

33655

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BETONARME PLAKLARIN LİMİT ANALİZİNDE

HILLERBORG YAKLAŞIMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İNŞ.MÜH. ŞENAY OSMANOĞLU

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DENEYİM MERKEZİ

İSTANBUL 1993

## TEŐEKKUR

Tez çalıőmalarım boyunca yardımlarını esirgemeyen  
danıőman hocam sayın Prof. İlhan BERKTAY'a teőekkür ederim.



## İÇİNDEKİLER:

ÖZET	I
SUMMARY	II
1. GİRİŞ	
1.1- Limit Analiz Kavramı	1
1.2- Alt Sınır ve Üst Sınır Çözümleri	7
2. GENEL OLARAK ALT SINIR LIMIT ANALİZ VE TASARIMI	
(a)- Alt Sınır Çözümlerin Sağlaması Gereken Şartlar	9
(b)- Alt Sınır Çözümlerin Temel Denklemleri	10
3. HILLERBORG YAKLAŞIMI	
3.1- Giriş	16
3.2- Basit Şerit Yöntemi	
3.2.1- Şerit Kavramı	18
3.2.2- Döşeme Köşelerinden Başlayan Süreksizlik Çizgileri	23
3.2.3- Döşeme Kenarlarından Başlayan Süreksizlik Çizgileri	33
3.2.4- Kuvvetli Bantlar Kullanılması	39
3.2.5- Kırılma Çizgileri Teorisiyle Karşılaştırma	41
3.2.6- Sayısal Örnekler	42
3.3- İleri Şerit Yöntemi	
3.3.1- Giriş	66
3.3.2- Döşeme Eleman Tipleri	66
3.3.3- Sayısal Örnekler	75
4. DENEY SONUÇLARI İLE KARŞILAŞTIRMA	90

5. SONUÇLAR	95
REFERANSLAR	96
ÖZGEÇMİŞ	97



## BETONARME PLAKLARIN LIMIT ANALİZİNDE HILLERBORG YAKLAŞIMI

ÖZET

Bu çalışmada, Hillerborg tarafından önerilen ve betonarme döşemeler için bir alt sınır tasarım metodu olan Hillerborg Metodu, diğer adıyla Şerit Metodu ile döşemelerin tasarımı konusu incelenmiştir.

Bu yöntemle tasarım momentleri hesaplanırken, burulma momentleri elimine edilerek döşeme tasarımı için genel alt sınır teorisi basitleştirilmiştir. Basit Şerit Metodu'nda döşemeler, yalnız eğilme momenti etkisinde, genellikle iki dik doğrultuda basit şerit sistemlerden oluşmuş gibi düşünülerek çözülmüştür. İçeri giren köşeleri ve boşlukları içeren döşemeler ile kolonlara doğrudan mesnetlenmiş kirişsiz döşemelerin tasarımında ise İleri Şerit Metodu kullanılmıştır. Ayrıca, içeri giren köşelerde ve boşluk etrafında kuvvetli bantlar kullanılarak basit şerit metodunun çok daha kullanışlı olması sağlanmıştır.

Bu metotta, pozitif ve negatif moment bölgelerinde ve iki açıklık doğrultusundaki moment dağılımı tasarımcıya bırakılmıştır. Negatif ve pozitif momentler arasındaki oranlar 1.0-1.5 arasında alınmıştır. Döşeme, kesme kuvveti sıfır çizgileriyle sınırlı 3 tip elemana ayrılmıştır. Tasarım momentleri, bu sıfır kesme hatlarıyla uyumlu ve uygulanan tasarım yüklemesiyle dengede olan döşemenin tamamındaki eğilme momentleridir.

4. Bölümde ise, bu konuda yapılan deneyler anlatılmış ve deneyler sonucunda elde edilen sonuçlar hesaplarda bulunan değerlerle karşılaştırılmıştır.

### SUMMARY

At the present work, limit design of the slabs was investigated by the Hillerborg Method (Strip Method) firstly suggested by Hillerborg which is a lower bound design method for reinforced concrete slabs.


Hillerborg has simplified the general lower bound method for slab design by eliminating the necessity to consider torsional moments when deriving the design moments. Using simple strip method, slabs assuming to be composed of systems of strips were calculated, generally in two directions at right angles, subjected to only bending moments. For the design of beamless slabs supported directly on columns and slabs with reentrant corners and openings, Advanced Strip Method was used. In addition, using strong bands, simple strip method has been much more powerful at the slabs with reentrant corners and openings.

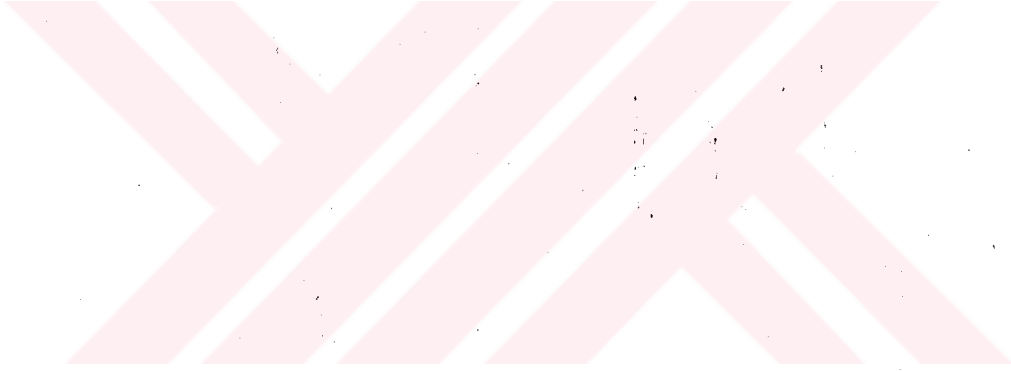
As a feature of this method, the distribution of moments between positive and negative moment sections, and between the sections in the two spanning directions, was left to the designer. The ratio between negative and positive moments was taken between 1.0 and 1.5. Slab was divided into 3 elements bounded by lines of zero shear force. The design moments are the bending moments found throughout the slab which are compatible with these zero shear lines and which are in equilibrium with the applied design loads.

At the fourth section, experiments made about this subject were explained and the experimental results were compared with these calculated by hand.

## NOTASYON:

$m_x$	: x doğrultusunda eğilme momenti
$m_y$	: y doğrultusunda eğilme momenti
$Q_x$	: x doğrultusunda kesme kuvveti
$Q_y$	: y doğrultusunda kesme kuvveti
$p$	: Düzgün yayılı yük
$m_{xy}, m_{yx}$	: Burulma momentleri
$\emptyset$	: Eğrilik
$\rho$	: Donatı yüzdesi
$\rho_b$	: Dengeli donatı yüzdesi
$\alpha$	: Açı
$\gamma$	: Katsayı
.....	: Süreksizlik çizgileri
-----	: Mesnetlenmemiş kenar
////	: Basit mesnetli kenar
	: Ankastre kenar
$\theta$	: Açı
$l_x$	: Döşemenin x doğrultusundaki uzunluğu
$l_y$	: Döşemenin y doğrultusundaki uzunluğu
$\beta$	: Katsayı
$q$	: Sabit yük
$q$	: Hareketli yük
$q_c$	: Çizgisel yük
$m$	: Pozitif moment
$m'$	: Negatif moment
$\lambda$	: Katsayı
$\lambda_l$	: Serit kenarında negatif moment bölgesinin uzunluğu
$m_s$	: Döşeme elemanında negatif moment
$m_f$	: Döşeme elemanında pozitif moment
$m_{px}, m_{fy}$	: Döşeme elemanında, x doğrultusunda kolon ve açıklık momentleri

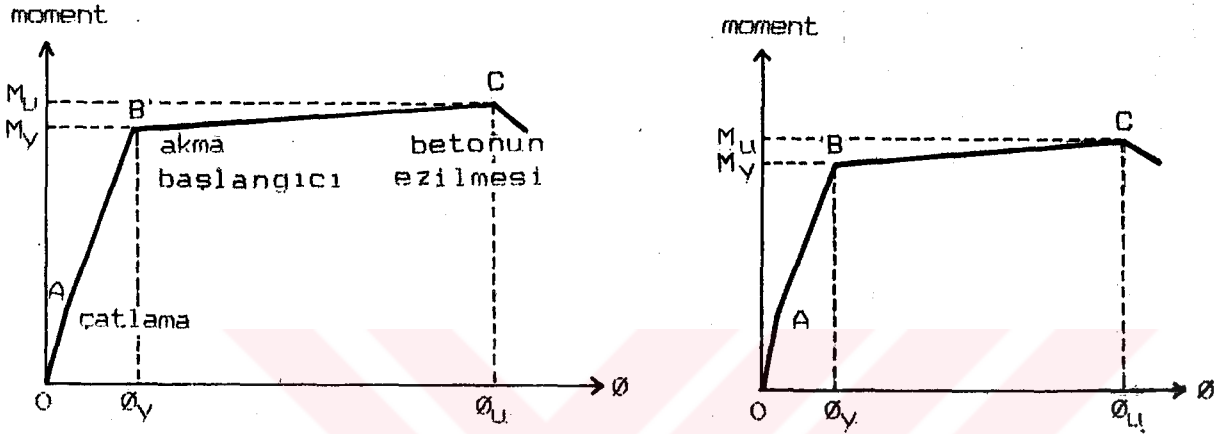
- $m_{py}, m_{fy}$  : Döşeme elemanında, y doğrultusunda kolon ve açıklık momentleri
- $R_n$  : Mesnet tepkisi
- $Y_0$  : Mesnetli kenardan itibaren uzaklık
-  : Kuvvetli bant
- $A_s$  : Donatı alanı
- $a$  : Döşeme elemanın x doğrultusundaki uzunluğu
- $b$  : Döşeme elemanının y doğrultusundaki uzunluğu



## 1-GİRİŞ:

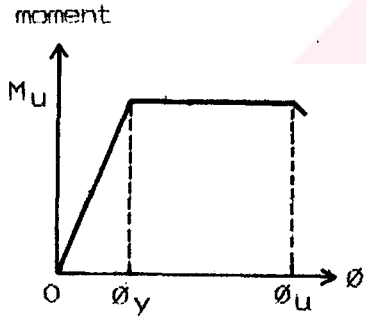
### 1.1-LİMİT ANALİZ KAVRAMI:

Az donatılı (düktül) betonarme kiriş ve döşemelerin, artan yük altındaki davranışları, moment-egrilik diyagramları incelenerek anlaşılabilir.

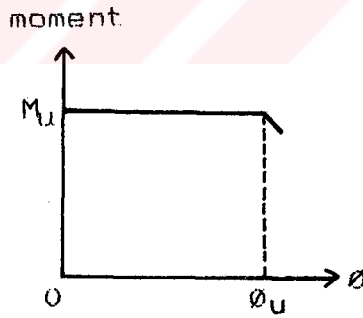


a) Bir kesitteki moment-egrilik diyagramı

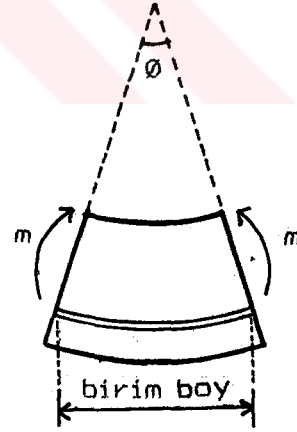
b) ideal trilineer M-θ diyagramı



c) ideal elasto-plastik M-θ diyagramı



d) ideal tam plastik (rijit-plastik) M-θ diyagramı



Sekil (1.1). Basit eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde moment-egrilik ilişkisi

Sekil (1.1a)'da böyle bir kesitte M-θ diyagramı:

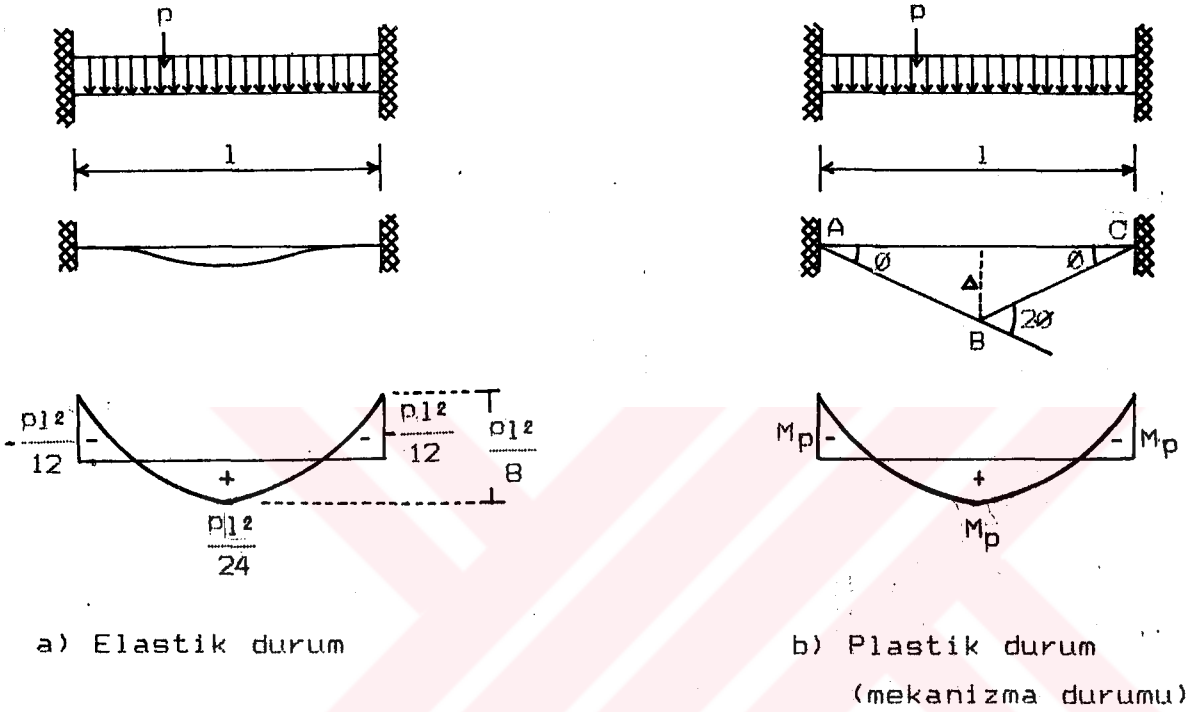
görülmüyor. Başlangıçtan betondaki ilk çatlama kadar -OA parçası-; A noktasından çekme donatısındaki ilk çatlama kadar -AB parçası- ve B noktasından kırılma anına kadar -BC parçası-, kendi içlerinde, lineer kabul edilebilir. Bu kabul, (b)'de görülen idealize edilmiş trilineer M-Ø diyagramını ortaya çıkarır. (c)'de verilen ideal elasto - plastik M-Ø diyagramı betondaki çatlama anındaki kırıklık ile, donatı aktıktan sonraki -pekleşme sürecinde- moment kapasitesindeki küçük artışın ihmal ile elde edilmiştir. (d)'deki ideal rijit-plastik M-Ø diyagramının anlamı ise büyük plastik deformasyonların yanında çok küçük olan elastik deformasyonların bütünüyle ihmal edilmiştir.

Şekil (1.1)'den görüldüğü gibi moment belirli bir değere geldikten sonra donatı akmakta ve kırılma anına kadar o kesit daha fazla bir moment almadan büyük deformasyon yapmaktadır. Plastisitede bu duruma gelmiş kesitler "plastik mafsallık" olarak adlandırılır. Plastik mafsallık kavramı, düzgün yayılı yüklerle yüklü bir ankastre kiriş üzerinde açıklayalım.<sup>(1)</sup>

a) Yükün çok küçük değerleri için kiriş çok küçük bir sehim yapar. Statikten bilindiği gibi açıklıkta  $p \cdot l^2 / 24$  değerinde bir maksimum moment, mesnetlerde ise bunun iki katı  $-p \cdot l^2 / 12$  değerinde bir moment oluşur.

b) Yükün artması halinde önce mesnetlerde üstteki donatı akmaya başlar ve mesnet kesitlerinde elastik deformasyonlara oranla çok büyük plastik dönmeler olur. Donatının akmaya başladığı andan başlayarak yük artsa da mesnet kesitlerinde moment artmaz. Bu kesitler plastik mafsallık durumuna gelir. Bu tür mafsallıkların, klasik mafsallardan farkı, momentlerin sıfır olmayıp, ancak belirli bir  $M_p$  değerinden sonra mafsallık özellikleri göstermeleridir. Plastik bir mafsallığın taşıyabileceği  $M_p$  momenti -malzeme ve yükseklik sabit ise- donatı yüzdesi ile orantılıdır. Bu örnekte mesnetlerdeki üst donatı ile açıklıktaki alt donatının eşit olduklarını varsayalım. Bu durumda kiriş, mesnetlerinde belirli bir moment olan basit kiriş durumuna gelmekte ve yük arttıkça açıklık momenti artmaktadır. Kirişin taşıma gücünü

kaybetmesi ancak 3. bir mafsalin oluşması ile ortaya çıkar. Bu da doğal olarak maksimum açıklık momentinin olduğu kesitte -bu örnekte açıklığın ortasında- görülür. Geçme halinde oluşan bu duruma "mekanizma durumu" denir. Mekanizma durumundaki kiriş şekil (1.2b)'de gösterilmiştir.



Şekil (1.2). Bir betonarme kirişte elastik ve plastik moment diyagramları.

Mafsallar arasındaki parça, kuşkusuz, düz değildir. Fakat plastik deformasyonların yanında elastik deformasyonlar, çok küçük olduğu için yok sayılabilir ve bu parçalar düz kabul edilebilir. Mafsallardaki plastik moment, dış kuvvetlerin yaptığı işin, iç kuvvetlerin yaptığı işe eşit olması prensibinden yararlanılarak hesaplanabilir.<sup>(1)</sup>

$$p \cdot l \cdot \Delta / 2 = 2 \cdot M_p \cdot \theta + M_p \cdot (2 \cdot \theta) = 4 \cdot M_p \cdot \theta$$

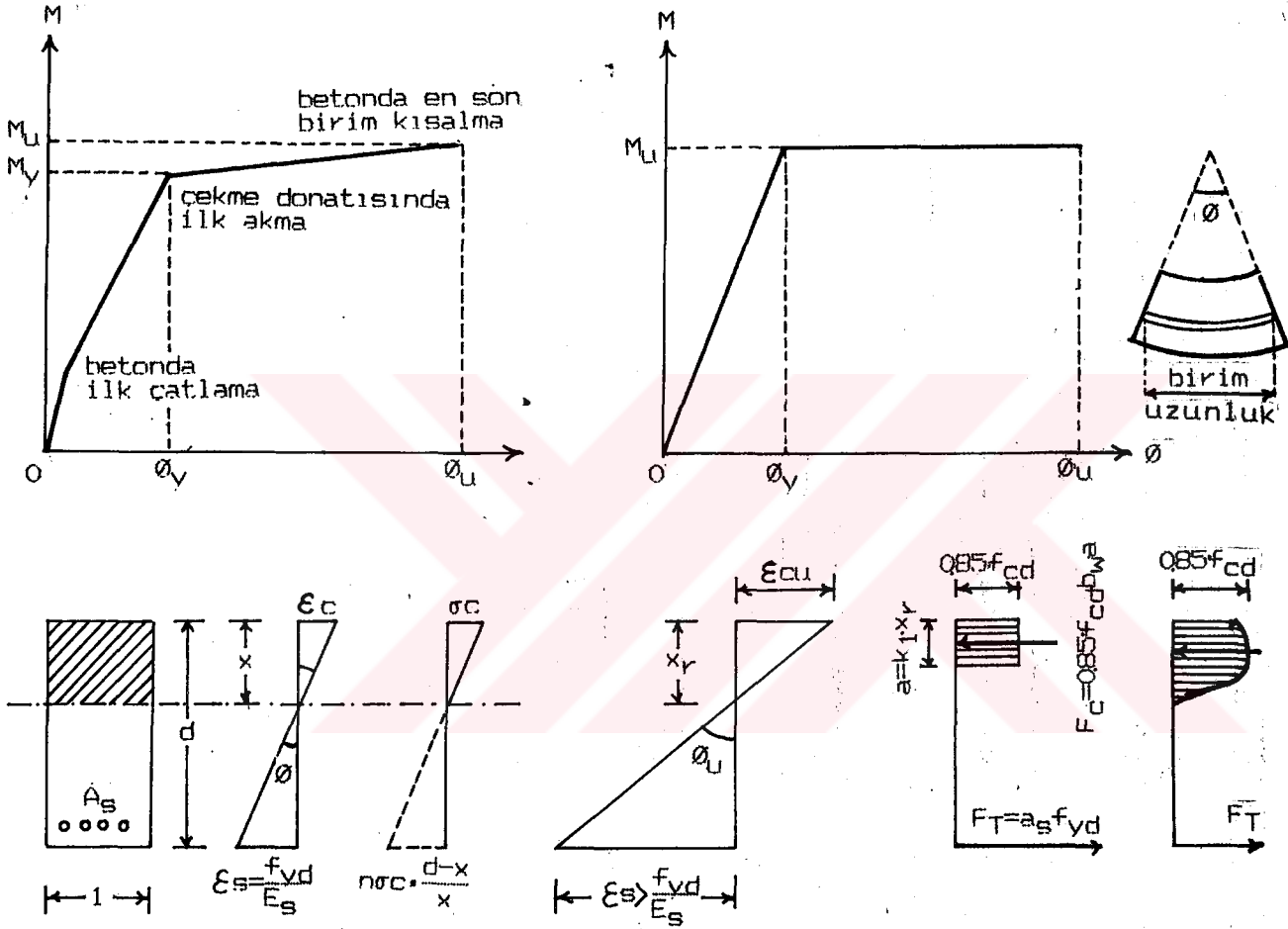
$$\theta = \frac{\Delta}{1/2} = \frac{2 \cdot \Delta}{1}$$

$$p \cdot l \cdot \Delta / 2 = 4 \cdot M_p \cdot 2 \cdot \Delta / 1$$

Görüldüğü gibi, elastik durumdaki moment diyagramlarından tamamen farklı bir plastik moment diyagramı ortaya çıkmaktadır. Ayrıca, dikkat edilmelidir ki açıklık ve mesnet donatıları arasında farklı bir oran seçilseydi, değişik bir moment diyagramı elde edilecekti. Bu, plastik hesaba, elastik hesaptan ayıran önemli bir özelliktir. -Tek çözüm yerine sonsuz çözüm- Ancak bir ankastre kirişte çok basit olan bu işlem, yüksek dereceden hiperstatik çok katlı çerçevelerde, karmaşık bir duruma gelmektedir. Çünkü böyle bir sistemi göçme durumuna getirebilecek çeşitli mekanizma durumları olabilmektedir. Bu mekanizmalar içinde en küçük göçme yükünü -ya da verilen bir hesap yüküne karşı en büyük momenti- verecek olan "gerçek mekanizma durumu" olmaktadır. Bu tür çözümlere "üst sınır çözümü denir". Bunun son derece güç ve uzun işlemleri gerektirdiği açıktır. Ayrıca göçmeye neden olabilecek stabilite sorunları da olabilir. Demek ki, sürekli kirişler ve tek katlı çerçevelerin dışında, konu henüz pratik amaçlar için kullanılabilecek bir açıklık ve olgunluğa erişmemiştir. Bu nedenle, maksimum kesit etkilerinin hesabı için yapısal analiz, yük katsayıları kullanılarak bulunan hesap yükleriyle ve elastik teoriye göre yapılmaktadır. Ancak bulunan mesnet momentleri, plastik dönmeler hesaba katılarak belirli oranda azaltılıp açıklık momentleri artırılmaktadır. Bilindiği gibi bu işlem, redistribution (yeniden dağılım) denir. Kesit hesapları ise taşıma gücü ilkesine göre yapılmaktadır. Burada ise beton ve çeliğin, kırılma durumuna yakın, gerçek davranışları gözönüne alınmaktadır. Demek ki ortada, bir süre daha geçerliliğini sürdürmesi kabul edilmiş olan bir çelişki vardır.

Konumuz olan betonarme plaklarda ise böyle bir çelişkinin sürdürülmesi zorunlu değildir. Plakların limit durum hesabı için kullanışlı ve güvenilir hesap metodları vardır. Limit hesap teorisinde yapılan ana kabul, kesmeye,

zımbalamaya, aderansa ve eğilmeden doğan basınca bağlı, ani kırılmaların önlenmiş olmasıdır. Yani taşıyıcı sistemin moment-eğrilik diyagramında uzun bir yatay bölgenin mevcut olduğu, bütün plastik mafsallar oluşmadan ani veya bölgesel bir kırılma ile moment taşıma kapasitesini kaybetmeyeceği kabul edilmiştir.

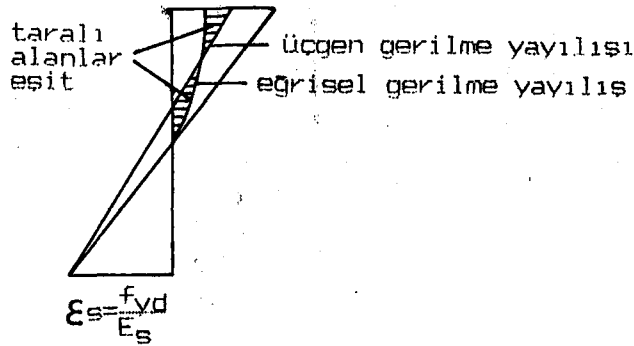


Sekil (1.3). Enine donatılı ile sarılmamış (unconfined) tek donatılı betonarme kesitin eğrilik düktilitesi.

Betonarme plaklar, limit hesap teorisine ideal şekilde uymaktadır. Çünkü yönetmeliklerde, aşırı sehim ve titreşimin önlenmesi için öngörülen minimum kalınlık, kayma gerilmelerinin ve donatı yüzdesinin düşük çıkmasına yol açmaktadır. Bu arada "CEB-FIB örnek yönetmelik" de limit

analiz metodları kullanıldığı zaman, döşemelerde bir doğrultudaki maksimum donatı yüzdesinin ( $0.5 \rho b$ ) ile sınırlandırıldığı belirtilmelidir. Limit durumdaki moment yayılımı, elastik moment yayılımından farklı olacağından önemli miktarda yeniden dağılım ortaya çıkacaktır. Gerçekte, elastik aşamada da betondaki ilk çatlama sonrası yeniden dağılım oluşur.

Şu halde limit analizin, betonarme döşemelere uygulanabilmesi için, kesitlerin uygun bir düktiliteye sahip olması gerekir. Şekil (1.3a), bir betonarme elemanda moment-egrilik diyagramını gösteriyor. Eğri yaklaşık olarak trilineer biçimdedir. (b)'de ise idealize edilmiş elasto-plastik moment-egrilik diyagramı görülmektedir. Kesitin eğrilik düktilitesi kırılma anındaki eğriliğin, akma başlangıcındaki eğriliğe oranı olarak tanımlanır.  $-\theta_u/\theta_y$ . Şekil (1.3c)'de tek donatılı bir kesitte, akma başlangıcında ve kırılma durumunda, birim deformasyon ve gerilme diyagramları görülmektedir. Çekme donatısının akma sınırında, basınç bölgesindeki beton gerilmelerinin yayılımı, maksimum gerilme  $0.7 \cdot f_c$ 'ye ulaşmaya kadar, yaklaşık olarak lineer kabul edilebilir. Demek ki bu durumda, eğrilik hesabı için gerekli  $x$  derinliği  $k_x$  katsayısı lineer elastik teori kullanılarak bulunabilir.



Şekil (1.4). Üçgen ve eğrisel gerilme yayılışları arasındaki fark

Akma sınırındaki maksimum beton basınç gerilmesinin  $f_c$  'ye yakın olması halinde betonun gerçek gerilme-deformasyon eğrisinin, -örneğin bir 2° parabol alınarak kullanılması- bir çözümdür. Ancak bu durumda da, doğrusal gerilme yayılımı kabulü ile bulunacak eğrilik, gerçek  $(\epsilon_y)$  'nin altında olacaktır. Şekil (1.4).

## 1.2-ALT SINIR VE ÜST SINIR ÇÖZÜMLERİ:

Plaklar için klasik plastisite teorisine dayalı limit analiz, plaklar için kesin çözümün her zaman mümkün olmadığına işaret eder. Genellikle hesaplanan kırılma yükü (ultimate load) iki sınır arasında, benimsenen yaklaşıma göre, bir alt sınır veya üst sınır arasında bulunur. İncelenen bir plakta, kesinlikle doğru bir limit çözüm bulabilmek için, bu sınırların yaklaştırılmasına veya çakıştırılmasına çalışılır. Üst sınır çözümlerin sağlaması gereken şartlar şöyle sıralanabilir: <sup>(1)</sup>

b) Üst sınır çözümü: (Kırılma yükü için doğru veya emniyetsiz -daha küçük- değeri verir.)

1. Sınır şartlarını sağlayan geçerli bir kırılma mekanizması bulunmalıdır.
2. Plastik mafsallarda enerjinin içeride yutulması, dış yüklerin neden olduğu enerji harcamasına eşit olmalıdır. (iş ifadesi).
3. Plastik mafsallardaki momentler, kesidin karşılayabileceği en büyük mukavemet momentini aşmamalıdır.

Alt sınır çözümler konusunda ayrıntılı bilgiler ve alt sınır çözümlerin sağlaması gereken şartlar bir sonraki bölümde anlatılacaktır.

Kırılma yükünün bulunmasında alt sınır çözümünü benimseyen metodlardan en tanınmış Hillerborg'un "şerit metodu" (strip method)'dur.

Teorik olarak sonsuz sayıda alt sınır çözümü

bulunabilir. Alt sınır şartlarını sağlayan çözümlerden en büyük olanı, kırılma yüküne en yakın çözümdür ve emniyetli tarafta kalır. İşaret etmek gerekir ki, elastisite teorisine göre bulunan ve döşemenin kesit mukavemeti içindeki moment dağılımları da alt sınır çözümlerinden biridir. Çünkü diferansiyel denklemi ve sınır şartlarını sağlamaktadır. Elastisite teorisinde eğrilik momentle orantılı olduğundan tek bir çözüm bulunmaktadır. Oysa plastik bölgede moment eğrilikle bağımlı olmadığından sayısız çözüm bulunabilmektedir. Wood, elastik teorinin verdiği moment dağılımına göre donatılmış plakların, minimum ağırlıklı çelik veren çözümlere çok yakın olduğunu ve işletme yükleri altında uniform donatı gerilmeleri sağladığı için kullanılabilirliği de gerçekleştirdiğini göstermiştir. Bu da plastik teorinin ortaya çıkması ile elastik teorinin değerini kaybetmediğini gösteren güzel bir örnektir.

Üst sınır çözüm metodları içinde en tanınmış K. W. Johansen'in Kırılma Çizgileri Teorisi'dir. (Yield-Line Theory) Bu teorinin koyduğu kurallara göre, bir döşemeyi "mekanizma durumuna" getirecek, kırılma çizgilerinden oluşan sonsuz sayıda kırılma figürü (deseni) bulunabilir. Verilen döşeme için (kalınlığı ve donatısı belirli) her bir figürden, yine bu teoride verilen metodlara göre, sayısız pu kırılma yükü bulunabilir. Bunların içinde en küçük kırılma yükünü veren kırılma figürü "gerçek mekanizma" durumudur. Ve bu kırılma yükü kesin kırılma yükü için bir üst sınır teşkil eder. Ya da tersine ifade edilirse verilen bir dış yük için çeşitli kırılma figürlerine göre hesaplanan  $m_p$  'lerin en büyüğünü veren kırılma figürü "gerçek mekanizma" durumudur.

