

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İçeri GİR, Kög, Dik, Bet. Pla, Lim, Düz.

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hasan Karali

1988

150
144
11

1/25
5500 TL -

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İÇERİ GİREN KÖŞELİ DİKDÖRTGEN BETONARME PLAKLARIN
LİMİT DİZAYNI

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MÜH. HASAN KARALI

İSTANBUL 1988

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
KÜTÜPHANE DOKÜMANTASYON
DAİRE BAŞKANLIĞI

Kot : R 150
144

Alındığı Yer : FEN BİL. ENS.

Tarih : 15.10.1991

Fatura : - - - - -

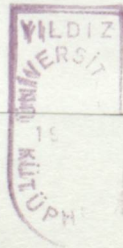
Fiyatı : 5500. TL.

Ayniyat No : 1/15

Kayıt No : 47736

UDC : 624.378.242

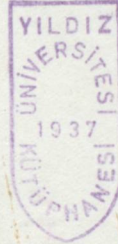
Ek :



YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



İÇERİ GİREN KÖŞELİ DİKDÖRTGEN BETONARME PLAKLARIN
LİMİT DİZAYNI



YÜKSEK LİSANS TEZİ
MÜH.: HASAN KARALI

İSTANBUL 1988

Bu tezimi hazırlarken değerli ilgilerini benden esir-
gemeyen Sayın hocam Doç. İlhan BERKTAY'a teşekkürlerimi
bildirmeyi bir borç bilirim.

Hasan KARALI

İÇİNDEKİLER

- 1- Giriş
- 2- Betonarme plakların limit durum hesabı
- 3-Basit şerit metodu ve buna ait bir örnek
- 4- İleri şerit metodu ve buna ait bir örnek
- 5- Kırılma çizgileri teorisi
- 6- Tip döşememizin yukardaki üç sisteme göre çözümleri
- 7- Karşılaştırma ve sonuç

TÜRKÇE ÖZET

Bu tezde düzgün yayılı yük etkisindeki içeri giren köşeli dikdörtgen betonarme plak, plastisite teorisine göre incelenmiştir. Bu teoriye göre limit analizde kesin çözüm her zaman bulunamaz. Genellikle kırılma yükü iki sınır arasında, bir alt ve bir üst sınır arasında bulunur. Alt sınır çözüm için Hillerborg'un basit şerit metodu ve ileri şerit metodu kullanılmıştır.

Geometrisi ve mesnetlenme biçimi belirli plak, sıfır kesme kuvveti çizgileriyle sınırlandırılmış şeritlere bölündü, bu şeritlerdeki eğilme momentleri hesaplandı. Bulunan momentlere göre donatı hesabı taşıma gücü ilkesine göre yapıldı. Aynı plağın sınır şartlarına göre deneme yapılmayla kırılma modu bulundu. Şerit metoduyla elde edilen momentlere ve bulunan donatı ağına göre virtüel iş metoduyla kırılma yükü bulundu. bu kırılma yüküyle, şerit metodunda kullanılan yayılı yükün mukayayesesi yapıldı.

SUMMARY

In this thesis you can not find any solution according to plasticity theorem in limit analysis by effect of dispersing load reentrant corner of rectangular concrete slabs. Usually, break load is found between two limits lower and upper limits. Hillerborg simple strip method are used for solution of lower limit.

The slab, determined by supported type and geometry, is divided by strips bounded zero shear force lines and then bending moments are calculation of iron according to these bending moments is done by ultimate load theorem Johansen yield line theorem is used for solution of upper limit. For the some slab yield mode is found by iteration according to bound condition. Break load is found by virtual-work method according to grid of iron and bending moments obtained by strip method compression, between this break load and dispersing load used in strip method is done

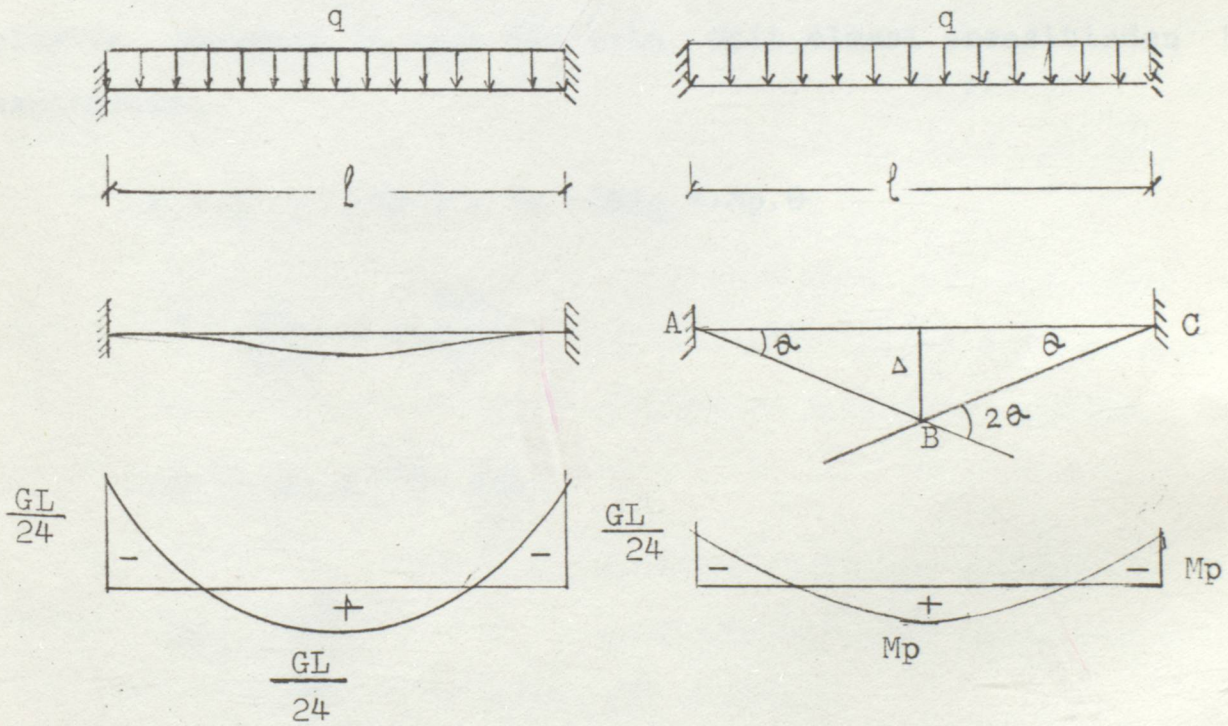
GİRİŞ:

Plakların elastik teoriye göre hesabı basit şekil ve yük durumları haricinde çok zor ve karmaşık işlemler gerektiriyordu. Konumuz olanıçeri giren köşeli dikdörtgen betonarme plaklarda tamamen mühendisin sezgisine göre , güvenirliliği belli olmayan yaklaşık hesaplarla yapılabilmekteydi. Mühendisin görevinin yaptığı hesaplarda yapının belirli bir güvenlikle kullanılabilmesini sağlamak olduğuna göre ve genel plak denkleminin şartları her zaman yerine getirilemediğine göre yeni arayışlar içine girmek gerekiyordu. Yüzyılımızın başlarında taşıyıcı sistemlerin kırılma yükleri altında incelenmesine başlanmış , yapılan çalışmalarla kırılma durumunda yapının davranışının plastik olduğu görülmüştür ve bu yönde hesap metodları geliştirilmiştir. Günümüzde bu metodlardan en çok Johansen'in kırılma çizgileri ile Hillerborg'un şerit metodu kullanılmaktadır.

BETONARME PLAKLARIN LİMİT DURUM (PLASTİK) HESABI

Az donatılı (düktil) betonarme döşemelerde yük arttıkça moment belirli bir değere ulaştıktan sonra, kesitte artık moment artışı olmaz; donatı akmaya başlar ve kırılma anına kadar büyük bir deformasyon yapar. Plastisitede bu duruma gelmiş kesitleri PLASTİK MAFSAL olarak adlandırmaktayız.

Bu durumu düzgün yayılı yükü yüklenmiş ankastre bir kiriş üzerinde açıklayalım.



a) Elastik durum

b) Plastik durum

Şekil a'da görüldüğü gibi kiriş küçük bir deplasman yapacak ve mesnette $\frac{ql}{12}$ değerinde açıklıkta ise $\frac{gl}{24}$ değerinde bir moment oluşacaktır.

Şekil b)de yükün artması halinde önce mesnetlerde üst donatı akmaya başlayacak ve mesnet kesimlerinde büyük plastik dönmeler oluşacak. Donatının akmaya başlamasından itibaren yük

artsada mesnetlerdeki moment artmayacak bu kesitler plastik mafsalları halini alacaktır. Bu mafsallarda moment sıfır değildir. Mesnet belirli bir M_p değerinden sonra mafsallaşacaktır. Plastik bir mafsalın taşıyabileceği M_p momenti malzeme ve yükseklik sabit ise donatı yüzdesi ile orantılıdır.

Kirişin taşıma gücünü kaybetmesi üçüncü bir mafsalın oluşmasıyla meydana gelir. Göçme halinde oluşan bu duruma mekanizma durumu denir.

Yukardaki örnekte mesnet üst donatısı ile açıklık alt donatısının eşit olduklarını varsayalım Bu durumda mafsallardaki plastik momenti; iç işle dış işin eşit olması prensibinden hesaplayalım.

$$g.l \cdot \frac{\Delta}{2} = 2 \cdot M_p \cdot \theta + M_p (2\theta) = 4 \cdot M_p \cdot \theta$$

$$\theta = \frac{\Delta}{l/2} = \frac{2\Delta}{l}$$

$$g.l \cdot \frac{\Delta}{2} = 4M_p \cdot \frac{2\Delta}{l}$$

$$M_p = \frac{g l^2}{16}$$

Görüldüğü gibi elastik moment diyagramından daha farklı bir moment diyagramı elde etmekteyiz. Açıklık ve mesnet donatıları arasındaki oranı farklı bir değer seçseydik daha değişik bir moment diyagramı elde edecektik. Bu da plastik hesabı elastik hesaptan ayıran önemli bir özelliktir. Tek çözüm yerine sonsuz çözüm elde edebiliyoruz.

Yüksek dereceden hiperstatik çok katlı çerçevelerde böyle bir göçme durumuna ulaşmak için çeşitli mekanizma durumları vardır. Bunları çözmek çok güçtür. Bunları çözmek için bilgisayarlardan faydalanmak gerekmektedir. Bunun için dehesaplar hala elastik teoriye göre yapılmaktadır.

Konumuz olan betonarme döşemelerde kullanışlı ve güvenilir limit hesap metodları bulunmaktadır. Limit hesap teorisinde yapılan ana kabul, kesmeye, aderansa ve eğilmeden doğan basınca bağlı ani kırılmaların önlenmiş olmasıdır.

Üzerinde çalıştığımız betonarme döşemeler bu teoriye uymaktadır. Çünkü yönetmeliklerle aşırı sehim ve titreşimler önlenmiştir. Ayrıca betonarme plaklar limit analiz için yeterli duktiliteye sahiptir.

Kırılma yükü benimsenen yaklaşıma göre bir alt sınır ve üst sınır arasında bulunur. Kesin çözümü bulmak için bu sınırların yaklaştırılmasına veya çakıştırılmasına çalışılır.

a) Alt sınır çözüm:

Verilen bir dış yük için aşağıdaki şartları sağlayan ve kırılma yükü için eşit yada fazla emniyetli değer veren bir çözümdür. Aşağıdaki şartları sağlaması gerekir.

- 1- Plağın her noktasında denge şartları sağlanmalıdır.
- 2- Hiçbir noktada asal gerilmeler, plağın mukavemetini belirleyen kırılma kriterini zedelememelidir.
- 3- Kenarlardaki kuvvet ve momentler sınır şartlarını sağlamalıdır.

Kırılma yükünün bulunmasında alt sınır çözümü benimseyen metodlardan en tanınmış Hillerborg'un şerit metodudur.

Teknik olarak sonsuz sayıda alt sınır çözüm bulunabi-

lır. Alt sınır şartlarını sağlayan çözümlerden en büyük olanı kırılma yüküne en yakın olan çözümdür ve emniyetli tarafta kalır.

b) st sınır çözüm:

Çeşitli göçme durumları içinde en küçük göçme yüküne karşı en büyük momenti verir. Üst sınır çözüm, kırılma yükü için eşit yada emniyetsiz değer verir. Aşağıdaki şartları sağlaması gerekir.

- 1- Sınır şartlarını sağlayan geçerli bir kırılma mekanizması bulunmalıdır.
- 2- Plastik mafsallarda enerjinin içeride yutulması, diş yüklerin neden olduğu enerji harcamasına eşit olmalıdır. Bunu iř ifadeside diyebiliriz.
- 3- Plastik mafsallardaki momentler, kesidin taşıyabileceği en büyük mukavemet momentini aşmamalıdır,

Üst sınır çözüm metodları için en iyi rnek K.W.Johansen' in kırılma çizgileri teorisidir.

Bu metoda göre dšemeyi mekanizma durumuna getirecek sonsuz sayıda çözüm veren kırılma figürü vardır, ve bu kırılma figürlerinden sonsuz sayıda kırılma yükü elde edilmektedir. Bunların içinde en küçük kırılma yükünü veren kırılma figürü gerçek kırılma durumudur, ve bu kırılma yükü kesin kırılma yükü için bir stsınır teşkil eder.

HILLERBORG'UN ŞERİT METODU

GİRİŞ:

Hillerborg 1956 yılında Betong Dergisinde yayınladığı makaleyle metodunu sunmuştur. Bu makalede metodunu şöyle tanımlamaktadır: " VERİLEN BİR DİŞ YÜK İÇİN, PLAK DENGE DENKLEMİNİ VE SINIR ŞARTLARINI SAĞLAYAN BİR MOMENT DAĞILIŞI BULUNABİLİYORSA, O ZAMAN VERİLEN DİŞ YÜK ,PLAK YÜK TAŞIMA KAPASİTESİNİN BİR ALT SINIRINI TEMSİL EDER."

Bundan anlaşıldığı gibi Hillerborg'un şerit metodu bir alt sınır limit çözümdür. Hillerborg 1974'te yayınladığı kitabında bütün çalışmalarını bir araya topladı. Basit şerit metodu, kuvvetli bantlar metodu ve ileri şerit metoduyla her çeşit plağı çözülebilir hale geldi.

Bu metod iskanandinav ülkelerinde Kırılma çizgileri metodu-na alternatif bir metod olarak kullanılmaktadır.

Bu metolla Mesnet momenti / açıklık momenti oranını seçerken elastik teorideki oranı göz önünde bulundurmalıyız, ve bu oran 1 ila 1,5 arasında değişmelidir.

BASİT ŞERİT METODU

Genel plak denge denklemi

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -p$$

m_x , m_y ve m_{xy} 'nin bu denklemi sınır şartlarıyla beraber sağlayacak herhangi bir kombinezonu, bu momentleri karşılayabilecek donatı seçilmek kaydıyla, bir alt sınır çözüm olur.

Hillerborg $m_{xy}=0$ kabulünü yapıyor. m_{xy} 'nin sifıra eşit olması P yükünün x ve y doğrultularında yalnızca m_x ve m_y eğilme momentlerince taşınması anlamına gelmektedir. Bu da iki doğrultuda şerit çalışması demektir.

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = -P_x \quad P_x = \delta \cdot P$$

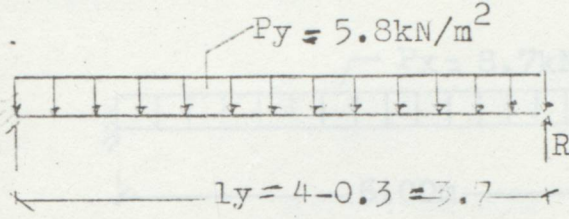
$$P = P_x + P_y$$

$$\frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -P_y \quad P_y = (1 - \delta) P$$

δ , proje mühendisince saptanacak bir katsayıdır. 1. ile 0 arasında değişir. δ 'nın 1'e eşit seçilmesi, yükün X yönünde taşınması anlamına gelir. δ 'nın 0'a eşit seçilmeside Y yönünde taşınması anlamına gelir. Bu katsayı plağın değişik bölgelerinde farklı değerleri alabilir.

Bu metodun amacı dış yüklerden ileri gelen momentlerle donatı dayanım momentlerinin karşılaştırılmasını sağlamaktır. Yükün düzgün yayılı olması zorunlu değildir. Belli kısımdaki yükler belirli döşeme şeritlerine verilerek moment ve kesme kuvvetlerinin sürekliliği sağlanır. Deformasyon ve burulma momentlerindeki süreksizlik ihmal edilebilir.

