

57507

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BÜYÜK HACİMLİ YAPILARA TESİR EDEN  
DALGA KUVVETLERİNİN SINIR ELEMANLARI  
METODU İLE ÇÖZÜM**

**İnş.Müh. Taysir ABU JARAD**

**F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Hidrolik Programında  
hazırlanan  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Tez Danışmanı : Doç. Dr. Yalçın YÜKSEL**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
DOKÜMANTASYON BÖLÜMÜ**

**İSTANBUL, 1996**

# İÇİNDEKİLER

|   | <u>Sayfa No</u> |
|---|-----------------|
| SEMBOL LİSTESİ  | v               |
| ŞEKİL LİSTESİ   | vii             |
| TABLO LİSTESİ   | .xii            |
| ÖNSÖZ   | xiii            |
| ÖZET  | xiv             |
| SUMMARY   | xv              |
| <b>I. GENEL GİRİŞ</b>   |                 |
| 1.1 Giriş   | 1               |
| 1.2 Açık Deniz Yapılara Etki eden Yükler                      | 2               |
| 1.3 Açık Deniz Yapılara Etki eden Yüklerin Analizi            | 3               |
| 1.4 Tezin Amacı   | 4               |
| 1.5 Konu ile İlgili Çalışmalara Genel Bakış                   | 5               |
| <b>II. BÜYÜK HACİMLİ YAPILARA TESİR EDEN DALGA KUVVETLERİ</b> |                 |
| 2.1 Giriş   | 6               |
| 2.2 Froude-Krylov Kuvveti                                     | 6               |
| 2.2.1 Genel Teori   | 7               |
| 2.2.1.1 Yatay Silindir  | 9               |
| 2.2.1.2 Yatay Yarı Silindir                                   | 11              |
| 2.2.1.3 Küre  | 15              |
| 2.2.1.4 Yarı Küre   | 19              |
| 2.2.1.5 Düşey Silindir  | 21              |
| 2.2.1.6 Dikdörtgen Blok                                       | 22              |
| 2.2.1.7 Dairesel Disk   | 23              |
| 2.2.2 Kuvvet Katsayıları                                      | 24              |
| 2.3 Difraksiyon Teoresi                                       | 25              |
| 2.3.1 Kapalı Formda Çözüm                                     | 35              |

|           |  |     |
|-----------|--|-----|
| 2.3.1.1   | Birinci Mertebeden Teori                                   | 35  |
| 2.3.1.2   | İkinci Mertebeden Teori                                    | 49  |
| 2.3.1.2.1 | Serbest Yüzey Bileşeni                                     | 52  |
| 2.3.1.2.2 | İkinci Dereceden Hız Bileşeni                              | 54  |
| 2.3.1.2.3 | İkinci Mertebeden Yaklaşan Dalganın Hız Potansiyeli        | 56  |
| 2.3.1.3   | Deniz Tabanına Yerleştirilen Yatay Silindir                | 58  |
| 2.3.1.4   | Deniz Tabanına Yerleştirilen Yarım Küre                    | 66  |
| 2.3.2     | Beşinci Mertebe teorinin Uygulanması                       | 71  |
| 2.3.2.1   | Birden Fazla Düşey Silindir Halı                           | 76  |
| 2.3.3     | İki Boyutlu Kaynak Kuyu Metodu                             | 86  |
| 2.3.3.1   | Yarı-Batık Silindir  | 100 |
| 2.3.3.2   | Tam Batık Silindir   | 106 |
| 2.3.3.3   | Tabana Oturmuş Yarı Silindir                               | 112 |
| 2.4       | Üç Boyutlu Kaynak-Kuyu Metodu                              | 117 |
| 2.5       | Açık Tabanlı Yapılar                                       | 121 |
| 2.6       | Dalga Kuvvetleri Rejimi                                    | 134 |
| III.      | SINIR ELEMANLARI METODU                                    |     |
| 3.1       | Giriş  | 137 |
| 3.2       | Sınır Elemanları Metodunun Grupları                        | 138 |
| 3.2.1     | Sınır Elemanları Metodunun Dolaysız Formülasyonu           | 139 |
| 3.2.2     | Sınır Elemanları Metodunun Yarı Dolaysız Formülasyonu      | 139 |
| 3.2.3     | Sınır Elemanları Metodunun Dolaylı Formülasyonu            | 139 |
| 3.3       | Sınır Elemanları Metodunun Özellikleri                     | 140 |
| 3.4       | Sınır İntegral Denkleminin Dolaysız Yöntemle Elde Edilmesi | 141 |
| 3.4.1     | Temel Çözüm  | 144 |
| 3.5       | Sınır ve Sistem Denklemlerinin Ayrıklaştırılması           | 149 |
| 3.5.1     | Sabit Elemanlar Metodu                                     | 150 |
| 3.5.1.1   | Sabit Elemanlar Metodu ile Nümerik Çözüm                   | 151 |
| 3.5.1.2   | $\hat{H}_{ij}$ ve $G_{ij}$ Terimlerinin Hesaplanması       | 154 |
| 3.5.1.2.1 | $G_{ij}$ Terimlerinin Hesaplanması                         | 155 |

|           |  |     |
|-----------|--|-----|
| 3.5.1.2.2 | $\hat{H}_{ij}$ Terimlerinin Hesaplanması | 158 |
| 3.5.2     | Lineer Elemanlar Metodu                  | 161 |
| 3.5.2.1   | Köşelerin İncelenmesi                    | 164 |
| IV.       | PROBLEMİN TANIMI VE ÇÖZÜM ALGORİTMASI    |     |
| 4.1       | Giriş                                    | 167 |
| 4.2       | Problemin Tanımı                         | 167 |
| 4.2.1     | Problemin Ayrıklaştırılması              | 171 |
| 4.3       | Problemin Çözüm Algoritması              | 174 |
| 4.4       | Tartışma                                 | 183 |
| V.        | SONUÇ                                    |     |
|           | KAYNAKLAR                                | 236 |
| EK A      | Nümerik İntegrasyon                      | 239 |
| EK B      | Temel Çözümler                           | 242 |
| EK C      | Bilgisayar Çözümü                        | 244 |
|           | ÖZGEÇMİŞ                                 |     |

## SEMBOL LİSTESİ

|   |   |
|---|---|
| <b>A</b>                                      | : Beşinci teorinin katsayısı; $n \times n$ matrisi                                |
| <b><math>A_n^\alpha</math></b>                | : Potansiyel hızın katsayısı  |
| <b>a</b>                                      | : Silindirin yarı çapı  |
| <b><math>a_0</math></b>                       | : Karakteristik yarı çap  |
| <b>B</b>                                      | : Difraksiyon potansiyeli fonksiyonunun katsayısı                                 |
| <b><math>C_H</math></b>                       | : Difraksiyon katsayısı   |
| <b><math>C_1</math></b>                       | : Gözlem noktasına ait bir faktör, sınır integral denkleminde kullanılır          |
| <b><math>C_M</math></b>                       | : Efektif atalet katsayısı  |
| <b>C</b>                                      | : Dalga hızı  |
| <b><math>D = 2a</math></b>                    | : Silindirin çapı   |
| <b>F</b>                                      | : $n$ nod terimleri için kompleks faktör  |
| <b><math>F_x, F_y</math></b>                  | : Kompleks yatay ve düşey dalga kuvvetleri  |
| <b><math>f_x, f_y</math></b>                  | : Boyutsuz yatay ve düşey maksimum dalga kuvvetleri                               |
| <b>g</b>                                      | : yer çekim ivmesi  |
| <b><math>H_m^{(1)}, H_n^{(2)}, H_n</math></b> | : Hankel fonksiyonun birinci ve ikinci tip,<br>$n = J_n - iY_n$ ; $i = \sqrt{-1}$ |
| <b>h</b>                                      | : Su yüzeyinden silindir arasındaki mesafe  |
| <b><math>k = 2\pi/L</math></b>                | : dalga numarası  |
| <b><math>k_0 = k \tanh kd</math></b>          | : disperasyon faktörü   |
| <b>L</b>                                      | : Dalga boyu  |
| <b>n</b>                                      | : Sınır üzerindeki normal doğrultunun koordinati                                  |
| <b><math>p(x, y, t), p</math></b>             | : Basınç  |
| <b>q</b>                                      | : Potansiyel fonksiyonunun normal türevi  |
| <b>R</b>                                      | : Reynolds sayısı   |
| <b>r</b>                                      | : Radyal koordinat, gözlem noktası ile kaynak noktası arasındaki mesafe           |

|                            |                                      |
|----------------------------|--------------------------------------|
| $s(x, y)$                  | : Cismin yüzeyi                      |
| $T$                        | : Dalga periyodu                     |
| $t$                        | : Zaman                              |
| $U_0$                      | : Yatay yörüngesel hız               |
| $\dot{U}_0$                | : Yatay yörüngesel ivme              |
| $U^*$                      | : Temel çözüm                        |
| $V_0$                      | : Düşey yörüngesel hız               |
| $\dot{V}_0$                | : Düşey yörüngesel ivme              |
| $X$                        | : Matris denklemindeki bilinmeyenler |
| $X_n^\alpha$               | : Bessel fonksiyonunun fonksiyonları |
| $x, y, z$                  | : Kartezyen koordinatlar             |
| $\rho$                     | : Özgül kütle                        |
| $\lambda_\alpha$           | : $d$ ve $A_{ij}$ fonksiyonları      |
| $\mu$                      | : Dinamik viskozite                  |
| $\nu$                      | : Kinematik viskozite                |
| $\sigma_1 \omega = 2\pi/T$ | : Dalga frekansı                     |
| $\phi, \Phi$               | : Potansiyel fonksiyonu              |
| $\Phi_t(x, y)$             | : Toplam hız potansiyeli             |
| $\phi_1, \phi_0$           | : Lineer hız potansiyeli             |
| $\phi_d, \phi_s$           | : Difraksiyon hız potansiyeli        |

## ŞEKİL LİSTESİ

|             | <u>Saysfa No.</u>   |    |
|-------------|---|----|
| Şekil 2.1.  | Basit yapıların şekilleri ve merkezlerinin yerleri                                      | 9  |
| Şekil 2.2.  | Lineer difraksiyon problemi için sınır şartlarının tanımlanması                         | 26 |
| Şekil 2.3.  | Düşey silindirin şematik görünümü   | 36 |
| Şekil 2.4.  | Düşey silindir için efektif atalet ve difraksiyon katsayısı                             | 43 |
| Şekil 2.5.  | Düşey silindir için ytaş kuvvet faz değeri  | 46 |
| Şekil 2.6.  | Düşey silindir modeli   | 47 |
| Şekil 2.7.  | Düşey silindirde yatay kuvvet   | 48 |
| Şekil 2.8.  | Düşey silindirde düşey kuvvet   | 49 |
| Şekil 2.9.  | Sabit düşey silindire etki eden potansiyel ve viskoz sürüklenme kuvveti                 | 57 |
| Şekil 2.10. | Sonlu derinlikte tabana oturmuş yarı yatay silindir                                     | 60 |
| Şekil 2.11. | Yatay yarı silindir için düşey kuvvet ile ilgili $k_a$ 'ya karşın $C_5(k_a)$ fonksiyonu | 63 |
| Şekil 2.12. | Batık yarı küre için normalleştirilmiş yatay kuvvet                                     | 64 |
| Şekil 2.13. | Sonlu su derinliğinde tabana oturmuş yarı küre  | 68 |
| Şekil 2.14. | Yarı küre için düşey kuvvet halinde $k_a$ 'ya karşın $C_6(k_a)$ fonksiyonu              | 69 |
| Şekil 2.15. | Tam nümerik çözümle normalleştirilmiş yatay kuvvet (yarı küre için)                     | 70 |
| Şekil 2.16. | Tam nümerik çözümle normalleştirilmiş düşey kuvvet (yarı küre için)                     | 71 |
| Şekil 2.17. | Batık yarı küre için normalleştirilmiş maksimum yatay kuvvet                            | 73 |
| Şekil 2.18. | Batık yarı küre için normalleştirilmiş maksimum düşey kuvvet                            | 74 |
| Şekil 2.19. | Birden fazla silindir için problemin tanımı   | 77 |
| Şekil 2.20. | Sonsuz silindir serisi için deneysel ve nümerik sonuçların karşılaştırılması            | 84 |
| Şekil 2.21. | Farklı aralıklı dört düşey silindir için normalleştirilmiş yatay kuvvetler              | 85 |

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
| Şekil 2.22. | Dört düşey silindir için çoklu saçılım etkisi ile ilgili nümerik sonuçlar                  | 85  |
| Şekil 2.23. | $ka=0.4$ için $ks$ 'ye karşın üç silindir konfigürasyonunda tesir eden yatay kuvvet        | 86  |
| Şekil 2.24. | İki boyutlu kaynak-kuyu problemi   | 88  |
| Şekil 2.25. | Yarı batık silindire etkili normalleştirilmiş maksimum yatay kuvvet                        | 102 |
| Şekil 2.26. | Yarı batık silindirlere etkili normalleştirilmiş maksimum düşey kuvvet                     | 103 |
| Şekil 2.27. | Yarı batık silindire etkili maksimum kuvvetler için faz açıları                            | 104 |
| Şekil 2.28. | Yarı batık silindir için yansıma katsayıları   | 105 |
| Şekil 2.29. | Farklı batıklık derinliklerinde tam batık bir silindir için Ogilive (1963)'nin sonuçları   | 107 |
| Şekil 2.30. | Tam batık silindirde normalleştirilmiş yatay kuvvet  | 108 |
| Şekil 2.31. | Tam batık silindirde normalleştirilmiş maksimum düşey kuvvet                               | 109 |
| Şekil 2.32. | Tam batık silindirde maksimum kuvvetler için faz açıları                                   | 110 |
| Şekil 2.33. | Tam batık silindir için yansıma katsayısı  | 111 |
| Şekil 2.34. | Tabana oturmuş yarı silindirde normalleştirilmiş maksimum yatay kuvvet                     | 113 |
| Şekil 2.35. | Tabana oturmuş yarı silindirde normalleştirilmiş maksimum düşey kuvvet                     | 114 |
| Şekil 2.36. | Tabana oturmuş yarı silindirde maksimum kuvvetlerin faz açıları                            | 115 |
| Şekil 2.37. | Tabana oturmuş yarı silindir için yansıma katsayıları                                      | 116 |
| Şekil 2.38. | Sınır integral ve sonlu elemanlar metodlarıyla kumpozit kolon üzerinde dalga kuvvetleri    | 130 |
| Şekil 2.39. | $d/D=1.2$ için difraksiyon teorisi ile hesaplanan ve ölçülen dalga kuvvetlerinin ölçülmesi | 131 |
| Şekil 2.40. | Yarı küresel kabuk   | 131 |
| Şekil 2.41. | Kabuğun nümerik çözümünde alt elemanlar  | 132 |
| Şekil 2.42. | $d/a>2$ için kabuğun tabanına ortalama basıncın iç basınca oranı                           | 132 |
| Şekil 2.43. | Yarı kürenin merkez kesitinde teorik ve ölçülen basınçların korelasyonu                    | 133 |

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
| Şekil 2.44. | $d/a=3$ için yarı küre silindir üzerinde ölçülen ve teorik kuvvetlerin korelasyonu                     | 33  |
| Şekil 2.45. | Khazzan tipi depolama tank modeli üzerinde ( $d/a=1.56$ ) düşey dalga kuvvet genliklerinin korelasyonu | 134 |
| Şekil 2.46. | Düşey silindir için dalga kuvveti ifadelerinin uygulama alanları                                       | 136 |
| Şekil 3.1.  | Problemin notasyonu  | 142 |
| Şekil 3.2.  | Temel çözümün tanımı için notasyon   | 145 |
| Şekil 3.3.  | Gözlem noktasının iç alanda olması   | 146 |
| Şekil 3.4.  | Gözlem noktası sınırda olması  | 147 |
| Şekil 3.5.  | Sınır elemanları metodu için farklı eleman tipi  | 150 |
| Şekil 3.6.  | Sabit elemanda U ve q'nun değişiminin gösterilmesi   | 151 |
| Şekil 3.7.  | Gözlem noktasından eleman boyunca integral alınması  | 156 |
| Şekil 3.8.  | Lineer eleman koordinatları  | 156 |
| Şekil 3.9.  | Gözlem noktası (I), j elemanı boyunca integrali gösterilmesi   | 159 |
| Şekil 3.10. | Elemanın radyal doğrultusunun ile normalini gösterilmesi   | 160 |
| Şekil 3.11. | Lineer elemanda homojen koordinatlar   | 162 |
| Şekil 3.12. | j elemanı üzerinde integrallerin incelenmesi   | 164 |
| Şekil 3.13. | Eleman kesişimi  | 165 |
| Şekil 4.1.  | Lineer difraksiyon problemi için sınır şartların tanımlanması  | 168 |
| Şekil 4.2.  | Çözüm alanının alt alanlara ayrılması  | 171 |
| Şekil 4.3.  | Yatayda yerleştirilen yarım silindir profili   | 178 |
| Şekil 4.4.  | İntegrallerin geometrik tanımlanması   | 179 |
| Şekil 4.5.  | Problem sınırı üzerindeki elemanların ve düğüm noktaları gösterilmesi                                  | 179 |
| Şekil 4.6.  | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet  | 187 |
| Şekil 4.7.  | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet  | 188 |
| Şekil 4.8.  | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet  | 189 |
| Şekil 4.9.  | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet  | 190 |
| Şekil 4.10. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet  | 191 |
| Şekil 4.11. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet  | 192 |
| Şekil 4.12. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet  | 193 |

|             |   |     |
|-------------|---|-----|
| Şekil 4.13. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 194 |
| Şekil 4.14. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 195 |
| Şekil 4.15. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 196 |
| Şekil 4.16. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 197 |
| Şekil 4.17. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 198 |
| Şekil 4.18. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 199 |
| Şekil 4.19. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 200 |
| Şekil 4.20. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 201 |
| Şekil 4.21. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 202 |
| Şekil 4.22. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 203 |
| Şekil 4.23. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 204 |
| Şekil 4.24. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 205 |
| Şekil 4.25. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 206 |
| Şekil 4.26. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 207 |
| Şekil 4.27. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 208 |
| Şekil 4.28. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 209 |
| Şekil 4.29. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 210 |
| Şekil 4.30. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 211 |
| Şekil 4.31. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 212 |
| Şekil 4.32. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 213 |
| Şekil 4.33. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 214 |
| Şekil 4.34. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 215 |
| Şekil 4.35. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 216 |
| Şekil 4.36. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet                     | 217 |
| Şekil 4.37. | Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet                     | 218 |
| Şekil 4.38. | Eleman sayısı 70 olması durumunda yatay kuvvetler ile dalga numarası değişimi | 219 |
| Şekil 4.39. | Eleman sayısı 70 olması durumunda düşey kuvvetler ile dalga numarası değişimi | 220 |
| Şekil 4.40. | Sabit elemanlar durumu için eleman sayısı ile yatay kuvvetlerin değişimi      | 221 |

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
| Şekil 4.41. | Sabit elemanlar durumu için eleman sayısı ile düşey kuvvetlerin değişimi   | 222 |
| Şekil 4.42. | Lineer elemanlar durumu için eleman sayısı ile yatay kuvvetlerin değişimi  | 223 |
| Şekil 4.43. | Lineer elemanlar durumu için eleman sayısı ile düşey kuvvetlerin değişimi  | 224 |
| Şekil 4.44. | Sabit elemanlar durumu için eleman sayısı ile yatay kuvvetlerin değişimi   | 225 |
| Şekil 4.45. | Sabit elemanlar durumu için eleman sayısı ile düşey kuvvetlerin değişimi   | 226 |
| Şekil 4.46. | Lineer elemanlar durumu için eleman sayısı ile yatay kuvvetlerin değişimi  | 227 |
| Şekil 4.47. | Lineer elemanlar durumu için eleman sayısı ile düşey kuvvetlerin değişimi  | 228 |
| Şekil 4.48. | Sabit elemanlar durumu için eleman sayısı ile yatay kuvvetlerin değişimi   | 229 |
| Şekil 4.49. | Sabit elemanlar durumu için eleman sayısı ile düşey kuvvetlerin değişimi   | 230 |
| Şekil 4.50. | Lineer elemanlar durumu için eleman sayısı ile yatay kuvvetlerin değişimi  | 231 |
| Şekil 4.51. | Lineer elemanlar durumu için eleman sayısı ile düşey kuvvetlerin değişimi  | 232 |
| Şekil 4.52. | Sabit ve lineer elemanlarında yatay kuvvetlerin eleman sayısı ile değişimi | 233 |
| Şekil 4.53. | Sabit ve lineer elemanlarında düşey kuvvetlerin eleman sayısı ile değişimi | 234 |

## TABLO LİSTESİ

|            |  |     |
|------------|--|-----|
| Tablo 2.1. | $C_1$ - $C_4$ integrallerinin $ka$ ile değişimi                                | 14  |
| Tablo 2.2. | Basit yapılar için atalet katsayıları  | 25  |
| Tablo 2.3. | $ka$ 'ya karşın $C_3$ (yarım silindir için) ve $C_6$ (yarı küre için) değerler | 65  |
| Tablo 2.4. | Beşinci mertebe stokes teorisi ile derin suda batık yarı küre için kuvvetler   | 76  |
| Tablo 2.5. | Yarı küre için basınç ve faz açıları   | 129 |
| Tablo A.1. | Standart Gauss yönteminin integrasyonu için $\zeta_i$ ve $W_i$ değerleri       | 240 |
| Tablo A.2. | Logaritmik Gauss yönteminin integrasyonu için $\zeta_i$ ve $W_i$ değerleri     | 241 |
| Tablo B.1. | Tek boyutlu diferansiyel denklemlerin temel çözümleri                          | 242 |
| Tablo B.2. | İki boyutlu diferansiyel denklemlerin temel çözümleri                          | 242 |
| Tablo B.3. | Üç boyutlu diferansiyel denklemlerin temel çözümleri                           | 243 |

## ÖNSÖZ

Gerek bana iki yıllık danışmanlığıla, gerek bu çalışmayı yapabilmem için bana olanak sağlayıp önderliğini hiç bir zaman esirgemeyen sayın Hocam Doç. Dr. Yalçın YÜKSEL'e çalışmanın devam süresince gösterdiği çok yakın ilgi ve yardımlarından dolayı en içten teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca tezin hazırlanmasında yardımcı olan bütün arkadaşlarıma teşekkür ederim.

İstanbul, Mayıs 1996

Taysir ABU JARAD

## ÖZET

Gerekli inşaat mühendisliğinde, gerek bütün diğer mühendislik dallarında, nümerik metodların, (Solu eleman metodu, Sonlu farklar metodu ve sınır elemanları metodu gibi) uygulamalarda son derece önemli hale gelmesi, bu araştırmanın yapılmasına büyük bir neden olmuştur. Bu çalışmada son yıllarda fazlaca kullanılan sınır elemanları metodu dikkate alınarak uygulamada sıkça karşılaşılan su altına inşa edilen büyük hacimli yapılara tesir edecek dalga kuvvetlerinin belirlenmesi ele alınmıştır.

Bu araştırma beş bölümden oluşmaktadır, olup birinci bölüm, konunun mühendislik açısından genel tanımını, tezin amacı ve konu ile ilgili bazı çalışmaları kapsamaktadır. İkinci bölümde, dalga teorisi ve büyük hacimli yapılara etki eden dalga kuvvetleri açıklanmaktadır. Üçüncü bölümde görüleceği gibi, sınır elemanları metodunun özellikleri ve sınır integral denkleminin, sabit ve lineer elemanları metodlarıyla çözülmesi açıklanmıştır. Dördüncü bölümde, bilgisayar programının çözümü, kullanarak problemin nasıl çözüldüğünü ve çözüm aşamaları gösterilmektedir, ayrıca elde edilen sonuçlar tartışılmıştır. Beşinci bölümde ise, elde edilen sonuçlar özetlenmiştir. Ek bölümde gereken temel çözümler, Gauss integrasyon yöntemi ve bilgisayar programının iç çözümü göstermektedir.

## SUMMARY

The numerical methods using in practical engineering problems are not only necessary for civil engineering, but also the whole of engineering fields entire to make like this research.

This research have been used the boundary element methods to make solution for wave-structure interaction problem which we are always facing in our practical engineering fields.

This research consists of five sections; first of all, it identifies the imporant of subject for engineering, research target and some research which have been achieved in this subject. The second section explains wave theory and wave -structure interaction as well. The third section expresses the characteristics of boundary element methods and the solution of boundary integral equation by the linear elements method and constant elements method. The forth section demonstrates the problem solution using inside the computer solution and it shows the solution step by step. More over, the results have discussed. The fifth section the results and suggestion have been presented.

Finally; fundamental solution, Gauss integration system and the solution of the computer program are presented in appendix section.

# I. BÖLÜM

## GENEL GİRİŞ

### 1.1.Giriş

Dünyadaki açık deniz faaliyetleri son yıllarda hızla artarak başlı başına bir endüstri oluşturmuştur. Petrol platformlarının yanı sıra denizlerdeki depolama tanklarının, tanker yükleme platformlarının kazıklar üzerinde inşaa edilen deniz yapılarının ve denizaltı boru hatlarının da açık deniz yapıları grubuna girdiği ve açık deniz faaliyetlerinin araştırma, tasarım, makina imalatı, yapı inşaa ile birlikte yapının işletim süresince bakım ve onarımını da içerdiği göz önüne alındığında bu endüstrinin büyüklüğü ortaya çıkmaktadır.

Günümüzdeki anlamıyla açık deniz mühendisliği, 1940'ların sonlarına doğru petrol araştırmalarına yönelik ilk platformun Meksika körfezinde kurulması ile başlayan yeni bir uzmanlık alanıdır. Açık deniz çalışmaları sonraki yıllarda özellikle denizlerde petrol arama ve üretimine dönük olarak hızla artmıştır. 1960'lı yıllarda Kuzey denizi'nde petrol bulunması açık deniz mühendisliğine yeni boyutlar getirmiş, araştırmaların hızla artması kullanılan yapı türlerinin ve tasarım yöntemlerinin gelişmesine ve çeşitlenmesine olanak sağlamıştır. Günümüzde açık deniz yapıları petrol arama ve üretim faaliyetlerinin yanı sıra liman mühendisliğinde, denizlerde maden aranmasında, deniz dalgalarından enerji üretiminde ve benzeri bir çok alanda kullanılmaktadır.

Uzun bir kıyı şeridine sahip olan Türkiye'de denize dönük çalışmalar gün geçtikçe artmakta ve buna paralel olarak deniz yapıları çeşitlenmekte ve yaygınlaşmaktadır. Türkiye'de açık deniz yapıları henüz çok yaygın olarak kullanılmamakla birlikte bu tip yapıların tasarım ve inşaa ise ileri teknoloji ve bilgi düzeyi gerektirmektedir. Açık deniz yapıları tasarlanırken yapının imalat ve işletimi

süresince etkileneceği yüklerin tahmini önemli bir mühendislik problemidir. Geçmişteki kazalar büyük kayıplara neden olurken, bu tip yapıların tasarım ve inşasında seçilecek olan yöntemlerin yeterli ve güvenilir olmaları gerekliliğini ortaya koymuştur. Bu bölümde, açık deniz yapılarına etki eden yüklerin ve yükleri analizi genel hatları belirtmeyi amaçlamaktadır.

## 1.2. Açık Deniz Yapılara Etki eden Yükler

Açık deniz yapıları tasarlanırken her evrede yapının veya yapının bir parçasının boyutlandırılmasını etkileyecek olan tüm yükler göz önüne alınmalıdır. Yükler aşağıdaki şekilde sınıflandırılabilir;

1. Sürekli yükler
2. Hareketli yükler
3. Deformasyon sonucu oluşan yükler
4. Çevresel yükler
5. Kaza eseri oluşan yükler

Sürekli yükler gözetilen aşama sonuna kadar konum ve büyüklük olarak farklılık göstermeyen yüklerdir. Yapının öz ağırlığı, üzerindeki sabit donanım ve ekipman bu gruba dahildir. Sürekli yükler malzemenin hacim ve özgül ağırlığına bağlı olarak hassas bir şekilde tanımlanabilir ve tasarımda genellikle tahmin edilen sürekli yüklerin ortalama değerleri kullanılır, Det Norske (1981).

Hareketli yükler, yapının kullanımıyla ilintili olan ve zamanla büyüklük ve konumları değişebilen yükler. Bunlar; yapı üzerinde sabit olmayan makina ve donanım, depolama tanklarındaki sıvıların ağırlıkları, vinç ve helikopterlerin çalışması ve gemilerin bağlanması ile oluşan yüklerdir. Tasarımda kullanılacak hareketli yük değerleri yapının özelliklerine ve yüklerin büyüklüklerine göre ortalama veya en yüksek değerler olabilir, Det Norske (1981).

Deformasyon yükleri zaman içinde ısı farklılıklarına, ön gerilmelere düzenli olmayan zemin oturmalarına bağlı olarak oluşur. Deformasyon yükleri için pratik olarak genellikle olası en yüksek değerler kullanılmaktadır, Det Norske (1981).

Çevresel yükler rüzgar, dalga, akıntı, kar, buz, deprem ve benzeri çevresel etkilerin sonucudur. Yapıyı etkileyecek çevresel yüklerin değişken oluşu ve bilirsizlikler göstermesi, bu yüklerin istatistiksel olarak tanımlanmasını zorunlu kılar. Bu amaçla genellikle “yineleme dönemi” terimi kullanılır. Yineleme dönemi, en yüksek çevresel yükün ard arda oluşması için geçen tahmini süredir. Yapının emniyet ve dayanımı her evrenin tamamlanması için tahmin edilen sürede oluşabilecek en yüksek yüklemelere göre kontrol edilmelidir.

Kaza eseri oluşan yükler gemilerin ve düşen cisimlerin çarpma etkisi, patlama ve yangın ile deprem kuvvetleridir. Kaza eseri oluşan yük değerlerinin seçiminde yapının tipi, kullanım amacı ve benzeri faktörler gözletilmelidir.

### **1.3. Açık Deniz Yapılara Etki eden Yüklerin Analizi**

Açık deniz yapıları tasarlanırken, çevresel ve yapısal yüklemeler ve yapının tepkisi etkileşimli olarak incelenmelidir. Çevresel yüklemelerden başlayarak yapısal yükleme ve tepkilerin hesaplanması aşağıdaki şekilde sıralanabilir;

- a. Yapının çevresindeki dalga ve akıntı ikliminin, dalga ve akıntı ölçümlerine veya meteorolojik verilere bağlı olarak tanımlanması
- b. Tasarım dalga ve akıntı özelliklerinin belirlenmesi
- c. Yapının üzerindeki dalga ve akıntı kuvvetlerin (hidrodinamik kuvvetlerin) hesaplanması
- d. Yapının tepkisinin hesaplanması
- e. Yapısal yüklemelerin, yani tabandaki gerilmeler ile moment ve burulmaların hesabı
- f. Taşıma ve batırmadan oluşan etkilerin analizi
- g. Yapının yorulma analizi
- h. Zemin analizi, (kazıklı zeminlerde kazık boyutlarının ve derinliklerinin belirlenmesi)
- i. Kazık çakma analizi
- j. Bağlantı analizi, (yapı elemanları bağlantılarının emniyetli olup olmadıklarının araştırılması)

#### 1.4. Tezin Amacı

Genel olarak her hangi bir mühendislik problemi analitik olarak çözülebilmektedir. Ancak bazı problemlerin analitik çözümü kolay olmadığından,

nümerik metodların (sonlu elemanlar metodu, sonlu farklar metodu ve sınır elemanları metodu gibi), başvurulmasına sebep olmuştur.

Bu çalışmada, büyük hacimli yapılara etki eden dalga kuvvetleri belirlenmesinde, sınır elemanları metodu kullanılmaktadır. Yapıya etkiyen kuvvet veya basınç dalgaya ait hız potansiyelinden hesaplanmaktadır. Örnek yapı olarak, alınan deniz tabanına serbestçe oturan yarım ve tam silindirdir. Sınır elemanları yöntemi, sınır değer probleminin klasik integral denklem formülasyonuna dayanmaktadır. Bu formülasyonun teorik ağırlıklı olduğunu düşünülebilir. Ancak bilgisayar teknolojisindeki gelişme bu metodu bugün artık bilimde bir çok pratik problemin sayısal çözümünü elde etmek için yaygın olarak kullanılan genel bir yöntem haline getirmiştir.

### 1.5. Konu ile İlgili Çalışmalara Genel Bakış

Deniz tabanına yerleştirilen yarım küre, yarım silindir ve tam silindir değişik derinliklerde, lineer difraksiyon teorisi kullanarak dalga hız potansiyeli sınır değerleri, sınır elemanları metodu, Greenin ikinci yöntemi kullanarak nonlineer dalga kuvvetleri bir çok araştırmacı tarafından incelenmiştir, bunların başında, Mokcany ve Fuchs (1954), Charaborti (1971), Gaurson (1972), Jen ve Skjelbreia (1972), ve Rahman elal (1975), dir.

## II. BÖLÜM

### BÜYÜK HACİMLİ YAPILARA TESİR EDEN

### DALGA KUVVETLERİ

#### 2.1. Giriş

Bir yapıya yaklaşan akım yapının yüzeyinde, yapının ön veya arka tarafında vortekslerin şekillenmesine neden olacak şekilde - akımın doğrultusuna bağlı olarak - ayrılıyorsa Morrison denklemi uygulanır. Ancak yaklaşan dalga yapının yüzeyine vardığında, yaklaşan dalganın büyüklüğüne göre yansımaya neden olacak şekilde saçılıyorsa bu taktirde, dalga kuvvetinin hesabında difraksiyon teorisi uygulanmalıdır. Diğer taraftan, yapının yüzeyinden ne yeterince bir saçılma -yapı dalga uzunluğu ile karşılaştırıldığında çok küçük değil- ne de yansıma mevcut ise bu durumda Froude - Krylov teorisi potansiyel teori çerçevesi içinde uygulanabilir.

#### 2.2. Froude - Krylov Kuvveti

Froude-Krylov teoresine göre bir yapı üzerine tesir eden kuvvetler, yapının yüzeyine yaklaşan dalgaların meydana getirdiği basınç nedeniyle, basınç - alan metodu yardımıyla hesaplanabilir. Böylece kuvvetlerin hesabı, dalgalar yapıya tesir edinceye kadar sanki yapı orada yokmuş gibi yapılır. Yapılan bu kabul nedeniyle bu yaklaşım pratik uygulamalarda sınırlı kalmaktadır. Ancak batık yapılarda tesir eden dalga kuvvetleri ile ilgili problemlerin anlaşılmasını son derece kolaylaştırmaktadır. Froude - Krylov teorisinden elde edilen kuvvetler, yapının mevcudiyeti nedeniyle etrafındaki salınımlı akışkan akımının değişiminden dolayı, bir takım düzeltmeler yapılmadan kullanılmaz. Eğer akım çevrintili ve difraksiyon etkisinin çok küçük olduğu kabul edilirse, bu düzeltme, kuvvet katsayısı yardımıyla yapılabilir. Rölatif boyut

parametresinin oldukça geniş bir aralığında, tek bir kuvvet katsayısının, difraksiyon etkisinin etkin olduğu Froude-Krylov kuvvetiyle orantılı olmayan kuvvetler için elde edilmesi mümkün olmayabilir. Froude - Krylov kuvvetleri belirlenmesi için burada dikkate alınan yapılar aşağıda sıralanmaktadır:

1. Yatay silindir
2. Yatay yarı silindir
3. Yarı küre
4. Küre
5. Düşey silindir
6. Dikdörtgen blok
7. Yatay dairesel blok

### 2.2.1. Genel Teori

Dalga kuvvetinin hesabında Froude - Krylov metodu için genel formüller aşağıda özetlenmiştir. Dalga teorilerinden herhangi biri uygulanabilir. Ancak, sadece bir kaç halde kuvvetler kapalı formda elde edilmesi mümkün olabilir. Lineer dalga teorisi dalgaların tanımlanmasındaki matematik teorilerin en basitidir. Bu teori esas alındığında, dinamik dalga basıncı ifadesi;

$$P = \rho g \frac{H \cosh ks}{2 \cosh kd} \cos(kx - \omega t) \quad (2.1)$$

ile verilir. Değişik yapılar için koordinat sistemi aşağıda tariflenecektir. (2.1) denklemindeki P batık yapının yüzeyine normal olarak tesir eden statik yükün üzerindeki basıncı vermektedir. Bulunan basıncın yapının yüzeyi boyunca integrale edilmesiyle kuvvet hesaplanabilir. Yatay ve düşey kuvvet bileşenleri;

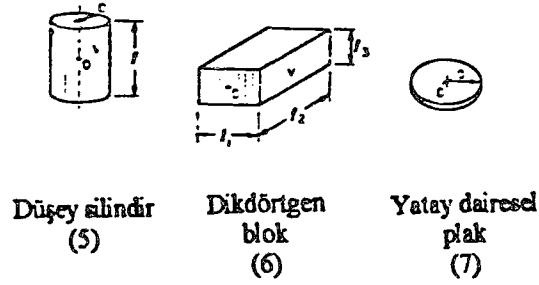
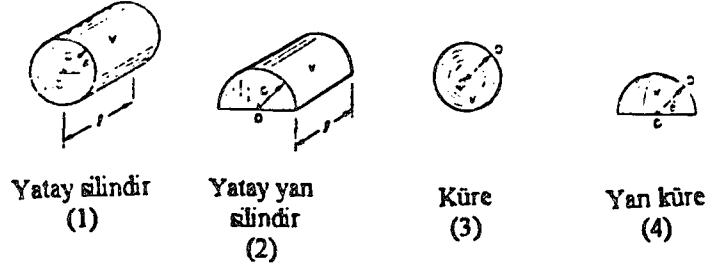
$$F_x = C_H \iint_S p n_x ds \quad (2.2)$$

$$F_y = C_V \iint_S p n_y ds \quad (2.3)$$

ile ifade edilebilir.

Burada  $C_H$  ve  $C_V$ , yatay ve düşey kuvvet katsayıları,  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $x$  ve  $y$  doğrultusundaki normallerdir,  $ds$ , batık yapının elemanter yüzey alanıdır. İntegrasyon batık yapının tüm yüzeyi boyunca yapılmalıdır.  $C_H$  ve  $C_V$  katsayıları Froude Krylov teoresi yardımıyla belirlenemez, ancak yapı etrafındaki akışkan akımı için toplam kuvvetin dikkate alınması ile elde edilen değerlerdir.

Genelde bu metodun uygulanmasında katsayılar sınırlı uygulamaya sahiptirler. Bu katsayılar için bazı basit şekiller için verilmiş değerler mevcuttur. Bu katsayılar Morrison denkleminde kullanılan atalet katsayısı ile karıştırılmamalıdır. (2.2) ve (2.3) integralleri şekil 2.1'de gösterilen yapılar için gerçekleştirilmiştir.



Şekil 2.1. Basit yapıların şekilleri ve merkezlerinin yerleri.

### 2.2.1.1. Yatay Silindir

Yatay silindir halinde, silindir yeterince uzun kabul edildiğinde uç etkileri ihmal edilebilir ve problem iki boyutlu olarak işlenir. Dalga ortogenalı silindirin normalıdır, şekil 2.1'de görüldüğü gibi kutupsal koordinat sistemi, silindir eksenini deniz tabanında  $\epsilon_0$  mesafesinde olduğu kabul edilerek kullanılmıştır. Silindirin yarıçapı  $a$ , uzunluğu  $l$  ve koordinat sistemi  $(x, s)$  ile gösterilmiştir;

$$x = a \cos \theta \quad (2.4)$$

$$s = a \sin \theta + \epsilon_0 \quad (2.5)$$

$l$  Uzunluğundaki silindir üzerindeki elementer alan ( $ds$ );

$$ds = a.l.d\theta \quad (2.6)$$

burada,  $\theta$  düşey düzlemde  $x$  eksenini ile yapılan açıyı göstermektedir. Silindir yüzeyi üzerindeki  $ds$  elemanına tesir eden hidrodinamik basınç değişimi sadece silindir

uzunluğuna normal doğrultuda olduğundan (2.2) ve (2.3) ifadelerindeki çift katlı integral tek katlı integrale indirgenir. Yatay kuvvet (2.4) ve (2.5) ifadelerinden ( $x$ ,  $s$ ) değerleri (2.1) ve daha sonra bu da (2.2) ifadesinde yerleştirilerek bulunur.

$$F_x = C_H \rho g \frac{H a l}{2 \cosh kd} \int_0^{2\pi} \cosh k(a \sin \theta + s_0) \cos(ka \cos \theta - \omega t) \cos \theta d\theta \quad (2.7)$$

burada,  $n_x = \cos \theta$  ve  $\theta$ , 0 ile  $2\pi$  arasında silindirin çevresi boyunca  $\theta$ 'ya göre integrasyon gerçekteştirilir.  $\cosh$  ve  $\cos$  terimlerinin açılmasıyla dört ayrı integral elde edilir simetriden dolayı bu integrallerin üçü sıfır olur, böylece;

$$\int_0^{2\pi} \cosh(ka \sin \theta) \sin(ka \cos \theta) \cos \theta d\theta = \pi ka \quad (2.8)$$

elde edilir. Bu integralin değerlendirilmesi için metodlardan biri  $\cosh$  ve  $\sin$  fonksiyonlarını sonsuz seriye açmaktır ve sağ taraftaki sadece birinci terim alınır diğer terimler sıfırdır, o halde;

$$F_x = C_H \rho g \frac{H k a^2 l}{2 \cosh kd} \cosh ks_0 \sin \omega t \quad (2.9)$$

bu ifade silindir ekseninde su zerreciklerinin yatay ivme,  $\dot{U}_0$ , ve silindir hacmi  $V = \pi a^2 l$  parametreleri cinsinden yazılabilir;

$$F_x = C_H \rho V \dot{U}_0 \quad (2.10)$$

Düşey kuvvet (2.7) ifadesine benzer olarak ifade edilir.

$$F_y = C_v \rho g \frac{H a l}{2 \cosh k d} \int_0^{2\pi} \cosh k(a \sin \theta + s_0) \cos(k a \cos \theta - \omega t) \sin \theta d\theta \quad (2.11)$$

burada sıfır olmayan integral;

$$\int_0^{2\pi} \sinh(k a \sin \theta) \cos(k a \cos \theta) \sin \theta d\theta = \pi k a \quad (2.12)$$

bu takdirde düşey kuvvet;

$$F_y = C_v \pi \rho g \frac{H k a^2 l}{2 \cosh k d} \sinh k s_0 \cos \omega t \quad (2.13)$$

şeklinde bulunur, buda silindir ekseninde  $\dot{V}_0$  düşey ivme cinsinden;

$$F_y = C_v \rho V \dot{V}_0 \quad (2.14)$$

şeklinde yazılır. Yatay silindir üzerinde etkili yatay ve düşey kuvvetlerin ifadeleri Morrison denkleminin atalet terimi için verilen ifadeye indirgenir.

### 2.2.1.2. Yatay Yarı Silindir

Yatay yarı silindirin genelde deniz tabanına oturduğu kabul edilir. Ancak, yarı silindir yüzeyindeki kuvvetlerin türetilmesi, gerekli koordinat sistemi yatay silindirinki ile benzerdir, eksen tabandan  $s_0$  mesafesinde bulunan yarı silindire etkili yatay kuvvet ifadesi (2.7) eşitliğine benzerdir ve burada integrasyon sınırları artı  $0$ 'dan  $\pi$ 'ya kadardır.

Dört integral  $\cosh$  ve  $\cos$  terimlerinden türetildiğinde, ikisinin sıfırdan farklı olduğu görülür. Birinci integral daha öncesindeki gibidir;

$$\int_0^{\pi} \cosh(ka \sin \theta) \sin(ka \cos \theta) \cos \theta d\theta = \frac{\pi}{2} ka \quad (2.15)$$

buna karşın ikincisi aşağıdaki forma sahiptir;

$$C_1 = \frac{2}{\pi ka} \int_0^{\pi} \sinh(ka \sin \theta) \sin(ka \cos \theta) \cos \theta d\theta \quad (2.16)$$

$\frac{2}{\pi ka}$  terimi, bir önceki integrale benzerliğin sağlanması amacıyla bir katsayı gibi dikkate alınursa ve

$$e^{i\theta} = Z \quad (2.17)$$

ifadesi yerine konursa, integral;

$$C_1 = \frac{1}{\pi ka} \int_1^{-1} \left[ \cos(kaz) - \cos\left(\frac{ka}{z}\right) \right] dz \quad (2.18)$$

haline indirgenir ve integrasyon gerçekleştirildiğinde;

$$C_1(ka) = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{\cos(ka)}{ka} - \frac{\sin(ka)}{(ka)^2} + S_1(ka) \right] \quad (2.19)$$

elde edilir, burada  $S_i(ka)$ ,  $\int_0^{ka} \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) d\alpha$  integralidir.

Nümerik değerleri tablo (2.1)'de  $ka$ 'nın fonksiyonu olarak verilmiştir. yatay yarı silindir için toplam yatay kuvvet;

$$F_x = C_H \pi \rho g \frac{Hka^2 l}{4 \cosh kd} [\cosh ks_0 + C_1(ka) \sinh ks_0] \sin \omega t \quad (2.20)$$

ile ifade edilir, bu ifade aynı zamanda;

$$F_x = C_H \rho V [\dot{U}_0 + C_1(ka) \omega v_0] \quad (2.21)$$

şeklinde yazılabilir. Burada hacim  $V = \left( \frac{\pi}{2} \right) a^2 l$  ve  $v_0$  akışkan zerreciğinin düşey hızıdır.

Silindir tabana oturduğunda  $s_0 = v_0 = 0$ . Dolayısıyla yatay kuvvet;

$$F_x = C_H \rho V \dot{U}_0 \quad (2.22)$$

şeklinde ifade edilir. Bu kuvvet yatay silindir hali ile benzerdir.

Yatay yarı silindire etkili düşey kuvvet (2.11) ifadesinden elde edilebilir, integral limitleri 0'dan  $\pi$ 'ya kadardır; burada trigonometrik açılımdaki iki integral yine sıfırdan farklıdır, birincisi;

$$\int_0^{\pi} \sinh(ka \sin \theta) \cos(ka \cos \theta) \sin \theta d\theta = \frac{\pi}{2} ka \quad (2.23)$$

şeklindedir, ikincisi ( $\frac{2}{\pi ka}$  faktörüyle);

Tablo 2.1 C1 - C4 integrallerinin ka ile değişimleri

| ka  | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | C <sub>4</sub> |
|-----|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0.1 | 0.037          | 15.019         | 0.042          | 12.754         |
| 0.2 | 0.075          | 7.537          | 0.085          | 6.409          |
| 0.3 | 0.112          | 5.056          | 0.127          | 4.308          |
| 0.4 | 0.149          | 3.825          | 0.169          | 3.268          |
| 0.5 | 0.186          | 3.093          | 0.210          | 2.652          |
| 0.6 | 0.223          | 2.612          | 0.252          | 2.249          |
| 0.7 | 0.259          | 2.273          | 0.292          | 1.966          |
| 0.8 | 0.295          | 2.024          | 0.332          | 1.760          |
| 0.9 | 0.330          | 1.834          | 0.372          | 1.603          |
| 1.0 | 0.365          | 1.685          | 0.411          | 1.482          |
| 1.5 | 0.529          | 1.273          | 0.591          | 1.156          |
| 2.0 | 0.673          | 1.105          | 0.745          | 1.034          |
| 2.5 | 0.792          | 1.031          | 0.867          | 0.989          |
| 3.0 | 0.886          | 0.999          | 0.957          | 0.977          |
| 3.5 | 0.955          | 0.989          | 1.015          | 0.978          |
| 4.0 | 1.000          | 0.987          | 1.045          | 0.985          |
| 4.5 | 1.025          | 0.990          | 1.054          | 0.993          |
| 5.0 | 1.034          | 0.994          | 1.047          | 0.998          |

$$C_2 = \frac{2}{\pi ka} \int_0^{\pi} \cosh(ka \sin \theta) \cos(ka \cos \theta) \sin \theta d\theta \quad (2.24)$$

buradan;

$$C_2(ka) = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{\cos(ka)}{ka} + \frac{\sin(ka)}{(ka)^2} + S_1(ka) \right] \quad (2.25)$$

$C_2$ 'nin nümerik değerleri tablo2.1'de verilmiştir. Toplam düşey kuvvet;

$$F_y = C_v \pi \rho g \frac{Hka^2}{4 \cosh kd} [\sinh ks_0 + C_2(ka) \cosh ks_0] \cos \omega t \quad (2.26)$$

veya

$$F_y = C_v \rho V [\dot{V}_0 + C_2(ka) \omega u_0] \quad (2.27)$$

şeklinde ifade edilir, burada  $u_0$  = yarı silindir ekseninde su zerreciğinin yatay hız bileşenidir. Yatay kuvvetten farklı olarak, düşey kuvvet yarı silindir deniz tabanına serbest oturması durumunda sadece ivme terimi dikkate alınarak yazılmayabilir.

### 2.2.1.3. Küre

Küre şeklinde dikkate alınan yapı merkezinin deniz tabanından  $S_0$  mesafesinde ve tam batık olduğu varsayılarak incelenmiştir. Koordinat sistemi, şekil 1.1'de görüldüğü gibidir. Kartezyen koordinat sisteminden, küresel koordinat sistemine dönüşüm aşağıda verilen bağıntılarla yapılabilir;

$$x = a \sin \theta \cos \psi \quad (2.28)$$

$$s = a \cos \theta + s_0 \quad (2.29)$$

burada,  $a$ =kürenin yarıçapı,  $\theta$ = $s$  eksenine ile yapılan açı ve  $\psi$ =yatay düzlemle yapılan açı.  
 $x$  doğrultusunda yatay kuvvet;

$$F_x = C_H \iiint_s p \sin \theta \cos \psi ds \quad (2.30)$$

burada,  $ds$  elementer yüzey alanıdır ve

$$ds = a^2 \sin \theta d\theta d\psi \quad (2.31)$$

ile ifade edilir.

(2.28) ve (2.29) ifadelerinden küresel koordinatlar cinsinden  $ds$  ve  $p$  terimleri yerine konursa;

$$F_x = C_H \rho g \frac{Ha^2}{2 \cosh kd} \int_0^{\pi} \cosh k(a \cos \theta + s_0) \sin^2 \theta \times \left[ \int_0^{2\pi} \cos(ka \sin \theta \cos \psi - \omega t) \cos \psi d\psi \right] d\theta \quad (2.32)$$

elde edilir, integraller;

$$\int_0^{2\pi} \cos(ka \sin \theta \cos \psi - \omega t) \cos \psi d\psi = 2\pi J_1(ka \sin \theta) \sin \omega t \quad (2.33)$$

ve

$$\int_0^{\pi} \cosh(ka \cos\theta) J_1(ka \sin\theta) \sin^2 \theta \, d\theta = \frac{2}{3} ka \quad (2.34)$$

dir.

Son integralın değerlendirilmesi daha önce olduğu gibidir, diğer integral sıfıra eşdeğerdir. Bu durumda toplam yatay kuvvet aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$F_x = C_H 2\pi\rho g \frac{Hka^3}{3 \cosh kd} \cosh ks_0 \sin \omega t \quad (2.35)$$

bu aynı zamanda;

$$F_x = C_H \rho V \dot{U}_0 \quad (2.36)$$

şeklinde ifade edilebilir, burada  $\left( V = \frac{4\pi a^3}{3} \right)$  kürenin hacmi ve  $\dot{U}_0$ , küre merkezinde, su zerreciğinin yatay ivmesidir.

Küreye etkili düşey dalga kuvveti, elemanter olan üzerinde kuvvetin cosinus bileşenin integrasyonu ile aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$F_y = C_v \iint_S P \cos\theta \, ds \quad (2.37)$$

P ve ds'nin değerleri yerine konduğu, integrasyon limitleri dikkate alınır;

$$F_y = C_v \rho g \frac{H a^2}{2 \cosh kd} \int_0^{\pi} \cosh(a \cos \theta + s_0) \sin \theta \cos \theta \times \left[ \int_0^{2\pi} \cos(ka \sin \theta \cos \psi - \omega t) d\psi \right] d\theta \quad (2.38)$$

integraller aşağıdaki gibi değerlendirilirse;

$$\int_0^{2\pi} \cos(ka \sin \theta \cos \psi - \omega t) d\psi = 2\pi J_0(ka \sin \theta) \cos \omega t \quad (2.39)$$

ve

$$\int_0^{\pi} \sinh(ka \cos \theta) J_0(ka \sin \theta) \sin \theta \cos \theta d\theta = \frac{2}{3} ka \quad (2.40)$$

diğer integraller ise sıfırdır; bu durumda, düşey kuvvet;

$$F_y = C_v 2\pi \rho g \frac{H ka^3}{3 \cosh kd} \sinh ks_0 \cos \omega t \quad (2.41)$$

bu aynı zamanda;

$$F_y = C_v \rho V \ddot{v}_0 \quad (2.42)$$

şeklinde yazılabilir;

#### 2.2.1.4. Yarı Küre

Yarı küre için koordinat sistemi ve kuvvetlerin türetilmesi küreninkinin benzeridir. Yarı küresel yapının genellikle deniz tabanına oturduğu kabul edilir, ancak burada yapılacak işlemlerde yarı kürenin merkezinin tabanda  $S_0$  mesafesinde bulunduğu kabul edilecektir. Yarı küre yapı için yatay kuvvet (2.32) ifadesinin aynısıdır, ancak birinci integralin limitleri sıfırdan  $\frac{\pi}{2}$ 'ye kadardır. (2.34) denklemleri ile verilen durumda üst limit  $\frac{\pi}{2}$  alınır ve bu durumda  $\frac{ka}{3}$  değerini alacaktır. Diğer integral  $\frac{3}{ka}$  faktörü dahil edildiğinde;

$$C_3 = \frac{3}{ka} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sinh(ka \cos \theta) J_1(ka \sin \theta) \sin^2 \theta d\theta \quad (2.43)$$

sıfır olmayacaktır.

Bu hiperbolik fonksiyon açılımı yapıp terim terim integre edilirse Abramowitz ve Stegun (1970), sonuçta aşağıdaki seri elde edilir;

$$C_3(ka) = 3 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n n!}{(2n+1)!} (ka)^{n-1} J_{n+2}(ka) \quad (2.44)$$

$C_3$  aldığı değerler tablo 2.1'de  $Ka=0.1-5.0$  değerleri için verilmiştir. Toplam yatay kuvvet aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$F_x = C_H \pi \rho g \frac{Hka^3}{3 \cosh kd} [\cosh ks_0 + C_3(ka) \sinh ks_0] \sin \omega t \quad (2.45)$$

veya eşdeğer olarak;

$$F_x = C_{HP}V[\dot{U}_0 + C_3(ka)\omega V_0] \quad (2.46)$$

Tabana oturmuş yarı küre için ( $S_0=V_0=0$ )

$$F_x = C_{HP}V\dot{U}_0 \quad (2.47)$$

Düşey kuvvet için birinci integralde sınır  $\frac{\pi}{2}$  değeri (2.38) ifadesinde kullanılır. Bu durumda integral (2.40) eşitliğine  $\frac{ka}{3}$  değerine sahip olarak eşdeğer olur ve ikinci integral ise  $\frac{3}{ka}$  faktörü ile,

$$C_4 = \frac{3}{ka} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cosh(ka \cos \theta) J_0(ka \sin \theta) \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (2.48)$$

değerlendirildiğinde;

$$C_4(ka) = 3 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n n!}{(2n)!} (ka)^{n-1} J_{n-1}(ka) \quad (2.49)$$

$C_4$  değeri yine tablo 2.1' de verilmiştir. Böylece toplam düşey kuvvet;

$$F_y = C_v \pi \rho g \frac{Hka^3}{3 \cosh kd} [\sinh ks_0 + C_4(ka) \cosh ks_0] \cos \omega t \quad (2.50)$$

buda

$$F_y = C_v \rho V [\dot{V}_0 + C_4(ka)\omega U_0] \quad (2.51)$$

formuna indirgenir, dikkat edilirse, yatay yarı silindir halindeki gibi tabana oturmuş yarı küre halinde düşey kuvvet yalnızca düşey ivme terimi ile yazılmaktadır.

### 2.2.1.5. Düşey Silindir

Düşey silindir halinde, yatay doğrultuda sıfırdan farklı bir kuvvet mevcuttur, silindirik koordinatlar yardımıyla;

$$x = a \cos \theta \quad (2.52)$$

ve elemanter alanı;

$$ds = a d\theta ds \quad (2.53)$$

burada,  $a$  = silindirin yarıçapı, silindirin uzunluğu 1 ve silindirin düşey koordinatlarının merkezi  $s_0$  mesafesinde ise, yatay kuvvet;

$$F_x = C_H \rho g \frac{Ha}{2 \cosh kd} \int_{s_0 - \frac{1}{2}}^{s_0 + \frac{1}{2}} \cosh ksd s \int_0^{2\pi} \cos(ka \cos \theta - \omega t) \cos \theta d\theta \quad (2.54)$$

ikinci integral, birinci mertebeden Bessel fonksiyonunu verir ve toplam yatay kuvvet;

$$F_x = C_H \pi \rho g \frac{H_a}{k \cosh kd} \left[ \sinh k \left( S_0 + \frac{1}{2} \right) - \sinh k \left( S_0 - \frac{1}{2} \right) \right] J_1(ka) \sin \omega t \quad (2.55)$$

düşey silindirin merkezinde su zerreciğinin yatay ivme terimi ile yazılabilir, böylece;

$$F_x = C_H \rho V \frac{2J_1(ka)}{ka} \frac{\sinh\left(\frac{kl}{2}\right)}{\left(\frac{kl}{2}\right)} \dot{U}_0 \quad (2.56)$$

### 2.2.1.6. Dikdörtgen Blok

Dikdörtgen bloğun  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  boyutlarına sahip olduğu varsayılın, burada  $l_3$  yükseklik,  $l_2$  ise dalganın ortogonaline dik mesafedir. Bloğun ekseninden  $S_0$  mesafede deniz tabanından bulunduğu durum için bloğun ön ve arka yüzeylerinde integrallerin farkıyla (2.2) ifadesinden yatay kuvvet;

$$F_x = C_H \rho g \frac{H l_2}{2 \cosh kd} \int_{S_0 - \frac{l_3}{2}}^{S_0 + \frac{l_3}{2}} \cosh k s ds \left[ \cos\left(\frac{kl_1}{2} - \omega t\right) - \cos\left(\frac{kl_1}{2} + \omega t\right) \right] \quad (2.57)$$

ile ifade edilir. integrasyon işlemi kolaydır. Blok hacmi  $V = l_1 * l_2 * l_3$  ve bloğun merkezinde su zerreciğinin yatay ivme terimi dikkate alınarak;

$$F_x = C_H \rho V \frac{\sinh\left(\frac{kl_3}{2}\right) \sin\left(\frac{kl_1}{2}\right)}{\left(\frac{kl_3}{2}\right) \left(\frac{kl_1}{2}\right)} \dot{U}_0 \quad (2.58)$$

benzer olarak;

$$F_y = C_v \rho g \frac{H l_2}{2 \cosh kd} \left[ \cosh k(s_0 + l_3/2) - \cosh k(s_0 - l_3/2) \right] \times \int_{-l_1/2}^{l_1/2} \cos(kx - \omega t) dx \quad (2.59)$$

buda;

$$F_y = C_v \rho V \frac{\sinh\left(\frac{kl_3}{2}\right) \sin\left(\frac{kl_1}{2}\right)}{\left(\frac{kl_3}{2}\right) \left(\frac{kl_1}{2}\right)} \dot{V}_0 \quad (2.60)$$

şeklinde yazılabilir.

#### 2.2.1.7. Dairesel Disk

Yatay dairesel bir disk düşey silindirin veya yarı kürenin uç başlığı olarak kullanılabilir. Bunun için, bu yapının bir yüzünde düşey kuvvet hesaplanırken diğer yüzünün dalga etkisinde kalmadığı düşünülür. Üst yüzeye tesir eden kuvvet alt yüzeye tesir eden kuvvete eşdeğerdir, ancak ters doğrultuda olacaktır.

Disk yüzeyi üzerindeki eleman;

$$ds = rd\theta dr \quad (2.61)$$

bu durumda düşey kuvvet;

$$F_y = C_v \rho g \frac{H}{2 \cosh kd} \cosh ks_0 \left[ \int_0^a \int_0^{2\pi} \cos(kr \cos\theta - \omega t) d\theta \right] r dr \quad (2.62)$$

burada,  $S_0$ =diskin konumudur, parantez içindeki integral derecesi sıfır olan birinci mertebeden Bessel fonksiyonuna indirgenir;

$$\int_0^{a_0} r J_0(kr) dr = \frac{a}{k} J_1(ka) \quad (2.63)$$

disk yüzeyindeki düşey kuvvet ise;

$$F_y = C_v \rho \frac{(\pi a^2)}{k} \frac{2J_1(ka)}{ka} \omega U_0 \quad (2.64)$$

dir.

### 2.2.2. Kuvvet Katsayıları

Şimdiye kadar  $C_H$  ve  $C_v$  kuvvet katsayıları hakkında uygun bir değer verilememiştir. Tüm şartlar altında (yani dalga yapı boyutlarında) bir yapı tipi için bir kuvvet katsayısı tanımlanmamıştır. Bir sonraki bölümden de görüleceği gibi bu kuvvet katsayıları  $ka$  difraksiyon parametresinin fonksiyonudur, burada  $a$  yarıçap gibi karakteristik bir boyuttur. Ancak aşağıda belirtilen şartlarla karşılaşıldığında kuvvetlerin belirlenmesinde sabit değere sahip olabilir.

1. Yapı dalga uzunluğu ile karşılaştırıldığında küçüktür.
2. Dalga yüksekliği küçüktür.
3. Yatay silindir veya küre deniz tabanına çok yakın değildir. (örneğin en azından tabandan yarı çapı kadar uzaklıktadır) ve

#### 4. Yatay silindir veya küre gibi batık yapılar serbest yüzeye yakın değildir.

Tablo 2.2 Basit yapılar için atalet katsayıları

|                     | Yatay | Düşey | ka sınırları |
|---------------------|-------|-------|--------------|
| Yarı küre           | 1.5   | 1.1   | 0-0.8        |
| Küre                | 1.5   | 1.1   | 0-1.75       |
| Yatay yarı silindir | 2.0   | 1.1   | 0-1.0        |
| Yatay silindir      | 2.0   | 2.0   | 0-1.0        |
| Dikdörtgen blok     | 1.5   | 6.0   | 0-5.0        |

Tablo 2.2'de batık yapılar için tavsiye edilen  $C_H$  ve  $C_V$  yatay ve düşey kuvvet katsayıları verilmiştir. Bu tabloda ayrıca ka test sınırlarında gösterilmiştir. Eğer ka değeri bu sınırlarda çok büyük ise bu katsayılar uygulanamaz çünkü yapının boyutuna bağlı olarak difraksiyon etkisi söz konusu olacaktır. Aynı zamanda bu katsayıları üzerine taban veya serbest yüzey etkisinde mevcuttur.

### 2.3. Difraksiyon Teorisi

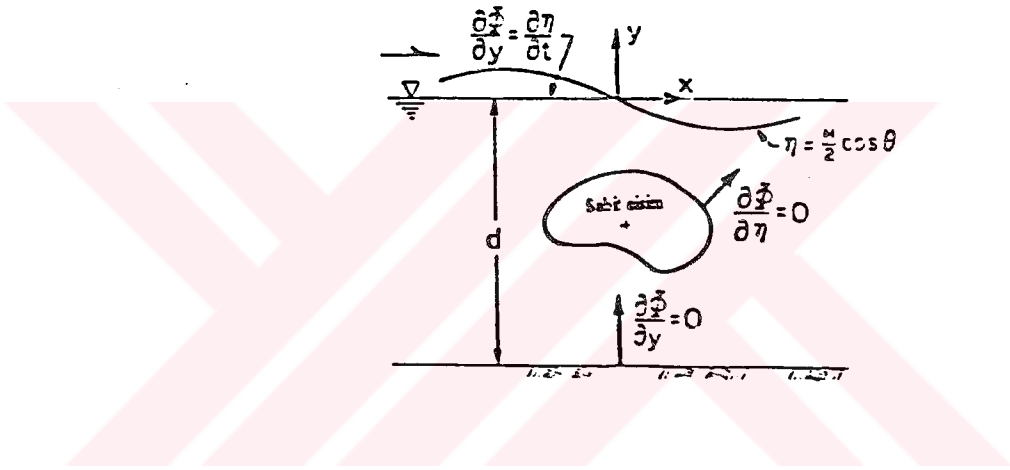
Yapı dalga uzunluğu ile karşılaştırıldığında büyük ise artık Morrison denklemi uygulanmaz. Özellikle yaklaşan dalganın ortogonaline dik yapının karakteristik boyutu önemli bir büyüklüğe sahip olması durumunda, yaklaşan dalga yapıdan saçılır ve difraksiyona uğrar. Yapının yüzeyinden dalgaların difraksiyona uğraması durumunda dalga kuvvetlerinin hesabında difraksiyon teorisi uygulanmalıdır.

Difraksiyon teorisinde sınır değer problemi aşağıdaki gibi gerçekleştirilir. Temel akım karakteristikleri salınımlı, sıkışmaz ve çevrintisiz kabul edilmektedir, böylece akışkan akım hızı  $\phi$  skaler potansiyelinin gradyanı ile ifade edilebilir. Potansiyel akım teoreti kabulü ile, toplam hız potansiyeli  $\phi$  yaklaşan (incident) ve saçılarak geri dönen

(scattered) potansiyel hız potansiyellerinin toplamı ile elde edilir. Laplace denklemi  $oxyz$  dikdörtgen kartezyen koordinat sisteminde yazıldığında, akışkan akım alanında;

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.65)$$

burada  $\phi = \phi(x, y, z, t)$ ,  $(x, y, z)$  akım alanında bir noktanın koordinatlarıdır, akım alanının potansiyeli  $t$  zamanına bağlı olarak hesaplanır. Problemin sınırları şekil 2.2'deki tanımlanmıştır.



Şekil 2.2 lineer difraksiyon problemi için sınır şartlarının tanımlanması.

İki serbest yüzey şartı dalga teorilerinde tanımlandığı gibidir, ancak burada toplam potansiyel  $\phi$  dikkate alınmaktadır.

1. Dinamik sınır şartı;

$$y=\eta \text{ için } \frac{\partial \phi}{\partial t} = g\eta + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] = 0 \quad (2.66)$$

burada,  $\eta$  =serbest yüzey fonksiyonu ve  $g$  =yerçekimi ivmesidir.

2. Kinematik sınır şartı;

$$y=\eta \text{ için } \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (2.67)$$

Deniz tabanının yatay olduğu kabul edilirse, taban sınır şartı su zerreciğinin düşey hızı sıfır olmalıdır. Hızlar, hız potansiyeli ile verilmiştir ve  $\phi$  koordinatlarda değişmektedir;

$$U = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad V = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad W = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2.68)$$

3. Taban sınır şartı;

$$y=-d \text{ için } \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (2.69)$$

Genel bir sınır şartı olarak, sınıra normal su zerreciği hız bileşeni yüzeyde bir noktadaki hıza eşit olduğu kabul edilir.

Eğer yüzey sakin durumda ise normal hız sıfırdır. Bu şart deniz tabanında olduğu gibi sabit batık yapının yüzeyinde de söz konusudur.

4. Cismin yüzey sınır şartı;

$$-d \leq y \leq \eta \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (2.70)$$

Bu sınır şartları (2.66)-(2.70) denklemlerinde yapıdan uzaktaki (sonsuz) şartlar hariç, akım alanında tüm sınırları tanımlamaktadır. Bu durum kısaca şöyle açıklanabilir.

Problem, hız potansiyelinin bulunmasıyla çözülür, t anında akım alanında verilen bir noktada, yaklaşan dalganın  $\phi_0$  ve yapının yüzeyinden dalgaların saçılarak geri dönmesiyle (veya difraksiyona uğrayan )  $\phi_s$  hız potansiyellerinin toplanmasıyla potansiyel fonksiyonu tariflenir. Bu durumda;

$$\phi = \phi_0 + \phi_s \quad (2.71)$$

burada,  $\phi$ ,  $\phi_0$  ve  $\phi_s$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , ve  $t$ 'nin fonksiyonudur.

$\phi_0$ , yaklaşan hız potansiyeli,  $\phi_s$ , difraksiyon hız potansiyeli, ve  $\phi$  toplam hız potansiyeli olarak adlandırılır,  $\phi_0$  yapının bulunmadığı andaki sınır değer problemini sağlar. Cisminin yüzey sınır şartı;

$$-d \leq y \leq \eta \quad \frac{\partial \phi_0}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_s}{\partial n} \quad (2.72)$$

şekilinde yazılır. Bu yaklaşan dalgadan dolayı cismin yüzeyindeki normal hıza eşittir ve difraksiyona uğrayan dalgadan dolayı, normal hıza ters doğrultudadır.

$\phi_s$  difraksiyon hız potansiyeli için diğer sınır şartı sonsuzdadır. Bu yapıdan çok uzaktaki bir bölgedeki difraksiyon hız potansiyelini olan radyal mesafe  $R$  ile tanımlanır, Sommerfeld radyasyon şartı yazılır;

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left( \frac{\partial}{\partial R} \pm i\lambda \right) \phi_S = 0 \quad (2.73)$$

burada,  $\lambda$ =eigen value ve  $i^2 = -1$  dir. Problem tamamıyla bir sınır değer problemidir, özellikle serbest yüzey şartı nedeniyle problem non-lineerdir ve genel bir çözüm sınırlı sayıda özel halde asimtotik çözümler için hariç mümkün değildir.

Bunun için  $\phi$ 'nın uygun bir çözümü  $\epsilon$  pertürbasyon parametresine bağlı olarak bir çeşit seriden elde edilir.

$$\phi = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \phi_n \quad (2.74)$$

burada,  $n$  teoremin mertebesini göstermektedir. Pertürbasyon parametresi genelde;

$$\epsilon = \frac{kH}{2} \quad (2.75)$$

ile verilir, burada  $k$  = dalga numarası,  $H$  = dalga yüksekliğidir. Böylece problemin non-lineerliği dalga dikliği terimi ile tanımlanır. Hız potansiyeli veya buna eşdeğer olarak, su yüzü profili  $\epsilon$ 'nin yüksek mertebeden serileri ile asimtotik olarak yaklaştığı varsayılır. Birinci mertebeden teori dalga dikliği, ikinci mertebeden teori ise dalga dikliği karesiyle orantılıdır. Su yüzü profilide seriye açılarak yazılır;

$$\eta = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \eta_n \quad (2.76)$$

burada  $\eta_1$ =birinci mertebeden dalganın profilidir. Bu seriler sınır değer probleminde yerine konduğunda  $\phi$ 'nın her hangi bir mertebesinde sınır değer proplemi elde edilir.

Sınır değer problemini tanımlamadan önce iki serbest yüzey şartını bir araya getirelim. Serbest yüzeyde;  $y = \eta(x,y,z)$ . O halde potansiyel;

$$\phi(x, y, z, t) = \phi[x, z, \eta(x, z, t), t] \quad (2.77)$$

(2.77) ifadesi  $Y = 0$  için, Taylor serisine açarsak;

$$\phi(x, z, \eta, t) = \phi(x, z, 0, t) + \eta \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{y=0} + \frac{1}{2} \eta^2 \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right)_{y=0} + \dots \quad (2.78)$$

$\phi$  ve  $\eta$  seriye açılmış terimleri yerine konduğunda (2.74) ve (2.76) denklemleri ve burada  $n=2$  için üstündeki terimler ihmal edilirse, serbest yüzeyde hız potansiyeli;

$$\phi(x, z, \eta, t) = \varepsilon \phi_1(x, z, 0, t) + \varepsilon^2 \left[ \phi_2 + \eta_1 \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right)_{y=0} \right] \quad (2.79)$$

Üçüncü mertebeden teoride (2.79) denklemindeki tüm terimler  $\varepsilon$ 'un üçüncü üstel terimde dahil edilerek dikkate alınır. (2.66) ifadesinde  $\phi$ 'ın bu değeri yerine konduğunda, dinamik sınır şartı aşağıdaki formu alır;

$y = 0$  için;

$$\varepsilon^2 \left[ g\eta_2 + \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi_2 + \eta_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right) + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 \right\} \right] + \varepsilon \left( g\eta_1 + \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.80)$$

$y = 0$  için (2.80) ifadesinde  $\phi_1$  ve  $\phi_2$  belirlenmelidir. Benzer olarak kinematik serbest yüzey şartı;

$y = 0$  için;

$$\varepsilon \left( \frac{\partial \eta_1}{\partial t} - \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right) + \varepsilon^2 \left[ \frac{\partial \eta_2}{\partial t} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \frac{\partial \eta_1}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \phi_2 + \eta_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right) \right] = 0 \quad (2.81)$$

(2.80) ve (2.81) denklemlerinden şu ana kadar bilinen işlemler yapılarak sıfıra eşitlenirse, iki birinci mertebeden ve iki ikinci mertebeden serbest yüzey şartları aşağıdaki gibi elde edilir;

$$y = 0 \text{ için} \quad g\eta_1 + \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = 0 \quad (2.82)$$

$$y = 0 \text{ için} \quad \frac{\partial \eta_1}{\partial t} - \frac{\partial \phi_1}{\partial y} = 0 \quad (2.83)$$

$y = 0$  için;

$$g\eta_2 + \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi_2 + \eta_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right) + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 \right\} = 0 \quad (2.84)$$

$y = 0$  için;

$$\frac{\partial \eta_2}{\partial t} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \frac{\partial \eta_1}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \phi_2 + \eta_1 \frac{\alpha \phi_1}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.85)$$

(2.82) ifadesinden  $\eta$  değeri (2.83) eşitliğinde yerine konursa serbest yüzey şartı  $\phi_1$  bilinmeyen cinsinden ifade edilmiş olur. Benzer şekilde (2.82) ifadesinden  $\eta_1$  ve (2.84) ifadesinden  $\eta_2$  (2.85) eşitliğinde yerine konursa ikinci mertebeden serbest yüzey şartı  $\phi_1$  ve  $\phi_2$  bilinmeyenler cinsinden ifade edilmiş olur. Diğer sınır şartlarının elde edilmesi oldukça kolaydır, (2.69) denklemi;

$y = -d$ . için;

$$\varepsilon \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \varepsilon^2 \frac{\partial \phi_2}{\partial y} = 0 \quad (2.86)$$

ve (2.70) ifadesi cismin yüzeyinde;

$$\varepsilon \frac{\partial \phi_1}{\partial n} + \varepsilon^2 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} = 0 \quad (2.87)$$

olur.

$\phi_y = \phi_{0j} + \phi_{sj}$  ( $J=1,2$ ) dikkate alınursa, radyasyon şartı;

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left( \frac{\partial}{\partial R} \pm i\lambda \right) (\varepsilon \phi_{S1} + \varepsilon^2 \phi_{S2}) = 0 \quad (2.88)$$

bulunur.

Birinci ve ikinci mertebe teorilere ait ifadeler topluca aşağıdaki gibi yazılabilir;

1. Birinci mertebe teori;

$$\nabla^2 \phi_1 = 0 \quad (2.89)$$

$$y=0 \text{ için } \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_1}{\partial y} = 0 \quad (2.90)$$

$$y=-d \text{ için } \frac{\partial \phi_1}{\partial y} = 0 \quad (2.91)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = 0 \quad (2.92)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left( \frac{\partial}{\partial R} - ik \right) \phi_{S1} = 0 \quad (2.93)$$

burada K dalga numarası birinci mertebeden eigen value dir.

2. İkinci Mertebeden Teori

$$\nabla^2 \phi_2 = 0 \quad (2.94)$$

$y=0$  için

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_2}{\partial y} &= \frac{1}{g} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right) \\ &- \frac{\partial}{\partial t} \left[ \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.95)$$

$$y = -d \text{ için } \frac{\partial \phi_2}{\partial y} = 0 \quad (2.96)$$

$$\text{cismin yüzeyinde; } \frac{\partial \phi_2}{\partial n} = 0 \quad (2.97)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left( \frac{\partial}{\partial R} \pm i\lambda \right) \phi_{s2} = 0 \quad (2.98)$$

Birinci ve ikinci mertebeden sınır değer problemi sırasıyla  $\phi_1$  ve  $\phi_2$  için çözümlenir  $\phi_1$  ve  $\phi_2$  bulunduğunda  $\phi$  (ikinci mertebe dahil) belirlenebilir, böylece cismin yüzeyine etkili olan basınç veya (2.68) denkleminde su zerreciğinin hızı hesaplanabilecektir. Basıncın dinamik bileşeni Bernoulli denkleminde hesaplanabilecektir.

$$P = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \rho (\nabla \phi)^2 \quad (2.99)$$

burada;

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n P_n \quad (2.100)$$

dır. (2.74) ifadesinden  $\phi$  değeri yerine konduğunda; birinci ve ikinci mertebeden dinamik basınçları;

$$P_1 = \rho \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \quad (2.101)$$

$$P_2 = \rho \frac{\partial \phi_2}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho (\nabla \phi_1)^2 \quad (2.102)$$

bulunabilecektir.

Cismin yüzeyindeki basınçlar bilindiğinde, herhangi bir doğrultudaki kuvvet batık yüzey üzerinde bu doğrultuda basınç bileşenlerinin integrasyonundan elde edilir. Böylece;

$$F_{nj} = \epsilon^n \iint_S P_n n_j ds \quad (2.103)$$

burada  $F_{nj}$ , J doğrultuda n'inci mertebeden kuvvet, S batık yüzey ve  $n_j$  J doğrultuda doğrultunun normalını göstermektedir. Dikkat edilirse, birinci mertebeden kuvvetin integrasyonu sıfıncı mertebeden sakin su yüzey, buna karşın ikinci mertebeden kuvvet yapının batık kısmı için birinci mertebeden sakin su yüzeyine kadar yapılmaktadır.

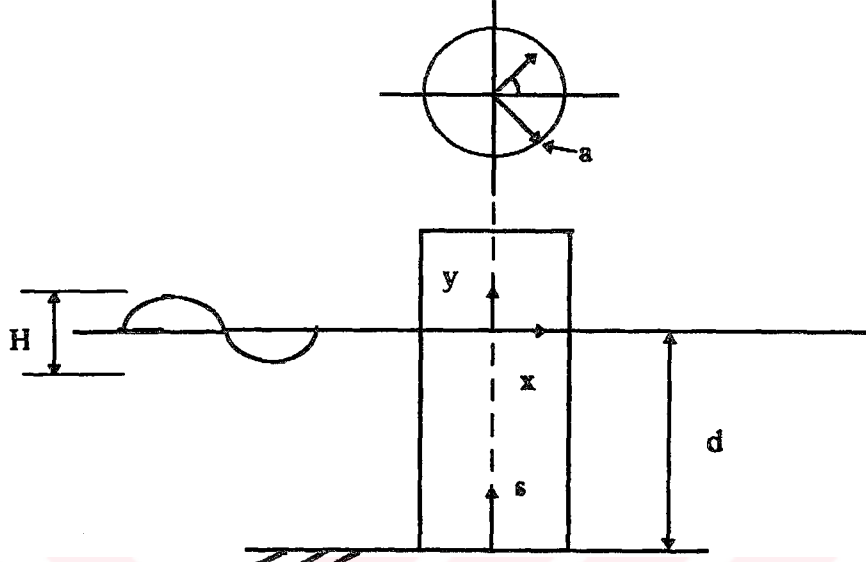
### 2.3.1. Kapalı Formda Çözüm

Nümerik çözüm ile ilgili açıklamalara geçmeden bazı uygulama yapıları için özel hallerde verilen kapalı çözümler üzerinde öncelikle durulacaktır.  $\phi$ , hız potansiyeli ifade edilmeye çalışılacak ve  $\phi_i$  ile bağıntısı bulunmaya çalışılacaktır. Bu tip problemlerin çoğunlu birinci mertebededir (lineerdir).

#### 2.3.1.1. Birinci Mertebeden Teori

Deniz tabanından, serbest yüzeye kadar yerleştirilmiş sabit düşey dairesel silindirler için lineer difraksiyon probleminin çözümünde analitik çözüm mümkündür, ilk olarak derin su şartlarında problem Havebck (1940), tarafından sonra geçiş derinliğinde Mok Camy

ve Fuchs(1945), tarafından çözülmüştür. Problem öncelikle bu analitik çözüm için ele alınacak sonraki bölümlerde ise nümerik çözümü verilecektir.



Şekil 2.3 Düşey silindirin şematik görünümü.

Yapılacak analiz için akışkanın ideal ve çevrintisiz olduğu kabul edilecektir. Yaklaşan dalganın dikliği su derinliğine göre lineer dalga teorisinin uygulanabileceği mertebededir lineer veya birinci mertebe potansiyel dalga genliği ile lineer olarak orantılıdır. Düşey silindirin tabandan serbest yüzeye kadar uzandığı kabul edilir. Matematiksel işlemler için seçilen koordinat uyumu şekil 2.3'te gösterilmiştir. x eksenini doğrultusu, dalga ortogonalı doğrultusunda pozitif y eksenini yukarı doğru pozitif alınmaktadır, y eksenini serbest su yüzeyinden itibaren ölçülür  $s = y + d$  ve eksen sisteminin orijini yine serbest su yüzeyinde silindirin merkezinde alınmıştır.

