

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Yapı Hes., Din., Etk., Güz., Alı.,
İlg. Bil., Prog., Oluş.

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Kemal Beyen

1989

30 -
R 150
163

20.000

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YAPI HESAPLARINDA DİNAMİK ETKİLERİN
GÖZÖNÜNE ALINARAK İLGİLİ BİLGİSAYAR
PROGRAMLARININ OLUŞTURULMASI

YAPAN : İnş.Müh. Kemal BEYEN

İSTANBUL - 1989

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
KÜTÜPHANE DOKÜMANTASYON
DAİRE BAŞKANLIĞI

Kot : R 150
163

Alındığı Yer : FEN BİL. ENS.

Tarih : 17.10.1991

Fatura : - - - - -

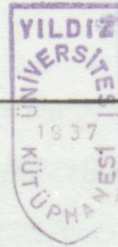
Fiyatı : 20.000.TL.

Ayniyat No : 1/15

Kayıt No : 47755

UDC : 624. 378.242.

Ek :

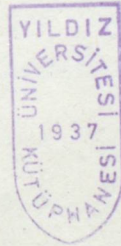


YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



Bu tezin hazırlanmasında, her aşamada yardımlarını esirgeyen, değerli görüşleriyle
YAPI HESAPLARINDA DİNAMİK ETKİLERİN
GÖZÖNÜNE ALINARAK İLGİLİ BİLGİSAYAR
PROĞRAMLARININ OLUŞTURULMASI

LİSANS - ÜSTÜ TEZİ



YÖNETEN : Öğr.Gör. Mete KARAKOÇ

YAPAN : İnş.Müh. Kemal BEYEN

İSTANBUL - 1989

İÇİNDEKİLER

EKİME

ÖZET	I
İÇİNDEKİLER	II
Teşekkürler / Teşekkür Notasyonları	III
SİGMA	1

Bu tezin hazırlanmasında, her aşamada yardımlarını esirgemeyen, değerli görüşleriyle yol gösteren hocam Öğr.Gör. Mete KARAKOÇ'a saygı ve şükranlarımı sunarım.

Büyük katkıları olan meslaktığım ve arkadaşım Tolga ERGÜNAY'a da teşekkürlerimi sunarım.

1.1. Enerji	7
1.1.1. SİGMA-100	9
1.1.2. Sistemler	10
1.1.3. Genel Hareket Denklemleri	12
SİGMA - 2	

1.2. Tek Serbestlik Dereceli Sınırlı Sistemler	12
1.2.1. Serbest Titreşim Hali	12
1.2.2. Sınırlı Titreşimler	13

SİGMA - 3	
1.3. Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerin Sınırlı Titreşimi	19
1.3.1. Sınırlı Titreşim Enerji Yutması	19

İÇİNDEKİLER

SAHİFE

	<u>SAHİFE</u>
ÖZET	I
ABSTRACT	II
Hesaplarda Kullanılan Notasyonlar	III
GİRİŞ	1
BÖLÜM - 1	
1.1. Genel	2
1.1.1. Kuvvetler, Yapının Özellikleri ve Davranışı	3
1.1.2. Dinamik Kuvvet Sınıflandırması	4
1.1.3. Kütle	6
1.1.4. Yay Sabiti; Yay Kuvveti ve Potansiyel Enerji	7
1.1.5. Söndürücü	9
1.1.6. Sistemler	10
1.1.7. Genel Hareket Denklemi	12
BÖLÜM - 2	
Tek Serbestlik Dereceli Sönümsüz Sistemler	
2.1. Serbest Titreşim hali	12
2.2. Zorlanmış Titreşimler	13
BÖLÜM - 3	
Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerin Sönümlü Titreşimi	
3.1. Söndürücünün enerji yutması	19

3.2.	Serbest Sönümlü Titreşim	20
3.3.	Zorlanmış Sönümlü Titreşim	22
3.3.1.	Darbe Kuvveti	22
3.3.2.	Harmonik Kuvvet	23
BÖLÜM - 4		
	Tek Serbestlik Dereceli Titreşen	24
	Sistemlerde Diferansiyel Eşitliğin	25
	Sayısal Çözümü	27
4.1.	Doğrusal İvme Metodu	27
4.2.	Dengenin Eşitliği ve Adım Adım	28
	Integral Alma	29
BÖLÜM - 5		
	Çok Serbestlik Dereceli Sistemler	34
5.1.	Sistemlerin İdealize Edilmesi	34
5.2.	Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerde	
	Hareket Denklemleri	36
5.2.1.	Kuvvetlerin İncelenmesi	36
5.2.2.	Rijitlik Matrisi Elemanlarının	
	Tesbiti	38
5.3.	Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerde	
	Sönümsüz Serbest Titreşimi	39
5.4.	Zorlanmış Sönümsüz Çok Serbestlik	
	Dereceli Sistemler; Mod Süperpozisyon	
	Metodu	42

5.5 Sönümlü Sistemler44

BÖLÜM - 6

Problem verileri	47
Problem - 1	48
Problem - 2	49
Problem için açıklamalar	50
Problem - 3	51
Deprem Davranış Spektrumu	54

BÖLÜM - 7

Bilgisayar programları	55
Problem sonuç çıkışları	65

BÖLÜM - 8

Tartışma ve Sonuçlar	68
Özgeçmiş	70
Yararlanılan kaynaklar	71

Ö Z E T

Bu çalışmanın ilk bölümlerinde dinamik yükler altındaki yapı sistemlerinin davranışı incelenmiş ve tek serbestlik dereceli bir sistemin teorik ve nümerik analizleri yapılmıştır. Nümerik analizlerinin bilgisayar programları yapılarak problem çözümlerinde örnekler verilmiştir.

Son bölümlerinde çok serbestlik dereceli sistemlere ve spektra yaklaşımlara girilerek, yapıdaki deprem hesabı incelenmesine alışılmış TS 500'den farklı bir inceleme getirilmiştir. Yapıya depremden gelen kuvvetler, deprem spektrumlarından faydalanarak incelenmiş, teorik yaklaşım bir bilgisayar programlarıyla çözülmüş ve el çözümleri eklenmiştir.

III

HESAPLARDA KULLANILAN NOTASYONLAR

- A : Alan, sabit
- a : Mesafe
- a_n, a_0 : Sabitler
- b : Mesafe
- b_n : Sabit
- C : Sönüm sabiti
- C_c : Kritik sönüm değeri
- C_n : Normal modda genelleştirilmiş sönüm değerleri.
- D : Dinamik matris
- DYF : Dinamik yük faktörü
- E, I : Young modülü, Atalet momenti
- f : Frekans
- F_A : Atalet kuvveti
- f_I : Atalet kuvveti
- f_D : Sönüm kuvveti
- f_S : Yay kuvveti
- $F(t)$: Kuvvet fonksiyonu
- g : Yer ivmesi
- G : Kayma modülü
- h : Eleman kalınlığı, Kat yüksekliği
- Hz. : Hertz (frekans ölçüsü, sn.'de bir tur)
- I : Impulse
- I : Birim matrisi
- J, J_0 : Polar atalet momenti
- k, k_1 : Yay sabitleri
- \bar{k} : genelleştirilmiş yay sabitleri

- $\tilde{k}(t)$: efektif rijitlik
- K_n : n'inci normal modda genelleştirilmiş rijitlik
- L : Uzunluk
- m : Kütle, değişken
- m_i : i'inci kütle
- M_n : Genelleştirilmiş n'inci normal moddaki kütle
- M_d : Devrilme momenti (Eigen) değeri
- N, n : Eksenel yük, zaman aralığı Δt sayısı, serbestlik derecesi sayısı.
- P, p_0 : Yük, kuvvet
- $P_n(t)$: n'inci normal modda kuvvet fonksiyonu
- PSD : Yalancı spektral deplasman değeri
- PSV : Yalancı spektral hız değeri
- PSA : Yalancı spektral ivme değeri
- $q, q(t)$: Her modun mukabeleye katkısını belirleyen amplitud vektör.
- R : Yay kuvveti
- S : Transfer matrisi
- s : Sabit
- t, t_1 : Zaman, i zaman istasyonu
- T : Titreşim periyodu
- T_n : n'inci mod titreşim periyodu
- U : Deplasman, konum
- $\dot{U}, \ddot{U}, U_{st}$: Hız, ivme, Statik deplasman sırasıyla
- V : Kesme kuvveti
- ω_n : Açısal doğal frekans
- W : İş, Ağırlık

- w : Açısal frekans
- x,y,z : Koordinat elemanları, mesafe, değişken
- β : Frekans yüzdesi
- γ : Özgül ağırlık
- Δ : Delta
- ϵ : Deplasman (Şekilde)
- λ_n : Değişken, n'inci karakteristik (Eigen) değeri
- θ : Eğim, dönme, açı değişkeni
- μ : Düktülite sabiti
- ν : Poizun oranı
- ξ, ξ_n : Sönüm yüzdesi
- ρ : Gerilme
- τ : Zaman
- ϕ_{ij} : Modal deplasman
- ϕ_n : n'inci mod şekli
- Φ : Modal şekil matrisi
- ω : Açı değeri

-GİRİŞ-

Dinamik bir çok alt bilim dallarını bünyesinde toplayan bir bilim dalıdır. Bu sebeple bu çalışmada yapının dinamiği başlığı altında temel bilgileri içeren bahisten sonra pratiğe yönelik nümerik analizlere ve bazı analizler için kullanılacak bilgisayar programlarının oluşturulmasına ağırlık verilmiştir.

En genel manada bir dinamik tesir altında bulunan bir yapı sisteminin incelenmesi, analiz oldukça zordur. Bu zorluk bazı kabüller ile yenilmektedir. Bu kabüller sisteme etkiyen dinamik kuvvetlerin özelliklerinde ve tesir etkisi altında kalan sistemin dinamik karakterinde gerçekleşmektedir. Bu kabüller ve bilhassa inşaat mühendisini ilgilendiren hususlar yeri geldikçe açıklanacaktır.

Bu çalışmada yapıya en büyük hasarı verdiren yönü ve şiddeti tam bilinmeyen, tesadüfi karakterleri olan depremin yapıda doğurduğu iç kuvvetleri spektral analizle incelenmiştir. Tezde amacım mevcut bulunan teorik bilgileri uygulama sahasında bilgisayar destekli bir mühendislik ile uygulamaktır. Bu maksatla belirli problem tipleri için teorik bilgilerin sonunda üçtane bilgisayar programı yapılarak, örnek tip probleme uygulanıp, çözüm çıktıları alınarak, eklenmiştir. Programlar için gerekli bilgiler program içerisinde hatırlatma ve yazma başlıkları altında ne işlemi yaptığı ve çözümü hangi aşamaya getirdiğini belirtmek amacı ile açıklanmıştır.

1.1.GENEL

Cisimlerin davranışını, statikte olduğu gibi, tabiatın denge kanunları çerçevesinde inceleyen dinamik, statikte bilinen değişkenlere ilaveten cisimlerin bir takım özellikleri kütleleri, etkiyen kuvvet - zaman değişimleri ile özellikleri bilinen bir yapının dinamik zorlamalar altında davranışını inceler. Bu incelemede alaka konuları ise ; zamana bağlı kuvvetler, yapının özellikleri ve yapının davranışdır. İnşaat mühendisliğinde ; zamanla değişen dinamik tesirlerin bir taşıyıcı sistemde ihmal edilmeyecek atalet kuvvetlerinin oluşmasına sebep olacağı durumlarda sistemin dinamik hesapları yapılır. İnşaat alanında kullanılan şartnamelerde bir takım amprik formüller ile belirli sınırlar arasında dinamik yüklerin yapıya tesiri yerine eşdeğer bir statik tesir alınarak veya dinamik tesir katsayısı ile statik yükler büyütülerek veya da emniyet katsayısı yada gerilemesinde dinamik tesiri karşılayacak şekilde değişiklik yapılarak hesaplanmaktadır.

Fakat mühendislik alanındaki gelişmeler ve yeniliklere paralel olarak dinamik tesirlerin daha doğru değerlendirilmesi bilgisayar destekli bir hesap ortamında daha doğru bir yaklaşım olacağı kanaatindeyim.

Bu çalışmada bazı yük ve titreşim altında oluşan yanıl deplasmanlar ve bunların neden olduğu eleman uç kuvvetleri incelenecek ve irdelenecektir.

1.1.1. KUVVETLER, YAPININ ÖZELLİKLERİ VE DAVRANIŞI :

Deprem, patlama kuvveti, darbe, rüzgar veya makina ve motorların meydana getirdiği titreşim kuvvetleri zamana bağlı kuvvetlerdir. Kuvvetin zamanla değişmesi yapının mukabelesinin zamanla değişmesine neden olacaktır. Yapı dinamiğinde genellikle kısa süreli (birkaç saniye) kuvvetler önemlidir. Sayılan tesirler dıştan, içten, deplasman cinsinden, kuvvet cinsinden , gibi birtakım sınıflamaların içine sokulabilir.

Yapının oturduğu zeminin durumu, yapının boyutları, malzemesi ve yapının konumu genelde bize yapı özelliklerini verir. Yapının konumu bahsine biraz değinelim. Değişik eksenleri olan bir yapıya etkiyen dinamik yüklerin yönü önemlidir. Öyleki simetrik yapılarda burulmalı titreşim meydana gelebileceği gibi, simetrik bir yapıya, simetri eksenine göre etkimeyen kuvvetlerde burulmalı titreşim oluşturabilir.

Yapı özellikleri ve etkiyen kuvvetlerden yola çıkılarak matematiksel ifadelerle yapı idealize edilerek, titreşim sistemine ait mekanik bir model oluşturulur, sonra kütlelere ait titreşim denklemleri kurularak çözümü yapılır. Burada bazı kabüllere giderek yapının davranışını tanımlanmış sınırlarda irdelemek gerekir. Mesela ; yapının hesaplanan mukabelesinin, yapıyı elastik limit haricinde davranışa maruz bırakıp bırakmayacağı incelenmelidir. Eğer yapıda bir plastikleşme söz konusu olacaksa yapının rijit-

liği, mukavemeti ve dolayısıyla mukabeleside deđiŖecektir. Elastik olmayan davranıŖları içeren durumlarda, yapıların elastik limit dahilinde kaldığı kabul edilerek yapı titreŖimi kavramı incelenecektir.

1.1.2. DİNAMİK KUVVET SINIFLANDIRILMASI :

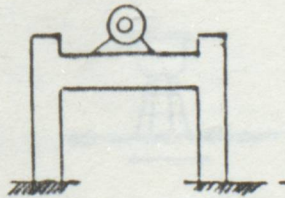
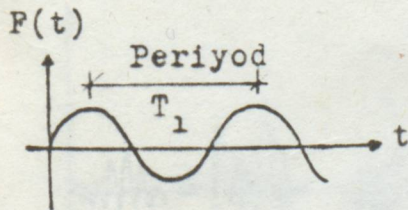
Genliği belirli bir zaman içerisinde tekrar eden kuvvete, periyodik kuvvet denir. Bu tür kuvvetler yapının davranıŖını belirlemede çok önemlidir. Herhangi bir dinamik kuvvet aŖađıdaki sınıflamadan birine girer.

- a - Periyodik kuvvetler
- b - Periyodik olmayan kuvvetler
- c - Deterministik kuvvetler
- d - Random kuvvetler

Periyodik olmayan kuvvetler genliğe sahip olmayan kuvvetlerdir. Deterministik kuvvetler yapısını, tabiatını tarifleyebildiğimiz kuvvetlerdir. Random kuvvetler, keyfi olup, hiçbir tarif içerisine girmeyen kuvvetlerdir.

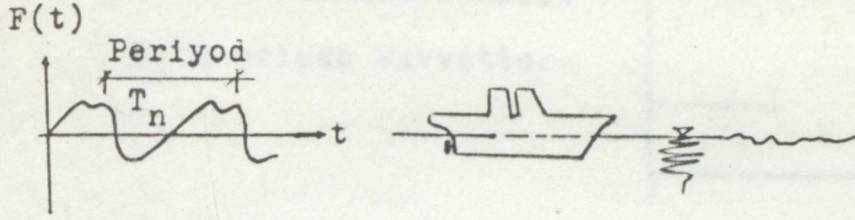
Bunların diyagram ve örnekleri aŖađıdadır :

- a) Harmonik : rnek :



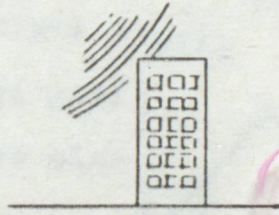
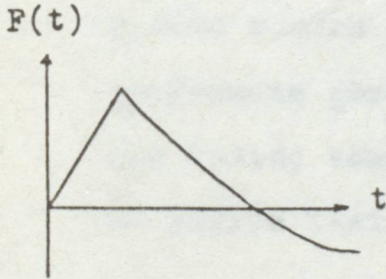
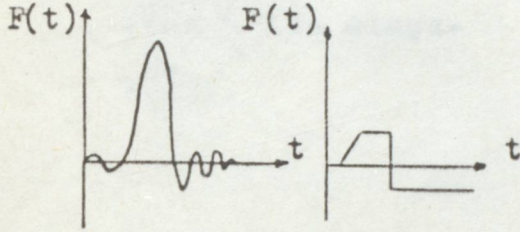
Yapıda dönen bir makina

b) Harmonik Olmayan : Örnek :



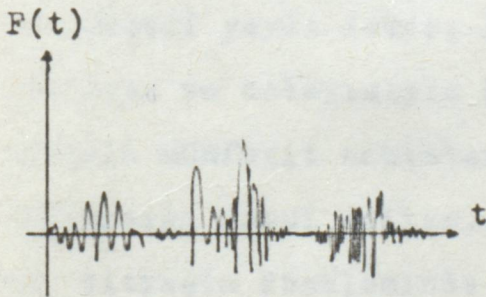
Gemi arka -
sındaki
pervane
gücü itici
kuvveti.

c) Periyodik olmayan kuvvetler : Örnek :



Bomba
infilakının
binaya te-
siri.

Random kuvvetler : Örnek :

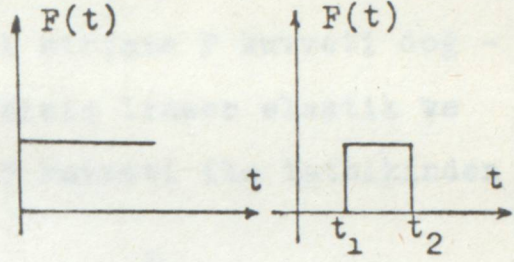


Deprem
esnasında
su deposu

Dinamik kuvvetleri kuvvet fonksiyonunun tipi ilede tarifleyebiliriz.

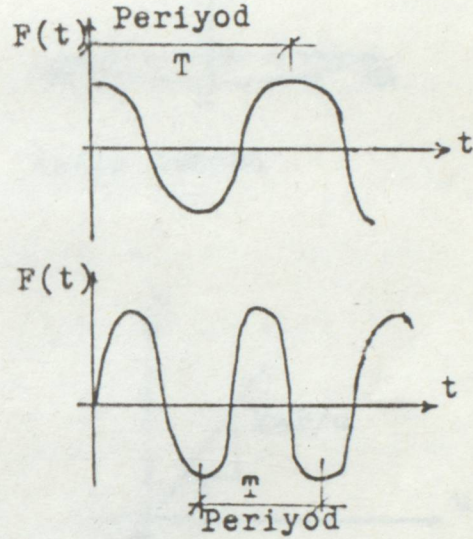
a) Basamak (darbe) kuvvetleri:

Çok kısa zamanda belirli değere erişen kuvvetlerdir.



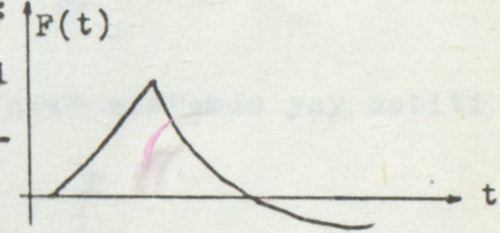
b) Sinusoidal kuvvetler :

Sabit açısal hızla dönen eksantrik bir kütlelin hareketi ile oluşabilir.



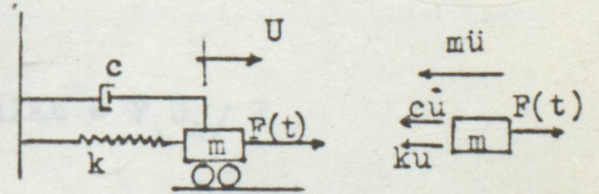
c) Patlama sonucu kuvvetleri :

Diyağramdan görüleceği gibi önce basınç sonra emme olarak yapıya tesir eder.



1.1.3. KÜTLE :

$m = G / g$; pratikte, yapı elemanlarının ağırlıkları ve yükleri yaylı isede, Ağırlıkların ve dolayısıyla kütlelerin münferit noktalarda toplandığı kabul edilir. Kütle, titreşim denkleminde hareketin aksi yönündeki atalet kuvveti teriminde yer alır. (Şekil 1 - b)



ŞEKİL - 1 (a) (b)

Tek serbestlik dereceli s.

1.1.4. YAY SABİTİ; YAY KUVVETİ VE POTANSİYEL ENERJİ :

Yanda görüldüğü gibi basit kirişte P kuvveti doğrultusunda u deplasmanı oluşur. Kiriş lineer elastik ve deplasmanlar ufak olduğu sürece P kuvveti ile tatbikinden oluşan doğrultusundaki u

deplasmanı arasında bir oran mevcuttur. O halde

kirişe tatbik edilen kuvvet doğrultusundaki birim

deplasmanı sağlayan kuvvete yay sabiti (k) diyoruz.

Kirişin şekil değiştirmesi ile biriken potansiyel enerji kirişten

P kuvvetinin kaldırılmasıyla kiriş eski haline

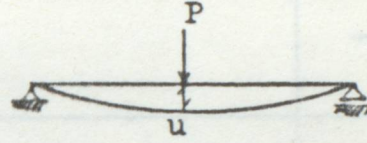
hareket ederek kinetik enerjiye dönüşecektir.

Böylece biriken potansiyel enerji kirişe "eski şekline dönmesi" veya "yaylanması" yeteneğini vermektedir.

