

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Değişik Sınır Şar, Sahip Dik, Plat  
Son, Ele. men, Çöz,

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Turgut Kocatürk

1990

Ref  
İNŞ  
156  
1990

33-  
R 150  
166

30.000

175

YILDIZ UNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DEĞİŞİK SINIR ŞARTLARINA SAHİP DİKDÖRTGEN  
PLAKLARIN SONLU ELEMANLAR METODUYLA ÇÖZÜMÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MÜH. TURGUT KOCATÜRK

İSTANBUL 1990

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
KÜTÜPHANE DOKÜMANTASYON  
DAİRE BAŞKANLIĞI

Kot : R 150  
166

Alındığı Yer : FEN BİL. ENS.

Tarih : 18.10.1991

Fatura : - - - - -

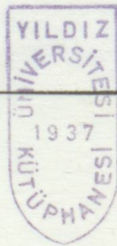
Fiyatı : 30.000. TL.

Ayniyat No : 1 / 15

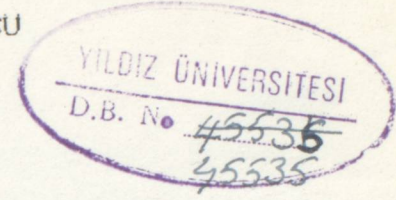
Kayıt No : 47758

UDC : 624.378.242

Ek :



YILDIZ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTUSU

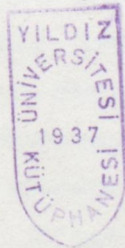


DEĞİŞİK SINIR ŞARTLARINA SAHİP DİKDÖRTGEN  
PLAKLARIN SONLU ELEMANLAR METODUYLA ÇÖZÜMÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MÜH. TURGUT KOÇATURK

ANA BİLİM DALI : İNŞAAT  
DALI : YAPI

TEZİ YÖNETEN : PROF. İLHAN BERKTAY



İSTANBUL 1990

## İÇİNDEKİLER

## Sayfa

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

Tez çalışmamda bana yardımcı olan değerli hocam Prof. İlhan Berktaş'a teşekkür ederim.

24

24

27

30

33

34

36

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

## İÇİNDEKİLER

Sayfa

OZET .....	
SUMMARY .....	
SEMBOLLER .....	
GİRİŞ .....	
BÖLÜM 1	
DİREKT MATRİS DEPLASMAN METODU	
1.1. Matris Deplasman Metotlarında İşlem Sırası .....	1
1.2. Direkt Matris Deplasman Metoduyla Doğru Eksenli Çubuk Sistemlerin Kısaca incelenmesi .....	1
1.2.1. Çubukların Uç Kuvvetleri İle Uç Deplasmanları Arasındaki Bağıntılar .....	1
1.2.2. Eksenlerin Döndürülmesi .....	5
BÖLÜM 2	
SONLU ELEMANLAR METODUNUN DIKDORTGEN PLAKLARA UYGULANMASI	
2.1. Metodun Özellikleri .....	11
2.2. Plak Elemanındaki Temel Büyüklükler .....	12
2.3. Toplam Potansiyel Enerji .....	15
2.4. Deplasman Fonksiyonu Seçimi .....	18
2.5. Eleman ve Sistem Rijitlik Matrislerinin Bulunması .....	18
BÖLÜM 3	
EĞİLMEYE ÇALIŞAN BİR PLAĞIN SONLU ELEMANLAR DEPLASMAN METODU İLE ÇÖZÜMÜ	
3.1. Verilerin Programa Tanıtılması .....	24
3.2. Eleman Deplasman Fonksiyonu Seçimi .....	24
3.3. Eleman Rijitlik Matrisinin Kurulması .....	27
3.4. Sistem Rijitlik Matrisinin Kurulması .....	30
3.5. Deplasmanların Hesabı .....	33
3.6. Elemanın Herhangibir Noktasındaki Moment Değerlerinin Hesabı .....	34
3.7. Bilgisayar Programı ve Değişik Plak Problemlerinin Çözümü .....	36
Özgeçmiş .....	
Kaynaklar .....	

## ÖZET

Bu çalışmada birinci bölümde, direkt matris deplasman metodu kısaca gözden geçirilmiştir.

İkinci bölümde ise Sonlu Elemanlar Metodunun dikdörtgen plaklara uygulanması üzerinde durulmuş, eleman ve sistem rijitlik matrisleri çıkarılmıştır.

Üçüncü ve son bölümde eğilmeye çalışan bir plağın Sonlu Elemanlar Deplasman Metoduyla çözümünde kullanılacak eleman rijitlik matrisinin bulunmasında kullanılan ifadelerin açık şekli verilmiştir. Bu bölümde ayrıca bir bilgisayar programı çalışması yapılmış ve bu programla değişik sınır şartlarına sahip dikdörtgen plaklar çözülmüştür.

## SÖZLEŞME

$A$ : Deplasman fonksiyonunun  $a$  katsayılarını içeren katsayılar vektörü.

$A_1, A_2$ : Kuvvetlerin plakda yaptığı iş.

$A_3, A_4$ : Dış kuvvetlerin plakda yaptığı iş.

## SUMMARY

First chapter of this study The Direct Matrix Displacement Method is shortly discussed.

In the second chapter The Finite Element Method is applied to the rectangular plates. System and element rijidity matrix is derived.

In the third chapter clear expression for the rijidity matrix of the rectangular plate with bending displacement is yield. In addition, other expressions are given. Also in this chapter the computer program is constructed. Using this program, rectangular plate with various edge conditions are solved.

$a, b$ : Plak elemanınin sırayla  $x$  ve  $y$  doğrultularındaki yarı uzunlukları.

$E$ : Birim matris.

$E_{ij}$ :  $i$  elemanınin  $j$  rijidite matrisi.

$E_{ij}$ : Sistem rijidite matrisi.

$k$ :  $i$  elemandaki deplasmanlardan dolayı  $i$  ucunda oluşan kuvvetli ifade eden birim deplasman sabiti. (Özel eksen istenirse,  $k$ ).

$K$ : Sistem eksen takasına dönüştürülmüş birim deplasman sabiti.

$K_{ij}$ :  $i$  elemanınin  $j$  ucundaki birim deplasmanlardan dolayı  $i$  ucunda oluşan kuvvetleri ifade eden birim deplasman matrisi.

$K_x, K_y$ : Birim boyda gelen eğilme momentleri.

$K_z$ : Birim boyda gelen burulma momenti.

$K_1, K_2$ :  $x$  ve  $y$  eksenleri ile bir elemanınin bir noktasındaki deplasmanları hesaplamaya yarayan  $3 \times 3$  boyutunda matris.

## SEMBOLLER

$\underline{A}$ : Deplasman fonksiyonunun a katsayılarını içeren katsayılar vektörü.

$A_i$ : İç kuvvetlerin plakda yaptığı iş.

$A_a$ : Dış kuvvetlerin plakda yaptığı iş.

$A_{(z)i}$ : Tarafsız eksenden itibaren z derinliğindeki birim elemanda iç kuvvetlerin yaptığı iş.

$A_{(t)i}$ : Yatay boyutları birim, düşey boyutu plak kalınlığına eşit olan bir elemanda iç kuvvetlerin özel yaptığı iş.

$\underline{c}^i$ : i elemanının uç deplasmanlarıyla bilinmeyen a katsayıları arasındaki bağlantıyı sağlayan ve sadece uç nokta koordinatlarına bağlı  $12 \times 12$  boyutunda bir matris.

D: Plak eğilme rijitliği.

E: Elastisite modülü.

$\underline{E}$ : Elastisite matrisi.

$h_x, h_y$ : Plak elemanının sırayla x ve y doğrultularındaki yarı uzunlukları.

I: Birim matris.

$\underline{k}^i$ : i elemanına ait rijitlik matrisi.

$\underline{K}$ : Sistem rijitlik matrisi.

$k_{ij}$ : j ucundaki deplasmanlardan dolayı i ucunda oluşan kuvveti ifade eden birim deplasman sabiti. (Özel eksen takımında.)

$k_{ixix}$ : Sistem eksen takımına dönüştürülmüş birim deplasman sabiti.

$\underline{k}_{-ii}^i$ : i elemanının i ucundaki birim deplasmanlardan yine i ucunda oluşan kuvvetleri ifade eden birim deplasman matrisi.

$m_x, m_y$ : Birim boya gelen eğilme momentleri.

$m_{xy}$ : Birim boya gelen burulma momenti.

$\underline{N}$ :  $\underline{A}$  ya bağlı olarak elemanın istenen bir noktasındaki deformasyonları hesaplamaya yarayan  $3 \times 12$  boyutunda matris.

$\underline{P}_c^i$ : i elemanına ait yük vektörü.

$\underline{P}_a^i$ : i elemanının i ucuna ait yük vektörü.

$\underline{P}$ : Sistemin düğüm noktalarına etkiyen dış yük vektörü.

$q$ : Uniform yayılı yük.

$\underline{S}_i$ : Düğüm noktası iç kuvvetleri.

$\underline{S}_i^i$ : i elemanında i ucundaki iç kuvvetleri belirleyen vektör.

$t$ : Plak kalınlığı.

$T_{zi}^i, T_{zj}^i$ : i elemanına ait i ve j uçlarındaki özel koordinat sistemlerinden genel koordinat sistemine geçmeye y a rayan  $3 \times 3$  boyutunda dönüşüm matrisleri. (Transformasyon matrisi.)

$\underline{w}_i^i$ : i elemanına ait düğüm noktası deplasmanları.

$\underline{W}$ : Sistemin düğüm noktası deplasmanlarını belirleyen deplasman vektörü.

$w(x,y)$ : Elastik yüzeyi temsil eden şekil fonksiyonu.

$\epsilon_x, \epsilon_y$ : Birim uzama oranları.

$\gamma_{xy}$ : Kayma açısı.

$\beta$ : Açıl

$\sigma_x, \sigma_y$ : Normal gerilme bileşenleri.

$\tau_{xy}$ : Kayma gerilmesi.

$\mu$ : Poisson oranı.

$\pi$ : Sistemin toplam potansiyel enerjisi.

$\pi_i$ : i elemanına ait toplam potansiyel enerji.

$\Delta$ : Laplace operatörü.

$x, y, z$ : Kartezyen koordinatlar.

$\theta_{x(x,y)}, \theta_{y(x,y)}$ :  $x, y$  noktasında sırayla  $x$  eksenini ve  $y$  eksenini üzerindeki dönme.

$\underline{\epsilon}$ : Birim deformasyon vektörü.

$\underline{\sigma}$ : Birim momentler vektörü.

## GİRİŞ

Şekli, sınır şartları ve üzerindeki yükü belli olan bir plak problemini çözmek demek  $\Delta\Delta W = \frac{P(x,y)}{D}$  denkleminin sınır şartlarını da gerçekleyen çözümünü, yani  $W=W(x,y)$  elastik yüzey ifadesini bulmaktır. Fakat  $W(x,y)$  elastik yüzey ifadesini elde etmek her zaman kolaylıkla olmaz. Bu sebeptendir ki analitik metodların yanında yaklaşık metodlar da geliştirilmiştir. Analitik metodlara ve yaklaşık metodlardan nümerik metodlara kısaca değinelim.

### 1. ANALİTİK METODLAR

Trigonometrik, hiperbolik seriler yardımı ile yükler ve deplasmanlar seriye açılarak denklem sağlatılmaya çalışılır. Değişik sınır şartlarına sahip plakların bu tip kesin çözümü elde edilememektedir.

### 2. NÜMERİK METODLAR

Plak çözümlerinde Sonlu Farklar ve Sonlu Elemanlar metodları kullanılır.

- a) Sonlu Farklar Metodu
- b) Sonlu Elemanlar Metodu

Bizim konumuz Sonlu Elemanlar Metodu olduğundan bu yöntemi kısaca gözden geçirelim.

Bir boyutlu sistemlerde sonlu elemanlar metoduyla bulunan bilinmeyen büyüklükler kesin olmasına rağmen, iki ve üç boyutlu sistemlerde bunların tayini yaklaşık olmaktadır. Bu sistemleri çözmek için aşağıda açıklanan iki farklı yoldan biri uygulanabilir.

b.1) İncelenen sistem ortamına eşdeğer bir ortamda sonlu elemanlar alma

b.2) İncelenen sistem ortamında sonlu elemanlar alma.

İncelenen sistem ortamında sonlu elemanlar alınarak hesap yapılırken birbirinden farklı iki yol izlenebilir.

b.2.1) Sistem boyutunu bir merteye düşürerek sonlu elemanlar kullanma.

b.2.2) İncelenen sistem ortamında doğrudan doğruya sonlu elemanlar kullanma.

## BÖLÜM 1

Doğrudan sistem ortamında sonlu elemanlar kullanıldığında;

-Eleman içinde geçerli iç kuvvet alanı seçerek,

-Eleman içinde geçerli deplasman fonksiyonu seçerek çözüme gidilir.

Bunlardan ikincisi Direkt Matris Deplasman Metodunun iki ve üç boyutlu sürekli ortamlara uygulanmasından başka birşey değildir.

Bu çalışmada Doğrudan Sistem Ortamında Sonlu Elemanlar alınarak eleman rijitlik matrisleri oluşturulmuştur. Direkt Matris Deplasman Metoduyla da sistem rijitlik matrisine geçilmiştir. İlk bölümde Direkt Matris deplasman metodunun doğru eksenli çubuklara uygulanması üzerinde kısaca durulmuştur.

Bu sistem için üç deplasman durumu geometrik uygunluk şartlarını sağlayan birbirinden lineer olarak bağımsız üç deplasman durumlarının lineer kombinasyonu olarak ifade edilir.

Buna sonra bu bağlamda bulunan ve sistemin geometrik serbestlik derecesine eşit sayıda bilinmeyen katsayılar, denge şartları ve deplasman iç kuvvet bağıntıları yardımıyla tayin edilerek sistemin üç deplasman durumu elde edilir.

Denge şartları ile deplasman - iç kuvvet bağıntılarından faydalanarak üç deplasmanlara bağlı olarak üç kuvvetleri de bulunup hesaplanmış olur.

### 1.1. DİREKT MATRİS DEPLASMAN METODU İLE ÇUBUK SİSTEMLERİN İNCELEMESİ

#### 1.1.1. İç Kuvvetleri ile Üç Deplasmanları Arasındaki Bağıntılar

En genel halde bir doğru eksenli çubuk elemanı alırsak;

## BÖLÜM 1

### DİREKT MATRİS DEPLASMAN METODU

Bütün matris hesap metodları ile dış etkilerden meydana gelen uç kuvvetlerinin ve uç deplasmanlarının tayininde, sağlamaları gereken;

- a-Denge şartlarından,
- b-Geometrik uygunluk şartlarından,
- c-Malzemeye ait deformasyon iç kuvvet bağıntılarından faydalanılır.

#### 1.1. MATRİS DEPLASMAN METODLARINDA İŞLEM SIRASI

a-Önce sistemin uç deplasman durumu geometrik uygunluk şartlarını sağlayan birbirinden lineer olarak bağımsız uç deplasman durumlarının lineer kombinasyonu olarak ifade edilir.

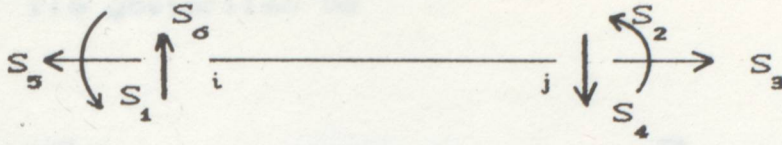
b-Daha sonra bu bağıntıda bulunan ve sistemin geometrik serbestlik derecesine eşit sayıdaki bilinmeyen katsayılar, denge şartları ve deformasyon iç kuvvet bağıntıları yardımıyla tayin edilerek sistemin uç deplasman durumu elde edilir.

c-Denge şartları ile deformasyon - iç kuvvet bağıntılarından faydalanarak uç deplasmanlarına bağlı olarak uç kuvvetleri de bulunup hesap tamamlanmış olur.

#### 1.2. DİREKT MATRİS DEPLASMAN METODU İLE ÇUBUK SİSTEMLERİN İNCELENMESİ

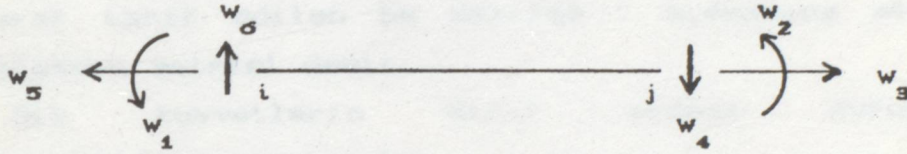
##### 1.2.1. Uç Kuvvetleri İle Uç Deplasmanları Arasındaki Bağıntılar

En genel halde bir doğru eksenli çubuk elemanı alırsak;



Şekil 1.1 Kuvvetler artı yönleriyle verilmiştir.

Bu çubuğun altı serbestlik derecesi vardır. Değişik mesnetlenme durumlarına göre düzlemi içindeki kuvvetlerin etkisinde bulunan bir  $i$ - $j$  çubuğunda altı tane uç kuvvetinden üç tanesi bilinirse diğerleri bunlara bağlı olarak üç tane denge denklemi ile bulunabilir. Biz altı adet serbestlik derecesini de gözönüne alarak çalışacağız.



Şekil 1.2 Deplasmanlar artı yönleriyle verilmiştir.

Dış kuvvetler sıfır iken şekilde görülen çubukta;

$w_1=1, w_2=w_3=w_4=w_5=w_6=0$  uç deplasmanlarından meydana gelen

$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$  uç kuvvetleri:  $k_{11}, k_{21}, k_{31}, k_{41}, k_{51}, k_{61}$

$w_2=1, w_1=w_3=w_4=w_5=w_6=0$  uç deplasmanlarından meydana gelen

$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$  uç kuvvetleri:  $k_{12}, k_{22}, k_{32}, k_{42}, k_{52}, k_{62}$

.....

.....

.....

.....

$w_6=1, w_1=w_2=w_3=w_4=w_5=0$  uç deplasmanlarından meydana gelen

$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$  uç kuvvetleri:  $k_{16}, k_{26}, k_{36}, k_{46}, k_{56}, k_{66}$

ile gösterilir.

Birim deplasman sabitleri denilen  $k_{ij}$  lerin ilk indisleri yeri, ikinci indisleri de sebebi göstermektedir.