Bu durumda, lineer yaklaşan dalganın potansiyeli kompleks formda aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\phi_0 = \frac{igH \cosh ks}{2\omega \cosh kd} e^{i(ka - \omega t)} \quad (2.104)$$

burada hız potansiyelinin boyutu  $\frac{1^2}{T}$  dir.

Eğer silindirin x eksenini polar koordinatlarda tanımlarsa potansiyel seriye açılarak yazılır.

$$e^{i(kx-\omega t)} = \left[ J_0(kr) + \sum_{m=1}^{\infty} 2i^m J_m(kr) \cos m\theta \right] e^{-i\omega t} \quad (2.105)$$

burada,  $J_m = M$ 'nin mertebeden birinci tip Bessel fonksiyonudur.

Yansıyan dalga içinde benzeri açılım kabulü yapılırsa yansımadan dolayı potansiyel fonksiyonunun bileşeni birinci tip Hankel fonksiyonu radyasyon sınır şartında denklem (2.73)'de sağlanmaktadır, yani  $r$  sonsuza yaklaştığında bu asimtotik form'a meyil etmektedir. Ohalde, toplam potansiyel Bessel fonksiyonunun sonsuza açılmış serisine indirgenir.

$$\phi = i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh ks}{\cosh kd} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \left[ \delta_m i^m (kr) + A_m H_m(kr) \right] \cos m\theta \right\} e^{-i\omega t} \quad (2.106)$$

burada,  $m \geq 1$  için  $\delta_0=1$ ,  $\delta_m=2$  ve  $H_m=m$  mertebeden birinci tip Hankel fonksiyonudur.

Sınır şartları uygulandığında, silindir yüzeyine normal su zerreciklerinin hızı sıfır olacaktır denklem (2.70)'te  $A_m$  sabitide;

$$A_m = -\delta_m i^m \frac{J_m'(ka)}{H_m^{(1)}(ka)} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.107)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu taktirde, toplam potansiyel;

$$\phi = \frac{H\omega \cosh ks}{2k \sinh kd} \sum_{m=0}^{\infty} \delta_m i^{m+1} \left[ J_m(kr) - \frac{J'_m(ka)}{H_m^{(1)}(ka)} H_m^{(1)}(kr) \right] \cos m\theta e^{-i\omega t} \quad (2.108)$$

ve (2.82) ifadesinden  $\eta$  dalga profili;

$$\eta = \frac{H}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \delta_m i^{m+1} \left[ J_m(kr) - \frac{J'_m(ka)}{H_m^{(1)}(ka)} H_m^{(1)}(kr) \right] \cos m\theta e^{-i\omega t} \quad (2.109)$$

dır ve burada aşağıdaki dispersiyon bağıntısı kullanılır;

$$\omega^2 = gk \tanh kd \quad (2.110)$$

yukardaki ifade de dalga yayılma doğrultusu pozitif x doğrultusunda olduğundan  $H_m^{(1)} e^{-i\omega t}$  ifadesi kullanılmıştır, eğer dalga negatif x doğrultusunda yayılma idi  $H_m^{(2)} e^{i\omega t}$  terimi kullanılacaktır. Bu kombinasyonlar her ikisi radyasyon sınır şartını sağlamaktadır. Diğer kombinasyonlar ise bu şartı sağlamamaktadır.

İkinci merteye terimler ihmal edilirse,  $r = a$ , silindir yüzeyinde dalgaların meydana getireceği dinamik basınç (2.101) denkleminde ile verilir. Toplam potansiyelin gerçek bileşeni için ifade yerine konursa, basınç aşağıdaki formu almaktadır.

$$P = \rho g \frac{H \cosh ks}{\pi ka \cosh kd} \sum_{m=0}^{\infty} \delta_m (-1)^m \left[ \frac{y'_{2m} \sin \omega t - J'_{2m} \cos \omega t}{J_{2m}^2 + y_{2m}^2} \cos 2m\theta - \frac{y'_{2m+1} \cos \omega t + J'_{2m+1} \sin \omega t}{J_{2m+1}^2 + y_{2m+1}^2} \cos(2m+1)\theta \right] \quad (2.111)$$

x doğrultusundaki birim aksenal uzunluk için (dalga yayılma doğrultusunda) net kuvvet silindir etrafında basıncın integrasyonu ile elde edilir.

$$F_x = 2\rho g \frac{H \cosh ks}{k \cosh kd} \frac{1}{\sqrt{A_1(ka)}} \cos(\omega t - \alpha) \quad (2.112)$$

burada;

$$A_1(ka) = j^2(ka) + Y_1^2(ka) \quad (2.113)$$

ve

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{J_1'(ka)}{Y_1'(ka)} \right) \quad (2.114)$$

Birim uzunluk için yatay kuvvet Morrison denkleminin atalet bileşenine eşdeğer olarak yazılabilir;

$$F_x = C_m \rho \pi a^2 \dot{U}_\alpha \quad (2.115)$$

burada,  $\dot{U}_\alpha = \left( \frac{gHk}{2\omega} \right) \left( \frac{\cosh ks}{\cosh kd} \right) \cos(\omega t - \alpha)$ ,  $\alpha$  tabandan S seviyesinde su zerreciklerinin ivmelerinin faz farkı ve  $C_m =$  efektif atalet katsayısıdır;

$$C_m = \frac{4}{\pi(ka)^2 \sqrt{A_1}} \quad (2.116)$$

ile tanımlanır.

Dikkat edildiği gibi, Morrison denklemi veya Froude Krylov kuvvetine benzemeyen yatay kuvvet silindirin yüzeyinden dalgaların difraksiyona uğramasıyla meydana gelen bir faz farkıyla ortaya çıkmaktadır.  $C_m$  değeri şekil 2.4'te  $ka$ 'ya karşın

çizilmiştir. Dalga uzunluğu ile karşılaştırıldığında silindirin yarı çapı küçük ise  $ka \leq 0.1$ ,  $C_m$  değeri 2'ye eşittir.

Bazen büyük yapılarda tesir eden Froude-Krylov kuvveti difraksiyon katsayısı kullanılarak belirlenmektedir. Şekil 2.4'te görülen  $C_H$  difraksiyon katsayısı silindire etki eden yatay kuvvete uyumlu değişimi görülmektedir. Bu değer (2.112) denklemi ile verilen maksimum difraksiyon ve maksimum Froude Krylov kuvvetleri arasındaki oran alınarak belirlenir, ve burada yapının mevcudiyetinden dolayı dalgaların difraksiyona uğramadığı varsayılır böylece, bu değer aşağıdaki gibi gösterilir;

$$C_H = \frac{2}{(\pi ka)J_1(ka)\sqrt{A_1}} \quad (2.117)$$

Şekil 2.4'ten bir kaç entransan nokta görülmektedir.  $ka$ 'nın küçük değerleri için  $C_m$  ve  $C_H$  değerleri aşağı yukarı aynıdır, ve yaklaşık değeri 2'ye eşittir.

Bunun nedeni küçük yapılarda dalganın saçılma miktarının küçük olması ve böylece difraksiyon katsayısının atalet katsayısının yaklaşmasından kaynaklanmaktadır.

$ka$ 'nın 1.7 ve 2.6 değerleri arasında  $C_H$  yaklaşık 1.0'a eşittir. Böylece  $ka$ 'nın bu değerlerinde, cisimden dalgaların difraksiyonu vardır ve net kuvvet büyük yapılar için bile Froude Krylov kuvvetine yaklaşmaktadır. Gerçekten bu bölgenin bir kısmında toplam kuvvet az çok Froude Krylov kuvvetinden daha azdır.

Denklem (2.114)'den  $\alpha$  faz açısının değeri şekil 2.5'te  $ka$ 'ya karşı çizilmiştir;  $\alpha$  değeri şekil 2.5'te görüldüğü gibi dalga profilinin sıfır kesimin üzerinde (2.112) denkleminde silindire tesir eden maksimum yatay kuvvetine bağımlı faz açısının bir miktarıdır. Hogben ve Standing (1975), tarafından tabana oturmuş düşey silindirik batık yapılar için difraksiyon katsayısı üzerine çalışılmıştır. Bu çalışma yapının karakteristik uzunluğunun dalga boyuna oranı olan farklı büyüklük oranı dikkate alınmıştır. Büyüklük

oranı  $\frac{1}{2a}$  ile tanımlanmıştır burada 1 silindirin yüksekliğidir.  $C_H$ ,  $C_V$  ve  $C_{om}$  yatay kuvvet, düşey kuvvet ve devrilme momentiyle orantılı olan difraksiyon katsayıları elde edilmiştir.

Sonuçlar  $ka$  ve  $d/l$  değerleri için su derinliği ve dalga uzunluğu ile rölatif olarak bağımlılık arz ettiğini göstermiştir. Bu sonuçlardan aşağıdaki amprik bağıntılar elde edilmiştir.

$$C_H = 1 + 0.75 \left( \frac{1}{2a} \right)^3 \left[ 1 - 0.3(ka)^2 \right] \quad (2.118)$$

$$C_V = \begin{cases} 1 + 0.74(ka)^2 \left( \frac{1}{2a} \right) & ka \left( \frac{1}{2a} \right) < 0.676 \text{ için} \\ 1 + 0.5ka & ka \left( \frac{1}{2a} \right) \geq 0.676 \text{ için} \end{cases} \quad (2.119)$$

$$C_{om} = 1.9 - 0.35 ka \quad (2.120)$$

Bu yaklaşık formüller için geçerlilik sınırları;

$$l/d < 0.5$$

$$C_H \text{ ve } C_V \text{ için} \quad 0.3 < l/2a < 2.3$$

$$C_{om} \text{ için} \quad 0.6 < l/2a < 2.3$$

Hız potansiyeli için  $\phi$  gerçek kısım dikkate alınarak diğer bir alternatif form ise aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\phi = \frac{H\omega \cosh ks}{2k \sinh kd} (C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t) \quad (2.121)$$

burada,  $C_1$  ve  $C_2$  aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$C_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n a_n [y'_n(ka)J_n(kr) - J'_n(ka)y_n(kr)] \cos n\theta \quad (2.122)$$

$$C_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n b_n [y'_n(ka)J_n(kr) - J'_n(ka)y_n(kr)] \cos n\theta \quad (2.123)$$

ve  $n > 1$  için  $\delta_0 = 1$ ,  $\delta_n = 2$ 'dir

$$a_{2m} = (-1)^{m+1} J'_{2m} \frac{(ka)}{A_{2m}(ka)} \quad (2.124)$$

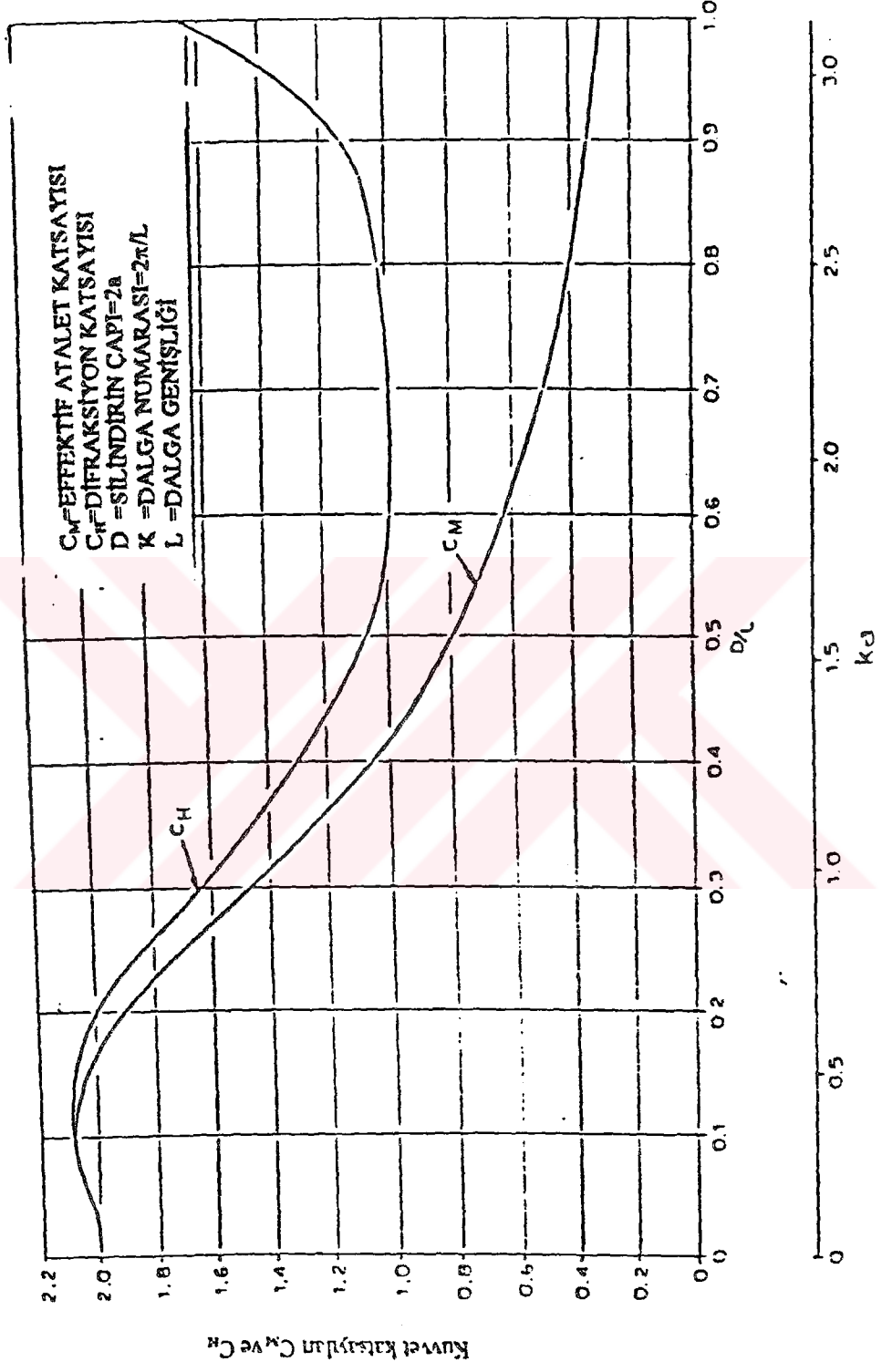
$$a_{2m+1} = (-1)^{m+1} y'_{2m+1} \frac{(ka)}{A_{2m+1}(ka)} \quad (2.125)$$

$$b_{2m} = (-1)^{m+2} y'_{2m} \frac{(ka)}{A_{2m}(ka)} \quad (2.126)$$

$$b_{2m+1} = (-1)^{m+1} J'_{2m+1} \frac{(ka)}{A_{2m+1}(ka)} \quad (2.127)$$

burada;

$$A_m = J_m'^2(ka) + Y_m'^2(ka), \quad m = 0, 1, 2, \dots \text{ olarak verilebilir.}$$



Şekil 2.4 Dışarı silindirik için efektif atalet ve difraksiyon katsayısı.

$r = a$  için;

$$Y_n'(ka)J_n(ka) - J_n'(ka)Y_n(ka) = \frac{2}{\pi ka} \quad (2.128)$$

Silindire etkiyen toplam yatay kuvvet silindir su altında kalan uzunluğa boyunca her bir seviyede birim uzunluk için;

$$F_x = \rho g H a^2 \frac{2}{(ka)^2 \sqrt{A_1}} \tanh kd \cos(\omega t - \alpha) \quad (2.130)$$

olarak ifade edilebilir.

Benzer şekilde silindirin devrilme momenti, su derinliği üzerinde birim uzunluk için momentin integrasyonu ile tabandaki merkeze göre;

$$M = \rho g H a^3 \frac{2}{(ka)^3 \sqrt{A_1}} [kd \tanh kd - 1 + \sec hkd] \cos(\omega t - \alpha) \quad (2.131)$$

ile verilir.

Elde edilen teorik sonuçlar, deneysel çalışmalarda test edilerek, uygunluğu belirlenir, bunun için şekil 2.6'da bir deney sistemi gösterilmiş.

Deneylerden elde edilen sonuçlar;

$$\bar{F}_x = \frac{F_{\max}}{\rho g a^2 \frac{H}{2}} \quad (2.132)$$

ve

$$\overline{M}_x = \frac{M_{\max}}{\rho g a^3 \frac{H}{2}} \quad (2.133)$$

boyutsuz formda ifade edilmiştir. (2.130) ve (2.131) denklemlerinden elde edilen değerler benzer ifadelerle bulunmaktadır. Böylece sonuçların uygunluğu tartışılabilir. (2.130) ve (2.131) denklemlerinden  $d/a$  ve  $ka$ 'nın belirli değerleri için boyutsuz kuvvet ve momentler elde edilir. Böylece, teorik değerler aşağıdaki ifadelerde elde edilebilmektedir.

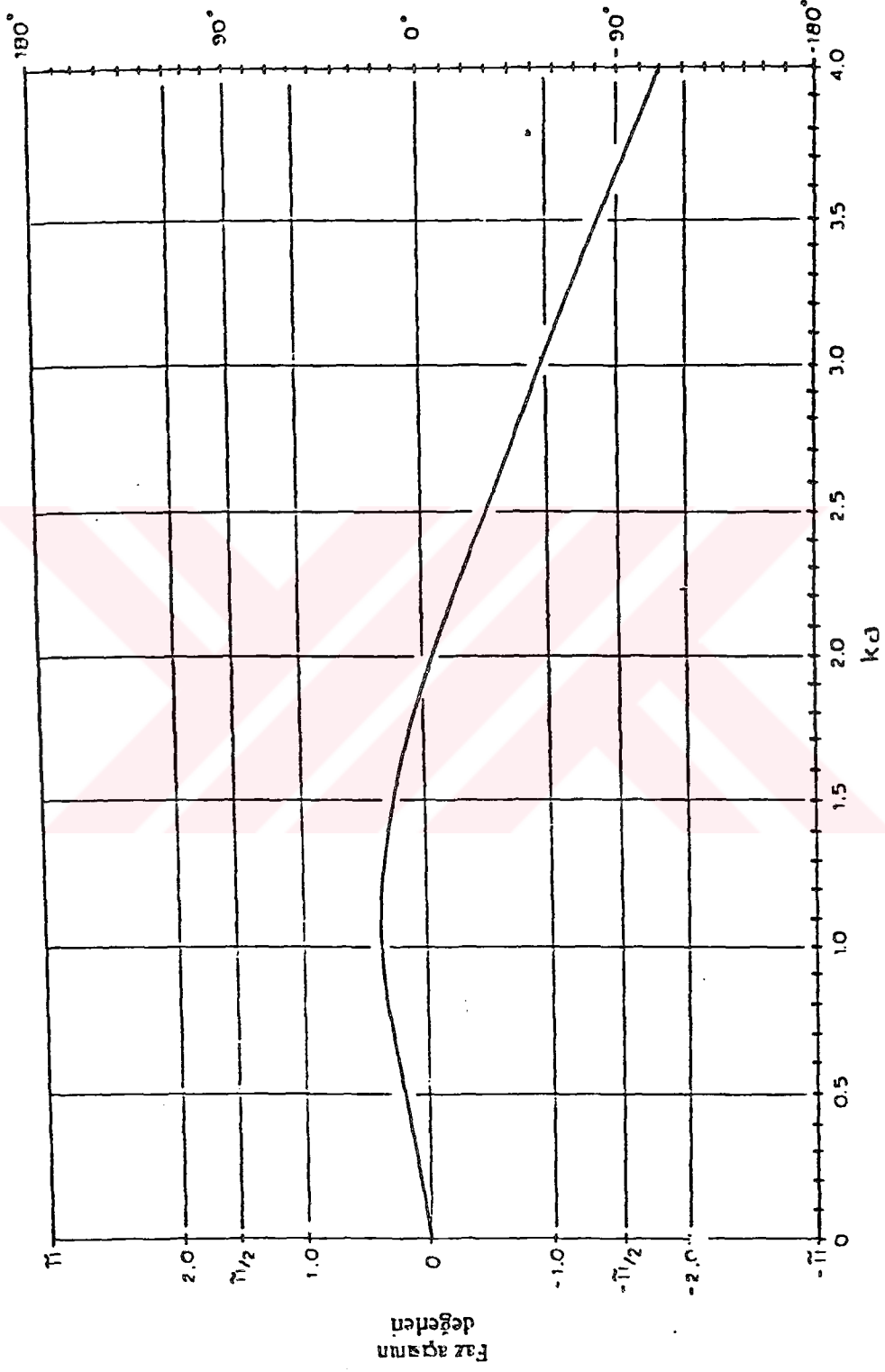
$$\overline{F}_x = \pi C_m \tanh \left[ \left( \frac{d}{a} \right) ka \right] \quad (2.134)$$

ve

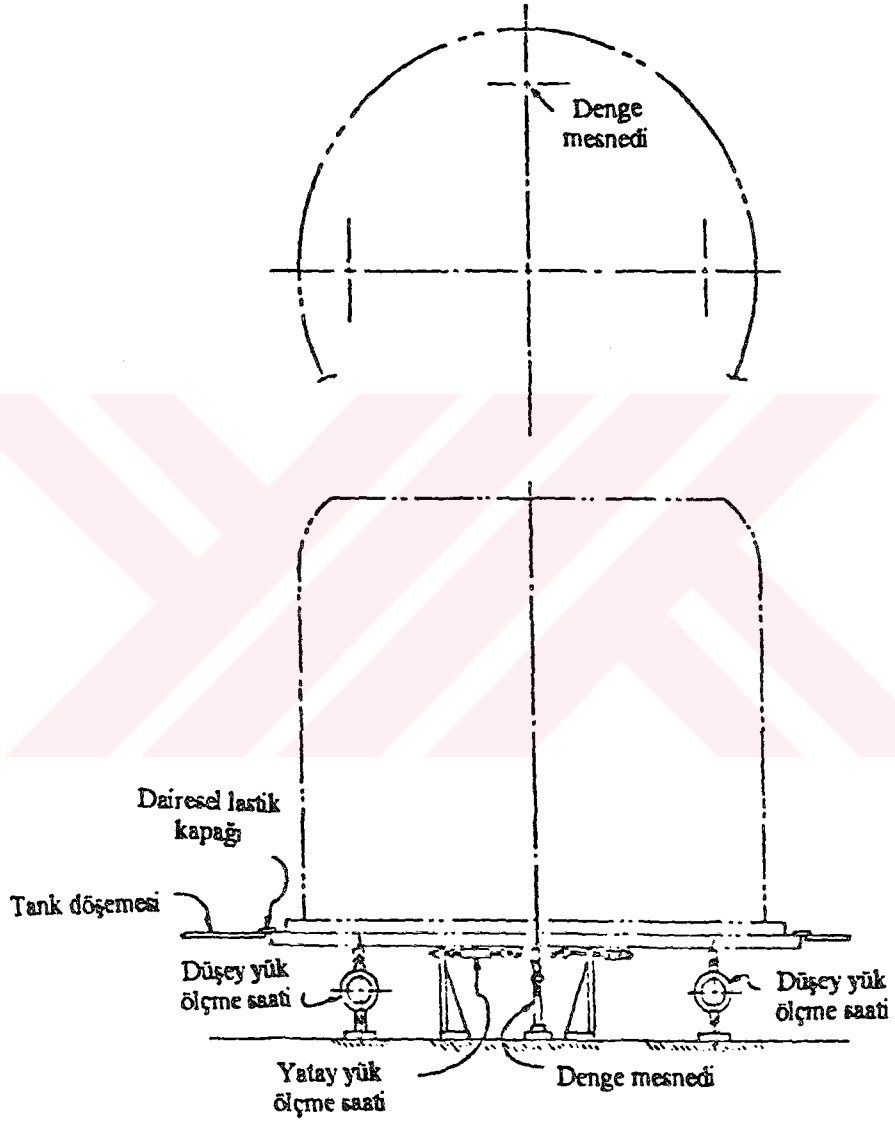
$$\overline{M}_x = \frac{\pi C_m}{(ka)} \left\{ \left( \frac{d}{a} \right) ka \tanh \left[ \left( \frac{d}{a} \right) ka \right] + \operatorname{sech} \left[ \left( \frac{d}{a} \right) ka \right] - 1 \right\} \quad (2.135)$$

Deneylerden elde edilen veriler boyutsuz  $ka$  değerine karşın deney derinliğinde, örneğin  $d/a = 1.16$  teorik eğri üzerine noktalanır. Her bir periyotta farklı dalga yüksekliklerinden deneysel verilerin ortalaması alınır. Şekil 2.7'de teorik eğri üzerinde ölçülmüş maksimum yatay kuvvetleri göstermektedir. Maksimum ölçülmüş devrilme momentleri ise şekil 2.8'de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi ölçülen ve teorik değerler arasındaki korelasyon oldukça iyidir.

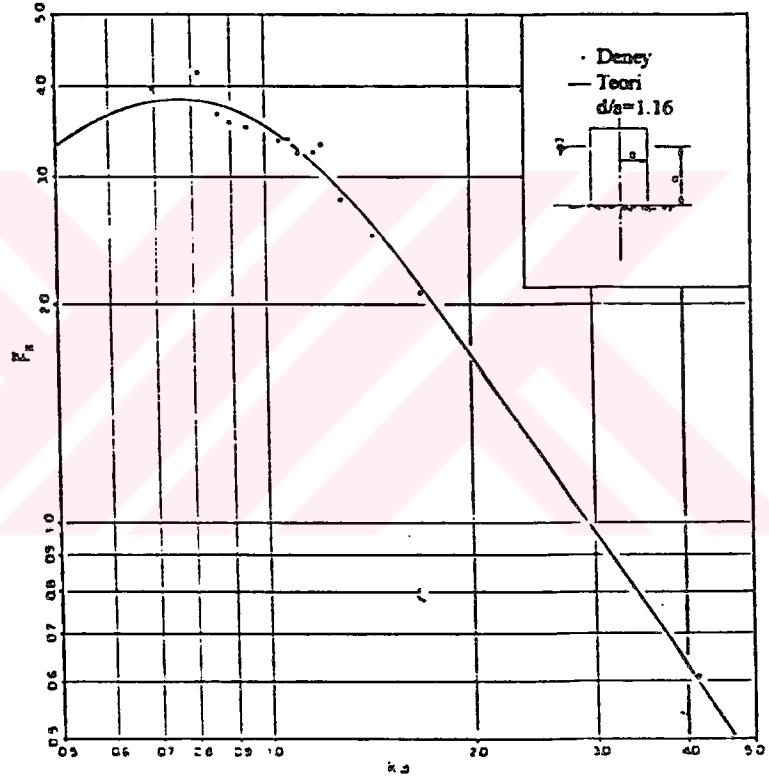
Bundan başka rölatif olarak büyük dalgalar için geçiş derinliğinde lineer dalga teorisi oldukça iyi sonuç vermektedir. ( $H/l$ 'nin 0.05'den büyük değerlerinde).



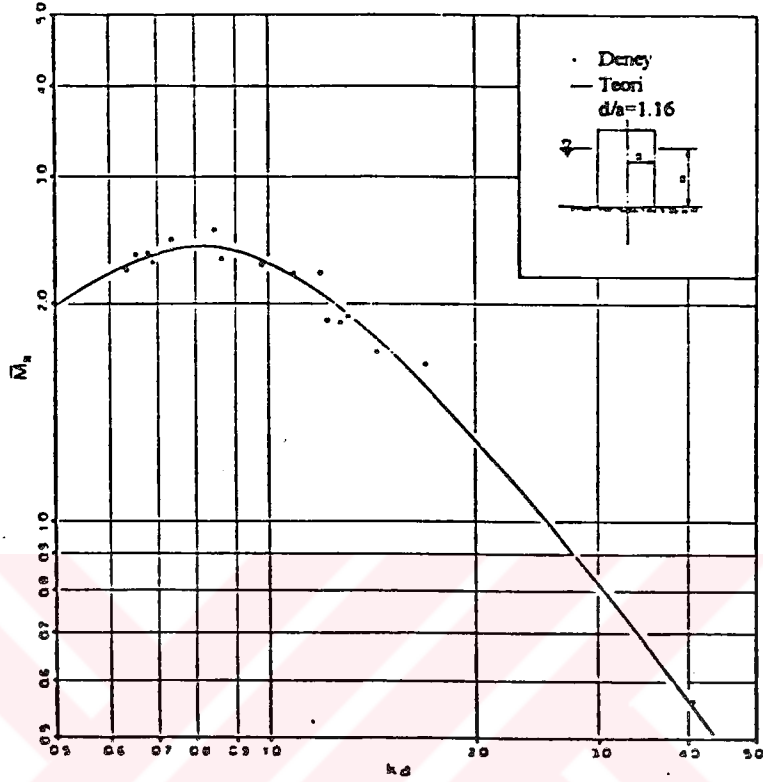
Şekil 2.5 Düşey silindir için yatay kuvvet faz değeri.



Şekil 2.6 Düsey silindir modeli.



Şekil 2.7 Düşey silindirde yatay kuvvet.



Şekil 2.8 Düşey silindirde düşey kuvvet.

### 2.3.1.2. İkinci Mertebeden Teori

Birinci mertebeden teori deniz tabanından sakin su yüzeyine kadar kuvveti belirlemektedir. İkinci mertebeden teoriye göre ise  $y=-d$ 'den  $y=\eta_1$ 'a kadar tüm ikinci mertebeden terimlerin dikkate alındığı silindir üzerinde anlık serbest yüzey etkisinin bulunduğu durum basıncın integre edilmesiyle kuvveti belirler. Düşey silindir için ikinci mertebeden kuvvet tam Bernoulli denklemini kullanacaktır denklem (2.102) aşağıdaki bileşenlere sahiptir;

$$\begin{aligned}
F_2 &= F_{21} + F_{22} + F_{23} + F_{24} \\
&= \frac{\varepsilon}{2} \int_{-d}^0 \int_0^{2\pi} P_1 a \cos \theta d\theta dy \\
&\quad + \frac{\varepsilon^2}{2} \int_{-d}^0 \int_0^{2\pi} \alpha (\nabla \phi_1)^2 a \cos \theta d\theta dy \\
&\quad + \varepsilon^2 \int_{-d}^0 \int_0^{2\pi} \rho \frac{\partial \phi_{02}}{\partial t} a \cos \theta d\theta dy \\
&\quad + \varepsilon^2 \int_{-d}^0 \int_0^{2\pi} \rho \frac{\partial \phi_{s2}}{\partial t} a \cos \theta d\theta dy
\end{aligned} \tag{2.136}$$

Dikkat edilirse tüm terimler  $\varepsilon^2$ 'nin mertebesindedir. Birinci terim sakin su seviyesinden birinci mertebe anlık profile kadar integre edilen birinci mertebe basıncı göstermektedir. İkinci integral birinci mertebe potansiyeli kullanarak Bernoulli denklemindeki ikinci derece hız terimlerinden ortaya çıkmıştır. Üçüncü terim ikinci mertebe yaklaşan hız potansiyelinden dolayı olmasına karşın, dördüncü terim difraksiyon hız potansiyeli ile ilgilidir. İlk iki terim daha önceki bölümdeki kapalı formda ifade edilebilir. Üçüncü terim bilinen ikinci mertebe yaklaşan hız potansiyelinden ikinci mertebe Stokes dalga teoremi yardımıyla bulunabilir. Bu aynı zamanda kapalı formda da ifade edilebilir. Dördüncü terim (2.94-2.98) denklemlerinin ikinci mertebeden sınır değer problemi olarak çözümlenmesini gerektirir. Bu sınır değer problemi denklemlerinin çözümü için bir çok çalışma yapılmıştır.

Uzun süredir büyük hacimli dairesel düşey silindirlere tesir eden non-lineer kuvvetler için çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Mokcany ve Fuchs (1954), sonlu derinlikteki bir düşey silindir için lineer difraksiyon teorisini geliştirilmiştir. Bu teori Chakraborti (1971), tarafından Stokes beşinci mertebe teoremi kullanılarak geliştirilmiştir, bu çalışmada non-lineer kinematik serbest yüzey şartı dikkate alınmamıştır. Bu eksiklik Gaurson (1972), Jen ve Skjelbreia (1972), tarafından tartışılmıştır. İkinci mertebe teoride dahi non-lineer serbest yüzey şartı ve bu kinematik ile dinamik şartları birlikte ele alınması durumunda, problemi oldukça kompleks

yapmaktadır. Bu ikinci mertebe çözümün elde edilmesi için oldukça fazla uğraşı verilmiştir. Bu çalışmalara Yamagouchi ve Tsuchiya (1974), Rahman et al (1975-1977), ve Rahman (1981-1982), örnek olarak verilebilir, verilen bütün bu çalışmalar yeterince başarılı değildir. Yamagouchi ve Tsuchiya silindire tesir eden ikinci mertebe dalga kuvvetinin kapalı formda ifadesini elde etmiştir. Bu çözüm Chakrabarti (1975), tarafından üzerinde çalışılarak, kontrol edilmiştir. Rahman (1981), benzer bir çalışma gerçekleştirmiş, kompleks formda kuvvetlerin çözümünü elde etmiştir. Rahman et al (1975), Stokes ikinci mertebe dalga teorisini kullanarak nümerik çözümünü gerçekleştirmiştir. Bu araştırmacılar ikinci mertebe problem aynı dalga numarasına yaklaşan ve difraksiyona uğrayan dalgalar için sahip olmasından dolayı, Yamagouchi ve Tsuchiya'nın çözümlerinin yeterli olmadığını belirtmişlerdir. Rahman et al buna non-linear etkilerden biri değiştiğinde dalga numarasının değiştiğini göstermiştir.

Chakrabarti (1977-1978), ve Isaacson (1977), bu çözümdeki belirsizleri ortaya koymuştur.

Son zamanlarda, Hunt ve Baddour (1980-1982), derin suda düşey silindire etki eden non-linear duran ve progresiv dalga kuvvetlerini araştırılmışlardır. Duran dalga problemi düşey dairesel silindirin iç tarafında ve dış tarafında çözümlenmiştir. Derin suda ikinci mertebe progresiv dalgaların çözümü Bessel fonksiyonlarının integralleri düşey bir silindir için elde edilmiştir.

Non-homojen denklemleri ele alan Garrison (1978), ve Shen (1977), tarafından en uygun bir metod verilmiştir. Bu araştırmacılar sınır değer problemini her biri bir non-homojen sınır şartına sahip iki sınır değer problemine ayırmıştır.

Bu yaklaşım Molin (1979), ile Chen ve Hudspeth (1982), tarafından ele alınmıştır. Molin'e göre ikinci mertebe difrakte dalgalar yukarıda bahsedildiği gibi iki bileşene sahiptir. Birincisi, birinci mertebe dalga sisteminin bağımsızlığı ile yayılan serbest dalgalar 'free waves' diğeri faz dalgalarıdır 'phase-locked waves', bunlarda birinci

mertebe dalgalara bağımlıdır. Daha önceki çözümlerde bu birinci bileşen göz önüne alınmamıştır. Molin (1979), ile Chen ve Hudspeth (1982), her ikisinde, ikinci merteye çözümü gerçekleştirilmek için nümerik şemaları kullanmışlardır. Molin'in çözümü üç boyutlu bir cisim için daha genel ve ikinci merteye hız potansiyeli ile Green üçüncü eşitliğini ifadelerinde kullanmıştır. Chen ve Hudspeth (1982), Green fonksiyonunu silindirik cisimler için uygulamış ve silindir yüzeyi sınır değer problemi için kapalı formda ifade elde etmiştir. Benzeri bir yaklaşım Chakrabarti (1983), tarafından gerçekleştirilmiştir. Gorrison (1984), dalga etkisinde batık genel bir cisim için ikinci merteye teorisinin nümerik çözümünü gerçekleştirilmiştir.

Bundan sonraki bölümde tabana oturmuş düşey silindir için ikinci merteye çözümün gerçekleştirilmesi amacıyla (2.136) ifadesinin ilk üç terimi ele alınacaktır.

#### 2.3.1.2.1. Serbest Yüzey Bileşeni

Silindirde serbest yüzeyden kaynaklanan ikinci merteye bileşeni sakin su yüzeyinin üzerinde silindirde birinci merteye potansiyelin integrasyonu ile elde edilir.

Silindir üzerinde serbest su yüzeyinin üzerindeki kuvvet (2.129) denklemini kullanılması ve  $r = a$ 'da (2.121) denkleminde  $\partial\phi_1/\partial t$  için ifadenin yerine konmasından sonra (2.136) ifadesinin birinci integralinden elde edilir.

$$F_{21} = \frac{\rho g H a}{2\pi k a \cosh kd} \int_0^{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n (-a_n \sin \omega t + b_n \cos \omega t) \times \int_0^{\eta_1} \cosh ky dy \cos n\theta \cos \theta d\theta \quad (2.137)$$

(2.121) ifadesinden  $\eta_1$  yerine konmasıyla  $F_{21}$  ikinci merteye terimlere kadar integre edilirse;

$$F_{21} = \frac{\rho g H^2 a}{2(\pi k a)^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-\delta_n a_n \sin \omega t + \delta_n b_n \cos \omega t) \cos n\theta \right. \\ \left. \times \sum_{m=0}^{\infty} (-\delta_m a_m \sin \omega t + \delta_m b_m \cos \omega t) \cos m\theta \right\} \cos \theta d\theta \quad (2.138)$$

ve parantez içindeki terimler açılırsa;

$$F_{21} = \frac{\rho g H^2 a}{2(\pi k a)^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \left( \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n b_n \cos \theta \right)^2 + \left( \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n a_n \cos n\theta \right)^2 \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[ \left( \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n b_n \cos n\theta \right)^2 - \left( \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n a_n \cos n\theta \right)^2 \right] \cos 2\omega t \right. \\ \left. - \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n b_n \cos n\theta \sum_{m=0}^{\infty} \delta_m a_m \cos m\theta \right] \sin 2\omega t \right\} \cos \theta d\theta \quad (2.139)$$

burada

$$\left( \sum_{n=0}^{\infty} x_n \cos n\theta \right) \left( \sum_{n=0}^{\infty} y_n \cos n\theta \right) = \frac{1}{2} \left( n_0 y_0 + \sum_{n=0}^{\infty} x_n y_n \right) \\ + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{\substack{i+j=n \\ i,j \geq 0}} x_i y_j - \frac{x_n y_n}{2} + \sum_{m=0}^{\infty} (x_m y_{n+m} + x_{n+m} y_m) \right\} \cos n\theta \quad (2.140)$$

burada,  $\delta_n a_n$  veya  $\delta_n b_n$ ,  $x_n$  ve  $y_n$  için yerine konulabilir. Bu açılımda sadece  $\cos \theta$  teriminde (2.139) denklemindeki integral dikkate alınacaktır. Sonuçta, boyutsuz ve kuvvet bileşeni;

$$\begin{aligned}
\frac{F_{21}}{\rho g H^2 a} &= \frac{1}{\pi(ka)^2} \sum_{n=0}^{\infty} (b_n b_{n+1} + a_n a_{n+1}) \\
&+ \frac{1}{\pi(ka)^2} \sum_{n=0}^{\infty} (b_n b_{n+1} - a_n a_{n+1}) \cos 2\omega t \\
&- \frac{1}{\pi(ka)^2} \sum_{n=0}^{\infty} (a_n b_{n+1} + a_{n+1} b_n) \sin 2\omega t
\end{aligned} \tag{2.141}$$

### 2.3.1.2.2 İkinci Dereceden Hız Bileşenleri

(2.136) denkleminde ikinci merteye kuvvet için ifadedeki ikinci terim birinci merteye hız potansiyelinin karesinin gradyanını ihtiva etmektedir. Bu terimin hesaplanmasında, aşağıdaki seri elde edilir;

$$\begin{aligned}
(\nabla\phi_1)^2 &= \frac{8gk}{(\pi ka)^2 \sinh 2kd} \\
&\times \left\{ \frac{\cosh^2 ks}{(ka)^2} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n n \times (a_n \cos \omega t + b_n \sin \omega t) \sin n\theta \right]^2 \right. \\
&\left. + \sinh^2 ks \times \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n (a_n \cos \omega t + b_n \sin \omega t) \cos n\theta \right]^2 \right\}
\end{aligned} \tag{2.142}$$

Eğer bu (2.140) denkleminin formundaki formüller kullanılarak açılırsa (2.141) denkleminde benzer terimlerin üç tip terim ortaya çıkar yani  $\cos 2\omega t$ , ve  $\sin 2\omega t$ , terimleri elde edilir.

$$\begin{aligned}
(\nabla\phi_1)^2 = & \frac{2gk}{(\pi k^2 a)^2 \sin 2kd} \left\{ \left[ - \left( \frac{\cosh^2 ks}{(ka)^2} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \delta_n^2 (b_n^2 - a_n^2) \right. \right. \right. \right. \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ - \sum_{\substack{i+j=n \\ i,j \geq 1}} ij \delta_i \delta_j (b_i b_j - a_i a_j) + \frac{n^2}{4} \delta_{n/2}^2 (b_{n/2}^2 - a_{n/2}^2) \right. \\
& \left. \left. \left. + 2 \sum_{m=1}^{\infty} m(m+n) \delta_m \delta_{m+n} (b_m b_{m+n} - a_m a_{m+n}) \right\} \cos n\theta \right] - \sinh^2 ks \right. \\
& \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n^2 (b_n^2 - a_n^2) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{\substack{i+j=n \\ i,j \geq 0}} \delta_i \delta_j (b_i b_j - a_i a_j) \right. \right. \\
& \left. \left. - \delta_{n/2}^2 (b_{n/2}^2 - a_{n/2}^2) + 2 \sum_{m=0}^{\infty} \delta_m \delta_{m+n} (b_m b_{m+n} - a_m a_{m+n}) \right\} x \cos n\theta \right] \left. \right\} \\
& \cos 2\omega t + 2 \left( \frac{\cosh^2 ks}{(ka)^2} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} n^2 \delta_n^2 a_n b_n \right. \right. \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ - \sum_{\substack{i+j=n \\ i,j \geq 1}} ij \delta_i \delta_j a_i b_j + \frac{n^2}{4} \delta_{n/2}^2 a_{n/2} b_{n/2} \right. \\
& \left. \left. + \sum_{m=1}^{\infty} m(m+n) \delta_m \delta_{m+n} (a_m b_{m+n} + a_{m+n} b_m) \right\} \cos n\theta + \sinh^2 ks \right. \\
& \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n^2 a_n b_n + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{\substack{i+j=n \\ i,j \geq 0}} \delta_i \delta_j a_i a_j - \delta_{n/2}^2 a_{n/2}^2 b_{n/2}^2 \right. \right. \\
& \left. \left. + \sum_{m=0}^{\infty} \delta_m \delta_{m+n} (a_m b_{m+n} + a_{m+n} b_m) \right\} \cos n\theta \right] \sin 2\omega t + \left( \frac{\cosh^2 ks}{(ka)^2} \right. \\
& x \left[ \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \delta_n^2 (b_n^2 + a_n^2) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ - \sum_{\substack{i+j=n \\ i,j \geq 1}} ij \delta_i \delta_j (b_i b_j + a_i a_j) + \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{n^2}{4} \delta_{n/2}^2 (b_{n/2}^2 + a_{n/2}^2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} m(m+n) \delta_m \delta_{m+n} (b_m b_{m+n} + a_m a_{m+n}) \right\} \cos n\theta \right] \quad (2.143) \\
& + \sinh^2 ks \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n^2 (b_n^2 + a_n^2) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{\substack{i+j=n \\ i,j \geq 0}} \delta_i \delta_j (b_i b_j + a_i a_j) \right. \right. \\
& \left. \left. - \delta_{n/2}^2 (b_{n/2}^2 + a_{n/2}^2) + 2 \sum_{m=0}^{\infty} \delta_m \delta_{m+n} (b_m b_{m+n} + a_m a_{m+n}) \right\} \cos n\theta \right] \left. \right\}
\end{aligned}$$

burada,  $n=1,2,3,\dots$  için  $\delta_0=1, \delta_1=2$  buna karşın diğer  $\delta$ ' lar sıfırdır. (2.136) denkleminde bu terimler integrasyonu  $F_{22}$  ikinci merteye kuvvet bileşenini verecektir. Dikkat edilirse sadece  $n=1$  için bu bileşenin integrali gerçekleştirilmiştir.

$$\begin{aligned}
\frac{F_{22}}{\rho g H^2 a} = & \frac{1}{\pi (ka)^2 \sinh 2kd} \left\{ \left[ \frac{2kd + \sinh 2kd}{(ka)^2} \right. \right. \\
& \times \sum_{m=1}^{\infty} m(m+1)(a_m a_{m+1} - b_m b_{m+1}) + (\sinh 2kd - 2kd) \\
& \times \sum_{m=0}^{\infty} (a_m a_{m+1} - b_m b_{m+1}) \left. \right] \cos 2\omega t + \left[ \frac{2kd + \sinh 2kd}{(ka)^2} \right. \\
& \times \sum_{m=1}^{\infty} m(m+1)(a_m b_{m+1} + a_{m+1} b_m) + (\sinh 2kd - 2kd) \\
& \times \sum_{m=0}^{\infty} (a_m b_{m+1} + a_{m+1} b_m) \left. \right] \sin 2\omega t + \left[ \frac{2kd + \sinh 2kd}{(ka)^2} \right. \\
& \times \sum_{m=1}^{\infty} m(m+1)(a_m a_{m+1} + b_m b_{m+1}) + (\sinh 2kd - 2kd) \\
& \times \sum_{m=1}^{\infty} (a_m a_{m+1} + b_m b_{m+1}) \left. \right\} \quad (2.144)
\end{aligned}$$

### 2.3.1.2.3. İkinci Mertebeden Yaklaşan Dalganın Hız Potansiyeli

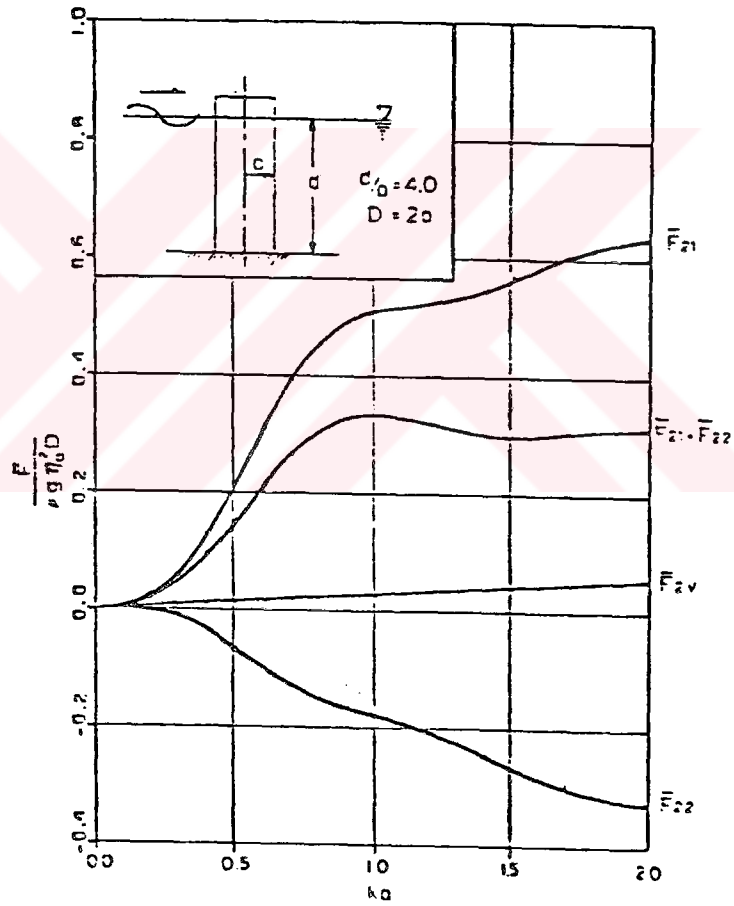
Yaklaşan dalganın Stokes'in ikinci mertebeden teorisinin kullanılmasıyla ikinci merteye hız potansiyeli bilinmektedir, bu silindirik koordinatlarda aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\phi_{02} = \frac{3\omega \cosh 2ks}{8k^2 \sinh^4 kd} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n i^{n+1} J_n(2kr) \cos n\theta e^{-i2\omega t} \quad (2.145)$$

Silindir üzerinde bu potansiyelin ikinci merteye kuvvet bileşeni (2.136) ifadesinden elde edilir;

$$\frac{F_{23}}{\rho g H^2 a} = \frac{3\pi}{8 \sinh^2 kd} J_1(2ka) \sin 2\omega t \quad (2.146)$$

Sabit bir düşey silindir üzerinde ikinci mertebeden kuvvetin kararlı bileşeninin nümerik değerleri şekil 2.9'da görülmektedir. Normalleştirilen kuvvet  $d/a=4.0$  için  $ka$ 'nın fonksiyonu olarak grafiksel olarak izah edilmiştir. İkinci dereceden hız teriminden dolayı kararlı kuvvet negatiftir, ancak potansiyel akım teorisinden net kararlı kuvvet düşey bir silindir için daima pozitifdir. Viskoz sürüklenme kuvveti ifadesinden ikinci mertebe viskoz kuvvet yine bu şekilde gösterilmiştir, bu hal için viskoz kuvvet oldukça küçük bulunmuştur.



Şekil 2.9 Sabit düşey silindire etki eden potansiyel ve viskoz sürüklenme kuvveti.

### 2.3.1.3. Deniz Tabanına Yerleştirilen Yatay Silindir

İki boyutlu tabana oturmuş silindir halı için, eğer yarı silindir sonlu derinlikte tamamıyla batmış durumda olduğu kabul edilirse, tam sınır değer problemi için yaklaşık bir çözüm kapalı formda elde edilebilir ifadeler, lineer yaklaşan dalga alanı ve sonra örneğin beşinci merteye üzere Stokes'in non-lineer dalga teorisi genişleterek verilmektedir. Herhangi bir mertebede yaklaşık çözüm ifadelerin çıkartılması için son derece kolaydır. Dalga potansiyeli için yaklaşık kapalı çözümler elde edilir ve sonrada basınç dolayısıyla kuvvet bulunur. Serbest yüzeyin yansıyan dalga üzerinde etkisinin ihmal edilebilmesi için cismin boyutları su derinliği ile karşılaştırıldığında küçük olmalıdır, cismin boyutu dışında yapılan başka bir kabul yoktur. Basıncın belirlenmesinde, Bernoulli denkleminde ikinci dereceden terimler dikkate alınmamaktadır. Ancak bunların gerçekte dalga yüksekliğinin çok büyük olması durumunda önemli bir etki söz konusudur.

Genelde yapılan kabul, iki boyutlu alanda Laplace denkleminin (2.65) denkleminde uygulanabilmesi açısından sıkışamaz ve çevrintisiz akım kabuludur. Merkezi deniz tabanında bulunan kartezyen koordinat sistemi şekil 2.10'da görülmektedir ve dalganın yayılma istekametinde  $x$  ile yukarı doğru  $s=y+d$  pozitiftir. Yarı yatay silindir üzerinde etkili hız potansiyeli, basınç ve kuvvetlerle ilgili ifadeler lineer dalga teorisinden dolayı birinci mertebeden türetilecektir. Lineer dalga teorisine göre yaklaşan hız potansiyeli (2.104) denkleminde verilmiştir.

Öncelikle  $x=r\cos\theta$  ve  $s=r\sin\theta$  değişimleri yapılarak, şekil 2.10'da görüldüğü gibi yaklaşan dalganın potansiyelinin kompleks şekli silindirik koordinatlara dönüştürülür. Bu durumda;

$$\phi_0 = i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh(kr \sin\theta)}{\cosh kd} e^{(kr \cos\theta - \omega t)} \quad (2.147)$$

elde edilir.

Cosh terimi üstel formda aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\cosh(kr \sin \theta) = \frac{1}{2} (e^{kr \sin \theta} + e^{-kr \sin \theta}) \quad (2.148)$$

Böylece  $\phi_0$ ;

$$\phi_0 = \frac{igH}{4\omega \cosh kd} (e^{ikr} e^{i\theta} + e^{ikr} e^{-i\theta}) e^{-imz} \quad (2.149)$$

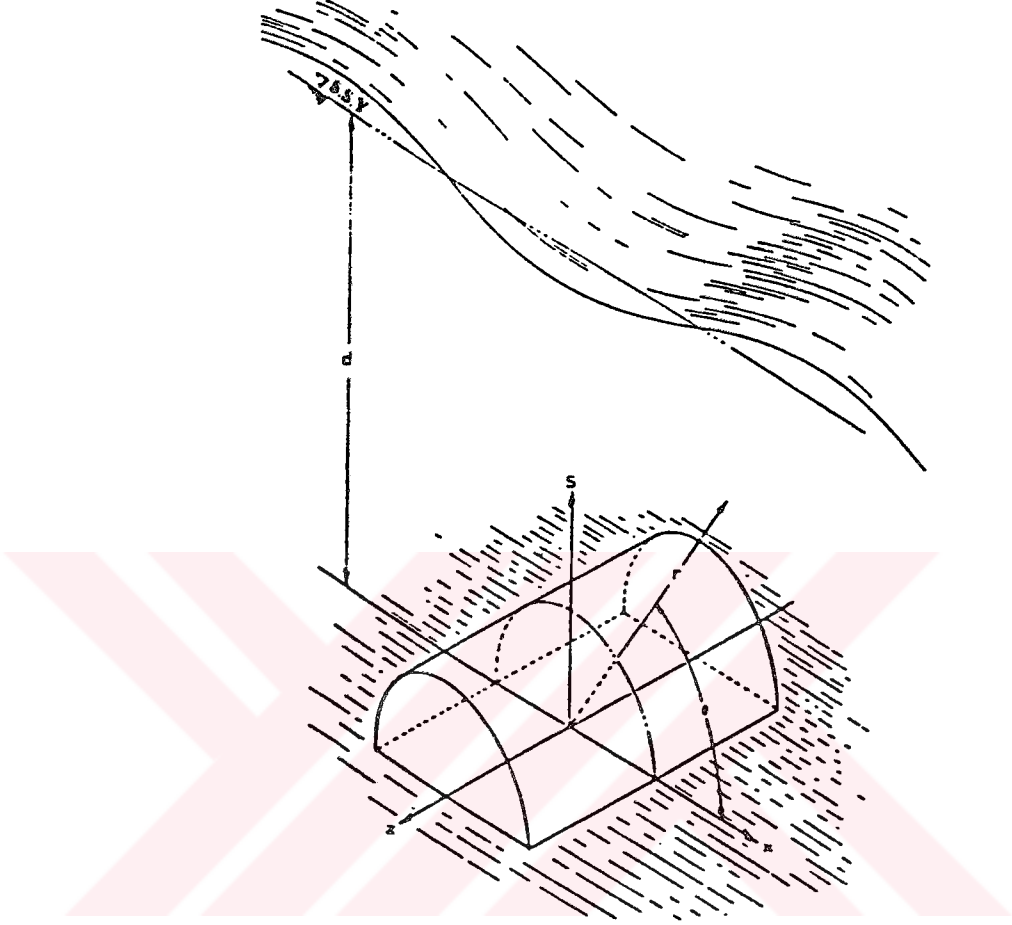
şeklinde yazılabilecektir, üstel fonksiyonlar seriye açıldığında;

$$\phi_0 = \frac{igH}{2\omega \cosh kd} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ikr)^n (e^{in\theta} + e^{-in\theta})}{n! 2} \right] e^{-imz} \quad (2.150)$$

buda

$$\phi_0 = \frac{igH}{2\omega \cosh kd} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ika)^n \left(\frac{r}{a}\right)^n \cos n\theta}{n!} \right] e^{-imz} \quad (2.151)$$

eşittir. Burada yarı silindir yüzeyi  $r = \sqrt{x^2 + s^2} = a$  ve  $0 \leq \theta = \tan^{-1}(s/x) \leq \bar{x}$  ile tanımlenir. Uç etkilerinin ihmal edilebilmesi için cisim oldukça uzun olarak dikkate alınır, yarı silindirden dalgaların saçılması dolayısıyla toplam potansiyele aşağıda kabul edilen formuyla katkısı dikkate alınır.



Şekil 2.10 Sonlu derinlikte tabana oturmuş yarı yatay silindir.

$$\phi_s = \frac{igH}{2\omega \cosh kd} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} B_n \left( \frac{a}{r} \right)^n \cos n\theta \right] e^{-ikt} \quad (2.152)$$

burada,  $B_n$  ( $n=1,2,3,\dots$ ) katsayıları bilinmeyenlerdir. ( $B_0=0$  hariç)  $\phi_s$  (2.152) denklemi sınır şartlarını sağlamaktadır, ve  $r \rightarrow \infty$  kadar geçerlidir, yani cisimden uzaktaki bir noktaya kadar. Dalgaların saçılmasına bağlı olarak, serbest yüzey kinematik şartı

denklem (2.67) ve Sommerfeld radyasyon şartı denklem (2.73) birbirinden bağımsızdır, çünkü  $d/a$  cismin derinlik oranı büyük olmasından dolayı bunların etkisi önemsizdir.

Toplam potansiyel;

$$\phi = \phi_0 + \phi_n \quad (2.153)$$

ile tanımlanır ve  $r=a$  silindir yüzeyinde, denklem (2.70) sınır şartı uygulanırsa  $B_n$  katsayıları;

$$B_n = \frac{(ika)^n}{n!} \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.154)$$

Böylece, toplam potansiyel;

$$\phi = \frac{igH}{2\omega \cosh kd} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\delta_n}{2} \frac{(ika)^n}{n!} \left[ \left( \frac{r}{a} \right)^n + \left( \frac{a}{r} \right)^n \right] \cos n\theta \right\} e^{-ikt} \quad (2.155)$$

olur, burada  $\delta_0 = 1$  ve  $\delta_n = 2$  ( $n \geq 1$  için) dir. Denklem (2.155) hiperbolik fonksiyonların terimlerine  $\phi$  değeri olarak;

$$\phi = \frac{igH}{2\omega \cosh kd} \left[ \cosh(kr \sin\theta) e^{ikr \cos\theta} + \cosh\left(k \frac{a^2}{r} \sin\theta\right) \times e^{ik\left(a^2/r\right) \cos\theta} - 1 \right] e^{-ikt} \quad (2.156)$$

yazılabilir.

Lineer teori ile,  $r=a$  silindir yüzeyinde (2.101) denkleminde dinamik basınç;

$$P = \frac{\rho g H}{2 \cosh kd} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{(ika)^n}{n!} \cos n\theta \right\} e^{-i\omega t} \quad (2.157)$$

L uzunluğunda bir yarım silindir için net yatay kuvvet (x doğrultusunda);

$$F_x = L \int_0^{\pi} Pa \cos\theta d\theta \quad (2.158)$$

olmaktadır, bu denklem hesaplandığında;

$$F_x = 2\rho V \dot{U}_0 \quad (2.159)$$

burada,  $V = (\pi/2)a^2L$  yarım silindirin hacmi ve  $\dot{U}_0$  yarım silindirin ekseninde su zerreciğinin ivmesidir.

$$\dot{U}_0 = \frac{gHk}{2 \cosh kd} \cos\omega t \quad (2.160)$$

$F_x$  için bu ifade Morrisonun atalet terimine eşdeğerdir, efektif atalet katsayısı, 2 olur.

Net düşey kuvvet (y doğrultusunda) ise;

$$F_y = L \int_0^{\pi} Pa \sin\theta d\theta \quad (2.161)$$

ile verilir. Burada integrasyon yapılırsa;

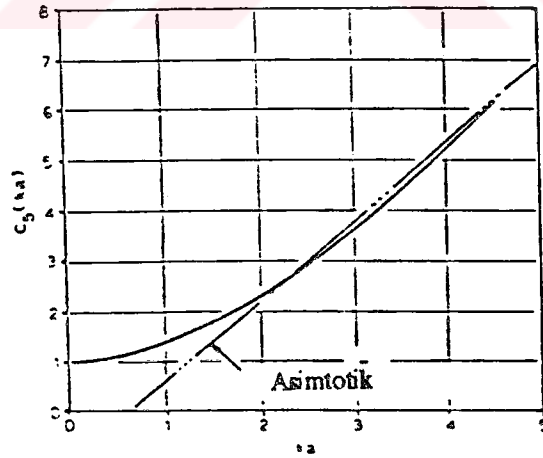
$$F_y = \rho g H a l \frac{1}{\cosh kd} C_5(ka) \sin \omega t \quad (2.162)$$

burada

$$C_5(ka) = \cos ka + \frac{\sin ka}{ka} + ka \delta_i(ka) - 1 \quad (2.163)$$

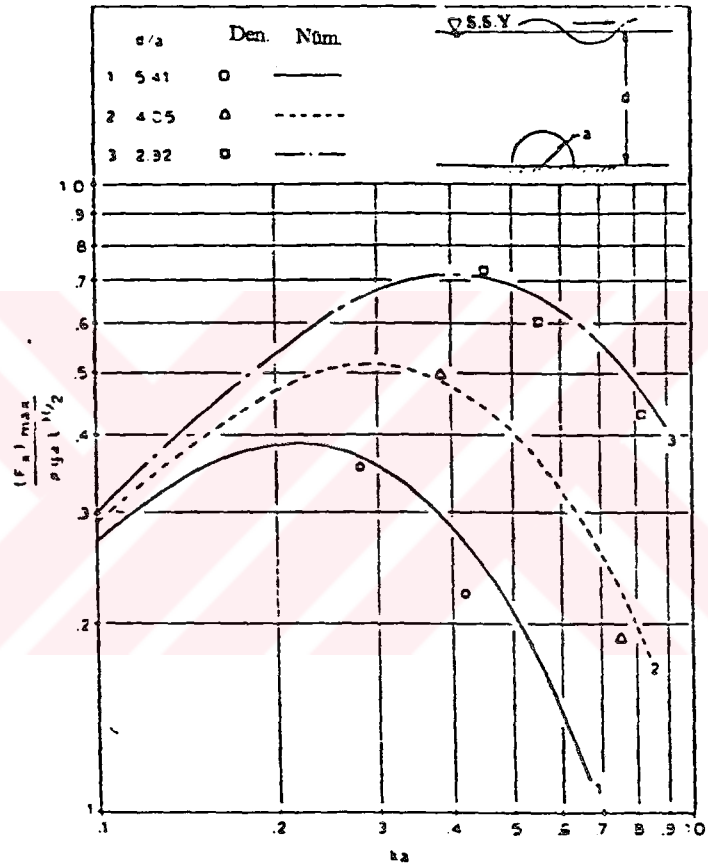
$\delta_i(ka)$ , sin integralini göstermektedir,  $\int_0^{ka} (\sin \alpha) / \alpha d\alpha$ . Şekil 2.11'de  $C_5(ka)$  grafiksel formda izah edilmiştir ve bunun değerleri tablo 2.3'te de verilmiştir.

Büyük  $ka$  için  $C_5$ 'in asimtotik değeride aynı şekilde gösterilmiştir. Açıkça denklem (2.162) ivmeyi içeren  $ka$ 'ya bağımlı  $F_y$  ile (2.159) denkleminde analogiden yazılabilir.



Şekil 2.11 Yatay yarı silindir için düşey kuvvet ile ilgili  $ka$ 'ya karşın  $C_5(ka)$  fonksiyonu.

Şekil 2.12'de yatay kuvvet için teorinin korelasyonu yapılmıştır, bu korelasyon Shank ve Herbich (1970), yarım silindir için vermiş olduğu değerler kullanılarak, gerçekleştirilmiştir. Korelasyon  $d/a$ 'nın 3'ten küçük değerleri için oldukça iyidir.



Şekil 2.12 Batık yarı küre için normalleştirilmiş maksimum yatay kuvvet.

Tablo 2.3  $k_a$ 'ya karşın  $C_5$  (yarım silindir için) ve  $C_6$  (yarı küre için) değerler.

| $k_a$ | $C_5$ | $C_6$ |
|-------|-------|-------|
| 0.1   | 1.003 | 1.002 |
| 0.2   | 1.013 | 1.008 |
| 0.3   | 1.030 | 1.019 |
| 0.4   | 1.053 | 1.033 |
| 0.5   | 1.083 | 1.052 |
| 0.6   | 1.119 | 1.075 |
| 0.7   | 1.162 | 1.101 |
| 0.8   | 1.211 | 1.132 |
| 0.9   | 1.266 | 1.167 |
| 1.0   | 1.328 | 1.205 |
| 1.1   | 1.395 | 1.248 |
| 1.2   | 1.469 | 1.294 |
| 1.3   | 1.548 | 1.343 |
| 1.4   | 1.633 | 1.397 |
| 1.5   | 1.723 | 1.453 |
| 1.6   | 1.818 | 1.514 |
| 1.7   | 1.919 | 1.577 |
| 1.8   | 2.024 | 1.644 |
| 1.9   | 2.135 | 1.713 |
| 2.0   | 2.249 | 1.786 |
| 2.5   | 2.885 | 2.189 |
| 3.0   | 3.603 | 2.649 |
| 4.0   | 5.190 | 3.677 |
| 5.0   | 6.842 | 4.763 |

### 2.3.1.4. Deniz Tabanına Yerleştirilen Yarım Küre

Benzer temel yaklaşımlar izlendiğinde, tabana oturmuş yarım küre için benzer analiz yapılabilir. Bu hal için şekil 2.13'de görülen küresel koordinatlar  $(r, \theta, \mu)$  kullanılmaktadır ve bu koordinatlar  $x=r \sin\mu \cos\theta$  ve  $S=r \sin\mu \sin\theta$  halinde ifade edilir. Bu durumda  $r$ 'nin  $r \sin\mu$  için yarı kürede aşağıdaki adımlar takip edilir.

$$\phi_0 = \frac{igH}{2\omega \cosh kd} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ika)^n}{n!} \left(\frac{r}{a}\right)^n \sin^n \mu \cos n\theta \right] e^{-i\omega t} \quad (2.164)$$

Saçılan dalgalardan dolayı potansiyel (2.152) denklemini benzer forma sahip olacağı kabul edilir. Bilinmeyenlerin bulunabilmesi amacıyla cismin yüzey sınır şartı uygulandığında, saçılan dalgaya ait potansiyel aşağıdaki şekli alır;

$$\phi_s = \frac{igH}{2\omega \cosh kd} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ika)^n}{n!} \frac{n}{n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sin^n \mu \cos n\theta \right] e^{-i\omega t} \quad (2.165)$$

Bu takdirde toplam potansiyel;

$$\phi = \frac{igH}{2\omega \cosh kd} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ika)^n}{n!} \left[ \left(\frac{r}{a}\right)^n + \frac{n}{n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \right] \sin^n \mu \cos n\theta \right\} e^{-i\omega t} \quad (2.166)$$

$\phi$ 'nin alternatif formu;

$$\phi = \frac{igH}{2\omega \cosh kd} \left\{ \cosh\left(\frac{r}{a}y_1\right) e^{i(r/a)x_1} + \left(\frac{a}{r} + \frac{iK_1}{R_1^2}\right) \cosh\left(\frac{a}{r}y_1\right) e^{i(a/r)x_1} - \frac{y_1}{R_1^2} \sinh\left(\frac{a}{r}y_1\right) e^{i(a/r)x_1} - \frac{iK_1}{R_1^2} \right\} e^{-i\omega t} \quad (2.167)$$

burada,  $x_1 = ka \sin\mu \cos\theta$ ,  $y_1 = ka \sin\mu \sin\theta$  ve  $R_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = ka \sin\mu$

Bernoulli denkleminin lineer dinamik basınç terimi esas alındığında net yatay kuvvet (x doğrultusunda) aşağıdaki gibi verilir;

$$F_x = a^2 \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \rho \cos\theta d\theta \sin^2 \mu d\mu \quad (2.168)$$

buradan

$$F_x = 15\rho V \dot{U}_0 \quad (2.169)$$

elde edilir.

Burada  $V = 2\pi a^3/3$  yarı kürenin hacmi, ve  $\dot{U}_0$  yarı kürenin merkezinde su zerreciklerinin ivmesidir. Bu denklem efektif atalet katsayısı Morrison denkleminin atalet terimine eşdeğerdir. Net düşey kuvvet;

$$F_y = a^2 \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \rho \sin\theta d\theta \sin^2 \mu d\mu \quad (2.170)$$

buda

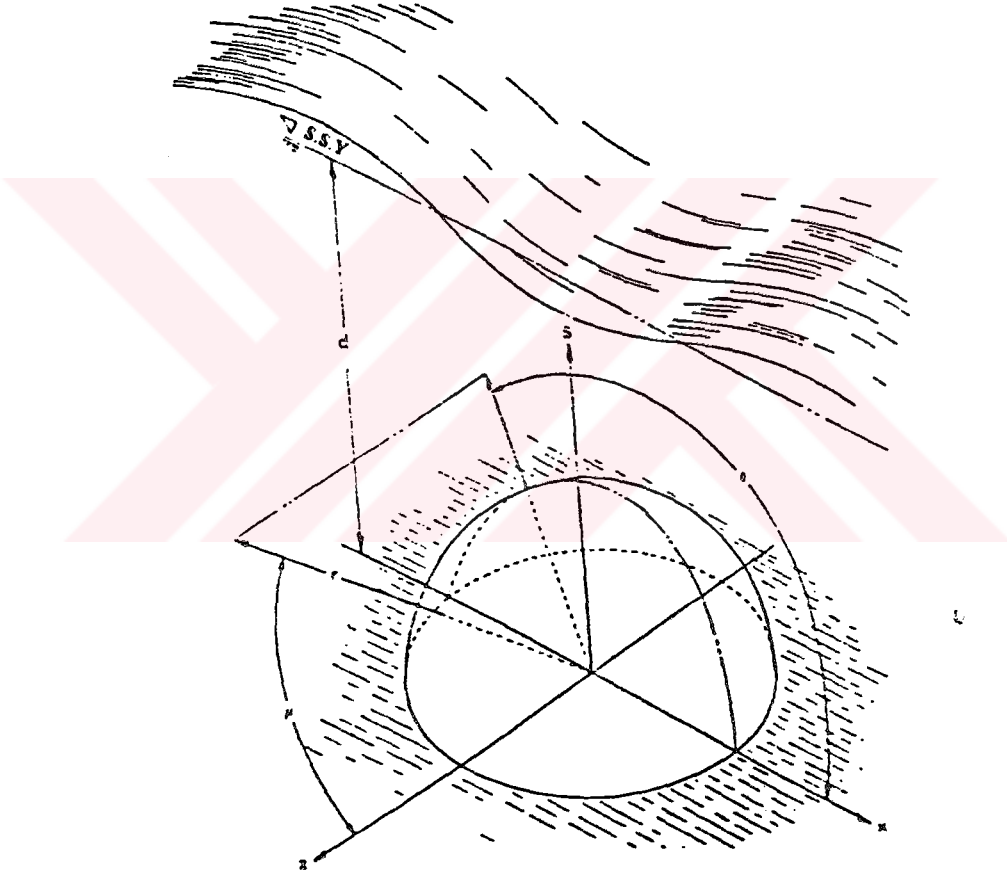
$$F_y = \rho g \frac{H}{2} \frac{\pi a^2}{\cosh kd} C_6(ka) \sin\omega t \quad (2.171)$$

olacaktır, burada;

$$C_6(ka) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+1)!} \frac{1+4n}{1-4n^2} \left(\frac{ka}{2}\right)^{2n} \quad (2.172)$$

$C_6(ka)$  aynı zamanda Bessel fonksiyonunun terimleri halinde yazılabilir;

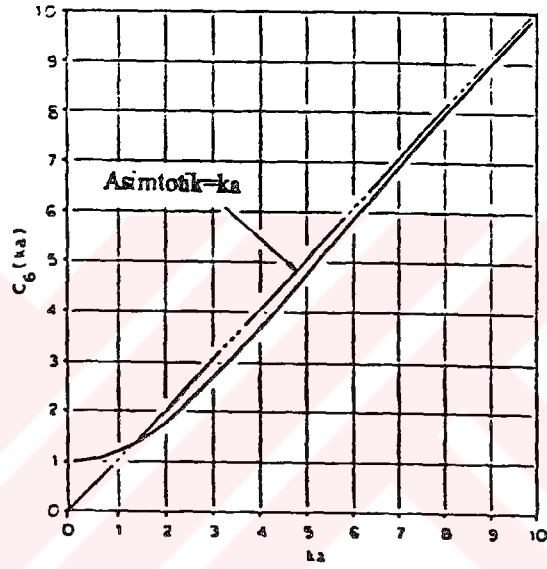
$$C_6(ka) = J_0(ka) + \left(ka - \frac{1}{ka}\right) \int_0^{ka} J_0(\alpha) d\alpha - \left(ka - \frac{2}{ka}\right) J_1(ka) \quad (2.173)$$



Şekil 2.13 Sonlu su derinliğinde tabana oturmuş yarı küre.

$C_6(ka)$  şekil 2.14'de grafiksel ve tablo 2.3'de sayısal değerler olarak verilmiştir.  $ka > 3$  için  $C_6(ka)$ 'nın değişimi lineerdir. (2.169) ve (2.171) denklemleri tabana oturmuş

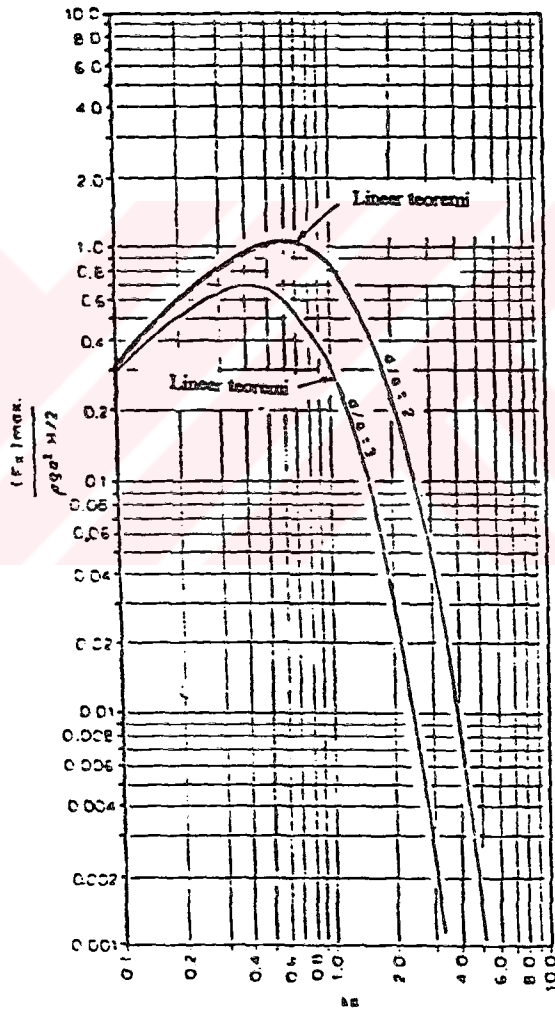
yarı küre için temel kavramlar içermektedir. Bu sonuçlar yansıyan dalga üzerinde serbest yüzey etkisinin ihmal edildiği potansiyel çözüm esas almaktadır ve böylece bu sonuçlar sadece  $d/a \rightarrow \infty$  limit durumu içindir.



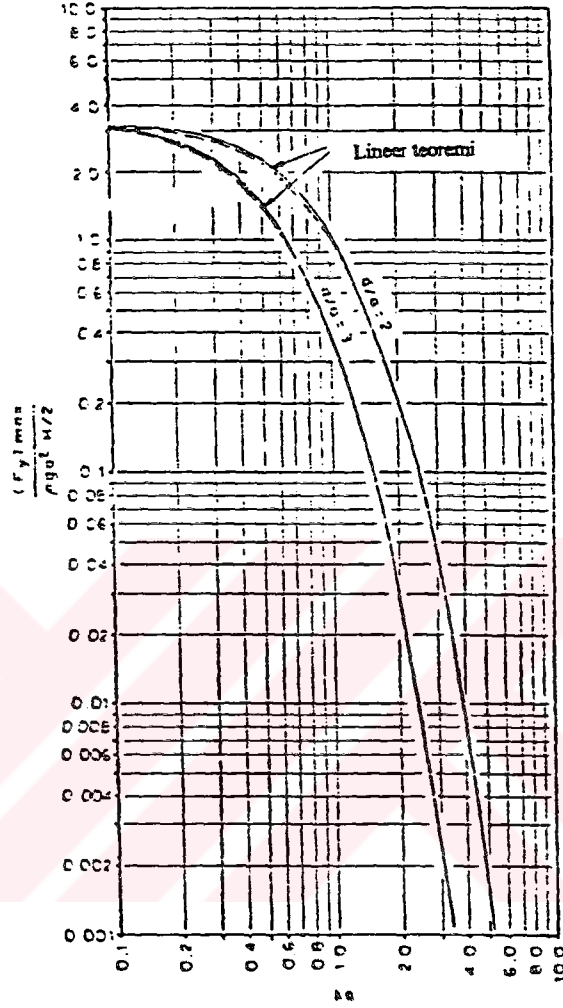
Şekil 2.14 Yarı küre için düşey kuvvet halinde  $ka$ 'ya karşın  $C_6(ka)$  fonksiyonu.

Yarı küre halinde  $d/a$ 'nın sonlu değerleri için sonuçların doğruluğu 3 denklem lineer çözüm sonuçlarıyla karşılaştırılmasıyla araştırılabilir. Bu sonuçlar kuvvetleri etkileyen serbest yüzey ve yansıyan dalga arasındaki etkileşimi göstermektedir. Şekil 2.15 ve 2.16'da  $ka$ 'nın 0.1 ve 5.0 arasında değişmesi durumunda  $d/a=2.0$  ve 3.0 için sonuçların karşılaştırılmasını göstermektedir. Şekil 2.17 ve 2.18'de Garrison ve Rao

(1971), yarı küre için deneysel sonuçları ile birinci mertebe kuvvet neticelrinin karşılaştırılmasını göstermektedir. Küçük genlikli ve hemen hemen sinüzoidal dalga şartları için bu sonuçlar elde edilmiştir. Teori ve deney arasında uyum çok mükemmel değildir, özellikle bu yatay kuvvet için daha belirgindir. Bundan başka, düşey kuvvetteki farklılıklar şekil 2.18'den görüldüğü gibi Garrison ve Rao (1971), çalışmalarına göre deneysel hatalardan kaynaklanmaktadır.



Şekil 2.15 Tam nümerik çözümle normalleştirilmiş yatay kuvvet (yarı küre için).



Şekil 2.16 Tam nümerik normalleştirilmiş düşey kıvrıvet (yarı küre için).  
(Garrison ve Rao (1970), deneysel sonuçları).

### 2.3.2. Beşinci Mertebe Teorinin Uygulanması

Yarı silindir için daha önce bahsedildiği gibi, sonuçlar Stokesin non - lineer dalga için herhangi bir mertebeden ifade edilebilir. Beşinci mertebe Stoks teorisi kullanılarak yaklaşan dalgaya ait hız potansiyeli aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi_0 = \sum_{\alpha=1}^5 \lambda_{\alpha} \cos \alpha k x e^{i\alpha(kx - \omega t)} \quad (2.174)$$

burada,  $\lambda_{\alpha} (\alpha=1,2,3,4,5)$   $kd$ 'nin fonksiyonudur. Lineer dalga teoresi için,  $\lambda_1 = igH/(2\omega \cosh kd)$ dir, diğerleri ise sıfırdır. Eğer beşinci mertebe teori yarı silindir ve yarı küre için kullanılacaksa, eğer tüm ifadeler  $k$ ,  $\omega$  ve  $\lambda_1$ ,  $\alpha k$ ,  $\alpha \omega$  ve  $\lambda_{\alpha}$  ile yer değiştirilirse diferansiyeller birbirine benzer olur ve sonuç terimler beş terim halinde toplanır. Yarı küre de olduğu gibi dinamik basınç terimi Bernoulli denklemine ilave edilmelidir.

$$P = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho Q - (U_{\theta}^2 + U_{\mu}^2) + \rho g Q \quad (2.175)$$

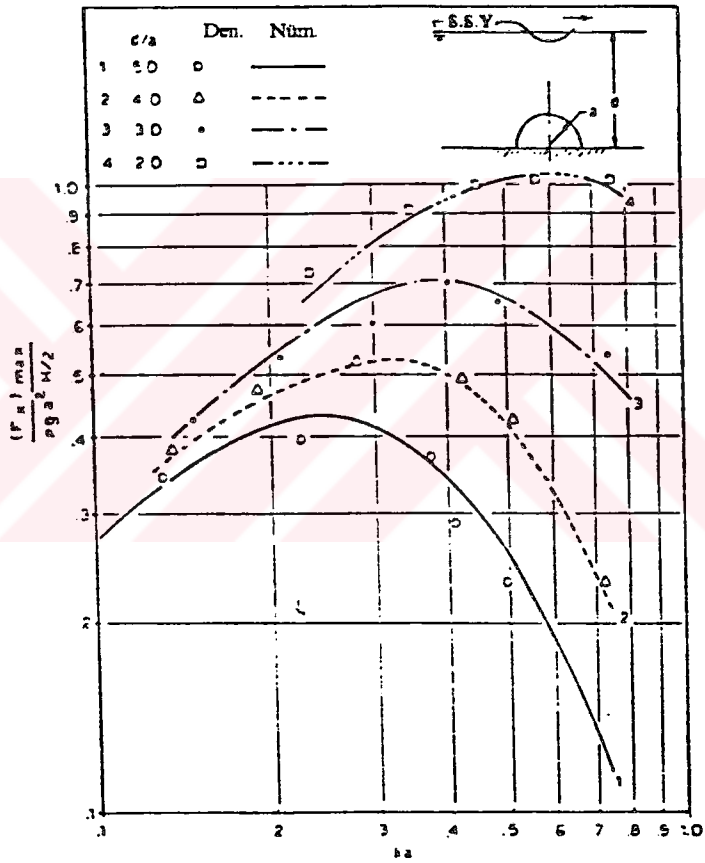
burada terimler  $r=0$  için ifade edilir ve  $Q$  sabit olarak alınır.