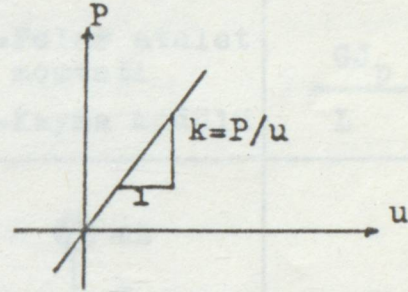
Bu esnada yayın kiriş kütlesine tatbik ettiği kuvvete yay kuvveti (k.u) diyoruz. Genel

likle yapıda kolonların

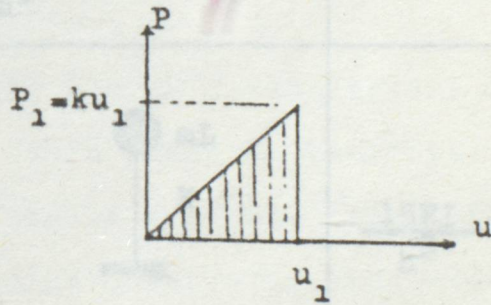
lineer ve yay sabitleri



Kiriş şekli



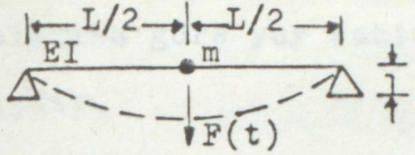
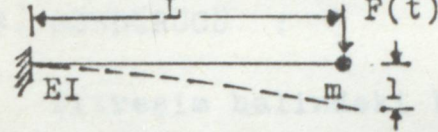
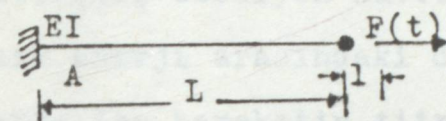
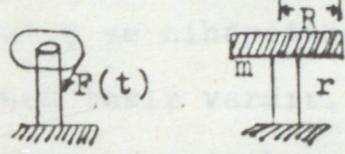
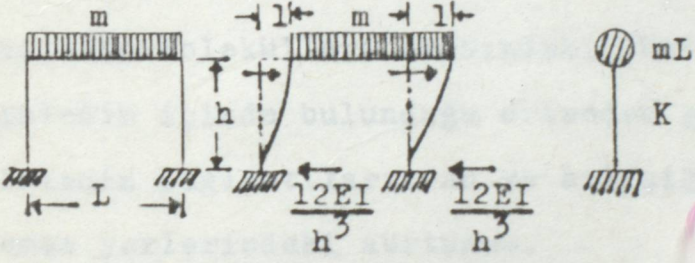
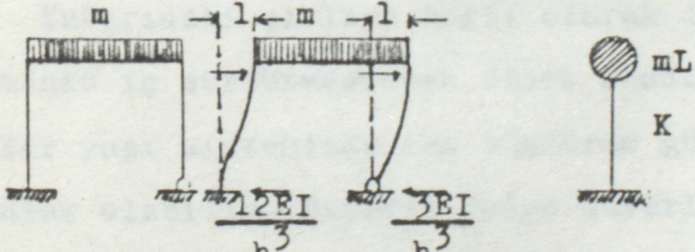
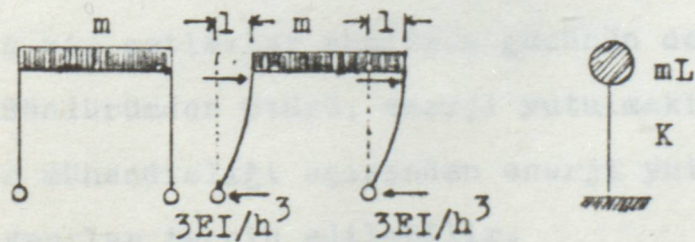
Lineer sistemde yay sabiti



$$\text{Alan} = P_1 U_1 / 2$$

$$= k \cdot U_1^2 / 2$$

ŞEKİL - 2

İdealize Edilmiş Sistem ve Yük Durumu	K
	$48 \cdot EI / L^3$
	$\frac{3EI}{L^3}$
	<p>A=Kesit Alanı</p> $\frac{AE}{L}$
	<p>J_p = Polar atalet momenti G = Kayma modülü</p> $\frac{GJ_p}{L}$
	$\frac{24EI}{h^3}$
	$\frac{15EI}{h^3}$
	$\frac{6EI}{h^3}$

ŞEKİL-3 İdealizasyon ve Yay Sabitleri

yay vazifesi gördüğü kabul edilir. Yay sabiti statikten bilinen metotlar ile bulunur. Çeşitli kuvvet - deformasyon durumlarına göre yay sabitleri Şekil - 3 deki tabloda verilmiştir.

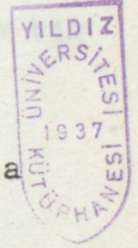
1.1.5. SÖNDÜRÜCÜ :

Titreşim halindeki bir sistemde iç ve dış sürtünme ve titreşimi besliyen kuvvet olmasa, potansiyel enerji ile kinetik enerji arasındaki denge hareketi devam edecektir. Gerçekte ise hareketin titreşim deplasmanları devamlı olarak azalır ve nihayetinde sona erer. Demek ki sistemde bir söndürücü tesir vardır. Bu tesir harekete zıt yöndedir. Sönüm tesiri esas itibarıyla şu üç sebepten ileri gelir.

- a) Sistemin molekülleri arasındaki sürtünme.
- b) Sistemin içinde bulunduğu ortamdan gördüğü direnimsizlik.
- c) Sistemin bağlantılarından ve bitişindeki yapılarla temas yerlerindeki sürtünme.

Yukarıdaki şıklara bağlı olarak diyebilirizki her malzemenin iç sürtünmesinden ötürü söndürüm kabiliyeti vardır. Bir yapı sisteminde ise söndürüm gücünü çoğaltabilecek elemanlar olabilir. Örneğin dolgu duvarları, yapı elemanlarının bağlantı noktaları, plastikleşme ve betonarme bir yapıda ki, çatlaklar söndürüm gücünün derecesi ile ilgilidir. Söndürümden ötürü, enerji yutulmaktadır. Dolayısıyla deprem mühendisliği açısından enerji yutma özelliği fazla olan yapılar tercih edilebilir.

Sistemin hareketini durdurucu bu sönüm tesiri için



her sistemde geçerli olmak üzere bir matematiksel ifade vermek mümkün değildir. Hatta herhangi bir özel sistem için dahi gerçeği yansıtacak bir ifade vermek mümkün değildir. Fakat bu idealizasyona gidilerek titreşim denklemlerinde, söndürüm kuvvetiyle temsil edilir. Bu kuvvetler, coulomb söndürümü olarak tanınan sürtünme kuvveti ve viskoz söndürüm kuvvetidir. Tecrübe ve deneyler yapılardaki söndürüm kuvvetinin genellikle viskoz söndürümü tipinde olduğunu göstermiştir. Söndürüm kuvveti titreşim hızı (\dot{u}) ile orantılıdır. Söndürüm sabiti C , ve söndürüm kuvveti $C \cdot \dot{u}$ olarak alınır.

1.1.6. SİSTEMLER :

Elemanları inceledikten sonra, sistemlere şöyle bir göz atarsak, sıralama ;

- a) Münferit veya sürekli sistemler.
 - b) Sönümlü veya sönümsüz sistemler.
 - c) Lineer veya lineer olmayan sistemler.
 - d) Serbest veya zorlanan sistemler.
- a) Münferit veya sürekli sistemler, kütlelerin durumu ile ilgili bir sınıflandırmadır. Münferit sistemde kütle belirli sayılı noktalarda toplanır. Genellikle, kiriş üzerinde düşünülen ve sonradan münferit noktalarda toplandığı varsayılan kütle, katlı yapılarda bir kat için, kat ağırlığı ile katta birleşen kolonların ağırlıklarının yarısı olarak kabuledilebilir. Kirişlerin bu titreşimde sonsuz rijitliği bulunduğu, ve sadece kolonların deformasyona uğradığı ka -

bul edilir. Her münferit kütle için bir titreşim denklemi oluşturulacağından çok katlı yapılarda kat sayısı kadar serbestlik derecesi veya koordinatları olduğu kabul edilir. Bu şekilde idealize edilen çerçevelere kesme çerçevesi diyoruz.

Sürekli sistemlerde kütleler eleman uzunluğunca yayıktır. Bu sistemlerin titreşim denklemleri kurulurken a - talet kuvvetlerinininsürekli kütlelerin diferansiyel bir parçasına etkidiği farzedilerek elde edilir. Sürekli sistemlerin sonsuz serbeslik dereceleri vardır.

b) Sönümlü veya sönümsüz sistemler, yapının enerji yutma yeteneğine göre yapılan sınıflandırmada yapının sönümlü veya sönümsüz sistem olabileceği, sönüm sabitleri için deneylerden elde edilen ve eski tecrübelerle dayanan neticelerden tesbit edilir. Birçok sistemde sönüm, hesapları kolaylaştırması bakımından ihmal edilir.

c) Lineer veya lineer olmayan sistemler, malzemelerin gerilim birim uzama ($\sigma - \epsilon$) ilişkileri, dinamik yüklerin şekli veya aksenal kuvvetlerin varlığını yansıtan bir sınıflandırmadır.

d) Serbest veya zorlanan sistemler, sisteme tesir eden dinamik kuvvetin varlığına göre sistemler, serbest veya zorlanan sistemler olarak sınıflandırılabilirler. Dinamik kuvvet, deprem patlama, darbe veya zamana bağlı bir takım kuvvetler olabilir.

1.1.7. GENEL HAREKET DENKLEMİ :

Yukarıda verilen bilgilerin ışığında, genel olarak bir sistemde, kütle atalet kuvveti ve dolayısıyla kinetik enerji, yay, yay kuvveti ve dolayısıyla potansiyel enerji, söndürücü, sönüm kuvveti ve sönüm enerjisi, sistemi dışarıdan besleyen besleme enerjisi dediğimiz dinamik kuvvet mevcuttur. Enerjiler arası ilinti nedeniyle, enerjiler arasındaki denge titreşimin devamını sağlar. Şimdi sorunumuz bir sisteme etkileyen kuvvetler arasındaki bağlantıların matematiksel ifadesini oluşturmaktadır.

D'Alembert prensibine göre, bir kütleye etkileyen kuvvetlerin toplamı sifıra eşittir. Bu prensibi tek serbestlik dereceli bir sistemin hareketine uygulayalım. (şekil- 1)

Genel hareket denklemi;

Atalet kuvveti(m.ü)+Sönüm kuvveti(c.đ)+Yay kuvveti(k.u)

-Dinamik kuvvet F(t) = 0(I-1)

elde edilecektir.

II _ TEK SERBESTLİK DERECELİ SÖNÜMSÜZ SİSTEMLER

Yapı dinamiğinde ve deprem mühendisliğinde, idealize edilmiş tek serbest dereceli bir sistem osilatör olarak tanınır. Bu formülasyonu ve çözümünü basit olduğundan önce incelenmiştir. (şekil -3)

Sistemin sönümsüzlüğünden c=0 alınır, denklem

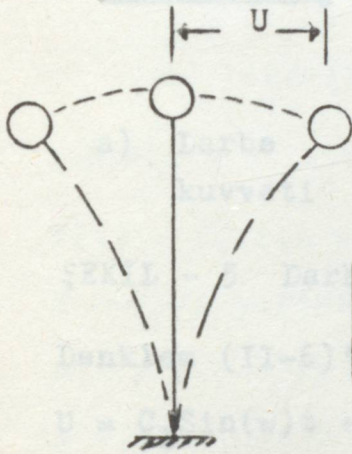
$m.\ddot{u} + k.u = F(t)$ (II-1) olur.

II - 1 SERBEST TİTREŞİM HALİ

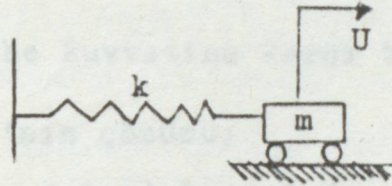
$F(t) = 0$; $m.\ddot{u} + k.u = 0$ (II-2) olur.

Bu denklem basit harmonik hareketin ifadesidir.(şekil-3(c)) Doğal olarak titreşimin meydana gelebilmesi için sistemde önceden bir zorlanma olması gerekir. İvme ile deplasman arasında bir orantı vardır.

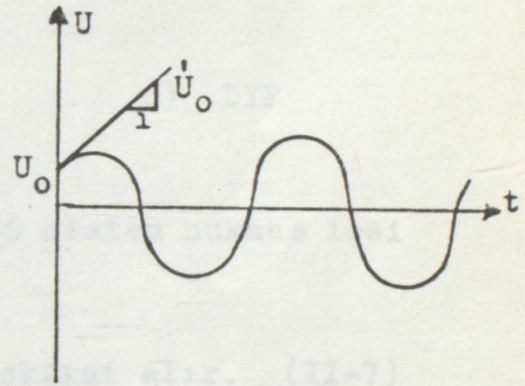
$W^2 = k/m$ yerine konularak, $\ddot{u} + W^2.u = 0$ (II-2a), Bu ifadenin çözümü ; $U = C_1.\sin(W)t + C_2.\cos(W)t$ 'dir. Başlangıç şartları, deplasman U_0 ve hızı \dot{U}_0 ise,
 $u = (\dot{U}_0/W).\sin(W)t + U_0.\cos(W)t$ (II-3)



a) Sönümsüz osilatör



b) Mekanik model



c) Harmonik hareket

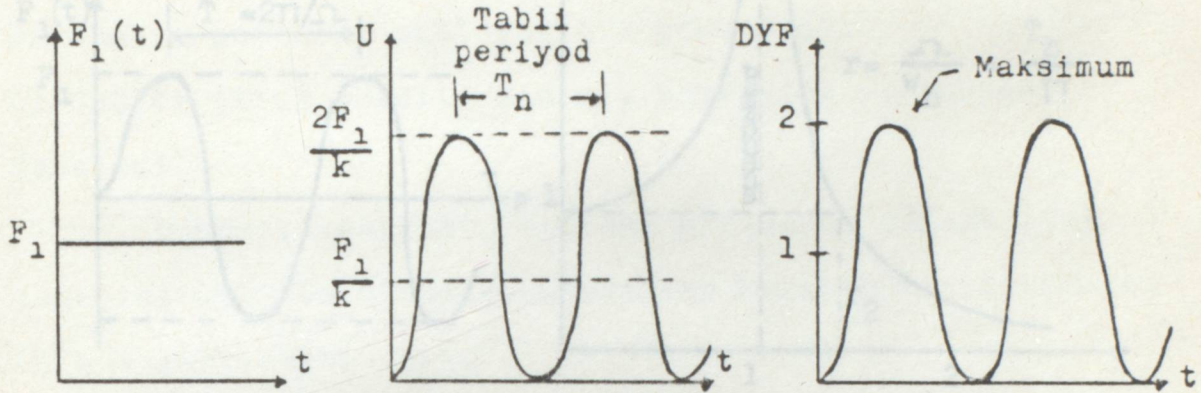
Denklem (II-3)'e analog çözüm olarak, $U = A\cos(Wt + \theta)$ (II-3a) önerilebilir. A hareketin genliği olmak üzere; $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ ve $\theta = \text{tg}^{-1}(C_2/C_1)$ faz açısını ifade eder. Hareketin tabii açısal hızı olan W 'nin bir devrin tamamlanması için gerekli zaman olan periyod ile bağıntısı, $T = 2\pi/W = 2\pi\sqrt{m/k}$ (sn) ve tabii frekans, $f = 1/T = W/2\pi$ (devir/sn) (II-4,5)

II - 2 ZORLANMIŞ TİTREŞİMLER

Titreşime sebep olan $F(t)$ kuvveti mevcuttur. Sönümsüz olduğundan $C=0$ dir. Hareketin diferansiel denklemi, $m.\ddot{u} + k.u = F(t)$ veya $\ddot{u} + W^2.u = F(t)/m$ (II-6) olur.

çözümü ise $F(t)$ fonksiyonlarına bağlıdır.

a) $F(t) = F_1$ sabit kuvveti (darbe kuvveti) ise,



a) Darbe kuvveti

b) Sistem mukabelesi

c) DYF

ŞEKİL - 5 Darbe kuvvetine karşı TSD sistem mukabelesi

Denklem (II-6)'nın çözümü;

$$U = C_1 \sin(\omega)t + C_2 \cos(\omega)t + F_1/k \quad \text{şeklını alır. (II-7)}$$

Burada ilk iki terim serbest titreşimden son terim ise zorlama kuvvetine ait özel çözümden gelmektedir. Başlangıç şartlarında, $t=0$ anında, deplasman U_0 ve hız \dot{U}_0 ise,

$$C_2 = -F_1/k \text{ ve } C_1 = 0 \text{ olarak çözüm: } U = (F_1/k) \cdot (1 - \cos \omega t)$$

$$\text{veya bir diğer anlatımla, } U = U_{\text{statik}} \cdot (1 - \cos 2\pi t/T) \quad \text{(II-8)}$$

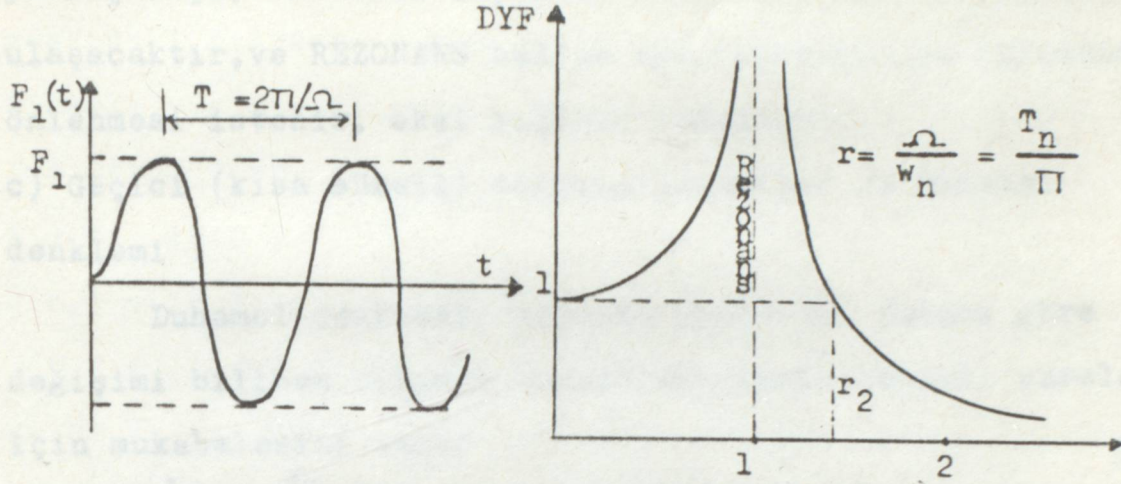
F_1 kuvvetine karşı oluşan mukabelenin (şekil-5(b)) maksimum deplasman $2F_1/k$ olduğu görülmektedir. Dinamikte bir çok halde cisimlerin deplasmanları, statik deplasmana göre daha büyük olmaktadır. Bunları oranlayan ifadeye (DYF) dinamik yük faktörü denir.

$$\text{DYF} = U_{\text{dinamik}} / U_{\text{statik}} = 1 - \cos(\omega)t \quad \text{(II-9)}$$

olarak F_1 sabit kuvveti için bulunmuştur, değişimleri

şekil-5(c)'de gösterilmiştir. ($DYF_{\max} = 2$)

b) Harmonik zorlama :



a) Dinamik Kuvvet

b) DYF ve rezonans olayı

ŞEKİL - 6 Harmonik Dinamik kuvvet ve DYF

$F(t) = F_1 \cdot \sin \omega t$, harmonik kuvveti, şekil-6'da görülen

$T = 2\pi/\Omega$ periyoduyla etkimektedir. Titreşim denklemi ;

$m \cdot \ddot{u} + k \cdot u = F_1 \cdot \sin \Omega t$ (II-10) olur. Başlangıç durumu

$t = 0$ anı için $U_0 = 0$ ve $\dot{U}_0 = 0$ olan sistem için çözüm;

$$U = (F_1/k) \cdot \left(\frac{1}{1 - (\Omega/\omega)^2} \right) \cdot \left(\sin \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (II-11)$$

ve sinusoidal kuvvetin her periyodu $T_1 = 2\pi/\Omega$ için titreşim tekrar eder.

$$DYF = \left(\frac{1}{1 - (\Omega/\omega)^2} \right) \cdot \left(\sin \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (II-12)$$

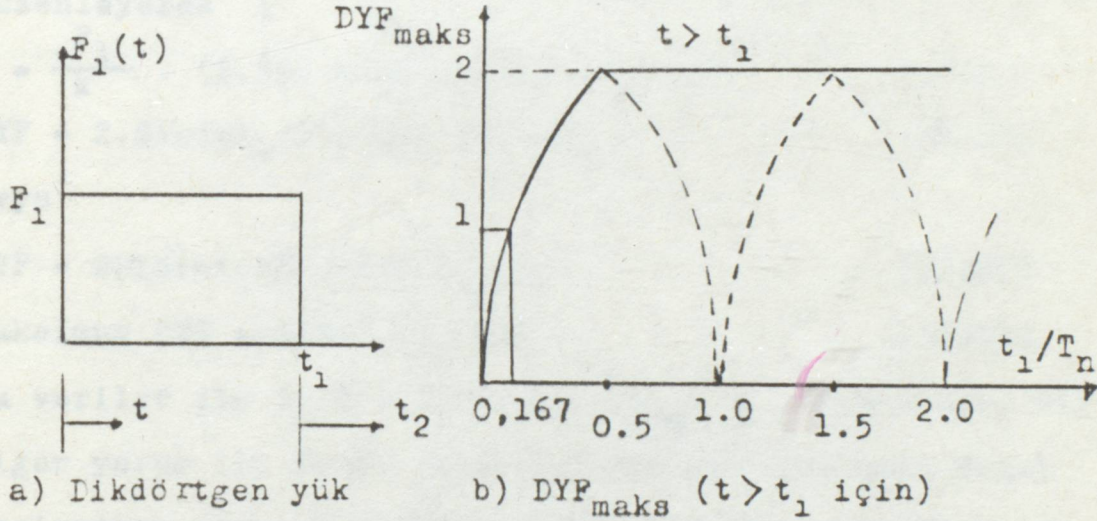
Mühendislikte DYF'nün zamanla değişmesinden çok onun maksimum değeri önemlidir. Bu değere (II-12)'nin türevi alınıp sifıra eşitlenerek varılabilir. Bu önemli sonucu şöyle açıklayabiliriz, (şekil-6(b)). Sistem periyodunun harmonik kuvvet periyoduna olan oranı çok büyük olduğu zaman sistemin mukabelesi küçülür. Bu oran küçük olduğu zaman dinamik mukabele statik mukabeleye yaklaşır. Sis-

teme etkiyen kuvvetinperiyodu sistemin tabii periyoduna yaklaştıkça, sistemin deplasmanları asimtotik değerlere ulaşacaktır,ve REZONANS haline erişilecektir.Bu hadisenin önlenmesi isterir, aksi yapının çökmesidir.

c) Geçici (kısa süreli) dinamik kuvvetler ve Duhamel denklemi :

Duhamel denklemi, bilinen sistemin, zamana göre değişimi bilinen dinamik kuvvetlere karşı belirli süreler için mukabelesini verir

$$U = \frac{1}{m \cdot \omega} \int_0^{t_1} F(\tau) \cdot \sin \omega(t-\tau) d\tau \quad (\text{II-14})$$



ŞEKİL - 7 Dikdörtgen darbe yükü ve $t > t_1$ için DYF_{maks} Şekil-7'deki t_1 süreli dikdörtgen darbe kuvvetini inceleyelim.Titreşim durumu iki zaman aralığında incelenecektir.