$\underline{k}^i$  ile gösterilen ve

$$\underline{k}^i = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{matrix} \quad (1.1)$$

$w_1=1 \quad w_2=1 \quad w_3=1 \quad w_4=1 \quad w_5=1 \quad w_6=1 \dots\dots\dots$

olarak tarif edilen bu matrisin i elemanına ait birim deplasman matrisi denir.

Dış kuvvetlerin sıfır olması durumunda süperpozisyon yapılarak;

$$\begin{aligned} S_1 &= k_{11}.w_1 + k_{12}.w_2 + k_{13}.w_3 + k_{14}.w_4 + k_{15}.w_5 + k_{16}.w_6 \\ &\dots\dots\dots \\ S_6 &= k_{61}.w_1 + k_{62}.w_2 + k_{63}.w_3 + k_{64}.w_4 + k_{65}.w_5 + k_{66}.w_6 \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (1.2)$$

elde edilir. Bu bağıntılar matris formunda yazılırsa;

$$\underline{S}^i = \underline{k}^i . \underline{w}^i \text{ bulunur.} \dots\dots\dots (1.3)$$

$$\underline{w}^i = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \end{bmatrix} \quad \underline{S}^i = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1.4)$$

Yalnız bir uçdaki uç deplasman matrisleri ile bir uçdaki kuvvet matrisleri arasında bulunan ;

$$\underline{S}_i^i = k_{ii}^i \cdot w_i^i$$

$$\underline{S}_i^i = k_{ij}^i \cdot w_j^i$$

$$\underline{S}_j^i = k_{ji}^i \cdot w_i^i$$

$$\underline{S}_j^i = k_{jj}^i \cdot w_j^i \dots\dots\dots (1.5)$$

bağıntılarındaki 3\*3 mertebeden  $k_{ii}^i, k_{ij}^i, k_{ji}^i, k_{jj}^i$  birim deplasman matrislerinde üstteki indis eleman numarasını, alttaki ilk indis kuvvetlerin bulunduğu ucu ikinci indis ise bu kuvvetlere sebep olan deplasmanın bulunduğu ucu göstermektedir. Buna göre;

$$w_i^i = I \quad w_j^i = 0 \quad \text{iken} \quad \underline{S}_i^i = k_{ii}^i, \quad \underline{S}_j^i = k_{ij}^i$$

$$w_i^i = 0 \quad w_j^i = I \quad \text{iken} \quad \underline{S}_i^i = k_{ji}^i, \quad \underline{S}_j^i = k_{jj}^i \quad \text{dir} \dots\dots\dots (1.6)$$

O halde,  $k_{ii}^i$  matrisinin satırları sırası ile i ucundaki  $S_1, S_5, S_6$  uç kuvvetlerini göstermektedir. Kolonlarının da herbiri i ucundaki deplasmanların sıra ile  $w_1=1, w_5=1, w_6=1$  değerlerine tekabül etmektedir. Bundan dolayı bu matris (1.1.) de verilen  $k_{ii}^i$  matrisinin 1,5,6 satırları ile 1,5,6 kolonlarından teşekkül etmektedir. Aynı şekilde diğerleride bulunabilir. Bu durumda  $k_{ii}^i$  matrisi gelecek sayfadaki şekli alır.

$$k_{ii}^i = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{15} & k_{16} \\ k_{51} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1.7)$$

Yükler sıfır iken  $w_i$  ve  $w_j$  uç deplasmanlarından meydana gelen  $\underline{S}_i$   $\underline{S}_j$  uç kuvvetleri süperpozisyonla elde edilen aşağıdaki eşitlik bulunur.

$$\begin{bmatrix} \underline{S}_i \\ \underline{S}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} \\ k_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_i \\ w_j \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1.8)$$

### 1.2.2. Eksenlerin Döndürülmesi

Şu ana kadar çıkarılan bağıntılar çubuğun özel eksenleri için geçerli kalmaktadır. Fakat sistem için seçilen genel koordinat eksenleri tüm çubukların özel eksenleriyle aynı doğrultuda olamayacağına göre özel eksenlerin global eksenlere dönüştürülmesi gerekir.

Özel eksenlere göre tarif edilen  $k_{ii}$ ,  $k_{ij}$ ,  $k_{ji}$ ,  $k_{jj}$  birim deplasman matrisleri  $i$  ve  $j$  eksen takımları için sırasıyla  $k_{iix}$ ,  $k_{ixj}$ ,  $k_{jix}$ ,  $k_{jxx}$  ile gösterilmişlerdir.

Tarif olarak ;

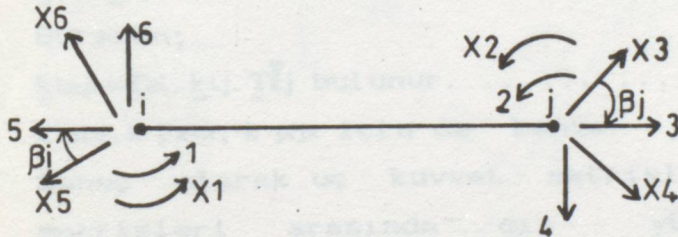
$$\underline{S}_{ix} = k_{iix} \cdot \underline{w}_{ix} \quad , \quad \underline{S}_{ix} = k_{ixj} \cdot \underline{w}_{jx}$$

$$\underline{S}_{jx} = k_{jix} \cdot \underline{w}_{ix} \quad , \quad \underline{S}_{jx} = k_{jxx} \cdot \underline{w}_{jx} \quad \text{dir.} \quad \dots \dots \dots (1.9)$$

Burada ;

$k_{iix}$  ,  $k_{jix}$ :  $\underline{w}_{ix} = \underline{I}$  dan meydana gelen  $\underline{S}_{ix}$  ve  $\underline{S}_{jx}$

$k_{ixj}$  ,  $k_{jxx}$ :  $\underline{w}_{jx} = \underline{I}$  dan meydana gelen  $\underline{S}_{ix}$  ve  $\underline{S}_{jx}$  uç kuvvetlerini göstermektedir.



Sekil 1.3

$$\underline{S}_{ix} = \underline{T}_{zi} \cdot \underline{S}_i$$

$$\underline{w}_{ix} = \underline{T}_{zi} \cdot \underline{w}_i$$

Burada özel eksen takımından  $i$ ,  $j$  eksen takımına geçmek için kullanılan  $3 \times 3$  mertebeden  $\underline{T}_{zi}$  dönüştürme matrisinin ;

Birinci kolonu : 1 ekseninin  $x_1, x_3, x_6$  eksen takımına göre doğrultu kosinüslerini (Bu halde 1,0,0)

İkinci kolonu : 5 ekseninin  $x_1, x_3, x_6$  eksen takımına göre doğrultu kosinüslerini,

Üçüncü kolonu : 6 ekseninin  $x_1, x_5, x_6$  eksen takımına göre doğrultu kosinüslerinden oluşmuştur.

Dönüşüm matrisleri aşağıdaki gibidir;

$$T_{zi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta_i & -\sin\beta_i \\ 0 & \sin\beta_i & \cos\beta_i \end{bmatrix} \quad T_{zj} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta_j & -\sin\beta_j \\ 0 & \sin\beta_j & \cos\beta_j \end{bmatrix} \dots (1.10)$$

Özel eksenlere ait birim deplasman matrisleri belli iken bunlara bağlı olarak  $i_x, j_x$  eksenlerine ait birim deplasman matrisleri aşağıda çıkan bağıntılarla tayin edilebilir. Örneğin;

$\underline{S}_i = k_{ixj_x} \cdot \underline{w}_j$  de  $\underline{S}_i$  ve  $\underline{w}_j$  in özel eksenlerdeki değerler cinsinden aşağıda yerlerine konmasıyla ;

$$\underline{T}_{zi} \cdot \underline{S}_i = k_{ixj_x} \cdot \underline{T}_{zj} \cdot \underline{w}_j$$

(1.3.) den  $\underline{S}_i = k_{ij} \cdot \underline{w}_j$  olduğu hatırlanırsa;

$$\underline{T}_{zi} \cdot k_{ij} \cdot \underline{w}_j = k_{ixj_x} \cdot \underline{T}_{zj} \cdot \underline{w}_j$$

Gerekli işlemler yapılırsa görülür ki;

$$\underline{T}_{zj}^{-1} = \underline{T}_{zi}^T \text{ dir.} \dots \dots \dots (1.11)$$

Buradan;

$$k_{ixj_x} = \underline{T}_{zi} \cdot k_{ij} \cdot \underline{T}_{zj}^T \text{ bulunur.} \dots \dots \dots (1.12)$$

$k_{ixix}, k_{jxix}, k_{jxj_x}$  için de benzer yol kullanılır.

Sonuç olarak uç kuvvet matrisleri ile uç deplasman matrisleri arasında dış yüklerin de bulunması durumunda aşağıdaki bağıntılar yazılır.

$$\underline{S}_i = k_{ii} \cdot \underline{w}_i + k_{ij} \cdot \underline{w}_j + \underline{P}_{oi}$$

$$\underline{S}_j = k_{ji} \cdot \underline{w}_i + k_{jj} \cdot \underline{w}_j + \underline{P}_{oj} \dots \dots \dots (1.13)$$

$i_x, j_x$  eksen takımı için ise;

$$\underline{S}_{ix} = k_{ixix} \cdot \underline{w}_{ix} + k_{ixj_x} \cdot \underline{w}_{j_x} + \underline{P}_{oi}$$

$$\underline{S}_{jx} = k_{jxix} \cdot \underline{w}_{ix} + k_{jxj_x} \cdot \underline{w}_{j_x} + \underline{P}_{oj} \dots \dots \dots (1.14)$$

$P_o$  lar bütün deplasmanlar sıfır iken yalnız dış yüklerden meydana gelen uç kuvvetlerini gösterir.

$$P^i = \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{20} \\ P_{30} \\ P_{40} \\ P_{50} \\ P_{60} \end{bmatrix} \text{ dir.} \dots\dots\dots (1.15)$$

$$P_{-a}^i = \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{50} \\ P_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \cdot l^2 / 12 \\ 0 \\ q \cdot l / 2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1.16)$$

Sistem rijitlik matrisi uygunluk ve denge şartlarına uyularak kurulur. Buradan;

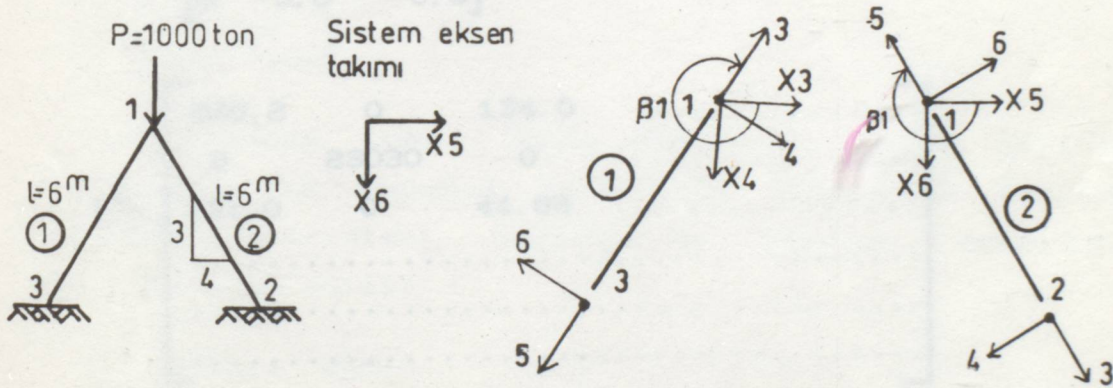
$$P = K \cdot W \text{ denkleminde deplasmanlar bulunur} \dots\dots (1.17)$$

Burada  $K$  sistem rijitlik matrisi  $W$  ise sistemin düğüm noktalarının deplasmanlarıdır.

Bunları basit bir örnek üzerinde görelim.

Örnek:

Şekilde verilen elemanın düğüm noktası deplasmanlarını bulalım.



Sistemin bir noktası x ve y yönlerinde hareket edebilir. Bir de dönebilir. Geometrik serbestliği üçtür.

Kesit

$$EI = 84.3 \text{ tm}^2 \quad EF = 138180 \text{ t}$$

$$k^i = \begin{bmatrix} 4EI/L & 2EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 0 & 6EI/L^2 \\ 2EI/L & 4EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 0 & 6EI/L^2 \\ 0 & 0 & EF/L & 0 & EF/L & 0 \\ 6EI/L^2 & 6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & 0 & 12EI/L^3 \\ 0 & 0 & EF/L & 0 & EF/L & 0 \\ 6EI/L^2 & 6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & 0 & 12EI/L^3 \end{bmatrix}$$

Doğru eksenli çubuklar için birim deplasman matrisi yukarıdaki gibidir.

Bunu  $\begin{bmatrix} \underline{k}_{ii} & \underline{k}_{ij} \\ \underline{k}_{ji} & \underline{k}_{jj} \end{bmatrix}$  formuna sokarsak şu şekle girer.

$$\begin{bmatrix} \underline{k}_{ii} & \underline{k}_{ij} \\ \underline{k}_{ji} & \underline{k}_{jj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & 6EI/L^2 \\ 0 & EF/L & 0 & 0 & EF/L & 0 \\ 6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 \\ 2EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & 6EI/L^2 \\ 0 & EF/L & 0 & 0 & EF/L & 0 \\ 6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 \end{bmatrix}$$

(1.10) dan;

$$\underline{T}_{-21}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.8 & 0.6 \\ 0 & -0.6 & -0.8 \end{bmatrix}$$

$$\underline{k}^2 = \begin{bmatrix} 536.2 & 0 & 134.0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 23030 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 134.0 & 0 & 44.68 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Problemde 2 ve 3 noktaları ankastre olduğu için bu noktalarda hiçbir serbestlik derecesi yoktur. İşlemleri uzatmamak için ve gereksiz olması sebebiyle  $\underline{k}_{ij}, \underline{k}_{ji}, \underline{k}_{jj}$  nin bulunmasına gerek yoktur.

$$\underline{T}_{-21}^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.6 \\ 0 & -0.6 & 0.8 \end{bmatrix}$$

Bize sadece  $\underline{k}_{-1x1x}^1$  ve  $\underline{k}_{-1x1x}^2$  gerekir.

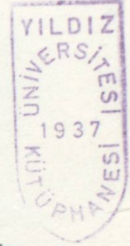
(1.12)den;

$$k_{-1 \times 1 \times}^1 = T_{-2}^1 \cdot k_{-11} \cdot T_{-2}^{1T} \text{ işlemi,}$$

$$k_{-1 \times 1 \times}^2 = T_{-2}^2 \cdot k_{-11}^2 \cdot T_{-2}^{2T}$$

$$k_{-1 \times 1 \times}^1 = \begin{bmatrix} 536,2 & 14755 & -11033 \\ 80,4 & 14755 & -11033 \\ 107,2 & -11033 & 8319 \end{bmatrix}$$

$$k_{-1 \times 1 \times}^2 = \begin{bmatrix} 536,2 & 80,4 & -107,2 \\ 80,4 & 14755 & 11033 \\ -107,2 & 11033 & 8319 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$



Sistemin serbestlik derecesi kadar satır ve sütun açılırsa;

$$K = \begin{bmatrix} k_{-1 \times 1 \times}^1 & +k_{-1 \times 1 \times}^2 \end{bmatrix}$$

Bu ifadede aynı yönde deplasman meydana getiren yani geometrik uygunluk şartlarını sağlayacak şekilde rijitlik matrisleri toplanır. Bu durumda aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$K = \begin{bmatrix} 1072,4 & 29510 & 0 \\ 160,8 & 29510 & 0 \\ 0 & 0 & 16638 \end{bmatrix}$$

Elde edilen ifade sistem rijitlik matrisini göstermektedir.

(1.17)den;

$P_{-1 \times} = K \cdot W_{-1 \times}$   $P_{-1}$  ortak koordinat sisteminde bir düğüm noktasına etkiyen dış kuvvetlerdir.

Aşağıdaki lineer denklem takımının çözümünden deplasmanlar bulunur.

$$\begin{bmatrix} P_{1x} \\ P_{2x} \\ P_{3x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1072,4 & 160,8 & 0 \\ 160,8 & 29510 & 0 \\ 0 & 0 & 16638 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_{1x} \\ W_{2x} \\ W_{3x} \end{bmatrix}$$

Çözüm sonucu  $W_{1x}=0$   $W_{2x}=0$   $W_{3x}=0,0601$  metre bulunur.

## BÖLÜM 2

### SONLU ELEMANLAR METODUNUN DİKDÖRTGEN PLAKLARA UYGULANMASI

#### 2.1. METODUN ÖZELLİKLERİ

Bu metod çubuk ,levha, plak ve kabuklardan oluşan yapı sistemlerinin statik ve dinamik yükler altındaki çözümlerinde kullanılır.

Matris metodlarında görüldüğü gibi sistemi çözebilmek için;

a)Sistemde belli sayıda eleman bulunması ve bunların düğüm noktası denilen noktalarda birleşmesi gerekmektedir.

b)Bu düğüm noktalarında birleşen her elemanın her düğüm noktasında o düğüm noktasının serbestlik derecesi kadar birim deplasman sabiti hesaplanmalıdır.

c)Eleman üzerinde bulunan çeşitli yükler düğüm noktalarında etkiyen fiktif yüklere çevrilmelidir.

d)Ardından geometrik uygunluk şartlarını sağlayacak şekilde bir noktada birleşen elemanların o noktaya ait birim deplasman sabitleri toplanmalıdır.

e)Aynı şekilde aynı düğüm noktasında birleşen elemanların o noktaya ait fiktif dış yükleri de toplanmalıdır.

f) $\underline{S} \cdot \underline{W} = \underline{P}$  denklemden  $\underline{W}$  bilinmeyen deplasman vektörü bulunur.

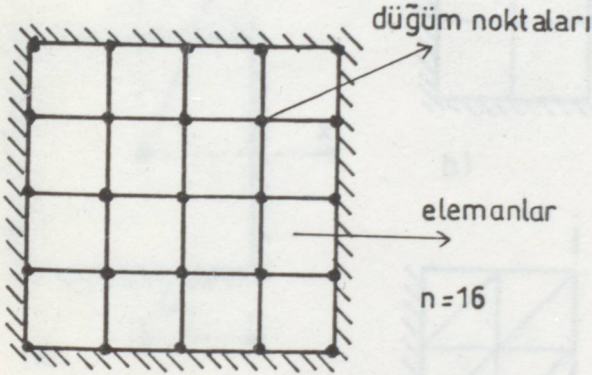
g)Sistem rijitlik matrisini bulurken eleman içinde geçerli bir deplasman fonksiyonu seçilmiştir.Bu fonksiyonda eleman içinde deplasmanı istenen herhangi bir noktanın koordinatları da yerine konarak o noktanın deplasmanları bulunur.