$r=a$  için, teğetsel hızlar,  $U_{\theta}$  ve  $U_{\mu}$ ;

$$U_{\theta} = \frac{\lambda_{\alpha}}{a \sin \theta} \left\{ \left( -2x_{\alpha} + \frac{x_{\alpha}}{R_{\alpha}^2} \right) \sinh Y_{\alpha} \sin(x_{\alpha} - \alpha \omega t) \right. \\ \left. + \left( 2Y_{\alpha} + \frac{Y_{\alpha}}{R_{\alpha}^2} \right) \cosh Y_{\alpha} \cos(x_{\alpha} - \alpha \omega t) \right. \\ \left. - \sinh Y_{\alpha} \cos(x_{\alpha} - \alpha \omega t) - \frac{Y_{\alpha}}{R_{\alpha}^2} \cos \alpha \omega t \right\} \quad (2.176)$$

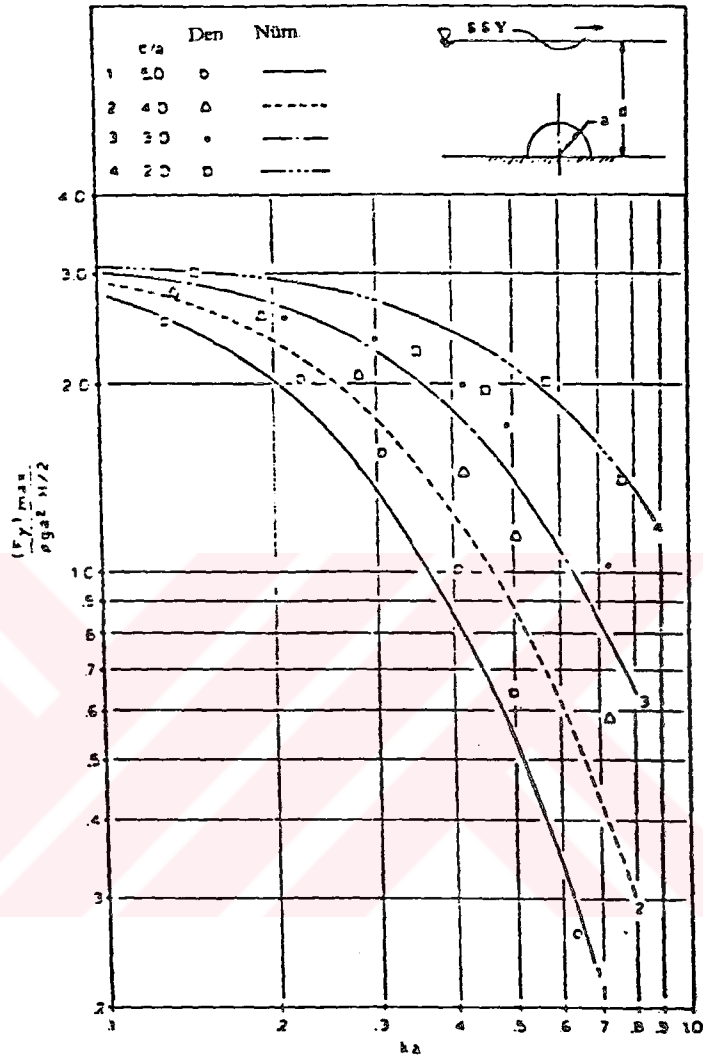
$$U_{\mu} = \frac{\lambda_{\alpha} \cos \theta}{\alpha} \left\{ \left( -2X_{\alpha} + \frac{X_{\alpha}}{R_{\alpha}^2} \right) \sinh Y_{\alpha} \cos(X_{\alpha} - \alpha \omega t) \right. \\ \left. - \left( 2Y_{\alpha} + \frac{Y_{\alpha}}{R_{\alpha}^2} \right) \sinh Y_{\alpha} \sin(X_{\alpha} - \alpha \omega t) \right. \\ \left. + \cosh Y_{\alpha} \sin(X_{\alpha} - \alpha \omega t) - \frac{X_{\alpha}}{R_{\alpha}^2} \cos \alpha \omega t \right\} \quad (2.177)$$

Yarı küre üzerinde etkili yatay ve düşey kuvvetler bu ifadelerin nümerik integrasyonu ile elde edilir. Skjelbrera ve Hendricksen (1961), tarafından tabiılaştırılan beşinci mertbe dalga katsayılarından Stokesin beşinci mertbe teorisiyle tanımlanan non-lineerlik  $d/l$  küçük olduğunda verilen bir dalga yüksekliği için çok daha kuvvetli olduğu bulunmuştur veya  $ka$  küçük ve  $d/a$  çok büyük olduğunda da benzeri durum söz konusu olmaktadır.



Şekil 2.17 Batık yarı küre için normalleştirilmiş maksimum yatay kuvvet

(Garrison ve Rao (1970), deneysel sonuçları).



Şekil 2.18 Batık yarı küre için normalleştirilmiş maksimum düşey kuvvet  
(Garrison ve Rao (1970), deneysel sonuçları).

#### SAYISAL ÖRNEK

9.1m (30ft) yüksekliğinde, 15sn periyodunda non-lineer dalga etkisinde 30.5 m(100 ft) derinlikte tabana oturmuş 15.2m (50ft) yarı çaplı yarı silindire tesir edecek maksimum yatay ve düşey kuvveti belirlemek istenmektedir.

$$P = \rho g \frac{H \cosh ks}{2 \cosh kd} \cos \theta + \frac{3}{4} \rho g \frac{\pi H^2}{L} \frac{1}{\sinh 2hd} \left[ \frac{\cosh 2ks}{\sinh^2 kd} - \frac{1}{3} \right] \cos 2\theta$$

$$- \frac{1}{4} \rho g \frac{\pi H^2}{L} \frac{1}{\sinh 2kd} [\cosh 2ks - 1]$$

ve

$$C^2 = C_0^2 \left\{ 1 + \left( \frac{\pi H}{L} \right)^2 \left[ \frac{9 - 8 \cosh^2 kd + 8 \cosh^4 kd}{8 \sinh^4 kd} \right] \right\}$$

ifadelerinin çözümlerinin ve  $d/l=0.1247$ ,  $L=244.5\text{m}(802.24\text{ft})$  ve  $\lambda=0.1105$  elde edilir.  $A_{ij}$ ,  $C_1$  ve  $\theta$  katsayıları aşağıdaki gibi verilir.

$$A_{11} = 1.1551$$

$$A_{22} = 0.6675$$

$$A_{33} = -0.4452$$

$$A_{13} = -4.3827$$

$$A_{24} = -3.3238$$

$$A_{44} = 0.2162 \times 10^{-1}$$

$$A_{15} = -9.2649$$

$$A_{33} = 0.2527$$

$$A_{55} = -0.5142 \times 15^{-1}$$

$$C_3 = -0.2182$$

$$C_4 = 0.4182$$

$$Q = 0.3322$$

$ka$  boyutsuz değeri 0.3916'dır. Tablo 2.4'te ikinci dereceden hız terimli ve terimsiz beş kuvvet bileşeni için maksimum pozitif ve negatif genlikler verilmiştir.

Sonuç olarak, bir dalga periyodu boyunca yaklaşık olarak  $t=2.375$  anında maksimum yatay kuvvetin mutlak değeri 1.441.790 kg (3.178.550.0 lb) olarak elde edilir. Maksimum düşey kuvvetin mutlak değeri de  $t=821$  s anında 3.433.765kg (7.570.156.0 lb) olarak elde edilir.

Tablo 2.4 Beşinci mertebeye Stokes teorisi ile derin suda batık yarı küre için kuvvetler.

| $ka$     |                          | $F_{xz}$                         | $F_{yz}$          | $F_{xz}$                       | $F_{yz}$     |
|----------|--------------------------|----------------------------------|-------------------|--------------------------------|--------------|
| $\alpha$ | $\lambda_\alpha$         | Hız karesi terimi içermemektedir |                   | Hız karesi terimi içermektedir |              |
| 0        | Q'ya ait                 | 0.0                              | +166,345.7        | 0.0                            | +166,345.7   |
| 1        | 830.20                   | $\pm 2,117,746.8$                | $\pm 5,580,950.0$ | +2,040,800.0                   | +8,009,490.0 |
| 2        | 52.278                   | $\pm 533,421.2$                  | $\pm 767,571.0$   | +529,548.0                     | +787,078.0   |
| 3        | 2.3203                   | $\pm 53,269.4$                   | $\pm 58,175.2$    | +53,251.2                      | +58,226.6    |
| 4        | $0.2201 \times 10^{-1}$  | $\pm 898.3$                      | $\pm 857.9$       | +898.2                         | +855.6       |
| 5        | $-0.5787 \times 10^{-2}$ | $\pm 369.0$                      | $\pm 331.4$       | +369.0                         | +330.7       |

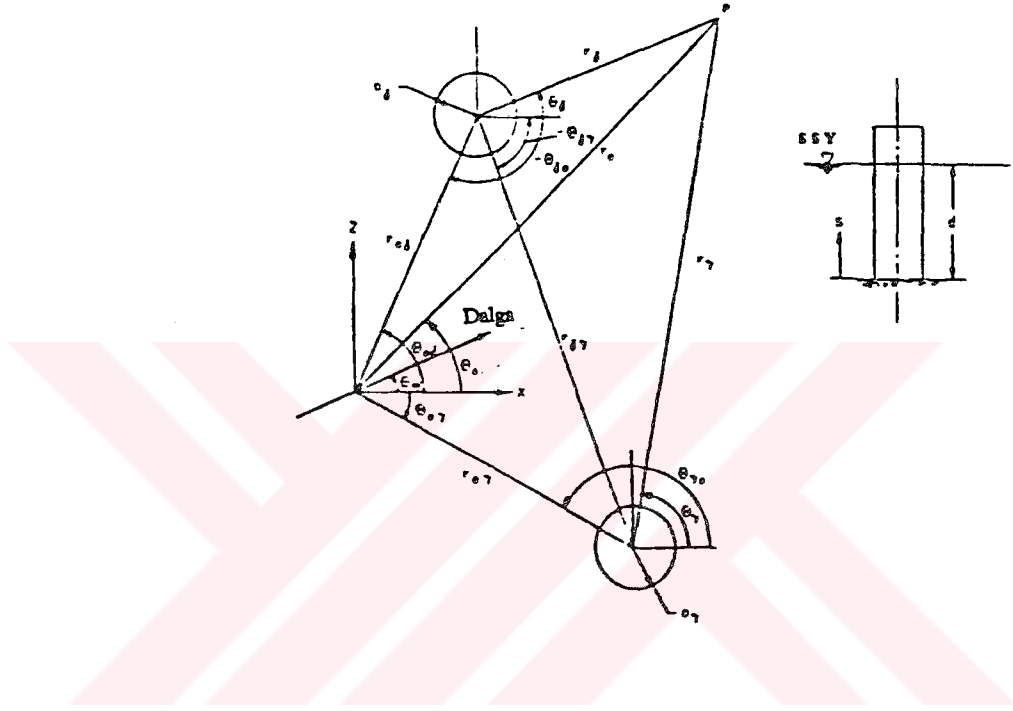
Bu örnek non-linear terimlerin etkisini göstermektedir, buna karşın  $d/l$ 'in değeri bire eşit olduğunda bu etki ihmal edilebilir mertebede olacaktır. Bu örnekte ikinci dereceden hız terimlerinden dolayı non-linear etkilerin öneminde görülmektedir. Burada cismin boyutu ile mukayese edilen bir dalga yüksekliği için ikinci dereceden hız terimi  $\partial\phi/\partial t$  teriminin ikinci mertebeden değeri ile aynı şiddete sahiptir veya lineer terimin %15 ve %10 arasındadır.

### 2.3.2.1. Birden Fazla Düşey Silindir Hali

Spring ve Monkmeyer (1974), iki farklı silindirin değişik dalga açısının silindirlere yaklaşması durumu için bir çözüm elde etmiştir. Burada lineer dalga hali için herhangi sayıda farklı silindirler için hız potansiyelleri verilecektir Chakrabarti (1978).

Genel olarak dalga-difraksiyon problemlerinde, akışkan sıkışmaz ve çevrintisiz olarak kabul edilir. İki boyutlu yaklaşım için silindirin tabandan serbest yüzeye kadar uzandığı kabul edilir ve The MacCarny-Fuchs teorisi uygulanabilir. Problemden silindirik koordinatlar kullanılacaktır (şekil 2.19). Her biri  $G_\delta$  ( $\delta=1,2,\dots,\Delta$ ) yarı çapına sahip  $\Delta$

silindir mevcuttur. Her bir silindirin yeri  $r_\delta, \theta_\delta$  ( $\delta=1,2,\dots,\Delta$ ) koordinatlarıyla tariflenmiştir. Hız potansiyeli akım alanında  $(r_0, \theta_0)$  noktasında tanımlanır.  $x$  pozitif ekseni ile  $\theta_0$  açısı yapan yaklaşan dalga kabul edildiğinde  $P$  noktasında hız potansiyeli  $0$  orijin ile aşağıdaki gibi verilir;



Şekil 2.19 Birden fazla silindir için problemin tanımı.

$$\phi_0 = \frac{igH \cosh ks}{2\omega \cosh kd} e^{i[kr_0 \cos(\theta_0 - \theta_\omega) - \omega t]} \quad (2.178)$$

Bessel fonksiyonu terimleriyle, hız potansiyeli sonsuza açılan bir seri halinde;

$$\phi_0 = \frac{igH \cosh ks}{2\omega \cosh kd} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kr_0) e^{i[n(\theta_0 - \theta_\omega + \pi/2) - \omega t]} \quad (2.179)$$

burada,  $J_n = n$  mertebeden birinci tip Bessel fonksiyonudur.  $\delta$ 'ninci silindirin merkezi referans alındığında hız potansiyeli aşağıdaki gibi dönüştürülür;

$$r_0 \cos(\theta_0 - \theta_\omega) = r_{0\delta} \cos(\theta_{0\delta} - \theta_\omega) + r_\delta \cos(\theta_\delta - \theta_\omega) \quad (2.180)$$

ve

$$\phi_0^\delta = \frac{igH \cosh ks}{2\omega \cosh kd} e^{ikr_{0\delta} \cos(\theta_{0\delta} - \theta_\omega)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kr_\delta) e^{i[n(\theta_\delta - \theta_\omega + \pi/2 - \alpha)]} \quad (2.181)$$

$\delta$  silindir için dalgaların saçılımından kaynaklanan potansiyel tek bir silindirde olduğu gibi aynı formda yazılır;

$$\phi_s^\delta = \frac{igH \cosh ks}{2\omega \cosh kd} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^\delta H_n^{(1)}(kr_\delta) e^{in\theta_\delta - \alpha} \quad (2.182)$$

Daha önce olduğu gibi  $H_n^{(1)}$  n. mertebeden birinci tip Hankel fonksiyonudur,  $H_n^{(1)} = J_n + iy_n \times A_n^\delta$  katsayısı bilinmemektedir. Her bir silindir için saçılmadan kaynaklanan hız potansiyeli kendi koordinat sistemiyle yazıldığı için, verilen silindir bir üzerinde bunun etkisi dikkate alınmayabilir. Bu problemin üstesinden gelebilmek için  $\phi_s^\delta$  için ifade,  $\delta$  silindirden 0 referans koordinatına dönüştürülür. Bessel teoremi kullanılarak Abramowitz ve Stegun (1970), bu;

$$H_n(kr_\delta) e^{in\theta_\delta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n+m}(kr_\delta) J_m(kr_s) e^{im(\theta_{0\delta} - \theta_0)} e^{in\theta_{s0}} \quad (2.183)$$

burada,  $\theta_{\omega}, \theta_{0\delta}$ 'nin bütünler açılarıdır, negatif saat akrebi yönünde ölçülür ve H birinci tip Hankel fonksiyonunu göstermektedir. Bu teknik  $\delta$  ( $\delta=1,2,\dots$ ) silindir referans alınarak toplam hız potansiyelini ifade etmek üzere uygulanır, toplam potansiyel yaklaşan dalganın ve her bir silindirden dalgaların saçılmasından kaynaklanan potansiyellerin toplanmasıyla elde edilir.  $\phi^\delta$  toplam potansiyeli  $\delta$  silindir koordinat sistemi alınarak aşağıdaki gibi yazılır;

$$\begin{aligned} \phi^\delta = igH \frac{\cosh ks}{2\omega \cosh kd} & \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} (J_n(kr_\delta)) e^{ikr_\delta \cos(\theta_{0\delta} - \theta_\omega)} e^{in(\theta_\delta - \theta_\omega + \pi/2)} \right. \\ & + A_n^\delta H_n(kr_\delta) e^{in\theta_{0\delta}} \left( \sum_{\mu=1}^{\delta-1} + \sum_{\mu=\delta+1}^{\infty} \right) \\ & \left. \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_n^\mu H_{n+m}(kr_{\delta\mu}) J_m(kr_\delta) e^{im(\theta_{\delta\mu} - \theta_\delta)} e^{im\theta_\mu \delta} \right\} e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (2.184)$$

$\phi^\delta$  değeri Laplace denklemini, tabanı ile serbest yüz şartlarını ve Sommerfeld-radyasyon şartını sağlamaktadır.  $\phi^\delta$ 'da tüm değerler  $A_n^\delta$  katsayıları hariç bilinmektedir. Bu katsayıların değerleri her bir silindir yüzeyinde sağlanması gereken sadece kalan sınır şartlarına uygunlanmak suretiyle elde edilir, yani yüzeyde normal hız sıfır olmalıdır;

$$r_\delta = a_\delta \quad \text{iç in} \quad \frac{\partial \phi^\delta}{\partial r_\delta} = 0 \quad (2.185)$$

Her bir silindir için (2.185) ifadesi (2.184) denkleminde yerine konduğunda, ve  $e^{in\theta_\delta}$ 'nin katsayıları sıfıra eşitlenirse, çünkü ortogonalite bağıntılarından dolayı, aşağıdaki denklem takımı elde edilir;

$$\begin{aligned}
& \sum_{\mu=1}^{\delta-1} \sum_{m=-\mu}^{\mu} A_{m}^{\mu} H_{n+m}(kr_{\delta\mu}) e^{im\theta_{\mu}\delta} J_n'(ka_{\delta}) e^{in\theta_{\delta}\mu} + A_{-n}^{\delta} H_{-n}^1(ka_{\delta}) \\
& + \sum_{\mu=\delta+1}^{\Delta} \sum_{m=-\mu}^{\mu} A_{m}^{\mu} H_{n+m}(kr_{\delta\mu}) e^{im\theta_{\mu}\delta} J_n'(ka_{\delta}) e^{in\theta_{\delta}\mu} = \\
& J_{-n}^1(ka_{\delta}) e^{ikr_{0\delta} \cos(\theta_{0\delta} - \theta_w)} \times e^{im(-\theta_w + \pi/2)}
\end{aligned} \tag{2.186}$$

burada,  $\delta=1,2,\dots,\Delta$  ve  $n=-\mu,\dots,\mu$ . Bilinmeyenler sonlu sayıda bir miktarı sadece nümerik olarak belirlenebildiğinden, (2.186) denkleminde  $m$  sonsuz serisi  $\pm M$  ile sınırlıdır. Böylece  $A_n^{\delta}$  bilinmeyenlerin toplam sayısı  $(2m+1)\Delta$  olur.

Denklemlerin sayısı bilinmeyen sayısına eşit olması için,  $n$  serisinde  $\pm M$  ile sınırlanır (2.186) denklemleri matris formunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$A_{ij} X_j = B_i \quad i,j=1,2,\dots,(2m+1)\Delta \tag{2.187}$$

burada,  $X_j : A_n^{\delta}$  bilinmeyenler,  $B_i$  (2.186) denkleminin sağ tarafı ve  $A_{ij}$ ,  $A_n^{\delta}$  katsayılarını gösteren kompleks matris.  $X_j$  için çözümler  $A_{ij}$  kompleks matrisini inversini alıp  $B_i$  kolon matrisiyle çarparak elde edilir.

$x$  ve  $z$  doğrultularında hidrodinamik basınç ve yatay kuvvetler  $a_{\delta}$  yarı çaplı her bir silindir için;

$$P_{\delta} = \rho g \frac{H \cosh ks}{2 \cosh kd} \left\{ \right\} e^{-i\omega t} \tag{2.188}$$

burada,  $P_{\delta}$ ,  $\delta$  silindir üzerinde basınçtır ve parantez içindeki değer ise (2.184) denkleminin aynesidir. Yatay düzlemde iki ortogonal doğrultuda her bir silindir üzerine etkiyen kuvvetler silindir yüzeyinde basıncın integrasyonu ile elde edilir.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} F_x^\delta \\ F_z^\delta \end{bmatrix} &= \rho g \frac{H}{2} \frac{\pi a_\delta}{k} \tanh kd \left\{ -2J_1(ka_\delta) e^{ikr_{0\delta}} \cos(\theta_{0\delta} - \theta_\omega) \begin{bmatrix} \cos\theta_\omega \\ \sin\theta_\omega \end{bmatrix} \right. \\
&+ \left. \begin{bmatrix} -i(A_1^\delta - A_{-1}^\delta) \\ A_1^\delta + A_{-1}^\delta \end{bmatrix} H_1(ka_\delta) - \begin{bmatrix} i \\ 1 \end{bmatrix} \left( \sum_{\mu=1}^{\delta-1} + \sum_{\mu=\delta+1}^{\Delta} \right) \right. \\
&\times \sum_{m=-\mu}^{\mu} A_m^\mu \left[ H_{m+1}(kr_{\delta\mu}) e^{i\theta_{\delta\mu}} + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} H_{m-1}(kr_{\delta\mu}) e^{-i\theta_{\delta\mu}} \right] \\
&\left. \times J_1(ka_\delta) e^{im\theta_{\mu\delta}} \right\} e^{-imt}
\end{aligned} \tag{2.189}$$

Bu ifadenin gerçek kısmı basınç ve kuvvetin hesabında kullanılır ve bunlar faz açıları ile ilişkilidir. Kuvvet ifadesinde denklem (2.189) kuvvetlerin karşılıklı olarak katkısı şöyledir;

1. Yaklaşan dalga potansiyeli dolayısıyla ilk terim;
2. Tek bir silindir için dalgaların saçılması dolayısıyla potansiyel ikinci terim, buna karşın;
3. Diğer silindirlere toplu saçılım dolayısıyla sondaki terimler. Eğer  $\delta=1$  ise 'The MacCaury ve Fuchs' sonuçlarına uygun olarak tek bir silindire ait ifade elde edilir.

$ka=0.1$  için elde edilen deney sonuçlarının teorik değerlerle karşılaştırılması şekil 2.20'de gösterilmiştir. Teorik sonuçlar yaklaşan dalgaların ortogonalının dik olması,  $\Delta=7$  ve  $M=5$  için elde edilmiştir. Böylece matrisin (2.187) denklemindeki mertebesi  $77 \times 77$ dir.

Sonuçlar  $ka=0.1$  için boyutsuz formda ifade edilmiştir, burada  $\delta_\delta$  bir sıra silindire etkili maksimum kuvvetin tek bir silindire etkiyen maksimum kuvvete oranıdır, x eksenine aşağıdaki ifade ile boyutsuzlaştırılmıştır.

$$\beta = \frac{2a}{s} \quad (2.190)$$

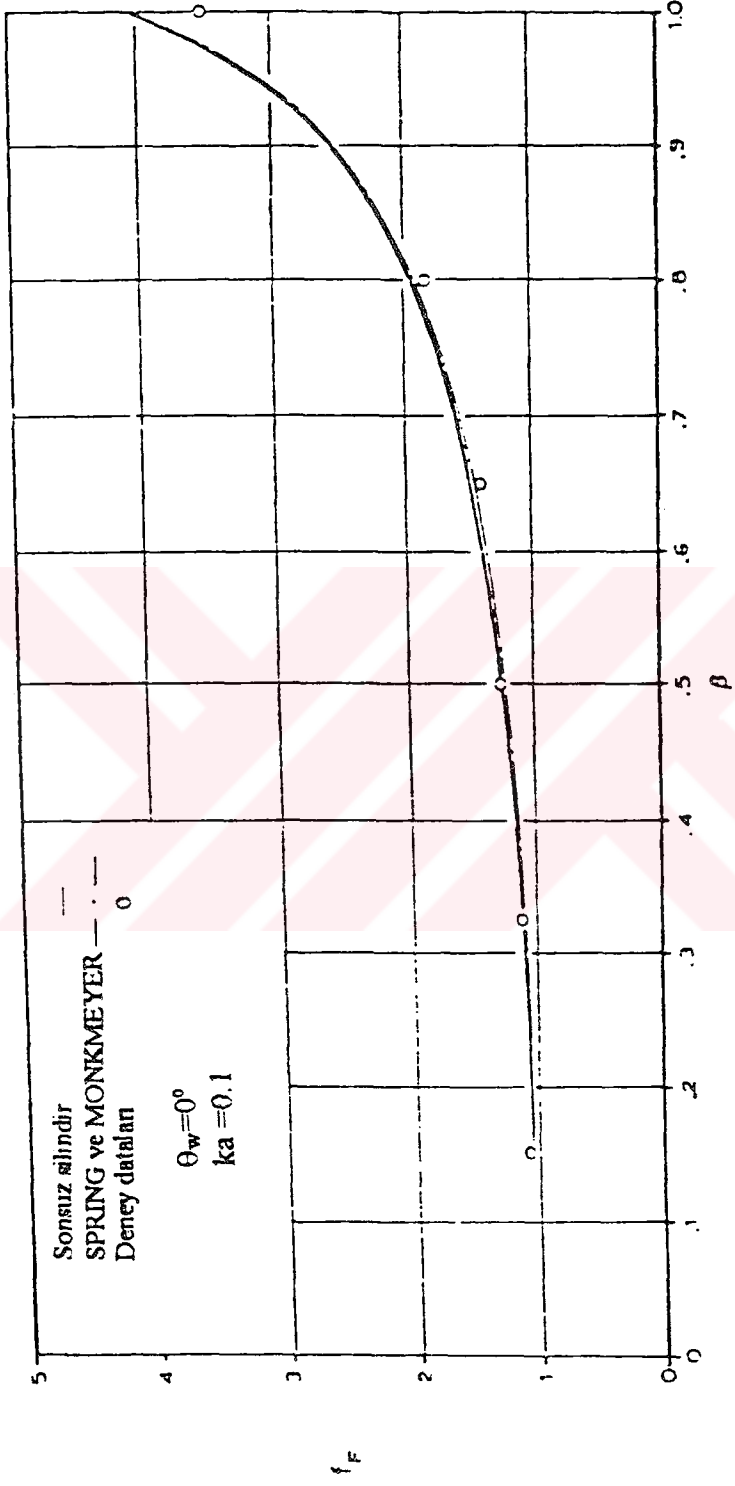
burada,  $a$  silindirin yarıçapı,  $s$  ardışık silindirlerin merkezleri arasındaki mesafedir. Bunun için  $\beta=0$  tek bir silindiri buna karşın  $\beta=1$  silindirlerin birlerine değmesi anlamına gelir. Deneysel veriler  $\beta=1$  civarındaki değerler hariç teorik sonuçlarla karşılaştırılmıştır, çünkü bu değer civarında teori yeterince iyi sonuç vermektedir. Ancak  $\beta$ 'nın geniş aralığında sonsuz silindir serisi için Spring ve Monkmeyer (1979)'in sonuçları oldukça iyi yaklaşım vermektedir.

Şekil 2.21 ve 2.22'de aynı çaplı dört silindir için çoklu saçılımın etkisini veren nümerik bir örnek verilmiştir.  $ka$  difraksiyon parametresi 0 dan 2'ye değişmektedir. Su derinliğinin yarıçapa oranı 5 alınmıştır, buda geçişte derin su şartlarına geçişi göstermektedir. Böylece gergi ayaklık platform veya büyük dört kolonlu bir platformu karakterize eden dört silindir halını gösterilmiş olur. Silindir mesafesinin çapa oranına göre ( $S/D=1,2,3$  ve 4) toplam kuvvet şekil 2.21'de gösterilmiştir. Teori silindirlerin birbirine değmesi durumunda doğru değildir. Çoklu saçılımı anlayabilmek için (2.189) denkleminde üçüncü seri, şekil 2.22'de tek bir silindirden difraksiyon etkisi dahil eden kuvveti göstermekte, ancak çoklu saçılım ihmal edilmiş böylece nümerik sonuçlardan elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bu şekilden görüldüğü gibi çoklu saçılımın etkisi oldukça önemlidir.

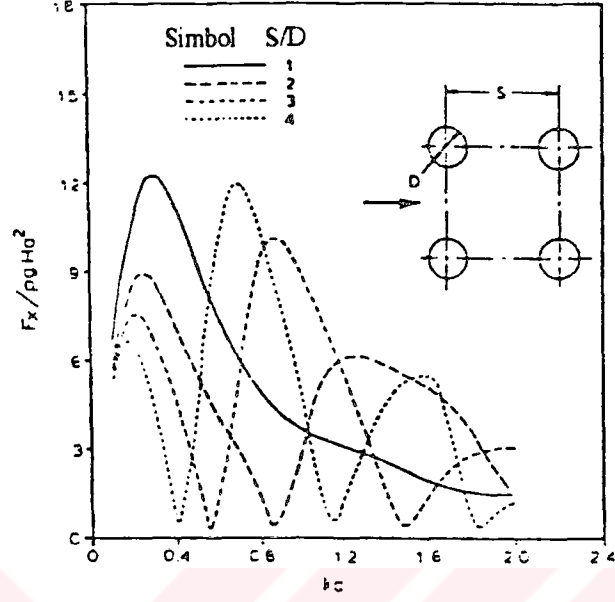
Simon (1982), bir seri silindire etkiyen dalga kuvvetlerinin hesabı için yaklaşık bir teori teklif edilmiştir. Bu teoriye göre bir silindirden saçılarak dönem dalga diğeri komşu silindirde dalga genliği ile yerdeğıştirir. Verilen bir silindirin önündeki dalga genlik ve fazları verilen bir eşdeğer dalgaya toplanarak elde edilir. Verilen silindir üzerinde eşdeğer dalga etkisi böylece hesaplanır. İki silindir arasındaki mesafe büyük ise çözüm daha iyi sonuç vermektedir. Mciver ve Evans (1984), bu metodu uygulamış ve daha yüksek mertebeden teori için geliştirilmiştir üç silindir hali için nümerik çözüm

şekil 2.23'de tam çözüm ile karşılaştırılmıştır. Silindirlerin birbirine yakın olması durumunda dahi yaklaşım daha iyidir.

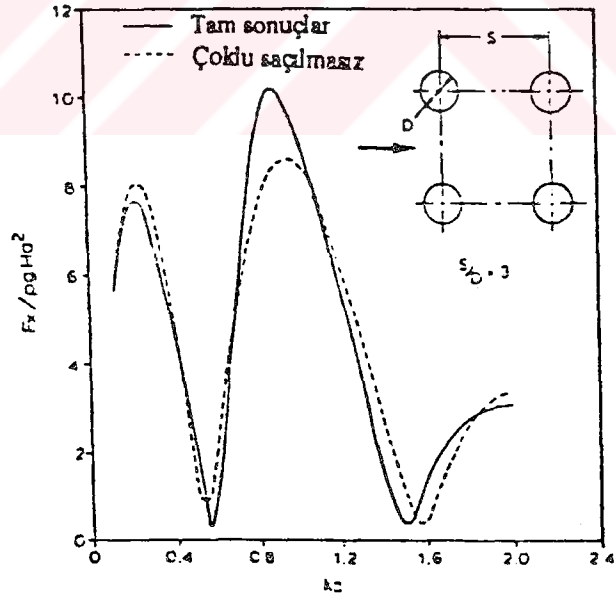




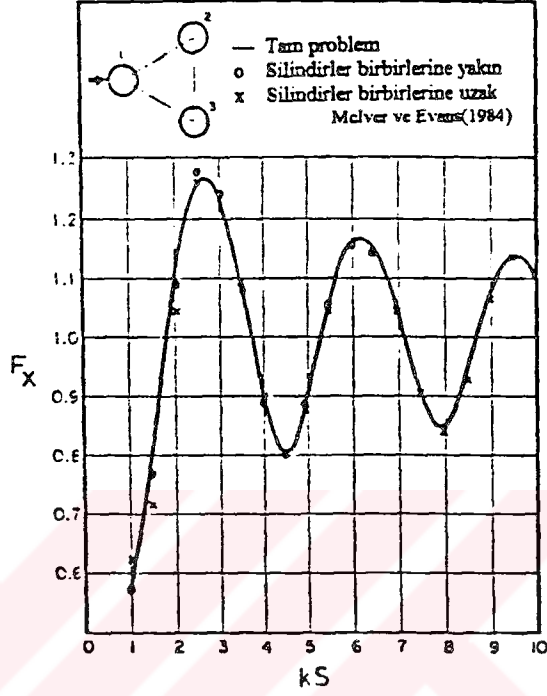
Şekil 2.20 Sonsuz silindir serisi için dencysel ve nümerik sonuçların karşılaştırılması.



Şekil 2.21 Farklı aralıklı dört düşey silindir için normalleştirilmiş yatay kuvvetler.



Şekil 2.22 Dört düşey silindir için çoklu saçılım etkisi ile ilgili nümerik sonuçlar.



Şekil 2.23 Ka=0.4 için KS'ye karşın üç silindir konfigürasyonunda tesir eden yatay kuvvet (Mciver ve Evons,1984).

### 2.3.3. İki Boyutlu Kaynak Kuyu Metodu

Dalganın yaklaşımına normal yapı boyutlarının diğer boyutları yanında büyük olması halinde iki boyutlu difraksiyon teoresi uygulanabilir. Bir çok iki boyutlu yaklaşım literatürde mevcuttur, örneğin, Strip teori Mathisen (1982), makro-eleman Koklunowrachos ve Libell (1984), ve kaynak-kuyu metodu Naftzger ve Chakrabarti (1979), Strip teori en eski ve en fazla uygulanamıdır.

Strip-teori gemilere tesir eden dalga yüklerinin hesabında en popüler olanıdır.Stripler bir kabuk eleman çok küçük bir çok şerite ayrılmasıyla elde edilir kuvvetlerin elde edilebilmesi ve her bir Stripte hidrodinamik katsayıların bulunabilmesi

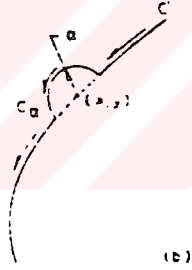
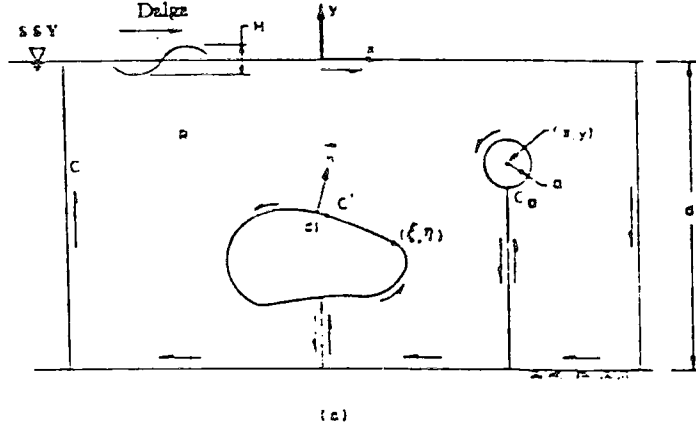
için iki boyutlu potansiyel teorisinin uygulanabilmesi amacıyla her bir strip yaklaşık olarak aynı en kesit alanına sahiptir.

Strip teorisi katamaran ve ikiz batıkları için geliştirilmiştir. Güverteler arasındaki iletişim böylece dikkate alınmıştır. Strip teorisinin uygulanabilmesi için güvertelerin yeterince uzun ve üniform kesite sahip olması istenir. Strip-teori metodu ile radyasyon potansiyeli ve ilgili hidrodinamik katsayıları hesaplanabilir. Toplam difraksiyon kuvvetleri Haskinds bağıntıları kullanılarak hesaplanır Sarpkaya ve Isaacson (1981), böylece batık güverteler üzerindeki hidrodinamik kuvvetler bu metodla belirlenemez.

Batık ikizlerin mukabelesi için bir teorisinin türetilmesinde, Mathisen et al (1982), tarafından kullanılan güvertelerin etkileşimi dolayısıyla potansiyellerin birbirlerine karşı hareketleri göz önüne alınarak strip teori geliştirilir. Ters potansiyel hareketi, güvertelere etkili kuvvet dağılımının türetilmesinde karşılık güverteler üzerindeki alternatif radyasyon potansiyellerini dikkate almaktadır.

İnce cidarlı cisimlerde difraksiyon teorisi Mathisen, et al (1982), iki boyutlu difraksiyon potansiyellerinden hesaplanan difraksiyon kuvvetleri hariç strip teorisine benzerdir. İnce cidarlı cisim yaklaşımı gemi genişliği uzunluğuna göre küçük olduğunda yapılır. En kesitinde uzunluk boyunca yavaş değiştiği kabul edilir. Bu durumda, türetilen Laplace denklemi iki boyutlu Helmholtz denklemine indirgenir.

Burada kaynak-kuyu metodu ile sonlu derinlikte iki boyutlu dairesel kesitte dalgaların saçılımı incelenecektir. Problem Green formülü John(1950), kullanılarak lineer teori yardımıyla nümerik olarak çözümlenecektir. Problem iki boyutlu olarak sınırlandırılmıştır, ve lineer dalga teorisi çerçevesinde çevrintisiz akım, sıkışmaz akışkan kabulü yapılmıştır. Çözüm böylece Laplace denklemini sağlayan  $\phi(x,y,t)$  hız potansiyeli terimleri halinde yazılabilir ve bu t zamanının harmonik fonksiyonudur.



Şekil 2.24 İki boyutlu kaynak-kuyu problemi.

Potansiyelin yaklaşan dalga kısmı kompleks formda aşağıdaki gibi verilir:

$$\Phi_0(x, y, t) = \phi_0(x, y)e^{-i\omega t} \quad (2.191)$$

burada

$$\Phi_0(x, y) = \frac{igH \cosh ks}{2\omega \cosh kd} e^{ikx} \quad (2.192)$$

problem şekil 2.24'de tanımlanmıştır. Potansiyelin saçılan dalga kısmı benzer tarzda

$$\Phi(x, y, t) = \phi_s(x, y) e^{-i\omega t} \quad (2.193)$$

şeklinde yazılır. Böylece toplam potansiyel şöyle yazılır;

$$\Phi(x, y, t) = \phi(x, y) e^{-i\omega t} \quad (2.194)$$

$$\Phi(x, y, t) = \Phi_0(x, y, t) + \Phi_s(x, y, t) \quad (2.195)$$

lineer teorinin varsayımlarıyla,  $\Phi$  difransiyel denklemini;

$$\nabla^2 \Phi(x, y, t) = 0 \quad (2.196)$$

ve sınır şartlarını sağlayacaktır.

Serbest yüzey şartı;

$$y=d \quad \text{için} \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad (2.197)$$

Taban şartı;

$$y=-d \text{ için } \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad (2.198)$$

Yapının yüzeyin sabit sınır şartı;

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (2.199)$$

Buna ilaveten, potansiyelin saçılan dalga kısmı Sommerfeld radyasyon şartını sonsuza geri dönen dalgalar için sağlamalıdır. Problem saçılan dalganın potansiyelinin uzamsal kısmının terimleriyle formülize edilebilir.

Difransiyel denklemi;

$$\nabla^2 \phi_s = 0 \quad (2.200)$$

Serbest yüzey şartı;

$$y=0 \text{ için } -\omega^2 \phi_s + g \frac{\partial \phi_s}{\partial y} = 0 \quad (2.201)$$

Taban sınır şartı;

$$y=-d \text{ için } \frac{\partial \phi_s}{\partial y} = 0 \quad (2.202)$$

Yapay yüzey şartı;

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_s}{\partial n} \quad (2.203)$$

Radyasyon şartı;

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \left( \frac{\partial \phi_g}{\partial |x|} - ik\phi_y \right) = 0 \quad (2.204)$$

$\phi_0(x,y)$  için çözüm Wehausen ve Laitono (1960), tarafından verilen iki boyutlu kaynak fonksiyonları kullanılarak integral denklemlerinden elde edilir. Bu fonksiyon (2.200) ve (2.202) denklemleri kaynak noktaları hariç sağlamaktadır ve bu kompleks formda aşağıdaki gibi verilir.

$$G(x,y;\zeta,\eta;t) = g(x,y;\zeta,\eta)e^{-ikt} \quad (2.205)$$

burada

$$g(x,y;\zeta,\eta) = g_1(x,y;\zeta,\eta) + ig_2(x,y;\zeta,\eta) \quad (2.206)$$

$$g_1 = \frac{1}{2\pi} \log \frac{n}{d} + \frac{1}{2\pi} \log \frac{r_1}{d} - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left( \frac{x+\gamma}{x} \frac{e^{-xd} \cos x\eta \cosh xy \cos x(x-\zeta)}{x \sinh xd - \gamma \cosh xd} + \frac{e^{-xd}}{x} \right) dx \quad (2.207)$$

$$g_2 = -g_0 \cos k(x-\zeta) \quad (2.208)$$

$\zeta$  ve  $\eta$  argümanları  $(x,y)$  gibi benzer koordinat sistemi ile uyumlu kaynak noktasının koordinatlarıdır ve

$$r^2 = (x-\zeta)^2 + (y-\eta)^2 \quad (2.209)$$

$$r_1^2 = (x - \zeta)^2 + (y + 2d + \eta)^2 \quad (2.210)$$

$$k \tan hkd - v = 0 \quad v = \omega^2/g \quad (2.211)$$

ve

$$g_0 = \frac{\gamma \cosh k\eta \cosh ky}{k \gamma d + \sinh^2 kd} \quad (2.212)$$

dır,  $g_1$  fonksiyonu aynı zamanda aşağıdaki gibi seriye açılarak yazılabilir;

$$g_1 = g_0 \sin k|x - \zeta| - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{m_i} \frac{m_i^2 + \gamma^2}{m_i^2 d + \gamma^2 d - \gamma} \cos m_i y x \cos m_i \eta e^{-m_i |x - \zeta|} \quad (2.213)$$

burada,  $m_i, i \geq 1$ ,  $m \tan md + v = 0$ , denkleminin pozitif gerçekte kökleridir,  $g_1$ 'nin bu ifadesi  $|x - \zeta|$  büyük ise (2.207) denkleminde nümerik olarak çözümlendiğinde çok daha iyi sonuçlar vermektedir.

İki boyutlu Green teoreminin uygulanmasıyla, yapı üzerinde  $\phi_s$  terimleri için  $\phi_s$  ve  $g$  ifadesi elde edilir.  $R$  bölgesinde şekil 2.24'de teorem uygulandığında  $c, c'$  dış sınırlar,  $c_a$  cismin yüzeyinin dışında  $(x, s)$  noktası dikkate alındığında;

$$\iint_R (g \nabla^2 \phi_s - \phi_s \nabla^2 g) dx ds = \int n (g \nabla \phi_s - \phi_s \nabla g) dl + \int_{c_a}^{c+c'} \left( g \frac{\partial \phi_s}{\partial \alpha} - \phi_s \frac{\partial g}{\partial \alpha} \right) d\alpha \quad (2.214)$$

ikinci integralde  $dl = \alpha d\theta$  ve  $\alpha \rightarrow 0$  için limit durum göz önüne alındığında;

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \alpha \left( g \frac{\partial \phi_s}{\partial r} - \phi_s \frac{\partial g}{\partial r} \right) d\theta = -\phi_s(x, y) \quad (2.215)$$

Şimdi R için;

$$\nabla^2 \phi_s = 0$$

$$\nabla^2 g = 0$$

bu durumda (2.214) ifadesinin sol tarafı sıfır olur. Bundan başka C dış sınır üzerinde  $\phi_s$  için aynı sınır şartları g ile sağlanır.

$$\int_C n(g \nabla \phi_s - \phi_s \nabla g) dl = 0 \quad (2.218)$$

(2.214) denklemini sonuçta aşağıdaki forma indirgenir;

$$\phi_s(x, y) = \int_{C'} \left[ -g(x, y; \zeta, \eta) \frac{\partial \phi_0}{\partial n}(\zeta, \eta) - \phi_s(\zeta, \eta) \frac{\partial g}{\partial n}(x, y; \zeta, \eta) \right] dl \quad (2.219)$$

burada, cismin yüzey şartı kullanılmıştır (2.203) denklemi. Böylece, eğer yapının yüzeyinden saçılan dalgaların potansiyeli biliniyorsa, dalga alanında her hangi bir noktada saçılmadan kaynaklanan potansiyel bulunabilir.

Şimdi şekil 2.24'de görüldüğü gibi  $C_\alpha$  yarım dairesiyle R bölgesinden hariç tutularak ve  $C'$  üzerinde denklem (2.219), (x,y) noktası alınarak  $\phi_s$  ve g'ye Green teoremi yeniden uygulansın. İntegrasyon boyunca  $C_\alpha$  ile  $C'$  üzerinde integre edilirs  $C' - C_\alpha$  integrali ile yer değiştirir.  $C_\alpha$  g'nin esas kısmı  $(1/2\pi) \log \alpha$ 'ya eşit olur ve  $\partial g / \partial n$ 'nin

esas kısmı  $1/(2\pi\alpha)$  eşit olacak, böylece  $C_\alpha$  üzerinde  $\alpha$ 'nın küçük değerleri için integral aşağıdaki ifadeyi verecektir;

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \log \alpha \frac{\partial \phi_s}{\partial n}(x, y) - \frac{1}{\alpha} \phi_s(x, y) \right] \alpha d\theta \quad (2.220)$$

$\alpha \rightarrow 0$  limit halinde bu  $-\frac{1}{2} \phi_s(x, y)$ 'ye eşit olacak ve  $\phi_s$  için denklem şu hali alacaktır;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \phi_s(x, y) + \int_{c'} \frac{\partial g}{\partial n}(x, y; \zeta, \eta) \phi_s(\zeta, \eta) dl \\ & = - \int_{c'} g(x, y; \zeta, \eta) \frac{\partial \phi_s}{\partial n}(\zeta, \eta) dl \end{aligned} \quad (2.221)$$

burada,  $x$  ve  $y$   $c'$  üzerine düşecektir ve integraller Cauchy değerleriyle ifade edilecektir. Bu denklem yapı küçük parçalara ayrılarak nümerik olarak çözülür ve  $\phi_s(x, y)$  için çözüm bu elemanların merkezidir.

Yapının yüzeyinde saçılan dalgaya ait potansiyeller belirlendikten sonra (2.195) denkleminde yüzey üzerindeki toplam potansiyel belirlenir. Bernoulli denkleminde yapının yüzeyinde dinamik basınç bulunur;

$$P(x, y, t) = \rho \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t}(x, y, t) \right\} = \rho \omega \operatorname{Re} \left\{ -i \phi(x, y) e^{-i\omega t} \right\} \quad (2.222)$$

burada, ikinci derece hız terimleri lineer teori gereğince ihmal edilebilir. Yatay, düşey kuvvetle ve moment  $(x_0, y_0)$  noktasında yapının yüzeyi boyunca bu basıncın integrasyonu ile elde edilir.

$$F_x = \int_{c'} -P \frac{\partial n}{\partial x} dl \quad (2.223)$$

$$F_y = \int_{c'} -P \frac{\partial n}{\partial s} dl \quad (2.224)$$

$$M_c = \int_{c'} -P \left[ (x - x_c) \frac{\partial n}{\partial y} - (y - y_c) \frac{\partial n}{\partial x} \right] dl \quad (2.225)$$

Burada, kuvvetler ve moment iki boyutlu yapının birim genişliği için verilmiştir. (2.221) denkleminde yapının yüzeyi saçılmadan kaynaklanan potansiyel belirlendiğinde, (2.219) denkleminde çözüm alanının her hangi bir noktasında saçılım potansiyeli bulunabilir. Özellikle,  $\phi_s(x, y)$  saçılım potansiyeli  $x \rightarrow \pm\infty$  için diffraktif dalgaların daha uzaktaki çözüm alanında yansıyan ve iletim karakteristikleri belirlenebilir.

$g$ 'nın limit değerleri ve türevleri;

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x, y; \zeta, \eta) = -g_0(y, \eta) \left[ i e^{\mp ik(x-\zeta)} \right] \quad (2.226)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\partial g}{\partial \zeta}(x, y; \zeta, \eta) = \mp k g_0(y, \eta) \left[ e^{\pm ik(x-\zeta)} \right] \quad (2.227)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\partial g}{\partial \eta}(x, y; \zeta, \eta) = -k g'_0(y, \eta) \left[ i e^{\pm ik(x-\zeta)} \right] \quad (2.228)$$

burada,  $g_0$  daha önce (2.212) ifadesiyle tanımlanmıştı, ve

$$g_0(y, \eta) = \frac{1}{k} \frac{k^2 - v^2}{k^2 d - v^2 d + v} \cosh ks \sinh k\eta \quad (2.229)$$

Böylece,  $x=+\infty$  ve  $s=d$  için toplam potansiyel aşağıdaki forma sahip olur;

$$\begin{aligned} \phi(x, d) = \phi_0(x, d) + \int_c^d \left[ ig_0(d, \eta) \frac{\partial \phi_0}{\partial n}(\zeta, \eta) e^{ik(x-\zeta)} \right. \\ \left. + \phi_s(\zeta, \eta) k g_0(d, \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial n} e^{ik(x-\zeta)} \right. \\ \left. + \phi_s(\zeta, \eta) k g_0'(d, \eta) \frac{\partial \eta}{\partial n} e^{ik(x-\zeta)} \right] d\eta \end{aligned} \quad (2.230)$$

burada,  $\phi_0(x, d) = (gH/2\omega) e^{ikx}$  ;  $\ddot{\phi} = 2\omega\phi/(gH)$  kullanılarak, (2.230) denklemini boyutsuzlaştırılır;

$$\ddot{\phi}(x, d) = (1 + C_7) e^{ikx} \quad (2.231)$$

burada

$$\begin{aligned} C_7 = i \int_c^d \left[ g_0(d, \eta) \frac{\partial \ddot{\phi}_0}{\partial n}(\zeta, \eta) + k \ddot{\phi}_s(\zeta, \eta) \right. \\ \left. \times \left\{ -ig_0(d, \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial n} + g_0'(d, \eta) \frac{\partial \eta}{\partial n} \right\} \right] e^{-ik\zeta} d\eta \end{aligned} \quad (2.232)$$

Benzer şekilde,  $x=-\infty$  ve  $y=0$  için;

$$\ddot{\phi}(x, d) = e^{ikx} + C_8 e^{-ikx} \quad (2.233)$$

burada

$$C_8 = i \int \left[ g_0(d, \eta) \frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial n}(\zeta, \eta) + k \bar{\phi}_0(\zeta, \eta) \right. \\ \left. \times \left\{ -i g_0(d, \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial n} + g_0'(d, \eta) \frac{\partial \eta}{\partial n} \right\} \right] e^{-ik\zeta d} \quad (2.234)$$

Genelde, serbest yüzeydeki yer değiştirme,  $\eta(x, t)$ ;

$$\eta(x, t) = \frac{1}{g} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t}(x, d, t) \right\} = \operatorname{Re} \left\{ -i \bar{\phi}(x, d) e^{-imt} \right\} \quad (2.235)$$

Bunun için, eğer menba ve mansaptaki uzak mesafelerde serbest yüzey profilleri aşağıdaki gibi yazılır;

$$\eta(x, t)^+ = -\operatorname{Re} \left\{ i T e^{i(kx - \omega t + \beta_1)} \right\} \quad (2.236)$$

ve

$$\eta(x, t)^- = -\operatorname{Re} \left\{ i e^{i(kx - \omega t)} + i R e^{-i(kx + \omega t - \beta_2)} \right\} \quad (2.237)$$

burada T ve R sırasıyla iletim (transmission), ve yansıma (reflection), katsayılarıdır ve  $\beta_1$  ile  $\beta_2$  faz açılarıdır, (2.231) ve (2.233) denklemlerinde;

$$T = \sqrt{(1 + \operatorname{Re}\{C_7\})^2 + (\operatorname{Im}\{C_7\})^2} \quad (2.238)$$

$$\tan \beta_1 = \operatorname{Im}\{C_7\} / (1 + \operatorname{Re}\{C_7\}) \quad (2.239)$$

$$R = \sqrt{(\operatorname{Re}\{C_8\})^2 + (\operatorname{Im}\{C_8\})^2} \quad (2.240)$$

$$\tan \beta_2 = I_m\{C_8\}/Re\{C_8\} \quad (2.241)$$

Green teoreminin  $\phi_s$ 'e uygulanmasından ve bunun karşılık yer değişiminden sabit derinlikte iki boyutlu bir engel için, bu şöyle görülebilir;

$$T^2+R^2=1$$

Bu sonuç (2.238) ve (2.240) denklemleri ile birleştirilirse,  $\phi_s$  için elde edilecek çözümün basit bir kontrolunu sağlar  $\phi_s$ 'nin nümerik çözümü için cebirsel denklemlerin diziye açılımı (2.221) denklemi ile yer değiştirilir. N alt alana bölünen iki boyutlu cismin üzerinde bir ağ tanımlanır ve her bir alt alanın merkezi  $\zeta_i$  ve  $\eta_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) koordinatları ile tanımlanır. Bu taktirde cebirsel denklemler aşağıdaki formu alır;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\phi_s(\zeta_i, \eta_i) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial g}{\partial n}(\zeta_i, \eta_i; \zeta_j, \eta_j)\phi_s(\zeta_j, \eta_j)(\Delta l)_j \\ & = - \sum_{j=1}^N g(\zeta_i, \eta_i; \zeta_j, \eta_j) \frac{\partial \phi_0}{\partial n}(\zeta_j, \eta_j)(\Delta l)_j \\ & i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2.243)$$

buda aşağıdaki ifadeye eşdeğer olarak yazılabilir;

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} X_j = \beta_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.244)$$

burada,  $A_{ij}$  kompleks matristir ve

$$A_{ij} = \frac{1}{2}\delta_{ij} + \frac{\partial g}{\partial n}(\zeta_i, \eta_i; \zeta_j, \eta_j)(\Delta l)_j \quad (2.245)$$

$\delta_{ij}$  kroneker delta,  $X_j$  her bir elemanın merkezinde bilinmeyen saçılım potansiyelleri ve  $\beta_1$ (2.243) denkleminin sağ tarafında bilinenlerdir.

Çözüm Gauss-Jordan pivotal eliminasyon tekniği ile elde edilebilir,  $\phi_n$  ( $\zeta_i, \eta_i$ ) bilindiğinde,  $\phi$  ( $\zeta_i, \eta_i$ ) toplam potansiyeli,  $p$  ( $\zeta_i, \eta_i$ ) basıncı ve  $F_x$  ile  $F_y$  kuvvetleri (2.233) ve (2.224) denklemlerinden hesaplanabilir. Aynı zamanda  $\phi_n$  ( $\zeta_i, \eta_i$ ) bilinmesiyle (2.238) ve (2.240) ifadelerinden yansıma ve iletim katsayıları belirlenir.

Bilgisayar çözümü, bilgisayarın mevcut depolama havızasına ve işlem zamanına bağlıdır. Genelde yaklaşık 100 eleman yeterince doğru bir işlem için hassasiyet %1 dir. Ancak, yapı tabana veya serbest yüzeye yakın ise bu yapıya yakın yüzeyler nedeniyle yeteri hassasiyetin elde edilebilmesi için daha fazla elemana ihtiyaç vardır, çünkü bu yüzeylerin kendisine komşu yüzeylerden dolayı  $\phi_n$ 'nin değişimi artmaktadır.

Üniform en kesite sahip bir yapının dalganın gelişine normal bir boyutu diğer boyutuna göre büyükse bu iki boyutlu yapı olarak ele alınabilir. Açık deniz boru hatları, akıma normal yapı elemanları, gemiler iki boyutlu yapılara örnektir.

Yukardaki analiz esas alındığında, yarı batık silindir, tam batık silindir ve tabana serbestçe oturmuş batık yarı silindir için çözümler elde edilebilir. Çıkarılan denklemler potansiyelin esas olarak serbest yüzeye göre silindirin durumuna bağlı olduğu kadar, dalga boyuna ve su derinliğinin yapının boyutuna olan rölatif oranına bağlı olduğunu göstermiştir.

Böylece, silindirin birim uzunluğu için normalleştirilmiş dalga kuvvetleri  $k_a$  difraksiyon parametresine karşın değişik derinlik yarı çap oranları ( $d/a$ ) için çizilmiştir.

$$\bar{F}_x = (f_x)_{\max} / (\rho g a H / 2) \quad \text{ve} \quad \bar{F}_y = (f_y)_{\max} / (\rho g a H / 2)$$

Benzer grafikler R yansıma katsayıları ve dalga kuvvetlerinin fazları için verilmiştir. İletim katsayısı T (2.242) denklemi kullanılarak yansıma katsayısından bulunabilir. Üç silindir durumunun her biri merkezlerine göre momentleri sıfırdır.

### 2.3.3.1. Yarı-Batık Silindir

Yarı batık silindir için şekil 2.25-2.28'de  $ka=0.01$  ve  $1.0$  ile  $d/a=1.05, 1.25, 1.5, 2.0, 4.0$  değerleri için sonuçlar verilmiştir. Şekil 2.25 ve 2.26'de maksimum yatay ve düşey kuvvetler gösterilmiş, buna karşın bunların faz açıları şekil 2.27'de verilmiştir, yansıma katsayıları ise şekil 2.28'de gösterilmiştir.

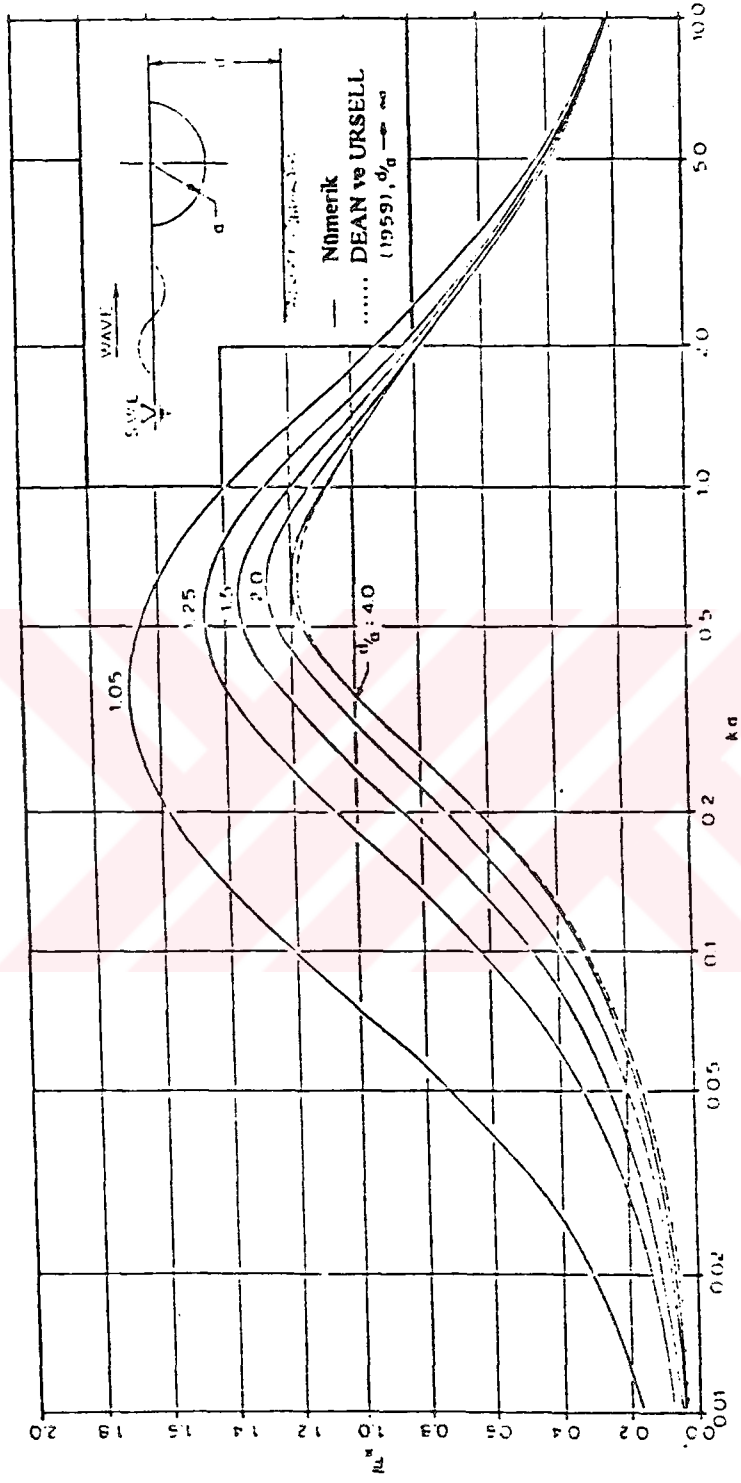
Sabit yarı batık silindir problemi Dean ve Ursell (1959), tarafından sonsuz derinlikte derin su hali için çözümlenmiştir. Çözümleri derin su için silindirik harmonikler ve kaynak fonksiyonlarından oluşmuştur. Sonuçlar şekil 2.25 ve 2.26'de kesikli çizgiler halinde görülmektedir. Dean ve Ursell aynı zamanda deneysel çalışmada gerçekleştirmiştir. Sonuçları teori ile %15'lik bir yaklaşım içindedir. Deneylerde derinlik yarıçap oranı mümkün olduğunca büyük tutulmuştur, yaklaşık 5.0 civarındadır.

Taban mevcüdiyeti, yarı batık silindir altındaki akımı etkileyecektir, dalga kuvvetlerinin ve yansıma katsayısının artışına neden olacaktır. Şekil 2.25 ve 2.27'de açıkça görüldüğü gibi, taban silindire yakın olduğunda bu etki oldukça büyük olmaktadır. Ancak, taban herhangi bir şekilde hareketlendiğinde ( $d/a > 2.0$ ) düşey kuvvet üzerinde taban etkisinde etkili olduğu görülebilmektedir, eğer derin su kriteri  $kd > \pi$  yaklaşan dalga ile sağlanmamışsa bu gerçekleşmektedir.

John (1950), tarafından da gösterildiği gibi, yüzeyi kırıklı silindirler için  $ka$ 'nın bazı değerlerinde integral denklemi eigen fonksiyonlarına sahiptir. Bu düzensizliklerin mevcüdiyeti; Green fonksiyonu integral denklemi yaklaşımının Bai ve Yowg (1974), bir limiti oluşturmaktadır. Yarı batık silindir durumunda tüm derinlikler de düşey kuvvet için neticeler  $ka = 1.9$  değerinde keskin bir dönüş göstermektedir şekil 2.26.

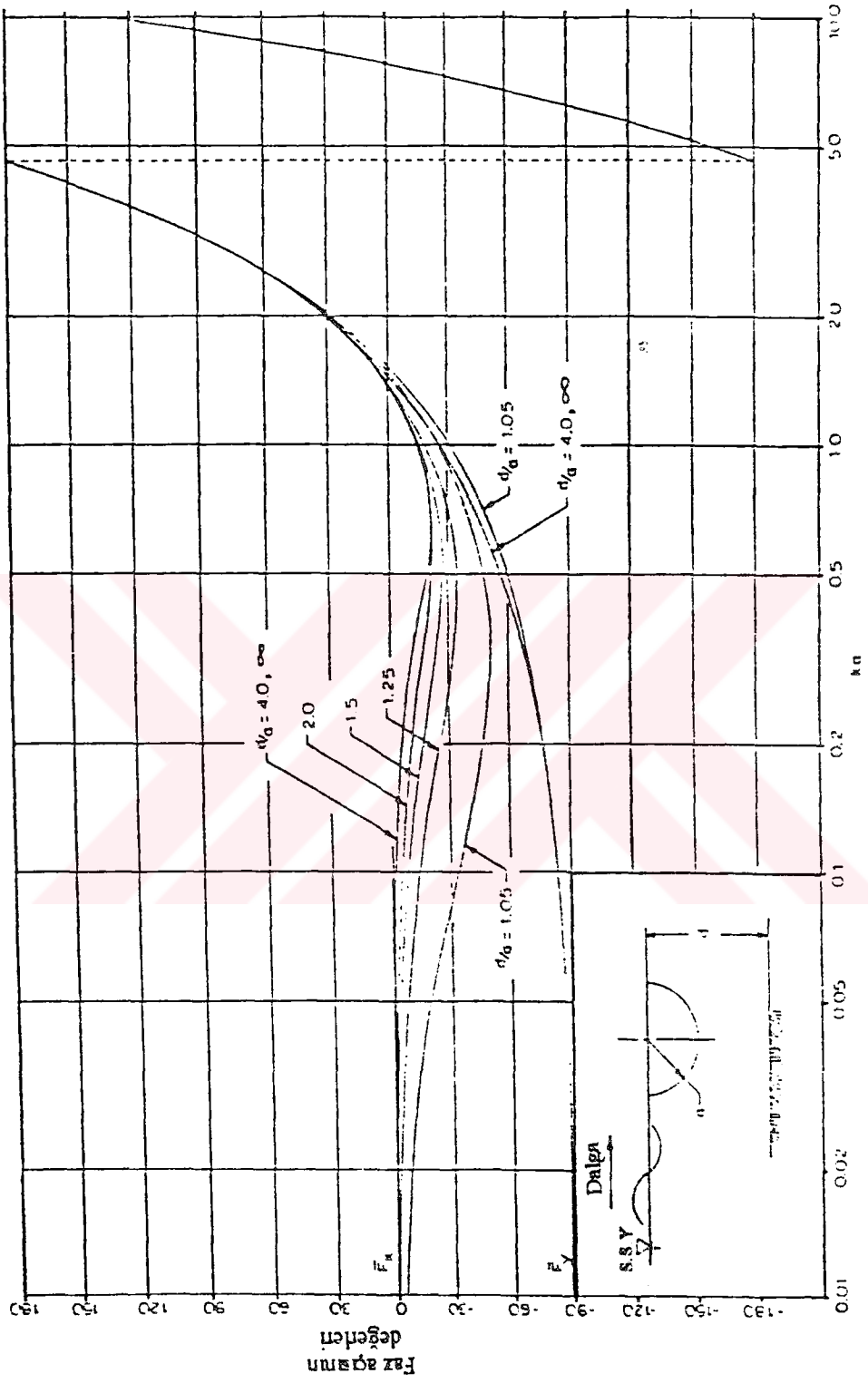
Lebreton ve Margnac (1966), ve Potash (1970), serbest yüzeyde silindirlerin salınımı için çözümlerinde benzer davranışlar gözlemişlerdir. Bu davranış  $N$  eleman sayısının artmasıyla eigen frekansının yaklaşık yarım bandıyla sınırlı kalabilir. Şekil 2.26'da yapıldığı gibi interpolasyon ile eigen frekansın komşu değerlerinde bu yaklaşım doğru sonuca ulaşımı sağlamaktadır.



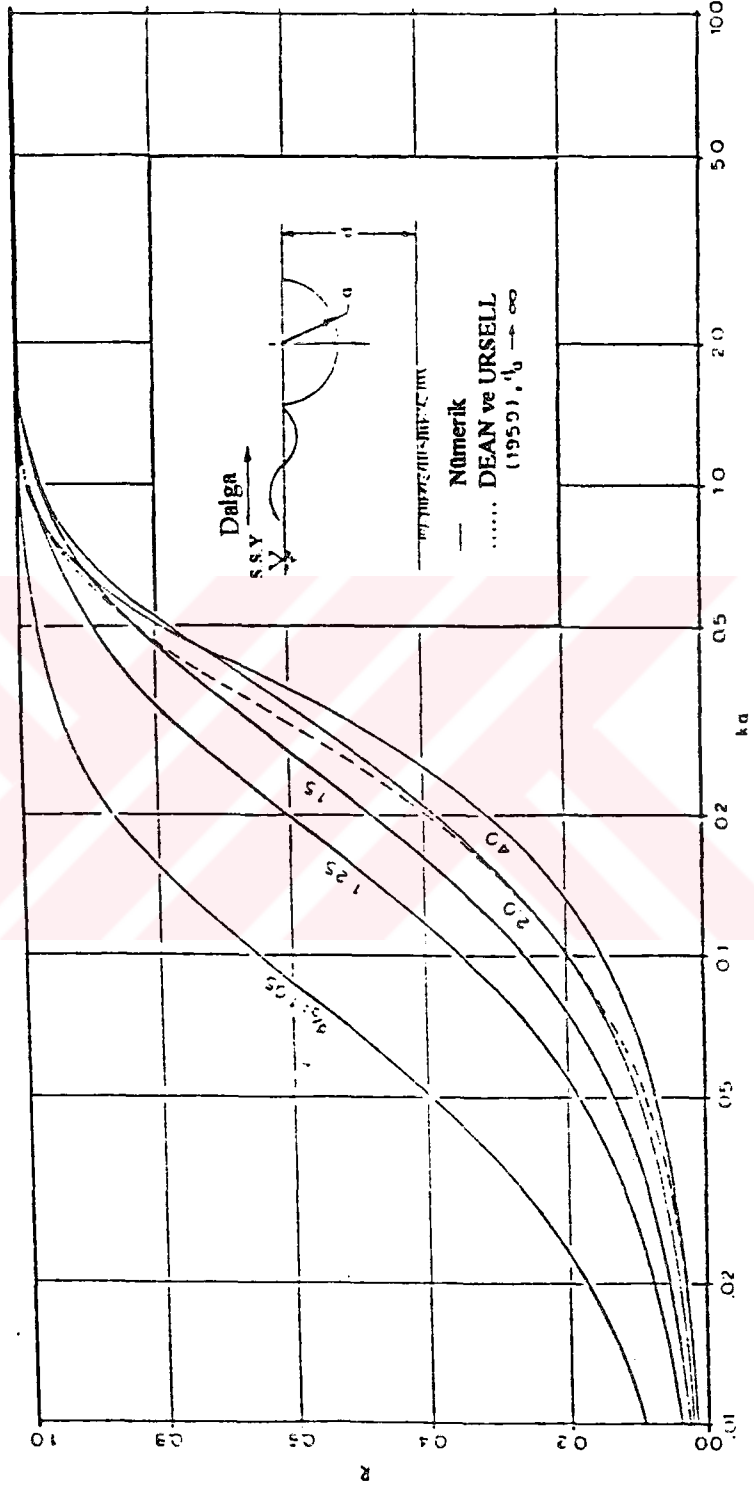


Şekil 2.2.5 Yarı batık silindire etkili normalleştirilmiş maksimum yatay kuvvet.





Şekil 2.27 Yarı batık silindire etkili maksimum kuvvetler için faz açıları.



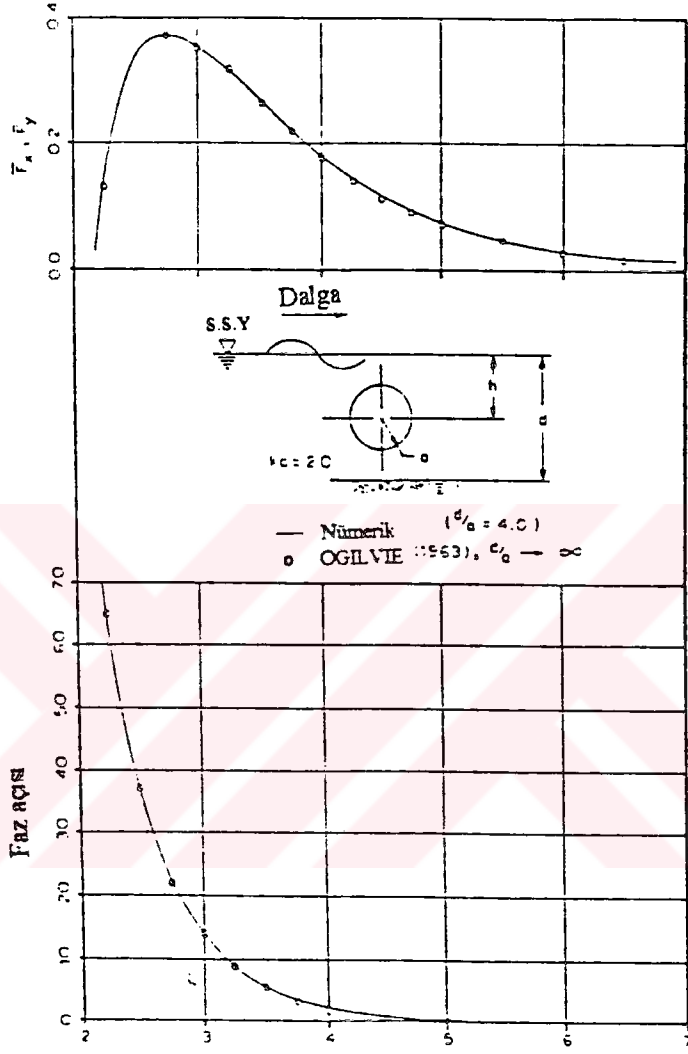
Şekil 2.28 Yarı batık silindir için yansımaya katsayıları.

### 2.3.3.2. Tam Batık Silindir.

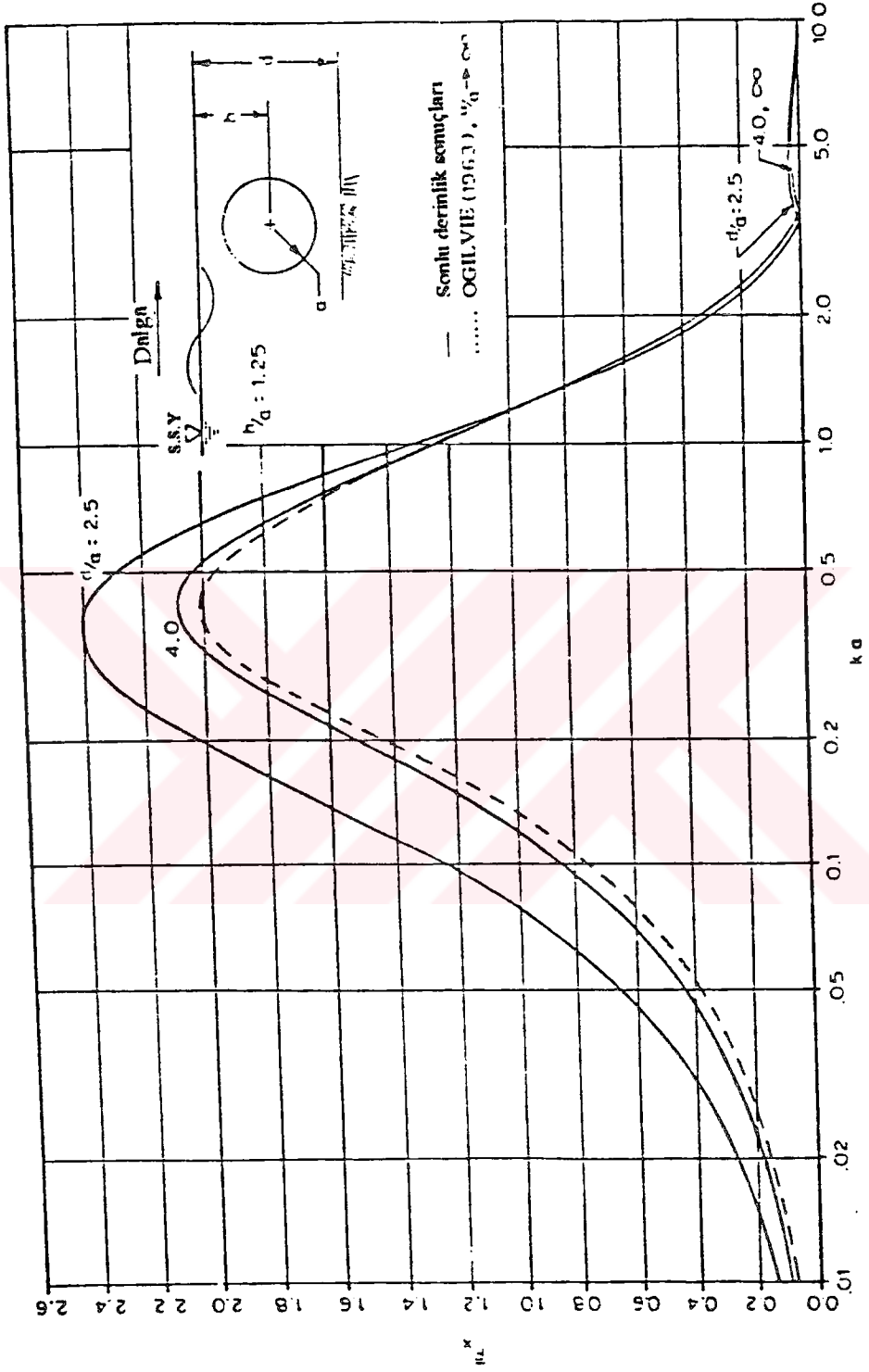
Ogilvie (1963), Ursell (1950)'nın çalışmasını takip ederek, sonsuz derin suda tam batık silindir için yarı kapalı formda bir çözüm elde etmişler. Sonuçlarını silindirin merkezinden olan  $h$  derinliği ile  $k$ 'nın çarpımı ve  $ka$ 'nın bir fonksiyonu olarak kuvvetler ve faz açıları için yayınlamıştır. Silindir üzerindeki lineer yatay ve dikey kuvvetler  $ka$  ve  $kh$ 'nin tüm değerleri için birbirlerine eşittir, şekil (2.29-2.33). Daha önce Dean (1948), sonsuz derin suda batık silindir için yansıma katsayısını tüm dalga boyutlarında sıfır bulmuştur, yayılan dalgalarda faz farkı yoktur (dalga kuvveti faz farkına iki katına eşittir).

Burada direkt olarak türetilen nümerik sonuçlarla Ogilvie'nin sonuçları karşılaştırmak için,  $ka$  için 2'nin bir değeri seçilmiştir çünkü bu  $kh$  ile kuvvetlerin genlik ve faz açılarında büyük değişimler göstermektedir.  $kh$ 'nin limit değerlerinde dikkat edilirse silindirin sakin suyu kestiği seviye  $kh=ka=2$  dir. Ogilvie silindirin üstü ile sakin su yüzeyi arasındaki açıklığın dalga genliğinden büyük olmasının gerekliliğini lineer teoremin anlamlı bir çözüm sağlaması açısından belirtmiştir.

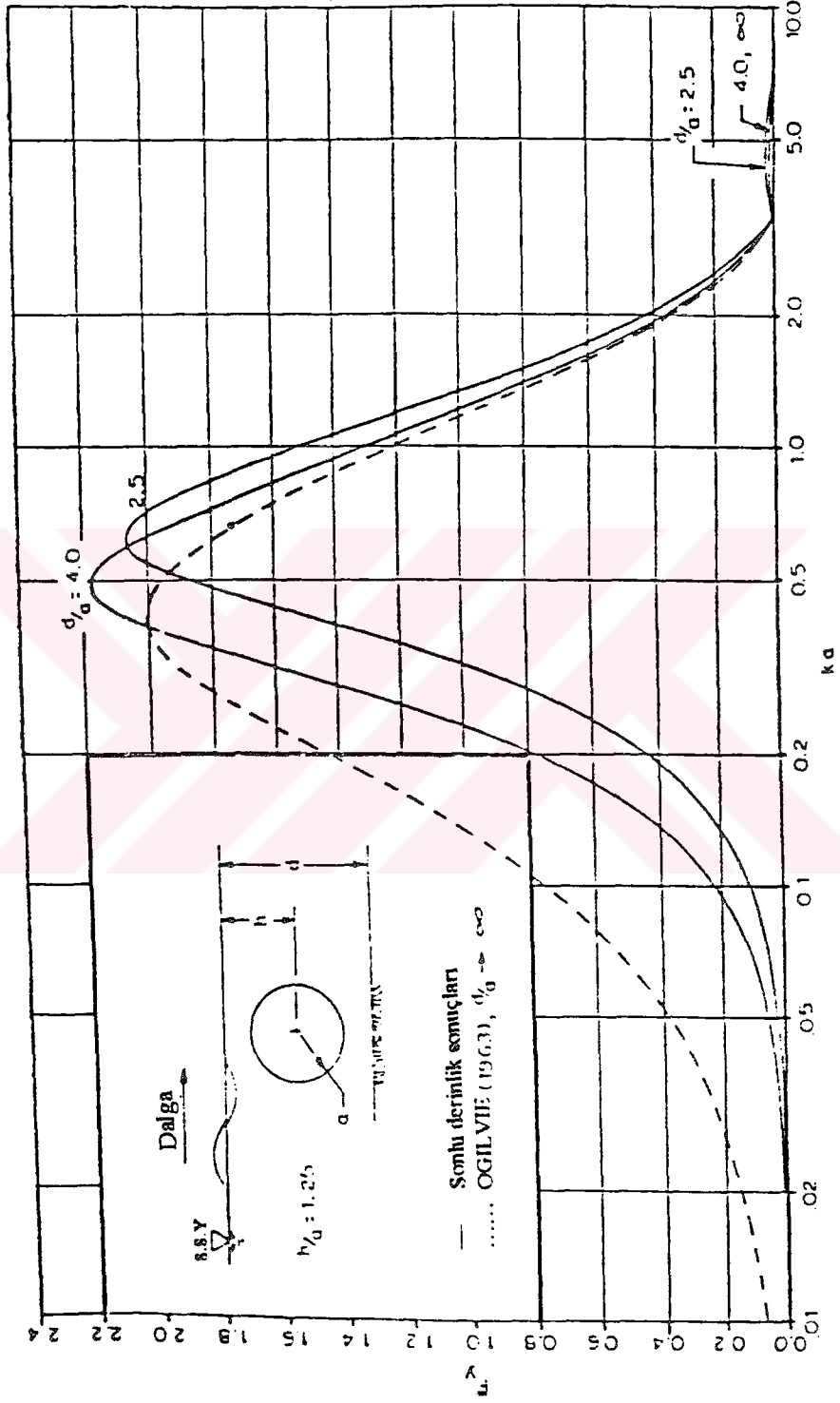
Ogilvie ile karşılaştırmalar  $d/a=4$  için gösterilmiştir  $kd > \pi$  için tabanın yaklaşan dalgaya etkisi ihmal edilecektir. Dolu çizgiler nümerik çözümü göstermektedir ve ortası boş noktalar ise Ogilvie'den alınmıştır. Anı çözüm  $kh < 6$  için aktüel olarak benzer görülmektedir. Ancak, özellikle, kuvvetlerin genlik ve faz açıları grafiklerden çok küçük olmaktadır.