1) $t < t_1$ için ;

$$U = \frac{1}{m \cdot \omega^2} \int_0^{t_1} F_1 \cdot \sin \omega(t-\tau) d\tau = (F/m\omega^2) \cdot (1 - \cos \omega t) \quad (\text{II-15})$$

$$m\omega^2 = k \quad U = (F_1/k) \cdot (1 - \cos \omega t) \quad (\text{II-16})$$

tarife göre ise;

$DYF = (1 - \cos \omega t) = 1 - \cos 2\pi t/T$ bu sonuç daha öncede elde edilmiş idi. (II-17)

2) $t > t_1$ için ;

$t = t_1$ olması durumundaki deplasman ve hız $t > t_1$ süresindeki titreşim başlangıç değerleridir. Bu süre içinde dinamik yük olmadığından, hareket serbest titreşim olarak devam eder.

$t = t_1$ için ;

$$U(t_1) = (F_1/k) \cdot (1 - \cos wt_1) \quad (\text{II-18})$$

$$\dot{U}(t_1) = (F_1/k) \cdot w \cdot \sin wt_1 \quad (\text{II-19})$$

ve $t > t_1$ den ötürü t_2 yi şöyle tarifliyebiliriz. $t_2 = t - t_1$

$$U = \frac{F_1}{k} \cdot \sin wt_1 \cdot \sin wt_2 + \frac{F_1}{k} \cdot (1 - \cos wt_1) \cdot \cos wt_2$$

düzenleyerek ;

$$U = \frac{F_1}{k} \cdot \left(2 \cdot \sin w \frac{t_1}{2} \cdot (\sin wt_2 - \alpha) \right) \quad (\text{II-20})$$

$$\text{DYF} = 2 \cdot \sin(wt_1/2) \cdot (\sin wt_2 - \alpha) \quad (\text{II-21})$$

veya

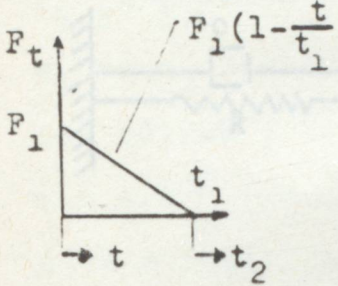
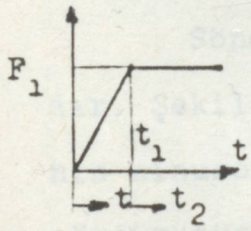
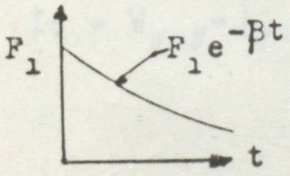
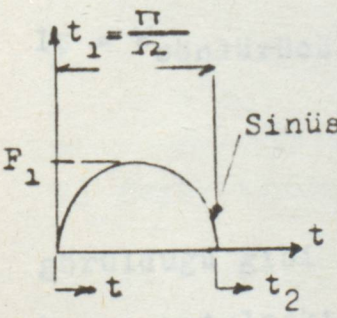
$$\text{DYF} = 2 \sin(nt_1/T) \cdot (\sin wt_2 - \alpha) \quad (\text{II-22})$$

$$\text{maksimum DYF} = 2 \sin nt_1/T \text{ dir.} \quad (\text{II-23})$$

Bu veriler ile $t_1/T = 1/6$ ise, $\text{DYF}_{\max} \leq 1$ olmaktadır. Bir diğer yorum ile darbe kuvveti süresinin sistemin doğal periyoduna göre oranı küçük ise, sistemin mukabelesi de statik mukabeleden büyük olmamaktadır.

$t_1/T = (2n-1)/2$ ($n=1,2,3,4,\dots$) diğerleri için maksimum mukabeleden elde edilen yük faktörü maksimum 2 olmaktadır. Dolayısıyla mühendislik hesapları için DYF 2 olarak alınır. (Şekil - 7(b))

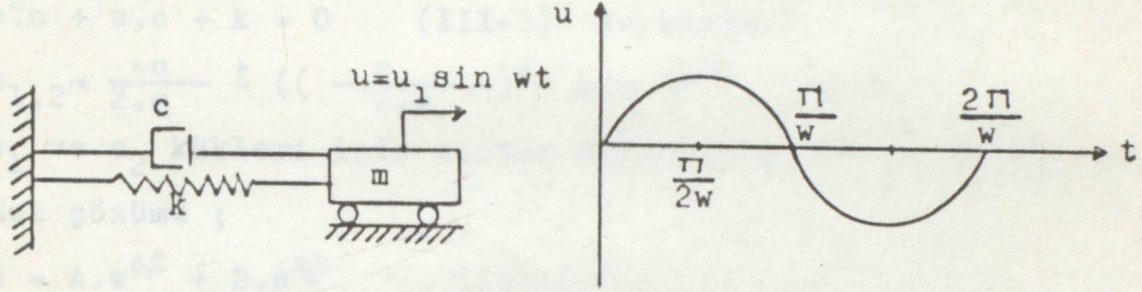
Şekil 8'de diğer kısa süreli dinamik yükler için, Duhamel entegral denklemi ile elde edilen deplasman fonksiyonları verilmiştir.

DİNAMİK KUVVET FONKSİYONU	SÜRE	DUHAMEL ENTEGRALİ
	$t < t_1$	$\frac{F_1}{mw_n^2} \cdot (1 - \cos w_n t - \frac{t}{t_1} + \frac{\sin w_n t}{w_n t_1})$
	$t > t_1$	$\frac{F_1}{mw_n^2} \cdot (-\cos w_n t - \frac{\sin w_n t^2}{w_n t_1} + \frac{\sin w_n t}{w_n t_1})$
	$t < t_1$	$\frac{F_1}{mw_n^2} \cdot (t - \frac{\sin w_n t}{w_n})$
	$t > t_1$	$\frac{F_1}{mw_n^2} \cdot (1 + \frac{\sin w_n t^2}{wt_1} - \frac{\sin w_n t}{w})$
	t	$\frac{F_1 w_n}{w_n^2 + \beta^2} (e^{-\beta t} - \cos w_n t + \frac{\beta \sin w_n t}{w_n})$
	$t < t_1$	$\frac{(F_1/K)w_n}{w_n^2 - \Omega^2} (w_n \sin \Omega t - \Omega \sin w_n t)$
	$t > t_1$	$\frac{(F_1/K)w_n}{w_n^2 - \Omega^2} \cdot ((1 + \cos w_n t_1) \sin w_n t_2 + \sin w_n t_1 \cdot \cos w_n t_2)$

ŞEKİL - 8

III. TEK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERİN SÖNÜMLÜ TİTREŞİMİ

III-1. SÖNDÜRÜCÜNÜN ENERJİ YUTMASI



ŞEKİL-9 Sönümlü mekanik model ve kütleye verilen deplasman

Söndürüm kuvveti genellikle kütle hızıyla orantılıdır. Şekil-9 daki tek serbestlik dereceli sistem kütlesi - nin sinusoidal hareketine göre, bir periyodu için yayın ve söndürücünün yaptığı işi hesaplıyalım. Yay için :

$$\begin{aligned} \text{İş} = W_{\text{yay}} &= \int_0^T F \cdot du = \int_0^T k \cdot u \cdot du = \int_0^T k \cdot u_1^2 (\sin wt) \cdot w (\cos wt) dt \\ &= \frac{k \cdot u_1^2 \cdot w}{2} \int_0^{2\pi/w} \sin 2wt \cdot dt = 0 \end{aligned}$$

Söndürücü için ;

$$\begin{aligned} \text{İş} = W_{\text{söndürücü}} &= \int_0^T F \cdot du = \int_0^T c (du/dt) \cdot du = \int_0^T c \cdot (du/dt) (du/dt) dt \\ &= \int_0^{2\pi/w} c \cdot u_1^2 \cdot w^2 \cdot \cos^2 wt \cdot dt = \frac{2\pi^2 c u_1^2}{T} \neq 0 \end{aligned}$$

görüldüğü gibi söndürücü sisteme verilen enerjinin bir kısmı yutulmaktadır.

III-2 SERBEST SÖNÜMLÜ TİTREŞİM

$$m.\ddot{u} + c.\dot{u} + k.u = 0 \quad (\text{III-1})$$

diferansiyel denkleminin karakteristik denklemini bulmak

için $u = e^{st}$ önerilirse, karakteristik denkleminiz ;

$$s^2.m + s.c + k = 0 \quad (\text{III-2}) \text{ ve kökleri,}$$

$$s_{1,2} = \frac{-c}{2.m} \pm \left(\left(\frac{c}{2.m} \right)^2 - k/m \right)^{1/2} \quad (\text{III-3})$$

s_1 ve s_2 kökleri için sistem diferansiyel denkleminin genel çözümü ;

$$u = A.e^{s_1 t} + B.e^{s_2 t} \quad (\text{III-4})$$

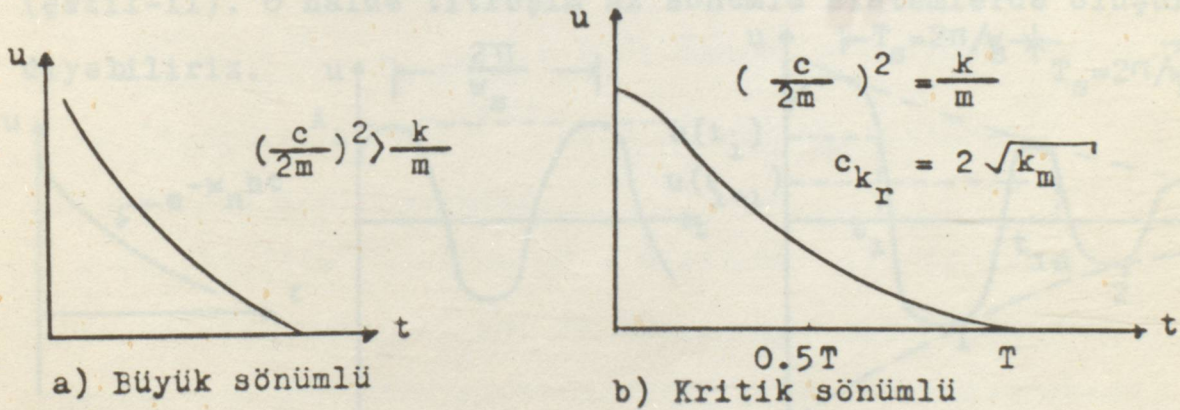
A ve B başlangıç durumlarından elde edilecek sabitlerdir.

Karakteristik denklemin kökleri, sistemin elemanlarına göre değişiklik arzedebilir ki bunlar ;

a) $(c/2m)^2 > k/m$; sönümlü büyük hareket

iki kök pozitif ve reeldir.

$u = A.e^{-s_1 t} + B.e^{-s_2 t}$ olur. (III-5) Titreşim meydana gelmez, hareket sönümün şiddetine göre belirli bir zamanda sona erer. (şekil-10(a)).



ŞEKİL - 10 Büyük ve Kritik sönümlü hareket

b) $(c/2m)^2 = k/m$ burdan $s_1 = s_2 = s$ denirse,

$u = A.e^{-s t} + B.t . e^{-s t}$ (III-6) olur. Titreşim oluşmaz

hareket söner. (şekil-10(b)). Kritik sönümlü hareketi oluş-

turan sönüm sabiti, $c_{kr} = 2.(k/m)^{1/2}$ dir. (III-7). Buradan sistemin gerçek sönüm sabiti, kritik sönüm sabitinden küçük ise titreşim meydana gelmeyecektir. $c < c_{kr}$, kritik sönüm sabiti yüzdesi $h = c/c_{kr}$ olarak ifade edilebilir. (.-8)

c) $(c/2m)^2 < k/m$; s_1 ve s_2 kompleks kökler olacaktır.

$a = c/2m$; $b = ((k/m) - a^2)^{1/2}$ olarakdan

$$s_1 = -a + ib \quad , \quad s_2 = -a - ib$$

$$u = A. e^{(-a+ib)t} + B. e^{(-a-ib)t} \quad \text{ve düzenleyerek}$$

$$u = e^{-at} . (A. e^{ibt} + B. e^{-ibt})$$

$e^{ibt} = \text{Cos}(bt) - i. \text{Sin}(bt)$ eşitliğiyle oluşturulan düzenlemelerden,

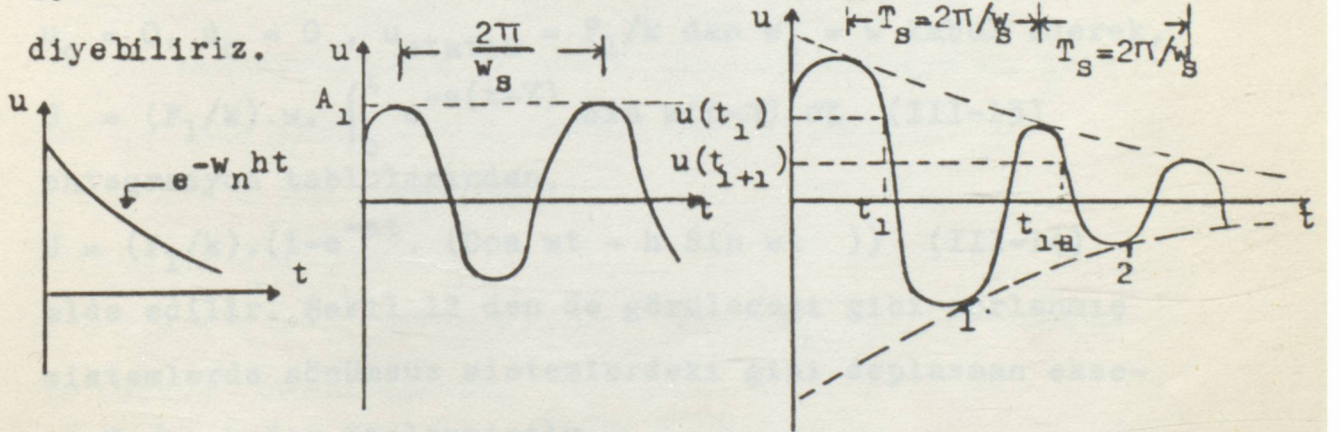
$$u = e^{-wht} . (U_0 . \text{Cos}(w_s t) + \frac{\dot{U}_0 + whU_0}{w_s} . \text{Sin}(w_s t)) \quad \text{(III-9)}$$

denklem eğer maksimum genlik ve faz açısıyla ifadelendirilirse, $u = e^{-wht} . (A_1 . \text{Cos}(w_s t - \theta)) \quad \text{(III-10)}$

$$A_1 = (C^2 - D^2)^{1/2} \quad \text{ve} \quad \theta = \text{tg}^{-1}(D/C)$$

$C = U_0$, $D = (\dot{U}_0 + whU_0)/w_s$ ifadeleri ile bulunabilir.

(şekil-11). O halde titreşim az sönümlü sistemlerde oluşur diyebiliriz.



$$(a) U = e^{-wht} \quad (b) U = A_1 \text{Cos}(w_s t - \theta) \quad (c) U = A_1 e^{-wht} . \text{Cos}(w_s t - \theta)$$

ŞEKİL -11 Sönümlü serbest titreşim

Yukarıda verilenleri sönüm yüzdesi ilede sırasıyla $h > 1$,

$h = 1$, $h < 1$ ilede açıklayabiliriz.Yapılarda genellikle sönüm yüzdesi %2'den azdır.Küçük sönüm yüzdeleri için yapının sönümlü açısal hızı yaklaşık olarak yapının tabii açısal hızının aynıdır. $w_s \approx w$ alınabilir.

Betonarme yapılarda $h \approx 1,5 - 2,0$

Çelik yapılarda ise $h \approx 0,5$ olarak alınabilir.

III - 3 ZORLANMIŞ SÖNÜMLÜ TİTREŞİM

Tek serbestlik dereceli idealize edilmiş bir yapının titreşimi en genel diferansiyel denklemi olarak, $m.\ddot{u} + c.\dot{u} + k.u = F(t)$ tariflemiştik.Bu diferansiyel denklemin çözümü, $u = e^{-at}(U_0 \cos(w_s t) + \frac{U_0 + aU_0}{w_s} \cdot \sin(w_s t)) + U_{\text{statik}} \cdot (w^2/2w_s) \cdot \int_0^t f(\tau) \cdot e^{-(t-\tau)} \cdot \sin w_s(t-\tau) \cdot d\tau$ (III-12)
 $f(t) = F(t)/F_1$

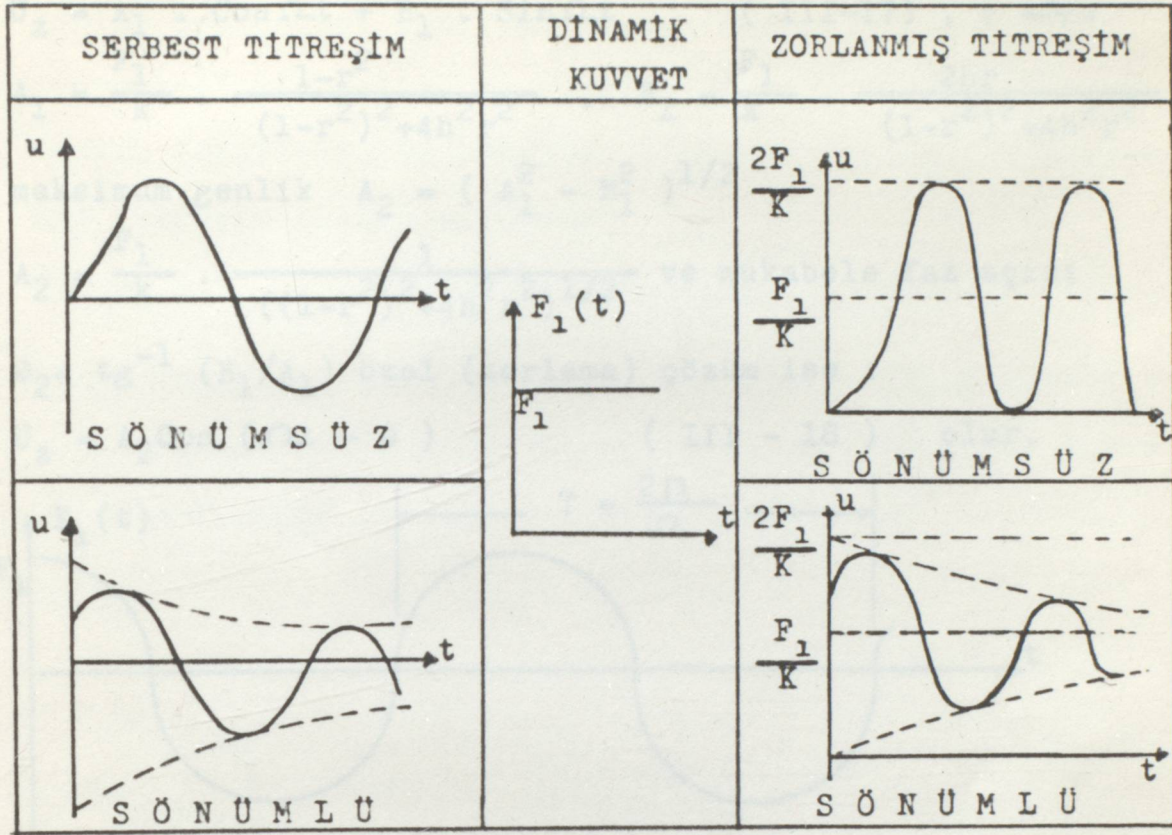
Dinamik kuvvetin belirli bir süre için maksimum değerine (F_1) bölünmesiyle elde edilir.

III - 3.1 DARBE KUVVETİ $F(t) = F_1$

$f(t) = 1$ ve başlangıç durumları için, $t = 0$ anında, $u_0 = 0$, $\dot{u}_0 = 0$, $u_{\text{statik}} = F_1/k$ dan $w_s = w$ kabul ederek, $U = (F_1/k) \cdot w \cdot \int_0^t e^{-a(t-\tau)} \sin w(t-\tau) d\tau$ (III-13)
 entegrasyon tablolarından,

$$U = (F_1/k) \cdot (1 - e^{-at} \cdot (\cos wt - h \cdot \sin wt)) \quad (III-14)$$

elde edilir. Şekil 12 den de görüleceği gibi zorlanmış sistemlerde sönümsüz sistemlerdeki gibi deplasman eksenini F_1/k kadar ötelenmiştir.