## 2-GENEL OLARAK ALT SINIR LIMIT ANALİZ VE TASARIMI

### GİRİŞ:

Prager ve Hodge yönetiminde Brown Üniversitesi'nden bir grup tarafından yönetilen önemli çalışmalarla plaklar için klasik plastisite teorisi kurulmuştur. Bu teoriye göre limit analiz, plaklar için her zaman kesin çözümlerin bulunmasının mümkün olmayacağını gösterir. Genellikle hesaplanan kırılma yükü (ultimate load) iki sınır arasında, benimsenen yaklaşıma göre, bir alt sınır ve üst sınır arasında bulunur. İncelenen bir plakta, kesinlikle doğru bir limit çözüm bulabilmek için, bu sınırların yaklaştırılmasına veya çakıştırılmasına çalışılır. Bu çözümlerin sağlaması gereken şartlar şöyle sıralanabilir:<sup>(1)</sup>

a ) Alt Sınır Çözümlerin Sağlaması Gereken Şartlar: Bu çözüm, kırılma yükü (ultimate load) için doğru veya fazla emniyetli (daha küçük) değeri verir.

1-Plağın her noktasında denge şartı sağlanmalıdır.

2-Hiçbir noktada, asal gerilmeler, plağın mukavemetini belirleyen kırılma kriterini zedelememelidir.

3-Kenarlardaki kuvvet ve momentler sınır şartlarını sağlamalıdır.

Plak kırılma yükü, moment dağılımı ve denge denkleminde hesaplanmıştır. Verilen bir plak için kırılma yükü, ya daha az, ya da doğru olarak böylece hesaplanmış olur. Prager ve Hodge genel alt sınır prensiplerinin şartlarını vermişlerdir. Plağın rijit-plastik olduğu kabul edilmiştir. Önemli prensiplerin bir özeti Crawford tarafından verilmiş bulunmaktadır. Hillerborg tarafından betonarme plaklar için bir tasarım metodu olarak 1956'da önerilen "denge teorisi" bir alt sınır metodudur. Bu tasarım metodu şu prensipler esas alınarak belirlenir: "Verilen bir dış yük altında, plak denge denklemini ve sınır şartlarını sağlayan bir moment dağılımı bulunabiliyorsa, o zaman verilen dış yük plağın yük taşıma kapasitesini gösteren bir

alt sınırdır.<sup>(3)</sup> Hillerborg'un amacı döşemeler için uygulaması basit ve bir limit tasarım metodu sunmaktır.

Taşıma sistemi üzerindeki yükler ve plakta muhtemel emniyetli kesme kuvveti ve moment dağılımları hakkında alt sınır çözümünün bilgi verdiği bellidir. Döşemelerde donatıyı azaltma yolları böylece bulunabilir. Verilen bir plak için muhtemel alt sınır çözümleri teorik olarak sonsuz sayıdadır. Verilen plağın kesin limit analizinde, kırılma yükü için en büyük ve böylece doğru değere en yakın değeri veren moment dağılımı aranır. İşaret etmek gerekir ki, döşeme kesitinin mukavemet sınırı içinde kalan bir elastik teori moment dağılımı da bir alt sınır çözümdür. Çünkü, sınır şartlarını ve denge durumunu sağlar. Elastik teori momentleri plak kesitlerinde eğrilikle orantılıdır ve bunun için verilen bir moment kapasitesi için ancak bir elastik teori moment dağılımı bulunur. Buna karşılık plastik teoride, çok sayıda moment dağılımı bulunabilir. Çünkü, plastik bölgede momentler eğrilige bağlı değildir. Eğer bir moment dağılımı elastik teori dağılımından farklı olarak seçilmişse, kırılma yüküne ulaşılmadan önce momentin yeniden dağılımı meydana gelmelidir. Gerçekte elastik teori tasarımında da, gerilmenin yüksek olduğu bölgelerde betonun çatlamasıyla ortaya çıkan rijitliklerin dağılımındaki değişmeden ötürü yeniden dağılımla karşılaşılır. Bundan dolayı limit analiz çözümleri sadece uygun düktil kesitli betonarme plaklara uygulanabilir.

**b)Alt Sınır Çözümlerinin Temel Denklemleri:**Denge denklemi, moment transformasyon denklemi, sınır şartları ve alt sınır çözümleri için gerekli kırılma kriteri aşağıda anlatılacaktır.

**Denge Denklemleri:**Plaktan alınan, kenarları  $d_x$  ve  $d_y$  uzunluğunda küçük bir elemanın dengesini inceleyelim. Elemanda dış yük etkisi şekil (2.1a)'da görüldüğü gibi birim alana etkiyen  $p_u$ 'dur. Birim genişlikteki kesme kuvvetleri  $V_x$  ve  $V_y$ , birim genişlikteki eğilme momentleri  $m_x$  ve  $m_y$ , ve

birim genişlikteki burulma momentleri  $m_{xy}$  ve  $m_{yx}$ 'dir.  $x$  ve  $y$  doğrultusunda elemanın yüzeyine etkiyen kuvvetler şekil (2.1b) ve (2.1c)'de gösterilmiştir. Elemanın karşılıklı yüzlerindeki etkiler farklıdır. Çünkü, genelde etkiler plak alanında değişmektedir. Dikkat edilmelidir ki, tamamlayan kesme gerilmeleri eşit fakat zıt yönde olduğu için  $m_{xy}=m_{yx}$ 'dir. Şekil(2.1)'de bütün etkilerin pozitif yönleri gösterilmiştir. Düşey kuvvetlerin dengesi için:

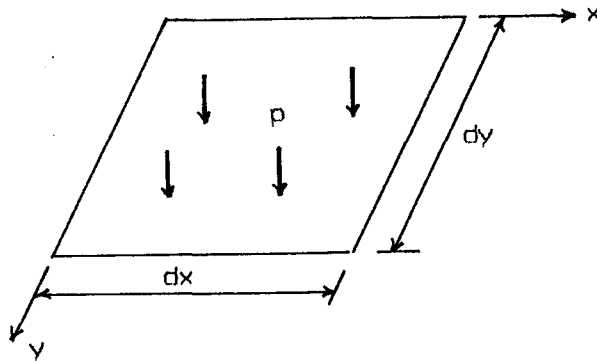
$$\left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} \cdot dx\right) \cdot dy + \left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \cdot dy\right) \cdot dx - Q_x \cdot dx - Q_y \cdot dx + p \cdot dx \cdot dy = 0$$

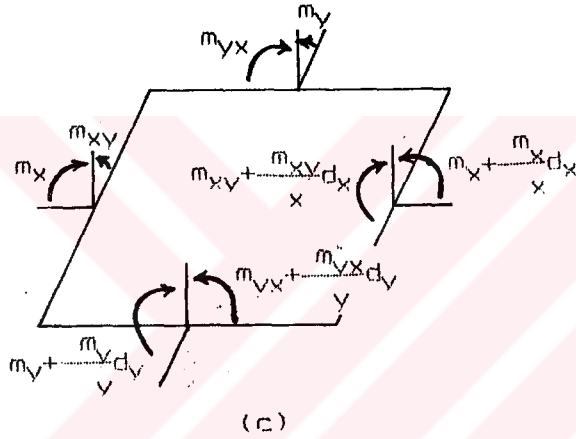
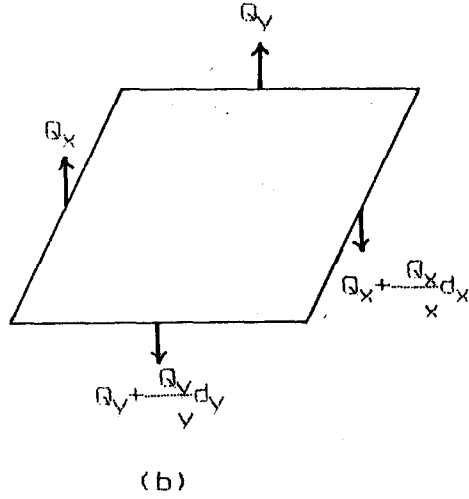
$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -p \quad (2.1)$$

Elemanın ortasından geçen  $y$  yönündeki eksende oluşan momentlerin dengesi için (daha yüksek dereceli terimler ihmal edilmiştir.):

$$\left(Q_x \cdot 2 + \frac{\partial Q_x}{\partial x} \cdot dx\right) \cdot dy \cdot \frac{dx}{2} - \frac{\partial m_{xx}}{\partial x} \cdot dx \cdot dy - \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} \cdot dy \cdot dx = 0$$

$$\frac{\partial m_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} = Q_x \quad (2.2)$$





Şekil (2.1).Plâğin küçük bir elemanında kesme kuvveti ve moment etkileri. (a)Eleman ve dış yükler (b)Kesme kuvvetleri (c)Eğilme ve burulma momentleri.

Benzer şekilde elemanın ortasından geçen x doğrultusundaki eksende oluşan moment dengesi için:

$$\frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} = Q_y \quad (2.3)$$

(2.2) ve (2.3) denklemleri (2.1) denkleminde yerinde konulup sadeleştirilirse:

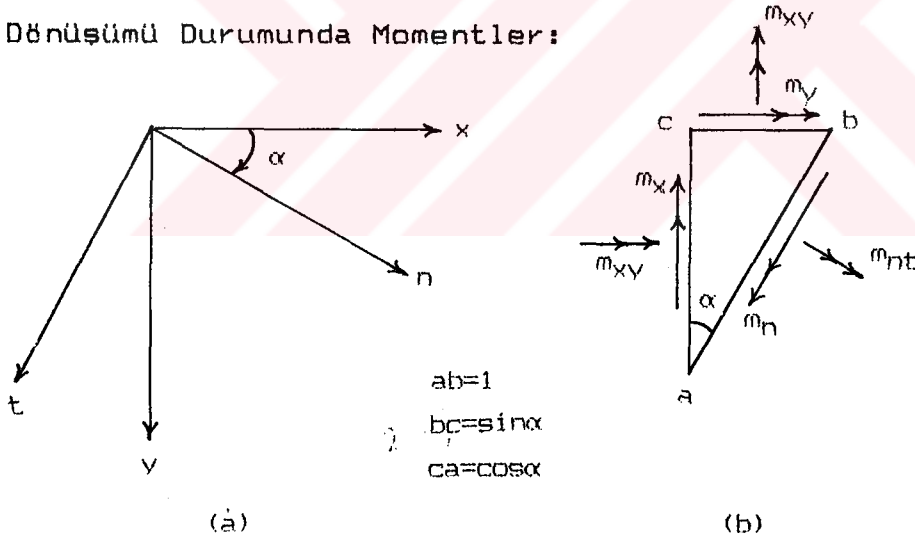
$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -p \quad (2.4)$$

(2.4) denklemini plak için denge denklemdir. Döşeme elastik aşamada da olsa plastik aşamada da olsa geçerlidir. (2.4) denkleminin kırılma kriteri ve sınır şartlarını sağlayan her çözümü bir alt sınır analizi moment dağılımını verir. Böylece, elastik teori çözümü muhtemel çok sayıda alt sınır çözümlerinin sadece bir tanesidir. (2.4) denklemini ve diğer moment şekillerinin alt sınır şartını sağlayan moment dağılımının belirlenmesi oldukça güçtür. Çünkü, belirli bir deneyim ve sezgi ister. Muhtemel alt sınır çözümlerini bulmak için (2.4) denklemini kullanılır. Sağ taraftaki  $p_u$  yükü ile aşağıdaki terimler arasında keyfi bir oran olmalıdır.

$$-\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2}, \quad -\frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} \quad \text{ve} \quad -\frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2}$$

Yani, yük, plak eğilme ve/veya burulmanın her birleşimiyle iki yönde taşınmalıdır.

Eksen Dönüşümü Durumunda Momentler:



Sekil (2.2). x-y ekseninden n-t eksenine momentlerin dönüşümü

Alt sınır çözümünde, sık sık x-y eksen sistemi için bulunan momentlerin n-t sistemine dönüştürülmesi gerekir. n ve t eksenlerindeki eğilme momentleri  $m_n$  ve  $m_t$  ve burulma momentleri  $m_{nt}$ . aynı eksenler üzerinde  $m_x$ ,  $m_y$  ve  $m_{xy}$  momentlerinin izdüşümü alınarak denge şartının yazılmasıyla

bulunur. Şekil (1.7)'de, momentler, sağ-el kuralı kullanılarak vektörel olarak gösterilmiştir.  $\alpha$  açısı, x ve n eksenleri arasında x ekseninden itibaren saat ibresi yönünde ölçülmüştür. Elemana etkiyen momentlerin n eksenine üzerinde dengesi yazılırsa:

$$m_n = m_x \cdot \cos\alpha \cdot \cos\alpha + m_y \cdot \sin\alpha \cdot \sin\alpha + 2 \cdot m_{xy} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$m_n = m_x \cdot \cos^2\alpha + m_y \cdot \sin^2\alpha + m_{xy} \cdot \sin 2\alpha$$

Benzer şekilde,

$$m_t = m_x \cdot \sin^2\alpha + m_y \cdot \cos^2\alpha - m_{xy} \cdot \sin 2\alpha \quad \text{ve,}$$

$$m_{nt} = (m_x - m_y) \cdot \frac{\sin 2\alpha}{2} - m_{xy} \cdot \cos 2\alpha$$

Eğilme momentleri  $m_n$  ve  $m_t$  asal momentler ise (maksimum ve minimum momentler),  $m_{nt}$  burulma momenti=0'dan

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \cdot m_{xy}}{m_x - m_y}$$

#### Sınır Şartları:

Sadece y doğrultusundaki kenar basit mesnetlenmiş

ise :  $m_x = 0$

ve x doğrultusundaki kenar basit mesnetlenmiş ise :  $m_y = 0$

y doğrultusundaki kenarı mesnetlenmemişse :  $m_x = 0,$

$$R_x = 0$$

ve x doğrultusundaki kenarı mesnetlenmemişse :  $m_y = 0,$

$$R_y = 0$$

Mesnetli kenardaki reaksiyonlar (1.8) ve (1.9) denklemlerinden faydalanılarak y eksenindeki kenar için şu şekilde yazılabilir:

$$R_x = Q_x + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + 2 \cdot \frac{\partial m_{xy}}{\partial y}$$

x eksenindeki kenarda:

$$R_y = Q_y + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} = \frac{\partial m_y}{\partial y} + 2 \cdot \frac{\partial m_{xy}}{\partial x}$$

Köşe kuvvetleri ise:

$$R_0 = 2 \cdot m_{xy}$$

Köşedeki burulma momenti  $m_{xy}$ 'dir.



### 3-HILLERBORG YAKLAŞIMI

#### 3-1-GİRİŞ:

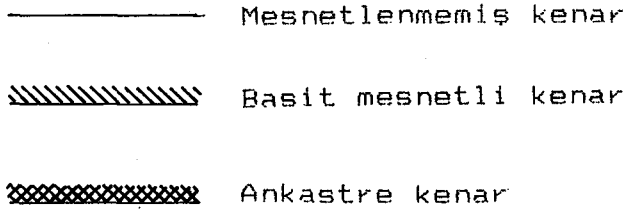
1956'da Hillerborg tarafından önerilmiş olan betonarme döşemeler için alt sınır tasarım metodu şunu esas alır:"Eğer verilen bir dış yük için plak denge denklemini ve sınır şartlarını sağlayan bir moment dağılımı bulunabiliyorsa ve eğer plak her noktasında bu momenti taşıyabiliyorsa verilen dış yük döşemenin taşıma kapasitesinin bir alt limitini gösterecektir."(3)

Hillerborg, tasarım momentlerini hesaplarken, incelenmesine gerek duyulan burulma momentlerini elimine ederek döşeme tasarımı için genel alt sınır metodunu basitleştirmiştir. Eğer burulma momentiyle taşınacak bir dış yük yoksa, tasarımcı, yalnız eğilme momenti etkisinde genellikle iki dik doğrultuda, basit şerit sistemlerden oluşan bir döşeme tasarlayabilir. Bu şeritlerin tasarım momentleri, şeritlerin dengesinden hareketle basit statikle hesaplanabilir. Bu "Basit Şerit Metodu" olarak adlandırılan çok ilginç bir tasarım metodunun temelini teşkil eder. İçeri giren köşeleri (reentrant corner) ve boşlukları içeren döşemeler ile kolonlara doğrudan mesnetlenmiş kirişsiz döşemelerin tasarımında, kenarlarından mesnetli üçgen, dikdörtgen gibi elemanlarla, köşelerinden mesnetli dikdörtgen elemanların bulunması durumunda Hillerborg'un bir sonraki yayını "İleri Şerit Metodu" kullanılır. Elemanların denge durumlarıyla tasarım momentleri bulunur. Şerit metoduyla, Hillerborg'dan başka Crawford, Wood ve Armer, Kemp, Shukla ve daha birçok bilim adamı tarafından çeşitli yayınlarla değinilmiştir. Özellikle Wood ve Armer içeri giren köşeleri (reentrant corners) ve boşlukları içeren döşemeler ile kolonlara mesnetli kirişsiz döşemelerde "kuvvetli bantlar" kullanılması görüşünü ortaya atarak basit şerit metodunun çok daha kullanışlı olmasını sağlamışlardır. Wiesinger, burulmayı ihmal ederek, denge denkleminin

kullanılmasıyla eğilme momentlerini hesaplamış ve plaktaki yüklemeyi üçgen parçalara ayırarak, kolonların düzenli ve düzensiz olması durumunda başlıksız kirissiz döşemeler için bir denge metodunu da ortaya koymuştur.

Serit metodu 1960'larda İsvec'de kullanılmaya başlanmış ve bu metod kırılma çizgileri metoduna alternatif bir limit tasarım metodu olarak bilinmektedir. Bu metodun bir özelliği, kırılma çizgileri teorisiyle birlikte kullanılmasıdır ki, burada, pozitif ve negatif moment bölgelerinde ve iki açıklık doğrultusundaki momenet dağılımı tasarımcıya bırakılmıştır. Bu seçim özgürlüğü, yanlış kullanım sonucunda yeterince güvenli gerilmeler olmasına karşın, döşemelerin işletme yükü altında geniş çatlaklara veya aşırı sehim oluşturmalarına neden olabilir. Bu da tasarımcıya utanç kaynağı oluşturur. Ayrıca, böyle bir seçim özgürlüğü, geniş moment yeniden dağılımında gerekli olan tasarım (kırılma) yükünün artmasına neden olabilir. Buna göre, aşırı düktil kesitler, sadece çok az donatılı döşemelerde mevcuttur. Bu nedenle, tasarımcı, bu metodu kullanırken elastik teoriyle verilen dağılıma yakın, makul moment dağılımlarına ihtiyaç duyar. Bununla beraber, bu ihtiyacı karşılamak, elastik momentler konusunu iyi kavrayan bir tasarımcı için zor değildir ve bazı yardımcı bilgiler, kodlarda birtakım kurallarla verilmiştir. Örneğin, betonun yapıda kullanımı hakkında 1972 İngiliz şartnamesi, serit metodu veya kırılma çizgileri teorisi kullanılıyorsa, negatif ve pozitif momentler arasındaki oranın 1.0-1.5 arasında alınmasını tavsiye eder.<sup>(3)</sup> Genellikle, elastik teori momentlerine oldukça yakın tasarım momentleri için çözümler bulunabilir. Böylece, donatı gerilimleri, tamamiyle, işletme yükleri etkisi altındaki elastik alanlar dahilinde kalır ve tasarım (kırılma) yüklerine ulaşmak için gerekli olan moment yeniden dağılımları çok fazla değildir. Döşeme kesitlerinde biraz düktiliteye ihtiyaç duyulacaktır, ancak, düktilite, tasarımda aşırı donatılmamış kesitlerdeki donatı oranlarının sınırlandırılması sağlanarak elde edilir. Döşemelerin sınır

şartları şekil (2.3)'de gösterilmiştir.



□ kolon

Şekil (3.1).Döşeme mesnet şartları.

### 3.2-BASİT SERİT YÖNTEMİ:

3.2.1-Serit Kavramı:Bir döşeme elemanı için denge denklemi:

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -p_u \quad (3.1) \text{ 'dir.}$$

Döşeme düzlemindeki x ve y dik eksenlerinde,  $m_x$  ve  $m_y$ , x ve y doğrultularında birim genişlik için eğilme momentleri.  $m_{xy}$ , x ve y doğrultularında burulma momenti ve  $p_u$ , elemanda birim alana etkiyen düzgün yayılı yüküdür. Dış

yük,  $p_u$ .  $\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \cdot \partial y}$  ve  $\frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2}$  terimleri arasında keyfi

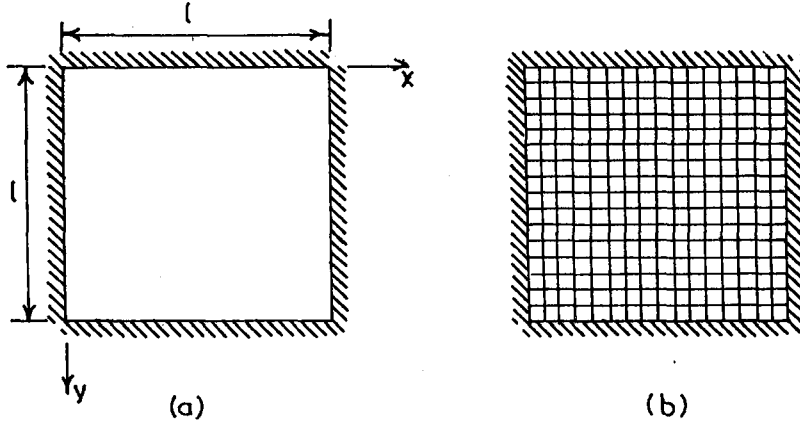
bir oranda alınabilir.

Burulma momenti ( $m_{xy}$ )=0 olması durumunda yükün tamamı x ve y doğrultularında iki serit sisteminden oluşmuş gibi düşünülebilir. Serit etkisi gözönüne alındığında aşağıdaki gibi bir eşitlik sözkonusu olur ve denklem (3.1) bu duruma göre tekrar düzenlenir.

$\gamma$ , tasarımcı tarafından seçilen bir katsayıdır. Normalde,  $\gamma$ , sıfır ve bir arasında bir değer alır. Seçilen  $\gamma$  değeri, döşeme sağlamlığı etkilenmeksizin tamamen değişebilir. Eğer  $\gamma=1$  ise, yükün tamamı x doğrultusundaki seritlerin ve eğer  $\gamma=0$  ise yükün tamamı y doğrultusundaki seritlerin eğilmesiyle taşınmıştır.

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = -\gamma \cdot p \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -(1-\gamma) \cdot p \quad (3.3)$$



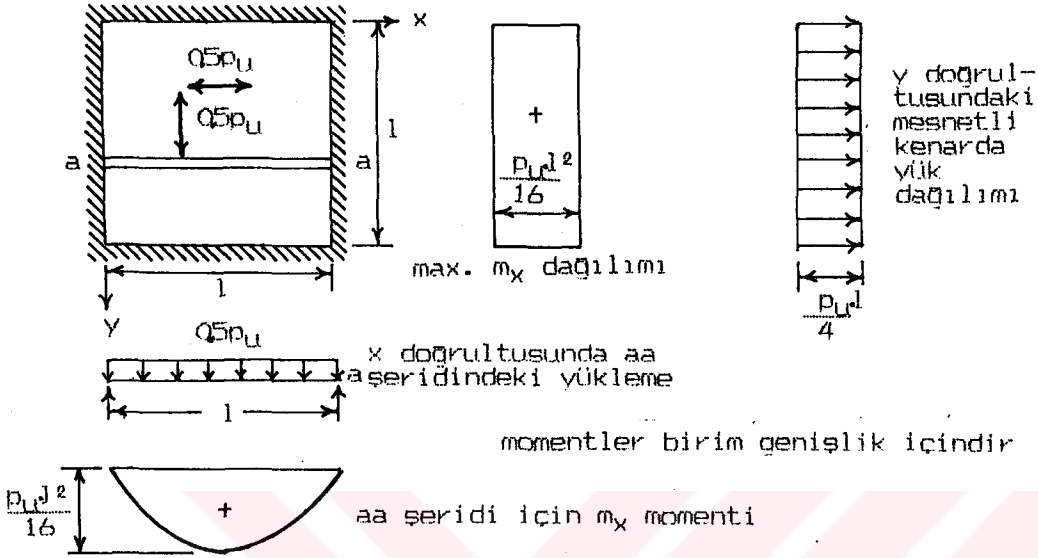
Şekil (3.2). Düzgün yayılı yüklü, basit mesnetli kare plak. (a)Plak (b)Şerit sistemi.

(3.2) ve (3.3) denklemleri kullanılarak, birim alan için  $p_u$  yayılı kırılma yükünü taşıyan, basit mesnetli, kare döşeme için muhtemel tasarım moment alanlarının bulunuşu incelenecektir. Şekil (3.2)'de döşeme ve burulmasız şeritler sistemi gösterilmiştir. Bu döşeme için muhtemel çözümlerin üçü bu bölümde anlatılacaktır:

1. Çözüm: Döşeme toplam alanı için  $\alpha=0.5$  alınarak bulunur. Şekil (3.2)'de yük dağılım oklarıyla gösterildiği gibi, yükün yarısı her doğrultudaki şeritlere düzgün yayılı olarak dağıtılmıştır.

Şeritlerde birim alana etkiyen  $0.5p_u$  yayılı yükü için basit statikle bulunan x doğrultusundaki sonuç momentler şekilde gösterilmiştir. y doğrultusundaki moment dağılımı x doğrultusundaki momentlere benzer. Böylece her doğrultuda,

birim genişlik için maksimum momentler  $p_u \cdot l^2 / 16$  'dır ve döşemeden alınan bir kesit boyunca moment değerleri sabittir.



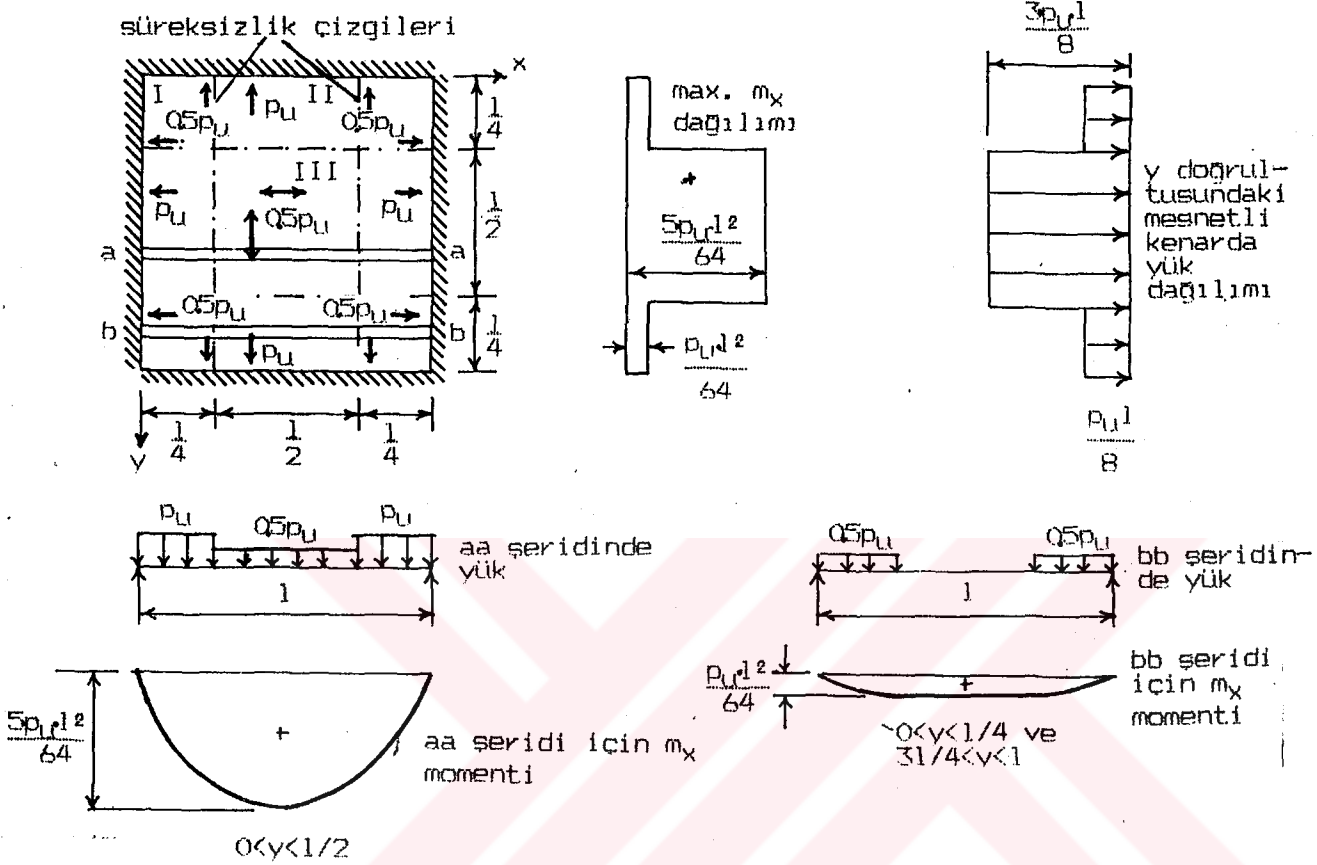
Şekil (3.3). Çözüm 1

Döşeme kenar mesnetinde yüklerin dağılımı da gösterilmiştir. Bu yükleme sadece şeritlerin uç reaksiyonları ve duvar veya taşıyıcı kirişteki etkileridir.

2.Çözüm:Şekil (3.4)'de gösterilen 2. çözüm, plak bölgelerine bağlı olarak verilen  $\delta$  değerleriyle bulunmuştur.

Plak sırasıyla, I-plak köşeleri, II-kenarlar ve III-merkez olmak üzere üç bölgeye ayrılmıştır. Şekil (3.4)'de yük dağılım oklarıyla gösterildiği gibi, bölgeler içinde, her yöndeki şeritlere yük dağıtılmıştır. Şerit yükleme durumunun iki temel tipi, şekilde aa ve bb şeritleri olarak gösterilmiştir. x yönündeki sonuç momentler basit statikle bulunabilir. aa ve bb şeritlerinin x yönlerindeki maksimum momentler farklıdır. y yönündeki moment dağılımı x yönündeki momentlere benzer. Böylece, şerit kenarında birim genişlik için  $p_u \cdot l^2 / 64$  değerinde bir momentle, plak orta yarısının

tamamında her yönde birim genişlik için sabit ve  $5 \cdot p_u \cdot l^2 / 64$  değerinde maksimum moment bulunur. Plakların kenar mesnetlerinde reaksiyonların dağılımı da gösterilmiştir.