Şekil 2.29 Farklı batıklık derinliklerinde tam batık bir silindir için Ogilvie (1963)'nın sonuçları ile kuvvetler ve bunların faz açılarının karşılaştırılması.

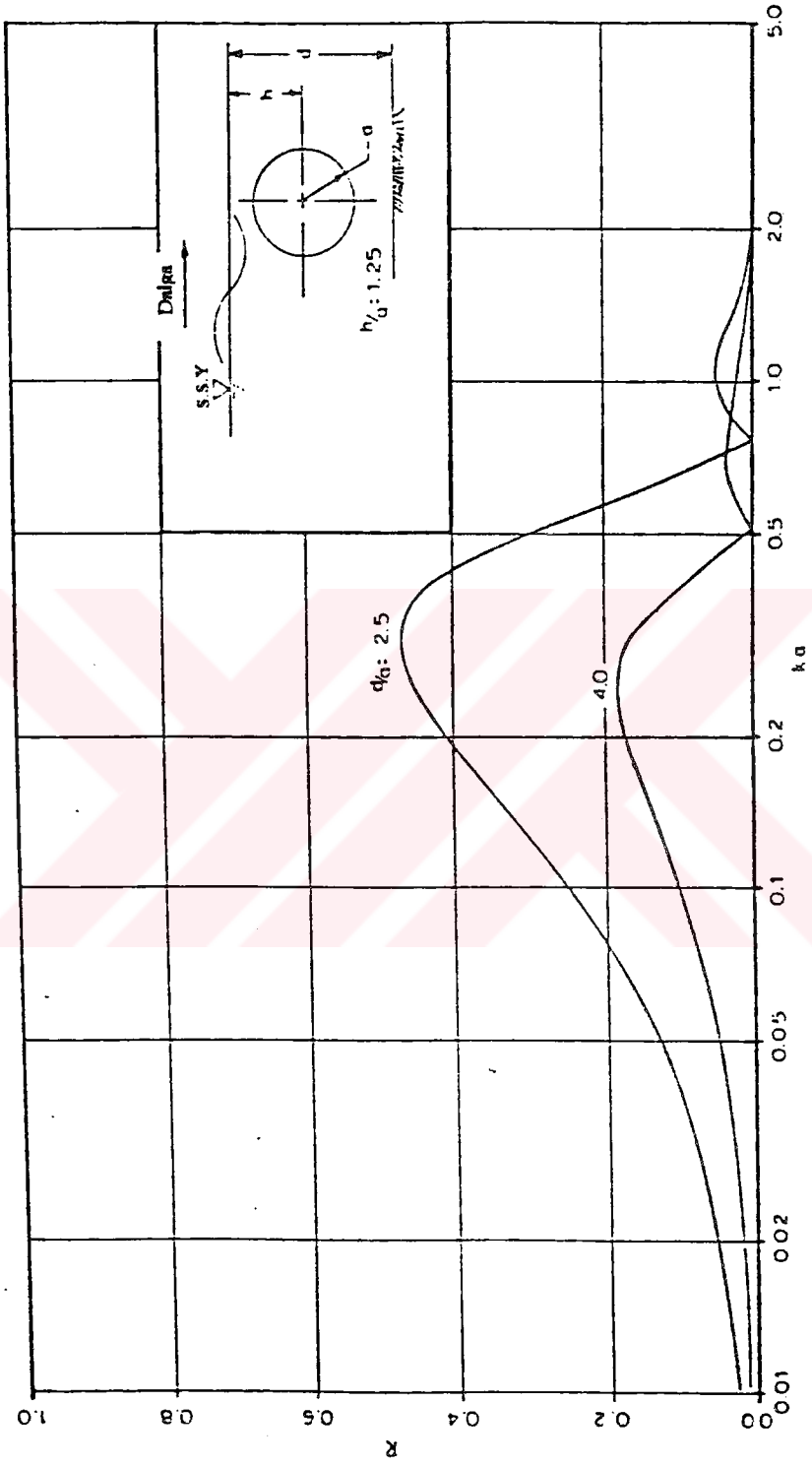


Şekil 2.30 Tam batık silindire normalleştirilmiş yatay kuvvet.



Şekil 2.31 Tam batık silindirin normalleştirilmiş maksimum düşey kuvvet.



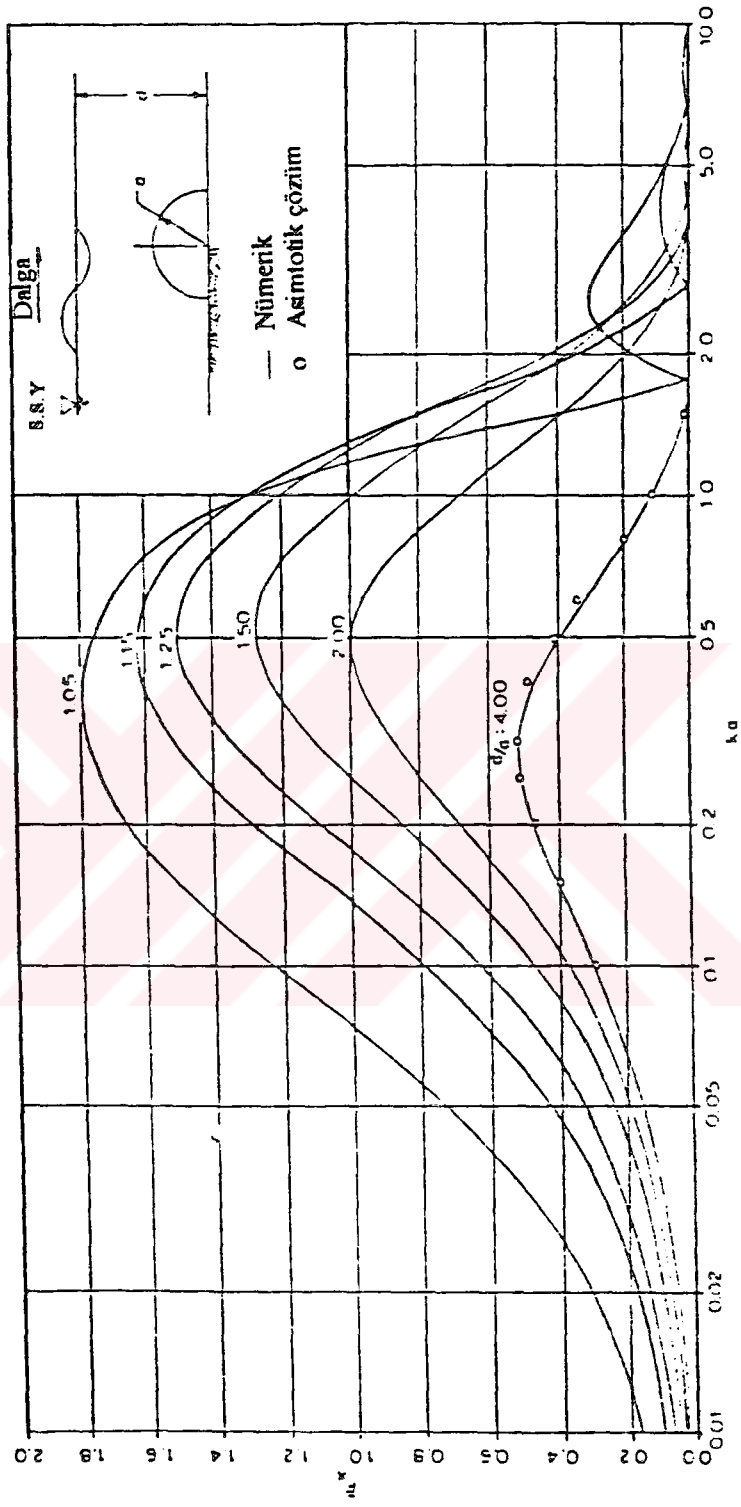


Şekil 2.33 Tam batık silindir için yansımaya katsayısı.

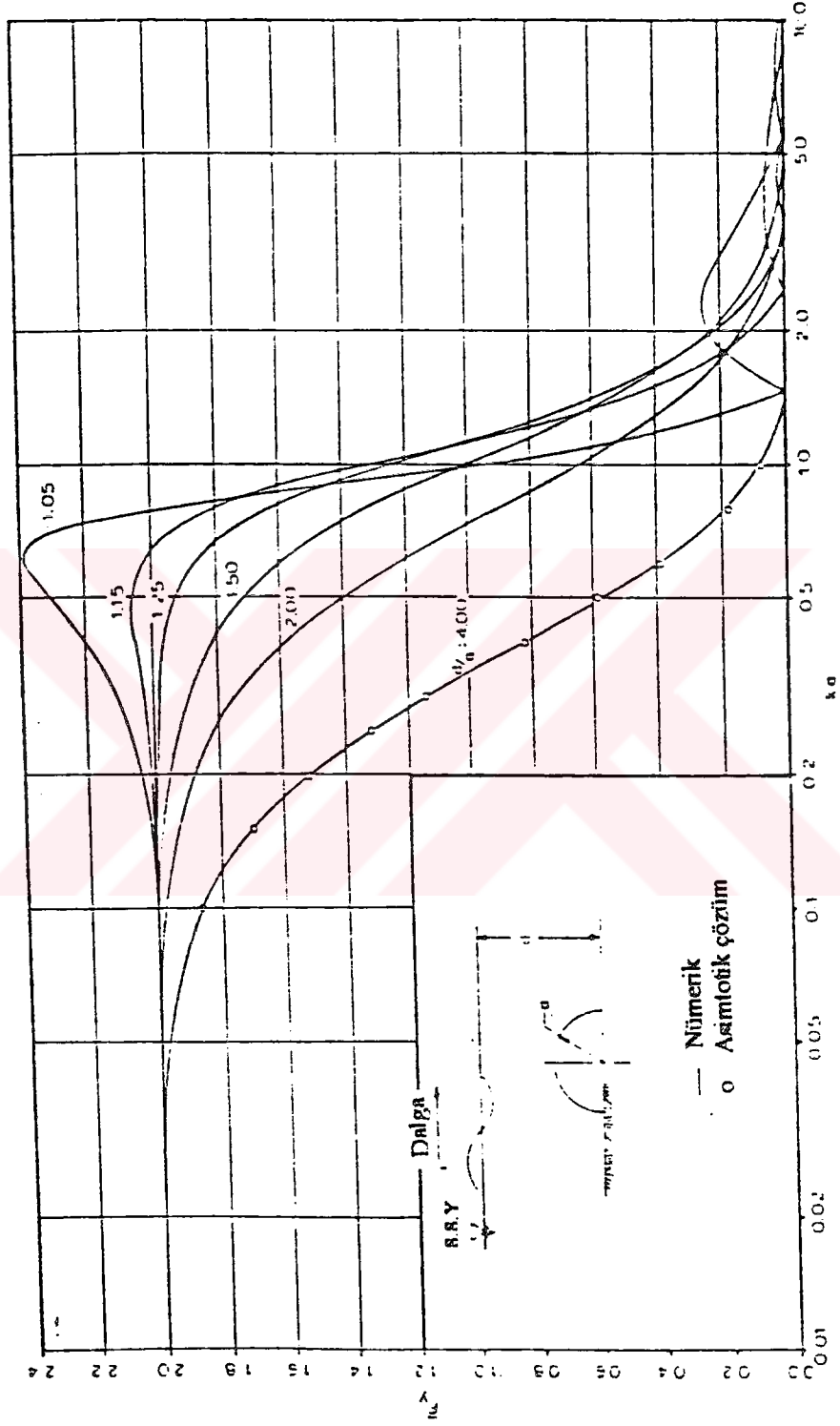
### 2.3.3.3. Tabana Oturmuş Yarı Silindir

Şekil 2.34-2.37'de okyanus tabanına oturan yarı silindire ait sonuçlar verilmiştir. Şekil 2.34'den 2.36'ya kadar dalga kuvvetleri ve bunların faz açıları  $d/a$ 'nın 1.05 ile 4.0 arasındaki değerleri için  $ka$ 'nın fonksiyonu olarak gösterilmiştir. Şekil 2.37'de buna bağlı yansıma katsayıları çizilmiştir yarı batık ve tam batık silindirler için  $d/a$ 'nın düşük değerleri dalga enerjisinde büyük miktarda azalmaya ve cisim üzerinde büyük kuvvetlere sebep olur. Özellikle göze çarpan  $d/a=1.05$  da düşey kuvvettir, burada  $ka=0.6$  da 2.6 etrafında maksimum değerine ulaşır ve sonra hızla azalır. Tam batık silindir halinde, yapının üst yüzeyi ile serbest yüzey arasındaki açıklık eğer lineer teori geçerli olacaksa dalga genliğini geçmemelidir. Yansıma katsayısının davranışı şekil 2.37'de tam batık silindir için benzer görülmektedir.

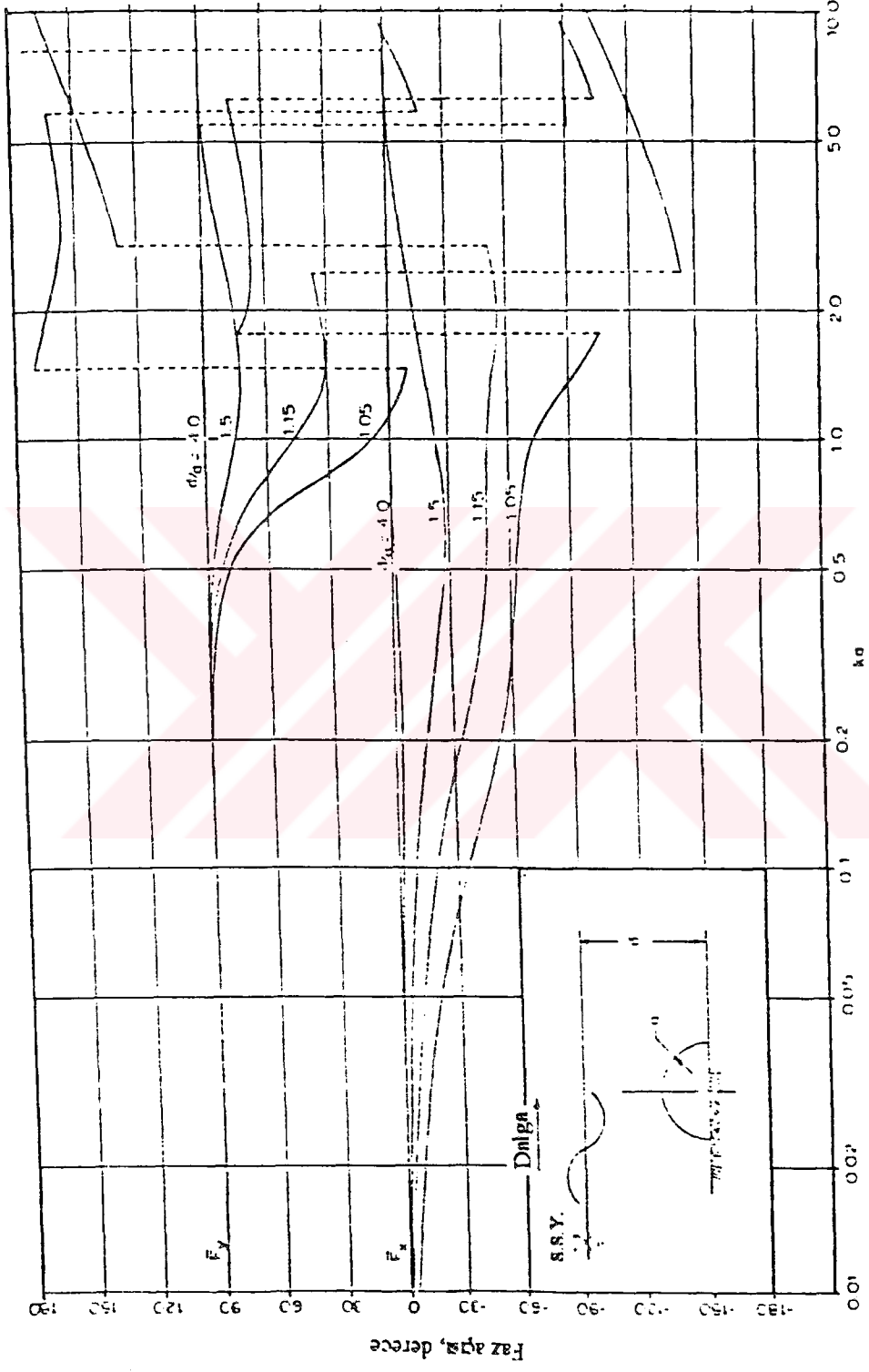
$d/a$ 'nın büyük değerleri için tabana oturan yarı silindir probleminin asimtotik çözümü daha önceki bölümde elde edilmişti. Şekil 2.34 ve 2.35'de bu sonuçlar  $d/a=4$  için nümerik olarak elde edilen neticelere karşılaştırmak üzere verilmiştir. Sonuçlar %2 uyumluluk içindedir. Asimtotik çözüm için kuvvetlerin faz farkı ve yansıma katsayısı gözlenmemektedir, bunların her ikisi nümerik tam çözümde çok küçüktür.



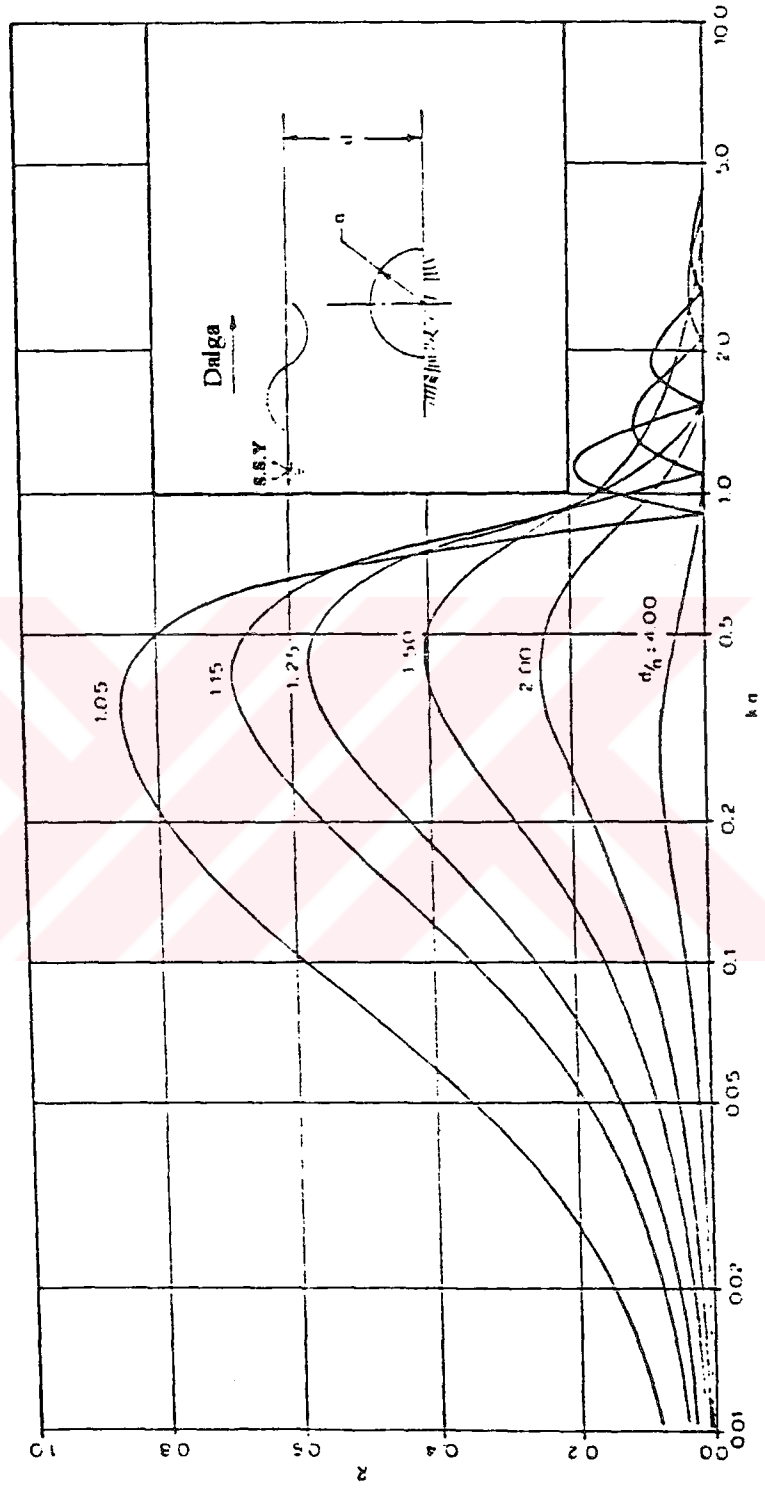
Şekil 2.34 Tabana oturmuş yarı silindirin normalleştirilmiş maksimum yatay kuvveti.



Şekil 2.35 Tabana oturmuş yarı silindirin normalleştirilmiş maksimum düşey kuvvet.



Şekil 2.36 Tabana oturmuş yarı silindirde maksimum kuvvetlerin faz açıları.



Şekil 2.37 Tabana oturmuş yarı silindirin için yansımaya katsayıları.

#### 2.4. Üç Boyutlu Kaynak-Kuyu Metodu

Büyük hacimli yapılar üzerinde dalga difraksiyon etkisini anlamada önemli bir adım olarak iki boyutlu yapılar için nümerik çözüm kadar basit geometrili yapılar için yaklaşık teoriler daha önceki bölümde tartıştık. Uygulama büyük alana sahip olan çözümler mevcut olmasına rağmen. Modern deniz yapılarında karşılaşılabilecek daha karmaşık yapıların çözümü için daha fazla uğraşıya ihtiyaç vardır. Bu gibi problemlerde nümerik yaklaşım ve daha genel 'dalga kaynak' veya 'integral denklem' metodu esas alınarak ayırıklaştırma işlemiyle çözüm gerçekleştirilir.

Üç boyutlu potansiyel teori birçok farklı nümerik yoldan çözümlenir. Sınır integral tekniği oldukça karmaşık olan Green fonksiyonunu kullanılır çünkü açık dalga alanı ve yakın potansiyel alanın her ikisi tasvir edilmektedir. Garrison (1978), Hogben ve Stonding (1975). Sınır elemanları tekniği basit bir tekilliğe sahiptir ve uzak alan parametrelerini ayrı modelleyerek kullanır Brebbia ve Waker (1979).

Sonlu elemanlar tekniğinde tekilliklere ihtiyaç yoktur. Çözüm bölgesinde tek bir integral denkleminin çözümünü gerektirmez, ancak bir takım denklemin çözümü söz konusudur, ancak her bir akışkan elemanını ve buna komşu akışkan elemanlarını esas alır, Yue (1978), Molin (1978), Zicduewicz, Et al (1978).

Lineer potansiyel akım teorisiyle difraksiyon konusu, Yueng (1982), tarafından detaylı olarak araştırılmıştır. Burada tariflenen dalga kaynak yaklaşımı integral denklemleri metodunun özel bir halidir, burada difraksiyon problemini tanımlayan bir takım integral denklemleri vardır. Tariflenen dalga-kaynak yaklaşımından potansiyel teorisinin temel sonuçları öncelikle gözden geçirildiğinde ve batık yüzey üzerinde dalga kaynak noktalarının sürekli dağılımı dolayısıyla  $\phi_s$  saçılım potansiyeli tanımlanabilmektedir. Eğer,  $\zeta_s = (\zeta, \eta, \zeta)$  noktasında birim şiddetli kaynak noktasından dolayı akışkanın potansiyeli biliniyorsa, bu taktirde problemin lineerleştirme toplamı

arzu edilen herhangi bir şiddete amplifike olabilir ve sonra diğer dalga kaynaklarının herhangi bir miktarıyla süperpoze edilir.

Cismin yüzeyi üzerinde kaynakların dağılımının tümünden dolayı sürekli hız potansiyeli şöyle verilir;

$$\phi_s(x,y,z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma} \sigma(\zeta,\eta\zeta) g(x,y,z,\zeta,\eta\zeta) ds \quad (2.246)$$

burada,  $\sigma$  fonksiyonu cismin yüzeyinde belirtilen  $(\zeta,\eta)$   $\zeta$  noktasında kaynağın şiddetini göstermektedir ve  $ds$ , batık yüzey üzerinde bir diferansiyel alanıdır.  $g$  fonksiyonu, Green fonksiyonu göstermektedir ve birim şiddetli dalga kaynak noktası olarak yorumlanabilir. Böylece akışkan içinde  $(x,y,z)$  gibi bir herhangi noktada yansıyan dalganın potansiyeli batık yüzey üzerinde bulunan tekil kaynakların etkilerinin toplamına eşittir.

(2.89) denkleminin, tipinde olan diferansiyel denklemi sağlayan Green fonksiyonu ifadesi ve uygun sınır şartları denklem (2.90) ve (2.91), Wehausen ve Kaitone (1960), tarafından verilmiştir.

$$\begin{aligned} g(x,y,z,\zeta,\eta\zeta) &= \frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \\ &+ 2Pv \int_0^{\infty} \frac{(\mu+\gamma)e^{-\mu d} \cosh \mu(\eta+d) \cosh \mu(y+d)}{\mu \sinh \mu d - \gamma \cosh \mu d} J_0(\mu r) d\mu \\ &+ \frac{2\pi(k^2 - \gamma^2) \cosh k(\eta+d) \cosh k(\mu+d)}{k^2 d - \gamma^2 d + \gamma} J_0(kr) \end{aligned} \quad (2.247)$$

burada  $pv$  esasıdeğeri göstermektedir ve;

$$R = \sqrt{(x-\zeta)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2} \quad (2.248)$$

$$R_1 = \sqrt{(x-\zeta)^2 + (y+2d+\eta)^2 + (z-\zeta)^2} \quad (2.249)$$

$$r = \sqrt{(x-\zeta)^2 + (z-\zeta)^2} \quad (2.250)$$

$$v = k \cdot \tanh kd \quad (2.251)$$

Green fonksiyonundaki sonsuz integral sonsuz seri açılmasıyla değiştirilebilir;

$$\begin{aligned} g(x, y, z, \zeta, \eta, \xi) = & \frac{2\pi(\gamma^2 - k^2)}{k^2d - \gamma^2d + \gamma} \cosh[k(\eta+d)] \cosh[k(y+d)] \\ & \times [y_0(kr) - iJ_0(kr)] + 4 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mu_i^2 + \gamma^2}{\mu_i^2d + \gamma^2d - v} \cos[\mu_i(y+d)] \\ & \times \cos[\mu_i(\eta+d)] k_i(\mu_0 r) \end{aligned} \quad (2.252)$$

burada,  $y_0$  sıfıncı mertebeden ikinci tip Bessel fonksiyonudur,  $k_0$  sıfıncı mertebeden ikinci tip modifiye edilmiş Bessel fonksiyonudur,  $\mu_i$ 'nin;

$$\mu_i \tan \mu_i d + v = 0 \quad (2.253)$$

geçek kökleridir.  $\sigma$  kaynak-şiddet fonksiyonunu belirlemek için yapının yüzey şartı uygulanır. Bu durumda;

$$-\alpha(x, y, z) + \frac{1}{2\pi} \iint_S \alpha(\zeta, \eta, \xi) \frac{\partial g}{\partial n}(x, y, z, \zeta, \eta, \xi) ds = 2U_n(x, y, z) \quad (2.254)$$

burada,  $-U_n(x, y, z)$  yaklaşan dalgadan dolayı akışkanın normal hızıdır. (2.254) denklemini yapının yüzeyi üzerinde nodal noktaların sonlu sayısında nümerik olarak çözümlenir.

Green fonksiyonunun normal türevi yaklaşık nümerik yaklaşımla elde edilebilir. Böylece, denklem (2.254) aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$-\sigma_i + \alpha_{ij}\sigma_j = 2U_{ni} \quad (2.255)$$

burada;

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Delta S_j} \frac{\partial g}{\partial n} (x_i, y_i, z_i; \zeta_j, \eta_j, \xi_j) ds \quad (2.256)$$

$(x_i, y_i, z_i)$  n noktası i, elemanın merkezini göstermektedir ve  $\Delta S_j$  bu alanı vermektedir.  $\partial g / \partial n$  miktarı dışa doğru normal doğrultusunda Green fonksiyonunun türevini göstermektedir.

$$\frac{\partial g}{\partial n} = \frac{\partial g}{\partial x} n_x + \frac{\partial g}{\partial y} n_y + \frac{\partial g}{\partial z} n_z \quad (2.257)$$

$\sigma$  bilindiğinde, saçılan potansiyeli,  $\phi_s$  aşağıda verilen ifadeden elde edilir;

$$\phi_{si} = \beta_{ij}\sigma_j \quad (2.258)$$

burada;

$$\beta_{ij} = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Delta S_j} g(x_i, y_i, z_i; \zeta_j, \eta_j, \xi_j) ds \quad (2.259)$$

yapının batık yüzeyi üzerinde etkili hidrodinamik basınç aşağıda yer alan lineerleştirilmiş Bernoulli denkleminde hesaplanabilir.

$$P(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ -i\rho\omega [\phi_0(x, y, z) + \phi_s(x, y, z)] e^{-i\omega t} \right\} \quad (2.260)$$

Sonuçta, batık yapılara etkiyen hidrodinamik kuvvetler batık yüzeyin üzerinde basıncın integrasyonu ile elde edilir.

$$F_x(t) = \iint_s P(x, y, z, t) n_x ds \quad (2.261)$$

ve

$$F_y(t) = \iint_s P(x, y, z, t) n_y ds \quad (2.262)$$

Kompozit açık deniz yapıları üzerine tesir eden kuvvetlerin belirlenmesinde, sınır integral metodunun nümerik yaklaşım uzun süredir uygulanmaktadır. Şekil 2.38'de bir kolon üzerine tesir edecek kuvvet ve momentler sonlu elemanlar metodunun sonuçlarının karşılaştırılması gösterilmiştir. Buna bağlı olarak Froude - Krylov teorisinden elde edilen sonuçlarda bu şekilde gösterilmiştir. Şekil 2.39'da bir tankerin deniz tabanından az bir açıklık kalması durumunda, difraksiyon teorisi ile deneysel verilerin korelasyonu gösterilmiştir. Bu durumda, bir dalga tankı verileri ile moment, düşey kuvvet ve yatay kuvvetler normalleştirilmiş korele edilmiştir. Nümerik sonuçlar sınır integral metodundan elde edilmiştir. Tüm durumlar çok iyi korelasyona sahiptir.

## 2.5. Açık Tabanlı Yapılar.

Deniz tabanına yerleştirilen veya büyük hacimli deniz yapıları çok çeşitli tiplere sahiptirler. Çoğunlukla deniz tabanında yapılar etrafında yerel oyulma meydana gelir ve bu durumda da dalga kuvvetlerine maruz kalacaklardır. Buna örnek olarak Dubai yakınlarında mevcut depolama tankı verilebilir. Büyük hacimli yapılardan saçılan

dalgalar bu yapıların tabanlarından karmaşık bir akım yapısının oluşmasına neden olur. Tabanında küçük açıklık bulunan bu tip yapılarda özel bir matematiksel bir yol izlenmektedir. Böyle bir problem için burada iki metod verilmiştir.

Bu konu sadece açık tabanlı yapılar için sınırlanmamaktadır. Tabana oturmuş ağırlık yapılarında yerel oyulmadan veya boşluk suyu basıncından dolayı düşey yükte azalma meydana gelir yatay kuvvet röletif olarak etkisizdir, ancak tabandaki düşey kuvvetten dolayı devirici moment etkin olur. Akışkan-yapı -zemin etkileşim probleminin çözümünü için bir çok yaklaşık teori mevcuttur Mashagen ve Mankmeyer (1979), Mei (1984), Kokkinowrachos ve Asorakos (1985),

Ancak bu tartışma sadece rijit deniz tabanı içindir. Büyük yarı küresel yapı ile lineer dalgaların difraksiyonu için bir metod türetilmiştir. Bu yapı düşeyde asimetrik ve yapının ağırlık merkezi deniz tabanındadır küçük açıklık halinde bu yapılara yarı küre gibi yaklaşılabilir. Bu tip problemler için genelde, temel akım yapısı sınımlı ve çevrintisiz kabul edilir. Bunun sonucu olarak Laplace denklemini ve serbest yüzeyde lineer sınır şartını sağlayan  $\phi$  skalar potansiyelin gradyanı tanımlanır. Batık yapı ve dalga arasındaki etkileşim dolayısıyla problem Green fonksiyonu metoduyla çözümlenebilen potansiyel teoriye indirgenir. Bu kabuk yapı halinde açık yüzeyle tanımlanan, kabuk boyunca fark terimleriyle dalga potansiyeli verilir. Hız üzerinde sınır şartının uygulanmasıyla, bu fark için tekil integral denkleminde sonuçlar elde edilir. Serbest yüzeyde, deniz tabanında ve geri dönen dalgalar için sonsuzda yaklaşık radyasyon şartlarında dalga potansiyelleri olarak benzer sınır şartlarını sağlayan tekil bir potansiyel olarak Green fonksiyonu 'G' seçilir. Green teoriminin bir sonucu olarak, dalga potansiyeli için çözüm potansiyelle sağlanacak olan özel şartlarda ilave yüzeyler üzerinde G'nin ağırlıklı integralleri veya bunun normal türevlerinin terimlerinde ifade edilebilir. Bu gibi yüzeyler açık veya kapalı olabilir.

G'nin terimlerinde  $\Phi$  için birçok tanımlama kapalı yüzeye sahip batık yapılar etrafındaki akım mevcuttur  $\Phi$  için kapalı üç boyutlu yüzeylerde biri kullanılmaktadır.

Milgram ve Halkyard (1971), deniz tabanında küre için bir diğeri düzelmiştir. Burada üçüncüsü göz önüne alınacaktır.

Hız potansiyeli yaklaşan ve saçılan potansiyellerin toplamı olarak yazılabilir burada batık yapıdan  $\phi_s$  saçılan hız potansiyelinin özel bir parçası;

$$\phi_s(\mathbf{x}, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\delta} \phi(\zeta, \eta, \xi) \frac{\partial g}{\partial n}(\mathbf{x}, y, z; \zeta, \eta, \xi) ds \quad (2.263)$$

ile verilir, burada  $g$ ;  $G$  Green fonksiyonunun özel parçasıdır. Herhangi bir katı yüzeye normal hız bileşeni için geçerli olmaktadır.

(2.263) denkleminin bu formu bu şartı sağladığını göstermektedir. Denklem(2.263),  $\delta$  üzerinde  $\mathbf{x}, y$  ve  $z$  noktasında Fredholm denklemi ile  $\phi$  verilir.

Açık yapıyla tanımlanan yapı bir batık kabuk ise (2.263) denklemi pozitif olarak seçilen tarafını gösteriyor ve  $\Delta\phi_s$  yüzey boyunca  $\phi$ 'nın farkı ise  $\phi$  için ifade,

$$\phi(\mathbf{x}, y, z) = \phi_0(\mathbf{x}, y, z) + \frac{1}{4\pi} \iint_{\delta} \Delta\phi(\zeta, \eta, \xi) \frac{\partial g}{\partial n}(\mathbf{x}, y, z; \zeta, \eta, \xi) ds \quad (2.264)$$

şeklini alır.

burada  $S^+$ 'nin dışa doğru normal  $n$  ile gösterilmiştir. Bu durumda ağırlık fonksiyonu,  $\Delta\phi$ , tekil integral denklemini sağlar,

$$0 = \frac{\partial \phi}{\partial n'}(x, y, z) + \frac{1}{4\pi} \iint_{s^+} \Delta \phi(\zeta, \eta, \xi) \frac{\partial^2 G}{\partial n' \partial n}(x, y, z, \zeta, \eta, \xi) ds \quad (2.265)$$

$(x, y, z)$   $s^+$  üzerindedir

Bu  $s^+$  yaklaşan  $(x, y, z)$  olarak limit değerinde  $(\partial \phi / \partial n')$  sınır şartının uygulanmasıyla elde edilir,  $x, y$  ve  $z$  ( $\zeta, \eta, \xi$ 'ya tercihen)nin bir fonksiyonu olarak  $n'$  tanımlanır, ve integralin Cauchy değeri olarak alınacağı anlamı ortaya çıkmaktadır. Milgram ve Halkyar (1971), tarafından verilen bir ifade ile işleme başlanırsa, kabuk için  $\phi$  aynı ifadesi elde edilir,  $G$ 'nin terimleri tekil olarak ortaya çıkar.

Şekil 2.40'da gösterilen yarı kabuk, deniz tabanına göre (merkezi) bir eğriliğe sahiptir ve  $y$  eksenine göre simetriktir. Kabuğun yüzeyi  $(r, \theta, \mu)$  küresel koordinatlarıyla tanımlanır,  $s$  yüzeyi  $r=a$  ile verilir ve bunun kenarı  $\mu=\mu_0$  ile verilir.  $s$ 'in konveks kenarı pozitif olarak seçilir ve genellikle kabuğun dış kenarı böyle tanımlanacaktır, konkav tarafın iç tarafında aynı şekilde tanımlanmaktadır.

Akım alanı basitçe, temas bölgesidir. Bunun içinde akım çevrintisizdir. Sonuç olarak,  $\phi$  her yerde tek değere sahiptir ve rastgele bir sabit içinde tek bir değerdir, böylece  $\Delta \phi$   $s$ 'in kenarında geçerli ve tek bir değere sahip olacaktır. Özellikle kenardaki bunun davranışı levhamın kenarındaki  $\Delta \phi$  için olanla benzerdir, burada  $\Delta \phi \rightarrow \sqrt{\epsilon, \epsilon}$  levha yüzeyi üzerinde kenardaki noktalardan mesafedir.

Denklem (2.265)'de nümerik bir yaklaşım ile  $\Delta \phi$  için çözümlenir, burada  $\Delta \phi$ 'nin formu kenarda uygun bir davranışla yansıma için seçilir. İşlem aşağıdaki gibidir;

1.  $S^+$ 'nin alt kesitleri üzerine alınan integrallerle  $S^+$  üzerinde yer değiştirilen integrallerdir, bunun lineer boyutları yaklaşık olarak eşittir.

2. İntegralin her bir parçasında bilinmeyenleri ağırlıklı olarak ortalama değer teorimi uygulanarak belirlenir ve alt elemanların merkezinde bu değerle ortalama değer yaklaşımı gerçekleştirilir.

3. Her bir alt kesit için sonuç ağırlık integralleri nümerik olarak değerlendirilir ve cebirsel bir takım denklem elde edilir, alt kesitlerin sayısına eşit sayıda durlar, bu ortalama değerler olarak bulunabilir.

Deniz tabanı ile kabuğun kenarı arasındaki açıklık  $\mu_0$  küçük olduğunda, kabuk, yarı silindire yaklaşır. Diğer tarafta akışkan hızı küçük olur ve  $\phi(x,y,z)$  üniform olacaktır, ancak kenar hariç kenardan uzak diğer açıktaki tarafta tabanda yakın küre için akım yaklaşmaktadır. Sonuç olarak,  $\phi$ 'nin açıklık olmamasıyla ve çok küçük açıklık için  $\Delta\phi$  arasındaki fark iç taraftaki  $\phi$ 'ye eşittir, kenar hariç, üniform çalkantı basıncı iç taraftaki  $\phi$ 'nin birinci mertebeye değer ile elde edilecektir.

Yaklaşık dalga iki duran dalga ile çözümlenebilir y-z planında biri simetriktir, ancak diğeri asimetriktir. S yüzeyinin ön ve arka tarafında simetri dolayısıyla  $\Delta\phi$ 'nin çözümü için simetrik ve asimetrik şartlara ayrılır. Ancak küçük olduğunda,  $\Delta\phi$ 'nin simetrik kısmının eğriliği kenar yakınında azalır, buna karşın bunun asimetrik kısmının eğriliği keskin bir şekilde artar. Ortalama değer teoremi esas alınarak verilen çözümü metodu eğriliğin büyük değerlerinde yetersiz olmaktadır. Tam kenardaki  $\Delta\phi \rightarrow \sqrt{\epsilon}$  durum dolayısıyla ortam haricinde. Sonuçta, küçük  $\mu_0$  için kenara komşu S yüzeyi üzerinde alt kesitlerin yoğunluğu çözümün asimetrik kısmının doğruluğunu etkilemektedir. Çözüm nümerik olarak aşağıdaki gibi gerçekleştirilir,  $\Delta\phi$  ve  $g$  kompleks miktarlar (2.265) denklemini gerçek ve sanal kısımlar olarak aşağıdaki gibi yazılır;

$$\Delta\phi = \Delta\phi_1 + i\Delta\phi_2 \quad (2.266)$$

$$g = g_1 + ig_2 \quad (2.267)$$

x-y planında simetrik kabulü akım için yapıldığından  $\Delta\phi_1$  ve  $\Delta\phi_2$  bu plan üzerinde simetrik olacaktır ve  $S^+$  yüzeyi üzerinde integrallerin  $S^+$ 'in bir yarısı boyunca dikkate alınması yeterli olacaktır. Yüzeyin bu kısmı lineer boyutlar yaklaşık olarak birbirine eşit kabul edilerek N adet alt kesite ayrılır şekil 2.41'de her bir alt kesit merkezlerindeki koordinatlarla tanımlanır ve bu merkezlerde eğrilik ve normal doğrultusu bilinmelidir.  $S^+$  üzerindeki integraller, bu alt kesitler üzerindeki integrallerin toplanmasıyla yer değiştirilir. Ağırlıklı anlamı için ortalama değer problemi her bir integraldeki bilinmeyen kısımlarına uygulanır ve alt kesitlerin merkezinde bu değerlerle bilinmeyenlerin yaklaşık ortalama değerleri elde edilir. Alt kesitlerdeki sonuç ağırlık integralleri belirlenir ve her bir alt kesitin merkezinde  $\Delta\phi_1$  ve  $\Delta\phi_2$ 'nin N ortalama değeri için  $2N$  gerçek cebirsel denklem elde edilir. Bu denklemler aşağıdaki gibi kompleks matris halinde bu denklemler yeniden yazılır;

$$[A_{ij}](\Delta\phi)_j = -4\pi U_{ni} \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (2.268)$$

burada,  $U_{ni}$  yaklaşan dalgadan dolayı normal hızıdır.  $\Delta\phi_1$  ve  $\Delta\phi_2$  için çözümler kompleks matrisin inversiyonuyla elde edilir;

$$(\Delta\phi_1)_j = -4\pi \operatorname{Re}\left\{ [A_{ji}]^{-1} U_{ni} \right\} \quad (2.269)$$

$$(\Delta\phi_2)_j = -4\pi \operatorname{Im}\left\{ [A_{ji}]^{-1} U_{ni} \right\} \quad (2.270)$$

bu durumda dinamik basınç;

$$(\Delta p)_i = \rho\omega \left\{ -(\Delta\phi_1)_i \sin\omega t + (\Delta\phi_2)_i \cos\omega t \right\} \quad (2.271)$$

buradan kuvvetin yatay ve düşey birleşenleri elde edilir.

Kabuk üzerindeki diferansiyel basınç  $\Delta\Phi$  potansiyel farkından elde edilir, böylece diferansiyel basınç  $\Delta\Phi$  ile direkt olarak orantılıdır. Çevrintisiz akım çözümüne göre  $\Delta\Phi=0$  kabuk kenarında potansiyel farkı sıfırdır buna göre  $\Phi$  süreklidir. Böylece diferansiyel basınç ortadan kalkacaktır.

Çevrintisiz akım çözümü kenarda sınırlanmış hızla orantılıdır. Gerçekten kabuk etrafında akımın ayarlanması hızın sonlu gerçekçi olacaktır. Akımdan ayrılma ve kenarda vorticity üretimiyle karakterize edilen bu akım ayarlanması, böylece akım alanının artık tamamıyla çevrintisiz olmadığını gösterir.  $ka$ 'nın küçük değerleri için kabuk etrafındaki basınç alanını vorticity oldukça kuvvetli olarak etkileyebilecektir. Diğer taraftan, tabana yakın bir kenar durumunda  $ka$ 'nın orta ve büyük değerleri için vorticity etkileri karşılaştırılabilecek kadar zayıf olmalı ve kenara komşuluğu ise sınırlıdır. Böylece  $ka>0.2$  olduğu mevcut durumda, çevrintisiz akım çözümü basınç için iyi bir yaklaşım sağlar, ancak tam kenar hariç.

Küçük açıklık için, yarı kürenin iç tarafında basınç üniform olacak ve yarı küre tabana yakın olduğunda basıncın değerine eşit olacaktır. Eğer basınç diferansiyel basınca eklenirse yarı küreye yakın (dış tarafta) basınç taban yakını hariç elde edilebilir.

Şekil 2.42'de  $p_1$  iç taraftaki basınç ( $\mu_0 \rightarrow 0$ ) yarı küreye yakın 'derin batık' tabandaki basıncın iki ortalama değeri karşılaştırılmıştır, bu (2.3.1.3)'de bulunan analitik çözüm  $p_1$  yarı küre yakın dış taraftaki basınçtan kabuk üzerinde üstteki diferansiyel basınçtan çıkarılmasıyla elde edilir.  $p_1$  değeri yarı kürenin tabanı etrafında integre edilen basınçla standart ortalama basıncıyla elde edilir ve çevre uzunluğuna bölünür. Dört durgunluk noktasında basınçların aritmetik ortalaması  $p_2$  dir ve bunlar cismin kenarlarında ön ve arkasındadır.  $ka \rightarrow 0$  olduğunda  $p_1$  ve  $p_2$  aynı değere yaklaşır  $\mu_0 \rightarrow 0$  olduğunda iç taraftaki basınca eşit olur. Diğer taraftan, büyük  $ka$  için  $p_1$  ve  $p_2$ ,  $p_1$ 'den farklıdır,  $p_1$  ve  $p_2$  ortalama basınçlarının belirlenmesi, bu taktirde, tabanı açık

yapılar üzerindeki düşey kuvvetin elde edilmesi için ikinci metodla tayin edilir. Tabana yakın yapılar için çözüm oldukça kolaydır.

Görüldüğü gibi yarı küresel kabuğun iç tarafındaki basınç sızdırmazlığı sağlanmış yarı kürenin tabanıyla uyumlu olan iki ortalama basınçla yaklaşık olarak uyum içindedir. Ortalama basınçlardan biri, kabuğun her iki tarafı, ön ve arka tarafındadır, tabandaki dört durgunluk noktasındaki basıncın aritmetik ortalamasıdır. Diğer ortalama basınç tabandaki basınç profilinin Fourier serisine açılımındaki birinci terimidir.

$$p_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(\theta) d\theta \quad (2.272)$$

buradaki  $\theta$  yapının etrafındaki açı ve  $p(\theta)$  tabana etkili basınçtır. Her ne kadar her iki ortalama basınç derin batık yarı küre halindeki iç taraftaki basınçtan bulunur, genelde  $p_1$  yeterince açık yapı için bu basıncı en iyi belirlediği gösterilmiştir. Ancak  $p_2$   $p_1$ 'e yakındır ve cisme yakın taban basıncından daha kolay belirlenir. Yarı küre için basınç ve faz açıları derin ve sığ batık hal için tablo 2.5'de gösterilmiştir;

İç basınç esas alınan alanla iki cismin bölümüyle düşey kuvvetin farkında elde edilir ve nümerik analizde yapılan yaklaşımlar dolayısıyla daha doğru sonuçlar elde edilebilir. Tablo 2.5'de görülen  $d/a > 2$  ve  $d = 1.25$  için korelasyon  $0.1 \leq ka \leq 1$  arasında oldukça uygundur,  $ka = 1$  üzerinde, korelasyon nümerik güçlükler dolayısıyla yeterince kesin değildir, çünkü kabuk üzerindeki diferansiyel basınç ve cisim üzerindeki dış basınç birbirlerine yaklaşmaktadır.

Böylece nümerik çözümdeki herhangi bir hata bunların farkından gittikçe büyüyebilir. Tablo 2.5'de yavaşça yükselen kabuk üzerindeki düşey kuvvetin

sızdırmazlığı sağlanmış cisim için elde edilen sonuçlarda bulunur, en azından  $ka$ 'nın 1'den büyük değerlerinde. Bu hipotez deneysel sonuçlarla gerçekleşmelidir.

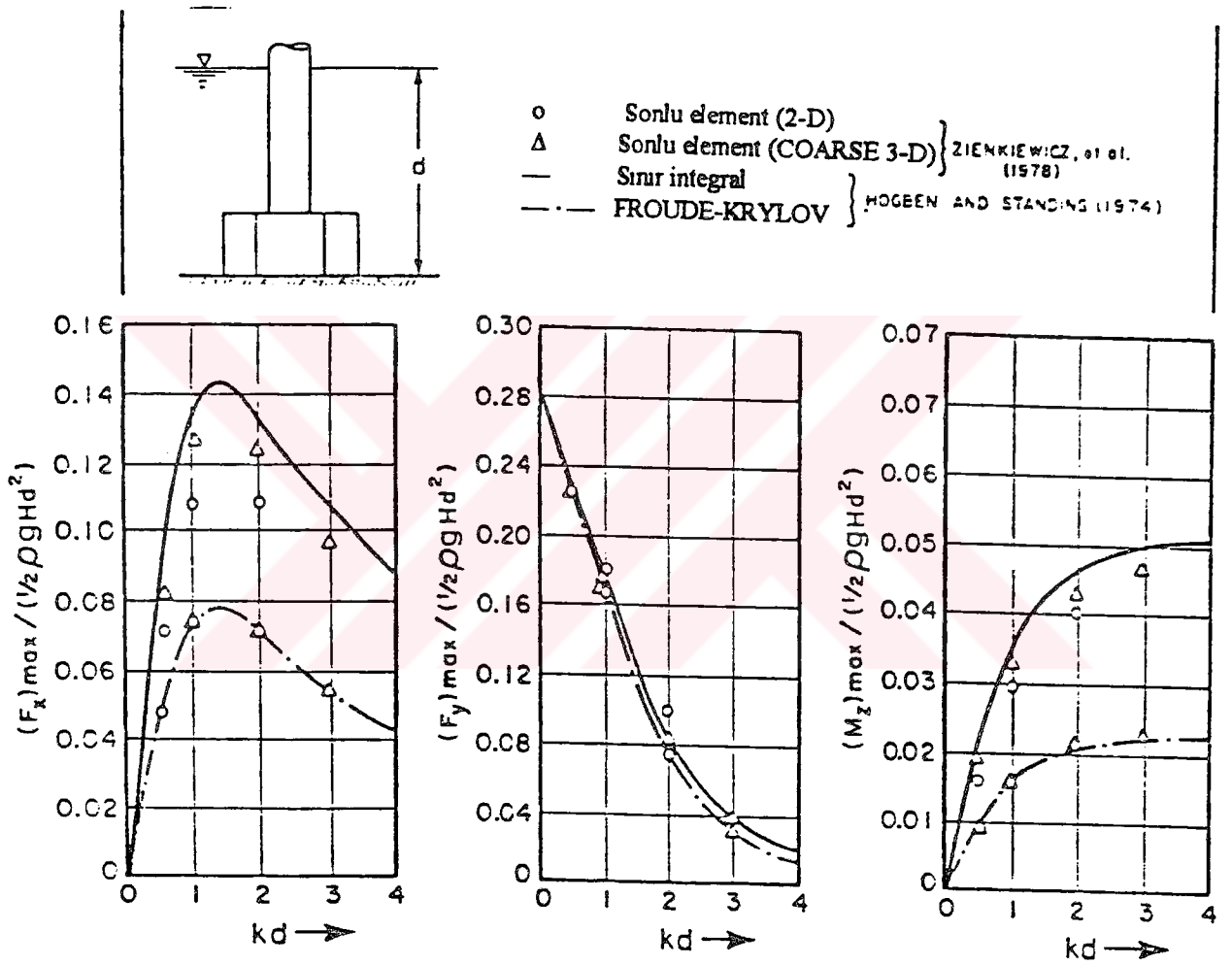
Tablo 2.5 Yarı küre için basınç ve faz açıları.

| $ka$ | $d/a=1.25$    |                 | $d/a>2.0$       |               |
|------|---------------|-----------------|-----------------|---------------|
|      | $ p_j / p_i $ | Faz açısı $p_i$ | Faz açısı $p_i$ | $ p_j / p_i $ |
| 0.2  | 1.000         | -0.025          | -0.025          | 1.000         |
| 0.4  | 1.001         | -0.352          | -0.356          | 0.999         |
| 0.6  | 1.003         | -1.65           | -1.68           | 0.996         |
| 0.8  | 1.005         | -4.71           | -4.86           | 0.991         |
| 1.0  | 1.003         | -9.98           | -10.58          | 0.980         |
| 1.2  | 2.981         | -17.08          | -19.47          | 0.952         |

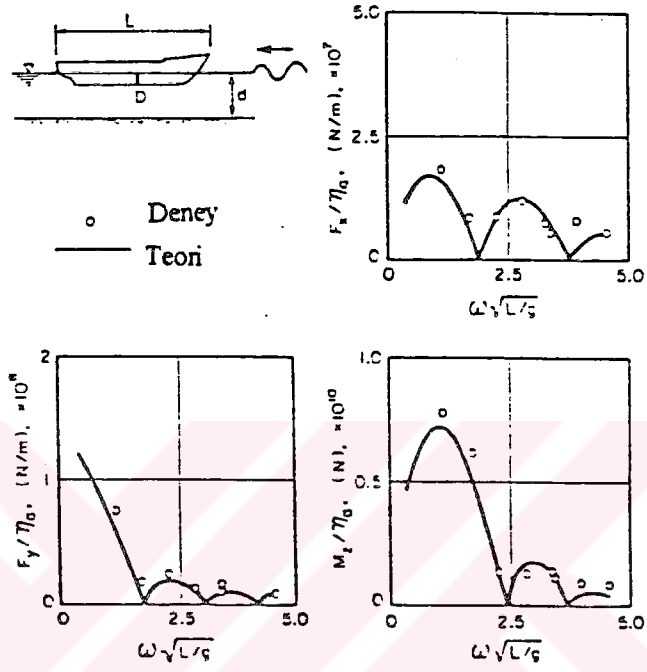
Tabandan 1/2 dereceye yükseltilmiş yarı kürenin test sonuçları kabuk üzerindeki bir kaç noktada ölçülen yerel dinamik basınçlar halinde elde edilmiştir.  $d/a$  için sonuçlar ve ( $ka=0.48$ ) şekil 2.43'te gösterilmiştir. Dolu çizgi maksimum teorik basınç farkını kabuk boyunca vermektedir, buna karşın sızdırmazlığı sağlanmış yarı küre üzerindeki maksimum dış basınç kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Dairesel çizgiler ölçülen diferansiyel basıncın maksimum değerleridir. Teori ile test verilerinin toplam korelasyon oldukça iyi gözükmektedir. Diferansiyel basınç sadece 1/2 ile 1/3 dış basınç geçerli ve taban kenarında geçersizdir.

Garrison ve Rao (1971), tarafından yarı küre üzerinde yapılan testlerde iç basınç ve model üzerindeki net kuvvetler ölçülmüştür. Veriler şekil 2.44'de verildiği gibi  $d/a=3$  ve  $\mu_0=1$  için elde edilmiştir. Tabana yakın yarı kürede ölçülen kuvvetler ve iç basınçlar ilave edilerek net düşey kuvvetler belirlenmiştir.

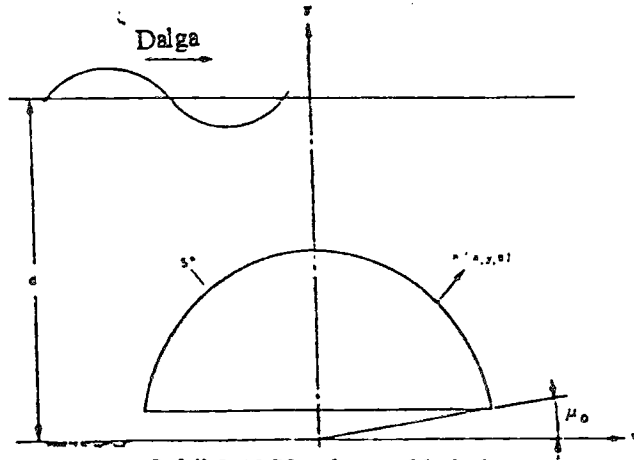
Khozzanl, su altı tankı modelinde ölçülen düşey kuvvetler teori ile karşılaştırılarak şekil 2.45'de verilmiştir. Dolu çizgi teoriyi dairesel çizgiler ise ölçülmüş değerleri göstermektedir sızdırmaz yapılar ile karşılaştırma kesikli çizgilerle verilmiştir.



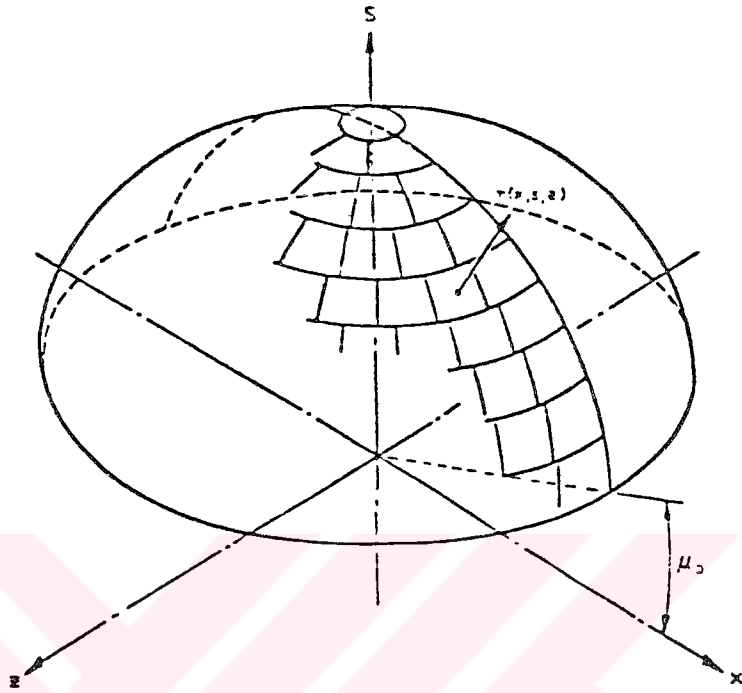
Şekil 2.38 Sınır integral ve sonlu elemanlar metodlarıyla kompozit kolon üzerinde dalga kuvvetleri. Zienkiewicz, et al (1978).



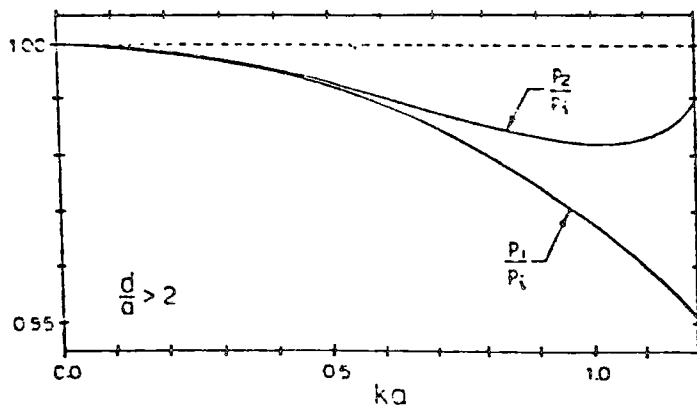
Şekil 2.39  $d/D=1.2$  için difraksiyon teorisi ile hesaplanan ve ölçülen dalga kuvvetlerinin ölçülmesi.



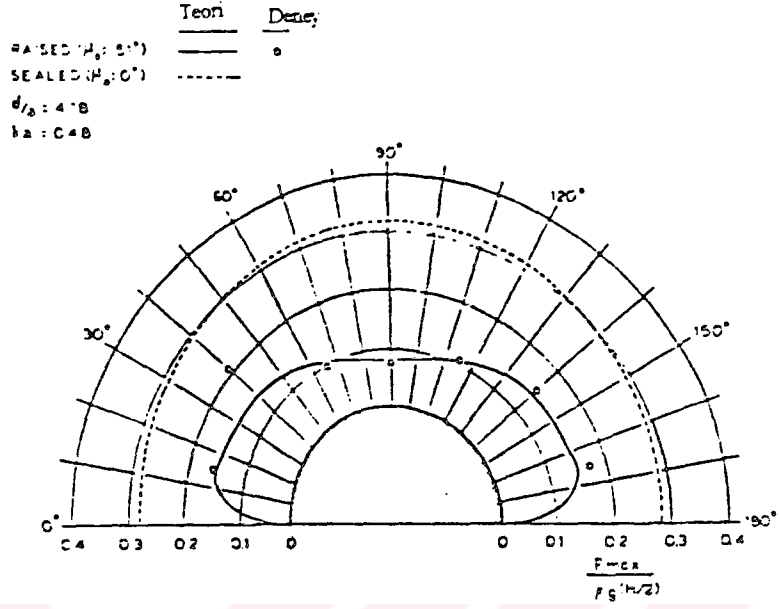
Şekil 2.40 Yarı küresel kabuk.



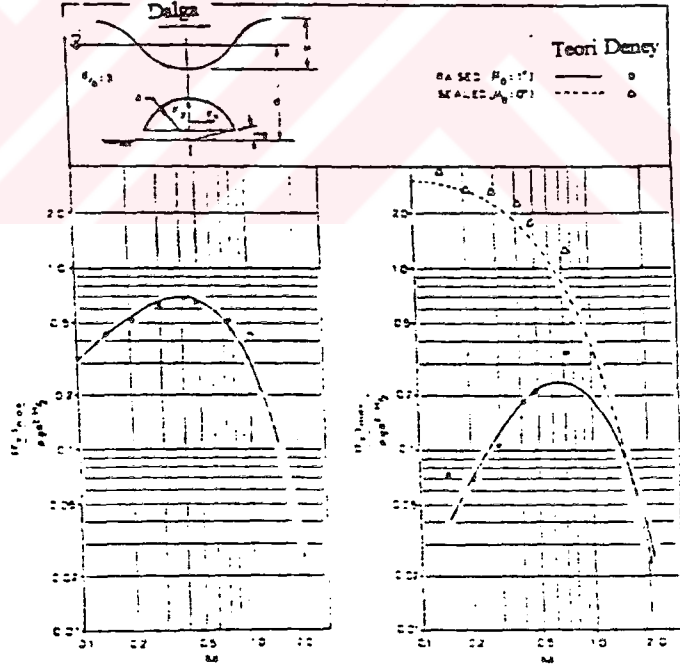
Şekil 2.41 kabuğun nümerik çözümünde alt elemanlar.



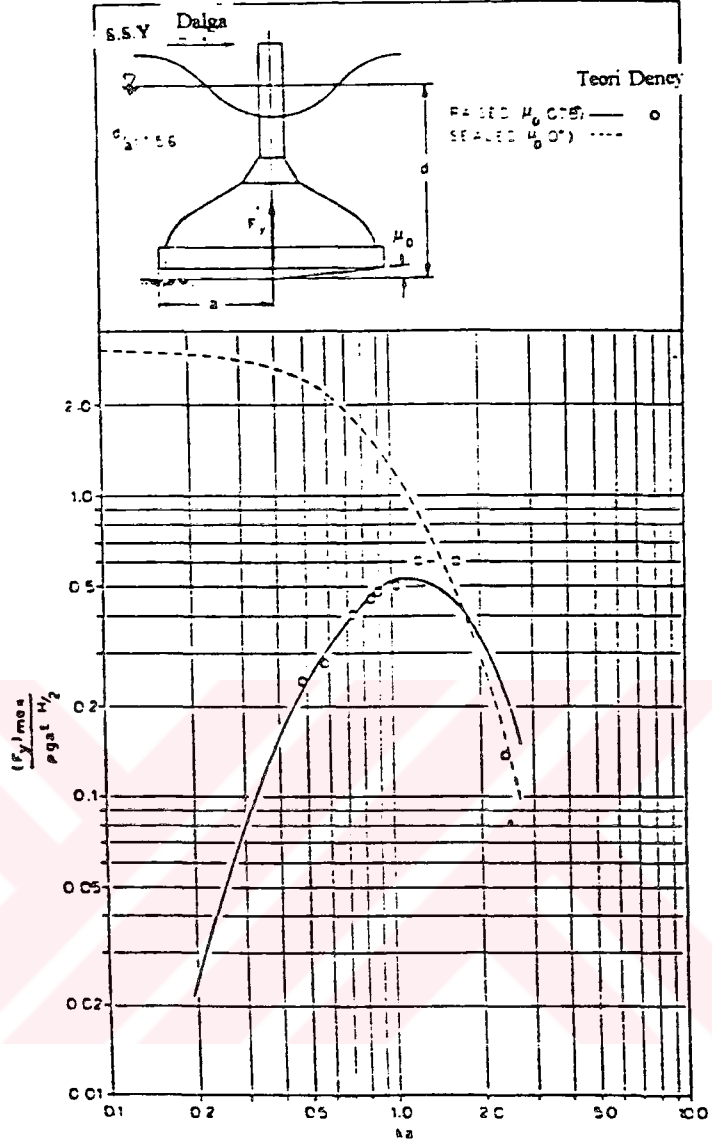
Şekil 2.42  $d/a > 2$  için kabuğun tabanında ortalama basıncın iç basınca oranı.



Şekil 2.43 Yarı kürenin merkez kesitinde teorik ve ölçülen basınçların korelasyonu.



Şekil 2.44  $d/a=3$  için yarı küre silindir üzerinde ölçülen ve teorik kuvvetlerin korelasyonu



Şekil 2.45 Khazzan tipi depolama tank modeli üzerinde ( $d/a=1.56$ ) düşey dalga kuvvet genliklerinin korelasyonu, ölçüme karşılık teori.

## 2.6. Dalga Kuvvetleri Rejimi

Birbirinden farklı dalga kuvveti formüllerinin uygulanmasına ait bir örnek düşey silindir hali ile gösterilmiştir. Lineer teori kabulü yapılırsa  $u_m = \omega u_m$ , maksimum direnç kuvvetinin  $F_{D \max}$  maksimum atalet kuvvetine  $F_{I \max}$  oranı aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\frac{F_{Dmax}}{F_{Imax}} = \frac{C_D}{\pi^2 C_u} (KC) \quad (2.273)$$

burada  $KC=Kleulegan-Carpenter$  sayısıdır. Eğer  $C_D=1.0$  ve  $C_m=2.0$  olarak dikkate alınırsa;

$$\frac{F_{Dmax}}{F_{Imax}} = \frac{KC}{2\pi^2} \quad (2.274)$$

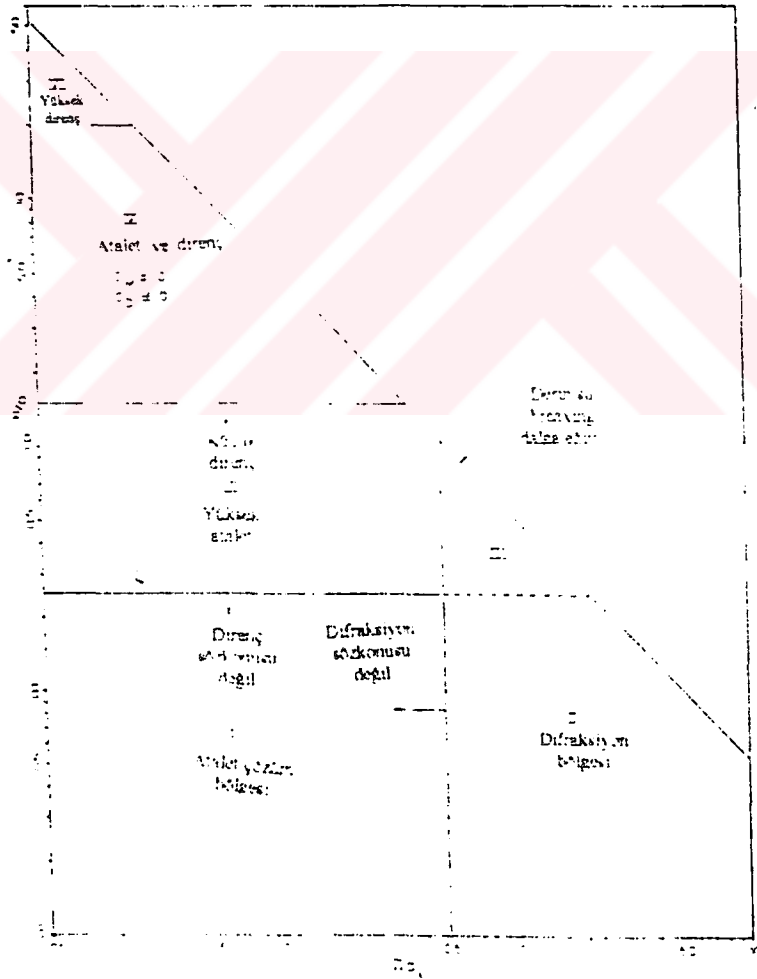
olur. Böylece,  $KC=1$  için direnç kuvveti, atalet kuvvetinin yaklaşık %5 dir.  $KC=10$  için direnç kuvveti, atalet kuvvetinin %50dir ve  $KC=20$  için yaklaşık olarak birbirlerine eşittir.  $KC=20'$ den büyük değerlerde direnç kuvveti etkindir.

Diğer taraftan, düşey silindir üzerinde etkili kuvvetin analizinde difraksiyon etkisi dahil edilirse, atalet katsayısı,  $ka$  difraksiyon parametresinin terimlerinde (2.116) denkleminin formu alınarak gösterilebilir. Bu durumda,  $C_m$  miktarı, efektif atalet katsayısı olarak isimlendirilir, ve Morrison denkleminin atalet bileşeninde kullanılmaktadır. Difraktif dalga dolayısıyla, yörüngesel ivme ile kuvvet faz farkına sahip değildir. Maksimum kuvvet için faz açısı (2.114) denklemi ile verilmiştir.

$ka=0$  için  $C_m=2.0$  ve  $\alpha=0$  dir.  $ka$ 'nın küçük değerlerinden yaklaşık 0.5 değerine kadar için  $C_m$  ve  $\alpha$ 'nın bu değerleri rölatif olarak değişmemektedir. (%5 içinde). Bunun için,  $ka>0.5$  için difraksiyon etkisi önemli olmaktadır.

Daha önce tanımlanan analizler esas alınarak, düşey bir silindir üzerindeki dalga kuvvetlerini veren formüllerinin uygulama rejimleri ve direnç ile atalet kuvvetlerinin etkin alanlarını tartışmak üzere şekil 2.46'da hazırlanmıştır. Limitler  $KC$ , sayısı ve difraksiyon parametresinin terimleriyle verilmiştir. Şekil 2.46'da I bölgesi  $KC=5$  ve  $ka=0.5$  sınırlanmıştır, ve direncin olmadığı tamamıyla atalet çözüm bölgesini göstermektedir. Burada difraksiyon etkisi ihmal edilmiştir, çünkü bu bölge sadece

Morrison denkleminin atalet bileşeni ile belirlenen dalga kuvvetini vermektedir.  $ka=0.5$ 'den büyük II bölgesi kırılan dalga eğrisiyle sınırlanmış böylece difraksiyon teorisiyle hesaplanabilen dalga kuvvetlerini gösteren difraksiyon bölgesidir. Direnç etkisinin küçük olduğu ve hala ihmal edilebilen III bölgesi. IV Bölgesinde direnç ve difraksiyonun etkisi söz konusudur. V Bölgesinde direnç etkisi önemli olur ve toplam kuvvet için tam Morrison formülü kullanılır. VI Bölgesinde direnç kuvveti atalet kuvvetine göre daha etkin olur. I ve II bölgesinde Froude - Krylov teorisi uygulanabilir.



Şekil 2.46 Düşey silindirin dalga kuvveti ifadelennin uygulama alanları

## III. BÖLÜM

### SINIR ELEMANLARI METODU

#### 3.1. Giriş

Mühendislik veya fen bilimlerinde, her hangi bir sistemin niceliksel matematik modelini belirlemek amacıyla, genellikle sistemin bölünmeyecek kadar küçük parçalara ayırarak, bu parçalar arasında kurulacak ilişki yardımıyla sistemin seri diferansiyel denklemleri belirlenmiş olur. Bu diferansiyel denklemlerin türetilmiş şekli, tam çözüm sağlayan matematiksel işlemleri gerekmeksizin, şu anda kullanım alanı çok geniş olan nümerik metodlar ile, iki yoldan biri ile çözümlenebilir; birincisi, denklemlerdeki diferansiyel operatörleri, o bölgedeki bir dizi nokta için geçerli olan yerel cebirsel operatörlerle yaklaştırılarak daha basitleştirmek. İkincisi ise, bölgenin kendisini bölünmeyecek kadar küçük parçalara ayırmak, örneğin sonlu elemanlar kullanarak gerçek sisteme yaklaştırmaktır.

Diferansiyel denklemlerin en iyi şekilde çözebilmek için bunları yaklaşık yöntemleri kullanmadan, analitik olarak integralini bulmaktır, yalnız bu integral alma işlemi kolay olmadığından, bilim adamları, diferansiyel denklemleri eşdeğer integral denklemlerine dönüştürerek bir sınır integral denklem teknikleri elde etmektedirler. Bu teknikleri elde ettikten sonra hızla gelişen nümerik yöntemler yardımıyla gerçeğe oldukça yakın sonuçlar elde edilmektedir. Örnek olarak sonlu farklar metodu nümerik metodların başta gelen yöntemlerinden biridir. Bu yöntem prensip olarak herhangi bir diferansiyel denklem sistemine uygulanabilmektedir. Yalnız son elli yıl içerisinde diğer nümerik metodlara karşılaştırıldığında, genelde problemin sınır şartlarının iyi temsil edilmediği bulunmuştur. Diğer bir örnek ise sonlu elemanlar metodudur. Sonlu elemanlar metodunda ise diferansiyel denklem sistemi yaklaşık fonksiyonlarla tanımlanır, bu yaklaşık fonksiyonların kısmen veya tamamen sınır şartlarını sağlayabilir. Dolayısıyla bu yöntemlerin problemi tamamen tanımlayabilmesi için bazı kabüller ve

yaklaşımlar yapılmalıdır. Aynı şekilde sınır elemanları metodununun diğer metodlardan farkı ise, sınır integral denklemi tekniklerini kullanmak ve bütün ortamın çevresi seri elemanlara ayırmaktır. Bu olay detaylı olarak bu bölüm kapsamında açıklanacaktır. Sınır elemanları metodu kapsamına girmeden önce, sınır elemanları metodunun gelişmesi ile ilgili bilgiler verilecektir.

Diferansiyel denklemlerin başlıca özellikleri on dokuzuncu yüz yılda saptanmıştır, klasik integral denklemler üzerine ilk araştırma Fredholm (1905), tarafından yapılmıştır. Daha sonra bu teorinin gelişmesi ve çalışma alanına uygulanması amacıyla araştırmalar sürdürülmektedir.

İntegral denklemlerin başlıca formülasyonunun çözümü Mikhlin (1957,1965), tarafından gerçekleştirilmiştir. Mikhlin, integral denklemlerin her iki şekli, skaler-vektör, veya farklı boyutlarda, bu denklemlerin integral alanı içinde süreksizliğini ve denklemlerin ayrı ayrı özelliklerini incelemiş durumundadır. Bütün bu sonuçların zor ve fazlaca matematik yapısı olmasına rağmen tatbiki ve yaklaşık yöntemlerin gelişmesine büyük rol oynamaktadır. İntegral denklemlerin çözümünde ve özelliklerinde büyük ilerleme kaydedilmesine rağmen hiç bir bilim adamı karşılaşılabileceğimiz pratik problemlere bir genel çözüm uygulayamamıştır. Aynı zamanda şunu söylemek gerekirken, bu gelişmenin büyük nedeni yüksek-hızlı dijital bilgisayar ve sınır elemanlar metodları gibi nümerik yöntemlerdeki gelişmedir.

### 3.2. Sınır Elemanları Metodunun Grupları

Tüm sınır elemanları metodlarının ortak bir kökeni olsada doğal olarak değişik ama birbirine yakın üç gruba ayrılırlar.

### 3.2.1. Sınır Elemanları Metodunun Dolaysız Formülasyonu

Bu yöntemde, integral denkleminde bilinmeyen fonksiyonlar problemin gerçek fiziksel değişkenlerini göstermektedir. Örnek olarak, elastisite probleminde gerilme ve yerdeğiştirme bilinmeyen fonksiyonlar olmak üzere, integral denkleminde konular, böylece bu fonksiyonların problemin sınır değerlerinden nümerik olarak veya analitik olarak elde edilir. Bu yaklaşımların geliştirilmesi ve açıklanması; Cruse (1969, 1974), Lachat (1975), Rizzo (1979), Shaw (1962) ve Jwaston (1963), tarafından sınır elemanları metodu altında verilmiştir.

### 3.2.2. Sınır Elemanları Metodunun Yarı Dolaysız Formülasyonu.

Bu yöntemde, integral denklemindeki bilinmeyen fonksiyonlar elastisite problemlerindeki gerilme fonksiyonları ve potansiyel akım problemlerindeki akım fonksiyonlarına benzeterek problemin çözümüne gidilebilir. Çözüm basit bir türev alma işlemi ile yapılabilir. Bu olay yarı dolaysız metodu olarak bilinmektedir, ve Jaswon (1963), Rim (1967), ve Symm (1963), tarafından ele alınmıştır.

### 3.2.3. Sınır Elemanları Metodunun Dolaylı Formülasyonu.

Bu yöntemde, denklemler tümüyle söz konusu bölgenin sınırlarını sağladığı belirlenen diferansiyel denklemlerin (yoğunluk fonksiyonları) tek bir (singular) çözümü olarak yazılır (Bu tekil çözüm, örneğin, sınır eleman metodunu ortaya atan 'Free-space Green Function' diferansiyel eşitliğinin çözümü olabilir). Yoğunluk fonksiyonlarının kendi başlarına fiziksel bir önemi olmayabilir. Fakat integral denklemlerin sayısal çözümünden bir kez elde edildikten sonra bölge içindeki çözüm parametre değerleri basit bir integrasyon işlemi ile bulunur. Bu yöntem son yıllarda çok sayıda mühendislik probleminin çözümünde kullanılmaktadır ve Banerjee (1976), Butterfield (1971), Hess (1964), Jaswan (1977), Massanet (1965), Oliviera (1968), ve Tomlin (1974), tarafından ele alınmıştır.

Bu bölüm kapsamında problemin çözümünde sadece dolaysız yöntemi kullanılacaktır, bu yöntem yarı dolaysız ve dolaylı yöntemlerinden daha fazla tercih edilmektedir.

### 3.3. Sınır Elemanları Metodunun Özellikleri

1. Bütün sınır integral denklemleri metodları süperpozisyon prensibini kullanmaktadır, bunun için bu metod sadece lineer sistemlere uygulanabilir veya lineer sistemlere yaklaşılarak uygulanır.
2. Problemin boyutları ile ilgili ise, sınır elemanları metodunda problemin boyutları basit bir işlemle bir boyut azaltılmaktadır, yani iki boyutlu problemin analizleri bir boyutlu sınır integral denklemleri ve üç boyutlu problemin sadece iki boyutlu yüzey integral denklemlerine indirgenir.
3. Belli bir sınırla sınırlanmış bölgenin sınır elemanları metodunun analizinde problem bir homojen problemmiş gibi düşünülmesi gerekir, bunun için homojen olmayan problemlerin, çok fazla sayıda, küçük homojen elemanlara ayrılması gerekir.
4. Sınır elemanları metodunun en önemli özelliklerinden biri ise yüzeyin sınır bölgesinin bütününe doğrusal elemanlara ayırmaktır.
5. Bazı homojen problemlerin esas diferansiyel denklemleri sanki quasi-lineer, elastisite problemlerinde olduğu gibi, integrali cismin içinde yani hacimsel olarak uygulanmasına rağmen sınır elemanları metoduyla Gauss teoremi (hacim integralini, eşdeğer sınır integrallerine transferidir), (Gauss teorimi ile ilgili bilgiler ekler bölümünde bulunmaktadır) kullanarak çözümlenmesidir.
6. Bütün elemanların homojen bölge içerisinde genel bir matris şekli olabilir.