ŞEKİL - 12 Darbe kuvveti ile serbest titreşimin mukayesesi

III - 3.2 HARMONİK KUVVET $F(t) = F_1 \cdot \cos \Omega t$

Tek serbestlik dereceli sisteme etkiyen bu kuvvet altında hareketin diferansiyel denklemi ;

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = F_1 \cdot \cos \Omega t \quad (\text{III-15})$$

$$c/2m = h\omega = a$$

$$\ddot{u} + 2 \cdot a \cdot \dot{u} + \omega^2 \cdot u = (F_1/m) \cdot \cos \Omega t = (U_{\text{statik}}) \cdot \omega^2 \cdot \cos \Omega t$$

ve buradan çözüm olarak,

$$U = e^{-at} (A \cos \omega_B t + B \sin \omega_B t) + A_1 \cos \Omega t + B_1 \sin \Omega t \quad (\text{III-16})$$

bulunur. Denklem zorlanmış titreşime yani özel çözüme ait terimlerinin sistemin diferansiyel denklemini karşılaması gerekir.

$$U_z = A_1 \cdot \cos \Omega t + B_1 \cdot \sin \Omega t \quad (\text{III-17}), \quad r = \Omega/w$$

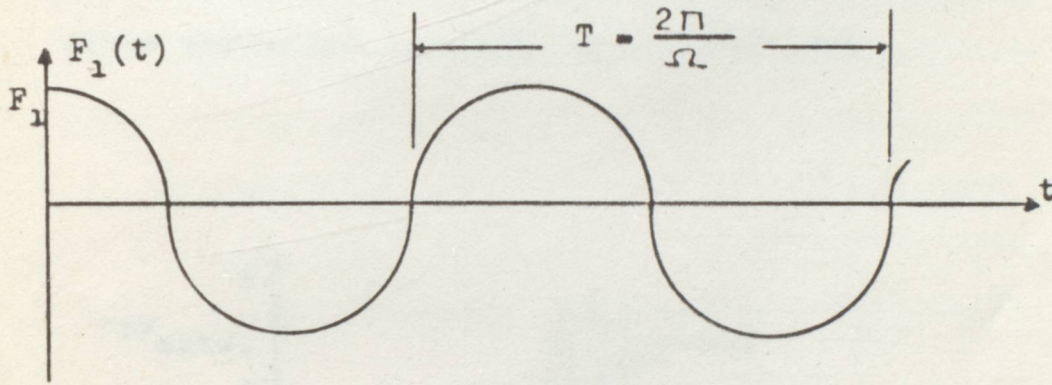
$$A_1 = \frac{F_1}{k} \cdot \frac{1-r^2}{(1-r^2)^2 + 4h^2 r^2}, \quad B_1 = \frac{F_1}{k} \cdot \frac{2hr}{(1-r^2)^2 + 4h^2 r^2}$$

$$\text{maksimum genlik } A_2 = (A_1^2 + B_1^2)^{1/2}$$

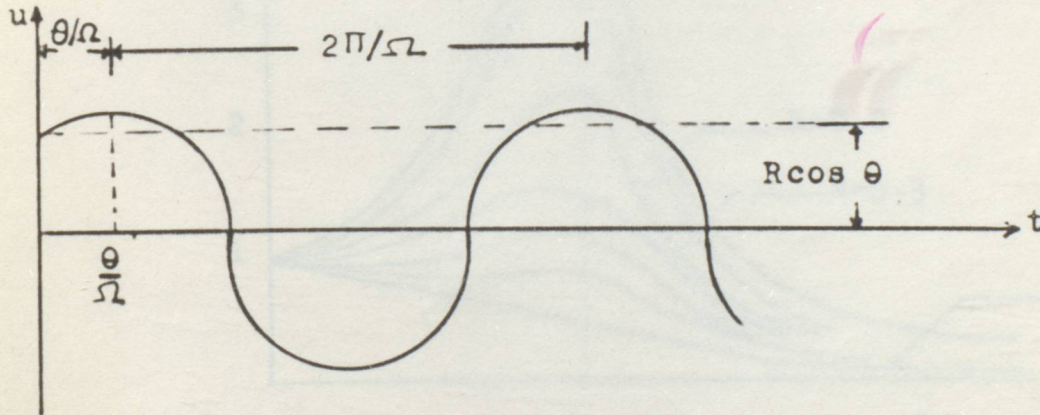
$$A_2 = \frac{F_1}{k} \cdot \frac{1}{((1-r^2)^2 + 4h^2 r^2)^{1/2}} \text{ ve mukabele faz açısı}$$

$$\theta_2 = \text{tg}^{-1} (B_1/A_1) \text{ özel (zorlama) çözüm ise :}$$

$$U_z = A_2 \cos (\Omega t - \theta) \quad (\text{III - 18}) \text{ olur.}$$



(a) Sisteme etkiyen harmonik kuvvet



(b) Zorlanmış titreşim

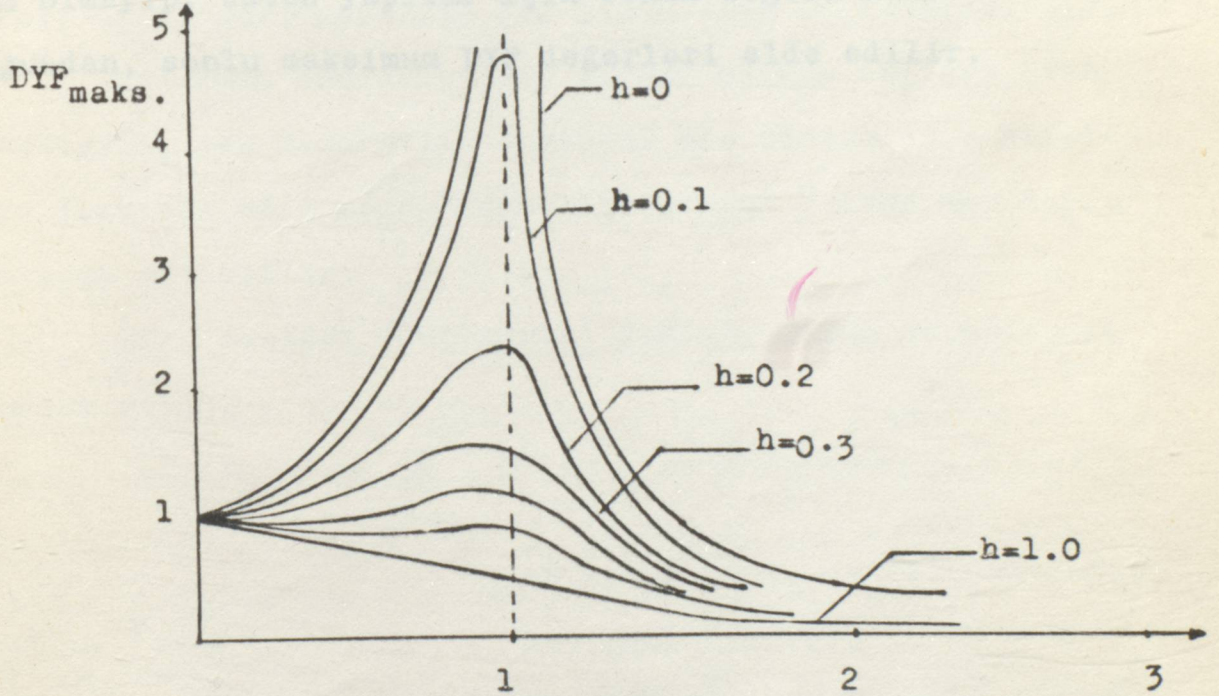
ŞEKİL-13 Harmonik kuvvet, mukabele ve faz açısı θ

Homojen çözüm (komplementer) çözümün A ve B sabitleri ise, başlangıç durumlarına göre tesbit edilecektir. Sönme fonksiyonu e^{-at} ile mevcut olan homojen çözümün

toplam deplasmanı artırıcı etkisi azdır, bir kaç devir sonra tesirsiz kalır. Bu sebeble bu hale geçici titreşim denir. (Şekil-13) Bu sebeble, sistemin mukabelesi zorlanmış titreşim olarak alınır,

$$U = U_z = U_{\text{statik}} \frac{1}{((1-r^2)^2 + 4h^2 r^2)^{1/2}} \cdot \text{Cos}(\Omega t - \theta) \quad (\text{III-19})$$

olur. Tabii, amacımız dinamik mukabelelenin statik mukabeleye oranının yani DYF'nin bulunması idi. Harmonik kuvvetle zorlanmış titreşim için ; DYF'leri,



$$r = \Omega / \omega = T_n / T$$

ŞEKİL -14 Harmonik frekans oranlarına karşı DYF_{max}

$$DYF = \frac{1}{((1-r^2)^2 + 4h^2 r^2)^{1/2}} \cdot \cos(\omega t - \theta) \quad (III-20)$$

$$DYF_{\max} = \frac{1}{((1-r^2)^2 + 4h^2 r^2)^{1/2}} \quad (III-21)$$

Denklem (III-21) den açısal hız oranı (r) ve sönüm yüzdesi (h) parametresi için bir grafiklendirmeye gidilirse (Şekil-14) rezonans hadisesi burada da görülecektir. Açısal frekanslar birbirlerine yakın ise (r=1), küçük sönüm değerleri için (h=0,1 → 0) DYF_{\max} büyük olacak ve istenmeyen deplasmanlar oluşacaktır. Çok büyük sönüm yüzdesi için titreşim problemi yoktur. h = 0 gerçek bir durum olmayıp, bütün yapılar için sönüm değeri mevcut olduğundan, sonlu maksimum DYF değerleri elde edilir.

IV - TEK SERBESTLİK DERECELİ TİTREŞEN SİSTEMLERDE
DİFERANSİEL EŞİTLİĞİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ :

IV - 1. DOĞRUSAL İVME METODU

Tek serbest dereceli titreşen sistemin hareket denklemi; $m.\ddot{u} + c.\dot{u} + k.u = f(t)$ (1) dir.

$$\ddot{u} + (c/m).\dot{u} + (k/m).u = f(t)/m \quad (2) \text{ veya}$$

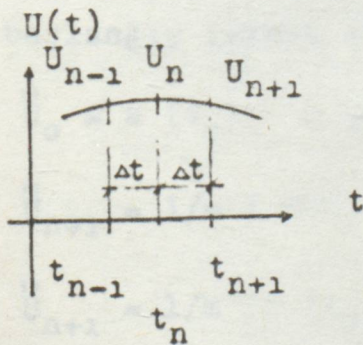
$$\ddot{u} + 2.\xi.w.\dot{u} + w^2.u = a(t) \quad (3), \text{ burada, } \xi \text{ sönüm}$$

yüzdesi değeri, w sistemin açısal frekansı, $a(t)$ uygulanan ivme fonksiyonudur. Tatbik edilen yükleme bir deprem yükü olduğunda, $a(t)$, çok kompleks bir fonksiyon olacağı sebebiyle, (1) numaralı denklem için nümerik integral yerine, büyük yakınsaklıkta bir çözüm elde edilememektedir.

Δt zaman aralıklarında lineer olarak değişen ivme kabulüyle, tek serbestlik dereceli bir sistem için hareketin denklemi adım adım, lineer (doğrusal) ivme metoduyla integre edilebilir.

$U(t)$ hareket (deplasman) fonksiyonunun düzenlenmiş taylor serisi ,

$$U(t_{n+1}) = \sum_{k=0}^{\infty} U^k.t_n . \frac{(t_{n+1} - t_n)^k}{k!} \quad (4)$$



$\Delta t = t_{n+1} - t_n$ ve (4) eşitliğinden geliştirerek;

$$U_{n+1} = U_n + \dot{U}_n \Delta t + \ddot{U}_n \frac{\Delta t^2}{2} + \dots + \frac{\ddot{\ddot{U}}_n \Delta t^3}{6}$$

(5) beş numaralı eşitliğin zamana göre iki kere diferansiyelini alarak,

ŞEKİL V-1

$$\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_n + \ddot{U}_n \Delta t + \overset{\text{'''}}{U}_n \frac{\Delta t^2}{2} \quad (6)$$

$$\ddot{U}_{n+1} = \ddot{U}_n + \overset{\text{''''}}{U}_n \Delta t \quad (7)$$

(7) numaralı eşitlikten $\overset{\text{''''}}{U}_n$ değerini (5) ve (6) denklemlerine uygulayarak aşağıdaki denklemleri elde ederiz.

$$\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_n + 1/2 (\ddot{U}_{n+1} + \ddot{U}_n) \Delta t \quad (8)$$

$$U_{n+1} = U_n + \dot{U}_n \Delta t + (2 \ddot{U}_n + \ddot{U}_{n+1}) \Delta t^2 / 6 \quad (9)$$

(8) ve (9) numaralı eşitlikler (3)'e uygulanıp, düzenlenerek aşağıdaki birbiriyle ilişkili değerler elde edilir.

$$\ddot{U}_{n+1} = (a(t) - 2 \zeta w A_n + w^2 B_n) / e$$

$$\dot{U}_{n+1} = A_n + \ddot{U}_{n+1} \Delta t / 2 ; U_{n+1} = B_n + \ddot{U}_{n+1} \Delta t^2 / 2 \quad (10)$$

$$e = 1 + 2 \zeta w \Delta t / 2 + w^2 \Delta t^2 / 6$$

$$A_n = \dot{U}_n + \ddot{U}_n \Delta t / 2 ; B_n = U_n + \dot{U}_n \Delta t + \ddot{U}_n \Delta t^2 / 3 \quad (11)$$

Herhangi bir t_n anında, sistemin karakteristiklerini ve ivme, hız ve deplasman değerlerini bilmek suretiyle, t_{n+1} zamanında hız, ivme ve deplasman değerleri (9),(10) denklemleri kullanılarak hesaplanabilir. ve yine başlangıç şartları dediğimiz \dot{U}_0 ve U_0 bilindiği zaman, sistemin başlangıç ivmesi (12) denklemiyle hesaplanabilir.

$$\ddot{U}_0 = a(t_0) - 2 \zeta w \dot{U}_0 - w^2 U_0$$

$$\ddot{U}_{n+1} = 1/m (f(t) - R - D) = 1/m (f_{n+1} - D \dot{U}_{n+1} - R U_{n+1})$$

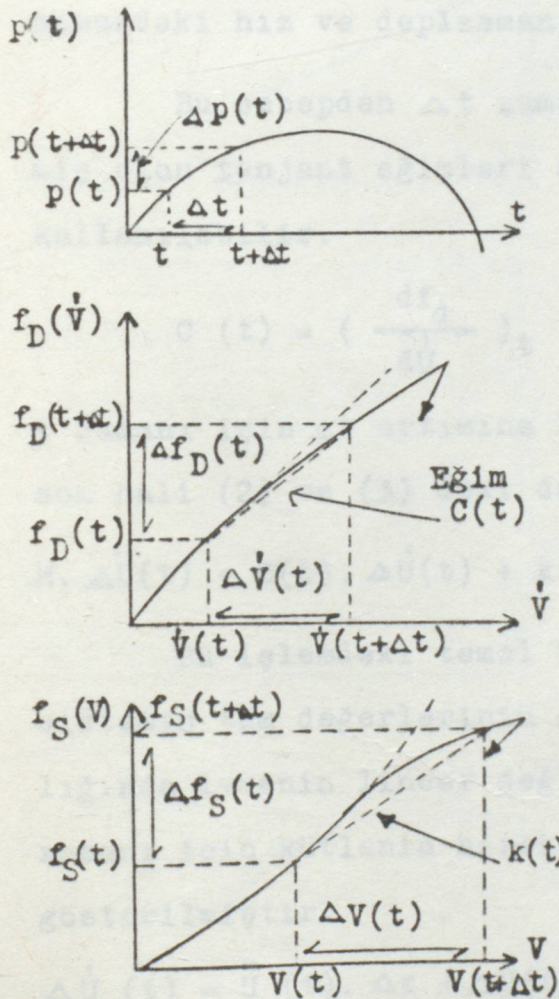
$$\ddot{U}_{n+1} = 1/m (f(t_{n+1}) - C \cdot \dot{U}_{n+1} - k \cdot U_{n+1}) \quad (12)$$

Çözümde doğruluğun sağlanması için zaman adımı, Δt yeteri kadar küçük alınmalıdır. Fakat diğer bir yönden

çözüm için t zaman aralığı ihtiyaç duyulandan çok küçük olmamalıdır. Aksi durumda çok uzun süre ve istenen hassaslıktan çok yüksek değerde olacaktır. Yine çok küçük Δt zaman aralığında düşük hassaslıktaki hesaplayıcılarda hataya sebep olabilir.

IV - II DENGİNİN EŞİTLİĞİ VE ADIM ADIM İNTEGRAL ALMA :

Rastgele bir yükleme yapılan (Şekil IV-2a) genel olarak bir lineer olmayan tek serbestlik dereceli sistemin yay ve sönüm kuvvetleri; ve davranışları gösterilmiştir.



ŞEKİL - IV - 2a, b, c

(Şekil IV-2b, 2c) Herhangi bir t zaman anında m kütlesi üzerine etkiyen kuvvetlerin dengesi;

$$f_1(t) + f_D(t) + f_S(t) = P(t) \quad (1a)$$

bir t süresi sonra ise ;

$$f_1(t + \Delta t) + f_D(t + \Delta t) + f_S(t + \Delta t) = P(t + \Delta t) \quad (1b)$$

olacaktır. (1a), (1b) den çıkarılmak suretiyle, Δt zaman aralığında, hareket denkleminin artan formunda, akma denklemi

$$\Delta f_1(t) + \Delta f_D(t) + \Delta f_S(t) = \Delta P(t) \quad (2)$$

artımlı kuvvetler bu eşitlikte şöyle ifade edilebilir.

$$\Delta f_1(t) = f_1(t + \Delta t) - f_1(t) = m \cdot \Delta \ddot{U}(t)$$

$$\Delta f_D(t) = f_D(t + \Delta t) - f_D(t) = c(t) \cdot \Delta \dot{U}(t)$$

$$\Delta f_S(t) = f_S(t + \Delta t) - f_S(t) = k(t) \cdot \Delta U(t)$$

$$\Delta P(t) = P(t + \Delta t) - P(t) \quad (3)$$

Şekil-IV - 2b,c de irdelendiği gibi zaman aralığındaki deplasman ve hıza göre $c(t)$ ve $k(t)$ söndürüm ve rijitlik değerlerini ifade eden terimler ve kütleinin sabit olduğu farzedilmektedir. Pratikte gösterilen secant eğimi sadece iterasyon ile elde edilebilir. Çünkü Δt zaman dilimi sonundaki hız ve deplasman bu değerlere bağlıdır.

Bu sebepten Δt zaman aralığının başında tariflenmiş olan tanjant eğimleri aşağıdaki ifadelerin yerine kullanılabilir.

$$c(t) = \left(\frac{df_d}{d\dot{U}} \right)_t \quad k(t) = \left(\frac{df_s}{dU} \right)_t \quad (4)$$

t zamanı için Δt artımına karşı gelen denge denkleminin son hali (2) ve (3) deki denklemlerin sonucu ;

$$M \cdot \Delta \ddot{U}(t) + c(t) \cdot \Delta \dot{U}(t) + k(t) \cdot \Delta U(t) = \Delta P(t) \quad (5)$$

Bu işlemdeki temel kabulümüz t zaman aralığında sistemin tüm değerlerinin sabit olduğu ve her t zaman aralığında ivmenin lineer değiştiğidir. Şekil - IV-3'de Δt zamanı için kütleinin hareketi, hızı ve ivmesi sırasıyla gösterilmiştir.

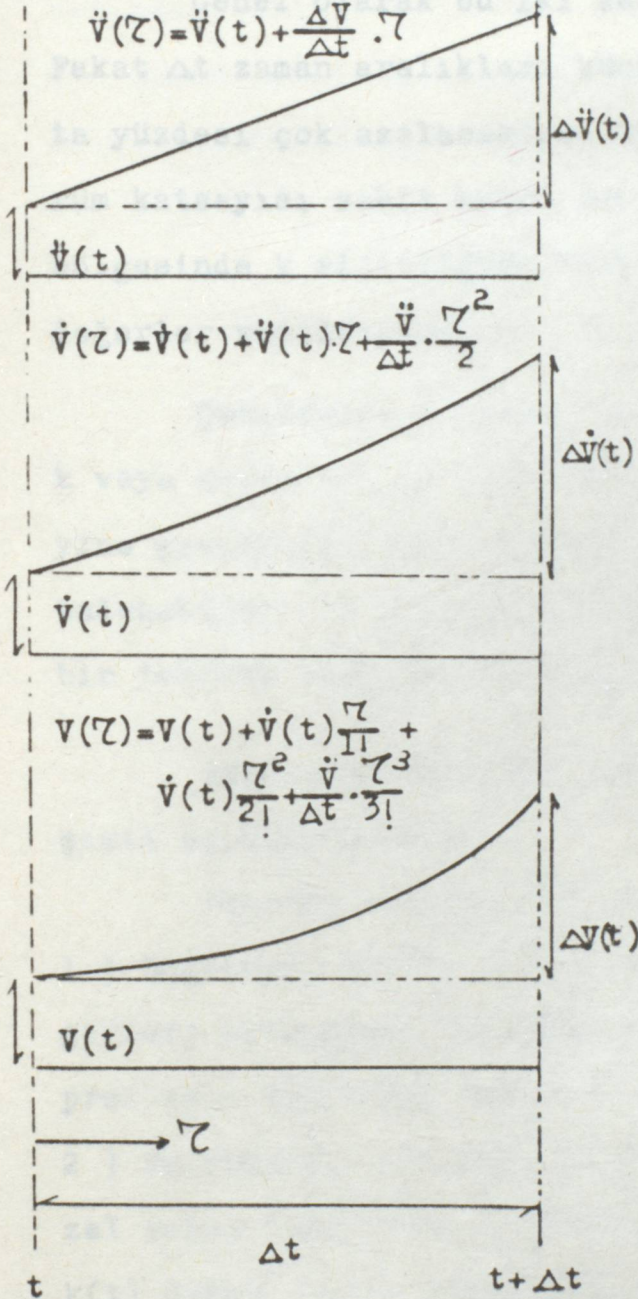
$$\Delta \dot{U}(t) = \ddot{U}(t) \cdot \Delta t + \Delta \ddot{U}(t) \cdot \Delta t/2 \quad (6-A)$$

$$\Delta U(t) = \dot{U}(t) \cdot \Delta t + \ddot{U}(t) \cdot \Delta t^2/2 + \Delta \ddot{U}(t) \cdot \Delta t^2/6 \quad (6-B)$$

(6-A), (6-B) ye uygulanırsa burdan Δt ye karşı gelen ivme artımı ve hız artımı;

$$\Delta \ddot{U}(t) = 6/\Delta t^2 \cdot \Delta U(t) - 6\dot{U}(t)/\Delta t - 3\ddot{U}(t) \quad (7-A)$$

$$\Delta \dot{U}(t) = 3/\Delta t \cdot \Delta U(t) - 3\dot{U}(t) - \Delta t/2 \cdot \ddot{U}(t) \quad (7-B)$$



ŞEKİL - IV-3 Doğrusal ivmede Δt anında sistemin durumu.