I -I BANDI:



$$M_{x, \max} = - \frac{P_y \cdot l_y}{2} = \frac{5.8 \times 3.7}{2} = 39.7 \text{ kNm/m}$$

Burada kuvvetli bant mesnet reaksiyonunu aşağıdaki gibi elastik çöken mesnet kabulüyle yapıyoruz.

$$R = \frac{M_x/2}{l_y} = \frac{39.7/2}{3.7} = 5.365 \text{ kN/m}$$

Açıklık momentinide moment sıfır şartından X_0 mesafesini bularak aşağıdaki gibi hesaplıyoruz.

$$M_x = R \cdot X - P_y \cdot X_0^2 / 2$$

$$\frac{dm}{dX} = R - P_y \cdot X_0 = 0$$

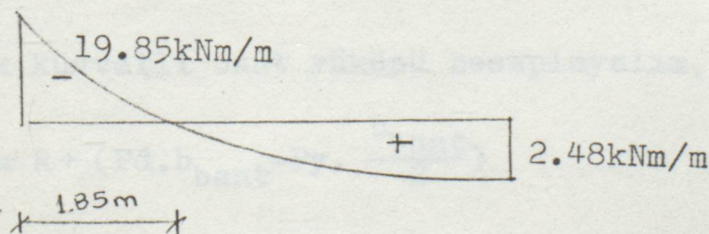
$$5.365 - 5.8 \cdot X_0 = 0 \quad X_0 = \frac{5.365}{5.80} = 0.925 \text{ m}$$

$$M_x = 5.365 \times 0.925 - \frac{5.8 \times 0.925^2}{2}$$

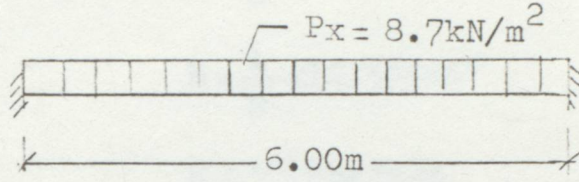
$$M_x = 4.96 - 2.48 = 2.48 \text{ kNm/m}$$

$$M_y = 0 \text{ için } \bar{y} = ?$$

$$5.365 \times 2.90 \bar{y} \rightarrow \bar{y} = \frac{5.365}{2.9} = 1.85 \text{ m}$$



II-II BANDI:



$$m_x - m_x' = \frac{1}{8} P_x \cdot L_x^2$$

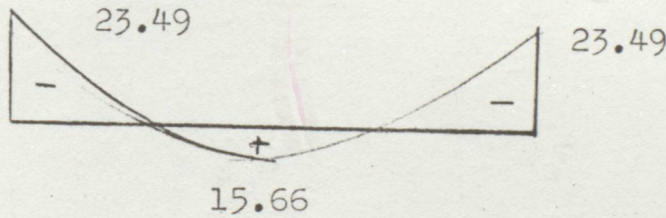
$$m_x - m_x' = \frac{1}{8} \times 8.7 \times 6^2 = 39.15 \text{ kNm/m}$$

$m_x'/m_x = 1.5$ kabul edildiğinden,

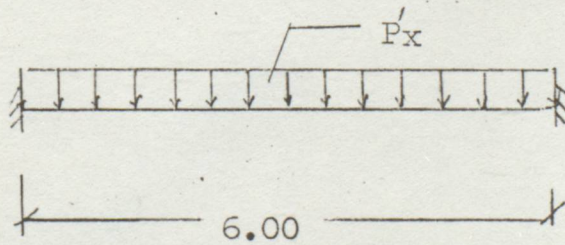
$$m_x' = 0.6 \times 39.15 = -23.49 \text{ kNm/m}$$

$$m_x = 0.4 \times 39.15 = -15.66 \text{ kNm/m}$$

Moment diyagramı,



III - III BANDI (KUVVETLİ BAND)



P_x' kuvvetli bant yükünü hesaplayalım,

$$P_x' = R + (P_d \cdot b_{\text{bant}} - P_y \cdot \frac{b_{\text{bant}}}{2})$$

$$P_x' = 5.365 + (14.5 \times 0.6 - 5.8 \times 0.6/2)$$

$$P_x' = 5.365 + (8.7 - 1.74)$$

$$P_x = 12.325 \text{ kNm/m}^2$$

$$\text{Toplam moment} = M = \frac{1}{8} P_x \cdot Lx^2$$

$$M = \frac{1}{8} \times 12.325 \times 6^2$$

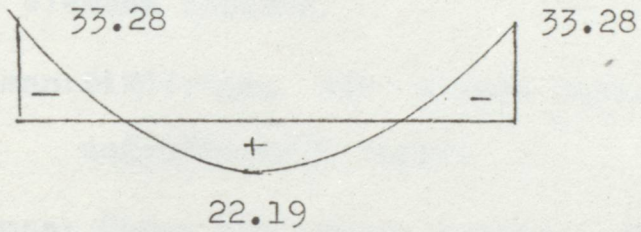
$$M = 55.46 \text{ kNm/m}$$

$m_x/m_x = 1.5$ alındığından

$$m_x = 0.6 \times 55.46 = 33.28 \text{ kNm/m}$$

$$m_x = 0.4 \times 55.46 = 22.19 \text{ kNm/m}$$

Mdiyagramı



İLERİ ŞERİT METODU

GİRİŞ:

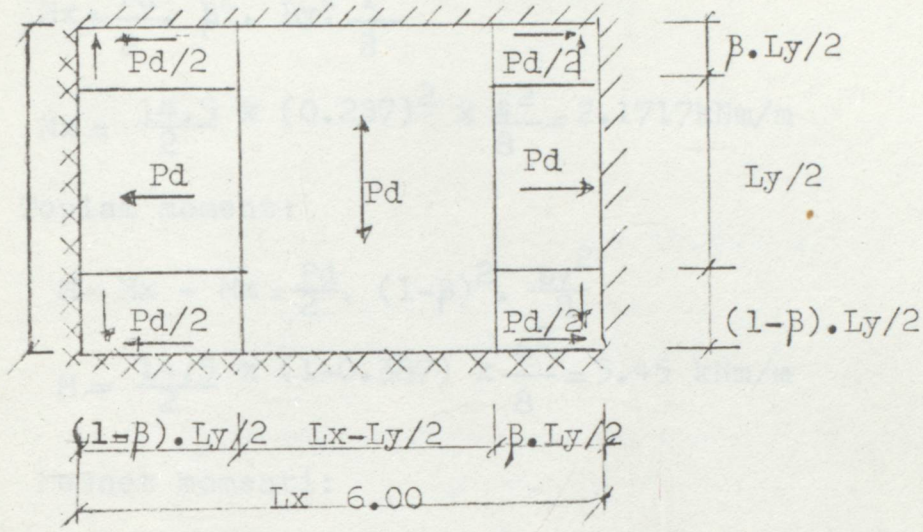
Hillerborg 1959 yılında Crawford'da girintili köşeli, kirişsiz kolonlarla taşınan plakların çeşitli varsayımlarla çözümlerini içeren çalışmalarını "İleri şerit metodu" adı altında ilk olarak sunmuştur.

Bu metodda döşeme kendi içinde sıfır kesme kuvvetleri oluşturacak biçimde sıçrayan momentlere bölünür. Eğilme momentleri her yerde sıfır kesme kuvvetleriyle ayrılan şeritlerde hesap yükleri ile dengede olacak şekilde bulunur. Döşeme bu metodda üç farklı elemana bölünür.

1. Eleman: Dikdörtgen bir kenarı boyunca mesnetlenmiş bir doğrultuda yük taşır.
2. Eleman: Üçgen bir kenarı boyunca mesnetlenmiş bir doğrultuda yük taşır.
3. Eleman: Dikdörtgen bir köşesinden mesnetlenmiş iki doğrultuda yük taşır.

Bu metodu aşağıdaki basit bir örnekte uyguluyalım.

ÖRNEK:



$$s_{siva} = 1.5 \text{ kN/m}^2$$

$$d = 13 \text{ cm}$$

$$g = 0.13 \times 24 + 1.5 = 3.12 + 1.5 = 4.62 \text{ kN/m}^2$$

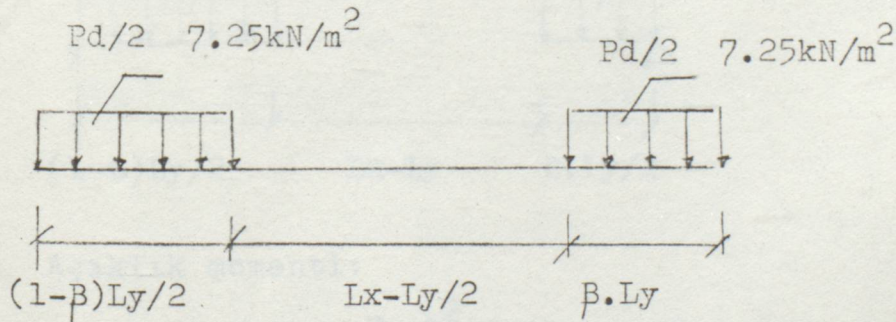
$$q = 5.00 \text{ kN/m}^2$$

$$Pd = 1.4 \times 4.62 + 1.6 \times 5.00 = 14.5 \text{ kN/m}^2$$

$$m'_x/m_x = 1.5 \rightarrow \beta = 0.387 \text{ kabulü yapıldı.}$$

1 metre genişlikteki birim şeritlerdeki şerit momentlerini hesaplayalım.

KENAR ŞERİTLER (x-x doğrultusundaki):



Açıklık momenti:

$$M_x = \frac{Pd}{2} \cdot \beta^2 \cdot Ly^2 \cdot \frac{1}{8}$$

$$M_x = \frac{14.5}{2} \times (0.287)^2 \times \frac{4^2}{8} = 2.1717 \text{ kNm/m}$$

Toplam moment:

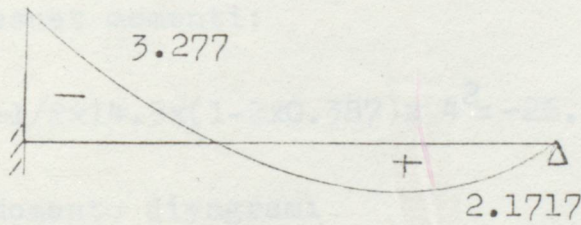
$$M = M_x - M_x = \frac{Pd}{2} \cdot (1-\beta)^2 \cdot \frac{Ly^2}{8}$$

$$M = \frac{14.5}{2} \times (1-0.387) \times \frac{4^2}{8} = 5.45 \text{ kNm/m}$$

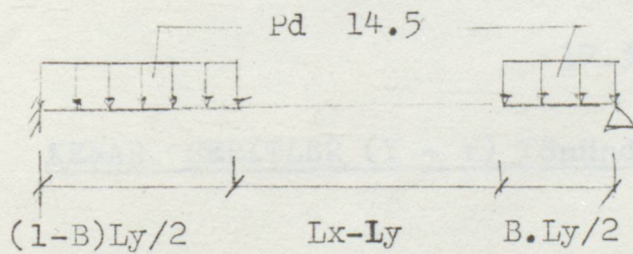
Mesnet momenti:

$$M_x = \frac{Pd}{2} \cdot (1 - 2\beta) \cdot \frac{Ly^2}{8}$$

$$M_x = \frac{14.5}{2} \times (1 - 2 \times 0.387) \times \frac{4^2}{8} = 3.277 \text{ kNm/m}$$



ORTA ŞERİT (x - x yönünde) :



Açıklık momenti:

$$M_x = 14.5 \times (0.387)^2 \times \frac{4^2}{8} = 4.3434 \text{ kNm/m}$$

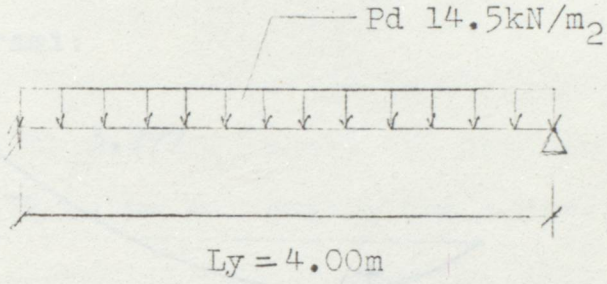
Toplam moment:

$$M = 14.5 \times (1-0.387)^2 \times \frac{4^2}{8} = 10.9 \text{ kNm/m}$$

Mesnet momenti:

$$M_x = -14.5 \times (1 - 2\beta) \times \frac{4^2}{8} = -6.554 \text{ kNm/m}$$

ORTA ŞERİT (Y-Y Yönünde):



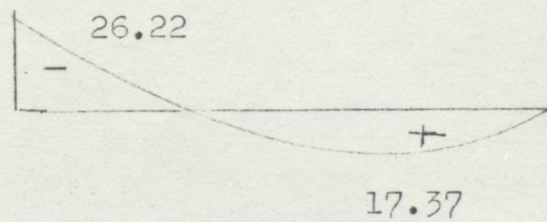
Açıklık momenti:

$$M_y = 1/2 \times 14.5 \times (0.387)^2 \times 4^2 = 17.37 \text{ kNm/m}$$

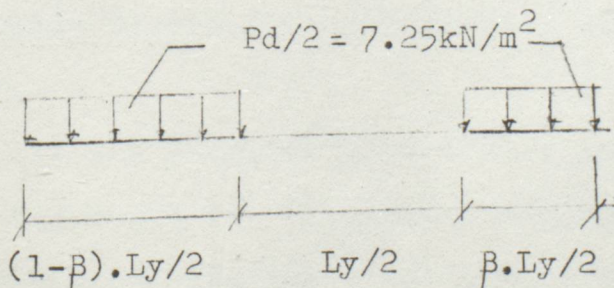
Mesnet momenti:

$$M'_y = -1/2 \times 14.5 \times (1 - 2 \times 0.387) \times 4^2 = -26.22 \text{ kNm/m}$$

Momentler diyagramı



KENAR ŞERİTLER (Y - Y) Yönünde:



Bu şeritide $M_y'/M_y = 1.5$ oranından hesaplayalım.

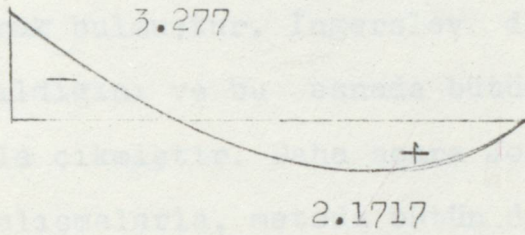
Toplam moment:

$$M = 14.5/2 \times (1 - 0.387)^2 \times 4^2/8 = 5.45 \text{ kNm/m}$$

$$M_y' = -0.6 \times M = -0.6 \times 5.45 = -3.277 \text{ kNm/m}$$

$$M_y = 0.4 \times M = 0.4 \times 5.45 = 2.1717 \text{ kNm/m}$$

M Diyagramı:



KIRILMA ÇİZGİLERİ TEORİSİ

GİRİŞ:

Betonarme döşemelerin limit durum hesabı için yapılan çalışmalar, İngerslev'in 1922'de İngiliz yapı mühendisliği enstitüsüne sunduğu bir bildiri ile ortaya çıkmaktadır.

İngerslev'in bu bildiride basit plakların çözümlerini doğru olarak bulmuştur. İngerslev döşemenin kırılma çizgileriyle kırıldığını ve bu esnada bütün donatının aktığı kabülünden yola çıkmıştır. Daha sonra Johansen bu metod üzerinde yaptığı çalışmalarla, metodu bütün döşemeleri çözülebilir hale getirmiştir.

KIRILMA ÇİZGİLERİ TEORİSİNE GÖRE HESAPTA YAPILAN VARSAYIMLAR

Döşeme eğilme momentinin aşılmasıyla mekanizma durumuna geliyor. Yani, döşemenin kesme mukavemeti eğilme mukavemetinden büyük olması sağlanıyor.

Bu genel kabülün dışında kırılma çizgileri teorisi iki ana varsayım üzerine kurulmuştur.

- 1 - Kırılma çizgisine denk gelen bütün donatı akmıştır. Eğer donatı sabit ise aynı bir kırılma momentine sahiptir.
- 2 - Kırılma anında , plastik deformasyonun yanında çok küçük olan elastik deformasyonlar ihmal edilebilir.

Yapılan deneyler bu iki kabülün doğruluklarını ispat etmiştir.

Bu iki ana kabülden çıkırılacak sonuçlar döşemenin kırılma figürünün belirlenmesini sağlayan kuralları meydana getirir. Bu kurallar aşağıda sıralanmıştır.