7. Sınır elemanları metodunun, avantajı diğer yöntemlerle eleman sayısı bakımından karşılaştırdığında daha az olması, matrislerin hesaplaması kolay ve fazla zaman almamasıdır.
8. Sınırlı ve aynı zamanda sonsuz sistemlerin, yeterli kabul edilen sonsuz sınır şartları, sınırlarda bölme işlemi yapmadan problemin çözümüne gidilebilir.

Bu özellikler, bu bölümde ele alacağımız potansiyel akım probleminin çözümünde görülmektedir.

### 3.4 Sınır İntegral Denkleminin Dolaysız Yöntem ile Elde edilmesi.

Bölümün başında bahsettiğimiz gibi, bu yöntemde, problemin bilinmeyen fonksiyonları gerçek fiziksel değişkenlerini temsil etmektedir. Bu fonksiyonlar integral denklemde yerine konular ve böylece fonksiyonların problemin sınır değerlerinden analitik veya nümerik olarak çözülebilir. Bu yöntemi daha iyi anlayabilmek için Laplace denklemi göz önüne alınarak, rezidual kuvvet katsayıları yöntemi kullanarak, Laplace denklemini bir sınır integral denklemine dönüştürmeye çalışalım. Rezidual kuvvet katsayıları yöntemi kullanılmasının avantajı, yöntemin daha kompleks diferansiyel denklemlerin çözümünde uygun bir formunun olmasıdır. Ayrıca rezidual kuvvet katsayıları yöntemi sayesinde sınır elemanlarının diğer sayısal yöntemlerle hiçkisi daha net bir biçimde ortaya konabilir.

Gözönüne alınan iki boyutlu sistemin şekil 3.1'de gösterildiği gibi,  $(\Omega)$  iç alan bölgesi içinde Laplace denklemini gerçekleyen U fonksiyonunu aradığımızı düşünelim;

Laplace denklemi

$$\nabla^2 U = 0 \quad (3.1)$$

şeklindedir.

İç alanda ( $\Omega$ ), bölgesi sınırlayan  $\Gamma$  yüzeyinin  $\Gamma_1$  ve  $\Gamma_2$  gibi farklı iki sınır koşulu olduğu durumda aşağıdaki koşullar incelenecektir.

a.  $\Gamma_1$  bölgesinde aradığımız  $U$  fonksiyonun esas değeri;

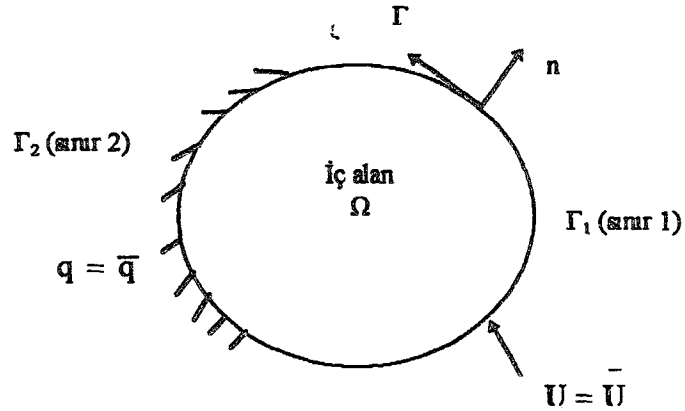
$$U = \bar{U} \quad \text{sınır 1 } (\Gamma_1) \text{ üzerinde} \quad (3.2)$$

olarak verilmiş.

b.  $\Gamma_2$  bölgesinde  $U$  fonksiyonu normal doğrultuda türevi olan;

$$q = \frac{\partial U}{\partial n} = \bar{q} \quad \text{sınır 2 } (\Gamma_2) \text{ üzerinde} \quad (3.3)$$

sınır şartı olarak verilmiş olsun. Burada  $n_1$  sınıra normal vektördür,  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$  ve '—' işareti o değer bilindiğini göstermektedir.



Şekil 3.1 Problemin notasyonu.

U ve q'nun analitik değerleri bilinmediğinde bunların yaklaşık değerleri ile gerçek değerleri arasındaki doğan farka, hata fonksiyonu denir. Bu hata fonksiyonu R ile gösterirsek;

$$\begin{aligned} R &= \nabla^2 \bar{U} \neq 0 \\ R &= U - \bar{U} \neq 0 \\ R &= q - \bar{q} \neq 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

olarak yazılabilmektedir. Burada U ve q yaklaşık çözümlerdir.

Şimdi eğer bir  $U^*$  ağırlık fonksiyonu seçersek ve bunun sınır üzerindeki normal türevi  $q^* = \frac{\partial U^*}{\partial n}$  hata fonksiyonu ile çarpılıp, integre edildiğinde;

$$\int_{\Omega} R U^* d\Omega = \int_{\Gamma_2} R_2 U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} R_1 q^* d\Gamma \quad (3.5)$$

veya

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 \bar{U}) U^* d\Omega = \int_{\Gamma_2} (q - \bar{q}) U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} (U - \bar{U}) q^* d\Gamma \quad (3.6)$$

elde edilir. (3.6) ifadesinin sol tarafına kısmi integrasyon uygulanırsa;

$$-\int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial U}{\partial X_k} \frac{\partial U^*}{\partial X_k} \right\} d\Omega + \int_{\Gamma_2} q U^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} q U^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} U q^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} \bar{U} q^* d\Gamma = 0 \quad (3.7)$$

şeklinde yazılır. Burada k=1,2,3 ile Einstein'nin tekrarlanan indisleri notasyonu kullanılmıştır. (3.7) ifadesine tekrar kısmi integrasyon uygulanırsa;

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 U^*) U d\Omega = - \int_{\Gamma_2} q U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} q U^* d\Gamma + \int_{\Gamma_2} U q^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} U q^* d\Gamma \quad (3.8)$$

elde edilir. Bu denklem sınır elemanları yönteminin başlangıcıdır, dolayısıyla göz önüne tutarak, sınır integral denkleminde dönüştürmeden önce temel çözüm kavramı üzerine durulacaktır.

### 3.4.1. Temel Çözüm

$U^*$ , temel çözüm, Laplace denkleminin özel bir çözümüdür. Bu çözümler esas denklemlerin değişik boyutları için ek bölümünde gösterilmektedir. Şekil 3.2’de gösterilen temel çözümün sembollerinden tanımlayacağımız  $(\Delta^i)$  ‘Dirac delta fonksiyonu’dur.  $U^*$  fonksiyonu iki noktanın fonksiyonudur, bunlar delta fonksiyonu tekil değere sahip olduğu ‘kaynak noktası’  $(\vec{X}_i)$  ve diferansiyel denklemlerde değişken pozisyonunda olan ‘gözlem noktası’  $(\vec{X})$  dir. Dolayısıyla Laplace denkleminin için temel çözüm Dirac delta fonksiyonu ile yazılırsa;

$$\nabla^2 U^* = \Delta^i \quad (3.9)$$

veya

$$\nabla^2 U^* = \Delta^i(\vec{X} - \vec{X}_i) \quad (3.10)$$

şeklini almaktadır. Denklem (3.9) veya (3.10), temel çözümün fonksiyonu yalnız kaynak ve gözlem noktalarının arasındaki mesafenin fonksiyonudur, bu mesafeyi  $r$  ile gösterirsek;

$$r = |\vec{r}| = |\vec{X} - \vec{X}_i| \quad (3.11)$$

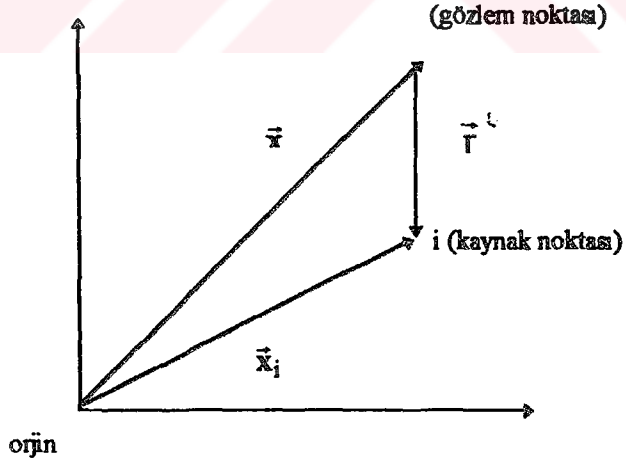
yazılmaktadır.  $\Delta^i$  fonksiyonu  $\vec{X} = \vec{X}_i$  noktasındaki değeri bütün noktalarda sıfıra eşittir, aynı zamanda  $\Delta^i$  başka bir fonksiyon ile çarpıldığında, integral  $\vec{X}_i$  noktasındaki değerine eşit olur. O halde (3.9) denklemini;

$$\int_{\Omega} U(\nabla^2 U^*) d\Omega = \int_{\Omega} (-\Delta^i) d\Omega = -U_i \quad (3.12)$$

şeklinde ifade edilir. (3.8) denkleminin sol tarafında elde edilen (3.12) ifadesi kullanılırsa;

$$U_i + \int_{\Gamma_2} U q^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} \bar{U} q^* d\Gamma = \int_{\Gamma_2} q U^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} q U^* d\Gamma \quad (3.13)$$

denklemini bulunur.



Şekil 3.2 Temel çözümün tanımı için notasyon.

(3.9) denkleminin izotropik üç boyutlu problemleri için temel çözümü;

$$U^* = \frac{1}{4\pi r} \quad (3.14)$$

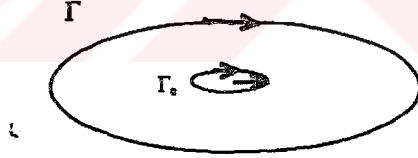
ve iki boyutlu problemleri için temel çözümü;

$$U^* = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \quad (3.15)$$

veya

$$U^* = -\frac{1}{2\pi} \ln r \quad (3.16)$$

yazılmaktadır. Şimdi eğer gözlem noktası şekil 3.3'de gösterildiği gibi iç alanda olması durumu inceleyelim, eğer  $\Gamma_2$  bölgesini çok küçük bir çaplı daire seçersek;



Şekil 3.3 Gözlem noktasının iç alanda olması.

$U^*$ 'nın, (3.16) denkleminin değerini kullanarak;

$$U^* = -\frac{1}{2\pi} \ln r \quad (3.17)$$

ve burada normal türev radyal türeve eşit olduğu için;

$$\frac{\partial U^*}{\partial n} = \frac{\partial U^*}{\partial r} \quad (3.18)$$

elde edilir.  $\Gamma_\varepsilon$  bölgesi çok küçük olduğu için  $\varepsilon$  yarı çapını sifira götürelim, dolayısıyla;

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 U^*) d\Omega = \int_{\Gamma_\varepsilon} \left( \frac{\partial U^*}{\partial n} \right) d\Gamma = \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial U^*}{\partial r} d\Gamma \quad (3.19)$$

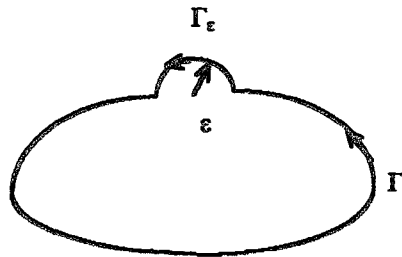
yazılabilir, bu durumda (3.19) ifadesinin limiti;

$$-\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial U^*}{\partial r} d\Gamma \right\} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_\varepsilon} -\frac{1}{2\pi r} d\Gamma \right\} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ -\frac{2\pi\varepsilon}{2\pi\varepsilon} \right\} = -1 \quad (3.20)$$

olarak elde edilir. Dolayısıyla gözlem noktasının iç alanda olması durumunda sınır integral denklemi;

$$U_i + \int_{\Gamma} U q^* d\Gamma = \int_{\Gamma} U^* q d\Gamma \quad (3.21)$$

elde edilir. Şimdi eğer gözlem noktasının sınırda yer alması durumu inceleyelim. Şekil 3.4'de gösterilen I noktası sınırda olması  $\varepsilon$  yarı çaplı yarım dairelik bir elemanın bölgeye eklendiğini varsayalım.



Şekil 3.4 Gözlem noktası sınırda olması.

$U^*$  fonksiyonu için problemimiz iki boyutlu olduğundan (3.16) denklemindeki değerini alalım;

$$U^* = -\frac{1}{2\pi} \ln r \quad (3.22)$$

ve eklediğimiz parça daire parçası olduğu için bu sınırdaki normal türev radyal türeğe eşit olur;

$$\frac{\partial U^*}{\partial n} = \frac{\partial U^*}{\partial r} \quad (3.23)$$

ve

$$\frac{\partial U^*}{\partial r} = -\frac{1}{2\pi r} \quad (3.24)$$

$\Gamma_\varepsilon$  bölgesinde söz konusu olan iki çevre integrali alınırsa;

$$\int_{\Gamma_\varepsilon} U \frac{\partial U^*}{\partial r} d\Gamma = - \int_0^{2\pi} U \frac{r d\theta}{2\pi r} = -\frac{U_i}{2} \quad (3.25)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} -\frac{r \ln r}{2\pi} \frac{\partial U^*}{\partial n} d\theta = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\ln r^r}{2\pi} U^* d\theta = 0 \quad (3.26)$$

bulunur. (3.25) ve (3.26) denklemlerinin değerlerini (3.8) denkleminde konulursa;

$$\frac{1}{2}U_i + \int_{\Gamma} Uq^* d\Gamma = \int_{\Gamma} qU^* d\Gamma \quad (3.27)$$

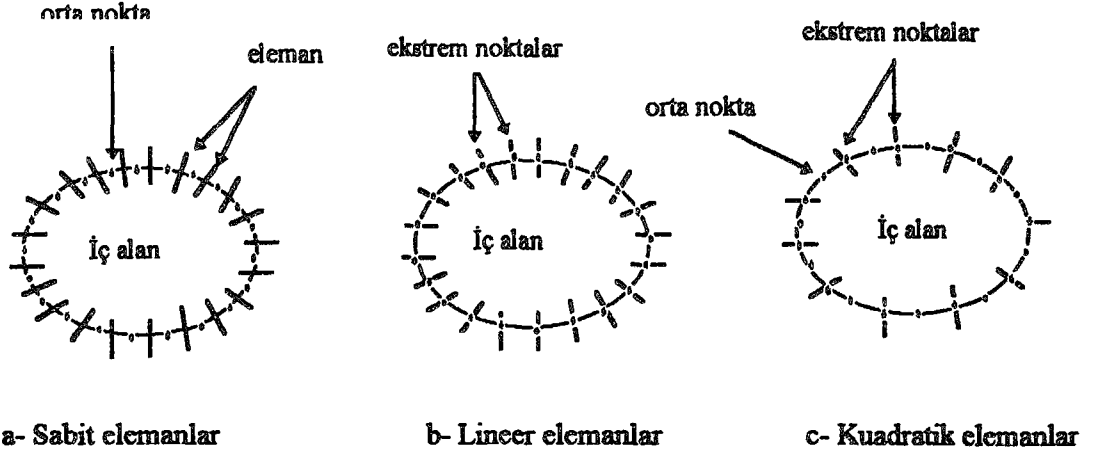
sınır integral denklemi elde edilir. Bu denklem gözlem noktası durumları göz önüne alınarak aşağıdaki genel sınır integral denklemi;

$$C_i U_i + \int_{\Gamma} Uq^* d\Gamma = \int_{\Gamma} qU^* d\Gamma \quad (3.28)$$

elde edilir. Burada  $C_i$  değeri dikkate alınan sınıra bağlıdır, yani bu değer iç alanın ( $\Omega$ ) içindeki bir nokta için 1, dışındaki bir nokta için 0, ve sınır üzerindeki nokta için 1/2 değerine eşit alınır.

### 3.5. Sınır Ve Sistemin Denklemlerinin Ayrıklaştırılması

Elde edilen sınır integral denkleminin tek elemana ve tek bir düğüm noktası için bulunduğuna göre bu denklemi sınır üzerinde bulunan seri elemanlara uygulamak mümkündür.  $n$  eleman sayısı ve  $m$ , düğüm noktası sayısı olmak üzere. Şekil 3.5’de gösterildiği gibi bilinmeyen değerlerin bulunduğu noktalar veya düğüm noktaları, her bir elemanın ortasında alınırsa ‘sabit elemanlar’ bu noktalar iki eleman arasında alınırsa ‘lineer elemanlar’ ve noktalar eğrisel elemanlar dikkate alınarak hem ortaya hemde elemanlar arasında konursa ‘kuadratik elemanlar’ olarak sınır elemanları metodu olarak sınıflandırılır.



Şekil 3.5 Sınır elemanları metodu için farklı eleman tipleri.

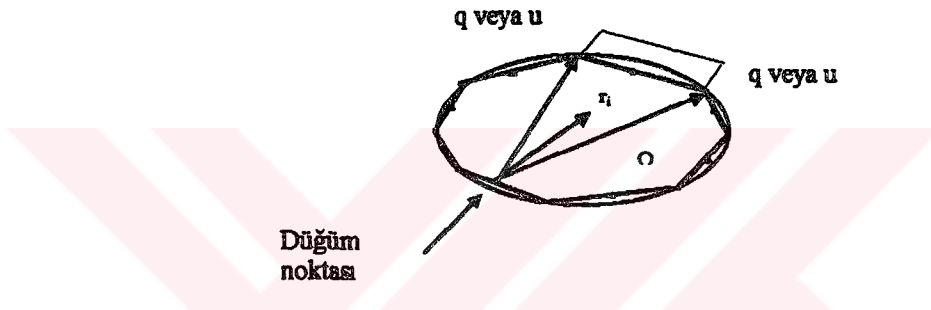
### 3.5.1. Sabit Elemanlar Metodu

Göz önüne alınan her hangi bir sistem iki boyutlu olsun, istenilen şekilde seri elemanlara bölerek, bu elemanların genişliği eşit olup olmaması önemsiz olduğuna göre, en önemli özelliği doğrusal çizmek ve problemin bilinen ile bilinmeyen değerlerin elemanın ortasında olmasıdır. Bu yöntem bilinmeyenlerin ve/veya bilinen değerlerin eleman üzerinde sabit olarak dağıldığını göstermektedir. Şekil 3.5a'de gösterildiği gibi çözüm tekniği ise bir elemanın üzerinde bilinen değerlerden faydalanarak başka bir elemanın üzerindeki bilinmeyen değerleri bulmaktır. Çözüm yöntemlerine girilmeden önce, sınır şartları deyimi üzerine durulmalı, sınır şartlarının ne olduklarını bilmeden çözüme kesinlikle gidilmemelidir, dolayısıyla, sınır şartlarını basit bir cümle ile tanımlamak istersek sınır şartları, problemin çözümüdür, yani problemin bilinen değerleri ve bilinmeyen değerleridir, bilinmeyen değerleri bilinen değerlerden bulduğumuza göre, sınır şartlarını öncelikle belirlememiz gerekir. Dolayısıyla sınır şartları problemin fiziğine esas alınarak belirlenebilir, bunu örneklerle açıklamak yerinde olur, örnek olarak, potansiyel akım göz önüne alırsak, Laplace denkleminde

$\nabla^2 U=0$ , bilinen değerlerin cidar üzerindeki ve serbest yüzeydeki hızların sıfır olduğunu, dolayısıyla bu değerlerden başlayarak çözüme gidilmesi gerektiğidir.

### 3.5.1.1. Sabit Elemanlar Metodu ile Nümerik Çözüm.

Şekil 3.6'da gösterilen  $\Omega$  bölgenin sınırını teşkil eden eleman iki sınır noktası ile iki sınırın ortası olan düğüm noktasından meydana gelmiştir. (3.27) denkleminde eleman boyunca bilinmeyen  $U$  değeri ile  $q = \frac{\partial U}{\partial n}$  türevinin sabit olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 3.6 Sabit elemanda  $U$  ve  $q$ 'nun değişiminin gösterilmesi

Bir eleman uç noktalarının koordinatları ve düğümdeki  $U$ ,  $\frac{\partial U}{\partial n}$  değerleri ile belirlenir. (3.28) denklemini göz önüne alırsak;

$$C_1 U_1 + \int_{\Gamma} U q^* d\Gamma = \int_{\Gamma} q U^* d\Gamma$$

dir. Bir sınır eleman içinde  $U$  fonksiyonu ve normal türevin değeri sabit kabul edildiğine göre (3.28) bağıntısı,  $n$  sınır eleman sayısı olduğuna göre;

$$C_i U_i + \sum_{J=1}^n U_J \int_{\Gamma_j} q^* d\Gamma = \sum_{J=1}^n q_J \int_{\Gamma_j} U^* d\Gamma \quad (3.29)$$

şeklinde yazılabilir.

$$\text{ve} \quad \begin{array}{l} \int_{\Gamma_j} q^* d\Gamma \\ \int_{\Gamma_j} U^* d\Gamma \end{array} \quad (3.30)$$

(3.30) integralleri her hangi bir  $i$  düğümündeki  $U_i$  değeri için,  $J$  elemanında hesaplanan bu integraller

$$\text{ve} \quad \begin{array}{l} A_{iJ} = \int_{\Gamma_j} q^* d\Gamma \\ G_{iJ} = \int_{\Gamma_j} U^* d\Gamma \end{array} \quad (3.31)$$

ile gösterilirse, bu durumda (3.29) ifadesi;

$$C_i U_i + \sum_{J=1}^n U_J \hat{H}_{iJ} = \sum_{J=1}^n q_J G_{iJ} \quad (3.32)$$

şekline girer. Eğer;

$$H_{iJ} = \frac{1}{2} + \hat{H}_{iJ} \quad (3.33)$$

tanımı yapılırsa (3.32) ifadesinde tanımlanan eşitlik;

$$HU=GQ \quad (3.34)$$

matris formunda gösterilebilir.

$\Omega$  bölgesinin sınırları olan  $\Gamma_1$  bölgesinde  $U^*$  fonksiyonu,  $\Gamma_2$  bölgesinde ise  $q^*$  fonksiyonu bilindiği zaman (3.34) ifadesinde her iki tarafta da bilinmeyenler olmaktadır. Eğer (3.34) ifadesini bölümlere ayırırsak;

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^* \\ U_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q^* \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

(3.35) denklemindeki gibi gösterebiliriz. Burada bilinen değerler  $U^*$  ve  $q^*$  olduğuna göre (3.35) ifadesini şu şekilde yazabiliriz;

$$\begin{aligned} -G_{11}q_1 - G_{21}q_1 + H_{12}U_2 + H_{22}U_2 = \\ -H_{11}U^* - H_{21}U^* + G_{12}q^* + G_{22}q^* \end{aligned} \quad (3.36)$$

Bu ifadenin matris forma gelmesi;

$$\begin{bmatrix} -G_{11} & H_{12} \\ -G_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -H_{11} & G_{12} \\ -H_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^* \\ q^* \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

(3.37) ifadesinin sağ tarafı sabit olduğuna göre;

$$AX=B \quad (3.38)$$

(3.38)'deki gibi matris formunda ifade edilir. Burada  $X$  bilinmeyen vektörüdür,  $B$  ise (3.37) ifadesinin bilinen vektörüdür, ve

$$X = \begin{Bmatrix} q_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} \quad (3.39)$$

yazılır.  $U_j$  ve  $q_j$  sınır değerleri hesaplandıktan sonra iç bölgedeki  $U_i$  değeri (3.32) ifadesiyle;

$$C_i U_i = \sum_{J=1}^n q_J G_{iJ} - \sum_{J=1}^n U_J \hat{H}_{iJ} \quad (3.40)$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

### 3.5.1.2. $\hat{H}_{iJ}$ ve $G_{iJ}$ Terimlerinin Hesaplanması.

Nümerik işlemlerin yapılabilmesi için (3.32) integrallerine ihtiyaç vardır.  $U^*$  fonksiyonu olarak;

$$U^* = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \quad (3.41)$$

seçildiğine göre (3.31) integrallerini hesaplayalım. Her iki integralinde iki durum söz konusudur.

a.  $i \neq J$  durumu

b.  $i = J$  durumu

### 3.5.1.2.1. $G_{ij}$ Terimlerinin Hesaplanması

a.  $i \neq J$  durumu için.

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} U^* d\Gamma \quad (3.42)$$

$G$  matrisi, (3.42) deki integrale tanımlanmıştır. Bu her hangi bir  $J$  elemanı için;

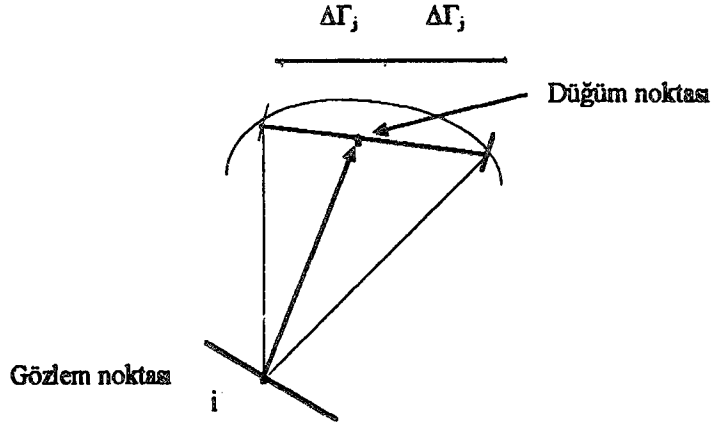
$$G_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_j} \frac{1}{r} d\Gamma \quad (3.43)$$

şeklinde ifade edilir.

$G_{ij}$  elemanı şekil 3.7'de gösterildiği gibi üç noktaya bağlı olarak hesaplanırsa;

$$G_{ij} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\Gamma_j}{3} \left\{ \ln\left(\frac{1}{r_1}\right) + 4\ln\left(\frac{1}{r_2}\right) + \ln\left(\frac{1}{r_3}\right) \right\} \quad (3.44)$$

(3.44) ifadesi bulunur.



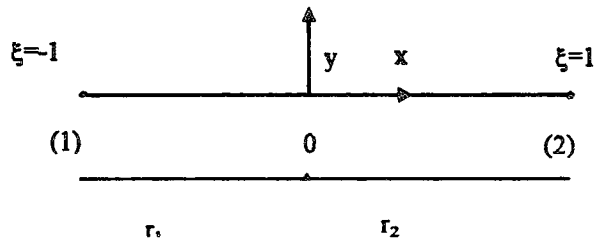
Şekil 3.7 Gözlem noktasından eleman boyunca integral alınması.

b-  $i=J$  durumu için.

$$G_{IJ} = \int_{\Gamma_j} U^* d\Gamma \quad (3.45)$$

(3.45) denkleminde  $U^*$ 'nin (3.42) denkleminde bulunan değerini koyarsak, ve şekil 3.8'de gösterilen lineer eleman koordinatları göz önüne alarak (3.46) denklemi elde edilir.

$$\frac{1}{2\pi} \int_{(1)}^{(2)} \ln\left(\frac{1}{r}\right) dr = \frac{1}{\pi} \int_{(0)}^{(2)} \ln\left(\frac{1}{r}\right) dr \quad (3.46)$$



Şekil 3.8 Lineer eleman koordinatları.

Şimdi  $\xi$  olarak bir değişken kullanalım ve bu değişken;

$$\xi = \frac{r}{|r_1|} \quad (3.47)$$

olsun. (3.47) ifadesinden;

$$dr = |r_1| d\xi \quad (3.48)$$

olarak bulunur. Bu değerleri (3.46) ifadesinden yerine koyarsak;

$$G_{IJ} = \frac{1}{\pi} |r_1| \int_{(0)}^{(2)} \ln \left( \frac{1}{|r_1|} \right) d\xi \quad (3.49)$$

bulunur. Bu şekilde (3.49) ifadesi integre edildiği takdirde;

$$\begin{aligned} G_{IJ} &= \frac{1}{\pi} |r_1| \int_{(0)}^{(2)} \left\{ \ln \left( \frac{1}{\xi} \right) + \ln \left( \frac{1}{|r_1|} \right) \right\} d\xi \\ &= \frac{1}{\pi} |r_1| \left\{ \ln \left( \frac{1}{|r_1|} \right) + \int_{(0)}^{(1)} (\ln(1) - \ln(\xi)) d\xi \right\} \\ &= \frac{1}{\pi} |r_1| \left\{ \ln \left( \frac{1}{|r_1|} \right) - \ln \xi + \xi \Big|_{(0)}^{(1)} \right\} \\ &= \frac{1}{\pi} |r_1| \left\{ \ln \frac{1}{|r_1|} + 1 \right\} \end{aligned} \quad (3.50)$$

olarak bulunur.

### 3.5.1.2.2. $\hat{H}_{ij}$ Terimlerinin Hesaplanması

a.  $i \neq j$  olması durumu.

(3.31) ifadesinde  $\hat{H}_{ij}$  şu şekilde verilmişti;

$$\hat{H}_{ij} = \int_{\Gamma_j} q^* d\Gamma \quad (3.51)$$

veya

$$\hat{H}_{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial U^*}{\partial n} d\Gamma \quad (3.52)$$

$U^*$  fonksiyonu (3.41) denkleminde (3.52) denkleminde yerine koyarak;

$$\hat{H}_{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{1}{r} \right) \right] d\Gamma \quad (3.53)$$

yazılabilir. Bir fonksiyonun normal türevi genel olarak şu şekilde yazılabilir;

$$\begin{aligned}
\frac{dU}{dn} &= (\vec{\nabla}U)\vec{n} \\
&= \vec{e}_r \frac{\partial}{\partial r}(U)\vec{n} \\
&= \frac{1}{2\pi r} \vec{e}_r \vec{n} \\
&= -\frac{1}{2\pi r} (\cos\theta \cos\alpha + \sin\theta \sin\alpha) \\
&= \frac{1}{2\pi r} \cos(\theta - \alpha)
\end{aligned} \tag{3.54}$$

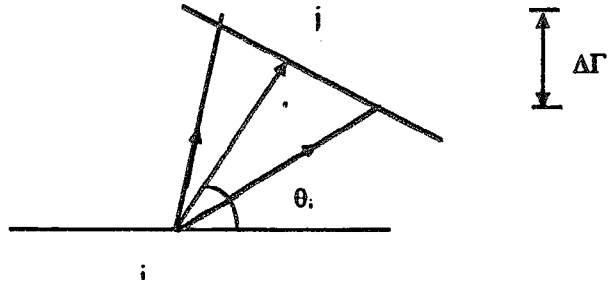
(3.54) olarak elde edilen değeri (3.52) deki yerine konur ve

$$d\Gamma = r d\theta / \cos(\theta - \alpha) \tag{3.55}$$

dönüşümü uygulanırsa;

$$\hat{H}_{iJ} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \tag{3.56}$$

elde edilir. Sonuç olarak  $\hat{H}_{iJ}$  için;



Şekil 3.9 Gözlem noktası (i), J elemanı boyunca integrali gösterilmesi.

$$\hat{H}_{ij} = -\frac{1}{2\pi} \Delta\theta_j \quad (3.57)$$

bağıntısı elde edilir. Burada  $\Delta\theta_j$  değeri şekil 3.9'de görülmektedir.

b.  $i=j$  durumu için  $\hat{H}_{ij}$ 'nin hesaplanması

$\frac{dU}{dn}$  fonksiyonun (3.54) denklemdaki değerini (3.52) deki  $\hat{H}_{ij}$  ifadesinde kullanılırsak;

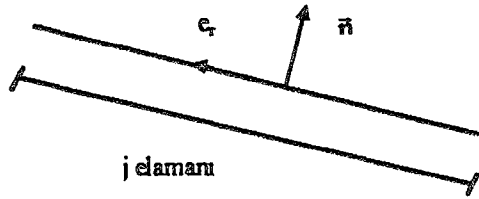
$$\hat{H}_{ij} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_j} \frac{1}{r} \vec{e}_r \cdot \vec{n} d\Gamma \quad (3.58)$$

elde ederiz.

Şekil (3.10)'den görüldüğü gibi  $\vec{e}_r$  normal doğrultusuna dik olduğundan;

$$\vec{e}_r \cdot \vec{n} = 0 \quad (3.59)$$

olur.



Şekil 3.10 Elemanın radyal doğrultusunun ile normalini gösterilmesi.

Dolayısıyla;

$$\hat{H}_{ij} = 0 \quad (3.60)$$

ifadesi bulunur.

Bölge içinde  $U_i$ 'nin değeri (3.28) bağıntısına göre;

$$C_i U_i = \int_{\Gamma} U^* q d\Gamma - \int_{\Gamma} q^* U d\Gamma \quad (3.61)$$

şeklinde yazılabilir. (3.58) bağıntısında bilinmeyen olarak  $U$ 'nun  $x$  ve  $y$ 'ye göre türevlerini bulmak istersek;

$$\left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)_i = (q_x)_i = \int_{\Gamma} q \frac{\partial U^*}{\partial x} d\Gamma - \int_{\Gamma} U \frac{\partial q^*}{\partial x} d\Gamma \quad (3.62)$$

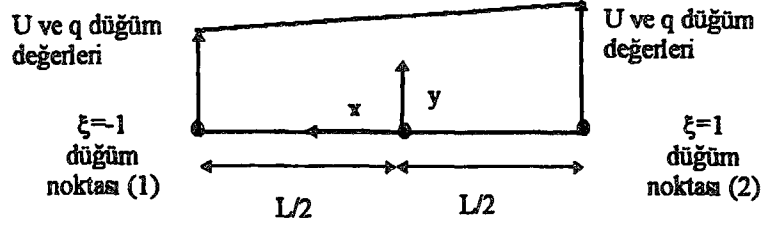
$$\left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)_i = (q_y)_i = \int_{\Gamma} q \frac{\partial U^*}{\partial y} d\Gamma - \int_{\Gamma} U \frac{\partial q^*}{\partial y} d\Gamma \quad (3.63)$$

elde edilir.

### 3.5.2. Lineer Elemanlar Metodu

Sabit elemanlarda  $U$  ve  $q$ 'nun herbir eleman üzerinde aynı olduğu kabul edilmiştir. Bu bölümde lineer elemanlar metodu incelenecektir. Lineer elemanlarda,  $U$  ve  $q$ 'nun herbir eleman üzerinde lineer olarak değiştiğini kabul edilir. Lineer eleman

üzerinde elemanın başında ve sonunda olmak üzere iki düğüm vardır. Bu şekil 3.11'den görülebilir.



Şekil 3.11 Lineer elemanda homojen koordinatlar.

Sınır integral denklemi yeniden yazılırsa;

$$C_i U_i + \int_{\Gamma_j} U q^* d\Gamma = \int_{\Gamma_j} U^* q d\Gamma \quad (3.64)$$

şeklini alır. Sınır n adet eşit elemana bölünerek (3.64) eşitliği aşağıdaki gibi yazılır;

$$C_i U_i + \sum_{j=1}^n \int_{\Gamma_j} U q^* d\Gamma = \sum_{j=1}^n \int_{\Gamma_j} U^* q d\Gamma \quad (3.65)$$

(3.65) denklemindeki integrallerin sabit eleman integrallerine göre çözümü daha zordur. Burada U ve q değerleri, her bir elemanın  $\Gamma_j$  sınırında lineer olarak değiştiğinden U ve q integral dışına çıkarılmaz.

Lineer elemanlarda  $U$  ve  $q$ ,  $\xi$  homojen koordinatları cinsinden verilen interpolasyon fonksiyonlar  $\phi_1$  ve  $\phi_2$  kullanılarak ifade edilir.

Şekil 3.11'den görüldüğü gibi  $U$  ve  $q$ 'nun düğümdeki değerleri seçilir. Böylece,

$$\begin{aligned} U(\xi) &= \phi_1 U^1 + \phi_2 U^2 = [\phi_1 \quad \phi_2] \begin{Bmatrix} U^1 \\ U^2 \end{Bmatrix} \\ q(\xi) &= \phi_1 q^1 + \phi_2 q^2 = [\phi_1 \quad \phi_2] \begin{Bmatrix} q^1 \\ q^2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.66)$$

yazılabilir. İnterpolasyon fonksiyonları aşağıdaki gibi ifade edilir;

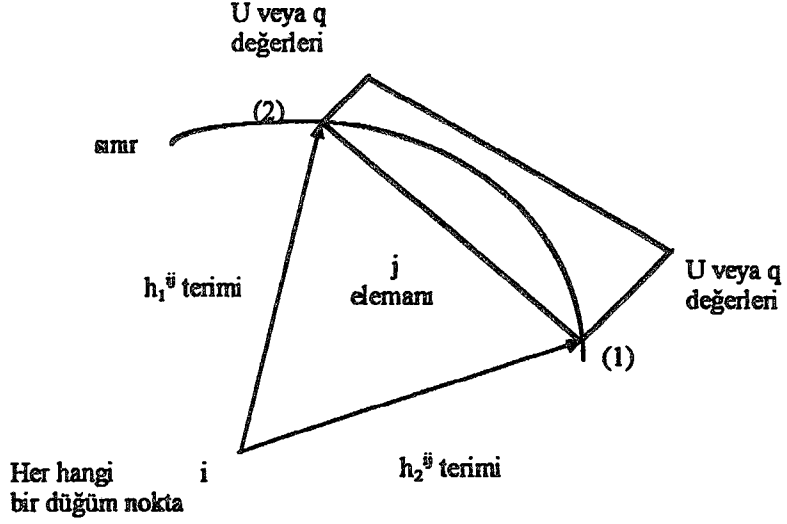
$$\phi_1 = \frac{1}{2}(1-\xi) \quad \phi_2 = \frac{1}{2}(1+\xi) \quad (3.67)$$

Bir  $j$  elemanı üzerinden integraller incelenirse, şekil 3.12'de görüldüğü gibi, elemanın iki düğüm noktası vardır, dolayısıyla (3.65) denklemin sol tarafı gözönüne alarak;

$$\int_{\Gamma_j} U q^* d\Gamma = \int_{\Gamma_j} [\phi_1 \quad \phi_2] q^* d\Gamma \begin{bmatrix} U^1 \\ U^2 \end{bmatrix} = [h_1^{ij} \quad h_2^{ij}] \begin{bmatrix} U^1 \\ U^2 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

şeklinde yazılır. Burada herbir  $j$  elemanı iki terimle ifade edilir, ve  $h_1^{ij}$  aşağıdaki şekilde yazılmaktadır;

$$h_1^{ij} = \int_{\Gamma_j} \phi_1 q^* d\Gamma \quad h_2^{ij} = \int_{\Gamma_j} \phi_2 q^* d\Gamma \quad (3.69)$$



Şekil 3.12  $j$  elemanı üzerinde integrallerin incelenmesi.

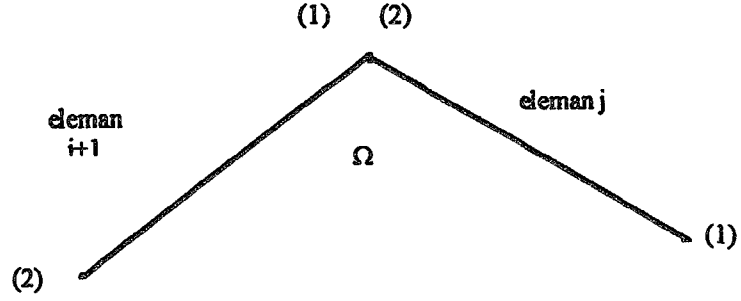
Aynı şekilde (3.65) denkleminin sağ tarafı, benzer şekilde aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$q_1^{ij} = \int_{\Gamma_j} \phi_1 U^* d\Gamma \quad q_2^{ij} = \int_{\Gamma_j} \phi_2 U^* d\Gamma \quad (3.70)$$

### 3.5.2.1. Köşelerin İncelenmesi

Bir bölge sınır elemanları kullanılarak ayrıştırılırken, düğümlerden bazıları köşeler üzerinde olabilir. Köşelerdeki düğümlerin her iki tarafında farklı sınır koşulları olabilir. Bu durumdaki köşe elemanları için özel çözümler gereklidir. Şekil 3.13'de görüldüğü gibi bölge sınırı lineer elemanlara ayrıştırılmıştır.  $j$ 'inci elemanın ikinci düğümü ile  $j+1$ 'inci elemanın birinci düğümü aynı noktadır. Sınır boyunca tüm noktalarda potansiyel aynı değerde olduğu için  $j$ 'inci elemanın  $U^2$  değeri ile  $j+1$ 'inci elemanın  $U^1$  değeri aynıdır. Ancak sınır noktalarında akı farklı değerlere sahip olabileceğinden, akı için bu şekilde genel bir kural geliştirilmez. Bu durum sınırdaki normal vektörün tek değerleri olmadığı noktalarda (köşelerde) ortaya çıkar. Bir çok

pratik problemde köşeler her iki taraflarında farklı akı değerlerine sahiptir ve düzgün bir sınır boyunca akının önceden bilinen değerler alması çok nadir görülen bir durumdur.



Şekil 3.13 Eleman kesişimi.

Bir elemanın ikinci düğümü ile bir sonraki elemanın birinci düğümü akılarının birbirlerinden farklı olma ihtimalinin gözönüne alınması gereklidir. Bundan dolayı akıların  $2n$  boyutunda düzenlenmelidir. Bu durum sözkonusu olmadığı zaman; (3.69) ve (3.70) eşitlikleri tüm  $j$  elemanları için (3.65) eşitliğine yerleştirilirse,  $I$  düğümü için aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$C_i U_i + \left[ \hat{H}^{i1} \hat{H}^{i2} \dots \hat{H}^{in} \right] \begin{Bmatrix} U^1 \\ U^2 \\ \vdots \\ U^n \end{Bmatrix} = \left[ G^{i1} G^{i2} \dots G^{in} \right] \begin{Bmatrix} q^1 \\ q^2 \\ \vdots \\ q^n \end{Bmatrix} \quad (3.71)$$

$H^{ij}$ ,  $J$ 'inci elemanın  $h_1^{ij}$  ile  $J-1$ 'inci elemanın  $h_2^{j-1}$  terimleri toplamına eşittir. (3.71) eşitliğinde bu yaklaşım kullanılırsa (3.72) eşitliği elde edilir;

$$\sum_{J=1}^n H^{iJ} U^J = \sum_{J=1}^n G^{iJ} q^J \quad (3.72)$$

Bu eşitliğin matris formunda yazılmasıyla da (3.73) eşitliği elde edilir;

$$HU = GQ \quad (3.73)$$

(3.73) eşitliği tüm bilinmeyenler sol tarafa alınarak yeniden düzenlenirse;

$$AX=B \quad (3.74)$$

lineer denklem sistemi elde edilir. Burada  $X$ ; bilinmeyenler içeren bir vektördür.  $A, G$  ve  $H$  matrislerinin sütunlarından oluşan kare boyutunda bir katsayılar matrisidir.  $B$  bilinen değerleri içeren bir vektördür ve  $G$  ve  $H$  matrislerinin katsayılarına bağlıdır.



## IV. BÖLÜM

### PROBLEMİN TANIMI VE ÇÖZÜM ALGORİTMASI

#### 4.1. Giriş

Her hangi bir problemin çözümüne girilmeden önce, problemi düşünmek, bilinmeyenleri belirlemek, hangi yöntem kullanılarak ve kaç aşamada çözülecek gibi bir seri adımlara ayırmak gerekir. Burada, ikinci bölümde açıklandığı gibi büyük hacimli yapılara etki eden dalga kuvvetleri analitik çözüm yerine sınır elemanları metodu kullanarak çözülecektir.

Böylece her hangi bir problemi düşünecek olursak, bu problemin hangi kabüller altında ifade edildiği, problemin sınırları ve problemin kinematığını tanımlamak gerekir, bunlar problemi tanımlayan başlıca unsurlarıdır. Bunlar belirlendikten sonra algoritması geliştirilir.

#### 4.2. Problemin Tanımı

Problemin akım alanı çevrintisiz, sıkışmaz ve iki boyutlu kabülleri yapılarak tanımlandığı gibi, dalganın hız potansiyeli için bir sınır değer problemi olan lineer difraksiyon teoresi yaklaşımı yapılacaktır. Greenin ikinci eşitliği ve ekler bölümünde verilen temel çözümler kullanılarak, problemin çözüm alanının tüm sınırları boyunca bir sınır integral denklemi kurulacaktır. Şekil 4.1'de görüldüğü gibi her hangi bir enkesite sahip bir cisme, sabit derinlikte dalgaların tesiri dikkate alınacaktır, yaklaşan dalganın küçük genlikli olduğu ve lineer difraksiyon teoresi yaklaşımı ile kinematığının belirlenebileceği düşünülecektir.

Bu durumda ikinci bölümden, yaklaşan lineer dalganın uzamsal hız potansiyeli kompleks formda;

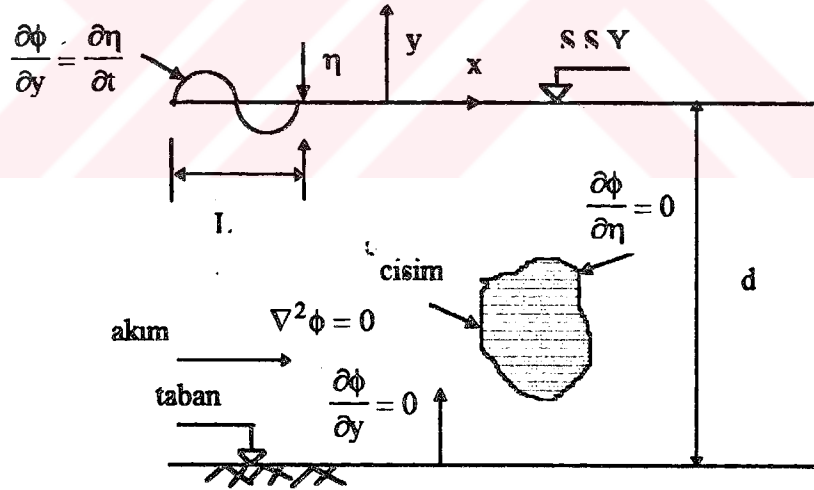
$$\phi_0 = \frac{igH \cosh ks}{2\omega \cosh kd} e^{i(kx - \omega t)} \quad (4.1)$$

ile ifade edilmektedir. Burada hız potansiyelinin boyutu  $L^2/T$  dir.

Lineerleştirilmiş, harmonik hız potansiyelinin gerçek kısmı;

$$\Phi(x, y, t) = \text{Re} [\phi(x, y) e^{-i\omega t}] \quad (4.2)$$

şeklinde yazılır, burada  $\phi(x, y)$  uzamsal hız potansiyelidir ve  $\omega$ , yaklaşan dalganın açılal hızı (frekans) ve  $\omega = 2\pi/T$ , dir. Burada T, periyottur.



Şekil 4.1 Lineer difraksiyon problemi için sınır şartların tanımlanması.

Uzamsal hız potansiyeli  $\phi(x,y)$ , iki boyutlu Laplace denklemini akım alanının her noktasında sağlamaktadır.

$$\nabla^2\phi(x,y) = 0 \quad (4.3)$$

Akım alanı  $y=-d$ 'de geçirimsiz yatay taban, serbest yüzey, akım alanı içindeki cisim ve belli bir uzaklıktaki radyasyon şartı dikkate alınarak sınırlanır.

Ortalama serbest yüzeyde, kinematik ve dinamik sınır şartlarının her ikisinde mevcuttur. Dalganın yayılma istekameti  $x$  ve buna dik eksen  $y$  ile gösterildiğinde, sakin su seviyesi üzerinde serbest yüzey fonksiyonu  $\eta(x,t)$  ile tanımlanır.

Lineerleştirilmiş kinematik sınır şartı ortalama su yüzeyi için;

$$\frac{\partial\eta}{\partial t}(x,t) = \frac{\partial\Phi}{\partial y}(x,0,t) \quad (4.4)$$

ifadesiyle verilir.

Lineerleştirilmiş dinamik sınır şartı ise;

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t}(x,0,t) = -g\eta(x,t) \quad (4.5)$$

dir. (4.4) ve (4.5) denklemlerinin birlikte değerlendirilmesiyle birlikte lineerleştirilmiş serbest yüzey şartı uzamsal hız potansiyeli  $\phi(x,y)$  terimi ile;

$$\frac{\partial\phi}{\partial y}(x,0) - \frac{\omega^2}{g}\phi(x,0) = 0 \quad (4.6)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $\omega$  frekansı,  $d$  su derinliğini ve  $k=2\pi/L$  dalganın numarasına bağlıdır.  $L$  ise şekil 4.1'de gösterilen dalga boyudur. Bu ifade bilindiği gibi dispersiyon bağıntısı ile ifade edilmektedir.

$$\frac{\omega^2}{g} = k \tanh(kd) \quad (4.7)$$

Geçirimsiz olduğu kabul edilerek verilen kinematik taban şartı;

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(x, -d) = 0 \quad (4.8)$$

şeklinde yazılmaktadır. Benzer şekilde cismin üzerindeki sınır şartıda;

$$s(x, y) = 0 \text{ için } \frac{\partial \phi}{\partial n}(x, y) = 0 \quad (4.9)$$

ile yazılabilir. Burada  $s(x, y)=0$  cismin yüzeyini tanımlamaktadır. Problemin lineer teori dikkate alınarak ortaya konduğu düşünülürse,  $\phi(x, y)$ , hız potansiyeli, yaklaşan dalga ile cismin yüzeyinden saçılan dalganın hız potansiyellerinin toplamı;

$$\phi(x, y) = \phi_0(x, y) + \phi_d(x, y) \quad (4.10)$$

ile ifade edilir, burada difraksiyon hız potansiyeli  $\phi_d(x, y)$ , yaklaşan dalganın hız potansiyeli  $\phi_0(x, y)$ , benzer şekilde ifade edilebilir.

$$\Phi_0(x, y, t) = \text{Re}[\phi_0(x, y)e^{-i\omega t}] \quad (4.11)$$

$$\Phi_d(x, y, t) = \text{Re} \left[ \phi_d(x, y) e^{-i\omega t} \right] \quad (4.12)$$

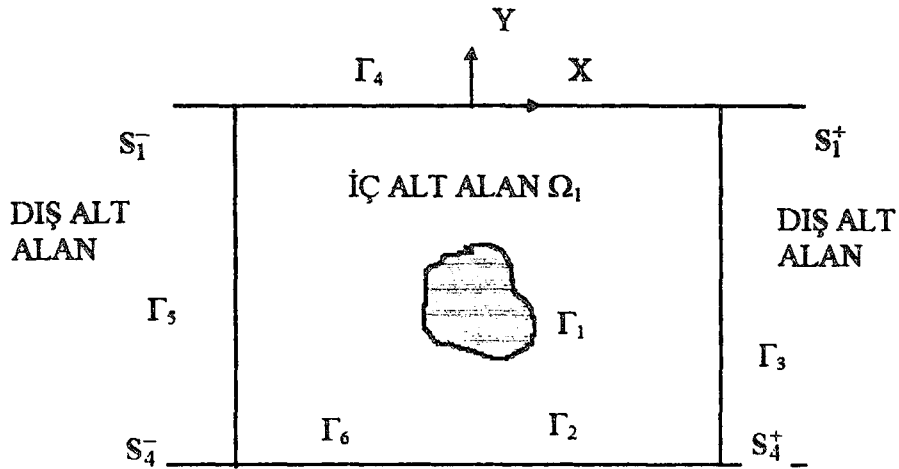
Burada,  $\text{Re}$  kompleks fonksiyonun gerçekte kısmını göstermektedir. Dolayısıyla yaklaşan dalganın uzamsal hız potansiyeli (4.1) denkleminde eşdeğer olarak;

$$\phi_0(x, y) = -\frac{igH \cosh k(d+y)}{\omega \sinh(kd)} e^{ikx} \quad (4.13)$$

ile ifade edilir.

#### 4.2.1. Problemin Ayrıklaştırılması

Şekil 4.2'de görüldüğü gibi  $\Omega_1$  iç alt alanı,  $\Omega_2^-$  ve  $\Omega_2^+$ , dış alt alanları göstermektedir, iç alt alan ile dış alt alanlar  $\Gamma_5^-$  ve  $\Gamma_3^+$  düşey sınırlarıyla ayrılmıştır. Dış alt alanlar sonsuza kadar uzanmaktadır. Bu alanlarda  $\phi, \phi_2^-$  ve  $\phi_2^+$  saçılan dalga potansiyellerini veya difraksiyon potansiyellerini göstermektedir.



Şekil 4.2 Çözüm alanının alt alanlara ayrılması.

Bu alt alanlar kullanarak sınır değer problemi ifade edilirse;

$\Omega_1$  alt alanında;

$$\Omega_1 \quad \text{için} \quad \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y^2} = 0 \quad (4.14)$$

$$\Gamma_1 \quad \text{için} \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial n}(x, y) = 0 \quad (4.15)$$

$$\Gamma_2 \text{ ve } \Gamma_6 \quad \text{için} \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial y}(x, -d) = 0 \quad (4.16)$$

$$\Gamma_4 \quad \text{için} \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial y} - \frac{\omega^2}{g} \phi_1 = 0 \quad (4.17)$$

$\Omega_2$  alt alanında;

$$\Omega_2 \quad \text{için} \quad \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial y^2} = 0 \quad (4.18)$$

$$S_1 \quad \text{için} \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial y} - \frac{\omega^2}{g} \phi_2 = 0 \quad (4.19)$$

$$S_4 \quad \text{için} \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial y}(x, -d) = 0 \quad (4.20)$$

$$+\infty \quad \text{için} \quad \frac{\partial \phi_2^+}{\partial n} - ik\phi_2^+ = 0 \quad \text{radyasyon şartı} \quad (4.21)$$

$$-\infty \quad \text{için} \quad \frac{\partial \phi_2^-}{\partial n} - ik\phi_2^- = 0 \quad \text{radyasyon şartı} \quad (4.22)$$

$\Gamma_3$  ve  $\Gamma_5$  sınırları boyunca süreklilik şartından;

$$\Gamma_3 \text{ ve } \Gamma_5 \quad \text{için} \quad \phi_1 \text{ ve } \phi_2 \quad (4.23)$$

Dolayısıyla;

$$\Gamma_3 \text{ ve } \Gamma_5 \quad \text{için} \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial X} = \frac{\partial \phi_2}{\partial X} \quad (4.24)$$

$\Omega_1$  iç alt alanında ve  $\Omega_2$  dış alt alanında  $\phi_d$  difraksiyon potansiyeli sınır şartlarını ve Laplace denklemini sağlayacak analitik bir fonksiyonun serisiyle ifade edilir. Bu Wehausen ve Laitone (1960), tarafından bilinmeyenlerin sayısına eşit  $\gamma_i$  katsayılarıyla verilen  $\psi_i$  eigen fonksiyon denklemleri ile verilir. Böylece  $\phi_d$ , difraksiyon potansiyeli aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\phi_d^{(\mp)} = \sum_{i=0}^{n-1} \gamma_i^{\mp} \psi_i \quad (4.25)$$

burada;

$$\psi_i, \Omega_2^+ \text{ ve } \Omega_2^- \quad \text{için} \quad \frac{\cosh k(y+d)}{\sinh kd} e^{ikx} \quad \text{'ye eşittir.}$$

Bu şekilde, problemin tanımı için gereken akım alanı, kinematik şartı, dinamik şartı ve sınır şartları ile belirlenmiş olur.

### 4.3. Problemin Çözüm Algoritması

Problemin çözümünde sınır elemanları metodu kullanılmaktadır, dolayısıyla üçüncü bölümde elde edilen ifadeleri, problemin sınır integral temel bağıntısına sınır şartlarını uygulamak suğretiyle çözümlenebilir, dolayısıyla şekil 4.2'den,  $(\Gamma)$  toplam sınırı göstermek üzere;

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5 + \Gamma_6 \quad (4.26)$$

yazılır ve potansiyel akım problemi için üçüncü bölümden temel bağıntı;

$$\frac{1}{2} \phi_i + \int_{\Gamma} \phi q^* d\Gamma = \int_{\Gamma} \phi^* q d\Gamma \quad (4.27)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $q = \frac{\partial \phi}{\partial n}$  ve  $q^* = \frac{\partial \phi^*}{\partial n}$ , normal türevleridir. Şimdi eğer (4.27) denkleminde sınır üzerindeki  $i$  noktasından  $\phi_d$  bilinmeyen fonksiyonu için integral denklemi yazılırsa;

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \phi_i + \int_{\Gamma_1 + \Gamma_2} \frac{\partial U^*}{\partial n} \phi_d d\Gamma + \int_{\Gamma_3} \left( \phi_d^* \frac{\partial U^*}{\partial n} - U^* \frac{\partial \phi_d^*}{\partial n} \right) d\Gamma + \\ \int_{\Gamma_4} \left( \frac{\partial U^*}{\partial n} - \frac{\omega}{g} U^* \right) \phi_d d\Gamma + \int_{\Gamma_5} \left( \phi_d^- \frac{\partial U^*}{\partial n} - U^* \frac{\partial \phi_d^-}{\partial n} \right) d\Gamma + \\ + \int_{\Gamma_6} \frac{\partial U^*}{\partial n} \phi_d d\Gamma = \int_{\Gamma_1} U^* \frac{\partial \phi_d}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (4.28)$$

Bu ifadenin çözümü bilinmeyen  $\phi_d$  difraksiyon hız potansiyelini verir, çünkü yaklaşan dalganın hız potansiyeli bilinmektedir, bu şekilde toplam uzamsal potansiyeli

elde edildiğinde, cisim üzerinde dinamik basınç lineerleştirilmiş Bernoulli denklemi kullanılarak bulunabilir.

$$p(\mathbf{x}, y, t) = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \rho \omega R_e [i\phi(\mathbf{x}, y) e^{i\omega t}] \quad (4.29)$$

$$F_x = \int_{\Gamma} p(\mathbf{x}, y, t) dy \quad (4.30)$$

$$F_y = \int_{\Gamma} p(\mathbf{x}, y, t) dx \quad (4.31)$$

Şimdi eğer (4.28) sınır integral denkleminin üçüncü bölümde anlatılan sabit elemanlar metodu ile ifade edersek, aşağıdaki formu almaktadır;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \phi_{di} + \sum_{n1+n2} \int_{\Gamma_j} \phi_{dj} \frac{\partial U^*}{\partial n} d\Gamma + \sum_{n3} \int_{\Gamma_j} \left( \phi_{dj} \frac{\partial U^*}{\partial n} - U^* \frac{\partial \phi_{dj}^+}{\partial n} \right) d\Gamma \\ & + \sum_{n4} \int_{\Gamma_j} \phi_{dj} \left( \frac{\partial U^*}{\partial n} - \frac{\omega^2}{g} U^* \right) d\Gamma + \sum_{n5} \int_{\Gamma_j} \left( \phi_{dj}^- \frac{\partial U^*}{\partial n} - U^* \frac{\partial \phi_{dj}^-}{\partial n} \right) d\Gamma \\ & + \sum_{n6} \int_{\Gamma_j} \frac{\partial U^*}{\partial n} \phi_{dj} d\Gamma = \int_{\Gamma_j} U^* \frac{\partial \phi_{dj}}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (4.32)$$

burada, sınırlar n adet elemana ayrılmıştır ve  $n_1, \Gamma_1$  sınırına  $n_2, \Gamma_2$  sınırına ait eleman sayısıdır. Bu denklem sınır üzerinde eleman ortasındaki bir i düğüm noktası için uygulanmaktadır.

$\int_{\Gamma_j} \frac{\partial U^*}{\partial n} d\Gamma$  terim integrasyonunun gerçekleştirildiği J elemanı boyunca

tanımlanan i düğüm noktası ile bağıntılıdır. Dolayısıyla bu tip integraller,  $\hat{H}_{ij}$  ile

gösterilecektir, benzer şekilde  $\int_{\Gamma_j} U^* d\Gamma$  terimi  $G_{ij}$  ile gösterilebilir. (4.32) ifadesi daha

genel formda yazılırsa;

$$\frac{1}{2} \phi_{di} + \sum_{J=1}^n \phi_{dJ} \hat{H}_{ij} = \sum_{J=1}^n \frac{\partial \phi_{dJ}}{\partial n} G_{ij} \quad (4.34)$$

elde edilir, burada;

$$\hat{H}_{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial U^*}{\partial n} d\Gamma \quad \text{ve} \quad G_{ij} = \int_{\Gamma_j} U^* d\Gamma$$

dir. Yukardaki integraller sabit elemanlar için kolayca analitik olarak elde edilebilir, ancak daha yüksek mertebeden terimler için bunun değerlendirilmesi oldukça güçtür. Genellikle integraller nümerik olarak göz önüne alınan düğüm ile ilişkili olan eleman hariç diğer tüm elemanlar için hesaplanır, n denklemin elde edilmesi için her bir i düğüm noktasında (4.34) denkleminin yazılmasını gerektirir. Burada;

$$\begin{aligned} i \neq J \quad \text{için} \quad H_{ij} &= \hat{H}_{ij} \\ i = J \quad \text{için} \quad H_{ij} &= \frac{1}{2} + \hat{H}_{ij} \end{aligned} \quad (4.35)$$

olacağından (4.34) denklemini yeniden yazılırsa, aşağıdaki ifade elde edilir;

$$\sum_{J=1}^n \hat{H}_{ij} \phi_{dJ} = \sum_{J=1}^n G_{ij} \frac{\partial \phi_{dJ}}{\partial n} G_{ij} \quad (4.36)$$

n, adet düğüm noktası için denklem sistemi aşağıdaki gibi matris formunda ifade edilebilir;

$$H\Phi=GQ \quad (4.37)$$

Bu denklemde bütün bilinmeyenler sol tarafta toplanarak yeniden yazılırsa;

$$AX=F \quad (4.38)$$

elde edilir, burada  $X, \phi_d, \frac{\partial \phi_d}{\partial n}$  ve  $\gamma$  bilinmeyenlerini içeren vektördür.  $A$ ;  $n \times n$  kompleks terimleri içeren matristir.  $F$ ; cismin sınırları üzerindeki düğümlerde sıfırdan farklı kompleks terimleri içeren vektördür.

Ek bölümünde verilen, bilgisayar çözümü yardımıyla, şekil 4.3'de gösterilen yatayda yerleştirilen yarım silindir profili için sabit elemanları metodu ile (4.37) denkleminde uygulamaya çalışalım. Üçüncü bölümde gösterilen integrallerin çözüm tekniği dışında ek bölümünde verilen, nümerik Gauss integrasyonu kullanılabilir. Dolayısıyla;

$$G_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln \frac{1}{r} dr \quad (4.39)$$

ve

$$H_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \left( \ln \frac{1}{r} \right) dr \quad (4.40)$$

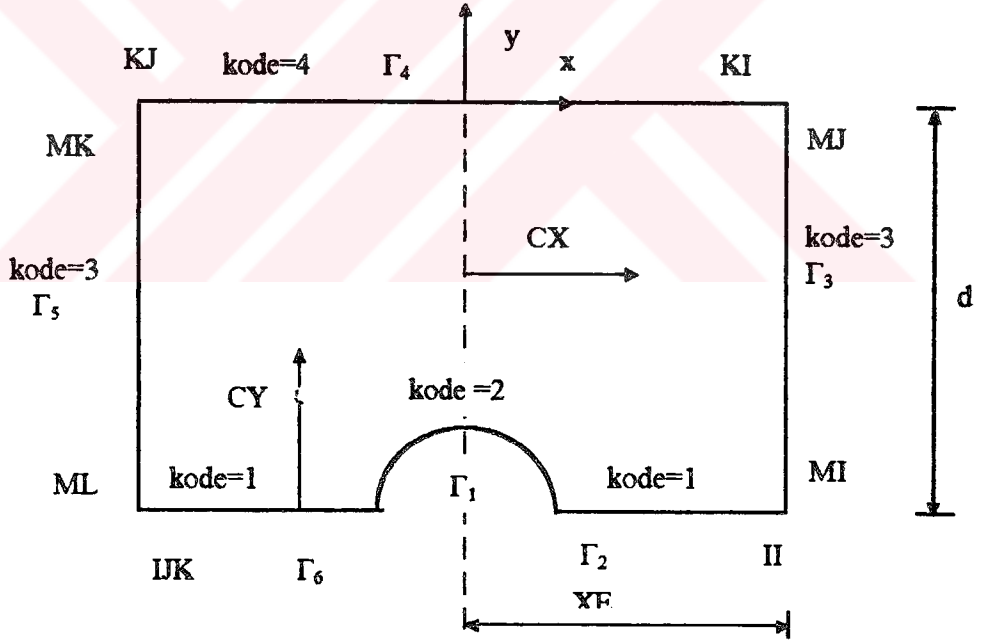
denklemlerine Gauss integral formülü uygulanırsa;

$$H_{ij} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dn} \left\{ \ln \frac{1}{(RA)_i} \right\} \omega_i \frac{\sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}}{2} \quad (4.41)$$

veya

$$H_{ij} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(RA)_i^2} (DIST) \omega_i \frac{\sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}}{2} \quad (4.42)$$

elde edilir. Burada DIST şekil 4.4'de gösterilen gözlem noktasından sınır elemanına dik alınan mesafedir ve RA gözlem noktası ile düğüm noktasını çevreleyen nümerik integrasyonun gerçekleştirildiği noktalar arasındaki mesafedir.



Şekil 4.3 Yatayda yerleştirilen yarım silindir profili

Çözüm kolaylığı amacıyla sistemin toplam eleman sayısı 16 eleman olarak seçilmiştir şekil 4.5'de gösterilen sınırlar üzerindeki N1=4, N2=2, N3=2, N4=4, N5=2



Problem çözümünde (JJ) düğüm noktasından başlayarak, bütün elemanlarda  $H_{ij}$  ve  $G_{ij}$  değerleri belirlenir, bu değerler matriste yerine yerleştirilir ve üçüncü bölümde gösterilen matrisinin çözümü yöntemi ile aşağıdaki ifade elde edilir.

$$[H][X] = [DFI] \quad (4.43)$$

Burada,  $X$ ; bütün sınırlar üzerindeki bilinmeyen  $\frac{\partial \phi_d}{\partial n}$  ile  $\gamma$ 'leri kapsayan vektördür. DFI, bütün sınırlar üzerindeki bilinen  $\frac{\partial \phi_d}{\partial n}$  ile  $\gamma$ 'leri içeren vektördür ve  $H$ ;  $G_{ij}$  ve  $H_{ij}$  terimleri içeren matristir. Dolayısıyla problemin bütün bilinmeyen difraksiyon ve normal potansiyel hızları belirlenmiş olur. Bu değerleri kullanarak, silindir üzerindeki dinamik basınç, silindirik koordinatlarda, (4.44) ifadesi gibi yazılabilir.

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right)^2 \quad (4.44)$$

Burada,  $\frac{1}{2} \rho \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right)^2$  terimi, ikinci dereceden hız terimleridir. Eğer;

$$U = \sqrt{U_\theta^2 + U_r^2} \quad (4.45)$$

göz önüne alınırsa;

$$U_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \quad (4.46)$$

ve cisim üzerinde

$$U_r=0 \quad (4.47)$$

ise;

$$U = U_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \quad (4.48)$$

elde edilir. Böylece;

$$P = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho U_\theta^2 \quad (4.49)$$

yazılabilmektedir. Her elemanın ortasında toplam potansiyeli hesaplandıktan sonra ve;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_d}{\partial t} = \text{Re}_e \left[ i\omega \phi_0 e^{-i\omega t} \right] + \text{Re}_e \left[ -i\omega \phi_d e^{-i\omega t} \right] \\ &= \text{Re}_e \left[ -i\omega (\phi_0 + \phi_d) e^{-i\omega t} \right] \end{aligned} \quad (4.50)$$

olduğunu ikinci bölümden hatırlayarak ve (4.51) denklemini göz önüne tutarak;

$$U_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\Delta \phi}{\Delta \theta} = \frac{1}{r} \left( \frac{\Delta \phi_0}{\Delta \theta} + \frac{\Delta \phi_d}{\Delta \theta} \right) \quad (4.51)$$

(4.52) denklemini elde edilir.

$$\frac{P}{\rho} = \text{Re}_e \left[ i\omega \phi e^{-i\omega t} - \frac{1}{2r^2} \left[ \text{Re}_e \left( \left( \frac{\Delta \phi}{\Delta \theta} \right) e^{i\omega t} \right) \right]^2 \right] \quad (4.52)$$

veya

$$P = \rho R_e \left[ i\omega\phi e^{-i\omega t} - \frac{1}{2r^2} \left[ R_e \left( \left( \frac{\Delta\phi}{\Delta\theta} \right)^2 e^{-2i\omega t} \right) \right] \right] \quad (4.53)$$

yazılabilir. Dolayısıyla;

$$F_x = \int P dy = \rho R_e \left\{ \left[ \int i\omega\phi dy \right] e^{-i\omega t} - \frac{1}{2r^2} \left[ \int \left( \frac{\Delta\phi}{\Delta\theta} \right)^2 dy \right] e^{-2i\omega t} \right\} \quad (4.53)$$

ve aynı şekilde;

$$F_y = \int P dx = \rho R_e \left\{ \left[ \int i\omega\phi dx \right] e^{-i\omega t} - \frac{1}{2r^2} \left[ \int \left( \frac{\Delta\phi}{\Delta\theta} \right)^2 dx \right] e^{-2i\omega t} \right\} \quad (4.54)$$

yazılabilir. Burada;

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta\theta} = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta\theta} = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} \quad (4.55)$$

dir.

Kuvvetlerin, zamanla değişimi  $\Delta t$  zaman aralığı dikkate alınarak yukardaki ifadelerden belirlenir. Bunun için ilk olarak;

$$P_1 = i\omega\phi \quad (4.56)$$

ve

$$P_2 = \left( \frac{\Delta\phi_{i+1} - \Delta\phi_i}{\Delta\theta_{i+1} - \Delta\theta} \right)^2 \quad (4.57)$$

belirlenir, sonra;

$$F_x = \rho R_e \left\{ \left[ \int P_1 dy e^{-i\alpha x} \right] - \frac{1}{2r^2} \left[ \int P_2 dy e^{-2i\alpha x} \right] \right\} \quad (4.58)$$

ve

$$F_y = \rho R_e \left\{ \left[ \int P_1 dx e^{-i\alpha x} \right] - \frac{1}{2r^2} \left[ \int P_2 dx e^{-2i\alpha x} \right] \right\} \quad (4.59)$$

elde edilmektedir.

#### 4.4. Tartışma

Bu çalışmada, Sınır elemanları metodunda, sabit ve lineer eleman metodları arasındaki yaklaşımı gösterebilmek amacıyla, yarım ve tam silindir şeklindeki yapılar kullanılmıştır. Sınır elemanları metodu ile elde edilen sonuçlar, Bird ve Shepherd (1982) ve Yüksel (1993), tarafından yapılan çalışmaları göz önüne alarak kesin sonuçları ile karşılaştırılmaktadır. Sınır elemanları metodunda karşılanabilecek en önemli problemlerden biri, lineer elemanlar metodunda, sınır üzerindeki köşelerdeki hız potansiyelinin normal türevi  $\left( \frac{\partial\phi}{\partial n} \right)$ , iki değer almasıdır, bu problemi ortadan kaldırmak için köşelerdeki birbirine karşı gelen sınırlar, yaklaşık olarak kapalı biçimde iki düğüm nokta olduğunu kabul edilebilir, Breebia (1980). Dolayısıyla yatay sınırlar boyunca hız potansiyeli ( $\phi$ ), sabit kabul ederek bilinmeyenlerin sayısı ile düğüm noktalarının sayısı eşit olmalarını sağlanabilmektedir.

Elde edilen nümerik sonuçlar, boyutsuz yatay ve düşey kuvvetlerin ( $f_x = \frac{F_{x\max}}{\rho g H / 2 a}$ ), ( $f_y = \frac{F_{y\max}}{\rho g H / 2 a}$ ), boyutsuz dalga numarası ( $ka = \frac{2\pi}{L} a$ ), ile grafik

biçiminde aşağıda gösterilmiştir, burada,  $F_{x\max}$ ,  $F_{y\max}$ , sırayla, maksimum yatay ve düşey kuvvetler,  $\rho$  özgül kütle,  $g$  yerçekim ivmesi,  $a$  silindirin yarıçapı ve  $H$  dalga yüksekliğidir. Elde edilen sonuçların, sabit ve lineer eleman metodları için eleman sayısı, kuvvetler ve yapılan çalışmalar bakımından ayrıca problemin nümerik stabilitesi aşağıda madde halinde incelenmiştir.

### 1. Yatayda yerleştirilen yarım silindir için sabit elemanlar metodu ve lineer elemanlar metodu ile elde edilen sonuçlar

Şekil (4.6-4.21)'de deniz altına, yatayda yerleştirilen yarım silindir için boyutsuz maksimum yatay ve düşey kuvvetlerin ( $f_x, f_y$ ), boyutsuz dalga numarasıyla ( $ka$ ), değişimi gösterilmektedir. Sonuçlar, su derinliği, 10, 8, 6 ve 4 m değerleri için değişik eleman sayısında elde edilmiştir.

#### a. Eleman Sayısı Bakımından İnceleme

Sabit eleman metodunda sınır eleman sayısı 30 ile 70 arasında kaldığı sürece, elde edilen yatay ve düşey kuvvetlerin değerleri birbirlerine eşittir, sınır elemanlarının sayısı 70 ile 100 arasında kaldığında sonuçların kabul edilebileceği ve sınır elemanlarının sayısı 100'den büyük değerler alması durumunda ise sonuçlarda hata hızla artmaktadır.

#### b. Yatay ve Düşey Kuvvetler Bakımından İnceleme

Dalga numarası, dalga boyu ile bağımlı olduğundan, dalga boyunu üç ayrı bölgeye ayırarak incelenmesi durumunda, yatay kuvvetler dalga boyunun büyük değerlerinde, yani  $100\pi = 314.16$  m ve daha büyük değerler için hem kuvvetlerin

küçüldüğü hemde sıfıra gittiğini görülmüştür, buda problemin tam lineer olduğunu göstermektedir. Dalga boyu  $100\pi = 10\pi$  arasında kalması kuvvetlerin parabolik biçimde büyümesi ve maksimum değere ulaşması söz konusu olur  $10\pi$  'den küçük değerlerde ise kuvvetlerin yine sıfıra gittiği ve tam  $2\pi$  değerinde sıfır olduğu görülmektedir. Düşey kuvvetlerin dalga boyu ile bağımlılığı, dalga boyu büyüdükçe kuvvetlerin sıfır değerinden maksimum değere gittiğini ve tam  $\pi/10$  değere eriştiği belirlenmiştir. Genel olarak, bu sonuçlar fiziksel olarak problemin doğruluğunu göstermektedir.

### c. Daha Önce Yapılan Çalışmalar Bakımından İnceleme

Şekil (4.22- 4.25)'de gösterilen grafik biçimindeki sonuçlar, Bird ve Shepherd (1982) ve Yüksel (1993), tarafından yapılan çalışmalarla karşılaştırılmıştır, lineer elemanlar metodu ile elde edilen sonuçlar daha doğru ve kesin sonuçlar vermektedir, sabit elemanlar metodunun ise yaklaşık değerler vermesi doğaldır, bunun nedeni ise hız potansiyelinin eleman boyunca sabit kalması kabulünden kaynaklanmaktadır. Ayrıca bu araştırmacılar 104 düğüm noktasına kadar sınır elemanları metodunun çalıştığını ancak bundan fazla düğüm noktası altında çözüme ulaşılmadığını belirtmiştir, elde edilen sonuçlarda bunun gerçekleştirilmektedir.

## 2. Yatayda yerleştirilen tam silindir için sabit elemanlar metodu ve lineer elemanlar metodu ile elde edilen sonuçlar

Şekil (4.26-4.41)'de deniz altına, yataya yerleştirilen tam silindir için boyutsuz maksimum yatay ve düşey kuvvetlerin ( $f_x, f_y$ ), boyutsuz dalga numarasıyla ( $ka$ ), değişimi gösterilmiştir. Sonuçların, su derinliği, 10, 8, 6 ve 4 m değerleri için değişik eleman sayısı ve değişik açıklık değerleri için elde edilmiştir. Bu sonuçla göre;

### a. Eleman Sayısı Bakımından İnceleme

Yarım silindir durumu olduğu gibi, sınır eleman sayısı 30 ile 70 arasında kalması en iyi sonuç vermektedir

#### b. Yatay ve Düşey Kuvvetler Bakımından İnceleme

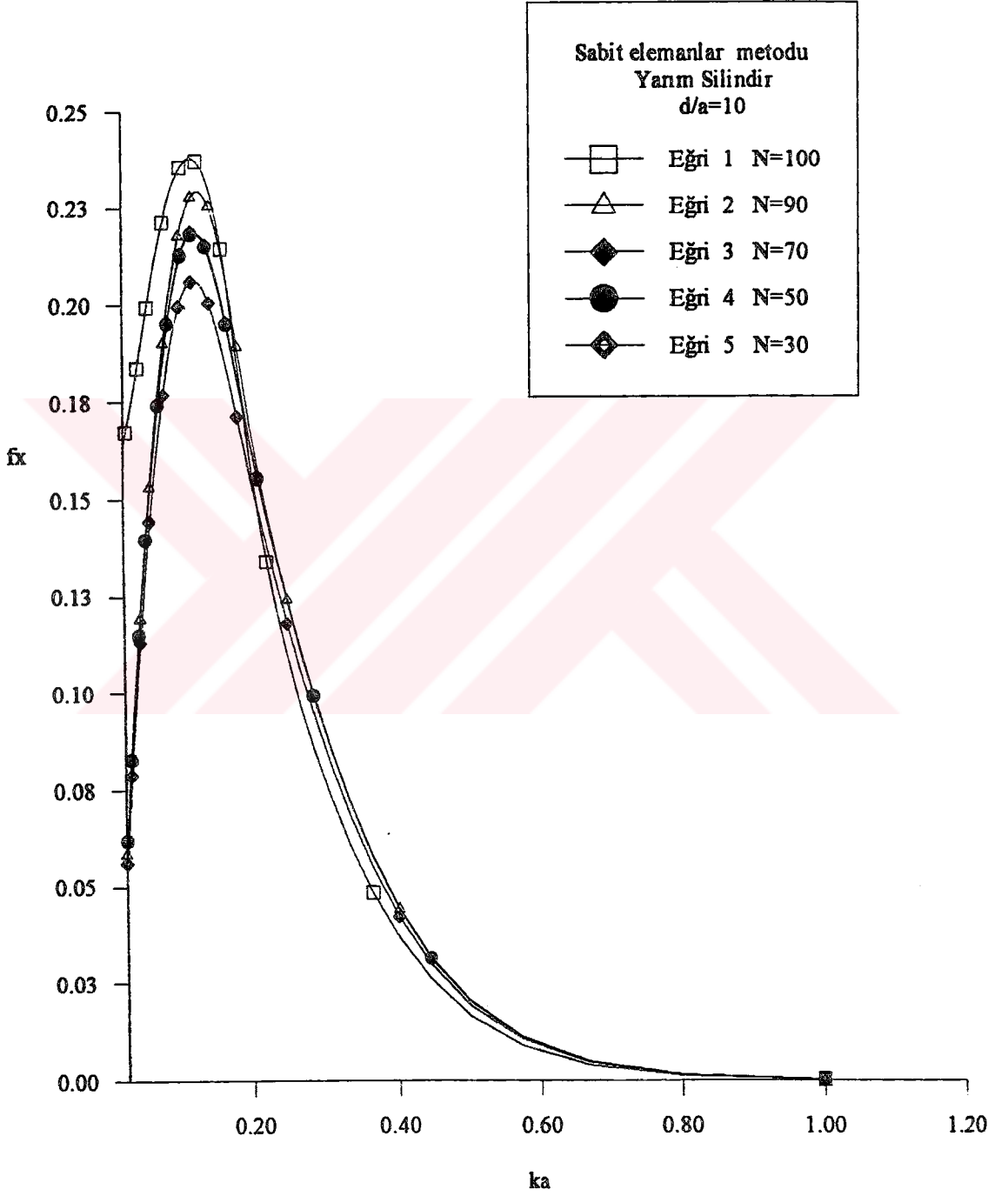
Yatay ve düşey kuvvetlerin, yarım silindir durumundaki yatay kuvvetlerin sonuçlarına benzemektedir, yani dalga boyu büyük değerleri için kuvvetler küçüldüğü ve  $100\pi$  değerinde sıfır gittiğini görülmüştür, dalga boyu  $100\pi$  ile  $10\pi$  değerleri arasında kalması kuvvetlerin parabolik biçimde büyümesi ve maksimum değere ulaşması,  $10\pi$ 'den küçük değerlerde ise kuvvetlerin sıfır gittiğini ve tam  $2\pi$  değerinde sıfır olmaktadır.

