

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Izgara Sıst. Hes. Yön. Üze, İnc.

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fahri Yalçın

1990

2150
186

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

IZGARA SİSTEMLERİN HESAP
YÖNTEMLERİ ÜZERİNE İNCELEME

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hazırlayan : Fahri YALÇIN
İnş.Müh.

Tezi Yöneten : Prof. İbrahim EKİZ
Yıldız Üniversitesi İnşaat Bölümü
Öğretim Üyesi

İSTANBUL - 1990

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
KÜTÜPHANE DOKÜMANTASYON
DAİRE BAŞKANLIĞI

Kot : R 150
186

Alındığı Yer : FEN BİL. ENS.

Tarih : 21.10.1991.

Fatura : - - - - -

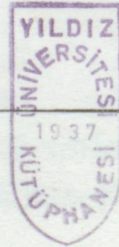
Fiyatı : 30.000.TL.

Ayniyat No : 1/15

Kayıt No : 47779

UDC : 624. 378.242.

Ek :





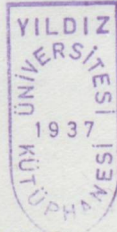
**YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**IZGARA SİSTEMLERİN HESAP
YÖNTEMLERİ ÜZERİNE İNCELEME**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Hazırlayan : Fahri YALÇIN
İnş.Müh.**

**Tezi Yöneten : Prof. İbrahim EKİZ
Yıldız Üniversitesi İnşaat Bölümü
Öğretim Üyesi**



İSTANBUL - 1990

...şagarda ...olarak bilinen bir-
...teilli ...bir takım ki-
...sistem-
...ve oluşan ic-
...metodları ...

...metodları ...şagarda ...
...davranış ...uyduğu
...sistem-

...şagarda ...
...ve ...
...dönü-
...ve ...

M.Kudret Baban ,T.Ülkü Arıksoy- Ytong A.Ş.
ve aileme şükranlarımı sunarım.

...ve bundan
...teori-
...böl-
...kiris-
...diğer meto-
...tasir-
...dönü-
...bölünde

...kullandı-
...farklar-
...bilgi-
...götür-
...Metoduna atıf-
...metod-

...hakkında ...
...Sayın Prof.İbrahim
...ederim.

İstanbul-1980
Fahri YALCIN

ÖNSÖZ

Bu çalışmada ızgara kiriş sistemler olarak bilinen birbirleri ile dik veya belli bir açı ile keşmiş bir takım kirişlerden oluşan sistemler ile bir döşemenin bu tür sisteme dönüştürülerek düşey yükler altındaki davranışı ve oluşan iç tesirlerin hesaplanması metodlarına değinilmektedir.

Ele alınan çözüm metodlarının tümünde ızgara kiriş sistemlerin doğrusal elastik davrandığı ve Hook kanununa uyduğu varsayılmıştır.

Izgara Kiriş Sistemlere uygulamada büyük alana sahip bir çatı veya kat döşemesinin ekonomik olarak yapımında ve özellikle bir köprü döşemesinin ızgara kiriş sisteme dönüştürülerek analizinde karşılaşılr. Dün olduğu gibi bugün ve hatta yarınlar için degüncelliğini yitirmeyecek bir konu olduğu için ele alınmış ve birbirinden farklı beş çözüm metodu üzerinde durulmuştur.

Izgara kirişlerin sehimlerinin belirlendiği ve bundan yararlanarak sonlu farklar denklemleri kullanımı ile iç tesirlerin bulunabildiği sehimlerin uygunluğu metoduna ikinci bölümde, döşeme ile benzer davranış gösteren ızgara kiriş sisteminin elastik yüzeyini belirleyebildiğimiz bir diğer metoda üçüncü bölümde, bilinen deplasman metoduna burulma tesirlerinin de ilave edilmesi ile genişletilen eğim-sehim-dönme denklemlerini kapsayan farklı bir metoda da dördüncü bölümde değinilmektedir.

Özellikle günümüzde kullanım alanı oldukça yaygınlaşmış bulunan orthotropik plak teorisine ve sonlu farklar denklemleri ile çözümlene metoduna beşinci bölümde, bilgisayar kullanımının yaygınlaşması ile uygulama kolaylıkları getiren matris metodlarından Stiffness Matrisleri Metoduna altıncı bölümde değinilmektedir.

Çalışmalarımı yönlendirmesi ve konu hakkında önerdiği kaynaklar ile yardımlarını esirgemeyen Sayın Prof. İbrahim EKİZ'e içtenlikle teşekkür ederim.

İstanbul-1990

Fahri YALÇIN

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	
SUMMARY	
1. GİRİŞ	1
2. SEHİMLERİN UYGUNLUĞU METODU İLE IZGARA SİSTEMLERİN ANALİZİ	10
3. ELASTİK DEFORMASYONLAR İLE IZGARA SİSTEMLERİN ANALİZİ	32
4. EĞİM-SEHİM-DÖNME DENKLEMLERİ İLE IZGARA SİSTEMLERİN ANALİZİ	48
5. ORTHOTROPİK DÖŞEME ANALOJİSİ VE SONLU FARKLAR METODU İLE IZGARA SİSTEMLERİN ANALİZİ	61
6. STİFFNESS MATRİS METODU İLE IZGARA SİSTEMLERİN ANALİZİ	83
7. SONUÇ	93
KAYNAKLAR	95

ÖZET

Bu çalışmada düşey yükler altındaki (yatay düzlemde) ızgara sistemlerin çözüm metodlarına değinilmektedir. Genel olarak "n" adet düğüm noktasına sahip serbest mesnetli ızgara sistemin belirsizlik derecesi "3n" dir. Hiç bir kabul yapmaksızın ve belirsizlik derecesini indirmeksizin ızgara sistemlerin genel ve kesin çözümünü veren ifadeler bulmak çok karmaşık hatta imkansız bir problem olarak ortaya çıkmaktadır. Bununla beraber belirsizlik derecesi yüksek olan ızgara sistem için tam veya tama yakın çözümler bulmakta başarıyla kullanılan metodlar da mevcuttur.

Birinci bölümde konuya genel bir bakış yapılarak iki yönlü yük dağılımının faydaları üzerinde durulmuştur.

İkinci bölümde birbirine dik iki istikamette kesişme noktasındaki sehimlerin eşitliğinden yararlanarak bilinmeyen X değerleri hesaplanmakta, bu değerlerle düşey yerdeğiştirmeler bulunmaktadır.

Üçüncü bölümde elastik deformasyonu belirlemeye yönelik bir teknik kullanılarak ızgara sistem çözümüne gidilmektedir.

Dördüncü bölümde çubukların burulma rijitliği dikkate alındığında döşemeye benzer davranış göstermesinden dolayı eğim-sehim-dönme denklemleri kullanılarak ızgara sistemin çözümüne yer verilmiştir.

Beşinci bölüm ızgara sistem ile orthotropik döşeme arasındaki analogiye dayanılarak sonlu farklar yöntemi ile sistemin çözümlenmesini kapsamaktadır.

Altıncı bölümde ise Stiffness Matrisleri Metoduna yer verilerek ızgara sistemlere tatbiki açıklanmıştır.

SUMMARY

This thesis to present the bases for the general analysis of the vertical loading of the plane grid systems and to deal with the exact solution of the grids. Generally the degree of indetermination of a freely supported plane grid system is $(3n)$ when the number of intersections are (n) . It is an extremely complicated and almost impossible problem to establish the equations for the general and exact analysis of the plane grid systems without resort to some simplifying assumption and reduction of degree of indetermination. Therefore many methods have been used successfully to obtain exact or nearly exact solutions for highly of degree of indetermination grid system.

In the first chapter is introduced general treading of the plane grid systems. They obtain in the two-way dispersal of loads located at any grid intersection. Two-way dispersal of loads are become economical and useful.

The second chapter relates to illustrating the use of the method of consistent deflections.

In the third chapter a technique is presented to determine the elastically deformed surface of transformed in to a equivalent grid system.

In the fourth chapter the torsional rigidity of the bars should be taken in to consideration in this solution of the plane grid system, since its behavior is similar to a two-way slab. A set of simultaneous slope-deflection-rotations equations is established to be solved of the plane grid system.

Chapter 5 is dealt with first orthotropic plate theory and orthotropic plate is analogous with grillage. Then the finite difference method is described for grillages .

In the sixth chapter deal with the stiffness matrix method and its applications beginning with grillage.

NOTASYONLAR

b_x, b_y	x ve y yönlerinde döşeme genişliği
d	Kesit yüksekliği
D_1, D_2	Sırası ile x ve y yönlerinde ilave rijitlikler
D_x, D_y	x ve y yönlerinde eğilme rijitlikleri
B_{xy}, B_{yx}	x ve y yönlerinde kiriş burulma rijitlikleri
E_x, E_y	x ve y yönlerinde elastikiyet modülü
E^*	Denk elastikiyet modülü
G	Kayma elastisite modülü
$2H$	Toplam burulma rijitliği
I	Atalet momenti
J	Polar Atalet momenti
$[k]$	Stiffness Matris
$[K]$	Sistem Stiffness Matrisi
$[F]$	Kuvvet vektörü
$[\delta]$	Deplasman vektörü
L, l	Açıklık
M_x, M_y	x ve y yönlerinde eğilme momentleri
M_{xy}, M_{yx}	x ve y eksenleri üzerinde burulma momentleri
P	Tekil yük
$P(x)$	Yüklemenin genel ifadesi
Q_x, Q_y	x ve y yönlerinde kesme kuvvetleri
R	Tepki
t_x, t_y	Enleme veya boylama kiriş genişlikleri
δ	Elastik deformasyon
ϵ_x, ϵ_y	x ve y yönlerinde birim boy uzamaları

θ	Eğilme açısı
ϕ	Burulma açısı
ν	Poisson oranı
σ_x, σ_y	x ve y yönlerinde normal gerilmeler
τ_{xy}	xy düzleminde x yönünde normal kayma gerilmesi
k	eğilme ve burulmada rijitliği belirten yardımcı ifade
X	bilinmiyen tepki
T	Burulma Momenti
λ	x ve y yönlerinde uzunluklar arasındaki oran
i	Belirsizlik derecesi
m	Eleman sayısı
r	Mesnet tepkisi sayısı
J	Rijit düğüm noktası sayısı
β, β'	Eğilmede yük dağıtma katsayısı

1. GİRİŞ

Kiriş, mütemadi giriş, kemer, kablo, çerçeve v.b.gibi gözönüne alınan yapı elemanlarının ortaklaşa özellikleri bir yönde yükleri iletmeleridir. Bu tür yapı elemanları üzerinde etkiyen yük veya yük gruplarını eğri veya doğru şeklindeki eksenleri boyunca mesnetlere yöneltirler. Bu durum bir yönde yük dağılımıdır ve bu tür yapı elemanları bir boyutlu direnimli yapı elemanları olarak adlandırılabilirler.

Yatay düzlemde dikdörtgensel bir alan bir boyutlu direnimli yapı elemanları kullanılarak kaplanabilir. Fakat böyle bir düzenleme genellikle verimsiz ve elverişsizdir. Örneğin dikdörtgen alanın kenarlarından birine paralel olacak şekilde bir seri girişler yerleştirilim. Bu tasarım amacı için işe yarar fakat böyle bir sisteme tekil bir yükün etkimesi halinde tamamiyle yük etkisi altındaki giriş taşıyıcıdır. Yük altında giriş taşıyıcı iken, diğer bütün girişler gerilmesizdir. Sadece yük altındaki giriş sehim verirken diğer tüm girişler yatay düzlemde kalırlar. Giriş eksenini yönünde yük iletimi gerçekleşirken bu giriş altındaki taşıyıcı duvarlar mesnet tepkileri ile etkilenir., girişlere paralel taşıyıcı duvarlar ise yüksüzdürler. Yüksüz duvarlar fonksiyonel amaçlar için gerekiyorsa yukarıdaki sistem doğru çözümdür fakat ekonomik olmamaktadır.

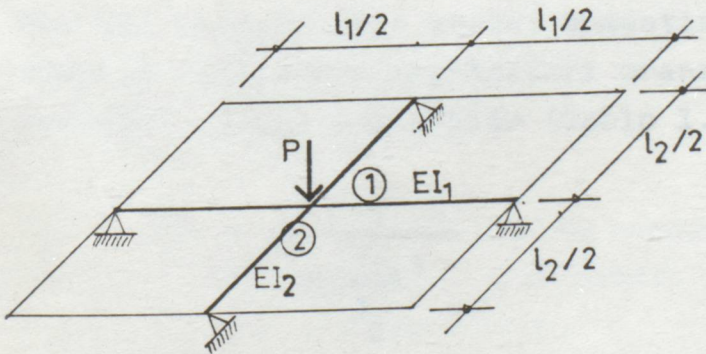
Buradan hareketle yüklerin yapı üzerinde iki yönde dağıtılabilmesi son derece önemli olabilmektedir. Böyle bir dağılım ızgara ve plak adını verdiğimiz yapı elemanları ile gerçekleştirilebilir. Bu yapı elemanları düzlemine etkiyen yükü iki yönde mesnetlere iletmekte ve iki boyutlu direnimli yapı elemanları adını almaktadırlar.

Düzlem ızgara sistemlerin esas özellikleri yükleri iki yönlü iletmeye sahip olmalarıdır. Büyük katların inşa edilme-

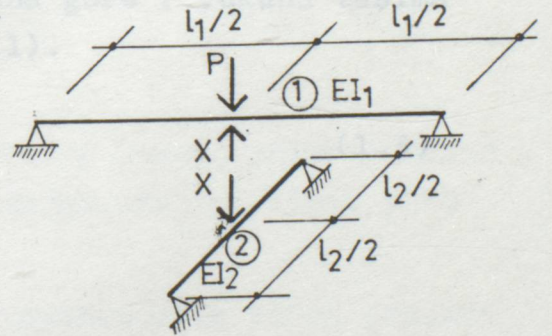
sinde, büyük alanlara sahip olan düz çatıların örtülmesinde ve bilhassa köprü döşemelerinde kullanılmaları ile bu tür sistemden yararlanılır.

Düzlem ızgara sistemler sadece yükleri iki yönlü dağıtma yetenekleri ile kalmayıp birbirine paralel yerleştirilmiş kirişler takımına göre çok daha küçük miktarlarda yerdeğiştirmeler yapacaklardır. Birbirine paralel yerleştirilmiş kirişlerin yükseklikleri çeşitli malzeme kullanımına da bağlı olarak açıklığının 1/10 ile 1/20 arasında olabilir. Izgara sistemlerde ise bu 1/30 ile 1/40 kadar küçük oranlarda değişmektedir. Bununla bir sonucu olarak büyük alanlı çok katlı yapıların kat döşemelerinde döşeme yüksekliklerinin azalması dolayısıyla yapı yüksekliğinin azalması, bu farktan ötürü ilave katlar kazanılması malzeme miktarlarından yapılan tasarruf kazançları yanında ilave katların getirdiği atıl kapasitenin kullanımından gelen değer artışı son derece ekonomik tasarımlar yapılmasında etkin olmaktadır.

Yüklerin iki yönlü iletiminin karakteristik özelliği biri diğerine dik açı ile sapanmış ve keşişme noktasında P tekil yükünü taşıyan, kenarları l_1 ve l_2 olan dikdörtgen bir alanın yatay düzlemde üzerini örtmek amacı ile yerleştirilmiş iki kirişin davranışı ile açıkça izah edilebilir (Şekil 1.1.a-1.1.b).



Şekil 1.1.a



Şekil 1.1.b.

Her iki kirişin basit mesnetli olduğunu kabul edelim. P yükünün etkisi altında kiriş 1 sehim verir ve alttaki kiriş 2 onun bu sehimine yukarı doğru bilinmiyen bir X tepkisi ile karşı koyar. Buradan kiriş 2 bilinmiyen X yükünü, kiriş 1 ise (P-X) yükünü taşıyacağı görülmektedir. Her iki kirişin açıklık ortasında δ_1 ve δ_2 sehimleri eşittir. Aynı malzemeden yapılmış bu iki kirişin atalet momentleri I_1 ve I_2 olarak tanımlanırsa;

$$\delta_1 = \frac{(P-X) \cdot l_1^3}{48 EI_1} \quad ; \quad \delta_2 = \frac{X \cdot l_2^3}{48 EI_2} \quad (1.1)$$

$$\delta_1 = \delta_2 \quad (1.2)$$

$$\frac{(P-X) \cdot l_1^3}{48 EI_1} = \frac{X \cdot l_2^3}{48 EI_2} \quad (1.3)$$

$$X = \frac{P}{1 + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{I_1}{I_2}\right)} \quad (1.4)$$

Her iki kirişin aynı atalet momentine sahip olduğunu kabul edersek kirişlerin açıklıkları oranına göre P yükünü taşıma oranları tesbit edilebilir (Tablo 1.1).

$$\frac{X}{P} = \frac{1}{1 + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^3} \quad (1.5)$$

Tablo 1.1

$\frac{l_1}{l_2}$	1	1,6	2	3	4	5
$\frac{X}{P}$	0,50	0,80	0,89	0,96	0,98	0,99

Tablo 1.1'den görüldüğü üzere kenarlar oranı 2 den daha büyük olur olmaz pratikte kısa kiriş yükün büyük kısmını taşır ve iki yönlü yük dağılımı gözden kaybolur. Aynı malzemedен yapılmış farklı uzunluklara sahip iki kirişin eşit miktarda yükü paylaşması birbirinden farklı atalet momentlerine sahip olmaları ile gerçekleştirilebilir.

$$X = \frac{P}{2} \quad (1.6)$$

$$\frac{P}{2} = \frac{P}{1 + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{I_1}{I_2}\right)} \quad (1.7)$$

$$1 = \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{I_1}{I_2}\right) \quad (1.8)$$

$$\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 \quad (1.9)$$

Yani kirişlerin atalet momentleri oranı, onların açıklıkları oranının kübüne eşit olması durumunda iki kiriş yükü eşit miktarda paylaşacaktır.

Diğer taraftan çok ekonomik tasarım elde etmek amaçlanıyorsa her iki kirişin maksimum gerilmeleri eşit olmalıdır. (1.4)ifadesindeki $\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{I_1}{I_2}\right)$ değerine r dersek

$$X = P.\left(\frac{1}{1+r}\right) ; \quad (P-X) = P.\left(\frac{r}{1+r}\right) \quad (1.10)$$

Kirişlerin açıklık ortalarındaki momentler

$$M_1 = \frac{(P-X) \cdot l_1}{4} = \frac{P \cdot l_1}{4} \left(\frac{r}{1+r}\right) \quad (1.11)$$

$$M_2 = \frac{X \cdot l_2}{4} = \frac{P \cdot l_2}{4} \left(\frac{1}{1+r}\right) \quad (1.12)$$

M_2 ifadesi l_1 ile çarpılıp bölünürse yeni ifade

$$M_2 = \frac{P \cdot l_1}{4} \left(\frac{1}{1+r}\right) \cdot \left(\frac{l_2}{l_1}\right) \quad (1.13)$$

Kirişlerin yüksekliğini h_1 ve h_2 ile gösterirsek, maksimum eğilme gerilmeleri,

$$\sigma_1 = \frac{M_1}{I_1} \cdot \left(\frac{h_1}{2}\right) = \frac{P \cdot l_1}{8} \left(\frac{r}{1+r}\right) \cdot \frac{h_1}{I_1} \quad (1.14)$$

$$\sigma_2 = \frac{M_2}{I_2} \left(\frac{h_2}{2}\right) = \frac{P \cdot l_1}{8} \left(\frac{1}{1+r}\right) \cdot \left(\frac{l_2}{l_1}\right) \cdot \frac{h_2}{I_2} \quad (1.15)$$

İşte bu σ_1 ve σ_2 gerilmesinin birbirine eşit olması gerekir. Bu eşitliği yazarsak

$$\frac{P \cdot l_1}{8} \cdot \frac{r}{1+r} \cdot \frac{h_1}{I_1} = \frac{P \cdot l_1}{8} \cdot \frac{1}{1+r} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{h_2}{I_2} \quad (1.16)$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{1}{r} \quad (1.17)$$

bu ifadede $\frac{1}{r}$ değerini daha önceki hali ile kullanırsak

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 \cdot \left(\frac{I_2}{I_1}\right) \quad (1.18)$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \quad (1.19)$$

elde edilir. O halde kirişlerin yükseklikleri oranları açıklıkları oranlarının karesine eşit seçilmesi durumunda maksimum eğilme gerilmeleri eşit olacaktır.

Yukarıdaki ifadeler her iki kirişin mesnetlerinin ankastre olması halinde geçerlidir. Yükün paylaşma oranı uzun olan kirişin uçlarından ankastre, kısa kirişin ise basit mesnetli olmaları durumunda ise biraz daha iyileşmektedir. Bu durumda;

$$\frac{(P-X) \cdot l_1^3}{192 EI_1} = \frac{X \cdot l_2^3}{48 EI_2} ; \quad X = \frac{P}{1+4 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^3 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)} \quad (1.20)$$

bulunur. Atalet momentlerinin eşit olması durumunda ise uzunlukların oranına bağlı olarak yükü paylaşma oranları Tablo 1.2 den görülebilir.

Tablo 1.2.

$\frac{l_1}{l_2}$	1	1,6	2	3	4	5
$\frac{X}{P}$	0,20	0,50	0,67	0,87	0,94	0,97

Burada gözönüne almadığımız bir durumun üzerine dikkat çekmek gerekmektedir. σ_1 veya σ_2 gerilmelerini bulurken elemanları kiriş gibi göze aldık. Aslında ızgara sistemlerin keşişme noktalarında iki yönlü dağılım vardır. Üzerine dP düşey yükü yüklenmiş bir parça gözönüne alalım. Şekil 1.2 den de görüleceği üzere bu yük altında iç tesirler (M momentleri, Q kesme kuvvetleri ve T burulmaları) komşu parçalardaki zıt yönde tesirlerle dengede olacaktır.

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} \cdot dy = dM_y, \quad \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy = dQ_y \quad \text{ve} \quad P dx dy = P \quad (1.21)$$

şeklinde tanımlar yaparak Ox ve Oy eksenleri üzerine momentler alır ve düşey denge denklemlerinden basitleştirmeler de yaparak şunları elde ederiz.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -P \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{yx}}{\partial y} = Q_x \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} = Q_y \quad (1.24)$$

İşte bu denklemlerden de görüleceği üzere tek doğrultuda yük aktaran bir kirişe ait olan denklemlerden önemli farklılıklar bulunmaktadır. (1.23) ve (1.24) denklemlerindeki belli fark yüklerin iki yönlü dağılımıdır. Bu iki denklem de gösterir ki kesme kuvveti, eğilme momentinin basit bir diferansiyeli değildir. Yani Eğilme Moment diyagramının eğimi kesme kuvvetini vermez.

Izgara analizinde kesme kuvveti eğilmeye bağlı kesme kuvveti ve burulmaya bağlı kesme kuvvetinin toplamından oluş-

Basit kiriş teorisinde yapmış olduğumuz kabullerin benzerini basit elastik eğilmede bulunan ızgara elemanı içinde yapabiliriz. Elemanda lifler şekil değiştirmeden sonra da tarafsız eksene dik kalır. Böylece eğilme gerilmeleri ve uzamalar Şekil 1.3'te görüldüğü gibi tarafsız eksenden mesafelerle lineer olarak artar. Aynı zamanda düşey doğrultuda basınç gerilmesi sıfırdır. Lakin basit kirişe benzemeyen, bir yöndeki basınç gerilmesi, onun yönündeki basınç gerilmesi kadar ona dik doğrultudaki basınç gerilmesine de bağlıdır.

$$\frac{\sigma_x}{z} = \frac{M_x}{I} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1.29)$$

$$\frac{\sigma_y}{z} = \frac{M_y}{I} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (1.30)$$

Elemanda burulma kayma gerilmeleri Şekil 1.4'teki gibi lineer dağılıma sahiptir ve tarafsız eksenden z mesafesinde kayma gerilmesi ile orantılıdır. Şöyle ki;

$$\frac{\tau_{xy}}{z} = \frac{T_{xy}}{I} = - \frac{E}{(1+\nu)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (1.31)$$

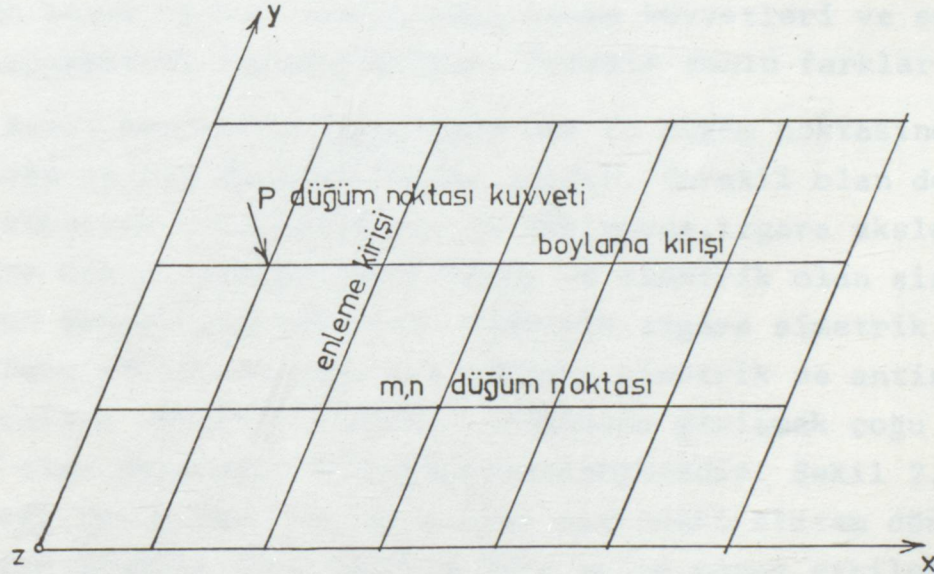
Görüldüğü üzere tek doğrultudaki yük aktaran kirişteki ifadelerle göre oldukça farklı ifadeler ile karşılaşılmıştır. Izgara kiriş ile Orthotropik Döşeme arasında benzerlikler vardır. Bu konuya daha detaylı olarak Bölüm 5'de değinilecektir.



Şekil 1.3. Eğilme gerilmeleri dağılımı. Şekil 1.4- Burulma gerilmeleri dağılımı

2. SEHİMLERİN UYGUNLUĞU METODU İLE IZGARA SİSTEMLERİN ANALİZİ

Izgara veya ızgara kirişli sistemler genel olarak farklı iki doğrultuda uzanan düz veya eğri eksenli ve çoğunlukla da bu kirişlerin arasını veya üzerini kapatan plaktan oluşan bir sistem şeklinde tariflenebilir. Böyle bir sistemde yer alan kenarlardan herhangi birine paralel yerleştirilmiş kirişlere boylama kirişleri, diğer doğrultuda yerleştirilmiş olanlara da enleme kirişleri diyebiliriz. Enleme ve Boylama kirişlerinin keşistikleri kesim noktalarına Düğüm Noktası, düğüm noktasında enleme ve boylama arasındaki reaksiyona Düğüm Kuvveti adını verebiliriz.



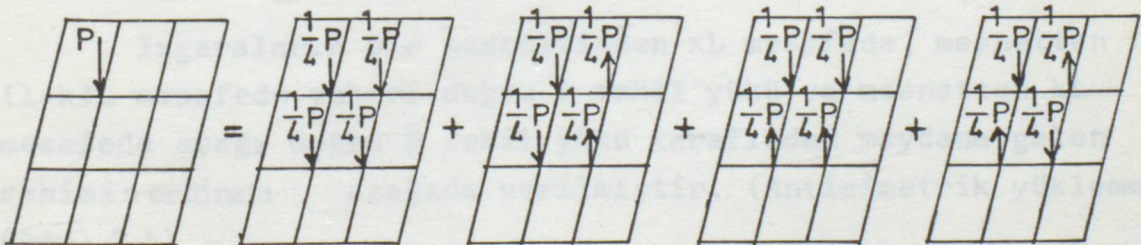
Şekil 2.1-

Izgara çerçeve düzlemi üzerinde ızgaralar pek çok değişik şekilde tertip edilebilirler. Burada ızgara çerçevesi ke-
Kaynak [4]

narlarına dik doğrultularda ve herbiri diğerine dik doğrultuda kesişen birbirlerine paralel bir takım kirişlerden meydana gelen ızgara sistemi gözönüne alınacaktır. Bu sistemde düşey taşıyıcı elemanlar sadece köşelerde yerleştirilmiş ve içteki ızgaralar bütün düğüm noktalarında sürekli kabul edilerek dıştaki ızgaralara basit mesnetli oturdukları benimsenmiştir.

