

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Sonlu Ban. Met. ile San. Kes. Köp. Etüdü

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Alkız Mehmet

1990

57 -
150
189

İns.

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

150007

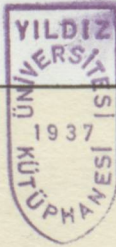
SONLU BANDLAR METODU İLE
SANDIK KESİTLİ KÖPRÜLERİN ETÜDÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞ.MÜH.ALKIZ MERMER

İSTANBUL 1990

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
KÜTÜPHANE DOKÜMANTASYON
DAİRE BAŞKANLIĞI

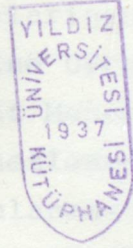
Kot : R 150
189
Alındığı Yer : FEN. BİL. ENS.
Tarih : 23.10.1991
Fatura : - - - - -
Fiyatı : 15.000. TL.
Ayniyat No : 1/15
Kayıt No : 47782
UDC : 624. 378.242.
Ek :



YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

45558

SONLU BANDLAR METODU İLE
SANDIK KESİTLİ KÖPRÜLERİN ETÜDÜ



YÜKSEK LİSANS TEZİ

İNŞ.MÜH.ALKIZ MERMER

ANA BİLİM DALI:İNŞAAT

DALI:YAPI

TEZİ YÖNETEN:PROF.DR.HÜSEYİN CELASUN

İSTANBUL 1990

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	
SUMMARY.....	
BÖLÜM 1.GİRİŞ.....	1
1.1.Konu ile ilgili Çalışmalara Toplu Bakış.....	1
1.2.Sonlu Bandlar Metodu.....	1
BÖLÜM 2.SANDIK KESİTLİ KÖPRÜLERİN SONLU BANDLAR METODUYLA HESABI.....	2
2.1.Metodun Esası.....	2
2.2.Eleman Rijitlik Matrisinin Geliştirilmesi...	3
2.2.1.Bandın Düzlem Rijitliği.....	4
2.2.2.Bandın Eğilme Rijitliği.....	14
2.2.3.Bandın Bileşke Matrisi.....	33
2.3.Koordinat Sistemlerinin Değiştirilmesi.....	33
2.4.Eleman Yükleme Matrislerinin Kurulması.....	34
2.4.1.Tekil Yük Hali için Yükleme Matrisi...	35
2.4.2.Üniform Yük Hali için Yükleme Matrisi.	35
2.5.Uç Kuvvetlerinin (Kesit Tesirlerinin) Hesabı	36
2.6.Sınır Şartlarının Sistem Rijitlik ve Yükleme Matrislerine Uygulanması.....	38
2.6.1.Sabit Mesnet Durumu.....	38
2.6.2.Mesnetlenme Durumunun Programlamaya Uygulanması.....	39
2.7.Sistem Rijitlik(SRM) ve Sistem Yükleme Matri- sinin (SYM) Kurularak Lineer Denklem Sistemi- nin Elde Edilmesi ve Çözümü.....	39
BÖLÜM 3.BİLGİSAYAR PROGRAMI.....	41
3.1.Genel Bilgiler.....	41
3.2.Programın Akış Diyagramı.....	42
3.3.Programın Kullanılması.....	43
3.3.1.Giriş Bilgileri.....	43
3.3.2.Çıkış Bilgileri.....	44
BÖLÜM 4.SAYISAL ÖRNEKLER.....	45
4.1.Örnek-1 Kendi Ağırlığı Etkisindeki Sandık Kesitli Köprü.....	46
4.2.Örnek-2 Kamyon Yüğü Etkisindeki Sandık Kesitli Köprü.....	47
EKLER.....	50
SONUÇLAR.....	
KAYNAKLAR.....	
ÖZGEÇMİŞ.....	

000000. Saygiatimla.

ÖZET

Bu çalışmanın konusu sonlu bandlar metodu, sonlu elemanlar metodunun özel bir formu olarak düşünülebilir. Sonlu elemanlar metodunda her iki doğrultuda polinom şeklinde şekil fonsiyonları kullanıldığı halde sonlu bandlar metodunda bir doğrultuda (y) polinomlar diğer doğrultuda ise (x) trigonometrik fonsiyonlar kullanılarak sistemin boyutu bir merteye düşürülmektedir. Band 4 serbestlik dereceli iki düğüm çizgisi (i ve j) ile tanımlanmaktadır.

Dört bölümden oluşan bu çalışmanın, birinci bölümünde problem tanıtılarak, konuyla ilgili çalışmaların özeti verilmiştir.

İkinci bölümde sandık kesitli köprülerin gerilme ve şekil değiştirme durumlarının hesabı için, diğer bölümlerde faydalanılacak olan bağıntılar verilmiş ve esas denklemler teşkil edilmiştir. "Potansiyel enerjinin minimum olma" prensibinden faydalanılarak sonlu bandlar metodu, sandık kesitli köprülere uygulanmış, eleman rijitlik matrisi ve çeşitli yükleme tipleri için eleman yük matrisleri teşkil edilmiştir.

Üçüncü bölümde iki farklı dilde hazırlanan bilgisayar programının akış diyagramı verilmiş ve çalışma düzeni anlatılmıştır.

Dördüncü bölümde hazırlanan bilgisayar programı kullanılarak, sandık kesitli köprü örneği çözülmüştür.

SUMMARY

Finite strip method which is the subject of this research can be considered as a special form of finite element method. Although shape functions are used in the form of polynomials in the finite element method, in the finite strip method one dimension of the system is eliminated by using (y) polynomials in one direction and (x) trigonometric functions in the other direction. The strip is defined by two nodes (i and j) with 4 degrees of freedom.

In the first section of this research which is composed of sections the abstract of the research related to the subject is given by defining the problem.

In the second section, for the calculation of stress and strain cases of the box girder bridges, the equations that will be used in the other sections are given and main equations are assembled. By utilizing the principle of minimum potential Energy, finite strip method is applied to the box girder bridges, and elementary load matrixes are assembled for various load types and elementary stiffness matrixes.

In the third section the flow chart of the computer program coded in two different languages is given and its working procedure is explained.

In the fourth section an example box girder bridge is solved by utilizing the computer program previously prepared.

SEMBOLLER

x, y, z : Kartezyen koordinatlar.

u : x doğrultusunda deplasman.

v : y doğrultusunda deplasman.

w : z doğrultusunda deplasman.

θ : y eksenini etrafında rotasyon.

$E_x, E_y, \mu_x, \mu_y, G$: x ve y doğrultularında ortotropik elastik sabitler.

E : Elastik modülü.

ν : Poisson oranı.

G : Kayma modülü.

σ_x, σ_y : Normal gerilme bileşenleri.

τ_{xy} : Kayma gerilme.

M_x, M_y : Birim boya gelen eğilme momentleri.

M_{xy} : Birim boya gelen burulma momenti.

X, Y, Z : Sırası ile x, y, z doğrultularında dış yükler.

Z_m : Üniform yayılı yük.

D : Band eğilme rijitliği.

t : Band kalınlığı.

m : Fourier serisi parametresi.

a_0, a_m, b_m : Fourier serisi sabitleri.

ξ_x, ξ_y : Birim uzama oranları.

γ_{xy} : Kayma açısı.

$\theta_x(x, y), \theta_y(x, y)$: x, y noktasında sırayla x eksenini ve y eksenini üzerinde dönme.

N_x, N_y, N_{xy} : Düğüm çizgisi iç kuvvetleri.

U : Toplam potansiyel enerji.

U_i : Deformasyon enerjisi (İç kuvvetlerin potansiyel enerjisi)

U_d : Dış kuvvetlerin potansiyel enerjisi.

$[S_{pm}]$: Bandın düzlem rijitlik matrisi.

$[S_{bm}]$: Bandın eğilme rijitlik matrisi.

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

1.1. Konu İle İlgili Çalışmalara Toplu Bakış:

"Sonlu Band" metodu sonlu eleman fikriyle ortotropik plakların seri çözüm avantajlarının bazılarını birleştiren karışık bir işlemdir. Bu metod bölmeli sandık döşemeler ve plaklar her ikisini birden pratikleştirebilir.

Bu metod ilk önce 1968'de Cheung tarafından öne sürüldü. Uzun dört köşe plaklar için aynı problem bağımsızca 1969'da Powell ve Ogden tarafından önerildi. Sonraki hızlı gelişme üç merkezde yapıldı. Cheung tarafından Kanada'da (1969a, 1969b); Scordelis, Willam ve Meyer tarafından Birleşmiş Milletler'de (Meyer ve Scordelis 1970, 1971; Willam ve Scordelis 1970); ve Loo ve Cesens tarafından İngiltere'de (1970, 1971a, 1971b).

1.2. Sonlu Bandlar Metodu:

Bu çalışmanın konusu olan sonlu bandlar metodunda bir doğrultuda (y) polinomlar, diğer doğrultuda (x) ise trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilerek, deplasman fonksiyonları elde edilmektedir.

Sonlu bandlar metodunun sandık kesitli köprülere uygulanması, sonlu eleman metoduna göre oldukça kolay ve ekonomiktir. Bu metodla elde edilen sistem rijitlik matrisinin band genişliği oldukça dardır. Gerekli giriş bilgileri ve sistemdeki toplam bilinmeyen sayısı sonlu elemanlar metoduna göre oldukça az sayılır.

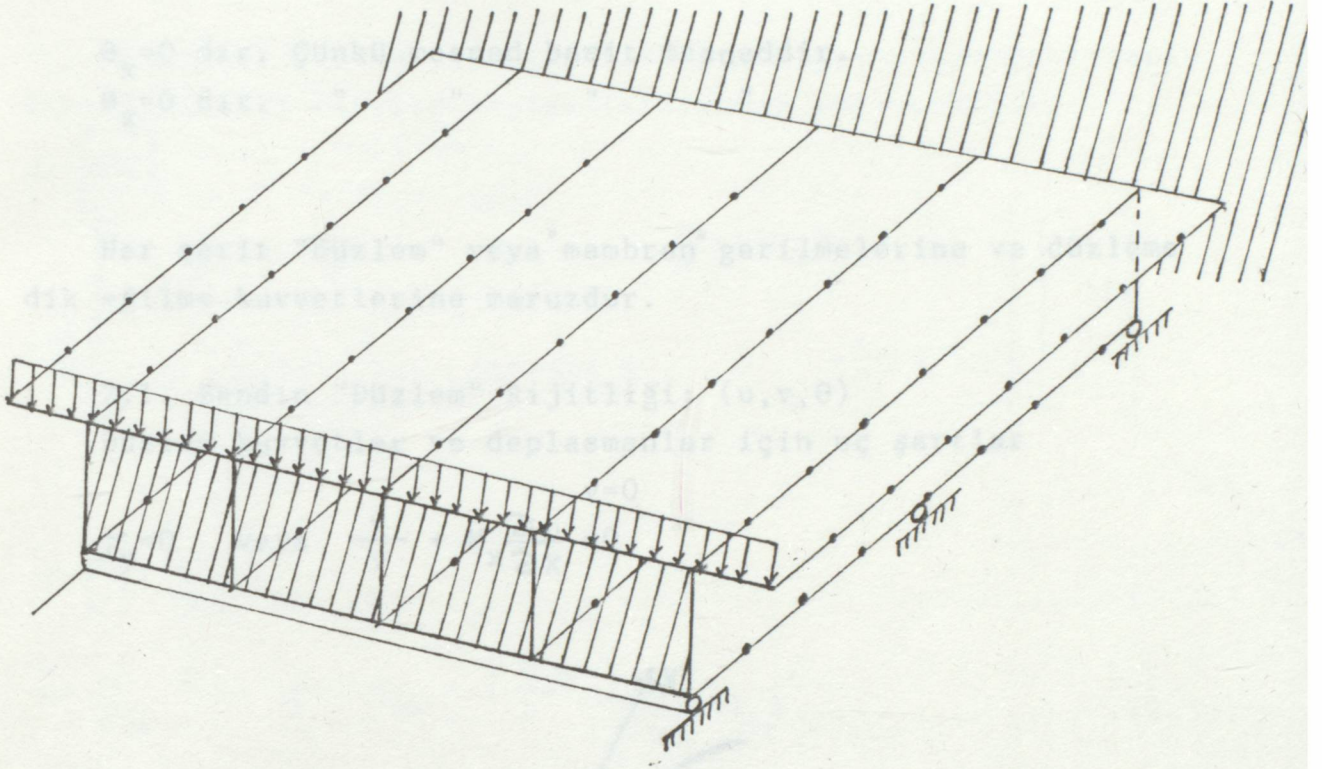
BÖLÜM 2

2. SANDIK KESİTLİ KÖPRÜLERİN SONLU BANDLAR METODUYLA HESABI

2.1. Metodun Esası:

Bu bölümde sandık kesitli köprülere ait sonlu bandlar metodu denklemlerinin elde edilmesi için, toplam potansiyel enerjinin minimum olma prensibinden faydalanılacaktır. Sandık kesitli beton bir köprü, çok katlanmış plaktan müteşekkil bir sistem olarak düşünülebilir. Önce katlanmış plaklar için toplam potansiyel enerji ifadesi elde edilecek ve daha sonra sonlu bandlar metodu uygulanacaktır. Katlanmış plak dikdörtgen şeklinde ince band elemanlara ayrılarak, deplasmanlar ve yükler dikdörtgenin boyuna doğrultusunda Fourier serisine açılacaktır. Böylece sistemin boyutu bir merteye düşürülecektir. Katlanmış plak, eşdeğer bir fiktif çubuk sistemi gibi hesap edilebilecektir. Sistemin dış etkiler altındaki gerçek deplasman yayılışına iyi bir yaklaşım sağlamak için 3. derece deplasman fonksiyonlarından hareket edilerek eleman rijitlik matris ve ayrıca bu deplasman fonksiyonlarına karşı gelen yükleme matrisleri elde edilecektir.

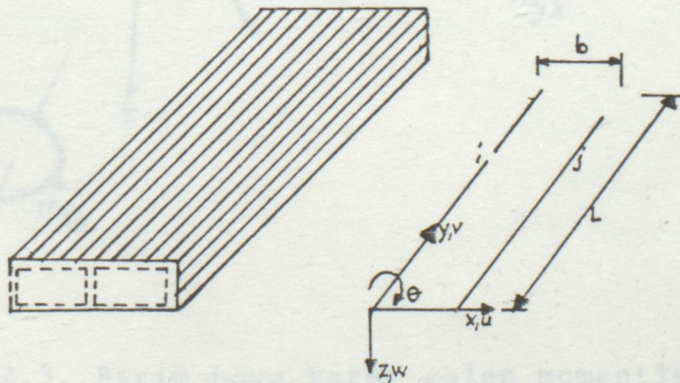
Daha sonra her bandın eleman rijitlik ve yükleme matrisleri sırasıyla sistem rijitlik ve yükleme matrislerinede birleştirilerek tüm sistem için lineer denklem takımı elde edilecektir. Deplasmanlar ve yükler y doğrultusunda Fourier serisine açıldığı için m kez çözülüp her defasında bulunan deplasmanların toplanmasıyla gerçek deplasmanlar bulunmuş olacaktır. Bu değerler uç deplasmanları arasındaki ifadelerde yerlerine yazılarak uç kuvvetleri bulunacaktır.



Şekil 2.1. Toplam Köprü Sistemi

2.2. Eleman Rijitlik Matrisinin Geliştirilmesi:

Serbest mesnetli sandık kesitli köprü, şimdi boyuna doğrultuda, başlıklarda olduğu gibi gövde de belirli sayıda şeride bölünmüş gibi farz olunabilir. Üst döşemeler genellikle daha ağır şekilde yüklendiğinden buralarda daha sık bir taksimat şebekesi tesis etmek gereklidir.



Şekil 2.2. Bir tipik köprü ve bir sonlu şerit

$\theta_x = 0$ dır. Çünkü mesned basit mesneddir.