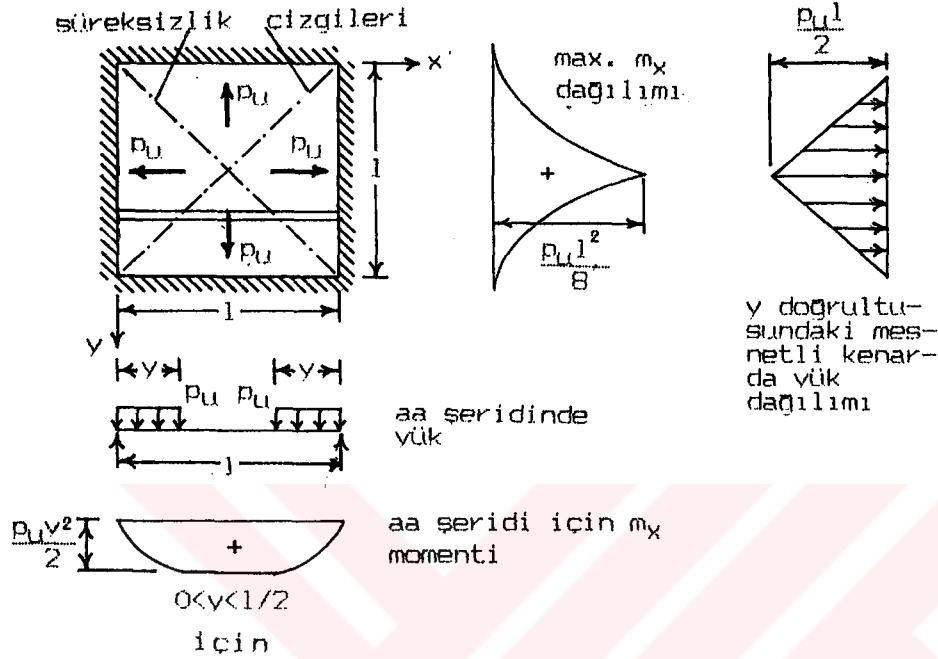


Şekil (3.4). Çözüm 2

3. Çözüm: Şekil (3.5)'de gösterilen 3. çözüm, plak bölgelerine bağlı olarak  $\alpha$  değerlerinin 0 ya da 1 olarak alınmasıyla bulunmuştur.

Şekil (3.5)'de yük dağılımlarıyla gösterildiği gibi, yük en yakın mesnete aktarılmıştır ve diyagonal çizgilerle üçgen bölgelere ayrılmıştır. Her şerit, bundan dolayı, kenar bölgelerde birim alan için  $p_u$  düzgün yayılı yük taşır.  $x$  yönündeki sonuç momentler basit statikle bulunabilir.  $x$  yönündeki maksimum moment bir  $y$  fonksiyonudur ve plak merkezine doğru gittikçe artarak merkezde sivri bir uç halinde çizilir.  $y$  yönündeki moment dağılımı  $x$  yönündeki

momentlere benzer. Birim genişlik için maksimum moment  $p_u \cdot l^2/8$ 'dir. Plak kenar mesnetlerinde reaksiyon dağılımı da görülmektedir. Birçok tasarımcı tarafından benzer şekilde kabul edildiği gibi kenar yük üçgen şeklindedir.



Şekil (3.5). Çözüm 3

Bu üç çözüm basit şerit metodunun iki özelliğini anlatır. Birincisi basit statığın kullanılmasıyla, taşıyıcı sistemdeki yüklerin ve döşeme momentlerinin kolayca bulunabilmesi, ikincisi, seçilen yük dağılımına bağlı olarak, momentlerin ve reaksiyonların değişimidir.

Tasarımcılar, uzun yıllar, komplike sınır şartları olan veya komplike şekilli döşemelerdeki momentleri, şerit etkisini kullanarak sezgiyle tahmin etmişlerdir.

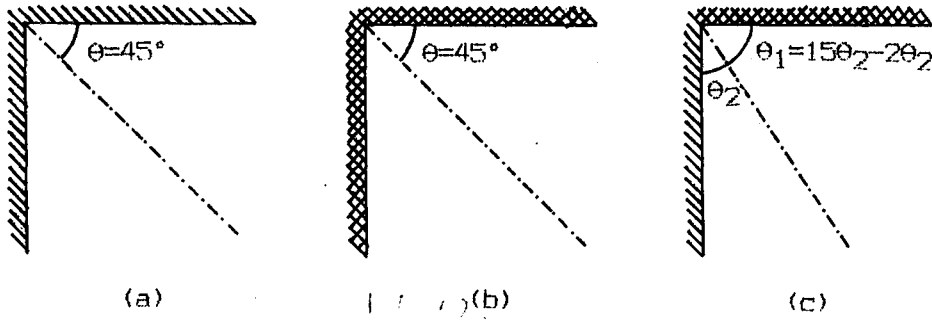
Birim genişlik için donatı alanı, birim genişlik için momentle orantılıdır. Döşemedeki bütün döşeme donatılarının  $l$  uzunluğu boyunca devam ettiği kabul edilir ve bütün bu donatıların aynı etkili derinliği vardır. Plaktaki demir miktarı, maksimum  $m_x$  dağılım diyagramının alanıyla orantılıdır. 1.2 ve 3 çözümleri için alanlar, sırasıyla

1:0.75:0.67 oranında gösterilir.<sup>(3)</sup> 3. çözümün en ekonomik çözüm olduğu görülmüştür. Fakat, seritlerin uçlarında, azaltılan momentlerin hesaba katılması durumunda, bazı donatılar 1 uzunluğundan daha küçük kesilmişlerse 3. çözüm ve 2. ve 1. çözümler arasındaki fark daha az olabilir. Ayrıca çözüm 3'deki moment döşeme boyunca sürekli değişir ve donatı aralıkları teorik olarak sürekli bir değişkenlik gerektirir. Bu durum oldukça kullanışsızdır. Böylece, pratikte, 3. çözüm için donatıların moment dağılımıyla uyuşan çeşitli uniform bandlarda yerleştirilmesine ihtiyaç olacaktır.

1. çözümde varsayılan en basit yük dağılımı kullanılır. Çözüm 2 ve 3, ya döşeme kenarları ya da köşelerinden oluşan süreksizlik çizgilerinin alternatifleridir. Bu iki konu gelecek iki bölümde daha ayrıntılı anlatılacaktır.

### 3.2.2-Döşeme Köşelerinden Başlayan Süreksizlik Çizgileri:

**Momentlerin Belirlenmesi:** Hillerborg, ilk çalışmasında genellikle, yükün en yakın mesnete aktarılması durumuna göre yaklaşımı tercih etmiştir. Plak boyunca momentler, bu şekilde yüklenmiş olan seritler için bulunmuş olur.



Sekil (3.6). Dik açılı köşelerde süreksizlik çizgileri pozisyonları (a)Her iki kenarı ankastre (b)Bir kenarı basit, diğer kenarı ankastre.

Süreksizlik çizgileri, bir döşeme köşesini her açıyla

kesebilir. ancak bu açılar, momentlerin elastik moment dağılımına uygun olmasını ve en az donatı kullanımını gerektirecek şekilde seçilmiş olmalıdır.

Sekil (3.6)'da görüldüğü gibi, dik açılı köşeler için önerilen kurallar şunlardır:<sup>(3)</sup>

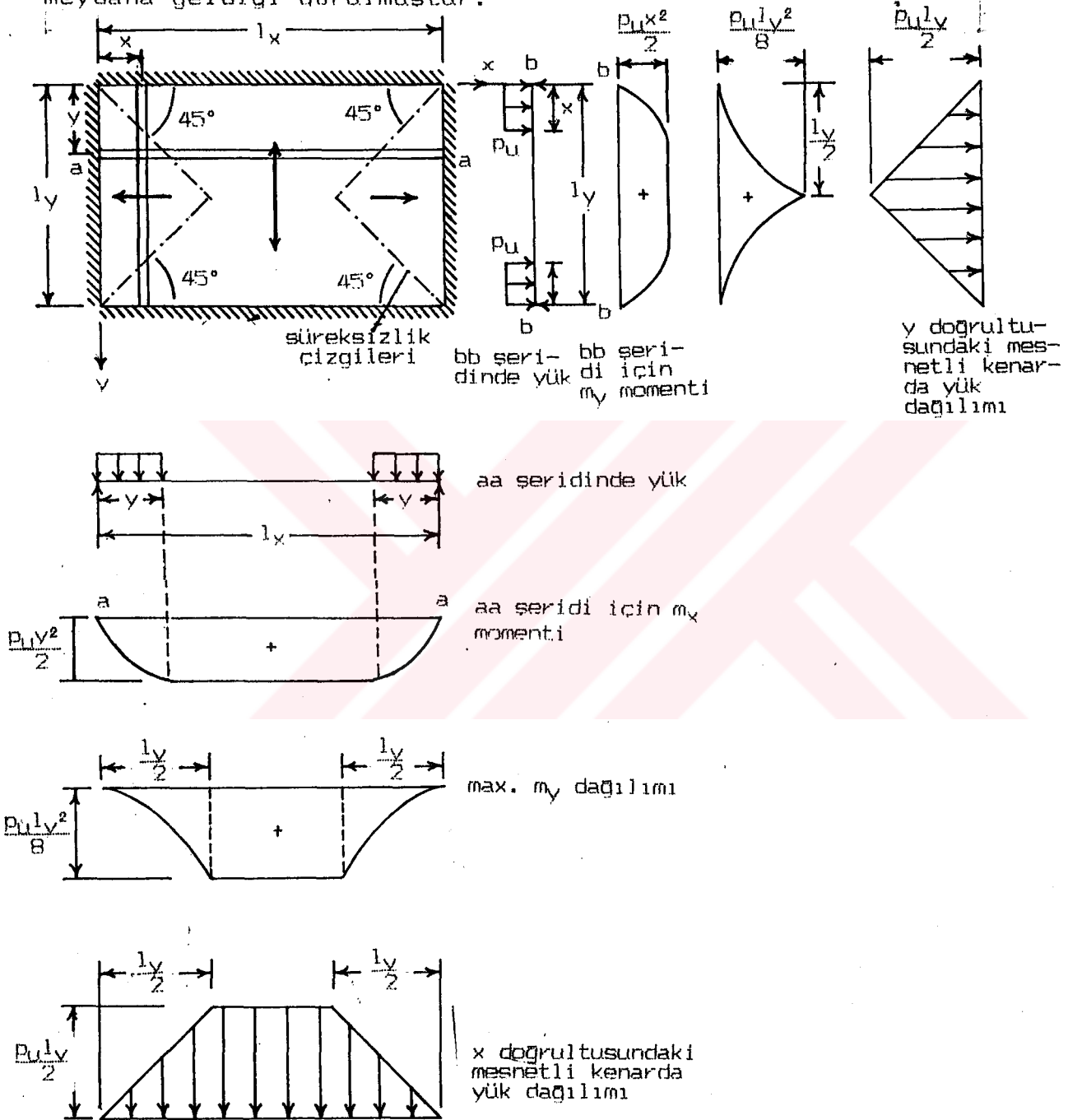
1- İki basit veya ankastre mesnetli kenarın birleştiği köşelerde, süreksizlik çizgileri köşe açılarının açıortayından geçer.

2- Biri basit, diğeri ankastre mesnetli iki kenarın birleştiği köşelerde süreksizlik çizgileri, köşe açılarını, ankastre mesnetli kenardaki açıyı, basit mesnetli kenardaki açının 1.5-2.0 katı olacak şekilde ayırarak geçerler.

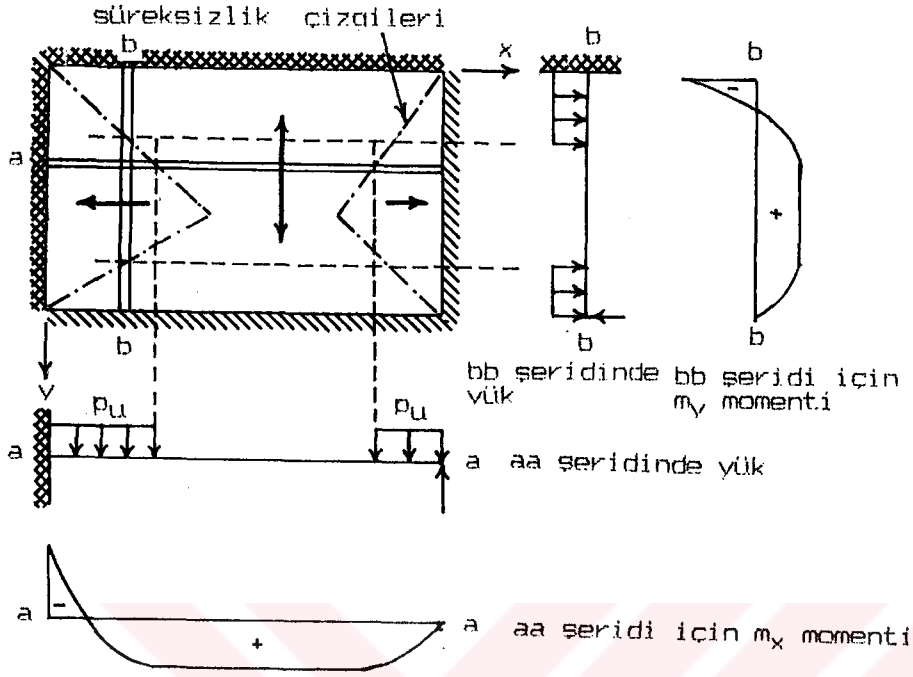
İkinci kural, ankastre mesnetin daha fazla moment taşıdığına gözlemlenmiş olmasından ortaya çıkmıştır ve bu nedenle yükün büyük bir kısmı basit kenardan çok ankastre kenara gider. Diğer bir bakış şekli ise, süreksizlik çizgileri, maksimum pozitif momentlerin seritlerde gerçekte nereye ulaştığını belirler ve açıkça görülüyor ki, bir ankastre kenar, kenardan uzaklaşan bir pozitif moment bölgesi meydana getirir. Bu iki kural bize minimum donatı yüzdeli döşeme veremeyecektir, fakat kurallar mantıklı olarak minimum donatı yüzdesine yakın çözümler verecektir.

Daha önce anlatıldığı gibi, iki doğrultudaki seritlerde momentler basit statikle bulunabilir. Eğer bir kenar veya birkaç kenar ankastre ise, ankastre kirişler için elastik teori, momentleri belirlemede kullanılabilir, fakat, pozitif ve negatif momentler arasında biraz yeniden dağılım meydana gelmelidir. Şekil (3.7), (3.8) ve (3.9)'da düzgün yayılı yükü döşemeler için süreksizlik çizgileri pozisyonlarından bazı örnekler verilmiştir. Aynı şekillerde x ve y doğrultularında döşemeler boyunca momentlerin tespiti için çizilen seritler de gösterilmiştir. Sekil (3.7)'deki gibi bütün kenarları basit mesnetli bir döşeme ele alınıp

incelendiğinde. köşelerden başlayan düz süreksizlik çizgileri için en ekonomik yük dağılımının  $l_x > l_y$  durumu için uzun kenara olan açının  $\theta = \arctg(l_x/l_y)$  durumunda meydana geldiği görülmüştür.



Şekil (3.7). Bütün kenarları basit mesnetli, düzgün yayılı yüklü, dikdörtgen bir döşeme için kenar reaksiyonları ve eğilme momentleri



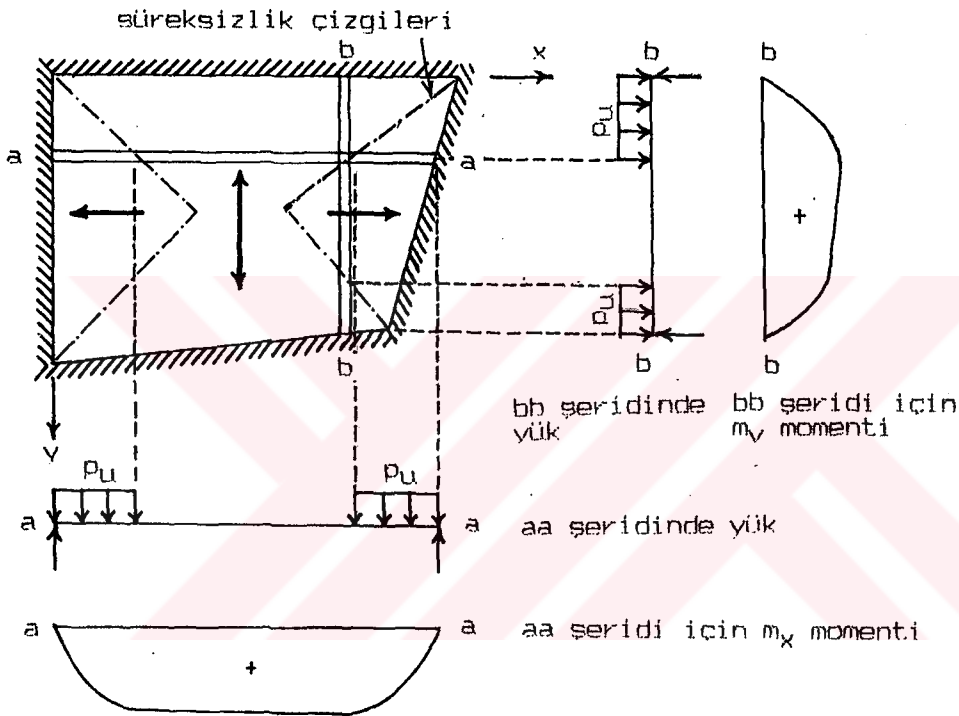
Şekil (3.8). Ankastre ve basit mesnetli kenarlı, düzgün yayılı yüklü bir döşemede eğilme momentleri.

Şekil (3.8)'de kenarları basit ya da ankastre mesnetli bir döşeme ve bu döşemenin süreksizlik çizgileriyle simetrik olmayan bölgelere ayrılması gösterilmiştir.

Şekil (3.9)'da yamuk şeklinde bir plak gösterilmiştir. Böyle bir durumda, eğer, birleşen iki kenarın mesnetlenme durumları aynıysa, süreksizlik çizgileri köşe açılarını yaklaşık olarak ikiye ayırır. Eğer bu iki kenar birbirinden farklı mesnetlenmişse bu durum yaklaşık olarak şekil (3.6c)'ye benzer.

Şekil (3.8)'de verilen yükler etkisinde, bir ucu ankastre, diğer ucu basit mesnetli elastik kirişler için moment diyagramları gösterilmiştir. Moment diyagramlarında görüldüğü gibi, yüklenmemiş orta bölgelerdeki moment değerleri sabittir. Bu kolaylık tasarımcıya şerit metoduyla sağlanmaktadır. En son donatı seçimini kolaylaştırdığı için

bu yöntem faydalıdır. Eger simetrik olmayacak şekilde yüklenmiş bir şeridin her iki ucu da ankastreysen moment diyagramı, yüklenmemiş kısımda sabit moment (veya kesme kuvveti sıfır) verecek şekilde çizilmiş olmalıdır. Bu durumda uçlardaki negatif momentlerin, pozitif açıklık momentlerinin 1.5-2.0 katı alınması önerilmektedir. Böylece bulunan moment diyagramı elastik moment dağılımına benzer olur.



Şekil (3.9). Düzgün yayılı yüklü, dikdörtgen olmayan bir plakta eğilme momentleri.

Şekil (3.9)'da gösterildiği gibi, moment diyagramları sabit moment bölgeleri içermeyebilir. Çünkü onlar izostatiktir ve simetrik yüklenmemişlerdir. Maksimum moment, yüklenmiş bölgeler arasında değil, daha çok en uzun yüklenmiş bölgededir.

**Bantlar:** Dikdörtgen veya dikdörtgen olmayan döşemelerin büyük bir kısmında köşelerden başlayan süreksizlik çizgileriyle, şerit metodu yardımıyla bulunmuş eğilme momentleri için



$$m_{\max} = p_u \cdot \frac{(\beta \cdot l)^2}{2}$$

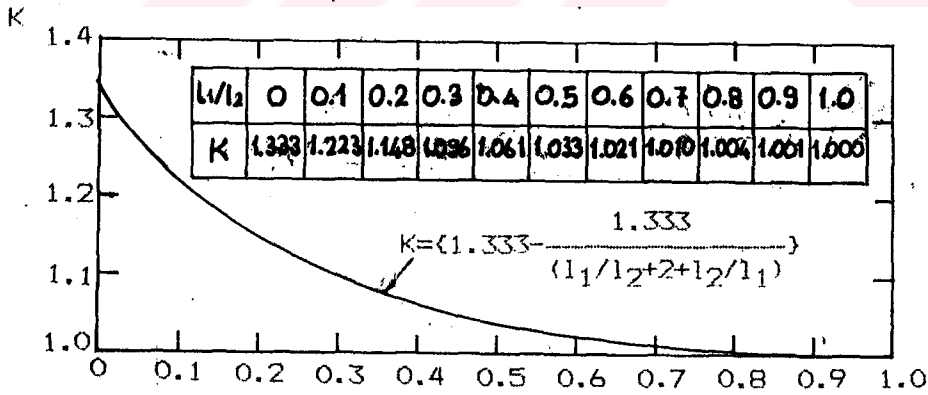
$$\beta \cdot l = l_1 + (l_2 - l_1) \cdot \frac{z}{t}$$

$l_1, l_2$  : Bant kenarlarında, döşeme kenarından süreksizlik çizgisine kadar olan, sırasıyla, kısa ve uzun aralıklar.

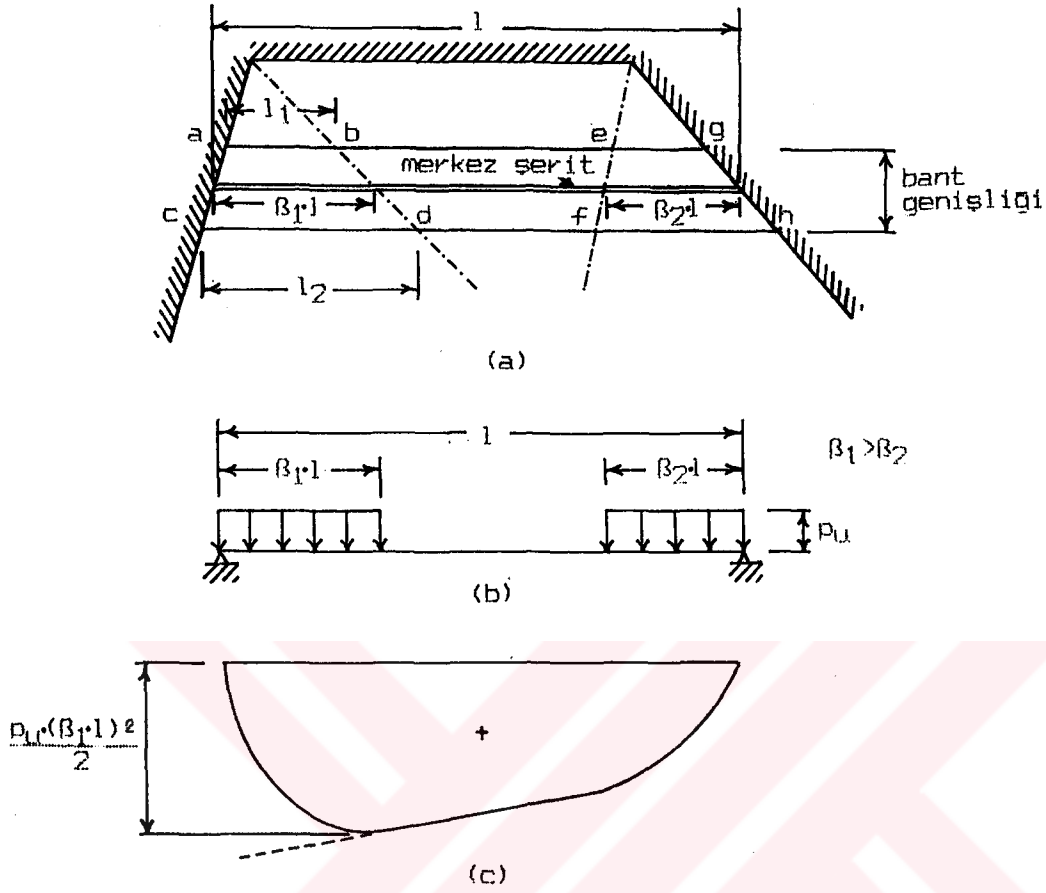
Buradan, bantta  $bd$  boyunca birim genişlik için ortalama maksimum moment şu şekilde bulunur:

$$\begin{aligned} m_{\text{ort. max}} &= \int_0^t \frac{m_{\max} \cdot dz}{t} \\ &= \int_0^t \frac{p_u}{2t} \cdot (l_1 + (l_2 - l_1) \cdot \frac{z}{t})^2 \cdot dz \\ &= \frac{p_u}{2} \cdot \left( \frac{l_1 + l_2}{2} \right)^2 \cdot \left( 1.333 - \frac{1.333}{(l_1/l_2) + 2 + (l_2/l_1)} \right) \\ &= \text{birim genişlik için orta şeritte max. moment} \times K \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$K = 1.333 - \frac{1.333}{(l_1/l_2) + 2 + (l_2/l_1)} \quad (3.5)$$



Şekil (3.11). Bantlarda ortalama momentler için  $K$  değerleri.



Şekil (3.12). Yamuk bir döşemede bant (a) Yamuk bir döşemede bant (b) Bantın ortasındaki şeritte yükleme (c) Bantın ortasındaki şerit için moment diyagramı.

(3.5) denklemiyle verilen  $K$  değerleri şekil (3.11)'de dikdörtgen şeklinde bir döşeme için  $K=1.0$  ( $l_1=l_2$ ) ve üçgen şeklinde bir döşeme için  $K=1.333$  ( $l_1=0$ ) arasındaki değerler gösterilmiştir.

(3.5) denklemi düzgün yayılı yüklü, yamuk bir döşemenin bir bantındaki ortalama maksimum momentin bulunmasında da kullanılır. Örneğin şekil (3.12)'de çok genel şekilli bir döşemeden geçen bir bant gösterilmiştir. Bu bant, bantın ortasında işaretlenmiş dar şeridin soyutlanmasıyla en iyi şekilde çözümlenebilir. Şekil (3.12b)'de şeritteki yükleme

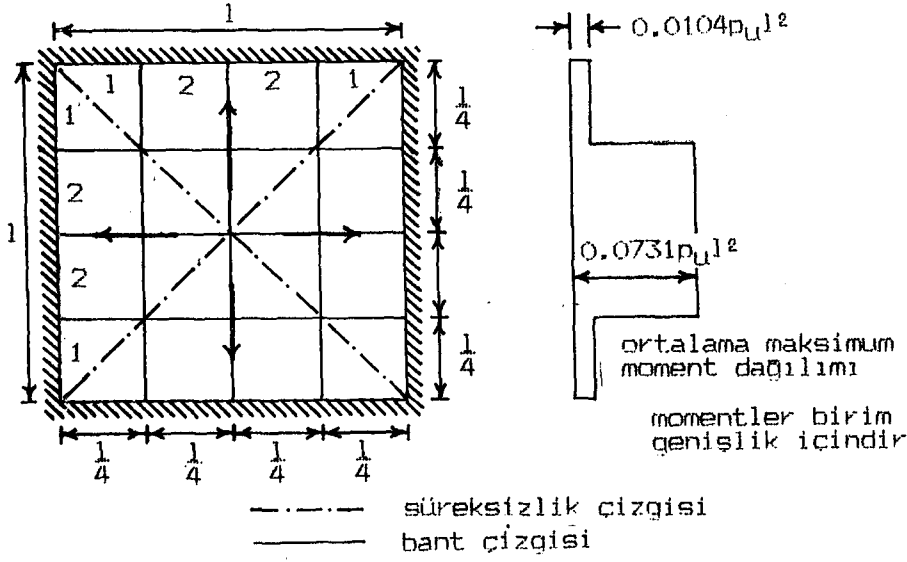
gösterilmiştir. Eğer yüklenme uzunlukları  $\beta_1 l$  ve  $\beta_2 l$  eşitse (3.4) denklemi ortalama maksimum momentin belirlenmesinde kullanılabilir. Eğer aynı değilse moment diyagramı şekil (3.12c)'de gösterildiği şekilde çizilmeli ve seritteki maksimum moment bulunmalıdır. Bu maksimum moment, banttaki ortalama maksimum moment bulunurken denklem (3.5)'le verilen K katsayısıyla çarpılır. K değeri bulunurken maksimum yüklenmiş uçlarda yükün uygulandığı  $l_1$  ve  $l_2$  uzunlukları kullanılır. (3.4) denkleminin doğrudan kullanımı  $\beta_1$  ve  $\beta_2$  birbirinden farklıken, maksimum momenti çok küçük verir. Hata  $\beta_1 l$ 'e oranla  $\beta_2 l$  azaldıkça artar. Bunun nedeni maksimum momentin,  $\beta_1 l$  uzunluğunda yüklenmiş bölgede olmasıdır. Fakat  $\beta_2 l$  çok küçük olmamak şartıyla yüklenmiş kenardaki moment kullanılarak tatmin edici sonuca ulaşılabilir.

Düzgün yayılı yüklü ve basit mesnetli bir kare döşeme şekil (3.13)'de incelenmiştir. İncelenen döşeme, her doğrultuda  $1/4$  genişliğinde 4 banttan meydana gelmiştir. Şekilde, 1 ve 2 olarak gösterildiği gibi iki tip bant vardır.

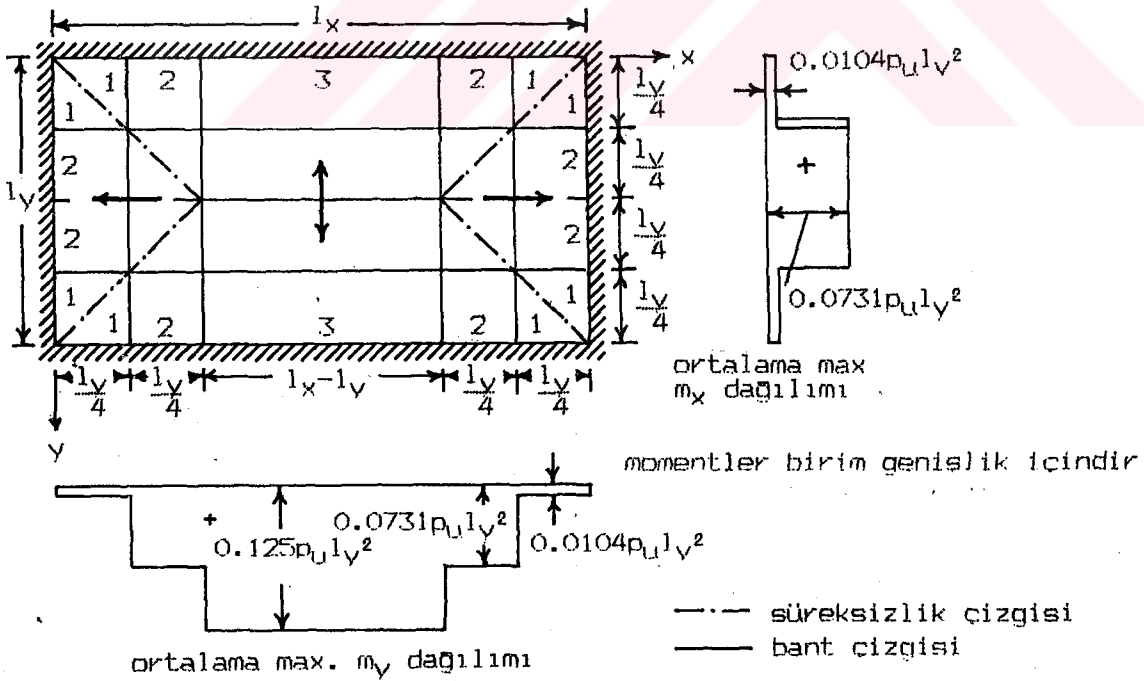
Her bantta, tasarımda kullanılan ortalama maksimum moment şu şekilde hesaplanır:

Bant	$l_1$	$l_2$	$\frac{l_1}{l_2}$	K	Birim genişlik için ortalama maksimum tasarım momentleri
1	0	$0.25 \times l$	0	1.33	$\frac{P_U}{2} \cdot \left(\frac{0.25 \times l}{2}\right)^2 \times 1.33 = 0.0104 \cdot P_U \cdot l^2$
2	$0.25 \times l$	$0.5 \times l$	0.5	1.04	$\frac{P_U}{2} \cdot \left(\frac{0.25 \times l + 0.5 \times l}{2}\right)^2 \times 1.04 = 0.0731 \cdot P_U \cdot l^2$

Bu momentler yerleştirilen donatılarla doğrudan mesnetlere aktarılmalıdır. Ortalama maksimum moment dağılımı şekil (3.13)'de gösterilmiştir.