Bahsedilen ızgara sehimler uygunluğu metodu ile analiz edilecektir. Bu metodda her bir ızgara kiriş takımı diğerlerinden geçici olarak ayrılır. Bilinmeyen yükler denge koşullarından temin edilir. Herhangi bir düğümde sehim, bir doğrultuda yerleştirilmiş ızgara kirişin o noktasındaki sehiminin diğer doğrultuda yerleştirilmiş ızgara kirişin aynı noktasındaki sehimine eşitlenmesi ve yüklemelerin ifade edilmesinden bulunur. Denk denklemlerin çözülmesinden her bir takımında bilinmeyen kuvvetler belirlenir. Bu kuvvetlerin bilinmesinden sonra eğilme momentleri, kesme kuvvetleri ve sehimler bütün ızgaralarda hesaplanabilir. (Örneğin sonlu farklar denklemler

Basit mesnetli ızgara için her iç düğüm noktasında bir bilinmeyen ve bir denklem takımı vardır. Gerekli olan denklem sayısı simetrik veya antisimetrik yüklemelerde, ızgara aksları birbirine dik olarak yerleştirilmiş ve simetrik olan sistemlerde son derece azalmaktadır. Simetrik ızgara simetrik olmayan yüklemeye etkisi altında ise yükleri simetrik ve antisimetrik parçalara ayırarak sistemin analizine girişmek çoğu kez karışık olan çalışmayı kolaylaştırabilmektedir. Şekil 2.2'den görüleceği üzere tek bir yük etkisi altındaki sistem dört ayrı yüklemeye grubuna göre çözümlüp daha sonra sonuç etkilerin süperpoze edilmesi ile kolaylıkla incelenebilmektedir.



Şekil 2.2-

Basit mesnetli ızgara sistem için birim yükün neden olduğu herhangi noktada sehimin ordinatını tesir katsayısı olarak kullanmak çok elverişli olmaktadır. Onlar aşağıda formlerden hesaplanabilmektedir.

Izgaranın bir mesnetinden xL mesafede, mesnetten kL mesafede P tekil yükü tarafından meydana gelen sehimin ordinatı aşağıda verilmiştir. (Şekil 2.3)

$$\delta = \frac{P \cdot L^3}{EI} \cdot [x, k] \quad (2.1)$$

$$[x, k] = \begin{cases} \frac{x}{6}(1-k)(2k-k^2-x^2) & 0 \leq x \leq k \\ \frac{k}{6}(1-x)(2x-x^2-k^2) & k \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (2.2)$$

Izgaranın bir mesnetinden xL mesafede, mesnetten $(1-k)L$ ve kL mesafelerinde aşağı doğru P tekil yükleri tarafından meydana gelen sehimin ordinatı aşağıda verilmiştir (Simetrik yükleme). (Şekil 2.4)

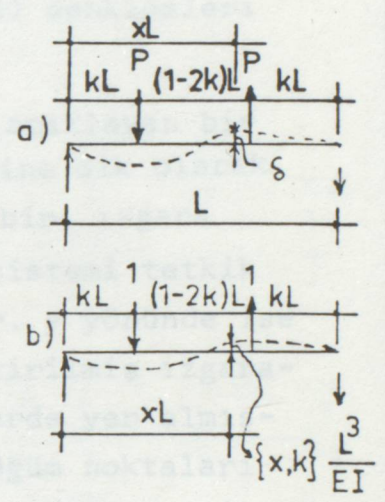
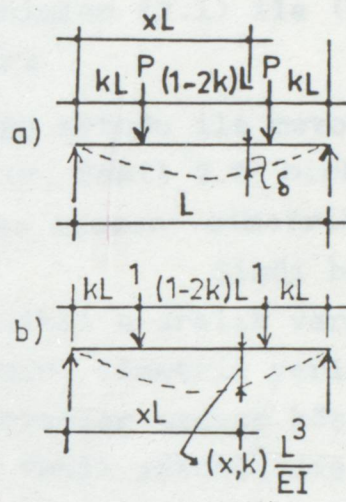
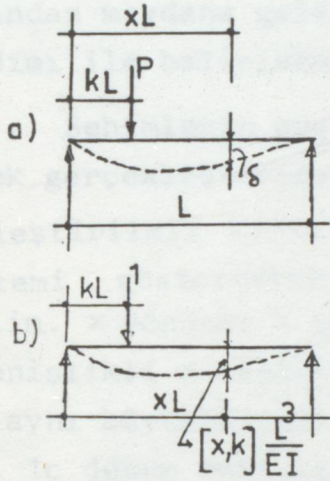
$$\delta = \frac{P \cdot L^3}{EI} (x, k) \quad (2.3)$$

$$(x, k) = \begin{cases} \frac{x}{6}(3k-3k^2-x^2) & 0 \leq x \leq k \\ \frac{k}{6}(3x-3x^2-k^2) & k \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (2.4)$$

Izgaraların bir mesnettinden xL mesafede, mesnetten $(1-k)L$ mesafede yukarı doğru P tekil yükü ve mesnetten kL mesafede aşağı doğru P tekil yükü tarafından meydana gelen sehimin ordinatı aşağıda verilmiştir. (Antisimetrik yükleme). (Şekil 2.5)

$$\delta = \frac{PL^3}{EI} \{x, k\} \quad (2.5)$$

$$\{x,k\} = \begin{cases} \frac{x}{6}(1-2k)(k-k^2-x^2) & 0 \leq x \leq k \\ \frac{k}{6}(1-2x)(x-x^2-k^2) & k \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (2.6)$$



Şekil 2.3-Kiriş üzerinde tek yük
a)Sehim Eğrisi
b)Mesnetten xL mesafede Sehim için tesir katsayıları eğrisi

Şekil 2.4-Kiriş üzerinde aşağı doğru iki eşit yük (Simetrik Yükleme)
a)Sehim eğrisi
b)Tesir katsayıları eğrisi

Şekil 2.5-Kiriş üzerinde biri aşağı doğru iki eşit yükü (Antisimetrik Yükleme).
a)Sehim eğrisi
b)Tesir katsayıları eğrisi.

Analizin uygunluğu için ızgara çerçeve tarafından taşınan yükleme düğümlerde tekil yüklere çevrilmiştir. Izgara giriş sistemine herhangi bir "r" iç düğüm noktasında etkiyen yük " P_r " dir. Bu "r" iç düğüm noktasında ızgara giriş takımından biri yani enleme girişi bilinmeyen X_r kuvvetine maruz bırakılmış ise diğer doğrultudaki ızgara giriş takımı yani boylama girişi o düğüm noktasında $P_r - X_r$ kuvvetini taşır. Izgara giriş takımından biri diğerinden ayrıldığında bu kuvvetler tarafından meydana gelen sehimler (2.1) ile (2.6) denklemleri yardımı ile belirlenebilir.

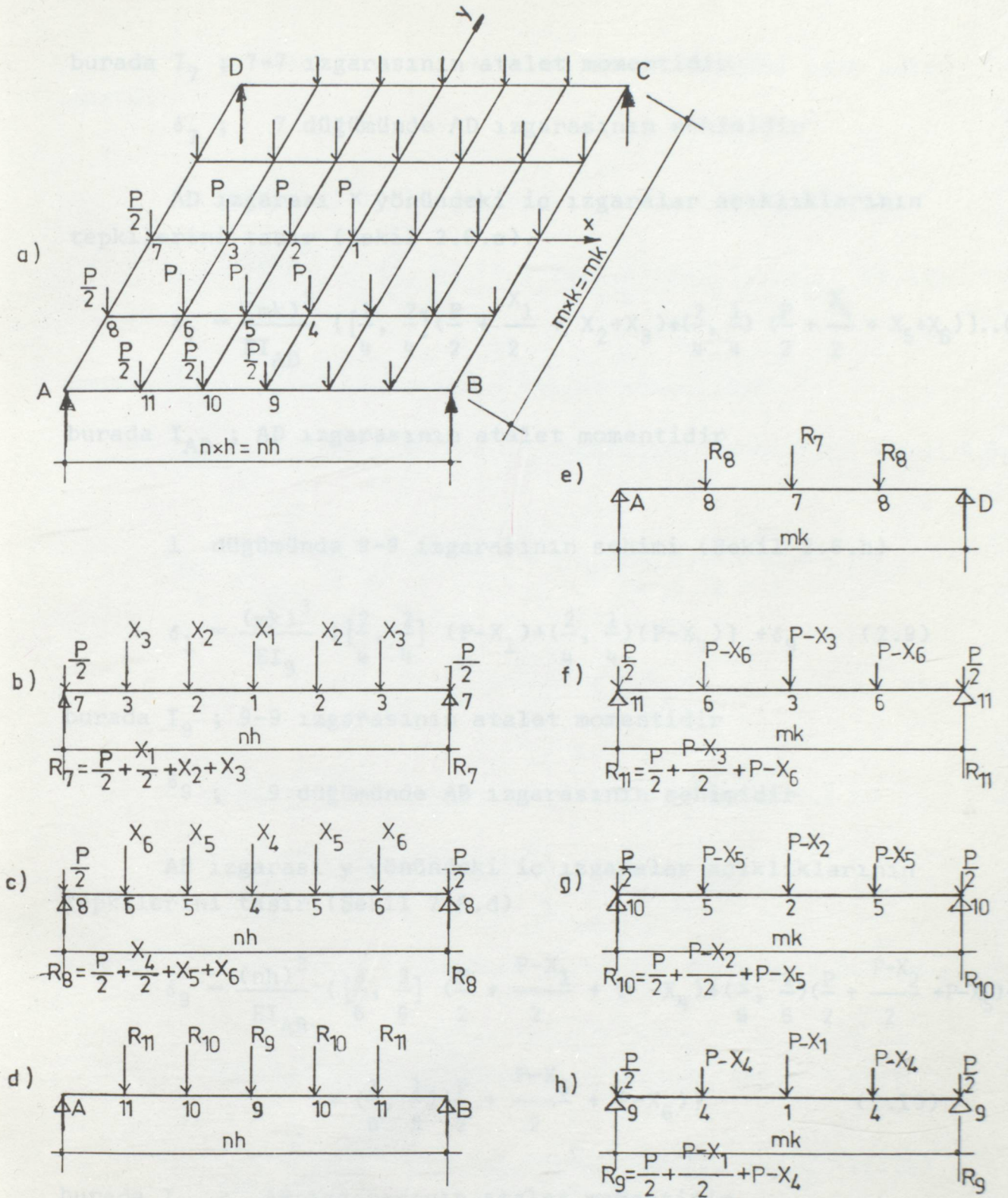
Sehimlerin uygunluğu metodu ile metodu açıklayan bir örnek gerçekleştirilecektir. Şekil 2.6' birbirine dik olarak yerleştirilmiş girişlerden oluşan simetrik bir ızgara sistemi göstermektedir. Şimdi bu sistemi tetkik edelim. x yönünde h genişlikli n aralık vardır. y yönünde ise k genişlikli m aralık vardır. Simetrik yerleştirilmiş ızgaralar aynı büyüklüktedir. Kolonlar sadece köşelerde yer almıştır. İç düğüm noktaları P tekil yükünü, dış düğüm noktaları ise, P/2 tekil yükünü taşır. Sistem böyle bir yüklemede simetrik olduğu için dörtte bir ızgara üzerinde düğümler numaralanmıştır.

x yönünde açıklığa sahip ızgaralar herhangi bir r düğüm noktasında X_r yükünü taşıyacaktır. y yönünde açıklığa sahip ızgaralar ise o düğüm noktasına uygulanan $P - X_r$ yükünün etkisi altındadır.

Bu örnekte 6 adet bilinmeyen X_r vardır. X_r 'leri belirlemek için 6 denkleme ihtiyaç vardır. Bunlar sehimlerin uygunluğu metodu ile bulunabilmektedir. Herhangi bir iç düğümde x yönündeki ızgaranın sehimi δ_1 y yönündeki ızgaranın sehimi δ_7 eşittir.

1. düğümde 7-7 ızgaranın sehimi, (Şekil 2.6.b)

$$\delta_1 = \frac{(nh)^3}{EI_7} \left\{ \left[\frac{3}{6}, \frac{3}{6} \right] X_1 + \left(\frac{3}{6}, \frac{2}{6} \right) X_2 + \left(\frac{3}{6}, \frac{1}{6} \right) X_3 \right\} + \delta_7 \quad (2.7)$$



Şekil 2.6-

burada I_7 ; 7-7 ızgarasının atalet momentidir

δ_7 ; 7 düğümünde AD ızgarasının sehimidir

AD ızgarası x yönündeki iç ızgaralar açıklıklarının tepkilerini taşır (Şekil 2.6.e).

$$\delta_7 = \frac{(mk)^3}{EI_{AD}} \left\{ \left[\frac{2}{4}, \frac{2}{4} \right] \left(\frac{P}{2} + \frac{X_1}{2} + X_2 + X_3 \right) + \left(\frac{2}{4}, \frac{1}{4} \right) \left(\frac{P}{2} + \frac{X_4}{2} + X_5 + X_6 \right) \right\} \dots (2)$$

burada I_{AD} ; AD ızgarasının atalet momentidir

1 düğümünde 9-9 ızgarasının sehimi (Şekil 2.6.h)

$$\delta_1 = \frac{(mk)^3}{EI_9} \left\{ \left[\frac{2}{4}, \frac{2}{4} \right] (P - X_1) + \left(\frac{2}{4}, \frac{1}{4} \right) (P - X_4) \right\} + \delta_9 \quad (2.9)$$

burada I_9 ; 9-9 ızgarasının atalet momentidir

δ_9 ; 9 düğümünde AB ızgarasının sehimidir

AB ızgarası y yönündeki iç ızgaralar açıklıklarının tepkilerini taşır (Şekil 2.6.d)

$$\delta_9 = \frac{(nh)^3}{EI_{AB}} \left\{ \left[\frac{3}{6}, \frac{3}{6} \right] \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_1}{2} + P - X_4 \right) + \left(\frac{3}{6}, \frac{2}{6} \right) \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_2}{2} + P - X_5 \right) + \left(\frac{3}{6}, \frac{1}{6} \right) \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_3}{2} + P - X_6 \right) \right\} \quad (2.10)$$

burada I_{AB} ; AB ızgarasının atalet momentidir.

2 düğümde 7-7 ızgarasının sehimi (Şekil 2.6.b)

$$\delta_2 = \frac{(nh)^3}{EI_7} \left\{ \left[\frac{2}{6}, \frac{3}{6} \right] X_1 + \left(\frac{2}{6}, \frac{2}{6} \right) X_2 + \left(\frac{2}{6}, \frac{1}{6} \right) X_3 \right\} + \delta_7 \quad (2.11)$$

burada δ_7 ; (Şekil 2.6.e), denklem (2.8) ile daha önce bulunmuştu.

2 düğümünde 10-10 ızgarası sehimi, (Şekil 2.6.g)

$$\delta_2 = \frac{(mk)^3}{EI_{10}} \left\{ \left[\frac{2}{4}, \frac{2}{4} \right] (P-X_2) + \left(\frac{2}{4}, \frac{1}{4} \right) (P-X_5) \right\} + \delta_{10} \quad (2.12)$$

Burada I_{10} ; 10-10 ızgarasının atalet momentidir.

δ_{10} ; 10 noktasında AB ızgarasının sehimidir (Şekil 2.6.d)

$$\delta_{10} = \frac{(nh)^3}{EI_{AB}} \left\{ \left[\frac{2}{6}, \frac{3}{6} \right] \left(\frac{P}{2} + \frac{P-X_1}{2} + P-X_4 \right) + \left(\frac{2}{6}, \frac{2}{6} \right) \left(\frac{P}{2} + \frac{P-X_2}{2} + P-X_5 \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{2}{6}, \frac{1}{6} \right) \left(\frac{P}{2} + \frac{P-X_3}{2} + P-X_6 \right) \right\} \quad (2.13)$$

3 düğümünde 7-7 ızgarasının sehimi (Şekil 2.6.b)

$$\delta_3 = \frac{(nh)^3}{EI_7} \left\{ \left[\frac{1}{6}, \frac{3}{6} \right] X_1 + \left(\frac{1}{6}, \frac{2}{6} \right) X_2 + \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6} \right) X_3 \right\} + \delta_7 \quad (2.14)$$

burada δ_7 , (Şekil 2.6.e) denklem (2.8) ile daha önce bulunmuştu

3 düğümünde 11-11 ızgarasının sehimi (Şekil 2.6.f)

$$\delta_3 = \frac{(mk)^3}{EI_{11}} \left\{ \left[\frac{2}{4}, \frac{2}{4} \right] (P-X_3) + \left(\frac{2}{4}, \frac{1}{4} \right) (P-X_6) \right\} + \delta_{11} \quad (2.15)$$

Burada I_{11} ; 11-11 ızgarasının atalet momentidir.

δ_{11} ; 11 noktasında AB ızgarasının sehimidir (Şekil 2.6.d)

$$\delta_{11} = \frac{(nh)^3}{EI_{AB}} \left\{ \left[\frac{1}{6}, \frac{3}{6} \right] \cdot \left(\frac{P}{2} + \frac{P-X_1}{2} + P-X_4 \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{6}, \frac{2}{6} \right) \left(\frac{P}{2} + \frac{P-X_2}{2} + P-X_5 \right) + \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6} \right) \left(\frac{P}{2} + \frac{P-X_3}{2} + P-X_6 \right) \right\} \quad (2.16)$$

4. düğümde 8-8 ızgarasının sehimi (Şekil 2.6.c)

$$\delta_4 = \frac{(nh)^3}{EI_8} \left\{ \left[\frac{3}{6}, \frac{3}{6} \right] X_4 + \left(\frac{3}{6}, \frac{2}{6} \right) X_5 + \left(\frac{3}{6}, \frac{1}{6} \right) X_6 \right\} + \delta_8 \quad (2.17)$$

Burada I_8 ; 8-8 ızgarasının atalet momentidir.

δ_8 ; 8 noktasında AD ızgarasının sehimidir (Şekil 2.6.e)

$$\delta_8 = \frac{(mk)^3}{EI_{AD}} \left\{ \left[\frac{1}{4}, \frac{2}{4} \right] \left(\frac{P}{2} + \frac{X_1}{2} + X_2 + X_3 \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right) \left(\frac{P}{2} + \frac{X_4}{2} + X_5 + X_6 \right) \right\} \quad (2.18)$$

4 düğümünde 9-9 ızgarasının sehimi (Şekil 2.6.h)

$$\delta_4 = \frac{(mk)^3}{EI_9} \left\{ \left[\frac{1}{4}, \frac{2}{4} \right] (P-X_1) + \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right) (P-X_4) \right\} + \delta_9 \quad (2.19)$$

burada δ_9 ; (Şekil 6.d) denklem (2.10) ile daha önce bulunmuştur.

5 düğümünde 8-8 ızgarasının sehimi (Şekil 2.6.c)

$$\delta_5 = \frac{(nh)^3}{EI_8} \left\{ \left[\frac{2}{6}, \frac{3}{6} \right] X_4 + \left(\frac{2}{6}, \frac{2}{6} \right) X_5 + \left(\frac{2}{6}, \frac{1}{6} \right) X_6 \right\} + \delta_8 \quad (2.20)$$

burada δ_8 ; (Şekil 2.6.e) denklem (2.18) ile daha önce bulunmuştur.

5 düğümünde 10-10 ızgarasının sehimi (Şekil 2.6.g)

$$\delta_5 = \frac{(mk)^3}{EI_{10}} \left\{ \left[\frac{1}{4}, \frac{2}{4} \right] (P-X_2) + \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right) (P-X_5) \right\} + \delta_{10} \quad (2.21)$$

burada δ_{10} , (Şekil 2.6.d) denklem (2.13) ile daha önce bulunmuştur

6 düğümünde 8-8 ızgarasının sehimi (Şekil 2.6.c)

$$\delta_6 = \frac{(nh)^3}{EI_8} \left\{ \left[\frac{1}{6}, \frac{3}{6} \right] X_4 + \left(\frac{1}{6}, \frac{2}{6} \right) X_5 + \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6} \right) X_6 \right\} + \delta_8 \quad (2.22)$$

burada δ_8 ; (Şekil 2.6.e) denklem (2.18) ile daha önce bulunmuştur.

6 düğümünde 11-11 ızgarasının sehimi (Şekil 2.6.f)

$$\delta_6 = \frac{(mk)^3}{EI_{11}} \left\{ \left[\frac{1}{4}, \frac{2}{4} \right] (P-X_3) + \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right) (P-X_6) \right\} + \delta_{11} \quad (2.23)$$

burada δ_{11} ; (Şekil 2-6.d) denklem (2.16) ile daha önce bulunmuştur.

Bütün denklemlerde yer alan $[x,k]$ ve (x,k) ifadelerinin sayısal değerleri denklem (2.2) ve denklem (2.4) kullanılarak hesaplanır.

$$\left[\frac{3}{3}, \frac{3}{6}\right] = \left(\frac{1}{48}\right)$$

$$\left[\frac{2}{4}, \frac{2}{4}\right] = \frac{2}{4.6} \left(1 - \frac{2}{4}\right) \left(2 \frac{2}{4} - \frac{(2)^2}{4} - \frac{(2)^2}{4}\right) = \frac{1}{48}$$

$$\left[\frac{2}{6}, \frac{3}{6}\right] = \left(\frac{1}{48}\right) \left(\frac{23}{27}\right)$$

$$\left[\frac{1}{4}, \frac{2}{4}\right] = \frac{1}{4.6} \left(1 - \frac{2}{4}\right) \left(2 - \frac{2}{4} - \frac{(2)^2}{4} - \frac{(1)^2}{4}\right) = \frac{1}{48} \frac{11}{16}$$

$$\left[\frac{1}{6}, \frac{3}{6}\right] = \left(\frac{1}{48}\right) \left(\frac{13}{27}\right)$$

$$\left(\frac{3}{6}, \frac{2}{6}\right) = \left(\frac{1}{48}\right) \left(\frac{46}{27}\right)$$

$$\left(\frac{2}{4}, \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4.6} \left(3 \frac{2}{4} - 3 \frac{(2)^2}{4} - \frac{(1)^2}{4}\right) = \frac{1}{48} \frac{11}{8}$$

$$\left(\frac{3}{6}, \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{1}{48}\right) \left(\frac{26}{27}\right)$$

$$\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4.6} \left(3 \frac{1}{4} - 3 \frac{(1)^2}{4} - \frac{(1)^2}{4}\right) = \frac{1}{48}$$

$$\left(\frac{2}{6}, \frac{2}{6}\right) = \left(\frac{1}{48}\right) \left(\frac{40}{27}\right)$$

$$\left(\frac{2}{6}, \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{1}{48}\right) \left(\frac{23}{27}\right)$$

$$\left(\frac{1}{6}, \frac{2}{6}\right) = \left(\frac{1}{48}\right) \left(\frac{23}{27}\right)$$

$$\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{1}{48}\right) \left(\frac{14}{27}\right)$$

Şu ana kadar örneğimizi en genel hal için ele aldık. Hesap karmaşasını nisbeten önlemek amacı ile örneğimizde $h = 2,00$ ve $k = 2,25$ alıp ayrıca tüm ızgara girişlerinin eğilme rijitliklerinin 1'e denk olduğunu varsayarsak (yani $EI_7 = EI_8 = EI_{AB} = EI_{AD} = EI_{11} = EI_{10} = EI_9 = 1$) yukarıda bulduğumuz ifadeleri denklem (2.7) den denklem (2.23) e kadar tümünde uygularsak aşağıdaki ifadeler bulunur. $(nh)^3 = (6 \times 2,00)^3 = a$ ve $(mk)^3 = (4 \times 2,25)^3 = b$ şeklinde tanımlamalar yaparsak;

7-7 ızgarasında

$$\delta_1 = a \frac{1}{48} \{X_1 + \frac{46}{27} X_2 + \frac{26}{27} X_3\} \\ + b \frac{1}{48} \{(\frac{P}{2} + \frac{X_1}{2} + X_2 + X_3) + \frac{11}{8} (\frac{P}{2} + \frac{X_4}{2} + X_5 + X_6)\}$$

9-9 ızgarasında

$$\delta_1 = b \frac{1}{48} \{ (P - X_1) + \frac{11}{8} (P - X_4) \} \\ + a \frac{1}{48} \{ (\frac{P}{2} + \frac{P - X_1}{2} + P - X_4) + \frac{46}{27} (\frac{P}{2} + \frac{P - X_2}{2} + P - X_5) \\ + \frac{26}{27} (\frac{P}{2} + \frac{P - X_3}{2} + P - X_6) \}$$

ilk denklemimiz 7-7 ızgarası ile 9-9 ızgarasının 1 düğümündeki sehimlerinin eşitlenmesi ile bulunacaktır. Bu yapılırsa;

$$+ (a+b \frac{1}{2} + b+a \frac{1}{2})X_1 + (a \frac{46}{27} + b+a \frac{46}{27} \frac{1}{2}) X_2 + (a \frac{26}{27} + b+a \frac{26}{27} \frac{1}{2}) X_3$$

$$+ (b \frac{11}{8} \frac{1}{2} + b \frac{11}{8} + a)X_4 + (b \frac{11}{8} + a \frac{46}{27})X_5 + (b \frac{11}{8} + a \frac{26}{27})X_6$$

$$= (-b \frac{1}{2} -b \frac{11}{8} \frac{1}{2} + b \frac{19}{8} + a2+a2 \frac{46}{27} + a 2 \frac{26}{27}) P$$

$$\textcircled{I} + \frac{3}{2}(a+b)X_1 + (\frac{3}{2} \frac{46}{27} a+b)X_2 + (\frac{3}{2} \frac{26}{27} a+b)X_3 + (a + \frac{3}{2} \frac{11}{8} b)X_4$$

$$+ (\frac{46}{27} a + \frac{11}{8} b)X_5 + (\frac{26}{27} a + \frac{11}{8} b)X_6 = (\frac{198}{27} a + \frac{19}{16} b) P$$

7-7 ızgarasında

$$\delta_2 = a \frac{1}{48} \left\{ \frac{23}{27} X_1 + \frac{40}{27} X_2 + \frac{23}{27} X_3 \right\} + b \frac{1}{48} \left\{ \left(\frac{P}{2} + \frac{X_1}{2} + X_2 + X_3 \right) + \frac{11}{8} \left(\frac{P}{2} + \frac{X_4}{2} + X_5 + X_6 \right) \right\}$$

10-10 ızgarasında

$$\delta_2 = b \frac{1}{48} \left\{ (P - X_2) + \frac{11}{8} (P - X_5) \right\} + a \frac{1}{48} \left\{ \frac{23}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_1}{2} + P - X_4 \right) + \frac{40}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_2}{2} + P - X_5 \right) + \frac{23}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_3}{2} + P - X_6 \right) \right\}$$

ikinci denkleminiz 7-7 ızgarası ile 10-10 ızgarasının 2 düğümündeki sehimlerinin eşitlenmesi ile bulunacaktır. Bu yapılsa;

$$+ \left(a \frac{23}{27} + b \frac{1}{2} + a \frac{23}{27} \frac{1}{2} \right) X_1 + \left(a \frac{40}{27} + b + b + a \frac{40}{27} \frac{1}{2} \right) X_2 + \left(a \frac{23}{27} + b + a \frac{23}{27} \frac{1}{2} \right) X_3$$

$$+ \left(b \frac{11}{8} \frac{1}{2} + a \frac{23}{27} \right) X_4 + \left(b \frac{11}{8} + b \frac{11}{8} + a \frac{40}{27} \right) X_5 + \left(b \frac{11}{8} + a \frac{23}{27} \right) X_6$$

$$= \left(-b \frac{1}{2} - b \frac{11}{8} \frac{1}{2} + b + b \frac{11}{8} + a \frac{23}{27} \frac{1}{2} + a \frac{40}{27} \frac{1}{2} + a \frac{23}{27} \frac{1}{2} \right) P$$

$$\textcircled{\text{II}} + \left(\frac{3}{2} \frac{23}{27} a + \frac{1}{2} b \right) X_1 + \left(\frac{3}{2} \frac{40}{27} a + 2b \right) X_2 + \left(\frac{3}{2} \frac{23}{27} a + b \right) X_3 + \left(\frac{23}{27} a + \frac{15}{8} b \right) X_4$$

$$+ \left(\frac{40}{27} a + \frac{22}{8} b \right) X_5 + \left(\frac{23}{27} a + \frac{11}{8} b \right) X_6 = \left(\frac{172}{27} a + \frac{19}{16} b \right) P$$

7-7 ızgarasında

$$\delta_3 = a \frac{1}{48} \left\{ \frac{13}{27} X_1 + \frac{23}{27} X_2 + \frac{14}{27} X_3 \right\} \\ + b \frac{1}{48} \left\{ \frac{P}{2} + \frac{X_1}{2} + X_2 + X_3 \right\} + \frac{11}{8} \left(\frac{P}{2} + \frac{X_4}{2} + X_5 + X_6 \right)$$