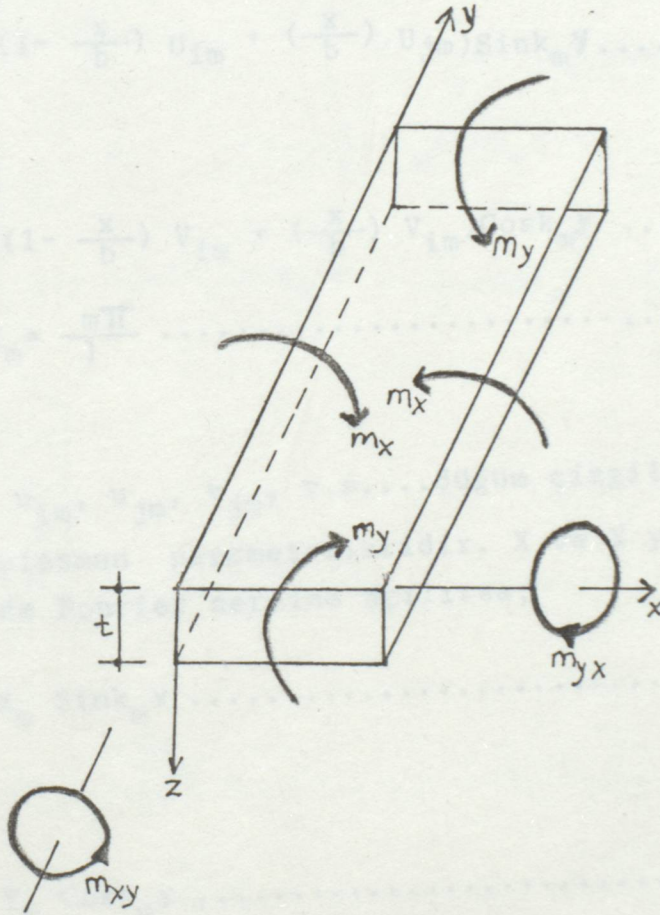
$\theta_z = 0$ dır. " " " " "

Her şerit "düzlem" veya "mambran" gerilmelerine ve düzleme dik eğilme kuvvetlerine maruzdur.

2.1. Bandın "Düzlem" Rijitliği: (u, v, θ)

Düzlem kuvvetler ve deplasmanlar için uç şartlar

$$\sigma_y = 0 \quad \text{veya} \quad \frac{v}{y} + M_x \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad v=0$$



Şekil 2.3. Birim boya karşı gelen momentler artı yönleriyle verilmiştir.

Kenarları (i) ve (j) olan bir şerit için yukarıdaki şart-
ları aşağıdaki Fourier serisi tarafından sağlanabilir.

$$f = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^r \begin{bmatrix} (1 - \frac{x}{b}) \sin k_m y & 0 & \frac{x}{b} \sin k_m y & 0 \\ 0 & (1 - \frac{x}{b}) \cos k_m y & 0 & \frac{x}{b} \cos k_m y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{im} \\ v_{im} \\ u_{jm} \\ v_{jm} \end{Bmatrix} \quad \dots (2.2a)$$

$$f = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^r C_{pm} \cdot S_{pm} \dots \dots \dots (2.2b)$$

$$u = \sum_{m=1}^r ((1 - \frac{x}{b}) U_{im} + (\frac{x}{b}) U_{jm}) \sin k_m y \dots \dots \dots (2.3a)$$

$$v = \sum_{m=1}^r ((1 - \frac{x}{b}) V_{im} + (\frac{x}{b}) V_{jm}) \cos k_m y \dots \dots \dots (2.3b)$$

$$\text{burada } k_m = \frac{m\pi}{l} \dots \dots \dots (2.3c)$$

ve v_{im} , u_{im} , u_{jm} , v_{jm} , v.s....düğüm çizgileri üzerinde (m) te-
rimin deplasman parametreleridir. X ve Y yükleri de boyuna
doğrultuda Fourier sersine açılırsa;

$$X = \sum_{m=1}^r X_m \sin k_m y \dots \dots \dots (2.4a)$$

$$Y = \sum_{m=1}^r Y_m \cos k_m y \dots \dots \dots (2.4b)$$

her terim tek başına çözülecek ve sonra nihai sonucu vermek üzere toplanacak şekilde seriyi parçalamak için fonksiyonların ortogonal özelliklerini kullanmak mümkün olur. Aşağıda toplam işaret artık konmayacaktır.

Birim deformasyon-deplasman bağıntısı.

$$\epsilon_m = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_m = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix}_m = B_{pm} \cdot S_{pm} \dots (2.5a)$$

$$[B_{pm}] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{b} \sin k_m y & 0 & \frac{1}{b} \sin k_m y & 0 \\ 0 & -(1 - \frac{x}{b}) k_m \sin k_m y & 0 & -\frac{x}{b} k_m \sin k_m y \\ (1 - \frac{x}{b}) k_m \cos k_m y & -\frac{1}{b} \cos k_m y & \frac{x}{b} k_m \cos k_m y & \frac{1}{b} \cos k_m y \end{bmatrix} \dots (2.5b)$$

$$\{\epsilon_{pm}\} = \begin{Bmatrix} u_{im} \\ v_{im} \\ u_{jm} \\ v_{jm} \end{Bmatrix} \dots (2.5c)$$

$$Y_m = \sin k_m y \dots (2.5d)$$

$$Y'_m = k_m \cos k_m y = \frac{\partial Y_m}{\partial y} \dots (2.5e)$$

$$Y''_m = -k_m^2 \sin k_m y = \frac{\partial^2 Y_m}{\partial y^2} \dots (2.5f)$$

Gerilme-birim deformasyon bağıntısı

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_m = D_p \cdot \epsilon_m = D_p \cdot B_{pm} \cdot \delta_{pm} \dots\dots\dots (2.6a)$$

burada, özellik matrisi D_p

$$D_p = \begin{bmatrix} E_1 & \mu_x E_2 & 0 \\ \mu_x E_2 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.6b)$$

$$E_1 = \frac{E_x}{1 - \mu_x \mu_y} \dots\dots\dots (2.6c)$$

$$E_2 = \frac{E_y}{1 - \mu_x \mu_y} \dots\dots\dots (2.6d)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \dots\dots\dots (2.6e)$$

Düğüm çizgisi kuvveti-deplasman bağıntısı

Toplam potansiyel enerji prensibinden $t=1$ için,

$$U_t = \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^b \{\sigma_m\}^T \{\epsilon_m\} dx dy - \int_0^1 \int_0^b \{u, v\} \begin{Bmatrix} X_m \sin k_{my} \\ Y_m \cos k_{my} \end{Bmatrix} dx dy \dots\dots\dots (2.7a)$$

$$\{\delta_{pm}\}^T \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^b [B_{pm}]^T [D_p] [B_{pm}] dx dy \{\delta_{pm}\} =$$

$$\{\epsilon_{pm}\}^T \int_0^1 \int_0^b C_{pm}^T \begin{Bmatrix} X_m \sin k_m y \\ Y_m \cos k_m y \end{Bmatrix} d_x d_y \dots\dots\dots (2.7b)$$

ve

$$U_T = \sum_{m=1}^r U_t \dots\dots\dots (2.7c)$$

Minumum potansiyel enerji prensibinden

$$\frac{\partial U_T}{\partial \{\delta_{pm}\}} = \{0\} \dots\dots\dots (2.7d)$$

$$\int_0^1 \int_0^b B_{pm}^T D_p B_{pm} d_x d_y \delta_{pm} = \int_0^1 \int_0^b C_{pm}^T \begin{Bmatrix} X_m \sin k_m y \\ Y_m \cos k_m y \end{Bmatrix} d_x d_y \dots\dots\dots (2.7e)$$

yahut

$$S_{pm} \cdot \epsilon_{pm} = F_{pm} \dots\dots\dots (2.7f)$$

$S_{pm}(4 \times 4)$ = Rijitlik Matrisi

$$S_{pm} = B_{pm}^T \cdot D_p B_{pm} d_x d_y \dots\dots\dots (2.7g)$$

$$B_{pm}^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{b} Y_m & 0 & (1 - \frac{1}{b}) Y'_m \\ 0 & -(1 - \frac{x}{b}) k_m Y_m & -\frac{1}{k_m b} Y'_m \\ \frac{1}{b} Y_m & 0 & \frac{x}{b} Y'_m \\ 0 & -\frac{x}{b} Y_m & \frac{1}{k_m b} Y'_m \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.7h)$$

$$B_{pm} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{b}Y_m & 0 & \frac{1}{b}Y_m & 0 \\ 0 & -(1-\frac{x}{b})k_m Y_m & 0 & -\frac{x}{b}k_m Y_m \\ (1-\frac{x}{b})Y'_m & -\frac{1}{k_m b}Y'_m & \frac{x}{b}Y'_m & \frac{1}{k_m b}Y'_m \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.7i)$$

$$B_{pm}^T \cdot D_p = \begin{bmatrix} -\frac{1}{b}Y_m E_1 & -\frac{1}{b}Y_m \gamma_x E_2 & (1-\frac{x}{b})Y'_m \cdot G \\ -(1-\frac{x}{b})k_m Y_m \gamma_x E_2 & -(1-\frac{x}{b})k_m Y_m E_2 & -\frac{1}{k_m b}Y'_m \cdot G \\ \frac{1}{b}Y_m E_1 & \frac{1}{b}Y_m \gamma_x E_2 & \frac{x}{b}Y'_m \cdot G \\ -\frac{x}{b}k_m Y_m \gamma_x E_2 & -\frac{x}{b}k_m Y_m E_2 & \frac{1}{k_m b}Y'_m \cdot G \end{bmatrix} \dots\dots (2.7i)$$



$$S_{pm} = B_{pm}^T D_p B_{pm} d_x d_y = \begin{bmatrix} k_{11} & & & \\ k_{21} & k_{22} & & \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Simetrik} \\ \\ \\ \end{matrix} \dots\dots\dots (2.7j)$$

$$\int_0^1 Y_m Y_m dy = \int_0^1 \sin^2 k_m y dy = \int_0^1 \frac{1-\cos 2k_m y}{2} dy = \frac{L}{2} - \frac{\sin 2k_m y}{4k_m} = \frac{L}{2} \dots\dots (2.7k)$$

$$\int_0^1 Y'_m Y'_m dy = \int_0^1 k_m^2 \cos^2 k_m y dy = k_m^2 \int_0^1 \frac{1+\cos 2k_m y}{2} dy = k_m^2 \frac{L}{2} \dots\dots (2.7l)$$

$$\int_0^1 Y_m'' Y_m'' dy = \int_0^1 k_m^4 \sin^2 k_m y dy = k_m^4 \frac{L}{2} \dots\dots\dots (2.7m)$$

$$\int_0^1 Y_m''' Y_m''' dy = \int_0^1 -k_m^2 \sin^2 k_m y dy = -k_m^2 \frac{L}{2} \dots\dots\dots (2.7n)$$

$$k_{11} = \int_0^b \left[\frac{1}{b^2} Y_m Y_m E_1 + \left(1 - \frac{x}{b}\right)^2 Y_m' Y_m' G \right] dx =$$

$$\left| \frac{1E_1}{2b^2} x \right|_0^b + \int_0^b \left(1 - \frac{2x}{b} + \frac{x^2}{b^2}\right) k_m^2 \frac{1}{2} G dx = \frac{1E_1}{2b} + \left| x - \frac{x^2}{b} + \frac{x^3}{3b^2} \right|_0^b k_m^2 \frac{1}{2} G =$$

$$\frac{1E_1}{2b} + \frac{1bk_m^2 G}{6} \dots \dots \dots (2.8a)$$

$$k_{21} = \int_0^b \left[\frac{1}{b} \left(1 - \frac{x}{b}\right) k_m Y_m Y_m' E_2 - \frac{1}{k_m b} \left(1 - \frac{x}{b}\right) Y_m' Y_m' G \right] dx =$$

$$\left| \frac{x}{b} - \frac{x^2}{2b^2} \right|_0^b k_m \frac{1}{2} E_2 - \frac{1}{k_m} \left| \frac{x}{b} - \frac{x^2}{2b^2} \right|_0^b k_m^2 \frac{1}{2} G =$$

$$\frac{1k_m E_2}{4} - \frac{1k_m G}{4} \dots \dots \dots (28b)$$

$$k_{22} = \int_0^b \left[\left(1 - \frac{x}{b}\right)^2 k_m^2 Y_m Y_m E_2 + \frac{1}{k_m^2 b^2} Y_m' Y_m' G \right] dx =$$

$$\left| x - \frac{x^2}{b} + \frac{x^3}{3b^2} \right|_0^b k_m^2 \frac{1}{2} E_2 + \frac{1}{k_m^2 b^2} \left| x \right|_0^b k_m^2 \frac{1}{2} G =$$

$$\frac{1bk_m^2 E_2}{6} + \frac{1G}{2b} \dots \dots \dots (2.8c)$$

$$k_{31} = \int_0^b \left[-\frac{1}{b^2} Y_m Y_m E_1 + \frac{x}{b} \left(1 - \frac{x}{b}\right) Y_m' y_m' G \right] dx =$$

$$-\frac{1}{b^2} \left| x \right|_0^b \frac{1}{2} E_1 + \left| \frac{x^2}{2b} - \frac{x^3}{3b^2} \right|_0^b k_m^2 \frac{1}{2} G =$$

$$- \frac{1E_1}{2b} + \frac{1bk_m^2 G}{12} \dots\dots\dots (2.8d)$$

$$k_{32} = \int_0^b \left[- \left(1 - \frac{x}{b}\right) \frac{1}{b} k_m Y_m Y_m \mu_x E_2 - \frac{x}{k_m b^2} Y_m' Y_m' G \right] dx = \dots\dots\dots (2.8b)$$

$$- \left[\frac{x}{b} - \frac{x^2}{2b^2} \right]_0^b k_m \frac{1}{2} \mu_x E_2 - \frac{1}{k_m} \left[\frac{x^2}{2b^2} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} G =$$

$$- \frac{1k_m \mu_x E_2}{4} - \frac{1k_m G}{4} \dots\dots\dots (2.8e)$$

$$k_{33} = \int_0^b \left[\frac{1}{b^2} Y_m Y_m E_1 + \frac{x^2}{b^2} Y_m' Y_m' G \right] dx = \dots\dots\dots (2.8g)$$

$$\frac{1}{b^2} \left[x \right]_0^b \frac{1}{2} E_1 + \left[\frac{x^3}{3b^2} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} G = \frac{1E_1}{2b} + \frac{1bk_m^2 G}{6} \dots\dots\dots (2.8f)$$

$$k_{41} = \int_0^b \left[\frac{x}{b^2} k_m Y_m Y_m \mu_x E_2 + \frac{1}{k_m b} \left(1 - \frac{x}{b}\right) Y_m' Y_m' G \right] dx =$$

$$\left[\frac{x^2}{2b^2} \right]_0^b k_m \frac{1}{2} \mu_x E_2 + \frac{1}{k_m b} \left[x - \frac{x^2}{2b} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} G =$$

$$\frac{1k_m \mu_x E_2}{4} + \frac{1k_m G}{4} \dots\dots\dots (2.8g)$$

$$k_{42} = \int_0^b \left[\frac{x}{b} \left(1 - \frac{x}{b}\right) k_m^2 Y_m Y_m E_2 - \frac{1}{k_m^2 b^2} Y_m' Y_m' G \right] dx =$$

$$\left| \frac{x^2}{2b} - \frac{x^3}{3b^2} \right|_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} E_2 - \frac{1}{k_m^2 b^2} x \left| x \right|_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} G =$$

$$\frac{1bk_m^2 E_2}{12} - \frac{1G}{2b} \dots\dots\dots (2.8h)$$

$$k_{43} = \int_0^b \left[-\frac{x}{b^2} k_m Y_m Y_m \mu_x E_2 + \frac{x}{k_m b^2} Y_m' Y_m' G \right] dx =$$

$$- \left| \frac{x^2}{2b^2} \right|_0^b k_m - \frac{1}{2} \mu_x E_2 + \frac{1}{2k_m b^2} x^2 \left| x^2 \right|_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} G =$$

$$- \frac{1k_m \mu_x E_2}{4} + \frac{1k_m G}{4} \dots\dots\dots (2.8g)$$

$$k_{44} = \int_0^b \left[\frac{x^2}{b^2} k_m^2 Y_m Y_m E_2 + \frac{1}{k_m^2 b^2} Y_m' Y_m' G \right] dx =$$

$$\left| \frac{x^3}{3b^2} \right|_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} E_2 + \frac{1}{k_m^2 b^2} x \left| x \right|_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} G =$$

$$\frac{1bk_m^2 E_2}{6} + \frac{1G}{2b} \dots\dots\dots (2.8i)$$

2.2.2. Bandın Eğilme Rijitliği (w, θ_x, θ_y)....

$\theta_x=0$ olduğuna göre bir düğüm çizgisinde 2 bilinmeyen var.
Parametre sayısı=2 düğüm çizgisi x 2 bilinmeyen = 4 parametre

Böylece

$F(x)$ yer değişim fonksiyonu 3. dereceden bir polinomla gösterilir.

$$F(x) = W = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3 \dots\dots\dots(2.10a)$$

Eğilme kuvvetleri ve deplasmanlar için uç şartları

$$W = 0$$

$$M_y = 0 \quad \text{yahut} \quad D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots(2.10b)$$

Bu şartları sağlayan deplasman fonksiyonunu elde edelim.