Şekil (3.13). Kare döşemenin her yönde 4 banta ayrılması ve ortalama maksimum moment dağılımı



Şekil (3.14). Dikdörtgen döşemenin bantlara ayrılması ve ortalama maksimum momentler

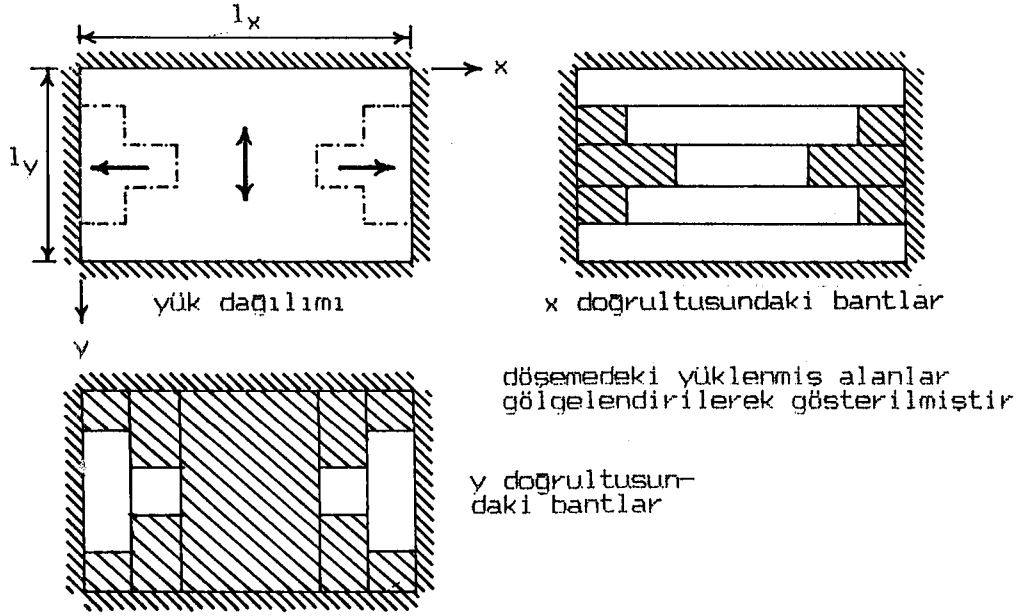
Bir başka örnek şekil (3.7)'de incelenen düzgün yayılı yüklü, basit mesnetli, dikdörtgen bir döşemedir. Şekil (3.14)'de gösterildiği gibi döşeme x doğrultusunda  $l_y/4$  genişliğinde 4 banta ayrılmıştır. y doğrultusunda ise ortada  $l_x-l_y$  genişliğinde bir bant ve iki uçta  $l_y/4$  genişliğinde toplam 4 banta ayrılmıştır. Her bant için tasarımda kullanılan ortalama maksimum momentler şu şekilde bulunur:

Bant	$l_1$	$l_2$	$\frac{l_1}{2}$	K	Birim genişlik için ortalama maksimum tasarım momenti:
1	0	$0.25 \times l_y$	0	1.33	$\frac{P_U}{2} \cdot \left( \frac{0.25 \times l_y}{2} \right)^2 \times 1.33 = 0.0104 \cdot P_U \cdot l_y^2$
2	$0.25 \times l_y$	$0.5 \times l_y$	0.5	1.04	$\frac{P_U}{2} \cdot \left( \frac{0.75 \times l_y}{2} \right)^2 \times 1.04 = 0.0731 \cdot P_U \cdot l_y^2$
3	$0.5 \times l_y$	$0.5 \times l_y$	1.0	1.00	$\frac{P_U}{2} \cdot \left( \frac{l_y}{2} \right)^2 \times 1.00 = 0.125 \cdot P_U \cdot l_y^2$

Bu moment dağılımları şekil (3.14)'de gösterilmiştir.

### 3.2.3-Döşeme Kenarlarından Başlayan Süreksizlik Çizgileri:

Süreksizlik çizgilerinin doğru olmasını veya köşelerden başlamasını gerektirecek bir sebep yoktur. Wood ve Armer, bantların yüklenmiş bölgeleri için üçgen ve trapez şekillerin kullanılmasıyla hesaplardaki karışıklıkları incelemişlerdir. Süreksizlik çizgileri her bantı dik açıyla kesecek şekilde düzenlenirse herhangi bir ortalama alınmaksızın bantlardaki maksimum tasarım momenti doğrudan belirlenmiş olur. Hesaplardaki basitleşmenin yanısıra, bu çözüm doğrudur ve alt sınır teorisine uygundur. Şekil (3.15)'de böyle bir durum gösterilmiştir.



Şekil (3.15). Bantlarda uniform momentleri veren yük süreksizlik çizgileri

Şekil (3.16)'da düzgün yayılı kırılma yüküne maruz, basit mesnetli, dikdörtgen bir döşeme gösterilmiştir. Döşemenin her köşesinde kısa açıklık/4 yani  $l_y/4$  genişliğinde dört eşit bant ve bu bantların aralarında da uzun açıklık için  $l_y/2$ , kısa açıklık için ise  $(l_x - l_y/2)$  genişliğinde iki bant alınmıştır. Şekil (3.16)'da şeritlere dağıtılmış yüklemeyen meydana gelen, döşemenin x ve y doğrultularındaki kenar mesnetlere yüklerin etkisi de gösterilmiştir.

Bu yöntemle tasarım momentlerinin hesabı daha önce anlatılan ortalama alma yönteminden daha kolaydır.

Şekil (3.14)'de gösterildiği şekilde ortalama alınarak yapılan işlemle, şekil (3.16)'da gösterilen herhangi bir ortalama alınmaksızın yapılan işlemle bulunan, düzgün yayılı yüklü, basit mesnetli, dikdörtgen bir döşemenin momentleri için gerekli donatı hacimlerinin karşılaştırılması gerekir.

Her bir donatı çubuğu kendi doğrultusundaki bütün uzunluk boyunca devam etsin ve iç moment kolu iki doğrultudaki momentler için aynı olsun. Şu halde, döşemedeki donatı hacmi, maksimum  $m_y$  dağılım diyagram alanının  $l_y$  katına, maksimum  $m_x$  dağılım diyagram alanının  $l_x$  katının eklenmesiyle bulunan değerle orantılıdır.

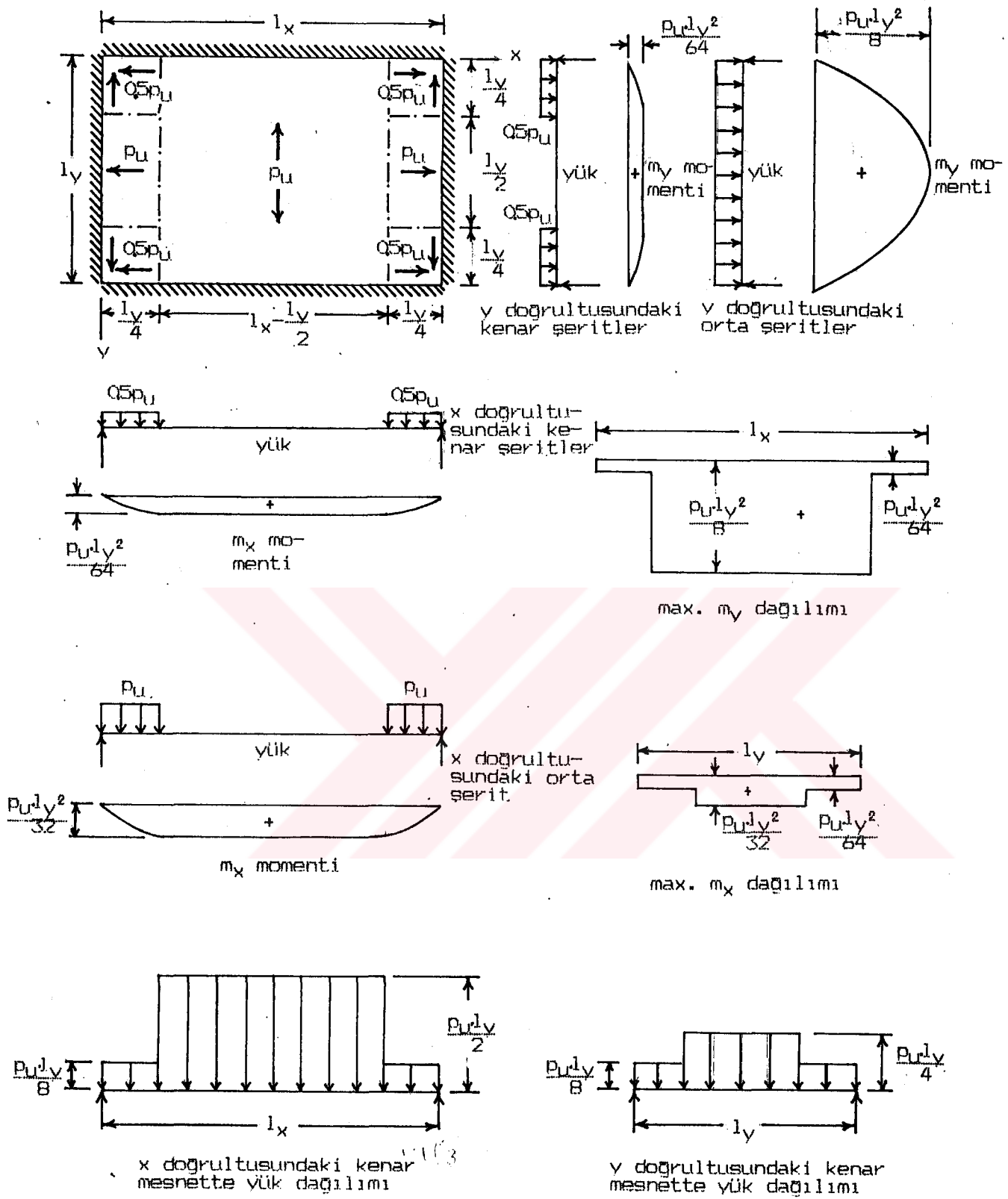
Bu hesaplar, doğrudan işleme bulunan döşemeler için donatı hacminin, ortalama alma işlemiyle bulunan donatı hacmine oranının  $l_x/l_y=1.0, 1.25, 1.5, 1.75$  ve  $2.0$  için sırasıyla  $1.12, 1.05, 1.01, 0.98$  ve  $0.97$  olduğunu gösterir. Böylece, kare döşemelerde, şekil (3.14)'de gösterilen çözümün kullanılması için biraz düzeltme yapılmalıdır. Fakat, dikdörtgen döşemeler için şekil (3.16)'da gösterilen doğrudan çözümün kullanılması daha uygundur.

Şekil (3.17)'de komşu kenarları basit ve ankastre mesnetli dikdörtgen bir döşeme gösterilmiştir. Süreksizlik çizgileri, ankastre mesnetli kenarın basit mesnetli kenara göre daha fazla yük taşıma kapasitesi gözönüne alınarak belirlenmiştir. Bu, büküm noktası (moment sıfır noktası) ile ankastre kenar arasındaki döşeme elmanının konsol çalışmasına bağlı olarak açıklanır. Süreksizlik çizgileri arasındaki bölgenin genişliği  $\beta$  katsayısı ile belirlenir.  $\beta$  katsayısı uygun bir moment dağılımı verecek şekilde seçilmelidir. Bu örnekte, şekil (3.16)'daki bütün kenarları basit mesnetli döşemede olduğu gibi,  $y$  doğrultusundaki orta şerit genişliğinin  $(l_x-l_y/2)$  ve  $x$  doğrultusundaki orta şerit genişliğinin  $l_y/2$  alınması önerilir.

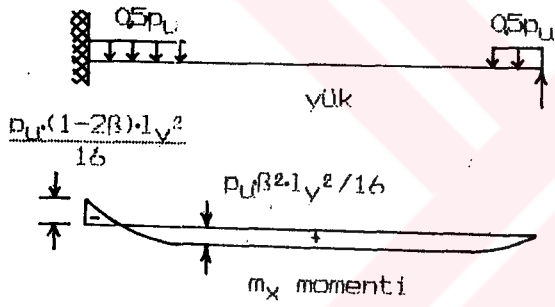
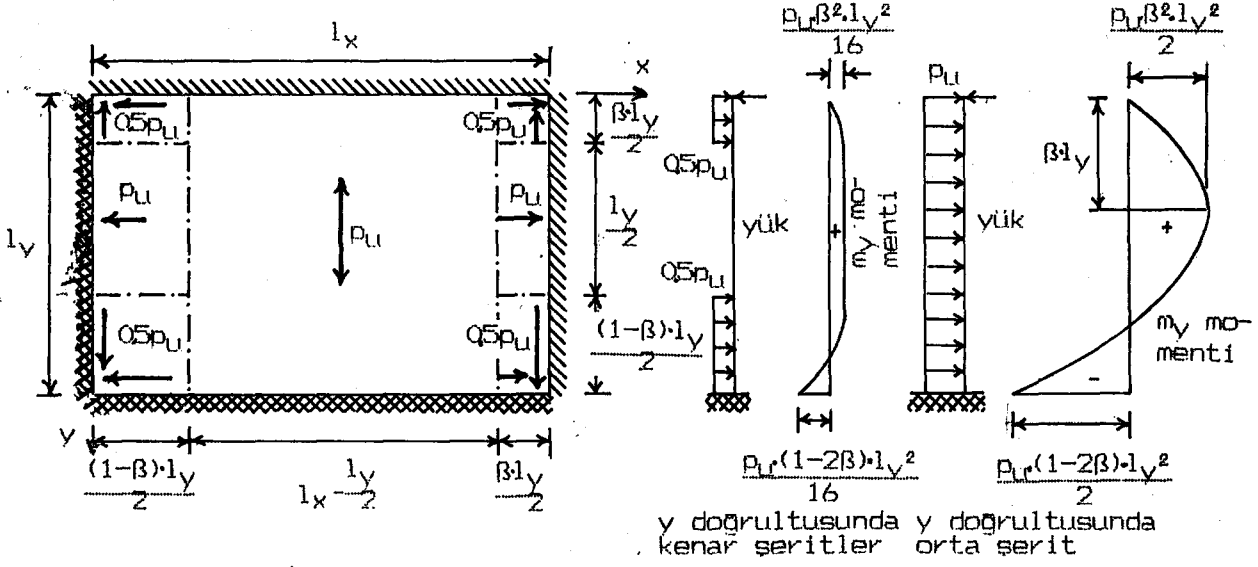
Eğer şerit bölgelerinde taşınan yük yoksa sabit moment bölgeleri meydana gelir. Bu, pozitif moment donatısından birçok şerit boyunca tamamen faydalanılmasını mümkün kılar. Momentler, şeritlerin yüklenmemiş bölgelerinde kesme kuvvetinin sıfır olması varsayımıyla kolayca hesaplanabilir.  $x$  doğrultusundaki orta şeritte sağ uç reaksiyonu  $\beta \cdot p_u \cdot l_y/2$ 'dir ve birim genişlik için maksimum pozitif moment bundan dolayı  $p_u \cdot \beta \cdot l_y^2/8$ 'dir. Benzer şekilde, pozitif moment ve

sol mesnetteki negatif moment,  $p_u \cdot (1-\beta)^2 \cdot l_y^2 / 8$  'e eşit olmalıdır ve böylece birim genişlik için negatif moment  $p_u \cdot (1-2\beta) \cdot l_y^2 / 8$  olur. x ve y doğrultularındaki kenar şeritler için momentler benzer şekilde bulunabilir. y doğrultusundaki orta şerit için, maksimum pozitif momenti veren kısım ile sağ uç arasındaki mesafe  $\beta \cdot l_y$  kadar alınmışsa, birim genişlik için maksimum pozitif moment  $p_u \cdot \beta^2 \cdot l_y^2 / 2$  olmalıdır.  $(1-\beta) \cdot l_y / 2$  'nin sol taraftaki uzunluğuna, diğer şeritlerin  $(1-\beta) \cdot l_y / 2$  'nin sol taraftaki uzunluğuna benzer. Buradan, birim genişlik için negatif momentin  $p_u (1-2\beta) \cdot l_y^2 / 2$  olduğu görülür. Şekil (3.17)'de momentler gösterilmiştir.  $\beta$  değeri, maksimum negatif momentlerin maksimum pozitif momentlere oranına bağlı olarak seçilir. Şekil (3.17)'deki momentlerden maksimum negatif momentlerin, maksimum pozitif momentlere oranının  $(1-2\beta) / \beta^2$  olduğu açıkça görülmüyor.  $\beta$  'ya 0.366, 0.387 ve 0.414 değerleri verilmesi durumunda, sırasıyla bu oran, 2.0, 1.5 ve 1.0 değerlerini alır.  $\beta$  'nin normal olarak 0.36-0.40 değerleri arasında olması gerektiği açıkça görülecektir. Elastik eğilme moment dağılımının ankastre uçlu şerit momentleri için kullanılmadığı açıktır ve ayrıca moment yeniden dağılımının döşeme boyunca meydana geldiği varsayılmıştır.

Örnekteki gibi, sabit bir pozitif moment bölgesi elde etmek için maksimum negatif momentlerin maksimum pozitif momentlere oranının bir fonksiyonu olan  $\beta$  gibi bir değerle eşit olmayan uzunluktaki yüklenmiş uç bölgelerin belirlenmesi tekniği, ancak, şeridin her ucundaki mesnetlenme durumu farklı olursa gereklidir. Şekil (3.16)'daki gibi eğer her iki ucu da ankastre veya sabit mesnetli ise  $\beta=0.5$  kabul edilmelidir. Her iki ucun da ankastre olması durumu için maksimum negatif momentlerin maksimum pozitif momentlere oranında  $\beta$  gibi bir fonksiyon yoktur, ancak tasarımcı tarafından keyfi olarak seçilebilir.

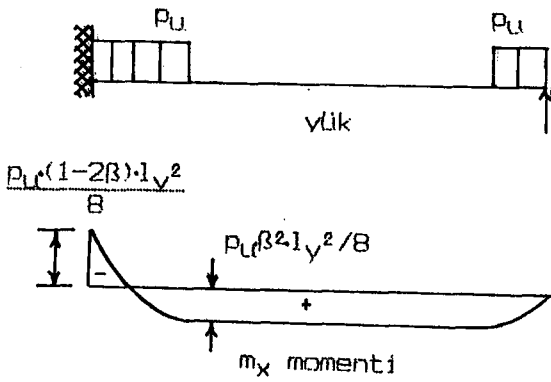


Şekil (3.16). Bütün kenarları basit mesnetli, düzgün yayılı yüklü bir döşeme için uç reaksiyonları ve eğilme momentleri.



x doğrultusunda kenar serit

bütün momentler birim genişlik içindir

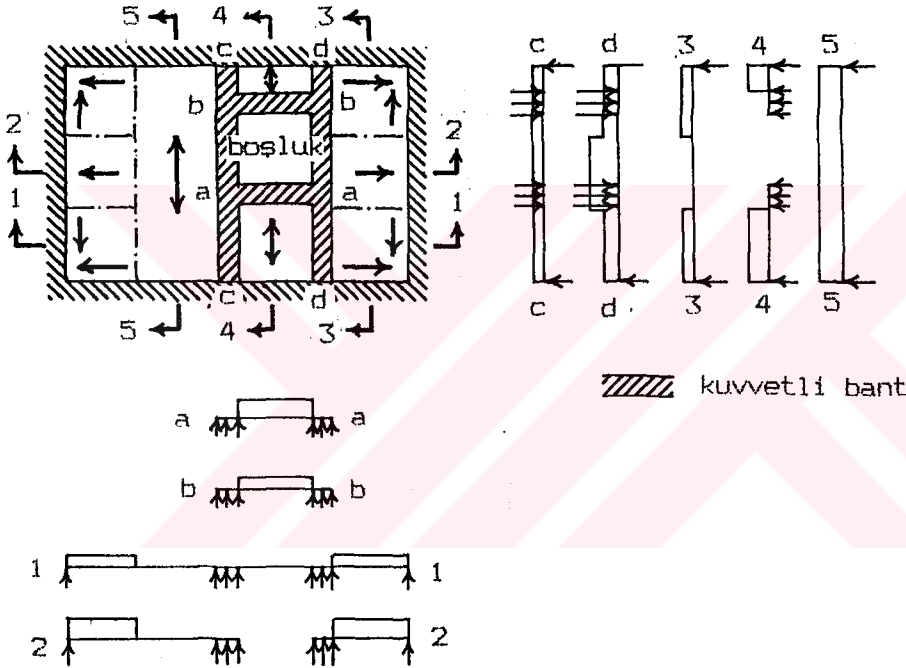


x doğrultusunda orta serit

Sekil (3.17). Komşu iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit mesnetli, düzgün yayılı yüklü bir döşeme için eğilme momentleri.

### 3.2.4- Kuvvetli Bantlar Kullanılması:

Basit şerit metodu, mesnetlere yük dağılımında kuvvetli bantların kullanılmadığı, kolonlara mesnetli kirişsiz döşemeler, boşluklu ve içeri giren köşeli (openings and reentrant corners) döşemeleri incelemez. Kuvvetli bantlar kullanılması fikri Wood ve Armer tarafından önerilmiştir ve bu yaklaşım, Basit Şerit Metodu'na çok önemli bir katkıda bulunmuştur.



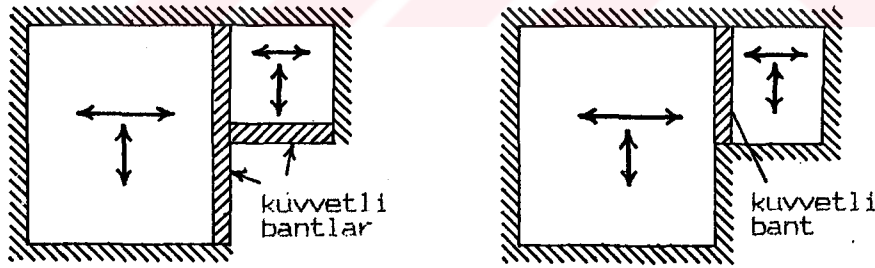
Sekil (3.18). Basit mesnetli, düzgün yayılı yüklü, boşluklu döşeme.

Bir kuvvetli bant, donatının yoğun bir şekilde bulunduğu, döşemenin uygun genişlikteki bir şerididir ve bu bant bir kiriş gibi çalışır. Eğer donatının gerekli tasarım momentini daha iyi taşıması istenirse böyle bir döşeme şeridi kalınlaştırılmalıdır. Kuvvetli bant kullanımı yaklaşımı mesnetlenmemiş (boşta) kenarlı bazı döşemeler için moment dağılımı bulunmasında kolaylık sağlar. Bu durumlar

için tasarım yöntemi aşağıda anlatılacaktır.

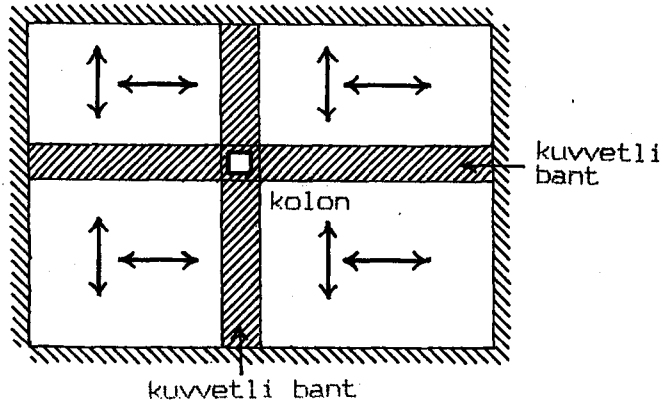
Boşluklar içeren döşemeler, boşluk etrafında kuvvetli bantlar kullanılarak çözülebilir. Şekil (3.18)'de düzgün yayılı yük taşıyan, bütün kenarları basit mesnetli, dikdörtgen bir döşeme gösterilmiştir. Boşluk etrafındaki kuvvetli bantlar aa, bb, cc ve dd olarak işaretlenmiştir. Süreksizlik çizgileri, ayrıca, bir kuvvetli bant ve bir kenar mesnet arasında veya iki kenar mesnet arasında döşeme seritlerinde iki doğrultudaki yük aktarımı da gösterilmiştir. aa ve bb kuvvetli bantlarındaki yüklerin cc ve dd kuvvetli bantlarının toplam yüklerinin kenar mesnetlere aktarımı, iki doğrultudaki döşemeler boyunca momentler ve kenar reaksiyonları belirtilmiştir.

Benzer şekilde, şekil (3.19) ve (3.20)'de gösterildiği gibi içeri giren köşeli (reentrant corners), düzgün yayılı yüklü döşemelerde veya kolona mesnetli kirissiz döşemelerde kuvvetli bantlar kullanımından bahsedilebilir. Döşeme seritleri, kuvvetli bantlar veya kenar mesnetleri arasında yer alır. Kuvvetli bantlar, mesnetlere yük aktarımı durumuna göre tasarlanmıştır.

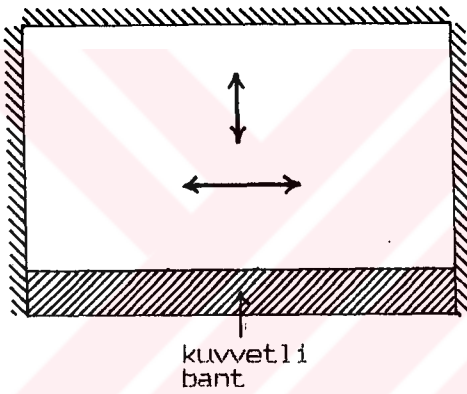


Şekil (3.19). Düzgün yayılı yüklü, içeri giren köşeli (reentrant corners) döşemeler.

Şekil (3.21)'de bir kenarı boşta (mesnetlenmemiş) düzgün yayılı yüklü bir döşeme gösterilmiştir. Her ne kadar zorunlu değilse de, boşta kenar boyunca bir kuvvetli bant uygun bir tasarım çözümüne yardımcı olur ve ayrıca kenarı rijitleştirir.



Şekil (3.20). Bir kolona mesnetli, düzgün yayılı yüklü döşeme.



Şekil (3.21). Bir kenarı mesnetlenmemiş, düzgün yayılı yüklü döşeme.

Genelde bir çözüm için yük aktarımında muhtemel düzenlemelerin büyük bir kısmında kuvvetli bantlar kullanılması mümkündür. Her tasarım kendi özelliklerine uygun olarak yapılmalıdır ve tasarımcı, elastik teori moment dağılımına uygun bir sonuç moment dağılımı oluşturduğundan emin olmalıdır.

### 3.2.5- Kırılma Çizgileri Teorisiyle Karşılaştırma:

Kırılma Çizgileri Teorisi, verilen bir döşemenin

kırılma yükünü hesaplamak için kırılma mekanizmaları esas alınarak hazırlanmış bir üst sınır yaklaşımıdır. Wood ve Armer, şerit metoduna uygun tasarlanmış döşemeler üzerinde denemeler yapmış ve şu şekilde bazı değerlendirmelerde bulunmuşlardır: Donatı, şerit momentlerine kesinlikle uygun yerleştirilmişse, kırılma çizgileri teorisiyle verilen kırılma yükü, şerit yönteminde kullanılan kırılma yüküne eşittir.<sup>(3)</sup> Şerit metoduyla tasarlanmış, basit mesnetli, düzgün yayılı yüklü bir döşeme için kırılma çizgisi çözümünde, gerçekte, sonsuz sayıda kırılma modları bulunabilir. Wood ve Armer, Hillerborg Metodu'yla kesin bir çözüm elde edilebileceği sonucuna varmışlardır. Bu sonuç gösterir ki, bir şerit metodu tasarımı, donatının etkili ve ekonomik olmasını sağlar. Fernando ve Kemp'in yeni bir çalışması gösterir ki, bazı moment alanları için kırılma çizgisi teorisi, kırılma yükü şerit tasarımında kullanılanıdan daha büyüktür. Bu da gösterir ki, şerit metodu daima emniyetlidir, ancak, her zaman kesin çözüm değildir. Bununla beraber, şerit metoduyla tasarlanmış bir döşeme için aynı kırılma yükünü veren hiç olmazsa bir çökme mekanizması bulmak pratik açıdan zordur.

### 3.2.6- SAYISAL ÖRNEKLER:

Önceki bölümlerde anlatılan basit şerit metodu, verilen bir kırılma yükü için döşeme boyunca momentlerin belirlenmesinde kullanılmış olabilir. Yük ağırlığı için kırılma yükü:

$$P_d = 1.4G + 1.6Q \quad (3.6)'dır$$

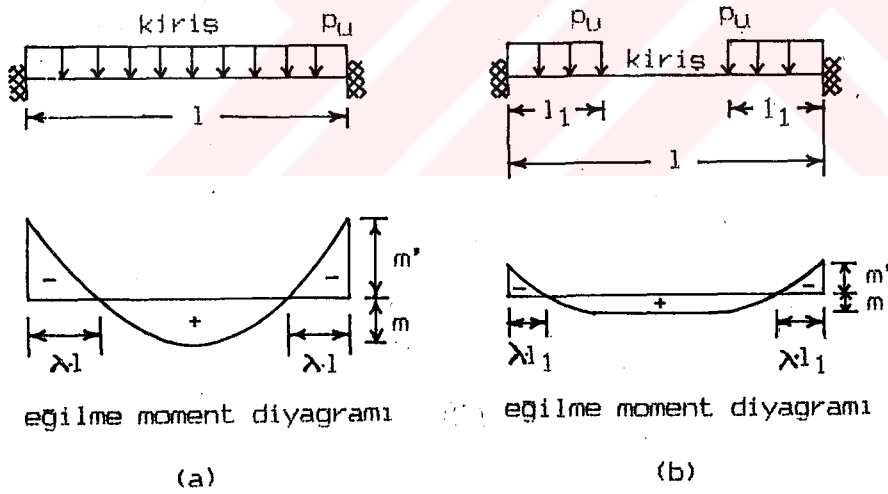
G, sabit yük, Q ise hareketli yüküdür. Donatı tasarım (kırılma) momentleri için şerit doğrultusunda yerleştirilmiştir. Birim genişlik için gerekli donatı alanı, birim genişlik için tasarım momentiyle orantılıdır. Eğer her iki doğrultudaki momentler için moment kolunun aynı olduğu varsayılırsa, döşemedeki donatı hacmi:

$$V_m = \iint (m_{ux} + m_{uy}) \cdot dx \cdot dy \quad (3.7)$$

denklemlerle verilen "moment kapasitesi" ile orantılıdır.  $m_{ux}$  ve  $m_{uy}$  birim genişlik için sırasıyla, x ve y doğrultularındaki kırılma mukavemet momentleridir.  $dx$  ve  $dy$ , alınan bir elemanın sırasıyla x ve y doğrultularındaki kenar uzunluklarıdır. Açıklıkların uçlarındaki bazı alt donatıların kesilmesi kullanışsız olabilir ve bütün alt donatılar açıklık boyunca devam etmelidir. Eğer donatılar, döşemenin l açıklığı boyunca devam ediyorsa donatı hacmi:

$$V_m = 2(0.0104 \cdot p_u \cdot l^2 \cdot 0.51 \cdot l + 0.0731 \cdot p_u \cdot l^2 \cdot 0.51 \cdot l) = 0.0835 \cdot p_u \cdot l$$

ile orantılıdır. Döşemedeki gerçek donatı hacmini bulmak için kullanılan  $V_m$ , çelik akma gerilmesi ve iç moment kolu ile bölünmüştür.