Yukarıda anlatılan şekilde işlem yapmak için plağımızı düğüm noktası olarak adlandırılan noktalarda birleşen parçalara bölmeliyiz.Bu durumda elastik sürekli

bir ortamda temas noktalarının sonsuz olan hakiki sayısı belli sayıda düğüm noktasına indirgenmektedir. Burada süreklilik şartını ihlal edici bir ayırma olmaktadır.

İki ve üç boyutlu sürekli ortamlarda sözü edilen yaklaşıklıkların olmasına rağmen elde edilen sonuçlar mühendislikte kabul edilebilir hata limitleri içindedir. Diğer metodlarla Çözümü oldukça zor ve karışık olan sistemler bu methodla kolayca ve kısa bir sürede çözülebilir.

Aşağıda bir plak elemanının sonlu sayıda düğüm noktasında birleşen elemanlara ayrılışı görülmektedir.



Şekil 2.1

$n=4.4=16$  elemana ayrılmıştır.

Rijitlik matrislerinin bulunmasından sonra takip edilecek yol aynı çubuk sistemlerde incelendiği şekildedir. Burada karşımıza hemen çıkacak güçlük rijitlik matrislerinin nasıl elde edileceğidir.

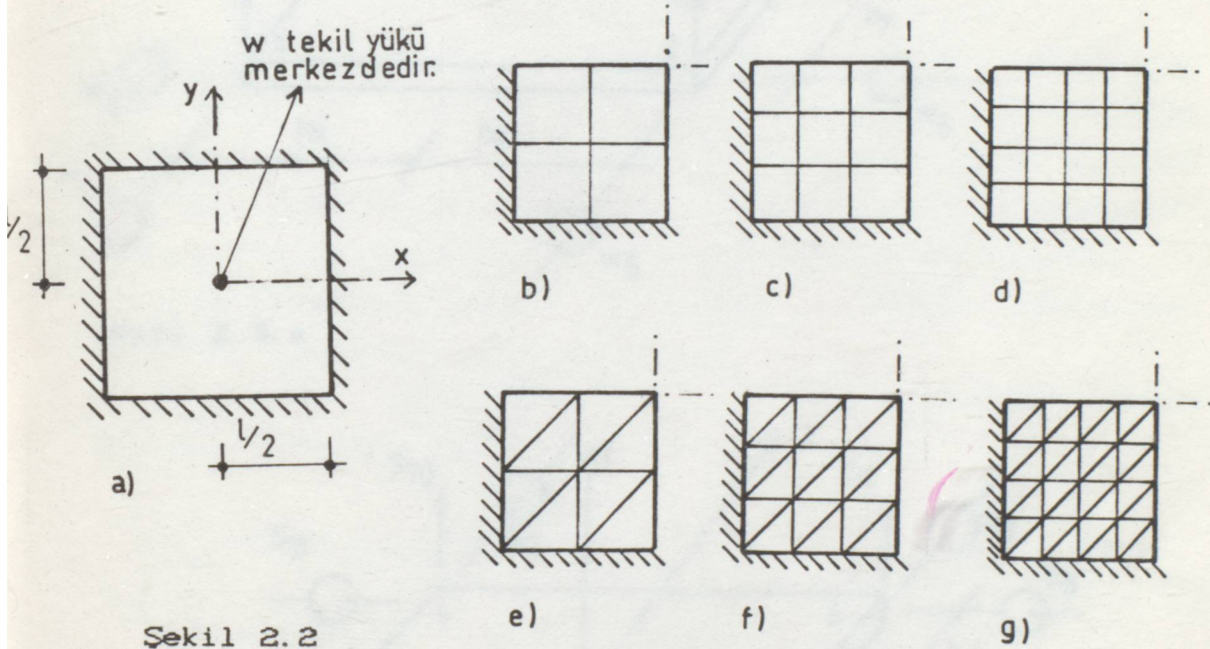
## 2.2. PLAK ELEMANINDAKİ TEMEL BÜYÜKLÜKLER

Plak genel olarak üçgen veya dikdörtgen elemanlara ayrılabilir. Verev plaklarda üçgen elemanlar kullanılır. Dikdörtgen plaklarda da üçgen elemanlar kullanılabilmesine rağmen daha hassas sonuç vermesi ve uygulama kolaylığı olması sebebiyle dikdörtgen elemanlar tercih edilir.

Örnek:

Kare ve dört kenarından ankastre bir dikdörtgen plak merkezinde etkiyen tekil bir  $W$  yüküne maruzdur. Bu yük altında meydana gelen deplasman değerleri üçgen ve dikdörtgen elemanlarla hesaplanmış ve karşılaştırma için değerleri aşağıda verilmiştir.

Plak iki yönde simetrik olduğundan dörttebir parçada elemanlar gösterilecektir.



Şekil 2.2

Kare elemanlar

Model  $w^*$

b) 0,068747

c) 0.066345

d) 0.065186

Üçgen elemanlar

Model  $w^*$

e) 0.082682

f) 0.079558

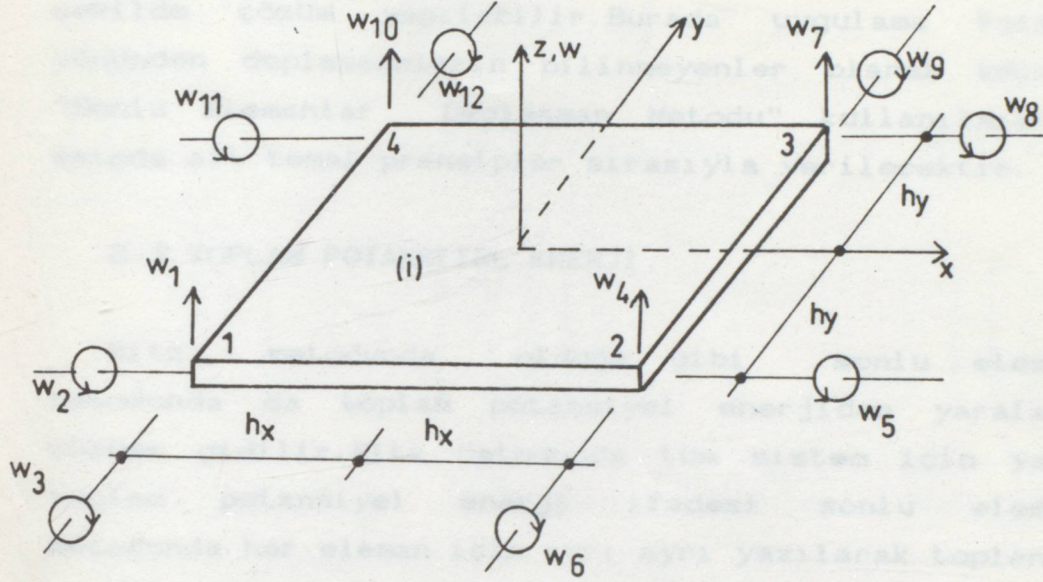
g) 0.076543

Kesin değer 0.06300

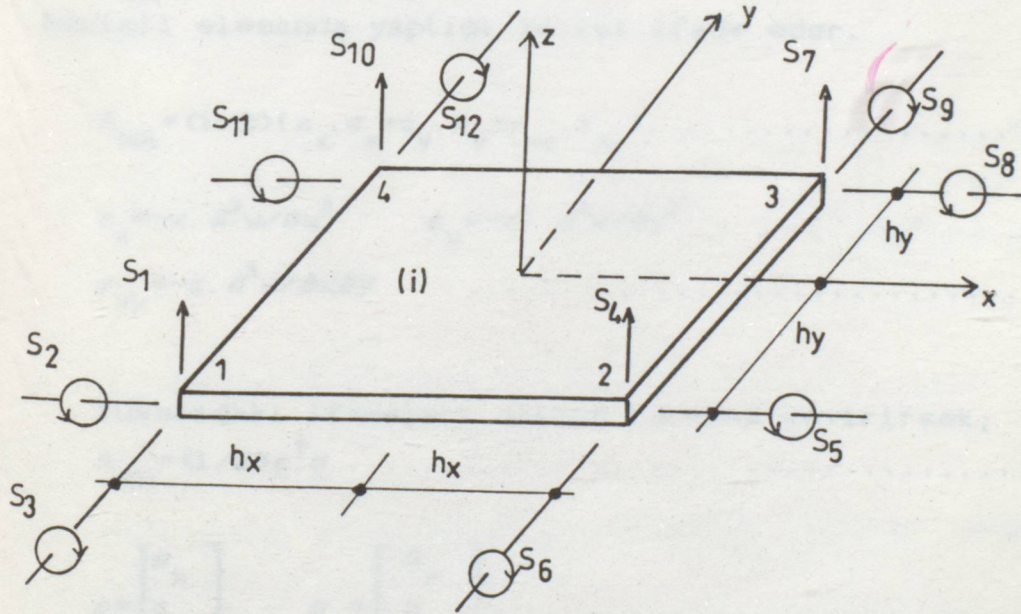
Tüm değerler  $-W.L^2/(E.t^3)$  ile çarpılacak.

Burada konu ile ilgili açıklamalar genel olarak verilecek ancak asıl inceleme konusu dikdörtgen elemanlar olduğu için gerekli yerlerde dikdörtgenlere özel olan bağıntılar çıkarılacaktır. Açıklamalar dikdörtgen elemanlar üzerinde yapılacaktır. Şekil 2.3 de plaktan

alınan dikdörtgen bir elemanın eksen takımı, düğüm noktalarının numaralandırılması deplasmanlar ve düğüm noktası kuvvetleri artı yönleriyle gösterilmiştir.



Şekil 2.3.a



Şekil 2.3.b

Bir elemanın düğüm noktalarındaki deplasmanlarının toplamı o elemanın serbestlik derecesini verir. Elemanın düğüm noktalarındaki deplasmanlara karşılık Şekil 2.3 de

gösterilen iç kuvvetler oluşur. (Momentler dahil.) Sonlu elemanlar metodunda bilinmeyenler olarak düğüm noktalarındaki deplasmanlar veya kuvvetler alınarak iki şekilde çözüm yapılabilir. Burada uygulama kolaylığı yönünden deplasmanların bilinmeyenler olarak seçildiği "Sonlu Elemanlar Deplasman Metodu" kullanılmıştır. Bu metoda ait temel prensipler sırasıyla verilecektir.

### 2.3. TOPLAM POTANSİYEL ENERJİ

Ritz metodunda olduğu gibi sonlu elemanlar metodunda da toplam potansiyel enerjiden yararlanarak çözüme gidilir. Ritz metodunda tüm sistem için yazılan toplam potansiyel enerji ifadesi sonlu elemanlar metodunda her eleman için ayrı ayrı yazılarak toplanır.

Bir plağın P yükü altındaki toplam potansiyel enerjisi aşağıdaki gibi yazılır.

$A_{(z)i}$  iç kuvvetlerin z derinliğindeki birim hacimli elemanda yaptığı iç işi ifade eder.

$$A_{(z)i} = (1/2) [\epsilon_x \cdot \sigma_x + \epsilon_y \cdot \sigma_y + \gamma_{xy} \cdot \tau_{xy}] \dots \dots \dots (2.1)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= -z \cdot \partial^2 w / \partial x^2 & \epsilon_y &= -z \cdot \partial^2 w / \partial y^2 \\ \gamma_{xy} &= -z \cdot \partial^2 w / \partial x \partial y & & \dots \dots \dots (2.2) \end{aligned}$$

Yukarıdaki ifadeleri matris formuna çevirirsek;

$$A_{z(i)} = (1/2) \underline{\epsilon}^T \underline{\sigma} \dots \dots \dots (2.3)$$

$$\underline{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad \underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (2.4)$$

$$\underline{\sigma} = \underline{E} \cdot \underline{\epsilon} \text{ dir. Burada } \underline{E} \text{ elastisite matrisi olup} \dots \dots \dots (2.5)$$

şağıdaki şekilde gösterilir.

$$\underline{E} = D \cdot \frac{12}{t^3} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\mu)/2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.6)$$

$\underline{\sigma} = \underline{E} \cdot \underline{\epsilon}$  ifadesini şğıdaki gibi açık olarak gösterebiliriz.

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = D \cdot \frac{12}{t^3} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\mu)/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.7)$$

Bu ifadeyi iş denkleminde yerine koyarsak ş ifadeyi elde ederiz.

$$A_{(z)i} = (1/2) \underline{\epsilon}^T \cdot \underline{E} \cdot \underline{\epsilon}$$

z doğrultusunda (-t/2) den (t/2)ye kadar bir doğru boyunca iç kuvvetlerin işi ise;

$$A_{(t)i} = \frac{E}{2(1-\mu)} \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} & 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} (-z) dz \dots\dots\dots (2.8)$$

$$A_{(t)i} = \text{sabit} \cdot \int_{-t/2}^{t/2} z^2 \cdot dz = \text{sabit} \cdot t^3/12 \dots\dots\dots (2.9)$$

Gerilmeler plak derinliğı boyunca lineer değıştığı için sadece z ye bağıdırlar.

$A_{(t)i}$  Plak kalınlığı boyunca yapılan işi ifade eder. x ve y yönündeki iki boyut yine birim boydur.

İfade açılıp düzenlenirse şğıdaki şekli alır.

$$D = \frac{EI}{(1-\mu)} \dots\dots\dots (2.10)$$

$$A_{(t)i} = \frac{1}{2} D \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2(1-\mu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right\} \dots\dots\dots (2.11)$$

Bu ifade bir plağın herhangi bir noktasından geçen düşey doğrultu boyunca yaptığı iç işin açık ifadesidir.

Plağın tüm hacminde yapılan işi bulmak için bu ifadenin bütün plak yüzeyi için entegre edilmesi gerekir.

Buradan bir plağın P yükü altındaki iç işi şöylece bulunur.

$$A_i = \iint A_{(t)i} \cdot dx \cdot dy \dots\dots\dots (2.12)$$

Plağın dış kuvvetlerinin yaptığı iş ise;

$$A_a = - \iint P \cdot w \cdot dx \cdot dy \text{ olarak bulunur.} \dots\dots\dots (2.13)$$

İç kuvvetlerinin yaptığı iş matris formunda;

$$A_i = (1/2) \iint \underline{\epsilon}^T \underline{E} \cdot \underline{\epsilon} \cdot dx \cdot dy \dots\dots\dots (2.14)$$

Dış kuvvetlerin yaptığı iş matris formunda;

$$A_a = - \iint \underline{P} \cdot \underline{w} \cdot dx \cdot dy \dots\dots\dots (2.15)$$

$$P^T = (P_1, P_2, \dots\dots\dots P_{12})$$

$$w^T = (w_1, w_2, \dots\dots, w_{12}) \text{ dir. (Dikdörtgen plaklarda) } \dots\dots (2.16)$$

Bu ifadeleri kullanarak toplam potansiyel enerji şöyle bulunabilir;

$$\pi = A_i + A_a \dots\dots\dots (2.17)$$

$$\pi = (1/2) \iint \underline{\epsilon}^T \underline{E} \cdot \underline{\epsilon} \cdot dx \cdot dy - \iint \underline{P}^T \cdot \underline{w} \cdot dx \cdot dy \dots\dots\dots (2.18)$$

## 2.5. DEPLASMAN FONKSİYONU SEÇİMİ

Sonlu elemanlar metodunda daha önce bahsi geçen esaslar dahilinde hesap yapmak için önce elemanın düğüm noktalarında sınır şartlarını sağlayan  $w(x,y)$  deplasman fonksiyonunun seçilmesi gerekir. Tam bir dördüncü derece polinomdan belirli bazı terimleri ihmal edilen ve dikdörtgen bir elemanın serbestlik derecesi kadar  $a_i$  ( $i=1,2,3,\dots,12$ ) katsayısına sahip olan  $w(x,y)$  deplasman fonksiyonu aşağıdaki şekilde seçilir.  
(Zienkiewicz)

$$w(x,y) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot x^2 + a_4 \cdot x \cdot y + a_5 \cdot y^2 + a_6 \cdot x^3 + a_7 \cdot x^2 \cdot y + a_8 \cdot x \cdot y^2 + a_9 \cdot y^3 + a_{10} \cdot x^3 \cdot y + a_{11} \cdot x \cdot y^3 \dots \dots \dots (2.19)$$

## 2.5. ELEMAN VE SİSTEM RİJİTLİK MATRİSLERİ HESABI

Sonlu elemanlar metodunda elastik sürekli bir ortam olan sistemimiz elemanlara ayrıldığından problem iki aşamada incelenir.

Önce elemanlar için seçilen deplasman fonksiyonu yardımıyla her elemanın toplam potansiyel enerjisi hesaplanarak elemanın düğüm noktası deplasmanları ile bunların doğrultusundaki iç kuvvetleri bağlayan rijitlik matrisleri bulunur.

İkinci aşamada ise sistem tüm elemanların toplamından oluştuğundan elemanlara ait toplam potansiyel enerjiler toplanarak sistemin toplam potansiyel enerjisi bulunur. Bu ise elemanların birleştiği düğüm noktalarında uygunluk ve denge şartlarını sağlayacak şekilde yapılır. Bu şekilde sistemin rijitlik matrisi elde edilir.

$$w(x,y) = \underline{M} \cdot \underline{A} \dots \dots \dots (2.20)$$

Seklinde iki vektöre ayrılabilir.