1) $x = 0$ i düğüm çizgisi için

$$F(x) = F(0) = a_1 = w_{im} \dots\dots\dots(2.11a)$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x} = F'(0) = a_2 = \theta_{im} \dots\dots\dots(2.11b)$$

2) $x = b$ j düğüm çizgisi için

$$F(x) = F(b) = a_1 + a_2b + a_3b^2 + a_4b^3 = w_{jm} \dots\dots\dots(2.11d)$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x} = F'(b) = a_2 + 2a_3b + 3a_4b^2 = \theta_{jm} \dots\dots\dots$$

$$2(W_{jm}) = (W_{im} + \theta_{im}b + a_3b^2 + a_4b^3)2$$

$$b(\theta_{jm}) = (\theta_{im} + 2a_3b + 3a_4b^2)b$$

$$+2W_{jm} + 2W_{im} + 2\theta_{im}b = +2a_3b^2 + 2a_4b^3$$

$$\theta_{jm}b - \theta_{im}b = 2a_3b^2 + 3a_4b^3$$

$$\frac{2W_{im} + \theta_{im}b - 2W_{jm} - \theta_{jm}b}{b^3} = \frac{a_4b^3}{b^3}$$

$$\frac{2}{b^3} W_{im} + \frac{1}{b^2} \theta_{im} - \frac{2}{b^3} W_{jm} - \frac{1}{b^2} \theta_{jm} = a_4 \dots\dots\dots(2.11c)$$

$$+3W_{jm} + 3W_{im} + 3\theta_{im}b = +3a_3b^2 + 3a_4b^3$$

$$\theta_{jm}b - \theta_{im}b = 2a_3b^2 + 3a_4b^3$$

$$\frac{3W_{im} + 2\theta_{im}b - 3W_{jm} - \theta_{jm}b}{(-)b^2} = \frac{-a_3b^2}{(-)b^2}$$

$$- \frac{3}{b^2} W_{im} - \frac{2}{b} \theta_{im} + \frac{3}{b^2} W_{jm} + \frac{1}{b} \theta_{jm} = a_3 \dots\dots\dots(2.11d)$$

F(x) fonksiyonunu matris şeklinde ifade edelim.

$$F(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{b^2} & -\frac{2}{b} & -\frac{3}{b^2} & -\frac{1}{b} \\ \frac{2}{b^3} & \frac{1}{b^2} & -\frac{2}{b^3} & \frac{1}{b^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{im} \\ \theta_{im} \\ W_{jm} \\ \theta_{jm} \end{Bmatrix} \dots\dots(2.12)$$

$$W = \sum_{m=1}^r \left[\left(1 - \frac{3x^2}{b^2} + \frac{2x^3}{b^3}\right) W_{im} + \left(x - \frac{2x^2}{b} + \frac{x^3}{b^2}\right) \theta_{im} + \right.$$

$$\left. \left(\frac{3x^2}{b^2} - \frac{2x^3}{b^3}\right) W_{jm} + \left(-\frac{x^3}{b^2} - \frac{x^2}{b}\right) \theta_{jm} \right] \sin k_{my} = \sum_{m=1}^r C_{bm} \cdot S_{bm} \dots(2.13)$$

burada δ_{bm} , (m)ci terimin düğüm noktası deplasman parametrelerini gösteren bir vektördür.

Z normal bir yükü de Fourier serisine açılır:

$$Z = \sum_{m=1}^r Z_m \sin k_{my} \dots\dots\dots(2.14)$$

Eğrilik-deplasman bağıntısı şöyle yazılabilir:

$$\chi_m = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}_m = B_{bm} \cdot S_{bm} \dots\dots\dots(2.15a)$$

$\bar{x} = \frac{x}{b}$ kabulü ile,

$$\chi_m = \begin{bmatrix} \frac{6}{b^2}(1-2\bar{x})Y_m & \frac{2}{b}(2-3\bar{x})Y_m & \frac{6}{b^2}(-1+2\bar{x})Y_m & \frac{2}{b}(-3\bar{x}+1)Y_m \\ -(1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3)Y_m'' & -x(1-2\bar{x}+\bar{x}^2)Y_m'' & -(3\bar{x}^2-2\bar{x}^3)Y_m'' & -x(\bar{x}^2-\bar{x})Y_m'' \\ \frac{2}{b}(-6\bar{x}+6\bar{x}^2)Y_m' & 2(1-4\bar{x}+3\bar{x}^2)Y_m' & \frac{2}{b}(6\bar{x}-6\bar{x}^2)Y_m' & 2(3\bar{x}^2-2\bar{x})Y_m' \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} W_{im} \\ \theta_{im} \\ W_{jm} \\ \theta_{jm} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2.15b)$$

Moment-eğrilik bağıntısı ise,

$$M_m = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}_m = D_b \chi_m = D_b \cdot B_{bm} \cdot \epsilon_{bm} \dots\dots\dots (2.15c)$$

$$D_x = D_y = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \dots\dots\dots (2.15d)$$

$$D_1 = \frac{\nu Et^3}{12(1-\nu^2)} \dots\dots\dots (2.15e)$$

$$D_{xy} = \frac{Et^3}{24(1+\nu)} \dots\dots\dots(2.15f)$$

Burada, özellik matrisi D_b (2.15i)

$$D_b = \begin{bmatrix} D_x & D_1 & 0 \\ D_1 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.15g)$$

Nihayet, düğüm noktası kuvveti-deplasman bağıntısı
toplam potansiyel enerji prensibinden $t = 1$ için,

$$U_t = \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^b \left\{ M_x \quad M_y \quad M_{xy} \right\} \begin{Bmatrix} -\partial^2 w / \partial x^2 \\ -\partial^2 w / \partial y^2 \\ 2\partial^2 w / \partial x \partial y \end{Bmatrix} dx dy - \int_0^1 \int_0^b Z_m \sin k_{my} w dx dy \dots\dots(2.15h)$$

$$-\frac{1}{2} \varepsilon_{bm}^T \int_0^1 \int_0^b B_{bm}^T \cdot D_b \cdot B_{bm} \cdot dx dy \varepsilon_{bm} = \varepsilon_{bm}^T \int_0^1 \int_0^b C_{bm}^T Z_m \sin k_{my} dx dy \dots\dots(2.15i)$$

ve

$$U_T = \sum_{m=1}^r U_t \dots\dots\dots(2.15i)$$

Minimum potansiyel enerji prensibinden

$$\frac{\partial U_T}{\partial \{\varepsilon_{pm}\}} = \{0\} \dots\dots\dots(2.15j)$$

$$\int_0^1 \int_0^b B_{bm}^T \cdot D_b \cdot B_{bm} \cdot dx dy \cdot \varepsilon_{bm} = \int_0^1 \int_0^b C_{bm}^T \cdot Z_m \sin k_{my} dx dy \dots\dots(2.15k)$$

yahut

$$\delta_{bm} \cdot S_{bm} = F_{bm} \dots\dots\dots (2.151)$$

S_{bm} (4x4) = Rijitlik Matrisi

$$S_{bm} = B_{bm}^T \cdot D_b \cdot B_{bm} \cdot d_x d_y \dots\dots\dots (2.15m)$$

$$B_{bm}^T = \begin{bmatrix} \frac{6}{b^2}(1-2\bar{x})Y_m & -(1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3)Y_m'' & \frac{2}{b}(-6\bar{x}+6\bar{x}^2)Y_m' \\ \frac{2}{b}(2-3\bar{x})Y_m & -x(1-2\bar{x}+\bar{x}^2)Y_m'' & 2(1-4\bar{x}+3\bar{x}^2)Y_m' \\ \frac{6}{b^2}(-1+2\bar{x})Y_m & -(3\bar{x}^2-2\bar{x}^3)Y_m'' & \frac{2}{b}(6\bar{x}-6\bar{x}^2)Y_m' \\ \frac{2}{b}(-3\bar{x}+1)Y_m & -x(\bar{x}^2-\bar{x})Y_m'' & 2(3\bar{x}^2-2\bar{x})Y_m' \end{bmatrix} \dots\dots$$

... (2.15n)

$$B_{bm} = \begin{bmatrix} \frac{6}{b^2}(1-2\bar{x})Y_m & \frac{2}{b}(2-3\bar{x})Y_m & \frac{6}{b^2}(-1+2\bar{x})Y_m & \frac{2}{b}(-3\bar{x}+1)Y_m \\ -(1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3)Y_m'' & -x(1-2\bar{x}+\bar{x}^2)Y_m'' & -(3\bar{x}^2-2\bar{x}^3)Y_m'' & -x(\bar{x}^2-\bar{x})Y_m'' \\ \frac{2}{b}(-6\bar{x}+6\bar{x}^2)Y_m' & 2(1-4\bar{x}+3\bar{x}^2)Y_m' & \frac{2}{b}(6\bar{x}-6\bar{x}^2)Y_m' & 2(3\bar{x}^2-2\bar{x})Y_m' \end{bmatrix}$$

..... (2.15o)

$$B_{bm}^T \cdot D_b =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{6}{b^2}(1-2\bar{x})Y_m D_x - (1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3)Y_m'' D_1 & \frac{6}{b^2}(1-2\bar{x})Y_m D_1 - (1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3)Y_m'' D_y & -\frac{2}{b}(-6\bar{x}+6\bar{x}^2)Y_m' D_{xy} \\ \frac{2}{b}(2-3\bar{x})Y_m D_x - x(1-2\bar{x}+\bar{x}^2)Y_m'' D_1 & \frac{2}{b}(2-3\bar{x})Y_m D_1 - x(1-2\bar{x}+\bar{x}^2)Y_m'' D_y & 2(1-4\bar{x}+3\bar{x}^2)Y_m' D_{xy} \\ \frac{6}{b^2}(-1+2\bar{x})Y_m D_x - (3\bar{x}^2-2\bar{x}^3)Y_m'' D_1 & \frac{6}{b^2}(-1+2\bar{x})Y_m D_1 - (3\bar{x}^2-2\bar{x}^3)Y_m'' D_y & -\frac{2}{b}(6\bar{x}-6\bar{x}^2)Y_m' D_{xy} \\ \frac{2}{b}(-3\bar{x}+1)Y_m D_x - x(\bar{x}^2-\bar{x})Y_m'' D_1 & \frac{2}{b}(-3\bar{x}+1)Y_m D_1 - x(\bar{x}^2-\bar{x})Y_m'' D_y & 2(3\bar{x}^2-2\bar{x})Y_m' D_{xy} \end{bmatrix}$$

-20-

.....(2.15ö)

$$S_{bm} = B_{bm}^T D_b B_{bm} d_x d_y \begin{bmatrix} k_{11} & \text{Simetrik} \\ k_{21} & k_{22} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.15p)$$

$$k_{11} = \int_0^b \left[\frac{36}{b^4} (1-2\bar{x})^2 Y_m Y_m D_x - 2 \frac{6}{b^2} (1-2\bar{x}) (1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3) Y_m Y_m'' D_1 + \right. \\ \left. (1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3)^2 Y_m'' Y_m'' D_y + \frac{4}{b^2} (-6\bar{x}+6\bar{x}^2)^2 Y_m' Y_m' D_{xy} \right] d_x =$$

$$\int_0^b \left[\frac{36}{b^4} (1-4\bar{x}+4\bar{x}^2) - \frac{1}{2} D_x + \frac{12}{b^2} (1-2\bar{x}-3\bar{x}^2+8\bar{x}^3-4\bar{x}^4) k_m^2 - \frac{1}{2} D_1 + \right.$$

$$\left. (1-6\bar{x}^2+4\bar{x}^3+9\bar{x}^4-12\bar{x}^5+4\bar{x}^6) k_m^4 - \frac{1}{2} D_y + \frac{4}{b^2} (36\bar{x}^2-72\bar{x}^3+36\bar{x}^4) k_m^2 - \frac{1}{2} D_{xy} \right] d_x =$$

$$\frac{36}{b^4} \left[x-4 \frac{x^2}{2b} + 4 \frac{x^3}{3b^2} \right]_0^b - \frac{1}{2} D_x + \frac{12}{b^2} \left[x-2 \frac{x^2}{2b} - 3 \frac{x^3}{3b^2} + 8 \frac{x^4}{4b^3} - 4 \frac{x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} D_1 +$$

$$\left[x-6 \frac{x^3}{3b^2} + 4 \frac{x^4}{4b^3} + 9 \frac{x^5}{5b^4} - 12 \frac{x^6}{6b^5} + 4 \frac{x^7}{7b^6} \right]_0^b k_m^4 - \frac{1}{2} D_y + \frac{4}{b^2} \left[36 \frac{x^3}{3b^2} - 72 \frac{x^4}{4b^3} + \right.$$

$$\left. 36 \frac{x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} D_{xy} = \frac{61}{b^3} D_x + \frac{61}{5b} k_m^2 D_1 + \frac{131b}{70} k_m^4 D_y + \frac{121}{5b} k_m^2 D_{xy} \dots\dots\dots$$

.....(2.16a)

$$k_{21} = \int_0^b \left[\frac{12}{b^3} (1-2\bar{x})(2-3\bar{x}) Y_m Y_m D_x - \frac{6}{b^2} x (1-2\bar{x})(1-2\bar{x}+\bar{x}^2) Y_m Y_m'' D_1 \right.$$

$$- \frac{2}{b} (2-3\bar{x})(1-3\bar{x}^2+3\bar{x}^3) Y_m Y_m'' D_1 + x (1-2\bar{x}+\bar{x}^2)(1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3) Y_m'' Y_m'' D_y$$

$$\left. + \frac{4}{b} (-6\bar{x}+6\bar{x}^2)(1-4\bar{x}+3\bar{x}^2) Y_m' Y_m' D_{xy} \right] d_x =$$

$$\int_0^b \left[\frac{12}{b^3} (2-7\bar{x}+6\bar{x}^2) \frac{1}{2} D_x + \frac{6}{b^2} x (1-4\bar{x}+5\bar{x}^2-2\bar{x}^3) k_m^2 \frac{1}{2} D_1 \right.$$

$$+ \frac{2}{b} (2-3\bar{x}-6\bar{x}^2+13\bar{x}^3-6\bar{x}^4) k_m^2 \frac{1}{2} D_1 + x (1-2\bar{x}-2\bar{x}^2+8\bar{x}^3-7\bar{x}^4+2\bar{x}^5) k_m^4 \frac{1}{2} D_y$$

$$\left. + \frac{4}{b} (-6\bar{x}+30\bar{x}^2-42\bar{x}^3+18\bar{x}^4) k_m^2 \frac{1}{2} D_{xy} \right] d_x =$$

$$\frac{12}{b^3} \left[2x - \frac{7x^2}{2b} + \frac{6x^3}{3b^2} \right]_0^b \frac{1}{2} D_x + \frac{6}{b^2} \left[\frac{x^2}{2} - \frac{4x^3}{3b} + \frac{5x^4}{4b^2} - \frac{2x^5}{5b^3} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_1$$

$$+ \frac{2}{b} \left[2x - \frac{3x^2}{2b} - \frac{6x^3}{3b^2} + \frac{13x^4}{4b^3} - \frac{6x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_1$$

$$+ \left[\frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3b} - \frac{2x^4}{4b^2} + \frac{8x^5}{5b^3} - \frac{7x^6}{6b^4} + \frac{2x^7}{7b^5} \right]_0^b k_m^4 \frac{1}{2} D_y$$

$$+ \frac{4}{b} \left[-\frac{6x^2}{2b} + \frac{30x^3}{3b^2} - \frac{42x^4}{4b^3} + \frac{18x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_{xy} =$$

$$\frac{31}{b^2} D_x + \frac{1}{20} k_m^2 D_1 + \frac{111}{20} k_m^2 D_1 + \frac{111b^2}{420} k_m^4 D_y + \frac{1}{5} k_m^2 D_{xy} =$$

$$\frac{31}{b^2} D_x + \frac{31}{5} k_m^2 D_1 + \frac{111b^2}{420} k_m^4 D_y + \frac{1}{5} k_m^2 D_{xy} \dots\dots\dots (2.16b)$$

$$k_{22} = \int_0^b \left[\frac{4}{b^2} (2-3\bar{x})^2 Y_m Y_m D_x - \frac{2}{b} x (2-3\bar{x}) (1-2\bar{x}+\bar{x}^2) Y_m Y_m'' D_1 \right.$$