Şekil (3.22). Düzgün yayılı yüklenmiş şeritlerin negatif moment kısımlarının uzunlukları.

Sürekli veya ankastre kenarlardaki üst donatının gereken miktarı şeritler için eğilme moment diyagramlarıyla verilmiştir. Şekil (3.22a)'da verilen şekilde, her iki ucu da ankastre,  $l$  açıklığı boyunca düzgün yayılı yüklü bir şerit gösterilmiştir. Buradaki  $m'$  ve  $m$  değerleri birim

genişlik için negatif ve pozitif momentlerdir.

$$m'+m=p_u \cdot l^2/8 \quad \text{ve} \quad m=p_u \cdot l^2(1-2\lambda)^2/8$$

$\lambda \cdot l$ , her uçta negatif moment bölgesinin uzunluğudur. Buradan,

$$m'+m=m/(1-2\lambda)^2, \quad \lambda=0.5[1-1/\sqrt{1+(m'+m)/m}] \quad (3.8)$$

Benzer şekilde, şekil (3.22b)'de uçlarda sadece  $l_1$  boyunca yüklenmiş şeritler gösterilmiştir. Burada, negatif moment kısımlarının uzunlukları her uç için  $\lambda \cdot l_1$  kadardır.  $\lambda$  denklem (3.8)'le verilmiştir. Kritik negatif ve pozitif momentlerin olduğu kesitlerin eğilme mukavemetleri, kırılma yükünden oluşan değerlere ulaştığında büküm noktası pozisyonları döşeme davranışı elastik olduğundan, işletme yükü dağılımındaki pozisyonlarından oldukça farklı olabileceği için (3.8) denkleminde üst donatı boyunun hesabında önemli bir dikkat gerekir.

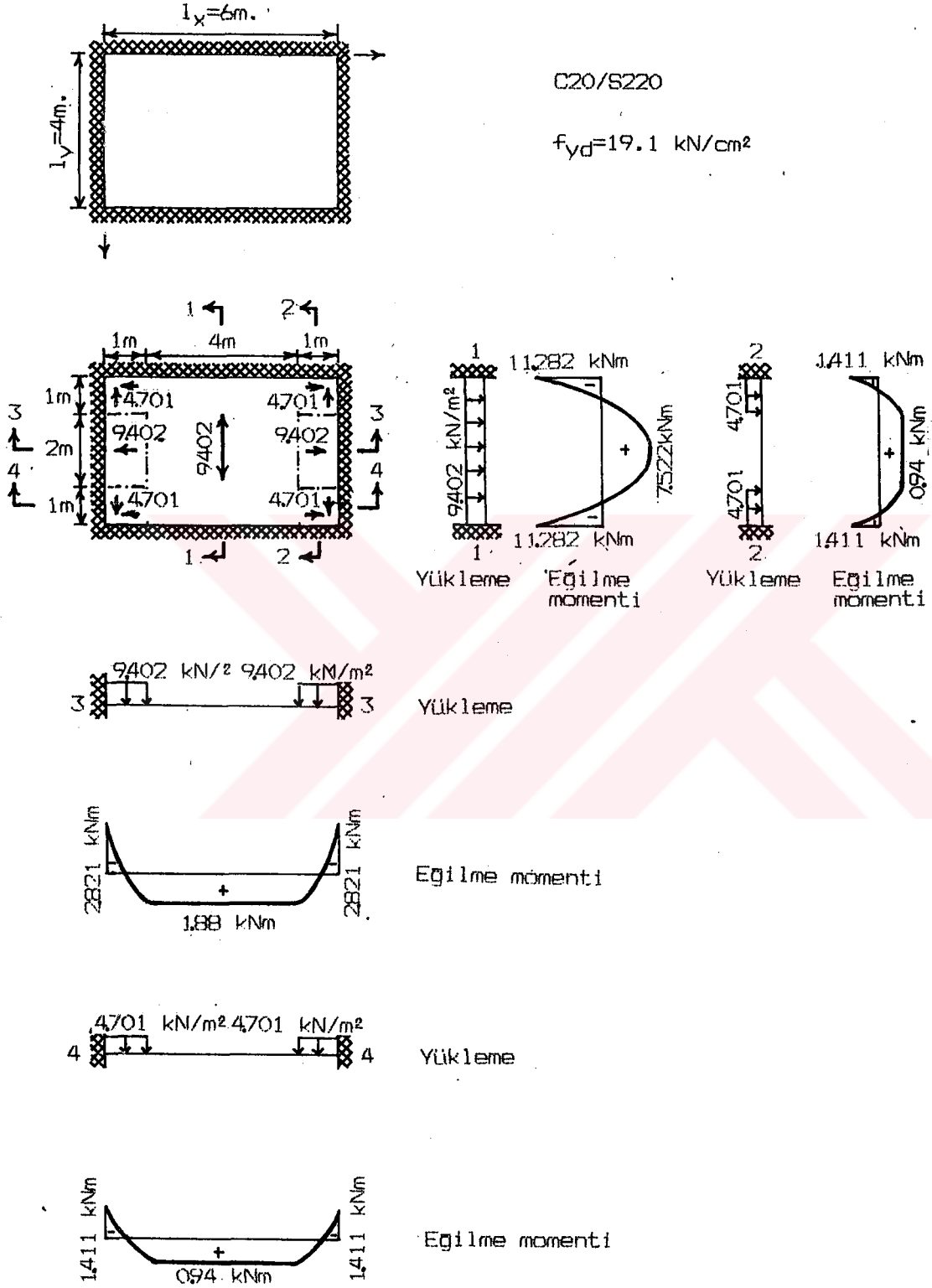
Bu nedenle, denklem (3.8)'de kullanılan  $m'/m$  moment oranları en büyük  $\lambda$  değerini vermelidir. Örneğin, eğer  $\lambda$  değeri, birim genişlik için negatif kırılma momentlerin pozitif momentlere oranından bulunarak kullanılmışsa ve eğer bu  $m'/m$  oranı elastik teoriyle verilen moment oranlarından daha küçükse, üst donatıların uzunlukları işletme yükleri için çok kısa olacaktır ve istenmeyen çatlaklar ağır işletme yüklerine maruz döşemelerin üst kısımlarında meydana gelecektir. Böylece, denklem (3.8)'den  $\lambda$  değeri bulunurken, birim genişlik için maksimum negatif momentlerin, maksimum pozitif momentlere elastik teori oranından (yani bütün uzunluğu boyunca düzgün yayılı yüklenmiş iki ucu ankastre şeritler için 2) veya döşeme birim genişliği için negatif kırılma momentlerin pozitif mukavemet momentlerine oranından bulunan  $m'/m$  değerlerinden hangisi daha büyükse o değer kullanılmalıdır. Ayrıca, üst

donatı. denklem (3.8)'le verilen negatif moment bölgesi uzunluğu dışında en az  $d$  mesafesi veya  $12 \times$  demir çapı'ndan hangisi daha büyükse o kısımda yayılmalıdır. Buradaki  $d$ , döşemenin etkili derinliğidir.

Serit metodu, burulma momentininin sıfır olduğunu ve bütün yükün şeritlerin eğilmesiyle taşındığını kabul eder. Bu, mukavemet için geçerli bir alt sınır yöntemidir. Bununla beraber, işletme yükleri etkisinde, elastik teori momentleriyle gösterildiği gibi burulma momentleri var olacaktır. Böyle bir burulma, özellikle rijit kirişler veya duvarlar üzerindeki basit mesnetli döşemelerin köşelerinde yüksektir.



## ÖRNEK 3.1-



Şekil (3.23). Tasarım örneği (3.1)

Şekil (3.23)'de verilen sürekli bir kirişli döşeme sisteminin dikdörtgen iç açıklıklarının boyutları 4 ve 6 m'dir. Döşeme, 2 kN/m<sup>2</sup>'lik düzgün yayılı, hareketli yük taşımaktadır. Uygun bir döşeme tasarlayınız. (Malzeme C20/S220)

**Cözüm:** Kirişler rijit kabul ediliyor.

$$\text{Döşeme kalınlığı} = hf \geq \frac{l_k}{35} = \frac{400}{35} = 11.43 \text{ cm} \approx 12 \text{ cm}$$

$$hf \geq \frac{l_n(800 + \beta \cdot f_{yd})}{36000 + 5000 \cdot m(1 + \alpha_p)}$$

$$m = \frac{l_u}{l_k} = \frac{600}{400} = 1.5$$

$$\alpha_p = \frac{(400 + 600)}{(400 + 600)} = 1$$

$$hf \geq \frac{6000(800 + 0.7 \cdot 191)}{36000 + 5000 \cdot 1.5 \cdot (1 + 1)} = 10.98 \text{ cm} \Rightarrow hf_{\min} = 12 \text{ cm}$$

Betonun birim hacim ağırlığı: 25 kN/m<sup>3</sup>'dir

Yük analizi:

$$\text{Döşeme kendi ağırlığı: } 25 \cdot 0.12 = 3 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Döşeme kaplaması} = 1.1 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Tavan sıvası} = 0.33 \text{ kN/m}^2$$

$$g = 4.43 \text{ kN/m}^2$$

$$q = 2 \text{ kN/m}^2 \text{ olarak alınmıştır.}$$

$$\text{Yük faktörü: } P_D = 1.4g + 1.6q$$

$$P_D = 1.4 \cdot 4.43 + 1.6 \cdot 2 \Rightarrow P_D = 9.402 \text{ kN/m}^2 \text{ 'dir.}$$

Şekil (3.23)'de yük dağılımı için varsayılan süreksizlik çizgileri gösterilmiştir. Kenar şeritler; kısa açıklık=4 m olan genişliğin 0.25'i kadardır. 11,22,33,44 olarak gösterildiği gibi döşemede 4 tip şerit vardır. Negatif tasarım momentlerin pozitif tasarım momentlere oranı 1.5 olarak kabul edilecektir. Tasarım momentleri her şerit için statik momentin belirlenmesiyle bulunur. Statik moment,

%60'ı negatif, %40'ı pozitif moment olmak üzere dağıtılabilir. (3) Döşemedeki şeritler için tasarım momentleri aşağıda verilmiştir.

11 Seridi: y doğrultusundaki orta şerit:

$$\text{statik moment} = p \cdot \frac{ly^2}{8} = 9.402 \cdot \frac{4^2}{8} = 18.804 \text{ kNm}$$

Buradan,

$$\text{maksimum negatif moment} = 0.6 \cdot 18.804 = 11.282 \text{ kNm}$$

$$\text{maksimum pozitif moment} = 0.4 \cdot 18.804 = 7.522 \text{ kNm}$$

22 Seridi: y doğrultusundaki kenar şerit:

$$\text{statik moment} = \frac{9.402}{2} \cdot \frac{1^2}{2} = 2.351 \text{ kNm}$$

Buradan,

$$\text{maksimum negatif moment} = 0.6 \cdot 2.351 = 1.411 \text{ kNm}$$

$$\text{maksimum pozitif moment} = 0.4 \cdot 2.351 = 0.94 \text{ kNm}$$

33 Seridi: x doğrultusundaki orta şerit:

$$\text{statik moment} = 9.402 \cdot \frac{1^2}{2} = 4.701 \text{ kNm}$$

Buradan,

$$\text{maksimum negatif moment} = 0.6 \cdot 4.701 = 2.821 \text{ kNm}$$

$$\text{maksimum pozitif moment} = 0.4 \cdot 4.701 = 1.880 \text{ kNm}$$

44 Seridi: x doğrultusundaki kenar şerit:

Bu şeritteki momentler, 33 şeridinde meydana gelen momentlerin varısı kadardır.

$$\text{maksimum negatif moment} = 1.411 \text{ kNm}$$

$$\text{maksimum pozitif moment} = 0.940 \text{ kNm}$$

Donatı Hesabı:

$$\text{x doğrultusunda : } d = 12 - 2.5 = 9.5 \text{ cm}$$

$$\text{y doğrultusunda : } d = 12 - 1.5 = 10.5 \text{ cm}$$

11 Seridi: Kısa açıklık için üst donatı:

$$K = \frac{b \cdot d^2}{M_d} = \frac{100 \cdot 10.5^2}{1128.2} = 9.77 \Rightarrow \rho = 0.0057$$

$$A_s = \rho \cdot b \cdot d = 0.0057 \cdot 100 \cdot 10.5 = 5.99 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 10/13)$$

Kısa açıklık için alt donatı şu şekilde bulunur:

$$K = \frac{b*d^2}{M_d} = \frac{100*10.5^2}{752.2} = 14.66 \Rightarrow \rho = 0.0037$$

$$A_s = \rho * b * d = 0.0037 * 100 * 10.5 = 3.89 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/12.5)$$

### 22 Seridi:

Üst Donatı:

$$K = \frac{b*d^2}{M_d} = \frac{100*10.5^2}{141.1} = 78.14 \Rightarrow$$

Minimum donatının kullanılması gerekir. Kısa açıklık doğrultusunda  $\rho_{min}=0.0025$ 'dir. Buna göre donatı hesaplanırsa

$$A_s = \rho * b * d = 0.0025 * 100 * 10.5 = 2.63 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/18)$$

Donatı aralığı döşeme kalınlığının 1.5 katından fazla olamaz. Ayrıca donatı aralığı, kısa açıklık doğrultusunda 20 cm'den. uzun açıklık doğrultusunda ise 25 cm'den büyük olamaz. Bu durumda seçilen donatı:  $(\emptyset 8/18)$ 'dir.

Alt Donatı:

$$K = \frac{100*10.5^2}{94} = 117.29 \Rightarrow \rho_{min} = 0.0025$$

$$A_s = \rho * b * d = 0.0025 * 100 * 10.5 = 2.63 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/18)$$

### 33 Seridi:

Üst Donatı:

$$K = \frac{100*9.5^2}{282.1} = 31.99 \Rightarrow \rho = 0.0018$$

$$A_s = 0.0018 * 100 * 9.5 = 1.71 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/18)$$

Alt Donatı:

$$K = \frac{100*9.5^2}{188} = 48.005 \Rightarrow \rho_{min} = 0.0015$$

$$A_s = 0.0015 * 100 * 9.5 = 1.43 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/18)$$

### 44 Seridi:

Üst Donatı:

$$K = \frac{100*9.5^2}{141.1} = 63.96 \Rightarrow \rho_{min} = 0.0015$$

$$A_s = 0.0015 * 100 * 9.5 = 1.43 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/18)$$

Üst donatının gerekli uzunluğu moment diyagramlarından veya denklem (3.8) kullanılarak hesaplanabilir.

$$m' + m = \frac{m}{(1-2\lambda)^2} \quad , \quad \lambda = 0.5 \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1+(m'/m)}} \right] \quad (3.8)$$

Negatif momentin pozitif momente oranı  $m'/m$  'in kırılma momentleri için tasarımda kullanılan değeri 1.5'dur. Fakat elastik teoriye göre işletme yükünde orta şeritlerin kısa açıklığı için bu oran 2'dir. Elastik teoriyle verilen  $m'/m=2$  alınarak denklem (2.9)'da yerine konursa  $\lambda=0.21$  bulunmuş olur. Buradan, orta şeritlerin kısa açıklığındaki büküm noktası kritik pozisyonunun döşeme kenarından uzaklığı:  $0.21 * l_y = 0.21 * 4 = 0.84$  m olarak bulunur.

Diğer bütün şeritlerde bu mesafe  $0.21 * l_y / 2$  olarak alınmalıdır. Üst donatı, d veya 12\*demir çapı'ndan hangisi daha büyükse o kadar, büküm noktasından sonra uzatılmalı ve kesilmelidir. Bu örnekte bütün üst donatılar büküm noktasından  $d=12$  cm kadar uzakta kesilmelidir.

Burada C20/S220 için  $0.50 * \rho_b = 0.0187$ 'dir.  $\rho_b$ , dengeli donatı yüzdesidir. Maksimum donatı yüzdesi, orta şeridin kısa açıklığında negatif momentler için kullanılır. Buradaki  $\rho = 0.0057$ 'dir.  $\rho = 0.0057 < 0.50 * \rho_b = 0.0187$  olduğuna göre sonuç tatmin edicidir.

### ÖRNEK 3.2-

Bir uzun kenarı boyunca boşa (mesnetlenmemiş) ve diğer üç kenarı boyunca kirişlere mesnetli, sürekli bir döşeme sistemi  $5 * 4$  m açıklıklı dikdörtgen bir döşemedir. Şekil (3.24)'de bu döşeme gösterilmiştir. Döşeme  $2$  kN/m<sup>2</sup>'lik düzgün yayılı bir hareketli yük taşır. Uygun bir döşeme tasarlayınız.

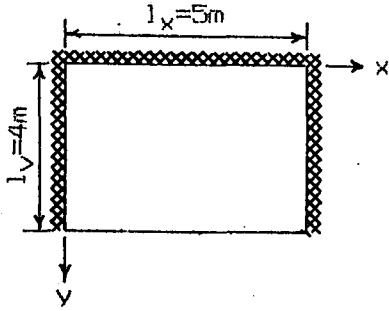
**Çözüm:**

$$h_f \geq \frac{l_y \cdot (800 + \beta \cdot f_{yd})}{36000 + 5000 \cdot m \cdot (1 + \alpha_p)}$$

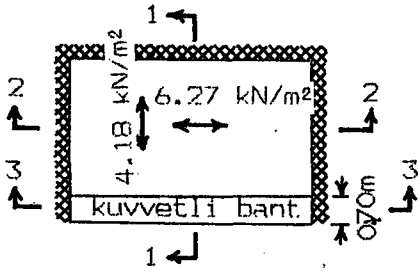
$$\alpha_p = \frac{2 \cdot 400 + 500}{2 \cdot (400 + 500)} = 0.72$$

$$m = \frac{l_u}{l_k} = \frac{500}{400} = 1.25$$

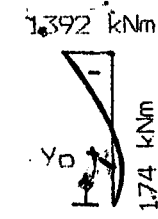
$$h_f \geq \frac{5000 \cdot (800 + 0.7 \cdot 191)}{36000 + 5000 \cdot 1.25 \cdot (1 + 0.72)} = 9.99 \text{ cm} \Rightarrow h_f = 15 \text{ cm} \text{ seçilmiştir.}$$



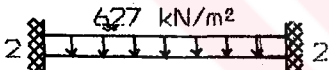
Malzeme C20/S220



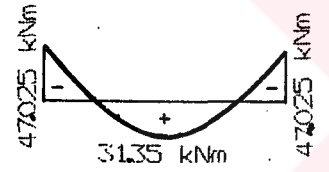
Yükleme



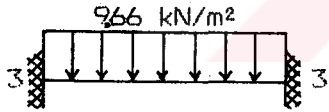
Eğilme momenti



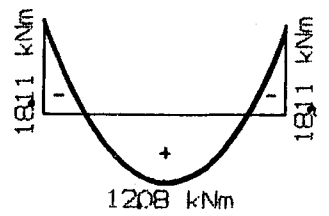
Yükleme



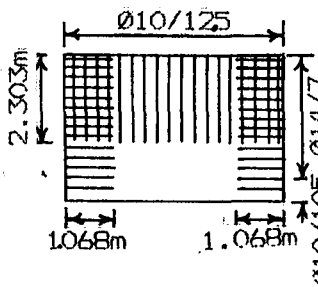
Eğilme momenti



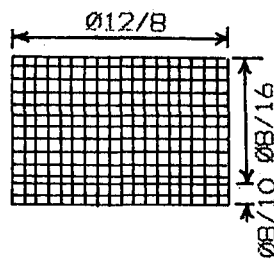
Yükleme



Eğilme momenti



Üst Donatı



Alt Donatı

Şekil (3.24). Tasarım örneği (3.2)

Yük Analizi:

Döşeme kendi ağırlığı :  $25 \times 0.15 = 3.75 \text{ kN/m}^2$

Döşeme kaplaması =  $1.1 \text{ kN/m}^2$

Tavan sıvası :  $0.015 \times 22 = 0.33 \text{ kN/m}^2$

$$g = 5.18 \text{ kN/m}^2$$

$$q = 2 \text{ kN/m}^2 \text{ alınmıştır}$$

$$P_d = 1.4 \times g + 1.6 \times q = 1.4 \times 5.18 + 1.6 \times 2 \Rightarrow P_d = 10.452 \text{ kN/m}^2$$

Bu örnekte olduğu gibi bir kenar mesnetlenmemişse yükün büyük bir kısmı mesnetli kenarlar (x doğrultusunda) arasındaki açıklık şeritleriyle taşınır. x doğrultusundaki boşta kenar boyunca bir kuvvetli bant tasarlanacaktır. Yükün  $0.6 \times P_d = 0.6 \times 10.452 = 6.27 \text{ kN/m}^2$ 'lik kısmının x doğrultusundaki ankastre uçlu açıklık şeritleriyle,  $0.4 \times P_d = 0.4 \times 10.452 = 4.18 \text{ kN/m}^2$ 'lik kısmının y doğrultusunda mesnetli konsol şeritleriyle olmak üzere her doğrultuda düzgün yayılı olarak taşındığı varsayılacaktır. x doğrultusundaki boşta kenar boyunca 0.70 m. genişliğinde ankastre uçlu kuvvetli bant kendi üzerindeki düzgün yayılı yüke ek olarak y doğrultusundaki şeritten gelen mesnet tepkisini taşır. Mesnet tepkisinin, y doğrultusundaki şeritlerde maksimum negatif momentin serbest konsol değerinin yarısına kadar azaltılmaya elverişli olduğu varsayılacaktır. Bu durumda çökmeyen mesnetler için elastik teoriden bulunan değerlerin üçte ikisi kadar bir mesnet tepkisine gerek duyulur ki bu değer, kuvvetli bant, gerçekte yük etkisiyle sehim yapacağı için makul bir değerdir. Tasarım momentlerinin belirlenmesi ve üst donatı uzunluğunun hesaplanması için x doğrultusundaki maksimum negatif momentlerin maksimum pozitif momentlere oranının 1.5 olduğu varsayılacaktır (Üst donatı uzunluğunun hesabında bu oranın yaklaşık 2 alınması gerçeğe yakın sonuç verir). Şeritler için tasarım momentleri ve kuvvetli bant aşağıda anlatılmıştır.

11 Şeridi: Y doğrultusundaki şerit

Konsolun, kuvvetli bantın ortasına kadar uzandığı varsayılacaktır. (Yani 3.65 m. uzunluğunda).

Serbest konsol maksimum negatif momenti (mesnet tepkisi olmaksızın) =  $4.18 \times 3.65^2 / 2 = 27.84$  kNm'dir.

Mesnet tepkisi, maksimum negatif momenti  $0.5 \times 27.84 = 13.92$  kNm'ye azaltır.

Mesnet tepkisi:  $R = 13.92 / 3.65 = 3.81$  kN'dur.

Şeritlerde birim genişlik için pozitif momentler:

$m = 3.81 \times y_0 - 4.18 \times y_0^2 / 2$  ile verilmiştir ki buradaki  $y_0$ , mesnetli kenardan itibaren uzaklıktır. Maksimum  $m$  için  $\frac{dm}{dy_0} = 0$

'dir. Buradan,  $3.81 - 4.18 \times y_0 = 0$  ve  $y_0 = 0.91$  m. olduğu görülür.

Maksimum pozitif moment:  $m_{max} = 3.81 \times 0.91 - 4.18 \times 0.91^2 / 2 = 1.74$  kNm

'dir. Pozitif momentin yeri:  $m = 3.81 \times y_0 - 4.18 \times y_0^2 / 2$  olması durumunda bulunabilir. Buradan pozitif moment bölgesinin uzunluğu  $y_0 = 3.81 / 2.09 = 1.82$  m. olarak bulunur.

22 Seridi: x doğrultusundaki şerit:

Statik moment =  $6.27 \times 5^2 / 2 = 78.375$  kNm

Buradan,

Maksimum negatif moment =  $0.6 \times 78.375 = 47.025$  kNm

Maksimum pozitif moment =  $0.4 \times 78.375 = 31.35$  kNm

x doğrultusundaki boşta kenarda kuvvetli bant: Kuvvetli banttaki yükleme, kendi üzerindeki düzgün yayılı yüke mesnet tepkisinin ilavesiyle bulunur. (0.35 m. genişlikli kısımdaki 4.18 kNm, y doğrultusundaki mesnetli konsol şeritlere zaten dağıtılmıştır).

Bant yükü =  $3.81 + (10.452 \times 0.70 - 4.18 \times 0.35) = 9.66$  kN/m<sup>2</sup>

Statik moment =  $9.66 \times 5^2 / 8 = 30.19$  kNm

Maksimum negatif moment =  $0.6 \times 30.19 = 18.11$  kNm

Maksimum pozitif moment =  $0.4 \times 30.19 = 12.08$  kNm

$m'/m = 1.5$  ile denklem (3.8)'den:

$\lambda = 0.5 \times \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{(1 + (m'/m))}} \right] = 0.5 \times \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{(1 + 1.5)}} \right] = 0.18$  bulunur.

$\lambda \times l = 0.18 \times 5 = 0.9$  m.

Bu durumda x doğrultusundaki negatif moment bölgeleri, mesnetlerden itibaren 0.9 m.'lik kısımda yer alırlar.

Donatı Hesabı:

x doğrultusunda  $d = 15 - 1.5 = 13.5$  cm

y doğrultusunda  $d = 15 - 2.7 = 12.3$  cm

### 11 Seridi:

Üst Donatı:

$$K = \frac{b \cdot d^2}{M_d} = \frac{100 \cdot 12.3^2}{1392} = 10.87 \Rightarrow \rho = 0.005$$

$$A_s = \rho \cdot b \cdot d = 0.005 \cdot 100 \cdot 12.3 = 6.15 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 10/12.5)$$

Alt Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 12.3^2}{174} = 89.95 \Rightarrow \rho_{\min} = 0.0025$$

$$A_s = 0.0025 \cdot 100 \cdot 12.3 = 3.08 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/16)$$

### 22 Seridi:

Üst Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 13.5^2}{4702.5} = 3.88 \Rightarrow \rho = 0.016$$

$$A_s = 0.016 \cdot 100 \cdot 13.5 = 21.6 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 14/7)$$

Alt Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 13.5^2}{3135} = 5.81 \Rightarrow \rho = 0.0099$$

$$A_s = 0.0099 \cdot 100 \cdot 13.5 = 13.37 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 12/8)$$

Döşeme kenarında, x doğrultusunda, 0.70 m. genişliğindeki kuvvetli bant için üst donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 13.5^2}{1811} = 10.06 \Rightarrow \rho = 0.0055$$

$$A_s = 0.0055 \cdot 100 \cdot 13.5 = 7.43 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 10/10.5)$$

Kuvvetli Bantta Alt Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 13.5^2}{1208} = 15.087 \Rightarrow \rho = 0.0036$$

$$A_s = 0.0036 \cdot 100 \cdot 13.5 = 4.86 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen } (\emptyset 8/10)$$

Negatif moment donatısı, büküm noktasından itibaren d mesafesi veya 12\*demir çapı'ndan hangisi daha büyükse o kadar uzatıldıktan sonra kesilmelidir.

Negatif moment bölgelerinin uzunluğu yukarıdaki gibi hesaplanır. y doğrultusundaki üst donatı ankastre kenardan itibaren  $(4 - 1.82) + 0.123 = 2.303$  m. uzunluğundadır.

$d = 13.5$  cm

$$12\phi = 12 \times 12 = 144 \text{ mm} = 0.144 \text{ m} > 0.135 \text{ m}$$

x doğrultusundaki üst donatı ise her ankastre kenardan itibaren  $0.9 + 0.144 = 1.044 \text{ m}$ 'lik mesafede yayılmışlardır.

Şekil (3.24)'de donatının düzenlenmesi gösterilmiştir. S220 için  $0.50 \times \rho_b = 0.0187$ 'dir. Maksimum donatı yüzdesi, 22 serisinde üst donatı için kullanılmıştır. Buradaki  $\rho = 0.016$ 'dir. Bulunan bu değer  $0.016 < 0.50 \times \rho_b = 0.0187$  olduğuna göre sonuç tatmin edicidir.

### ÖRNEK 3.3-

Verilen döşeme sistemi, kenarları mesnetlenmemiş bir dikdörtgen boşluk hariç iki kenarı basit mesnetli ve diğer iki kenarı boyunca kirise mesnetlidir. Şekil (3.25)'de döşeme gösterilmiştir.  $2.5 \text{ kN/m}^2$ 'lik bir düzgün yayılı hareketli yük ve  $3 \text{ kN/m}$ 'lik bir çizgisel yükten oluşan işletme yükleri şekilde görüldüğü gibi yerleştirilmişlerdir. Uygun bir döşeme tasarlayınız.

**Çözüm:**

Seçilen  $h_f = 14 \text{ cm}$ .

Betonun birim hacim ağırlığı  $= 25 \text{ kN/m}^3$ 'dür.

Yük Analizi:

Döşeme kendi ağırlığı :  $25 \times 0.14 = 3.5 \text{ kN/m}^2$

Döşeme kaplaması :  $1.1 \text{ kN/m}^2$

Tavan sıvası :  $0.015 \times 22 = 0.33 \text{ kN/m}^2$

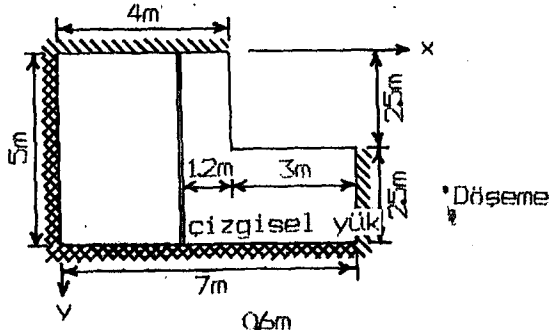
$$g = 4.93 \text{ kN/m}^2$$

$q = 2.5 \text{ kN/m}^2$  alınmıştır.