11-11 ızgarasında

$$\delta_3 = b \frac{1}{48} \left\{ (P - X_3) + \frac{11}{8} (P - X_6) \right\} + a \frac{1}{48} \left\{ \frac{13}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_1}{2} + P - X_4 \right) \right. \\ \left. + \frac{23}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_2}{2} + P - X_5 \right) + \frac{14}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_3}{2} + P - X_6 \right) \right\}$$

üçüncü denkleminiz 7-7 ızgarası ile 11-11 ızgarasının 3 düğümündeki sehimlerinin eşitlenmesi ile bulunacaktır. Bu yapılr-sa;

$$+ \left(a \frac{13}{27} + b \frac{1}{2} + a \frac{13}{27} \frac{1}{2} \right) X_1 + \left(a \frac{23}{27} + b + a \frac{23}{27} \frac{1}{2} \right) X_2 + \left(a \frac{14}{27} + b + b + a \frac{14}{27} \frac{1}{2} \right) X_3 \\ + \left(b \frac{11}{8} \frac{1}{2} + a \frac{13}{27} \right) X_4 + \left(b \frac{11}{8} + a \frac{23}{27} \right) X_5 + \left(b \frac{11}{8} + b \frac{11}{8} + a \frac{14}{27} \right) X_6 \\ = \left(-b \frac{1}{2} - b \frac{11}{8} \frac{1}{2} + b \frac{19}{8} + a 2 \frac{13}{27} + a 2 \frac{23}{27} + a 2 \frac{14}{27} \right) P$$

$$\textcircled{\text{III}} \left(\frac{3}{2} \frac{13}{27} a + \frac{1}{2} b \right) X_1 + \left(\frac{3}{2} \frac{23}{27} a + b \right) X_2 + \left(\frac{3}{2} \frac{14}{27} a + 2b \right) X_3$$

$$+ \left(\frac{13}{27} a + \frac{11}{16} b \right) X_4 + \left(\frac{23}{27} a + \frac{11}{8} b \right) X_5 + \left(\frac{14}{27} a + \frac{22}{8} b \right) X_6 = \left(\frac{100}{27} a + \frac{19}{16} b \right) P$$

8-8 ızgarasında

$$\delta_4 = a \frac{1}{48} \left\{ X_4 + \frac{46}{27} X_5 + \frac{26}{27} X_6 \right\} + b \frac{1}{48} \left\{ \frac{11}{16} \left(\frac{P}{2} + \frac{X_1}{2} + X_2 + X_3 \right) + \left(\frac{P}{2} + \frac{X_4}{2} + X_5 + X_6 \right) \right\}$$

9-9 ızgarasında

$$\delta_4 = b \frac{1}{48} \left\{ \frac{11}{16} (P - X_1) + (P - X_4) \right\} + a \frac{1}{48} \left\{ \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_1}{2} + P - X_4 \right) + \frac{46}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_2}{2} + P - X_5 \right) + \frac{26}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_3}{2} + P - X_6 \right) \right\}$$

dördüncü denkleminiz 8-8 ızgarası ile 9-9 ızgarasının 4 düğümündeki sehimlerinin eşitlenmesi ile bulunacaktır.

$$\begin{aligned} &+ \left(b \frac{11}{16} \frac{1}{2} + b \frac{11}{16} + a \frac{1}{2} \right) X_1 + \left(b \frac{11}{16} + a \frac{46}{27} \frac{1}{2} \right) X_2 + \left(b \frac{11}{16} + a \frac{26}{27} \frac{1}{2} \right) X_3 \\ &+ (a + b \frac{11}{16} \frac{1}{2} + b + a) X_4 + \left(a \frac{46}{27} + b + a \frac{46}{27} \right) X_5 + \left(a \frac{26}{27} + b + a \frac{26}{27} \right) X_6 \\ &= \left(-b \frac{11}{16} \frac{1}{2} - b \frac{27}{16} + a \frac{2}{2} + a \frac{46}{27} + a \frac{26}{27} \right) P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(IV-)} \quad &\left(\frac{1}{2} a + \frac{3}{2} \frac{11}{16} b \right) X_1 + \left(\frac{23}{27} a + \frac{11}{16} b \right) X_2 + \left(\frac{13}{27} a + \frac{11}{16} b \right) X_3 + \left(2a + \frac{3}{2} \frac{11}{16} b \right) X_4 \\ &+ \left(\frac{92}{27} a + b \right) X_5 + \left(\frac{52}{27} a + b \right) X_6 = \left(\frac{198}{27} a + \frac{27}{32} b \right) P \end{aligned}$$

8-8 ızgarasında

$$\delta_5 = a \frac{1}{48} \left\{ \frac{23}{27} X_4 + \frac{40}{27} X_5 + \frac{23}{27} X_6 \right\} + b \frac{1}{48} \left\{ \frac{11}{16} \left(\frac{P}{2} + \frac{X_1}{2} + X_2 + X_3 \right) + \left(\frac{P}{2} + \frac{X_4}{2} + X_5 + X_6 \right) \right\}$$

10-10 ızgarasında

$$\delta_5 = b \frac{1}{48} \left\{ \frac{11}{16} (P - X_2) + (P - X_5) \right\} + a \frac{1}{48} \left\{ \frac{23}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_1}{2} + P - X_4 \right) + \frac{40}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_2}{2} + P - X_5 \right) + \frac{23}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_3}{2} + P - X_6 \right) \right\}$$

beşinci denklemimiz 8-8 ızgara ile 10-10 ızgarasının 5 düğümündeki sehimlerinin eşitlenmesi ile bulunacaktır.

$$\begin{aligned} &+ \left(b \frac{11}{16} \frac{1}{2} + a \frac{23}{27} \frac{1}{2} \right) X_1 + \left(b \frac{11}{16} + b \frac{11}{16} + a \frac{40}{27} \frac{1}{2} \right) X_2 + \left(b \frac{11}{16} + a \frac{23}{27} \frac{1}{2} \right) X_3 \\ &+ \left(a \frac{23}{27} + b \frac{1}{2} + a \frac{23}{27} \right) X_4 + \left(a \frac{40}{27} + b + b + a \frac{40}{27} \right) X_5 + \left(a \frac{23}{27} + b + a \frac{23}{27} \right) X_6 \end{aligned}$$

$$= \left(-b \frac{11}{16} \frac{1}{2} - b \frac{1}{2} + b \frac{27}{16} + a \frac{23}{27} + a \frac{40}{27} + a \frac{23}{27} \right) P$$

$$\begin{aligned} &\textcircled{V-} \left(\frac{23}{54} a + \frac{11}{32} b \right) X_1 + \left(\frac{40}{54} a + \frac{22}{16} b \right) X_2 + \left(\frac{23}{54} a + \frac{11}{16} b \right) X_3 + \left(\frac{46}{27} a + \frac{1}{2} b \right) X_4 \\ &+ \left(\frac{80}{27} a + 2b \right) X_5 + \left(\frac{46}{27} a + b \right) X_6 = \left(\frac{172}{27} a + \frac{27}{32} b \right) P \end{aligned}$$

8-8 ızgarasında

$$\delta_6 = a \frac{1}{48} \left\{ \left(\frac{13}{27} \right) X_4 + \frac{23}{27} X_5 + \frac{14}{27} X_6 \right\} + b \frac{1}{48} \left\{ \frac{11}{16} \left(\frac{P}{2} + \frac{X_1}{2} + X_2 + X_3 \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{P}{2} + \frac{X_4}{2} + X_5 + X_6 \right) \right\}$$

11-11 ızgarasında

$$\delta_6 = b \frac{1}{48} \left\{ \frac{11}{16} (P - X_3) + (P - X_6) \right\} + a \frac{1}{48} \left\{ \frac{13}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_1}{2} + P - X_4 \right) \right. \\ \left. + \frac{23}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_2}{2} + P - X_5 \right) + \frac{14}{27} \left(\frac{P}{2} + \frac{P - X_3}{2} + P - X_6 \right) \right\}$$

altıncı denkleminiz 8-8 ızgarası ile 11-11 ızgarasının 6 düğümündeki sehimlerinizin eşitlenmesi ile bulunacaktır.

$$+ \left(b \frac{11}{16} + \frac{1}{2} + a \frac{13}{27} + \frac{1}{2} \right) X_1 + \left(b \frac{11}{16} + a \frac{23}{27} + \frac{1}{2} \right) X_2 + \left(b \frac{11}{16} + b \frac{11}{16} + a \frac{14}{27} + \frac{1}{2} \right) X_3 \\ + \left(a \frac{13}{27} + b \frac{1}{2} + a \frac{13}{27} \right) X_4 + \left(a \frac{23}{27} + b + a \frac{23}{27} \right) X_5 \\ + \left(a \frac{14}{27} + b + b + a \frac{14}{27} \right) X_6 = \left(-b \frac{11}{16} + \frac{1}{2} - b \frac{1}{2} + b \frac{27}{16} + a 2 \frac{13}{27} + a 2 \frac{23}{27} + a 2 \frac{14}{27} \right) P$$

$$\textcircled{\text{VI-}} \left(\frac{13}{54} a + \frac{11}{32} b \right) X_1 + \left(\frac{23}{54} a + \frac{11}{16} b \right) X_2 + \left(\frac{14}{54} a + \frac{22}{16} b \right) X_3$$

$$+ \left(\frac{26}{27} a + \frac{1}{2} b \right) X_4 + \left(\frac{46}{27} a + b \right) X_5 + \left(\frac{28}{27} a + 2b \right) X_6 = \left(\frac{100}{27} a + \frac{27}{32} b \right) P$$

bulunan bu altı denklemden a ve b değerleri yerine konarak tekrar düzenlenirse;

$$3685,5 X_1 + 5145 X_2 + 3225 X_3 + 3231,6 X_4 + 3946,4 X_5 + 2666,4 X_6 = 13537,7 P$$

$$2572,5 X_1 + 5298 X_2 + 2937 X_3 + 2838,9 X_4 + 4564,8 X_5 + 2474,4 X_6 = 11873,7 P$$

$$1612,5 X_1 + 2937 X_2 + 2802 X_3 + 1333,2 X_4 + 2474,4 X_5 + 2900,8 X_6 = 7265,7 P \quad (2.24)$$

$$1615,8 X_1 + 1973,2 X_2 + 1333,2 X_3 + 4207,8 X_4 + 6617 X_5 + 4057 X_6 = 13287,1 P$$

$$986,6 X_1 + 2282,4 X_2 + 1237,2 X_3 + 3308,5 X_4 + 6578 X_5 + 3673 X_6 = 11623,1 P$$

$$666,6 X_1 + 1237,2 X_2 + 1450,4 X_3 + 2028,5 X_4 + 3673 X_5 + 3250 X_6 = 7015,1 P$$

(2.24) ifadesi altı bilinmeyenli altı denklem takımından oluşmaktadır. Bu denklem takımının çözülmesi ile bilinmeyen

değerler elde edilir.

$$\begin{aligned} X_1 &= +2,055 P & ; & & X_4 &= +0,225 P \\ X_2 &= -0,458 P & ; & & X_5 &= +1,516 P \\ X_3 &= +0,715 P & ; & & X_6 &= -0,262 P \end{aligned} \quad (2.25)$$

Bulunan bu değerler ile ızgara giriş sisteminin birleşim noktalarında P etkisinin X miktarının x-x yönündeki giriş elemanları tarafından P-X miktarının ise y-y yönündeki giriş elemanları tarafından paylaşıldığı bulunmuştur.

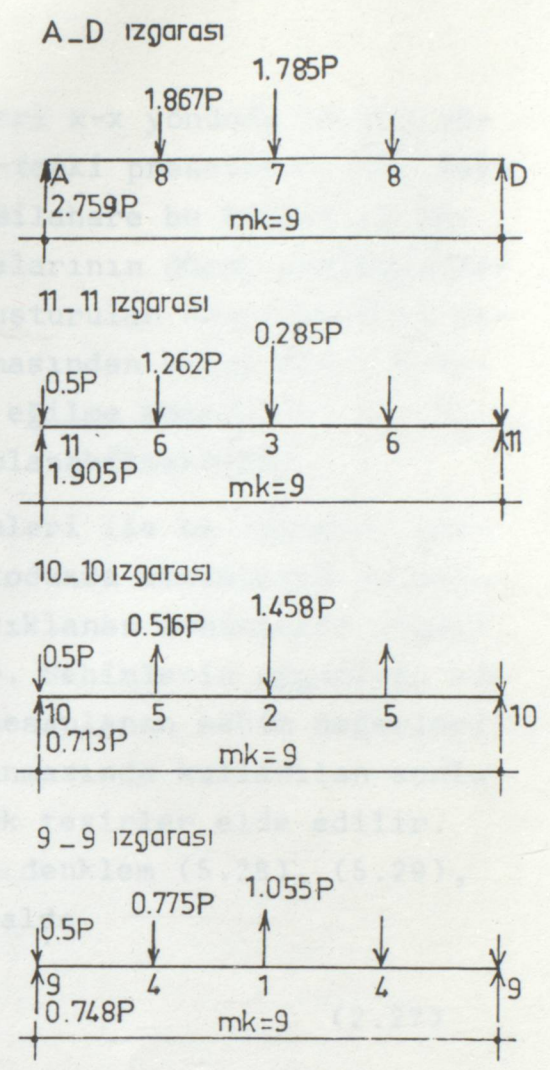
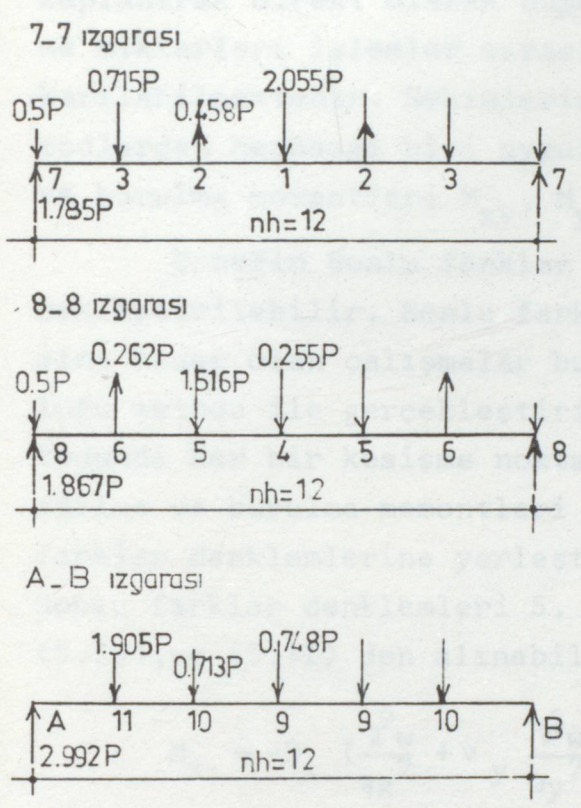
(Şekil 2.7) de görüldüğü üzere bu hesaplar yapılarak mesnet tepkileri hesaplanmıştır.

Yine bulunan X değerleri denklem 2.7'de yerine konularak δ_1 , denklem (2.11) de δ_2 , denklem (2.14) de δ_3 , denklem (2.17) de δ_4 , denklem (2.20) de δ_5 , denklem (2.22) de δ_6 , denklem (2.18) de δ_8 , denklem (2.10) da δ_9 , denklem (2.13)de δ_{10} , denklem (2.16) da δ_{11} çökme miktarları hesaplanmıştır.

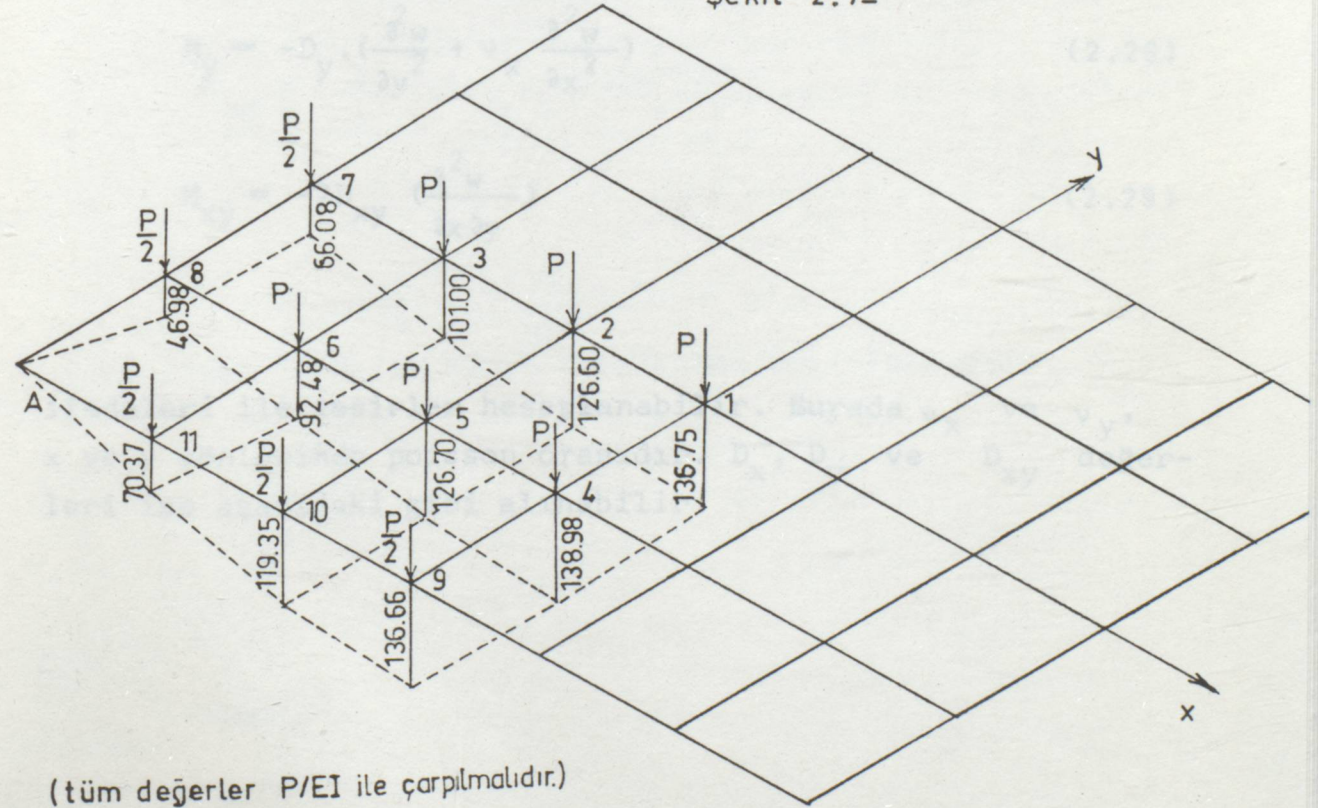
$$\begin{aligned} \delta_1 &= 136,75 P/EI & ; & & \delta_7 &= 66,08 P/EI \\ \delta_2 &= 126,60 P/EI & ; & & \delta_8 &= 46,98 P/EI \\ \delta_3 &= 101,00 P/EI & ; & & \delta_9 &= 136,66 P/EI \\ \delta_4 &= 138,98 P/EI & ; & & \delta_{10} &= 119,35 P/EI \\ \delta_5 &= 126,70 P/EI & ; & & \delta_{11} &= 70,37 P/EI \\ \delta_6 &= 92,48 P/EI \end{aligned} \quad (2.26)$$

Bu değerler şematik olarak Şekil 2.8 'de verilmiştir. Bir örnekle de incelediğimiz sehimler uygunluğu metodu

boylama kirisləri ile sulasa
nında birbirlerinden ayr
vetler altında 1982



Şekil 2.7-



(tüm değerler P/EI ile çarpılmalıdır.)

Şekil 2.8 -

boylama kirişleri ile enleme kirişleri x-x yönünde ve y-y yönünde birbirlerinden ayrılarak etki-tepki prensibine göre kuvvetler altında izole edilmektedir. Bilahare bu kuvvetler hesaplanarak direkt olarak düğüm noktalarının düşey yerdeğiştirme miktarları işlemler sırasında oluşturulan denklemlerden çıkarılabilmektedir. Sehimler bulunmasından sonra bilinen metodlardan herhangi biri uygulanarak eğilme momentleri M_x , M_y ve burulma momentleri M_{xy} , M_{yx} hesaplanabilmektedir.

Örneğin Sonlu farklar denklemleri ile bu işlemler gerçekleştirilebilir. Sonlu farklar metodunda sehimler bulunmasına kadar olan çalışmalar burada açıklanan sehimlerin uygunluğu metodu ile gerçekleştirilebilir. Sehimlerin uygunluğu metodunda her bir kesişme noktasında hesaplanan sehim değerleri eğilme ve burulma momentleri hesaplanmasında kullanılan sonlu farklar denklemlerine yerleştirilerek tesirler elde edilir. Sonlu farklar denklemleri 5. bölümde denklem (5.28), (5.29), (5.30), ve (5.31) den alınabilir. O halde

$$M_x = -D_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.27)$$

$$M_y = -D_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.28)$$

$$M_{xy} = -2D_{xy} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (2.29)$$

ifadeleri ile tesirler hesaplanabilir. Burada ν_x ve ν_y , x ve y yönlerinde poisson oranıdır. D_x , D_y ve D_{xy} değerleri ise aşağıdaki gibi alınabilir.

$$D_x = \frac{E_x \cdot h^3}{(1-\nu_x \nu_y) 12} \quad (2.30)$$

$$D_y = \frac{E_y \cdot h^3}{(1-\nu_x \nu_y) 12} \quad (2.31)$$

$$D_{xy} = \frac{E_x E_y h^3}{[E_x(1+\nu_{yx}) + E_y(1+\nu_{xy})] 12}$$

$$D_{xy} \cong \frac{1}{2} \cdot (1-\nu_x \nu_y) \cdot \sqrt{(D_x \cdot D_y)} \quad (2.32)$$

(1)
yukarıdaki ifadeler Huber tarafından belirlenmiştir.

kaynak [1]

3. ELASTİK DEFORMASYONLAR İLE IZGARA SİSTEMLERİN ANALİZİ

Tabla ve döşemelerin elastik deformasyonlarını kesin belirleme matematiksel elastisite teorisi ile son derece elverişsiz olmaktadır. Basit durumlar için mühendisler yaklaşık çözüm metodları tertip ederek kuvvetleri belirleyebilmişlerdir. Dik açılı kesişen kirişlerden oluşan yatay düzlemde bir ızgaranın düşey yükler altında deformasyon karakteristikleri ile aynı yükler altında döşemenin yüzeyi benzer elastik yüzey geliştirmektedir. Bu noktadan hareketle döşeme veya tablanın elastik yüzeyini belirlemek için bu döşemeyi denk bir ızgara sisteme dönüştürerek hesaplama gerçekleştirmek üzerinde çalışmalarda bulunulmuştur.

Yerdeğiştirme etkilerinin iletilmesinde, moment ve burulma dağılımı işlemi ve düğüm noktalarında düşey yerdeğiştirmelerin kontrolü için yardımcı kuvvet sistemi kullanma, metodun özünü teşkil eder.

Izgara üzerinde burulma momentleri ve eğilme momentleri dağıtıldıktan sonra model sehimi tanımlamak için sadece bir seri lineer denklemlerin çözülmesine gereksinim vardır. Izgara noktalarında yardımcı kuvvetler ile bilinmiyen sehimlerin oluşumunu dikkate alarak denklemleri yazmak ile bu mümkündür.

Normal yükler altında döşeme veya tablanın elastik yüzeyini belirleme işlemi aşağıdaki adımlardan meydana gelir.

- 1- Döşeme birbirine dik yardımcı seritlere ayrılır, dikkate alınan seritlerin her biri ızgara kirişlerine analog kirişlerdir.
- 2- Her ızgara kiriş kesişme noktasında dengelenmemiş momentler dağılımı için herbir farklı kirişin eğilmeye ve burulmaya dirençlerine bağlı faktörler belirlenir.

- 3- Izgaranın her tekil noktasında düşey yerdeğiştirme ve bunun sonucunda kirişler üzerinde sabit-uç momentleri tesbit edilir. Düğüm noktalarında diğerlerinden farklı sehimin oluşabileceği nokta tekil nokta olarak tanımlanabilir.
- 4- Moment ve burulma dağılım işlemi ile sabit-uç momentlerini eğilme ve burulma momentlerine dönüştürme işlemi yapılır.
- 5- Bilinmiyen yerdeğiştirmeleri dikkate alarak bütün düğüm noktalarında tepkiler hesaplanır.
- 6- Her düğüm noktasında burulmalar ve momentler hesaplanır.

3.1. Döşemenin Denk Izgaraya Dönüştürülmesi

Herhangi bir döşeme veya tabla karşılıklı dik yönlerde şeritlere bölündüğü zaman her şerit ızgara kiriş gibi dikkate alınarak ızgara sisteme dönüştürme gerçekleştirilir. Gerçekten elastisite teorisi tarafından da kontrol edilerek döşeme ve ızgara arasındaki analogi döşemenin sehim değerleri ile ızgara metodu tarafından bulunan değerler arasındaki yakınlık ile gösterilmiştir. Açıkça görülmüştür ki döşemeyi daha sık ve ince şeritlere bölme, ızgara kirişlerin sayısını arttıracaktır ve elastik yüzeyin tanımlanması çok daha doğru bir şekilde gerçekleşecektir. Şekil 3.1'de görülen döşeme birbirine dik iki seri paralel şeritlere bölünmüş, sonuç sistem onların merkez eksenleri uzunluğunca karşılıklı mesnetlenmiş bir grup rijitçe bağlanmış mütemadi kirişleri gösterir. Örneğin batı-doğu ve kuzey-güney ızgara şeritleri, birbirine dik şeritlerin merkez çizgilerinin kesişme noktalarında yerleşmiş mesnetler üzerinde mütemadi gibi dikkate alınır. Ayrıca 1-2-2-1 gibi böyle bir kiriş parçasının onun mesnetleri üzerinde burulmaya ve eğilmeye serbest olduğu kabul edilir.

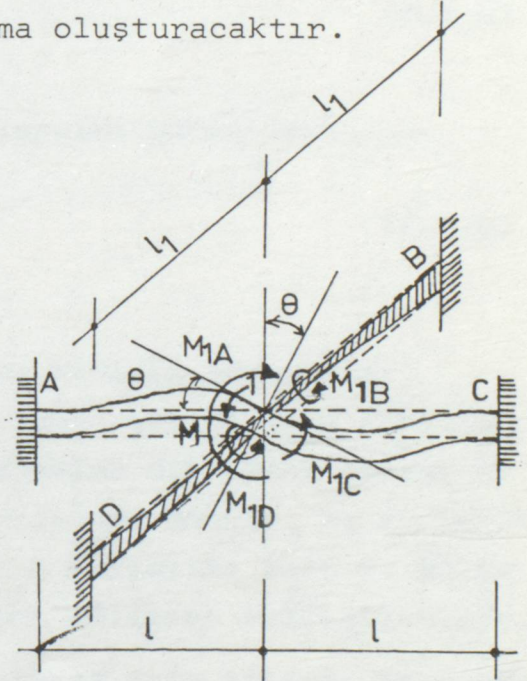
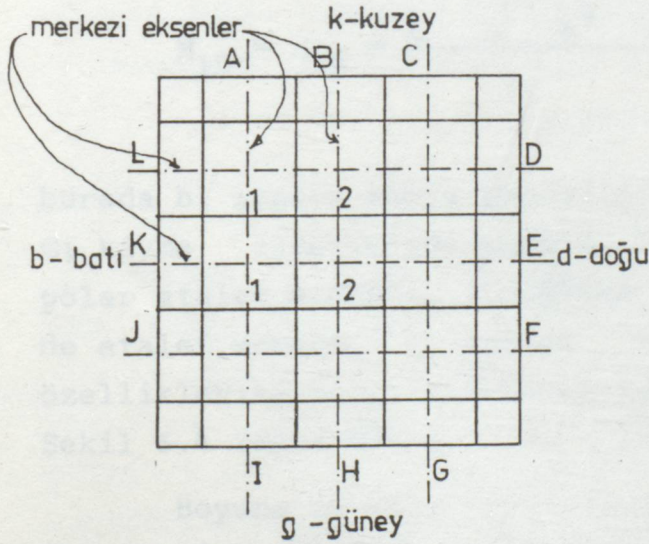
Izgara sistemin genel durumu tamamıyla döşemedekinden farksızdır. Herhangi bir ızgara kirişin en kesiti karşılaştırılan döşeme şeriti ile özdeştir.

Artık denk ızgara yüklenebilir. Dolayısıyla burulmalar ve momentler etkisi altında dağılım faktörleri ve nisbi rijitlikler bireysel kirişler için hesaplanmalıdır.