#### c. Daha Önce Yapılan Çalışmalar Bakımından İnceleme

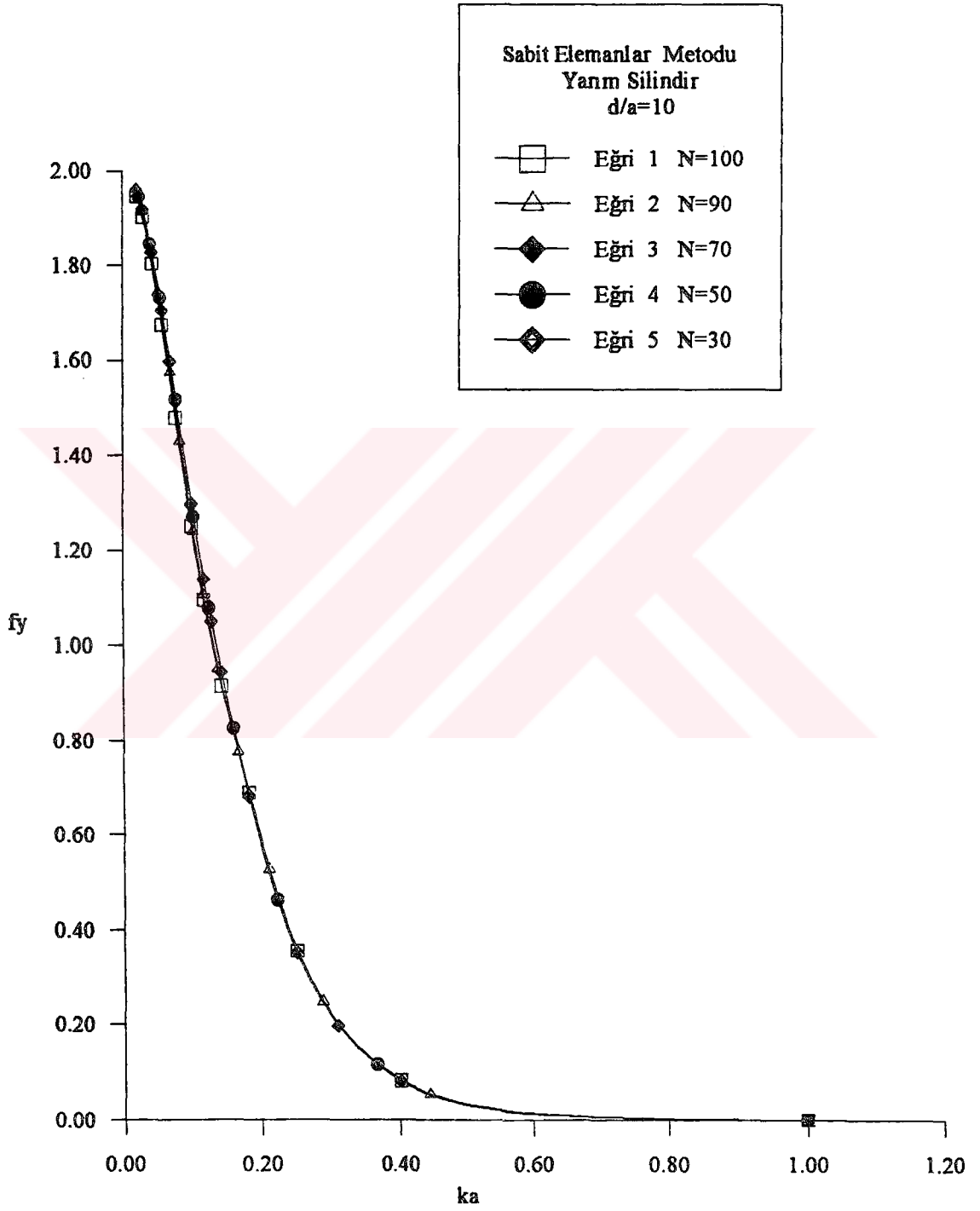
Şekil (4.42 - 4.43)'de 70 eleman sayısı lineer elemanlar metodu ile elde edilen nümerik sonuçların grafik biçimde Bird ve Shepherd (1982) ve Yüksel (1993), tarafından yapılan çalışmalarla karşılaştırılmıştır, görüleceği gibi eleman sayısı 70, su derinliği (6, 8, 10 m) ve açıklık 0 değerleri için sonuçların büyük bir kısmını uyum sağlamaktadır.

### 3. Nümerik Stabilite

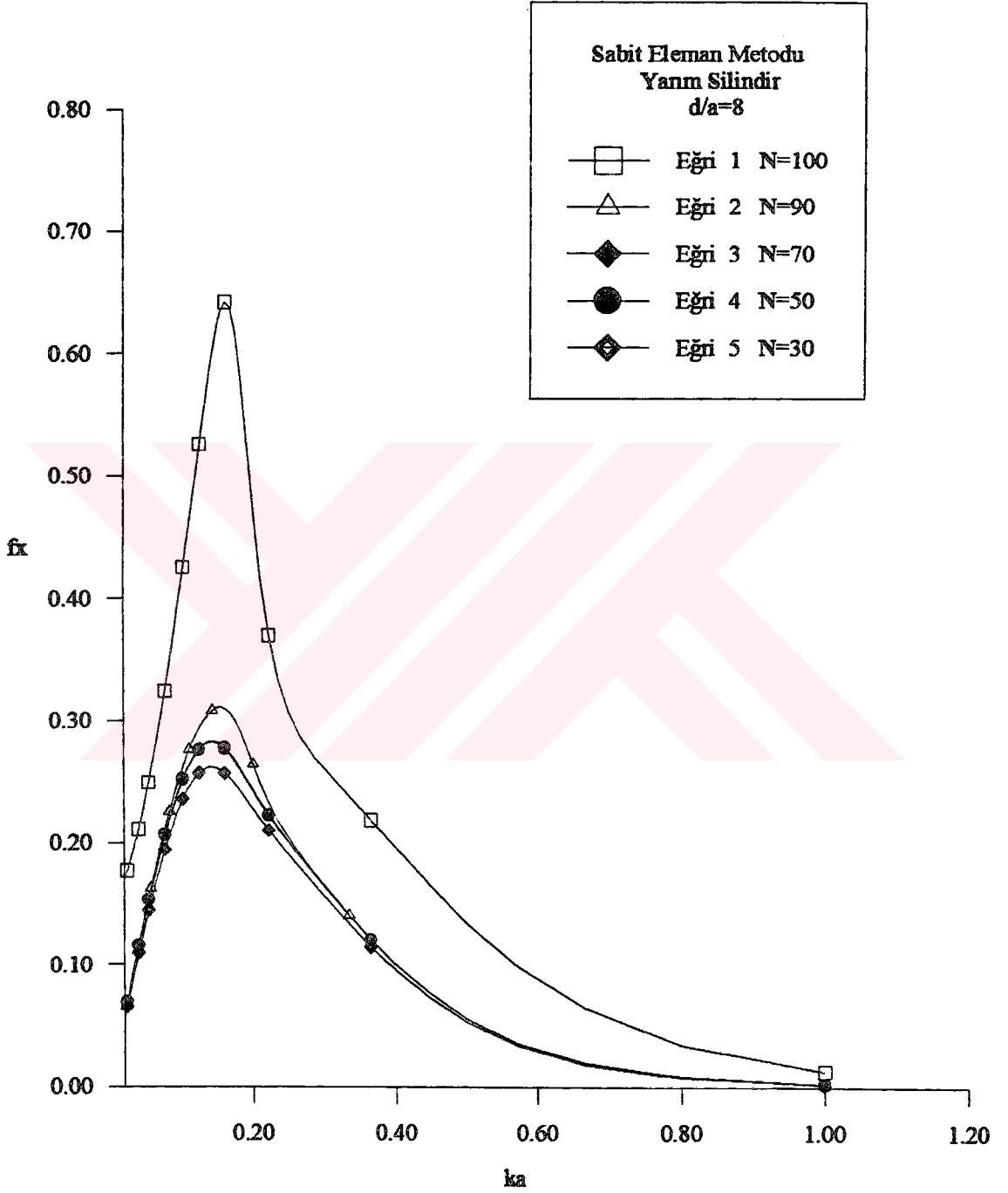
Elde edilen sonuçlardan, eleman sayısı ile kuvvetler arasında, nümerik stabilite grafikleri elde edilebilmektedir. Şekil (4.44 - 4.51)'den boyutsuz yatay veya düşey kuvvetlerin en uygun değeri, hangi eleman sayısı aralığı içerisinde kaldığı belirlenebilmektedir. Şekil (4.52 -4.53)'de sabit ve lineer elemanlar metodlarıyla elde edilen sonuçların stabilitesi karşılaştırılmaktadır. Nümerik stabilite grafikleri, eleman sayısı artması ve sığ su şartlarında lineer olmayan etkilerin ortaya çıkmasıyla problemin stabilitesi etkilenmekte olduğunu göstermektedir.



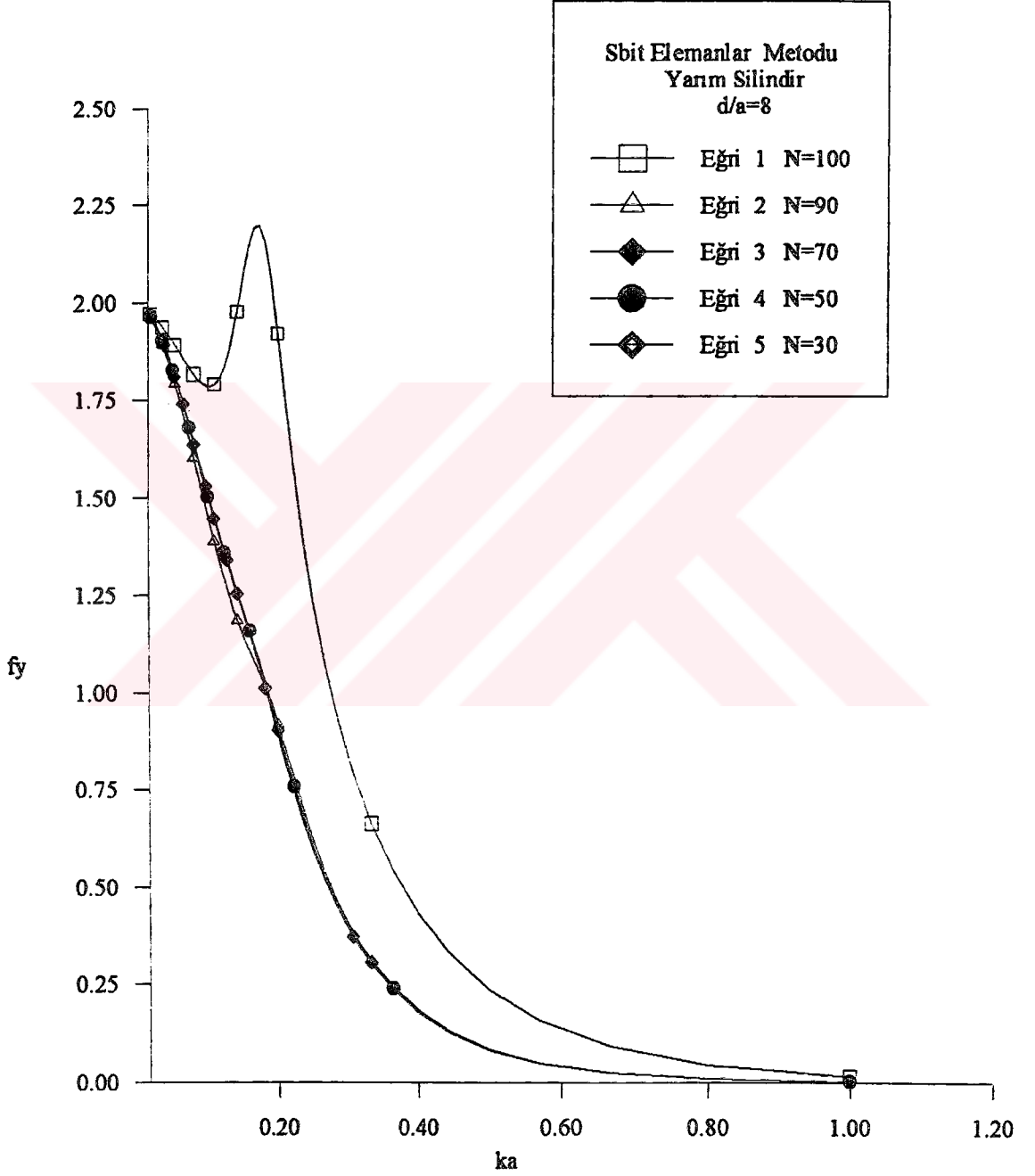
Şekil 4.6 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



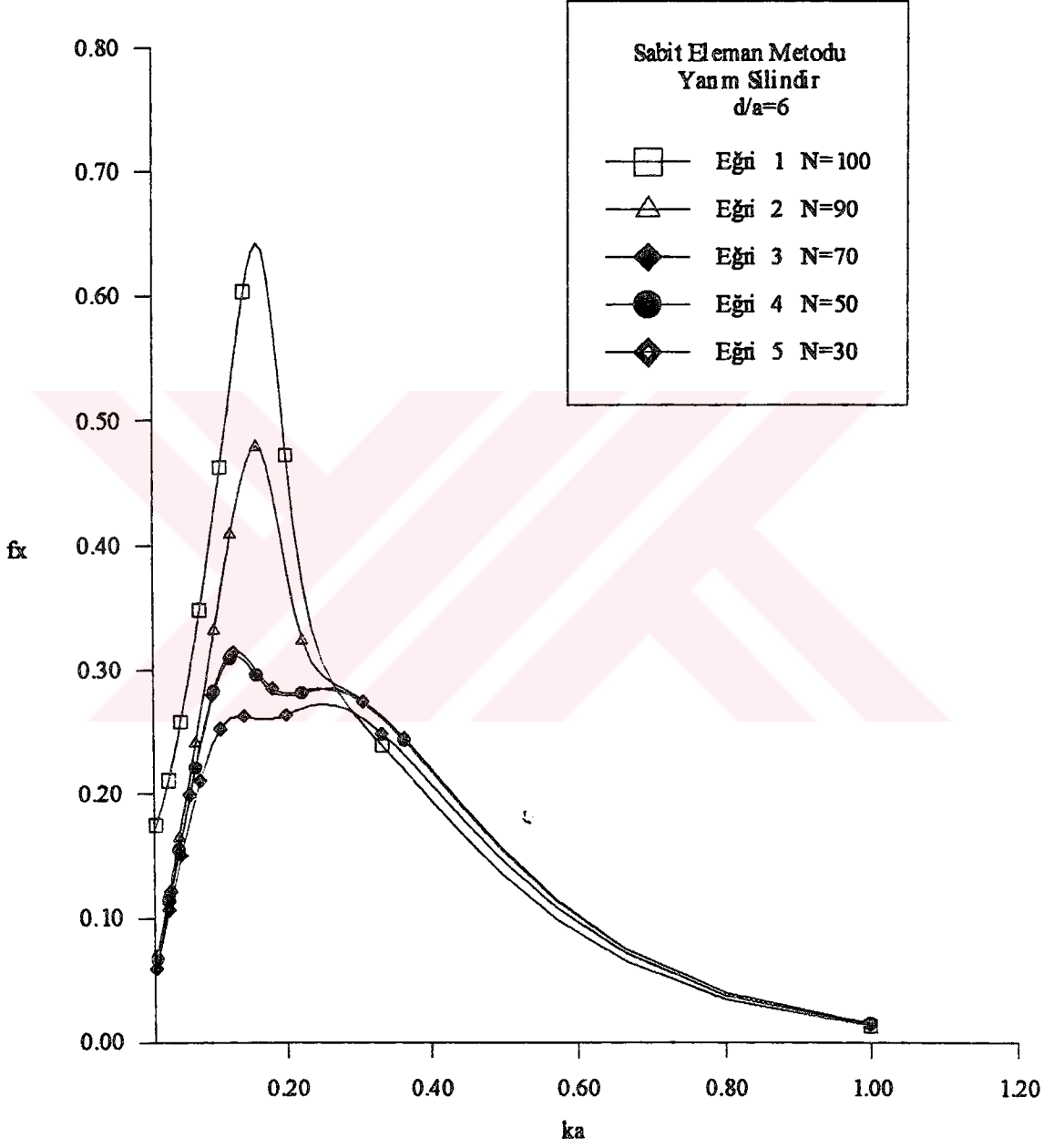
Şekil 4.7 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet.



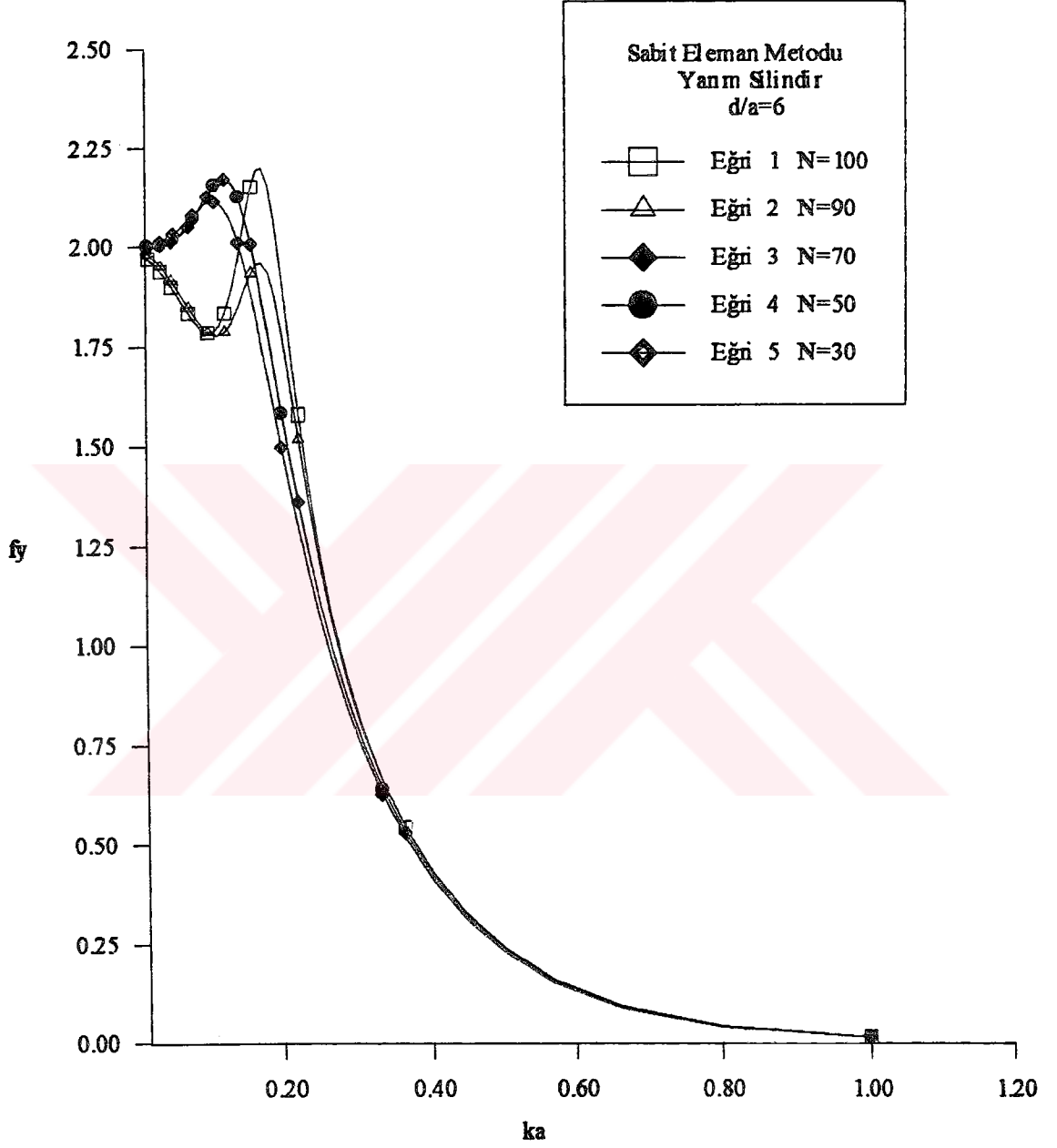
Şekil 4.8 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



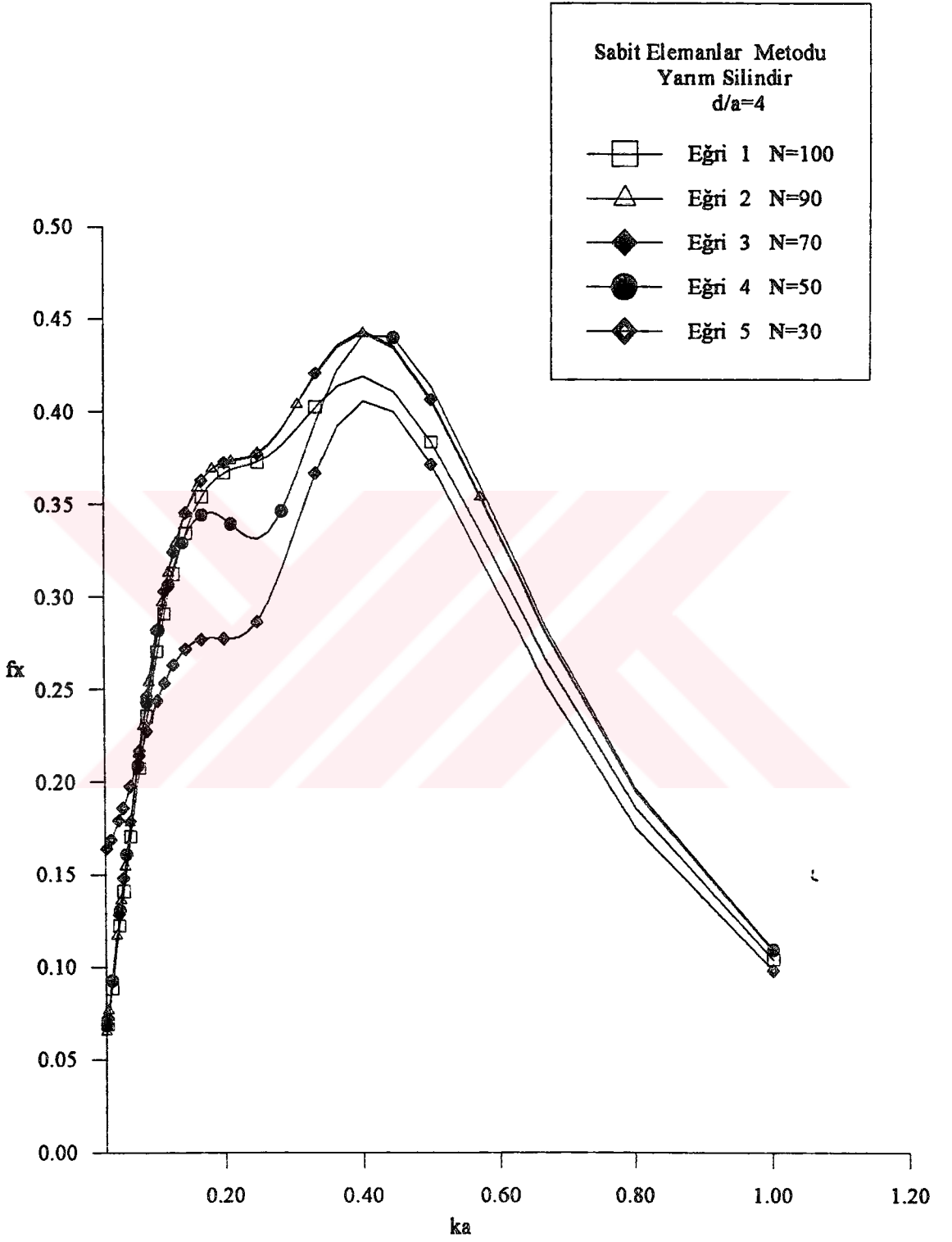
Şekil 4.9 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet.



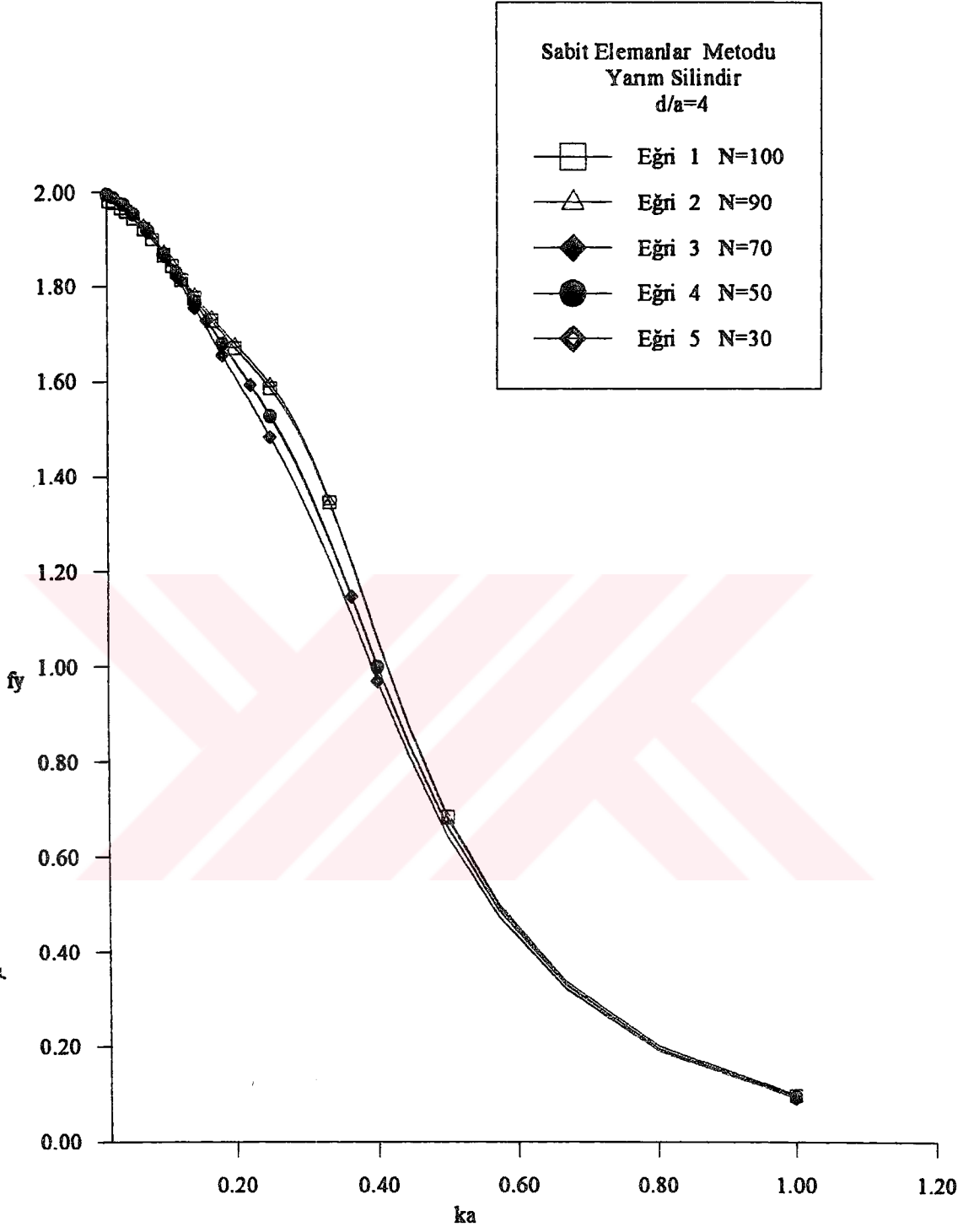
Şekil 4.10 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



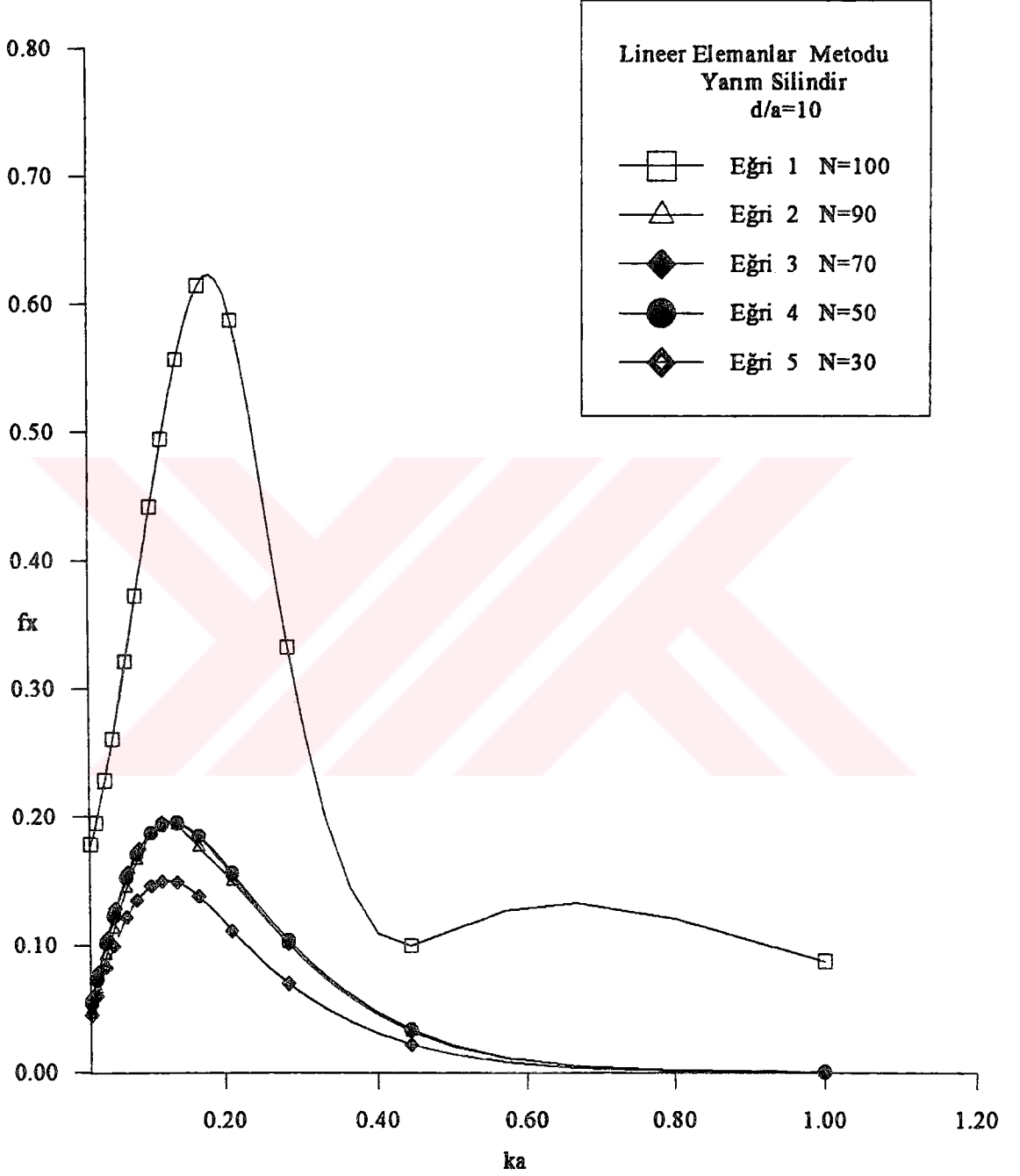
Şekil 4.11 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



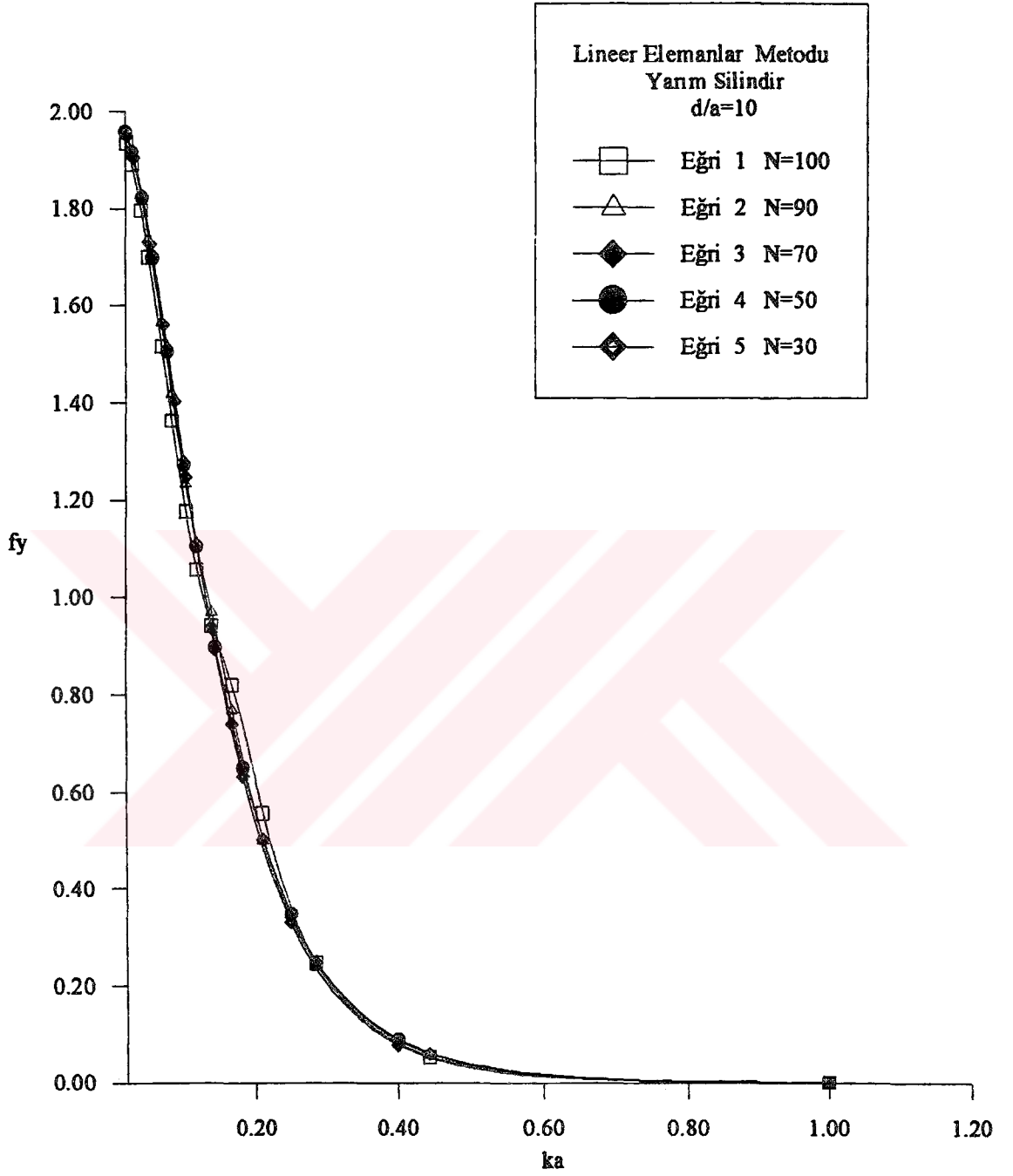
Şekil 4.12 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



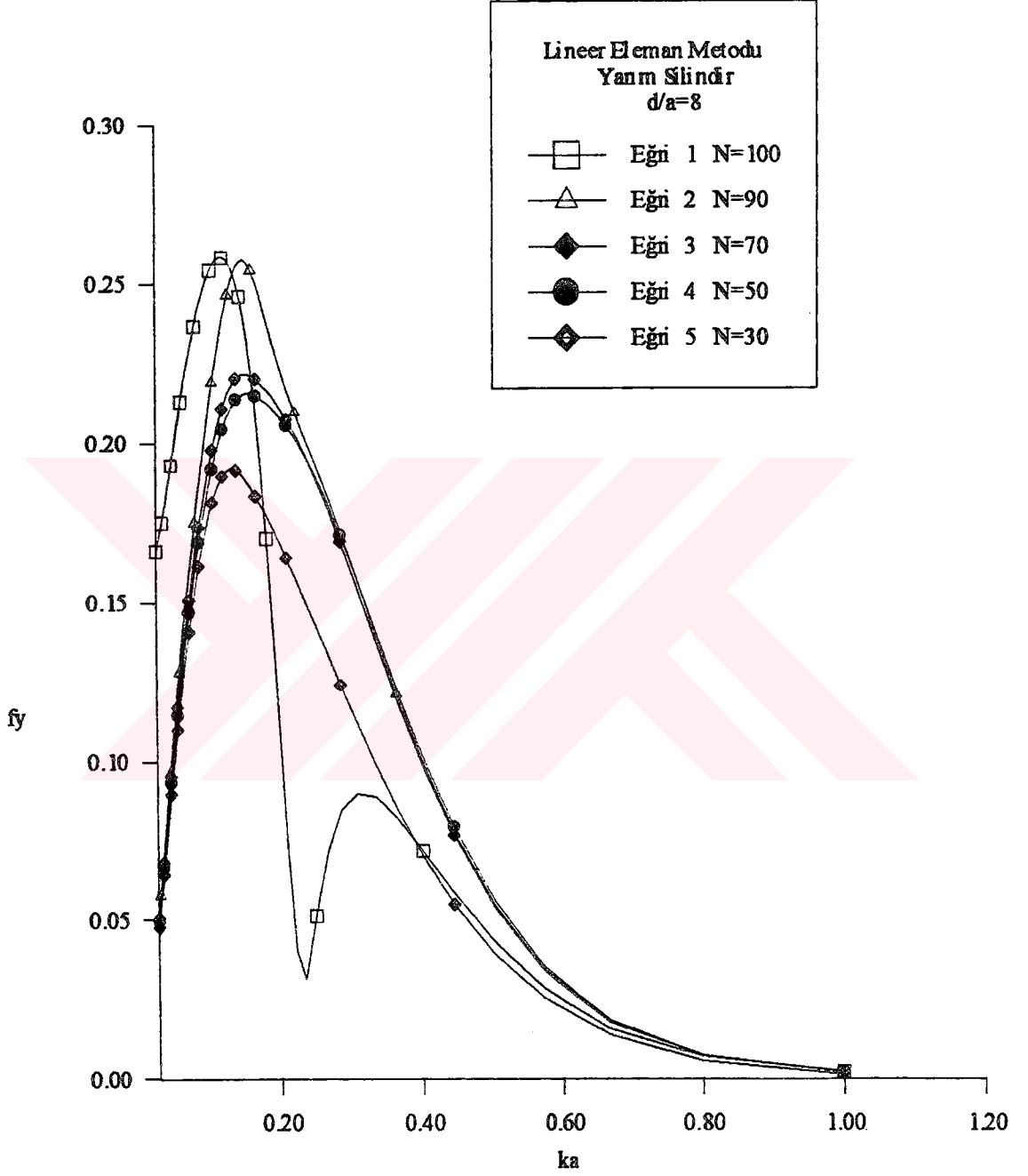
Şekil 4.13 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



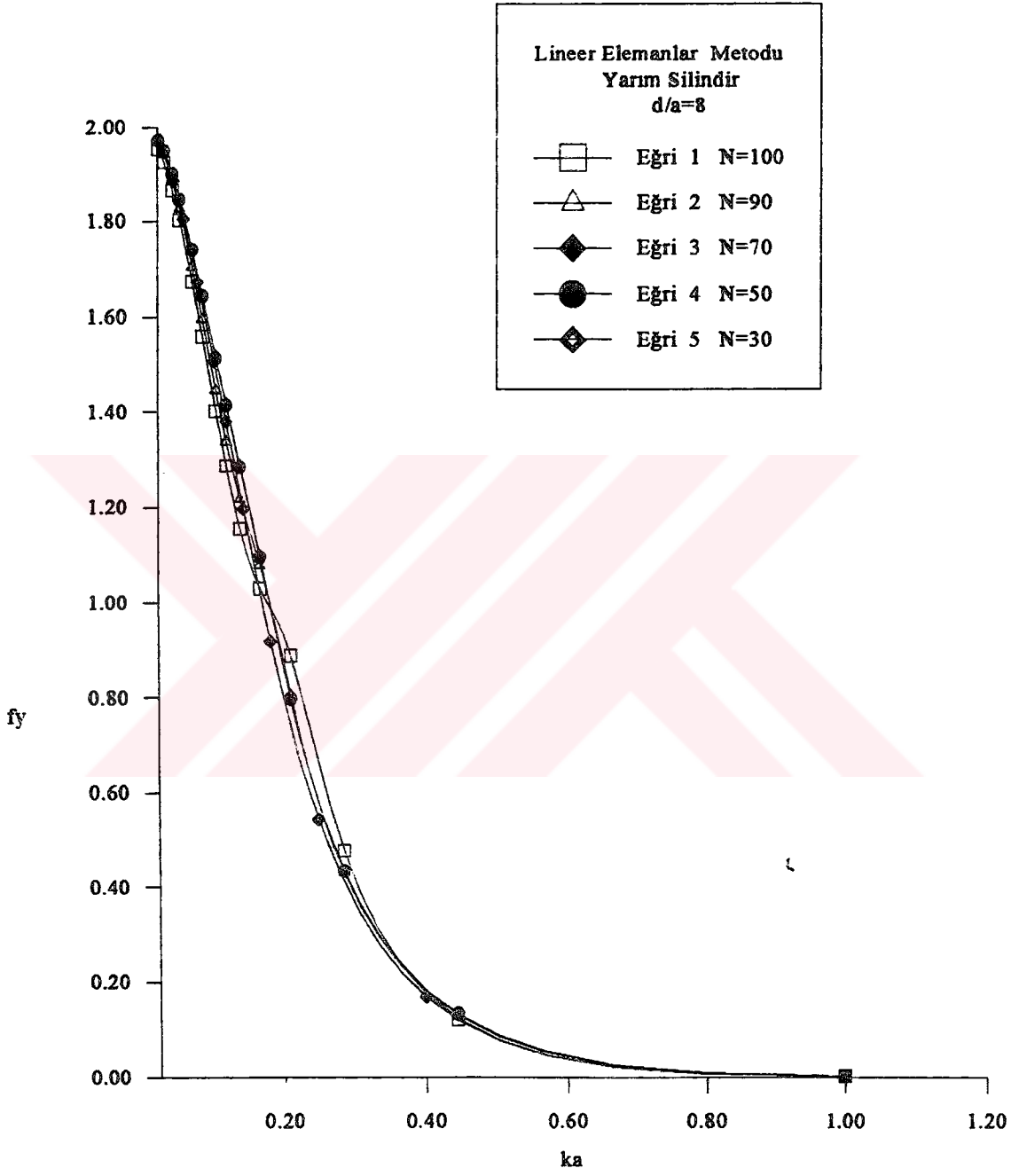
Şekil 4.14 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



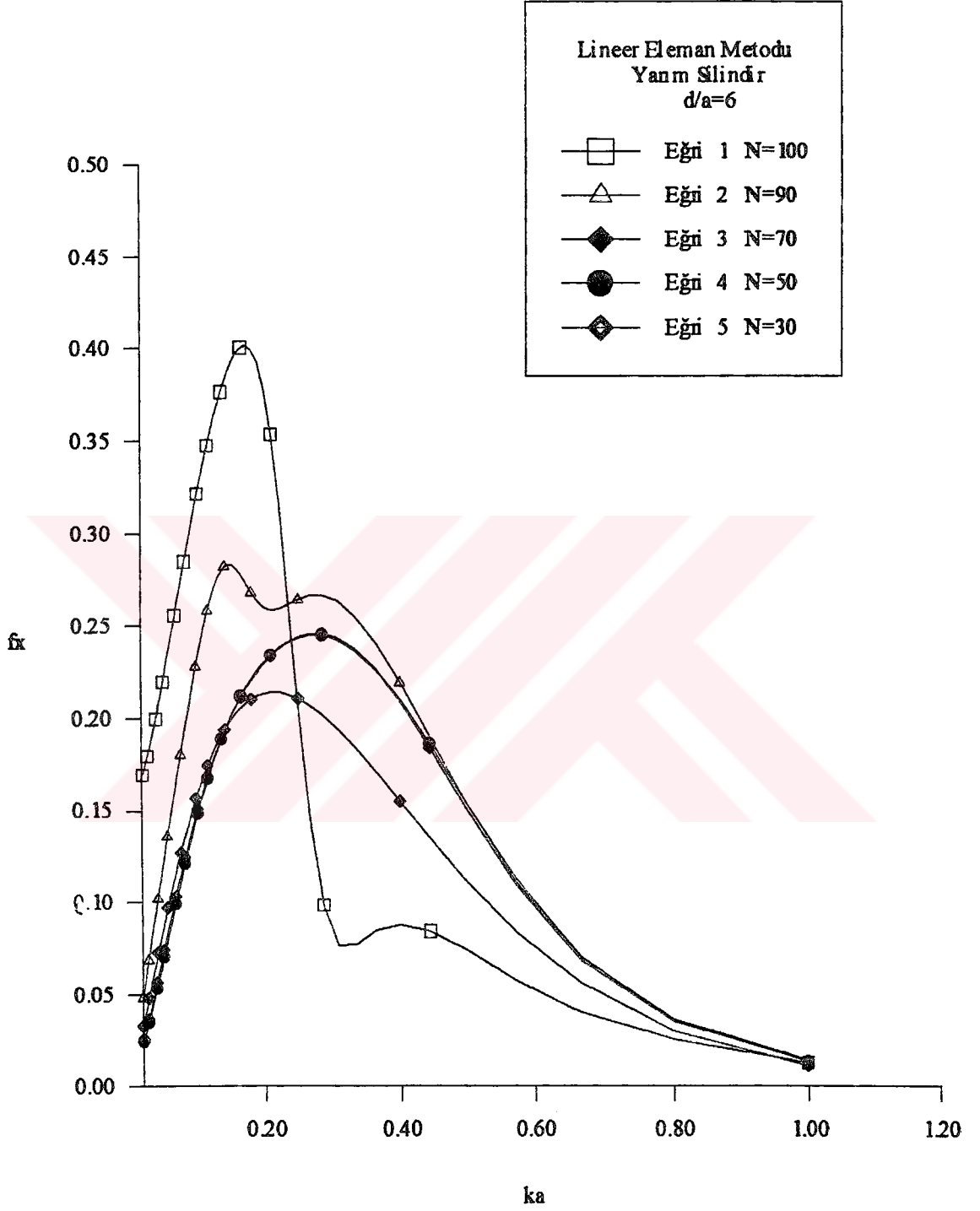
Şekil 4.15 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



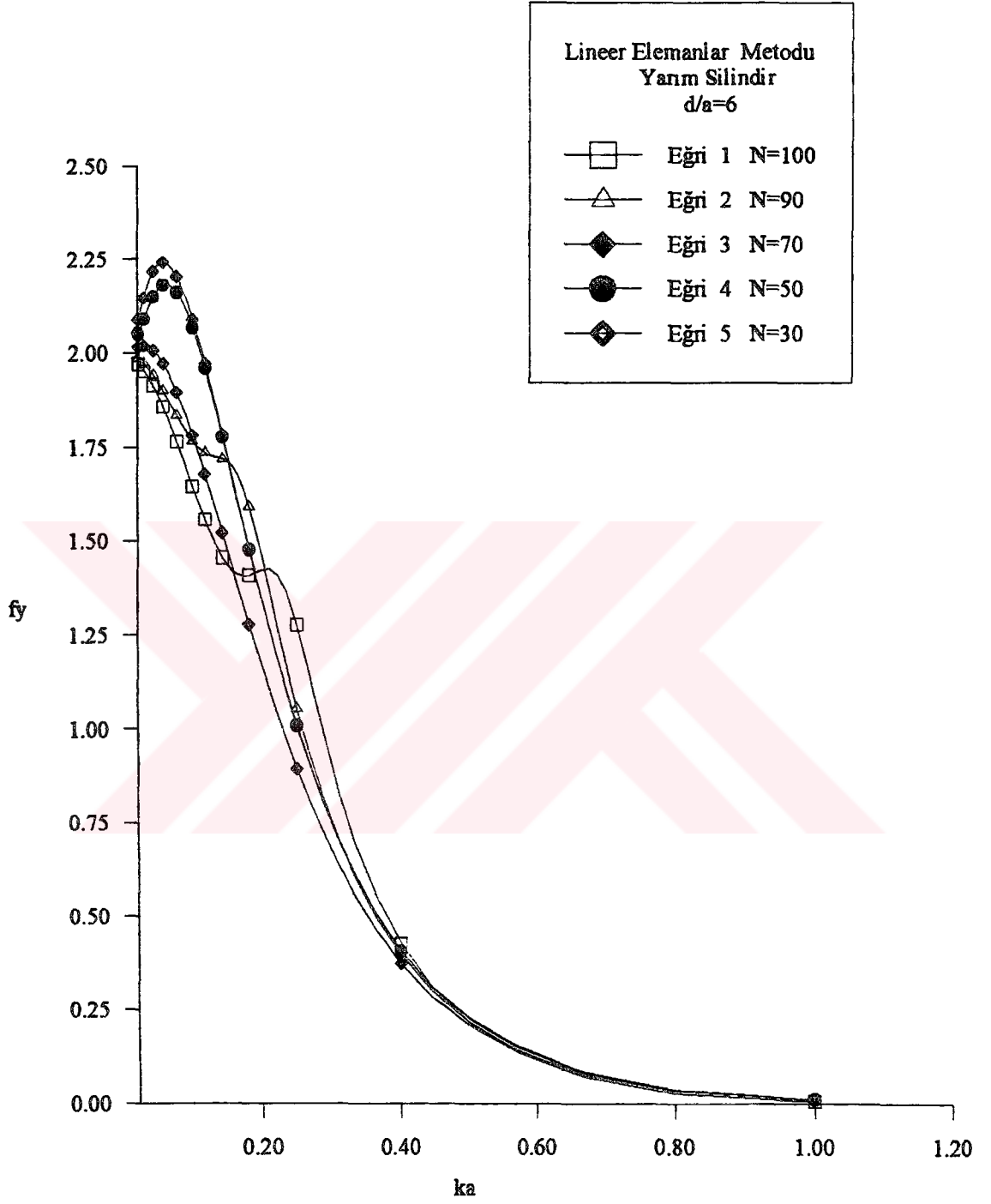
Şekil 4.16 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



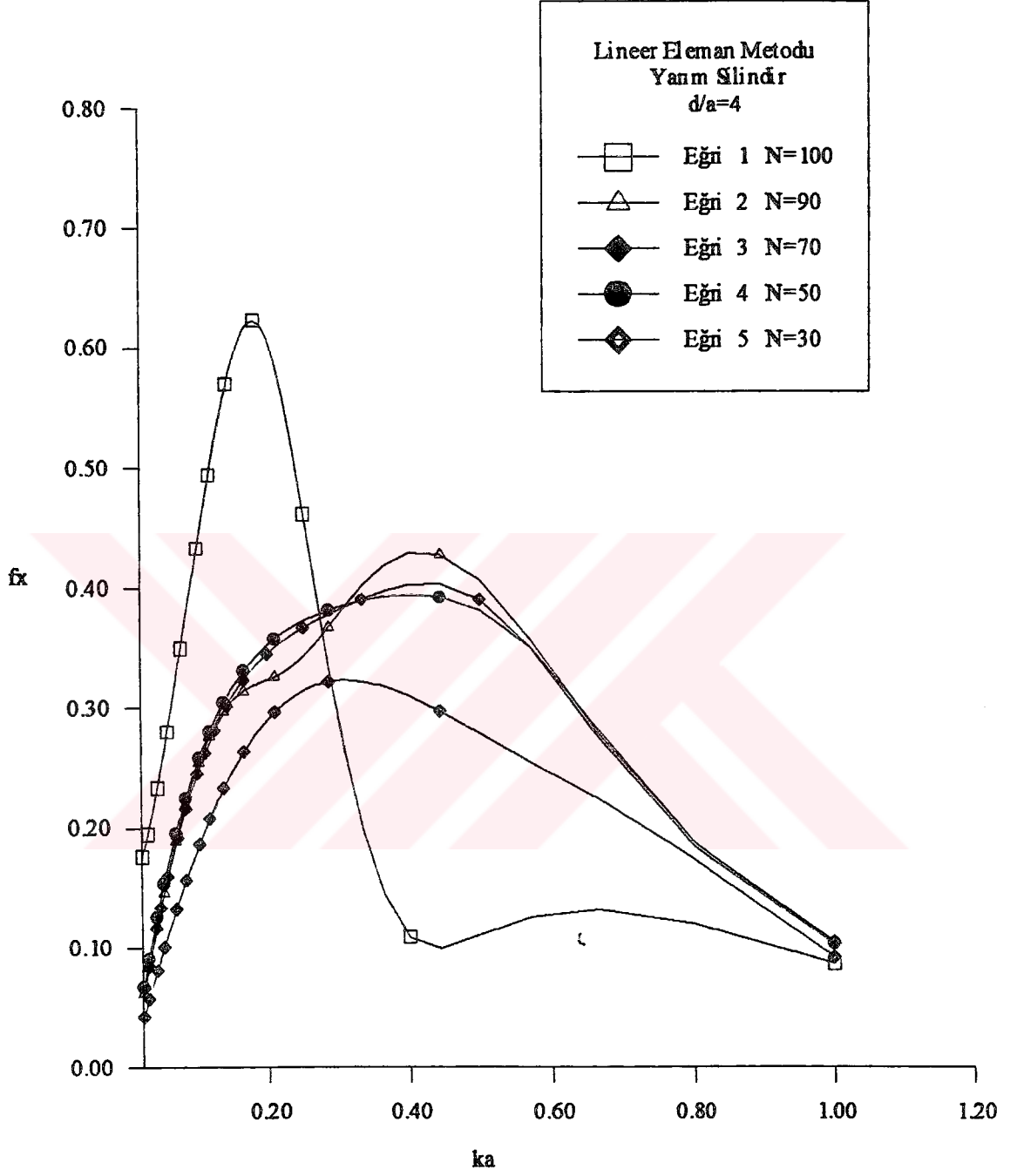
Şekil 4.17 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



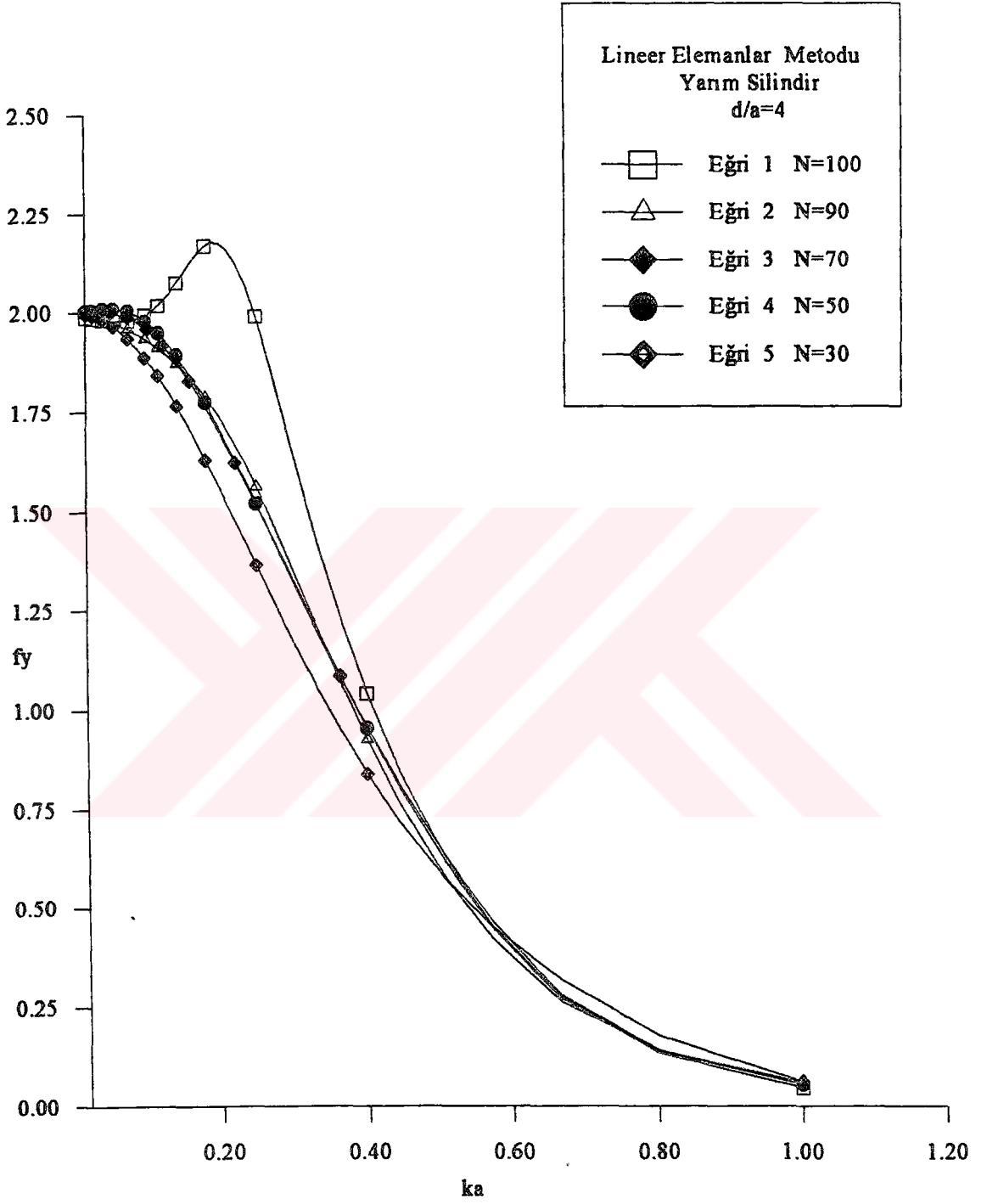
Şekil 4.18 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



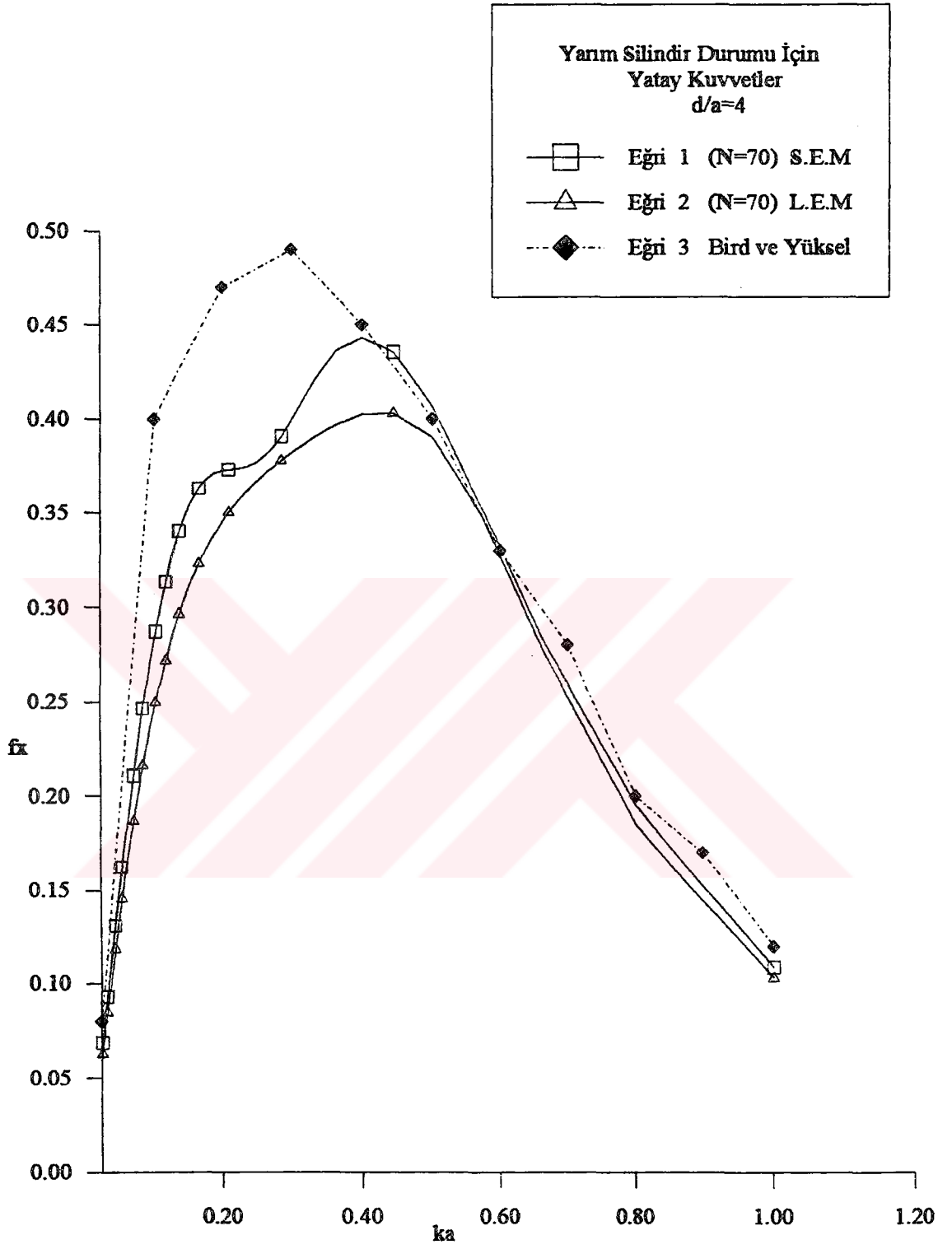
Şekil 4.19 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



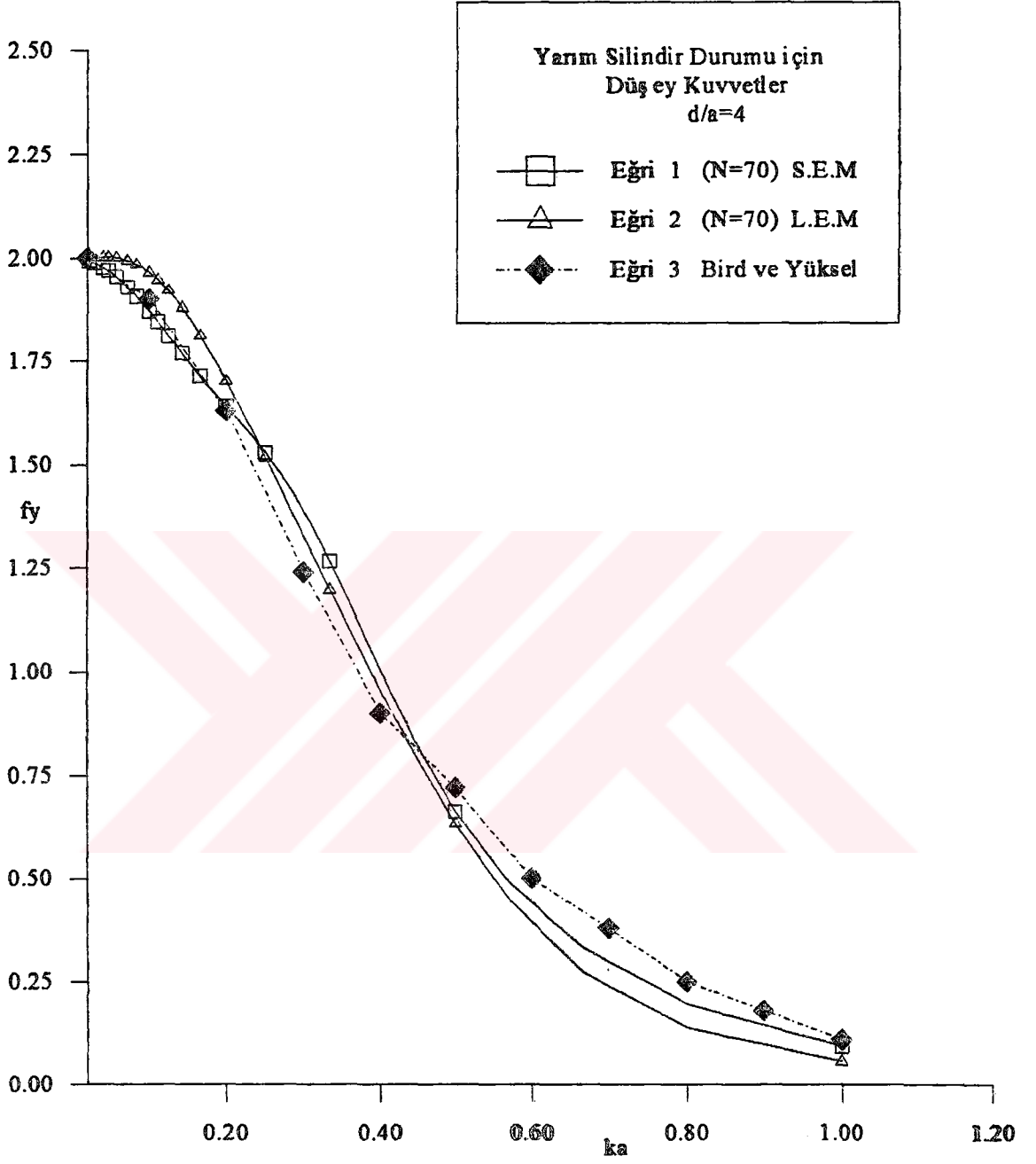
Şekil 4.20 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



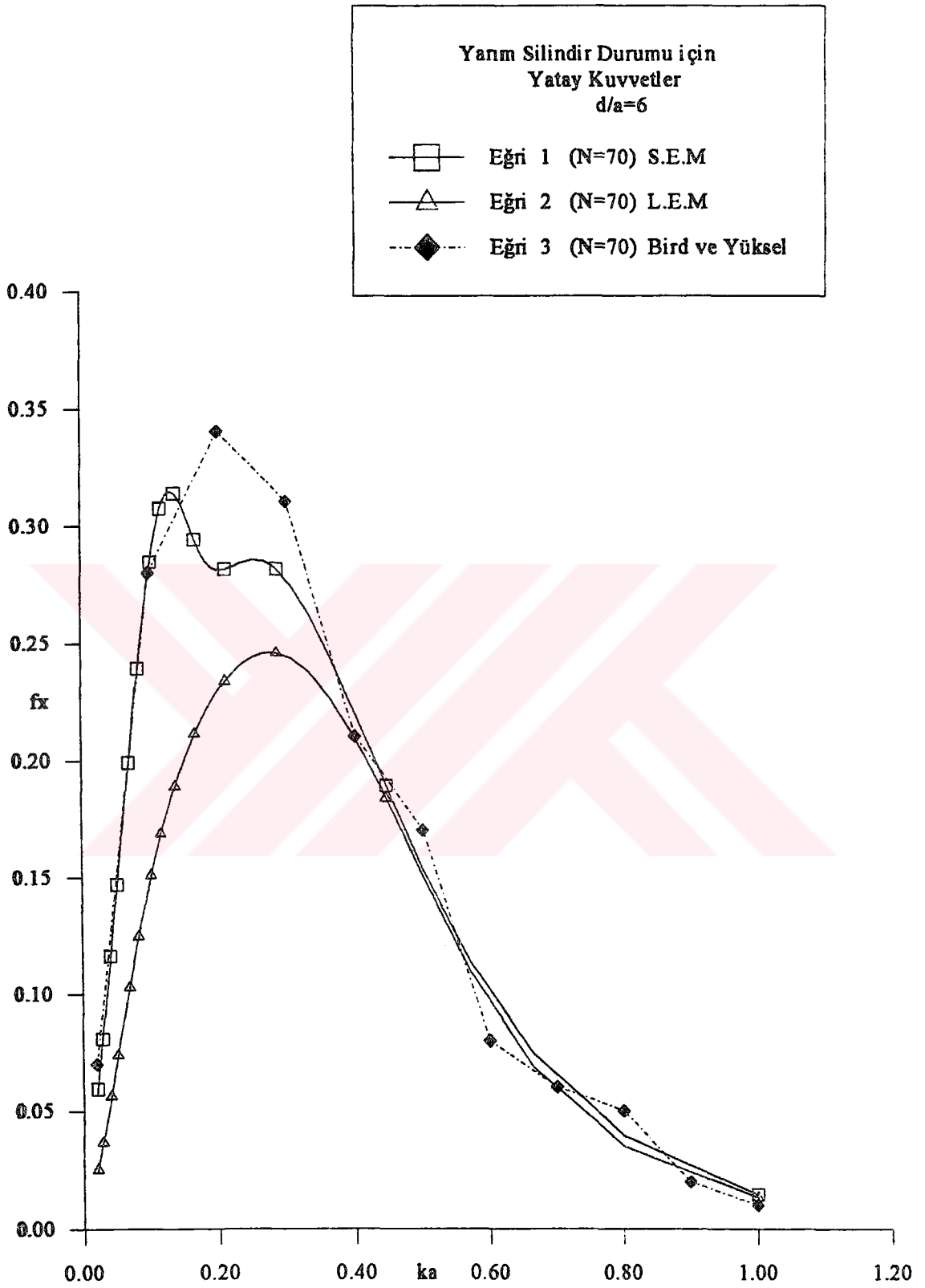
Şekil 4.21 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



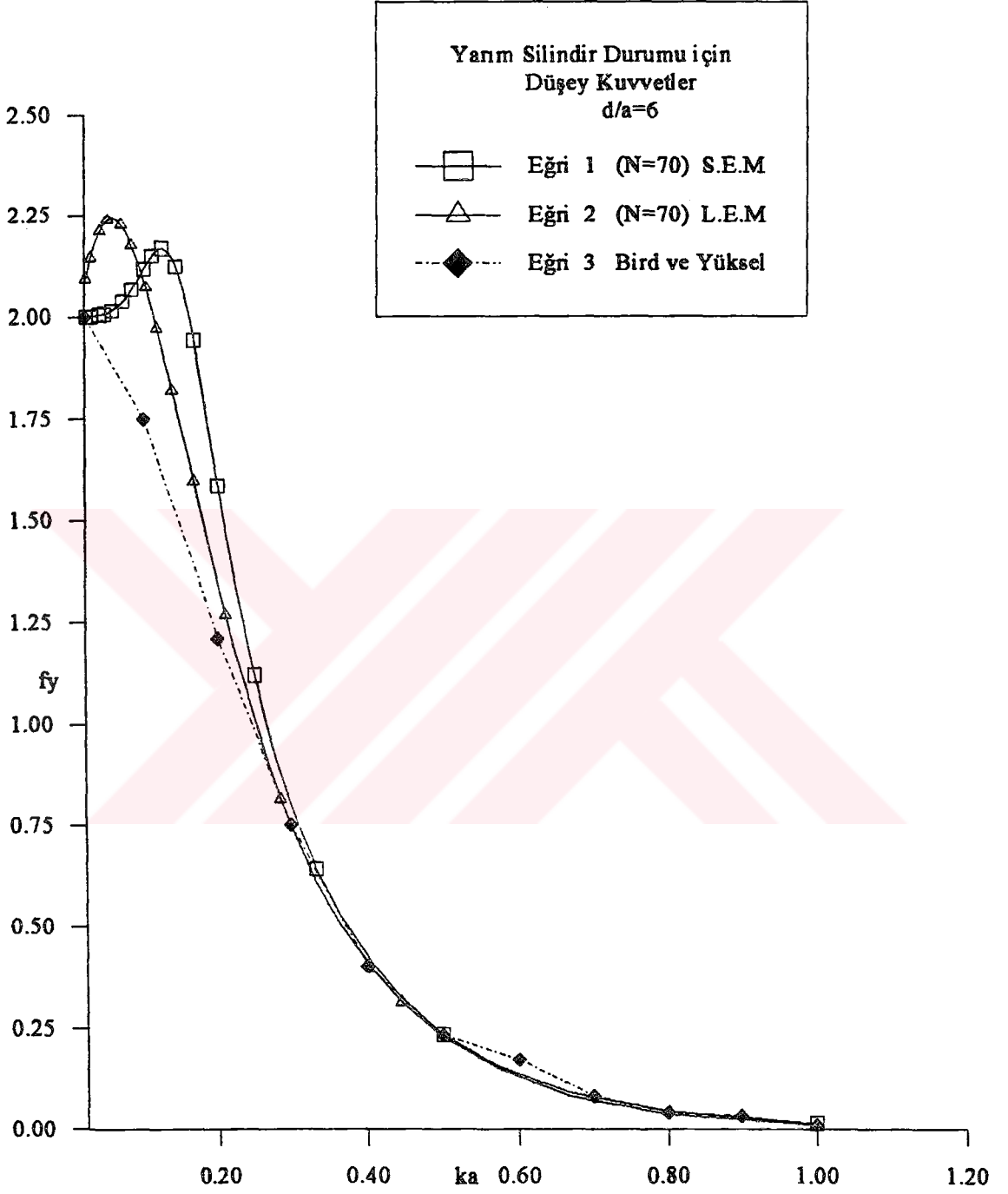
Şekil 4.22 Eleman sayısı 70 olması durumunda, yatay kuvvetlerin ile dalga numarası değişimi.



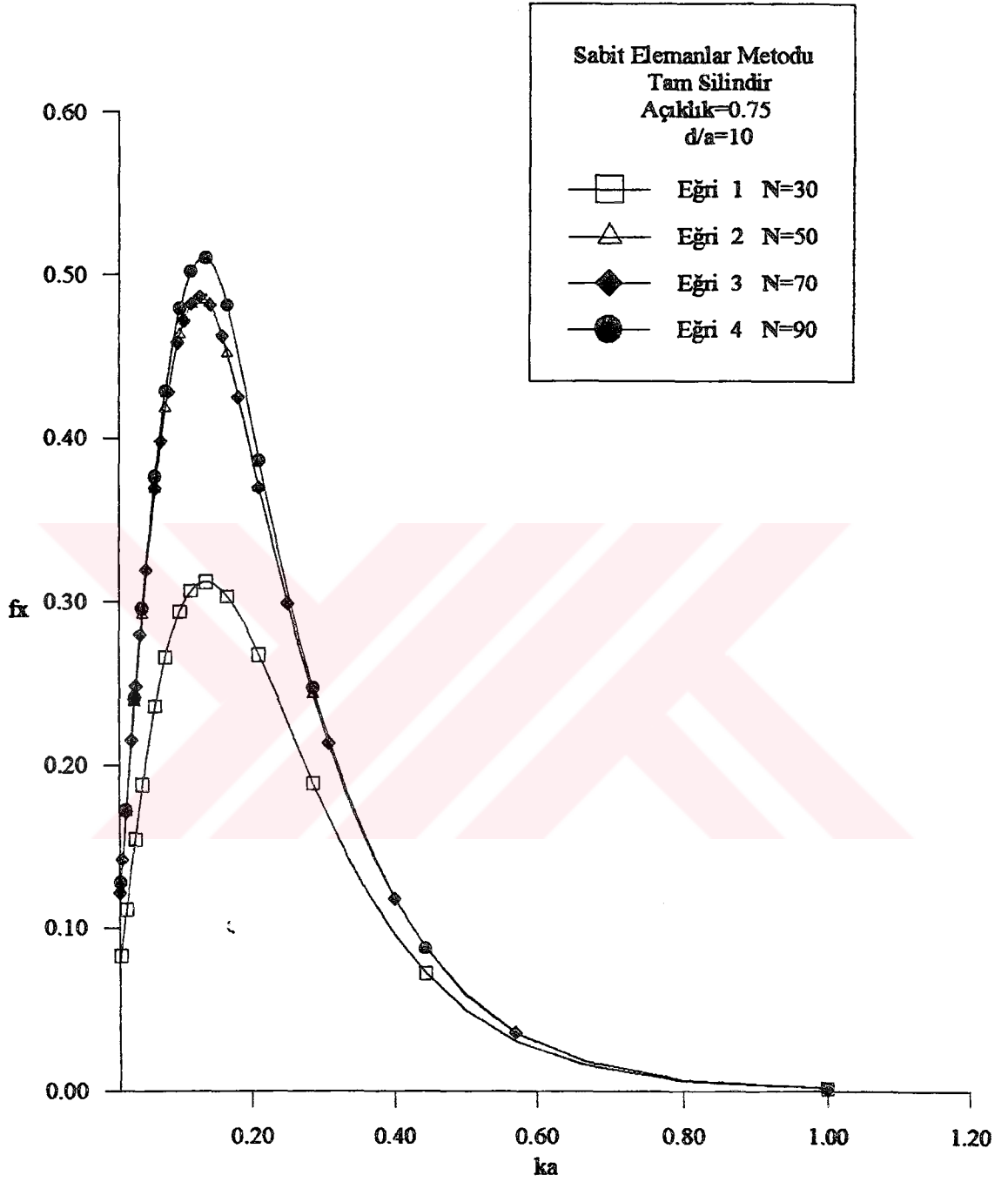
Şekil 4.23 Eleman sayısı 70 olması durumunda, düşey kuvvetlerin ile dalga numarası değişimi.



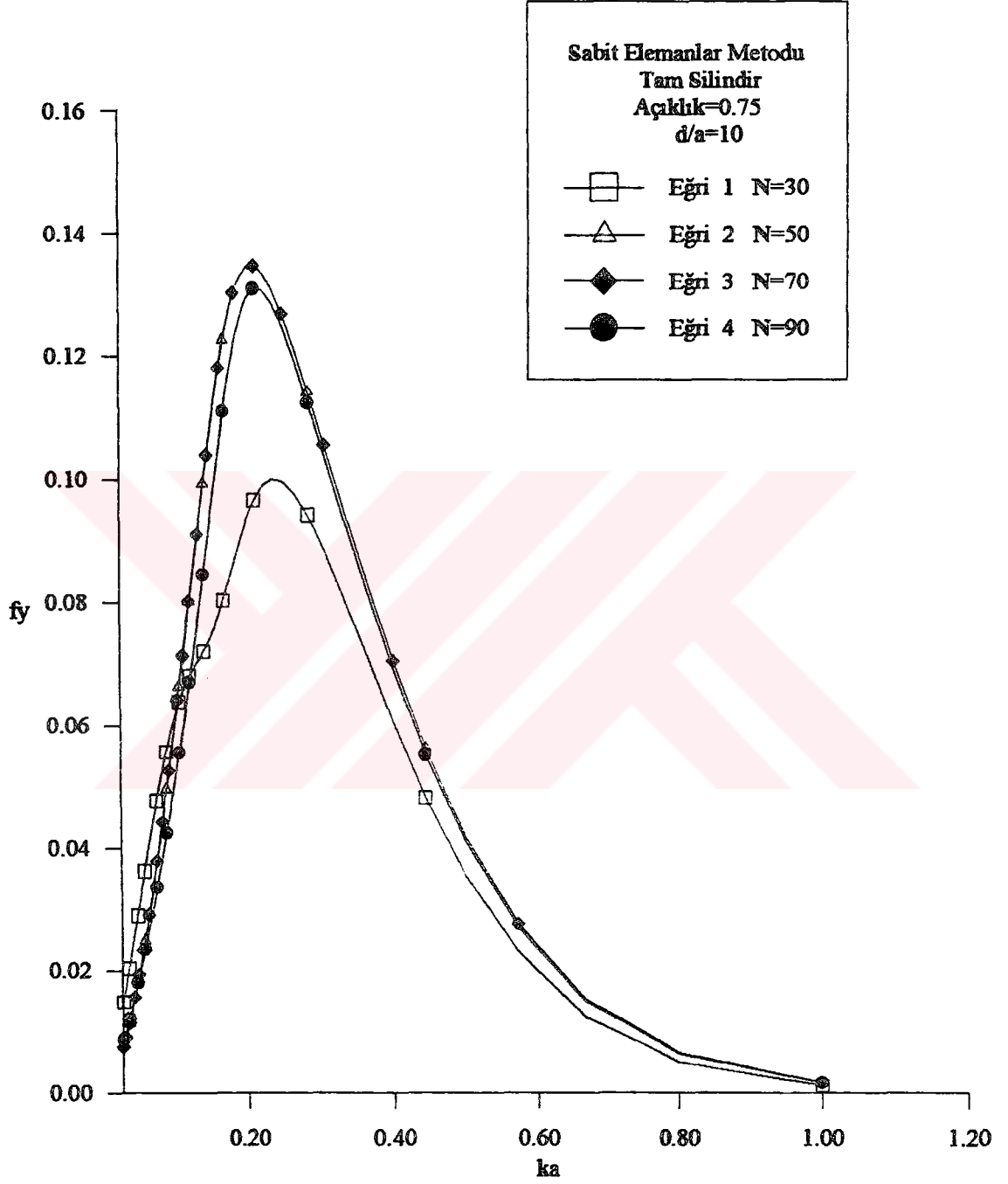
Şekil 4.24 Eleman sayısı 70 olması durumunda, yatay kuvvetlerin ile dalga numarası değişimi.