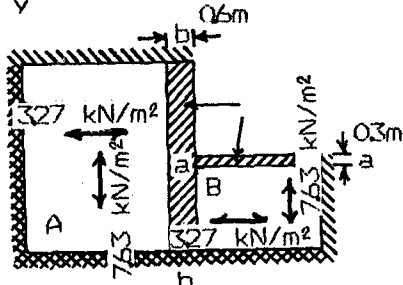
$$\text{Yük faktörü: } P_D = 1.4 \times g + 1.6 \times q = 1.4 \times 4.93 + 1.6 \times 2.5 \\ = 10.902 \text{ kN/m}^2$$

Çizgisel yük:  $1.6 \times q_c = 1.6 \times 3 = 4.8 \text{ kN/m}$

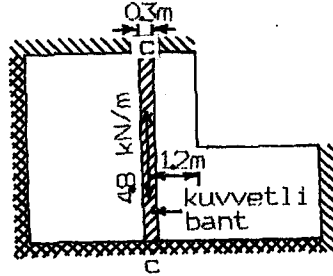
Şekil (3.25)'de bu tasarımda varsayılan yük dağılım tarzı gösterilmiştir. Gerekli tasarım momentleri düzgün yayılı ve çizgisel yükler için ayrı ayrı ve birlikte bulunmalıdır.



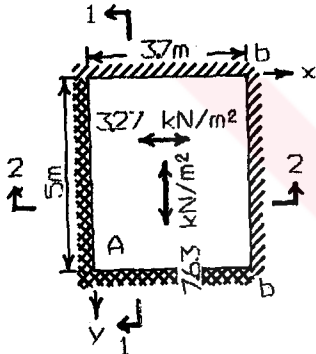
$q=2.5 \text{ kN/m}$



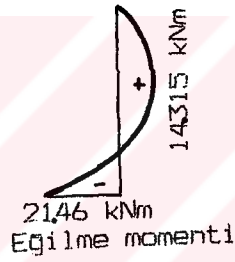
Uniform yük dağılımı



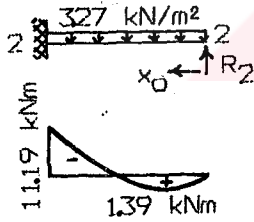
Cizgisel yük dağılımı



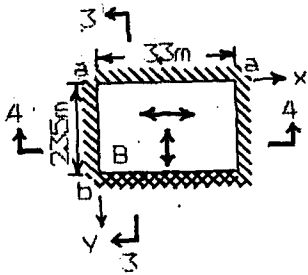
Yükleme



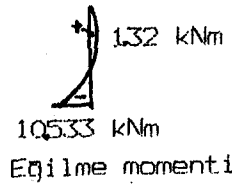
A Bölgesi



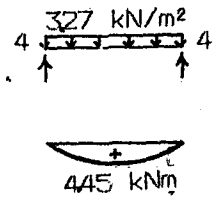
Eğilme momenti



Yükleme

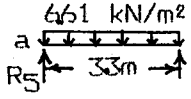


B Bölgesi



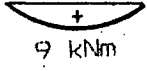
Eğilme momenti

Sekil (3.25). Tasarım Örneği (3.3)

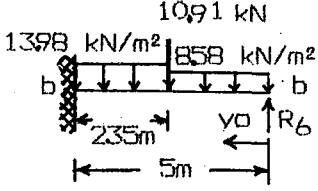


Yükleme

aa kuvvetli bantı

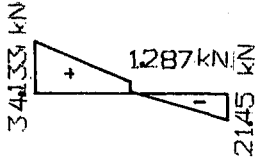


Eğilme momenti

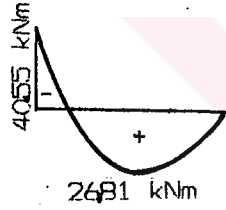


Yükleme

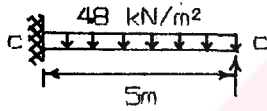
bb kuvvetli bantı



Kesme kuvveti

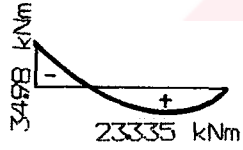


Eğilme momenti

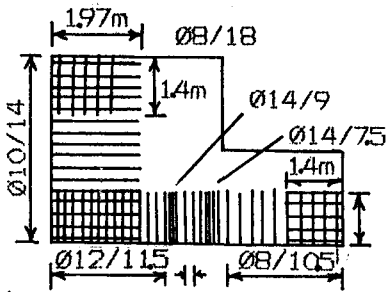


Yükleme

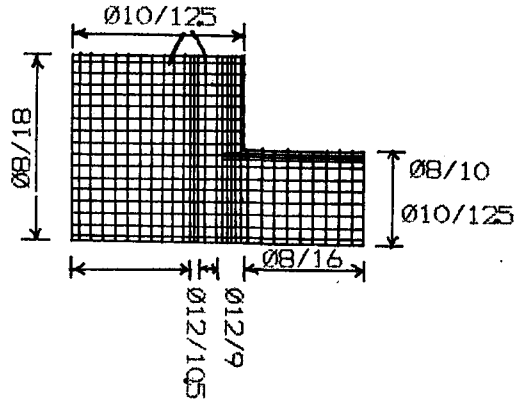
cc kuvvetli bantı



Eğilme momenti



Üst Donatı



Alt Donatı

Sekil (3.25) (Devam)

Düzgün yayılı yük için tasarım momentleri:

Düzgün yayılı yük için 0.6 m. genişliğindeki bb kuvvetli bantı, boşluğa bitişik kısa açıklık doğrultusundaki açıklıkta ve 0.3m. genişliğindeki aa kuvvetli bantı, boşluğa bitişik mesnetli kenar ve bb arasındaki açıklıkta tasarlanmıştır. Döşeme şekil (3.25)'de A ve B olarak belirtildiği gibi iki dikdörtgen bölgeye ayrılmıştır. A bölgesi için bb kuvvetli bantın çökebilen bir mesnet oluşturduğu düşünülerek  $0.7 * P_D = 0.3 * 10.902 = 7.63 \text{ kN/m}^2$ 'nin basit ve ankastre mesnet arasında y doğrultusundaki açıklık seritleriyle,  $0.3 * P_D = 0.3 * 10.902 = 3.27 \text{ kN/m}^2$ 'nin bb kuvvetli bantı ve ankastre mesnet arasında, x doğrultusundaki açıklık seritleriyle taşındığı varsayılmıştır. y doğrultusundaki kısa açıklık ve ankastre kenardan dolayı B bölgesi için  $0.7 * P_D = 7.68 \text{ kN/m}^2$ 'nin aa kuvvetli bantı ve ankastre mesnet arasında, y doğrultusundaki açıklık seritleriyle,  $0.3 * P_D = 3.27 \text{ kN/m}^2$ 'nin bb kuvvetli bantı ve basit mesnet arasında x doğrultusundaki açıklık seritleriyle taşındığı varsayılmıştır. 0.3 m. genişliğindeki aa kuvvetli bantı B bölgesinin y doğrultusundaki seritlerden gelen reaksiyonu ve düzgün yayılı yükü taşır. 0.6 m. genişliğindeki bb kuvvetli bantı, aa kuvvetli bantından bir reaksiyonu da alarak A ve B bölgelerinin x doğrultusundaki seritlerinden gelen reaksiyonları ve düzgün yayılı yükü taşır. Konsol seritlerden gelen kuvvetli bantlardaki reaksiyonların (A bölgesinin x doğrultusundaki seritleri ve B bölgesinin y doğrultusundaki seritleri) bu seritlerdeki maksimum negatif momentlerini serbest konsol değerinin yarısı kadar azaltmaya elverişli olduğu varsayılmıştır. Bu durumda çökmemiş mesnetler için elastik teoriden bulunan değer üçte ikisi kadar bir tepkiye gerek duyulur ki bu değer, yük etkisinde kuvvetli bantın etkili bir sehim yapmasından dolayı makul bir değerdir. bb kuvvetli bantında ve A bölgesinin y

doğrultusundaki şeritlerinde maksimum negatif momentlerin maksimum pozitif momentlere oranı, tasarım momentlerinin belirlenmesi ve üst donatı uzunluğunun hesabı için 1.5 olarak alınacaktır (yaklaşık 2 gibi bir değer üst donatı uzunluğunun hesabında daha gerçekçi bir sonuç verecektir). kuvvetli bantlar ve şeritler için tasarım momentleri aşağıda verilmiştir.

#### A BÖLGESİ:

x doğrultusundaki şeritlerin, bb kuvvetli bantının ortasına kadar uzandığı varsayılacaktır. (yani 3.7 m.)

#### 11 Seridi: y doğrultusundaki şeritler

Şeritlerde birim genişlik için moment  $m = R_1 \cdot y_0 - y_0^2/2$  ile bulunmuştur. Buradaki  $R_1$ , mesnet tepkisi ve  $y_0$  ise mesnetli kenardan itibaren uzaklıktır. Maksimum pozitif moment için  $\frac{dm}{dy_0} = 0$ 'dır.

$$y_0 = R_1/7.63 \text{ ve max poz. moment} = R_1 \cdot R_1/7.63 - 7.63 \cdot R_1^2/7.63^2 \cdot 1/2 \\ = R_1^2/7.63 - R_1^2/15.26 = R_1^2/15.26$$

$v = 5$  m. iken maksimum negatif moment meydana gelir.

$$\text{Maksimum negatif moment} = 5 \cdot R_1 - 7.63 \cdot 5^2/2 = 5 \cdot R_1 - 95.36$$

Maksimum negatif moment, maksimum pozitif momentin 1.5 katı olduğuna göre :  $5 \cdot R_1 - 95.36 = -1.5 \cdot R_1^2/15.26$

$$\text{Buradan. } 1.5 \cdot R_1^2/15.26 + 5 \cdot R_1 - 95.36 = 0 \Rightarrow R_1 = 14.78 \text{ kN ve}$$

$$\text{Maksimum negatif moment} = 5 \cdot R_1 - 95.36 = 5 \cdot 14.78 - 95.36 = -21.46 \text{ kNm}$$

$$\text{Maksimum pozitif moment} = R_1^2/15.26 = 14.78^2/15.26 = 14.315 \text{ kNm}$$

Pozitif moment bölgesinin uzunluğu  $m = 14.78 \cdot y_0 - 7.63 \cdot y_0^2/2 = 0$  olması durumunda bulunur. Bu durumda  $y_0 = 3.87$  m.'dir.

#### 22 Seridi: x doğrultusundaki şeritler

Serbest konsol maksimum negatif moment (mesnet tepkisi olmaksızın) =  $3.27 \cdot 3.7^2/2 = 22.38$  kNm

Eğer mesnet tepkisi, maksimum negatif moment  $0.5 \cdot 22.38 = 11.19$  kNm'ye indirilirse mesnet tepkisi  $R_2 = 11.19/3.7 = 3.02$  kN olur. Şeritlerde birim genişlik için

pozitif momentler  $m=3.02 \cdot x_0 - 3.27 \cdot x_0^2/2$  ile verilmiştir ki buradaki  $x_0$ , mesnetli kenardan itibaren uzaklıktır. Maksimum  $m$  için  $dm/dx_0=0$ 'dır. Buradan,  $3.02-3.27 \cdot x_0=0$  yazılabilir ve  $x_0=0.92$  m.'dir.

Maksimum pozitif moment  $=3.02 \cdot 0.92 - 3.27 \cdot 0.92^2/2 = 1.39$  kNm'dir. Pozitif moment bölgesinin uzunluğu  $m = 3.02 \cdot x_0 - 3.27 \cdot x_0^2/2 = 0$  durumunda bulunmuş olur. Pozitif moment bölgesinin uzunluğu  $x_0=1.85$  m.'dir.

### B BÖLGESİ:

$x$  doğrultusundaki şeritlerin bb kuvvetli bantının ortasına kadar uzandığı (yani 3.3 m. uzunluğunda) ve  $y$  doğrultusundaki şeritlerin ise aa kuvvetli bantının ortasına kadar uzandığı varsayılmıştır. (yani 2.35 m. uzunluğunda).

#### 33 Şeridi: $y$ doğrultusundaki şeritler

Serbest konsol maksimum negatif momenti (mesnet tepkisi olmaksızın)  $=7.63 \cdot 2.35^2/2 = 21.07$  kNm 'dir.

Eğer mesnet tepkisi, maksimum negatif momenti  $0.5 \cdot 21.07 = 10.535$  kNm 'ye indirilirse;

mesnet tepkisi  $R_3 = 10.535/2.35 = 4.48$  kN olur. Şeritlerde, birim genişlik için pozitif momentler  $m = 4.48 \cdot y_0 - 7.63 \cdot y_0^2/2$  ile verilmiştir. Buradaki  $y_0$ , mesnetli kenardan itibaren uzaklıktır. Maksimum  $m$  için  $dm/dy_0=0$ 'dır.

Bu nedenle,  $4.48 - 7.63 \cdot y_0 = 0$  ve  $y_0 = 0.59$  m. 'dir.

Maksimum pozitif moment  $= 4.48 \cdot 0.59 - 7.63 \cdot 0.59^2/2 = 1.32$  kNm

Pozitif moment bölgesinin uzunluğu  $m = 4.48 \cdot y_0 - 7.63 \cdot y_0^2/2 = 0$  durumunda bulunur. Buradan, pozitif moment bölgesinin uzunluğu  $y_0 = 1.17$  m. olarak bulunur.

#### 44 Şeridi: $x$ doğrultusundaki şeritler

Maksimum pozitif moment  $= 3.27 \cdot 3.3^2/8 = 4.45$  kNm

Mesnet tepkisi  $= R_4 = 3.27 \cdot 3.3/2 = 5.40$  kN

**aa Kuvvetli Bantı:**

aa kuvvetli bantının, bb kuvvetli bantı ortasına kadar uzandığı varsayılmıştır (yani 3.3 m. uzunluğunda). Kuvvetli banttaki yükleme, B bölgesinin y doğrultusundaki seritlerinden gelen mesnet tepkisi ve kendi üzerindeki yüküdür. Bu nedenle;

$$\text{bant yükü} = 4.48 + (10.902 * 0.3 - 7.63 * 0.15) = 6.61 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{maksimum pozitif moment} = 6.61 * 3.3^2 / 8 = 9 \text{ kNm}$$

$$\text{mesnet tepkisi} = R_5 = 6.61 * 3.3 / 2 = 10.91 \text{ kN}$$

**bb Kuvvetli Bantı:**

bb kuvvetli bantındaki yük, A ve B bölgelerinin x doğrultusundaki seritlerinden gelen mesnet tepkileri dağılımı + aa kuvvetli bantından gelen bileşik tepki + kendi üzerindeki düzgün yayılı yük'ten ibarettir. (0.3 m. genişliğinde parçanın üzerindeki 3.27 kN/m<sup>2</sup>'lik yük A'nın ve benzer şekilde B'nin x doğrultusundaki seritlerinde zaten mevcuttur.) Ankastre mesnet ve aa bantıyla kesişimi arasındaki düzgün yayılı yük =  $3.02 + 5.40 + (10.902 * 0.6 - 3.27 * 0.3)$   
= 13.98 kN/m<sup>2</sup>'dir.

Basit mesnet ve aa bantıyla kesişim noktası arasındaki düzgün yayılı yük =  $3.02 + (10.902 * 0.6 - 3.27 * 0.3) = 8.58 \text{ kN/m}^2$

aa bantı ile kesişimdeki bileşik tepki = 10.91 kN'dır.

bb kuvvetli bantındaki yükler şekil (3.25)'de gösterilmiştir. Simetrisinin olmaması moment hesabında zorluk yaratır.

Maksimum negatif momentlerin maksimum pozitif momentlere oranının 1.5 olması durumundaki momentleri bulmak için maksimum momentler arasındaki gerekli oranı veren statik moment diyagramının çizili olduğu ve sabit moment hattının denenerak bulunduğu bir grafiksel yaklaşım kabul edilebilir. Gerekli moment oranını elde edinceye kadar kesme kuvveti sıfır noktasının ayarlanması analitik bir yaklaşımdır. Örneğin; kesme kuvveti sıfır noktasının basit mesnetten olan uzaklığının 2.5 m. olması durumunu ele alalım. Bu durumda;

mesnet tepkisi:  $R_6 = 8.58 * 2.5 = 21.45$  kN 'dur.

$$\text{maksimum pozitif moment} = 20.59 * 2.5 - 8.58 * \frac{2.5^2}{2} = 26.81 \text{ kNm}$$

$$\text{maksimum negatif moment} = 13.98 * \frac{2.35^2}{2} + 10.91 * 2.35 + 8.58 * 2.65 * 3.675 - 21.45 * 5 = 40.55 \text{ kNm}$$

maksimum negatif momentin, maksimum pozitif momente oranı =  $40.55 / 26.81 = 1.51$  (istendiği gibi) 'dir.

Açıklığın sol kısmında eğer basit mesnetten uzaklık  $y_0$  ise;

$$m = 21.45 * y - 8.58 * 2.65 * (y_0 - 1.325) - 10.91 * (y_0 - 2.65)$$

$$- \frac{13.98 * (y_0 - 2.65)^2}{2}$$

$m = 0$  için bu denklem çözülürse;  $y_0 = 3.92$  m. bulunur.

#### Çizgisel Yük için Tasarım Momentleri:

Çizgisel yük için 0.3 m. genişliğinde cc kuvvetli bantı tasarlanacaktır. Çizgisel yük  $Q_c = 4.8$  kN/m 'dir. A bölgesinin y doğrultusundaki şeritleri  $7.63$  kN/m<sup>2</sup> 'lik yük taşır ve bu nedenle çizgisel yük için momentler,  $4.8 / 7.63 = 0.63$  ile bu momentlerin çarpılmasıyla bulunur.

$$\text{maksimum negatif moment} = 0.63 * 21.46 = 13.52 \text{ kNm}$$

$$\text{maksimum pozitif moment} = 0.63 * 14.315 = 9.02 \text{ kNm}$$

ve pozitif moment bölgesinin uzunluğu = 3.87 m. 'dir.

Çizgisel yük momentleri, aşağıdaki gibi toplam tasarım momentlerini bulmak için cc kuvvetli bantındaki düzgün yayılı yük momentlerine eklenir.

$$\text{maksimum pozitif moment} = 14.315 + 9.02 = 23.335 \text{ kNm}$$

$$\text{maksimum negatif moment} = 21.46 + 13.52 = 34.98 \text{ kNm}$$

#### Donatı Hesabı:

$$y \text{ doğrultusunda } d = 14 - 1.5 = 12.5 \text{ cm}$$

$$x \text{ doğrultusunda } d = 14 - 3 = 11 \text{ cm}$$

#### 11 Şeridi: y doğrultusunda

Alt donatı:

$$K = \frac{b * d^2}{M_d} = \frac{100 * 12.5^2}{1431.5} = 10.92 \Rightarrow \rho = 0.005$$

$$A_s = \rho * b * d = 0.005 * 100 * 12.5 = 6.25 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 10 / 12.5)$$

Üst Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 12.5^2}{2146} = 7.28 \Rightarrow \rho = 0.0077$$

$$A_s = 0.0077 \cdot 100 \cdot 12.5 = 9.63 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 12/11.5)$$

22 Seridi: x doğrultusunda

Alt Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 11^2}{139} = 87.05 \Rightarrow \rho_{\min} = 0.0025$$

$$A_s = 0.0025 \cdot 100 \cdot 11 = 2.75 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/18)$$

Üst Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 11^2}{1119} = 10.81 \Rightarrow \rho = 0.0051$$

$$A_s = 0.0051 \cdot 100 \cdot 11 = 5.61 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 10/14)$$

33 Seridi: y doğrultusunda

Alt Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 12.5^2}{132} = 118.37 \Rightarrow \rho_{\min} = 0.0025$$

$$A_s = 0.0025 \cdot 100 \cdot 12.5 = 3.13 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/16)$$

Üst Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 12.5^2}{1053.5} = 14.83 \Rightarrow \rho = 0.0037$$

$$A_s = 0.0037 \cdot 100 \cdot 12.5 = 4.63 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/10.5)$$

44 Seridi:

Alt Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 11^2}{445} = 27.19 \Rightarrow \rho = 0.0020$$

$$A_s = 0.0020 \cdot 100 \cdot 11 = 2.2 \text{ cm}^2 < 2.75 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/18)$$

(22 seridi)

aa Kuvvetli Bantı:

Alt Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 11^2}{900} = 13.44 \Rightarrow \rho = 0.004$$

$$A_s = 0.004 \cdot 100 \cdot 11 = 4.4 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 8/10)$$

bb Kuvvetli Bantı: y doğrultusunda

Alt Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 12.5^2}{2681} = 5.83 \Rightarrow \rho = 0.0098$$

$$A_s = 0.0098 \cdot 100 \cdot 12.5 = 12.25 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 12/9)$$

Üst Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 12.5^2}{4055} = 3.85 \Rightarrow \rho = 0.016$$

$$A_s = 0.016 \cdot 100 \cdot 12.5 = 20 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 14/7.5)$$

cc Kuvvetli Bantı:

Alt Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 12.5^2}{2333.5} = 6.70 \Rightarrow \rho = 0.0085$$

$$A_s = 0.0085 \cdot 100 \cdot 12.5 = 10.63 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 12/10.5)$$

Üst Donatı:

$$K = \frac{100 \cdot 12.5^2}{3498} = 4.47 \Rightarrow \rho = 0.013$$

$$A_s = 0.013 \cdot 100 \cdot 12.5 = 16.25 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Seçilen: } (\emptyset 14/9)$$

Negatif moment donatısı, d mesafesi veya 12\*demir çapı'ndan hangisi daha büyükse o kadar uzunlukta, ankastre kenardan itibaren büküm noktasının ötesine uzatılmalıdır. Bu nedenle. x doğrultusunda ankastre kenardaki üst donatı açıklığa doğru  $(3.7-1.85)+0.12 = 1.97 \text{ m.}$  uzunluğundadır. y doğrultusundaki üst donatı ankastre kenardan açıklığa doğru, A bölgesi için  $(5-3.87)+0.144 = 1.27 \text{ m.}$ , B bölgesi için ise  $(2.35-1.17)+0.125 = 1.31 \text{ m.}$  'dir.

bb kuvvetli bantı için:

$$(5-3.87)+0.168 = 1.30 \text{ m.}$$

cc kuvvetli bantı için:

$$(5-3.87)+0.168 = 1.30 \text{ m. uzunluğundadır.}$$

Rahatlık açısından y doğrultusundaki bütün üst donatılar açıklığa doğru 1.31 m. uzunluğunda kesilip yerleştirilirler. Donatının yerleştirilmesi şekil (3.25)'de gösterilmiştir.

Basit mesnetli kenarlara komşu döşeme köşelerinde

burulma momenti için üst ve altta donatı kullanılmalıdır. A bölgesinde burulma için y doğrultusunda ( $\emptyset 8/18$ )'lik üst donatı kullanılır. B bölgesinde ise x doğrultusundaki üst donatı ( $\emptyset 10/12.5$ )'dur. Bu donatıların boyu açıklığın  $0.2 \cdot l$ 'i kadardır. O halde bu donatıların boyu  $= 0.2 \cdot 7 = 1.4$  m. 'dir.

S220 için  $0.5 \cdot \rho_b = 0.0187$ 'dir ki buradaki  $\rho_b$ , dengeli donatı yüzdesidir. Maksimum donatı yüzdesi, bb kuvvetli bantındaki negatif moment için kullanılmıştır. Buradaki  $\rho = 0.016$  'dır. Bu değer  $0.5 \cdot \rho_b = 0.0187$ 'den küçük olduğu için güvenilirdir.



### 3.3-İLERİ ŞERİT YÖNTEMİ:

#### 3.3.1-Giriş:

İçeri giren köşeli (reentrant corners) ve kolona mesnetli kirişsiz döşemelerin tasarımını şerit metoduyla yapabilmek için Hillerborg, 1959'da şerit metodunun çok daha gelişmiş bir versiyonunu ortaya attı. Bu teoriyi İngilizce'ye çevirme konusunda ilk çalışmayı yapan Crawford, bu metodu "İleri Şerit Metodu" olarak adlandırdı. İleri şerit metodu, döşeme yükünü kolonlara ve içeri giren köşelere (reentrant corners) aktarmak için karmaşık moment alanlı "3. tip eleman" ortaya çıkarmıştır.

Bölüm (3.2)'de gösterilmiş olan kolonlara mesnetli kirişsiz döşemeler ve içeri giren köşeli döşemeler, ayrıca, mesnetler ve kolonlar arasında kuvvetli bantlar kullanılarak basit şerit metoduyla çözülebilir. Bu yeni gelişme basit şerit metodunun uygulamalardaki her türlü döşeme tiplerinin çözümünde kullanılabilceği anlamına gelmektedir. Böylece, ileri şerit metodunun genel şerit teorisine gerekli bir ek olup olmadığı tartışılabilir bir hal almıştır. Bununla birlikte, ilgi çekici olan bu yöntem, burada anlatılacaktır.

İleri şerit metodunda, döşeme, kesme kuvveti sıfır çizgileriyle sınırlı elemanlara ayrılmıştır. Tasarım momentleri, bu sıfır kesme hatlarıyla uyumlu ve uygulanan tasarım yüklemesiyle dengede olan döşemenin tamamındaki eğilme momentleridir.

#### 3.3.2-Döşeme Eleman Tipleri:

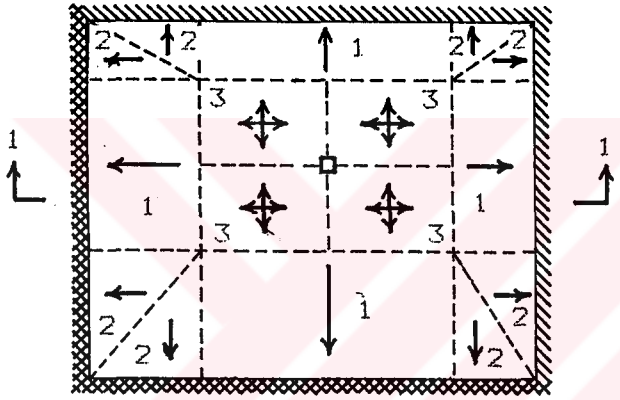
(3)

Döşeme, üç farklı eleman tipine bölünmüştür. Bunlar:

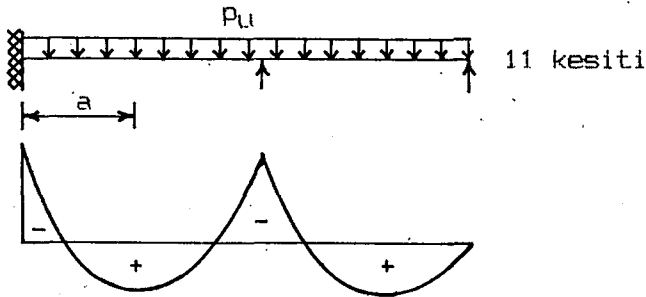
1. Tip:Yükü bir yöne dağıtan, bir kenarı mesnetlenmiş ve dikdörtgen şeklinde.
2. Tip:Yükü bir yöne dağıtan, bir kenarı mesnetli ve üçgen şeklinde.
3. Tip:Yükü iki yöne dağıtan, bir köşesi mesnetli ve

dikdörtgen şeklinde.

Elemanlarına ayrılmış bir döşeme örneği şekil (3.26)'da gösterilmiştir. 1. tip elemanlar, döşemenin köşelerinden uzakta kenar kısımlarında, 2. tip elemanlar, döşemenin köşe kısımlarında, 3. tip elemanlar ise döşemenin kolonlara bitişik kısımlarında yer almaktadır. Sürekli şeritler için elastik teori, sıfır kesme çizgilerinin konumlarını belirlemede kullanılabilir. Kolonda, döşeme boyunca bir keskin-kenarlı mesnetin olduğu varsayılmıştır.



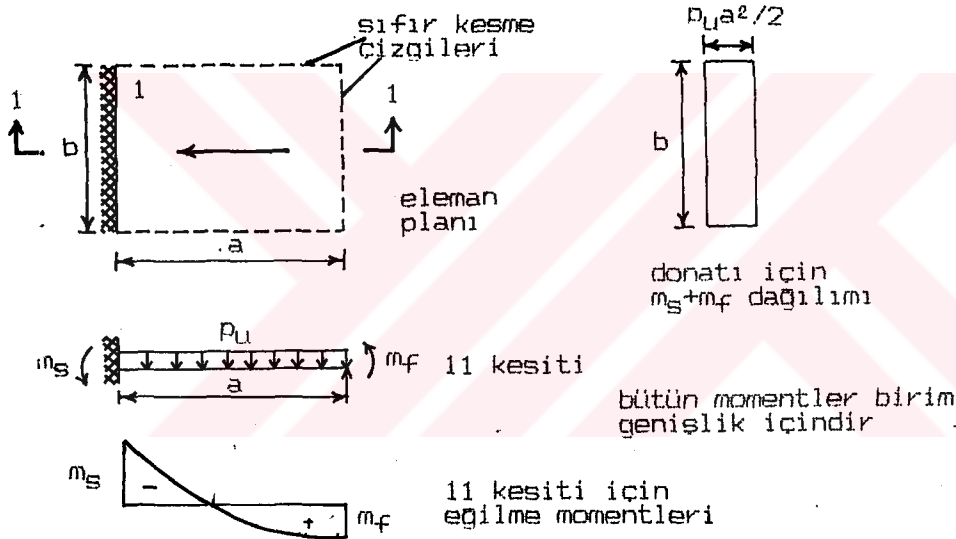
□ kolon  
 ----- elemanlar arasındaki kesme kuvveti sıfır çizgisi



Şekil (3.26). Elemanlarına ayrılmış, iç kolonlu, düzgün yayılı yüklü döşeme.

Seritler için elastik eğilme moment diyagramlarındaki maksimum pozitif moment noktaları 1. tip ve 3. tip elemanlar arasındaki sıfır kesme hatlarını belirler. Şekil (3.26)'da döşemenin 11 kesiti gösterilmiştir. Eğer, elastik teori, döşemeyi elemanlarına ayırmak için kullanılırsa bir tasarım moment dağılımı elde edilecektir. Bu dağılım, işletme yükleri altında elastik aşamada donatıda uygun bir gerilme dağılımı sağlar. Bu da herhangi bir servis problemini en aza indirir. Tasarım momentleri, her elemanın tasarım yükünü ve kenar momentlerini dikkate alarak elde edilen moment denge denklemleri yardımıyla bulunur.