(7)ler (5)'e uygulanarak bu incelemede temel değer olarak alınan deplasman artımı cinsinden ;

$$M \left(\frac{6}{\Delta t^2} \Delta U(t) - \frac{6}{\Delta t} \dot{U}(t) - 3\ddot{U}(t) \right) + C(t) \left(\frac{3}{\Delta t} \Delta U(t) - 3\dot{U}(t) - \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}(t) \right) + k(t) \cdot \Delta U(t) = \Delta P(t) \quad (8)$$

bulunur. Son olarakta başlangıç şartları bilinen terimler ile yeniden düzenleyip ifadeleri sağ tarafa geçirirsek;

$$\tilde{k}(t) \cdot \Delta U(t) = \Delta \tilde{P}(t) \quad (9a)$$

$$\tilde{k}(t) = k(t) + 6/\Delta t^2 \cdot m + 3/\Delta t \cdot C(t) \quad (9-b)$$

$$\Delta \tilde{P}(t) = \Delta P(t) + m \left(\frac{6}{\Delta t} \dot{U}(t) + 3\ddot{U}(t) \right) +$$

$$C(t) \left(3\dot{U}(t) + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}(t) \right) \quad (9-c)$$

bulunur. (9-a) eşitliğinin statik eşitliğe denk düştüğü gözlenebilir.

Bu nümerik analiz işlemi iki kabülü içerecek şekildedir.

- 1) İvme lineer olarak değişmektedir.
- 2) Sönüm ve rijitlik değerleri zaman dilimlerinde sabit kalmaktadır.

Genel olarak bu iki kabülde gerçekte doğru değildir. Fakat Δt zaman aralıkları küçük değerlerde seçilirse, hatta yüzdesi çok azalacaktır. Uygulanan problemde C söndürüm katsayısı sabit kabul edilmiştir. Bundan dolayı akıma bölgesinde k rijitliğide farklılık gösterip lineer olmayan değerler verilecektir.

Çerçevenin elastik veya akıma durumuna göre $k(t)$ 'nin k veya sıfır olduğu yerde hakiki rijitliği (9-b) ile ve yine gerçek yük artımı (9-c) ile hız farkı ise (7-b) ile bulunabilir. Bu çalışmada bir el hesabı için çok uygun olan bir tabloda hesaplar sunulmuştur.

Adım adım İntegral işleminin tatbik sırasını altı şıkta açıklayabiliriz.

Verilen herhangi bir t zamanı için, Analiz

- 1) Başlangıç anında ($\dot{U}(t)$ ve $U(t)$) hız ve deplasman değerleri mevcuttur. Bu değerler ilk artımın sonundan veya problemin başlangıç şartları olarak mevcut olabilir.
- 2) Bu değerler ile yapının lineer olmayan yapıya ait özel sabit değerleri, söndürüm katsayısı $C(t)$, ve rijitlik $k(t)$ değeri zaman aralıkları için bulunur. Keza söndürme kuvveti f_D , ve elastik kuvvet f_S de bulunur.
- 3) $\ddot{U}(t) = 1/m (P(t) - f_D(t) - f_S(t))$ formülüyle başlangıç ivmesi hesaplanır. Bu sadece t zamanı için denge

denkleminin (diferansiyel denklemin) bir düzenlemesidir.

4) $\widetilde{\Delta P}(t)$, $\widetilde{k}(t)$ (9-b) , (9-c) kullanılarak hesaplanır.

5) Deplasman farkı $\Delta U(t) = \widetilde{\Delta P}(t) / \widetilde{k}(t)$ bulunur.

sonra $\Delta \dot{U}(t) = 3 / \Delta t \cdot \Delta U(t) - 3\dot{U}(t) - \Delta t/2 \ddot{U}(t)$ ile hız hesaplanır.

6) Zaman aralıklarının sonunda hız ve deplasman aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\dot{U}(t + \Delta t) = \dot{U}(t) + \Delta \dot{U}(t)$$

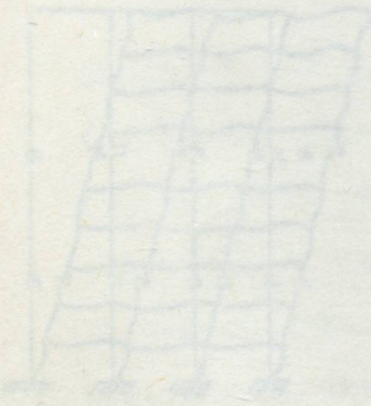
$$U(t + \Delta t) = U(t) + \Delta U(t)$$

(simetrik yapı ve simetrik yükler için) düğüm noktası serbestlik derecesi üç indirgenmiş, kolonların uzama ve kısalmalarının ihmaline itiraz ve kirişlerin sonuz rijit olduğu kabulü ile her düğüm noktası için serbestlik derecesi sayısını bir olarak buluruz. Bu durumda sonuz rijitlikli kirişlerin uzama ve kısalmaları ihmal edileceğinden

SD=2
(Kolon uzamaları
ihmal edilerek)

SD=1
(Düğüm noktası
için)

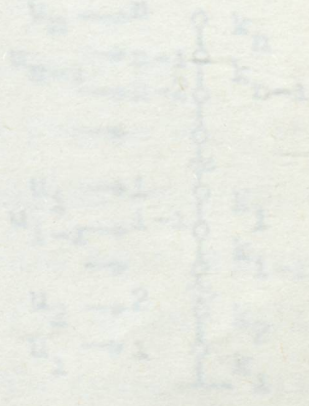
SD=1
(Kat için)



a) Kirişleri
sonuz rijit



b) Kirişleri
rijit yapı



c) Kolon

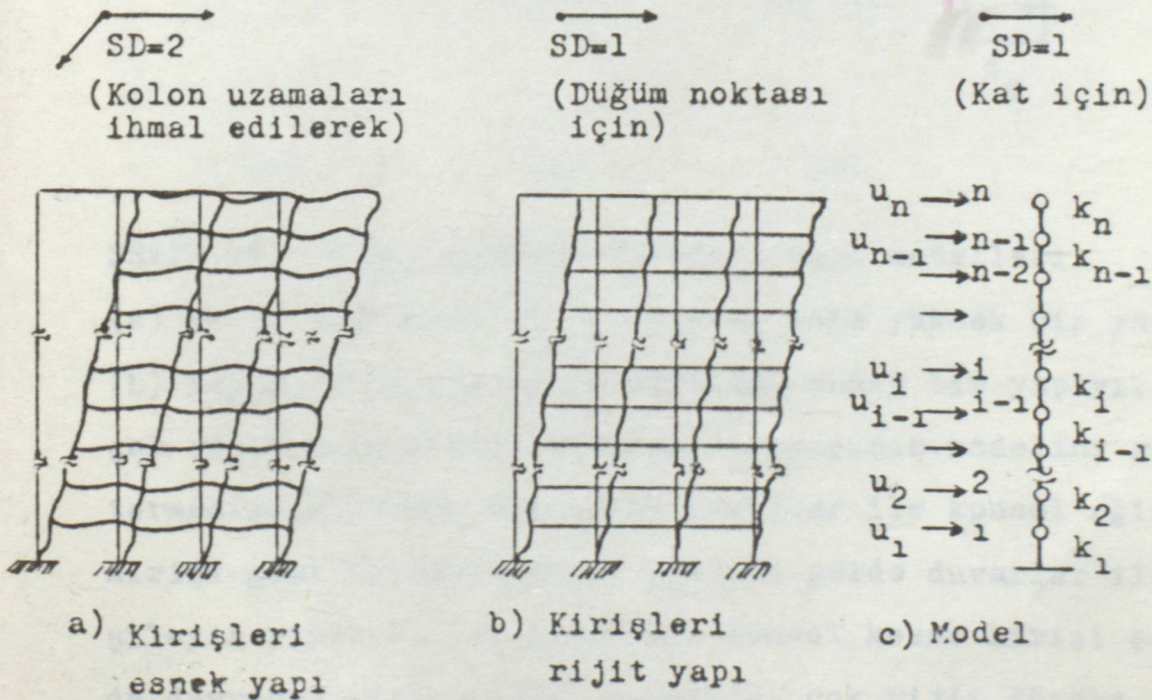
ŞEKİL-5 -1 Çok serbest dereceli bir yapının basitleştirilmesi

V - ÇOK SERBEST DERECELİ SİSTEMLER

V -1-SİSTEMLERİN IDEALİZE EDİLMESİ

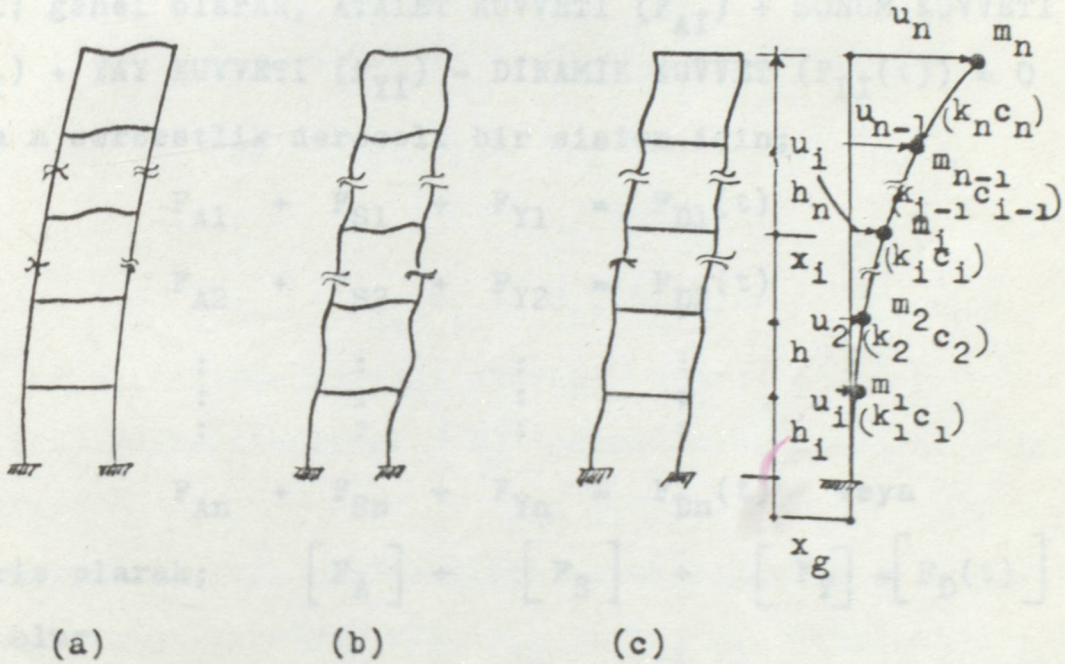
Mühendislik yapılarının çoğu çok serbest dereceli olup bunların serbestlik derecesi hesabı yapana göre farklılık gösterebilir. Basitleştirme ile gerçek çözüm arasındaki bu fark mühendislik hesaplarını etkilemeyecek derecede ise, Bu basitleştirme, serbestlik derecesi sayısını veya hareket denklemleri sayısını azaltma bazında uygulanabilir.

Hesaplarımızda; Bir yapı olarak sadece düzlem çerçeveler olarak mukabelesinin hesaplanmasının kabulüyle (simetrik yapı ve simetrik yükler için) düğüm noktası serbestlik derecesi üçe indirgenmiş, kolonların uzama ve kısalmalarının ihmalıyla ikiye, ve kirişlerin sonsuz rijit olduğu kabulü ile her düğüm noktası için serbestlik derecesi sayısını bir olarak buluruz. Bu durumda sonsuz rijitlikli kirişlerin uzama ve kısalmaları ihmal edileceğinden



ŞEKİL-V -1 Çok serbest dereceli bir yapının basitleştirilmesi

her kat için bir serbestlik derecesi elde edilmiş olacaktır. Bu şekilde yapılan bir idealizasyon gerçeğe yakın değerler vermektedir. Çok serbestlik dereceli yapıların modellenmesine bir açıklama olarak şekil-2 'yi inceleyelim. Birbirlerine kütleleri ihmal edilmiş yay ve söndürücülerle (kolonlar)bağlı toplanmış kütleler düzeni şeklinde olarak :



ŞEKİL -V -2 Çok serbest dereceli yapı modelleri

(a) kolon rijitliği kirişlerinden daha yüksek bir yapıyı, (b) yaklaşık olarak aynı rijitliğe sahip bir yapıyı, (c) çok rijit kirişlerden oluşmuş bir yapının modelini göstermektedir. Burada bir takım kabuller ile konsol eğilme kirişi gibi davranan yatay yükleri perde duvarlar ile karşılayan yapıları (a) gurubuna, konsol kesme kirişi şeklinde davranan yapıları (b) gurubuna, çok rijit döşeme sis -

temlerden oluşan yapıları (c) grubuna örnek gösterebiliriz.

V - 2. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERDE HAREKET DENKLEMLERİ.

Sistemlerin hareket denklemleri genel olarak her bir toplanmış kütleyle ait serbestlik derecesine tekabül eden kütleyle etkiyen yatay kuvvetlerin dengesinden elde edilir. Bir i serbest derece için, kütlelerin hareket denklemi; genel olarak, ATALET KUVVETİ (F_{A_i}) + SÖNÜM KUVVETİ (F_{S_i}) + YAY KUVVETİ (F_{Y_i}) - DİNAMİK KUVVET ($F_{D_i}(t)$) = 0 veya n serbestlik dereceli bir sistem için;

$$F_{A1} + F_{S1} + F_{Y1} = F_{D1}(t)$$

$$F_{A2} + F_{S2} + F_{Y2} = F_{D2}(t)$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$F_{An} + F_{Sn} + F_{Yn} = F_{Dn}(t) \quad \text{veya}$$

matris olarak; $[F_A] + [F_S] + [F_Y] = [F_D(t)]$
(1) olur

V -2.1. KUVVETLERİN İNCELENMESİ

Atalet kuvveti: Çok serbestlik dereceli sistemde toplanmış kütlelerde oluşan D' Ala bert kuvvetleridir. ve

$$F_{A_i} = m_{ij} \ddot{u}_j \quad (i = 1.2.....n \text{ ve } j = 1.2.....n) \text{ dir.}$$

m_{ij} , j noktasında takip edilen birim için i noktasında meydana gelen aynı doğrultudaki kuvvete eşdeğerdir.

$$F_{A1} = m_{11}\ddot{u}_1 + m_{12} \ddot{u}_2 + \dots + m_{1n} \ddot{u}_n$$

$$F_{A2} = m_{21}\ddot{u}_1 + m_{22} \ddot{u}_2 + \dots + m_{2n} \ddot{u}_n \quad \text{ve n.ci satır}$$

n.ci sütun için;

$F_{AN} = m_{n1} \dot{u}_n + m_{n2} \dot{u}_2 + \dots + m_{nn} \dot{u}_n$ veya matris olarak kapalı halde; $\{F\} = [m] \{\dot{u}\}$ denklemleri ile gösterilebilir. $[m]$ matrisi kütle matrisi olarak adlandırılır.

Sönüm kuvveti : Sönümün genellikle viskoz olarak kabul edildiği, böylece sönüm kuvvetinin kütle hızına orantılı olduğu belirtilmiş idi. Bu sebeple; $F_{S1} = C_{1j} \dot{u}_j$ ile ifadelendirilebilir. C_{1j} , j noktasına uygulanan birim bağıl hızın i noktasında yaratacağı aynı doğrultudaki kuvvetine eşittir.

$$\begin{aligned} F_{S1} &= C_{11} \dot{u}_1 + C_{12} \dot{u}_2 + \dots + C_{1n} \dot{u}_n \\ F_{S2} &= C_{21} \dot{u}_1 + C_{22} \dot{u}_2 + \dots + C_{2n} \dot{u}_n \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ F_{Sn} &= C_{n1} \dot{u}_1 + C_{n2} \dot{u}_2 + \dots + C_{nn} \dot{u}_n \end{aligned}$$

veya kapalı matris ifadesi olarak, $\{F_S\} = [C] \{\dot{u}\}$ şeklinde gösterilebilir. $[C]$ sönüm matrisi olarak adlandırılır.

Yay Kuvveti : Yapı rijitliğinin esnek-doğrusal elemanlarca sağlandığı varsayımıyla $F_{Y1} = k_{ij} U_j$ denklemi ile verilir. k_{ij} , j noktasına uygulanan birim bir bağıl deplasmanın i noktasında aynı doğrultuda oluşturacağı eş kuvvettir.

$$\begin{aligned} F_{Y1} &= k_{11} U_1 + k_{12} U_2 + \dots + k_{1n} U_n \\ F_{Y2} &= k_{21} U_1 + k_{22} U_2 + \dots + k_{2n} U_n \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ F_{Yn} &= k_{n1} U_1 + k_{n2} U_2 + \dots + k_{nn} U_n \end{aligned}$$

veya kapalı matris formu ile; $\{F_Y\} = [k] \{U\}$, $[k]$ rijitlik matrisidir.

Burdan denklem (1) kullanılarak, titreşim denklemleri en genel haliyle;

$$m \{ \ddot{U} \} + c \{ \dot{U} \} + k \{ U \} = \{ F(t) \} \quad (2) \text{ olur.}$$

Yapı dinamiğinde, çerçevelere ait titreşim denklemleri çerçeve sistemlerinin bağımlı olduğu kabul edilerek, yanal öteleme serbestlik derecelerine sahip sistemlerde

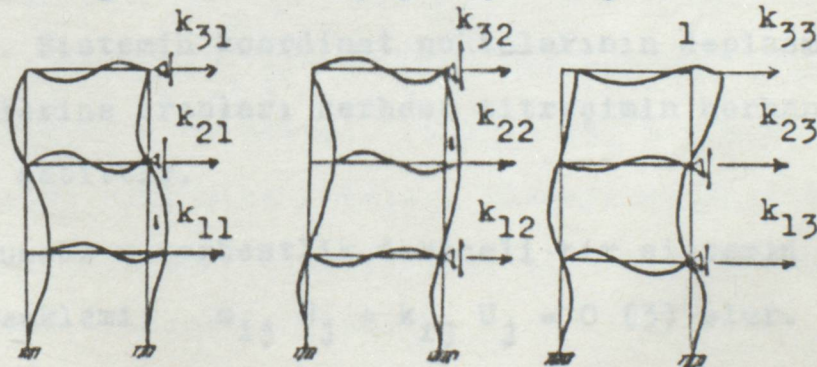
$$[m] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & m_n \end{bmatrix}$$

bu matris köşegen matrisdir.

V -2.2 RİJİTLİK MATRİSİ ELEMANLARININ TESBİTİ :

Herhangi bir kütleye uygulanan birim öteleme sadece komşu kütlelere etkiyorsa bunlara basit bağlantılı, aksi durumda tüm kütlelere etkiyorsa bu modellere yakın bağlantılı sistemler denir. Şekil-2'de (a),(b) ikinci duruma, (c) ise ilk durumun örneğidir.

Basit bağlantılı bir yapı için rijitlik matrisleri şöyledir.



ŞEKİL-3 3 Serbestlik dereceli yapı modeli rijitlik matrisi

$$[k] = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3+k_4 & -k_4 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4+k_5 & -k_5 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & & & : \\ : & : & : & : & & & : \\ : & : & : & : & & & : \\ : & : & : & : & & & : \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & k_n \end{bmatrix}$$

Yapı sönüm matrisini, yapı için doğrudan doğruya belirleyebileceğimiz niteliklere dayanarak yazmak olanaksızdır. Ancak deneysel verilere bağlı olarak belirlenebilir, veya problemin önemine göre sönüm ihmal edilerek çözüm yapılır.

V -3. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERDE SÖNÜMSÜZ SERBEST TİTREŞİM.

Serbestlik derecesi sayısı kadar oluşan titreşim denklemlerinden, yine serbestlik derecesi sayısı kadar tabii mod (karakteristik deformasyon şekilleri) ve her moda tekabül eden tabii periyod veya tabii frekans elde edilecektir. Serbest titreşimin herhangi bir modunda sistemin herhangi bir koordinatına tekabül eden hakiki genlik hesaplanamaz. Sistemin koordinat noktalarının deplasmanlarının birbirlerine oranları serbest titreşimin herhangi bir zamanından sabittir.

Sönümsüz n serbestlik dereceli bir sistemin genel titreşim denklemi; $m_{ij} \ddot{U}_j + k_{ij} U_j = 0$ (3) olur.

Serbest titreşim için sistem ötelemelerinin

$$U(t) = \phi \sin(\omega t + \theta)$$

denklemleri ile verildiği varsayılarak ispatını yapalım.

Bu ifadeyi genelleştirerek;

$$U_j = \phi_j \cdot q(t)$$

$$\ddot{U}_j = \phi_j \cdot \ddot{q}(t) \text{ ivmesi olup (3)de yerine}$$

konursa;

$$m_{ij} \cdot \phi_j \cdot \ddot{q}(t) + k_{ij} \cdot \phi_j \cdot q(t) = 0$$

$$\frac{\ddot{q}(t)}{q(t)} = \frac{-k_{ij} \phi_j}{m_{ij} \phi_j}$$

Basit harmonik hareketin tarifinden, herhangi bir koordinat noktasına tekabül eden denklemin sağ veya sol terimleri sabittir.

$$\frac{\ddot{q}(t)}{q(t)} = -\omega^2 \text{ olarak alınırsa,}$$

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0 \quad (4) \text{ olarak basit harmonik ha-}$$

reket denklemleri elde edilir. Bu ispat ile ötelemenin bu ifadesinin geçerli olacağı koşulları, ϕ vektörü, ω frekansı ve θ faz açısı ile belirlenen harmonik hareket genliklerinin serbestlik derecelerine göre dağılımını göstermekte ve zamana bağlı olmadığını söyleyebiliriz.

Denklem (4), (3)'de yerine konulursa:

$$-\omega^2 [m] \{\phi\} \sin(\omega t + \theta) + [k] \{\phi\} \sin(\omega t + \theta) = \{0\}$$

$$\text{veya} \quad \left[[k] - \omega^2 [m] \right] \{\phi\} = \{0\} \quad (5) \text{ karakteristik}$$

değer denklemini elde ederiz. Denklem (5) bir simultane lineer denklem sistemini irdeler. Katsayı matrisi determinantının sıfıra eşit olmasıyla bu sistemin sıfırdan farklı çözümü gerçekleştirilebilir.