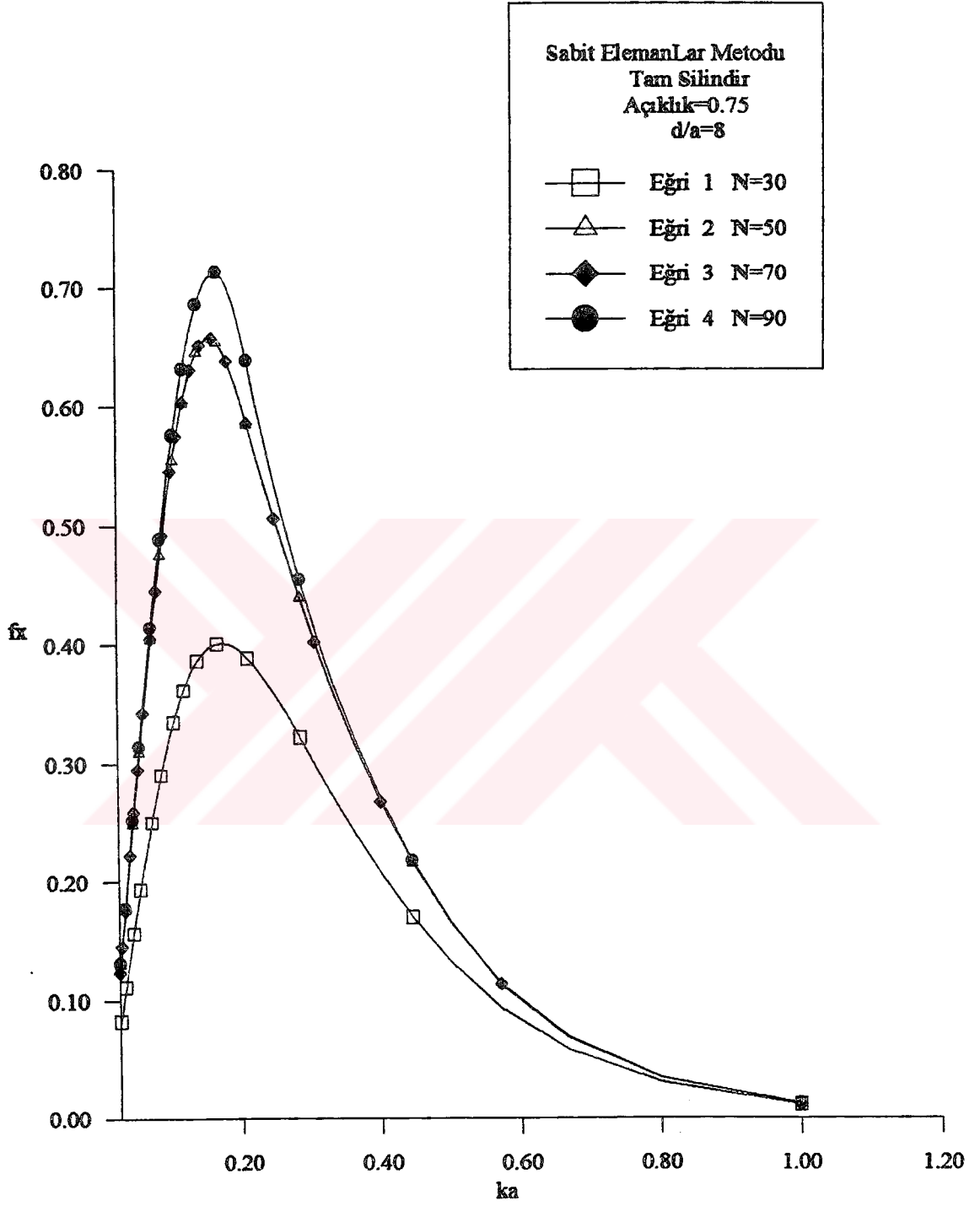
Şekil 4.25 Eleman sayısı 70 olması durumunda, yatay kuvvetlerin ile dalga numarası değişimi.



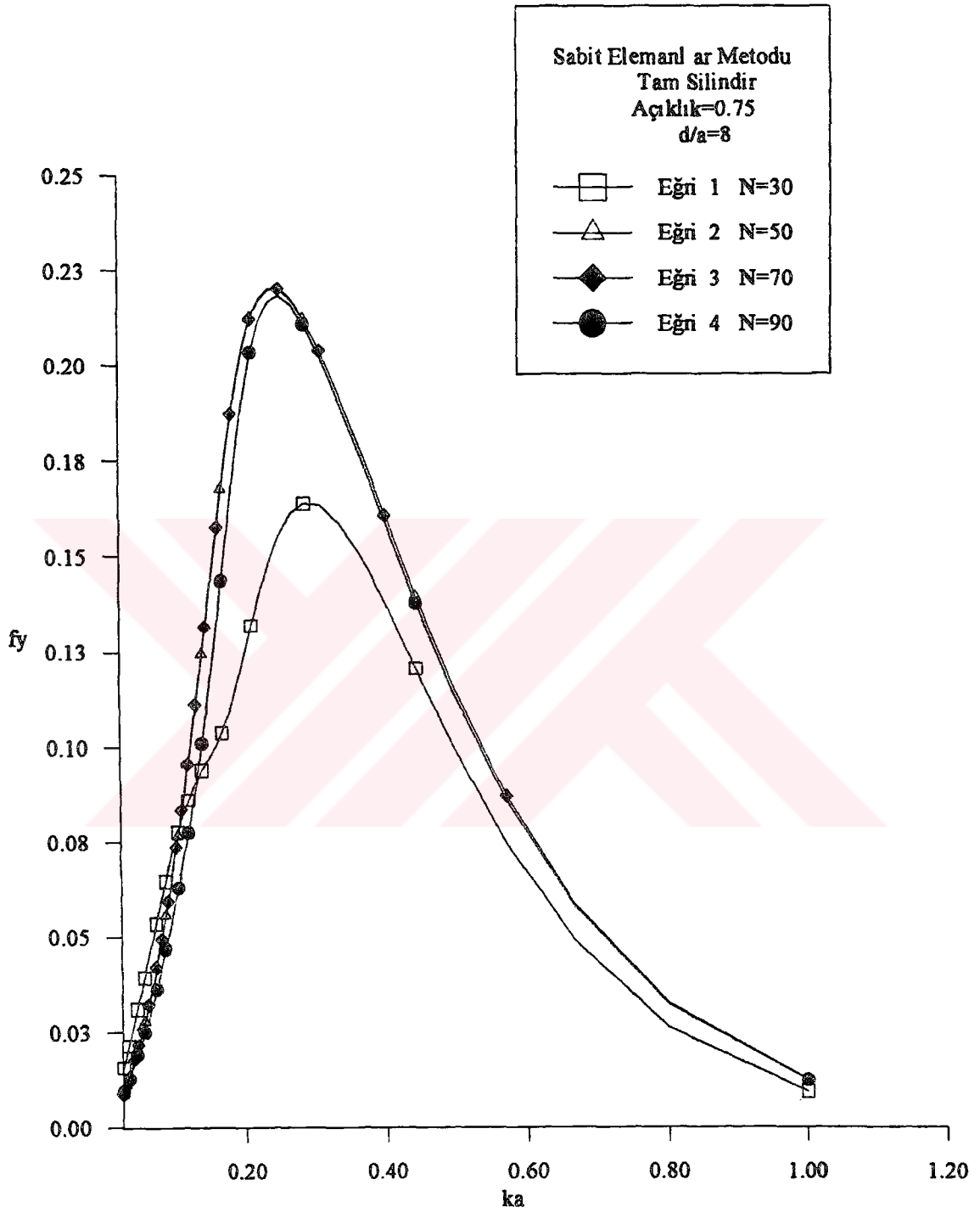
Şekil 4.26 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



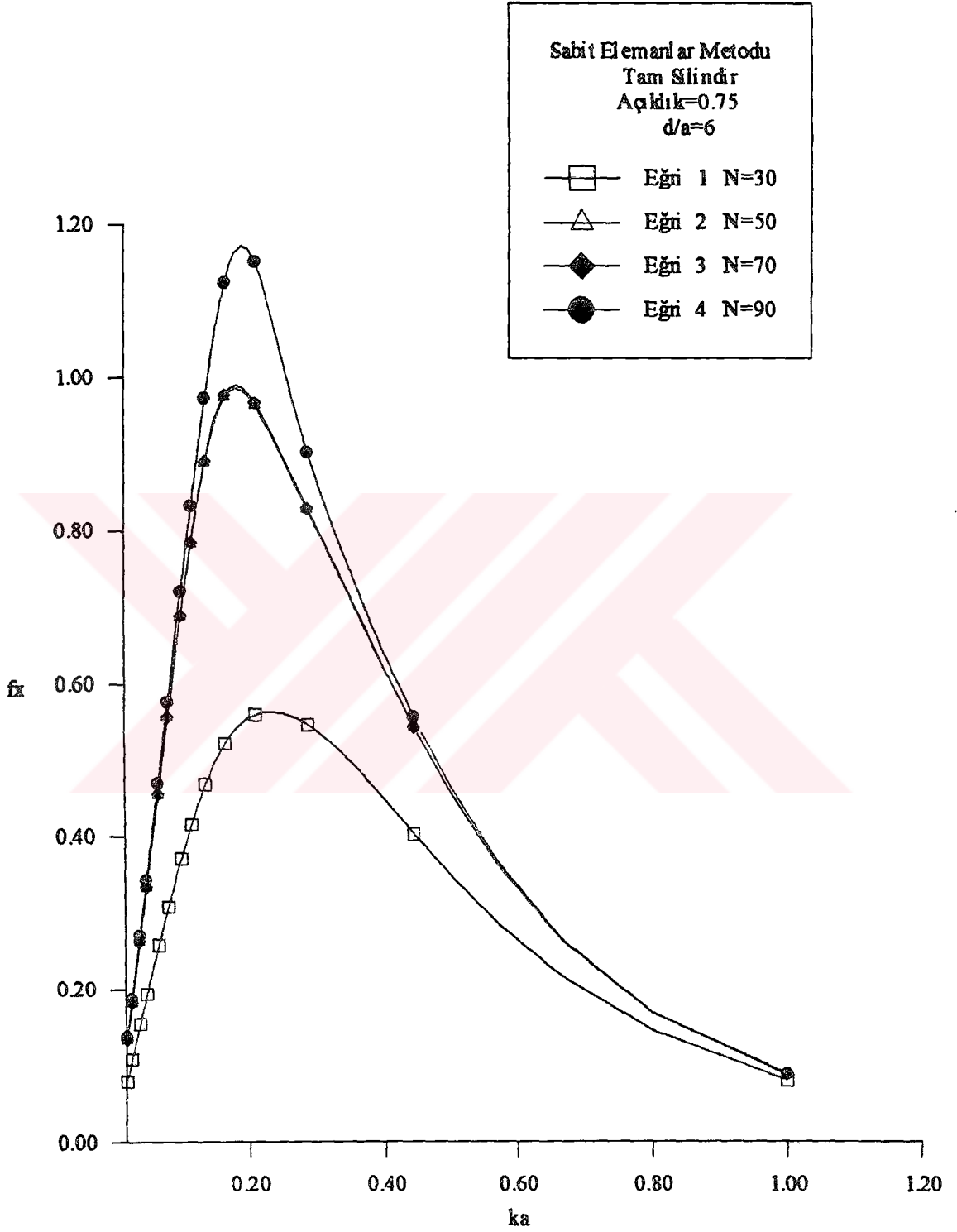
Şekil 4.27 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet.



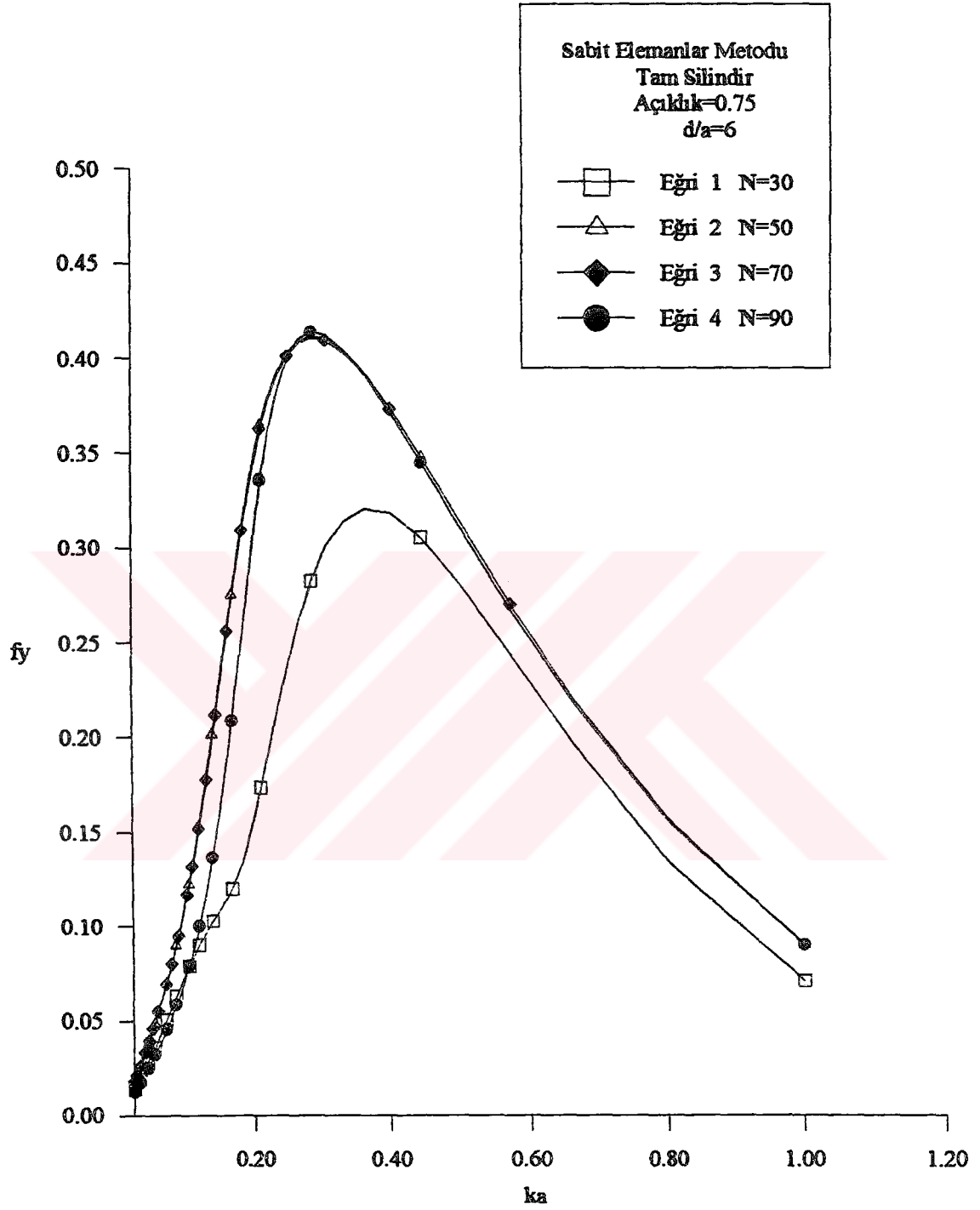
Şekil 4.28 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



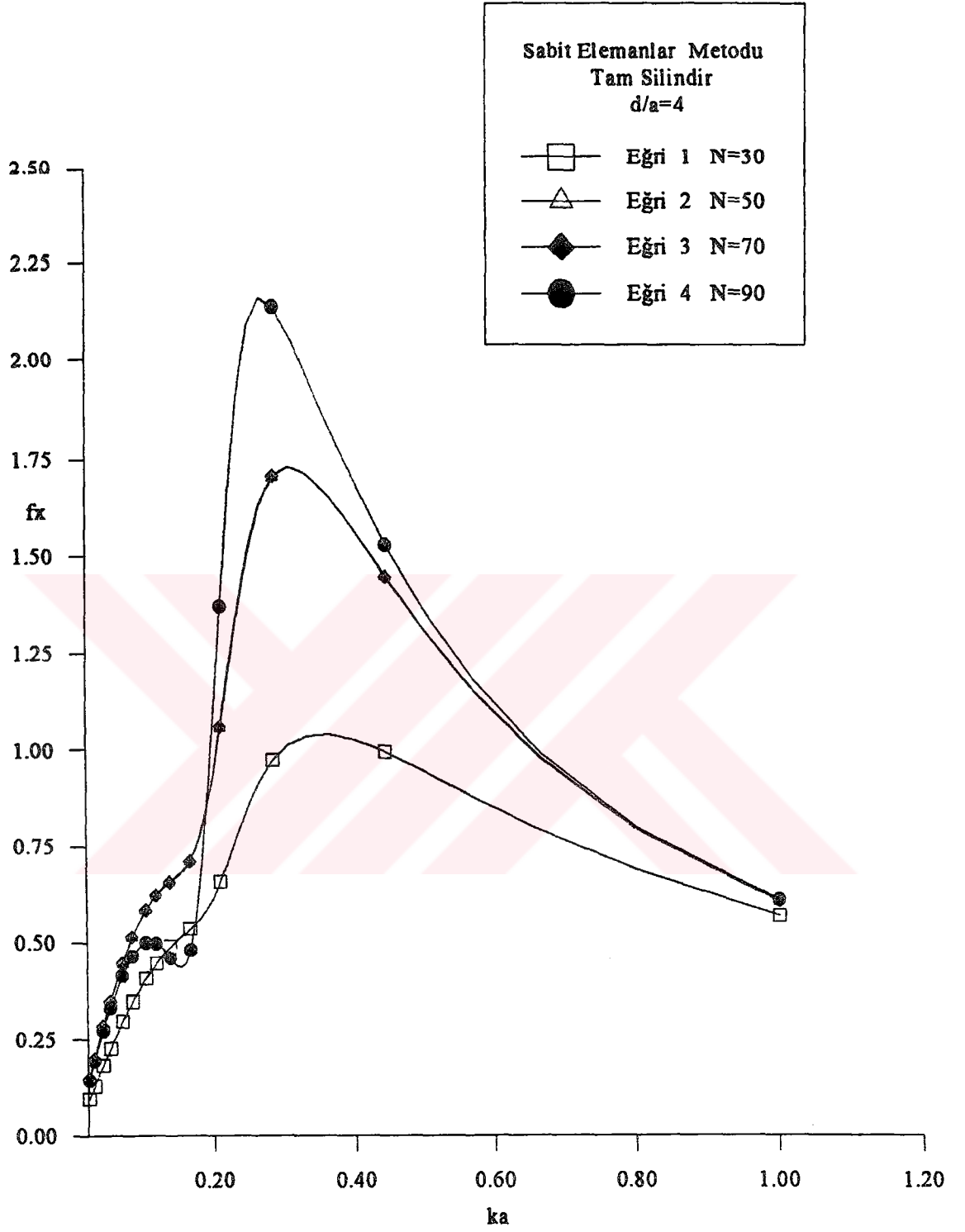
Şekil 4.29 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet.



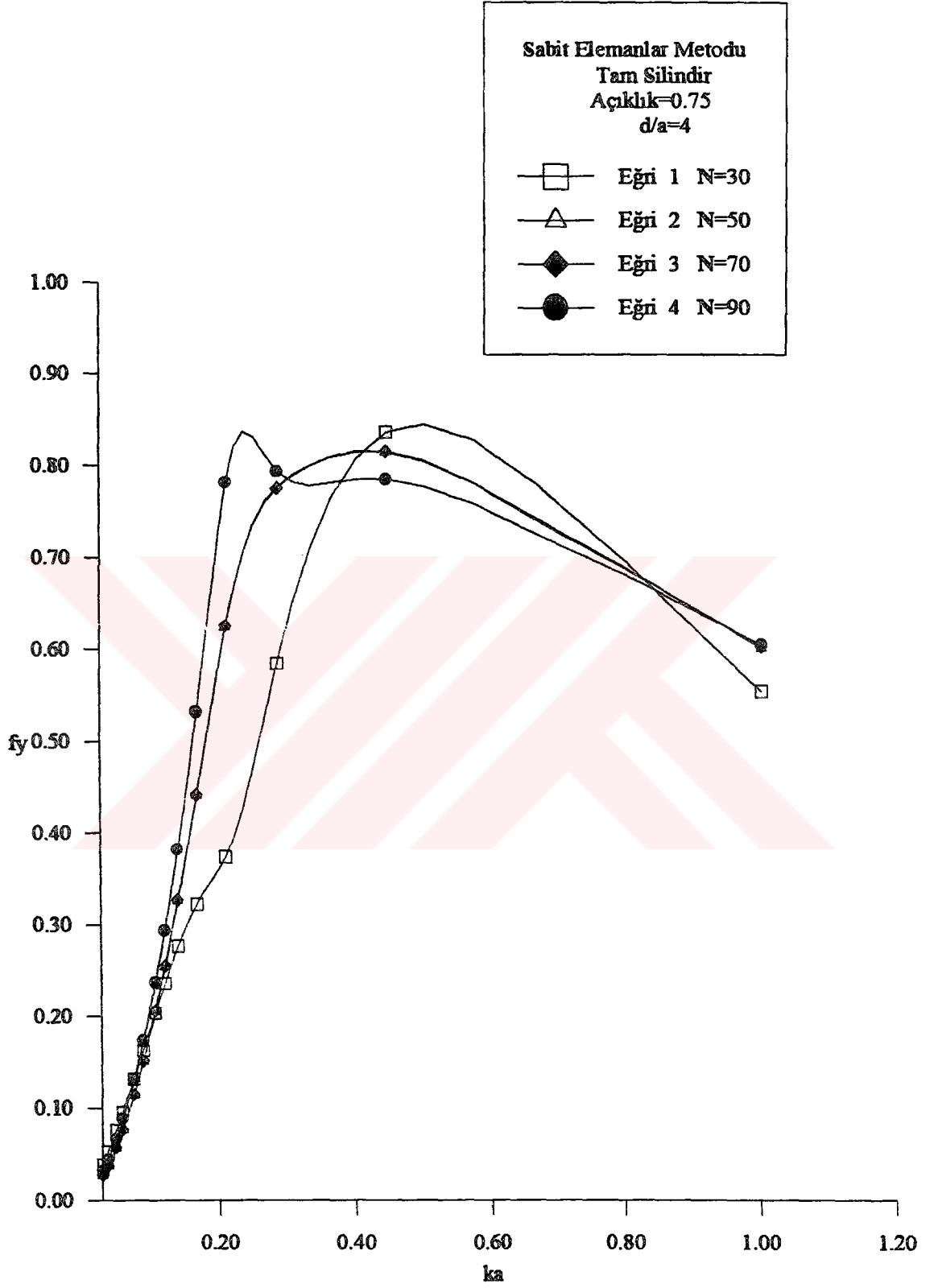
Şekil 4.30 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



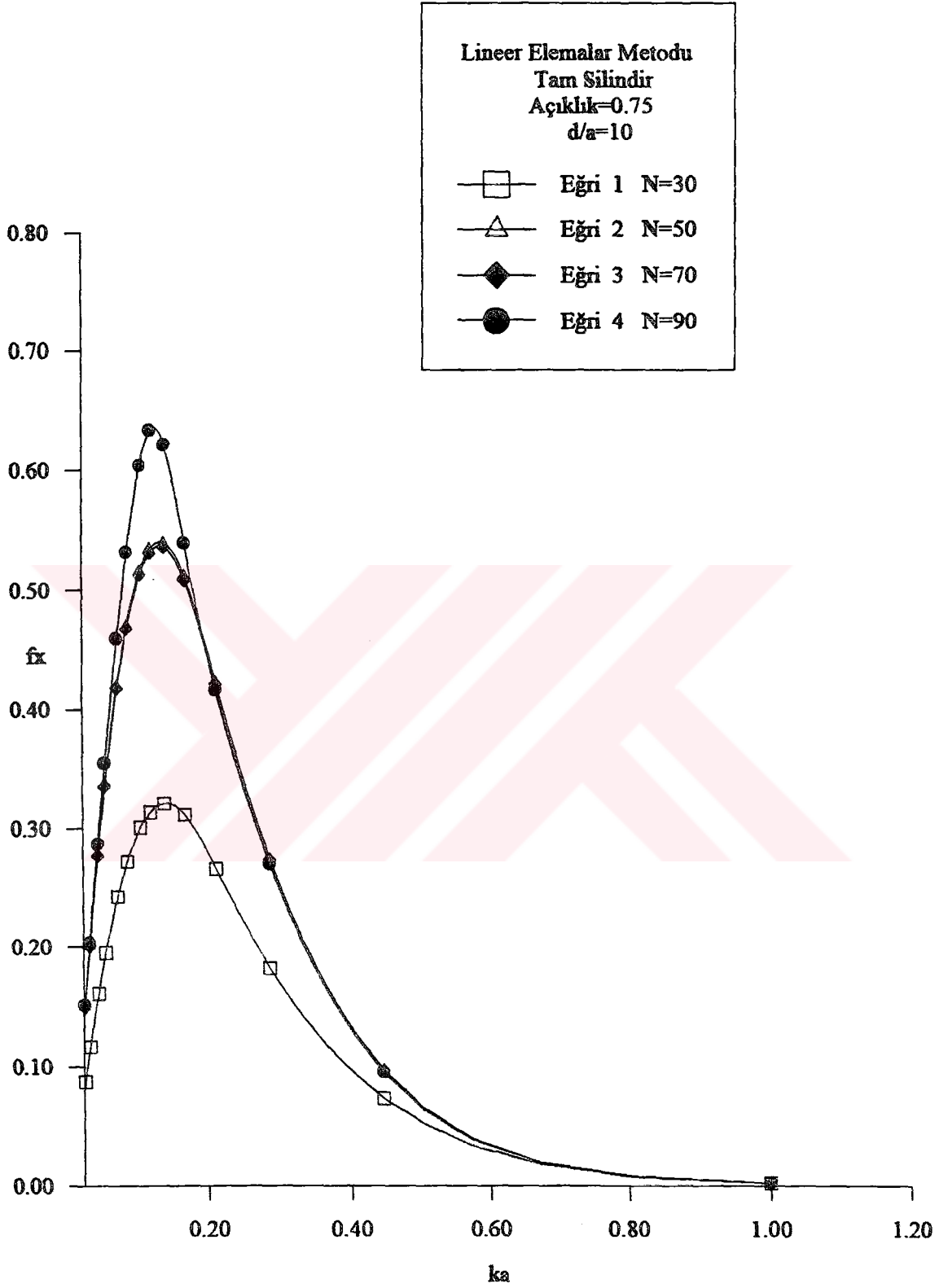
Şekil 4.31 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet.



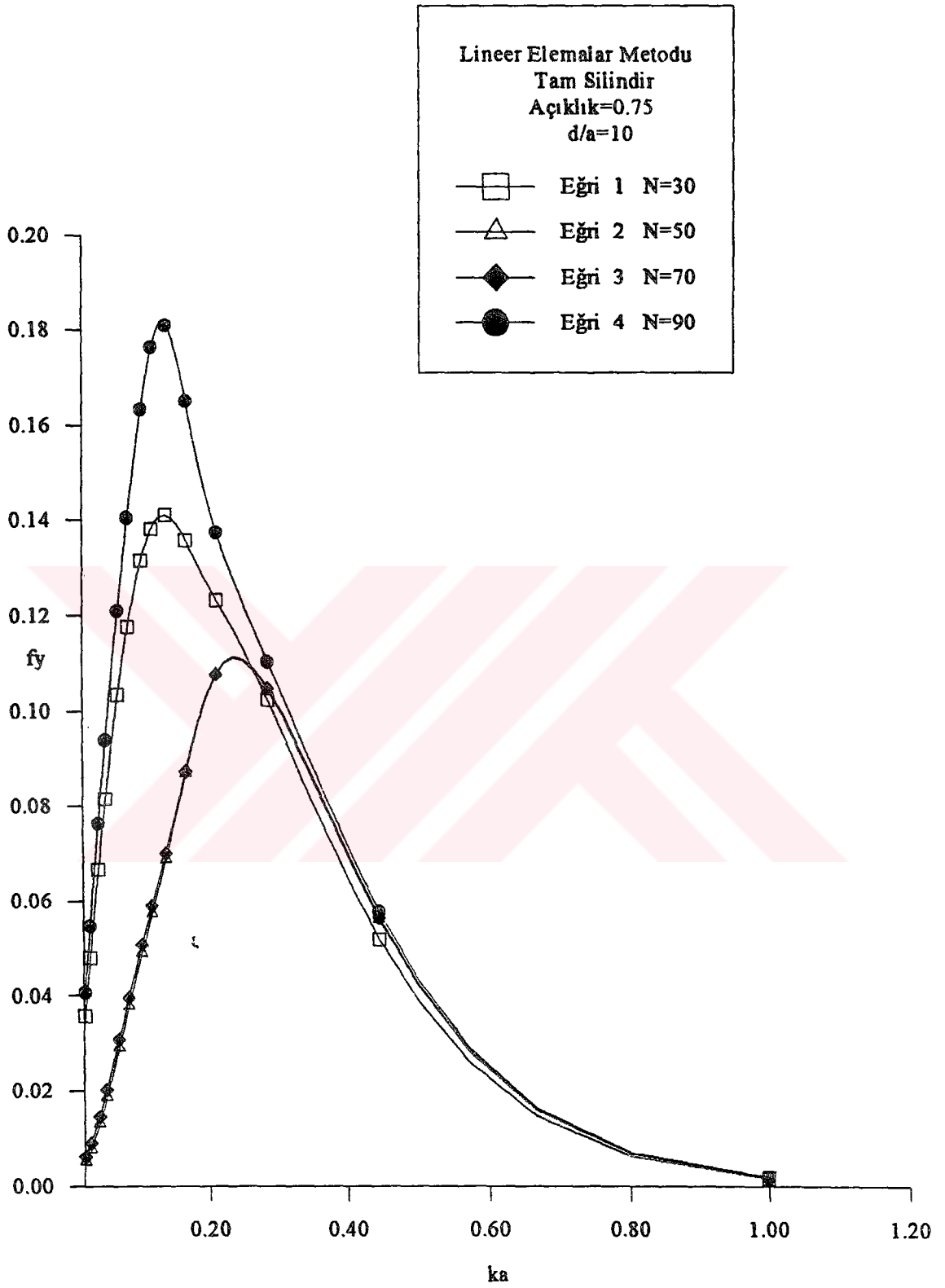
Şekil 4.32 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



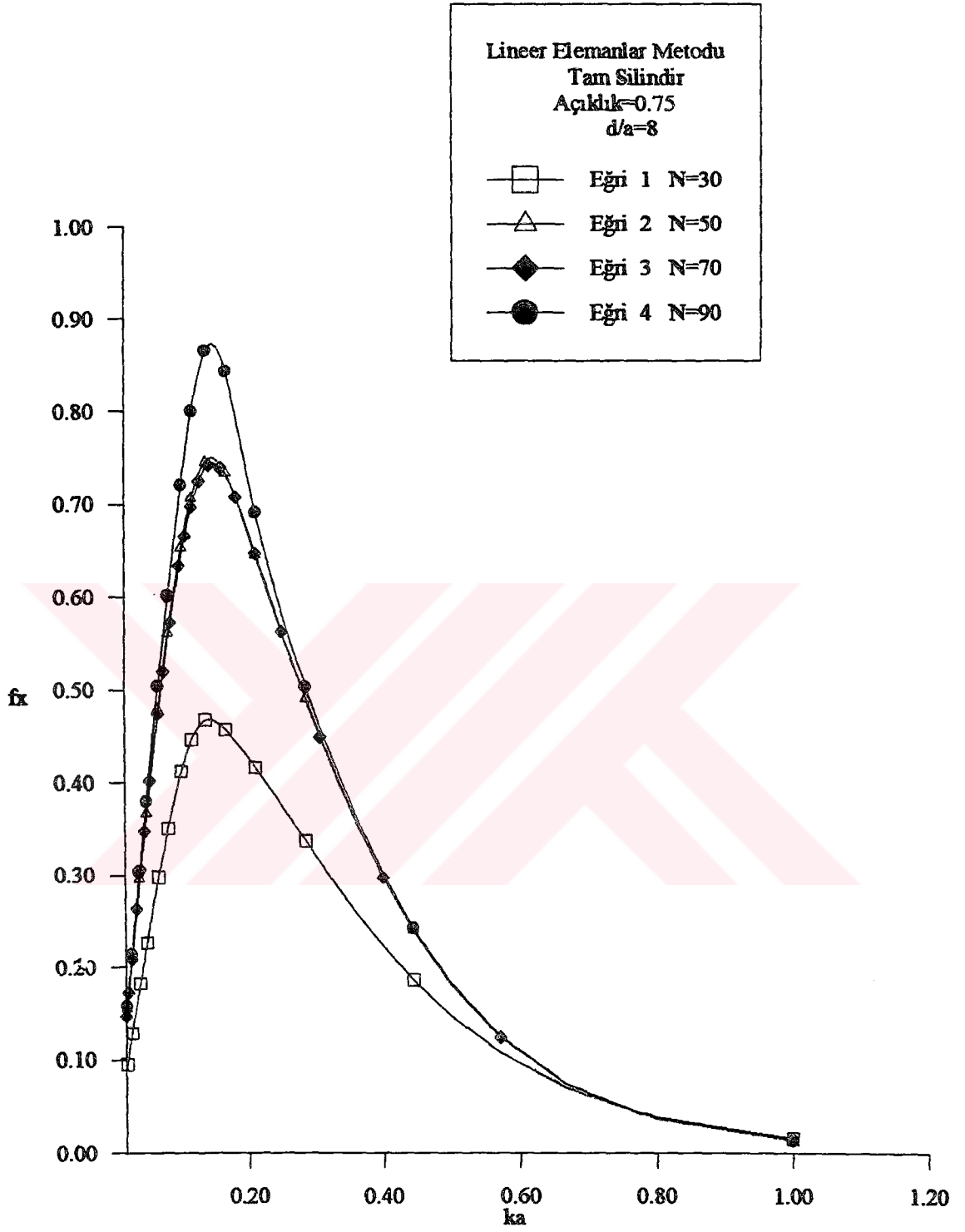
Şekil 4.33 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet.



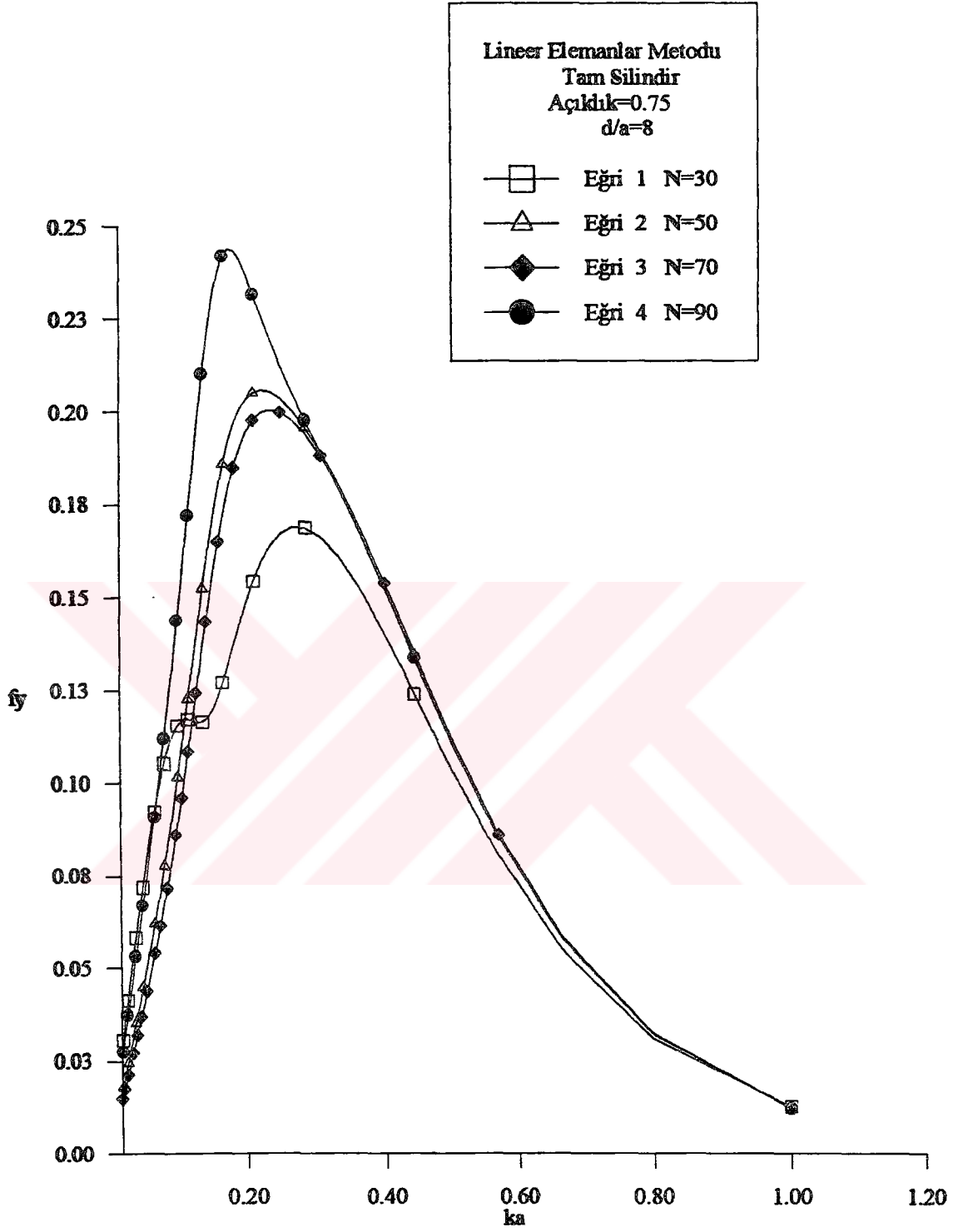
Şekil 4.34 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



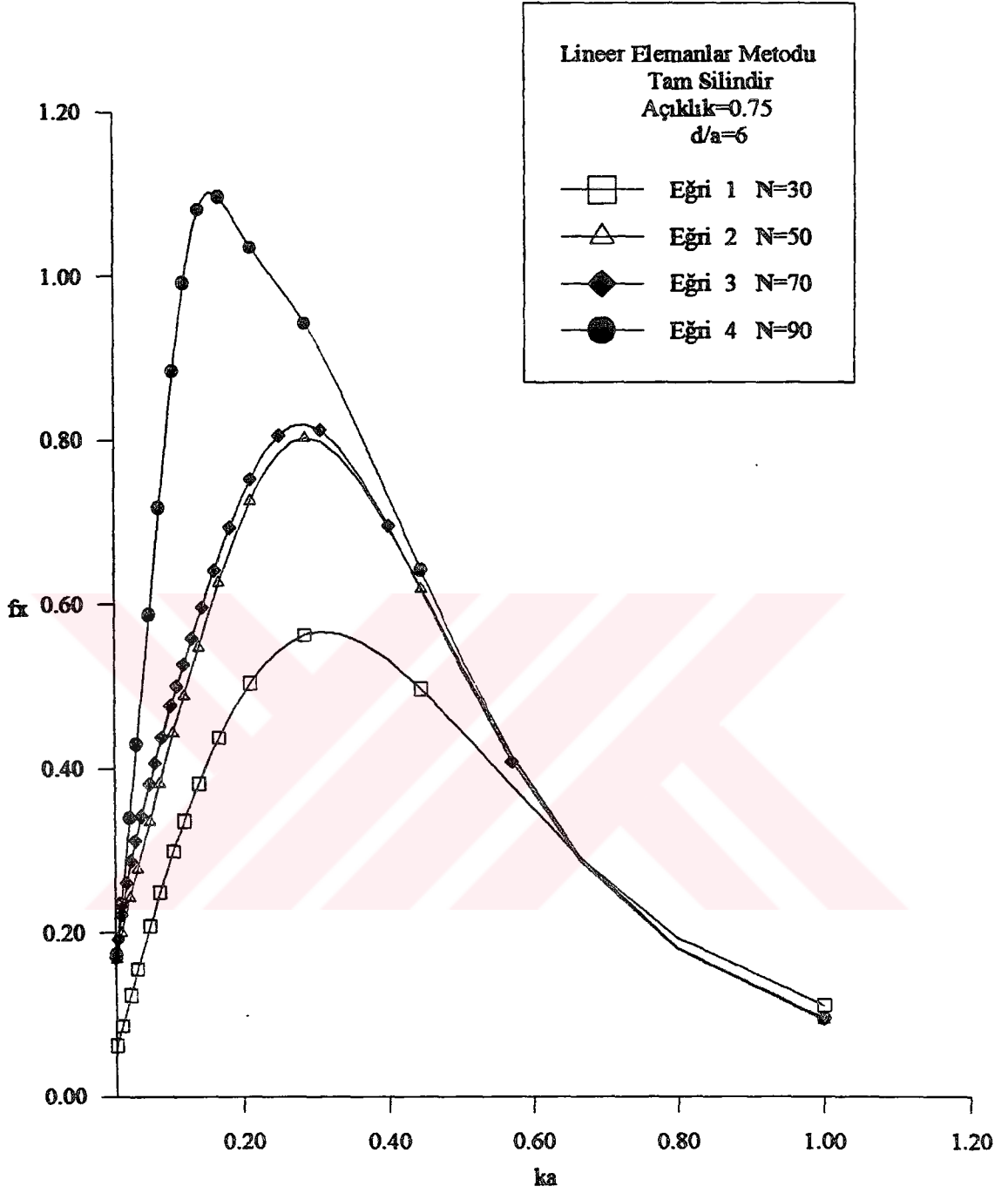
Şekil 4.35 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet.



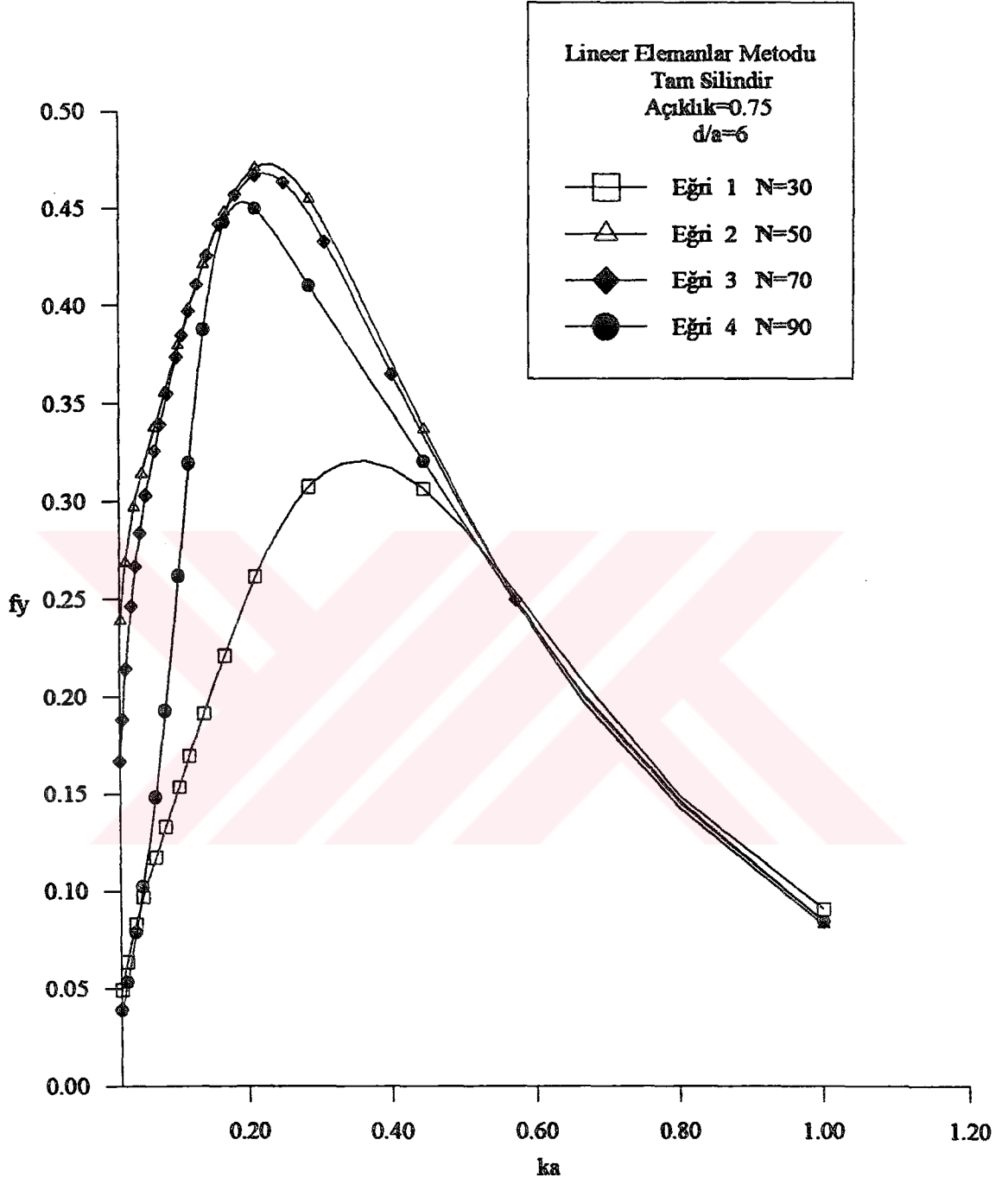
Şekil 4.36 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



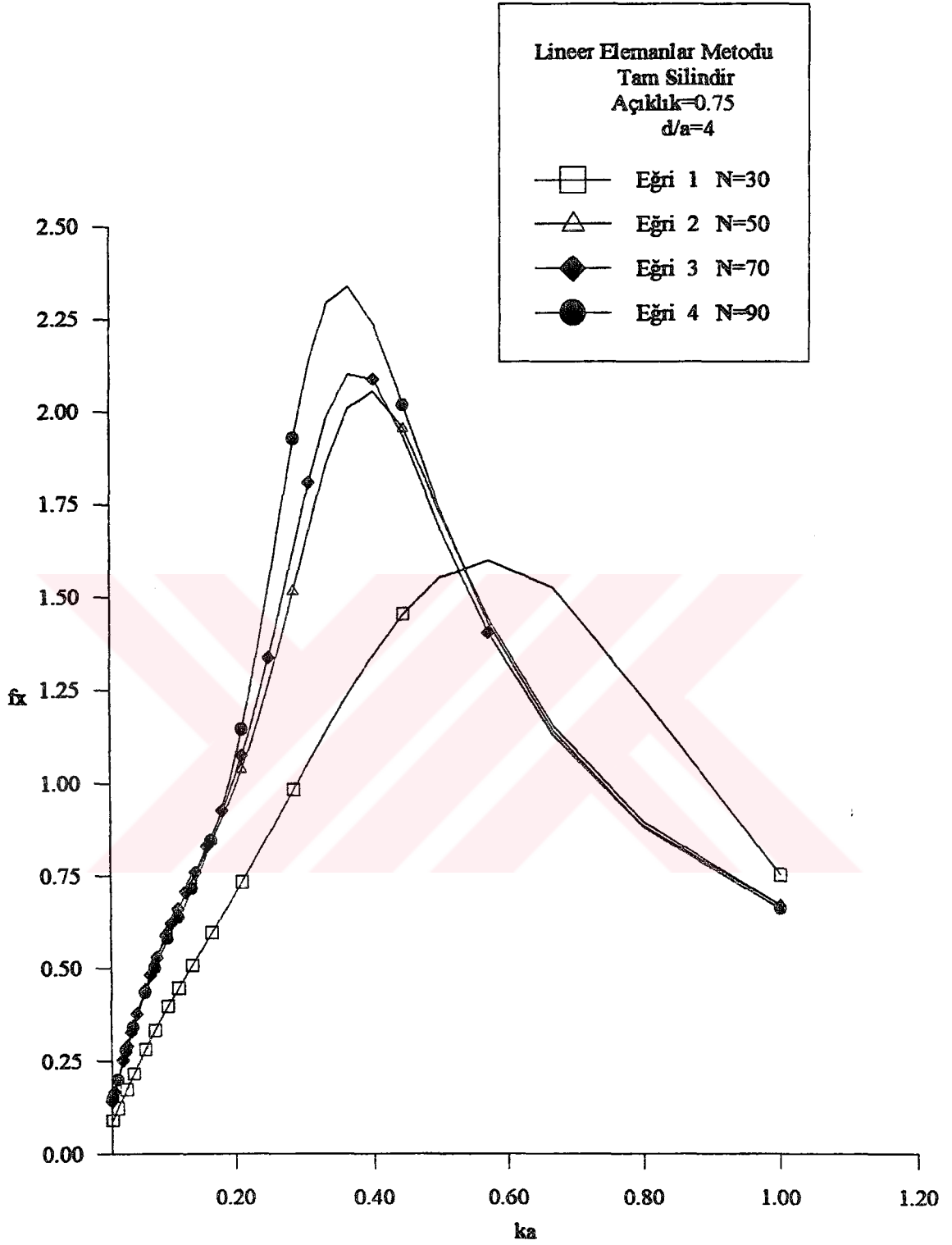
Şekil 4.37 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet.



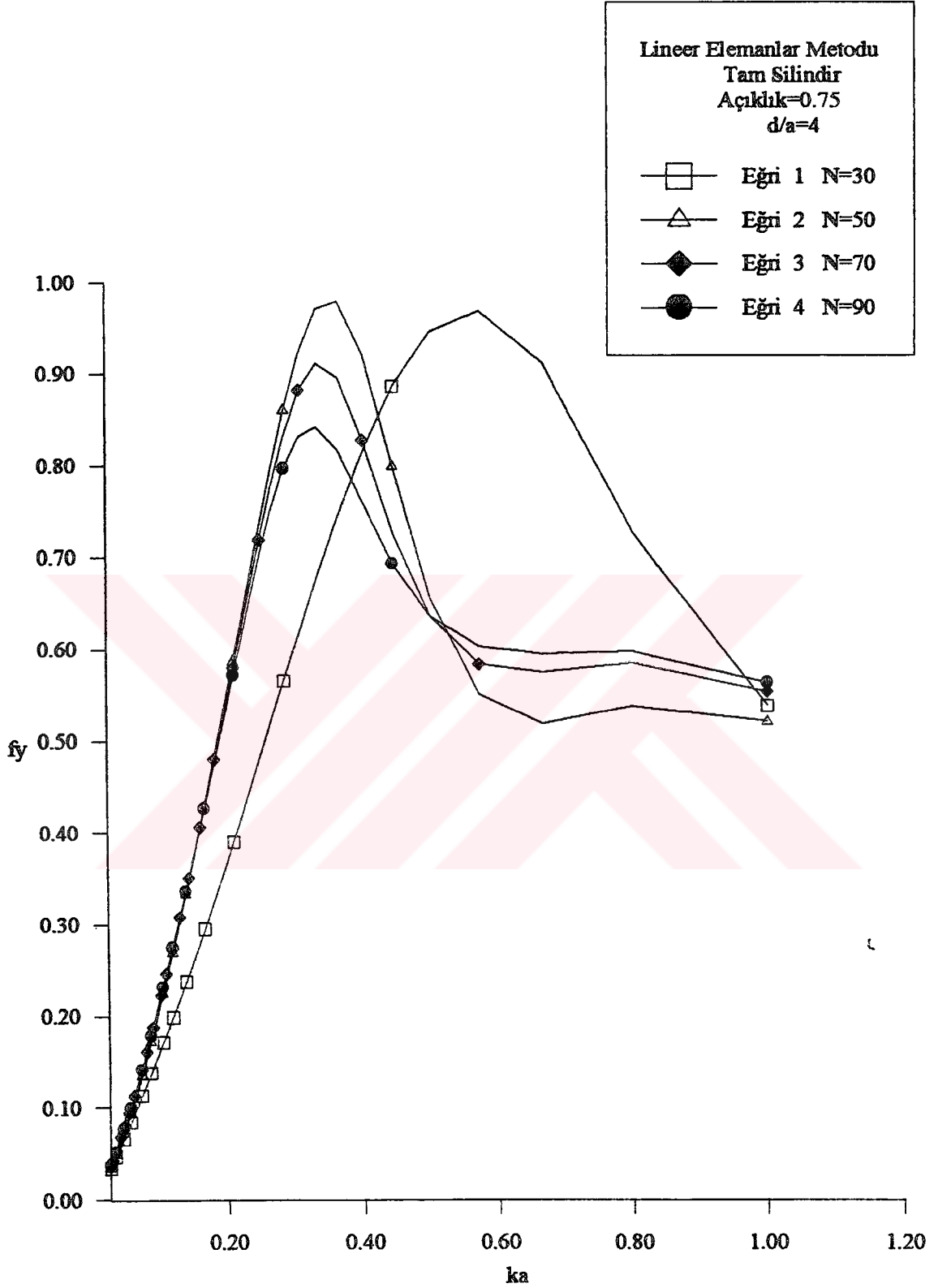
Şekil 4.38 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



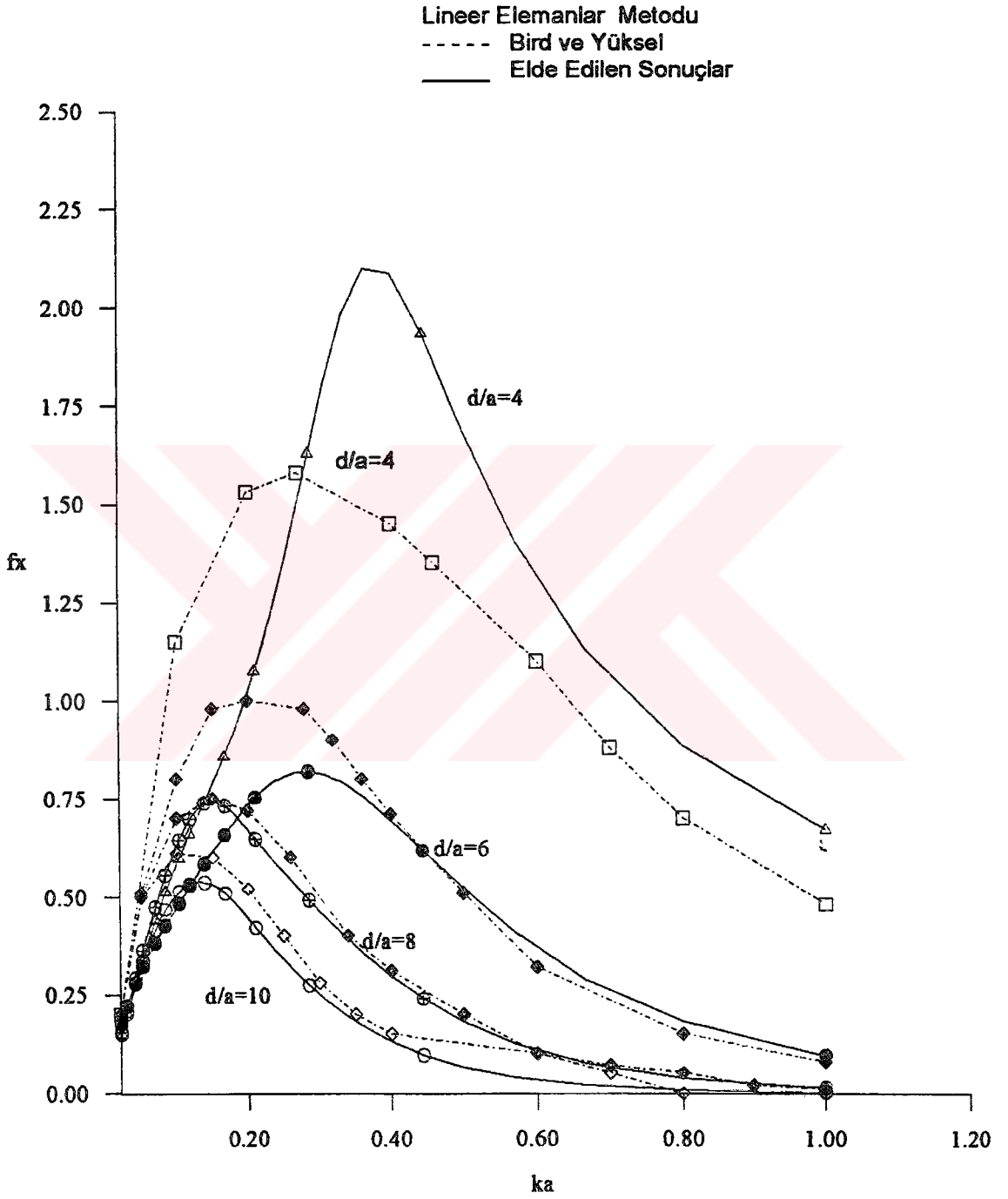
Şekil 4.39 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet.



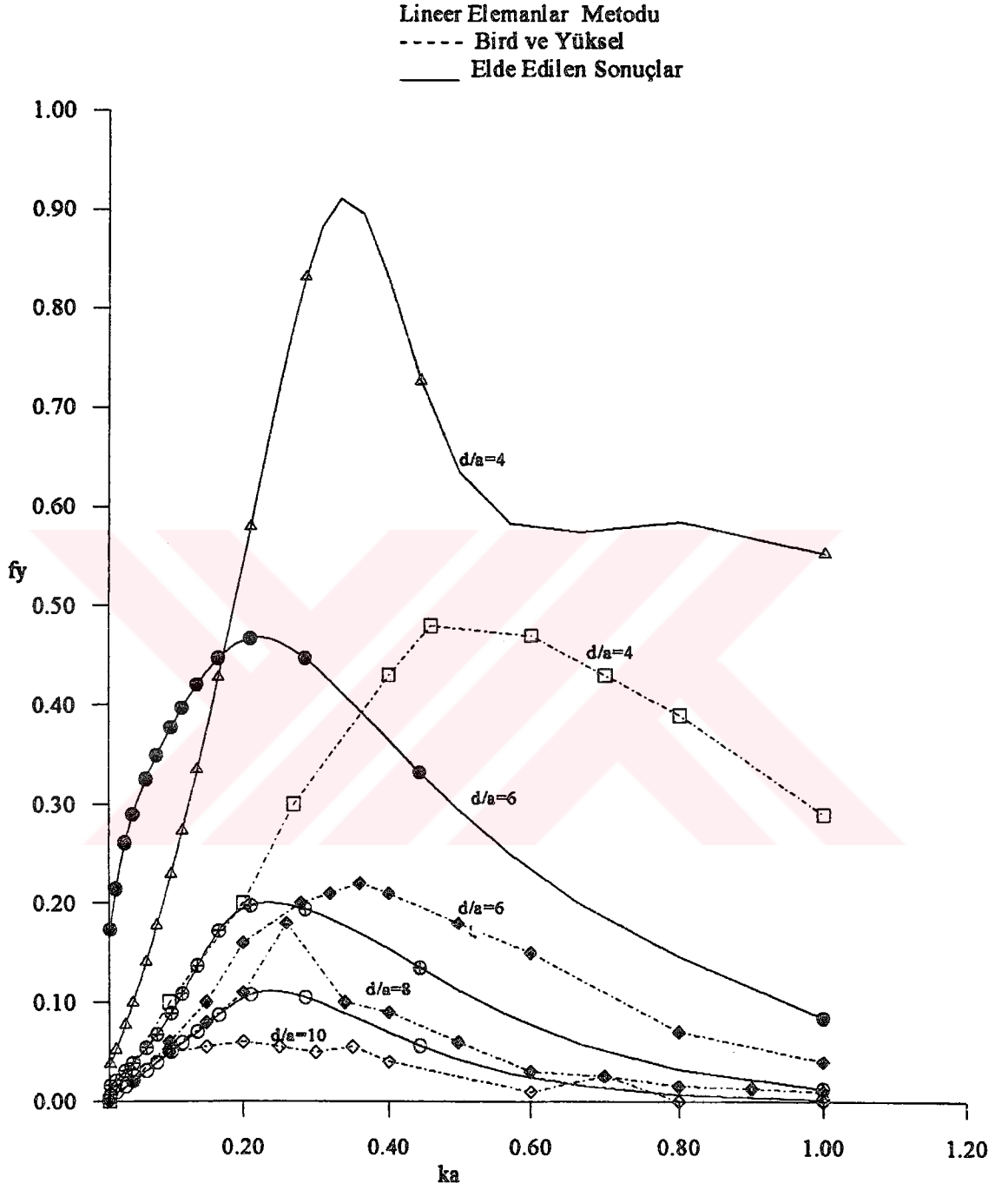
Şekil 4.40 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum yatay kuvvet.



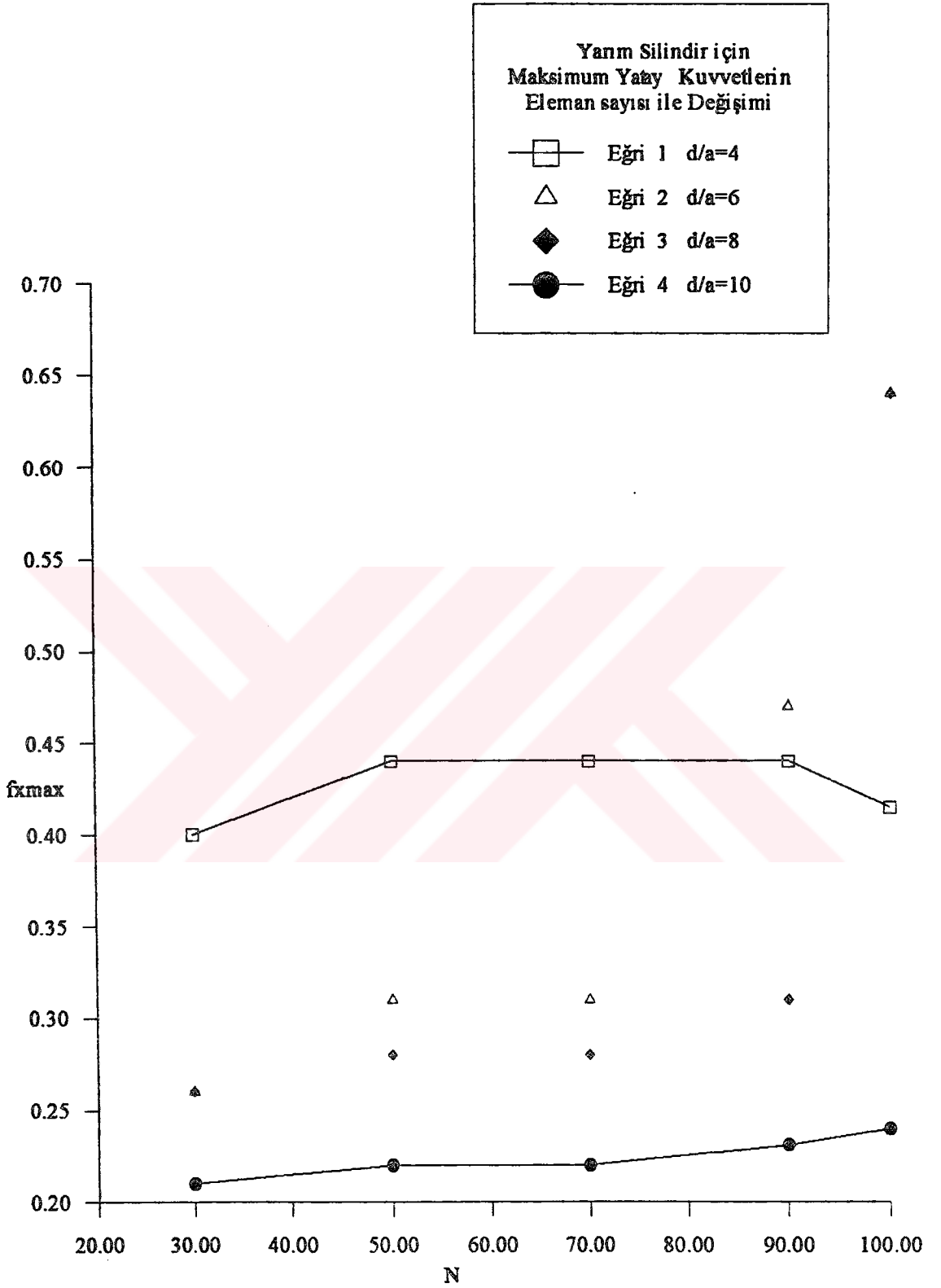
Şekil 4.41 Değişik eleman sayısı için boyutsuz maksimum düşey kuvvet.



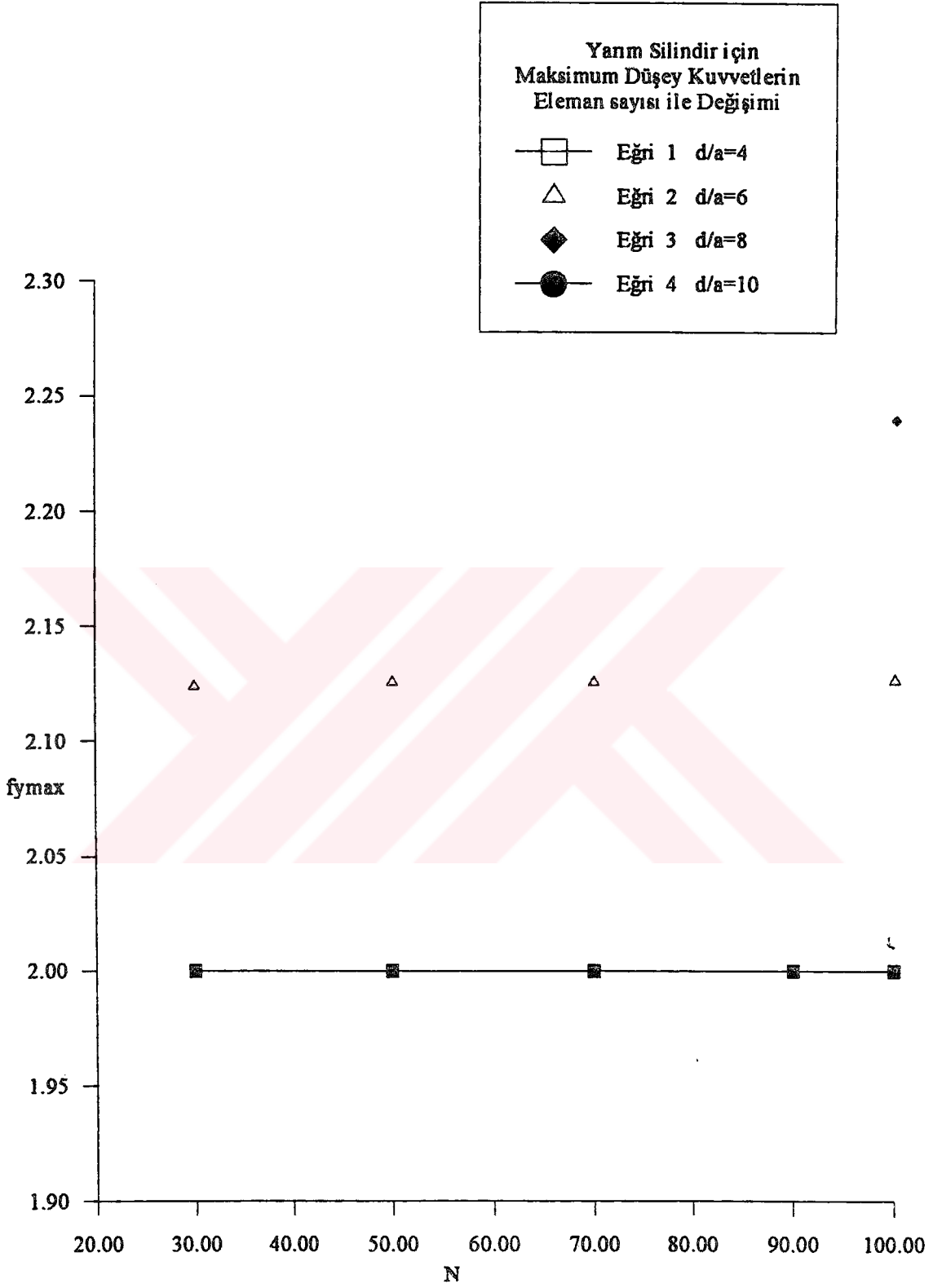
Şekil 4.42 Eleman sayısı 70 olması durumunda, yatay kuvvetlerin ile dalga numarası değişimi.



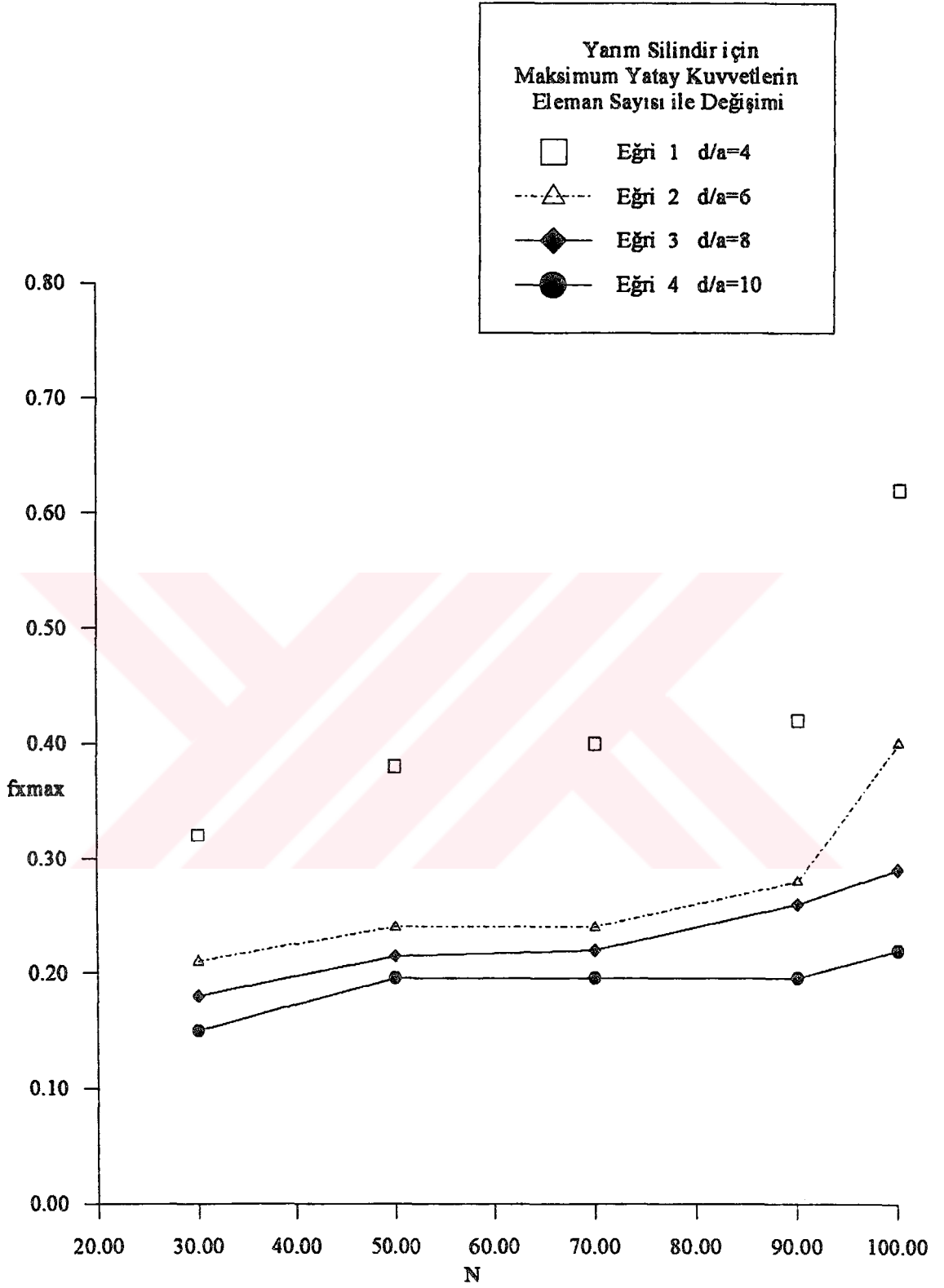
Şekil 4.43 Eleman sayısı 70 olması durumunda, düşey kuvvetlerin ile dalga numarası değişimi.



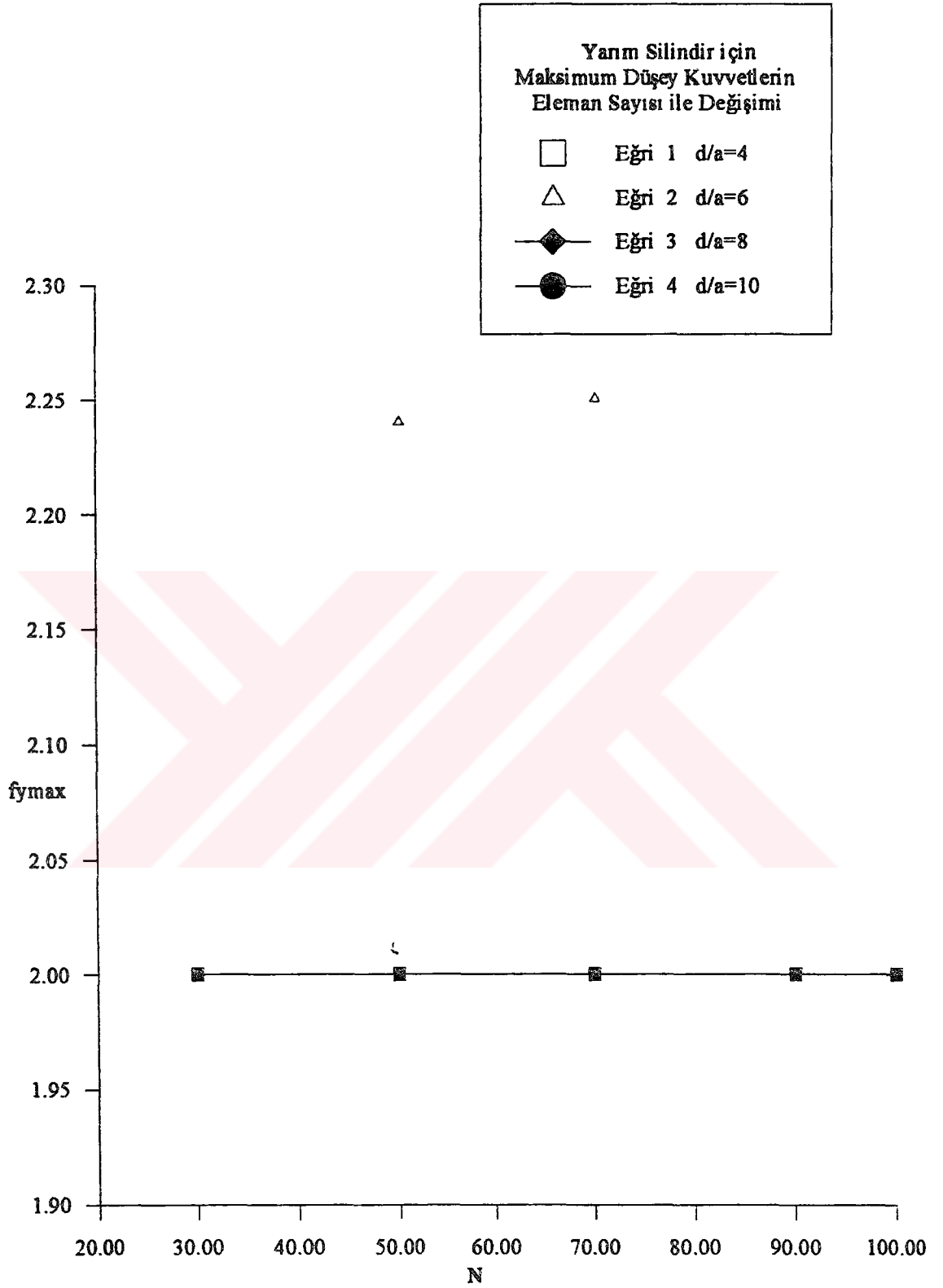
Şekil 4.44 Sabit elemanlar durumu için eleman sayısı ile yatay kuvvetlerin değişimi.



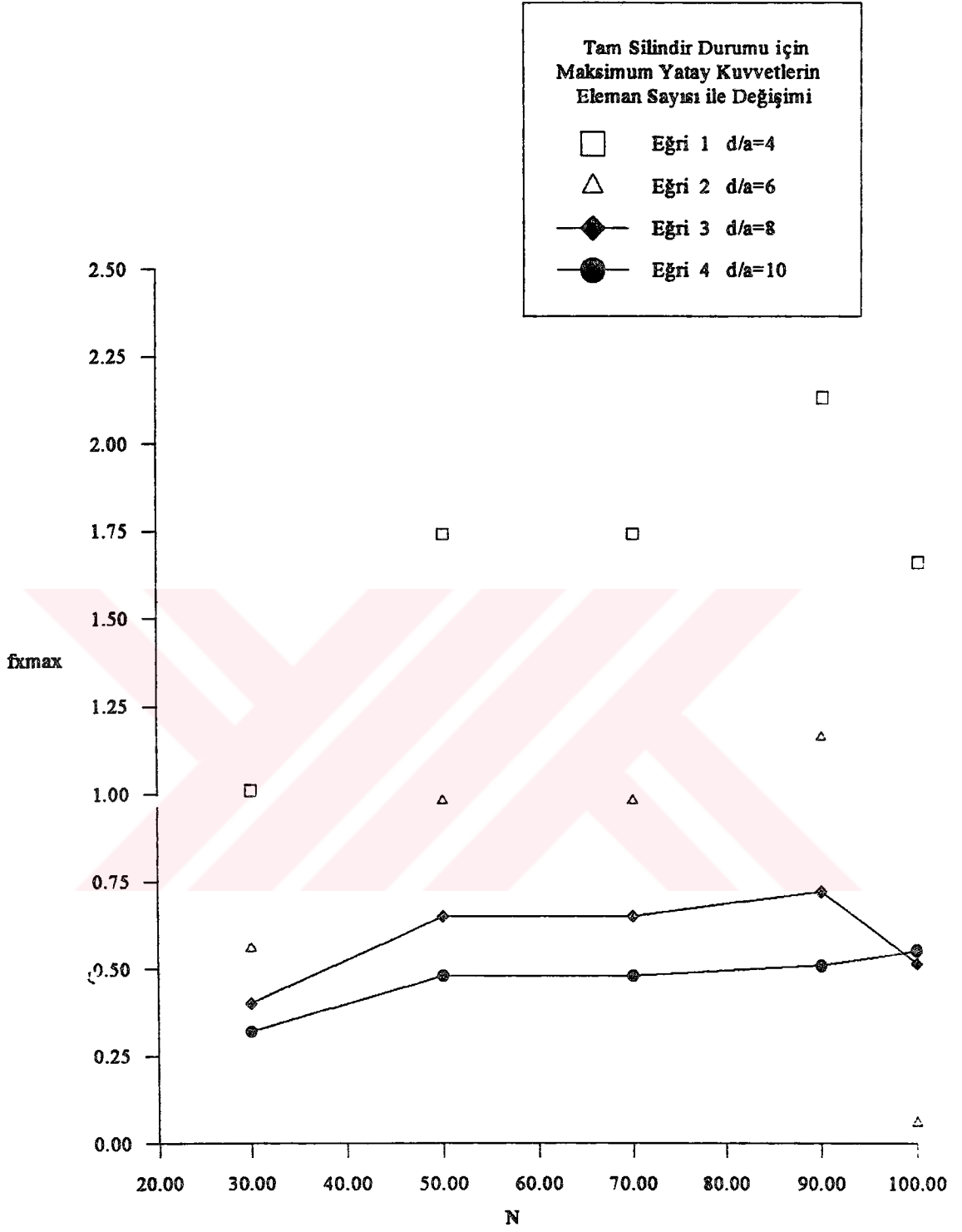
Şekil 4.45 Sabit elemanlar durumu için eleman sayısı ile düşey kuvvetlerin değişimi.



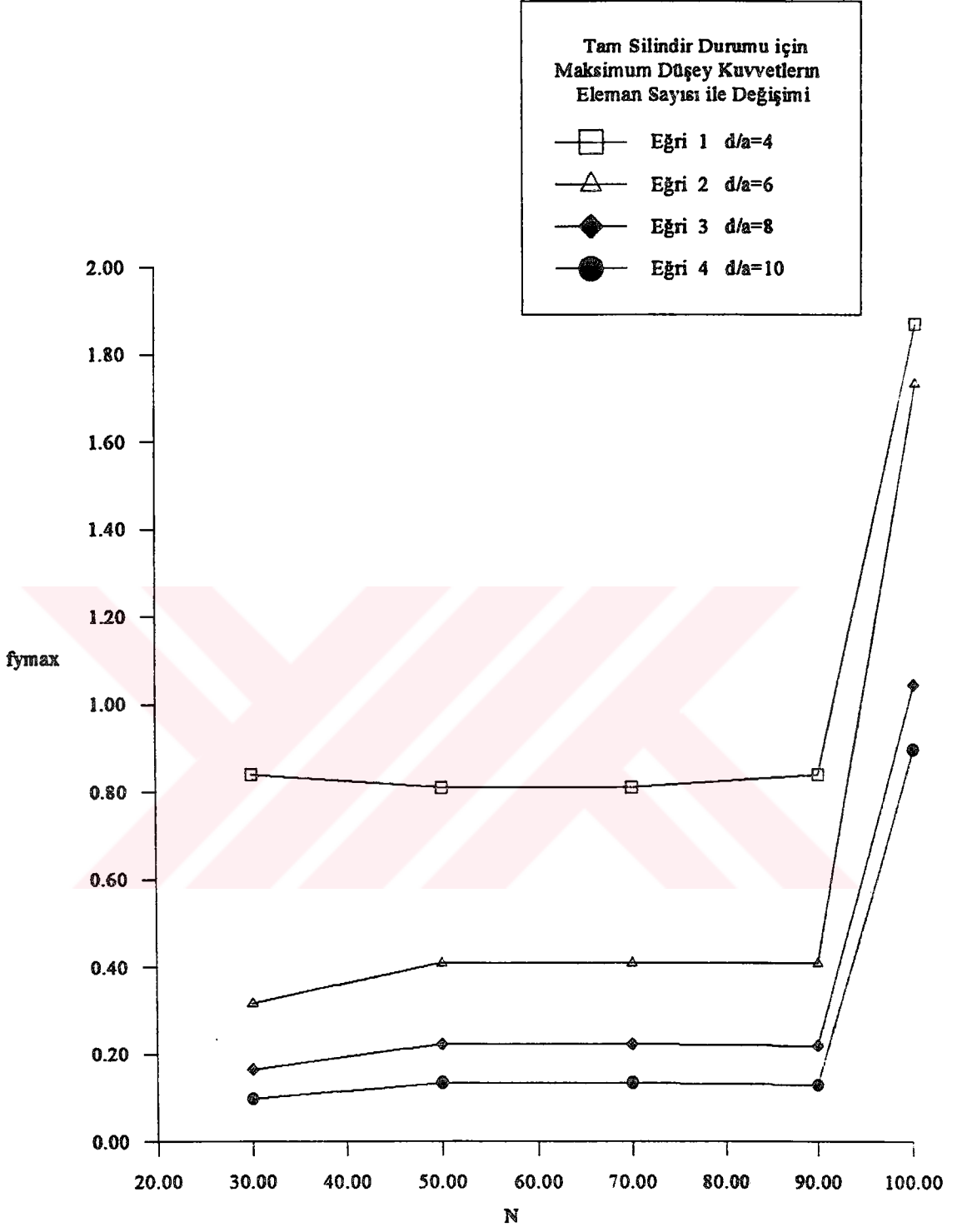
Şekil 4.46 Lineer elemanlar durumu için eleman sayısı ile yatay kuvvetlerin değişimi.