### 1. Tip Elemanlar:



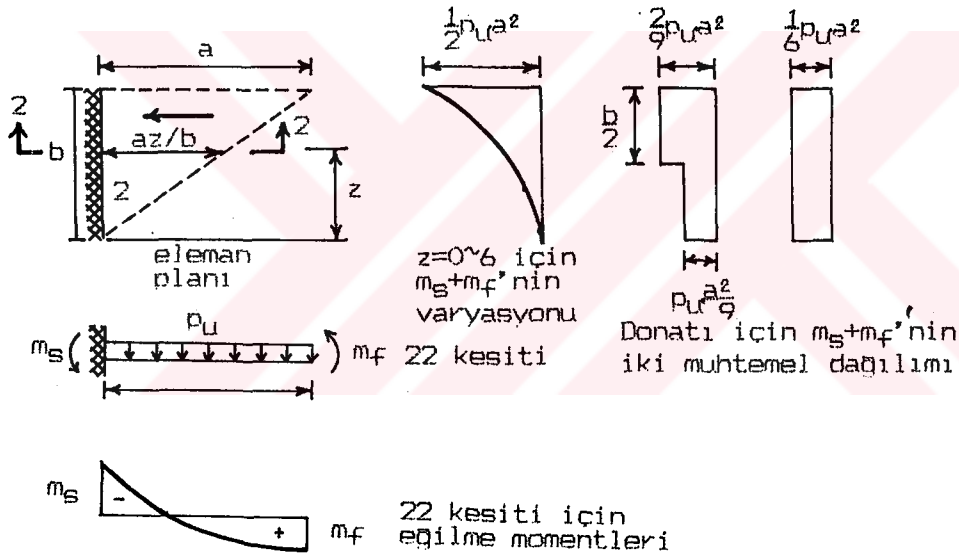
Şekil (3.27). Döşemenin 1. tip elemanı

Şekil (3.27)'de 1. tip eleman için bir örnek gösterilmiştir. Elemandaki bütün yüklerin, mesnete dik etkiyen momentlerle taşındığı varsayılmıştır. Elemanın bütün iç sınırlarında kesme kuvvetinin sıfır olduğu varsayılarak, elemanın üstünde birim alana etkiyen  $p_u$  düzgün yayılı yükü için moment denge denklemleri:

$$m_s + m_f = p_u \cdot \frac{a^2}{2} \text{ 'dir.} \quad (3.9)$$

Buradaki  $m_s$  ve  $m_f$ , sırasıyla, birim genişlik için mesnette (maksimum negatif) ve açıklıkta (maksimum pozitif) momentlerdir.  $a$  ise, moment doğrultusunda eleman uzunluğudur. Eğer dış kenar basit mesnetliyse o zaman  $m_s$  denklem (3.9)'da gösterildiği gibi sifıra esitlenmiş olur. Bu momentler için donatı eleman genişliği boyunca uniform yayılıdır. Alt donatı, eğilme moment dağılımının gerektirdiği gibi komşu elemanların içine doğru devam eder. Alt donatı, mesnetli kenara paralel doğrultuda gerekli olup, yükü kenara paralel dağıtan komşu köşelerdeki 2. tip elemanlarda bir süreklilik gösterir.

## 2. Tip Elemanlar:



Şekil (3.28). Döşemenin 2. tip elemanı

Şekil (3.28)'de 2. tip eleman için bir örnek gösterilmiştir. Eleman üzerindeki bütün yükün mesnete dik uygulanan momentlerle taşındığı varsayılmaktadır. Elemanın iki iç sınırında kesme kuvvetinin sıfır olduğu varsayılarak birim alana etkiyen  $p_u$  düzgün yayılı yükü için moment denge denklemi:

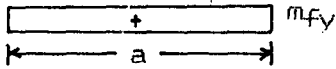
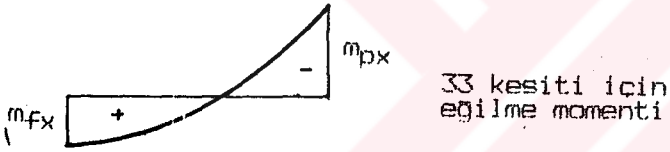
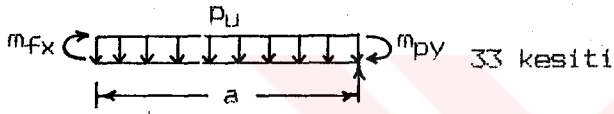
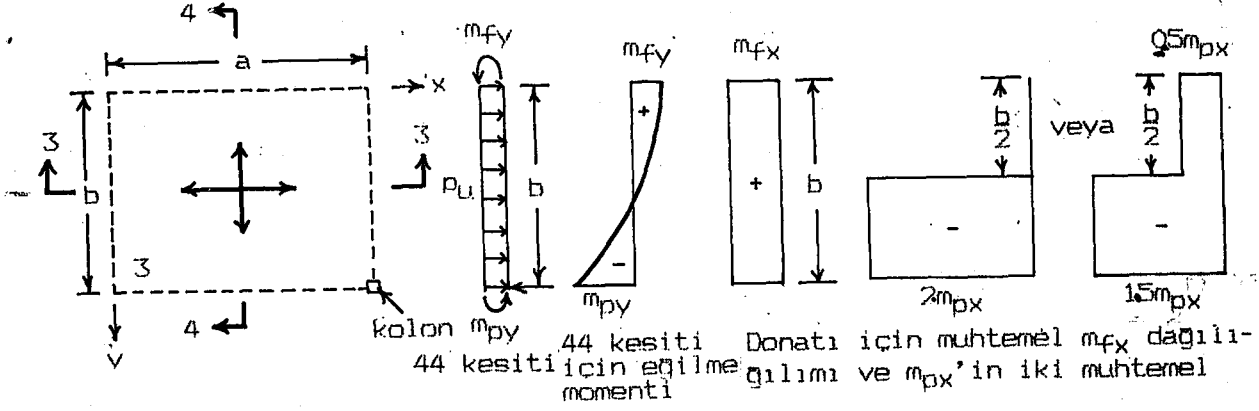
$$m_S + m_F = p_U \cdot \frac{(a \cdot z/b)^2}{2} \quad (3.10)$$

Buradaki  $m_S$  ve  $m_F$ , sırasıyla, birim genişlik için mesnette (maksimum negatif) ve açıklıktaki (maksimum pozitif) momentler ve  $a \cdot z/b$  ise şekil (3.28)'de gösterilen, 22 kesitinden alınan elemanın boyudur. Eğer dış kenar basit mesnetlenmişse, (3.11) denklemindeki  $m_S$ , sifıra eşit alınmalıdır.  $m_S + m_F$  için maksimum değer  $z=b$  durumunda meydana gelir.  $m_S + m_F$ 'nin  $z$ 'ye göre değişimi şekil (3.28)'de gösterilmiştir. Uygulamada, donatının,  $m_S + m_F$ 'nin  $z$ 'ye göre değişimine uygun olarak yerleştirildiği söylenemez, fakat, donatı, gerekli toplam momenti veren uniform bantlarda yerleştirilmelidir. Eğer donatı, tek bir uniform bantta yerleştirilirse, denklem (3.4)'de gösterildiği şekilde: ortalama  $m_S + m_F = 1.33 \cdot \text{orta eleman momenti}$

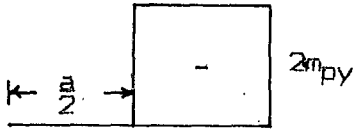
$$= 1.33 \cdot p_U \cdot \frac{(0.5 \cdot a)^2}{2} = p_U \cdot \frac{a^2}{6} \quad \text{'dir.}$$

Alternatif olarak, eğer donatı, momentlerin o anki dağılımına daha iyi uyması için iki uniform bantta yerleştirilmişse, şekil (3.28)'de görüldüğü gibi, aynı toplam momenti vermesi için yarım eleman genişliğinde  $p_U \cdot a^2/9$  için ve geriye kalan yarım eleman genişliğinde de  $2 \cdot p_U \cdot a^2/9$  için donatı yerleştirilir. Alt donatı, eğilme momentinin gerektirdiği üzere komşu elemanların içine doğru devam eder. Mesnetlenmiş kenara dik donatı için bir 2. tip elemanda istenen, birim genişlik başına ortalama donatı alanınının, komşu 1. tip elemanların  $1/3$ 'ü olduğu bellidir. Elemanda, mesnetli kenara paralel alt donatı, yükü kenara paralel olarak dağıtan komşu 2. tip elemanında da devam eder.

## 3. Tip Elemanlar:

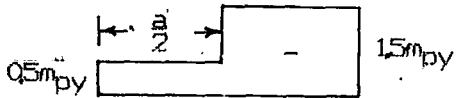


Bütün momentler  
birim genişlik içindir



Donatı için  $m_{fy}$ 'nin muhtemel bir dağılımı ve  $m_{py}$ 'nin muhtemel iki dağılımı

veya



Şekil (3.29). Döşemenin 3. tip elemanı

Bir 3. tip elemanı şekil (3.29)'da gösterilmiştir. Dikdörtgenin sıfır kesme çizgileriyle sınırlanmış olduğu varsavıldığı için, döşemedeki bütün yük bir köşedeki kolon reaksiyonuyla taşınmalıdır. Ayrıca, elemanın dengesi, eleman üzerindeki toplam yükün her yöne dağıtılmasını gerektirir. Elemanda birim alana etkiyen  $p_u$  düzgün yayılı bir yük için x ve y doğrultularındaki moment denge denklemleri şu şekildededir:

$$m_{px} + m_{fx} = p_u * \frac{a^2}{2} \quad (3.11)$$

$$m_{py} + m_{fy} = p_u * \frac{b^2}{2} \quad (3.12)$$

Buradaki  $m_{px}$  ve  $m_{fx}$ , sırasıyla, x doğrultusunda birim genişlik için kolon (maksimum negatif) ve açıklık m (maksimum pozitif) momentleridir.  $m_{py}$  ve  $m_{fy}$ , sırasıyla, y doğrultusunda birim genişlik için kolon ve açıklık momentleridir. a ve b ise sırasıyla, x ve y doğrultularında eleman boylarıdır. Hillerborg, pozitif moment için donatının eleman boyunca uniform olarak yerleştirilmesini önermiştir. Negatif momentler için ise Hillerborg, kolona komşu olan elemanın yarı genişliğinde,  $m_p$  için donatının iki katının uygulanmasını ve geriye kalan diğer yarı genişlik için hiç donatı yerleştirilmemesini tavsiye etmiştir. ( $m_{px}$  ve  $m_{py}$ 'nin iki muhtemel dağılımı şekil (3.29)'da görülüyor.) Bu negatif moment donatısı dağılımı, negatif momentlerin döşeme boyunca dağıtılmasında elastik teori dağılımını kısmen dikkate alır. Elastik negatif momentler, kolondan uzakta küçüktür ve kolona yaklaşıldıkça hızla büyür. Hillerborg, toplam momentin gerektiği gibi olması için dağılımın statikçe uygun olmasını önermiştir. Kırılma yüküne yaklaşıldıkça, negatif moment mukavemetinde bir miktar yeniden dağılım oluşur. Çoğu tasarımcı, işletme yükünde oluşacak muhtemel çatlama için elemanın dış bölgesindeki negatif moment kısmında bir miktar üst donatı kullanmayı tercih etmektedirler. Hillerborg, son kitabında,

eleman kenarları boyunca momentlerin dağılımı konusunda değişik dağılımlar önermektedir. Kolon hattı boyunca negatif döşeme momentlerinin halen kabul edilebilir bir dağılımı, kolondaki yarı eleman genişliğinde  $1.5 \cdot m_p$  ve geriye kalan dış yarı eleman genişliği için de  $0.5 \cdot m_p$  olur. (Şekil (3.29)'da  $m_{px}$  ve  $m_{py}$ 'nin 2 muhtemel dağılımına bakınız.)

Her ne kadar 3. tip eleman kenarları boyunca momentlerin önerilen dağılımları makul görülüyorsa da, eleman dahilindeki momentlerin gerçek dağılımı karışıktır. Eleman üzerindeki yük bir köşedeki tek düşey reaksiyonla taşındığından eleman dahilinde güçlü burulmaların olması gerekir.

Böylece 1. ve 2. tip elemanların burulmasız şeritlerden meydana gelmesine karşın, 3. tip elemanlar daha genel bir moment şartı içermektedir. Tasarımda kullanılan eleman dahilindeki moment alanlarını belirlemede plak teorisi kullanılmalıdır. Hillerborg, 3. tip bir kare elemandaki momentleri, düzgün yayılı yükün yarısının birbirleri ile bağlantılı şeritlerin iki sistemi tarafından her doğrultuda taşındığı ve kolonda merkezleşmiş daire şeklinde döşeme parçalarıyla mesnetlendiği varsayımını yaparak çözümlenmiştir. Dörtte bir dahilindeki döşeme kısmı polar koordinatlarla belirlenir ve dörtte bir'deki farklı yarıçaplara dair moment alanı plak teorisiyle bulunur. Dikdörtgen elemanlar da incelenmiştir. Bu analizin amacı, elemandaki kenar momentlerin donatı için başlıca tasarım momentleri olduğunu ve bu nedenle eleman dahilindeki donatının kenarlardakinden daha yüksek momentlere maruz kalmadığını göstermektedir. Bir 3. tip elemanındaki moment alanına dair bu çalışmanın sonucunda Hilleborg, uygulamada seçilen kenar momentlerine (şekil (3.29)'a bakınız) dayanarak, donatı tasarımının, eleman içindeki momentleri de güvenle taşıyabileceği sonucuna varmıştır.

Donatının kesilmesiyle ilgili kurallar da bu çalışmalardan çıkarılmıştır.  $m_p$  için tasarlanan bütün alt

donatılar eleman boyunca devam etmelidir. Üst donatı, elemanın kolondan uzakta ve fakat şerit eğilme momentlerinin belirttiğinden daha da uzakta olan bölgelerinde kesilmelidir. Bunun da sebebi, elemandaki kompleks moment dağılımıdır. Hillerborg, tüm üst donatının elemanın en azından orta noktasında gerekeceğini ve bu nedenle bu kısımda kullanılmasını önermektedir. Ayrıca,  $m_p/m_f$  oranı 2.0 'ye eşit veya küçük olduğunda ( $m_p/m_f \leq 2$ ) üst donatının, elemanın kolondan 0.57 ötesinde olması durumunda artık kullanılmasına gerek olmadığını belirten bir üst donatı uzunluğu grafiği vermektedir.

Wood ve Armer tarafından 3. tip elemanlar için alternatif bir tasarım metodu önerilmiştir. Wood ve Armer, kenarlar boyunca uygulanan uniform momentler ve eleman üzerindeki düzgün yayılı yük için, elemanda moment alanını veren bir alt sınır çözümü önermişlerdir. Elemanda dört eşit ölçülü bölgeler için x ve y doğrultusunda birim genişlik için istenen tasarım kırılma mukavemet momentleri bulunmuştur. Buna, muhtelif negatif-pozitif kenar moment oranlarına sahip elemanlar için burulma momenti etkisi de dahildir. Tasarım momentleri tablolastırılmış olup tespit edilecek bir 3. tip elemanın donatılmasına imkan tanır. Elemanın tamamının üzerinde alt donatının uniform olarak yayılması gerekli görülmüştür. Üst donatı, kolondan uzak olan eleman bölgelerinde kesilebilir.

### 3.3.3-SAYISAL ÖRNEKLER:

#### ÖRNEK 3.4:

Bir deponun çatısını oluşturan, kenar uzunlukları 2.1 olan kırıksız bir kare döşemenin merkezinde bir kolon bulunmaktadır ve duvarlar üzerinde bütün kenarları boyunca basit mesnetlenmiştir. Döşeme, birim alanı için  $p_u$  düzgün yayılı tasarım yükünü taşımaktadır. Döşeme için tasarım eğilme momentlerini belirleyiniz.

#### Çözüm:

Bu döşeme şekil (3.30)'da gösterilmiştir. Duvarlara basit mesnetlenmiş döşemenin merkezinden geçen sürekli şerit ve kolondaki keskin kenar dikkate alınarak  $p_u$ 'ya bağlı olarak eğilme momentleri elastik teoriyle bulunabilir. Bu durum şekilde gösterilmiştir. Kesme kuvveti sıfır noktaları, her uç mesnetinden 0.375.1 uzaklığında olduğu görülmektedir. Bu nedenle, 3. tip elemanların herbiri 0.625.1 boyutlarında karedir ve döşeme, şekil (3.30)'da görüldüğü gibi elemanlarına bölünebilir. AA kesiti, x doğrultusundaki bir sınıra komşu 1. ve 2. tip elemanlarda x doğrultusundaki momentleri göstermektedir. Her uçtaki 2. tip elemanların yüklenmiş kısımlarının uzunlukları, elemanlar boyunca farklı kesitler için değişkendir. Donatı, ortalama tasarım momenti için yerleştirilmelidir.

Orta elemenda birim genişlik için maksimum pozitif tasarım momenti  $= p_u \cdot (0.1875 \cdot 1)^2 / 2 = 0.0176 \cdot p_u \cdot 1^2$ 'dir ve bu nedenle, denklem (3.4)'e göre birim genişlik için ortalama maksimum pozitif tasarım momenti  $= 1.33 \cdot 0.0176 \cdot p_u \cdot 1^2 = 0.0234 \cdot p_u \cdot 1^2$ 'dir. Alt donatı, bu momentler için 1. ve 2. tip elemanlarda döşeme etrafındaki duvarlara paralel yerleştirilmelidir.

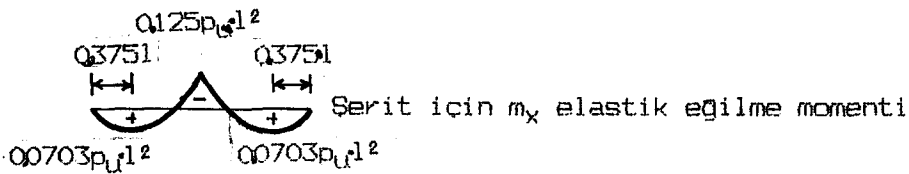
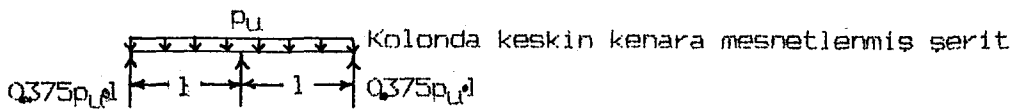
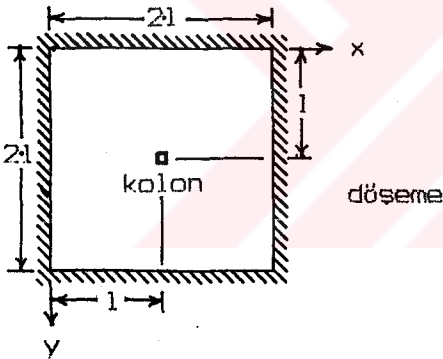
BB kesiti, kolonların yakınındaki 1. tip elemanlarda x doğrultusundaki momentleri gösterir. Birim genişlik için maksimum pozitif moment  $0.0703 \cdot p_u \cdot 1^2$ 'dir ve bu değer döşeme boyunca sabittir. Alt donatı, bu moment için duvarlara ve 3.

tip elemanlar boyunca kesintisiz olarak iki doğrultuda yerleştirilmelidir.

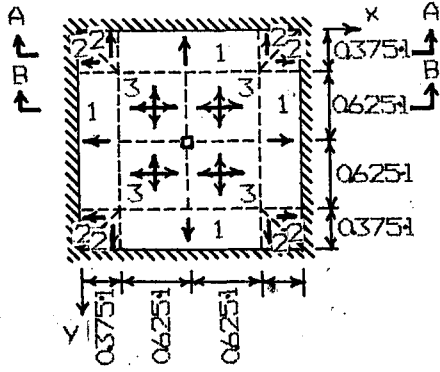
Birim genişlik için maksimum negatif moment  $=0.125 \cdot p_u \cdot l^2$ 'dir.

Hillerborg'un önerdiği moment dağılımı kabul edilerek kolonun her yanında momente dik doğrultuda  $0.313 \cdot l$ 'lik uzaklığa, (kolon şeridine) birim genişlik için  $0.25 \cdot p_u \cdot l^2$ 'lik bir tasarım momenti uygulanmaktadır. Üst donatı, bu moment için gerekli olup, Hillerborg'un daha önceden belirttiği kural dikkate alınarak, donatı, eleman uzunluğunun  $0.57$ 'si kadar uzatıldıktan sonra kesilebilir.

Ek olarak, döşeme köşeleri basit mesnetlendiği için, döşemenin dört köşesinde, birim genişlik başına  $0.0703 \cdot p_u \cdot l^2$ 'lik bir moment için üst ve alt donatı gerekir. Bu donatı, burulma için gereklidir ve her doğrultuda açıklığın  $0.2 \cdot l$ 'i kadar uzatılmalıdır.



Sekil (3.30). Tasarım Örneği (3.4)



Elemanlarına  
ayrılmış döşeme

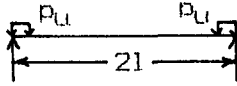
bütün momentler  
birim genişlik içindir

$$0 < y < 0.375l$$

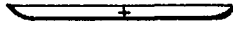
ve

$$1.625l < y < 2l$$

icin

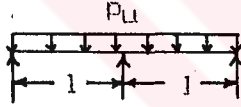


AA kesiti



$$\text{ort. max. } m_x = 0.0234 p_u l^2$$

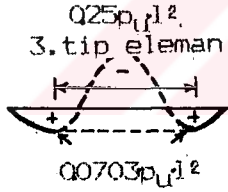
AA kesiti için  
 $m_x$  eğilme momenti



BB kesiti

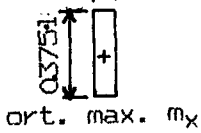
$$0.375l < y < 1.625l$$

icin



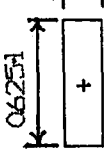
BB kesiti için  
 $m_x$  eğilme momenti

$$0.0234 p_u l^2$$

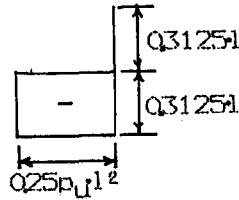


ort. max.  $m_x$

$$0.0703 p_u l^2$$

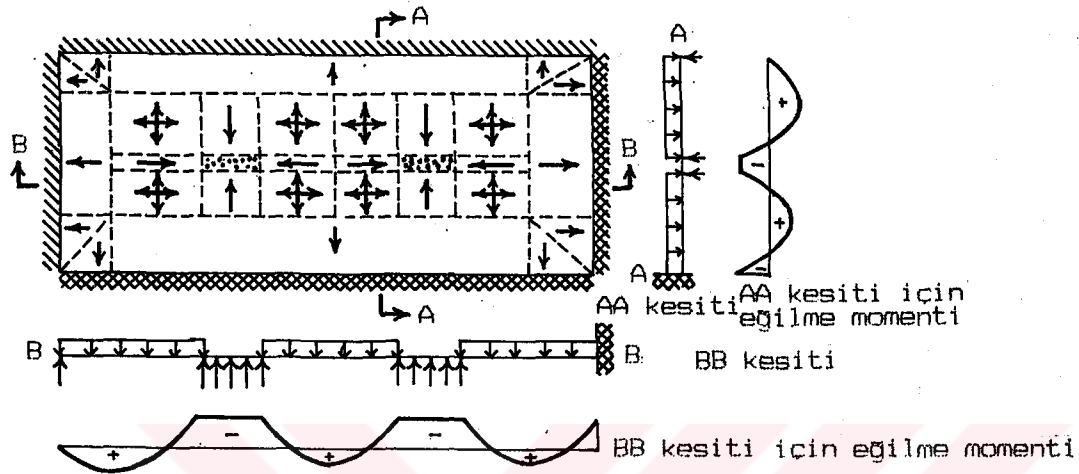


max. pozitif  $m_x$

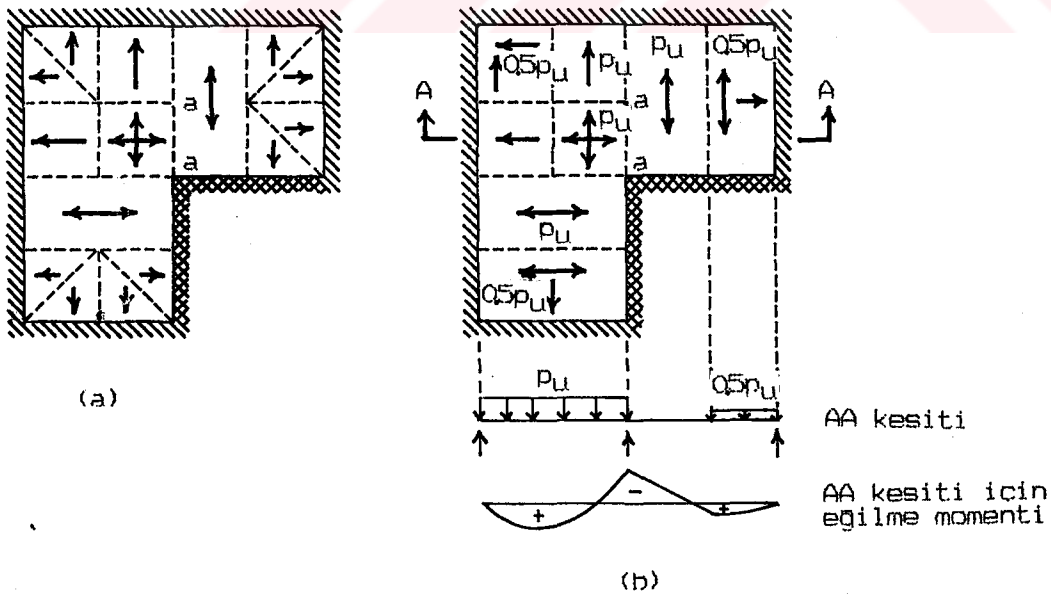


max. negatif  $m_x$

ileri serit, metoduyla tasarımda, diğer bazı döşeme çeşitlerinin elemanlarına ayrılması şekil (3.31) ve (3.32)'de gösterilmektedir.<sup>(3)</sup>



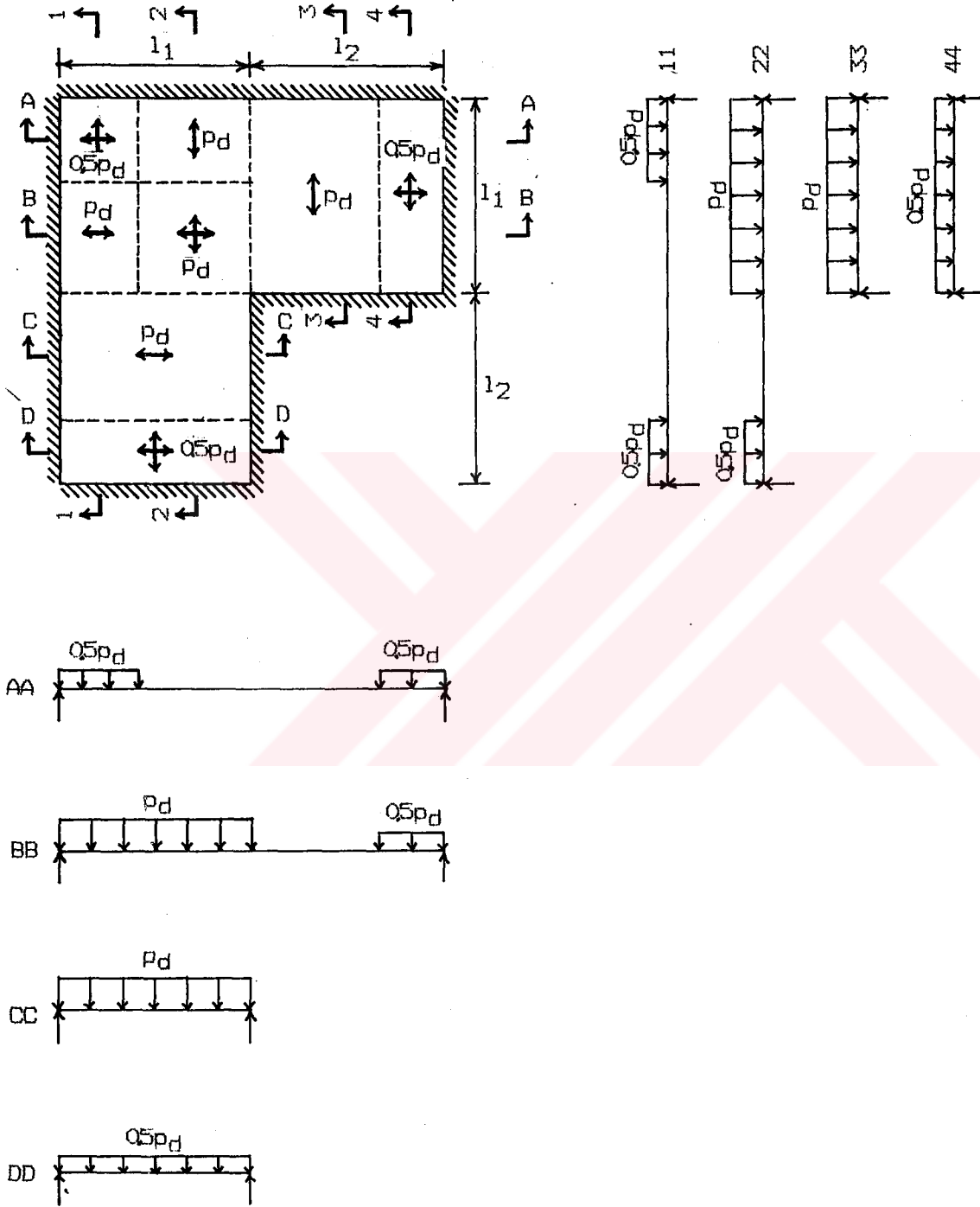
Şekil (3.31). İki geniş iç kolona sahip, duvarlara mesnetli, düzgün yayılı yüklü, kirişsiz döşeme.



Şekil (3.32). L-şeklinde düzgün yayılı yüklü döşeme.

Şekil (3.31)'de gösterilen, düzgün yayılı yüklü, çok gözlü, kirişsiz döşemede belirli miktarda iç duvar veya kolonlar olduğu varsayılmıştır. Bunların açıklık momentlerindeki etkisini dikkate almak için 1. tip elemanların kolon yüzleri ve döşeme kenarları arasında uzadığı varsayılmıştır. Şekil (3.32a)'da düzgün yayılı yüklü L şeklinde bir döşeme gösterilmiştir. Tasarım momentleri, daha önce anlatıldığı gibi elemanların moment denge durumlarından bulunmuştur. Bu yaklaşımdan hareketle muhtelif döşeme tipleri hakkında daha detaylı çalışma Hillerborg tarafından yapılmıştır. Hillerborg 3. tip elemanları "köşe mesnetli elemanlar" olarak adlandırmaktadır ve köşelerde 2. tip elemanlar yerine şekil (3.32b)'de görüldüğü gibi iki doğrultuda uzayan şeritlerden oluşan dikdörtgen elemanları kullanma taraftarıdır. Bazen farklı durumlarda karşılaşılmamasına rağmen (örneğin şekil (3.32a) ve (3.32b)'deki aa hattı boyunca) ortaya çıkan moment alanlarının makul olduğu kabul edilir. 3. tip elemanlar, şerit tasarım teorisinde kuvvetli bantların kullanımına etkili bir alternatif olarak ortaya çıkmıştır.