3.2- Nisbi Rijitlikler ve Dağılım Faktörleri

Şekil 3.2'de görülen rijitçe bağlanmış sistem üzerine ALC kirişi düzleminde bir moment (M) uygulanırsa sistem 1 kesişme noktasında serbest bırakıldığında elastik eğrinin eğimi bir θ açısı kadar dönecektir. Eğer B ve D noktaları burulmaya karşı sabit gerçekleştirilmiş ise D1B kirişi 1 noktasında aynı θ açısı ile burulacaktır.

Benzerlikle D1B düzleminde bir moment uygulandığında, elastik eğrinin eğiminde dönme ve bunun tabii neticesi olarak ALC kirişinde ise burulma olacaktır.



Şekil 3.1-Döşemenin bölünmesi

Şekil 3.2- Döndürülmüş rijit

düğüm noktasında eğilme ve burulma.

Uygulanmış M momentine mukavemet etmek için A1C kirişinde M_{1C} ve M_{1A} eğilme momentleri gelişecektir ve D1B kirişinde M_{1D} ve M_{1B} burulma momentleri oluşacaktır.

θ açısıyla döndüğü zaman meydana gelen M momenti aşağıda gösterilen momentlerin toplamıdır.

$$M = M_{1A} + M_{1C} + M_{1D} + M_{1B} \quad (3.1)$$

A1C kirişinde l noktasında θ birim dönme için oluşan momentler ise

$$M_{1A} = \frac{4 \cdot EI}{l} \quad \text{ve} \quad M_{1C} = \frac{4 \cdot EI}{l} \quad (3.2)$$

şeklinde tanımlanır.

D1B kirişinde θ birim burulma için, dairesel en kesitlerde oluşan burulma momentleri;

$$M_{1D} = M_{1B} = \frac{G \cdot J}{l_1} \quad (3.3.a)$$

Dikdörtgen en kesitlerinde oluşan burulma momentleri;

$$M_{1D} = M_{1B} = \frac{k \cdot b \cdot h^3 \cdot G}{l_1} \quad (3.3.b)$$

burada b; ızgara kiriş genişliği, h; kirişin yüksekliği, G; kayma elastikiyet modülü, I; ızgara şeriti veya kirişin polar atalet momenti, I; eğilme düzlemine dik eksen yönlerinde atalet momenti, E; eğilme elastikiyet modülü, k; en kesit özelliklerine bağlı bir katsayıdır. k katsayısı için 5. bölüm Şekil 5.4 değerleri $t_x = t_y = 1$ kabul edilerek kullanılabilir.

Boyuna ve enine kirişlerde moment için bilinen ifadeler ile dağılım faktörleri herhangi bir nokta için yazılabilmektedir. Örneğin;

$$M_{1A} = \frac{4 EI/\ell}{4 EI/\ell + 4 EI/\ell + G J/\ell_1 + G J/\ell_1} \quad (3.4)$$

Alelade ızgara için dağılım faktörleri enkesitler arasında uzunluklar her yönde sabit yapıldığında ve en kesitler özdeş seçildiğinde her noktada aynı olacaktır.

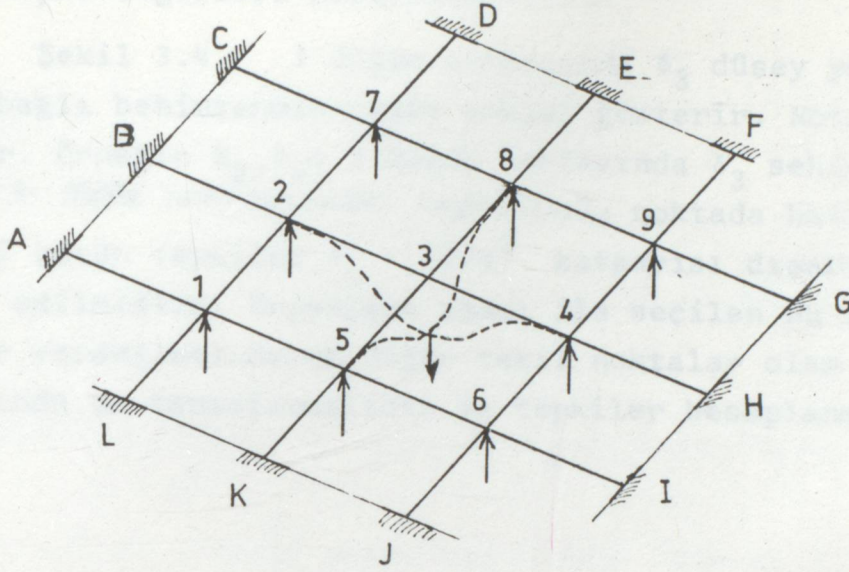
3.3- Sehımlerin Kontrolü için Yardımcı Kuvvet Sistemleri

Düğüm noktaları yük etkisi altında ötelenen herhangi bir yüklenmiş yapıya Moment dağılım işlemi uygulanmamalıdır. Bu düğüm ötelenmelerini önlemek veya kontrol için düğüm noktalarının keyfi yerdeğıştirmelerinden hasıl olan bir seri yardımcı kuvvetleri hesaplama gereklidir. Bu kuvvetler her düğüm noktasında uygulanır. Yapı üzerindeki gerçekten etkiyen kuvvetlerin oluşturacağı ötelenmeleri bu yardımcı kuvvetler dengeleyerek ötelenmelerin oluşumu engellenmelidir.

Her düğüm noktasında dengelenmemiş moment ve burulmalar için dağılım faktörlerinden sonra, Şekil 3.3'de görüldüğü gibi her tekil noktada (δ) olarak tanımlanan keyfi yerdeğıştirme sıra ile uygulanmalıdır.

Şekil 3.3'deki ızgarada tekil noktalar 1,2,3 olarak örneklenmiştir. Bütün diğeri düğüm noktalarında sehımler, benzer burulma ve moment modellerine sebep olacaktır. 3 düğüm noktasında δ_3 düşey yerdeğıştirmesinden ötürü diğeri bütün düğüm noktalarında meydana gelen tepkiler yardımcı kuvvet sistemini gösterir. Bu tepkiler yatay kıyaslama düzlemine göre düşey yerdeğıştirmeleri engeller fakat ızgara elemanında burulma ve eğilmenin önüne geçemez. Her iki ızgara elemanının uzunlukları eşit olursa, δ_3 düşey yerdeğıştirmesi (sehimi) 3 düğüm noktasında ve başlangıçta sabit 6,2,8,4 düğüm noktalarında $6 EI \cdot \delta_3 / \ell^2$ ye eşit sabit-uç momentlerine neden olur.

Momentler ilkin doğu-batı yönünde ızgara üzerinde dağıtılır ve güneyden bakıldığında alışılmış moment dağılım işaretleri benimsenmiştir.



Şekil 3.3- 3 düğüm noktasında düşey yönde verilen yerdeğiştirme.

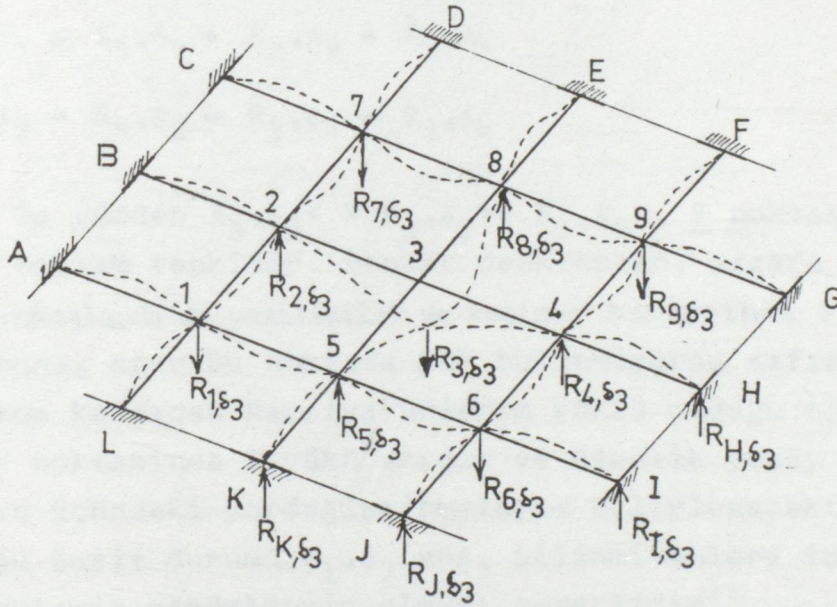
Alalede sabit-uç momentlerinin kiriş üzerinde sadece bir yönde tanıtılması yeterlidir. Simetrik ızgaralar için karşılıklı dik yönlerde model dağılım özdeş kabul edilir.

Sonra işlem ilerledikçe düğüm noktaları serbest bırakılır ve dengelenir, bütün kiriş arakesitlerinde burulmalar ve eğilme momentleri tanımlanır. Bütün düğüm noktalarının dengelenmesinden sonra dağılım işlemi sonuçlandırılır, burulma momentleri kirişin karşı uçlarına ters işaretli fakat tam değerleri ile aktarılır ve eğilme momentleri aynı işaretli yarı değerleri ile aktarılır. İkinci devir, dağılım faktörleri ile her düğüm noktasında momentlerin tekrar çarpılıp dağıtılması ile tamamlanır. Üç veya dört devir genelde ilk sabit-uç momentlerinin mükemmel dağılımını sağlar.

Her bir düğüm noktasında dağılım işlemi tamamlandığı zaman toplam alındığında kiriş uçlarında eğilme moment değerleri δ_3 düşey yerdeğiştirme dikkate alınarak belirlenmiş olur.

Kiriş uçlarındaki bu eğilme momentlerinden yararlanarak uçlardaki tepki değerleri hesaplanmalıdır.

Şekil 3.4 3 düğüm noktasında δ_3 düşey yerdeğiştirmesine bağlı benimsenmiş model sehimi gösterir. Notasyonlar açıktır. Örneğin R_9, δ_3 ; 3 düğüm noktasında δ_3 sehimi tarafından oluşan 9 düğüm noktasındaki tepkidir. Bu noktada hatırlanmalıdır ki bütün tepkiler $\delta_3 \cdot EI/l^2$ katsayısı dışarı alınarak ifade edilmiştir. Örnekleme amacı ile seçilen bu ızgarada benzer yerdeğiştirmeler diğer tekil noktalar olan 1 ve 2 noktalarında da tanımlanmalıdır ve tepkiler hesaplanmalıdır.



Şekil 3.4 3 düğüm noktasında düşey yerdeğiştirmenin neden olduğu momentler dağılımı sonrası kabul edilen elastik yüzey.

Karşılıklı ikili ilişkinin kullanılması ile herhangi bir noktada örneğin 4 noktasındaki tepkiyi yazabiliriz. Şöyle ki; δ_3 sehimine bağlı R_{4, δ_3} tepkisi, 4 düğüm noktasında δ_4 düşey yerdeğiştirmesine bağlı 3 noktasındaki tepkiye eşit olacaktır.

$$R_{4,\delta_3} = R_{4,\delta_4} \quad (3.5)$$

Böylece 3 düğüm noktasında tüm tepki, bilinmeyen δ değerleri sayesinde ızgarada bütün noktalar ile yerini değiştirerek bulunacaktır.

$$R_{1,\delta_3} + R_{2,\delta_3} + R_{3,\delta_3} + R_{4,\delta_3} + R_{5,\delta_3} + R_{6,\delta_3} + R_{7,\delta_3} + R_{8,\delta_3} + R_{9,\delta_3} \quad (3.6.a)$$

veya

$$R_{3,\delta_1} + R_{3,\delta_2} + R_{3,\delta_3} + R_{3,\delta_4} + R_{3,\delta_5} + R_{3,\delta_6} + R_{3,\delta_7} + R_{3,\delta_8} + R_{3,\delta_9} \quad (3.6.b)$$

örneğimizde sadece 3 tekil nokta var olduğu için bu 1,2 ve 3 noktalarında,

$$R_{3,\delta_1} = R_{3,\delta_7} = R_{3,\delta_9} = R_{3,\delta_6} \quad (3.7.a)$$

$$R_{3,\delta_2} = R_{3,\delta_8} = R_{3,\delta_4} = R_{3,\delta_5} \quad (3.7.b)$$

olacaktır. Bu yüzden $R_{3,\delta_3} + 4.R_{3,\delta_1} + 4.R_{3,\delta_2}$, 3 noktasında tesir eden toplam tepkidir. Benzer denklemler, ızgara üzerindeki diğer tekil noktalarda da yazılabilir ve kesişme noktasında P yükü bulunuyorsa buna, eğer bu noktada yük bulunmuyorsa sıfıra eşitlenir. Döşeme karşından karşıya üniform yüklü olduğu takdirde, her kesişme noktasında P yükü vardır ve elastik yüzey 1,2,3 noktalarının üçündeki yerdeğiştirmelerle belirlenecektir. Dolayısıyla bu basit durumda δ_1, δ_2 ve δ_3 bilinmeyenleri için sadece üç denklemin çözümlenmiş olması gereklidir.

Sehim değerleri bilinmesi ile her noktada burulmalar ve momentler, dağılım işlemi ile belirlenen değerlerin hesaplanan δ değerleri ile çarpılıp toplanmaları ile bulunur.

Şekil 3.5'de görülen ızgara her düğüm noktasında rijitce bağlanmış ve kirişler uçlarında burulma ve eğilmeye karşı tamamen sabit tesbit edilmiştir. Bu yapıda sehimler 1 düğüm noktasında tek bir yükün etkimesi halinde belirlenecektir. Bütün kirişler ℓ eşit uzunlukta ve aynı en kesitlidir. Dağılım

faktörleri her düğüm noktası için aynıdır. $G = 0,36 E$ ve $J = 2I$ alınarak dağılım faktörleri belirlenmiştir. Buna göre;

$$M_{1A} = \frac{4EI \cdot \theta}{\ell} = M_{12} \quad (3.8)$$

$$M_{1B} = \frac{GJ \cdot \theta}{\ell} = \frac{(0,36 \cdot E) \cdot (2I) \cdot \theta}{\ell} = \frac{0,72 I \theta}{\ell} = M_{13} \quad (3.9)$$

Bir düğüm noktasında M momenti bir yöndeki eğilme momentleri ile buna dik yöndeki burulma momentlerinin toplamından meydana gelmişti. O halde bu toplam içinde M_{1A} 'nin oranı;

$$M_{1A} = \frac{4 \cdot (EI \theta / \ell)}{(4+4+0,72+0,72) \cdot EI \theta / \ell} = 0,4237 M \quad (3.10)$$

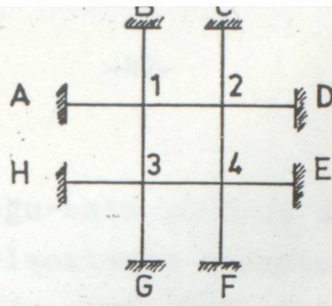
bulunmuştur. Benzer şekilde M_{1B} 'nin oranı ise;

$$M_{1B} = \frac{0,72 \cdot (EI \theta / \ell)}{(4+4+0,72+0,72) \cdot (EI \theta / \ell)} = 0,0763 M \quad (3.11)$$

bağıntısı ile belirlenebilir.

Benzer denklemler ızgara üzerinde geride kalan diğer noktalar için de oluşturulabilir. Burada dengelenmemiş momentin %42,37 si kirişte oluşan eğilme momentleri tarafından sağlanan direnç ile, %7,63 ü ise kuzey-güney doğrultusundaki kirişlerin burulma direnimleri tarafından taşınmaktadır. 1 düğüm noktası δ_1 mesafesinde düşey yerdeğiştirdiği zaman AD kiriş boyunca 2,1 ve A noktalarında ve aynı zamanda GB kiriş boyunca B,1 ve 3 noktalarında $6 \cdot EI \delta_1 / \ell^2$ sabit-uç momentlerine neden olur. Şekil 3.6'da sabit-uç momentleri 1,000 ile çarpılmış ve sabit miktar olan $EI \delta_1 / \ell^2$ hesap dışı tutularak doğu-batı kirişleri boyunca burulma ve moment dağılımı sonuçlandırılmıştır.

Momentler kuzey-güney yönlerinde dağılmaz. Çünkü doğu-batı yönündeki dağılımla kuzey-güney yönündeki dağılım aynı olacağı için bu işlem yerine daha sonra süperpoze işlemi yapılacaktır.



Şekil 3.5-

B		C	
g		g	
0		0	
0		0	
0		-458	
0		0	
97		0	
0		0	
0		23	
0		0	
6		0	
0		0	
103		-481	

A		1				2				D	
d	b	b	k	g	d	b	k	g	d	b	
0		-0.4237	-0.0763	-0.0763	-0.4237	-0.4237	-0.0763	-0.0763	-0.4237	0	
6000		6000	0	0	-6000	-6000	0	0	0	0	
0		0	0	0	0	2542	458	458	2542	0	
0		0	0	0	1271	0	0	0	0	1271	
0		-538	-97	-97	538	0	0	0	0	0	
-269		0	0	0	0	-269	0	-35	0	0	
0		0	0	0	0	129	23	23	129	0	
0		0	0	15	64	0	0	0	0	64	
0		-33	-6	-6	33	0	0	0	0	0	
-16		0	0	0	0	-16	0	-5	0	0	
0		0	0	0	0	9	2	1	9	0	
5715		5429	-103	-88	-5236	-3605	483	442	2680	1335	

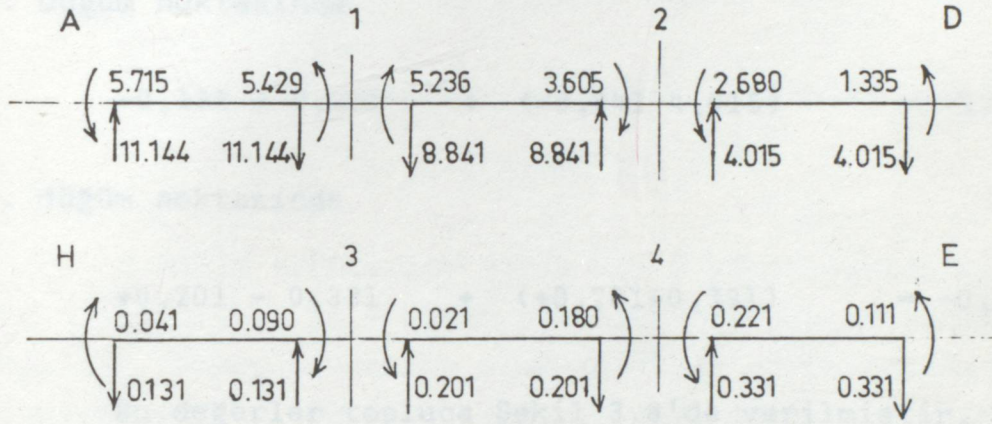
H		3				4				E	
d	b	b	k	g	d	b	k	g	d	b	
0		-0.4237	-0.0763	-0.0763	-0.4237	-0.4237	-0.0763	-0.0763	-0.4237	0	
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0		0	97	0	97	0	0	0	0	0	
0		-84	-15	-15	82	0	0	0	0	0	
-41		0	0	0	0	-41	-23	0	0	0	
0		0	0	0	0	27	5	5	27	0	
0		0	6	0	14	0	0	0	0	0	
0		-8	-2	-2	8	0	0	0	0	0	
-41		-90	86	-17	21	180	-441	40	221	110	

G		F	
k		k	
0		0	
0		0	
0		0	
0		0	
0		0	
0		-35	
0		0	
15		0	
0		0	
0		-5	
0		0	
15		40	

doğu-batı
yönünde

(tüm değerler
 $\frac{1}{1000} \cdot \frac{EI_1}{l^2}$ ile çar-
pılmalıdır.)

Denk tepkiler doğu-batı yönünde dağılım ile bulunmuş uç momentlerinden yararlanılarak hesaplanır. Statik denge denklemleri, Şekil 3.7'de görüldüğü gibi önce kirişler kendi eleman uzunluklarıncaya kısımlara ayrılır sonra statik denge denklemleri kullanılarak tepkiler belirlenir. Sabit kiriş uzunluğundan dolayı bulunan tepki değerleri $EI\delta_1/l^3$ terimi ile çarpılmalıdır.



Şekil 3.7- Izgara kirişler üzerinde Şekil 3.6 sonuç moment dağılımlarından tepkilerin belirlenmesi.

(Tüm değerler $\frac{EI \cdot \delta_1}{l^3}$ ile çarpılmalıdır.)

Şekil 3.7'deki tepki değerleri doğu-batı yönünde moment dağılımından bulunmuştur. Sistemin simetrik olmasından yararlanarak kuzey-güney yönünde de moment dağılımı ile aynı sonuçlar bulunacaktır. Bu nedenden dolayı sistemin sonuç tepki değerlerini bulmak amacı ile doğu-batı yönündeki tepkiler ile kuzey-güney yönündeki tepki değerleri düğüm noktalarında üst üste cebirsel olarak toplanmalıdır. Bu işlem yapılarak aşağıdaki değerler hesaplanmıştır.

1. düğüm noktasında

$$\begin{array}{rcl} \text{doğu-batı yönünde} & \text{kuzey-güney yönünde} & \text{sonuç tepki} \\ 11,144+8,841 & + & 11,144+8,841 \\ & & = 39,970 \end{array}$$

2. düğüm noktasında

$$-8,841 - 4,015 + (-0,131-0,201) = -13,189$$

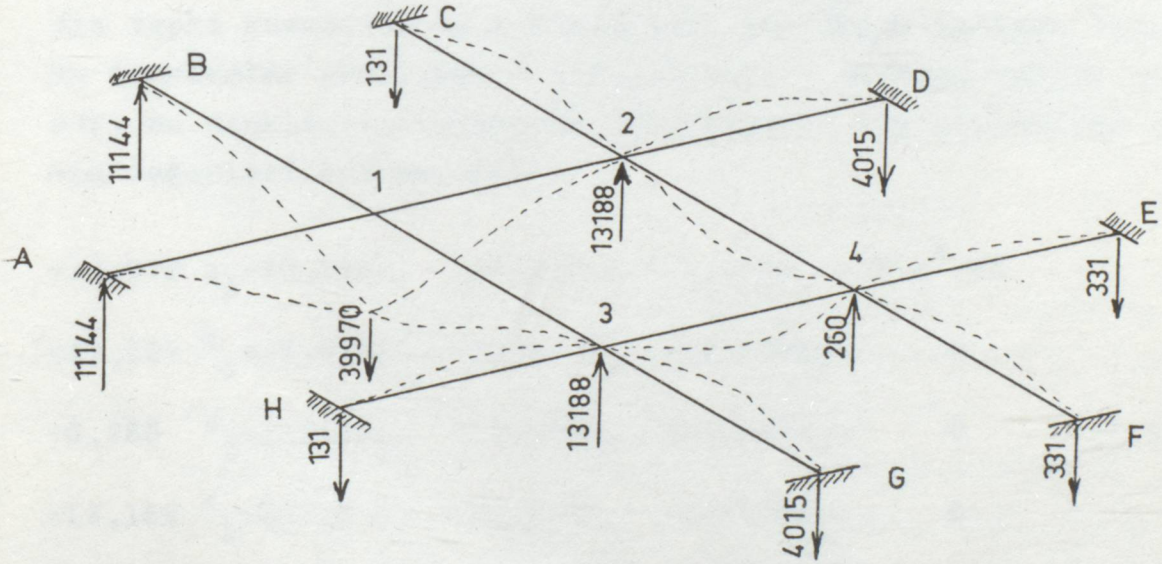
3. düğüm noktasında

$$-0,131 - 0,201 + (-8,841-4,015) = -13,188$$

4. düğüm noktasında

$$+0,201 - 0,331 + (+0,201-0,331) = -0,260$$

Bu değerler topluca Şekil 3.8'de verilmiştir.



Şekil 3.8- 1 düğüm noktasının $\delta_1 = 1$ birim düşey yerdeğiştirilmesinden dolayı oluşan tepkiler "Yardımcı kuvvet sistemi".

(Tüm değerler $\frac{1}{1000} \frac{EI \cdot \delta_1}{l^3}$ ile çarpılmalıdır)

2.düğüm noktasında $13,188 EI\delta_1/\ell^3$ tepkisine 1 düğüm noktasında δ_1 sehimi neden olmuştur. Karşı teorem gereğince 2 düğüm noktasında δ_1 sehimine eşit miktarda δ_2 sehimi verilmesi ile 1 düğüm noktasında oluşacak tepki $13,188 EI.\delta_2/\ell^3$ değerine eşit olacaktır. Benzer mantık kullanılarak 3 ve 4 düğüm noktalarında δ_1 sehimine eşit miktarda δ_3 ve δ_4 sehimi verilmesiyle 1 düğüm noktasında oluşacak tepkiler $13,188 EI\delta_3/\ell^3$ ve $0,260 EI \delta_4/\ell^3$ değerlerine eşit olacaktır.

0 halde 1 düğüm noktasında toplam tepki;

$$R_1 = +39,970 EI\delta_1/\ell^3 - 13,188 EI\delta_2/\ell^3 - 13,188 EI\delta_3/\ell^3 - 0,260 EI\delta_4/\ell^3 \quad (3.12)$$

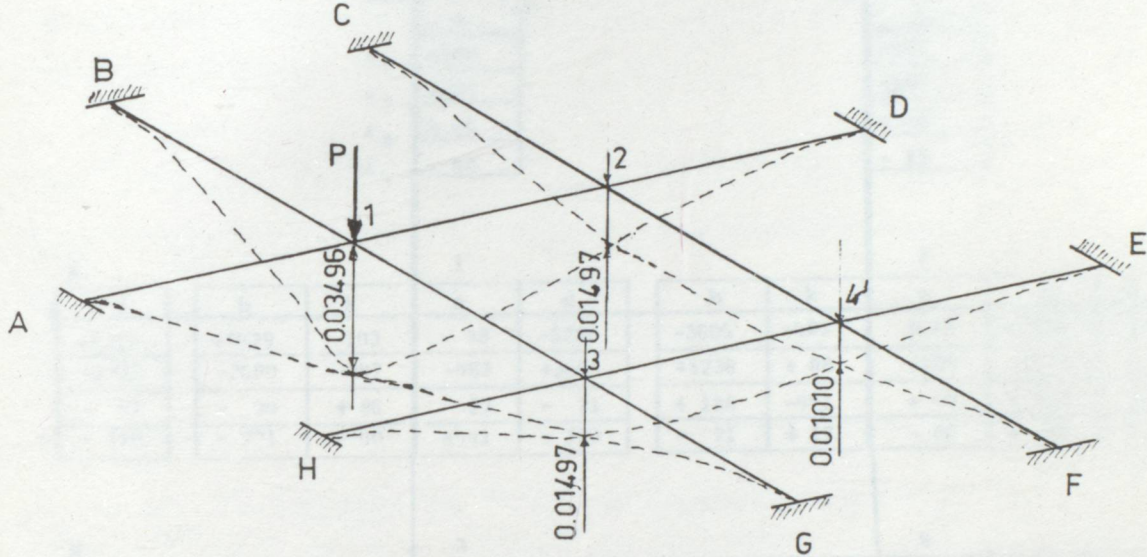
1 düğüm noktasında tekil bir P yükü uygulanmıştır. Bundan dolayı 1,2,3 ve 4 düğüm noktalarında oluşan sehimler eşit değildir. Düşey kuvvetler olmayan düğüm noktalarında (3.12) denklemi sıfıra, düşey kuvvet bulunan düğüm noktasında ise dış tepki kuvvetine eşit olacaktır. Her düğüm noktası için bu denklemler yazılırsa 4 bilinmiyenli 4 denklem takımı oluşur. Bu denklem takımlarının çözülmesi ile bilinmiyen sehim değerleri bulunacaktır.

$$\begin{aligned} +39,970 \delta_1 - 13,188\delta_2 - 13,188\delta_3 - 0,260\delta_4 &= P.\ell^3/EI \\ -13,188 \delta_1 + 39,970\delta_2 - 0,260 \delta_3 - 13,188\delta_4 &= 0 \\ -0,260 \delta_1 - 13,188\delta_2 - 13,188\delta_3 + 39,970\delta_4 &= 0 \quad (3.13) \\ -13,188 \delta_1 - 0,260 \delta_2 + 39,970\delta_3 - 13,188\delta_4 &= 0 \end{aligned}$$

(3.13) ifadesindeki dört bilinmiyenli dört denklem takımının çözülmesi ile bilinmiyen sehim miktarları elde edilir. Bu yapılarak aşağıdaki değerler hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 0,03496 \quad Pl^3/EI ; \delta_3 = 0,01497 \quad Pl^3/EI \\ \delta_2 &= 0,01497 \quad Pl^3/EI ; \delta_4 = 0,01010 \quad Pl^3/EI \end{aligned} \quad (3.14)$$

Bu sonuçlar Şekil 3.9'da gösterilmiştir.