$$- \frac{2}{b} x (2-3\bar{x}) (1-2\bar{x}+\bar{x}^2) Y_m Y_m'' D_1 + x^2 (1-2\bar{x}+\bar{x}^2) Y_m'' Y_m'' D_y$$

$$\left. + 4(1-4\bar{x}+3\bar{x}^2)^2 Y_m' Y_m' D_{xy} \right] d_x =$$

$$\int_0^b \left[\frac{4}{b^2} (4-12\bar{x}+9\bar{x}^2) \frac{1}{2} D_x + \frac{4}{b} x (2-7\bar{x}+8\bar{x}^2-3\bar{x}^3) k_m^2 \frac{1}{2} D_1 \right.$$

$$\left. + x^2 (1-4\bar{x}+6\bar{x}^2-4\bar{x}^3+\bar{x}^4) k_m^4 \frac{1}{2} D_y + 4(1-8\bar{x}+22\bar{x}^2-24\bar{x}^3+9\bar{x}^4) k_m^2 \frac{1}{2} D_{xy} \right] d_x =$$

$$\frac{4}{b^2} \left[4x - \frac{12x^2}{2b} + \frac{9x^3}{3b^2} \right]_0^b \frac{1}{2} D_x + \frac{4}{b} \left[\frac{2x^2}{2} - \frac{7x^3}{3b} + \frac{8x^4}{4b^2} - \frac{3x^5}{5b^3} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_1$$

$$+ \left[\frac{x^3}{3} - \frac{4x^4}{4b} + \frac{6x^5}{5b^2} - \frac{4x^6}{6b^3} + \frac{x^7}{7b^4} \right]_0^b k_m^4 \frac{1}{2} D_y$$

$$+ 4 \left[x - \frac{8x^2}{2b} + \frac{22x^3}{3b^2} - \frac{24x^4}{4b^3} + \frac{9x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_{xy} =$$

$$\frac{21}{b}D_x + \frac{21b}{15}k_m^2 D_1 + \frac{1b^3}{210}k_m^4 D_y + \frac{41b}{15}k_m^2 D_{xy} \dots\dots\dots (2.16c)$$

$$k_{31} = \int_0^b \left[-\frac{36}{b^4}(1-2\bar{x})^2 Y_m Y_m D_x - \frac{6}{b^2}(1-2\bar{x})(3\bar{x}^2-2\bar{x}^3) Y_m Y_m D_1 \dots\dots\dots (2.16d)$$

$$+ \frac{6}{b^2}(1-2\bar{x})(1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3) Y_m Y_m D_1 + (1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3)(3\bar{x}^2-2\bar{x}^3) Y_m Y_m D_y$$

$$- \frac{4}{b^2}(6\bar{x}-6\bar{x}^2)^2 Y_m Y_m D_{xy} \Big] d_x =$$

$$\int_0^b \left[-\frac{36}{b^4}(1-4\bar{x}+4\bar{x}^2) \frac{1}{2}D_x + \frac{6}{b^2}(3\bar{x}^2-8\bar{x}^3+4\bar{x}^4)k_m^2 \frac{1}{2}D_1$$

$$- \frac{6}{b^2}(1-2\bar{x}-3\bar{x}^2+8\bar{x}^3-4\bar{x}^4)k_m^2 \frac{1}{2}D_1 + (3\bar{x}^2-2\bar{x}^3-9\bar{x}^4+12\bar{x}^5-4\bar{x}^6)k_m^4 \frac{1}{2}D_y$$

$$- \frac{4}{b^2}(36\bar{x}^2-72\bar{x}^3+36\bar{x}^4)k_m^2 \frac{1}{2}D_{xy} \Big] d_x =$$

$$- \frac{36}{b^4} \left[x - \frac{4x^2}{2b} + \frac{4x^3}{3b^2} \right]_0^b \frac{1}{2}D_x + \frac{6}{b^2} \left[\frac{3x^3}{3b^2} - \frac{8x^4}{4b^3} + \frac{4x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2}D_1$$

$$- \frac{6}{b^2} \left[x - \frac{2x^2}{2b} - \frac{3x^3}{3b^2} + \frac{8x^4}{4b^3} - \frac{4x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2}D_1$$

$$+ \left[\frac{3x^3}{3b^2} - \frac{2x^4}{4b^3} - \frac{9x^5}{5b^4} + \frac{12x^6}{6b^5} - \frac{4x^7}{7b^6} \right]_0^b k_m^4 \frac{1}{2}D_y$$

$$- \frac{4}{b^2} \left[\frac{36x^3}{3b^2} - \frac{72x^4}{4b^3} + \frac{36x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} D_{xy} =$$

$$- \frac{61}{b^3} D_{\bar{x}} - \frac{61}{5b} k_m^2 D_1 + \frac{91b}{140} k_m^4 D_y - \frac{121}{5b} k_m^2 D_{xy} \dots\dots\dots (2.16d)$$

$$k_{32} = \int_0^b \left[\frac{12}{b^3} (2-3\bar{x})(-1+2\bar{x}) Y_m Y_m D_x - \frac{2}{b} (2-3\bar{x})(3\bar{x}^2-2\bar{x}^3) Y_m Y_m'' D_1 \right.$$

$$- \frac{6x}{b^2} (1-2\bar{x}+\bar{x}^2)(-1+2\bar{x}) Y_m Y_m'' D_1 + x(1-2\bar{x}+\bar{x}^2)(3\bar{x}^2-2\bar{x}^3) Y_m'' Y_m'' D_y$$

$$\left. + \frac{4}{b} (1-4\bar{x}+3\bar{x}^2)(6\bar{x}-6\bar{x}^2) Y_m' Y_m' D_{xy} \right] d_x =$$

$$\int_0^b \left[\frac{12}{b^3} (-2+7\bar{x}-6\bar{x}^2) - \frac{1}{2} D_x + \frac{2}{b} (6\bar{x}^2-13\bar{x}^3+6\bar{x}^4) k_m^2 - \frac{1}{2} D_1 \right.$$

$$+ \frac{6x}{b^2} (-1+4\bar{x}-5\bar{x}^2+2\bar{x}^3) k_m^2 - \frac{1}{2} D_1 + x(3\bar{x}^2-8\bar{x}^3+7\bar{x}^4-2\bar{x}^5) k_m^4 - \frac{1}{2} D_y$$

$$\left. + \frac{4}{b} (6\bar{x}-30\bar{x}^2+42\bar{x}^3-18\bar{x}^4) k_m^2 - \frac{1}{2} D_{xy} \right] d_x =$$

$$\frac{12}{b^3} \left[-2x + \frac{7x^2}{2b} - \frac{6x^3}{3b^2} \right]_0^b - \frac{1}{2} D_x + \frac{2}{b} \left[\frac{6x^3}{3b^2} - \frac{13x^4}{4b^3} + \frac{6x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} D_1$$

$$+ \frac{6}{b^2} \left[-\frac{x^2}{2} + \frac{4x^3}{3b} - \frac{5x^4}{4b^2} + \frac{2x^5}{5b^3} \right]_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} D_1$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[\frac{3x^4}{4b^2} - \frac{8x^5}{5b^3} + \frac{7x^6}{6b^4} - \frac{2x^7}{7b^5} \right]_0^b k_m^4 - \frac{1}{2} D_y \\
 & + \frac{4}{b} \left[\frac{6x^2}{2b} - \frac{30x^3}{3b^2} + \frac{42x^4}{4b^3} - \frac{18x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} D_{xy} = \\
 & - \frac{31}{b^2} D_x - \frac{1}{10} k_m^2 D_1 + \frac{131b^2}{840} k_m^4 D_y - \frac{1}{5} k_m^2 D_{xy} \dots\dots\dots (2.16e)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_{33} = & \int_0^b \left[\frac{36}{b^4} (-1+2\bar{x})^2 Y_m Y_m D_x - 2 \frac{6}{b^2} (-1+2\bar{x}) (3\bar{x}^2 - 2\bar{x}^3) Y_m Y_m'' D_1 \right. \\
 & + (3\bar{x}^2 - 2\bar{x}^3)^2 Y_m'' Y_m'' D_y + \left. \frac{4}{b^2} (6\bar{x} - 6\bar{x}^2)^2 Y_m' Y_m' D_{xy} \right] d_x = \\
 & \int_0^b \left[\frac{36}{b^4} (1-4\bar{x}+4\bar{x}^2) - \frac{1}{2} D_x + \frac{12}{b^2} (-3\bar{x}^2 + 8\bar{x}^3 - 4\bar{x}^4) k_m^2 - \frac{1}{2} D_1 \right. \\
 & + \left. (9\bar{x}^4 - 12\bar{x}^5 + 4\bar{x}^6) k_m^4 - \frac{1}{2} D_y + \frac{4}{b^2} (36\bar{x}^2 - 72\bar{x}^3 + 36\bar{x}^4) k_m^2 - \frac{1}{2} D_{xy} \right] d_x =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{36}{b^4} \left[x - \frac{4x^2}{2b} + \frac{4x^3}{3b^2} \right]_0^b - \frac{1}{2} D_x + \frac{12}{b^2} \left[-\frac{3x^3}{3b^2} + \frac{8x^4}{4b^3} - \frac{4x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} D_1 \\
 & + \left[\frac{9x^5}{5b^4} - \frac{12x^6}{6b^5} + \frac{4x^7}{7b^6} \right]_0^b k_m^4 - \frac{1}{2} D_y + \frac{4}{b^2} \left[\frac{36x^3}{3b^2} - \frac{72x^4}{4b^3} + \frac{36x^5}{5b^4} \right]_0^b \\
 & k_m^2 - \frac{1}{2} D_{xy} = \frac{61}{b^3} D_x + \frac{61}{5b} k_m^2 D_1 + \frac{131b}{70} k_m^4 D_y + \frac{121}{5b} k_m^2 D_{xy} \dots\dots\dots (2.16f)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_{41} &= \int_0^b \left[\frac{12}{b^3} (1-2\bar{x})(-3\bar{x}+1) Y_m Y_m D_x - \frac{6x}{b^2} (1-2\bar{x})(\bar{x}^2-\bar{x}) Y_m Y_m'' D_1 \right. \\
 &- \frac{2}{b} (1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3)(-3\bar{x}+1) Y_m Y_m'' D_1 + x(\bar{x}^2-\bar{x})(1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3) Y_m'' Y_m'' D_y \\
 &+ \left. \frac{4}{b} (-6\bar{x}+6\bar{x}^2)(3\bar{x}^2-2\bar{x}) Y_m' Y_m' D_{xy} \right] d_x = \\
 &\int_0^b \left[\frac{12}{b^3} (1-5\bar{x}+6\bar{x}^2) \frac{1}{2} D_x + \frac{6x}{b^2} (-\bar{x}+3\bar{x}^2-2\bar{x}^3) k_m^2 \frac{1}{2} D_1 \right. \\
 &+ \frac{2}{b} (1-3\bar{x}-3\bar{x}^2+11\bar{x}^3-6\bar{x}^4) k_m^2 \frac{1}{2} D_1 + x(-\bar{x}+\bar{x}^2+3\bar{x}^3-5\bar{x}^4+2\bar{x}^5) k_m^4 \frac{1}{2} D_y \\
 &+ \left. \frac{4}{b} (12\bar{x}^2-30\bar{x}^3+18\bar{x}^4) k_m^2 \frac{1}{2} D_{xy} \right] d_x = \\
 &\frac{12}{b^3} \left[x - \frac{5x^2}{2b} + \frac{6x^3}{3b^2} \right]_0^b \frac{1}{2} D_x + \frac{6}{b^2} \left[-\frac{x^3}{3b} + \frac{3x^4}{4b^2} - \frac{2x^5}{5b^3} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_1 \\
 &+ \frac{2}{b} \left[x - \frac{3x^2}{2b} - \frac{3x^3}{3b^2} + \frac{11x^4}{4b^3} - \frac{6x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_1 \\
 &+ \left[-\frac{x^3}{3b} + \frac{x^4}{4b^2} + \frac{3x^5}{5b^3} - \frac{5x^6}{6b^4} + \frac{2x^7}{7b^5} \right]_0^b k_m^4 \frac{1}{2} D_y \\
 &+ \frac{4}{b} \left[\frac{12x^3}{3b^2} - \frac{30x^4}{4b^3} + \frac{18x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_{xy} =
 \end{aligned}$$

$$\frac{31}{b^2} D_x + \frac{1}{20} k_m^2 D_1 + \frac{1}{20} k_m^2 D_1 - \frac{131b^2}{840} k_m^4 D_y + \frac{1}{5} k_m^2 D_{xy} =$$

$$\frac{31}{b^2} D_x + \frac{1}{10} k_m^2 D_1 - \frac{131b^2}{840} k_m^4 D_y + \frac{1}{5} k_m^2 D_{xy} \dots\dots\dots (2.16g)$$

$$k_{42} = \int_0^b \left[\frac{4}{b^2} (2-3\bar{x})(-3\bar{x}+1) Y_m Y_m D_x - \frac{2x}{b} (2-3\bar{x})(\bar{x}^2-\bar{x}) Y_m Y_m'' D_1 \right.$$

$$- \frac{2x}{b} (1-2\bar{x}+\bar{x}^2)(-3\bar{x}+1) Y_m Y_m'' D_1 + x^2 (1-2\bar{x}+\bar{x}^2)(\bar{x}^2-\bar{x}) Y_m'' Y_m'' D_y$$

$$+ 4(1-4\bar{x}+3\bar{x}^2)(3\bar{x}^2-2\bar{x}) Y_m' Y_m' D_{xy} \left. \right] d_x =$$

$$\int_0^b \left[\frac{4}{b^2} (2-9\bar{x}+9\bar{x}^2) \frac{1}{2} D_x + \frac{2x}{b} (-2\bar{x}+5\bar{x}^2-3\bar{x}^3) k_m^2 \frac{1}{2} D_1 \right.$$

$$+ \frac{2x}{b} (1-5\bar{x}+7\bar{x}^2-3\bar{x}^3) k_m^2 \frac{1}{2} D_1 + x^2 (-\bar{x}+3\bar{x}^2-3\bar{x}^3+\bar{x}^4) k_m^4 \frac{1}{2} D_y$$

$$+ 4(-2\bar{x}+11\bar{x}^2-18\bar{x}^3+9\bar{x}^4) k_m^2 \frac{1}{2} D_{xy} \left. \right] d_x =$$

$$\frac{4}{b^2} \left| 2x - \frac{9x^2}{2b} + \frac{9x^3}{3b^2} \right|_0^b \frac{1}{2} D_x + \frac{2}{b} \left| -\frac{2x^3}{3b} + \frac{5x^4}{4b^2} - \frac{3x^5}{5b^3} \right|_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_1$$

$$+ \frac{2}{b} \left| \frac{x^2}{2} - \frac{5x^3}{3b} + \frac{7x^4}{4b^2} - \frac{3x^5}{5b^3} \right|_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_1$$

$$+ \left[-\frac{x^4}{4b} + \frac{3x^5}{5b^2} - \frac{3x^6}{6b^3} + \frac{x^7}{7b^4} \right]_0^b k_m^4 \frac{1}{2} D_y$$

$$+ 4 \left[-\frac{2x^2}{2b} + \frac{11x^3}{3b^2} - \frac{18x^4}{4b^3} + \frac{9x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_{xy} =$$

$$\frac{1}{b} D_x - \frac{1b}{60} k_m^2 D_1 - \frac{1b}{60} k_m^2 D_1 - \frac{31b^3}{840} k_m^4 D_y - \frac{1b}{15} k_m^2 D_{xy} =$$

$$\frac{1}{b} D_x - \frac{1b}{30} k_m^2 D_1 - \frac{31b^3}{840} k_m^4 D_y - \frac{1b}{15} k_m^2 D_{xy} \dots\dots\dots (2.16h)$$

$$k_{43} = \int_0^b \left[\frac{12}{b^3} (-1+2\bar{x})(-3\bar{x}+1) Y_m Y_m D_x - \frac{6x}{b^2} (-1+2\bar{x})(\bar{x}^2-\bar{x}) Y_m Y_m D_1 \right.$$

$$- \frac{2}{b} (3\bar{x}^2-2\bar{x}^3)(-3\bar{x}+1) Y_m Y_m D_1 + x(\bar{x}^2-\bar{x})(3\bar{x}^2-2\bar{x}^3) Y_m Y_m D_y$$

