCER, H., Elementary Matrix Analysis of Structures, Mc Graw Hill, 1974
- [7] GFA DATA MEDIA, GFA Basic Version 3, Gfa Systemtechnik GmbH, 1988
- [8] WANG, C., Statically Indeterminate Structures, Mc Graw Hill, 1967
- [9] KESKİNEL, F., KARADOĞON, F., Fortran IV ve Fortran 77 Algoritma Kurma ve Geliştirme, 1984
- [10] ORKUN, C., Fortran 77, 1994
- [11] FLEMING, J.F. Computer Analysis of Structural System, McGraw-Hill Company
- [12] HALL, A.S., WOODHEAD, W., Frame Analysis,

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Hakkı YILDIRIM
Doğum tarihi,Yeri :01.11.1968 ,Elbistan
İlkokul :1979 yılında Şişli ilçesi Önder İlkokulu'dan
Ortaokul : 1982 yılında Şişli ilçesi Kuştepe Lisesi' den
Lise : 1985 yılında Şişli ilçesi Kuştepe Lisesi Fen Kolundan mezun oldum.
Yüksek Öğrenim : 1990 yılında Yıldız Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü-Gündüz Programından mezun oldum.
Yüksek lisans Programına girdim. : 1990 yılında Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat-Mekanik
İş : Temmuz 1992 tarihinden buyana Y.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü kadrosunda İnşaat Mühendisliği Bölümü Yapı İşletmesi Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktayım.