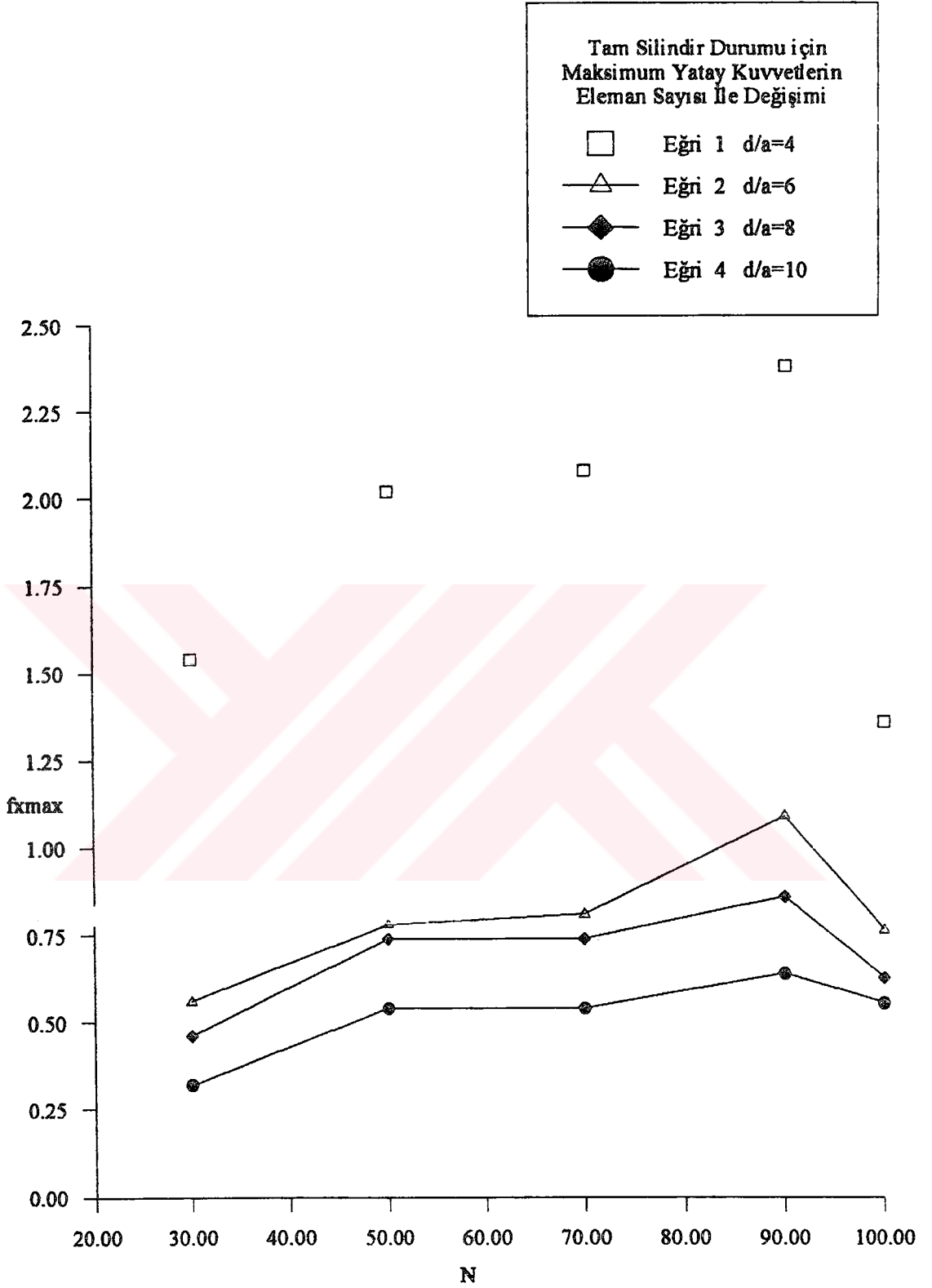
Şekil 4.47 Lineer elemanlar durumu için eleman sayısı ile düşey kuvvetlerin değişimi.



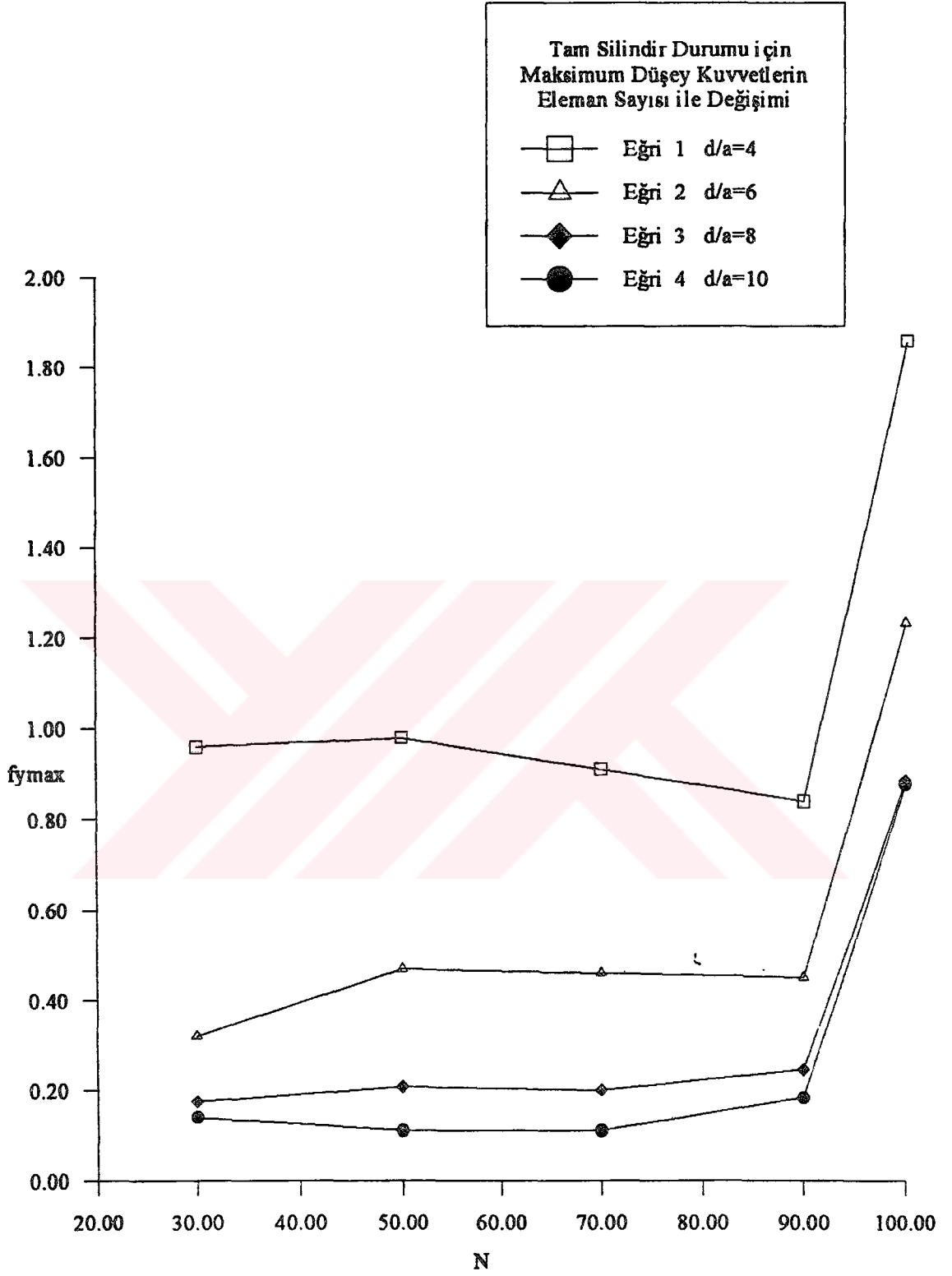
Şekil 4.48 Sabit elemanlar durumu için eleman sayısı ile yatay kuvvetlerin değişimi.



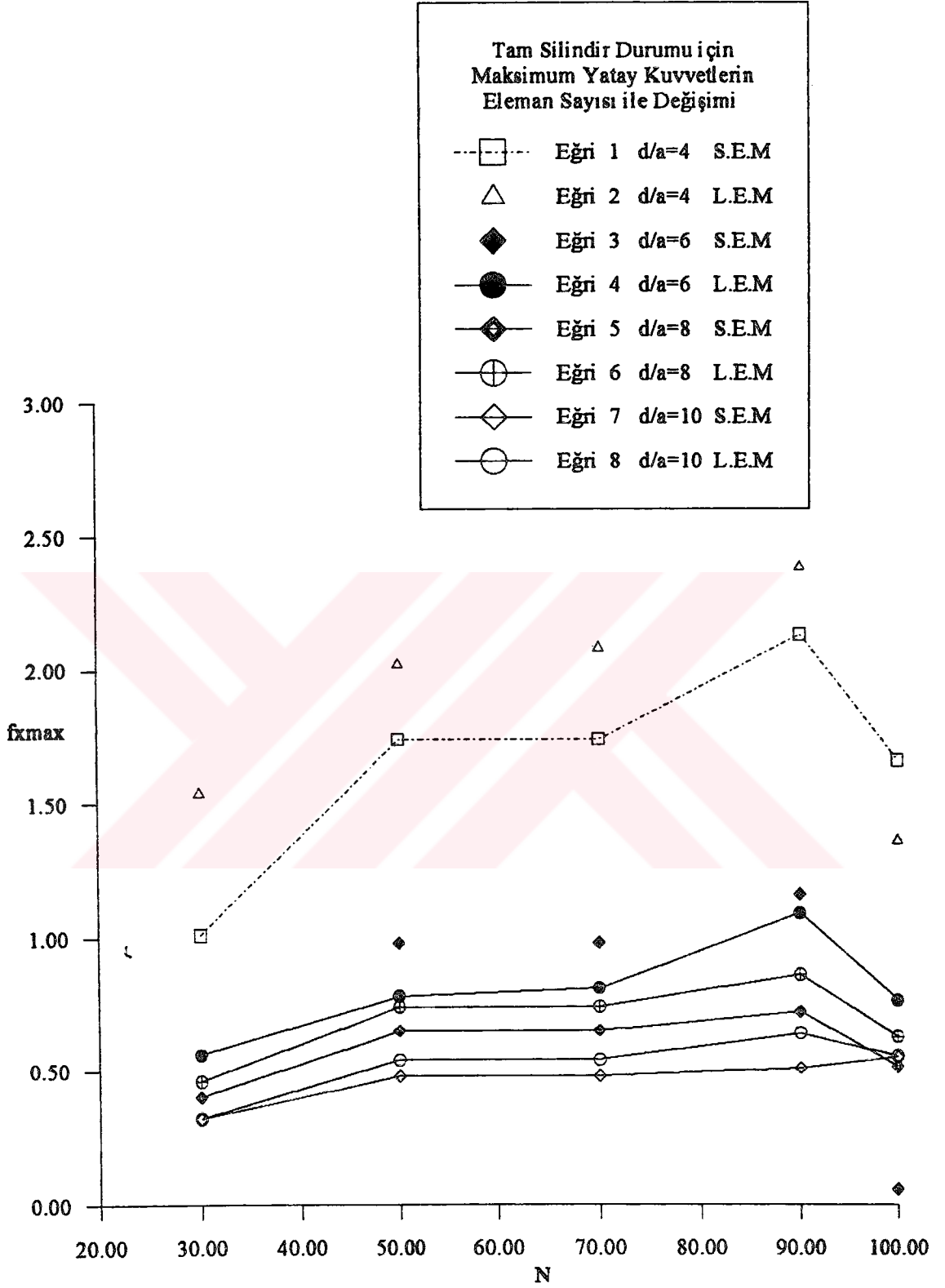
Şekil 4.49 Sabit elemanlar durumu için eleman sayısı ile düşey kuvvetlerin değişimi.



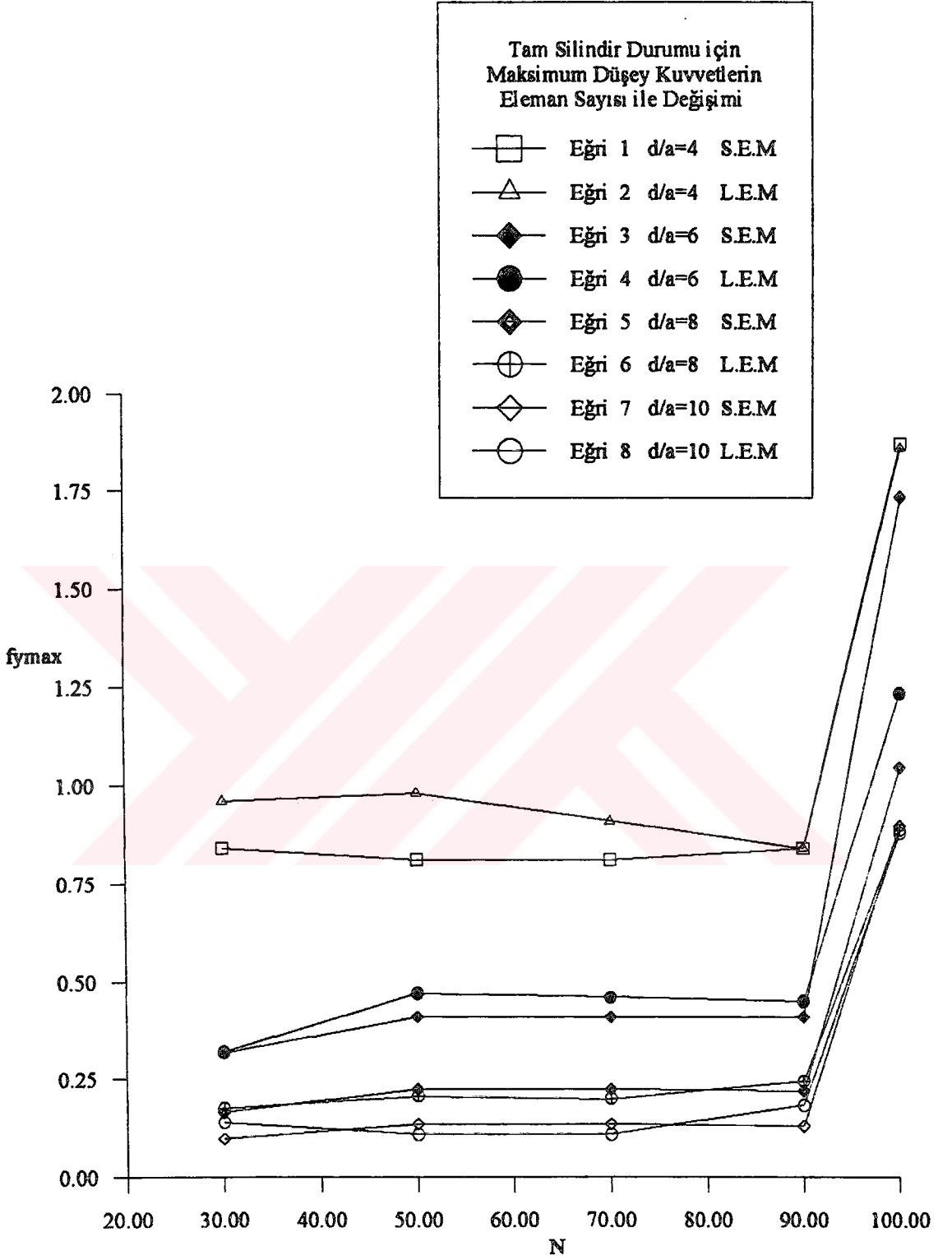
Şekil 4.50 Lineer elemanlar durumu için eleman sayısı ile yatay kuvvetlerin değişimi.



Şekil 4.51 Lineer elemanlar durumu için eleman sayısı ile düşey kuvvetlerin değişimi.



Şekil 4.52 Sabit ve lineer elemanlarında yatay kuvvetlerin eleman sayısı ile değişimi.



Şekil 4.53 Sabit ve lineer elemanlarında düşey kuvvetlerin eleman sayısı ile değişimi.

## V. BÖLÜM

### SONUÇ

Bu çalışmada, su altında, büyük hacimli yapılara (yarım silindir ve tam silindir şeklinde), etki eden dalga kuvvetleri, sınır elemanları metodu kullanarak FORTRAN dili ile yazılan program ile çözümlenmiş çalışılmıştır.

Dördüncü bölümde görüldüğü gibi, Bird (1982) ve Yüksel (1993), tarafından yapılan araştırmaların göz önüne alarak, elde edilen sonuçların büyük kısmını doğrulamaktadır.

Sabit elemanlar metodu ile lineer elemanlar metodu karşılaştırıldığında, sınır elemanları sayısı 30 ile 70 arasında kaldığı sürece, elde edilen yatay ve düşey kuvvetlerin değerleri daha önce yapılan çalışmalarla uyum sağlamaktadır, sınır elemanların sayısı 70 ile 100 arasında kaldığında sonuçların kabul edilebileceği ve sınır elemanların sayısı 100'den büyük değerler için sonuçlarda hatalar hızla artmaktadır. Bunun nedeni lineer olmayan, serbest yüzey etkileri, yani sığ su şartlarında lineer difraksiyon teorisinin doğru sonuçlar vermemesidir. Ayrıca iterasyonun fazlalığı bu hata miktarını artırmaktadır.

## KAYNAKLAR

1. Bai, K. J., "Diffusion of Oblique Waves by an Infinite Cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 68, Part 3, 1975, pp. 513-535.
2. Bai, K. J., and Yeung, R. W., "Numerical Solution to Free Surface Flow Problems," *Proceeding, Tenth Naval Hydrodynamics Symposium, M. I. T., Cambridge, Mass., June, 1974*, pp. 609-647.
3. Bai, K. J. (1977). The added mass of two dimensional cylinders heaving in water of finite depth, Part 1, *J. Fluid Mech.*, 81, 85-105.
4. Banerjee, P. K. (1976) 'Integral equation methods for analysis of piece-wise non-homogeneous three-dimensional elastic solids of arbitrary shape', *Int. J. Mech. Sci.*, 18, 293-303.
5. Banerjee, P. K.; Butterfield, R., "Boundary Element Methods In Engineering Science", McGraww Hill Book company (UK). (1981)
6. Black, J. L., "Wave Forces on Vertical Axisymmetric Bodies," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol., 67, 1975, p. 369.
7. Brebbia, C. A. ; Dominguez, J., "Boundary Elements Methods Versus Finite Elements", *Proc. Int. Conference on Applied Numerical Modelling, Southampton University.* (1978)
8. Brebbia, C. A., "The Boundary Element Method for Engineers", Pentech Press, London, Halstea Press, N. Y. (1978)
9. Brebbia, C. A., "The Boundary Element Technique in Engineering", Newer-Butterworths, London. (1980)
10. Butterfield, R., and Banerjee, P. K. (1971) 'The problem of pile-cap pile-group interaction', *Geotechnique*, 21(2), 135-142.
11. Chakrabarti, S. K. "Nonlinear Wave Forces on Vertical Cylinder," *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 98, No. HY11, Proc. Paper 9333, Nov., 1972, pp. 1895-1909.
12. Chakrabarti, S. K. "Second-Order Wave Force on Large Vertical Cylinder," *Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE*, Vol. 101, No. WW3, Proc. Paper 11476, Aug., 1975, pp. 311-317.

13. Chakrabarti, S. K. and Naftzger, R. A. 1974. Non-Linear wave forces on half-cylinder and hemisphere. *J. Watways Harbors Coastal Engng. Div., Am. Soc. Chem. Engrs* 100. 189-204.
14. Chakrabarti, S. K. discussion of "Nonlinear Wave Forces on Large offshore Structures," by M. de St. Q. Isaacson, *Journal of the Waterway, Part, Coastal and Ocean Division, ASCE*, Vol. 103, No. WW4, Proc. Paper 13312, Nov., 1977, pp. 568-570.
15. Chakrabarti, S. K., and Naftzger, R. A., "Nonlinear Wave Forces on Half Cylinder and Hemisphere," *Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE*, Vol. 100, No. WW3, Proc. Paper 10710, Aug., 1974, pp. 198-204.
16. Chakrabarti, S. K., discussion of "Forces due to Nonlinear Waves on Vertical Cylinder," by H. Raman and P. Venkatanarasaiah, *Journal of the Waterway, Part, Coastal and Ocean Division, ASCE*, Vol. 103, No. WW3, Proc. Paper 13097, Aug., 1977, pp. 404-406.
17. Chen, H. S., and Mei, C. C., "Oscillations and Wave Forces in a Man-Made Harbor in the Open Sea," Presented at the Tenth Naval Hydrodynamics Symposium, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., June, 1974.
18. Cruse, T. A. (1969) 'Numerical solutions in three-dimensional elastostatics', *Int. J. Solids and Structs*, 5, 1259-1274.
19. Cruse, T. A. (1972) 'Application of the boundary integral equation method in solid mechanics', in H. Tottenham and C. Brebbia (eds), *Proc. Int. Conf. Southampton Univ.*, Vol. 2.
20. Cruse, T. A. (1974) 'An improved boundary integral equation method for three-dimensional stress analysis', *Computers and Structs*, 4, 741-757.
21. Cruse, T. A., and Rizzo, F. J. (1968) 'A direct formulation and numerical solution of the general transient elasto-dynamic problem', *J. Math. Anal. Appl.*, 22, 244-259.
22. Eatock Taylor, R. & Waite, J. B. (1978). The dynamics of offshore structures evaluated by boundary element techniques, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 13, 73-92.
23. Fenton, J. D. (1978). Wave forces on vertical axisymmetric bodies, *J. Fluid Mech.*, Part 2, 85, 241-55.

24. Garrison, C. J. and Chow, P. Y., "wave Forces on Submerged Bodies", Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division Journal, ASCE, Vol. 98, No. WW3, August, 1972.
25. Garrison, C. J. and Rao, V. S., "Interaction of waves with Submerged Objects", Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division Journal, ASCE, Vol. 97, No. WW2, Proc. Paper 8111, May, 1971, pp. 259-278.
26. Garrison, C. J. and Roa, S. V., "Interaction of waves with Submerged Objects", Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division Journal, ASCE, Vol. 97, No. WW2, Proc Paper 8111, May, 1971, pp. 259-277.
27. Garrison, C. J. and Roa, V. S., "Interaction of waves with Submerged Objects", Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division Journal, ASCE, Vol. 97, No. WWZ, May, 1971.
28. Garrison, C. J. & Chow, P. Y. (1972). Wave forces on submerged bodies, Proc. ASCE, J. Waterways Harbors Div., 98, 375-92.
29. Garrison, C. J., and Chow, P. Y., "Wave Forces on Submerged Bodies," Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE, Vol. 98, No. WW3, Proc. Paper 9098, Aug., 1972, pp. 375-392.
30. Garrison, C. J., and Chow, P. Y., "Wave Forces on Submerged Bodies," Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE, Vol. 98, No. WW2, Proc. Paper 9098, Aug., 1972, pp. 375-392
31. Garrison, C. J., and Snider, R. H., "Wave Forces on Large Submerged Tanks," Sea Grant Publication No. 210, COE Report No. 117, Texas A&M University, College Station, Tex., Jan., 1970.
32. Garrison, C. J., discussion of "Nonlinear Wave Forces on Vertical Cylinder," by S. K. Chakrabarti, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 99, No. HY1, Proc. Paper 9823, July, 1973, pp. 1196-1198.
33. Hearn, G. E. (1977). Alternative methods of evaluation Green's function in three dimensional ship wave problems, J. Ship. Res., 21, 89-93.
34. Hess, J. L., and Smith, A. M. O. (1964) 'Calculations nonlifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies', J. Ship Res., 8(2), 22-44

35. Hogben, N. & Standing, R. G. (1975). Wave loads on large bodies. In: Int. Symp. Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, University College London Eds R. E. D. Bishop and W. G. Price, Institution of Mechanical Engineers, London, 258-77.
36. Isaacson, M. de St. Q., "Shallow Wave Diffraction Around Large Cylinder," Journal of the Waterways, Part, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol. 103, No. WW1, Proc. Paper 12756, Feb., 1977, pp. 69-82.
37. Isaacson, M. de St. Q., closure to "Nonlinear Wave Forces on Large offshore Structures," Journal of the Waterway, Part, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol. 104, No. WW4, Proc. Paper 14122, Nov., 1978, pp. 457-459.
38. Isaacson, M. de St. Q., discussion of "Forces due to Nonlinear Waves on Vertical Cylinders," by H. Raman and P. Venkatanarasaiah, Journal of the Waterway, Part, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol. 103, No. WW2, Proc. Paper 12900, May., 1977, pp. 299-300.
39. Jaswon, M. A. (1963) 'Integral equation methods in potential theory-r, Proc. Roy. Soc., 273.,(A), 23-32.
40. Jaswon, M. A. and Ponter, A. R. (1963) 'An integral equation method for a torison problem', Proc. Roy. Soc., 273., 273-246.
41. Jaswon, M. A., and Symm, G. T. (1977) Integral Equation Methods in Potential Theory and Elastostatics, Academic Press, London.
42. Keyder, E. "Basit Boru Bağlantıları Hesap Yöntemi", Türkiye Mühendislik Haberleri, 319, S. 11, 13, Şubat 1986.
43. Lachat, J. C. (1975) 'Further developments of the boundary integral techniques for elasto-statics', Ph. D. thesis, Southampton University.
44. MacCamy, R. C., and Fuchs, R. A., "Wave Forces on Piles: A Diffraction Theory," Technical Memorandum No. 69, Beach Erosion Board, Dec., 1954.
45. Massonnet, C. E. (1965) 'Numerical use of integral procedures', in O. C. Zienkiewicz and G. S. Holister (eds), Stress Analysis, Chap, 10, Wiley, London.
46. Mikhlin. S. G. (1957) Integral Equation, Pergamon Press, Oxford.
47. Mikhlin. S. G. (1965) Approximate Solution of Differential and Integral Equations, Pergamon Press, Oxford.

48. Mikhlin. S. G.(1965) *Multidimensional Singular Integrals and Integral Equations*, Pergamon Press, Oxford.
49. Milgram, J. H., and Halkyard, J. E., "Wave Forces on Large Objects in the Sea," *Journal of Ship Research*, June, 1971, pp. 115-124.
50. Molin, B. (1979), "Second-order diffraction Loads on three-dimensional bodies," *Appl. Ocean Res.*, 1(4), 197-202.
51. Molin, B., and Marion, A. (1986). "Second-order Loads and motions for floating bodies in regular waves." *Proc., 5th Intl. OMAE Symp.*, Tokyo, Japan, 353-360.
52. MONACELLA, V. J. (1966). The disturbance due to a slender ship oscillating in a fluid of finite depth, *J. Ship. Res.*, 10, 242-52.
53. Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W., and Schaaf, S. A., "The Force Exerted by Surface Waves on Piles," *Transactions of American Institute of Mining and Metallurgical Engineers*, Vol. 189, 1950, pp. 149-154.
54. Newman, J. N. (1962). The exciting forces on fixed bodies in waves, *J. Ship Res.*, 11, 51-60.
55. Newman, J. N., "Diffraction of Water Waves," *Applied Mechanics Reviews*, 1971, pp. 1-7.
56. Newman, J. N., *Marine Hydrodynamics*, The MIT Press, Cambridge, Mass., 1977.
57. Ogilvie, J. F., "First and Second Order Forces on a Cylinder Submerged Under a Free Surface", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 16, Part 3, pp. 451-472, July 1963.
58. Ogilvie, T. F., "First and Second-Order Forces on a Cylinder Submerged Under a Free Surface," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 16, 1963, pp. 451-472.
59. Oliviera, E. R. A. (1968) 'Plane stress analysis by a general integral method', *J. ASCE, Engng Mech. Div.*, February, 79-85.
60. Raman, H., and Venkatanarasaiah, P., "Forces due to Nonlinear Waves on Vertical Cylinders," *Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE*, Vol. 102, No. WW3, Proc. Paper 12326, Aug., 1976, pp. 301-316.
61. Rim, K., and Henry, A. S. (1967) 'An integral equation method in plane elasticity', *Nasa Report No. CR-779-1967*.

62. Sarpkaya, T., "Vortex Shedding and Resistance in Harmonic Flow about Smooth and Rough Circular Cylinders at High Reynolds Numbers," Technical Report NBS, 59L76021, Naval Postgraduate School, Monterey, Calif., Feb., 1976.
63. Shank, G. E., and Herbich, J. B., "Forces due to Waves on Submerged Structures," Texas A&M University Report SG-70-212, Coastal and Ocean Engineering Report No. 123, College Station, Tex., May, 1970, 121 pp.
64. Shaw, R. P. and Friedman, M. B. (1962) 'Diffraction of a plane shock wave by a free cylindrical obstacle at a free surface', Fourth U. S. Nav. Congr. of Appl. Mech., PP. 371-379.
65. Tomlin, G. R., and Butterfield, R. (1974) 'Elastic analysis of zoned orthotropic continua', Proc. ASCE, Engng Mech. Div., EM3, 511-529.
66. Tsuchiya, Y., and Yamaguchi, M., "Total Wave Force on Vertical Circular Cylindrical Pile," Proceedings of the Fourteenth Coastal Engineering Conference, Copenhagen, Denmark, June, 1974, pp. 1789-1807.
67. Wehausen, J. V., and Laitone, E. V., "Surface Waves," Handbuch der Physik, S. Flugg, ed., Vol. IX, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1960, pp. 446-778.
68. Wiegel, R. L., Beebe, K. E., and Moon, J., "Ocean Wave Forces on Circular Cylindrical Piles," Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 83, No. HY2. Proc. Paper 1199, Apr. 1957, pp. 1199.
69. Yamaguchi, M., and Tsuchiya, Y., "Nonlinear Effect of Waves on Wave Pressure and Wave Force on a Large Cylindrical Pile" (in Japanese), Proceedings of the Civil Engineering Society in Japan, No. 229, Sept., 1974, pp. 41-53.
70. Yamamoto, T., Nath, J. H., and Sloota, L. S., "Wave Forces on Cylinders Near Plane Boundary," Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE, Vol. 100, No. WW4, Proc. Paper 10944, Nov., 1974, pp. 345-359.

## EK A

## NÜMERİK İNTEGRASYON

Genellikle özel problemlerin çözümlerinde nümerik integrasyon olarak Gauss integrasyon formülleri kullanılır. Üçüncü ve dördüncü bölümlerde, potansiyel denklemini çözümlerinde Gauss integrasyon formülleri kullanılmıştır.

## TEK BOYUTLU STANDART GAUSS İNTEGRASYONU

integralin aşağıdaki şekilde yazıldığı durumda;

$$I = \int_{-1}^{+1} f(\zeta) d\zeta = \sum_{i=1}^n W_i f(\zeta_i) + E_n \quad (\text{A.1})$$

$n$ , integrasyon noktaları numaralarını  $\zeta_i$  integrasyon noktasının koordinatlarını  $W_i$ , ağırlık faktörünü ve  $E_n$ , hatayı tanımlar. Berbbia (1978),  $E_n$ ;

$$E_n = \frac{2^{2n+1} (n!)^4}{(2n+1) [(2n!)]^3} = \frac{d^{2n} f(\zeta)}{d\zeta^{2n}} \quad -1 < \zeta < 1 \quad (\text{A.2})$$

şeklinde tanımlanır.  $f(\zeta)$ , Legendre polinomlarıdır.  $W_i$  ;

$$W_i = \frac{2}{(1-\zeta^2)} \left[ \frac{dp_n(\zeta)}{d\zeta} \right]_{\zeta=\zeta_i}^2 \quad (\text{A.3})$$

olur.  $\zeta_i$  ve  $W_i$  değerleri için aşağıdaki tablo A.1 verilmiştir.

Tablo A.1. Standart Gauss yönteminin integrasyonu için  $\zeta_i$  ve  $W_i$  değerleri

| $\pm\zeta_i$     | $W_i$          | $\pm\zeta_i$    | $W_i$            |
|------------------|----------------|-----------------|------------------|
|                  |                |                 | n=8              |
|                  | n=2            | 0.1834346424956 | 0.36268378337836 |
| 0.57735026918963 | 1.000000000000 | 0.5255324099163 | 0.31370664587789 |
|                  |                | 0.7966664774136 | 0.22238103445338 |
|                  | n=3            | 0.9602898564975 | 0.10122853629038 |
| 0.00000000000000 | 0.888888888888 |                 |                  |
| 0.77459666924149 | 0.555555555555 |                 | n=9              |
|                  |                | 0.000000000000  | 0.33023935500126 |
|                  | n=4            | 0.3242534234038 | 0.31234707704000 |
| 0.33998104358486 | 0.652145154862 | 0.6133714327005 | 0.26061069640293 |
| 0.86113631159405 | 0.347854845137 | 0.8360311073266 | 0.18064816069486 |
|                  |                | 0.9681602395076 | 0.08127438836157 |
|                  | n=5            |                 |                  |
| 0.00000000000000 | 0.568888888888 |                 | n=10             |
| 0.53846931010568 | 0.478628670499 | 0.1488743389816 | 0.29552422471475 |
| 0.90617984593866 | 0.236926885056 | 0.4333953941292 | 0.26926671931000 |
|                  |                | 0.6794095682990 | 0.21908636251598 |
|                  | n=6            | 0.8650633666889 | 0.14945134915058 |
| 0.23861918608320 | 0.467913934572 | 0.9739065285171 | 0.06667134430869 |
| 0.66120938646626 | 0.360761573048 |                 |                  |
| 0.93246951420315 | 0.171324492379 |                 | n=12             |
|                  |                | 0.1252334085114 | 0.24914704581340 |
|                  | n=7            | 0.3678314989981 | 0.23349253653836 |
| 0.00000000000000 | 0.417959183673 | 0.5873179542866 | 0.20316742672307 |
| 0.40584515137740 | 0.381830050505 | 0.7699026419430 | 0.16007832854335 |
| 0.74153118559940 | 0.279705391489 | 0.9041172563704 | 0.10693932599532 |
| 0.94910791234276 | 0.129484966188 | 0.9815606342467 | 0.04717533638651 |

## TEK BOYUTLU LOGARİTMİK GAUSS İNTEGRASYONU

Sistem Logaritmik bir tekillik içeriyorsa;

$$I = \int_0^1 \ln\left(\frac{1}{\zeta}\right) f(\zeta) d\zeta = \sum_{i=1}^n W_i f(\zeta_i) \quad (\text{A.4})$$

formülü kullanılır.  $\zeta_i$  integrasyon noktası koordinatı  $W_i$ , ağırlık faktörüdür ve tablo A.2'de verilmiştir.

Tablo A.2 Logaritmik Gauss yönteminin integrasyonu için  $\zeta_i$  ve  $W_i$  değerleri

| n | $\zeta_i$      | $W_i$          | n              | $\zeta_i$      | $W_i$          |                |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 2 | 0.11200880     | 0.71853931     | 8              | 0.13320243(-1) | .016441660     |                |
|   | 0.60227691     | 0.28146068     |                | 0.79750427(-1) | 0.23752560     |                |
| 3 | 0.63890792(-1) | 0.51340455     | 8              | 0.19787102     | 0.22684198     |                |
|   | 0.36899706     | 0.39198004     |                | 0.35415398     | 0.17575408     |                |
|   | 0.76688030     | 0.94615406(-1) |                | 0.52945857     | 0.11292402     |                |
| 4 | 0.41448480(-1) | 0.38346406     | 8              | 0.70181452     | 0.57872212(-1) |                |
|   | 0.24527491     | 0.38687532     |                | 0.84937932     | 0.20979074(-1) |                |
|   | 0.55616545     | 0.19043513     |                | 0.95332645     | 0.36864071(-2) |                |
|   | 0.84898239     | 0.39225487(-1) |                | 9              | 0.10869338(-1) | 0.14006846     |
| 5 | 0.29134472(-1) | 0.29789346     | 0.64983682(-1) |                | 0.20977224     |                |
|   | 0.17397721     | 0.34977622     | 0.16222943     | 0.21142716     |                |                |
| 6 | 0.41170251     | 0.23448829     | 9              | 0.29374996     | 0.17715622     |                |
|   | 0.67731417     | 0.98930460(-1) |                | 0.44663195     | 0.12779920     |                |
|   | 0.89477136     | 0.18911552(-1) |                | 0.60548172     | 0.78478879(-1) |                |
|   | 6              | 0.21634405(-1) |                | 0.23876366     | 0.75411017     | 0.39022490(-1) |
|   |                | 0.12958339     |                | 0.30828657     | 0.87726585     | 0.13867290(-1) |
| 7 | 0.31402045     | 0.24531742     | 10             | 0.96225056     | 0.24080402(-2) |                |
|   | 0.53865721     | 0.14200875     |                | 0.90425944(-2) | 0.12095474     |                |
|   | 0.75691533     | 0.55454622(-1) |                | 0.53971054(-1) | 0.18636310     |                |
|   | 0.92266884     | 0.10168958(-1) |                | 0.13531134     | 0.19566066     |                |
|   | 7              | 0.16719355(-1) |                | 0.19616938     | 0.24705169     | 0.17357723     |
|   |                | 0.10015868     |                | 0.27030264     | 0.38021171     | 0.13569597     |
| 7 | 0.24629424     | 0.23968187     | 10             | 0.52379159     | 0.93647084(-1) |                |
|   | 0.43346349     | 0.16577577     |                | 0.66577472     | 0.55787938(-1) |                |
|   | 0.63235098     | 0.88943226(-1) |                | 0.79419019     | 0.27159893(-1) |                |
|   | 0.81111862     | 0.33194304(-1) |                | 0.89816102     | 0.95151992(-2) |                |
|   | 7              | 0.94084816     |                | 0.59327869(-2) | 0.96884798     | 0.16381586(-2) |
|   |                |                |                |                |                |                |

## EK B

## TEMEL ÇÖZÜMLER

Üçüncü ve dördüncü bölümlerinde kullanılan temel çözümler terimi, kesin çözümleri, tek boyutlu diferansiyel denklemleri için tablo (B.1)'de, iki boyutlu diferansiyel denklemleri için tablo (B.2)'de ve üç boyutlu diferansiyel denklemleri için tablo (B.3)'de gösterilmektedir.

Tablo B.1 Tek boyutlu diferansiyel denklemlerin temel çözümleri

| Denklem   | Temel çözüm  |
|---|--|
| Laplace $\frac{d^2 U^*}{dx^2} + \delta_0 = 0$   | $U^* = r/2$ $r=(x)$  |
| Helmholtz $\frac{d^2 U^*}{dx^2} + d^2 U^* + \delta_0 = 0$   | $U^* = -\frac{1}{2\pi} \sin(dr)$                                       |
| Dalga $C^2 \frac{\partial^2 U^*}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U^*}{\partial t^2} + \delta_0 \delta(t) = 0$        | $U^* = \frac{1}{2C} H(Ct - r)$   |
| Difüzyon $\frac{\partial^2 U^*}{\partial x^2} - \frac{1}{k} \frac{\partial U^*}{\partial t} + \delta_0 \delta(t) = 0$ | $U^* = -\frac{H(t)}{\sqrt{4\pi kt}} \exp\left(-\frac{r^2}{4kt}\right)$ |

Tablo B.2 İki boyutlu diferansiyel denklemlerin temel çözümleri

| Denklem   | Temel çözüm  |
|---|--|
| Laplace $\frac{d^2 U^*}{dx_1^2} + \frac{\partial U^*}{\partial x_2^2} + \delta_0 = 0$   | $U^* = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{r}\right)$ , $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$  |
| Helmholtz $\frac{\partial^2 U^*}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_2^2} + d^2 U^* + \delta_0 = 0$  | $U^* = \frac{1}{4i} H_0^{(2)}(dr)$   |
| Dalga $C^2 \left( \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_2^2} \right) - \frac{\partial^2 U^*}{\partial t^2} + \delta_0 \delta(t) = 0$ | $U^* = -\frac{H(Ct - r)}{2\pi C(C^2 t^2 - r^2)}$   |
| Difüzyon $k_1 \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_1^2} + k_2 \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_2^2} + \delta_0 = 0$   | $U^* = \frac{1}{\sqrt{k_1 k_2}} \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{r_0}\right)$<br>Burada $r_0 = \sqrt{x_1^2/k_1 + x_2^2/k_2}$ |

Tablo B.3 Üç boyutlu diferansiyel denklemlerin temel çözümleri

| Denklem   | Temel çözüm  |
|---|--|
| Laplace $\frac{d^2 U^*}{dx_1^2} + \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_3^2} + \delta_0 = 0$                             | $U^* = \frac{1}{4\pi r}$ , $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$  |
| Helmholtz $\frac{\partial^2 U^*}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_3^2} - d^2 U^* + \delta_0 = 0$  | $U^* = \frac{1}{4\pi r} \exp(-idr)$  |
| Dalga $C^2 \nabla^2 U^* - \frac{\partial^2 U^*}{\partial t^2} + \delta_0 \delta(t) = 0$   | $U^* = \frac{\delta(t - (r/C))}{4\pi r}$   |
| Difüzyon $k_1 \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_1^2} + k_2 \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_2^2} + k_3 \frac{\partial^2 U^*}{\partial x_3^2} + \delta_0 = 0$ | $U^* = \frac{1}{\sqrt{k_1 k_2 k_3}} \frac{1}{4\pi r_0}$ Burada<br>$r_0 = \sqrt{x_1^2/k_1 + x_2^2/k_2 + x_3^2/k_3}$ |

## EK C

## BİLGİSAYAR ÇÖZÜMÜ

Dördüncü bölümde problemin çözümünde kullanılan bilgisayar çözümü aşağıda gösterilmektedir.

```
[BP+0008] INTEGER*4 NKEY = 1
00B7:00116DE0 REAL*4 THETA = 0.785398
00B7:00119034+DIM KODE = {...}
00B7:001191DC INTEGER*4 NGAM = 1
00B7:001191D8 INTEGER*4 NR = 2
00B7:001173D4 REAL*4 XE = 2.000000
00B7:001173DC REAL*4 CY = 0.000000
00B7:00116DD8 INTEGER*4 NN = 15
00B7:001173D8 REAL*4 CX = 0.000000
00B7:001191D4 INTEGER*4 NL = 2
00B7:00118EA4+DIM Y = {...}
00B7:001191D0 INTEGER*4 ML = 14
00B7:001173E4 REAL*4 GAP = 0.000000
00B7:00118D14+DIM X = {...}
00B7:001191CC INTEGER*4 MK = 13
00B7:001191C8 INTEGER*4 MJ = 8
00B7:001191C4 INTEGER*4 MI = 7
00B7:00117400 INTEGER*4 N = 16
00B7:00116DCC INTEGER*4 I = 17
00B7:001173E0 REAL*4 RADIUS = 1.000000
00B7:001173D0 REAL*4 D = 6.000000
00B7:001173FC INTEGER*4 N6 = 2
00B7:001173F8 INTEGER*4 N5 = 2
00B7:001173F4 INTEGER*4 N4 = 4
00B7:001173F0 INTEGER*4 N3 = 2
00B7:001173EC INTEGER*4 N2 = 2
00B7:001173E8 INTEGER*4 N1 = 4
00B7:00118D10 REAL*4 SSQ = 9.809879
00B7:00116E00 REAL*4 PIP = 3.141593
00B7:00116DFC REAL*4 EMU = 0.165293
00B7:001191DC INTEGER*4 NGAM = 1
00B7:001191D8 INTEGER*4 NR = 2
00B7:00118D08 REAL*4 AMP = 1.000000
00B7:00116DF4 INTEGER*4 IGAM = 2
00B7:001173D4 REAL*4 XE = 2.000000
00B7:001173DC REAL*4 CY = 0.000000
```

00B7:001191E0+DIM ENI = {...}  
00B7:001173D8 REAL\*4 CX = 0.000000  
00B7:00118D04 REAL\*4 ALAM = 6.283185  
00B7:001191D4 INTEGER\*4 NL = 2  
00B7:001191D0 INTEGER\*4 ML = 14  
00B7:001173E4 REAL\*4 GAP = 0.000000  
00B7:001191CC INTEGER\*4 MK = 13  
00B7:001191C8 INTEGER\*4 MJ = 8  
00B7:001191C4 INTEGER\*4 MI = 7  
00B7:00116DEC REAL\*4 EM = 0.312243  
00B7:00117400 INTEGER\*4 N = 16  
00B7:00116DE8 INTEGER\*4 I = 2  
00B7:001173E0 REAL\*4 RADIUS = 1.000000  
00B7:00118D0C REAL\*4 F = 0.498485  
00B7:001173D0 REAL\*4 D = 6.000000  
00B7:001173FC INTEGER\*4 N6 = 2  
00B7:001173F8 INTEGER\*4 N5 = 2  
00B7:00116DE4 REAL\*4 C = 0.000024  
00B7:001173F4 INTEGER\*4 N4 = 4  
00B7:001173F0 INTEGER\*4 N3 = 2  
00B7:001173EC INTEGER\*4 N2 = 2  
00B7:001173E8 INTEGER\*4 N1 = 4  
00B7:00118D10 REAL\*4 SSQ = 9.809879  
00B7:00116E00 REAL\*4 PIP = 3.141593  
00B7:00116DFC REAL\*4 EMU = 0.165293  
00B7:001191DC INTEGER\*4 NGAM = 1  
00B7:001191D8 INTEGER\*4 NR = 2  
00B7:00118D08 REAL\*4 AMP = 1.000000  
00B7:00116DF4 INTEGER\*4 IGAM = 2  
00B7:001173D4 REAL\*4 XE = 2.000000  
00B7:001173DC REAL\*4 CY = 0.000000  
00B7:001191E0+DIM ENI = {...}  
00B7:001173D8 REAL\*4 CX = 0.000000  
00B7:00118D04 REAL\*4 ALAM = 6.283185  
00B7:001191D4 INTEGER\*4 NL = 2  
00B7:001191D0 INTEGER\*4 ML = 14  
00B7:001173E4 REAL\*4 GAP = 0.000000  
00B7:001191CC INTEGER\*4 MK = 13  
00B7:001191C8 INTEGER\*4 MJ = 8  
00B7:001191C4 INTEGER\*4 MI = 7  
00B7:00116DEC REAL\*4 EM = 0.312243  
00B7:00117400 INTEGER\*4 N = 16  
00B7:00116DE8 INTEGER\*4 I = 2  
00B7:001173E0 REAL\*4 RADIUS = 1.000000  
00B7:00118D0C REAL\*4 F = 0.498485  
00B7:001173D0 REAL\*4 D = 6.000000  
00B7:001173FC INTEGER\*4 N6 = 2

00B7:001173F8 INTEGER\*4 N5 = 2  
00B7:00116DE4 REAL\*4 C = 0.000024  
00B7:001173F4 INTEGER\*4 N4 = 4  
00B7:001173F0 INTEGER\*4 N3 = 2  
00B7:001173EC INTEGER\*4 N2 = 2  
00B7:001173D8 REAL\*4 CX = 0.000000  
00B7:00118D04 REAL\*4 ALAM = 7.853982  
00B7:001191D4 INTEGER\*4 NL = 2  
00B7:001191D0 INTEGER\*4 ML = 14  
00B7:001173E4 REAL\*4 GAP = 0.000000  
00B7:001191CC INTEGER\*4 MK = 13  
00B7:001191C8 INTEGER\*4 MJ = 8  
00B7:001191C4 INTEGER\*4 MI = 7  
00B7:00116DEC REAL\*4 EM = 0.326355  
00B7:00117400 INTEGER\*4 N = 16  
00B7:00116DE8 INTEGER\*4 I = 2  
00B7:001173E0 REAL\*4 RADIUS = 1.000000  
00B7:00118D0C REAL\*4 F = 0.445831  
00B7:001173D0 REAL\*4 D = 6.000000  
00B7:001173FC INTEGER\*4 N6 = 2  
00B7:001173F8 INTEGER\*4 N5 = 2  
00B7:00116DE4 REAL\*4 C = -0.000108  
00B7:001173F4 INTEGER\*4 N4 = 4  
00B7:001173F0 INTEGER\*4 N3 = 2  
00B7:001173EC INTEGER\*4 N2 = 2  
00B7:001173D8 REAL\*4 CX = 0.000000  
00B7:00118D04 REAL\*4 ALAM = 9.424778  
00B7:001191D4 INTEGER\*4 NL = 2  
00B7:001191D0 INTEGER\*4 ML = 14  
00B7:001173E4 REAL\*4 GAP = 0.000000  
00B7:001191CC INTEGER\*4 MK = 13  
00B7:001191C8 INTEGER\*4 MJ = 8  
00B7:001191C4 INTEGER\*4 MI = 7  
00B7:00116DEC REAL\*4 EM = 0.340545  
00B7:00117400 INTEGER\*4 N = 16  
00B7:00116DE8 INTEGER\*4 I = 2  
00B7:001173E0 REAL\*4 RADIUS = 1.000000  
00B7:00118D0C REAL\*4 F = 0.406877  
00B7:001173D0 REAL\*4 D = 6.000000  
00B7:001173FC INTEGER\*4 N6 = 2  
00B7:001173F8 INTEGER\*4 N5 = 2  
00B7:00116DE4 REAL\*4 C = -0.000106  
00B7:001173F4 INTEGER\*4 N4 = 4  
00B7:001173F0 INTEGER\*4 N3 = 2  
00B7:001173EC INTEGER\*4 N2 = 2  
00B7:00116E28 REAL\*4 YI = 0.000000  
[BP+0018] INTEGER\*4 NS = 6

```

00B7:00116E24 REAL*4  XI = 0.000000
00B7:00118EA4+DIM    Y = {...}
00B7:00118D14+DIM    X = {...}
[BP+000C] INTEGER*4  NI = 1
[BP+0014] INTEGER*4  NF = 1
00B7:00116E18 INTEGER*4  JJ = 0
00B7:00116E14 REAL*4  HH = -0.000000
[BP+0010] INTEGER*4  N = 16
00B7:00116E10 REAL*4  GG = -0.548726
00B7:00116E0C INTEGER*4  NN1 = 0
00B7:00116E08 INTEGER*4  J = 7
00B7:00116E04 INTEGER*4  I = 17
00B7:001B5A90+DIM    H = {...}
00B7:00119690+DIM    G = {...}
[BP+001C] INTEGER*4  N1 = 4
[BP+0008] INTEGER*4  NKEY = 1
00B7:00116E50 REAL*4  B2 = 0.000000
00B7:00116E4C REAL*4  A2 = 0.000000
00B7:00116E48 REAL*4  B1 = 0.000000
00B7:00116E44 REAL*4  A1 = 0.000000
00B7:00116E40 REAL*4  YMI = 0.000000
00B7:00116E3C REAL*4  XMI = -1.250000
00B7:00116E38 REAL*4  YJI = 0.000000
00B7:00116E34 REAL*4  XJI = 2.000000
00B7:00119500-DIM    YM
  REAL*4  (YM)(1) = 0.353553
  REAL*4  (YM)(2) = 0.853553
  REAL*4  (YM)(3) = 0.853553
  REAL*4  (YM)(4) = 0.353553
  REAL*4  (YM)(5) = 0.000000
  REAL*4  (YM)(6) = 0.000000
  REAL*4  (YM)(7) = 1.500000
  REAL*4  (YM)(8) = 4.500000
  REAL*4  (YM)(9) = 6.000000
  REAL*4  (YM)(10) = 6.000000
  REAL*4  (YM)(11) = 6.000000
  REAL*4  (YM)(12) = 6.000000
  REAL*4  (YM)(13) = 4.500000
  REAL*4  (YM)(14) = 1.500000
  REAL*4  (YM)(15) = 0.000000
  REAL*4  (YM)(16) = 0.000000
  REAL*4  (YM)(17) = 0.000000
00B7:00119370-DIM    XM
  REAL*4  (XM)(1) = -0.853553
  REAL*4  (XM)(2) = -0.353553
  REAL*4  (XM)(3) = 0.353553
  REAL*4  (XM)(4) = 0.853553

```

```
REAL*4 (XM)(5) = 1.250000
REAL*4 (XM)(6) = 1.750000
REAL*4 (XM)(7) = 2.000000
REAL*4 (XM)(8) = 2.000000
REAL*4 (XM)(9) = 1.500000
REAL*4 (XM)(10) = 0.500000
REAL*4 (XM)(11) = -0.500000
REAL*4 (XM)(12) = -1.500000
REAL*4 (XM)(13) = -2.000000
REAL*4 (XM)(14) = -2.000000
REAL*4 (XM)(15) = -1.750000
REAL*4 (XM)(16) = -1.250000
00B7:00119034-DIM KODE
INTEGER*4 (KODE)(1) = 2
INTEGER*4 (KODE)(2) = 2
INTEGER*4 (KODE)(3) = 2
INTEGER*4 (KODE)(4) = 2
INTEGER*4 (KODE)(5) = 1
INTEGER*4 (KODE)(6) = 1
INTEGER*4 (KODE)(7) = 3
INTEGER*4 (KODE)(8) = 3
INTEGER*4 (KODE)(9) = 4
INTEGER*4 (KODE)(10) = 4
INTEGER*4 (KODE)(11) = 4
INTEGER*4 (KODE)(12) = 4
INTEGER*4 (KODE)(13) = 3
INTEGER*4 (KODE)(14) = 3
INTEGER*4 (KODE)(15) = 1
INTEGER*4 (KODE)(16) = 1
00B7:00116E30 REAL*4 YJ = 0.000000
00B7:00116E2C REAL*4 XJ = 1.500000
00B7:00116E28 REAL*4 YI = 0.000000
[BP+0018] INTEGER*4 NS = 6
00B7:00116E24 REAL*4 XI = 0.000000
00B7:00118EA4-DIM Y
REAL*4 (Y)(1) = 0.000000
REAL*4 (Y)(2) = 0.707107
REAL*4 (Y)(3) = 1.000000
REAL*4 (Y)(4) = 0.707107
REAL*4 (Y)(5) = 0.000000
REAL*4 (Y)(6) = 0.000000
REAL*4 (Y)(7) = 0.000000
REAL*4 (Y)(8) = 3.000000
REAL*4 (Y)(9) = 6.000000
REAL*4 (Y)(10) = 6.000000
REAL*4 (Y)(11) = 6.000000
REAL*4 (Y)(12) = 6.000000
```

```

REAL*4 (Y)(13) = 6.000000
REAL*4 (Y)(14) = 3.000000
REAL*4 (Y)(15) = 0.000000
REAL*4 (Y)(16) = 0.000000
00B7:00118D14-DIM X
REAL*4 (X)(1) = -1.000000
REAL*4 (X)(2) = -0.707107
REAL*4 (X)(3) = 0.000000
REAL*4 (X)(4) = 0.707107
REAL*4 (X)(5) = 1.000000
REAL*4 (X)(6) = 1.500000
REAL*4 (X)(7) = 2.000000
REAL*4 (X)(8) = 2.000000
REAL*4 (X)(9) = 2.000000
REAL*4 (X)(10) = 1.000000
REAL*4 (X)(11) = 0.000000
REAL*4 (X)(12) = -1.000000
REAL*4 (X)(13) = -2.000000
REAL*4 (X)(14) = -2.000000
REAL*4 (X)(15) = -2.000000
REAL*4 (X)(16) = -1.500000
REAL*4 (X)(17) = -1.000000
[BP+000C] INTEGER*4 NI = 1
[BP+0014] INTEGER*4 NF = 1
00B7:00116E18 INTEGER*4 JJ = 0
00B7:00116E14 REAL*4 HH = -0.000000
[BP+0010] INTEGER*4 N = 16
00B7:00116E10 REAL*4 GG = -0.548726
00B7:00116E0C INTEGER*4 NN1 = 0
00B7:00116E08 INTEGER*4 J = 7
00B7:00116E04 INTEGER*4 I = 17
00B7:001B5A90+DIM H = {...}
00B7:00119690+DIM G = {...}
[BP+0024] INTEGER*4 N1 = 4
[BP+0008] INTEGER*4 NKEY = 1
00B7:00116F64 REAL*4 YJI = 6.000000
00B7:00116F60 REAL*4 XJI = 2.000000
00B7:00116F5C REAL*4 YII = 0.000000
00B7:00116F58 REAL*4 XII = -1.250000
00B7:00119500+DIM YM = {...}
00B7:00119370+DIM XM = {...}
00B7:00119034+DIM KODE = {...}
00B7:00116F54 REAL*4 YJ = 3.000000
00B7:00116F50 REAL*4 XJ = 2.000000
00B7:001191E0-DIM ENI
REAL*4 (ENI)(1) = 0.312243
REAL*4 (ENI)(2) = 0.000000

```

```

REAL*4 (ENI)(3) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(4) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(5) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(6) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(7) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(8) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(9) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(10) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(11) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(12) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(13) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(14) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(15) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(16) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(17) = 0.000000
[BP+001C] REAL*4 ALAM = 6.283185
00B7:00118EA4+DIM Y = {...}
00B7:00118D14+DIM X = {...}
[BP+0018] INTEGER*4 MJ = 8
[BP+0010] INTEGER*4 LJ = 16
[BP+0014] INTEGER*4 MI = 7
[BP+000C] INTEGER*4 LI = 1
00B7:00116F44 INTEGER*4 JJ = 9
00B7:00116F40 INTEGER*4 NN1 = 0
00B7:00116F3C INTEGER*4 J = 9
00B7:00118084-DIM HA
COMPLEX*16 (HA)(1) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(2) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(3) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(4) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(5) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(6) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(7) = (0.035551,-0.077681)
COMPLEX*16 (HA)(8) = (-0.039449,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(9) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(10) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(11) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(12) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(13) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(14) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(15) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(16) = (0.000000,0.000000)
COMPLEX*16 (HA)(17) = (0.000000,0.000000)
00B7:00116F38 INTEGER*4 I = 17
00B7:001B5A90+DIM H = {...}
00B7:00117404-DIM GA
COMPLEX*16 (GA)(1) = (0.000000,0.000000)

```

COMPLEX\*16 (GA)(2) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(3) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(4) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(5) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(6) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(7) = (1.559629,0.713776)  
 COMPLEX\*16 (GA)(8) = (3.726304,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(9) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(10) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(11) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(12) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(13) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(14) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(15) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(16) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (GA)(17) = (0.000000,0.000000)

00B7:00119690+DIM G = {...}  
 [BP+0020] REAL\*4 D = 6.000000  
 00B7:0011705C REAL\*4 WNX = 0.571429  
 00B7:00117044-DIM YCO  
 REAL\*4 (YCO)(1) = -0.095836  
 REAL\*4 (YCO)(2) = 0.095836  
 REAL\*4 (YCO)(3) = -0.553496  
 REAL\*4 (YCO)(4) = 0.553496  
 REAL\*4 (YCO)(5) = -1.150320  
 REAL\*4 (YCO)(6) = 1.150320

00B7:0011702C-DIM OME  
 REAL\*4 (OME)(1) = 0.513405  
 REAL\*4 (OME)(2) = 0.513405  
 REAL\*4 (OME)(3) = 0.391280  
 REAL\*4 (OME)(4) = 0.391280  
 REAL\*4 (OME)(5) = 0.094615  
 REAL\*4 (OME)(6) = 0.094615

00B7:001191E0-DIM ENI  
 REAL\*4 (ENI)(1) = 0.354480  
 REAL\*4 (ENI)(2) = 0.000000  
 REAL\*4 (ENI)(3) = 0.000000  
 REAL\*4 (ENI)(4) = 0.000000  
 REAL\*4 (ENI)(5) = 0.000000  
 REAL\*4 (ENI)(6) = 0.000000  
 REAL\*4 (ENI)(7) = 0.000000  
 REAL\*4 (ENI)(8) = 0.000000  
 REAL\*4 (ENI)(9) = 0.000000  
 REAL\*4 (ENI)(10) = 0.000000  
 REAL\*4 (ENI)(11) = 0.000000  
 REAL\*4 (ENI)(12) = 0.000000  
 REAL\*4 (ENI)(13) = 0.000000

```

REAL*4 (ENI)(14) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(15) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(16) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(17) = 0.000000
[BP+0020] REAL*4 ALAM = 10.995574
00B7:00117024 REAL*4 BY = 4.500000
00B7:00117020 REAL*4 BX = -2.000000
00B7:0011701C REAL*4 AY = -1.500000
[BP+001C] INTEGER*4 MJ = 14
[BP+0018] INTEGER*4 MI = 13
00B7:00117014 REAL*4 RA = 1.150320
00B7:00117010 INTEGER*4 IJ = 14
00B7:0011700C INTEGER*4 II = 15
00B7:00116FF4-DIM GI
REAL*4 (GI)(1) = 0.063891
REAL*4 (GI)(2) = -0.063891
REAL*4 (GI)(3) = 0.368997
REAL*4 (GI)(4) = -0.368997
REAL*4 (GI)(5) = 0.766880
REAL*4 (GI)(6) = -0.766880
[BP+0014] REAL*4 Y2 = 3.000000
[BP+000C] REAL*4 Y1 = 6.000000
[BP+0010] REAL*4 X2 = -2.000000
00B7:00116FE4 COMPLEX*16 AI = (0.000000,1.000000)
00B7:00116FE0 INTEGER*4 J = 1
[BP+0008] REAL*4 X1 = -2.000000
00B7:00118084+DIM HA = {...}
00B7:00116FDC INTEGER*4 I = 7
00B7:00117404+DIM GA = {...}
[BP+0024] REAL*4 D = 6.000000
00B7:0011705C REAL*4 WNX = 0.500000
00B7:00117044-DIM YCO
REAL*4 (YCO)(1) = -0.095836
REAL*4 (YCO)(2) = 0.095836
REAL*4 (YCO)(3) = -0.553496
REAL*4 (YCO)(4) = 0.553496
REAL*4 (YCO)(5) = -1.150320
REAL*4 (YCO)(6) = 1.150320
00B7:0011702C-DIM OME
REAL*4 (OME)(1) = 0.513405
REAL*4 (OME)(2) = 0.513405
REAL*4 (OME)(3) = 0.391280
REAL*4 (OME)(4) = 0.391280
REAL*4 (OME)(5) = 0.094615
REAL*4 (OME)(6) = 0.094615
00B7:001191E0-DIM ENI
REAL*4 (ENI)(1) = 0.367901

```

```

REAL*4 (ENI)(2) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(3) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(4) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(5) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(6) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(7) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(8) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(9) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(10) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(11) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(12) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(13) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(14) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(15) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(16) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(17) = 0.000000
[BP+0020] REAL*4 ALAM = 12.566370
00B7:00117024 REAL*4 BY = 1.500000
00B7:00117020 REAL*4 BX = -2.000000
00B7:0011701C REAL*4 AY = -1.500000
[BP+001C] INTEGER*4 MJ = 14
[BP+0018] INTEGER*4 MI = 13
00B7:00117014 REAL*4 RA = 1.150320
00B7:00117010 INTEGER*4 IJ = 14
00B7:0011700C INTEGER*4 II = 15
00B7:00116FF4-DIM GI
REAL*4 (GI)(1) = 0.063891
REAL*4 (GI)(2) = -0.063891
REAL*4 (GI)(3) = 0.368997
REAL*4 (GI)(4) = -0.368997
REAL*4 (GI)(5) = 0.766880
REAL*4 (GI)(6) = -0.766880
[BP+0014] REAL*4 Y2 = 0.000000
[BP+000C] REAL*4 Y1 = 3.000000
[BP+0010] REAL*4 X2 = -2.000000
00B7:00116FE4 COMPLEX*16 AI = (0.000000,1.000000)
00B7:00116FE0 INTEGER*4 J = 1
[BP+0008] REAL*4 X1 = -2.000000
00B7:00118084+DIM HA = {...}
00B7:00116FDC INTEGER*4 I = 7
00B7:00117404+DIM GA = {...}
[BP+0024] REAL*4 D = 6.000000

00B7:001173E8 INTEGER*4 N1 = 4
00B7:00116DC4 REAL*4 WNX = 0.000000
00B7:00116DC0 REAL*4 FYY = 0.000000
00B7:00118D10 REAL*4 SSQ = 9.809879

```

00B7:00116DBC INTEGER\*4 NKEY = 1  
00B7:00116DB8 REAL\*4 FXX = 0.000000  
00B7:00116DB4 REAL\*4 YY = 0.000000  
00B7:00116DB0 REAL\*4 XX = 0.000000  
00B7:00116DAC REAL\*4 ALAMS = 3.141593  
00B7:00116D9C COMPLEX\*16 PINC = (0.000000,0.000000)  
00B7:00119500-DIM YM  
REAL\*4 (YM)(1) = 0.353553  
REAL\*4 (YM)(2) = 0.853553  
REAL\*4 (YM)(3) = 0.853553  
REAL\*4 (YM)(4) = 0.353553  
REAL\*4 (YM)(5) = 0.000000  
REAL\*4 (YM)(6) = 0.000000  
REAL\*4 (YM)(7) = 1.500000  
REAL\*4 (YM)(8) = 4.500000  
REAL\*4 (YM)(9) = 6.000000  
REAL\*4 (YM)(10) = 6.000000  
REAL\*4 (YM)(11) = 6.000000  
REAL\*4 (YM)(12) = 6.000000  
REAL\*4 (YM)(13) = 4.500000  
REAL\*4 (YM)(14) = 1.500000  
REAL\*4 (YM)(15) = 0.000000  
REAL\*4 (YM)(16) = 0.000000  
REAL\*4 (YM)(17) = 0.000000  
00B7:00119370-DIM XM  
REAL\*4 (XM)(1) = -0.853553  
REAL\*4 (XM)(2) = -0.353553  
REAL\*4 (XM)(3) = 0.353553  
REAL\*4 (XM)(4) = 0.853553  
REAL\*4 (XM)(5) = 1.250000  
REAL\*4 (XM)(6) = 1.750000  
REAL\*4 (XM)(7) = 2.000000  
REAL\*4 (XM)(8) = 2.000000  
REAL\*4 (XM)(9) = 1.500000  
REAL\*4 (XM)(10) = 0.500000  
REAL\*4 (XM)(11) = -0.500000  
REAL\*4 (XM)(12) = -1.500000  
REAL\*4 (XM)(13) = -2.000000  
REAL\*4 (XM)(14) = -2.000000  
REAL\*4 (XM)(15) = -1.750000  
REAL\*4 (XM)(16) = -1.250000  
REAL\*4 (XM)(17) = 0.000000  
00B7:00116D8C COMPLEX\*16 DPHI = (0.010084,-0.011641)  
00B7:00116D88 REAL\*4 XKA = 0.000000  
00B7:00119034-DIM KODE  
INTEGER\*4 (KODE)(1) = 2  
INTEGER\*4 (KODE)(2) = 2

INTEGER\*4 (KODE)(3) = 2  
INTEGER\*4 (KODE)(4) = 2  
INTEGER\*4 (KODE)(5) = 1  
INTEGER\*4 (KODE)(6) = 1  
INTEGER\*4 (KODE)(7) = 3  
INTEGER\*4 (KODE)(8) = 3  
INTEGER\*4 (KODE)(9) = 4  
INTEGER\*4 (KODE)(10) = 4  
INTEGER\*4 (KODE)(11) = 4  
INTEGER\*4 (KODE)(12) = 4  
INTEGER\*4 (KODE)(13) = 3  
INTEGER\*4 (KODE)(14) = 3  
INTEGER\*4 (KODE)(15) = 1  
INTEGER\*4 (KODE)(16) = 1  
INTEGER\*4 (KODE)(17) = 0  
00B7:001191DC INTEGER\*4 NGAM = 1  
00B7:00116D78 COMPLEX\*16 DFY = (0.000000,0.000000)  
00B7:00116D68 COMPLEX\*16 DFX = (0.000000,0.000000)  
00B7:00116D58 COMPLEX\*16 PHI = (0.000000,0.000000)  
00B7:001191D8 INTEGER\*4 NR = 2  
00B7:00116D48 COMPLEX\*16 FY = (0.000000,0.000000)  
00B7:00118D08 REAL\*4 AMP = 1.000000  
00B7:00116D34 COMPLEX\*16 FX = (0.000000,0.000000)  
00B7:00116D30 INTEGER\*4 IJK = 15  
00B7:001173D4 REAL\*4 XE = 2.000000  
00B7:001173DC REAL\*4 CY = 0.000000  
00B7:001191E0-DIM ENI  
REAL\*4 (ENI)(1) = 0.312243  
REAL\*4 (ENI)(2) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(3) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(4) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(5) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(6) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(7) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(8) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(9) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(10) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(11) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(12) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(13) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(14) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(15) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(16) = 0.000000  
REAL\*4 (ENI)(17) = 0.000000  
00B7:00116D20 COMPLEX\*16 PINC2 = (0.000000,0.000000)  
00B7:001173D8 REAL\*4 CX = 0.000000  
00B7:00118D04 REAL\*4 ALAM = 6.283185

00B7:00116D10 COMPLEX\*16 PINC1 = (0.000000,0.000000)

00B7:001191D4 INTEGER\*4 NL = 2

00B7:00118EA4-DIM Y

REAL\*4 (Y)(1) = 0.000000

REAL\*4 (Y)(2) = 0.707107

REAL\*4 (Y)(3) = 1.000000

REAL\*4 (Y)(4) = 0.707107

REAL\*4 (Y)(5) = 0.000000

REAL\*4 (Y)(6) = 0.000000

REAL\*4 (Y)(7) = 0.000000

REAL\*4 (Y)(8) = 3.000000

REAL\*4 (Y)(9) = 6.000000

REAL\*4 (Y)(10) = 6.000000

REAL\*4 (Y)(11) = 6.000000

REAL\*4 (Y)(12) = 6.000000

REAL\*4 (Y)(13) = 6.000000

REAL\*4 (Y)(14) = 3.000000

REAL\*4 (Y)(15) = 0.000000

REAL\*4 (Y)(16) = 0.000000

REAL\*4 (Y)(17) = 0.000000

00B7:001191CC INTEGER\*4 MK = 13

00B7:001191C8 INTEGER\*4 MJ = 8

00B7:001191C4 INTEGER\*4 MI = 7

00B7:00116CC4 INTEGER\*4 KJ = 12

00B7:00116CC0 INTEGER\*4 KI = 9

00B7:00116CBC INTEGER\*4 JJ = 17

00B7:0011603C-DIM DFI

COMPLEX\*16 (DFI)(1) = (0.010088,0.028491)

COMPLEX\*16 (DFI)(2) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(3) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(4) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(5) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(6) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(7) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(8) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(9) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(10) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(11) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(12) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(13) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(14) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(15) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(16) = (0.000000,0.000000)

COMPLEX\*16 (DFI)(17) = (0.000000,0.000000)

00B7:00116038 INTEGER\*4 II = 1

00B7:00117400 INTEGER\*4 N = 16

00B7:00116034 REAL\*4 ALAM2 = 6.283185

00B7:00116030 INTEGER\*4 NN1 = 0  
 00B7:0011602C REAL\*4 ALAM1 = 6.283185  
 00B7:00116028 REAL\*4 FF = 0.248487  
 00B7:00116024 REAL\*4 Y2 = 0.000000  
 00B7:00116014 COMPLEX\*16 AI = (0.000000,0.000000)  
 00B7:00116010 REAL\*4 Y1 = 0.707107  
 00B7:0011600C REAL\*4 X2 = 1.000000  
 00B7:00116008 INTEGER\*4 I = 17  
 00B7:00116004 REAL\*4 X1 = 0.707107  
 00B7:001173E0 REAL\*4 RADIUS = 1.000000  
 00B7:001B5A90+DIM H = {...}  
 00B7:00119690+DIM G = {...}  
 00B7:00118D0C REAL\*4 F = 0.498485  
 00B7:001173D0 REAL\*4 D = 6.000000  
 00B7:001173FC INTEGER\*4 N6 = 2  
 00B7:001173F8 INTEGER\*4 N5 = 2  
 00B7:001173F4 INTEGER\*4 N4 = 4  
 00B7:001173F0 INTEGER\*4 N3 = 2  
 00B7:001173EC INTEGER\*4 N2 = 2  
 00B7:001173E8 INTEGER\*4 N1 = 4  
 00B7:00116DC4 REAL\*4 WNX = 0.000000  
 00B7:00116DC0 REAL\*4 FYY = 0.000000  
 00B7:00118D10 REAL\*4 SSQ = 9.809879  
 00B7:00116DBC INTEGER\*4 NKEY = 1  
 00B7:00116DB8 REAL\*4 FXX = 0.000000  
 00B7:00116DB4 REAL\*4 YY = 0.000000  
 00B7:00116DB0 REAL\*4 XX = 0.000000  
 00B7:00116DAC REAL\*4 ALAMS = 3.141593  
 00B7:00116D9C COMPLEX\*16 PINC = (0.000000,0.000000)  
 00B7:00119500-DIM YM  
 REAL\*4 (YM)(1) = 0.353553  
 REAL\*4 (YM)(2) = 0.853553  
 REAL\*4 (YM)(3) = 0.853553  
 REAL\*4 (YM)(4) = 0.353553  
 REAL\*4 (YM)(5) = 0.000000  
 REAL\*4 (YM)(6) = 0.000000  
 REAL\*4 (YM)(7) = 1.500000  
 REAL\*4 (YM)(8) = 4.500000  
 REAL\*4 (YM)(9) = 6.000000  
 REAL\*4 (YM)(10) = 6.000000  
 REAL\*4 (YM)(11) = 6.000000  
 REAL\*4 (YM)(12) = 6.000000  
 REAL\*4 (YM)(13) = 4.500000  
 REAL\*4 (YM)(14) = 1.500000  
 REAL\*4 (YM)(15) = 0.000000  
 REAL\*4 (YM)(16) = 0.000000  
 REAL\*4 (YM)(17) = 0.000000

00B7:00116D8C COMPLEX\*16 DPHI = (0.010084,-0.011641)

00B7:00116D88 REAL\*4 XKA = 0.000000

00B7:00119034-DIM KODE

INTEGER\*4 (KODE)(1) = 2

INTEGER\*4 (KODE)(2) = 2

INTEGER\*4 (KODE)(3) = 2

INTEGER\*4 (KODE)(4) = 2

INTEGER\*4 (KODE)(5) = 1

INTEGER\*4 (KODE)(6) = 1

INTEGER\*4 (KODE)(7) = 3

INTEGER\*4 (KODE)(8) = 3

INTEGER\*4 (KODE)(9) = 4

INTEGER\*4 (KODE)(10) = 4

INTEGER\*4 (KODE)(11) = 4

INTEGER\*4 (KODE)(12) = 4

INTEGER\*4 (KODE)(13) = 3

INTEGER\*4 (KODE)(14) = 3

INTEGER\*4 (KODE)(15) = 1

INTEGER\*4 (KODE)(16) = 1

INTEGER\*4 (KODE)(17) = 0

00B7:001191DC INTEGER\*4 NGAM = 1

00B7:00116D78 COMPLEX\*16 DFY = (0.000000,0.000000)

00B7:00116D68 COMPLEX\*16 DFX = (0.000000,0.000000)

00B7:00116D58 COMPLEX\*16 PHI = (0.000000,0.000000)

00B7:001191D8 INTEGER\*4 NR = 2

00B7:00116D48 COMPLEX\*16 FY = (0.000000,0.000000)

00B7:00118D08 REAL\*4 AMP = 1.000000

00B7:00116D34 COMPLEX\*16 FX = (0.000000,0.000000)

00B7:00116D30 INTEGER\*4 IJK = 15

00B7:001173D4 REAL\*4 XE = 2.000000

00B7:001173DC REAL\*4 CY = 0.000000

00B7:001191E0-DIM ENI

REAL\*4 (ENI)(1) = 0.312243

REAL\*4 (ENI)(2) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(3) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(4) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(5) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(6) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(7) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(8) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(9) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(10) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(11) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(12) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(13) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(14) = 0.000000

REAL\*4 (ENI)(15) = 0.000000

```

REAL*4 (ENI)(16) = 0.000000
REAL*4 (ENI)(17) = 0.000000
00B7:00116D20 COMPLEX*16 PINC2 = (0.000000,0.000000)
00B7:001173D8 REAL*4 CX = 0.000000
00B7:00118D04 REAL*4 ALAM = 6.283185
00B7:00116D10 COMPLEX*16 PINC1 = (0.000000,0.000000)
00B7:001191D4 INTEGER*4 NL = 2
00B7:00118EA4-DIM Y
REAL*4 (Y)(1) = 0.000000
REAL*4 (Y)(2) = 0.707107
REAL*4 (Y)(3) = 1.000000
REAL*4 (Y)(4) = 0.707107
REAL*4 (Y)(5) = 0.000000
REAL*4 (Y)(6) = 0.000000
REAL*4 (Y)(7) = 0.000000
REAL*4 (Y)(8) = 3.000000
REAL*4 (Y)(9) = 6.000000
REAL*4 (Y)(10) = 6.000000
REAL*4 (Y)(11) = 6.000000
REAL*4 (Y)(12) = 6.000000
REAL*4 (Y)(13) = 6.000000
REAL*4 (Y)(14) = 3.000000
REAL*4 (Y)(15) = 0.000000
REAL*4 (Y)(16) = 0.000000
REAL*4 (Y)(17) = 0.000000
00B7:001191D0 INTEGER*4 ML = 14
00B7:00116D0C REAL*4 PI = 3.141593
00B7:001173E4 REAL*4 GAP = 0.000000
00B7:00118D14-DIM X
REAL*4 (X)(1) = -1.000000
REAL*4 (X)(2) = -0.707107
REAL*4 (X)(3) = 0.000000
REAL*4 (X)(4) = 0.707107
REAL*4 (X)(5) = 1.000000
REAL*4 (X)(6) = 1.500000
REAL*4 (X)(7) = 2.000000
REAL*4 (X)(8) = 2.000000
REAL*4 (X)(9) = 2.000000
REAL*4 (X)(10) = 1.000000
REAL*4 (X)(11) = 0.000000
REAL*4 (X)(12) = -1.000000
REAL*4 (X)(13) = -2.000000
REAL*4 (X)(14) = -2.000000
REAL*4 (X)(15) = -2.000000
REAL*4 (X)(16) = -1.500000
REAL*4 (X)(17) = -1.000000
00B7:001191CC INTEGER*4 MK = 13

```

00B7:001191C8 INTEGER\*4 MJ = 8  
 00B7:001191C4 INTEGER\*4 MI = 7  
 00B7:00116CC4 INTEGER\*4 KJ = 12  
 00B7:00116CC0 INTEGER\*4 KI = 9  
 00B7:00116CBC INTEGER\*4 JJ = 17  
 00B7:0011603C-DIM DFI  
 COMPLEX\*16 (DFI)(1) = (0.010088,0.028491)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(2) = (-0.017192,0.020898)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(3) = (-0.017192,-0.020898)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(4) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(5) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(6) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(7) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(8) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(9) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(10) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(11) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(12) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(13) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(14) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(15) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(16) = (0.000000,0.000000)  
 COMPLEX\*16 (DFI)(17) = (0.000000,0.000000)  
 00B7:00116038 INTEGER\*4 II = 3  
 00B7:00117400 INTEGER\*4 N = 16  
 00B7:00116034 REAL\*4 ALAM2 = 6.283185  
 00B7:00116030 INTEGER\*4 NN1 = 0  
 00B7:0011602C REAL\*4 ALAM1 = 6.283185  
 00B7:00116028 REAL\*4 FF = 0.248487  
 00B7:00116024 REAL\*4 Y2 = 0.000000  
 00B7:00116014 COMPLEX\*16 AI = (0.000000,0.000000)  
 00B7:00116010 REAL\*4 Y1 = 0.707107  
 00B7:0011600C REAL\*4 X2 = 1.000000  
 00B7:00116008 INTEGER\*4 I = 17  
 00B7:00116004 REAL\*4 X1 = 0.707107  
 00B7:001173E0 REAL\*4 RADIUS = 1.000000  
 00B7:001B5A90+DIM H = {...}  
 00B7:00119690+DIM G = {...}  
 00B7:00118D0C REAL\*4 F = 0.498485  
 00B7:001173D0 REAL\*4 D = 6.000000  
 00B7:001173FC INTEGER\*4 N6 = 2  
 00B7:001173F8 INTEGER\*4 N5 = 2  
 00B7:001173F4 INTEGER\*4 N4 = 4  
 00B7:001173F0 INTEGER\*4 N3 = 2  
 00B7:001173EC INTEGER\*4 N2 = 2

## ÖZGEÇMİŞ

1969 yılında Filistin-Gazze'de doğdu. İlk ve orta öğrenimini Rafah okulunda, lise öğrenimini ise Bir EL Sabae Lisesinde tamamladı. 1988 yılında Türkiye'ye gelip hem Türkçe'yi öğrendi hem de üniversite giriş sınavına hazırlandı. 1989 yılında üniversite giriş sınavında İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümüne başladı. 1994 yılında mezun oldu. 1994-95 öğretim yılında Y.T.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Ana Bilim Dalı, Hidrolik Bölümünde okumaya başladı.