$$\left. + \frac{4}{b} (6\bar{x}-6\bar{x}^2)(3\bar{x}^2-2\bar{x}) Y_m Y_m D_{xy} \right] d_x =$$

$$\int_0^b \left[\frac{12}{b^3} (-1+5\bar{x}-6\bar{x}^2) \frac{1}{2} D_x + \frac{6x}{b^2} (\bar{x}-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3) k_m^2 \frac{1}{2} D_1 \right.$$

$$+ \frac{2}{b} (3\bar{x}^2-11\bar{x}^3+6\bar{x}^4) k_m^2 \frac{1}{2} D_1 + x(-3\bar{x}^3+5\bar{x}^4-2\bar{x}^5) k_m^4 \frac{1}{2} D_y$$

$$\left. + \frac{4}{b} (-12\bar{x}^2+30\bar{x}^3-18\bar{x}^4) k_m^2 \frac{1}{2} D_{xy} \right] =$$

$$\begin{aligned} & \frac{12}{b^3} \left[-x + \frac{5x^2}{2b} - \frac{6x^3}{3b^2} \right]_0^b - \frac{1}{2} D_x + \frac{6}{b^2} \left[\frac{x^3}{3b} - \frac{3x^4}{4b^2} + \frac{2x^5}{5b^3} \right]_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} D_1 \\ & + \frac{2}{b} \left[\frac{3x^3}{3b^2} - \frac{11x^4}{4b^3} + \frac{6x^5}{5b^4} \right]_0^b k_m^2 - \frac{1}{2} D_1 \\ & + \left[-\frac{3x^5}{5b^3} + \frac{5x^6}{6b^4} - \frac{2x^7}{7b^5} \right]_0^b k_m^4 - \frac{1}{2} D_y + \frac{4}{b} \left[-\frac{12x^3}{3b^2} + \frac{30x^4}{4b^3} - \frac{18x^5}{5b^4} \right]_0^b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_m^2 - \frac{1}{2} D_{xy} = & -\frac{31}{b^2} D_x - \frac{1}{20} k_m^2 D_1 - \frac{11}{20} k_m^2 D_1 - \frac{111b^2}{420} k_m^4 D_y - \frac{11}{5} k_m^2 D_{xy} = \\ & -\frac{31}{b^2} D_x - \frac{31}{5} k_m^2 D_1 - \frac{111b^2}{420} k_m^4 D_y - \frac{1}{5} k_m^2 D_{xy} \dots\dots\dots (2.161) \end{aligned}$$

$$k_{44} = \int_0^b \left[\frac{4}{b^2} (-3\bar{x}+1)^2 Y_m Y_m D_x - \frac{2x}{b} (-3\bar{x}+1)(\bar{x}^2-\bar{x}) Y_m Y_m D_1 \right.$$

$$\left. - \frac{2x}{b} (-3\bar{x}+1)(\bar{x}^2-\bar{x}) Y_m Y_m D_1 + x^2 (\bar{x}^2-\bar{x})^2 Y_m Y_m D_y \right.$$

$$\left. + 4 (3\bar{x}^2-2\bar{x})^2 Y_m Y_m D_{xy} \right] dx =$$

$$\int_0^b \left[\frac{4}{b^2} (9\bar{x}^2-6\bar{x}+1) - \frac{1}{2} D_x + \frac{2x}{b} (-\bar{x}+4\bar{x}^2-3\bar{x}^3) k_m^2 - \frac{1}{2} D_1 \right.$$

$$\left. + \frac{2x}{b} (-\bar{x}+4\bar{x}^2-3\bar{x}^3) k_m^2 - \frac{1}{2} D_1 + x^2 (\bar{x}^4-2\bar{x}^3+\bar{x}^2) k_m^4 - \frac{1}{2} D_y \right]$$

$$+4 (9\bar{x}^4 - 12\bar{x}^3 + 4\bar{x}^2) k_m^2 \left[\frac{1}{2} D_{xy} \right] d_x =$$

$$\frac{4}{b^2} \left[\frac{9x^3}{3b^2} - \frac{6x^2}{2b} + x \left[\frac{1}{2} D_x + 2 \frac{2}{b} \right] - \frac{x^3}{3b} + \frac{4x^4}{4b^2} - \frac{3x^5}{5b^3} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_1$$

$$+ \left[\frac{x^7}{7b^4} - \frac{2x^6}{6b^3} + \frac{x^5}{5b^2} \right]_0^b k_m^4 \frac{1}{2} D_y$$

$$+4 \left[\frac{9x^5}{5b^4} - \frac{12x^4}{4b^3} + \frac{4x^3}{3b^2} \right]_0^b k_m^2 \frac{1}{2} D_{xy} =$$

$$\frac{21}{b} D_x + \frac{21b}{15} k_m^2 D_1 + \frac{1b^3}{210} k_m^4 D_y + \frac{41b}{15} k_m^2 D_{xy} \dots\dots\dots (2.16i)$$

EĞİLME RİJİTLİK MATRİSİ

Simetrik

$$\begin{bmatrix}
 \frac{131b}{70}k_m^4 D_y + \frac{121}{5b}k_m^2 D_{xy} & & & & & \\
 + \frac{61}{5b}k_m^2 D_1 + \frac{61}{b^3}D_x & & & & & \\
 \frac{31}{5}k_m^2 D_1 + \frac{1}{5}k_m^2 D_{xy} & \frac{1b^3}{210}k_m^4 D_y + \frac{41b}{15}k_m^2 D_{xy} & & & & \\
 + \frac{31}{2}D_x + \frac{111b}{420}k_m^2 D_y & + \frac{21b}{15}k_m^2 D_1 + \frac{21}{b}D_x & & & & \\
 \frac{91b}{140}k_m^4 D_y - \frac{121}{5b}k_m^2 D_{xy} & \frac{131b}{840}k_m^4 D_y - \frac{1}{5}k_m^2 D_{xy} & \frac{131b}{70}k_m^4 D_y + \frac{121}{5b}k_m^2 D_{xy} & & & \\
 - \frac{61}{5b}k_m^2 D_1 - \frac{61}{b^3}D_x & - \frac{1}{10}k_m^2 D_1 - \frac{31}{b^2}D_x & + \frac{61}{5b}k_m^2 D_1 + \frac{61}{b^3}D_x & & & \\
 - \frac{131b}{840}k_m^4 D_y + \frac{1}{5}k_m^2 D_{xy} & - \frac{31b^3}{840}k_m^4 D_y - \frac{1b}{15}k_m^2 D_{xy} & - \frac{111b^2}{420}k_m^4 D_y - \frac{1}{5}k_m^2 D_{xy} & \frac{1b^3}{210}k_m^4 D_y + \frac{41b}{15}k_m^2 D_{xy} & & \\
 + \frac{1}{10}k_m^2 D_1 + \frac{31}{b^2}D_x & - \frac{1b}{30}k_m^2 D_1 + \frac{1}{b}D_x & - \frac{31}{5}k_m^2 D_1 - \frac{31}{b^2}D_x & + \frac{21b}{15}k_m^2 D_1 + \frac{21}{b}D_x & &
 \end{bmatrix}$$

$S_{bm} =$

...(2.17)

2.2.3. Bandın Bileşke Matrisi

Eğer her iki düğüm noktası deplasmanlar sistemi aynı zamanda tesir ediyorsa, her düğüm çizgisinde dört kuvvet bileşeni meydana çıkar ve bunlar dört deplasman bileşeni cinsinden ifade edilirler.

Kuvvetler

$$F_m = \{U_{im} \ V_{im} \ W_{im} \ M_{im} \ U_{jm} \ V_{jm} \ W_{jm} \ M_{jm}\}^T \quad \dots\dots\dots(2.18)$$

ve mukabil deplasmanlar

$$\delta_m = \{u_{im} \ v_{im} \ w_{im} \ \theta_{im} \ u_{jm} \ v_{jm} \ w_{jm} \ \theta_{jm}\}^T \quad \dots\dots\dots(2.19)$$

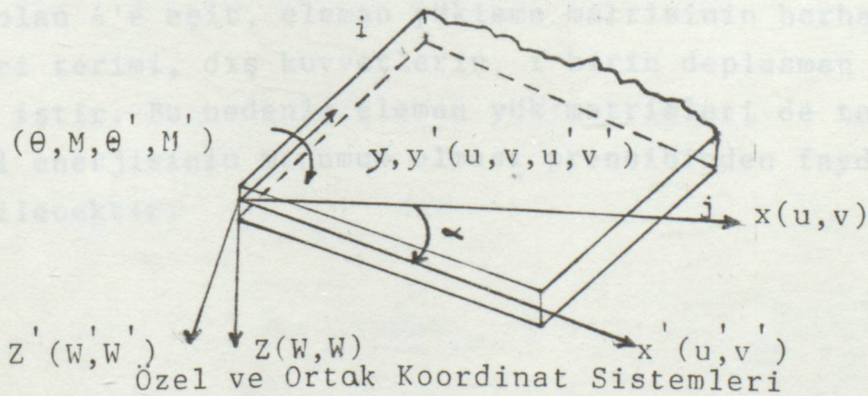
$$S_m \cdot \delta_m = F_m \quad \dots\dots\dots(2.20)$$

$$(S_m)_{ij} = \begin{bmatrix} (S_{pm})_{ij} & 0 \\ 0 & (S_{bm})_{ij} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(2.21)$$

(4x4)

2.3. Koordinat Sistemlerinin Değiştirilmesi

Şeritler ekseriya aynı düzlemde bulunmadığından, düğüm noktalarında denge ve uygunluk denklemlerinin tesisi için ortak bir koordinat sistemine sahip olmak gereklidir. Aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi, bu ortak ortogonal koordinat sistemi x,y, z ve özel koordinat sistemi x', y', z' olsun.



Bu iki takım koordinat sistemi arasında kuvvetlerin ve deplasmanların transformasyonu

$$F_m = R F'_m = R \cdot S'_m \delta'_m \dots\dots\dots (2.22)$$

$$\delta'_m = R^T \delta_m \dots\dots\dots (2.23)$$

ile verilir, burada R transformasyon matrisi basit olarak.

$$R = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.24)$$

ve

$$r = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.25)$$

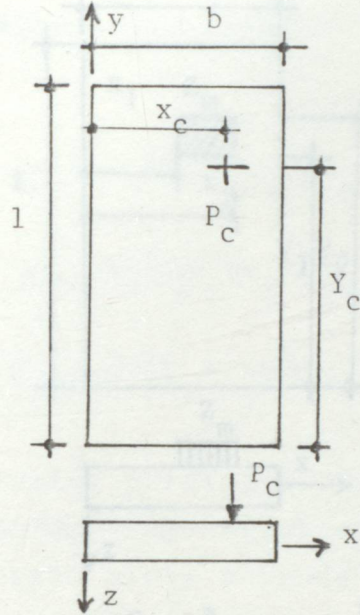
x ve x' eksenlerinin arasındaki açı α 'dır. Transformasyonun nihai sonucu

$$F_m = (R S'_m R^T) \delta_m = S_m \delta_m \dots\dots\dots (2.26)$$

2.4. Eleman Yükleme Matrislerinin Kurulması

Sonlu Band elemanda, satır sayısı uç deplasman parametresi sayısı olan 4'e eşit, eleman yükleme matrisinin herhangi bir $[m]_i$ nci terimi, dış kuvvetlerin, i birin deplasman durumunda yaptığı iştir. Bu nedenle eleman yük matrisleri de toplam potansiyel enerjisinin minumum olması prensibinden faydalanılarak elde edilecektir.

2.4.1. Tekil Yük Hali İçin Yükleme Matrisi



$$P_c = Z$$

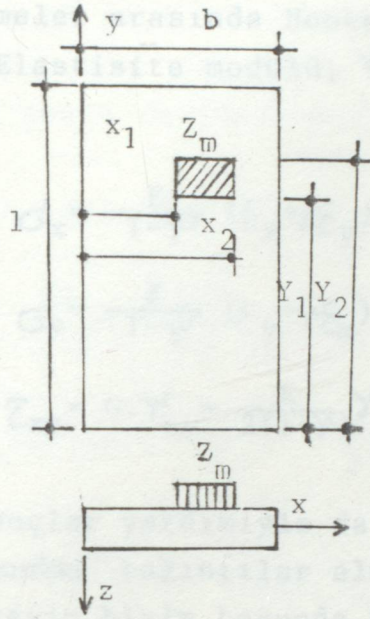
$$U_d = Z W$$

$$\{F\}_m = P_c \sin k_m y_c \left\{ \begin{array}{c} 1 - \frac{3x_c^2}{b^2} + \frac{2x_c^2}{b^3} \\ x_c - \frac{2x_c^2}{b} + \frac{x_c^3}{b^2} \\ \frac{3x_c^2}{b^2} - \frac{2x_c^3}{b^3} \\ \frac{x_c^3}{b^2} - \frac{x_c^2}{b} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial U_d}{\partial w_i} \\ \frac{\partial U_d}{\partial \theta_i} \\ \frac{\partial U_d}{\partial w_j} \\ \frac{\partial U_d}{\partial \theta_j} \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.27)$$

2.4.2. Üniform Yük Hali İçin Yükleme Matrisi

$$U_d = + \int_0^1 \int_0^b Z_m w dx dy \quad \dots\dots\dots (2.28a)$$

$$U_d = Z_m \left[\frac{b}{2} w_{im} + \frac{b^2}{12} \theta_{im} + \frac{b}{2} w_{jm} - \frac{b^2}{12} \theta_{jm} \right] \frac{-\cos k_m l + 1}{k_m} \quad (2.28b)$$



$$\{F\}_m = z_m \frac{-\cos k_m l + 1}{k_m} \begin{Bmatrix} +\frac{b}{2} \\ +\frac{b^2}{12} \\ +\frac{b}{2} \\ -\frac{b^2}{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial U_d}{\partial w_i} \\ \frac{\partial U_d}{\partial \theta_i} \\ \frac{\partial U_d}{\partial w_j} \\ \frac{\partial U_d}{\partial \theta_j} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2.28c)$$

2.5. Uç Kuvvetlerin (Kesit Tesirlerinin) Hesabı

Uç kuvveleri, bütün elemanların her iki i ve j ucunda ayrı ayrı hesaplanacaktır. Daha sonra düğüm noktalarına ait uç kuvvetlerini bulmak için, o düğüm noktası için iki ayrı elemandan bulunan değerlerin ortalaması alınacaktır.

Uç kuvvetleri-uç deplasmanları arasındaki bağıntılar Bandın düzlem rijitliğine göre:

Plağa ait bir noktadaki gerilme bileşenlerini σ_x , σ_y ve τ_{xy} ile gösterirsek, bu noktadaki şekil değiştirmeler $(\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy})$

ile gerilmeler arasında Hooke Kanununa göre şu bağıntılar mevcuttur. (E: Elastisite modülü; ν : Poisson oranı; t: Plak kalınlığıdır.)

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) \dots\dots\dots (2.29a)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x) \dots\dots\dots (2.29b)$$

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} = \frac{E}{2(1-\nu)} \gamma_{xy} \dots\dots\dots (2.29c)$$

Bu sonuçlar yardımıyla da şimdi iç kuvvetlerle yer değiştirmeler arasındaki bağıntılar elde edilebilir. Kesit tesirleri, ortalama yüzeyin birim boyunda kesite etkileyen gerilmelerin plak kalınlığı (t) üzerinde integrasyonu ile elde edilir. Ortalama yüzey üzerinde -mesala y boyuna doğrultusunda- bir birim uzunlukta iplikçiğe, z mesafesinde tekamül eden iplikçiğin uzunluğu, plağın doğruluğundan dolayı 1'dir. Buna göre birim boy etkileyen kesit tesirleri, gerilme bileşenleri olarak ifade edilirse,

$$N_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x dz \quad ; \quad N_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y dz$$

$$N_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} dz \quad ; \quad N_{yx} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{yx} dz$$

$$N_x = \sigma_x \cdot t \quad ; \quad N_y = \sigma_y \cdot t \dots\dots\dots (2.30a-b)$$

$$N_{xy} = \tau_{xy} t \quad ; \quad N_{yx} = \tau_{yx} t \dots\dots\dots (2.30c)$$

Görüldüğü gibi V kesme kuvvetleri için böyle bir elastisite denklemlerimevcut değildir. Çünkü kesme kuvvetlerinin meydana getirdiği şekil değiştirmeler ihmal edilmiştir.