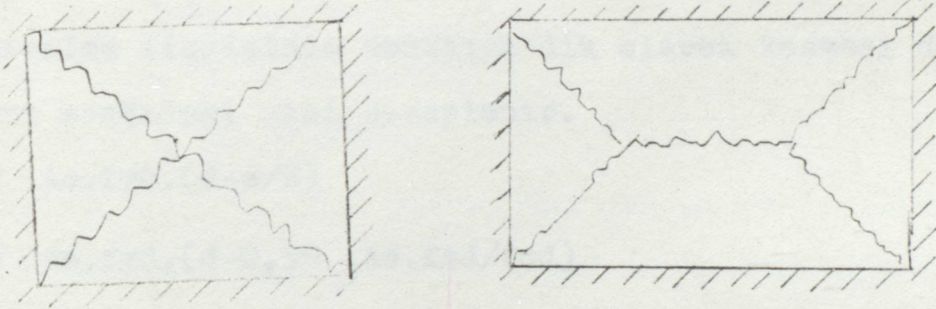
- I - Kırılma çizgileri döşeme sınırına kadar devam eder.

II - Elastik deformasyonlar ihmal edildiğine göre, kırılma çizgilerinin ayırdığı döşeme parçalarının düzlem kaldığı kabul edilmiş olmaktadır.

III - Düzlem parçalarının ara kesitleri olan kırılma çizgileri bazı özel haller dışında birer doğrudur.

IV - Bir kırılma çizgisi, kendilerini ayırdığı döşeme parçalarının dönme eksenlerinin kesim noktasından geçer. Dönme eksenleri paralel ise kırılma çizgisinde paralel olur.

Çeşitli döşemelere ait kırılma figürleri:



Yukardaki kırılma figürleri, bir döşeme için mümkün olan birçok figürlerin içinden seçilen bir tanesidir. Gerçek kırılma figürü bir döşeme için bunların içinde en büyük kırılma momentiniyada en küçük kırılma yükünü veren figürdür.

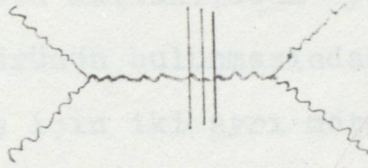
KIRILMA ÇİZGİSİ ÜZERİNDE DONATININ TAŞIYABİLECEĞİ KIRILMA MOMENTLERİ

Kırılma çizgisi üzerinde donatı iki durumda bulunur.

I- Kırılma çizgisine donatının dik olması durumu.

II- Kırılma çizgisine donatının her hangi bir açı yapması durumu.

I- Kırılma çizgisine donatının dik olması durumu:



Kırılma çizgisinin donatıyı dik olarak kesmesi durumunda moment aşağıdaki gibi hesaplanır.

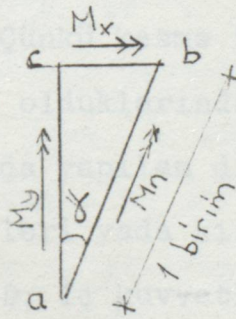
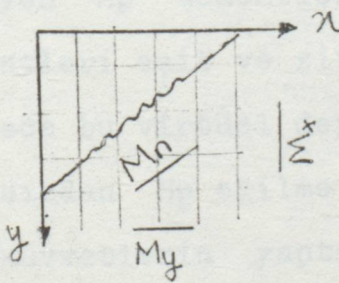
$$M = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - a/2)$$

$$M = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,59 \cdot A_s \cdot f_{yd} / f_{cd})$$

M = Birim genişliğe etkiyen moment

A_s Birim genişliğe isabet eden donatı alanı

II- Kırılma çizgisinin donatıyı herhangi bir açıyla kesmesi durumu:



$$\begin{aligned} \bar{ab} &= 1 \\ \bar{ac} &= \cos \alpha \\ \bar{bc} &= \sin \alpha \end{aligned}$$

$$M_n \cdot \bar{ab} = M_x \cdot \bar{ac} \cdot \cos \alpha + M_y \cdot \bar{bc} \cdot \sin \alpha$$

$$M_n = M_x \cdot \cos^2 \alpha + M_y \cdot \sin^2 \alpha$$

Aynı şekilde \bar{ab} 'ye dik bir eksen üzerinde izdüşüm denge şartından,

$$M_{nt} = M_x \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha - M_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$M_{nt} = (M_x - M_y) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$M_{nt} = 1/2 \cdot (M_x - M_y) \cdot \sin 2\alpha$$

Eğer iki doğrultudaki momentler eşit ise,

$$M_n = M_x \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = M_x = M_y$$

$M_{nt} = 0$ olur.

HESAP METODLARI:

Döşemeye ait kırılma figürünü belirleyince iş bu kırılma figürüne ait momentin bulunmasına kalır. Fakat asal problem döşemeye ait gerçek kırılma figürünün belirlenebilmesidir. Bundan dolayı hesapta kullanılacak yöntemler aynı zamanda gerçek kırılma figürünün bulunmasında bize yardımcı olmalıdır. Johansen bu iş için iki ayrı metod sunmuştur.

a-)Virtüel işler yöntemi

b-)Statik denge yöntemi

a-)VİRTÜEL İŞLER YÖNTEMİ:

Bu yöntemde kırılma figürü tam olarak belirlendiği anda döşemeye kırılma mekanizmasına uygun küçük bir deplasman verilirse bu deplasmandan dolayı dış kuvvetlerin yapacağı iş, iç kuvvetlerin yapacağı işe eşit olacaktır.

İç kuvvetlerden iş yapan yalnızca kırılma çizgisi boyunca etkiyen M_p momentleridir. Çünkü kesme kuvvetleri ve burulma momentleri eşit ve zıt yönde olduklarından bir iş yapmazlar. Böylece bu virtüel deplasmanda yapılan dış işin iç işe eşit olmasından M_p eğilme momentleri yada kırılma yükü hesaplanır. Dış kuvvetlerin yaptığı iş D , iç kuvvetlerin yaptığı iş I ile gösterilirse,

$$\sum_{i=1}^n D_i + \sum_{j=1}^k I_j = 0$$

n : rijit bölge sayısı

k : kırılma çizgisi sayısı

Diş kuvvetlerin yaptığı iş:

Herhangi bir rijit bölgedeki bir diferansiel elemanın deplasmanı yaptığını düşünelim. Bu deplasmanla yapılan iş $P \cdot \delta \cdot dx \cdot dy$ dir.

Bir rijit bölgede yapılan iş $= \int P \cdot \delta \cdot dx \cdot dy$ olur.

n rijit bölgede yapılan iş $= \sum_{i=1}^n (\int P \cdot dx \cdot dy) = D$ olur.

Demekki bir rijit bölgede yapılan diş iş o bölgedeki toplam yük ile virtüel deplasmandan ötürü o bölgenin ağırlık merkezinin yapacağı deplasman çarpılarak bulunur.

Bu rijit bölgede yapılan diş iş, yükün dönme eksenine göre momenti, dönme açısı ile çarpılarakta bulunabilir.

$$D = D_i = \sum_{i=1}^n \iint (P \cdot \delta_i) = \sum_{i=1}^n (M_p \cdot \theta)_i$$

ve yukardaki eşitlik elde edilir.

İç kuvvetlerin yaptığı iş:

Birim boya etkiyen moment M_n ise ds boyuna etkiyen moment $M_n \cdot ds$ olur. İki taraftaki döşeme parçaları rijit olduğuna göre O_n rotasyonu sabittir. Buna göre ds boyunca yapılan iş:

$(M_n \cdot O_n \cdot ds)$ olur. Kırılma çizgisi boyunca yapılan iç iş ise: $-\theta_n \int M_n \cdot ds$ olur. Döşemede k adet kırılma çizgisi varsa $-\theta_n \int M_n \cdot ds$ olur.

$$İç iş = I = \sum_{j=1}^k (-\theta_n \int M_n \cdot ds)_j$$

$$İ = -\sum_{j=1}^k (\theta_n \cdot M_o \cdot l_o)_j$$

Buna göre iş ifadesi aşağıdaki şekli alır.

$$\sum_{i=1}^n (P \cdot i)_i = \sum_{j=1}^k (M_n \cdot O_n \cdot l_o)_j$$

GERÇEK KIRILMA MODUNU VERECEK MAKSİMUM ÇÖZÜMÜN ELDEEDİLMESİ

Genellikle kırılma çizgisi bir veya birkaç parametre yardımıyla elde edilebilir. Gerçek kırılma modu problemin türüne göre belirli bir P yükü altında maksimum M momentini yada bunun tersi, belirli bir donatıyla donatılmış döşemede minimum kırılma yükünü veren mod bu parametrelerin belirli bir değeri için ortaya çıkar. Şu halde problem genel olarak (m/p)'yi maksimum veren kırılma modunun elde edilmesidir. Bu iş için üç ayrı yöntem kullanılabilir.

a-) Parametre veya parametrelere sayısal değerler verilerek (m/p)'ler hesaplanır. En büyük (m/p)'yi veren mod gerçek kırılma modudur. Bu yola aritmetik yol diyoruz.

b-) İş denklemi parametrelere bağlı olarak bulunur. Bu denklemde B'ya değışik verilerek (m/p)'nin maksimum değeri aranır. Bu yola da cebrik yol diyoruz.

c-) İş denklemi parametrelere bağlı olarak bulunur.

$$m/p = f(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots)$$

Gerçek kırılma modunu ve maksimum (m/p)'yi verecek olan β değerleri,

$$\frac{\partial (m/p)}{\partial \beta_1} = 0, \quad \frac{\partial (m/p)}{\partial \beta_2} = 0, \quad \frac{\partial (m/p)}{\partial \beta_3} = 0$$

ifadesinden parametrelerin değeri bulunur. Bu yola diferansiyel yol diyoruz.

Genel olarak c tekniğı uygulanıyor a ve b teknikleri genellikle özel durumlarda kullanılıyor.

STATİK DENGE YÖNTEMİYLE ÇÖZÜM

Statik denge yönteminde kırılma çizgileriyle ayrılan döşeme parçaları ayrı ayrı dış kuvvetler ve kırılma çizgileri boyunca etkiyen normal momentler, burulma momentleri ve kesme kuvvetleri etkisinde dengededir.

Johansen'in denge metoduyla yaptığı hesapta büyüklüğü ve dağılımı bilinmeyen burulma momenti ve kesme kuvvetlerine eşdeğer olarak kırılma çizgisinin iki ucunda etkiyen düğüm kuvvetlerini kullandı ve bu düğüm kuvvetlerinin önceden hesaplanmasını sağlayan bir dizi teoremler kurdu. Johansen'in bu metoduyla bazı özel haller dışında iş metoduyla elde edilen sonucun aynısını elde ediyordu.

Daha sonra Wood, Jones, Kemp ve Merky, Johansen'in orijinal teoremlerini geliştirdiler ve bu förmüllerin kullanılmasındaki kısıtlamaları belirttiler.

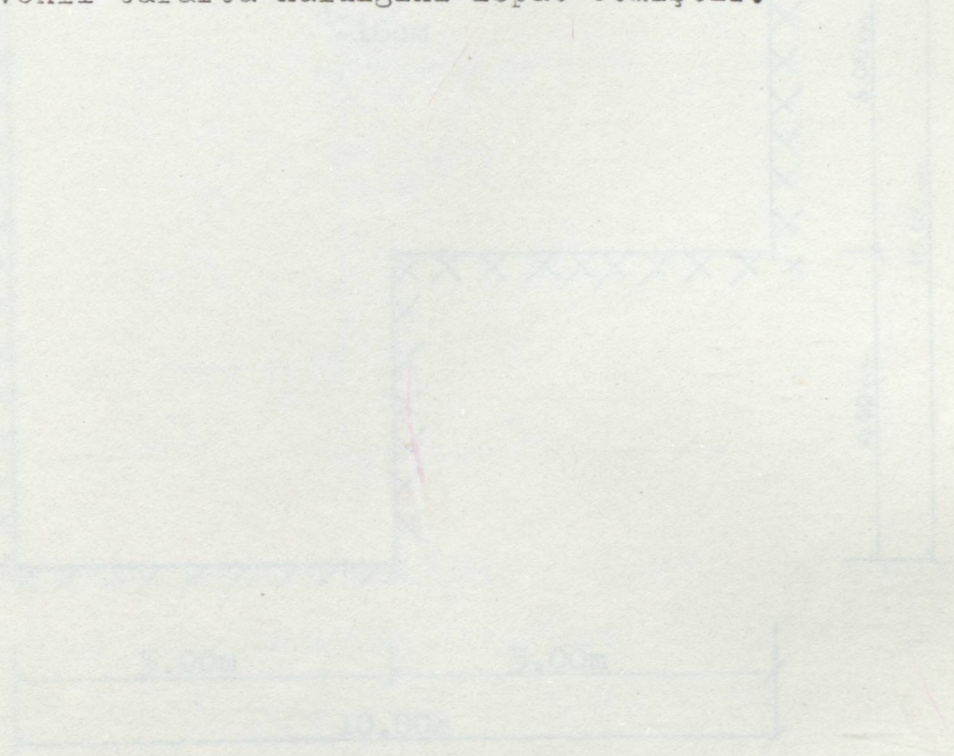
Bu metodla yapılacak çözümde aşağıdaki yol izlenir.

Geçerli bir kırılma modu bulunur ve gerekli düğüm kuvvetleri hesaplanır. Rijit bölgeler için denge şartları yazılır. Her rijit parça için üç denklem yazılabilir. Çoğu zaman buna gerek kalmaz. Hesabın kolaylığı açısından dönme eksenine göre moment almak yeterli olur. Denge denklemi yardımıyla parametreler hesaplanarak gerçek kırılma modu ve M momenti yada P kırılma yükü bulunur.

SÜPER POZİSYON KURALI

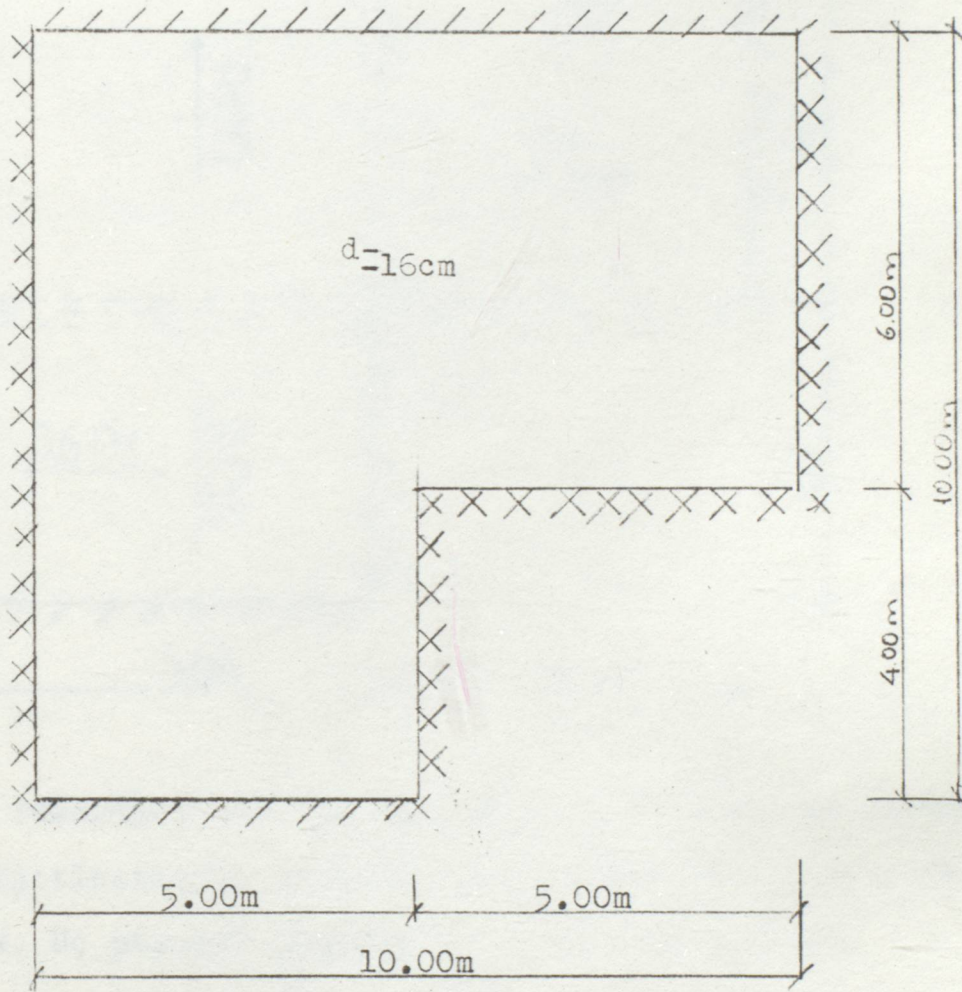
Şimdiye kadar anlattığımız yöntemlerin her ikisinde de yalnız düzgün yayılı yükten bahsettik. Fakat döşemelerde yayılı yükün yanında tekil yük yada çizgisel yükler'de her zaman mevcuttur.