Burada;

$$\underline{M} = \{1 \ x \ y \ x^2 \ x \cdot y \ y^2 \ x^3 \ x^2 \cdot y \ x \cdot y^2 \ y^3 \ x^3 \cdot y \ x \cdot y^3\}$$

$$\underline{A} = \{a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_8 \ a_9 \ a_{10} \ a_{11}\}$$

dir. .... (2.21)

$$\theta_x = \partial w / \partial y \quad \theta_y = - \partial w / \partial x$$

$$\theta_x(x, y) = a_2 + a_4 \cdot x + \dots + 3 \cdot a_{11} \cdot x \cdot y^2$$

$$\theta_y(x, y) = -a_1 - 2 \cdot a_3 \cdot x - \dots - a_{11} \cdot y^3 \dots \dots \dots (2.22)$$

Düğüm noktalarındaki deplasmanlar (j=1,2,3,4) uç koordinatlarının (x<sub>j</sub>, y<sub>j</sub>) deplasman fonksiyonu ve x ve y ye göre birinci türev ifadelerinde yerlerine konursa elde edilebilirler. Örnek olarak 1 uç noktasında (j=1) aşağıdaki sonuçları elde ederiz. (i indisi i inci elemanı temsil eder.)

$$w_1^i = w(x_1, y_1)^i = a_0 + a_1 \cdot x_1 + \dots + a_{11} \cdot x_1 \cdot y_1^3$$

$$w_2^i = \theta(x_1, y_1)^i = a_2 + a_4 \cdot x_1 + \dots + 3 \cdot a_{11} \cdot x_1 \cdot y_1^2$$

$$w_3^i = \theta(x_1, y_1)^i = -a_1 - 2 \cdot a_3 \cdot x_1 - \dots - a_{11} \cdot y_1^3 \dots \dots \dots (2.23)$$

Böylece tüm düğüm noktaları için belirlenmiş olan ifadeleri matris formunda gösterebiliriz.

$$\underline{w}^i = \underline{c}^i \cdot \underline{A}^i \dots \dots \dots (2.24)$$

Burada  $\underline{w}^i$  elemanın bütün düğüm noktalarındaki deplasmanlarının toplamından ibarettir.

$$\underline{w}^i = \{w_1^i \ w_2^i \ \dots \ w_{11}^i \ w_{12}^i\} \dots \dots \dots (2.25)$$

Bu durumda  $\underline{c}^i$  matrisi sadece elemanın uç noktalarının

koordinatlarına bağlıdır.

Buradan  $A^i$  matrisi uç koordinat ve deplasmanlarına bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$\underline{A} = \underline{c}^{-1} \underline{w}^i \dots \dots \dots (2.26)$$

Buradan herhangi bir noktadaki deplasman için şu ifade yazılabilir.

$$w(x,y) = \underline{M}_{(1,12)} \cdot \underline{c}_{(12,12)}^{-1} \cdot \underline{w}_{(12,1)}^i \dots \dots \dots (2.27)$$

Burada  $\underline{M} \cdot \underline{c}^{-1}$  e şekil fonksiyonu denir. Şekil fonksiyonu ifadesini biraz açalım. Yukarıdaki ifadede sadece  $\underline{M}$  değişken büyüklükler içermektedir. Diğerleri belirli bir yük altındaki denge halinde bir eleman için sabittir. Demek oluyor ki uç deplasmanlarından hareketle elemanın herhangi bir noktasındaki deplasmanı bulmaya yarayan ifadeye Şekil fonksiyonu denmektedir.

Şekil 2.2 deki eksen takımına göre ve tarafsız eksenden bir birim uzaklıkta  $\underline{\varepsilon}$  un alacağı şekil aşağıdaki gibidir.

$$\underline{\varepsilon}_1^i = \left\{ \begin{matrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \partial^2 w / \partial x^2 \\ \partial^2 w / \partial y^2 \\ \partial^2 w / \partial x \partial y \end{matrix} \right\} = \underline{N} \cdot \underline{A} \dots \dots \dots (2.28)$$

Burada  $\underline{\varepsilon}$  un altındaki ı tarafsız eksenden itibaren birim derinlikdeki deformasyonla ilgilendiğimizi ifade etmektedir.

$\underline{N}$  ifadesi ilk olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu ifade görüldüğü gibi deplasman fonksiyonumuzun bilinmeyen katsayılarından hareketle deformasyonları bulmaya yarar.

Öyleyse şimdi  $\underline{N}$  ifadesini bulmaya çalışalım.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 2 \cdot a_9 + 6 \cdot a_6 \cdot x + 2 \cdot y \cdot a_7 + 6 \cdot a_{10} \cdot x \cdot y$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 2 \cdot a_5 + 2 \cdot a_8 \cdot x + 6 \cdot a_9 \cdot y + 6 \cdot a_{11} \cdot x \cdot y$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 2 \cdot a_4 + 4 \cdot a_7 \cdot x + 4 \cdot a_8 \cdot y + 6 \cdot a_{10} \cdot x^2 + 6 \cdot a_{11} \cdot y^2 \dots (2.29)$$

Yukardaki ifadelerde a katsayılarını bir yana alırsak geri kalan kısım  $\underline{N}$  yi gösterir.

Bunu aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 6 \cdot x & 2 \cdot y & 0 & 0 & 6 \cdot x \cdot y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \cdot x & 6 \cdot y & 0 & 6 \cdot x \cdot y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4 \cdot x & 4 \cdot y & 0 & 6 \cdot x^2 & 6 \cdot y^2 \end{bmatrix} \dots (2.30)$$

(2.28)den ;

$$\underline{\epsilon}^i = \underline{N}^i \cdot \underline{A}^i = \underline{N}^i \cdot (\underline{C}^i)^{-1} \cdot \underline{w}^i \dots (2.31)$$

(2.17)den;

$$\pi^i = A_i^i + A_a^i = -\frac{1}{2} \iint (\underline{\epsilon}^i)^T \cdot \underline{E}^i \cdot \underline{\epsilon}^i dx \cdot dy - \iint (\underline{s}^i)^T \cdot \underline{w}^i dx \cdot dy \dots (2.32)$$

olarak bulunmuştur.

$$\underline{\epsilon}^T = (\underline{N}^i \cdot \underline{A}^i)^T = (\underline{A}^i)^T \cdot (\underline{N}^i)^T \dots (2.33)$$

$$(\underline{A}^i)^T = [(\underline{C}^i)^{-1} \cdot \underline{w}^i]^T = (\underline{w}^i)^T \cdot [(\underline{C}^i)^{-1}]^T \dots (2.34)$$

Bu değerler iş ifadesinde yerine konursa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\pi^i = -\frac{1}{2} \iint (\underline{w}^T (\underline{C}^i)^{-1}) \cdot \underline{N}^T \cdot \underline{E}^i \cdot \underline{N} \cdot \underline{C}^{-1} \cdot \underline{w}^i dx \cdot dy - \iint (\underline{s}^T \underline{w}^i)^T dx dy \dots (2.35)$$

Burada  $(\underline{c}^{-1})^i$  uç koordinatlarına bağlı, içinde değişken içermeyen bir matristir.  $w^i$  de uç deplasmanlarını ifade etmektedir. Bu durumda yukardaki ifade şöyle yazılabilir.

$$\pi^i = \left[ -\frac{1}{2} \cdot \underline{w}^T (\underline{c}^{-1})^T \iint \underline{N}^T \underline{E} \cdot \underline{N} \cdot dx \cdot dy \cdot \underline{c}^{-1} \underline{w} \right]^i - \iint (\underline{s}^T \underline{w})^i \cdot dx \cdot dy \dots\dots\dots (2.36)$$

Burada  $\iint (\underline{N}^T \underline{E} \cdot \underline{N})^i \cdot dx \cdot dy$  ifadesine  $k_i^i$  dersek;

$$\pi^i = \left[ -\frac{1}{2} \cdot \underline{w}^T (\underline{c}^{-1})^T \cdot k_i^i \cdot \underline{c}^{-1} \underline{w} \right]^i - \iint (\underline{s}^T \underline{w})^i \cdot dx \cdot dy \dots\dots\dots (2.37)$$

Gerçek denge durumunda toplam potansiyel enerjinin minimum olması prensibinden hareketle;

$$\frac{\partial \pi^i}{\partial w^i} = 0 \text{ olmalıdır.} \dots\dots\dots (2.38)$$

Yukardaki ifadeyi açarsak değişkenler  $w^i$  ler olduğuna göre bu açılımdan  $(w^i)^2$  li ifadeler elde edilir. Normal türev kurallarının uygulanmasından;

$$[ (\underline{c}^{-1})^T \cdot k_i^i \cdot \underline{c}^{-1} \underline{w} - \underline{s} ]^i = 0 \text{ bulunur.} \dots\dots\dots (2.39)$$

$$\underline{k}^i = [ (\underline{c}^{-1})^T \cdot k_i^i \cdot \underline{c}^{-1} ]^i \dots\dots\dots (2.40)$$

$\underline{k}^i \cdot \underline{w}^i = \underline{s}^i$  olduğundan , buradaki  $\underline{k}^i$  eleman rijitlik matrisini ifade eder. Boyutu dikdörtgen elemanlar için (12.12)dir.

Aynı işlemi tüm plak için uygularsak;

$$\pi = \sum_{i=1}^n \pi^i = \sum_{i=1}^n \left[ -\frac{1}{2} \cdot (\underline{w}^i)^T \cdot \underline{k}^i \cdot \underline{w}^i - (\underline{w}^i)^T \cdot \underline{s}^i \right] \dots\dots\dots (2.41)$$

Burada n sistemdeki eleman sayısını göstermektedir. Bu toplam gerçekleştirilirken sürekliliğin, yani bir noktada birleşen elemanların o noktadaki deplasmanlarının (Çökme, x

yöntünde dönme , y yönünde dönme) eşit olması şartının sağlanması gerekir. Buna göre sistemin toplam potansiyel enerjisi yazılırsa;

$$\pi = -\frac{1}{2} \underline{W}^T \cdot \underline{K} \cdot \underline{W} - \underline{W}^T \cdot \underline{P} \dots\dots\dots (2.42)$$

elde edilir.

W Sistemin düğüm noktalarına ait deplasman vektörü

K Sistemin rijitlik matrisi

P Sistemin düğüm noktalarına etkiyen dış yüklere ait yük vektörünü ifade eder.

Toplam potansiyel enerjinin minimum olması prensibi tüm sistem için de geçerli olacağından;

$$-\frac{\partial \pi}{\partial \underline{W}} = 0 \text{ şartının sağlanması koşulundan;}$$

$$\underline{K} \cdot \underline{W} - \underline{P} = 0 \text{ dan } \underline{K} \cdot \underline{W} = \underline{P} \dots\dots\dots (2.43)$$

bulunur.

BÖLÜM 3

EĞİLMEME ÇALIŞAN BİR PLAĞIN SONLU ELEMANLAR  
DEPLASMAN METODUYLA ÇÖZÜMÜ

Bu çalışmada eğilmeye çalışan plak probleminin çözümü sonlu elemanlar deplasman metoduna göre hazırlanan bir bilgisayar programı ile yapılmıştır. Programa geçmeden önce gerekli bağıntılar çıkarılmıştır.

3.1. VERİLERİN PROGRAMA GİRİLMESİ

Plağın eleman ve düğüm noktaları numaralarının, koordinatlarının ve plak kalınlığı ile malzeme özelliklerinin programa işlenmesi burada yapılmaktadır. Bunların hazırlanışı ve data dosyasına kaydedilişi program içindeki açıklamalarda verilmiştir.

3.2. ELEMAN DEPLASMAN FONKSİYONUNUN SEÇİMİ

Elemanlara ayrılmış plağın özellikleri programda tarif edildikten sonra eleman rijitlik matrislerinin kurulması gerekir. Bunun için de Şekil 2.3 deki elemana uygun  $w(x,y)$  deplasman fonksiyonu seçilmelidir. Bu deplasman fonksiyonu denklem (2.19) daki gibi seçilir. Fonksiyonun bilinmeyen katsayıları  $(a_0, a_1, \dots, a_{11})$  dikdörtgen elemanın düğüm noktalarındaki sınır şartlarından yararlanarak kurulan denklem sisteminin çözümünden elde edilir. Bu işlemler önceki bölümde yapılarak Denklem (2.24) de şu eşitlik elde edilmişti.

$$\underline{w}^i = \underline{c}^i \cdot \underline{A}^i$$

Denklem (2.27) de ise

$$w(x,y) = \underline{M} \cdot (\underline{c}^{-1})^i \cdot \underline{w}^i \text{ olarak bulunmuştur.}$$

(2.23) den;

$$w(x,y) = a_0 + a_1 x + \dots + a_{10} x^3 y + a_{11} x y^3$$

$$\theta_x(x,y) = a_2 + a_4 x + \dots + a_{10} x^3 + 3 a_{11} x y^2$$

$$\theta_y(x,y) = -a_1 - 2 a_3 x - \dots - 3 a_{10} x^2 y - a_{11} y^3$$

İkinci bölümde görüldü ki uç deplasmanları bilinmeden eleman rijitlik matrisleri hesaplanabiliyor. Fakat  $\underline{c}^i$  nin bilinmesi gereklidir.  $\underline{c}^i$  nin uç deplasmanları ile  $a$  bilinmeyen katsayılarını birbirine bağladığını biliyoruz. Yukarıda bulduğumuz ifadelerde uç koordinatlarını yerlerine koyarsak uç deplasmanlarını elde ederiz. Burada her düğüm noktası için üç denklemden dört düğüm noktasında on iki denklem elde edilir. Bu şekilde oluşturulan  $\underline{c}^i$  matrisi bir sonraki sayfada verilmiştir.



### 3.3. ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİNİN KURULMASI

$\underline{k}_i^i = \iint \langle \underline{N}^T \underline{E} \underline{N} \rangle \cdot dx \cdot dy$  (2.37) den. E elastisite matrisidir.

(2.30)da N ifadesi elde edilmişti.

(2.40)da  $\underline{k}_i^i = (\underline{c}^{-1})^T \cdot \underline{k}_i^i \cdot \underline{c}^i$  olarak bulunmuştu.

$\underline{k}_i^i = \iint \langle \underline{N}^T \underline{E} \underline{N} \rangle \cdot dx \cdot dy$  deki integral işlemlerini sırayla yaparsak 12.12 lik bir matris elde etmiş oluruz. Bu matrisdeki çarpım ifadeleri bir sonraki sayfada açık olarak gösterilmiştir.

$$K_1^i = D \cdot A \iint \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2y & 0 & 4x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2x & 4y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6xy & 0 & 6x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6xy & 6y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 6x & 2y & 0 & 0 & 0 & 6xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2x & 6y & 0 & 6xy & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 4x & 4y & 0 & 6x^2 & 6y^2 & 0 \end{bmatrix} dx dy$$

..... (3.2)

$$E = D \cdot \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}$$

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12(1-\mu^2)}$$

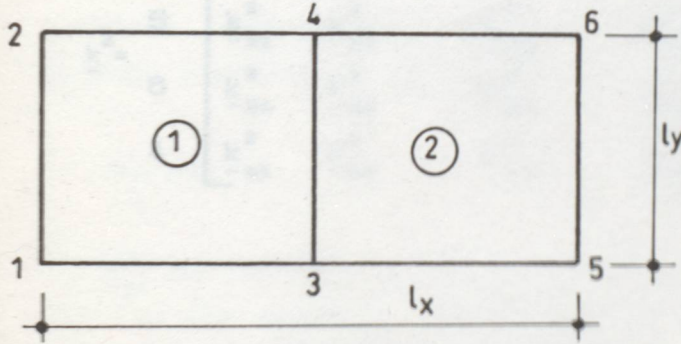
Yukarıdaki çarpımlar yapıp integrasyon işlemleri tamamlanırsa arka sayfadaki ifade elde edilir.

Küçük harf yazılan bölümler (örneğin E, t, mu) alınmıştır. Matris köşge-  
ren ve simetrik yapıya sahip program sadece yarısı girildi.

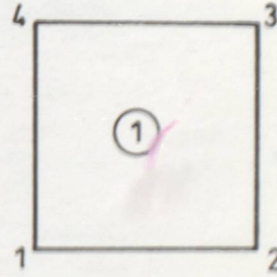


### 3. 4. SİSTEM RİJİTLİK MATRİSİNİN KURULMASI

$k^i$  eleman rijitlik matrisleri her eleman için hesaplandıktan sonra (Eğer tek tip eleman mevcutsa hepsi aynı olacaktır.) bu matrisler  $\underline{K}$  sistem rijitlik matrisi üzerine, sistemdeki uygunluk ve denge şartlarını sağlayacak şekilde yerleştirilir. Burada elemanların ortak düğüm noktalarına ait rijitlik katsayıları aynı alt matrislerde toplanarak  $\underline{K}$  sistem rijitlik matrisine yerleştirilir. Bu işlem Şekil 3.1.a da eleman ve düğüm noktaları numaraları verilen iki elemanlı bir plak sistemi üzerinde aşağıdaki gibi açıklanabilir. Düğüm nokta numaraları arasındaki fark ne kadar küçükse sistem rijitlik matrisindeki bant genişliği de o kadar küçük olur.



Şekil 3.1.a



Şekil 3.1.b

Şekil 3.1.b de eleman için kabul edilen düğüm noktaları numaralanışı gösterilmiştir. Programa datalar girilirken eleman düğüm noktaları sırasına göre, sistemde bu noktalara karşılık gelen nokta numaraları verilir.

Sistemin x,y eksenleriyle elemanların x,y eksenleri birbirlerine paralel ve aynı yönde seçildikleri için  $T_{ij}$  transformasyon matrislerine ihtiyaç yoktur. Bunlar üçgen eleman kullanıldığında gereklidir. Kısaca bizim problemimizde  $k_{ii}^i = k_{ixix}^i$  dir.

$$k^1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 3 & 4 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} k_{-11}^1 & k_{-12}^1 & k_{-13}^1 & k_{-14}^1 \\ k_{-21}^1 & k_{-22}^1 & k_{-23}^1 & k_{-24}^1 \\ k_{-31}^1 & k_{-32}^1 & k_{-33}^1 & k_{-34}^1 \\ k_{-41}^1 & k_{-42}^1 & k_{-43}^1 & k_{-44}^1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{Deplasmanların bulun-} \\ \text{duğu uç.} \\ \\ \\ \dots\dots\dots (3.4) \end{matrix}$$

Kuvvetlerin bulunduğu uç.

$$k^2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 5 & 6 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 5 \\ 6 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} k_{-11}^2 & k_{-12}^2 & k_{-13}^2 & k_{-14}^2 \\ k_{-21}^2 & k_{-22}^2 & k_{-23}^2 & k_{-24}^2 \\ k_{-31}^2 & k_{-32}^2 & k_{-33}^2 & k_{-34}^2 \\ k_{-41}^2 & k_{-42}^2 & k_{-43}^2 & k_{-44}^2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \dots\dots\dots (3.5) \end{matrix}$$

Burada  $k_{-11}^i, k_{-12}^i, \dots, k_{-44}^i$  3.3 boyutunda alt matrisleri ifade eder. Bu alt matrisler sistemde uygunluk ve denge şartlarını sağlayacak şekilde  $K$  sistem rijitlik matrisine aşağıdaki gibi yerleştirilir. Görüleceği gibi 3 ve 4 düğüm noktaları 1 ve 2 elemanlarının ortak noktaları olduğundan bu noktalarda her iki elemandan da terimler alınarak sistemdeki uygunluk ve denge şartları sağlanmış olur.