ÖRNEK 3.5:



Şekil (3.33). Tasarım örneği (3.5)

$$M_B = -p_d * \frac{[0.125 * l_1 + 0.0184 * l_2]}{(l_1 + l_2)}$$

$$V_A = p_d * \frac{[0.75 * l_1 + l_1^2 * l_2 - 0.0368 * l_2]}{2 * l_1 * (l_1 + l_2)}$$

$$x_1 = \frac{(0.75 * l_1 + l_1^2 * l_2 - 0.0368 * l_2)}{2 * l_1 * (l_1 + l_2)}$$

$$M_{1max} = V_A * x_1 - \frac{p_d * x_1^2}{2}$$

$$M_{1max} = p_d * \frac{(0.75 * l_1 + l_1^2 * l_2 - 0.0368 * l_2)^2}{8 * l_1^2 * (l_1 + l_2)^2}$$

$$V_B = p_d * \frac{(1.25 * l_1 + l_1^2 * l_2 + 0.0368 * l_2)}{2 * l_1 * (l_1 + l_2)}$$

$$+ p_d * \frac{(0.5 * l_1 + 0.2336 * l_2 + 0.16 * l_2^2 * l_1)}{4 * l_2 * (l_1 + l_2)}$$

$$V_C = p_d * \frac{(0.64 * l_2^2 * l_1 + 0.5664 * l_2 - 0.5 * l_1)}{4 * l_2 * (l_1 + l_2)}$$

$$M_D = p_d * \frac{(0.256 * l_2 + l_1 + 0.0666 * l_2 - 0.2 * l_1 * l_2 - 0.16 * l_2 * l_1)}{4 * l_2 * (l_1 + l_2)}$$

$$x_2 = \frac{(0.5 * l_1 + 0.2336 * l_2 + 0.16 * l_2^2 * l_1)}{2 * l_2 * (l_1 + l_2)}$$

$$M_{2\max} = V_C * 0.1766 * l_2 - \frac{p_d}{2} * \frac{(0.1766 * l_2)^2}{2}$$

$$M_{2\max} = p_d * \frac{(0.64 * l_2^2 * l_1 + 0.5664 * l_2 - 0.5 * l_1)}{4 * l_2 * (l_1 + l_2)} * 0.1766 * l_2$$

$$-\frac{p_d}{2} * \frac{(0.1766 * l_2)^2}{2}$$

$l_2 = \alpha * l_1$  alinirsa:

$$M_B = -p_d * \frac{l_1^2 * (0.125 + 0.0184 * \alpha)}{(1 + \alpha)}$$

$$x_1 = \frac{l_1 * (0.75 + \alpha - 0.0368 * \alpha)}{2 * (1 + \alpha)}$$

$$M_{1\max} = p_d * \frac{(0.75 * l_1 + l_1 * \alpha - 0.0368 * \alpha * l_1)^2}{8 * l_1^2 * (1 + \alpha * l_1)^2}$$

$$x_2 = \frac{l_1 * (0.5 + 0.2336 * \alpha + 0.16 * \alpha^2)}{2 * \alpha * (1 + \alpha)}$$

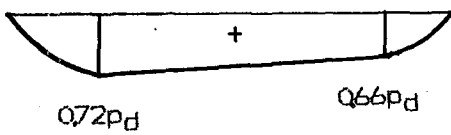
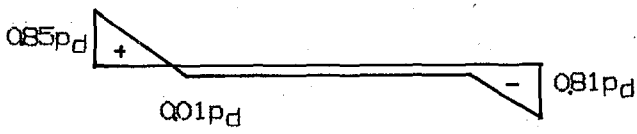
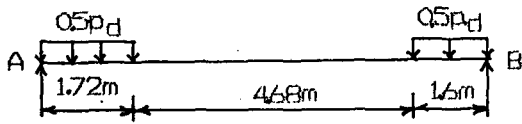
$$M_{2\max} = p_d * \frac{0.1766 * \alpha * l_1^2 * (0.64 * \alpha^2 + 0.5664 * \alpha - 0.5)}{4 * \alpha * (1 + \alpha)}$$

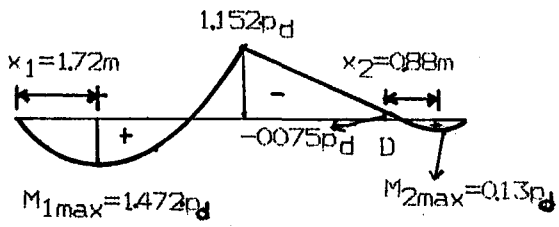
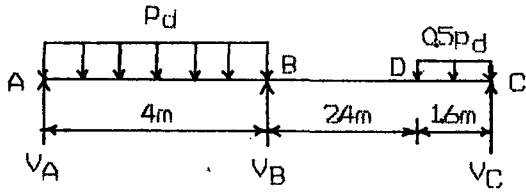
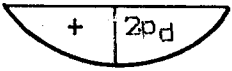
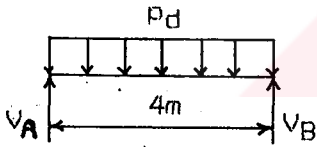
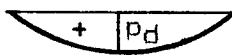
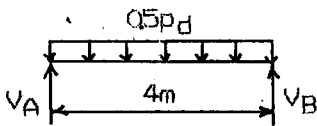
$$-p_d * \frac{0.1766^2 * \alpha^2 * l_2^2}{4}$$

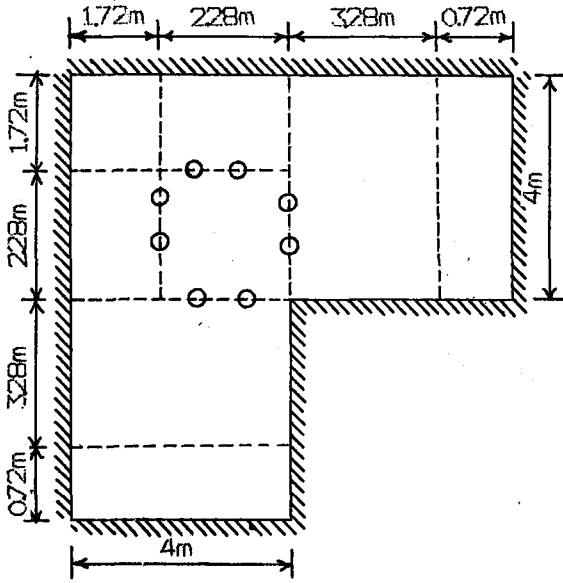
$\alpha$	$M_B$	$x_1$	$M_{1max}$	$x_2$	$M_{2max}$
0.5	$-0.085 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.42 \cdot l_1$	$0.086 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.38 \cdot l_1$	$-0.010 \cdot p_D \cdot l_1^2$
0.6	$-0.081 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.42 \cdot l_1$	$0.088 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.32 \cdot l_1$	$-0.007 \cdot p_D \cdot l_1^2$
0.7	$-0.077 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.42 \cdot l_1$	$0.089 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.28 \cdot l_1$	$-0.040 \cdot p_D \cdot l_1^2$
0.8	$-0.075 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.43 \cdot l_1$	$0.090 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.25 \cdot l_1$	0
0.9	$-0.073 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.43 \cdot l_1$	$0.091 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.23 \cdot l_1$	$0.004 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.0	$-0.072 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.43 \cdot l_1$	$0.092 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.22 \cdot l_1$	$0.008 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.1	$-0.071 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.43 \cdot l_1$	$0.092 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.22 \cdot l_1$	$0.012 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.2	$-0.071 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.43 \cdot l_1$	$0.092 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.21 \cdot l_1$	$0.017 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.3	$-0.072 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.43 \cdot l_1$	$0.092 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.21 \cdot l_1$	$0.022 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.4	$-0.073 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.43 \cdot l_1$	$0.091 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.22 \cdot l_1$	$0.027 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.5	$-0.075 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.43 \cdot l_1$	$0.090 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.22 \cdot l_1$	$0.033 \cdot p_D \cdot l_1^2$

$\alpha=1$  ve  $l=4m$ . kabul edilirse:

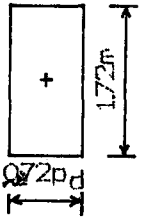
AA ve 1! Kesiti:



BB ve 22 Kesiti:CC ve 33 Kesiti:DD ve 44 Kesiti:

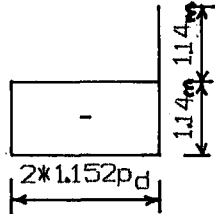
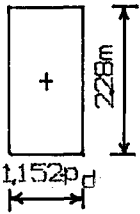


AA ve 11 kesiti için  $m_x$  eğilme momenti:



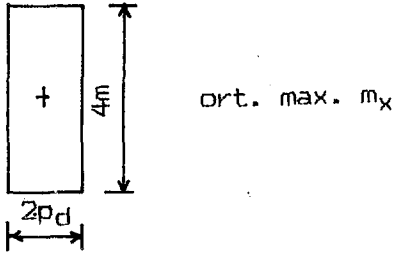
ort. max.  $m_x$

BB ve 22 kesiti için  $m_x$  eğilme momenti:

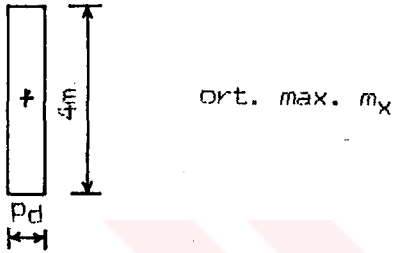


max. pozitif  $m_x$     max. negatif  $m_x$

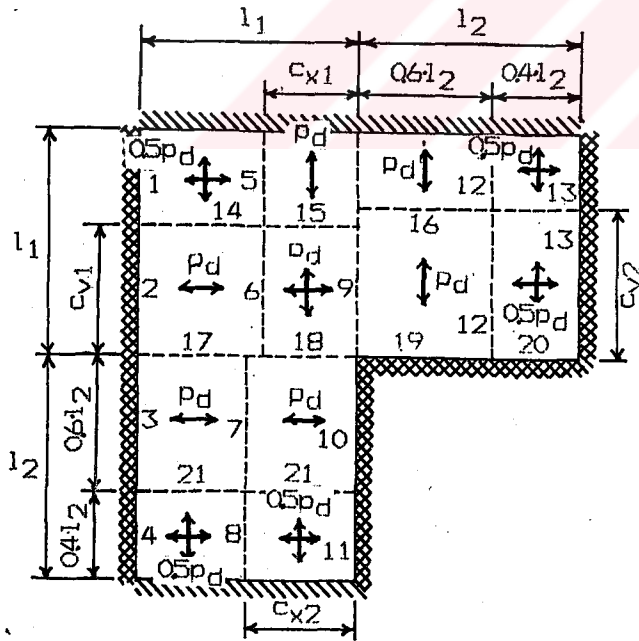
CC ve 33 kesiti için  $m_x$  momenti:



DD ve 44 kesiti için  $m_x$  momenti:



ÖRNEK 3.6:



Sekil (3.34). Tasarım örneği (3.6)

Şekilde L. şeklinde bir döşeme ve bu döşemenin boyutları verilmiştir. Önce x doğrultusunda, daha sonra ise y doğrultusundaki momentler hesaplanacaktır. Şekilde, hesaplanacak momentlerin uygun bir şekilde numaralandırılması gösterilmiştir. Moment katsayıları, Hillerborg'un önerdiği şekilde alınmıştır.<sup>(4)</sup>  $m_2$  mesnet momenti katsayısı, 0.13 gibi oldukça yüksek bir değerdir. Bu değer büyük olmasının nedeni, x doğrultusunda,  $l_1$  uzunluğundaki seridin diğer ucunun sehim yapıyor olmasıdır.

$$m_2 = 2 \cdot m_1 = -0.13 \cdot p_D l_1^2$$

$$m_9 = -0.05 \cdot p_D \cdot l_1^2$$

$$c_{x1} = \left( \frac{1}{2} \cdot l_1 \right) + \frac{(0.05 \cdot p_D \cdot l_1^2 - 0.13 \cdot p_D \cdot l_1^2)}{(p_D \cdot l_1)}$$

$$= 0.42 \cdot l_1$$

$$m_6 = 2 \cdot m_5 = \left[ \frac{p_D}{2} \cdot (0.42 \cdot l_1)^2 \right] - 0.05 \cdot p_D \cdot l_1^2$$

$$= 0.038 \cdot p_D \cdot l_1^2$$

$$m_3 = m_{10} = 2 \cdot m_4 = 2 \cdot m_{11} = -p_D \cdot \frac{l_1^2}{12}$$

$$c_{x2} = \frac{l_1}{2}$$

$$m_7 = 2 \cdot m_8 = \left[ \frac{1}{2} \cdot p_D \cdot (0.6 \cdot l_2)^2 \right] - p_D \cdot \frac{l_1^2}{12} = p_D \cdot \left( 0.18 \cdot l_2^2 - \frac{l_1^2}{12} \right)$$

$$m_{13} = -p_D \cdot \frac{(0.4 \cdot l_2)^2}{6} = -0.027 \cdot p_D \cdot l_2^2$$

$$m_{12} = \frac{1}{4} \cdot p_D \cdot (0.4 \cdot l_2)^2 - p_D \cdot \frac{(0.16 \cdot l_2^2)}{6}$$

$$= 0.013 \cdot p_D \cdot l_2^2$$

$$m_{18} = -0.08 \cdot p_D \cdot l_1^2$$

$$c_{y1} = \left( \frac{1}{2} \cdot l_1 \right) + \frac{(0.08 \cdot p_D \cdot l_1^2)}{(p_D \cdot l_1)} = 0.58 \cdot l_1$$

$$m_{15} = 2 \cdot m_{14} = \left[ \frac{1}{2} \cdot p_D \cdot (0.58 \cdot l_1)^2 \right] - 0.08 \cdot p_D \cdot l_1^2$$

$$= 0.088 \cdot p_D \cdot l_1^2$$

$$m_{19} = 2 \cdot m_{20} = -\frac{1}{8} \cdot p_D \cdot l_1^2$$

$$c_{y2} = \left( \frac{1}{2} \cdot l_1 \right) + \frac{(p_D/8) \cdot l_1^2}{(p_D \cdot l_1)} = 0.625 \cdot l_1$$

$$m_{16} = 2 \cdot m_{17} = \left[ \frac{1}{2} \cdot p_D \cdot (0.625 \cdot l_1)^2 \right] - \frac{1}{8} p_D \cdot l_1^2$$

$$= 0.07 \cdot p_D \cdot l_1^2$$

$$m_{21} = \frac{1}{4} \cdot p_D \cdot (0.4 \cdot l_2)^2 = 0.04 \cdot p_D \cdot l_2^2$$

$l_2 = \alpha \cdot l_1$  alınırsa:

$$m_7 = 2 \cdot m_8 = p_D \cdot \left[ 0.18 \cdot \alpha^2 \cdot l_1^2 - \frac{l_1^2}{12} \right] = p_D \cdot l_1^2 \cdot \frac{(2.16 \cdot \alpha^2 - 1)}{12}$$

$$m_{13} = -0.027 \cdot p_D \cdot \alpha^2 \cdot l_1^2$$

$$m_{12} = 0.013 \cdot p_D \cdot \alpha^2 \cdot l_1^2$$

$$m_{21} = 0.04 \cdot p_D \cdot \alpha^2 \cdot l_1^2$$

$\alpha$	$m_7$	$m_8$	$m_{12}$	$m_{13}$	$m_{21}$
0.5	$-0.038 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.019 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.003 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.007 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.010 \cdot p_D \cdot l_1^2$
0.6	$-0.019 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.009 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.005 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.010 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.014 \cdot p_D \cdot l_1^2$
0.7	$0.005 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.002 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.006 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.013 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.020 \cdot p_D \cdot l_1^2$
0.8	$0.032 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.016 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.008 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.017 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.026 \cdot p_D \cdot l_1^2$
0.9	$0.062 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.031 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.011 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.022 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.032 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.0	$0.097 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.048 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.013 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.027 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.040 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.1	$0.134 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.067 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.016 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.033 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.048 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.2	$0.176 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.088 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.019 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.039 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.058 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.3	$0.221 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.110 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.022 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.046 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.068 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.4	$0.269 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.135 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.025 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.053 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.078 \cdot p_D \cdot l_1^2$
1.5	$0.322 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.161 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.029 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$-0.061 \cdot p_D \cdot l_1^2$	$0.090 \cdot p_D \cdot l_1^2$

#### 4- DENEY SONUÇLARI İLE KARŞILAŞTIRMA:

Şerit metodu ve diğer denge metodlarıyla tasarlanan döşemelerden elde edilen deney sonuçları göreceli olarak azdır. Mevcut deney sonuçlarının çoğu basit yapıların küçük modelleridir. Örneğin, düzgün yayılı yüklü, basit mesnetli, kare veya dikdörtgen döşemelerdir. Bir test serisi, kuvvetli bantlı, basit şerit metodu veya ileri şerit metoduyla tasarlanmış iç kolonlara sahip döşemeler üzerine yapılmıştır. Betonarme döşemelerde yapılmış deneysel çalışmalar aşağıda anlatılmıştır.<sup>(3)</sup> Taylor, 1.83m.x1.83m. boyutlarında, bütün kenarlarından basit mesnetli 10 tane düzgün yayılı yüklü, kare döşeme üzerinde denemeler yapmıştır. Açıklık/kalınlık oranları 41,36 veya 24'dür. Döşemeler, ya şerit metoduyla ya da kırılma çizgileri teorisiyle tasarlanmışlardır. Bu deneyler, mesnetlere 45° veya paralel iki dik doğrultuda yerleştirilmiş, eşit aralıklı donatılar, farklı aralıklı donatılar ve mesnetlere kadar uzanmayan kısa donatılar ele alınarak yapılmıştır. Döşemelerin tasarım kırılma yükü 22.9 kN/m<sup>2</sup> veya 23.8 kN/m<sup>2</sup> dir. Deneylerde ulaşılan maksimum yük, tasarım kırılma yükünün 1.26-1.80 katıdır. Bu büyük mukavemet, büyük sehimlerle ortaya çıkan çekme membran etkisi ve donatıdaki pekleşme etkisiyle bağlantılıdır.

Döşemenin merkezinde, çatlakların üst yüzeye yansımasından anlaşılacağı gibi, büyük sehimlerde, yük, artık, normal eğilme etkisiyle mesnetlere daha çok taşınmaz ve geometrideki değişiklik iç moment kolundaki bir artış gibi düşünülmelidir. Kesilmiş donatılı döşemeler için kırılma yükü, aynı genişliğe dağılmaz. Döşemenin alt kısmındaki çatlamanın 14.9 kN/m<sup>2</sup> civarında meydana geldiği ve bu yükteki maksimum çatlak genişliklerinin takriben 0.15 mm veya daha az olduğu gözlemlenmiştir. Sehimler, 11.6 lN/m<sup>2</sup> ve 29.2 kN/m<sup>2</sup> arasında değişen ani yüklemelerde açıklık/360' a ulaşmıştır.

Düzgün yayılı yüklü, basit veya sürekli mesnetli kare

veya dikdörtgen döşemelerde diğer deneyler Sharpe, Clyde, Rozvany ve Muspratt tarafından yapılmıştır. Döşemeler, ya şerit metoduyla ya da kırılma çizgileri teorisiyle tasarlanmıştır. Ölçülen kırılma yükleri, kırılma çizgisi teorisiyle bulunan yükten oldukça büyüktür. Bu donatıdaki pekleşme etkisi, çekme membran etkisinden bağlıdır. İşletme yükü altında çatlama ve sehinden dolayı büyük bir problem yoktur. Bu deneylerin bazıları, minimum donatı çeliği hacmini bulmak amacıyla muhtelif uygun donatı düzenlemelerini araştırır.

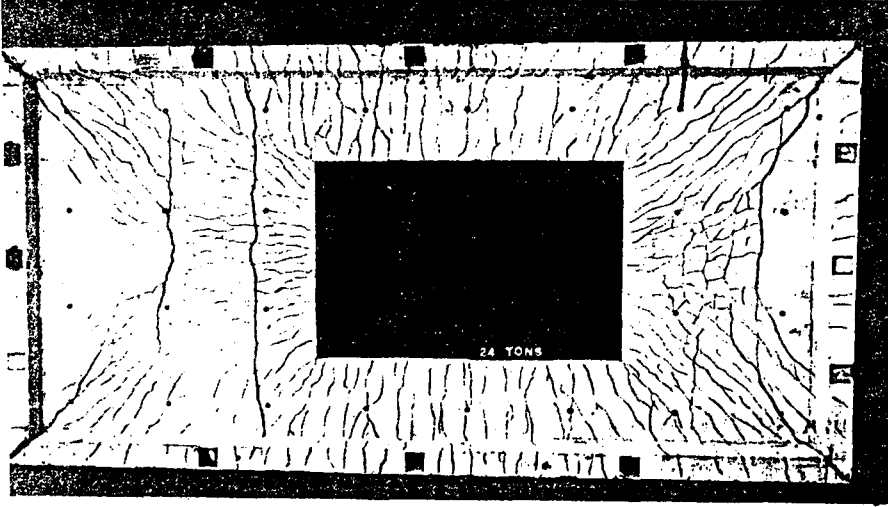
En ilginç döşeme deney serisi Armer tarafından yapılmıştır. Düzgün yayılı yük etkisi altında yedi adet 3.66m.x1.83m. açıklıklı dikdörtgen döşemelerde deneyler yapılmıştır. Döşemelerin kalınlıkları 57mm 'dir. Döşemeler T1'den T7'ye kadar adlandırılmışlardır. T1, T2 ve T3 döşemeleri köşelerinden basit mesnetli ve bütün kenarları kirişlidir. T4'den T7'ye kadar olan döşemeler, kenarları kirişsiz ve bütün kenarları boyunca basit mesnetli döşemelerdir. Ayrıca, T3'den T7'ye kadar bütün döşemeler, döşeme merkezindeki bir kolona mesnetlenmişlerdir. T2 döşemesinde, döşeme merkezinde 1.37m.x0.91m. boyutlarında dikdörtgen bir boşluk vardır. T1 döşemesi, basit şerit metoduyla, T2 döşemesi, döşemenin boşluğu etrafındaki kuvvetli bantlarla basit şerit metoduyla tasarlanmışlardır. T3 ve T4 döşemeleri, Hillerborg'un ileri şerit metoduyla, T5 ve T6 döşemeleri, Wood ve Armer tarafından önerilen ileri şerit metodunun değiştirilmiş versiyonuyla, T7 döşemesi ise basit şerit metoduna göre her biri merkez kolondan geçen kuvvetli bantlarla tasarlanmışlardır. Döşemelerin tasarım kırılma yükleri, 20.1 kN/m<sup>2</sup> ile 40.2 kN/m<sup>2</sup> arasında değişmiştir. Gerçek kırılma yükleri tasarım kırılma yüklerinin 1.30-2.22 katına ulaşmıştır. Döşeme mukavemetinin bu büyük artışı, yükün sadece eğilme momenti etkisiyle taşındığı varsayımına bağlıdır. Gerçekte, deneyler süresince çok açık olarak döşeme içindeki membran etkisi özellikle kolon etrafında gözlenmiştir. Bu nedenle, tasarım metodunun

güvenilirliği konusunda kuşku yoktur. Şekil (4.1) ve (4.3)'de, döşemelerin ikisinde deneylerden sonraki çatlak figürleri gösterilmiştir. Teorik kırılma yükünün yarısı kadar bir yük etkisinde mesnet kirişlerine göre ölçülen maksimum sehimler, T1 döşemesi için 7.6 mm, T2 döşemesi için 5.8 mm ve T3'den T7'ye kadar olan döşemeler için ise 2.0 ile 4.6 mm arasında değişir. Armer, işletme yükü altında, deformasyon ve çatlama açısından davranışın yeterli olduğu sonucuna varmıştır. Bununla birlikte, not edilmelidir ki, T1 döşemesi için 7.6 mm'lik kirişe göre bir sehim kısa açıklık/240'dır ve uzun süreli yükleme ve kirişten dolayı artan sehim de düşünülürse, bu sehimin işletme yükü altında artacağı dikkate alınmalıdır.

Cardenas ve Kaar, tam ölçekle kirişsiz bir döşemenin yük etkisindeki davranışını incelemişlerdir. Her ne kadar, şerit metoduyla tasarlanmış olmasa da, plak, deney alanının yarısında tüm negatif moment donatısının kolon şeridine yerleştirilip orta şeritlere hiç mesnet donatısı konulmaması, diğer yarısında ise negatif moment donatısının ACI 318-63'e göre düzenlenmiş olması açısından ilginçtir. Pozitif-moment donatısı ise deney alanının her iki yarısında ACI 318-63'e göre düzenlenmiştir. Döşeme kalınlığı 140 mm'dir ve hareketli işletme yükü  $2.39 \text{ kN/m}^2$ 'dir. Deney boyunca  $4.98 \text{ kN/m}^2$ 'ye kadar bir hareketli yük uygulanmıştır. Deney yükünün tamamının etkisinde plakta ölçülen çatlak genişlikleri küçüktür ve rijitlik veya kullanılabilirliğe önemli bir etkisi yoktur. Deney alanlarının her iki yarısındaki sehimlerde önemli bir fark olmadığı ölçülmüştür. Bu nedenle, kolon şeritlerindeki bütün negatif moment donatısı dağılımının yapının kullanılabilirliğine bir etkisi yoktur.

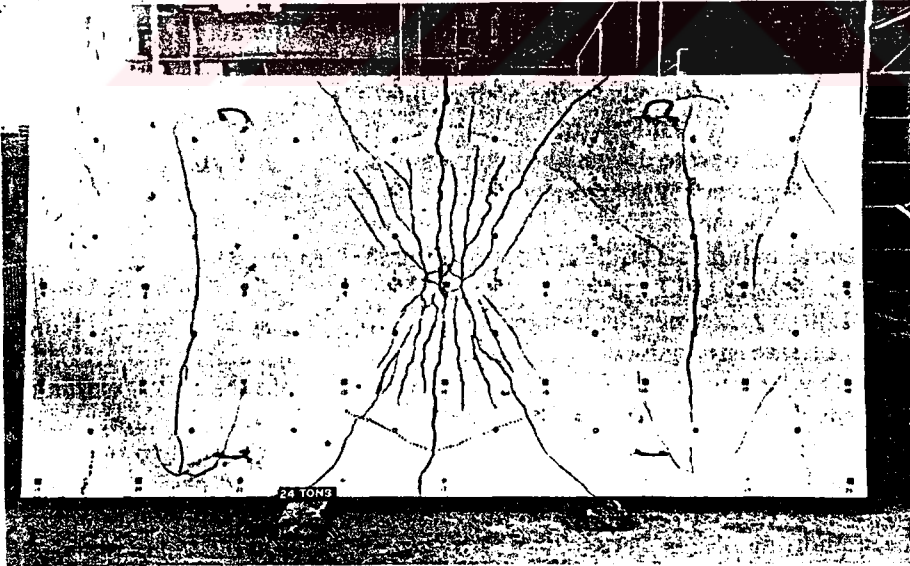
Görülüyor ki, şerit metoduyla yapılabilecek muhtemel tasarımlar konusunda çok fazla deney yoktur. Özellikle boşa kenarlı döşemeler konusunda bir dizi deney halen yapılmaktadır. Bununla beraber, tasarım kırılma yüklerinden elde edilen sonuçlar emniyetli tarafta olduğunu

göstermektedir ve uygun bir donatı düzenlemesi yapıldığında kullanılabilirlik konusunda bir problem çıkmayacaktır.



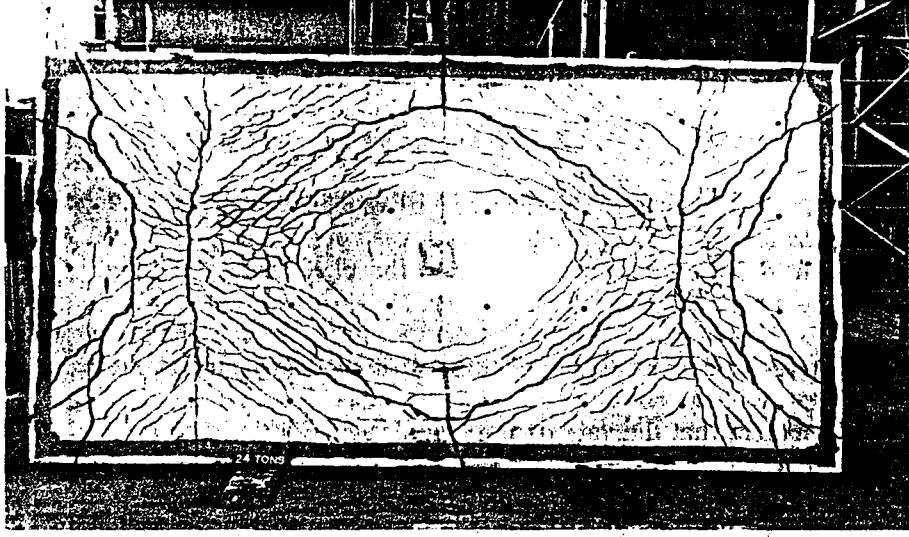
(3)

Sekil (4.1). Çatlamadan sonra T2 döşemesinin altı



(3)

Sekil (4.2). Çatlamadan sonra T4 döşemesinin üstü



Sekil (4.3). Catlamadan sonra T4 döşemesinin altı (3)

## 5- SONUÇLAR:

1-) Serit metodu yardımıyla tasarlanan plağın, tasarım yükü, gerçek taşıma yüküne eşit veya daha küçük olduğu için serit metodu daima emniyetlidir.

2-) Pozitif ve negatif moment bölgelerinde ve iki açıklık doğrultusundaki moment dağılımı tasarımcıya bırakılmıştır. Bu seçim özgürlüğü, yanlış kullanım sonucunda döşemelerin işletme yükü altında geniş çatlaklara veya aşırı sehim oluşturmalarına neden olabilir. Bu da tasarımcı için büyük bir problem teşkil eder.

3-) Bu yöntemle tasarlanan döşemelerde, yükün sadece eğilme momenti etkisiyle taşındığı varsayıldığı için döşeme mukavemetinde ek bir güvenlik payı vardır.

4-) Serit metodu tasarımı, donatının etkili ve ekonomik olmasını sağlar.

5-) Donatı, serit momentlerine kesinlikle uygun yerleştirilmişse, kırılma çizgileri teorisiyle ya da deneysel olarak bulunan kırılma yükü, serit yönteminde kullanılan kırılma yüküne eşit veya daha büyüktür.

6-) Hillerborg'un önerdiği moment katsayıları, metodun daha kullanışlı ve hesapların daha kolay olmasını sağlamıştır.

## REFERANSLAR

- (1) BERKTAY, İ., "Betonarme Paklarda Kırılma Çizgileri Teorisi ve Uygulamaları", Y.Ü., İstanbul 1988
- (2) BERKTAY, İ., "Plak Teorisi", İstanbul, Eylül 1988
- (3) PARK, R., GAMBLE, W.L., "Reinforced Concrete Slabs" A Wiley - Interscience Publication, 1980
- (4) HILLERBORG, A., "Strip Method of Design", A Viewpoint Publication, 1974

## DZGECMIS

1971 yılında Artvin - Borçka'da doğmuştur. İlk, orta ve lise öğrenimini aynı ilçede tamamladıktan sonra 1987 yılında Yıldız Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde Üniversite öğrenimine başlamıştır. Üniversiteyi 1991 yılında bitirdikten sonra aynı yıl Yıldız Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği, Yapı Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimine başlamıştır.

Halen Yıldız Teknik Üniversitesi Yapı İşletmesi Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.

YÜKSEKÖĞRETİM ENSTİTÜSÜ  
DOKÜMANLAMA MERKEZİ