Şekil 3.9- 1 düğüm noktasındaki P kuvvetinden dolayı ızgara sistemde oluşan düşey yerdeğiştirmeler.

Şekil 3.9-

(Tüm değerler Pl^3/EI ile çarpılmalıdır.)

Artık burulma ve eğilme momentleri bulunan yerdeğiştirmeler dikkate alınarak belirlenebilir. Şahimlerin belirlenmesinden sonra momentleri hesaplama basit bir iştir.

Şekil 3.6'dan 1 noktasındaki δ_1 miktar yerdeğiştirmesi sebebiyle meydana gelen tesirler bulunurken diğer düğüm noktaları tutulmuş idi. 0 halde 2 noktasına δ_1 miktarına eşit miktarda yerdeğiştirme verirsek aynı dağılım elde edilecektir. Keza bu işlem 3 ve 4 düğüm noktalarında da gerçekleştirilir. Bu dört ayrı durum için bulunan δ düşey yerdeğiştirmeleri ile tüm sisteme ait moment ve burulma dağılımları çarpılıp süperpoze edilerek yük altındaki sisteme ait sonuç moment ve burulmalar hesaplanabilir.

Moment ve burulma dağılımları 2 durumunda 1 durumunda bulunan değerlerin ters işaretlisi, 3 durumunda 1 durumunda bulunan değerlerle aynı işaretli, 4 durumunda ise 3 durumundaki değerlerin ters işaretlisi olarak alınmalıdır. Çünkü 1 ve 3 durumlarında moment dağılımı $+6 EI/l^2$ değeri ile yapılırken 2 ve 4 durumunda $-6 EI/l^2$ değeri ile gerçekleşmektedir.

Şekil 3.10 kullanılarak eğilme ve burulma momenti değerleri aşağıdaki şekilde hesaplanır.

					B					C				
					g					g				
					+103					-481				
					+481					-103				
					+15					+40				
					-40					-15				
					k ₁					k ₂				
					k ₃					k ₄				
					k ₅					k ₆				
					k ₇					k ₈				
					k ₉					k ₁₀				
					k ₁₁					k ₁₂				
					k ₁₃					k ₁₄				
					k ₁₅					k ₁₆				
					k ₁₇					k ₁₈				
					k ₁₉					k ₂₀				
					k ₂₁					k ₂₂				
					k ₂₃					k ₂₄				
					k ₂₅					k ₂₆				
					k ₂₇					k ₂₈				
					k ₂₉					k ₃₀				
					k ₃₁					k ₃₂				
					k ₃₃					k ₃₄				
					k ₃₅					k ₃₆				
					k ₃₇					k ₃₈				
					k ₃₉					k ₄₀				
					k ₄₁					k ₄₂				
					k ₄₃					k ₄₄				
					k ₄₅					k ₄₆				
					k ₄₇					k ₄₈				
					k ₄₉					k ₅₀				
					k ₅₁					k ₅₂				
					k ₅₃					k ₅₄				
					k ₅₅					k ₅₆				
					k ₅₇					k ₅₈				
					k ₅₉					k ₆₀				
					k ₆₁					k ₆₂				
					k ₆₃					k ₆₄				
					k ₆₅					k ₆₆				
					k ₆₇					k ₆₈				
					k ₆₉					k ₇₀				
					k ₇₁					k ₇₂				
					k ₇₃					k ₇₄				
					k ₇₅					k ₇₆				
					k ₇₇					k ₇₈				
					k ₇₉					k ₈₀				
					k ₈₁					k ₈₂				
					k ₈₃					k ₈₄				
					k ₈₅					k ₈₆				
					k ₈₇					k ₈₈				
					k ₈₉					k ₉₀				
					k ₉₁					k ₉₂				
					k ₉₃					k ₉₄				
					k ₉₅					k ₉₆				
					k ₉₇					k ₉₈				
					k ₉₉					k ₁₀₀				
					k ₁₀₁					k ₁₀₂				
					k ₁₀₃					k ₁₀₄				
					k ₁₀₅					k ₁₀₆				
					k ₁₀₇					k ₁₀₈				
					k ₁₀₉					k ₁₁₀				
					k ₁₁₁					k ₁₁₂				
					k ₁₁₃					k ₁₁₄				
					k ₁₁₅					k ₁₁₆				
					k ₁₁₇					k ₁₁₈				
					k ₁₁₉					k ₁₂₀				
					k ₁₂₁					k ₁₂₂				
					k ₁₂₃					k ₁₂₄				
					k ₁₂₅					k ₁₂₆				
					k ₁₂₇					k ₁₂₈				
					k ₁₂₉					k ₁₃₀				
					k ₁₃₁					k ₁₃₂				
					k ₁₃₃					k ₁₃₄				
					k ₁₃₅					k ₁₃₆				
					k ₁₃₇					k ₁₃₈				
					k ₁₃₉					k ₁₄₀				
					k ₁₄₁					k ₁₄₂				
					k ₁₄₃					k ₁₄₄				
					k ₁₄₅					k ₁₄₆				
					k ₁₄₇					k ₁₄₈				
					k ₁₄₉					k ₁₅₀				
					k ₁₅₁					k ₁₅₂				
					k ₁₅₃					k ₁₅₄				
					k ₁₅₅					k ₁₅₆				
					k ₁₅₇					k ₁₅₈				
					k ₁₅₉					k ₁₆₀				
					k ₁₆₁					k ₁₆₂				
					k ₁₆₃					k ₁₆₄				
					k ₁₆₅					k ₁₆₆				
					k ₁₆₇					k ₁₆₈				
					k ₁₆₉					k ₁₇₀				
					k ₁₇₁					k ₁₇₂				
					k ₁₇₃					k ₁₇₄				
					k ₁₇₅					k ₁₇₆				
					k ₁₇₇					k ₁₇₈				
					k ₁₇₉					k ₁₈₀				
					k ₁₈₁					k ₁₈₂				
					k ₁₈₃					k ₁₈₄				
					k ₁₈₅					k ₁₈₆				
					k ₁₈₇					k ₁₈₈				
					k ₁₈₉					k ₁₉₀				
					k ₁₉₁					k ₁₉₂				
					k ₁₉₃					k ₁₉₄				
					k ₁₉₅					k ₁₉₆				
					k ₁₉₇					k ₁₉₈				
					k ₁₉₉					k ₂₀₀				
					k ₂₀₁					k ₂₀₂				
					k ₂₀₃					k ₂₀₄				
					k ₂₀₅					k ₂₀₆				
					k ₂₀₇					k ₂₀₈				
					k ₂₀₉					k ₂₁₀				
					k ₂₁₁					k ₂₁₂				
					k ₂₁₃					k ₂₁₄				
					k ₂₁₅					k ₂₁₆				
					k ₂₁₇					k ₂₁₈				
					k ₂₁₉					k ₂₂₀				
					k ₂₂₁					k ₂₂₂				
					k ₂₂₃					k ₂₂₄				
					k ₂₂₅					k ₂₂₆				
					k ₂₂₇					k ₂₂₈				
					k ₂₂₉					k ₂₃₀				
					k ₂₃₁					k ₂₃₂				
					k ₂₃₃					k ₂₃₄				
					k ₂₃₅					k ₂₃₆				
					k ₂₃₇					k ₂₃₈				
					k ₂₃₉					k ₂₄₀				
					k ₂₄₁					k ₂₄₂				
					k ₂₄₃					k ₂₄₄				
					k ₂₄₅					k ₂₄₆				
					k ₂₄₇					k ₂₄₈				
					k ₂₄₉					k ₂₅₀				
					k ₂₅₁					k ₂₅₂				
					k ₂₅₃					k ₂₅₄				
					k ₂₅₅					k ₂₅₆				
					k ₂₅₇					k ₂₅₈				
					k ₂₅₉					k ₂₆₀				
					k ₂₆₁					k ₂₆₂				
					k ₂₆₃					k ₂₆₄				
					k ₂₆₅					k ₂₆₆				
					k ₂₆₇					k ₂₆₈				
					k ₂₆₉					k ₂₇₀				
					k ₂₇₁					k ₂₇₂				
					k ₂₇₃					k ₂₇₄				
					k ₂₇₅					k ₂₇₆				
					k ₂₇₇					k ₂₇₈				
					k ₂₇₉					k ₂₈₀				
					k ₂₈₁					k ₂₈₂				
					k ₂₈₃					k ₂₈₄				
					k ₂₈₅					k ₂₈₆				
					k ₂₈₇					k ₂₈₈				
					k ₂₈₉					k ₂₉₀				
					k ₂₉₁					k ₂₉₂				
					k ₂₉₃					k ₂₉₄				
					k ₂₉₅					k ₂₉₆				
					k ₂₉₇					k ₂₉₈				
					k ₂₉₉					k ₃₀₀				
					k ₃₀₁					k ₃₀₂				
					k ₃₀₃					k ₃₀₄				
					k ₃₀₅					k ₃₀₆				
					k ₃₀₇					k ₃₀₈				
					k ₃₀₉					k ₃₁₀				
					k ₃₁₁					k ₃₁₂				
					k ₃₁₃					k ₃₁₄				
					k ₃₁₅					k ₃₁₆				
					k ₃₁₇					k ₃₁₈				
					k ₃₁₉					k ₃₂₀				
					k ₃₂₁					k ₃₂₂				
					k ₃₂₃					k ₃₂₄				
					k ₃₂₅					k ₃₂₆				
					k ₃₂₇					k ₃₂₈				
					k ₃₂₉					k ₃₃₀				
					k ₃₃₁					k ₃₃₂				
					k ₃₃₃					k ₃₃₄				
					k ₃₃₅					k ₃₃₆				
					k ₃₃₇					k ₃₃₈				
					k ₃₃₉					k ₃₄₀				
					k ₃₄₁					k ₃₄₂				
					k ₃₄₃					k ₃₄₄				
					k ₃₄₅					k ₃₄₆				
					k ₃₄₇					k ₃₄₈				
					k ₃₄₉					k ₃₅₀				
					k ₃₅₁					k ₃₅₂				
					k ₃₅₃					k ₃₅₄				
					k ₃₅₅					k ₃₅₆				
					k ₃₅₇					k ₃₅₈				
					k ₃₅₉					k ₃₆₀				
					k ₃₆₁					k ₃₆₂				
					k ₃₆₃					k ₃₆₄				
					k ₃₆₅					k ₃₆₆				
					k ₃₆₇					k ₃₆₈				
					k ₃₆₉					k ₃₇₀				
					k ₃₇₁					k ₃₇₂				
					k ₃₇₃					k ₃₇₄				
					k ₃₇₅					k ₃₇₆				
					k ₃₇₇					k ₃₇₈				
					k ₃₇₉					k ₃₈₀				
					k ₃₈₁					k ₃₈₂				
					k ₃₈₃					k ₃₈₄				
					k ₃₈₅					k ₃₈₆				
					k ₃₈₇					k ₃₈₈				
					k ₃₈₉					k ₃₉₀				
					k ₃₉₁					k ₃₉₂				
					k ₃₉₃					k ₃₉₄				
					k ₃₉₅					k ₃₉₆				
					k ₃₉₇					k ₃₉₈				
					k ₃₉₉					k ₄₀₀				
					k ₄₀₁					k ₄₀₂				
					k ₄₀₃					k ₄₀₄				
					k ₄₀₅					k ₄₀₆				
					k ₄₀₇					k ₄₀₈				
					k ₄₀₉					k ₄₁₀				
					k ₄₁₁					k ₄₁₂				
					k ₄₁₃					k ₄₁₄				
					k ₄₁₅					k ₄₁₆				
					k ₄₁₇					k ₄₁₈				
					k ₄₁₉					k ₄₂₀				
					k ₄₂₁					k ₄₂₂				
					k ₄₂₃					k ₄₂₄				
					k ₄₂₅					k ₄₂₆				
					k ₄₂₇					k ₄₂₈				
					k ₄₂₉					k ₄₃₀				
					k ₄₃₁					k ₄₃₂				
					k ₄₃₃					k ₄₃₄				
					k ₄₃₅					k ₄₃₆				
					k ₄₃₇					k ₄₃₈				
					k ₄₃₉					k ₄₄₀				
					k ₄₄₁					k ₄₄₂				
					k ₄₄₃					k ₄₄₄				
					k ₄₄₅					k ₄₄₆				
					k ₄₄₇					k ₄₄₈				
					k ₄₄₉					k ₄₅₀				
					k ₄₅₁					k ₄₅₂				
					k ₄₅₃					k ₄₅₄				
					k ₄₅₅					k ₄₅₆				
					k ₄₅₇					k ₄₅₈				
					k ₄₅₉					k ₄₆₀				
					k ₄₆₁					k ₄₆₂				
					k ₄₆₃					k ₄₆₄				
					k ₄₆₅					k ₄₆₆				
					k ₄₆₇					k ₄₆₈				
					k ₄₆₉					k ₄₇₀				

4. EĞİN-SERİN-DÜĞME DEĞERLERİNİN İÇİÇİ YERİNE SİSTEMLERİN ANALİZİ

$$M_{A1} = -M_{B1} = [+5715 \cdot 0,03496 - 1335 \cdot 0,01497 - 41 \cdot 0,01497 - 110 \cdot 0,01010]$$

$$Eğim \cdot \left(\frac{1}{1000} \cdot \frac{EI}{\ell^2} \right) \cdot \left(\frac{P\ell^3}{EI} \right) = 0,1781 \cdot P\ell \quad (3.15)$$

(3.15) ifadesine benzer uygulama yapılarak aşağıdaki değerler elde edilir.

$M_{1A} = -M_{1B} = +0,1461 \cdot P\ell$	$T_{1B} = -0,0093 \cdot P\ell = -T_{1A}$
$M_{H3} = -M_{C2} = +0,0690 \cdot P\ell$	$T_{2C} = +0,0118 \cdot P\ell = -T_{3M}$
$M_{3H} = -M_{2C} = +0,0478 \cdot P\ell$	$T_{3G} = -0,0002 \cdot P\ell = -T_{2D}$
$-M_{G3} = M_{D2} = -0,0368 \cdot P\ell$	$T_{4F} = +0,0078 \cdot P\ell = -T_{4E}$
$-M_{3G} = M_{2D} = +0,0166 \cdot P\ell$	$T_{13} = -0,0061 \cdot P\ell = -T_{12}$
$-M_{F4} = M_{E4} = -0,0333 \cdot P\ell$	$T_{31} = -0,0036 \cdot P\ell = -T_{21}$
$-M_{4F} = M_{4E} = -0,0056 \cdot P\ell$	$T_{24} = +0,0167 \cdot P\ell = -T_{34}$
$M_{12} = -M_{13} = -0,1306 \cdot P\ell$	$T_{42} = -0,0070 \cdot P\ell = -T_{43}$
$M_{21} = -M_{31} = -0,0452 \cdot P\ell$	
$-M_{24} = M_{34} = -0,0439 \cdot P\ell$	
$-M_{42} = M_{43} = +0,0049 \cdot P\ell$	

4. EĞİM-SEHİM-DÖNME DENKLEMLERİ İLE IZGARA SİSTEMLERİN ANALİZİ

Eğim-sehim-dönme metodu kullanılarak oluşturulan bir takım denge denklemleri ile burulma rijitlikleri de dikkate alınarak ızgara kiriş sistemler çözümlenebilmektedir.

Bilindiği üzere döşemeler ızgara analogisi ile yaklaşık olarak çözümlenebilmektedir. Burada mesnet şekli ve sayısı ile sınır koşulları belirli olan birbirine dik şeritlerle ayrılmış döşemenin analizi ızgara sistem ile çözümlenecektir. Dikkate alınan döşeme son derece sık şeritlerle bölümlere ayrılırsa çözüm de o derece doğruya yaklaşmaktadır. Eğim-sehim-dönme metodu ile çözümlenmede Poisson oranı etkisi gözönüne alınamamaktadır. Fakat bu etki bir çok durumda özellikle pratik mühendislik uygulamalarında çok küçük öneme sahiptir.

Şekil 4.1'de ABC eksenine paralel düzlemlerdeki açısal deformasyonlar eğilme dönmesi ve DBE eksenine paralel açısal deformasyonlar burulma dönmesi olarak tanımlanacaktır.

İşaret kuralı: C ve E'den bakıldığında görüldüğü gibi saatin yönünün tersi istikametindeki noktaların burulma dönmesi pozitifdir. Aşağıya doğru düşey yerdeğiştirmeler pozitifdir. C ve E den bakıldığı zaman saat yönünde noktayı döndürmeye çalışan eğilme ve burulma momentleri pozitifdir.

Kesme kuvvetleri ve düşey yükler noktayı yukarı doğru yerdeğiştirmeye yönlendiriyorsa pozitifdir.

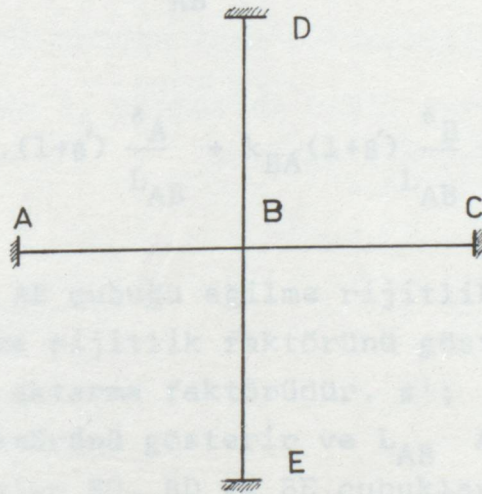
Kirişleri birbirine dik ızgarada düğüm noktasının sehim ve her iki yönde düğüm noktalarının dönmesi dikkate alınarak eğilme ve burulma momentleri ifade edilirse çözümlenebilir. Her bir düğüm noktasında üç bilinmeyen vardır. Bunlar iki adet dönme ve bir adet sehimdir ve biz burada denge denklemlerini kurarak düğüm noktasının her yönünde etkiyen tüm momentlerin toplamlarının sıfır ve düşey kuvvet-

lerin toplamlarının o düğüm noktasında sıfır olmasını sağlayabiliriz.

Düğüm noktaları sayısı, simetrik yapı hesaplarında simetrik ve antisimetrik yüklemeler için azalabilmektedir.

Eğim-sehim-dönme denklemlerinin belirlenmesi:

Şekil 4.1 de ızgara kirişin A,B,C,D,E düğüm noktalarını içeren bir bölümü görülmektedir. ABC ekseninde B düğüm noktasının dengesi üzerinde çalışılacaktır ve ABC eksenine paralel düzlemlerde açısal deformasyonların tümü eğilme dönmesi, ve DBE eksenine paralel düzlemde deformasyonların tümü burulma dönmesi gibi tanımlanacaktır.



Şekil 4.1-

Yapının yüklendiği ve tüm eğilme ve burulma dönmeleri ile sehimler tutulduğunu kabul edelim. Böyle bir yapının gerçek davranışını aşağıdaki adımlarla bulabiliriz.

Adım 1- Yükler uygulanmış fakat eğilme ve burulma dönmeleri ve sehimler tutulmuş.

Eğilme sabit-uç momentleri M_{FAB} ve M_{FBA} , AB çubuk uçlarında oluşacak ve BD çubuk uçlarında T_{FBD} ve T_{FDB} burulma sabit-uç momentleri oluşacaktır. Eğilme ve burulma uç momentleri bütün çubuklarda oluşacak ve B düğüm noktası oluşacak her bir tesir tarafından zorlanacaktır.

Adım 2- Düğüm noktaları sehim verebilir fakat eğilme ve burulma dönmeleri tutulmuştur.

A ve B noktalarının δ_A ve δ_B düşey yerdeğiştirmelerine bağlı M_{AB} ve M_{BA} eğilme momentleri;

$$M_{AB\delta} = k_{AB} \cdot (1+\beta) \frac{\delta_A}{L_{AB}} + k_{AB} (1+\beta) \frac{\delta_B}{L_{AB}} \quad (4.1.a)$$

$$M_{BA\delta} = k_{BA} \cdot (1+\beta') \frac{\delta_A}{L_{AB}} + k_{BA} (1+\beta') \frac{\delta_B}{L_{AB}} \quad (4.1.b)$$

burada k_{AB} A da, AB çubuğu eğilme rijitlik faktörü, k_{BA} , B de AB çubuğu eğilme rijitlik faktörünü gösterir. β ; A'dan B'ye eğilmede yük aktarma faktörüdür. β' ; B'den A'ya eğilmede yük aktarma faktörünü gösterir ve L_{AB} AB çubuğu açıklığıdır. Benzeri ifadeler BC, BD ve BE çubukları içinde bulunabilmektedir.

Adım 3- Düğüm noktası eğilme dönmesi yapabilir, fakat sehimler ve burulma dönmeleri tutulmuştur.

Her bir noktanın eğilme dönmesi ayrı ayrı analiz edilecektir.

A da eğilme dönmesi.- A düğüm noktasında θ_A eğilme dönmesine bağlı $M_{AB\theta_A}$ ve $M_{BA\theta_A}$ eğilme momentleri

$$M_{AB\theta_A} = k_{AB} \cdot \theta_A \quad (4.2.a)$$

$$M_{BA\theta_A} = \beta \cdot k_{AB} \cdot \theta_A \quad (4.2.b)$$

B de eğilme dönmesi.- B düğüm noktasında bir θ_B eğilme dönmesi B de bir araya gelen dört çubuğu etkiler. AB çubuğunda şunları yazabiliriz.

$$M_{AB\theta_B} = \beta' \cdot k_{AB} \cdot \theta_B \quad (4.3.a)$$

$$M_{BA\theta_B} = k_{BA} \cdot \theta_B \quad (4.3.b)$$

Benzeri ifadeler BC çubuğu için bulunabilir.

BD çubuğunda θ_B dönmesine bağlı burulma uç momentleri $T_{BD\theta_B}$ ve $T_{DB\theta_B}$ meydana çıkacaktır.

$$T_{BD\theta_B} = k_{TBD} \cdot \theta_B \quad (4.4.a)$$

$$T_{DB\theta_B} = -k_{TBD} \cdot \theta_B \quad (4.4.b)$$

burada k_{TBD} BD çubuğu için burulma rijitlik faktörüdür.

Benzer ifadeler BE çubuğu için bulunabilir.

C de eğilme dönmesi.- Bir θ_C eğilme dönmesi, BC çubuğunda θ_A eğilme dönmesinin AB çubuğunda sebep olduğu etkilere benzer etkilere sebep olacaktır ve bu sebepten BC çubuğu içinde(4.2) eşitliklerine benzer denklemler kurulabilmektedir.

D de eğilme dönmesi.- Bir θ_D eğilme dönmesi BD çubuğunda $T_{BD\theta_D}$ ve $T_{DB\theta_D}$ burulma uç momentlerine neden olacaktır.

$$T_{BD\theta_D} = -k_{TBD} \theta_D \quad (4.4.c)$$

$$T_{DB\theta_D} = k_{TBD} \theta_D \quad (4.4.d)$$

E de eğilme dönmesi.- Bir θ_E eğilme dönmesi BD çubuğunda θ_D eğilme dönmesinin neden olduğu aynı etkiyi BE çubuğunda yapacaktır. Bu sebepten (4.4.c) ve (4.4.d) denklemlerine benzer denklemler BE çubuğu içinde kurulabilir.

Adım 4- Düğümler burulma dönmeleri yapabilir, eğilme dönmeleri ve sehimler tutulmuştur.

4. adım için 3. adımdaki denklemlere benzer denklemler kurulabilir (Eğer AB ve BC çubukları yerine EB ve BD çubukları yerleştirilir ve eğilme dönmeleri yerine burulma dönmeleri yerleştirilirse).

Eğer dört adımdaki etkiler süperpoze edilirse, sonuç durum gerçek yapının tepkisini gösterecektir.

AB çubuğunda sonuç eğilme uç momentleri:

$$M_{AB} = M_{FAB} + M_{AB\delta} + M_{AB\theta_A} + M_{AB\theta_B} \quad (4.5.a)$$

$$M_{BA} = M_{FBA} + M_{BA\delta} + M_{BA\theta_A} + M_{BA\theta_B} \quad (4.5.b)$$

Eğer denklem (4.1a-2a-3a) ve denklem (4.1b-2b-3b) değerleri (4.5.a-b) denkleminde yerleştirilirse:

$$M_{AB} = M_{FAB} - k_{AB}(1+\beta) \frac{\delta_A}{L_{AB}} + k_{AB}(1+\beta) \frac{\delta_B}{L_{AB}} + k_{AB}\theta_A + \beta k_{AB}\theta_B \quad (4.6.a)$$

$$M_{BA} = M_{FBA} - k_{BA}(1+\beta') \frac{\delta_A}{L_{AB}} + k_{BA}(1+\beta') \frac{\delta_B}{L_{AB}} + \beta k_{AB}\theta_A + k_{BA}\theta_B \quad (4.6.b)$$

BC de M_{BC} ve M_{CB} sonuç eğilme uç momentleri için benzer denklemler saptanabilir.

Denklem (4.6.a) ve (4.6.b) eğim-sehim denklemleridir. Kendi düzlemlerinde yüklenmiş yapı düzlemi için ve üniform en kesitli çubuklar için bu denklemler kısalır.

$$M_{AB} = M_{FAB} + \frac{k_{AB}}{2} \left[2\theta_A + \theta_B - \frac{3(\delta_A - \delta_B)}{L_{AB}} \right] \quad (4.6.c)$$

$$M_{BA} = M_{FBA} + \frac{k_{AB}}{2} \left[\theta_A + 2\theta_B - \frac{3(\delta_A - \delta_B)}{L_{AB}} \right] \quad (4.6.d)$$

bu denklemler bildiğimiz eğim-sehim denklemleridir. (Açı metodu)

Sonuç burulma uç momentleri BD çubuğunda T_{BD} ve T_{DB} ;

$$T_{BD} = T_{FBD} + T_{BD\theta_B} - T_{BD\theta_D} \quad (4.7.a)$$

$$T_{DB} = T_{FDB} - T_{DB\theta_B} + T_{DB\theta_D} \quad (4.7.b)$$

Eğer denklem (4.3.c), (4.4.c), (4.3.d) ve (4.4.d) değerleri denklem (4.7)ye yerleştirilirse;

$$T_{BD} = T_{FBD} + k_{TBD}\theta_B - k_{TBD}\theta_D \quad (4.8.a)$$

$$T_{DB} = T_{FDB} - k_{TBD}\theta_B + k_{TBD}\theta_D \quad (4.8.b)$$

bulunur.

EB çubuğunda T_{BE} ve T_{EB} sonuç burulma uç momentleri için benzer denklemler bulunabilir.

M_{BD} , M_{DB} , M_{BE} , M_{EB} sonuç eğilme uç momentleri Denklem (4.6.a) ve (4.6.b) ye benzer denklemlerden bulunabilir ve T_{AB} , T_{BA} , T_{BC} , T_{CB} sonuç burulma uç momentleri denklem (4.8.a) ve (4.8.b) ye benzer denklemlerden bulunabilir. (Eğer eğilme dönmesi yerine burulma dönmesi yerleştirilirse).

Denklem (4.6.a) , (4.6.b) ve (4.8.a), (4.8.b) eğim-sehim-dönme metodunun temel denklemleridir.

Dış momentlerin olmadığı durumda B düğüm noktasında uygulandığında, B düğüm noktasında momentlerin toplamı her iki yönde de sıfır olmalıdır.

$$M_{BA} + M_{BC} + T_{BD} + T_{BE} = 0 \quad (4.9.a)$$

$$M_{BD} + M_{BE} + T_{BA} + T_{BC} = 0 \quad (4.9.b)$$

Düşey kuvvetlerin toplamı da sıfır olmalıdır.

$$Q_{BA} + Q_{BC} + Q_{BD} + Q_{BE} + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{L_{AB}} - \frac{M_{BC} + M_{CB}}{L_{BC}} + \frac{M_{BE} + M_{EB}}{L_{BE}} - \frac{M_{BD} + M_{DB}}{L_{BD}} + P_B = 0 \quad (4.9.c)$$

Burada Q_{BA} , Q_{BC} , Q_{BD} ve Q_{BE} B düğüm noktasında AB, BC, BD ve BE çubuklarının izostatik kesme kuvvetleridir.

L_{BC} , L_{BD} ve L_{BE} , BC, BD, BE çubuklarının açıklıklarıdır ve P_B B de uygulanmış düşey yüküdür.

Mesnetlenmiş nokta durumunda tepki, düğüm noktasında dış yük uygulanmış gibi gözönüne alınarak denklem (4.9.c) kullanılarak bulunabilir.

