

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Yüksek Kirişte Gerilme Problemi

Mustafa Bilek

Yüksek Lisans Tezi

150
64

100072

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

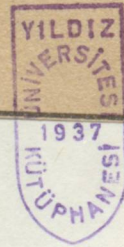
YÜKSEK KİRİŞTE GERİLME PROBLEMİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MÜH. MUSTAFA BİLEK

İSTANBUL 1985

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
GENEL KİTAPLIĞI

Kot : R 150
Alındığı Yer : Fen Bil. Ens. 64
Tarih : 8.12.1986
Fatura :
Fiatı : 1000 TL
Ayniyat No : 1/32
Kayıt No : 44615
UDC :
Ek :



YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



YÜKSEK KİRİŞTE GERİLME PROBLEMİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MÜH. MUSTAFA BİLEK

İSTANBUL 1985

İÇİNDEKİLER

ÖZET

INVESTIGATION

GİRİŞ

BÖLÜM I

I. Levhanın genel denklemleri

I.1 Bilinmeyenler ve denklemlerin sayısı

I.2 Gerilme problemine ait genel denklemler

I.3 Gerilme fonksiyonu (Airy)

I.3.1 Hacim kuvvetlerinin sıfır olması

I.3.2 Hacim kuvvetlerinin sabit olması

I.3.3 Hacim kuvvetinin değişken olması

I.4 Sınır şartları

I.4.1 Hacim kuvvetinin sıfır olması

I.4.2 Hacim kuvvetinin sabit olması

I.4.3 Hacim kuvvetinin dedişken olması

I.5 Sınır değer probleminin çözümü

I.6 Sonlu farklar metodu

BÖLÜM II

II.1 Tek açıklıklı yüksek kırışte gerilmeler

II.2 Tek açıklıklı yüksek kırışte delik problemi

II.2.1 Sonlu farklar şebekesinin seçilmesi

II.2.2 Sınır şartları

II.2.3 Levha dışındaki zahiri noktaların hesaplanması

II.2.4 Diferansiyel denklemler

II.2.5 Bilgisaray programları

II.2.6 Diferansiyel denklemlerin çözümünden elde edilen airy gerilme fonksiyonları

II.2.7 Gerilme diyagramları

SONUÇLAR

KAYNAKLAR

ÖZGEÇMİŞ

1

2

2

2

5

6

7

8

10

10

11

14

16

17

23

29

29

31

31

32

34

38

42

45

46

46

50

51

52

ÖZET

Yüksek kirişlerin ideal bir çözüm olarak, büyük ölçüde kullanıldığı silo ve hazne inşaatları, son yıllarda çok önem kazanmıştır. Bu nedenle araştırmanın konusu, yüksek kirişlerin herhangi bir yerinde delik olması halinde gerilme yayılımının incelenmesidir.

Çalışmanın birinci bölümünde, yüksek kirişlerin çözüm yöntemi yer almaktadır. Levha diferansiyel denklemi, Airy gerilme fonksiyonu cinsinden, hacim kuvvetlerinin sıfır, sabit ve değişken olması halleri için ifade edilmiştir. Diferansiyel denklemin çözümünde, yaklaşık bir yöntem olan sonlu farklar metodu kullanılmıştır. Bu sebepten sonlu farklar metodunun levha problemine uygulanması gösterilmiştir.

İkinci bölümün başında, delik problemiyle karşılaştırmayı daha rahat yapabilmek için F.Anderman'ın yüksek kirişler üzerindeki çalışmaları anlatılmıştır. Yüksek kirişte bir delik açılmış ve levha teorisine göre çözüm şu şekilde yapılmıştır. Önce kenar yüklemesinin değişimine ve varılması istenilen neticenin doğruluğuna göre ara mesafeleri tespit edilen şebeke seçilerek, sınır değer probleminden sınır şartları, buna bağlı olarak da levha dışındaki zahiri noktalar hesaplanmıştır. Sonlu farklar denklemine göre her düğüm noktası için bir denklem yazılmıştır. Denklemler bilgisayarda çözülerek her nokta için Airy gerilme fonksiyonunun değerleri bulunmuştur. Bu fonksiyonlardan gerilmeler hesaplanarak diyagramlar çizilmiştir.

INVESTIGATION

The construction of stores for grain has gained great importance in recent years where high beams are being used as an ideal solution. Therefore the subject of this research is the investigation of the spreading of the tension, in case there is a hole at any point of the high beams.

In the first part, the method of the solution of the high beams is taken into consideration plate differential equation, from airy tension kind, volume strength being zero, is given in immovable and movable cases. In the solution of differential equation, differences with terminals are used as an approximate method. Therefore the application of differences of terminals to plate problem is shown.

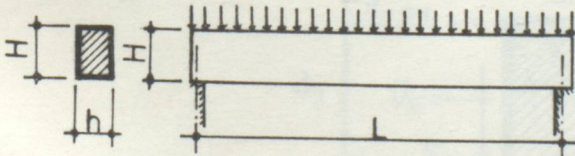
In the second part, the studies of F. ANDERMAN on high beams is explained in order to encounter more easily with the hole problem. A hole was opened in the high beam; and the solution according to the plate theory is given as follows: first according to the variability of side loading and according to the correctness of the result that is described the net work (the interval distances being fixed) is chosen, and from limit value problem the limit provision and in accordance with this the outward points outside, the plate is calculated.