Bilindiği gibi süperpozisyon kuralı gerçekte elastik davranış gösteren taşıyıcı sistemler için geçerliydi , fakat değişik yüklerin aynı anda etkimesi durumunda bu kuralı kullanmak zorundayız. Johansen bu kuralın kullanılmasından elde edilen sonucun güvenli tarafta kaldığını ispat etmiştir.



Yükün yayılma alanı:
 $10.16 \times 10 = 101.6 \text{ m}^2$
Yükün yayılma alanı:
 $11.16 \times 10 = 111.6 \text{ m}^2$
Yükün yayılma alanı:
 $12.16 \times 10 = 121.6 \text{ m}^2$
Yükün yayılma alanı:
 $13.16 \times 10 = 131.6 \text{ m}^2$
Yükün yayılma alanı:
 $14.16 \times 10 = 141.6 \text{ m}^2$
Yükün yayılma alanı:
 $15.16 \times 10 = 151.6 \text{ m}^2$

Konumuz olan içeri giren köşeli dikdörtgen betonarme plak, geometrisi ve mesnetlenme biçimiyle aşağıda gösterilmiştir, yük-düzdün yayılıdır.



Plağın yük analizi:

$$\sigma_{\text{döşeme}} : 0.16 \times 24 = 3.84 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{\text{sıva}} : 1.5 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{\text{toplam}} : 3.84 + 1.5 = 5.34 \text{ kN/m}^2$$

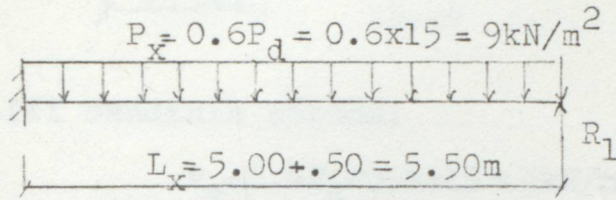
$$q = 4.5 \text{ kN/m}^2$$

$$P_d = 1.4g + 1.6q$$

$$P_d = 1.4 \times 5.34 + 1.6 \times 4.5 = 14.676 \text{ kN/m}^2$$

$$P_d = 14.676 \cong 15 \text{ kN/m}^2$$

I-I Bandı:



Maksimum negatif moment:

$$M'_x = -\frac{9 \times 5.5^2}{2} = -136.125\text{ kNm/m}$$

$$M_x/2 = -136.125/2 = -68.0625\text{ kNm/m}$$

Çöken mesnet reaksiyonu:

$$R_1 = \frac{M_x/2}{L_x} = \frac{68.0625}{5.50} = 12.375\text{ kN/m}$$

$$M = 12.375x_0 - 9x_0^2/2$$

$$\frac{dM}{dx_0} = 0 \rightarrow 12.375 - 9x_0 \rightarrow x_0 = 12.375/9 = 1.375\text{ m}$$

$$M_x = R_x \cdot x_0 - \frac{P_x \cdot x_0^2}{2} = 12.375 \times 1.375 - \frac{9 \times (1.375)^2}{2} = 8.5087\text{ kNm/m}$$

Moment sıfır noktası:

$$12.375 = 4.5x \rightarrow x = 12.375/4.5 = 2.75\text{ m}$$

Negatif moment bölgesi

$$5.50 - 2.75 = 2.75\text{ m}$$

Momentlerin düzeltilmesi

$$M_x \times 0.85 = 68.0625 \times 0.85 = 57.85\text{ kNm/m}$$

$$R_{1f} = \frac{136.125 - 57.85}{5.50} = 14.23\text{ kN/m}$$

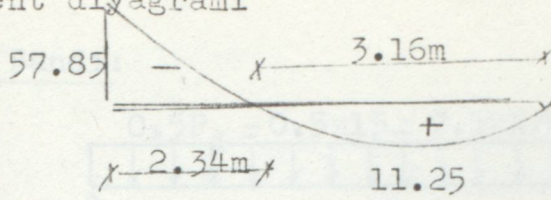
$$\frac{dM}{dx_0} = 0 \rightarrow 14.23 - 9 \cdot x_0 = 0 \rightarrow x_0 = \frac{14.23}{9} = 1.58\text{ m}$$

$$M_x = 14.23 \times 1.58 - \frac{9 \times (1.58)^2}{2} = 11.25\text{ kNm/m}$$

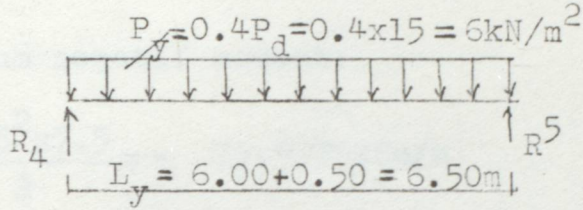
Moment sıfır noktası

$$2 \times 1.58 = 3.16\text{ m}$$

Moment diyagramı



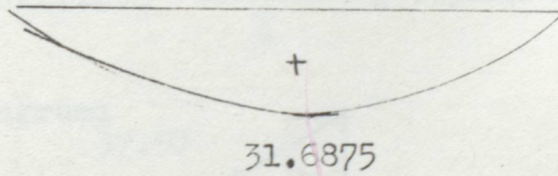
III-III Bandının çözümü:



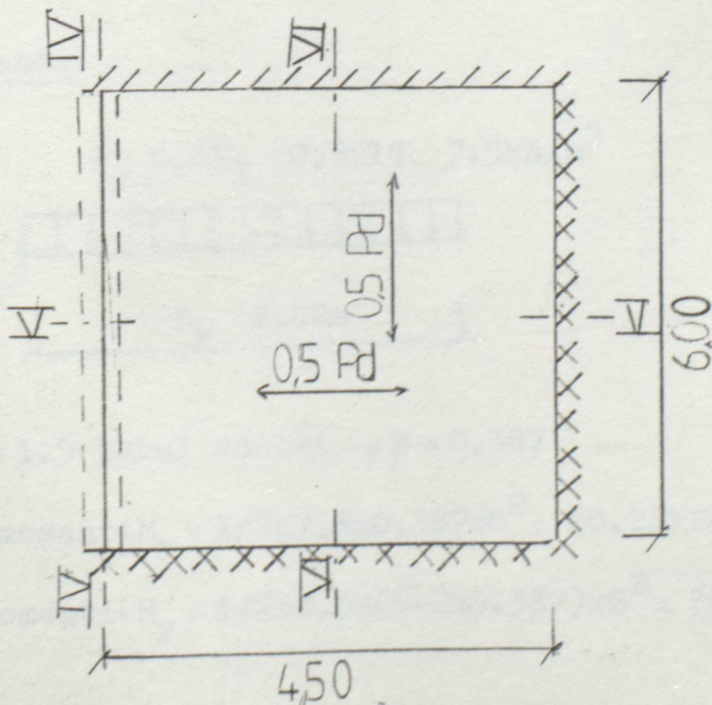
$$M_{max} = \frac{1}{8} \cdot P_y \cdot L_y^2 = \frac{1}{8} \cdot 6 \cdot 6.5^2 = 31.6875 \text{ kNm/m}$$

$$R_4 = R_5 = P_y \cdot L_y / 2 = 9 \cdot 6.5 / 2 = 19.50 \text{ kN}$$

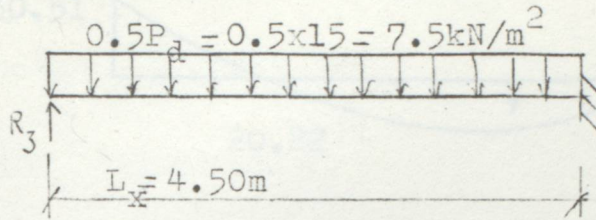
Moment diyagramı:



2 DÖŞEMESİNİN ÇÖZÜMÜ :



V-V Bandı:



Maksimum negatif moment:

$$M'_x = \frac{4.5^2 \times 7.5}{2} = - 75.9375\text{ kNm/m}$$

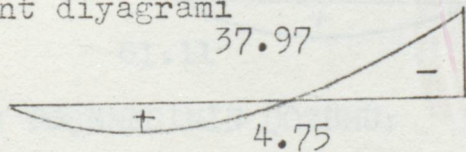
$$R_3 = \frac{75.9375/2}{4.50} = 8.4375\text{ kN}$$

$$M = 8.4375 X_0 - 7.5 X_0^2/2$$

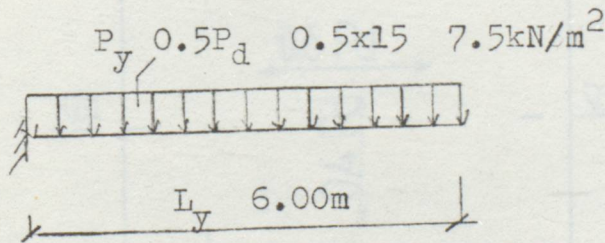
$$dM/dX_0 = 0 \rightarrow 8.4375 - 7.5X_0 \rightarrow X_0 = \frac{8.4375}{7.5} = 1.125\text{m}$$

$$M_x = 8.4375 \times 1.125 - \frac{7.5 \times 1.125^2}{2} = 4.75\text{ kNm/m}$$

Moment diyagramı



VI-VI Bandı:

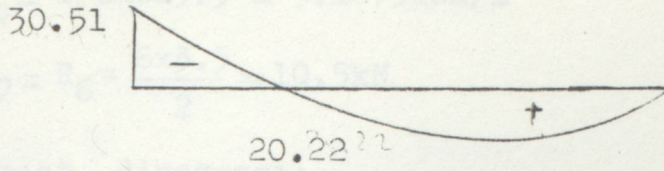


$$M_y / M_y = 1.5 \text{ kabul edildi} \rightarrow \beta = 0.387$$

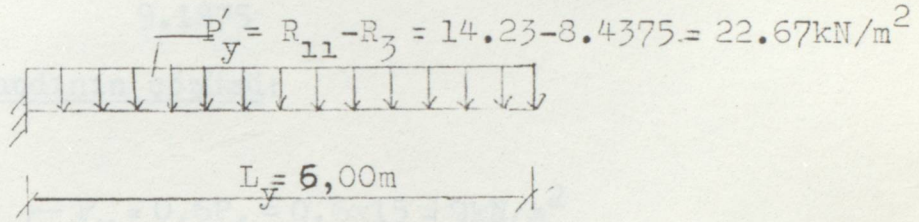
$$\text{Açıklık momenti } M_y = 1/2 \times 7.5 \times 0.387 \times 6^2 = 20.22\text{ kNm/m}$$

$$\text{Mesnet momenti: } M_y = 1/2 \times 7.5 \times (1 - 2 \times 0.387) \times 6^2 = 30.51\text{ kNm/m}$$

Moment diyagramı:



IV-IV Bandı (Kuvvetli bant):

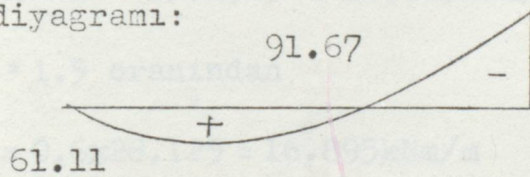


$$M'_y / M_y = 1.5 \rightarrow \beta = 0.387$$

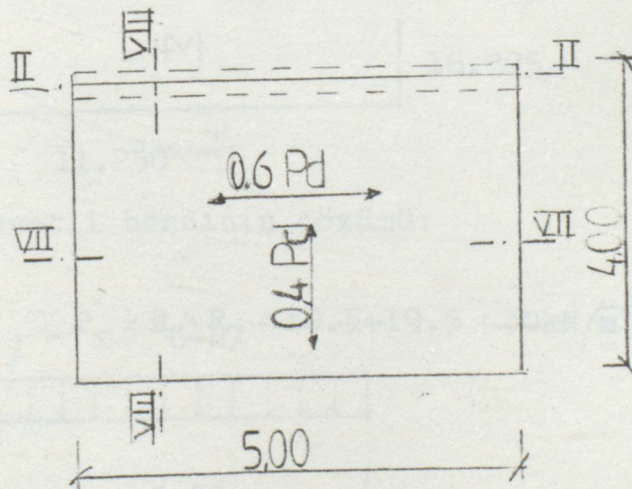
$$M_{aç} = 1/2 \times 22.67 \times 0.387^2 \times 6^2 = 61.11 \text{ kNm/m}$$

$$M_{mes} = -1/2 \times 22.67 \times (1 - 2 \times 0.387) \times 6^2 = -91.67 \text{ kNm/m}$$

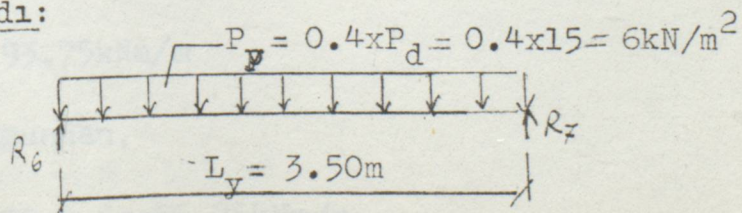
Moment diyagramı:



3 DÖŞEMESİNİN ÇÖZÜMÜ:



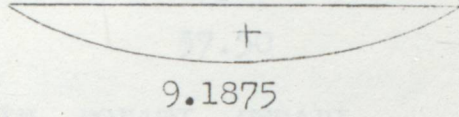
VIII-VIII Bandı:



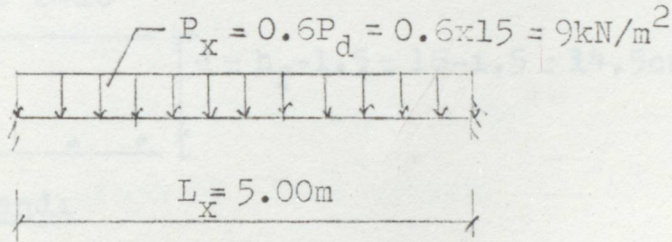
$$M_{a\check{c}} = 1/8 \times 6 \times 3.5^2 = 9.1875 \text{ kNm/m}$$

$$R_7 = R_6 = \frac{6 \times 3.5}{2} = 10.5 \text{ kN}$$

Moment diyagramı:



VII-VII Bandının çözümü:

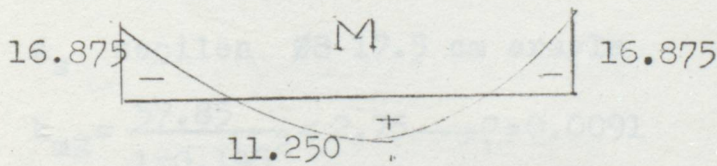


$$\text{Toplam moment} = 1/8 \times 9 \times 5^2 = 28.125 \text{ kNm/m}$$

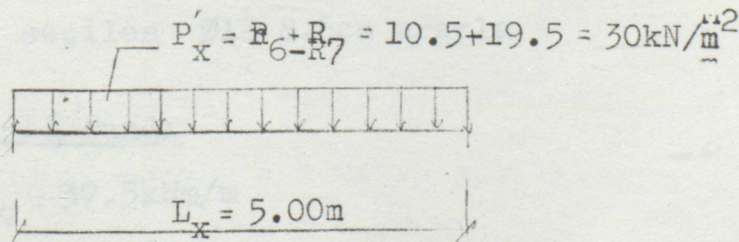
$M_x / M_x = 1.5$ oranından

$$M_x = 0.6M = 0.6 \times 28.125 = 16.875 \text{ kNm/m}$$

$$M_x = 0.4M = 0.4 \times 28.125 = 11.25 \text{ kNm/m}$$



II-II Kuvvetli bandının çözümü:



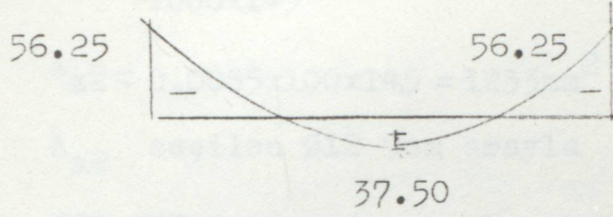
$$M = 1/8 \times 30 \times 5^2 = 93.75 \text{ kNm/m}$$

$M_x / M_x = 1.5$ olduğundan,

$$M'_x = -M \times 0.6 = -93.75 \times 0.6 = -56.25 \text{ kNm/m}$$

$$M_x = 0.4 \times 93.75 = 37.50 \text{ kNm/m}$$

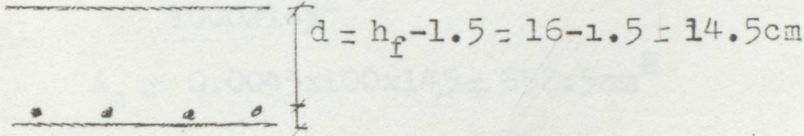
M diyagramı:



DÖŞEMELERİN DONATI HESABI

Malzeme:

C20 ve S420



I-I Bandı

$$M = 37.50 \text{ kNm/m}$$

aç

$$M_{mes} = 57.85 \text{ kNm/m}$$

$$k_{m1} = \frac{11.25 \times 10^6}{100 \times 14.5^2} = 0.54 \rightarrow \rho = 0.0016 < \rho_{min} = 0.002$$

$$A_{s1} = \rho_1 \cdot b \cdot d = 0.002 \times 100 \times 145 = 280 \text{ mm}^2$$

A_s seçilen $\emptyset 8$ 17.5 cm arayla

$$k_{m2} = \frac{57.85}{1 \times 0.145^2} = 2.75 \rightarrow \rho = 0.0091$$

$$A_{s2} = \rho \cdot b \cdot d = 0.0091 \times 100 \times 145 = 1320 \text{ mm}^2$$

A_s seçilen $\emptyset 12$ 8.5 cm arayla

II-II Bandı

$$M_{aç} = 37.5 \text{ kNm/m}$$

$$M_{mes} = 56.25 \text{ kNm/m}$$

$$k_{m1} = \frac{37.5 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 1.78 \rightarrow \rho = 0.0058$$

$$A_{s1} = 0.0058 \times 100 \times 145 = 841 \text{ mm}^2$$

A_{s1} seçilen $\emptyset 12$ 13.5cm arayla

$$k_{m2} = \frac{56.25 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 2.67 \rightarrow \rho_1 = 0.0085$$

$$A_{s2} = 0.0085 \times 100 \times 145 = 1233 \text{mm}^2$$

A_{s2} seçilen $\emptyset 12$ 9cm arayla

III-III Bandı donatı hesabı

$$M_{a\check{c}} = 31.6875 \text{kNm/m}$$

$$k_m = \frac{31.6875 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 1.51 \rightarrow \rho = 0.0045$$

$$A_s = 0.0045 \times 100 \times 145 = 652.5 \text{mm}^2$$

A_s seçilen $\emptyset 12$ 17cm arayla

IV-IV Bandı donatı hesabı

$$M_{a\check{c}} = 61.11 \text{kNm/m}$$

$$M_{mes} = -91.67 \text{kNm/m}$$

$$k_{m1} = \frac{61.11 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 2.90 \rightarrow \rho = 0.0094$$

$$A_{s1} = 0.0094 \times 100 \times 14.5 = 1363 \text{mm}^2$$

A_{s1} seçilen $\emptyset 14$ 11cm arayla

$$k_{m2} = \frac{91.67 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 4.36 \rightarrow \rho = 1.36$$

$$A_{s2} = 1.36 \times 100 \times 14.5 = 1971 \text{mm}^2$$

A_{s2} seçilen $\emptyset 14$ 7.5cm arayla

V-V Bandı donatı hesabı

$$M_{a\check{c}} = 4.75 \text{kNm/m}$$

$$M_{mes} = 37.93 \text{kNm/m}$$

$$k_{m1} = \frac{4.75 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 0.23 \longrightarrow \rho = \rho_{\min} 0.002$$

$$A_{s1} = 0.002 \times 1000 \times 145 = 290 \text{ mm}^2$$

$$k_{m2} = \frac{37.97 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 1.81 \longrightarrow \rho = 0.0055$$

$$A'_{s2} = 0.0055 \times 1000 \times 145 = 797.5 \text{ mm}^2$$

A_{s1} seçilen $\emptyset 8$ 17.5cm arayla

A'_{s2} seçilen $\emptyset 12$ 14cm arayla

VI-VI Bandı donatı hesabı

$$M_{a\check{c}} = 20.22 \text{ kNm/m}$$

$$M_{mes} = 30.51 \text{ kNm/m}$$

$$k_{m1} = \frac{20.22 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 0.96 \longrightarrow \rho = 0.0028$$

$$A_{s1} = 0.0028 \times 1000 \times 145 = 406 \text{ mm}^2$$

$$k_{m2} = \frac{30.51 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 1.45 \longrightarrow \rho = 0.0043$$

$$A_{s2} = 0.0043 \times 1000 \times 145 = 623.5 \text{ mm}^2$$

A_{s1} seçilen $\emptyset 8$ 12.5cm arayla

A_{s2} seçilen $\emptyset 8$ 8cm arayla

VII-VII Bandı donatı hesabı

$$M_{a\check{c}} = 9.1895 \text{ kNm/m}$$

$$k_m = \frac{9.1895 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 0.44 \longrightarrow \rho = 0.002$$

$$A_s = 0.002 \times 1000 \times 145 = 290 \text{ mm}^2$$

A_s seçilen $\emptyset 8$ 17.5cm arayla

VIII-VIII Bandı donatı hesabı

$$M_{a\check{c}} = 11.25 \text{ kNm/m}$$

$$M_{mes} = 16.875 \text{ kNm/m}$$

$$k_{m1} = \frac{11.25 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 0.54 \longrightarrow \rho_{min} = 0.002$$

$$A_{s1} = 0.002 \times 1000 \times 145 = 290 \text{ mm}^2$$

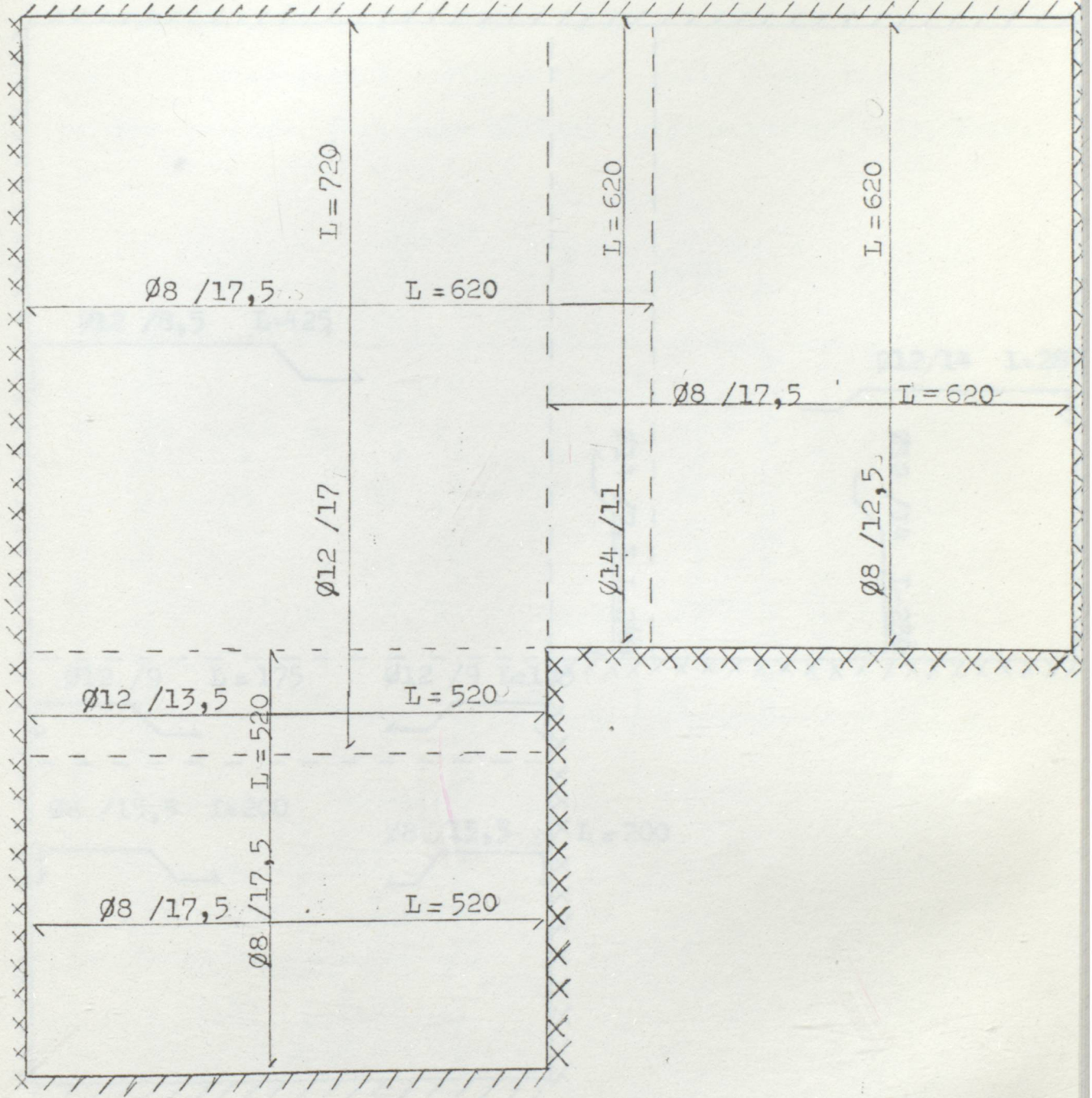
$$k_{m2} = \frac{16.875 \times 10^6}{1000 \times 145^2} = 0.80 \longrightarrow \rho = 0.0022$$

$$A_{s2} = 0.0022 \times 1000 \times 145 = 319 \text{ mm}^2$$

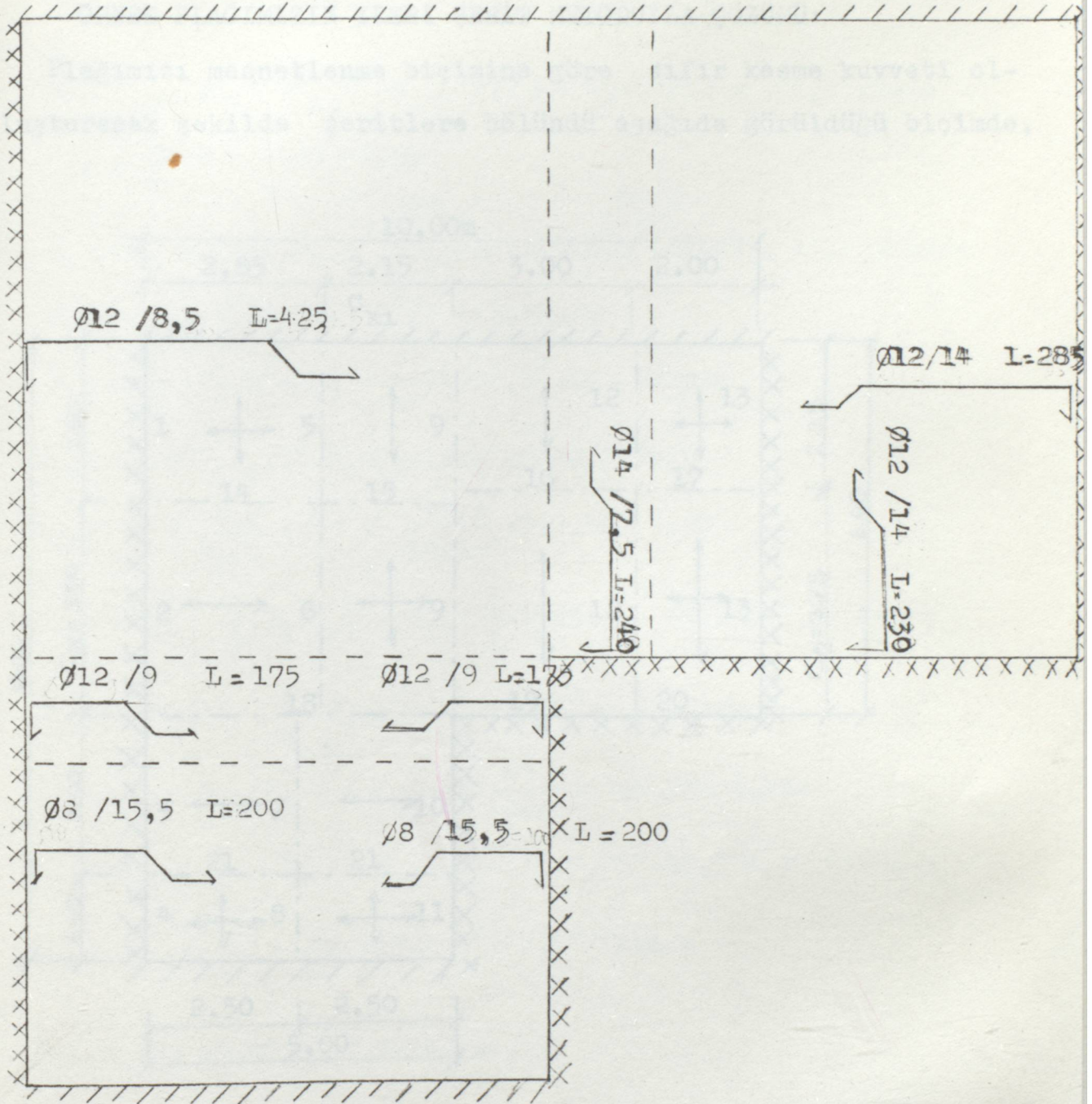
A_{s1} seçilen $\varnothing 8$ 17.5cm arayla

A_{s2} seçilen $\varnothing 8$ 15.5cm arayla

AÇIKLIK DONATISI RESMİ



MESNET DONATISI RESMI



$$M_6 = 2M_5 = \frac{1}{2} \times 15 \times 2,15^2 - 18,75 = 15,92 \text{ kNm/m}$$

$$M_3 = M_{10} = 2M_4 = 2M_{11} = -P_d \cdot L^2 / 12 = -15 \times 5^2 / 12 = -31,25 \text{ kNm/m}$$

$$C_{x2} = \frac{1}{2} \cdot L = \frac{1}{2} \times 5 = 2,5 \text{ m}$$

$$M_7 = 2M_8 = (1/2 \cdot P_d \cdot L^2) - M_3 = 1/2 \times 15 \times 2,5^2 - 31,25 = 15,625 \text{ kNm/m}$$

$$M_{13} = -P_d \cdot L^2 / 6 = -15 \times 2^2 / 6 = -10 \text{ kNm/m}$$

$$M_{12} = \frac{1}{4} \cdot P_d \cdot L^2 - M_{13} = \frac{1}{4} \times 15 \times 2,5^2 - 10 = 5 \text{ kNm/m}$$

$$M_{18} = -0,075 \cdot P_d \cdot L^2 = -0,075 \times 15 \times 6^2 = -40,0 \text{ kNm/m}$$

$$C_{y1} = \frac{L}{2} + \frac{M_{18}}{P_d \cdot L} = \frac{6}{2} + \frac{40,0}{15 \times 6} = 3 + 0,48 \approx 3,50$$

$$M_{15} = 2M_{14} = \frac{1}{2} \cdot P_d \cdot C_{y1}^2 - M_{18} = \frac{1}{2} \times 15 \times 3,5^2 - 43,2 = 48,675 \text{ kNm/m}$$

$$M_{19} = -2M_{20} = -\frac{1}{8} \cdot P_d \cdot L^2 = -\frac{1}{8} \times 15 \times 6^2 = -67,5 \text{ kNm/m}$$

$$C_{y2} = \frac{L}{2} + \frac{M_{19}}{P_d \cdot L} = \frac{6}{2} + \frac{67,5}{15 \times 6} = 3 + 0,75 = 3,75 \text{ m}$$

$$M_{16} = 2M_{17} = \frac{1}{2} \cdot P_d \cdot L^2 - M_{19} = \frac{1}{2} \times 15 \times 3,75^2 - 67,5 = 37,97 \text{ kNm/m}$$

$$M_{21} = \frac{1}{4} \cdot P_d \cdot L^2 = \frac{1}{4} \times 15 \times 1,5^2 = 8,4375 \text{ kNm/m}$$