3. Bölümde örnek olarak çözdüğümüz sistemi (Şekil 3.5) şimdi eğim-sehim-dönme metodu ile çözelim.

Yine 1 noktasında düşey P yükü etki etmekte, çubukların hepsi aynı en kesit ve uzunluğa sahiptir. Her bir birleşim arakesiti ile mesnetlerde çubuk uçları burulma ve eğilmeye karşı tamamiyle sabit olarak düzenlenmiştir. $G = 0,36 E$ ve $J = 2I$, $k = \frac{4EI}{l}$, $k_T = \frac{0,72 EI}{l}$, $\beta = 0,5$ burada k; bütün çubukların eğilme rijitlik faktörü, k_T ; bütün çubukların burulma rijitlik faktörü, β bütün çubukların eğilme yük aktarma faktörüdür.

Simetrik yapıda yükleme durumunda;

$$\theta_1 = \phi_1 ; \quad \theta_2 = \phi_3 ; \quad \delta_2 = \delta_3$$

$$\theta_4 = \phi_4 ; \quad \theta_3 = \phi_2$$

ϕ : düğüm noktasında sonuç burulma dönmesi

θ_i : i düğüm noktasında sonuç eğilme dönmesi

δ : düğüm noktasında düşey yerdeğiştirme.

Denklem(4.6.a)(4.6.b)uygulanması ile aşağıdaki bağıntılar bulunur.

$$+M_{A1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4EI}{L} \cdot \left[2 \cdot 0 + \theta_1 - \frac{3 \cdot (0 - \delta_1)}{L} \right] = \frac{2EI}{L} \cdot \left[\theta_1 + \frac{3\delta_1}{L} \right] \quad (4.10.a)$$

$$+M_{1A} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4EI}{L} \cdot \left[0 + 2 \cdot \theta_1 - \frac{3 \cdot (0 - \delta_1)}{L} \right] = \frac{2EI}{L} \cdot \left[2\theta_1 + \frac{3\delta_1}{L} \right] \quad (4.10.b)$$

$$+M_{A1} = -M_{B1} ; \quad +M_{1A} = -M_{1B}$$

$$+M_{H3} = -M_{C2} = \frac{2EI}{L} \cdot (\theta_3 + 3 \cdot \frac{\delta_2}{L}) \quad (4.10.c)$$

$$+M_{3H} = -M_{2C} = \frac{2EI}{L} \cdot (2\theta_3 + 3 \cdot \frac{\delta_2}{L}) \quad (4.10.d)$$

$$-M_{G3} = +M_{D2} = \frac{2EI}{L} \cdot (\theta_2 - 3 \cdot \frac{\delta_2}{L}) \quad (4.10.e)$$

$$-M_{3G} = +M_{2D} = \frac{2EI}{L} \cdot (2\theta_2 - 3 \cdot \frac{\delta_2}{L}) \quad (4.10.f)$$

$$-M_{F4} = +M_{E4} = \frac{2EI}{L} \cdot (\theta_4 - 3 \cdot \frac{\delta_4}{L}) \quad (4.10.g)$$

$$-M_{4F} = +M_{4E} = \frac{2EI}{L} \cdot (2\theta_4 - 3 \cdot \frac{\delta_4}{L}) \quad (4.10.h)$$

$$+M_{12} = -M_{13} = \frac{2EI}{L} \cdot (2\theta_1 + \theta_2 - 3 \cdot \frac{\delta_1}{L} + 3 \cdot \frac{\delta_2}{L}) \quad (4.10.i)$$

$$+M_{21} = -M_{31} = \frac{2EI}{L} \cdot (\theta_1 + 2\theta_2 - 3 \cdot \frac{\delta_1}{L} + 3 \cdot \frac{\delta_2}{L}) \quad (4.10.j)$$

$$-M_{24} = +M_{34} = \frac{2EI}{L} \cdot (2\theta_3 + \theta_4 - 3 \cdot \frac{\delta_2}{L} + 3 \cdot \frac{\delta_4}{L}) \quad (4.10.k)$$

$$-M_{42} = +M_{43} = \frac{2EI}{L} \cdot (\theta_3 + 2\theta_4 - 3 \cdot \frac{\delta_2}{L} + 3 \cdot \frac{\delta_4}{L}) \quad (4.10.l)$$

Denklem (4.8.a) ve (4.8.b) uygulaması ile şu bağıntılar bulunur.

$$-T_{1A} = +T_{1B} = \frac{0,72 \cdot EI}{L} \cdot \theta_1 = \frac{2EI}{L} (0,36 \theta_1) \quad (4.11.a)$$

$$-T_{3H} = +T_{2C} = \frac{2EI}{L} \cdot (0,36 \theta_2) \quad (4.11.b)$$

$$+T_{3G} = -T_{2D} = \frac{2EI}{L} (0,36 \theta_3) \quad (4.11.c)$$

$$+T_{4F} = -T_{4E} = \frac{2EI}{L} (0,36 \theta_4) \quad (4.11.d)$$

$$+T_{13} = -T_{12} = \frac{2EI}{L} (0,36 \theta_1 - 0,36 \theta_3) \quad (4.11.e)$$

$$+T_{31} = -T_{21} = \frac{2EI}{L} (-0,36 \theta_1 + 0,36 \theta_3) \quad (4.11.f)$$

$$-T_{34} = +T_{24} = \frac{2EI}{L} (+0,36 \theta_2 - 0,36 \theta_4) \quad (4.11.g)$$

$$-T_{43} = +T_{42} = \frac{2EI}{L} (-0,36 \theta_2 + 0,36 \theta_4) \quad (4.11.h)$$

Denge denklemleri kullanarak (Denklem (4.9.a), (4.9.b), (4.9.c) 1,2,4 düğüm noktalarına uygulanır. 2. düğüm noktası ile 3. düğüm noktası karşılaştırıldığında aynı olduğu görülür.

1. Düğüm noktasında

$$M_{1A} + M_{12} + T_{1B} + T_{13} = 0 \quad (4.12.a)$$

$$+\frac{M_{A1} + M_{1A}}{L} - \frac{M_{12} + M_{21}}{L} + \frac{M_{31} + M_{13}}{L} - \frac{M_{1B} + M_{B1}}{L} - P = 0 \quad (4.12.b)$$

2. Düğüm noktasında

$$M_{21} + M_{2D} + T_{2C} + T_{24} = 0 \quad (4.13.a)$$

$$+ \frac{M_{12}+M_{21}}{L} - \frac{M_{2D}+M_{D2}}{L} + \frac{M_{24}+M_{42}}{L} - \frac{M_{2C}+M_{C2}}{L} = 0 \quad (4.13.b)$$

$$+M_{24}+M_{2C}+T_{21}+T_{2D} = 0 \quad (4.13.c)$$

4 düğüm noktasında

$$M_{43}+M_{4E}+T_{42}+T_{4F} = 0 \quad (4.14.a)$$

$$+ \frac{M_{34}+M_{43}}{L} - \frac{M_{4E}+M_{E4}}{L} + \frac{M_{4F}+M_{F4}}{L} - \frac{M_{42}+M_{24}}{L} = 0 \quad (4.14.b)$$

Denklem (4.10) ve (4.11) de bulunan bağıntılar Denklem (4.12),(4.13),(4.14) de kullanılarak 7 bilinmeyenli 7 denklem takımı elde ederiz.

$$+4,72 \cdot \theta_1 + 1 \cdot \theta_2 - 0,36 \cdot \theta_3 + 0 \cdot \theta_4 + 0 \cdot \delta_1 + \frac{3}{L} \cdot \delta_2 + 0 \cdot \delta_4 + 0 = 0 \quad (4.15.a)$$

$$+0 \cdot \theta_1 - 6 \cdot \theta_2 + 0 \cdot \theta_3 + 0 \cdot \theta_4 + \frac{24}{L} \cdot \delta_1 - \frac{12}{L} \cdot \delta_2 + 0 \cdot \delta_4 - \frac{P^2}{2EI} = 0 \quad (4.15.b)$$

$$+ \theta_1 + 4,72 \cdot \theta_2 + 0 \cdot \theta_3 - 0,36 \theta_4 - \frac{3}{L} \cdot \delta_1 + 0 \cdot \delta_2 + 0 \cdot \delta_4 + 0 = 0 \quad (4.15.c)$$

$$-0,36 \theta_1 + 0 \cdot \theta_2 + 4,72 \cdot \theta_3 + \theta_4 + 0 \cdot \delta_1 + 0 \cdot \delta_2 + \frac{3}{L} \cdot \delta_4 + 0 = 0 \quad (4.15.d)$$

$$+3 \cdot \theta_1 + 0 \cdot \theta_2 + 0 \cdot \theta_3 - 3 \cdot \theta_4 - \frac{6}{L} \cdot \delta_1 + \frac{24}{L} \delta_2 - \frac{6}{L} \cdot \delta_4 + 0 = 0 \quad (4.15.e)$$

$$+0 \cdot \theta_1 - 0,36 \theta_2 + \theta_3 + 4,72 \theta_4 + 0 \cdot \delta_1 - \frac{3}{L} \cdot \delta_2 + 0 \cdot \delta_4 + 0 = 0 \quad (4.15.f)$$

$$+0 \cdot \theta_1 + 0 \cdot \theta_2 + 6 \cdot \theta_3 + 0 \cdot \theta_4 + 0 \cdot \delta_1 - \frac{12}{L} \cdot \delta_2 + \frac{24}{L} \cdot \delta_4 + 0 = 0 \quad (4.15.g)$$

Denge denklemlerinin çözümlenmesi ile;

$$\begin{aligned}\theta_1 &= -0,0321 \quad PL^2/2EI & \delta_1 &= +0,0700 \quad PL^3/2EI \\ \theta_2 &= +0,0533 \quad PL^2/2EI & \delta_2 &= +0,0300 \quad PL^3/2EI & (4.16) \\ \theta_3 &= -0,0208 \quad PL^2/2EI & \delta_4 &= +0,0202 \quad PL^3/2EI \\ \theta_4 &= +0,0275 \quad PL^2/2EI\end{aligned}$$

(4.16) ifadesinde bulunan değerler denklem (4.10) ve (4.11) de yerine konursa eğilme, burulma uç momentleri bulunur.

$$\begin{aligned}+M_{A1} &= -M_{B1} = +0,1782 \quad PL & -M_{F4} &= +M_{E4} = -0,0331 \quad PL \\ +M_{1A} &= -M_{1B} = +0,1461 \quad PL & -M_{4F} &= +M_{4E} = -0,0056 \quad PL \\ +M_{H3} &= -M_{C2} = +0,0692 \quad PL & +M_{12} &= -M_{13} = -0,1309 \quad PL \\ +M_{3H} &= -M_{2C} = +0,0479 \quad PL & +M_{21} &= -M_{31} = -0,0453 \quad PL \\ -M_{G3} &= +M_{D2} = -0,0367 \quad PL & -M_{24} &= +M_{34} = -0,0441 \quad PL \\ -M_{3G} &= +M_{2D} = +0,0166 \quad PL & -M_{42} &= +M_{43} = +0,0048 \quad PL \\ \\ -T_{1A} &= +T_{1B} = -0,0116 \quad PL & +T_{13} &= -T_{12} = +0,0041 \quad PL \\ -T_{3H} &= +T_{2C} = +0,0192 \quad PL & +T_{31} &= -T_{21} = -0,0041 \quad PL \\ +T_{3G} &= -T_{2D} = -0,0075 \quad PL & -T_{34} &= +T_{24} = +0,0093 \quad PL \\ +T_{4F} &= -T_{4E} = +0,0099 \quad PL & -T_{43} &= +T_{42} = -0,0093 \quad PL\end{aligned}$$

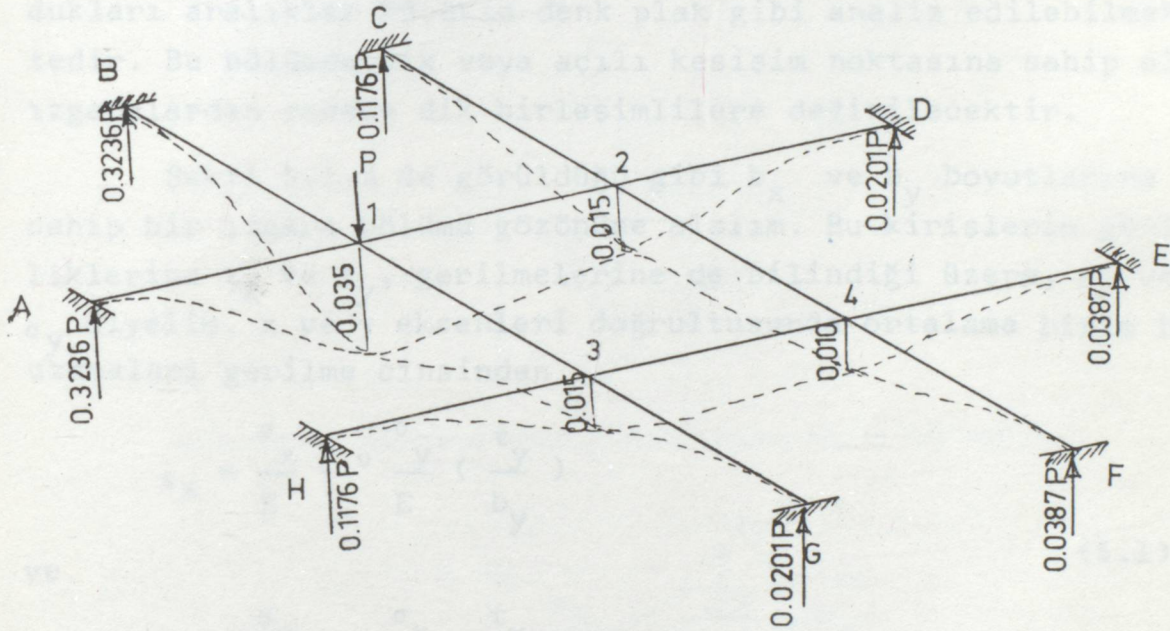
Tepkiler

$$R_A = R_B = 0,3236 P$$

$$R_C = R_H = 0,1176 P$$

$$R_D = R_G = 0,0201 P$$

$$R_E = R_F = 0,0387 P$$



Şekil 4.2- Izgaranın elastik yüzey ve mesnet tepki kuvvetleri.

(Sehim değerleri PL^3/EI ile çarpılmalıdır)

5. ORTHOTROPİK DÖŞEME ANALOJİSİ VE SONLU FARKLAR METODU İLE IZGARA SİSTEMLERİN ANALİZİ

5.1. Orthotropik Döşeme Analojisi

Bir ızgara biribirine dik veya açılı keşişmiş , keşişme noktaları tekparça (monolitik) olan her iki doğrultuda paralel düzenlenmiş kirişler topluluğudur. Bu tip yapılar eğer döşemenin açıklığı ve genişliğine oranla kirişlerin sahip oldukları aralıklar küçükse denk plak gibi analiz edilebilmektedir. Bu bölümde dik veya açılı keşişim noktasına sahip olan ızgaralardan sadece dik birleşimlere değinilecektir.

Şekil 5.1.a de görüldüğü gibi b_x ve b_y boyutlarına sahip bir ızgara bölümü gözönüne alalım. Bu kirişlerin genişliklerine t_x ve t_y , gerilmelerine de bilindiği üzere, σ_x ve σ_y diyelim. x ve y eksenleri doğrultusunda ortalama birim boy uzamaları gerilme cinsinden

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{t_y}{b_y} \right) \quad (5.1)$$

ve

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} \left(\frac{t_x}{b_x} \right)$$

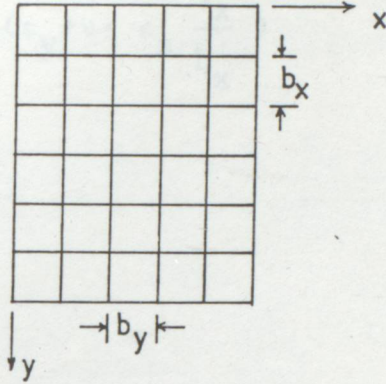
gibi yazılabilir.

Tüm sistemde Poisson oranı etkisi t_x/b_x ve t_y/b_y oranları ile değiştirilebildiği gözönüne alınmalıdır. Çünkü kirişler arasında bağlantı sadece belirli bir alanda olmaktadır. Denklem (5.1) den σ_x ve σ_y gerilmeleri

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{t_x t_y}{b_x b_y} \left(\epsilon_x + \nu \epsilon_y \frac{t_y}{b_y} \right) \quad (5.2)$$

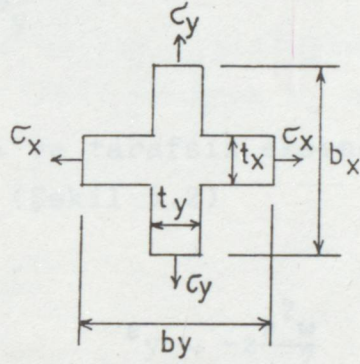
Kaynak [2] [12] [30]

a)



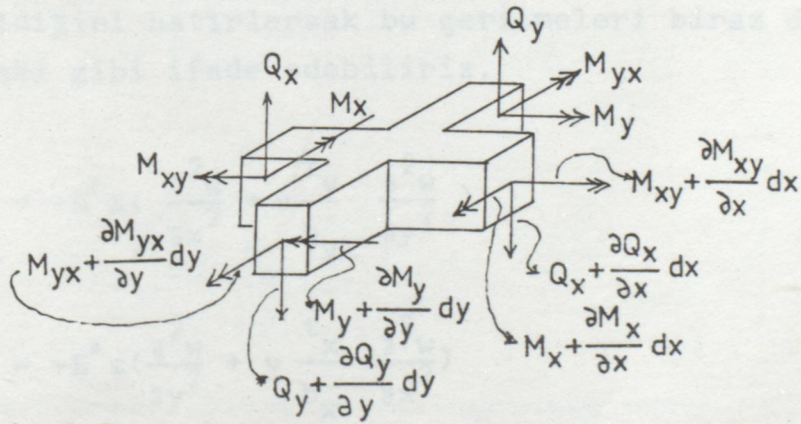
Yatay ve dişey şeritlere bölünmüş orthotropik döşeme

b)



Orthotropik döşemeye analog olan ızgara kiriş birleşimi

c)



Şekil 5.1-

ve

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t_x t_y}{b_x b_y} (\epsilon_y + \nu \cdot \epsilon_x \frac{t_x}{b_x}) \quad (5.3)$$

gibi yazılabilir.

$$E^* = \frac{E}{(1-\nu^2) \cdot \frac{t_x t_y}{b_x b_y}} \quad (5.4)$$

olarak ifade edersek ve tarafsız eksenden z mesafede bir eleman için uzamaların (Şekil 5.2)

$$\epsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \epsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (5.5)$$

gibi verildiğini hatırlarsak bu gerilmeleri biraz daha basitçe aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$\sigma_x = -E^* z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{t_y}{b_y} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (5.6)$$

$$\sigma_y = -E^* z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{t_x}{b_x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (5.7)$$

Eğilme momenti M_x , Şekil 5.3 den görüldüğü gibi tarafsız eksene göre çekme ve basınç gerilmelerinin momentleri toplamı tarafından bulunur.

$$M_x = - \frac{1}{b_x} \left[E^* \frac{h}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{h}{2} \frac{1}{2} t_x \frac{2h+v}{3} E^* \frac{h}{2} \frac{t_y}{b_y} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} t_x \frac{h}{2} \frac{1}{2} \frac{2}{3} h \right]$$

$$M_x = - \left[\frac{E^* h^3 t_x}{12 b_x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v E^* \frac{h^3 t_x t_y}{12 b_x b_y} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (5.8)$$

Denklem (5.8) de eğilme rijitliğini D_x , ilave rijitliği D_1 i aşağıdaki gibi ifade edersek M_x momenti daha anlaşılır gösterilebilir.

$$D_x = \frac{E^* h^3 t_x}{12 b_x} \quad (5.9)$$

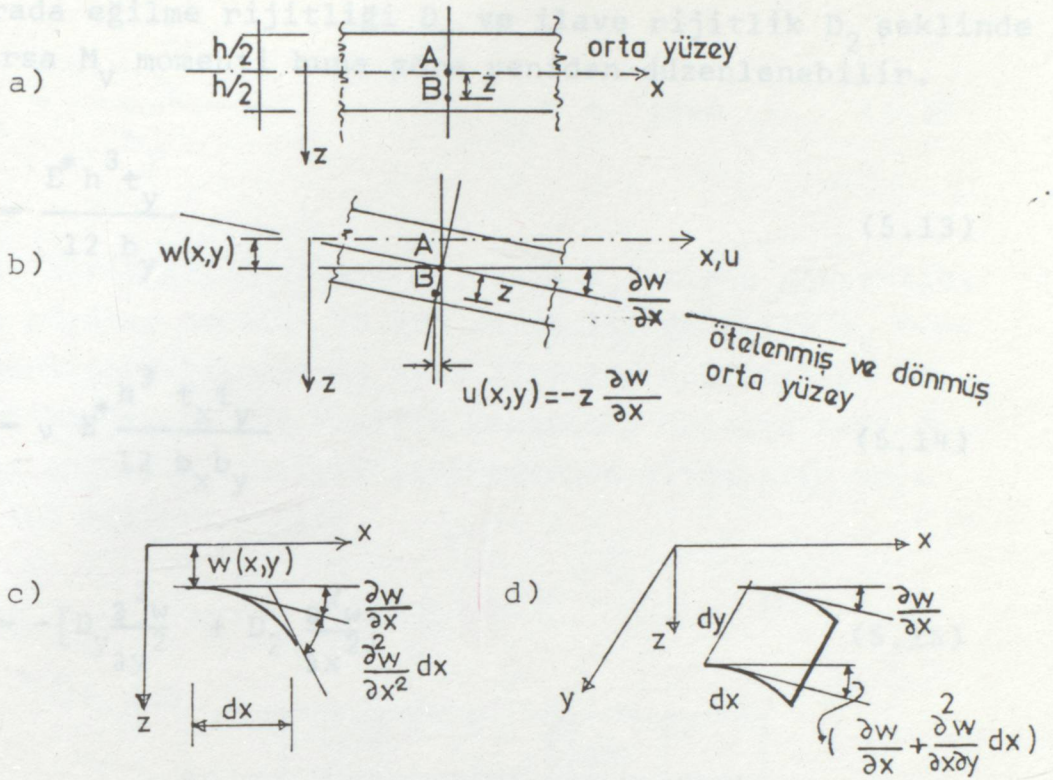
$$D_1 = v E^* \frac{h^3 t_x t_y}{12 b_x b_y} \quad (5.10)$$

0 halde

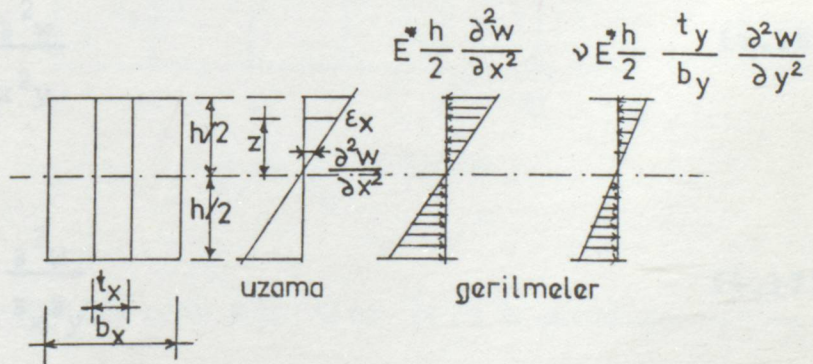
$$M_x = - \left[D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (5.11)$$

Benzer ifadelerle y doğrultusundaki moment M_y de belirlenebilir.

$$M_y = - \left[\frac{E^* h^3 t_y}{12 b_y} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v E^* \frac{h^3 t_x t_y}{12 b_x b_y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (5.12)$$



Şekil 5.2-



Şekil 5.3-

Burada eğilme rijitliği D_y ve ilave rijitlik D_2 şeklinde tanımlanırsa M_y momenti buna göre yeniden düzenlenebilir.

$$D_y = \frac{E^* h^3 t_y}{12 b_y} \quad (5.13)$$

$$D_2 = \nu E^* \frac{h^3 t_x t_y}{12 b_x b_y} \quad (5.14)$$

$$M_y = -\left[D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (5.15)$$

Burulma momentleri M_{xy} ve M_{yx} tek kirişin burulmasından belirlenir.

$$M_{xy} = B_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (5.16)$$

$$M_{yx} = -B_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (5.17)$$

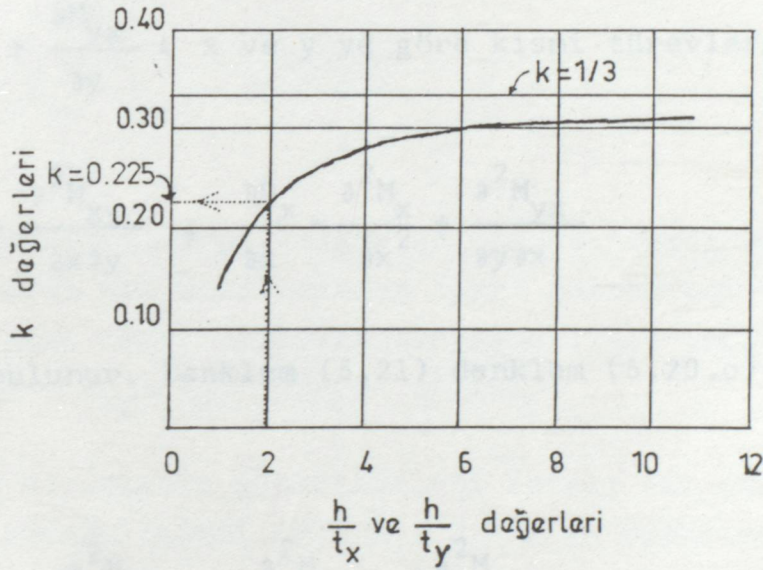
Eğer kesitler dikdörtgen ise kirişin burulma rijitliği aşağıdaki ifadelerden bulunur.

$$B_{xy} = \frac{G k t_x^3 h}{b_x} \quad t_x < h \quad \text{için} \quad (5.18)$$

ve

$$B_{yx} = \frac{G k t_y^3 h}{b_y} \quad t_y < h \text{ için} \quad (5.19)$$

Eğer kiriş genişlikleri t_x veya t_y kiriş yüksekliği h dan daha büyükse denklem (5.18) ve (5.19) da h ile t_x veya t_y değerleri yer değiştirilerek aynı ifadeler kullanılır. İfadelerdeki k katsayısı ise kesitin kenarları oranına bağlıdır. k katsayısı değerleri çeşitli literatürden alınabilir veya Şekil 5.4 den belirlenebilir.



Şekil 5.4- Dikdörtgen kesitler için k burulma katsayısı.

Şekil 5.1(c) görülen eleman üzerine etkiyen kuvvetler ve momentlerin dengesi gözönüne alınarak aşağıdaki denge denklemleri oluşturulur.

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} + Q_y = 0 \quad (5.20.a)$$

(5.20) denklemleri ortotropik (her doğrultuda farklı özellik gösteren) plak için moment ve kesme değerlerinin (5.22) denklemlerine yerleştirilmesi ve denklemin yeniden düzenlenmesine göre bulunur.

$$\frac{\partial M_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = 0 \quad (5.20.b)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p(x,y) = 0 \quad (5.20.c)$$

Burada Q_x ve Q_y kesitin birim genişliğindeki kesme kuvvetleridir. Bu kesme kuvvetlerinin $Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}$;

$$Q_x = + \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} ; \quad x \text{ ve } y \text{ ye göre kısmi türevleri alınarak;}$$

$$\frac{\partial Q_y}{\partial y} = \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} ; \quad \frac{\partial Q_x}{\partial x} = \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial y \partial x} \quad (5.21)$$

ifadeleri bulunur. Denklem (5.21) denklem (5.20.c) de yerine konulursa;

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -p(x,y) \quad (5.22)$$

ifadesi bulunur.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = - \frac{M}{D} \quad \text{ve} \quad \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = - \frac{1}{D} \cdot \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \quad \text{analojisinden yararlanarak;}$$

$$D_x \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = +p(x,y) \quad (5.23)$$

(5.23) denklemi orthotropik (her doğrultuda farklı özellik gösteren) plak için moment sonuç değerlerinin (5.22) denklemine yerleştirilmesi ve denklemin yeniden düzenlenmesine göre bulunmuştur.