Bandın eğilme rijitliğine göre:

$$M_x = - \frac{EI}{1-\gamma^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (2.31a)$$

$$M_y = - \frac{EI}{(1-\gamma^2)} \left(\gamma \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (2.31b)$$

$$M_{xy} = - \frac{EI}{1+\gamma} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \dots\dots\dots (2.31c)$$

Böylelikle gelişigüzel bir yüklemeğe maruz, düzlem rijitliği ve eğilme rijitliği olan, katlanmış plakların gerilme ve şekil-değiştirme durumlarının hesabı için gerekli bağıntılardan faydalanılarak esas denklemler teşkil edilmiştir.

2.6. Sınır Şartlarının Sistem Rijitlik ve Yükleme Matrislerinde Uygulaması

Bu bölümde sınır şartı olarak, sabit mesnet durumu ve bunun nasıl uygulanacağı incelenecektir. Bir katlanmış plak için sabit mesnet durumuna göre çözümün nasıl yapılacağı açıklanacaktır. Genel olarak sabit mesnet şeklinin, plağın alt ucunda, üst ucunda veya arada herhangi bir düğüm noktasında olabileceği düşünülmüştür.

2.6.1. Sabit Mesnet Durumu

Sabit mesnedin bulunduğu düğüm noktalarında u,v,w deplasmanları önlenmiştir. Bunun için bu tip mesnedin olduğu düğüm noktalarında, sistem rijitlik ve yükleme matrisinde bu deplasmanlara ait ilgili satır ve sütunlar sıfır yapılır.

2.6.2. Mesnedlenme Durumunun Programlamaya Uygulanması

Sistemde biri üst uçta, biri arada, biriside alt uçta olmak üzere üç mesned bulunabileceği düşünülmüştür. Sistemin üst ucundaki mesned MF, arada herhangi bir düğüm noktasındaki mesned MM ve alt uçtaki mesned ME ile gösterilmiştir. MF, MM, ME değerleri 1 olabilir. Bu sabit mesnedi göstermektedir. Arada bir mesned varsa, bulunduğu konum, ilgili düğüm noktasının numarası olan MD ile belirlenir. Eğer MD sıfır ise arada mesnet yok demektir.

MF=1 ise sabit mesnet olup, eğer mesnet elemanın i ucunda ise, eleman rijitlik ve yükleme matrisinde 1, j düğüm noktasında ise 3 ncü, satır ve sütunlar sıfırlanır. Aynı işlemler, MM (ara mesnet), ME (son mesnet) için yapılacaktır. Sistem rijitlik matrisinin, sıfırlama nedeniyle singular olmaması için sıfırlanan satır ve sütunların köşegen elemanlarına 1 atanır.

Sistem sonlu band metodu açısından çubuk sistem gibi olduğundan ve düğüm noktaları birbiri ardına geldiği için, sınır şartlarının band rijitlik veya sistem rijitlik matrisinde uygulanması bir farklılık oluşturmamaktadır. Programlamada sınır şartları band rijitlik ve yükleme matrislerine uygulanmıştır.

2.7. Sistem Rijitlik (SRM) ve Sistem Yükleme Matrisinin (SYM) Kurularak, Lineer Denklem Sisteminin Elde Edilmesi ve Çözümü

Her bandın m. terime ait, band rijitlik ve yük matrislerinin bulunduktan sonra, bunların bir araya getirilmesiyle m. terime ait sistem rijitlik ve sistem yükleme matrisi elde edilir. Band rijitlik matrisleri, sistem rijitlik matrisinde yerleştirilirken, bu işlemin iki komşu eleman için ortak olan düğüm noktasında, aynı bilinmeyenlerin katsayıları üst üste gelecek şekilde yapılması gerektiği açıktır.

Aynı işlem sistem yükleme matrisi içinde yapılır.

N band sayısı, (N-3) düğüm noktası sayısı olmak üzere; her düğüm noktasında 2 bilinmeyen uç deplasmanı bulunduğu için, sistem rijitlik matrisi, 2. (N-3)x 2.(N-3) boyutunda bir simetrik kare matristir. Band rijitlik matrisleri simetrik olduğundan, sistem rijitlik matrisi de simetrik olur.

Sistem yükleme matrisi de aynı şekilde 2.(N-3) boyutunda bir sütun matris olur.

Böylece $[SRM]$ ve $[SYM]$ belli olduğuna göre sisteme ait lineer denklem takımı:

$$[SRM] \cdot [X] + [SYM] = 0$$

kurulmuş olur. Bu denklem takımı, çözüm yöntemlerinden herhangi biri kullanılarak (Gauss, Gauss Jordan, Gauss Seidel v.b.), uç deplasmanları bulunur. Ekte verilen bilgisayar programında denklem takımı Gauss Eliminasyon metodu ile çözülmüştür.

3.2. Programın Akış Diyagramı

BÖLÜM 3

3. BİLGİSAYAR PROGRAMI

3.1. Genel Bilgiler

Kalınlık değişimi genel, yüklemesi yayılı ve tekil olan basit mesnedli katlanmış plakların birinci mertebe teorisine göre statik hesabı için geliştirilen sonlu band tipinin, sayısal örneklere uygulanabilmesi için bilgisayar programı hazırlanmıştır.

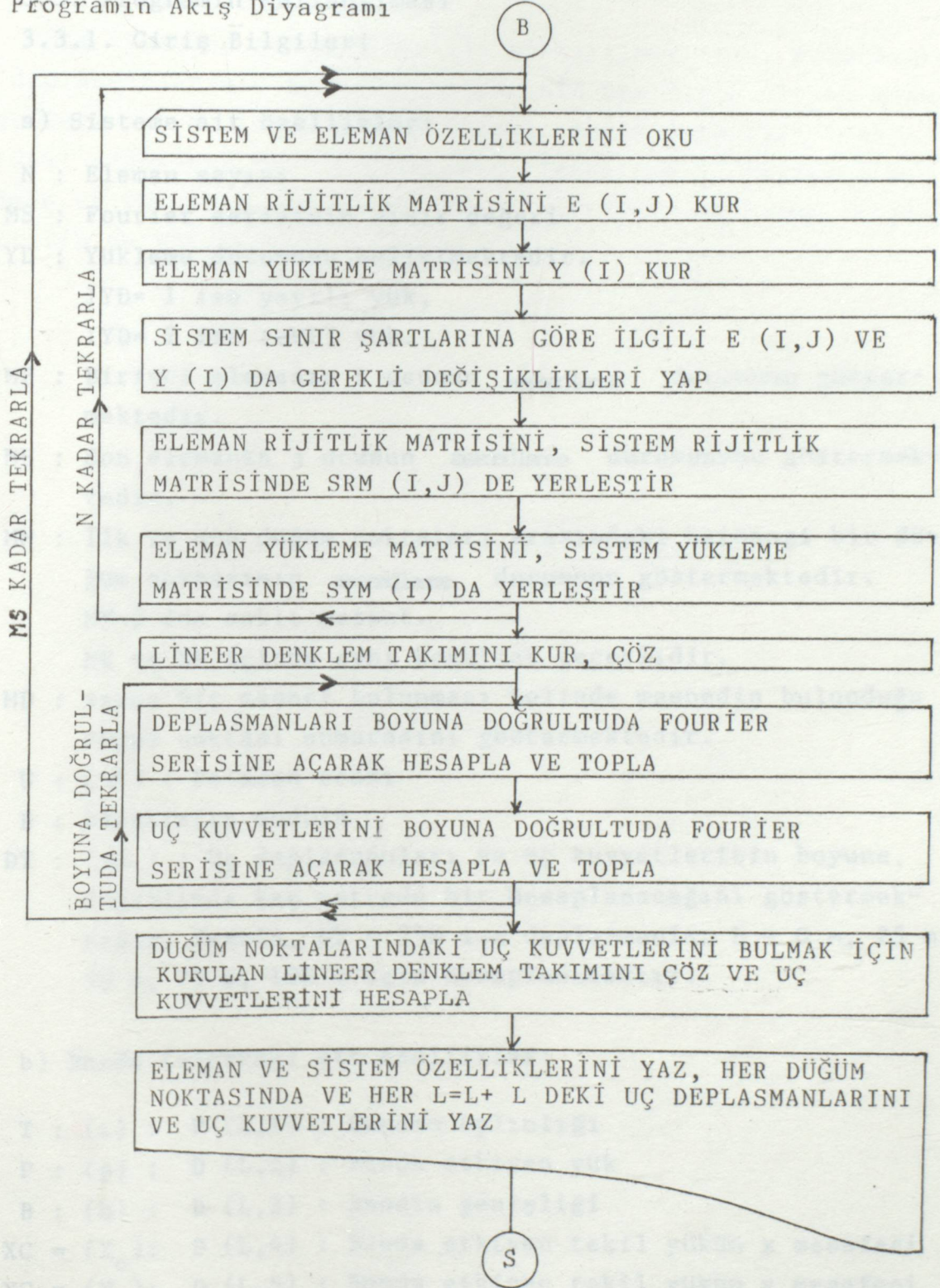
Program hazırlanmasında alt program kullanılmamış, çeşitli program parçaları birbirine eklenerek tek bir program elde edilmiştir.

Böylece katlanmış plakların, yayılı yük ve tekil yük durumlarında basit mesnedlenme için statik hesabı yapılarak her düğüm noktasındaki deplasman ve iç kuvvet bileşenleri bulunabilir.

Programda yükleme durumları olarak yayılı yük (kendi ağırlığı), tekil yük incelenmiştir. Her yükleme durumu için programın bir defa icrası gerekmektedir. Mesnedlenme durumları ise ilk elemanda, son elemanda ve arada herhangi bir düğüm noktasında mesnet olabileceği düşünülerek düzenlenmiştir.

Program maksimum 19 elemandan oluşan bir sistemi çözecek şekilde hazırlanmıştır.

3.2. Programın Akış Diyagramı



3.3. Programın Kullanılması

3.3.1. Giriş Bilgileri

a) Sisteme ait özellikler:

- N : Eleman sayısı
MS : Fourier serisinin sınır değeri
IYD : Yükleme durumunu belirtmektedir.
IYD= 1 ise yayılı yük,
IYD= 2 ise tekil yük.
MF : Birinci elemanın i ucunun mesnedleme durumunu göstermektedir.
ME : Son elemanın j ucunun mesnedleme durumunu göstermektedir.
MM : İlk ve son düğüm noktaları arasındaki herhangi bir düğüm noktasının mesnedleme durumunu göstermektedir.
MF=2 ise sabit mesnet.
ME ve MM içinde aynı koşullar geçerlidir.
MD : Arada bir mesnet bulunması halinde mesnedin bulunduğu düğüm noktası numarasını göstermektedir.
U : (ν) : Poisson oranı
E : Elastisite modülü
DT : (ΔL) : Uç deplasmanları ve uç kuvvetlerinin boyuna, doğrultuda kaç metrede bir hesaplanacağını göstermektedir. Mesela, DT = 25m ise deplasmanlar L = 0 m, 25 m, 50 m, 75 m, 100 m için hesaplanacaktır.

b) Banda (elemana) ait özellikler:

- T : (t) : D (L,1) : Bandın kalınlığı
P : (p) : D (L,2) : Banda etkiyen yük
B : (b) : D (L,3) : Bandın genişliği
XC = (X_c) : D (L,4) : Banda etkiyen tekil yükün x mesafesi
YC = (Y_c) : D (L,5) : Banda etkiyen tekil yükün y mesafesi

4. SAYISAL ÖRNEKLER

Sayısal örnek olarak, sandık kesitli köprü sistemi, bilgisayar programı ile çözülerek uç kuvvetleri ve uç deplasmanları bulunmuştur.

Örneklerin seciminde, bunların literatürde çözülmüş örnekler olmasına ayrıca dikkat edilmiştir. Böylece, bu çalışmada sandık kesitli köprü için geliştirilen sonlu band modelinin ve programın nümerik kontrolüde gerçekleşmiş olmaktadır.

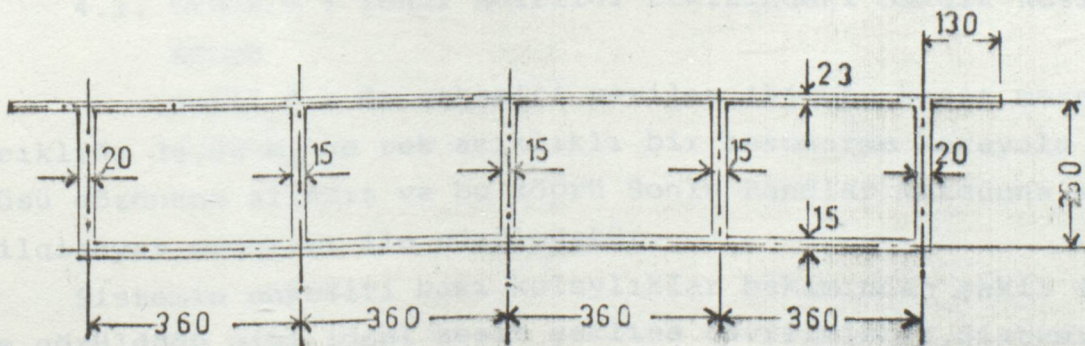
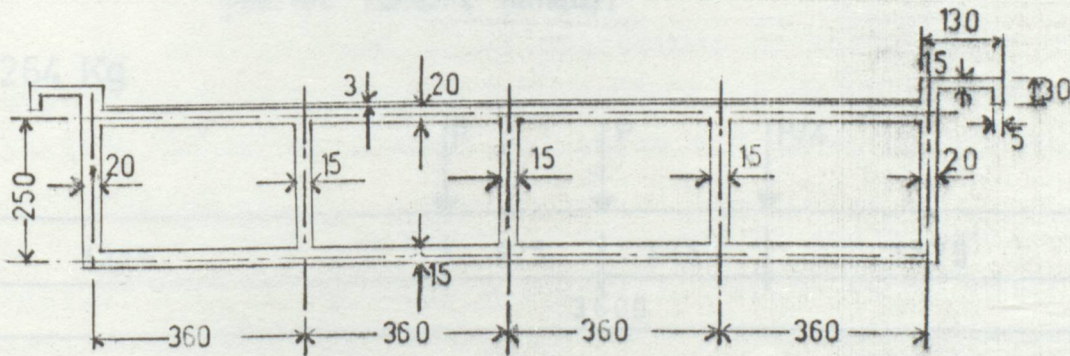
Sayısal olarak hesaplanan örnekler şunlardır.

Örnek - 1 : Kendi ağırlığı etkisindeki sandık kesitli köprü

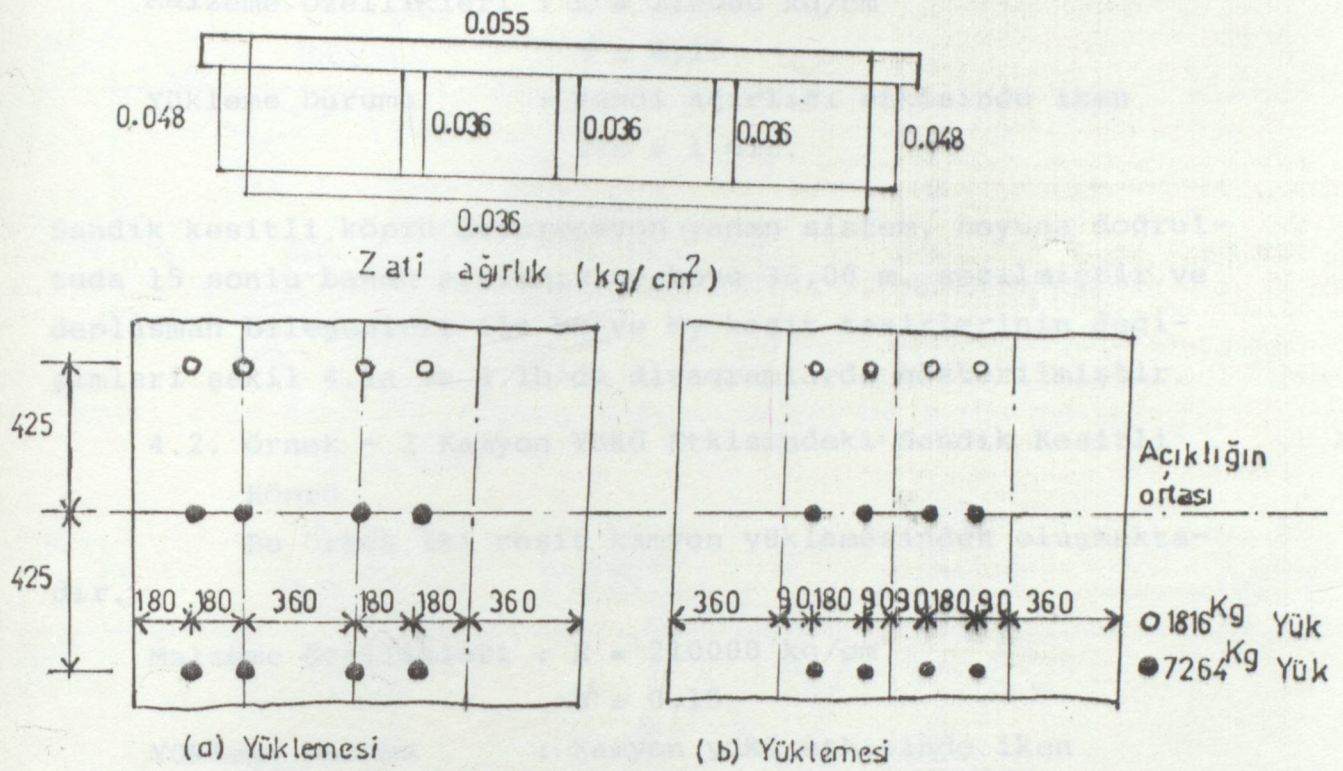
Örnek - 2 : a) ve b) olmak üzere iki farklı pozisyonda kamyon yükü etkisindeki sandık kesitli köprü

1. ve 2. örneğe ait bilgisayar çıktıları aynen verilmiştir. Her örneğin başında bu örnekle ilgili gerekli bilgiler verilerek problem tanıtılmış ve örneğin sonunda, önemli uç kuvvetleri ile uç deplasmanları diyagramlarla gösterilmiştir.