$\left[\begin{matrix} k \\ -w^2 m \end{matrix} \right] = 0$ (6) bu denklem sistemin frekans denklemi veya karakteristik denklemdir. ve n sayıda kök içerir ve bunlar w'lar ile n adet titreşim modlarının doğal titreşim frekanslarının (modal frekansları) belirler. Sistem doğal frekanslarının en küçüğünü temel frekans olarak alıp büyüklüklerine göre bir sıralamaya gidilir.

$$\{w\} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_n \end{Bmatrix}$$

Her bir modal frekans için denklem (5)'deki katsayı matrisi hesaplanarak bu modal frekansa tekabül eden harmonik titreşim genlikleri elde edilir. Genliklerin kesin çözüm belirsizliği ve ancak bir koordinattaki genlikler cinsinden çözülebilmelerinden ötürü, birinci serbestlik derecesine ait koordinatın genliği, bu genliği birim öteleme varsayarak kullanılır. $U(t) = \phi \sin(\omega t - \theta)$ 'ün varsayımı ile çok serbestlik dereceli sistem ancak modları ile belirlenen şekillerde ve frekanslarda basit harmonik titreşim yapabilir. Modal titreşimlerde her bir serbestlik derecesindeki ötelemeler herhangi bir zaman değeri için modla orantılı olup aralarında faz farkı yoktur. i. ve j. doğal titreşim modları arasında ortogonaliteler mevcuttur.

$$\{\phi_i\}^T [m] \{\phi_j\} = 0 \quad i \neq j$$

$$\{\phi_i\}^T [k] \{\phi_j\} = 0 \quad i \neq j$$

bundan faydalanılarak sistemdeki herhangi bir öteleme şekli modal vektörler cinsinden ifadelendirilebilir.

$$\{u\} = q_1 \{\phi_1\} + q_2 \{\phi_2\} + \dots + q_n \{\phi_n\}$$

burada $\{q\}$ vektörü ;

$$q_i = \frac{\{u\} [m] \{\phi_i\}^T}{\{\phi_i\} [m] \{\phi_i\}^T} \text{ ile bulunacaktır.}$$

V -4. ZORLANMIŞ SÖNÜMSÜZ ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLER

MOD SÜPERPOZİSYON METODU

Serbest titreşimde elde edilen mod vektörler ve tabii frekanslar, zorlanmış titreşim denklemlerinin çözümünde kullanılan en önemli donelerdir. Bu metotta sistem ve elemanların lineer olduğu kabul edilerek, bir kütlenin mukabelesi, her moda tekabül eden deplasmanların toplamından oluşmaktadır.

$$U_i(x_1 t) = \phi_{1j}(x) \cdot q_j(t)$$

$$\{U\} = [\phi] \{q\}$$

$\{U\}$ deplasman vektörü, $[\phi]$ serbest titreşimden elde edilen modlar matrisini, $\{q\}$ ise her modun toplam mukabeleye katkısını belirleyen amplitud vektördür.

$\{U\} = [\phi] \{q\}$ sönümsüz genel denklemden yerine koyarsak;

$$[m] \{U\} + [k] \{U\} = \{F(x, t)\}$$

$[m][\phi]\{q\} + [k][\phi]\{q\} = \{F(x, t)\}$ ve her terim ϕ^T ile çarpılırsa,

$$[\phi]^T [m] [\phi] \{q\} + [\phi]^T [k] [\phi] \{q\} = [\phi]^T \{F(x, t)\}$$

$[M] = [\phi]^T [m] [\phi]$ alınan köşegen matrisidir.

$$[M] \{q\} + [\phi]^T [k] [\phi] \{q\} = [\phi]^T \{F(x,t)\} \text{ ifadeyi}$$

M 'ne bölersek ve $\frac{[\phi]^T [k] [\phi]}{[M]} = \omega^2$; $\frac{[K]}{[M]} = \omega^2$

Pütün kare matrisler köşegen olduğundan bu ifadelerin n adet bağımsız diferansiyel denklemleri temsil eder. Çözümün n adet tek serbestlik dereceli titreşim denklemlerinin çözümüne paralel olduğu gözükmektedir. Herhangi bir i modu için genel titreşim denklemi;

$$q_i + \omega_1^2 = \frac{\{\phi_i\}^T \{F(x,t)\}}{M_i} ; \frac{K_i}{M_i} = \omega_1^2 \text{ elde edilir.}$$

M_i genelleştirilmiş kütle, K_i genelleştirilmiş rijitlikdir. Çözüm Duhamel entegraline indirgenmiş olur.

$$q_i = \int_0^t \frac{\{\phi_i\}^T \cdot \{F(x,t)\}}{M_i} \cdot \frac{1}{\omega_1} \sin \omega_1 (t-\tau) d \text{ veya}$$

$$\{F(x,t)\} = F_s \{F\} f(t)$$

$$q_i = X_i \text{ (DYP)}_i$$

$$X_i = \frac{\{\phi_i\}^T \{F\} F_s}{\omega_1^2 M_i} , \text{ i modunun katkısını belirleyen katılma faktörüdür.}$$

$$\text{(DYP)}_i = \int_0^t \omega_1 f(t) \sin \omega_1 (t-\tau) d$$

yaygın olarak kullanılan normalleştirilmiş $[\phi']$ matrisiyle U deplasmanları bulunur.

$$\{\phi'_{ir}\}^T [M] \{\phi_{ir}\} = 1 \text{ ile normalleştirilerek}$$

$$\{U\} = [\phi'] \{q\} \text{ bulunur.}$$

$$F(t) = \sin \Omega t \text{ ise } \text{(DYP)}_i = \frac{1}{1-(\Omega/\omega_i)^2} \sin \Omega t$$

$$U_i = F/k \left(\frac{1}{1-(\Omega/\omega_1)^2} + \frac{1}{1-(\Omega/\omega_j)^2} + \dots + \frac{1}{1-(\Omega/\omega_n)^2} \right) \cdot \sin \Omega t$$

$F(t) = 1$ ise $(DYF)_i = (1 - \cos w_i t)$

$U_i = \phi'_{i1} q_1 + \phi'_{i2} q_2 + \dots + \phi'_{in} q_n$ gibi genelleleyebiliriz.

V -5 SÖNÜMLÜ SİSTEMLER :

$$[M] \{ \dot{U} \} + [C] \{ \ddot{U} \} + [K] \{ U \} = \{ F(t) \}$$

$\{ U \} = [\phi] \{ q \}$ uygulanırsa,

$[M][\phi]\{\ddot{q}\} + [C][\phi]\{\dot{q}\} + [K][\phi]\{q\} = \{F(t)\}$ bu denklemin her iki tarafını $\{\phi_i\}^T$ ile çarpıp, doğal modların ortogonallığını uygularsak, sönüm matrisine görede doğal modların ortogonallığı tatbik edilirse,

$$\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} \ddot{q}_j + \{\phi_i\}^T [C] \{\phi_j\} \dot{q}_j + \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\} q_j = \{\phi_i\}^T \{F(t)_j\}$$

$\{\phi_i\}^T [C] \{\phi_i\} \dot{q}_j = C_j \cdot \dot{q}_j$ olup. C_j genelleştirilmiş sönüm katsayısıdır. M_j ile bölerek genel denklemi yazarsak;

$$\ddot{q}_j + 2 \zeta_j w_j \dot{q}_j + w_j^2 q_j = \phi_i^T F_j(t); \quad \frac{C_j}{M_j} = 2 \zeta_j w_j$$

olup, ζ_j her bir titreşim modu için geçerli viskoz sönüm oranıdır. Sönümde ortogonallığın ancak $[C] = \alpha[M] + \beta[K]$ koşulu ile gerçekleşebilmektedir. Bunun belirli yakınsaklık ile şu amprik matrisden elde edilebilir.

$$[\phi]^T [C] [\phi] = [C] = \begin{bmatrix} 2 \zeta_1 w_1 M_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2 \zeta_2 w_2 M_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 2 \zeta_n w_n M_n \end{bmatrix}$$

düzenlemeyle bu ifade $[C] = [M][\phi][C][\phi]^T[M]$ dir.

Yapı sönüm matrisi $[C]$ bazı doğrusal olmayan sistem çözümleriyle ilgili uygulamalar dışında elde edilmesi gerekmez. En genel haliyle düzenlenmiş titreşim denklemimiz;

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 2\zeta_1 w_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 2\zeta_1 w_1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 2\zeta_n w_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} w_1^2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & w_1^2 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & w_n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \\ \vdots \\ \bar{F}_n \end{Bmatrix}$$

olmaktadır. Sistem serbestlik derecelerindeki geometrik ötelemeler modal süperpozisyon yöntemiyle,

$$\{U(t)\} = [\phi] \{q(t)\} \text{ veya açık ifadeyle}$$

$$\{U(t)\} = \{\phi_1\} q_1(t) + \{\phi_2\} q_2(t) + \dots + \{\phi_n\} q_n(t)$$

denklemleriyle bulunmaktadır.

Serbestlik derecelerine etkiyen yanal deprem kuvvetleri

$$P_i(t), \quad \{P(t)\} = [k] \{U(t)\} = [k] [\phi] \{q(t)\}$$

$$\{P(t)\} = \sum_{i=1}^n [k] \{\phi_i\} q_i(t) \quad \text{ve}$$

$$[[k] - w^2 [M]] \{\phi\} = \{0\} \quad \text{düzenlemesiyle}$$

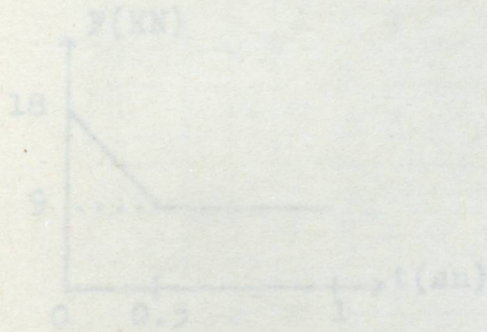
$$P_i(t), \quad \{P(t)\} = \sum_{i=1}^n [M] \{\phi_i\} w_i^2 q_i(t)$$

Serbestlik derecelerindeki kat kesme kuvvetleri;

$$\{V(t)\} = [S] \{P(t)\}, \quad [S] \text{ birim üst üçgen matrisidir.}$$

her bir katta oluşan devirme momentleri; $Md_i(t)$

$$\{Md_i(t)\} = h [S] [S] \{P(t)\} \quad h : \text{katlar arası mesafe}$$



$$\Delta P(t) = \Delta P(t) + 0.01376(16/0.1)\delta(t) + 3\delta(t) + 0.2(3\delta(t) + 21/2\delta(t))$$

$$\Delta P(t) = \Delta P(t) + 1.4256\delta(t) + 0.0512\delta(t) \quad \delta(t) = \ddot{p}(t)/g$$

$$E(t) = k(t) + (6/4t^2)u + 3/4t \cdot \delta(t) \quad E(t) = 5.4633 - 14.358$$

Nonlinear sistemde $k(t) = k(t) + 14.256$ doğrusal elastiklikten devrimine geçerlidir.

$$\Delta \ddot{U}(t) = 3/4t \cdot \Delta \ddot{U}(t) - 3\ddot{U}(t) - 4t/2 \cdot \ddot{U} = 30\Delta \ddot{U}(t) - 3\ddot{U}(t) - 0.05\delta(t)$$

$$\ddot{U}(t) = (1/4) \cdot (\ddot{p}(t) - \ddot{p}_3(t) - \ddot{p}_2(t))$$

PROBLEM - 2 : Çok serbest dereceli nonelastik (plastik) sis-

temin adim adim integral metodu ile çözülür (veriler Pr.2' den)

t	P	U	\dot{U}	f_e	f_D	f_I	\ddot{U}	\dot{A}_P	$1.4256\dot{U}$	$0.0512\ddot{U}$	\ddot{A}_P	k	\tilde{k}	$\Delta U = \Delta \dot{P} / \tilde{k}$	$30 \cdot \Delta U$	$3 \cdot \dot{U}$	$0,05 \cdot \ddot{U}$	$\Delta \dot{U}$	
sn	KN	mm	mm/sn	k.U	c.U	2-5-6	f_I/m	AP	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
0	18	0	0	0	0	18	1312,36	-3	0	67,077	64,077			3,246	97,385	0	65,403	31,982	
0.1	15	3,246	31982	17,799	6,396	-9,195	-668,25	-3	45,594	-34,268	8,326			0,421	12,654	95,947	-33,412	-49,881	
0.2	12	3,668	-17,90	20,11	-3,58	-4,532	-329,36	-3	-25,517	-16,889	-45,406			-2,300	-69,009	-53,697	-16,468	1,156	
0.3	9	1,367	-16,74	7,50	-3,35	4,849	352,43	0	-23,869	18,072	-5,796		19,7393	-0,294	-8,809	-50,229	17,621	23,796	
0.4	9	1,074	7,053	5,89	1,41	1,701	123,61	0	10,055	6,339	16,394	5,4833		0,830	24,915	21,189	6,181	-2,425	
0.5	9	1,905	4,628	10,44	0,93	-2,368	-172,14	0	6,598	-8,827	-2,229			-0,113	-3,388	13,885	-8,607	-8,666	
0.6	9	1,791	-4,038	9,82	-0,81	-0,016	-1,187	0	-5,756	-0,060	-5,817			-0,295	-8,842	-12,115	-0,059	3,332	
0.7	9	1,496	-0,705	8,21	-0,14	0,933	67,826	0	-1,006	3,478	2,472			0,125	3,757	-2,117	3,391	2,483	
0.8	9	1,622	1,776	8,89	0,35	-0,249	-18,16	0	2,533	-0,931	1,601			0,081	2,434	5,33	-0,908	-1,988	
0.9	9	1,703	-0,210	9,34	-0,04	-0,297	-21,62	0	-0,300	-1,108	-1,408			-0,071	-2,141	-0,632	-1,081	-0,427	
1.0	9	1,631	-0,638	8,98	-0,13	0,180	13,12	-9	-0,909	0,672	-9,237			-0,468	-14,04	-1,915	0,656	-12,779	
1.1	0	1,164	-13,42	6,38	-2,68	-3,698	-268,8	0	-19,127	-13,78	-32,91			-1,667	-50,01	-40,25	-13,439	3,672	
1.2	0	-0,51	-9,743	-2,76	-1,95	4,709	342,25	0	-13,893	17,55	3,658			0,187	5,633	-29,74	17,113	17,755	
1.3	0	-0,32	8,013	-1,73	1,60	0,128	9,36	0	11,425	0,48	11,903			0,603	18,089	24,038	0,468	-6,416	
1.4	0	0,287	1,596	1,58	0,32	-1,895	-137,71	0	2,275	-7,06	-4,786			-0,242	-7,274	4,788	-6,885	-5,177	
1.5	0	0,045	-3,581	0,25	-0,72	0,467	33,96	0	-5,105	1,74	-3,364			-0,170	-5,112	-10,743	1,698	3,933	
1.6	0	-0,125	0,352	-0,69	0,07	0,615	44,69	0											

Problem -2 TSD Elastik çözüm - Adım adım integral metodu

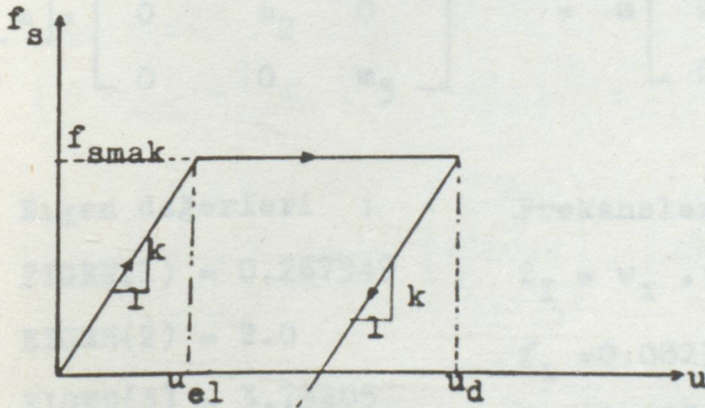
t	P	U	\dot{u}	f_a k.u	f_D c. \dot{u}	f_I 2-5-6	\ddot{u} f_1/m	ΔP	1.4256 \dot{u}	0.05128 \ddot{u}	$\Delta \ddot{P}$ 9+10+11	k	\tilde{k}	$\Delta U = \Delta \ddot{P}/k$	30. ΔU	3. \dot{u}	0,05. \ddot{u}	$\Delta \dot{u}$	
en	KN	mm	mm/en															16-17-18	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
0	18	0	0	0	0	18	1312,36	-3	0	67,077	64,077	5,483	19,74	3,246	97,385	0	65,403	31,982	
0,115	0	3,246	31,982	10	6,396	-1,396	-101,47	-3	45,594	-5,204	37,389	0	14,26	2,623	78,681	95,946	-5,073	-12,191	
0,212	0	5,869	19,791	10	3,958	-1,958	-142,3	-3	28,214	-7,296	17,918	0	14,26	1,257	37,701	59,373	-7,115	-14,552	
0,3	9	7,126	5,239	10	1,048	-2,048	-148,8	0	7,468	-7,632	-0,163	0	14,26	-0,011	-0,3436	15,717	-7,442	-8,619	
0,4	9	7,115	-3,381	9,9	-0,68	-0,244	-17,7	0	-4,819	-0,909	-5,728	5,483	19,74	-0,29	-8,706	-10,14	-0,886	2,322	
0,5	9	6,825	-1,059	8,3	-0,21	0,862	64,08	0	-1,510	3,286	1,776	5,483	19,74	0,09	2,70	-3,177	3,204	2,674	
0,6	9	6,915	1,615	8,8	0,32	-0,146	-10,66	0	2,302	-0,547	1,755	5,483	19,74	0,09	2,67	4,84	-0,53	-1,64	
0,7	9	7,004	-0,03	9,3	-0,06	-0,305	-22,20	0	-0,041	-1,138	-1,179	5,483	19,74	-0,06	-1,79	-0,09	-1,11	-0,59	
0,8	9	6,940	-0,626	8,9	-0,13	0,164	11,92	0	-0,892	0,611	-0,281	5,483	19,74	-0,014	-0,43	-1,878	0,59	0,855	
0,9	9	6,926	0,229	8,8	0,05	0,071	5,16	0	0,326	0,265	0,591	5,483	19,74	0,03	0,89	0,687	0,26	-0,05	
1,0	9	6,955	0,182	9,1	0,03	-0,083	-6,09	-9	0,26	-0,313	-9,059	5,483	19,74	-0,46	-13,76	0,548	-0,305	-14,0	
1,1	0	6,497	-13,819	6,5	-2,76	-3,772	-274,11	0	-19,7	-14,06	-33,76	5,483	19,74	-1,71	-51,30	-41,46	-13,71	3,859	
1,2	0	4,787	-9,96	-2,9	-1,99	4,836	351,51	0	14,199	18,03	3,826	5,483	19,74	0,194	5,815	-29,88	17,576	18,12	
1,3	0	4,981	8,16	-1,8	1,63	0,15	10,91	0	11,633	0,56	12,19	5,483	19,74	0,617	18,53	24,48	0,545	-6,49	
1,4	0	5,598	1,66	1,6	0,33	-1,94	-140,72	0	2,373	-7,22	-4,84	5,483	19,74	-0,245	-7,36	4,99	-7,04	-5,32	
1,5	0	5,353	-3,66	0,3	-0,73	0,47	34,08	0	-5,21	1,75	-3,46	5,483	19,74	-0,175	-5,26	-10,96	1,70	3,99	
1,6	0	5,178	0,34	-0,7	0,07	0,63	45,93												

Problem -3 TSD Nonelastik (plastik) çözüm - Adım adım integral metod.

Problemler için açıklamalar :

Tek serbestlik dereceli bir yapının elastik çözü - mü için adım adım integral metodu el hesabına uygun hesap tablosu ve uygulaması shf. 48'e konulmuştur.Yapı rijitliği hesap boyunca değişmemekte ve elastiklik hesap boyunca ko - runmaktadır.

Tek serbestlik dereceli bir yapının plastik çözümü için oluşturulan tablo bir evvelki problemin tamamen aynı - dır. f_s yay kuvveti f_{smak} ile sınırlıdır. $f_{smak}=k.u$ ifade - sinden görüleceği üzere yapıda deplasmanları sınırlandırma mümkün değildir.O halde f_{smak} eşitliğini sağlayacak bir k rijitliği oluşmaktadır.Bu her adımda deplasmanların t_n ile t_{n+1} inci istasyonlar arasında kontrolü ile değişmektedir. Burda söz konusu olan deplasman bir önceki noktaya göre ba - ğıl deplasmandır.