Denklem (5.23) teki 2H toplam burulma rijitliği olarak tanımlanmaktadır. İki dik yönde ayrı ayrı burulma değerleri ile ilave rijitliklerin toplamından oluşmaktadır. O halde;

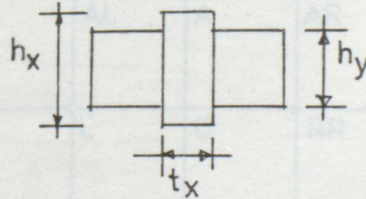
$$2H = \frac{G.k.t_x^3 h}{b_x} + \frac{G.k.t_y^3 h}{b_y} + \nu E \frac{h^3 t_x t_y}{12 b_x b_y} + \nu E \frac{h^3 t_x t_y}{12 b_x b_y} \quad (5.24)$$

denklem(5.24) kapalı halde yazarsak;

$$2H = B_{xy} + B_{yx} + \nu E \frac{h^3 t_x t_y}{6 b_x b_y} \quad (5.25)$$

Toplam burulma rijitliği 2H daki 3. terim dik yönlerdeki kirişlerin aratepkilerinden ileri gelmektedir. Çoğu halde bu etkileşme ihmal edildiğinden genellikle toplam burulma rijitliği $2H = B_{xy} + B_{yx}$ olarak bilinir.

Eğer kirişlerin yükseklikleri farklı ise Şekil 5.5. h_x ve h_y yükseklikleri için D_x , D_y ve 2H değerleri şöyle hesaplanır.



Şekil 5.5- Yükseklikleri farklı kirişler

$$D_x = \frac{E \cdot t_x h_x^3}{12 b_x} ; \quad D_y = \frac{E \cdot t_y h_y^3}{12 b_y} \quad (5.26)$$

$$2H = B_{xy} + B_{yx} + \frac{\nu E^* t_x t_y}{6 \cdot b_x b_y} \cdot h_y^3 \quad h_y \leq h_x \text{ için} \quad (5.27)$$

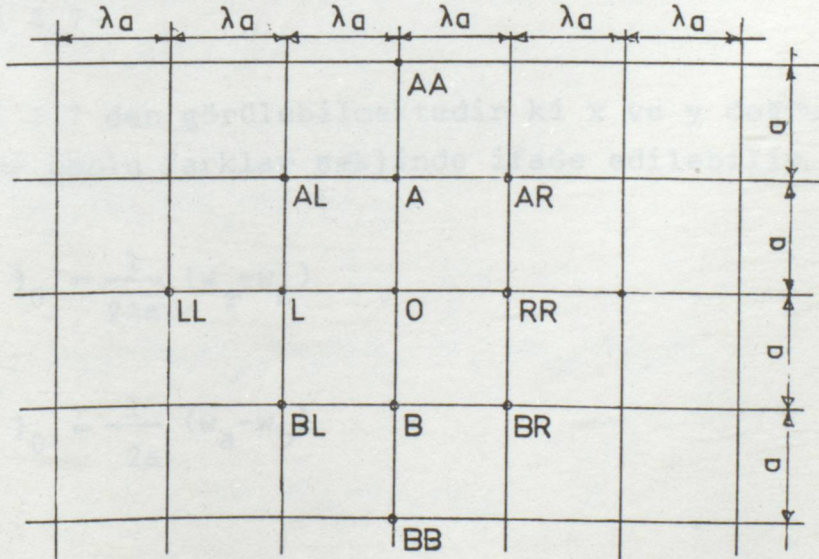
Şu ana kadar ızgara kiriş sistemini denk bir orthotropik plak gibi idealize ettik. Elde ettiğimiz sehim fonksiyonunun çözümünü ise Fourier Serileri kullanarak gerçekleştirebiliriz. Bu serilerin kullanımı bir çok durumda örneğin iki ucun basit mesnetli olması şartıyla uygun olmakla beraber çok karmaşık mesnet şartlarında uygulaması güçleşmektedir. Bu noktadan hareketle diğer çözüm metodlarına yönelinmektedir. Burada

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x,y)$$

diferansiyel denkleminin çözümlenmesinde Sonlu Farklar Metodu kullanılacaktır.

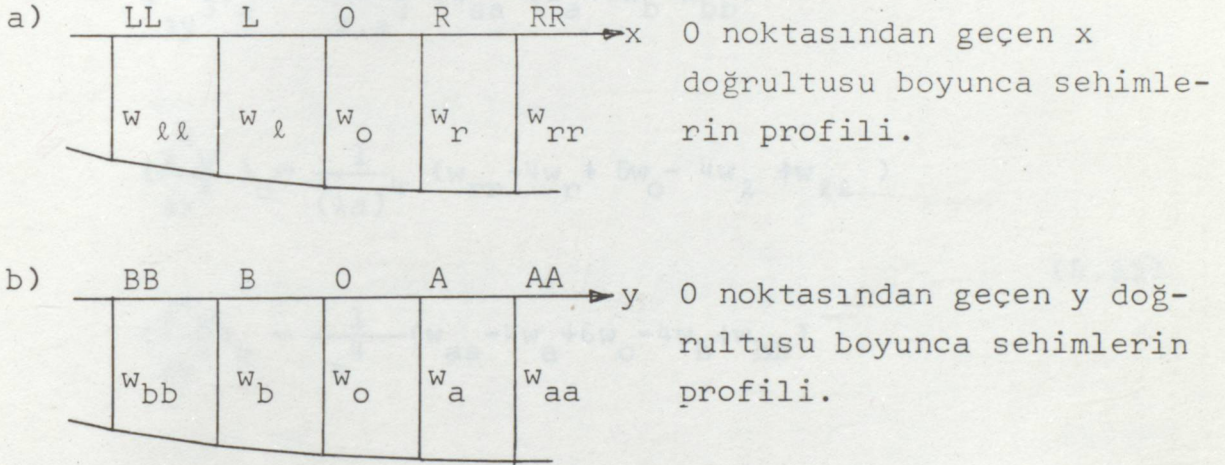
5.2. Sonlu Farklar Metodu ile Izgara Sistemlerin Analizi

Gözönüne aldığımız kesişme noktaları arasındaki mesafeleri x ve y doğrultularında sırası ile λa ve a olan birbirine dik orthogonal ızgara Şekil 5.6 daki gibi olsun.



Şekil 5.6- Sonlu Farklar Ağı.

Referans noktası olarak yüklemenin yapıldığı "0" noktasını gözönüne alalım . Bu noktanın solundaki noktaları L, sağındaki noktaları R, üstündeki noktaları A, altındaki noktaları ise B ile tanımlayalım. Diğer noktaların kombinasyonları Şekil 5.6 da verilmiştir. Izgara noktalarındaki sehimlerinde $w_o, w_a, w_r, w_b, w_e \dots$ v.b. olduğunu kabul edelim. x doğrultusu uzunluğunun 0 noktasından geçtiğini ve ızgara noktalarında bir seri kısa eğrilere ayrıldığını gösterelim. Sonlu Farklar Metodunda sehimler profilinin eğrisi yaklaşık olarak bir seri doğrusal çizgilerle gösterilebilir ve doğaldır ki ne kadar sık ızgara ağı kurarsak gerçek sonuçlara o derece yaklaşıyoruz.



Şekil 5.7-

Şekil 5.7 den görülebilmektedir ki x ve y doğrultularında eğimler sonlu farklar şeklinde ifade edilebilir.

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_0 = \frac{1}{2\lambda a} (w_r - w_l) \quad (5.28)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_0 = \frac{1}{2a} (w_a - w_b)$$

Benzer şekilde (eğimin değişim oranları) eğrilikler aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_0 = \frac{1}{(\lambda a)^2} (w_r - 2w_0 + w_\ell) \quad (5.29)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_0 = \frac{1}{a^2} (w_a - 2w_0 + w_b)$$

$$\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\right)_0 = \frac{1}{2(\lambda a)^3} (w_{rr} - 2w_r + 2w_\ell - w_{\ell\ell}) \quad (5.30)$$

$$\left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3}\right)_0 = \frac{1}{2 \cdot a^3} (w_{aa} - 2w_a + 2w_b - w_{bb})$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right)_0 = \frac{1}{(\lambda a)^4} (w_{rrr} - 4w_{rr} + 6w_r - 4w_\ell + w_{\ell\ell}) \quad (5.31)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)_0 = \frac{1}{a^4} (w_{aaa} - 4w_{aa} + 6w_a - 4w_b + w_{bbb})$$

Buradan denklem (5.23) "0" noktası için sonlu farklar şeklinde aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$\begin{aligned} & \frac{D_x}{\lambda^4 \cdot a^4} (w_{rrr} - 4w_{rr} + 6w_r - 4w_\ell + w_{\ell\ell}) \\ & + \frac{2H}{\lambda^2 a^4} (w_{br} - 2w_b + w_{b\ell} - w_r + 4w_0 - 2w_\ell + w_{ar} - 2w_a + w_{a\ell}) \\ & + \frac{D_y}{a^4} (w_{aaa} - 4w_{aa} + 6w_a - 4w_b + w_{bbb}) = P \quad (5.32) \end{aligned}$$

Sınır koşulları

1) Basit Mesnet

Basit mesnet boyunca sehim sıfır. Denklemlerde bilinmeyen değer kenarın yanındaki noktadır. Yüklü 0 noktasının kenardan bir göz uzaktaki noktada alınması halinde; dışarda kalan AA noktası fiktif nokta olarak adlandırılır ve kenarda sınır koşulları vasıtası ile elde edilebilir. A noktası için M_y momenti ve $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ eğimi sıfır olmalıdır (Şekil 5.8).

$$M_y = -D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

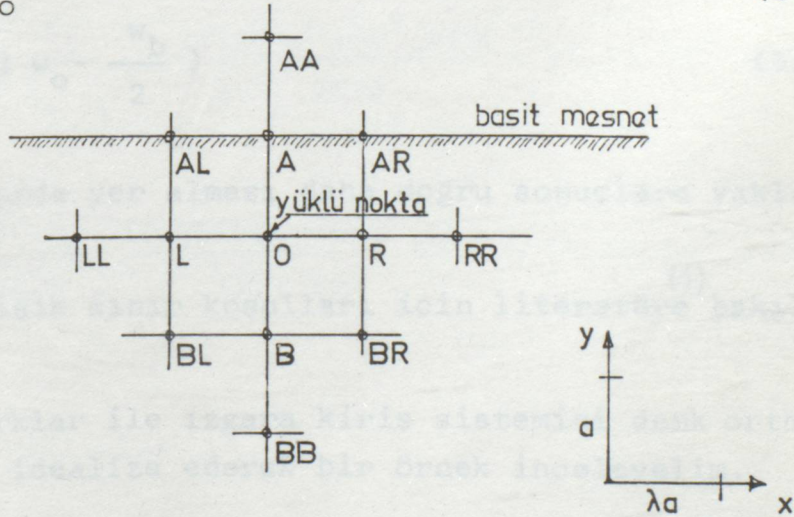
(5.33)

$$M_y = -\frac{D_y}{a^2} (w_{aa} + w_o) = 0$$

w_{aa} değeri denklem (5.33) den bulunabilir. Yani

$$w_{aa} = -w_o$$

(5.34)



Şekil 5.8-

2) Ankastre Mesnet

Şekil 5.8 de bahsedilen basit mesnetli kenarı şimdi ankastre mesnetli olarak gözönüne alalım. Fiktif noktanın sehimini bulmak için ilave sınır koşulları gereklidir. A noktasında $\frac{\partial w}{\partial y}$ eğimi sıfır olmasından w_{aa} fiktif sehimini elimine etmekle bulunur.

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_A = \frac{1}{2a}(w_{aa} - w_o) = 0 \quad (5.35)$$

buradan

$$w_{aa} = w_o \quad (5.36)$$

elde edilir.

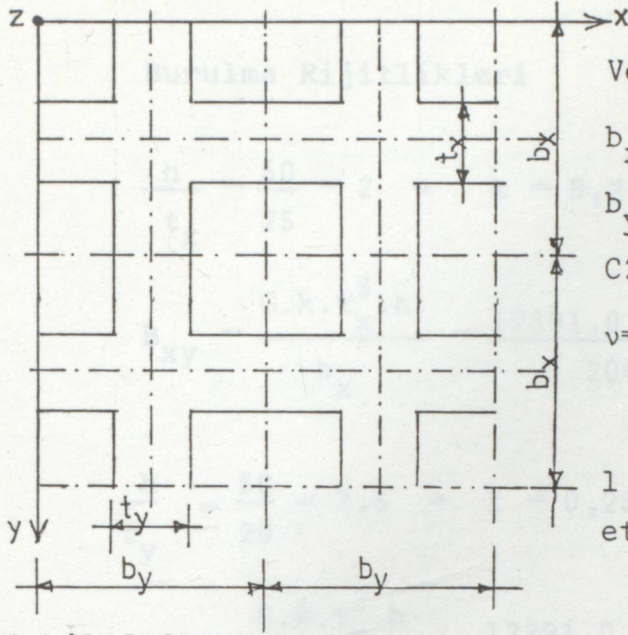
Fakat bu değer ile kullanılması bir miktar hataya eğilimlidir ve Wood'un önerisi dikkate alınarak eğim düzeltilmelidir. Ve buna göre,

$$w_{aa} = \left(3 w_o - \frac{w_b}{2} \right) \quad (5.37)$$

olarak denklemlerde yer alması daha doğru sonuçlara yaklaştırır.

Daha değişik sınır koşulları için literatüre bakılmadır. (1)

Sonlu Farklar ile ızgara giriş sistemini denk orthotropik döşeme gibi idealize ederek bir örnek inceleyelim.



Verilenler:

$$b_x = 2,00 \text{ m}; t_x = 25 \text{ cm}; h = 50 \text{ cm}$$

$$b_y = 2,00 \text{ m}; t_y = 20 \text{ cm}; h = 50 \text{ cm}$$

$$\text{C20 Betonu } E = 28500 \text{ N/mm}^2$$

$$\nu = 0,15; G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 12391 \text{ N/mm}^2$$

1 kesişme noktasında P kuvveti etki etmektedir.

Şekil 5.9-

Çözümleme:

$$E^* = \frac{E}{(1-\nu^2 \frac{t_x t_y}{b_x b_y})} = \frac{28500}{(1-(0,15)^2 \cdot \frac{250 \cdot 200}{2000 \cdot 2000})} = 28508 \text{ N/mm}^2$$

Eğilme Rijitlikleri

$$D_x = \frac{E^* \cdot h^3 \cdot t_x}{12 \cdot b_x} = \frac{28508 \cdot 500^3 \cdot 250}{12 \cdot 2000} = 37,12 \cdot 10^9 \text{ (Nmm)}$$

$$D_y = \frac{E^* \cdot h^3 \cdot t_y}{12 \cdot b_y} = \frac{28508 \cdot 500^3 \cdot 200}{12 \cdot 500} = 29,70 \cdot 10^9 \text{ (Nmm)}$$

İlave Rijitlikler

$$D_1 = D_2 = \nu \cdot E^* \frac{h^3 \cdot t_x t_y}{12 \cdot b_x b_y} = 0,15 \cdot 28508 \cdot \frac{500^3 \cdot 250 \cdot 200}{12 \cdot 2000 \cdot 2000} = 0,56 \cdot 10^9 \text{ (Nmm)}$$

Burulma Rijitlikleri

$$\frac{h}{t_x} = \frac{50}{25} = 2 \rightarrow k = 0,225 \text{ (Şekil 5.4)}$$

$$B_{xy} = \frac{G.k.t_x^3.h}{b_x} = \frac{12391.0,225.250^3.500}{2000} = 10,89.10^9 \text{ (Nmm)}$$

$$\frac{h}{t_y} = \frac{50}{20} = 2,5 \rightarrow k = 0,250$$

$$B_{yx} = \frac{G.k.t_y^3.h}{b_y} = \frac{12391.0,250.200^3.500}{2000} = 6,20.10^9 \text{ (Nmm)}$$

Toplam Burulma Rijitliği

$$2H = B_{xy} - B_{yx} - D_1 - D_2 = (10,89 - 6,20 - 2.0,56).10^9 = 18,21.10^9 \text{ (Nmm)}$$

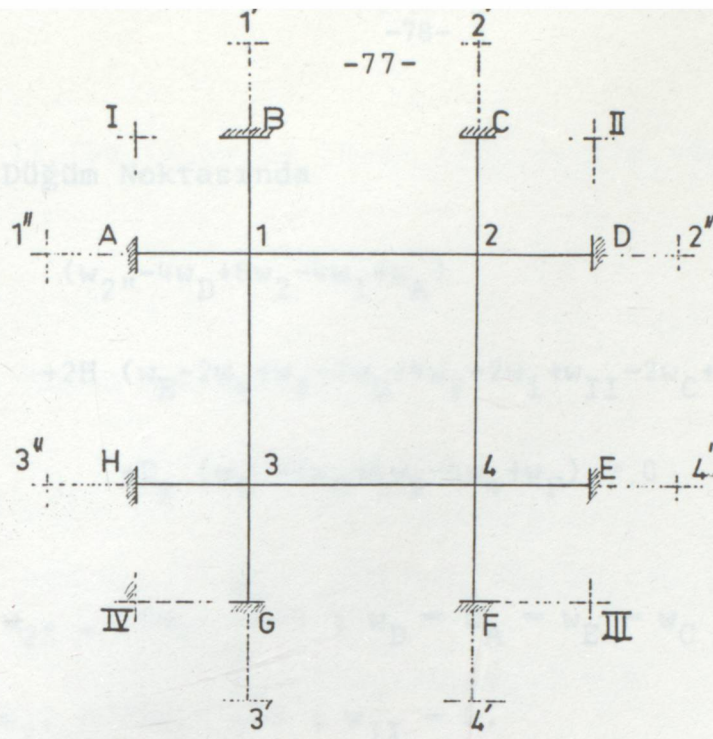
$$H^2 = (9,105.10^9)^2 = 82,9.10^{18}$$

$$D_x D_y = 37,12.10^9 . 29,70.10^9 = 1102,5.10^{18}$$

$$H^2 = 82,9.10^{18} < D_x . D_y = 1102,5.10^{18}$$

Bu karşılaştırmadan sistemimizin eğilme bakımından burulmaya göre daha rijit olduğunu görmekteyiz.

Şimdi sistemimizi sonlu farklar metodu ile inceleyelim.



Şekil 5.10- Sonlu Farklar Ağı ve noktalarının tanımlanması.

1. Düğüm Noktasında

$$D_x (w_D - 4w_2 + 6w_1 - 4w_A + w_{1''}) + 2H(w_4 - 2w_3 + w_H - 2w_2 + 4w_1 - 2w_A + w_C - 2w_B + w_I) + D_y (w_{1'} - 4w_B + 6w_1 - 4w_3 + w_G) = Pl^4$$

Burada; $w_D = w_A = w_H = w_C = w_B = w_G = 0$; $w_{1''} = (3w_1 - \frac{w_2}{2})$;

$$w_I = 0 ; w_{1'} = (3w_1 - \frac{w_3}{2})$$

Düzenlersek; Birinci denklemi elde ederiz.

$$I- 37,12 (9w_1 - 4,5w_2) + 18,21(4w_1 - 2w_2 - 2w_3 + w_4) + 29,70 (9w_1 - 4,5 w_3)$$

$$= P.16 000$$

2. Dügüm Noktasında

$$\begin{aligned} D_x & (w_{2''} - 4w_D + 6w_2 - 4w_1 + w_A) \\ & + 2H (w_E - 2w_4 + w_3 - 2w_D + 4w_2 - 2w_1 + w_{II} - 2w_C + w_B) + \\ & + D_y (w_{2'} - 4w_C + 6w_2 - 4w_4 + w_F) = 0 \end{aligned}$$

Burada; $w_{2''} = (3w_2 - \frac{w_1}{2})$; $w_D = w_A = w_E = w_C = w_B = w_F = 0$;
 $w_{2'} = (3w_2 - \frac{w_4}{2})$; $w_{II} = 0$.

Düzenlersek; ikinci denklemi elde ederiz.

$$\begin{aligned} \text{II- } & 37,12 \cdot (-4,5w_1 + 9w_2) + 18,21 \cdot (-2w_1 + 4w_2 + w_3 - 2w_4) \\ & + 29,70(9w_2 - 4,5w_4) = 0 \end{aligned}$$

3. Dügüm Noktasında

$$\begin{aligned} D_x & (w_E - 4w_4 + 6w_3 - 4w_H + w_{3''}) \\ & + 2H (w_F - 2w_G + w_{IV} - 2w_4 + 4w_3 - 2w_H + w_2 - 2w_1 + w_A) \\ & + D_y \cdot (w_E - 4w_1 + 6w_3 - 4w_G + w_{3'}) = 0 \end{aligned}$$

Burada; $w_E = w_H = w_F = w_G = w_{IV} = w_A = 0$;

$$w_{3''} = (3w_3 - \frac{w_4}{2}) ; w_{IV} = 0 ; w_{3'} = (3w_3 - \frac{w_1}{2})$$

Düzenlersek; üçüncü denklemi elde ederiz.

$$\text{III- } 37,12 (9w_3 - 4,5w_4) + 18,21 (-2w_1 + w_2 + 4w_3 - 2w_4)$$

$$+ 29,70 \cdot (-4,5w_1 + 9w_3) = 0$$

4. Dügüm Noktasında

$$D_x \cdot (w_4'' - 4w_E + 6w_4 - 4w_3 + w_H)$$

$$+ 2H \cdot (w_{III} - 2w_F + w_G - 2w_E + 4w_4 - 2w_3 + w_D - 2w_2 + w_1)$$

$$+ D_y \cdot (w_C - 4w_2 + 6w_4 - 4w_F + w_{4,1}) = 0$$

Burada; $w_E = w_H = w_F = w_G = w_D = w_C = 0$;

$$w_4'' = (3w_4 - \frac{w_3}{2}); \quad w_{III} = 0; \quad w_{4,1} = (3w_4 - \frac{w_2}{2})$$

Düzenlersek; dördüncü denklemi elde ederiz.

$$\text{IV. } 37,12(-4,5w_3 + 9w_4) + 18,21 (w_1 - 2w_2 - 2w_3 + 4w_4)$$

$$+ 29,70 \cdot (-4,5 \cdot w_2 + 9w_4) = 0$$

Böylece 4 bilinmeyenli 4 denklem elde edilir. Bu denklemleri bir arada tekrar yazarsak;

+674,22	w_1	-203,46	w_2	-170,07	w_3	+18,21	w_4	=	16000.P
-203,46	w_1	+674,22	w_2	+18,21	w_3	-170,07	w_4	=	0
-170,07	w_1	+18,21	w_2	+674,22	w_3	-203,46	w_4	=	0
+18,21	w_1	-170,07	w_2	-203,46	w_3	+674,22	w_4	=	0

Bu denklem takımını çözümlersek aşağıdaki sehim değerlerini buluruz.

$$w_1 = 28,52 P \quad w_2 = 9,41 P \quad w_3 = 8,16 P \quad w_4 = 4,07 P$$

Şimdi aşağıdaki ifadeleri her nokta için uygulayarak eğilme, burulma momentlerini hesaplayalım.

$$M_x = - \left[D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

$$M_y = - \left[D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]$$

$$M_{xy} = +B_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$M_{yx} = -B_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$M_{x,1} = - \left[D_x \cdot \frac{1}{(\lambda a)^2} \cdot (w_{1r} - 2w_1 + w_{1\ell}) - D_1 \cdot \frac{1}{a^2} (w_{1a} - 2w_1 + w_{1b}) \right]$$

$$M_{x,1} = - \left[37,12 \cdot (9,41 - 2 \cdot 28,52 + 0) + 0,56 \cdot (0 - 2 \cdot 28,52 + 8,16) \right] \frac{P \cdot 10^9}{2000^2}$$

$$M_{x,1} = +448861 \cdot P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{x,2} = - \left[37,12 \cdot (0 - 2 \cdot 9,41 + 28,52) + 0,56 \cdot (0 - 2 \cdot 9,41 + 4,07) \right] \frac{P \cdot 10^9}{2000^2}$$

$$M_{x,2} = -87951 \cdot P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{x,3} = -|37,12 \cdot (4,07 - 2 \cdot 8,16 + 0) + 0,56 \cdot (28,52 - 2 \cdot 8,16 + 0)| \frac{P \cdot 10^9}{2000^2}$$

$$M_{x,3} = +111972 P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{x,4} = -|37,12 \cdot (0 - 2 \cdot 4,07 + 8,16) + 0,56 \cdot (9,41 - 2 \cdot 4,07 + 0)| \frac{P \cdot 10^9}{2000^2}$$

$$M_{x,4} = -363 P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{y,1} = -|D_y \frac{1}{a^2} (w_{1a} - 2w_1 + w_{1b}) + D_2 \frac{1}{(\lambda a)^2} (w_{1r} - 2w_1 + w_{1l})|$$

$$M_{y,1} = -|29,70 \cdot (0 - 2 \cdot 28,52 + 8,16) + 0,56 \cdot (9,41 - 2 \cdot 28,52 + 0)| \frac{P \cdot 10^9}{2000^2}$$

$$M_{y,1} = +369602 \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{y,2} = -|29,70 \cdot (0 - 2 \cdot 9,41 + 4,07) + 0,56 \cdot (0 - 2 \cdot 9,41 + 28,52)| \frac{P \cdot 10^9}{2000^2}$$

$$M_{y,2} = +108161 \cdot P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{y,3} = -|29,70 \cdot (28,52 - 2 \cdot 8,16 + 0) + 0,56 \cdot (4,07 - 2 \cdot 8,16 + 0)| \frac{P \cdot 10^9}{2000^2}$$

$$M_{y,3} = -88870 \cdot P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{y,4} = -|29,70 \cdot (9,41 - 2 \cdot 4,07 + 0) + 0,56 \cdot (0 - 2 \cdot 4,07 + 8,16)| \frac{P \cdot 10^9}{2000^2}$$

$$M_{y,4} = -9433 \cdot P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{xy,1} = B_{xy} \cdot \frac{1}{(2a)^2} \cdot (-w_{ar} + w_{al} + w_{br} - w_{bl})$$

$$M_{xy,1} = 10,89.(-0+0+4,07-0). \frac{P.10^9}{(2.2000)^2} = +2770.P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{xy,2} = 10,89.(-0+0+0-8,16). \frac{P.10^9}{(2.2000)^2} = -5554.P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{xy,3} = 10,89.(-9,41+0+0-0). \frac{P.10^9}{(2.2000)^2} = -6405.P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{xy,4} = 10,89.(-0+28,52+0-0). \frac{P.10^9}{(2.2000)^2} = +19411.P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{yx} = -B_{yx} \frac{1}{(2a)^2} (-w_{ar} + w_{al} + w_{br} - w_{bl})$$

$$M_{yx,1} = -6,20 (-0+0+4,07-0). \frac{P.10^9}{(2.2000)^2} = -1577.P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{yx,2} = -6,20 (-0+0+0-8,16). \frac{P.10^9}{(2.2000)^2} = +3162.P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{yx,3} = -6,20.(-9,41+0+0-0). \frac{P.10^9}{(2.2000)^2} = +3646.P \quad (\text{Nmm})$$

$$M_{yx,4} = -6,20 (-0+28,52+0-0). \frac{P.10^9}{(2.2000)^2} = -11052.P \quad (\text{Nmm})$$

6. STIFFNESS MATRİS METODU İLE İZGARA SİSTEMLERİN ANALİZİ

Giriş

Yapısal Analizde matris metodları ile problemlerin çözümlenmesi önemli bir yer tutar. Bilinmeyenler olarak kuvvetlerin seçildiği Matris Kuvvet Metodu ve Deplasmanların seçildiği Matris Deplasman Metodu olmak üzere yaygın kullanılan iki farklı matris tekniği vardır. Burada Matris Deplasman Metodu "Stiffness Metodu" ele alınacaktır. Bilinmeyenler kinematik bilinmeyenler olarak adlandırılacaktır.