Sistem rijitlik matrisi arka sayfada verilmiştir.

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & k_{-11}^1 & k_{-14}^1 & k_{-12}^1 & k_{-13}^1 & 0 & 0 \\ 2 & k_{-41}^1 & k_{-44}^1 & k_{-42}^1 & k_{-43}^1 & 0 & 0 \\ 3 & k_{-21}^1 & k_{-24}^1 & k_{-22}^1 + k_{-11}^2 & k_{-23}^1 + k_{-14}^2 & k_{-12}^2 & k_{-13}^2 \\ 4 & k_{-31}^1 & k_{-34}^1 & k_{-32}^1 + k_{-41}^2 & k_{-33}^1 + k_{-44}^2 & k_{-42}^2 & k_{-43}^2 \\ 5 & 0 & 0 & k_{-21}^2 & k_{-24}^2 & k_{-22}^2 & k_{-23}^2 \\ 6 & 0 & 0 & k_{-31}^2 & k_{-34}^2 & k_{-32}^2 & k_{-33}^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.6)$$

Üstteki yatay nunaralar deplasmanların bulunduğu ucu yandaki dişey numaralar ise bu deplasmanların sebep olduğu kuvvetleri gösterir.

Burada ;

$k_{-11}^1$  de üstteki 1 eleman numarasını, alt soldaki 1 kuvvetlerin bulunduğu ucu alt soldaki 1 deplasmanların bulunduğu ucu ifade eder.

$k_{-11}^1$  1 elemanının 1 düğüm noktasında, yine bir düğüm noktasında meydana gelen birim deplasmanların oluşturduğu kuvvetleri ifade eder. (Birim deplasman sabiti.)

Diğerleri de aynı şekilde yorumlanabilir.

$$k_{-11}^1 = \begin{bmatrix} k_{Q1W1} & k_{Q1W2} & k_{Q1W3} \\ k_{Mx1W1} & k_{Mx1W2} & k_{Mx1W3} \\ k_{My1W1} & k_{My1W2} & k_{My1W3} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.7)$$

Sekil 3.2

$k_{Q_1W_1}$  1 ucundaki  $w_1$  deplasmanından yine 1 ucunda meydana gelen düşey kuvvet,

$k_{Q_1W_2}$  1 ucundaki  $w_2$  deplasmanından yine 1 ucunda meydana gelen düşey kuvvet, (3.9)

.....  
.....

$k_{m_y W_3}$  1 ucundaki  $w_3$  deplasmanından yine bir ucunda meydana gelen  $m_y$  momentidir.

### 3.5. DEPLASMANLARIN HESABI

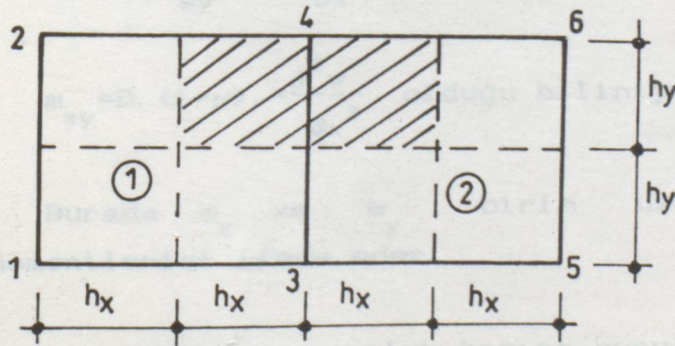
Problemdaki gerekli sınır şartları  $K$  sistem rijitlik matrisine işlendikten ve sistemin düğüm noktalarına etkiyen dış kuvvetlerin oluşturduğu  $P$  matrisi de kurulduktan sonra ;

$$(2.44) \text{den } \underline{K} \cdot \underline{W} = P$$

lineer denklem takımının çözümünden sistemin düğüm noktalarına ait deplasmanları veren  $\underline{W}$  vektörü elde edilir.

Plak örneğimizde 1 noktasının düşey deplasmanı önlenmiş verilsin. Bu sınır şartını sistem rijitlik matrisine işlemek için bu yöndeki deplasman sabitini  $10^{20}$  gibi bir değer alıp sistem rijitlik matrisine dahil ederiz.

$P$  dış kuvvet vektörünün elde edilmesinde ise aşağıdaki yol takip edilir.



Sekil 3.2

Eleman üzerinde yayılı yük olması durumunda 4 düğüm noktasına gelen düşey yük şöyle bulunur.

$$P_{10} = 2 \cdot h_x \cdot h_y \cdot q \text{ d\u00fcr.} \dots\dots\dots (3.8)$$

Burada q yayılı y\u00fck\u00fcn \u015fiddetidir.

$P_{11}$  ve  $P_{12}$  moment ifadeleridir. Statikten bilindi\u011fi gibi bir kuvvet ba\u015fka bir noktaya ta\u015fınırken kendisine e\u015de\u011fer etki meydana getirecek bir kuvvet ve bir moment halini alırdı. Burada elemanımız yeterli k\u00fc\u00e7\u00fckl\u00fckte par\u00e7alara ayrıldı\u011fından ve i\u00e7 noktalarda elemanların e\u015it b\u00fcy\u00fckl\u00fckte olması durumunda bunlara ait momentler ters y\u00f6nl\u00fc olmaları sebebiyle birbirini g\u00fct\u00fcrece\u011finden sadece d\u00fc\u015ey kuvvetler dikkate alınmı\u015ftır. Bu kabul yeterli hassasiyeti verir.

### 3.6. ELEMANIN HERHANGİBİR NOKTASINDAKİ MOMENT DEĞERLERİNİN HESABI

(2.28)de  $\epsilon = \frac{N}{A}$  olarak bulunmu\u015ftu.

K\u00fc\u00e7\u00fck sehimli ince plak teorisinden;

$$m_x = D \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$m_y = D \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$m_{xy} = D \cdot (1 - \mu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \text{ oldu\u011fu biliniyor.} \dots\dots\dots (3.9)$$

Burada  $m_x$  ve  $m_y$  birim uzunluk ba\u015fına e\u011filme momentlerini ifade eder.

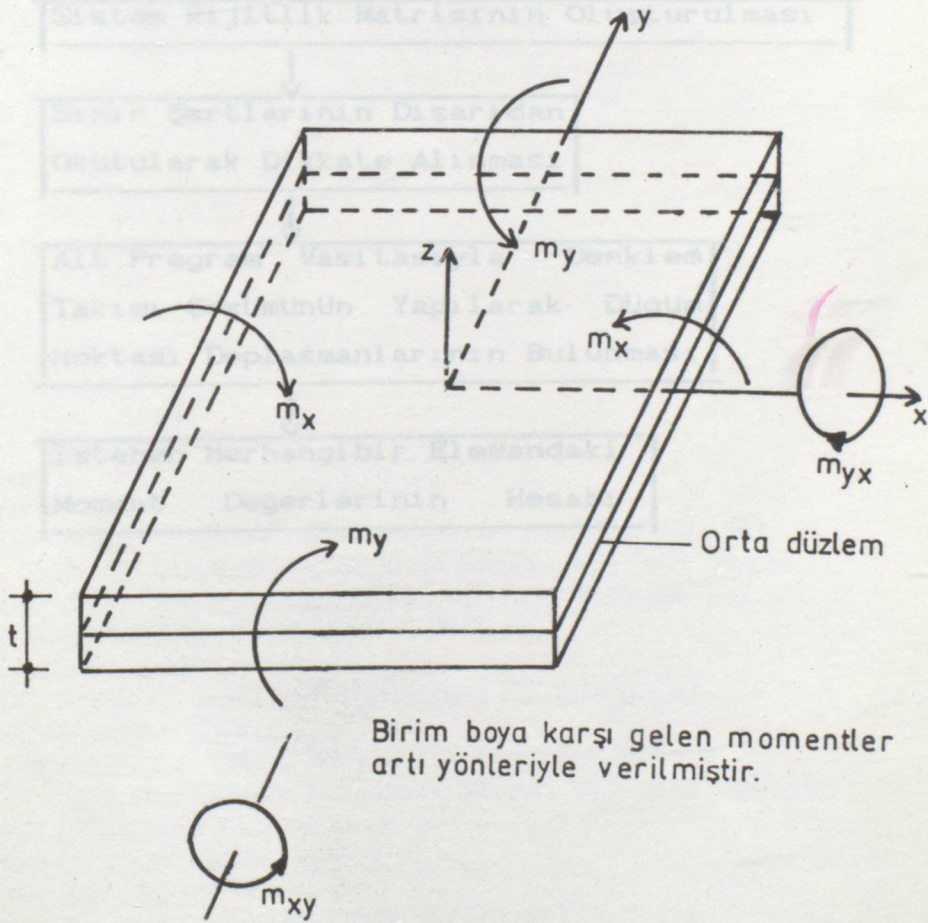
$m_{xy}$  ise birim uzunluk ba\u015fına burulma momentidir.

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} \text{ olarak alınırsa; } \dots\dots\dots (3.10)$$

$$\underline{\sigma} = \underline{E} \cdot \underline{\epsilon} \text{ dir. } \dots\dots\dots (3.11)$$

$\underline{\epsilon} = \underline{N} \cdot \underline{A}$  ifadesinde  $\underline{N}$  (2.30) da elde edilmişti  $\underline{\epsilon}$  un bu değeri yukardaki ifadede yerine konursa plağın herhangi bir noktasındaki momentleri de elde ederek çözümü tamamlamış oluruz.

(2.28)de  $\underline{\epsilon} = \underline{N} \cdot \underline{A}$  olarak bulunmuştu.



Birim boya karşı gelen momentler artı yönleriyle verilmiştir.

Şekil 3.3

PROGRAM LISTESİ

DIMENSION A(12,12),Y1(70),P(110),C(12,12),Z(12,12),A1(12,12)  
DIMENSION A2(12,12),X(12),XP(12),YP(12),AA(110,110),KNN(4)  
DIMENSION D(3,3),N1(12),N2(12),N3(12),Y1(70),B(12),KNN(20)  
DOUBLE PRECISION F,A,AA,A1,A2,D,C,Z,X,XP,YP,XA,YA,D,Y,Y1,HA,HY  
1,AREA,D1,AR,H,FR

PROGRAM ÇALIŞMA ŞEMASI

1200 KNN(1)=0  
DO 1201 I=1,20  
1201 KNN(I)=0  
DO 5 I=1,110  
DO

Giriş Bilgilerinin Okunması

AA

Her Eleman İçin Rijitlik Matrisi  
ve Elastisite Matrisinin Bulunması

201 Y1

DO

202 P1

DO

XP

YF

X11

N1

N2

N3

DO

C1

Z11

A2

A1

DO

DO

DO

DO

DO

DO

DO

DO

DO

DO

DO

DO

DO

DO

İstenen Herhangibir Elemandaki  
Moment Değerlerinin Hesabı

KOD  
1 152 BİLEŞENLERİN BİR BİRİNE BİRLEŞTİRİLMİŞ BİR PLAKTA UNIFORM YAYILI  
YÜK OLMA BİLEŞENLERİN BİR BİRİNE BİRLEŞTİRİLMİŞ YÜKLER ELLER  
HESAPLANARAK PROGRAMA GİRİLİR.  
NN=DÜĞÜM NOKTA SAYISI  
NDOP=DÜĞÜM NOKTASI SERBESTLİK DEREJESİ  
NEL=ELEMAN SAYISI  
NTSC=NOKTALARIN ARANDIĞI ELEMAN SAYISI  
NET=BİR ELEMANDA BULUNAN DÜĞÜM NOKTASI SAYISI  
T=ELEMANIN KALINLIĞI  
FR=POISSON ORANI  
E=ELASTİSİTE MODÜLÜ  
READ(4,1001),NN,NDOP,NEL,NTSC,NET,T,FR,E  
1399 FORMAT(5I3,2F10,3)  
WRITE(5,1399)  
1399 FORMAT(12X,3/#####)  
WRITE(5,1400)  
1400 FORMAT(7I2X,3/##### VE BİKİMLERDE KUVVEY BİRİMİ KGF)  
WRITE(5,1401)