$$M_5 = M_6 / 2 = 15,92 / 2 = 7,96 \text{ kNm/m}$$

$$M_4 = M_{11} = M_3 / 2 = -31,25 / 2 = -15,625 \text{ kNm/m}$$

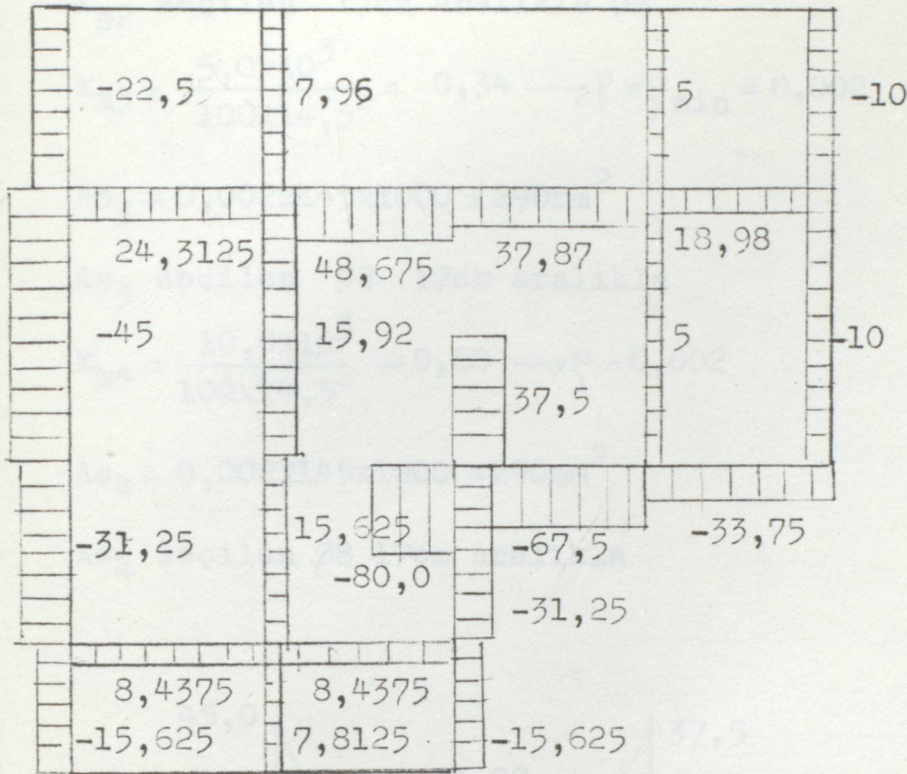
$$M_8 = M_7 / 2 = 15,625 / 2 = 7,8125 \text{ kNm/m}$$

$$M_{14} = M_{15} / 2 = 48,625 / 2 = 24,3125 \text{ kNm/m}$$

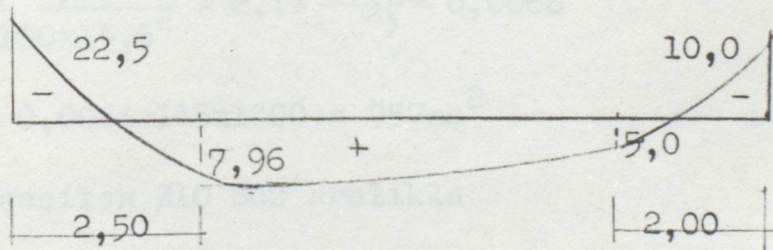
$$M_{20} = M_{19} / 2 = -67,5 / 2 = -33,75 \text{ kNm/m}$$

$$M_{17} = M_{16} / 2 = 37,97 / 2 = 18,98 \text{ kNm/m}$$

MOMENT DİYAGRAMI



DONATI HESABI



$$k_{m1} = \frac{M_d}{b \cdot d^2} = \frac{22,5 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 1,07 \rightarrow \rho = 0,0032$$

$$A_{s1} = \rho \cdot b \cdot d = 0,0032 \times 145 \times 1000 = 464 \text{ mm}^2$$

A_{s1} seçilen $\emptyset 10$ 17cm aralıkla

$$k_{m2} = \frac{7,96 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 0,55 \rightarrow \rho = \rho_{\min} = 0,002$$

$$A_{s2} = 0,002 \times 145 \times 1000 = 290 \text{ mm}^2$$

A_{s2} seçilen $\varnothing 8$ 17cm aralıkla

$$k_{m3} = \frac{5,0 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 0,34 \rightarrow \rho = \rho_{\min} = 0,002$$

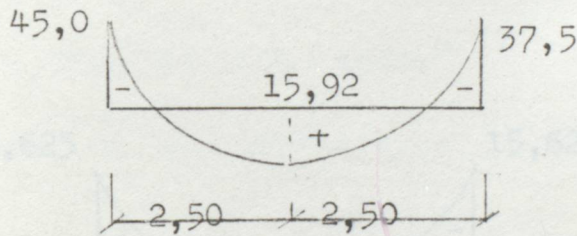
$$A_{s3} = 0,002 \times 145 \times 1000 = 290 \text{ mm}^2$$

A_{s3} seçilen $\varnothing 8$ 17cm aralıkla

$$k_{m4} = \frac{10,0 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 0,68 \rightarrow \rho = 0,002$$

$$A_{s4} = 0,002 \times 145 \times 1000 = 290 \text{ mm}^2$$

A_{s4} seçilen $\varnothing 8$ 17cm aralıkla



$$k_{m1} = \frac{45 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 2,14 \rightarrow \rho = 0,0066$$

$$A_{s1} = 0,0066 \times 145 \times 1000 = 957 \text{ mm}^2$$

A_{s1} seçilen $\varnothing 10$ 8cm aralıkla

$$k_{m2} = \frac{15,92 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 0,76 \rightarrow \rho = 0,0022$$

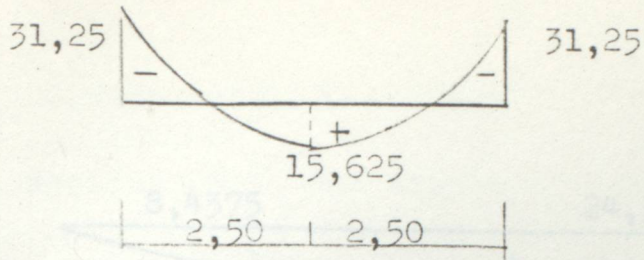
$$A_{s2} = 0,0022 \times 145 \times 1000 = 300 \text{ mm}^2$$

A_{s2} seçilen $\varnothing 8$ 16,5cm aralıkla

$$k_{m3} = \frac{37,5 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 1,78 \rightarrow \rho = 0,0053$$

$$A_{s3} = 0,0053 \times 145 \times 1000 = 762,5 \text{ mm}^2$$

A_{s3} seçilen $\varnothing 10$ 10cm aralıkla



$$k_{m1} = \frac{31,25 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 1,49 \longrightarrow \rho = 0,0044$$

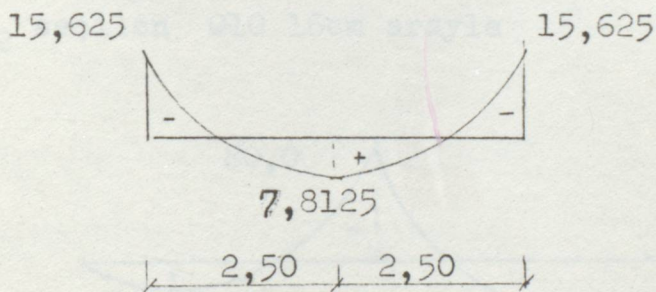
$$A_{s1} = 0,0044 \times 145 \times 1000 = 638 \text{ mm}^2$$

A_{s1} seçilen $\emptyset 10$ 12,5cm aralıkla

$$k_{m2} = \frac{15,62 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 0,74 \longrightarrow \rho = 0,002$$

$$A_{s2} = 0,002 \times 145 \times 1000 = 290 \text{ mm}^2$$

A_{s2} seçilen $\emptyset 8$ 17cm arayla



$$k_{m1} = \frac{15,625 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 0,74 \longrightarrow \rho = 0,002$$

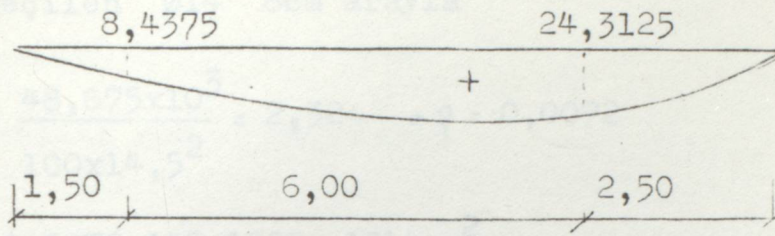
$$A_{s1} = 0,002 \times 145 \times 1000 = 290 \text{ mm}^2$$

A_{s1} seçilen $\emptyset 8$ 17cm arayla

$$k_{m2} = \frac{7,8125 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 0,37 \longrightarrow \rho = \rho_{\min} = 0,002$$

$$A_{s2} = 0,002 \times 145 \times 1000 = 290 \text{ mm}^2$$

A_{s2} seçilen $\emptyset 8$ 17cm arayla



$$k_{m1} = \frac{8,4375 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 0,4 \longrightarrow \rho = \rho_{\min} = 0,002$$

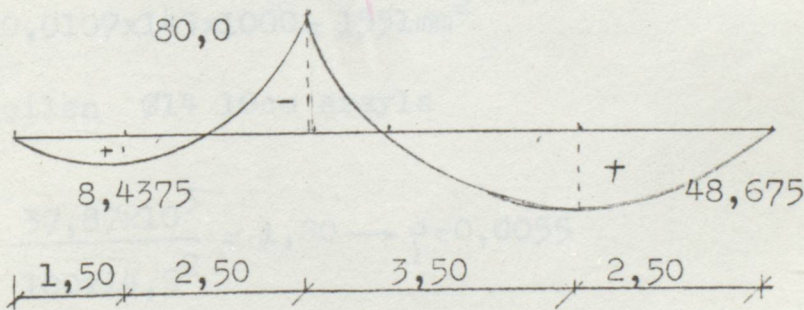
$$As_1 = 0,002 \times 145 \times 1000 = 290 \text{mm}^2$$

As₁ seçilen Ø8 17cm arayla

$$k_{m2} = \frac{24,3125 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 1,16 \longrightarrow \rho = 0,0034$$

$$As_2 = 0,0034 \times 145 \times 1000 = 493 \text{mm}^2$$

As₂ seçilen Ø10 16cm arayla



$$k_{m1} = \frac{8,4375 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 0,4 \longrightarrow \rho = \rho_{\min} = 0,002$$

$$As_1 = 0,002 \times 145 \times 1000 = 290 \text{mm}^2$$

As₁ seçilen Ø8 17cm arayla

$$k_{m2} = \frac{80,0 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 3,80 \longrightarrow \rho = 1,36$$

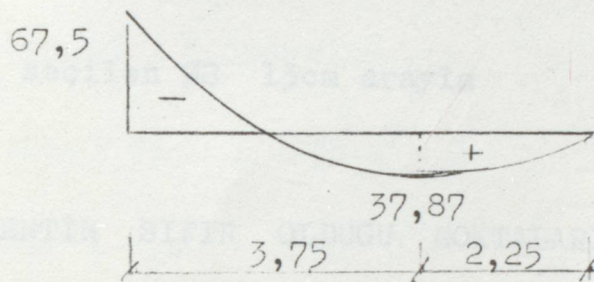
$$As_2 = 0,0136 \times 145 \times 1000 = 1972 \text{ mm}^2$$

As_2 seçilen $\emptyset 14$ 8cm arayla

$$k_{m3} = \frac{48,675 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 2,32 \rightarrow \rho = 0,0072$$

$$As_3 = 0,0072 \times 145 \times 1000 = 1044 \text{ mm}^2$$

As_3 seçilen $\emptyset 14$ 14,5cm arayla



$$k_{m1} = \frac{67,5 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 3,21 \rightarrow \rho = 0,0107$$

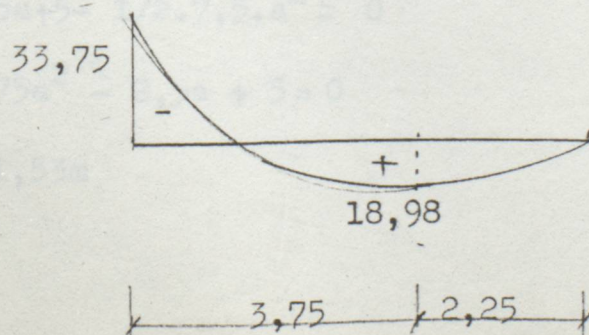
$$As_1 = 0,0107 \times 145 \times 1000 = 1551 \text{ mm}^2$$

As_1 seçilen $\emptyset 14$ 10cm arayla

$$k_{m2} = \frac{37,87 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 1,80 \rightarrow \rho = 0,0055$$

$$As_2 = 0,0055 \times 145 \times 1000 = 797,5 \text{ mm}^2$$

As_2 seçilen $\emptyset 10$ 9,5cm arayla



$$k_{m1} = \frac{33,75 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 1,61 \longrightarrow \gamma = 0,0048$$

$$As_1 = 0,0048 \times 145 \times 1000 = 696 \text{ mm}^2$$

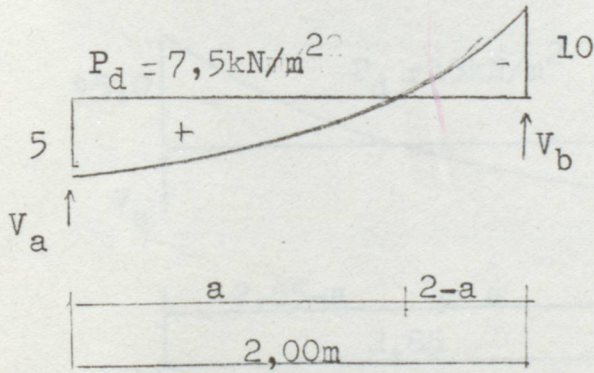
As_1 seçilen $\emptyset 10$ 11cm arayla

$$k_{m2} = \frac{18,98 \times 10^3}{100 \times 14,5^2} = 0,90 \longrightarrow \gamma = 0,0026$$

$$As_2 = 0,0026 \times 145 \times 1000 = 377 \text{ mm}^2$$

As_2 seçilen $\emptyset 8$ 13cm arayla

MOMENTİN SIFIR OLDUĞU NOKTALARIN HESABI



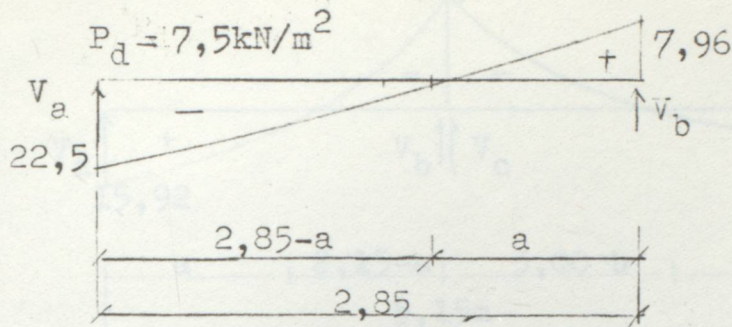
$$V_a = \frac{2 \times 7,5}{2} + \left(\frac{10+5}{2} \right) = 7,5 + 10 \text{ kN}$$

$$V_b = \frac{2 \times 7,5}{2} - \frac{10+5}{2} = -2,5 \text{ kN}$$

$$-2,5a + 5 - 1/2 \cdot 7,5 \cdot a^2 = 0$$

$$-3,75a^2 - 2,5a + 5 = 0$$

$$a = 1,53 \text{ m}$$



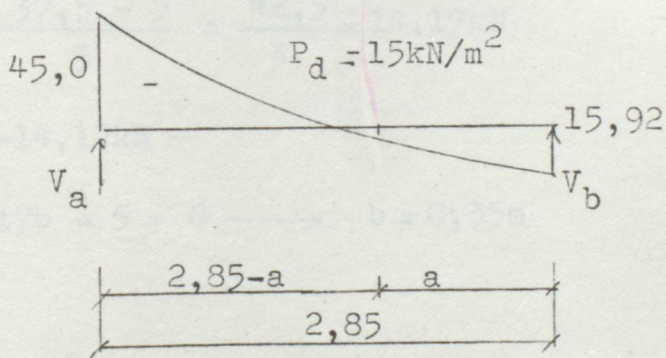
$$V_a = \frac{7,5 \times 2,85}{2} + \frac{22,5 + 7,96}{2,85} = 6,092 + 10,69 = 16,8 \text{ kN}$$

$$V_b = 10,69 - 6,092 = 4,60 \text{ kN}$$

$$4,60 + 7,96 - 1/2 \cdot 7,5 \cdot a^2 = 0$$

$$-3,75a^2 + 4,6a + 7,96 = 0$$

$$a = 0,97 \text{ m}$$



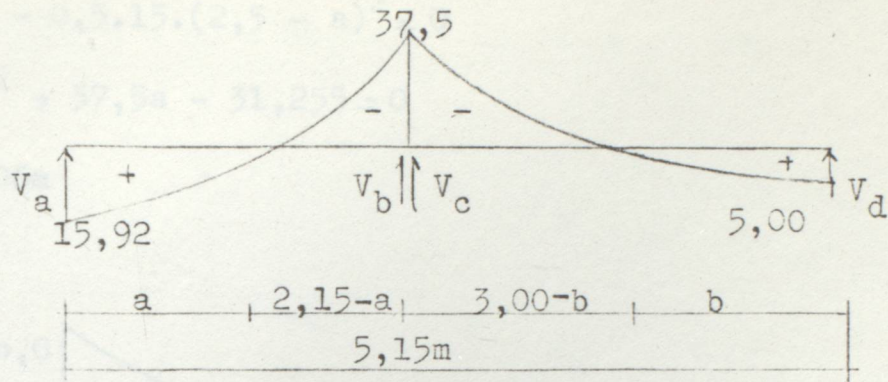
$$V_a = \frac{15 \times 2,85}{2} + \frac{45 + 15,92}{2} = 12,184 + 21,38 = 33,56 \text{ kN}$$