6.1. Belirsizlik Derecesi

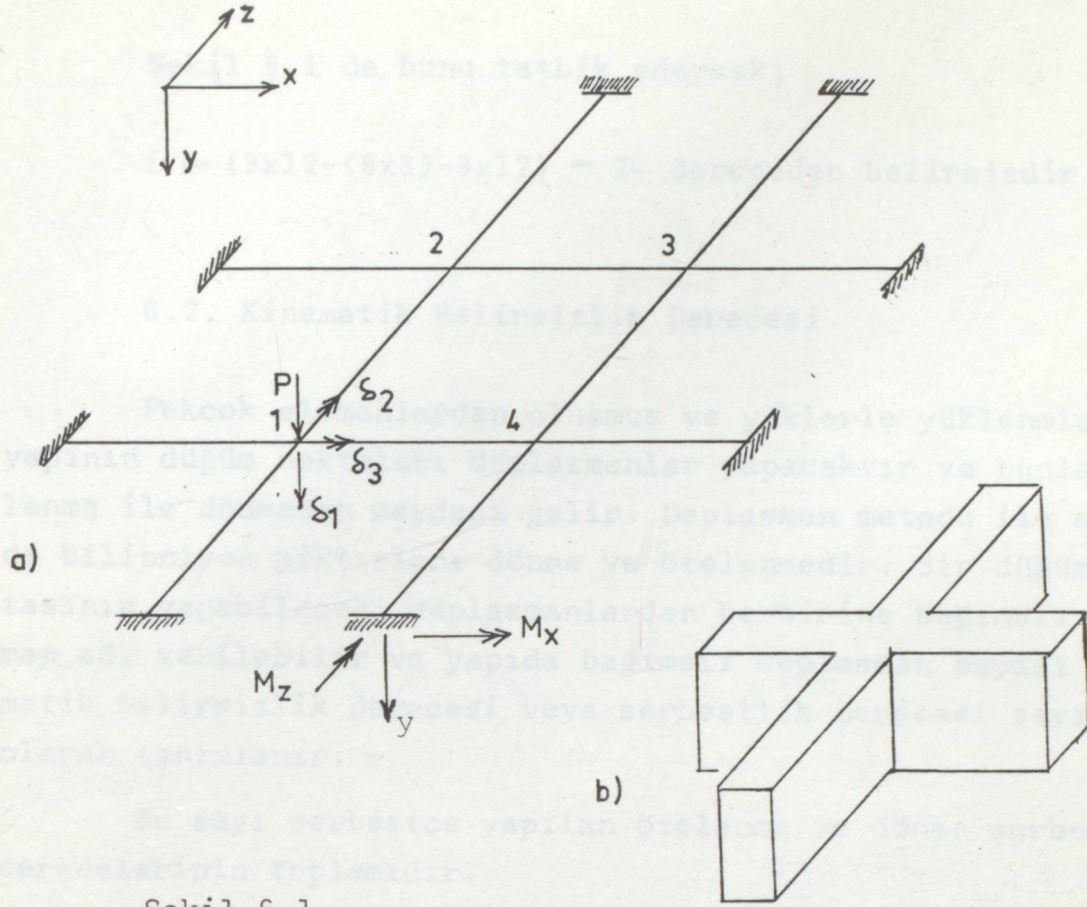
Bir yapıda tepki terimleri sayısı denge denklemlerinden fazla ise o yapı statikçe dıştan belirsizdir. Belirsizlik derecesini ise statik denklemler sayısını aşan bilinmeyen kuvvetler sayısı gibi tanımlayabiliriz. Dıştan statikçe belirli bir yapı (üç denge denklemi ve ilave mafsalları ile tepki sayısı eşit olan yapı) içten belirsiz olabilir.

Şekil 6.1.a da görüldüğü üzere yatay düzlemde ızgaranın elemanları kesişme noktalarında Şekil 6.1.b deki gibi rijitçe bağlanmış olsun ve sadece düşey doğrultuda yüklendiğini kabul edelim.

Bu kabul ile x, z ve M_y tepki elemanları ve oluşturdukları gerilmeler tüm ızgara elemanlarında ortadan kalkacaktır. O halde denge denklemlerinden sadece üç tanesi kullanılabilir. Her mesnette tepki elemanları ise y, M_x ve M_z olmak üzere üç tanedir. O halde tüm yapıda tepki elemanları sayısı $3 \times 8 = 24$ tür. Buradan hareketle dıştan statikçe belirsizlik sayısı $24 - 3 = 21$ dir.

Eğer tepkiler bilinirse ızgaranın kirişlerinde oluşan

Kaynak [7] [23]



Şekil 6.1

gerilme içten statikçe belirsiz olan ABCD merkez parçası için yalnız statikle belirlenebileceği düşünülür. Bu ABCD parçasının dört kirişinden herhangi birinin bir yerinden kesilmesiyle üç tane serbestlik oluşur ve bu yapıyı yalnızca statik denklemleri ile oluşan gerilmeler belirlenebilir. Böylece yapı üçüncü dereceden içten belirsizdir ve toplam belirsizlik derecesi $21 + 3 = 24$ dür.

Böyle bir yapının belirsizlik derecesini şöyle de ifade edebiliriz.

$$i = (3m-r)-3j \quad (6.1)$$

Burada; i belirsizlik derecesi, m ; eleman sayısı, r ; mesnetlerdeki tepki sayısı, j ; Mesnetleride içeren rijit düğüm noktası sayısıdır.

Şekil 6.1 de bunu tatbik edersek;

$$i = (3 \times 12 - (8 \times 3) - 3 \times 12) = 24 \text{ dereceden belirsizdir.}$$

6.2. Kinematik Belirsizlik Derecesi

Pekçok elemanlardan oluşmuş ve yüklerle yüklenmiş bir yapının düğüm noktaları deplasmanlar yapacaktır ve bunlar ötelenme ile dönmeden meydana gelir. Deplasman metodu ile analizde bilinmeyen miktarları dönme ve ötelenmedir. Bir düğüm noktasının yapabileceği deplasmanlardan herbirine bağımsız deplasman adı verilebilir ve yapıda bağımsız deplasman sayısı kinematik belirsizlik derecesi veya serbestlik derecesi sayısı olarak tanımlanır.

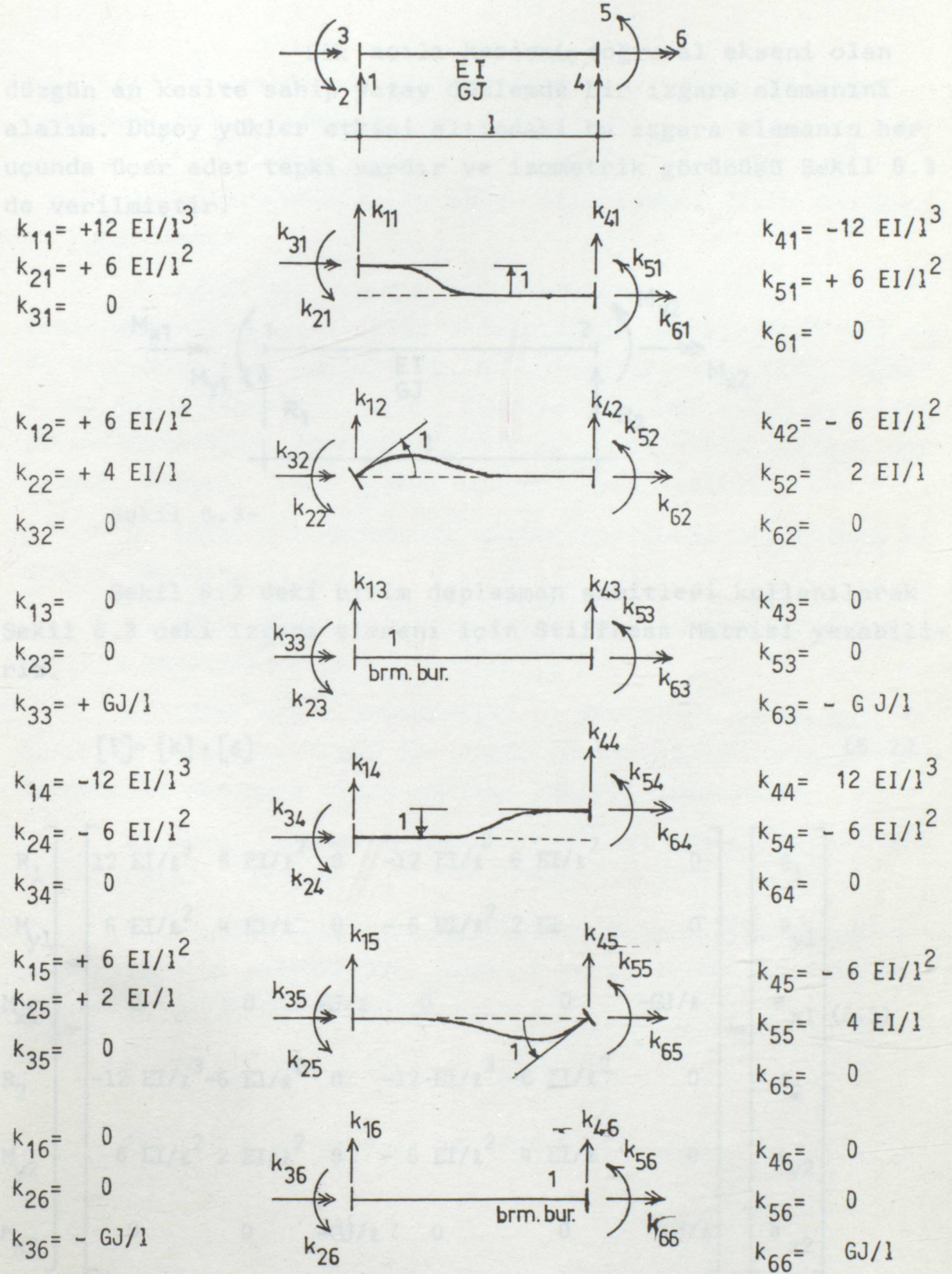
Bu sayı serbestçe yapılan ötelenme ve dönme serbestlik derecelerinin toplamıdır.

Yatay düzlemde rijitçe düğüm noktalarında bağlı düşey yüklerle yüklenmiş bir ızgara düzleminin her bir düğüm noktası üç deplasman elemanına sahiptir. Bunlar birbirine dik ızgara düzlemindeki kesişme noktasının düşey yerdeğiştirmesi ve ızgara düzleminin iki dik eksenindeki dönmelerdir. Böylece Şekil 6.1 deki ızgaranın kinematik belirsizlik derecesi $3 \times 4 = 12$ dir.

6.3. Bir Kiriş Elemanı İçin Stiffness Matris Elemanları

Kiriş elemanında aksenal deformasyonlar ihmal edilecektir. 0 halde kiriş elemanı burulma, eğilme momenti ve düşey yerdeğiştirme etkisi altındadır. Bu durumda uçlara sıra ile 1 birimlik düşey yerdeğiştirme, eğilme dönmesi ve burulma dönmesi deplasmanları verildiğinde meydana gelecek birim deplasman sabitleri Şekil 6.2 de verilmiştir.

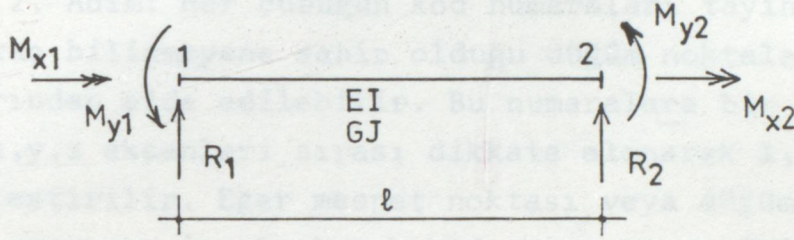
6.4.1. Eğilme Kiriş Elemanı Stiffness Matrisi



Şekil 6.2- Bir çubuk elemanında birim eğilme, burulma ve düşey yer değiştirme deplasman uç sabitleri

6.4. Izgara Kiriş Elemanı Stiffness Matrisi

Dik açılı kesişmiş doğrusal eksenli olan düzgün en kesite sahip yatay düzlemde bir ızgara elemanını alalım. Düşey yükler etkisi altındaki bu ızgara elemanın her uçunda üçer adet tepki vardır ve izometrik görünüşü Şekil 6.3 de verilmiştir.



Şekil 6.3-

Şekil 6.2 deki birim deplasman sabitleri kullanılarak Şekil 6.3 deki ızgara elemanı için Stiffness Matrisi yazabiliriz.

$$[F] = [k] \cdot [\delta] \quad (6.2)$$

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ M_{y1} \\ M_{x1} \\ R_2 \\ M_{y2} \\ M_{x2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 EI/l^3 & 6 EI/l^2 & 0 & -12 EI/l^3 & 6 EI/l^2 & 0 \\ 6 EI/l^2 & 4 EI/l & 0 & -6 EI/l^2 & 2 EI & 0 \\ 0 & 0 & GJ/l & 0 & 0 & -GJ/l \\ -12 EI/l^3 & -6 EI/l^2 & 0 & -12 EI/l^3 & -6 EI/l^2 & 0 \\ 6 EI/l^2 & 2 EI/l & 0 & -6 EI/l^2 & 4 EI/l & 0 \\ 0 & 0 & -GJ/l & 0 & 0 & GJ/l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \theta_{y1} \\ \theta_{x1} \\ \delta_2 \\ \theta_{y2} \\ \theta_{x2} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

6.5. STIFFNESS METODU UYGULAMA İŞLEM SIRASI

Stiffness Metodu sistematik bir metoddur. Çözümünü aşağıdaki hesap sırasına göre gerçekleştirebiliriz.

1. Adım: Çubuklar ve çubuk uçlarındaki düğüm noktaları numaralanır.

2. Adım: Her çubuğun kod numaraları tayin edilir. Sistemin kaç bilinmeyene sahip olduğu düğüm noktalarının kod numaralarından elde edilebilir. Bu numaralara bir düğüm noktasında x,y,z eksenleri sırası dikkate alınarak 1,2,3 şeklinde gerçekleştirilir. Eğer mesnet noktası veya düğüm noktası deplasman yapmıyor ise 0 olarak kod numarası verilir.

3. Adım: Çubuklara ait eleman stiffness matrisleri yazılır. (denklem (6.3)).

4. Adım: Kod numaraları metodu ile sistem stiffness matrisi oluşturulur.

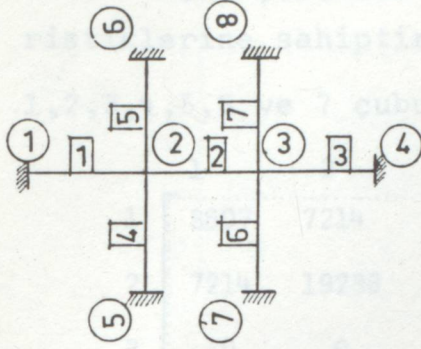
5. Adım: Çubuk ankastrelik uç tepkileri hesaplanır ve bunların ters işaretleri ile düğüm noktasındaki kuvvetin toplanmasıyla sistemin düğüm noktası yükleri hesaplanır.

6. Adım: Denklem (6.2) kullanılarak düğüm noktası deformasyonları bulunur.

7. Adım: Her çubuğun uçlarındaki deformasyon kolon vektörü stiffness matrisi ile çarpılır ve ankastrelik tepkiler eklenerek çubuk uç tesirleri bulunur.

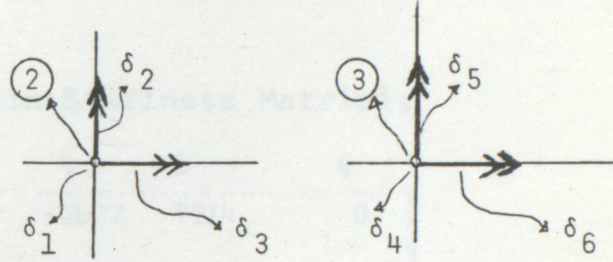
Şimdi bir örnek ile bunu görelim.

Şekil 6.4 de verilen sistemi ele alalım.



Şekil 6.4-

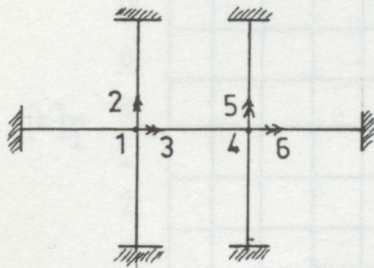
2 noktası P tekil yük etkisi altında.



$$E = 28,5 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2; \quad b/h = 30/30$$

$$L = 4,00 \text{ mt olsun.}$$

$$G = \frac{E}{2 \times (1 + 0,25)} \quad 0,4 E = 11,4 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$



$$I = \frac{0,30^4}{12} = 6,75 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J = 0,141 \cdot 0,30^4 = 11,42 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$i = (3 \times 7 - 3 \times 6) - 3 \times 10 = 9$. dereceden belirsiz.

6. dereceden kinematik belirsiz.

1. Adım Çubuk uçlarında düğüm noktası numaralanır.

2. Adım Çubuk kod numaraları

Çubuk No	Düğüm No	Kod Numaraları
1	1-2	0 0 0 1 2 3
2	2-3	1 2 3 4 5 6
3	3-4	4 5 6 0 0 0
4	5-2	0 0 0 1 2 3
5	2-6	1 2 3 0 0 0
6	7-3	0 0 0 4 5 6
7	3-8	4 5 6 0 0 0

3. Adım Çubuk Stiffness Matrisi

Tüm çubuklar l uzunluğunda ve aynı en kesit karakteristiklerine sahiptir.

1,2,3,4,5,6 ve 7 çubukları için Stiffness Matrisi;

	1	2	3	4	5	6
1	3607	7214	0	-3607	7214	0
2	7214	19238	0	-7214	9619	0
3	0	0	3255	0	0	-3255
4	-3607	-7214	0	3607	-7214	0
5	7214	9619	0	-7214	19238	0
6	0	0	-3255	0	0	3255

	0	0	0	1	2	3		4	5	6	0	0	0		0	0	0	1	2	3
$[k]_1$																				
$[k]_2$																				
$[k]_3$																				
$[k]_4$																				
$[k]_5$																				
$[k]_6$																				
$[k]_7$																				

4. Adım: Sistem Stiffness Matrisi: Kod numarasına göre sistem stiffness matrisi oluşturulur.

$$[K] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 14428 & 0 & 0 & -3607 & 7214 & 0 \\ 0 & 76952 & 0 & -7214 & 9619 & 0 \\ 0 & 0 & 13020 & 0 & 0 & -3255 \\ -3607 & -7214 & 0 & 14428 & 0 & 0 \\ 7214 & 9619 & 0 & 0 & 76952 & 0 \\ 0 & 0 & -3255 & 0 & 0 & 13020 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

5. Adım. Sistem Yük Matrisi: Sistem 2 düğüm noktasında düşey etkiyen P tekil yükünü taşımaktadır. Çubuklar üzerinde başkaca yük olmadığı için ankastrelik uç reaksiyonları kolon vektörü sıfırdır.

$$[F] = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

6. Adım. Denklem takımının çözümü:

$$[\delta] = [K]^{-1} [F]$$

$$[\delta] = 1.10^{-6} \begin{bmatrix} 78,44 & 2,94 & 0 & 21,08 & -7,72 & 0 & -1 & -78,44 \\ 2,94 & 13,97 & 0 & 7,72 & -2,02 & 0 & 0 & -2,94 \\ 0 & 0 & 81,93 & 0 & 0 & 20,48 & 0 & 0 \\ 21,08 & 7,72 & 0 & 78,44 & -2,94 & 0 & 0 & -21,08 \\ -7,72 & -2,02 & 0 & -2,94 & 13,97 & 0 & 0 & -7,72 \\ 0 & 0 & 20,48 & 0 & 0 & 81,93 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Adım. Çubuk uç kuvvetlerinin hesabı: Bulduğumuz deplasman matrisi ile çubuklara ait [k] stiffness matrisleri çarpılıp ankastrelik uç momentleri matrisi [f] ilave edilerek çubuk uç kuvvetleri hesaplanır. Örneğimizde ankastrelik uç momentleri matrisi sıfırdır. 0 halde

$$[F]_1 = [F]_4 = [F]_5 = \begin{bmatrix} -0,255 \\ -0,057 \\ +0,021 \end{bmatrix}$$

$$[F]_2 = \begin{bmatrix} -0,187 \\ +0,018 \\ +0,034 \\ +0,187 \\ +0,120 \\ -0,034 \end{bmatrix}$$

$$[F]_3 = [F]_6 = [F]_7 = \begin{bmatrix} -0,069 \\ +0,149 \\ +0,056 \end{bmatrix}$$

7. SONUÇ

Döşemeler bilindiği üzere iki doğrultuda yük aktarma özelliğine sahip yapılardır. Bu yükü aktarma, eğilme momentinin yanında burulma momenti katkısının da gözönüne alınması ile gerçekleştirilmektedir.

Döşemenin elastik deformasyon yüzeyi ile ızgara kiriş sistemin elastik deformasyon yüzeyinin benzer olması sebebi ile döşemelerle ızgara sistemler arasındaki analogiye dayanılarak özellikle köprü döşemelerinin ızgara kiriş sistemler ile analizi mümkündür.

Üçüncü bölümde değinilen metod ile elastik deformasyon yüzeyini belirlemek oldukça uzun ve yorucu işlemler gerektirmektedir. Keza ikinci bölümde sunulan sehimlerin uygunluğu metodu ve dördüncü bölümde sunulan burulma tesirlerini dikkate alan deplasman metodu da el hesapları ve uzun çalışma gerektiren metodlardır. Bu metodlara burada yer verilmesinin nedeni olayın özünü kapsamaları ve temelini oluşturmalarındandır.

Günümüzde yaygın olarak ele alınan orthotropik döşemeler teorisi ızgara kiriş sistemler içinde geçerlidir. İki yönlü yük dağılımı en genel halde orthotropik döşeme teorisi ile ifade edilebilmektedir. Sonuçta dördüncü dereceden diferansiyel denklemi ile sistem ifade edilmekte ve örneğin sonlu farklar metodu ile çözümlene gerçekleştirilebilmektedir. Beşinci bölümde bu metodun teorisi ve sonlu farklar denklemlerinin uygulanmasına yer verilmiştir.

Son bölümde ise bilgisayar kullanımına yatkınlığından Ötürü Stiffness Matrisleri Metodu (Matris Deplasman Metodu) ele alınmıştır.

Bir çubuk elemanının bu metodla ele alınışı ve o elemana ait stiffness matrisinin verilmesine değinilmiştir. Daha sonra ise ızgara sisteminin stiffness matrisinin oluşturulması ve yükleme vektörü bilindiğine göre deplasmanların bu-

lunması gösterilmiştir. Bu metodda uçlarda deplasmanlar bilinmesi halinde iç tesirlerin hesaplanması da son derece kolaydır. Fakat basit bir sistemin bile bu metodla ele alınması halinde el hesap makinelerinin kapasitesini aşan belleğe ihtiyaç göstermektedir.

Izgara Kiriş Sistemlerin hesapları verilen metodlardan herhangi biri ile gerçekleştirilebilir. Bu metodlardan herhangi birinin seçilmesindeki tercih tamamen hesaplayıcının imkanları ile bağlantılıdır.

Izgara Kiriş Sistemlerin analizi oldukça karmaşık hesaplar gerektirmektedir. Bu çalışmada nisbeten pratik kullanıma yönelik metodlara değinilmiştir.

1. Frederick S. Merritt "Structural Steel Designers Handbook" Consulting Engineer Syneset Mc.Graw Hill, New York
2. Walter W. Dwell, Shigeo Okada and Joel J. Aronson "Deflections in Gridwork and Slabs"(1967) Vol. 117 American Society of Civil Engineers, Transactions, Paper No:3529
3. Ignacio Martin and José Hernandez "Orthogonal Gridwork Loaded Normally to their planes", (1969) Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers
4. A. Ghali, A.M. Neville and Y.K. Ching "Structural Analysis-A unified Classical and Matrix Approach" (1978) Chapman and Hall London, New York
5. Chu-Kia Wang "Matrix Methods of Structural Analysis"(1986) International Textbook Company Scranton, Pennsylvania

KAYNAKLAR

1. Edmund C.Hambly (1976) "Bridge Deck Behaviour ",
Chapman and Hall London
John Wiley and Sons, Inc., New York
2. A.R. Cusens and R.P.Pama (1975)" Bridge Deck Analysis"
A Wiley-Interscience Publication
John Wiley and Sons London, New York
3. Mario Salvadori "Structural Design in Architecture"
4. Frederick S.Merritt "Structural Steel Designers
Handbook "
Consulting Engineer Synsset Mc.Graw Hill,
New York
5. Walter W.Ewell, Shigeo Okuba and Joel I.Abrams
"Deflections in Gridworks and Slabs"(1952)
Vol.117 American Society of Civil Engineers,
Transactions. Paper No:2520
6. Ignacio Martin and José Hernandez "Orthogonal Gridworks Loaded
Normally to their planes", (1960)
Journal of the Structural Division
Proceedings of the American Society of
Civil Engineers
7. A.Ghali, A.M. Neville and Y.K.Cheung "Structural
Analysis-A Unified Classical and Matrix
Approach" (1978) Chapman and Hall London,
New York
8. Chu-Kia Wang "Matrix Methods of Structural Analysis"(1966)
International Textbook Company Scranton,
Pennsylvania

9. H.Homberg und J.Weinmeister "Einflußflächen für Kreuzwerke"
(1956)
Springer-Verlag.Berlin.Göttingen.
Heilderberg
- 10.Adolf Pucher "Einflußfelder elastischer Platten-Influence
Surfaces of Elastic Plates"(1964)
Springer -Verlag. Wien.New York
- 11.Siegfried Krug und Peter Stein "Einflußfelder orthogonal
anisotroper Platten-Influence surfaces
of orthogonal anisotropic plates"(1961)
Springer-Verlag.Berlin.Göttingen.Heilderberg
- 12.Kurt Beyer "Die Statik imStahlbetonbau" (1948) Springer-Verlag
Berlin
- 13.Kurt Hirschfeld "Baustatik Theorie und Belspiele
Berichtigter Neudruck" (1962)
Springer-Verlag.Berlin.Göttingen-
Heilderberg
- 14.Miklos Imre Hetenyi "Beams on Elastic Foundations"(1946)
The University of Michigan Press, Ann.
Arbor-Michigan
- 15.Irving Fader "Grid Analysis By the Reaction Distribution
Metod" (1961)
Journal of the Structural Division
Proceedings of the American Society of
Civil Engineers
- 16.R.E.ROWE "Concrete Bridge Design" (1962)
C.R.Book Limited London
John Wiley and Sons, Inc. New York

17. Arnold W. Hendry and Leslie G. Jaeger "The Analysis of Grid Frameworks and Related Structures" (1958) Chatto and Windus London İstanbul
18. J. Clarkson "The Elastic Analysis of Flat Grillages" (1965) Cambridge At the University Press London
19. Z. S. Makawski "Räumliche Tragwerke aus Stahl"
20. M. S. Troitsky "Orthotropic Bridges Theory and Design" (1968) The James F. Lincoln Arc Welding Foundation Cleveland, Ohio
21. Werner Bierman "Trägerrost-Tabellen-Tables for Beam Grid Systems" (1968) Veb Verlag Technik Berlin
22. Semih Tezcan "Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makineleri ile Çözümü- Stiffness Matrisleri Metodu" (1970) Arı Kitabevi Matbaası, İstanbul
23. Semih Tezcan "İskara Kirişli Sistemlerin Genel Çözümü" (1966) İ.T.Ü. İnş. Fak. Yayınları, İstanbul
24. Mustafa İnan "Cisimlerin Mukavemeti" (1984) Birsen Yayınevi, İstanbul
25. S. Timoshenko-Mustafa İnan ve Fahrettin Sönmez "Cisimlerin Mukavemeti" (1965) İ.T.Ü. Kütüphanesi Yayınları, Sayı 144. İstanbul
26. S. Timoshenko and J. N. Goodier-İlhan Kayan ve Erdoğan Şuhubi "Elastisite Teorisi" (1969) Arı Kitabevi Matbaası, İstanbul

- 27.Karl Girkmann-S.Sacit Tamerođlu "Yüzeysel Taşıyıcı Sistemler" (1964)
Matbaa Teknisyenleri Basımevi,İstanbul
- 28.Adnan Çakıroğlu "Hiperstatik Sistemlerin Hesap Metodları" (1984)
İ.T.Ü. İnş.Fak.Matbaası, İstanbul
- 29.Hüseyin S.Celasun "Betonarme Kesit Hesapları" (1988)
Yıldız Üniv. Yayınları.201.Dođan Matbaası
İstanbul
- 30.İlhan Berktaş "Plak Teorisi ve Uygulamaları" (1988)
Yıldız Üniversitesi, İstanbul
- 31.Fikret Keskinel "Elastik Zemine Oturan İki İstikamette Mütemudi Sistemlerin Etüdü" (1960)
İ.T.Ü. Yayınları, İstanbul
- 32.Süreyya Ünsal "İzgara Kirişli Sistemlerin Genel Çözümü"
Yıldız Üniversitesi, İstanbul



ÖZGEÇMİŞ

Fahri YALÇIN 1962 yılında Mengen-Bolu'da doğmuştur. İlk tahsilini Reşitpaşa Karacapaşa İlkokulunda tamamladıktan sonra orta öğretim ilk aşamasını Emirgan Ortaokulunda yapmıştır. Orta öğretimin ikinci aşamasına İstanbul Yapı Meslek Lisesinde başlamış başarı barajını geçtikten sonra İstanbul İnşaat Teknik Lisesine devam ederek 1981 yılında hem Lise Fen kolu hemde İnşaat Teknisyenliği formasyonunu kazanarak ikincilik derecesi ile mezun olmuştur.

Mühendislik tahsiline ekonomik nedenlerden dolayı iki sene geç başlamış ve Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği İnşaat Bölümünü 1988 yılı haziranında tamamlayıp Yapı Kolundan mezun olmuştur.

Üniversite öğretimini YILDIZ ÜNİVERSİTESİ akşam programında, gündüzlerini TÜRK YTONG SANAYİ A.Ş.'de çalışarak değerlendirme imkanlarından dolayı her iki kuruluşa da minnettardır.