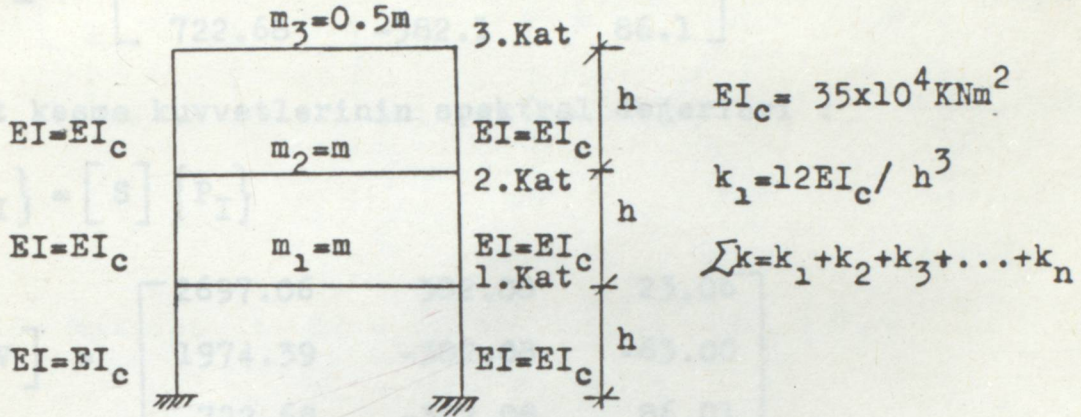


u_{el} = Lineer deplasman sınırı

f_s = Lineer (elastik)yay kuvveti

u_d = Düktil deplasman limiti

PROBLEM - 3 : Çok serbest dereceli sistemlerde bir yapı çözümü.



$$\sum k = 2 \times 12 \times EI_c / h^3 = 2 \cdot 12 \cdot 35 \times 10^4 / 3^3 = 31,1 \times 10^4 \text{ KN/m}$$

$$m = 500 \text{ KN.sn}^2/\text{m} \quad \sqrt{\frac{k}{m}} = 24.939$$

$$[k] = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[m] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Eigen değerleri :

$$\text{EIGEN}(1) = 0.267949$$

$$\text{EIGEN}(2) = 2.0$$

$$\text{EIGEN}(3) = 3.73205$$

Doğal Frekanslar $\sqrt{\frac{k}{m}}$

$$w(1) = 0.082384$$

$$w(2) = 0.225$$

$$w(3) = 0.307$$

Frekanslar :

$$f_I = w_1 \cdot \sqrt{k/m}$$

$$f_1 = 0.0823 \cdot 24.939 = 2.055$$

$$f_2 = 0.225 \cdot 24.939 = 5.613$$

$$f_3 = 0.307 \cdot 24.939 = 7.668$$

Normalizasyon işlemi vektörde bulunan en büyük elemanın bir alınarak diğerlerinin ayarlanmasıyla yapılmıştır.

$$[P] = \begin{bmatrix} 722.67 & 764.16 & 86.1 \\ 1251.71 & 0.0 & -149.1 \\ 722.68 & -382.1 & 86.1 \end{bmatrix}$$

Kat kesme kuvvetlerinin spektral değerleri :

$$\{V_I\} = [S] \{P_I\}$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 2697.06 & 382.08 & 23.06 \\ 1974.39 & -382.08 & -63.00 \\ 722.68 & -382.08 & 86.01 \end{bmatrix}$$

Devirme momentlerinin spektral değerleri :

$$\{MD_I\} = h[S] \{V_I\}$$

$$[MD] = \begin{bmatrix} 16182.4 & -1146.2 & 138.4 \\ 8091.2 & -2292.5 & 69.2 \\ 2168.0 & -1146.2 & 258.2 \end{bmatrix}$$

Modal bileşimlerin spektral karelerinin karekökü değerleri :

$$\{U\}_{KKK} = \left[\{U_1\}^2 + \{U_2\}^2 + \dots + \{U_n\}^2 \right]^{1/2}$$

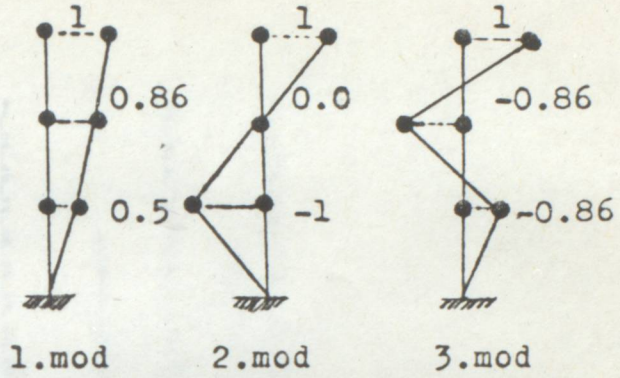
$$\{U\} = \begin{Bmatrix} 4.4 \\ 7.5 \\ 8.8 \end{Bmatrix} \quad \{V\} = \begin{Bmatrix} 2724.8 \\ 2009.4 \\ 823.5 \end{Bmatrix} \quad \{MD\} = \begin{Bmatrix} 16225.7 \\ 8411.8 \\ 2463.7 \end{Bmatrix}$$

$$\{V\}_{KKK} = \left[\{V_1\}^2 + \{V_2\}^2 + \dots + \{V_n\}^2 \right]^{1/2}$$

$$\{MD\}_{KKK} = \left[\{MD_1\}^2 + \{MD_2\}^2 + \dots + \{MD_n\}^2 \right]^{1/2}$$

$$[\phi] = \begin{bmatrix} 0.5 & -1 & 0.5 \\ 0.866 & 0 & -0.866 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 1.mod 2.mod 3.mod



Kütle Matrisi : $M_I = KM(I) = \{\phi_I\}^T [m] \{\phi_I\}$

$$M_1 = M_2 = M_3 = 1.5$$

qI Katılım Faktörleri : $q_I = \{\phi_I\}^T [m] \{I\} / M_I$

$$q_1 = 1.244$$

$$q_2 = -0.33$$

$$q_3 = 0.089$$

Yalancı deplasman PSV değerlerinin
sönüm yüzdesine göre okutulması

$$\xi_I = 0 \text{ (Sönümsüz sistem çözümü)}$$

$$PSV_I (f_I, \xi_I)$$

Genelleştirilmiş

$$PSV_1 (2.054, 0) = 90$$

koordinatların spektral

$$PSV_2 (5.61, 0) = 65$$

değerleri :

$$PSV_3 (7.66, 0) = 40$$

$$Y_I = q_I / w_I \cdot PSV_I$$

$$Y_1 = 8.673 \quad Y_2 = 0.614 \quad Y_3 = 0.074$$

Ötelemelerin spektral değerleri :

$$\{U_I\} = \{\phi_I\} \cdot Y_I$$

$$[U] = \begin{bmatrix} 4.336 & 0.614 & 0.037 \\ 7.511 & 0.0 & -0.064 \\ 8.673 & -0.614 & 0.074 \end{bmatrix}$$

Yanal deprem kuvvetlerinin spektral değerleri :

$$\{P_I\} = [m] \cdot w_I^2 \cdot \{U_I\}$$


```

20 OPEN "O",#1,"D.OUT"
21 REM*****TEK SERBESTLIK DERECELI YAPI DINAMIGI PROBLEMI*****
22 REM*****ELASTIK YAPI SISTEMLERI ICIN COZUM*****
23 REM*****STEP BY STEP/ADIM ADIM INTEGRAL METODU*****
24 REM*****K E M A L B E Y E N****Y . U*****
25 DIM U(800),U1(800),U2(800),P(800),DELU(800),DELU1(800),DELU2(800),DELP(800)
,Z(20),X(20)
30 READ K,C,M,U(0),U1(0),DELT,TF,P(0)
40 FOR I=1 TO 16
50 READ Z(I),X(I)
60 NEXT I
70 N=TF/DELT
80 A=0
100 I=1
110 T=T+DELT
120 IF T > Z(16) THEN 230
130 IF T >= Z(I) AND T <= Z(I+1) THEN 160
140 I=I+1
150 GOTO 130
160 IF A=0 THEN 180
170 GOTO 220
180 FOR G=1 TO N
190 P(G)=((X(I+1)-X(I))/(Z(I+1)-Z(I)))*(T-Z(I))+X(I)
200 A=A+1
210 GOTO 110
220 NEXT G
230 U2(0)=(P(0)-C*U1(0)-K*U(0))/M
240 KS=K+3*C/DELT+6*M/DELT^2
250 FOR N=0 TO N
260 DELP(N)=P(N+1)-P(N)
270 DELPS=DELP(N)+(6*M/DELT+3*C)*U1(N)+(3*M+C*DELT/2)*U2(N)
280 DELU(N)=DELP/KS
290 DELU1(N)=3*DELU(N)/DELT-3*U1(N)-U2(N)*DELT/2
300 DELU2(N)=6*DELU(N)/DELT^2-6*U1(N)/DELT-3*U2(N)
310 U(N+1)=U(N)+DELU(N)
320 U1(N+1)=U1(N)+DELU1(N)
330 U2(N+1)=U2(N)+DELU2(N)
340 NEXT N
350 PRINT #1," ZAMAN KONUM HIZ IVME
360 PRINT #1," (sn) (mm) (mm/sn) (mm/sn^2)
370 PRINT #1," -----
380 FOR M=0 TO N
390 L=M/10
400 PRINT #1,USING " ###.## ###.## ###.## , ####.##
";L,U(M),U1(M),U2(M)
410 NEXT M
420 END
430 DATA 5.4833,0.2,0.013716,0.0,0.0,0.1,1.5,18
440 DATA 0.0,18
450 DATA 0.1,15
460 DATA 0.2,12
470 DATA 0.3,9.0
480 DATA 0.4,9.0
490 DATA 0.5,9.0
500 DATA 0.6,9.0
510 DATA 0.7,9.0
520 DATA 0.8,9.0
530 DATA 0.9,9.0
540 DATA 1.0,9.0
550 DATA 1.1,0
560 DATA 1.2,0
570 DATA 1.3,0
580 DATA 1.4,0
590 DATA 1.5,0

```

```

10 REM***** TEK SERBESTLIK DERECELI YAPI DINAMIGI PROGRAMI *****
20 REM***** ELASTIK OLMAYAN YAPI SISTEMLERI ICIN COZUM *****
30 REM***** STEP BY STEP/ADIM ADIM INTEGRAL METODU *****
40 REM***** K E M A L   B E Y E N ***** Y . U *****
50 OPEN "O",#1,"D2.OUT"
60 DIM U(800),U1(800),U2(800),P(800),DELU(800),DELU1(800),DELU2(800),DELP(800)
,Z(20),X(20),UI(800),FI(800),FS(800),DELPS(800)
70 READ K,C,M,U(0),U1(0),DELT,TF,P(0),FSMAK,UMAX
80 FOR I=1 TO 16
90 READ Z(I),X(I)
100 NEXT I
110 R=TF/DELT
120 A=0
130 I=1
140 T=T+DELT
150 IF T > Z(16) THEN 260
160 IF T >= Z(I) AND T <= Z(I+1) THEN 190
170 I=I+1
180 GOTO 160
190 IF A=0 THEN 210
200 GOTO 250
210 FOR G=1 TO R
220 P(G)=$((X(I+1)-X(I))/(Z(I+1)-Z(I)))*(T-Z(I))+X(I)
230 A=A+1
240 GOTO 140
250 NEXT G
260 U2(0)=(P(0)-C*U1(0)-K*U(0))/M
270 KS=K+3*(C/DELT)+(6*M)/DELT^2
280 Y=0: H=1 : L=0 :B=U(0)
290 FOR N=0 TO R
300 DELP(N)=P(N+1)-P(N)
310 DELPS(N)=DELP(N)+(6*M/DELT+3*C)*U1(N)+(3*M+C*DELT/2)*U2(N)
320 DELU(N)=DELPS(N)/KS
330 U(N+1)=U(N)+DELU(N)
340 IF U(N+1)>UMAX THEN GOTO 420
350 IF L > H THEN GOTO 420
360 DELU1(N)=3*DELU(N)/DELT-3*U1(N)-U2(N)*DELT/2
370 DELU2(N)=6*DELU(N)/DELT^2-6*U1(N)/DELT-3*U2(N)
380 U1(N+1)=U1(N)+DELU1(N)
390 U2(N+1)=U2(N)+DELU2(N)
400 H=H+1
410 GOTO 540
420 FOR J=0 TO N
430 IF B< U(J) THEN B=U(J)
440 NEXT J
450 UI(N+1)=U(N+1)-B+UMAX
460 FI(N+1)=K*UI(N+1)
470 IF FI(N+1)<FSMAK THEN FS(N+1)=FI(N+1) :KS=K+3*C/DELT+6*M/DELT^2:GOTO 500
480 FS(N+1)=FSMAK
490 KS=3*C/DELT+6*M/DELT^2
500 DELU1(N)=3*DELU(N)/DELT-3*U1(N)-U2(N)*DELT/2
510 U1(N+1)=U1(N)+DELU1(N)
520 U2(N+1)=(P(N+1)-FS(N+1)-C*U1(N+1))/M
530 Y=Y+1
540 L=H+Y
550 NEXT N
560 PRINT #1,"      ZAMAN      KONUM      HIZ      IVME
570 PRINT #1,"      (sn)      (mm)      (mm/sn)      (mm/sn^2)
580 PRINT #1,"      -----      -----      -----      -----"
590 FOR M=0 TO N
600 L=M*DELT
610 PRINT #1,USING "      ##.##      ###.##      ###.##      ####.##"
";L,U(M),U1(M),U2(M)

```



```

5 CLS:KEY OFF
10 OPEN "O",#1,"D2.OUT"
20 REM *****YAPI DINAMIGI ANALIZI-SUPERPOZISYON METODU*****
30 REM *****K E M A L B E Y E N ***** Y.U *****
40 PRINT "ND=SERBESTLIK DERECESI - MATRIS BOYUTU":INPUT ND
50 DIM K(10,10),M(10,10),FI(10,10),KD(10,10),KM(10),MA(10,10),TFI(10,10),U(10,10)
,P(10,10),V(10,10)
60 DIM MD(10,10),UK(10,10),VK(10,10),MDK(10,10),UKT(10,1),VKT(10,1),MDKT(10,1),U
KTK(10,1)
70 DIM VKTK(10,1),MDKTK(10,1)
80 FOR I=1 TO ND
90 FOR J=1 TO ND
100 READ K(I,J)
110 NEXT J
120 NEXT I
130 FOR I=1 TO ND
140 FOR J=1 TO ND
150 READ M(I,J)
160 NEXT J
170 NEXT I
180 REM EIGEN/KAREKTERISTIK DEGER DENKLEMİNİN OLUSTURULMASI VE KAREKTERISTIK DEG
ER VE DENKLEMİNİN BULUNMASI
190 GOSUB 1560
200 PRINT "*****"
210 PRINT "NORMALIZE EDİLMİŞ ÖZ VEKTÖRLER MODAL MATRİS KOLON NÖRÜNDE"
220 FOR I=1 TO ND:FOR J=1 TO ND:PRINT USING "###.#####"; FI(I,J),:NEXT J:PRINT
:PRINT :NEXT I:A$=INPUT $(1)
230 REM FI(Y,I)'LARIN TRANSPOZESİNİN ALINMASI
240 FOR I=1 TO ND
250 FOR Y=1 TO ND
260 TFI(I,Y)=FI(Y,I)
270 NEXT Y
280 NEXT I
290 REM GENELLESTİRİLMİŞ KÜTLE MATRİSİNİN ELEMANLARININ HESABI
300 FOR L=1 TO ND
310 FOR I=1 TO ND
320 FOR Y=1 TO ND
330 MA(L,I)=MA(L,I)+TFI(L,Y)*M(Y,I)
340 NEXT Y
350 NEXT I
360 NEXT L
370 FOR I=1 TO ND
380 FOR Y=1 TO ND
390 KM(I)=KM(I)+MA(I,Y)*FI(Y,I)
400 NEXT Y
410 NEXT I:FOR I=1 TO ND:PRINT KM(I):NEXT I
420 PRINT "***** KÜTLE MATRİSİ *****"
430 FOR I=1 TO ND
440 PRINT USING "###.###";KM(I),:NEXT I:PRINT:A$=INPUT $(1)
450 REM KATILIM FAKTÖRLERİ q(I) HESABI
460 REM BİRİM VEKTÖR OKUTMASI
470 FOR I=1 TO ND:FOR J=1 TO ND
480 BIRV(I,J)=1
490 NEXT J:NEXT I
500 FOR I=1 TO ND
510 FOR Y=1 TO ND
520 Q(I)=Q(I)+MA(I,Y)*BIRV(Y,I)
530 NEXT Y
540 NEXT I
550 FOR I=1 TO ND
560 Q(I)=Q(I)/KM(I)
570 NEXT I

```

```

580 PRINT "*****Q(I)KATILIM FAKTOR DEGERLERI*****"
590 FOR I=1 TO ND:PRINT USING "###.####";Q(I),:NEXT I:A$=INPUT $(1)
600 PRINT "
610 PRINT "YALANCI DEPLASMAN PSD DEGERLERINI SONUM YUZDESINE GORE OKUT"
620 FOR I=1 TO ND:INPUT PSD(I) : NEXT I : CLS
630 REM GENELLESTIRILMIS KOORDINATLARIN SPEKTRAL DEGERLERININ BULUNMASI
640 FOR I=1 TO ND
650 Y(I)=(Q(I)/W(I))*PSD(I):PRINT Y(I)
660 NEXT I
670 PRINT "*****GENELLESTIRILMIS KOORDINATLARIN SPEKTRAL DEGERLERI*****"
680 FOR I=1 TO ND:PRINT USING "###.####";Y(I),:NEXT I:A$=INPUT $(1)
690 PRINT
700 REM OTELEMELERIN SPEKTRAL DEGERLERI
710 FOR I=1 TO ND
720 FOR J=1 TO ND
730 U(J,I)=U(J,I)+FI(J,I)*Y(I)
740 NEXT J
750 NEXT I
760 PRINT "***** OTELEMELERIN SPEKTRAL DEGERLERI *****"
770 FOR I=1 TO ND:FOR J=1 TO ND
780 PRINT USING "###.####";U(I,J),
790 NEXT J:PRINT :PRINT :NEXT I:PRINT ":A$=INPUT $(1)
800 REM YANAL DEPREM KUVVETLERININ SPEKTRAL DEGERLERI
810 PRINT "KAT YUKSEKLIGI = H = ?":INPUT H : CLS
820 REM S MATRISININ TESKILI
830 FOR I=1 TO ND
840 FOR J=1 TO ND
850 IF J>I OR J=I THEN S(I,J)=1:GOTO 870
860 S(I,J)=0
870 NEXT J:NEXT I
880 PRINT "***** S(I,J) TRANSFER MATRISI *****"
890 FOR I=1 TO ND:FOR J=1 TO ND
900 PRINT USING "#";S(I,J),
910 NEXT J:PRINT :PRINT :NEXT I:A$=INPUT $(1):CLS
920 FOR I=1 TO ND
930 FOR Y=1 TO ND
940 FOR J=1 TO ND
950 P(Y,I)=P(Y,I)+M(Y,J)*U(J,I)*W(I)^2
960 NEXT J
970 NEXT Y
980 NEXT I
990 PRINT "***** YANAL DEPREM KUVVETLERININ SPEKTRAL DEGERLERI *****"
1000 FOR I=1 TO ND:FOR Y=1 TO ND
1010 PRINT USING "###.####";P(I,Y),:NEXT Y:PRINT :PRINT :NEXT I:A$=INPUT $(1)
1020 REM KAT KESME KUVVETLERININ SPEKTRAL DEGERLERI
1030 FOR I=1 TO ND
1040 FOR Y=1 TO ND
1050 FOR J=1 TO ND
1060 V(Y,I)=V(Y,I)+S(Y,J)*P(J,I)
1070 NEXT J
1080 NEXT Y
1090 NEXT I
1100 PRINT "***** KAT KESME KUVVETLERININ SPEKTRAL DEGERLERI *****"
1110 FOR I=1 TO ND:FOR J=1 TO ND
1120 PRINT USING "###.####";V(I,J),
1130 NEXT J:PRINT :PRINT :NEXT I:A$=INPUT $(1)
1140 PRINT "
1150 REM DEVIRME MOMENTLERININ HESABI
1160 FOR I=1 TO ND
1170 FOR Y=1 TO ND
1180 FOR J=1 TO ND
1190 MD(Y,I)=MD(Y,I)+S(Y,J)*V(J,I)*H
1200 NEXT J
1210 NEXT Y
1220 NEXT I
1230 PRINT "***** DEVIRME MOMENTLERININ SPEKTRAL DEGERLERI *****"

```

```

1240 FOR I=1 TO ND:FOR J=1 TO ND
1250 PRINT USING "#####.#####";MD(I,J),
1260 NEXT J:PRINT :PRINT :NEXT I:A$=INPUT $(1):CLS
1270 REM MODAL BIRLESIMLERIN SPEKTRAL KARELERI TOPLAMININ KAREKOKU DEGERLERI
1280 FOR I=1 TO ND
1290 FOR J=1 TO ND
1300 UK(J,I)=U(J,I)^2
1310 VK(J,I)=V(J,I)^2
1320 MDK(J,I)=MD(J,I)^2
1330 NEXT J
1340 NEXT I
1350 FOR I=1 TO ND
1360 FOR J=1 TO ND
1370 UKT(I,1)=UKT(I,1)+UK(I,J)
1380 VKT(I,1)=VKT(I,1)+VK(I,J)
1390 MDKT(I,1)=MDKT(I,1)+MDK(I,J)
1400 NEXT J
1410 NEXT I
1420 FOR I=1 TO ND
1430 UKTK(I,1)=UKT(I,1)^.5
1440 VKTK(I,1)=VKT(I,1)^.5
1450 MDKTK(I,1)=MDKT(I,1)^.5
1460 NEXT I
1470 PRINT "OTELEME           KAT KESME KUVVET           DEVIRME MOMENT           "
1480 PRINT "DEGERLERI           DEGERLERI           DEGERLERI           "
1490 PRINT "(CM)           (KN.CM/SN^2)           (KN.CM^2/SN^2)           "
1500 PRINT "-----           -----           -----           "
1510 PRINT "
1520 FOR I=1 TO ND
1530 PRINT USING "#####.####           #####.#####           #####.#####           ";UKTK
(I,1),VKTK(I,1),MDKTK(I,1)
1540 NEXT I
1550 END
1560 '-----
1570 '
1580 ' BU PROGRAM GENELLESTIRILMIS EIGEN PROBLEMINE COZMEKTEDIR [A-B*W**2]{Y}
= {0}
1590 '
1600 ' DEGISKENLERIN ATANMASI
1610 ' ND = MATRIS BOYUTLARI
1620 ' A(I,J) = RIJITLIK MATRISI
1630 ' B(I,J) = KUTLE MATRISI
1640 '
1650 ' CIKIS SONUCLARI
1660 '
1670 ' EIGV(I) = ND EIGENDEGERLERI
1680 ' X(I,J) = ND EIGENVEKTORLERI X(I,J)'LER OLARAK KOLON NORMUNDA
1690 '
1700 '
1710 ' *RIJITLIK VE KUTLE MATRISLERININ TESKILI*
1720 '
1730 DIM X(30,30),EIGV(30),A(30,30),B(30,30),D(30),CM(30),JC(30)
1740 REM BU ALTPROGRAMDA A MATRISINE K RIJITLIK MATRISI DATASINI ATAMA
1750 FOR I=1 TO ND
1760 FOR J=1 TO ND
1770 A(I,J)=K(I,J)
1780 NEXT J
1790 NEXT I
1800 REM BU ALTPROGRAMDA B MATRISINE M KUTLE MATRISI DATASINI ATAMA
1810 FOR I=1 TO ND
1820 FOR J=1 TO ND
1830 B(I,J)=M(I,J)
1840 NEXT J
1850 NEXT I
1860 CLS
1870 PRINT:PRINT "           **DOGAL FREKANSLARIN HESABI**           --LUTFEN BEKLEYINIZ--
1880 '