PROGRAM LISTESI

```
DIMENSION A(12,12),Y(70),P(110),C(12,12),Z(12,12),A1(12,12)
DIMENSION A2(12,12),X(12),XP(12),YP(12),AA(110,110),KNN(4)
DIMENSION D(3,3),N1(12),N2(12),N3(12),Y1(70),B(12),KENN(20)
DOUBLE PRECISION P,A,AA,A1,A2,D,C,Z,X,XP,YP,XA,YA,Q,Y,Y1,HX,HY
1,AREA,D1,AR,B,PR,T,E
DO 1200 I=1,4
1200 KNN(I)=0
DO 1201 I=1,20
1201 KENN(I)=0
DO 5 I=1,110
DO 5 J=1,110
5 AA(I,J)=0.
DO 801 I=1,70
801 Y(I)=0.
DO 802 I=1,110
802 P(I)=0.
DO 803 I=1,12
XP(I)=0.0
YP(I)=0.0
X(I)=0.0
N1(I)=0
N2(I)=0
N3(I)=0
DO 803 J=1,12
C(I,J)=0.
Z(I,J)=0.
A2(I,J)=0.0
A(I,J)=0.0
803 A1(I,J)=0.
DO 807 J=1,3
DO 807 K=1,3
807 D(J,K)=0.
KOD1=0
C KOD1=BOS ELEMANI BELIRLER 0 ISE ELEMEN BOS
C 1 ISE DOLUDUR.BOSLUKLU PLAKDA UNIFORM YAYILI
C YUK OLSA BILE 0 GIRILIR FIKTIF YUKLER ELLE
C HESAPLANARAK PROGRAMA GIRILIR.
C NN=DUGUM NOKTA SAYISI
C NDOF=DUGUM NOKTASI SERBESTLIK DERECEESI
C NEL=ELEMEN SAYISI
C NTSC=MOMENTLERIN ARANDIGI ELEMEN SAYISI
C NEI=BIR ELEMANDA BULUNAN DUGUM NOKTASI SAYISI
C T=ELEMENIN KALINLIGI
C PR=POISSON ORANI
C E=ELASTISITE MODULU
100 READ(4,100)NN,NDOF,NEL,NTSC,NEI,T,PR,E
FORMAT(5I3,3F10.3)
WRITE(5,1399)
1399 FORMAT(12X,37H*****
WRITE(5,1400)
1400 FORMAT(/12X,37HGIRDI VE CIKTI LARDA KUVVEY BIRIMI KgF/)
WRITE(5,1401)
```

```
1401  FORMAT(12X,37H*****UZUNLUK BIRIMI Cm DIR*****/)
      WRITE(5,555)
555   FORMAT(/17X,2HNN,3X,4HNDOF,2X,3HNEL,3X,4HNTSC,3X,3HNEI)
      WRITE(5,556)NN,NDOF,NEL,NTSC,NEI
      WRITE(5,1358)
1358  FORMAT(/17X,1HT,10X,2HPR,11X,1HE)
      WRITE(5,1359)T,PR,E
1359  FORMAT(/16X,1F5.2,5X,1F5.3,6X,1F10.3)
556   FORMAT(/13X,5I6)
C     ISLEM 1 BASLIYOR
      WRITE(5,900)
900   FORMAT(/12X,12HNOKTA NOLARI,1X,4HKOD1,1X,18HXA VE YA DEGERLERI/
      WRITE(5,315)
315   FORMAT(/12X,1HI,3X,8HNOKTALAR,2X,4HKOD1,4X,2HXA,8X,2HYA/)
      IK=1
      IP=0
112  READ(4,101)I,(N1(J),J=1,4),KOD1,XA,YA
101  FORMAT(6I3,2F10.3)
      WRITE(5,901)I,(N1(J),J=1,4),KOD1,XA,YA
901  FORMAT(/5X,1I8,5I3,2F10.3)
      IF(KOD1.EQ.0) GO TO 1004
      X(1)=XA
      X(4)=-XA
      X(7)=-XA
      X(10)=XA
      Y(1)=YA
      Y(4)=YA
      Y(7)=-YA
      Y(10)=-YA
      DO 102 J=1,12
      DO 102 K=1,12
      HX=0.
      HY=0.
      C(J,K)=0.
      A1(J,K)=0.
102  A2(J,K)=0.
      DO 103 J=1,10,3
      C(J,1)=1.
      C(J,2)=X(J)
      C(J,3)=Y(J)
      C(J,4)=X(J)**2
      C(J,5)=X(J)*Y(J)
      C(J,6)=Y(J)**2
      C(J,7)=X(J)**3
      C(J,8)=Y(J)*X(J)**2
      C(J,9)=X(J)*Y(J)**2
      C(J,10)=Y(J)**3
      C(J,11)=Y(J)*X(J)**3
      C(J,12)=X(J)*Y(J)**3
      C(J+1,3)=1.
      C(J+1,5)=X(J)
      C(J+1,6)=2.*Y(J)
      C(J+1,8)=X(J)**2
      C(J+1,9)=2.*X(J)*Y(J)
      C(J+1,10)=3.*Y(J)**2
      C(J+1,11)=X(J)**3
      C(J+1,12)=3.*X(J)*Y(J)**2
```

```
C(J+2,2)=-1.
C(J+2,4)=-2.*X(J)
C(J+2,5)=-Y(J)
C(J+2,7)=-3.*X(J)**2
C(J+2,8)=-2.*X(J)*Y(J)
C(J+2,9)=-Y(J)**2
C(J+2,11)=-3.*Y(J)*X(J)**2
103 C(J+2,12)=-Y(J)**3
DO 104 J=1,12
DO 104 K=1,12
A(J,K)=0.
104 Z(J,K)=C(K,J)
DO 105 N=1,12
DO 105 J=1,12
DO 105 K=1,12
105 A1(J,N)=A1(J,N)+C(J,K)*Z(K,N)
CALL MSOLVE(A1,Y,12,12,2)
DO 106 N=1,12
DO 106 J=1,12
C(N,J)=0.
DO 106 K=1,12
106 A2(J,N)=A2(J,N)+Z(J,K)*A1(K,N)
C
A2 NIN ICINDE ELEMAN RIJITLIK MATRISLERI OLUSTURULDU
HX=-XA
HY=-YA
AREA=4.*HX*HY
Q=(1.-PR)/2.
C(4,4)=4.
C(4,6)=4.*PR
C(5,5)=4.*Q
C(5,11)=4.*Q*HX**2
C(5,12)=4.*Q*HY**2
C(6,6)=4.
C(7,7)=12.*HX**2
C(7,9)=4.*PR*HX**2
C(8,8)=4.*(HY**2+4.*Q*HX**2)/3.
C(8,10)=4.*PR*HY**2
C(9,9)=4.*(HX**2+4.*Q*HY**2)/3.
C(10,10)=12.*HY**2
C(11,11)=AREA**2/4.+36.*Q*HX**4/5.
C(11,12)=(PR+Q)*AREA**2/4.
C(12,12)=AREA**2/4.+36.*Q*HY**4/5.
DO 107 J=1,11
NX=J+1
DO 107 K=NX,12
107 C(K,J)=C(J,K)
GO TO 1003
1004 DO 1002 J=1,12
DO 1002 K=1,12
1002 A2(J,K)=0.
1003 DO 108 N=1,12
DO 108 J=1,12
A1(N,J)=0.
DO 108 K=1,12
108 A(J,N)=A(J,N)+C(J,K)*A2(K,N)
DO 109 N=1,12
```

```
DO 109 J=1,12
DO 109 K=1,12
109 A1(J,N)=A1(J,N)+A2(K,J)*A(K,N)
C ELASTISITE MATRISI OLUSTURULUYOR.
D1=E*T**3./(12.*(1.-PR**2))
AR=AREA*D1
DO 110 J=1,12
DO 110 K=1,12
110 A1(J,K)=A1(J,K)*AR
DO 111 J=1,3
DO 111 K=1,3
111 D(J,K)=0.
D(1,1)=D1
D(1,2)=D1*PR
D(2,1)=D1*PR
D(2,2)=D1
D(3,3)=D1*Q
IF(IK.GT.NEL) GO TO 1600
C 1. ISLEM SONU
500 NN1=NN*NDOF
DO 200 J=1,NN1
200 P(J)=0.
DO 201 J=1,12
201 N2(J)=NDOF*(J-1)
NDUMMY=NN1+1
DO 203 J=1,NEI
IF(N1(J).EQ.0) N1(J)=NDUMMY
IF(N1(J).NE.NDUMMY) N1(J)=NDOF*(N1(J)-1)
203 CONTINUE
DO 204 J=1,NEI
IF(N1(J).EQ.NDUMMY) GO TO 204
NJ=N1(J)
NL=N2(J)
DO 205 K=1,NEI
IF(N1(K).EQ.NDUMMY) GO TO 205
NK=N1(K)
NM=N2(K)
DO 206 L=1,NDOF
DO 206 M=1,NDOF
206 AA(NJ+L,NK+M)=AA(NJ+L,NK+M)+A1(NL+L,NM+M)
205 CONTINUE
204 CONTINUE
C AA NIN ICINDE SISTEM RIJITLIK MATRISI OLUSTURULDU
IK=IK+1
IF(IK.LE.NEL) GO TO 112
C SIRAYLA UNIFORM YAYILI YUKUN DEGERI,KOSE NOKTA SAYISI,KOSE
C NOKTA NUMARALARI,KENAR NOKTA SAYISI,KENAR NOKTA NUMARALARI
C TEKIL YUK AYISI,TEKIL YUK NOKTA NUMARALARI GIRILIR.EGER KO
C SE NOKTA SAYISI SIFIR ISE"0" YAZILIR FAKAT KOSE NOKTA NUMA
C RALARI GIRILMEZ.AYNI YOL KENAR NOKTA SAYISI VE TEKIL YUK SA
C YISI ICINDE UYGULANIR.DAHA SONRA DEPLASMANLARI SIFIR OLAN
C NOKTALAR TANITILIR.ONCE DUGUM NOKTA NUMARASI SONRA KOD NUMA
C RASI GIRILIR.DEPLASMAN SIFIR ISE KOD=2,X-EKSENI UZERINDE DON
C ME SIFIR ISE KOD=1,Y EKSENI UZERINDE DONME SIFIR ISE KOD=0
C OLARAK ALINIR
C PY=UNIFORM YAYILI YUK
```

```
C      KNS=KOSE NOKTA SAYISI
C      KNN=KOSE NOKTA NUMARALARI
C      KEN=KENAR NOKTA SAYISI
C      KENS=KENAR NOKTA SAYISI
C      ITYS=TEKIL YUK NOKTA SAYISI
C      TY=TEKIL YUK DEGERI
      WRITE(5,335)
335    FORMAT(/12X,2HUY)
      READ(4,445)PY
      WRITE(5,336)PY
      IF(PY.EQ.0.0) GO TO 1351
445    FORMAT(1F10.3)
      P1=XA*YA*4*PY
336    FORMAT(/5X,1F10.3)
      DO 566 L=1,NN1
      LL=3*L-2
566    P(LL)=P1
1351   READ(4,*)KNS
      WRITE(5,337)
337    FORMAT(/12X,3HKNS)
      WRITE(5,338)KNS
338    FORMAT(/11X,1I3)
      IF(KNS.EQ.0) GO TO 598
      READ(4,321)(KNN(IC),IC=1,KNS)
321    FORMAT(4I3)
      WRITE(5,339)
339    FORMAT(/12X,3HKNN)
      WRITE(5,1209)(KNN(IC),IC=1,KNS)
1209   FORMAT(/11X,4I3)
      DO 1210 IC=1,KNS
      KNNN=KNN(IC)
1210   P(KNNN*3-2)=P1/4
598    READ(4,*)KEN
      WRITE(5,340)
340    FORMAT(/12X,3HKEN)
      WRITE(5,338)KEN
      IF(KEN.EQ.0) GO TO 679
      WRITE(5,1203)
1203   FORMAT(/12X,4HKENN)
      READ(4,1204)(KENN(IJ),IJ=1,KEN)
1204   FORMAT(20I3)
      WRITE(5,1205)(KENN(IJ),IJ=1,KEN)
1205   FORMAT(/11X,20I3)
      DO 1206 IJ=1,KEN
      KENNN=KENN(IJ)
1206   P(KENNN*3-2)=P1/2
679    WRITE(5,342)
342    FORMAT(/12X,4HITYS)
      READ(4,1213)ITYS
      WRITE(5,338)ITYS
1213   FORMAT(1I3)
      IF(ITYS.EQ.0)GO TO 689
      WRITE(5,343)
343    FORMAT(/10X,4HITYN,9X,2HTY)
      DO 589 I=1,ITYS
      READ(4,1208)ITYN,TY
```

```
1208 FORMAT(1I3,1F10.3)
WRITE(5,344)ITYN,TY
344 FORMAT(/10X,1I3,3X,1F10.3)
589 P(ITYN*3-2)=P(ITYN*3-2)+TY
689 WRITE(5,1250)
1250 FORMAT(/12X,2HIF,2X,3HKOD)
READ(4,*)KL
DO 567 L=1,KL
READ(4,569)IP,KOD
569 FORMAT(2I3)
WRITE(5,1255)IP,KOD
1255 FORMAT(/11X,1I3,1X,1I3)
567 AA(IP*3-KOD,IP*3-KOD)=1.0E+35
C SINIR KOSULLARI
C IKI ISLEM SONU
C DENKLEM TAKIMI COZUMU ICIN ALT PROGRAMAMA GIDILIR
CALL MSOLVE(AA,P,NN1,110,1)
WRITE(5,904)
904 FORMAT(/10X,4HNODE,5X,8HVERT DFL,10X,6HTHETAX,10X,6HTHETAY/)
DO 300 J=1,NN
K=NDOF*(J-1)+1
300 WRITE(5,905) J,P(K),P(K+1),P(K+2)
905 FORMAT(10X,I4,F13.7,2F16.7)
C 3 SONU 4 BASI
DO 400 J=1,12
DO 400 K=1,12
400 AA(J,K)=0.0
NDUMMY=NN+1
DO 401 J=1,NDOF
401 P(NDOF*NDUMMY-J+1)=0.0
AA(1,4)=2.0
AA(2,6)=2.0
AA(3,5)=2.0
IF=1
C BURADA MOMENT DEGERLERI HESAPLANACAK ELEMANNIN SIRASIYLA ELEMANN
C NUMARASI,DUGUM NOKTASI SAYISI,KAC NOKTADA MOMENT DEGERLERI HESAP
C LANMAK ISTENIYORSA SAYISI GIRILIR.BIR ALT SATIRDA NOKTA NUMARALA
C GIRILIR.SONRAKI SATIRDA X YONUNDE MOMENTLERIN ARANDIGI NOKTA KO
C ORDINATLARI GIRILIR.BIR ALT SATIRDA Y YONU ICIN AYNI ISLEM TEKRAR
C LANIR.DAHA SONRA BIRLESIM DEGERLERI VE NOKTA KOORDINATLARI GIRILI
C MOMENTLERIN ARANDIGI IKINCI BIR ELEMANN VARSAA AYNI ISLEMLER TEKRAR
C LANIR
410 READ(4,898) I,NEI,NP
898 FORMAT(3I3)
READ(4,899) (N3(J),J=1,NEI)
899 FORMAT(4I3)
READ(4,999) (XP(K),K=1,NP)
999 FORMAT(6F10.3)
READ(4,997) (YP(K),K=1,NP)
997 FORMAT(10F10.3)
IP=I
WRITE(5,789)
789 FORMAT(/12X,33HMOMENTLERI ARANAN ELEMANN TANITIMI)
WRITE(5,315)
GO TO 112
```

```
1600 L=0
      WRITE(5,906)
906  FORMAT(/ /12X,1HI,3X,2HXP,5X,2HYP,9X,
12HMX,9X,2HMY,8X,3HMYX/)
      DO 403 K=1,NEI
      N=N3(K)
      IF(N.EQ.0) N=NDUMMY
      DO 404 J=1,3
404  Y1(J+L)=P(3*N-3+J)
      L=L+3
403  CONTINUE
      DO 405 J=1,12
      X(J)=0.
      DO 405 K=1,12
405  X(J)=X(J)+A2(J,K)*Y1(K)
      DO 406 N=1,NP
      DO 407 J=1,3
      Y(J)=0.0
407  Y1(J)=0.0
      AA(1,7)=6.0*XP(N)
      AA(1,8)=2.0*YP(N)
      AA(1,11)=6.0*XP(N)*YP(N)
      AA(2,9)=2.0*XP(N)
      AA(2,10)=6.0*YP(N)
      AA(2,12)=6.0*XP(N)*YP(N)
      AA(3,8)=4.0*XP(N)
      AA(3,9)=4.0*YP(N)
      AA(3,11)=6.0*XP(N)**2
      AA(3,12)=6.0*YP(N)**2
      DO 408 J=1,3
      DO 408 K=1,12
408  Y1(J)=Y1(J)+AA(J,K)*X(K)
      DO 409 J=1,3
      DO 409 K=1,3
409  Y(J)=Y(J)+D(J,K)*Y1(K)
406  WRITE(5,907) I,XP(N),YP(N),(Y(J),J=1,3)
907  FORMAT(7X,I6,2F7.3,3F11.5)
      IF=IF+1
      IF(IF.LE.NTSC) GO TO 410
C
      STOP
      END
C
      SUBROUTINE MSOLVE (A,B,N,IA,KNOT)
      DIMENSION A(IA,N),B(N),C(250),IND(250)
      DOUBLE PRECISION A,B,W1,STO,W,AMAX,C
      M=N
C      KNOT=2 ISE INVERS ALMA ISLEMI YAPAR
C      KNOT=1 ISE DENKLEM TAKIMI COZER
100  AMAX=0.
      DO 2 I=1,M
      IND(I)=I
      IF (ABS(A(I,1))-AMAX) 2,2,3
3    AMAX=ABS(A(I,1))
      I4=I
2    CONTINUE
```

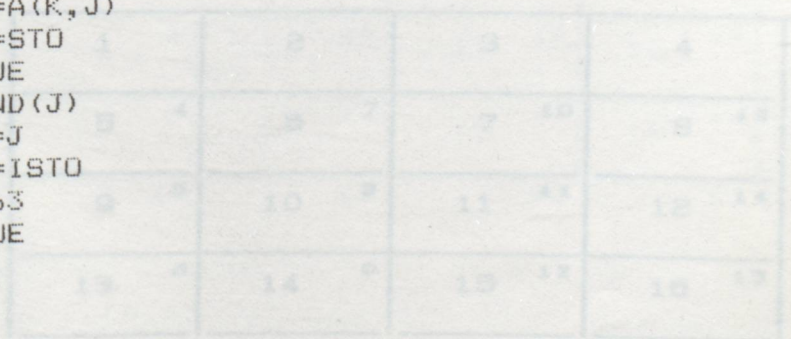
```
MM=M-1
DO 111 J=1,MM
  IF(I4-J) 6,6,4
4  ISTO=IND(J)
  IND(J)=IND(I4)
  IND(I4)=ISTO
  DO 5 K=1,M
  STO=A(I4,K)
  A(I4,K)=A(J,K)
  A(J,K)=STO
5  CONTINUE
  GO TO (7,6),KNOT
7  STO=B(I4)
  B(I4)=B(J)
  B(J)=STO
6  AMAX=0.DO
  J1=J+1
  IF(A(J,J).EQ.0.DO) WRITE(5,*) J,J
92  FORMAT(/5X,34HMSOLVE ERROR_THE DIAGONAL ON ROW,I3,9H IS ZERO
1/)
  DO 11 I=J1,M
  A(I,J)=A(I,J)/A(J,J)
  DO 10 K=J1,M
  A(I,K)=A(I,K)-A(I,J)*A(J,K)
  IF(K-J1)14,14,10
14  IF(ABS(A(I,K))-AMAX)10,10,17
17  AMAX=ABS(A(I,K))
  I4=I
10  CONTINUE
9  GO TO (12,11),KNOT
12  B(I)=B(I)-A(I,J)*B(J)
11  CONTINUE
111 CONTINUE
  IF(A(M,M)) 94,93,94
93  WRITE(5,*) M,M
  STOP
94  GO TO (19,18),KNOT
19  DO 127 I1=1,M
  I=M+1-I1
  IF(M-I) 327,327,28
28  I2=I+1
  DO 32 K=I2,M
  B(I)=B(I)-A(I,K)*B(K)
32  CONTINUE
327 B(I)=B(I)/A(I,I)
127 CONTINUE
18  GO TO (64,65),KNOT
65  DO 140 I1=1,MM
  I=M+1-I1
  I2=I-1
  DO 41 J1=1,I2
  J=I2+1-J1
  J2=J+1
  W1=-A(I,J)
  IF(I2-J2) 141,43,43
43  DO 42 K=J2,I2
```

UYGULAMA

```

W1=W1-A(K,J)*C(K)
42 CONTINUE
141 C(J)=W1
41 CONTINUE
DO 40 K=1,I2
A(I,K)=C(K)
40 CONTINUE
140 CONTINUE
DO 150 I1=1,M
I=M+1-I1
I2=I+1
W=A(I,I)
IF(W) 95,96,95
96 WRITE(5,*) I,I
STOP
95 DO 56 J=1,M
IF(I-J) 52,53,54
52 W1=0.DO
GO TO 55
53 W1=1.DO
GO TO 55
54 W1=A(I,J)
55 IF(I1-1) 156,156,57
57 DO 58 K=I2,M
W1=W1-A(I,K)*A(K,J)
58 CONTINUE
156 C(J)=W1
56 CONTINUE
DO 50 J=1,M
A(I,J)=C(J)/W
50 CONTINUE
150 CONTINUE
DO 60 I=1,M
63 IF(IND(I)-I) 61,60,61
61 J=IND(I)
DO 62 K=1,M
STO=A(K,I)
A(K,I)=A(K,J)
A(K,J)=STO
62 CONTINUE
ISTO=IND(J)
IND(J)=J
IND(I)=ISTO
GO TO 63
60 CONTINUE
64 RETURN
END

```



n=12 Dugum nokta sayısı.

m=12 Eleman sayısı.



2) Aynı sınır şartları altında plağımızı 36 elemana ayıralım. Simetriden yararlanarak dörttebir plakla çalışabiliriz.

1	1	4	2	7	3	10
2	4	5	5	8	6	11
3	7	6	8	9	9	12

3) 1. Durumdaki plağın 6 nolu elemanının boş olduğu kabulüne göre yeniden çözüm yapalım.

4) 1. Durumu dört kenarın basit mesnetli olması hali için çözelim.

A	1	2	3	4	B			
1	1	6	2	11	3	16	4	21
2	5	7	6	12	7	17	8	22
3	9	8	10	13	11	18	12	23
4	13	9	14	14	15	19	16	24
C	5	10	15	20	25	D		

7) Birinci problemde 6 nolu düğüm noktasına uniform yüke 1/4 olarak 2 tırnak takılı kuvvet etkimesi durumunda çözüm yapalım.

Bütün problemlerin data dosyaları ve çıktıları sırayla sonraki sayfa-larda verilmiştir.

5) Bu problemi AB, AC ankastre, CD basit mesnetli olması durumu için çözelim.

A

B

	1	2	3	4	
	5 <sup>1</sup>	6 <sup>5</sup>	7 <sup>9</sup>	8 <sup>13</sup>	
	9 <sup>2</sup>	10 <sup>6</sup>	11 <sup>10</sup>	12 <sup>14</sup>	
	13 <sup>3</sup>	14 <sup>7</sup>	15 <sup>11</sup>	16 <sup>15</sup>	
C	4	8	12	16	D

6) Plağımızı 25 elemana ayırarak çözüm yapalım. Yine AB ve CD ankastre olsun.

A

B

	1	2	3	4	5	
1	6 <sup>5</sup>	7 <sup>9</sup>	8 <sup>13</sup>	9 <sup>17</sup>	10 <sup>21</sup>	
2	11 <sup>6</sup>	12 <sup>10</sup>	13 <sup>14</sup>	14 <sup>18</sup>	15 <sup>22</sup>	
3	16 <sup>7</sup>	17 <sup>11</sup>	18 <sup>15</sup>	19 <sup>19</sup>	20 <sup>23</sup>	
4	21 <sup>8</sup>	22 <sup>12</sup>	23 <sup>16</sup>	24 <sup>20</sup>	25 <sup>24</sup>	
C						D

7) Birinci problemde 8 nolu düğüm noktasına üniform yüke ilave olarak 2 tonluk tekil kuvvet etkimesi durumunda çözüm yapalım.