$$V_b = 21,38 - 12,184 = 9,2 \text{ kN}$$

$$9,2a + 15,92 - 1/2 \cdot 15 \cdot a^2$$

$$-7,5a^2 + 9,2a + 15,92 = 0$$

$$a = 0,97 \text{ m}$$



$$V_a = \frac{2,15 \times 15}{2} - \frac{37,5 - 15,92}{2,15} = 16,125 - 24,85 = -8,72 \text{ kN}$$

$$V_b = 16,25 + 24,85 = 40,975 \text{ kN}$$

$$40,975(2,15 - a) - 37,5 - 0,5 \times 15 \times (2,15 - a)^2 = 0$$

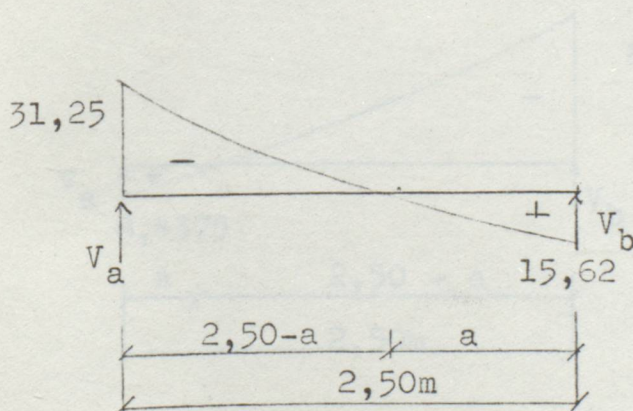
$$-7,5a^2 + 8,72a + 15,9275 = 0$$

$$a = 0,99 \text{ m}$$

$$V_c = \frac{37,5 - 5}{3} = \frac{42,5}{3} = 14,17 \text{ kN}$$

$$V_d = -14,17 \text{ kN}$$

$$+14,17b - 5 = 0 \longrightarrow b = 0,35 \text{ m}$$



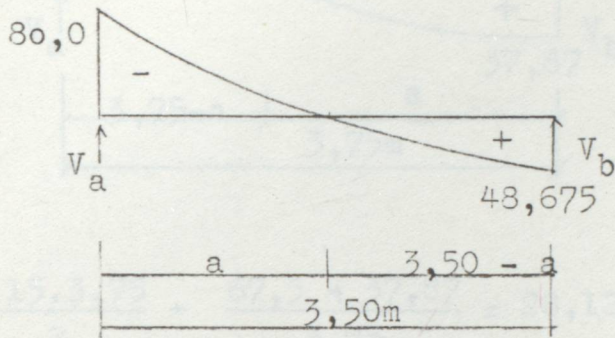
$$V_a = \frac{2,50 \times 15}{2} + \frac{31,25 - 15,62}{2,50} = 18,75 + 18,75 = 37,50 \text{ kN}$$

$$V_b = 18,75 - 18,75 = 0$$

$$15,62 - 0,5 \cdot 15 \cdot (2,5 - a)^2 = 0$$

$$-7,5a^2 + 37,5a - 31,255 = 0$$

$$a = 1,06\text{m}$$



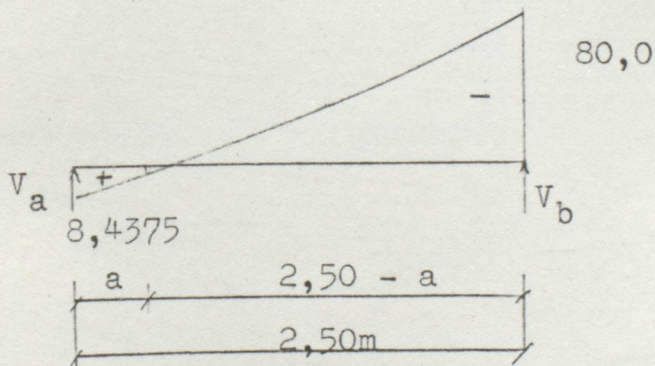
$$V_a = \frac{15 \times 3,50}{2} + \frac{80,0 - 48,675}{3,50} = 26,25 + 38,6 = 64,85\text{kN}$$

$$V_b = 26,25 - 38,6 = -12,35\text{kN}$$

$$64,85 \cdot (3,50 - a) - 80,0 - 0,5 \cdot 15 \cdot (3,5 - a)^2 = 0$$

$$-7,5a^2 - 12,35a + 48,7 = 0$$

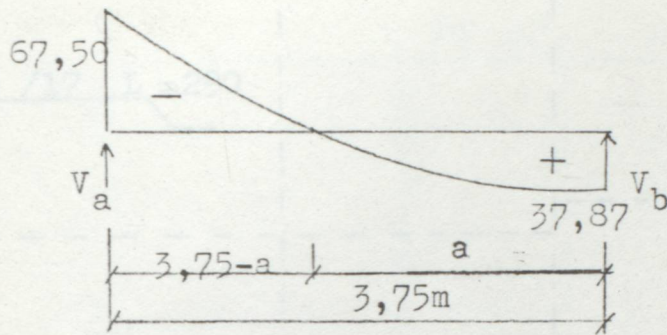
$$a = 1,855\text{m}$$



$$V_b = \frac{80,0 - 8,4375}{2,5} = 37,935\text{kN}$$

$$V_a = -37,935\text{kN}$$

$$37,935 \cdot (2,5 - a) - 80,0 = 0 \longrightarrow a = 0,22\text{m}$$



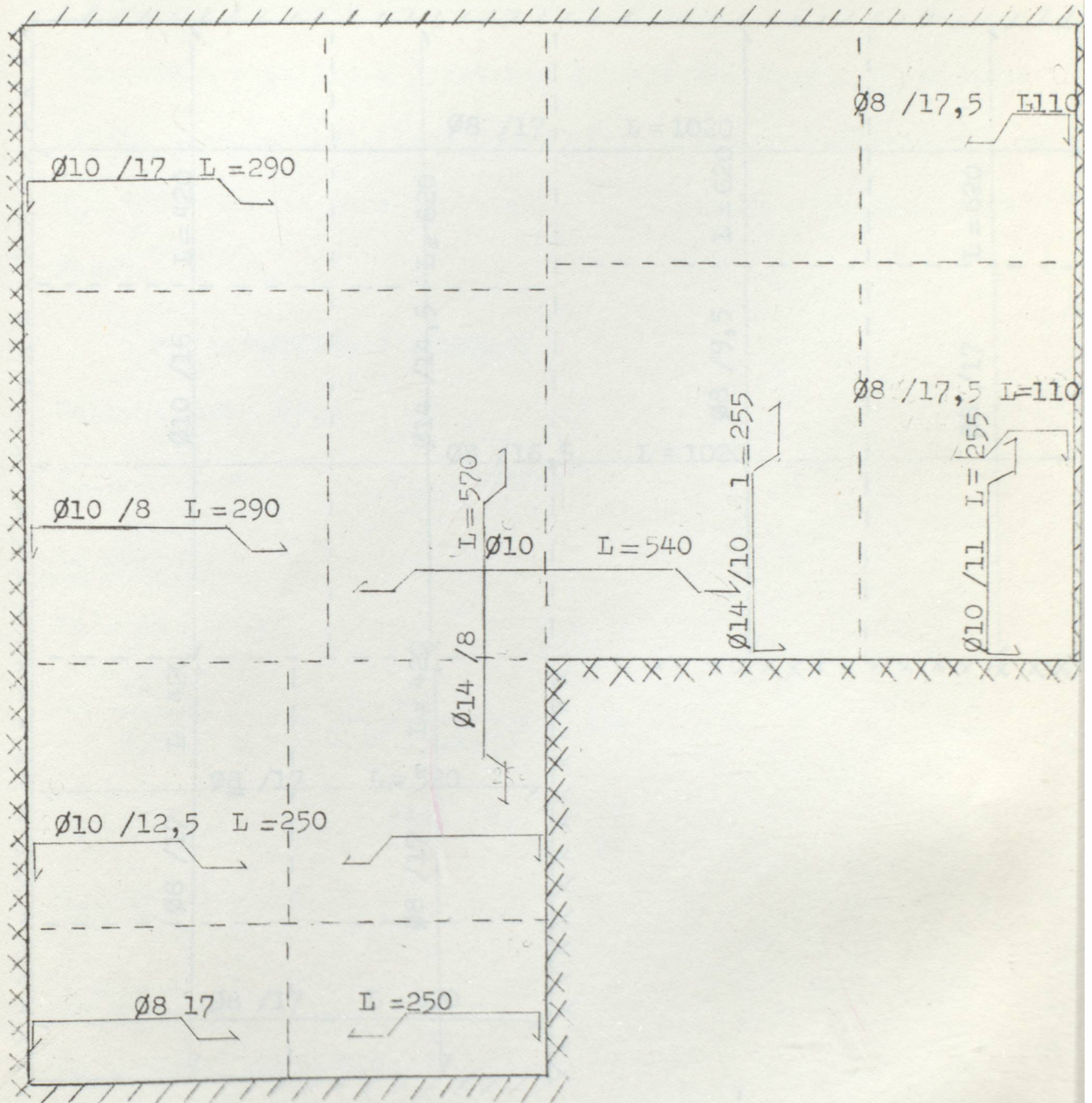
$$V_a = \frac{15 \cdot 3,75}{2} + \frac{67,5 + 37,87}{3,75} = 28,125 + 28,1 = 56,225\text{kN}$$

$$V_b = 28,125 - 28,1 = 0,025\text{kN}$$

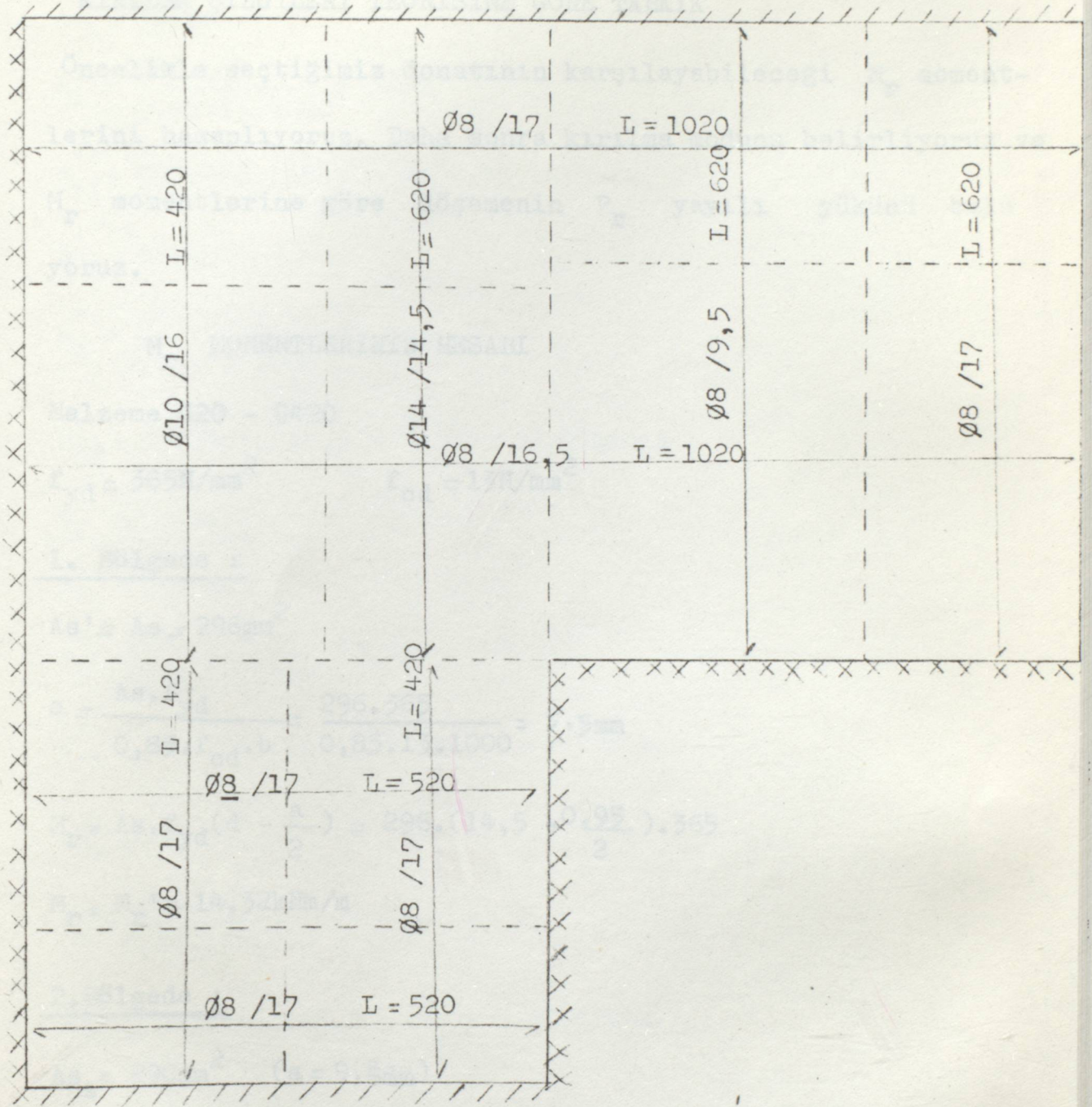
$$56,225 \cdot (3,75 - a) - 67,5 - 0,5 \cdot 15 \cdot (3,75 - a)^2 = 0$$

$$-7,5a + 37,875 = 0 \longrightarrow a = 2,25\text{m}$$

MESNET DONATISI RESMI



AÇIKLIK DONATISI RESMİ



KIRILMA ÇİZGİLERİ TEORİSİNE GÖRE TAHKİK

Öncelikle seçtiğimiz donatının karşılayabileceği M_r momentlerini hesaplıyoruz. Daha sonra kırılma modunu belirliyoruz ve M_r momentlerine göre döşemenin P_r yayılı yükünü buluyoruz.