```

```

1890 '
1900 C$="#####.###"
1910 NMAX=15
1920 RTCL=1E-12
1930 FOR I=1 TO ND
1940 'IF A(I,I)>0 AND B(I,I)>0 THEN GOTO 2430
1950 'PRINT "HATA MATRIS DEGERLERI POZITIF DEGIL" :STOP
1960 D(I)=A(I,I)/B(I,I)
1970 EIGV(I)=D(I)
1980 NEXT I
1990 FOR I=1 TO ND
2000 FOR J=1 TO ND
2010 X(I,J)=0
2020 NEXT J
2030 X(I,I)=1
2040 NEXT I
2050 NSWEEP=0
2060 NR=ND-1
2070 '
2080 '      *DERLEME VE ITERASYON*
2090 '
2100 NSWEEP=NSWEEP+1
2110 EPS=(.01^NSWEEP)^2
2120 FOR J=1 TO NR
2130 JJ=J+1
2140 FOR K=JJ TO ND
2150 AEPTL=(A(J,K)*A(J,K))/(A(J,J)*A(K,K))
2160 BEPTL=(B(J,K)*B(J,K))/(B(J,J)*B(K,K))
2170 IF AEPTL<EPS AND BEPTL<EPS THEN GOTO 2940
2180 AKK=A(K,K)*B(J,K)-B(K,K)*A(J,K)
2190 AJJ=A(J,J)*B(J,K)-B(J,J)*A(J,K)
2200 AB=A(J,J)*B(K,K)-A(K,K)*B(J,J)
2210 CHECK=(AB*AB+4*AKK*AJJ)/4
2220 IF CHECK>=0 THEN GOTO 2240
2230 PRINT "HATA MATRIS DEGERLERI POZITIF DEGIL":STOP
2240 SQCH=SQR(CHECK)
2250 D1=AB/2+SQCH
2260 D2=AB/2-SQCH
2270 DEN=D1
2280 IF ABS(D2)>ABS(D1) THEN DEN=D2
2290 IF DEN<>0 THEN GOTO 2330
2300 CA=0
2310 CG=-A(J,K)/A(K,K)
2320 GOTO 2380
2330 CA=AKK/DEN
2340 CG=-AJJ/DEN
2350 '
2360 '      *GENELLESTIRILMIS ROTASYON-DIYAGONAL ELEMENLAR*
2370 '
2380 IF (ND-2)=0 THEN GOTO 2770
2390 JP1=J+1
2400 JM1=J-1
2410 KP1=K+1
2420 KM1=K-1
2430 IF (JM1-1)<0 THEN GOTO 2550
2440 FOR I=1 TO JM1
2450 AJ=A(I,J)
2460 BJ=B(I,J)
2470 AK=A(I,K)
2480 BK=B(I,K)
2490 A(I,J)=AJ+CG*AK
2500 B(I,J)=BJ+CG*BK
2510 A(I,K)=AK+CA*AJ
2520 IF IT=2 THEN STOP
2530 B(I,K)=BK+CA*BJ
2540 NEXT I

```

```

2550 IF (KP1-ND)>0 THEN GOTO 2660
2560 FOR I=KP1 TO ND
2570 AJ=A(J,I)
2580 BJ=B(J,I)
2590 AK=A(K,I)
2600 BK=B(K,I)
2610 A(J,I)=AJ+CG*AK
2620 B(J,I)=BJ+CG*BK
2630 A(K,I)=AK+CA*AJ
2640 B(K,I)=BK+CA*BJ
2650 NEXT I
2660 IF (JP1-KM1)>0 THEN GOTO 2770
2670 FOR I=JP1 TO KM1
2680 AJ=A(J,I)
2690 BJ=B(J,I)
2700 AK=A(I,K)
2710 BK=B(I,K)
2720 A(J,I)=AJ+CG*AK
2730 B(J,I)=BJ+CG*BK
2740 A(I,K)=AK+CA*AJ
2750 B(I,K)=BK+CA*BJ
2760 NEXT I
2770 AK=A(K,K)
2780 BK=B(K,K)
2790 A(K,K)=AK+2*CA*A(J,K)+CA*CA*A(J,J)
2800 B(K,K)=BK+2*CA*B(J,K)+CA*CA*B(J,J)
2810 A(J,J)=A(J,J)+2*CG*A(J,K)+CG*CG*AK
2820 B(J,J)=B(J,J)+2*CG*B(J,K)+CG*CG*BK
2830 A(J,K)=0
2840 B(J,K)=0
2850 '
2860 ' *HER ROTASYONDAN SONRAKI EIGEN/OZVEKTORU *
2870 '
2880 FOR I=1 TO ND
2890 XJ=X(I,J)
2900 XK=X(I,K)
2910 X(I,J)=XJ+CG*XK
2920 X(I,K)=XK+CA*XJ
2930 NEXT I
2940 NEXT K
2950 NEXT J
2960 '
2970 ' *HERDERLEMEDEN SONRAKI EIGEN/OZ DEGERLERI*
2980 FOR I=1 TO ND
2990 'IF A(I,I)>0 AND B(I,I)>0 THEN GOTO 3480
3000 'PRINT "HATA MATRIS DEGERLERI ZAYIF": STOP
3010 EIGV(I)=A(I,I)/B(I,I)
3020 NEXT I
3030 FOR I=1 TO ND
3040 TLO= RTCL*D(I)
3050 DFI=ABS(EIGV(I)-D(I))
3060 IF DFI>TLO THEN GOTO 3910
3070 NEXT I
3080 '
3090 ' *KONTROL-DIYAGONAL ELEMANLAR VE ISTENIYORSA TEKRAR DERLEME*
3100 '
3110 EPS=RTCL^2
3120 FOR J=1 TO NR
3130 JJ=J+1
3140 FOR K=JJ TO ND
3150 AEPS=(A(J,K)*A(J,K))/(A(J,J)*A(K,K))
3160 BEPS=(B(J,K)*B(J,K))/(B(J,J)*B(K,K))
3170 IF AEPS<EPS AND BEPS<EPS THEN GOTO 3190
3180 GOTO 3910
3190 NEXT K
3200 NEXT J
3210 '

```

```

3220 ' PRINT USING "#####" *EIGENVEKTOR DIZIMI TESKILI*
3230 '
3240 FOR I=1 TO ND
3250 FOR J=1 TO ND
3260 A(J,I)=A(I,J)
3270 B(J,I)=B(I,J)
3280 NEXT J
3290 NEXT I
3300 FOR J=1 TO ND
3310 BB=SQR(B(J,J))
3320 FOR K=1 TO ND
3330 X(K,J)=X(K,J)/BB
3340 NEXT K
3350 NEXT J
3360 '
3370 ' *MATRIS USTDEGERI VE YENIDEN DERLEME*
3380 FOR I=1 TO ND
3390 D(I)=EIGV(I)
3400 NEXT I
3410 KX=0
3420 FOR J=1 TO ND
3430 SMALL=1E+20
3440 FOR I=1 TO ND
3450 IF D(I)>SMALL THEN GOTO 3480
3460 KKK=I
3470 SMALL=D(I)
3480 NEXT I
3490 KX=KX+1
3500 JC(KX)=KKK
3510 EIGV(J)=D(KKK)
3520 D(KKK)=1E+20
3530 NEXT J
3540 FOR I=1 TO ND
3550 II=JC(I)
3560 CH(II)=I
3570 NEXT I
3580 FOR J=1 TO ND
3590 FOR JT=1 TO ND
3600 JJ=JC(J)
3610 VV=X(JT,J)
3620 X(JT,J)=X(JT,JJ)
3630 X(JT,JJ)=VV
3640 NEXT JT
3650 KJ=CH(J)
3660 JC(KJ)=JJ
3670 CH(JJ)=CH(J)
3680 NEXT J
3690 '
3700 ' *CIKIS DEGERLERI*
3710 '
3720 IF NSX=8 THEN 3950
3730 PRINT: PRINT "*****EIGENDEGERLERI***** ":PRINT
3740 FOR IL=1 TO ND
3750 PRINT USING "#####" " ; EIGV(IL),
3760 NEXT IL
3770 PRINT:PRINT:PRINT" DOGAL FREKANSLAR (C.P.S.):" :PRINT
3780 FOR IL=1 TO ND
3790 IF EIGV(IL)=<0 THEN FRQ(IL)=0 ELSE FRQ(IL)=SQR(EIGV(IL))/6.283185
3800 PRINT USING "#####" " ; FRQ(IL),
3810 NEXT IL
3820 PRINT
3830 PRINT:PRINT "EIGEN/OZ VEKTORLERI MODAL MATRIS KOLON NORMUNDA":PRINT
3840 FOR LI=1 TO ND
3850 FOR LJ=1 TO ND

```

```

3860 PRINT USING "##.####"; X(LI,LJ),
3870 NEXT LJ
3880 PRINT:PRINT
3890 NEXT LI
3900 GOTO 3950
3910 FOR I=1 TO ND
3920 D(I)=EIGV(I)
3930 NEXT I
3940 IF NSWEEP<NMAX THEN GOTO 2100 ELSE GOTO 3240
3950 IF NSX=8 OR NIM=11 THEN PRINT "SPM"
3960 PRINT :PRINT :PRINT "    DEVAM ETMEK ICIN HERHANGI BIR TUSA BASINIZ "
3970 A$=INKEY$ :IF A$="" THEN 3970
3980 IF NIM=10 THEN PRINT "SPM"
3990 PRINT :PRINT :PRINT "    ANA PROGRAMAMA DONMEK ICIN HERHANGI BIR TUSA BASINIZ "
4000 A$=INKEY$ :IF A$="" THEN 4000
4005 PRINT "KOK ICINDE KM DEGERINI VER":INPUT KKM:CLS
4010 FOR I=1 TO ND
4020 FOR J=1 TO ND
4040 FI(I,J)=X(I,J):F(I)=FRQ(I):W(I)=SQR (EIGV(I))*KKM
4050 NEXT J
4060 NEXT I
4070 REM NORMALIZE ISLEMI
4080 FOR I=1 TO ND
4090 BU(I)=0:NEXT I
4100 FOR I=1 TO ND
4110 FOR J=1 TO ND
4120 IF ABS(FI(J,I))>BU(I) THEN BU(I)=ABS (FI(J,I)):GOTO 4130
4130 NEXT J:NEXT I
4140 FOR I=1 TO ND:FOR J=1 TO ND:FI(J,I)=FI(J,I)/BU(I)
4150 NEXT J:NEXT I
4160 RETURN
4170 REM K RIJITLIK MATRISI DATASI
4180 DATA 2,-1,0,-1,2,-1,0,-1,1
4190 REM M RIJITLIK MATRISI DATASI
4200 DATA 1,0,0,0,1,0,0,0,0.5

```

ELASTİK OLMA YAPISI SİSTEMİ BİLGİSAYAR PROGRAMI

GÖRÜŞ ÖLÇÜLERİ

ANALİZ D2.OUT

ZAMAN (sn)	KONUM (mm)	HIZ (mm/sn)	YIĞIL (mm/sn ²)
0.00	0.00	0.00	1312.34
0.10	2.25	21.97	-101.62
0.20	5.2	19.77	-142.62
0.30	7.37	5.21	-146.81
0.40	7.77	-3.40	-17.67
0.50	7.87	-1.65	64.52
0.60	8.07	-1.62	-11.05
0.70	7.60	-0.04	-72.19
0.80	6.94	-0.62	18.48
0.90	6.07	0.19	2.77
1.00	6.25	0.19	-5.70
1.10	6.50	-11.52	-271.61
1.20	4.78	-9.91	302.47
1.30	4.98	0.17	2.53
1.40	3.60	1.62	-140.52
1.50	3.35	-2.61	20.28
1.60	5.18	0.20	15.19

TEK SERBESTLIK DERECELİ YAPI DİNAMIĞI PROBLEMİ

ELASTİK YAPI SİSTEMİ BİLGİSAYAR PROGRAMI

SONUÇ ÇIKIŞLARI

A:\>TYPE D.OUT

ZAMAN (sn)	KONUM (mm)	HIZ (mm/sn)	IVME (mm/sn ²)
0.00	0.00	0.00	1312.34
0.10	3.25	31.97	-672.95
0.20	3.66	-18.01	-326.60
0.30	1.36	-16.64	353.99
0.40	1.08	7.10	120.80
0.50	1.91	4.54	-172.05
0.60	1.79	-4.04	0.51
0.70	1.50	-0.65	67.17
0.80	1.62	1.76	-18.85
0.90	1.70	-0.23	-21.05
1.00	1.63	-0.62	13.22
1.10	1.16	-13.43	-269.37
1.20	-0.50	-9.72	343.56
1.30	-0.32	7.96	9.99
1.40	0.29	1.59	-137.20
1.50	0.04	-3.56	34.19
1.60	-0.12	0.36	44.19

A:\>KEMAL BEYEN

ELASTİK OLMAYAN YAPI SİSTEMİ BİLGİSAYAR PROGRAMI

SONUÇ ÇIKIŞLARI

A:\>TYPE D2.OUT

ZAMAN (sn)	KONUM (mm)	HIZ (mm/sn)	IVME (mm/sn ²)
0.00	0.00	0.00	1312.34
0.10	3.25	31.97	-101.62
0.20	5.87	19.77	-142.42
0.30	7.13	5.21	-148.81
0.40	7.11	-3.40	-17.57
0.50	6.82	-1.05	64.55
0.60	6.91	1.62	-11.05
0.70	7.00	-0.04	-22.19
0.80	6.94	-0.62	10.48
0.90	6.92	0.19	5.77
1.00	6.95	0.19	-5.70
1.10	6.50	-13.82	-274.61
1.20	4.78	-9.93	352.42
1.30	4.98	8.17	9.58
1.40	5.60	1.62	-140.55
1.50	5.35	-3.64	35.28
1.60	5.18	0.38	45.19

A:\>

SÜPERPOZİSYON METODU İLE ÇOKSERBEST DERECELİ BİR SİSTEMİN
BİLGİSAYAR PROGRAMI SONUÇ ÇIKIŞLARI

*****EIGENDEGERLERİ*****

.267949E+00 .200000E+01 .373205E+01

DOGAL FREKANSLAR (C.P.S.):

.823847E-01 .225079E+00 .307464E+00

EIGEN/OZ VEKTORLERİ MODAL MATRİS KOLON NORMUNDA

0.40825-0.81650 0.40825

0.70711 0.00000-0.70711

0.81650 0.81650 0.81650

DEVAM ETMEK İCİN HERHANGİ BİR TUSA BASINIZ

NORMALIZE EDİLMİŞ OZ VEKTORLER MODAL MATRİS KOLON NORMUNDA

0.500000 -1.000000 0.500000

0.866025 0.000000 -0.866026

1.000000 1.000000 1.000000

***** KUTLE MATRİSİ *****

1.5000 1.5000 1.5000

*****Q(I)KATILIM FAKTOR DEGERLERİ*****

1.24402-0.33333 0.08932

YALANCI DEPLASMAN PSD DEGERLERİNİ SONUM YUZDESİNE GORE OKUT

? 90

? 65

? 40

*****GENELLESTİRİLMİŞ KOORDİNATLARIN SPEKTRAL DEGERLERİ***

8.67289 -0.61433 0.07415

***** OTELEMELERİN SPEKTRAL DEGERLERİ *****

4.336442 0.614325 0.037077

7.510938 -0.000000 -0.064220

8.672885 -0.614325 0.074155

KAT YUKSEKLİĞİ = H = ?

? 3

***** YANAL DEPREM KUVVETLERİNİN SPEKTRAL DEGERLERİ *****
722.676700 764.163300 86.062400

1251.713000 -0.000030-149.064500

722.676800-382.081600 86.062410

***** KAT KESME KUVVETLERİNİN SPEKTRAL DEGERLERİ *****
2697.066000 382.081700 23.060330

1974.390000-382.081600 -63.002080

722.676800-382.081600 86.062410

***** DEVİRME MOMENTLERİNİN SPEKTRAL DEGERLERİ *****
16182.400000-1146.245000 138.362000

8091.199000-2292.490000 69.181000

2168.030000-1146.245000 258.187200

OTELEME DEGERLERI (CM) =====	KAT KESME KUVVET DEGERLERI (KN.CM/SN ²) =====	DEVİRME MOMENT DEGERLERI (KN.CM ² /SN ²) =====
4.3799	2724.093000	16223.530000
7.5112	2012.006000	8409.979000
8.6949	821.981700	2465.944000

Ok

K E M A L B E Y E N

TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Cisimlerin karakteristik özellikleriyle tabiatın denge kanunları çerçevesinde cisimlerin davranışını inceleyen dinamik ilk bölümlerinde çok özel veya bizim tanımlayabilğimiz yük-kuvvet tipleri ile ilgili açıklamaların arkasından çözülen yükleme tipi çok genelleştirilmiş özel amaçlı yükleme modeli olup bunu pratikte bir çarpma olayı ile paralellik kurdurabiliriz. Problemdeki incelememizde iterasyon metotlarından sabit doğrusal ivmeli çözümün yanısıra adım adım integral metoduyla bir el çözümü tablosu teşkil edilerek elastik ve elastik olmayan kabüllere göre çözümler verilmiştir. Burada dikkat edilecek husus yapının plastik çözümde deplasmanları alarak rijiditesini düşürüp, yay kuvvetini sabit tutarak, bir enerji emmesine girişip, duktilite limitine kadar bu davranışını sürdürmektedir. Sonra bir geri dönüş ile elastik eğime paralel bir doğru boyunca azalarak eksi yay kuvvetine ulaştığı gözlenebilir. Elastik deplasman noktasına geçişte oluşan plastik mafsalin yapıda bir plastikleşme tesiri bıraktığı malumdür.

Üçüncü örnekte ele alınan çok katlı yapı-çokserbest dereceli sistem çözümünde el hesaplamasına kolaylık teşkil etmesi için üç serbest dereceli, üç katlı yapı çözümü uygulanmıştır. Süperpozisyon metoduyla bir sistemin çözümünde karşılaşılan en büyük sorun oluşan Eigen/Öz denklem takımının bir simultane lineer denklem takımı olup bunun

çözümünün bir takım güçlükler içermesidir. Çok serbest dereceli bir sistemde herhangi bir kuvvet veya idealize edilmiş bir tesir kuvvetini uygulamak yerine doğal kuvvetlere müracaat edilmiştir. Yapının maruz kalabileceği depremlerin karakter ve şiddetini evvelden belirtme imkansızlığı yanında, son örnekte kullanıldığı gibi hesap bölgesinde, kayda geçmiş olan veya yakın civar noktalarda oluşmuş olan depremin karakteristik özelliklerini içeren spektral değerler ile bir hesaplama yapılmıştır. Böylece bu çalışma ile deprem hesapları ile öngörülen çok genelleştirilmiş ve amprikleşmiş şartlar yerine deprem tesiri altındaki yapılarda daha gerçek bir yaklaşıma işaret edilmiştir.

Yapılan bilgisayar programı ile ortaya çıkan Eigen/Öz değerler probleminin on serbestlik derecesine kadar çözümünün süperpozisyon metodu uygulayarak mümkün kılmaktadır.

YAZILAN KAYNAKLAR

- 1) SELANON, S. : "Betonarme Yapılar" I.D.M.N.A./Y.B. Yayınları, 1980
- 2) ERDİK, Mustafa/YÜZÜCÜLLÜ, Oral : "Deprem Mühendisliği Açısından Yapı Binağına Giriş" T.C. İner ve İskan Bakanlığı Deprem Araştırma Enstitüsü Yayınları" 1985
- 3) GÜNDÜZ, Altay : "Yapı Binağına Giriş" T.C. İner ve İskan Bakanlığı Deprem Araştırma Enstitüsü Yayınları" 1985
- 4) CLOUGH, W. Ray/PENZINS Joseph : "Dynamics of Structures" Mc Graw-Hill Inc, 1975
- 5) BIGGS, J.M. : "Introduction to Structural Dynamics" Mc Graw-Hill Inc, 1964

ÖZGEÇMİŞ

1960 İSTANBUL doğumluyum. Liseyi, İSTANBUL Taksim Atatürk Erkek Lisesinde okudum.

Lisans öğrenimime, 1980-1981 öğretim yılında İSTANBUL Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Fakültesi İnşaat bölümünde başladım. Mezuniyetimden sonra bir inşaat firmasında çalışmalarımı sürdürürken Fen Bilimleri Enstitüsünün açmış olduğu sınav ile İnşaat/Yapı dalında eğitim almaya başladım. Bunun paralelinde yurt dışında bazı çalışmalar yaptım.

Halen bir şantiyede bilgisayar destekli araştırma gurubu ile çalışıyorum.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- 1) CELASUN, H. : "Betonarme Yapılar" I.D.M.M.A./Y.Ü.
Yayınları, 1980
- 2) ERDİK, Mustafa/YÜZÜGÜLLÜ, Özal : "Deprem Mühendisliği
Açısından Yapı Dinamiğine Giriş" T.C.
İmar ve İskan Bakanlığı Deprem Araştır-
ma Enstitüsü Başkanlığı" 1980
- 3) GÜNDÜZ, Altay : "Yapı Dinamiği Ders Notları"
- 4) CLOUGH, W, Ray/PENZIEN Joseph : "Dynamics of Struc-
tures" Mc Graw-Hill Inc, 1975
- 5) BIGGS, J ,M. : "Introduction to structural Dynamics"
Mc Graw-Hill Inc. 1964
- 6) DEMİR Halit : "Yapı Dinamiği Ders Notları"
- 7) ÇAKIROĞLU, A./ ÖZDEN, E. / ÖZMEN, G.: "Yapı Sistemle-
rinin Hesabı için Matris Metodları ve
Elektronik Hesap Makinası Programları.
Cild I,II" Dizerkonca Matbası, 1970
- 8) NEWMARK, N.M. / E.Rosenblueth : "Fundamentals of
Earthquake Engineering" Prentice
Hall Inc. 1971
- 9) THOMPSON, W.T. : "Theory of Vibration" Prentice-Hall
1972