Literatürdeki sonuçlar, karşılaştırma değerleri olarak bu diyagramlarda köşeli parantez içerisinde verilmişlerdir.

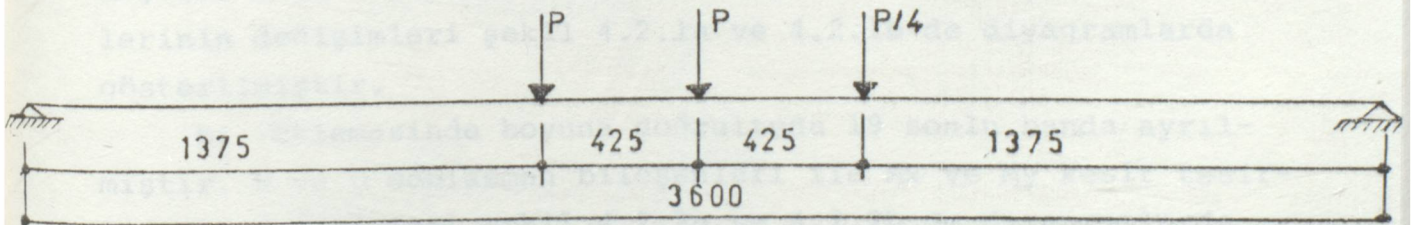


0,048 kg/cm² hesaplanmıştır. 9 Fourier terimi ile çalışılmıştır.



Şekil 4.c Yükleme şemaları

P=7264 Kg



Şekil 4.d Yüklerin Boyuna Doğrultuda Yerleşme Durumu

4.1. Örnek - 1 Kendi Ağırlığı Etkisindeki Sandık Kesitli Köprü

Şekil 4.a da enkesiti verilen iki ucu basit mesnetli, açıklığı 36,00 m. ve tek açıklıklı bir betonarme Karayolu köprüsü gözönüne alınmış ve bu köprü Sonlu Bandlar Metoduna ait bilgisayar programı ile çözülmüştür.

Sistemin enkesiti bazı kolaylıklar bakımından Şekil 4.b de görüldüğü gibi ideal kesit şekline çevrilmiştir. Sistemin zati ağırlığı üst tabliyede (trotuar dahil) $0,055 \text{ kg/cm}^2$ alt tabliyede ve iç gövdelerde $0,036 \text{ kg/cm}^2$ ve dış gövdelerde

$0,048 \text{ kg/cm}^2$ hesaplanmıştır. 9 Fourier terimi ile çalışılmıştır.

Malzeme Özellikleri : $E = 210000 \text{ kg/cm}^2$

$$\gamma = 0,15$$

Yükleme Durumu : Kendi ağırlığı etkisinde iken
IYD = 1 dir.

Sandık kesitli köprü deformasyon yanan sistem, boyuna doğrultuda 15 sonlu banda ayrılmış ve boyu 36,00 m. seçilmiştir ve deplasman bileşenleri ile M_x ve M_y kesit tesirlerinin değişimleri şekil 4.1a ve 4.1b de diyagramlarda gösterilmiştir.

4.2. Örnek - 2 Kamyon Yüğü Etkisindeki Sandık Kesitli Köprü

Bu örnek iki çeşit kamyon yüklemesinden oluşmaktadır.

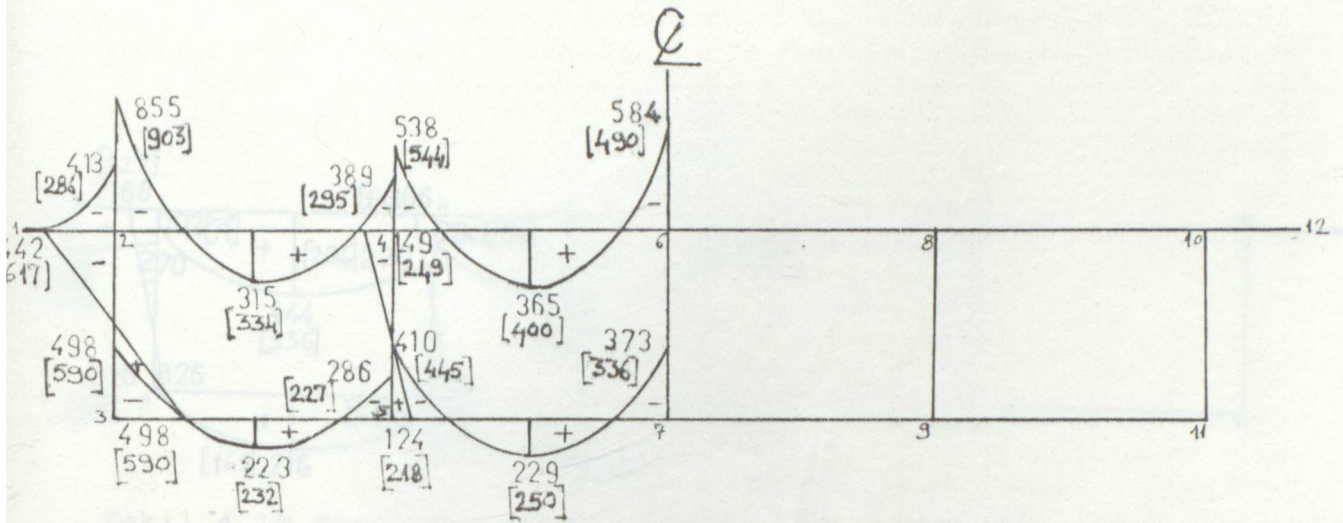
Malzeme Özellikleri : $E = 210000 \text{ kg/cm}^2$

$$\gamma = 0,15$$

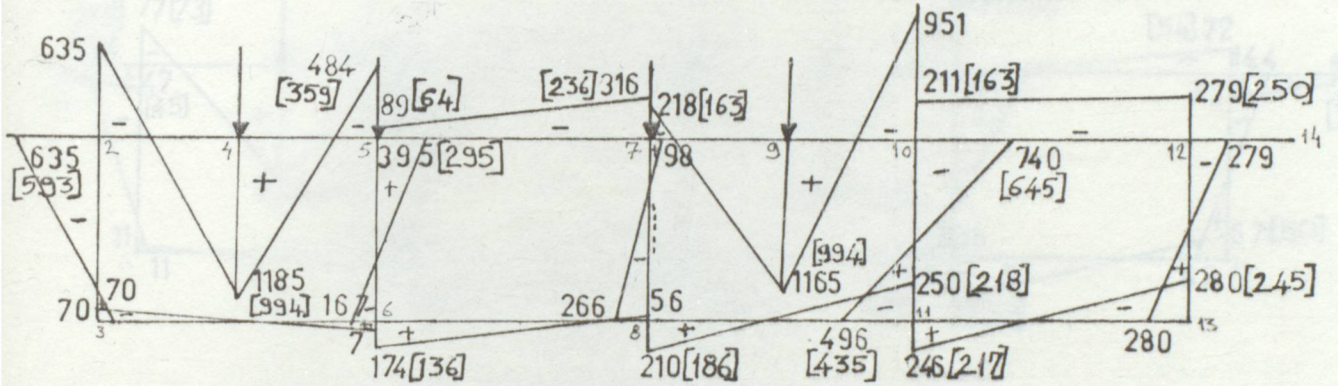
Yükleme Durumu : Kamyon yığı etkisinde iken
IYD = 2 dir

a) Yüklemesinde boyuna doğrultuda 17 sonlu banda ayrılmıştır. W ve O deplasman bileşenleri ile M_x ve M_y kesit tesirlerinin değişimleri şekil 4.2.1a ve 4.2.1b de diyagramlarda gösterilmiştir.

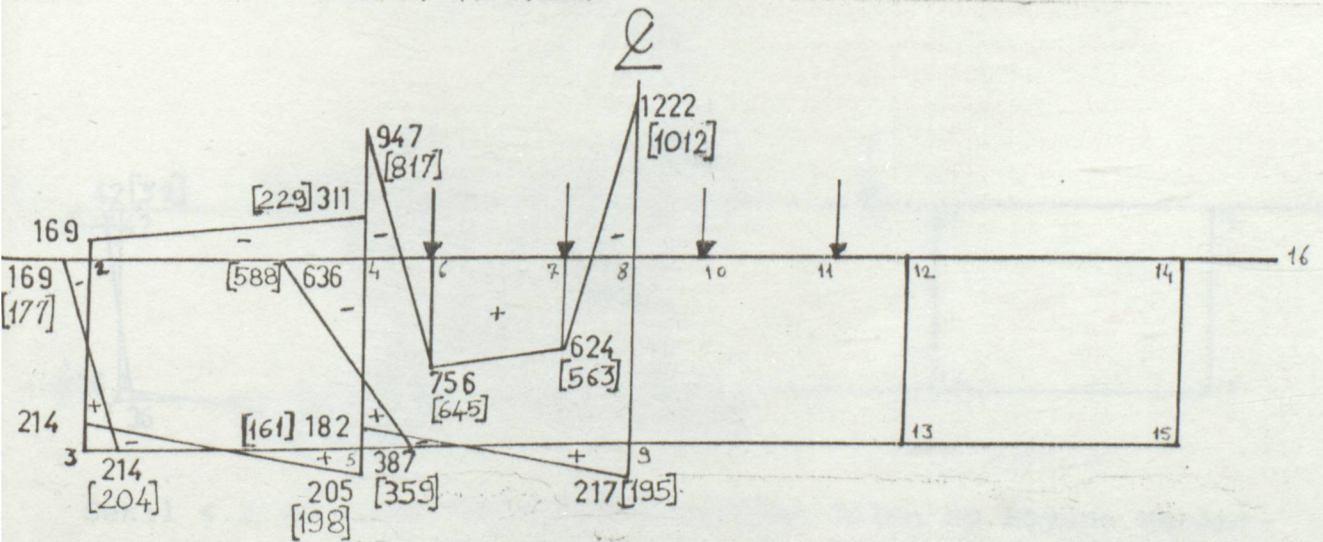
b) Yüklemesinde boyuna doğrultuda 19 sonlu banda ayrılmıştır. W ve O deplasman bileşenleri ile M_x ve M_y kesit tesirlerinin değişimleri şekil 4.2.2a ve 4.2.2b de diyagramlarda gösterilmiştir.



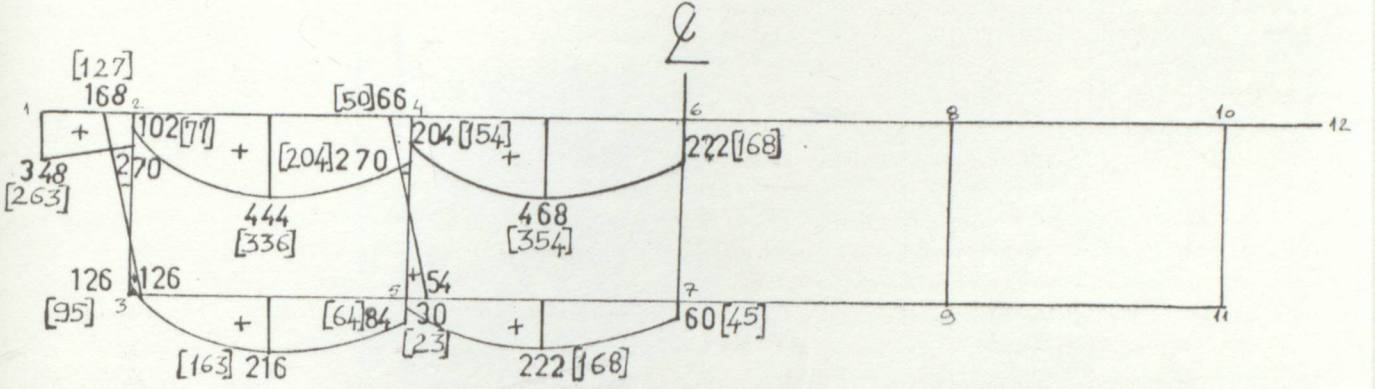
Şekil 4.1a Zati Ağırlıktan Meydana Gelen Mx Enine Momentleri
(kq cm/cm)



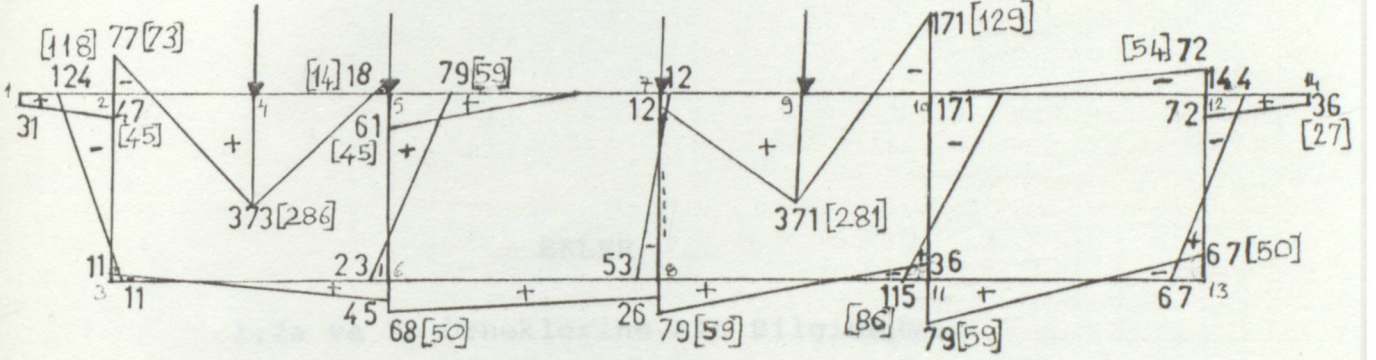
Şekil 4.2.1a (a) Yüklemesinden Meydana Gelen Mx Enine Momentleri
(kq.cm/cm)



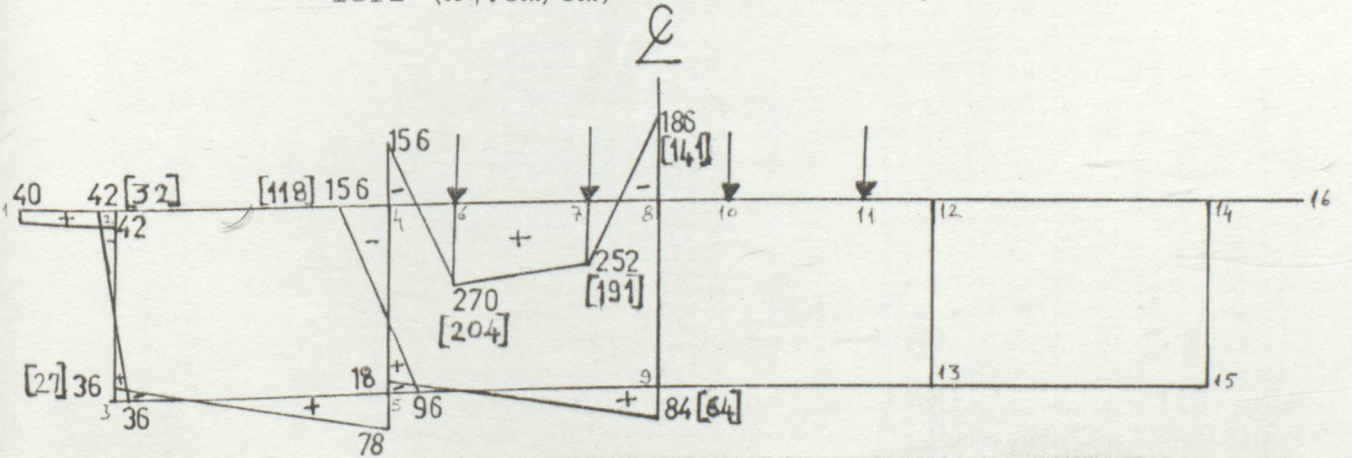
Şekil 4.2.2a (b) Yüklemesinden Meydana Gelen Mx Enine Momentleri
(kq.cm/cm)