Bütün problemlerin data dosyaları ve çıktıları sırayla sonraki sayfalarda verilmiştir.



1. PROBLEM-CIKTILAR

\*\*\*\*\*

GIRDI VE CIKILARDA KUVVEY BIRIMI Kgf

\*\*\*\*\*UZUNLUK BIRIMI Cm DIR\*\*\*\*\*

KEN

NN	NDOF	NEL	NTSC	NEI
15	3	16	2	4
T		PR		E
15.00		.150		140000.000

NOKTA NOLARI KOD1 XA VE YA DEGERLERI

IP KOD

I	NOKTALAR	KOD1	XA	YA
1	1 4 0 0	1	-50.000	-25.000
2	4 7 0 0	1	-50.000	-25.000
3	7 10 0 0	1	-50.000	-25.000
4	10 13 0 0	1	-50.000	-25.000
5	2 5 4 1	1	-50.000	-25.000
6	5 8 7 4	1	-50.000	-25.000
7	8 11 10 7	1	-50.000	-25.000
8	11 14 13 10	1	-50.000	-25.000
9	3 6 5 2	1	-50.000	-25.000
10	6 9 8 5	1	-50.000	-25.000
11	9 12 11 8	1	-50.000	-25.000
12	12 15 14 11	1	-50.000	-25.000
13	0 0 6 3	1	-50.000	-25.000
14	0 0 9 6	1	-50.000	-25.000
15	0 0 12 9	1	-50.000	-25.000
16	0 0 15 12	1	-50.000	-25.000

UY            -.0062153  
 -.100        -.0110331  
              -.0062153  
              -.0053325  
 KNS           -.0092899  
              -.0053325  
 0  
 KEN  
 6

KENN  
 1 2 3 13 14 15

ITYS  
 0  
 IP    KOD  
 1    2  
 1    1  
 2    2  
 2    1  
 3    2  
 3    1  
 13   2  
 13   1  
 14   2  
 14   1  
 15   2  
 15   1

NODE	VERT DFL	THETAX	THETAY
1	.0000000	.0000000	.0000631
2	.0000000	.0000000	.0001068
3	.0000000	.0000000	.0000631
4	-.0053329	.0001382	.0000312
5	-.0092899	.0000000	.0000555
6	-.0053325	-.0001382	.0000313

2	PROJEM	7	EM	-	.0062153		.0001658		.0000000
		8		-	.0110551		.0000000		.0000000
	DATA	9	SYAC	-	.0062153		-.0001658		.0000000
		10		-	.0053322		.0001382		-.0000312
12	3	9	2	11	-	.0092893		.0000000	-.0000555
1	2	5	4	12	-	.0053326		-.0001382	-.0000312
2	5	8	7	13		.0000000		.0000000	-.0000630
2	8	11	10	14		.0000000		.0000000	-.0001067
4	3	6	5	15		.0000000		.0000000	-.0000631

MOMENTLERI ARANAN ELEMEN TANITIMI

I NOKTALAR KOD1 XA YA

1 1 4 0 0 1 -50.000 -25.000

I	XP	YP	MX	MY	MYX
1	-50.000	-25.000	-2.09678	-.27527	54.02809
1	50.000	25.000	-43.88237	-292.85870	-15.11705
1	-50.000	25.000	-.04317	-.01619	6.70230
1	-25.000	25.000	-11.00297	-73.22682	5.99557
1	.000	25.000	-21.96277	-146.43744	2.12344
1	.000	.000	-1.92898	-54.69924	45.07082

MOMENTLERI ARANAN ELEMEN TANITIMI

I NOKTALAR KOD1 XA YA

1	-50.000	-25.000	-2.09678	-.27527	54.02809
1	50.000	25.000	-43.88237	-292.85870	-15.11705
1	-50.000	25.000	-.04317	-.01619	6.70230
1	-25.000	25.000	-11.00297	-73.22682	5.99557
1	.000	25.000	-21.96277	-146.43744	2.12344
1	.000	.000	-1.92898	-54.69924	45.07082

MOMENTLERI ARANAN ELEMEN TANITIMI

I NOKTALAR KOD1 XA YA

10 6 9 8 5 1 -50.000 -25.000

I	XP	YP	MX	MY	MYX
10	-50.000	-25.000	38.36599	67.25008	-20.10790
10	50.000	25.000	27.91344	200.44367	5.86724
10	-50.000	25.000	70.98266	167.05634	-10.72292
10	-25.000	25.000	60.21535	175.40317	-3.93200
10	.000	25.000	49.44805	183.75000	1.09667
10	.000	.000	35.88500	125.12753	-5.58085

2. PROBLEM-CIKTILAR

2. PROBLEM

DATA DOSYASI

GIRDI VE CIKTILARIN KUVVET BIRIML KGF

12	3	9	2	4		15.	0.15	140000.
1	2	5	4	1	1	-33.33	-16.67	
2	5	8	7	4	1	-33.33	-16.67	
3	8	11	10	7	1	-33.33	-16.67	
4	3	6	5	2	1	-33.33	-16.67	
5	6	9	8	5	1	-33.33	-16.67	
6	9	12	11	8	1	-33.33	-16.67	
7	0	0	6	3	1	-33.33	-16.67	
8	0	0	9	6	1	-33.33	-16.67	
9	0	0	12	9	1	-33.33	-16.67	
		-0.10				15.00	-150	140000.000

NOKTA NOLARI KODU YA VE YA DEGERLERI

2	3	4	7	11	12
---	---	---	---	----	----

1. NOKTALAR KODU YA YA

12										
1	2									
1	1									
2	2	1	2	5	4	1	1	-33.330	-16.670	
2	1									
3	2	2	5	8	7	4	1	-33.330	-16.670	
3	1									
4	1	3	8	11	10	7	1	-33.330	-16.670	
7	1									
10	1	4	3	6	5	2	1	-33.330	-16.670	
10	0									
11	0	5	6	9	8	5	1	-33.330	-16.670	
12	0									
3	4	6	6	9	12	11	8	1	-33.330	-16.670

8	11	10	7								
		-33.33		33.33		-33.33		-16.67		0.0	0.0
		-16.67		16.67		16.67		16.67		16.67	-16.67
3	8	11	10	7	1	0	-33.33	-16.67			
1	4	6									
2	5	4	1								
		-33.33		33.33		-33.33		-16.67		0.0	0.0
		-16.67		16.67		16.67		16.67		16.67	-16.67
1	2	5	4	1	1		-33.33	-16.67			

2. PROBLEM-CIKTILAR

\*\*\*\*\*

GIRDI VE CIKTILARDA KUVVEY BIRIMI KgF

\*\*\*\*\*UZUNLUK BIRIMI Cm DIR\*\*\*\*\*

NN	NDOF	NEL	NTSC	NEI
12	3	9	2	4
T		PR		E
15.00		.150		140000.000

NOKTA NOLARI KOD1 XA VE YA DEGERLERI

I	NOKTALAR	KOD1	XA	YA
1	2 5 4 1 1		-33.330	-16.670
2	5 8 7 4 1		-33.330	-16.670
3	8 11 10 7 1		-33.330	-16.670
4	3 6 5 2 1		-33.330	-16.670
5	6 9 8 5 1		-33.330	-16.670
6	9 12 11 8 1		-33.330	-16.670
7	0 0 6 3 1		-33.330	-16.670
8	0 0 9 6 1		-33.330	-16.670
9	0 0 12 9 1		-33.330	-16.670

UY

-.100

KNS

2

KNN

1 10

KEN

6	8	11	10	7	1	-33.330	-16.670
KENN							
2	3	4	7	11	12		
ITYS	330	16.670					
0	16.670	16.670					
IP	KOD						
1	2						
1	1						
2	2						
2	1						
3	2						
3	1						
4	1						
7	1						
10	1						
10	0						
11	0						
12	0						

NODE	VERT DFL	THETAX	THETAY
1	.0000000	.0000000	.0001227
2	.0000000	.0000000	.0000987
3	.0000000	.0000000	.0000416
4	-.0072741	.0000000	.0000785
5	-.0058290	-.0000825	.0000622
6	-.0023793	-.0001100	.0000246
7	-.0101584	.0000000	.0000190
8	-.0080546	-.0001191	.0000141
9	-.0031766	-.0001513	.0000040
10	-.0106390	.0000000	.0000000
11	-.0084083	-.0001260	.0000000
12	-.0032860	-.0001576	.0000000

MOMENTLERI ARANAN ELEMAN TANITIMI

I NOKTALAR KOD1 XA YA

3 8 11 10 7 1 -33.330 -16.670

3. PROBLEM

DATA	I	XP	YP	MX	MY	MYX
15	3	16	3-33.330-16.670	32.67138	120.55279	-6.53856
1	1	4	3 33.330 16.670	30.29625	181.08449	1.99337
2	4	7	3-33.330 16.670	45.18938	172.48934	-3.02687
3	7	10	3-16.670 16.670	41.46722	174.63748	-1.17249
4	10	13	3 0.000 16.670	37.74282	176.78692	.28301
5	2	5	3 1.000-16.670	26.68448	122.31466	-3.22868

MOMENTLERI ARANAN ELEMEN TANITIMI

I	NOKTALAR	KOD1	XA	YA		
12	12 15	1 2 5 4 1 1	-33.330	-16.670		
I	XP	YP	MX	MY	MYX	
0	0	0	1-33.330-16.670	-3.39550	-.50490	-44.74866
0	0	0	1 33.330 16.670	74.99718	123.51198	5.55326
0	0	0	1-33.330 16.670	-4.32513	-.66501	-2.37325
0	0	0	1-16.670 16.670	15.49950	30.36992	-2.17331
0	0	0	1 .000 16.670	35.33603	61.42348	-.78525
0	0	0	1 .000-16.670	28.39722	45.55888	-43.16066

13 1

3. PROBLEM

14 1

DATA DOSYASI

15 1

15	3	16	2	4	15.00	0.150	140000.		
1	1	4	0	0	1	-50.000	-25.000		
2	4	7	0	0	1	-50.000	-25.000	0.00	0.00
3	7	10	0	0	1	-50.000	-25.000	25.00	0.00
4	10	13	0	0	1	-50.000	-25.000		
5	2	5	4	1	1	-50.000	-25.000		
6	5	8	7	4	0	-50.000	-25.000		
7	8	11	10	7	1	-50.000	-25.000	0.00	0.00
8	11	14	13	10	1	-50.000	-25.000	25.00	0.00
9	3	6	5	2	1	-50.000	-25.000		
10	6	9	8	5	1	-50.000	-25.000		
11	9	12	11	8	1	-50.000	-25.000		
12	12	15	14	11	1	-50.000	-25.000		
13	0	0	6	3	1	-50.000	-25.000		
14	0	0	9	6	1	-50.000	-25.000		
15	0	0	12	9	1	-50.000	-25.000		
16	0	0	15	12	1	-50.000	-25.000		

0.00

0

0

9

4 - 375.00

5 - 375.00

6 - 500.00

7 - 375.00

8 - 375.00

9 - 500.00

10 - 500.00

11 - 500.00

12 - 500.00

12

1 2

1 1

2 2

2 1

3 2

3 1

13 2

13 1

14 2

14 1

15 2

15 1

1 2

1 1

2 2

2 1

3 2

3 1

13 2



7	8	11	10	7	1	-50.000	-25.000
8	11	14	13	10	1	-50.000	-25.000
9	3	6	5	2	1	-50.000	-25.000
10	6	9	8	5	1	-50.000	-25.000
11	9	12	11	8	1	-50.000	-25.000
12	12	15	14	11	1	-50.000	-25.000
13	0	0	6	3	1	-50.000	-25.000
14	0	0	9	6	1	-50.000	-25.000
15	0	0	12	9	1	-50.000	-25.000
16	0	0	15	12	1	-50.000	-25.000

UY

.000

KNS

0

KEN

0

ITYS

9

ITYN

TY

4	-375.000
5	-375.000
6	-500.000
7	-375.000
8	-375.000
9	-500.000
10	-500.000
11	-500.000
12	-500.000

THETAY

.0000571

.0000992

.0000544

.0000385

.0000717

.0000309

-.0000019

-.0000025

.0000009

-.0000288

-.0000281

-.0000275

-.0000285

-.0000282

-.0000289

1-50.000-25.000

IP	KOD
1	2
1	1
2	2
2	1
3	2
3	1
13	2
13	1
14	2
14	1
15	2
15	1

NODE	VERT DFL	THETAX	THETAY
1	.0000000	.0000000	.0000571
2	.0000000	.0000000	.0000992
3	.0000000	.0000000	.0000544
4	-.0051749	.0001475	.0000386
5	-.0090976	-.0000353	.0000717
6	-.0048111	-.0001267	.0000307
7	-.0059477	.0001755	-.0000010
8	-.0108888	-.0000388	-.0000086
9	-.0056976	-.0001540	.0000009
10	-.0053036	.0001342	-.0000288
11	-.0091423	.0000068	-.0000531
12	-.0052862	-.0001372	-.0000275
13	.0000000	.0000000	-.0000634
14	.0000000	.0000000	-.0001062
15	.0000000	.0000000	-.0000634

MOMENTLERI ARANAN ELEMAN TANITIMI

I NOKTALAR KOD1 XA YA

1 1 4 0 0 1 -50.000 -25.000

I XP YP MX MY MYX

4.PR 1-50.000-25.000 -1.81934 -.23512 54.25904

DATA DOSYASI

25	3	16	2	4	15.00	0.150	140000.			
1	2	7	6	1	1	-50.000	-25.000			
2	7	12	11	6	1	-50.000	-25.000			
3	12	17	16	11	1	-50.000	-25.000			
4	17	22	21	16	1	-50.000	-25.000			
5	3	8	7	2	1	-50.000	-25.000			
6	8	13	12	7	1	-50.000	-25.000			
7	13	18	17	12	1	-50.000	-25.000			
8	18	23	22							
9	4	9				1 50.000	25.000	-39.32332	-262.53387	-8.93035
10	9	14				1-50.000	25.000	-.05494	-.02058	3.73763
11	14	19				1-25.000	25.000	-9.87204	-65.64890	3.51073
12	19	24				1 .000	25.000	-19.68913	-131.27722	1.32377
13	5	10				1 .000	.000	-5.18521	-58.86469	41.84793

MOMENTLERI ARANAN ELEMAN TANITIMI

16	20	25				I	NOKTALAR	KOD1	XA	YA					
4															
1	5	21				10	6	9	8	5	1	-50.000	-25.000		
12															
2	3	4	22	23	24										
0															
36						I	XP	YP	MX	MY	MYX				
1	2					10	-50.000	-25.000	36.39674	55.13228	-31.29481				
1	1					10	50.000	25.000	18.61530	128.49922	11.37903				
1	0					10	-50.000	25.000	79.94603	106.44529	-23.18825				

21	2					I	NOKTALAR	KOD1	XA	YA					
21	1														
21	0														
25	3					10	6	9	8	5	1	-50.000	-25.000		
25	1														
25	0														
2	2					I	XP	YP	MX	MY	MYX				
2	1														
3	2					10	-50.000	-25.000	36.39674	55.13228	-31.29481				
3	1					10	50.000	25.000	18.61530	128.49922	11.37903				
4	2					10	-50.000	25.000	79.94603	106.44529	-23.18825				
4	1					10	-25.000	25.000	64.61335	111.95878	-9.33681				
22	2					10	.000	25.000	49.28066	117.47226	1.04154				
22	1					10	.000	.000	34.71056	86.59221	-4.38222				

16 2 4.PROBLEM

16 0

10 2 DATA DOSYASI

10 0

25	3	16	2	4	15.00	0.150	140000.
1	2	7	6	1	-50.000	-25.000	
2	7	12	11	6	-50.000	-25.000	
3	12	17	16	11	-50.000	-25.000	
4	17	22	21	16	-50.000	-25.000	
5	3	8	7	2	-50.000	-25.000	
6	8	13	12	7	-50.000	-25.000	0.00
7	13	18	17	12	-50.000	-25.000	25.00
8	18	23	22	17	-50.000	-25.000	
9	4	9	8	3	-50.000	-25.000	
10	9	14	13	8	-50.000	-25.000	
11	14	19	18	13	-50.000	-25.000	
12	19	24	23	18	-50.000	-25.000	
13	5	10	9	4	-50.000	-25.000	
14	10	15	14	9	-50.000	-25.000	
15	15	20	19	14	-50.000	-25.000	
16	20	25	24	19	-50.000	-25.000	

2 -0.10

4 -50.00 -50.00 -25.00 0.00 0.00

1 5 21 25 25.00 25.00 25.00 25.00 0.00

12 2 7 8 1 1 -50.00 -25.00

2 3 4 22 23 24 6 11 16 10 15 20

0 14 13 9 1 -50.00 -25.00

36 30.00 30.00 -50.00 -25.00 0.00 0.00

1 2 14 13 9 1 25.00 25.00 25.00 25.00 0.00

1 1 14 13 9 1 -50.00 -25.00

1 0

5 2

5 1

5 0

21 2 4.PROBLEM-CIKTILAR

21 1

21 0 \*\*\*\*\*

25 2

25 1 BIRI VE CIKTILARDA KUVVEY BIRINI KGF

25 0

2 2 \*\*\*\*\*

2 1

3 2

3 1

4 2

4 1

22 2

22 1

23 2

23 1

24 2

24 1

6 2

6 0

11 2

11 0



1	2	7	6	1	1	-50.000	-25.000
2	7	12	11	6	1	-50.000	-25.000
3	12	17	16	11	1	-50.000	-25.000
4	17	22	21	16	1	-50.000	-25.000
5	3	8	7	2	1	-50.000	-25.000
6	8	13	12	7	1	-50.000	-25.000
7	13	18	17	12	1	-50.000	-25.000
8	18	23	22	17	1	-50.000	-25.000
9	4	9	8	3	1	-50.000	-25.000
10	9	14	13	8	1	-50.000	-25.000
11	14	19	18	13	1	-50.000	-25.000
12	19	24	23	18	1	-50.000	-25.000
13	5	10	9	4	1	-50.000	-25.000
14	10	15	14	9	1	-50.000	-25.000
15	15	20	19	14	1	-50.000	-25.000
16	20	25	24	19	1	-50.000	-25.000