M_r MOMENTLERİNİN HESABI

Malzeme C20 - S420

$$f_{yd} = 365 \text{ N/mm}^2 \quad f_{cd} = 13 \text{ N/mm}^2$$

1. Bölgede :

$$A_{s'} = A_s = 296 \text{ mm}^2$$

$$a = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{296 \cdot 365}{0,85 \cdot 13 \cdot 1000} = 9,5 \text{ mm}$$

$$M_r = A_s \cdot f_{yd} \left(d - \frac{a}{2} \right) = 296 \cdot \left(14,5 - \frac{0,95}{2} \right) \cdot 365$$

$$M_r = M_r' = 14,32 \text{ kNm/m}$$

2. Bölgede :

$$A_{s1} = 290 \text{ mm}^2 \quad (a = 9,5 \text{ mm})$$

$$M_{r1} = 14,32 \text{ kNm/m}$$

$$A_{s2} = 305 \text{ mm}^2$$

$$a_2 = \frac{305 \cdot 365}{0,85 \cdot 13 \cdot 1000} = 10 \text{ mm}$$

$$M_{r2} = 305 \cdot 365 \cdot \left(14,5 - \frac{10}{2} \right) = 15,03 \text{ kNm/m}$$

$$As'_1 = 982\text{mm}^2$$

$$a'_1 = \frac{982 \cdot 365}{0,85 \cdot 13 \cdot 1000} = 32\text{mm}$$

$$M'_{r1} = 982 \cdot 365 \cdot \left(14,5 - \frac{3,2}{2}\right) = 46,16\text{kNm/m}$$

$$As'_2 = 654\text{mm}^2$$

$$a'_2 = \frac{654 \cdot 365}{0,85 \cdot 13 \cdot 1000} = 21,6\text{mm}$$

$$M'_{r2} = 654 \cdot 365 \cdot \left(14,5 - \frac{2,16}{2}\right) = 32,03\text{kNm/m}$$

3. Bölgede :

$$As'_1 = 1900\text{mm}^2$$

$$a'_1 = \frac{1900 \cdot 365}{0,85 \cdot 13 \cdot 1000} = 62,8\text{mm}$$

$$M'_{r1} = 1900 \cdot 365 \cdot \left(14,5 - \frac{6,28}{2}\right) = 80,0\text{kNm/m}$$

$$As'_2 = 785\text{mm}^2$$

$$a'_2 = \frac{785 \cdot 365}{0,85 \cdot 13 \cdot 1000} = 26\text{mm}$$

$$M'_{r2} = 785 \cdot 365 \cdot \left(14,5 - \frac{2,6}{2}\right) = 37,82\text{kNm/m}$$

$$As'_1 = 1060\text{mm}^2$$

$$a'_1 = \frac{1060 \cdot 365}{0,85 \cdot 13 \cdot 1000} = 35\text{mm}$$

$$M'_{r1} = 1060 \cdot 365 \cdot \left(14,5 - \frac{3,5}{2}\right) = 49,3\text{kNm/m}$$

4. Bölgede :

$$As_1 = 1060\text{mm}^2 \quad a = 35\text{mm} \quad M_{r1} = 49,3\text{kNm/m}$$

$$As'_1 = 1900\text{mm}^2 \quad a = 62,76\text{mm} \quad M'_{r1} = 80,0\text{kNm/m}$$

$$As_2 = 296\text{mm}^2 \quad a = 9,5\text{mm} \quad M_{r2} = 14,32\text{kNm/m} \approx M'_{r2}$$

$$As_3 = 491\text{mm}^2 \quad a = 16,22\text{mm} \quad M_{r3} = 24,53\text{kNm/m}$$

$$As_4 = 387\text{mm}^2$$

$$a_4 = \frac{387 \cdot 365}{0,85 \cdot 13 \cdot 1000} = 12,8\text{mm}$$

$$M_{r4} = 387 \cdot 365 \cdot \left(14,5 - \frac{1,28}{2}\right) = 19,58\text{kNm/m}$$

$$As'_3 = 462\text{mm}^2$$

$$a'_3 = \frac{462 \cdot 365}{0,85 \cdot 13 \cdot 1000} = 15,26\text{mm}$$

$$M'_{r3} = 462 \cdot 365 \cdot \left(14,5 - \frac{1,53}{2}\right) = 23,16\text{kNm/m}$$

5. Bölgede :

$$As'_1 = 1540\text{mm}^2$$

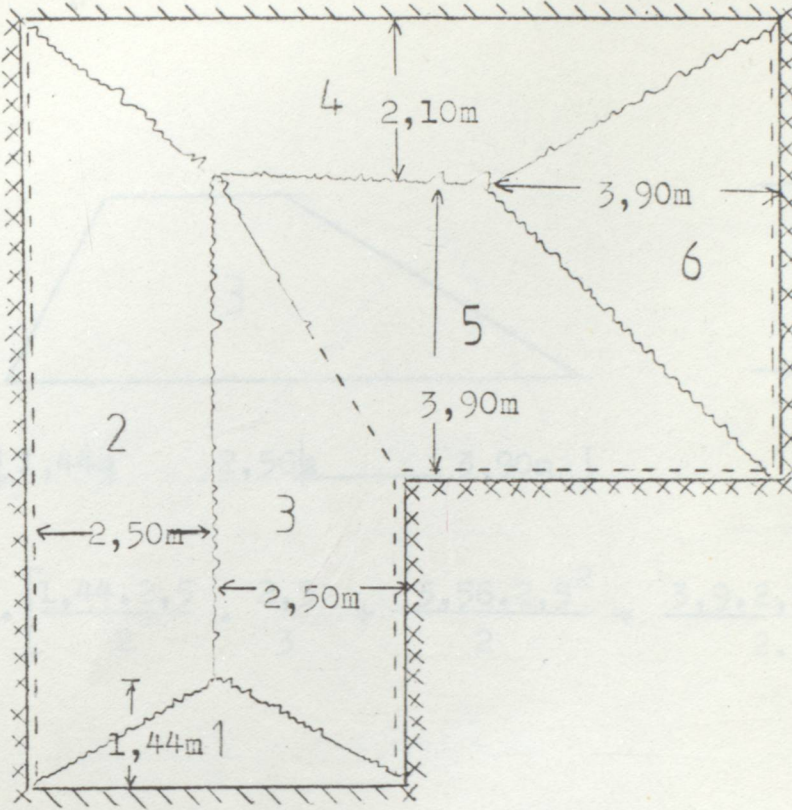
$$a'_1 = \frac{1540 \cdot 365}{0,85 \cdot 13 \cdot 1000} = 50,86\text{mm}$$

$$M_{r1} = 1540 \cdot 365 \cdot \left(14,5 - \frac{5,086}{2}\right) = 67,2\text{kNm/m}$$

$$As'_2 = 714\text{mm}^2$$

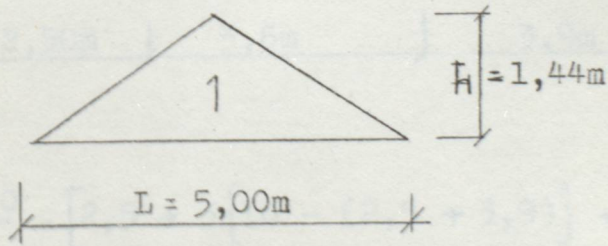
$$a'_2 = \frac{714 \cdot 365}{0,85 \cdot 13 \cdot 1000} = 23,58\text{mm}$$

Plaçımızın kırılma figürü aşağıdaki gibidir.

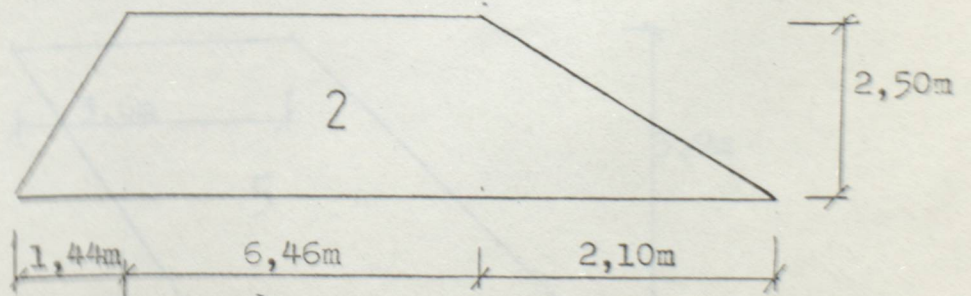


Virtüel-iş metoduyla P_u kırılma yükünü hesaplayalım.

Diş iş:

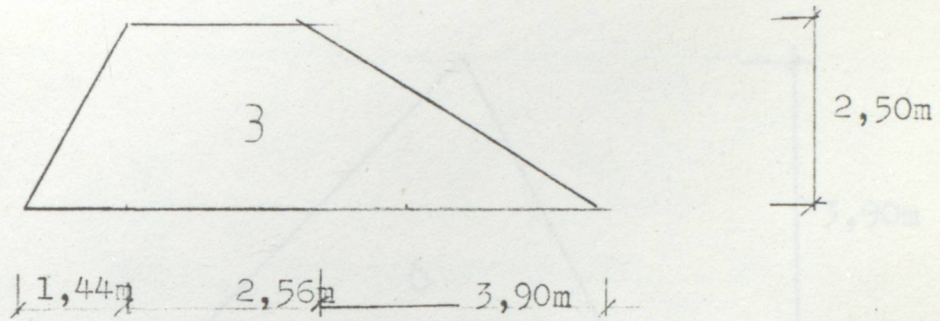


$$D_1 = \frac{1}{6} \cdot P \cdot L \cdot h = \frac{5}{6} \cdot P \cdot 1,44 = 1,2P$$



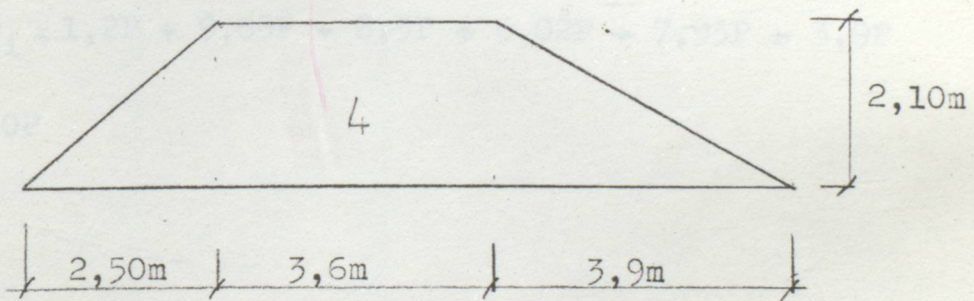
$$D_2 = \frac{P \cdot 2,5}{6} \cdot [1,44 + 3 \cdot \{10 - (1,44 + 2,10)\} + 2,10]$$

$$D_2 = 9,65P$$



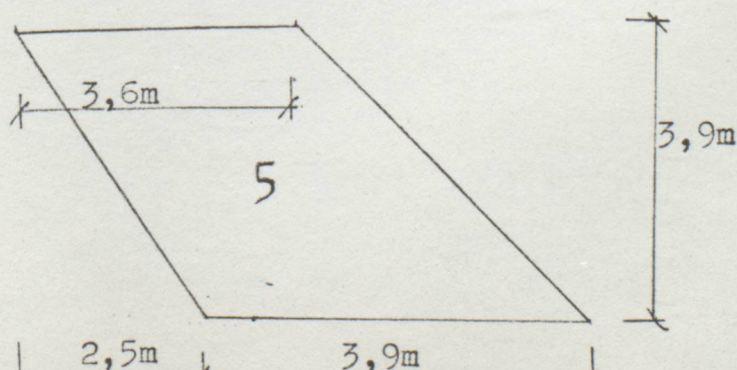
$$D_3 = \frac{P \cdot 2,5}{2,5} \cdot \left[\frac{1,44 \cdot 2,5}{2} \cdot \frac{2,5}{3} + \frac{3,56 \cdot 2,5^2}{2} + \frac{3,9 \cdot 2,5^2 \cdot 2}{2 \cdot 3} \right]$$

$$D_3 = 8,3P$$



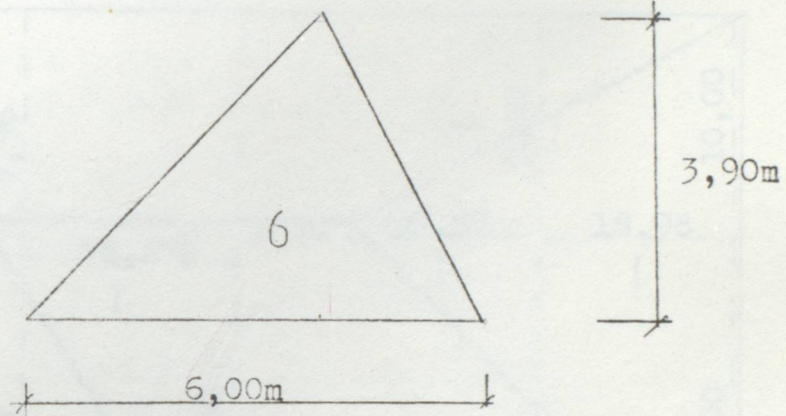
$$D_4 = \frac{P \cdot 2,10}{6} \cdot [2,5 + 3 \{10 - (2,5 + 3,9)\} + 3,90]$$

$$D_4 = 6,02P$$



$$D_5 = \frac{P}{3,9} \cdot \left[\frac{3,9^3}{6} + \frac{1,1 \cdot 3,9^2}{2} + \frac{2,5 \cdot 3,9^2 \cdot 2}{2 \cdot 3} \right]$$

$$D_5 = 7,93P$$



$$D_6 = \frac{1}{6} \cdot P \cdot l \cdot h = \frac{1}{6} \cdot P \cdot 6 \cdot 3,90 = 3,9P$$

$$D = \sum D_i = 1,2P + 9,65P + 8,3P + 6,02P + 7,93P + 3,9P$$

$$D = 37,0P$$

Rij Böl.	Rotasyon Bileşenleri		İş Bileşenleri	
	θ_x	θ_y	$M_x \cdot \theta_x \cdot L_y$	$M_y \cdot \theta_y \cdot L_x$
1		0,694		$8,4375 \cdot 0,694 \cdot 5,00 = 29,28$
2	0,400		$(1,50 \cdot 7,8125 + 2,5 \cdot 15,625 + 15,92 \cdot 3,50 + 7,96 \cdot 2,50 + 15,625 \cdot 1,5 + 31,25 \cdot 2,50 + 3,50 \cdot 45,00 + 22,5 \cdot 2,50) \cdot 0,400 = 176,69$	
3	0,400		$(1,50 \cdot 7,8125 + 2,5 \cdot 15,625 + 15,92 \cdot 3,50 + 0,40 \cdot 7,96 + 15,625 \cdot 1,50 + 31,25 \cdot 2,5 + 37,50 \cdot 1,875) \cdot 0,400 = 112,62$	
4		0,476		$(2,85 \cdot 24,3125 + 2,15 \cdot 48,625 + 3,00 \cdot 37,87 + 18,98 \cdot 2,00) \cdot 0,476 = 154,90$
5		0,2564		$(0,35 \cdot 24,3125 + 2,15 \cdot 48,625 + 3,0 \cdot 37,87 + 2,0 \cdot 18,98 + 1,075 \cdot 80,0 + 67,5 \cdot 3,00 + 33,75 \cdot 2,00) \cdot 0,2564 = 159,16$
6	0,2564		$(6,00 \cdot 5,00 + 6,00 \cdot 10,00) \cdot 0,2564 = 23,08$	

$$\left. \begin{array}{l} \sum M_n \cdot \theta_n \cdot L_o = 655,73 \\ \sum D_i = 37P \end{array} \right\} \Rightarrow P = 655,73/37 = 17,72 \text{KN/m}^2$$

Rij Böl.	Rotasyon Bileşenleri		İş Bileşenleri	
	θ_x	θ_y	$M_x \cdot \theta_x \cdot L_y$	$M_y \cdot \theta_y \cdot L_x$
1		0,694		$14,32 \cdot 5,00 \cdot 0,694 = 49,69$
2	0,400		$(14,32 \cdot 1,50 + 15,62 \cdot 2,50 + 15,92 \cdot 3,50 + 14,32 \cdot 2,50 + 1,50 \cdot 14,32 + 32,03 \cdot 2,50 + 46,16 \cdot 3,50 + 22,5 \cdot 2,50) \cdot 0,400 = 188,57$	
3	0,400		$(14,32 \cdot 1,50 + 15,625 \cdot 2,50 + 15,92 \cdot 3,50 + 0,40 \cdot 14,32 + 14,32 \cdot 1,50 + 32,03 \cdot 2,50 + 37,87 \cdot 1,875) \cdot 0,400 = 117,82$	
4		0,476		$(2,85 \cdot 24,32 + 49,30 \cdot 2,15 + 37,82 \cdot 3,00 + 18,98 \cdot 2,00) \cdot 0,476 = 155,51$
5		0,2564		$(0,40 \cdot 24,32 + 2,15 \cdot 49,30 + 3,00 \cdot 37,82 + 2,00 \cdot 18,98 + 80,0 \cdot 1,075 + 67,5 \cdot 3,00 + 34,71 \cdot 2,00) \cdot 0,2564 = 160,27$
6	0,2564		$(6,0 - 6,0) \cdot 14,32 \cdot 0,2564 = 44,06$	

$$\left. \begin{aligned} \sum M_n \cdot \theta_n \cdot L_o &= 715,92 \\ \sum D_i &= 37P \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow P = \frac{715,92}{37} = 19,35 \text{ kN/m}^2$$

SONUÇ

Bu tezde konumuz olan, içeri giren köşeli dikdörtgen beton-
arme plak düzgün yayılı yük etkisi altında incelenmiştir. Pla-
ga etkiyen bu yüke göre alt sınır çözüm olan basit şerit meto-
du kullanılarak momentler ve gerekli donatı ağı bulundu. Daha
sonra ileri şerit metodu kullanılarak plğin belli P_u yükü için
 M_u momentleri hesaplandı ve bu momentleri karşılayabilecek do-
natı hesabı yapıldı. Üst sınırde ileri şerit metodunda elde
edilen momentleri meydana getirebilecek P_r yükü bulundu. Bu
değerleri aşağıda gösterelim,

$$P_u = 15 \text{ kN/m}^2$$

$$P_r = 17,72 \text{ kN/m}^2$$

$P_r > P_u$ çünkü üst sınır çözümler alt sınır çözümlerden daha
güvensiz tarafta sonuç verir. Gerçek kırılma yükü bu iki değer
arasındadır.

KAYNAKLAR

1-) BERKTAY, Doç. İlhan

- Kırılma çizgileri teorisi ders notları

2-) HILLERBORG, R.

- Design by the Strip Method and other Equilibrium Methods.

3-) PARK, R

- Rein forced Concrete Slabs.