Şekil 4.1b Zati Ağırlıktan Meydana Gelen My Boyuna Momentleri (kq.cm/cm)



Şekil 4.2.1b (a) Vüklemesinden Meydana Gelen My Boyuna Momentleri (kq.cm/cm)



Şekil 4.2.2b (b) Vüklemesinden Meydana Gelen My Boyuna Momentleri (kq.cm/cm)

EKLER

1,2a ve 2b Örneklerine Ait Bilgisayar
Çıktıları

9	0.26321457975321+231E+01	0.269921579321677735E+04
9	0.211135435797834133E+01	0.23555232573653141E+04
10	0.263257915754255+21E+01	0.2487814325651454E+04
11	0.271929354515312431E+01	0.24053217435421314E+02
12	0.263214532123412353E+01	0.21576369143214213E+04

LE=1.00 CM ICM=10 KGM/CM ³			
NO.	TX (KGM/CM)	TX (KGM/CM)	TX (KGM/CM)
1	0.000000000000000000+00	0.3475521573157611E+03	0.000000000000000000+00
2	-0.41313241004571115E+03	0.2699157225434131E+03	0.000000000000000000+00
2	-0.44195321459325112E+03	0.16822451255111023E+03	0.000000000000000000+00
2	-0.354754310057921331E+03	0.10212233105795813E+03	0.000000000000000000+00
3	0.4776214357913712E+03	0.12509324313005217E+03	0.000000000000000000+00
3	-0.477713521545517391E+03	0.1259015322354455E+03	0.000000000000000000+00
4	-0.339204551570819112E+03	0.270112302334532112E+03	0.000000000000000000+00
4	-0.15901593725104332E+03	0.56223541134556711E+02	0.000000000000000000+00
4	-0.23759315234210113E+03	0.20430162105503534E+03	0.000000000000000000+00
5	-0.236313295745517263E+03	0.23701255731445215E+02	0.000000000000000000+00
5	0.12410022173643240E+03	0.543110791034455307E+02	0.000000000000000000+00
5	-0.439975301142576131E+03	0.2350631573339142E+02	0.000000000000000000+00
6	0.33371575432252144E+03	0.2217564564557202E+03	0.000000000000000000+00
6	0.000000000000000000+00	0.000000000000000000+00	0.000000000000000000+00
6	-0.5338011157955443E+03	0.2220151112415022E+03	0.000000000000000000+00
7	-0.37424543214334521E+03	0.54939374042252652E+02	0.000000000000000000+00
7	0.000000000000000000+00	0.000000000000000000+00	0.000000000000000000+00
7	0.3730577211173200E+03	0.533015525223792E+03	0.000000000000000000+00

6	-0.537693155342101135E+03	0.25430.21104555344E+03	0.000000000000000000E+00
6	-0.149015937261048352E+03	0.560223411343567213E+02	0.000000000000000000E+00
8	-0.189206351370017112E+03	0.27011130233522112E+03	0.000000000000000000E+00
7	-0.405975301142576131E+03	0.2450631057353342E+02	0.000000000000000000E+00
7	0.12410321798642240E+03	0.543.107103445E+07E+02	0.000000000000000000E+00
9	-0.290313293745517283E+03	0.8370123731452210E+02	0.000000000000000000E+00
10	-0.35476631007921331E+03	0.102422331047562335E+03	0.000000000000000000E+00
10	-0.441953214593551122E+03	-0.15823451255011020E+03	0.000000000000000000E+00
10	-0.413135210346711152E+03	0.25991572254242431E+03	0.000000000000000000E+00
11	-0.477713521848517391E+03	0.12570115322334459E+03	0.000000000000000000E+00
11	0.47852143379135712E+03	0.126063243133335417E+03	0.000000000000000000E+00
12	0.000000000000000000E+00	0.34765321573.157311E+03	0.000000000000000000E+00

3	0.3553764219617367712E+00	0.370052121214105001E 03
4	0.35972531911955921E+00	0.14337374135504021E 03
5	0.319443515330385921E+00	0.10410111752045147E 03
6	-0.425292351911414060E+00	0.460706221729116002E 03
7	-0.420758251361316212E+00	0.134022976542574235E+02
8	-0.41723791077874808E+01	0.113501763113398922E+04
9	0.31232011294544071E+03	0.7114251040531343E 03
10	0.319433924192731400E+00	0.242384522971104601E 03
11	0.355315134139140061E+00	0.179829600274321121E 03
12	0.355341142472397692E+00	0.11332501604995413E+07
13	0.35374419774782231E+00	0.17309713217367719E 07
14	0.357434321729110021E+00	0.244520251361815213E+04

SERIAL CH ICH IC KJVVSTLE			
CH NO	TRY	TRY	TRY
	(KGCN/CM)	(KGCN/CM)	(KGCN/CM)
1	0.000000000000000E+00	0.31273700272341933E+02	0.000000000000000E+00
2	0.000000000000000E+00	0.471760468223379437E+01	0.000000000000000E+00
2	-0.5312031428542113E+03	0.1241006311342471E+03	0.000000000000000E+00
2	-0.53591131112357512E+03	0.7736730762535501E+02	0.000000000000000E+00
3	0.7010033211332110E+02	0.10732409322874034E+01	0.000000000000000E+00
3	0.5959785515570044E+02	0.11018961129354676E+01	0.000000000000000E+00
4	0.11843755535211773E+04	0.3754141354045331E+03	0.000000000000000E+00
4	0.11843577307911317E+04	0.3724425791084274E+03	0.000000000000000E+00
5	0.43411341752557131E+03	0.15212484591335579E+04	0.000000000000000E+00
5	0.39122355782215217E+03	0.7414134434343137E+01	0.000000000000000E+00
5	0.3903931434776361E+02	0.602110756477921E+04	0.000000000000000E+00

6	0.7127359386422082+01	0.4531240306822735+02	0.0000000000000000+00
6	-0.15843373432575582+03	0.2341112149754545+02	0.0000000000000000+00
6	0.174129357115817072+03	0.5777459735459645+02	0.0000000000000000+00
7	-0.215567915879112522+03	0.0000000000000000+00	0.0000000000000000+00
7	0.93451245774252235+02	0.1324053143037825+02	0.0000000000000000+00
7	0.17011320350447472+03	0.134993373027115+02	0.0000000000000000+00
8	-0.35667531337601595+02	0.25217307823587345+02	0.0000000000000000+00
8	-0.256143927757345712+03	0.52511308511524735+02	0.0000000000000000+00
9	0.1017049323597842+03	0.7971355145035492+02	0.0000000000000000+00
9	0.11851103588184247+04	0.37111192147458545+03	0.0000000000000000+00
9	0.11647357430762535+04	0.3712055148039759+03	0.0000000000000000+00
10	-0.950873409302674365+03	0.1776471678345845+03	0.0000000000000000+00
10	-0.7642373232427239+03	0.17374383659136415+03	0.0000000000000000+00
10	-0.210971203755977322+03	0.0000000000000000+00	0.0000000000000000+00
11	-0.270103221238645577+03	0.115123357115517072+03	0.0000000000000000+00
11	0.4768147435400463917+03	0.35951235132177495+02	0.0000000000000000+00
11	0.24567353424695913+03	0.794116502345501504+02	0.0000000000000000+00
12	-0.27292557321510965+03	0.721394504535574755+02	0.0000000000000000+00
12	-0.279013420405542732+03	0.71341371979713153+02	0.0000000000000000+00
12	0.0000000000000000+00	0.1442164560325395+03	0.0000000000000000+00
13	-0.28011019214945454+03	0.5712232147732774+02	0.0000000000000000+00
13	0.27927563143037692+03	0.6733160221241355+02	0.0000000000000000+00
14	0.0000000000000000+00	0.357987311732553+02	0.0000000000000000+00

3	0.4455327913521072E+01	0.44751320013353117E+04
4	0.44321131221703125E+01	0.447472872911006931E+04
5	0.441131022532176314E+01	0.44711351176410120112E+04
6	0.439532679352176453E+01	0.446833711232574453E+04
7	0.44333542117334211E+01	0.447123710111113124E+04
8	0.44145311114152464E+01	0.446000000000000000E+00
9	0.44033971012132213E+01	0.446000000000000000E+00
10	0.44333542117334211E+01	0.447233710111113124E+04
11	0.439532679352176453E+01	0.446833711232574453E+04
12	0.4433311312221703125E+01	0.447472872911006931E+04
13	0.441131022532176314E+01	0.44701352176410120112E+04
14	0.4403372115311376117E+01	0.444105531759505231E+04
15	0.44455327913521072E+01	0.44731320013353117E+04
16	0.4455327913521072E+01	0.44751320013353117E+04

LE=1600 CM ICIN IC KUVVETLER

SN.NO	TMX (KSCM/CM)	TMX (KSCM/CM)	TMX (KSCM/CM)
1	0.4000000000000000E+00	0.4000000000000000E+00	0.4000000000000000E+00
2	0.4000000000000000E+00	0.421195535565736172E+02	0.4000000000000000E+00
3	0.415392352975471995E+03	0.421171350455265523E+01	0.4000000000000000E+00
4	0.415901501656041375E+03	0.4000000000000000E+00	0.4000000000000000E+00
5	0.41410737417534375E+03	0.400121172657329251E+04	0.4000000000000000E+00
6	0.4114040041192040205E+03	0.40100214352573297E+02	0.4000000000000000E+00
7	0.41110397976415342E+03	0.4000000000000000E+00	0.4000000000000000E+00
8	0.41339025605074103E+03	0.4151170711511712E+01	0.4000000000000000E+00
9	0.41771754655094E+03	0.4151170711511712E+01	0.4000000000000000E+00

3	0.204770041192460206e+03	0.78111573621910933e+04	0.300000000000000000e+00
5	0.087016673112538108e+03	0.562377778938495e+02	0.000000000000000000e+00
6	-0.04327789330037997e+03	0.13001104590001415e+04	0.000000000000000000e+00
7	0.75595677097565565e+03	0.27061155330256613e+03	0.300000000000000000e+00
8	0.756071002600317152e+03	0.2701333594000307e+03	0.000000000000000000e+00
9	0.023797923524262e+03	0.321114605353390e+03	0.300000000000000000e+00
10	0.0269732150306609e+03	0.332034404530377e+03	0.000000000000000000e+00
11	0.02220170078235972e+04	0.165111130230432e+03	0.000000000000000000e+00
12	0.0000000000000000e+00	0.0000000000000000e+00	0.000000000000000000e+00
13	0.0221413400483812e+04	0.1351122011112134e+03	0.000000000000000000e+00
14	0.01702243959132552e+03	0.83310353045312e+02	0.000000000000000000e+00
15	0.0000000000000000e+00	0.0000000000000000e+00	0.000000000000000000e+00
16	0.0000000000000000e+00	0.0000000000000000e+00	0.000000000000000000e+00
17	0.02170129032222314e+03	0.2331035419392111e+02	0.300000000000000000e+00
18	0.02329732153088009e+03	0.2331035419392111e+02	0.000000000000000000e+00
19	0.023797923524262e+03	0.2331035419392111e+02	0.000000000000000000e+00
20	0.0736071004600317152e+03	0.2701333594000307e+03	0.000000000000000000e+00
21	0.073587573975663569e+03	0.2701333594000307e+03	0.000000000000000000e+00
22	-0.947204754465200782e+03	0.1363121001112634e+03	0.000000000000000000e+00
23	-0.635897566350674103e+03	0.1363121001112634e+03	0.000000000000000000e+00
24	-0.51110377974613342e+03	0.0000000000000000e+00	0.000000000000000000e+00
25	-0.635897566350674103e+03	0.1363121001112634e+03	0.000000000000000000e+00
26	0.037016577112523109e+03	0.9521035419392111e+02	0.300000000000000000e+00
27	0.023797923524262e+03	0.2701333594000307e+03	0.000000000000000000e+00
28	-0.15901301580441373e+03	0.0000000000000000e+00	0.000000000000000000e+00
29	-0.50922752476471995e+03	0.4111035419392111e+02	0.000000000000000000e+00
30	0.0000000000000000e+00	0.0000000000000000e+00	0.000000000000000000e+00
31	-0.04110377974613342e+03	0.0000000000000000e+00	0.000000000000000000e+00

[illegible]

E+26	0.0000	0.0000
E+26	0.0000	0.0000

0.36912

	03	0000000000
--	----	------------

14-00787-12
000000000000

[illegible]

SONUÇLAR

Sandık kesitli köprü sistemlerin hesabı için geliştirilen bir sonlu band modeli ve uygulamalarını kapsayan bu çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.

(1) Sonlu band metodu, sandık kesitli köprü sistemlerin statik hesabında etkili bir şekilde kullanılabilir.

(2) Düğüm noktalarının serbestlik derecesinin iki ve şekil fonksiyonlarının üçüncü derece polinomlar olması deplasman bileşenleri ve kesit tesirlerinin yeterli doğrulukla hesaplanmasını mümkün kılmaktadır.

(3) Bütün sonlu eleman modellerinde olduğu gibi bu modelde de sistemin sınırlarına çok yakın noktalara ait kesit tesirleri daha az doğrulukta bulunmaktadır.

(4) Uygulamada sık rastlanan yüklemelere ait yükleme matrisleri hesaplanarak verilmiştir.

(5) Sonlu band metodunun avantajları:

a) Düğüm noktası sayısı ve sistemdeki toplam denklem sayısı daha azdır. Ayrıca sistem rijitlik matrisinin band genişliği oldukça dar olduğu için çözüm çok daha kısa bir zamanda elde edilebilir.

b) Gerekli giriş bilgileri daha azdır. Bu nedenle hata yapma olasılığı azalmaktadır.

c) Çıkış bilgileri daha azdır.

d) İşlemler çok basit ve akıcı olup, bilgisayar programlarına kolaylıkla uygulanabilir.

(6) Bölüm 3'de çalışma düzeni ve kullanım esasları verilen bilgisayar programı kullanılarak sandık kesitli köprü tipi ve yüklemeler için çözüm yapılmış ve elde edilen değerlerin literatürde bulunan değerlere çok yakın olduğu görülmüştür.

KAYNAKLAR

- 1 CELASUN, H., Betonarma Köprüler ve Hesap Metodları
- 2 CELASUN, H., Çelik Köprüler
- 3 CUSENS A., PAMA, R.P., Bridge Deck Analysis
- 4 EKİZ, İ., Sandık Kesitli Köprülerin Hesap Metodları ve Bilgisayar Uygulaması
- 5 CHEUNG, Y.K., Finite Strip Method in Structural Analysis, Pergaman Press, (1976).
- 6 WILLAM, K.J., SCORDELIS, A.C., 1970, Analysis of orthotropic folded plates with eccentric Stiffeners, Report SESM 70-2, University of California, Berkeley, February.
- 7 KESKİNEL, F., KARADOĞAN, F., Açıklamalı Örneklerle Fortran IV ve Fortran 77, Birsan Yayınevi, İstanbul, (1987).

ÖZGEÇMİŞ

1964 yılında İstanbul-Eyüp'de doğdu. İlköğrenimini Eyüp'de Kocatepe İlkokulu, Ortaokul ve Lise öğrenimini Eyüp Lisesinde tamamladı.

Mühendislik öğrenimine 1982 yılında üniversite giriş sınavında kazandığı Yıldız Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümünde başladı ve 1987 yılında mezun oldu. Temmuz 1987'de İnşaat Mühendisliği-Yapı Ana Bilim Dalına Araştırma Görevlisi olarak atanan Alkız MERMER, 1988-1989 öğretim yılında Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünün açmış olduğu yüksek lisans sınavında Yapı Programını kazandı. Halen Y.Ü.'nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.