UY

- .100

KNS

4

KNN

1 5 21 25

KEN

12

KENN

2 3 4 22 23 24 6 11 16 10 15 20

ITYS

0

IP	KOD				
1	2				
1	1				
1	0				
5	2				
5	1				
5	0				
21	2				
21	1				
21	0				
25	2	VERT DFL	THE TAX	THE TAY	
25	1	.0000000	.0000000	.0000000	
25	0	.0000000	.0000000	.0003357	
25	2	.0000000	.0000000	.0003331	
25	0	.0000000	.0000000	.0002391	
2	2	.0000000	.0004682	.0000000	
2	1	.0211185	.0003292	.0001505	
2	0	.0297623	.0000089	.0002102	
3	2	.0213457	.0003266	.0001484	
3	1	.0000000	.0004756	.0000000	
3	0	.0000000	.0006566	.0000000	
3	1	.0289875	.0004258	.0000422	
3	0	.0395443	.0000326	.0000000	
4	2	.0272724	.0004471	.0000423	
4	1	.0000000	.0005937	.0000000	
4	0	.0000000	.0006424	.0000000	
4	1	.0281829	.0004009	.0001507	
22	2	.0197594	.0004886	.0002102	
22	1	.0152893	.0002549	.0001483	
22	0	.0000000	.0003014	.0000000	
22	1	.0000000	.0000000	.0000000	
23	2	.0000000	.0000000	.0003201	
23	1	.0000000	.0000000	.0003330	
23	0	.0000000	.0000000	.0001544	
23	1	.0000000	.0000000	.0000000	
24	2				
24	1	PERI ARANAN ELEMEN TANJUNGPINANG			
24	0	KUALAR KUDI	XA	YA	
6	2				
6	0	6 1 1	-50.000	-25.000	
11	2	YP	MX	MY	MYX

11	0	50.000-25.000	-8.97961	-1.19367	129.67817
		50.000 25.000	-1.16147	-1.32801	118.85922
16	2	25.000 25.000	-0.03375	.008903	177.24082
		25.000 25.000	-0.06568	-0.37473	176.44999
16	0	0.000 25.000	-0.09781	-0.73819	166.45626
		.000 .000	25.59370	28.61942	154.73044
10	2				
10	0				
15	2				
15	0				
20	2				
20	0				

MOMENTLERI ARANAN ELEMAN TANITIMI

NODE	VERT	DFL	THETAX	THETAY
1	.0000000		.0000000	.0000000
2	.0000000		.0000000	.0002357
3	.0000000		.0000000	.0003331
4	.0000000		.0000000	.0002391
5	.0000000		.0000000	.0000000
6	.0000000		.0004682	.0000000
7	-.0211105		.0003292	.0001505
8	-.0297623		-.0000089	.0002102
9	-.0213457		-.0003266	.0001484
10	.0000000		-.0004756	.0000000
11	.0000000		.0006566	.0000000
12	-.0289875		.0004258	.0000422
13	-.0395443		.0000326	.0000000
14	-.0272724		-.0004471	-.0000423
15	.0000000		-.0005937	.0000000
16	.0000000		.0006424	.0000000
17	-.0281829		.0004009	-.0001507
18	-.0297594		-.0004886	-.0002102
19	-.0142693		-.0002549	-.0001483
20	.0000000		-.0003014	.0000000
21	.0000000		.0000000	.0000000
22	.0000000		.0000000	-.0003201
23	.0000000		.0000000	-.0003330
24	.0000000		.0000000	-.0001544
25	.0000000		.0000000	.0000000

MOMENTLERI ARANAN ELEMAN TANITIMI

I	NOKTALAR	KOD1	XA	YA
1	2 7 6 1 1		-50.000	-25.000

I	XP	YP	MX	MY	MYX
---	----	----	----	----	-----

16 3 16 2  
1 0 1 0  
2 1 5 0  
3 5 9 0  
4 9 13 0  
5 0 2 1  
6 2 6 5  
7 4 10 9  
8 10 14 13  
9 0 0 3  
10 3 7 6  
11 7 11 11  
12 11 15 15  
13 0 4 8  
14 4 8 12  
15 8 12 16  
16 12 16 20  
0  
1  
13 14 18  
0  
8  
4 2  
4 8  
8 2  
8 6  
12 2  
12 6  
16 2  
16 6  
1 4  
9 8  
4 4  
16 4  
12 16  
16 12

1-50.000-25.000	-8.97961	-1.19369	129.67817
1 50.000 25.000	-.16147	-1.52601	118.85922
1-50.000 25.000	-.03375	.00903	177.24052
1-25.000 25.000	-.06568	-.37473	176.44999
1 .000 25.000	-.09761	-.75849	166.45626
1 .000 .000	25.59370	58.61942	154.73044

MOMENTLERI ARANAN ELEMEN TANITIMI

I NOKTALAR KOD1 XA YA

10	9	14	13	8	1	-50.000	-25.000
----	---	----	----	---	---	---------	---------

I XP YP MX MY MYX

10-50.000-25.000	99.37676	262.86392	-57.57220
10 50.000 25.000	152.10546	580.96591	10.86795
10-50.000 25.000	141.92809	274.68755	-2.34484
10-25.000 25.000	144.47243	351.25714	11.77806
10 .000 25.000	147.01678	427.82673	18.68783

10	9	14	13	8	1	-50.000	-25.000
----	---	----	----	---	---	---------	---------

I XP YP MX MY MYX

10-50.000-25.000	99.37676	262.86392	-57.57220
10 50.000 25.000	152.10546	580.96591	10.86795
10-50.000 25.000	141.92809	274.68755	-2.34484
10-25.000 25.000	144.47243	351.25714	11.77806
10 .000 25.000	147.01678	427.82673	18.68783
10 .000 .000	129.07672	333.55084	-28.24420

	-25.00	25.00	25.00	0.00
	-50.00	-25.00		
	50.00	-25.00	0.00	0.00
	-25.00	-25.00	25.00	0.00
	-50.00	-25.00		



5.PROBLEM-CIKTILAR

\*\*\*\*\*

GIRDI VE CIKTILARDA KUVVEY BIRIMI Kgf

\*\*\*\*\*UZUNLUK BIRIMI Cm DIR\*\*\*\*\*

	NN	NDOF	NEL	NTSC	NEI
	16	3	16	2	4
	T		PR		E
	15.00		.150		140000.000

NOKTA NOLARI KOD1 XA VE YA DEGERLERI

I	NOKTALAR	KOD1	XA	YA
1	0 1 0 0 1		-50.000	-25.000
2	1 5 0 0 1		-50.000	-25.000
3	5 9 0 0 1		-50.000	-25.000
4	9 13 0 0 1		-50.000	-25.000
5	0 2 1 0 1		-50.000	-25.000
6	2 6 5 1 1		-50.000	-25.000
7	6 10 9 5 1		-50.000	-25.000
8	10 14 13 9 1		-50.000	-25.000
9	0 0 3 2 1		-50.000	-25.000
10	3 7 6 2 1		-50.000	-25.000
11	7 11 10 6 1		-50.000	-25.000
12	11 15 14 10 1		-50.000	-25.000
13	0 4 3 0 1		-50.000	-25.000
14	4 8 7 3 1		-50.000	-25.000
15	8 12 11 7 1		-50.000	-25.000
16	12 16 15 11 1		-50.000	-25.000

THE TAY

0000459  
0000656  
0000486  
0000000  
0000351  
0000833  
0000727  
0000000  
0000052  
0000151  
0000136  
0000000  
0000056  
0000362  
0000337  
0000000

UY

-.100

KNS

0

KEN

3

KENN

13 14 15

ITYS

0

IP KOD

4 2

4 0

8 2

8 0

12 2

12 0

16 2

16 0

NODE	VERT DFL	THETAX	THETAY
1	-.0036642	.0000869	.0000459
2	-.0051081	-.0000427	.0000656
3	-.0038397	-.0000864	.0000488
4	.0000000	-.0000740	.0000000
5	-.0075748	.0002154	.0000331
6	-.0156516	.0000773	.0000833
7	-.0127942	-.0001700	.0000727
8	.0000000	-.0002970	.0000000
9	-.0092746	.0002699	.0000052
10	-.0195219	.0000905	.0000151
11	-.0162534	-.0002238	.0000136
12	.0000000	-.0003761	.0000000
13	-.0098828	.0002897	.0000056
14	-.0210567	.0001041	.0000362
15	-.0176033	-.0002385	.0000337
16	.0000000	-.0004082	.0000000

MOMENTLERI ARANAN ELEMAN TANITIMI

DATA	I	YA	NOKTALAR	KOD1	XA	YA			
24	3	25	2	4	15.0	0.150	10000		
1	1	9	0	4	9	13	0	0	1
2	5	9	0	0	1		-40.000	-20.000	
3	9	13	0	0	1		-40.000	-20.000	
4	13	17	0	I	XP	YP		MX	MY
5	17	21	0	0	1		-40.000	-20.000	
6	2	6	5	4	-50.000	-25.000		2.17682	26.75963
7	6	10	9	4	50.000	25.000		-73.42776	-488.61813
8	10	14	13	4	50.000	-25.000		4.84772	22.01123
9	14	18	17	4	-25.000	25.000		-70.19244	-468.47880
10	18	22	21	4	.000	25.000		-71.27088	-475.19191
11	3	7	6	4	.000	.000		-33.87931	-225.40324
12	7	11	10						

MOMENTLERI ARANAN ELEMAN TANITIMI

DATA	I	YA	NOKTALAR	KOD1	XA	YA			
14	15	19	18	14					
15	19	23	22	I	XP	YP		MX	MY
16	4	8	7	3	1		-40.000	-20.000	
17	8	12	11	7	1		-40.000	-20.000	
18	12	16	15	16	12	16	15	11	1
19	16	20	19	15	1		-40.000	-20.000	
20	20	24	23	19	1		-40.000	-20.000	
21	0	0	0	I	XP	YP		MX	MY
22	0	0	12	8	1		-40.000	-20.000	
23	0	0	1	16	-50.000	-25.000		.13822	1.52123
24	0	0	2	16	50.000	25.000		8.53217	270.40068

MOMENTLERI ARANAN ELEMAN TANITIMI

DATA	I	YA	NOKTALAR	KOD1	XA	YA			
0									
1	2	3	4	21	22	23	24		
16	12	16	15	11	1		-50.000	-25.000	
1				I	XP	YP		MX	MY
1				16	-50.000	-25.000		.13822	1.52123
2				16	50.000	25.000		8.53217	270.40068
3				16	50.000	-25.000		-.09691	-1.89013
4				16	-25.000	25.000		42.08660	252.55643
4				16	.000	25.000		30.90179	258.50452
21				16	.000	.000		15.46122	129.16003

21	1	1							
22	2	2							
22	1	1							
23	2	2							
23	1	1							
24	2	2							
24	1	1							
1	4	6							
1	5	0							
	-40.00	40.00			-40.0		-20.0	0.0	0.0
	-20.00	20.00			20.0		20.0	20.0	0.0

6. PROBLEM

DATA DOSYASI

24	3	25	2	4	15.0	0.150	140000.
1	1	5	0	0	1	-40.000	-20.000
2	5	9	0	0	1	-40.000	-20.000
3	9	13	0	0	1	-40.000	-20.000
4	13	17	0	0	1	-40.000	-20.000
5	17	21	0	0	1	-40.000	-20.000
6	2	6	5	1	1	-40.000	-20.000
7	6	10	9	5	1	-40.000	-20.000
8	10	14	13	9	1	-40.000	-20.000
9	14	18	17	13	1	-40.000	-20.000
10	18	22	21	17	1	-40.000	-20.000
11	3	7	6	2	1	-40.000	-20.000
12	7	11	10	6	1	-40.000	-20.000
13	11	15	14	10	1	-40.000	-20.000
14	15	19	18	14	1	-40.000	-20.000
15	19	23	22	18	1	-40.000	-20.000
16	4	8	7	3	1	-40.000	-20.000
17	8	12	11	7	1	-40.000	-20.000
18	12	16	15	11	1	-40.000	-20.000
19	16	20	19	15	1	-40.000	-20.000
20	20	24	23	19	1	-40.000	-20.000
21	0	0	8	4	1	-40.000	-20.000
22	0	0	12	8	1	-40.000	-20.000
23	0	0	16	12	1	-40.000	-20.000
24	0	0	20	16	1	-40.000	-20.000
25	0	0	24	20	1	-40.000	-20.000

-0.10

0

8

1 2 3 4 21 22 23 24

0

16

1 2

1 1

2 2

2 1

3 2

3 1

4 2

4 1

21 2

21 1

22 2

22 1

23 2

23 1

24 2

24 1

1 4 6

1 5 0 0

-40.00

40.00

-40.0

-20.0

0.0

0.0

-20.00

20.00

20.0

20.0

20.0

0.0





2	1	NOKTALAR	KODI	YA	YA	
3	2					
3	1	1	5 0 0 1	-40,000	-20,000	
4	2					
4	1	40,000	20,000	.01024	.00788	60,77757
21	2	40,000	20,000	-40,78247	-271,95486	-13,44597
21	1	40,000	20,000	-.01867	-.01033	6,74544
21	1	20,000	20,000	-18,20964	-68,00461	5,47484
22	2	000	000	-20,40058	-133,99970	1,68608
22	2	000	000	-3,59734	-62,67727	44,09213

MOMENTLERI ARANAN ELEMAN TANITIMI

23	2	NOKTALAR	KODI	YA	YA	
23	1	1	15 14 10 1	-40,000	-20,000	
24	2					
24	1	15	40,000	20,000	32,90523	154,58198
24	1	15	40,000	20,000	32,83519	154,60745
24	1	15	40,000	20,000	32,74515	154,52247
24	1	15	20,000	20,000	32,75511	154,54371

NODE	VERT	DFL	THETAX	THETAY
1	.0000000		.0000000	.0000514
2	.0000000		.0000000	.0001081
3	.0000000		.0000000	.0001081
4	.0000000		.0000000	.0000514
5	-.0034839		.0001262	.0000278
6	-.0075696		.0000599	.0000623
7	-.0075697		-.0000599	.0000623
8	-.0034841		-.0001262	.0000278
9	-.0043655		.0001632	.0000021
10	-.0097897		.0000811	.0000083
11	-.0097897		-.0000811	.0000082
12	-.0043655		-.0001632	.0000021
13	-.0043655		.0001632	-.0000021
14	-.0097898		.0000811	-.0000082
15	-.0097897		-.0000811	-.0000082
16	-.0043655		-.0001632	-.0000021
17	-.0034841		.0001263	-.0000278
18	-.0075697		.0000599	-.0000623
19	-.0075696		-.0000599	-.0000623
20	-.0034839		-.0001262	-.0000278
21	.0000000		.0000000	-.0000514
22	.0000000		.0000000	-.0001081
23	.0000000		.0000000	-.0001081
24	.0000000		.0000000	-.0000514

MOMENTLERI ARANAN ELEMAN TANITIMI

I NOKTALAR KOD1 XA YA

1 1 5 0 0 1 -40.000 -20.000

I XP YP MX MY MYX

1-40.000-20.000	.01054	.00788	60.77757
1 40.000 20.000	-40.78247	-271.98686	-13.44597
1-40.000 20.000	-.01869	-.01053	6.74544
1-20.000 20.000	-10.20964	-68.00461	5.47484
1 .000 20.000	-20.40058	-135.99870	1.68608
1 .000 .000	-3.59734	-62.67727	44.09213

MOMENTLERI ARANAN ELEMAN TANITIMI

I NOKTALAR KOD1 XA YA

13 11 15 14 10 1 -40.000 -20.000

I XP YP MX MY MYX

13-40.000-20.000	32.90523	164.58198	.08205
13 40.000 20.000	32.83245	164.60745	.05201
13-40.000 20.000	32.74805	164.52247	.09848
13-20.000 20.000	32.76915	164.54371	.04724
13 .000 20.000	32.79025	164.56496	.02241
13 .000 20.000	32.79025	164.56496	.02241

-SONUÇ-

Plâgımızı fazla elemana böldüğümüzde elde edilen sonuç daha hassas olmasına rağmen , line er do olarak artmamaktadır. Birinci problemde 8. düğüm noktası ve 2. problemde 10. düğüm noktasının deplasmanlarını karşılaştırırsak aradaki farkın çok küçük olduğu görülür. Bir aşamadan sonra plâğı daha fazla elemana bölmek hem data hazırlanışı açısından, hem de programın çalışma süresi açısından olumsuz sonuç ortaya koymaktadır. Bu sebeple çalışan kişinin tecrübesine bağlı olarak plak mümkün olduğu kadar az elemana ayrılmalıdır

Programında kullanılan bilgisayarın hafızası çok az olduğu için bu dönemde insanın hafızasını kullanarak çalıştırılması olarak girdi/çıkışları yazılması gerekmektedir.



## ÖZGEÇMİŞ

Turgut Kocatürk 1965 yılında Bafra" da doğdu. İlk öğrenimini Bafra Gaziosmanpaşa İlkokulunda, orta öğrenimini Bafra Lisesi orta kısmında ,lise öğrenimini Bafra Lisesi" nde tamamladı. Matematik ve Elektronik

1982 yılında Hacettepe Üniversitesi Müh. Fak. Hidrojeoloji Bölümüne girdi. İki yıl sonra (1984 de) kendi isteğiyle buradan ayrıldı. Aynı yıl Yıldız Üniversitesi Müh. Fak. İnşaat Bölümüne girdi. 1988 yılında mezun oldu. Yine 1988 de Y.Ü. İnşaat Anabilim Dalı Yapı Programında lisansüstü öğrenimine başladı. 1989 yılı güz döneminde İnşaat Mekanik Dalına Araştırma Görevlisi olarak girdi. Halen bu göreve devam etmektedir.



## KAYNAKLAR

1. Nath, B. , "Fundamentals of Finite Elements for Engineers", The Athlone Press Universty of London, 1974.
2. akıroğlu, A. , zden, E. , zmen, G. , "Yapı Sistemlerinin Hesabı için Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinası Programları, Cilt 1, Dizerkonca Matbaası, İstanbul, 1970.
3. Przmieniecki, J, S. , "Theory of Matrix Structural Analysis", Mc Graw Hill, 1968.
4. Zienkiewicz, O, C. , "The Finite Element Method", Third Edition, Mc Graw Hill, 1977.
5. Berktaş, İ. , "Plak Teorisi ve Uygulamaları - Küçük Şehirli İnce Plaklar", İstanbul, 1988.