A separate equation is written for each knot-point in accordance with the equation of differences of terminals. The equations were solved with computer and the values of airy tension functions is found for every point. The tensions were calculated from these functions and diagrams were drawn.

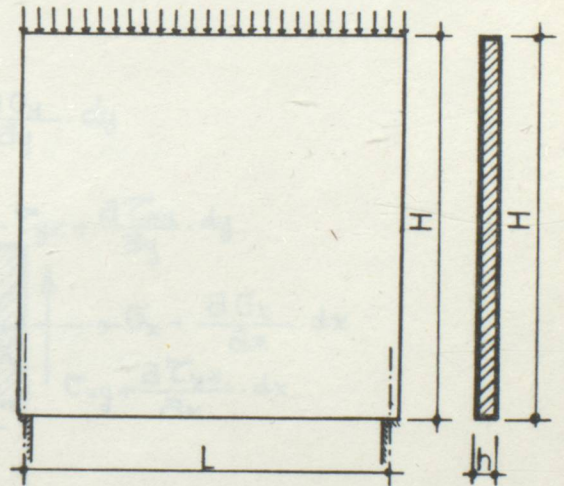
YÜKSEK KİRİŞLER TEORİSİ

GİRİŞ

Prizmatik çubuk şeklindeki kirişler, (Şekil-1) Navier'in her lifteki gerilmenin (σ_x) o lifin tarafsız ekseninden uzaklığı ile orantılı hipotezine göre hesaplanmaktadır. Fakat sayısız deneyle doğruluğu ispat edilmiş olan bu kabul mütemadi kirişlerde, kiriş yüksekliğinin, kiriş açıklığına oranı en çok 2/5 ve serbest oturan tek açıklıklı kirişlerde 4/5 den büyük olmadığı hallerde geçerlidir. Bu sınırlara kadar, doğrusal gerilme yayılımı hipotezini kullanarak, yeter derecede doğru sonuçlara ulaşılabılır. Yukardaki oranların dışında kalan kirişlere YÜKSEK KİRİŞ (Şekil-2) adı verilmektedir. Bu kirişlerde gerilme yayılımı doğrusal değil, yük durumuna göre tamamen değişik eğrisel bir gidiş alabilir. Gerilme yayılımı doğrusal olmadığı için, Navier hipotezi kullanılamaz. Bu yüzden Yüksek Kiriş'lerin gerilme yayılımı Levha teorisine göre hesaplanmaktadır.



(Şekil 1)



(Şekil 2)

BÖLÜM 1

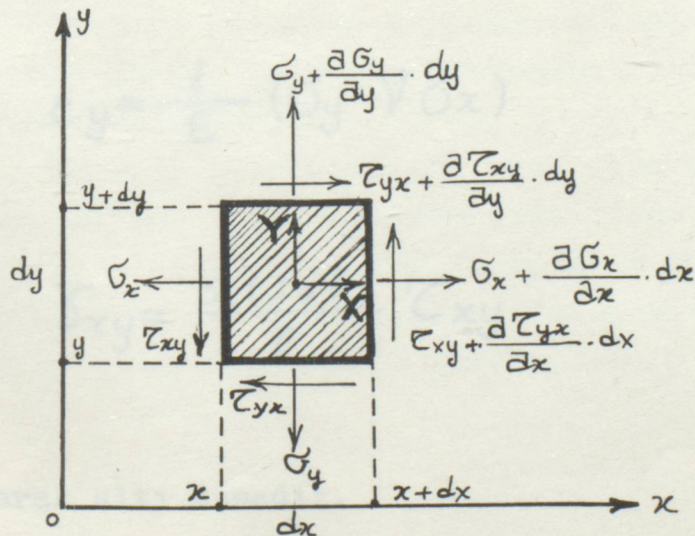
LEVHANIN GENEL DENKLEMLERİ

GİRİŞ

Kendi düzlemindeki kuvvetlerin, tesiri altında bulunan ve orta yüzeyi deformasyondan sonra, yine düzlem kalan taşıyıcı sisteme LEVHA adı verilir.

1.1 BİLİNMEYENLER VE DENKLEMLERİN SAYISI

Levhada $dx \times dy \times h$ ölçülerinde küçük bir prizmatik elemanı (Şekil-3) göz önüne alırsak, gerilme bileşenleri olarak σ_x , σ_y ve τ_{xy} gibi üç fonksiyon, şekil bileşenleri olarak da ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy} gibi diğer üç fonksiyonki toplam altı fonksiyon, problemin bilinmeyenleridir.



(Şekil-3)

Bunlar arasındaki denklemler, denge esasından (1.1) denklemleri,

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0$$

Şekil değiştirme bileşenlerinin, aralarındaki uygunluğu gösteren (1.2) denklemi,

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (1.2)$$

Son olarak da, gerilme ve şekil değiştirmeler arasındaki bağıntıyı ifade eden (1.3) denklemleri, (Hooke Kanunu)

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y)$$
$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \quad (1.3)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}$$

ile toplam olarak altı tanedir.

Problemin bilinmeyenleri arasına,yukarda sayılan altı fonksiyondan başka $U_x(x,y)$ ve $U_y(x,y)$ yer değiştirme bileşenleri sokulursa,toplam bilinmeyen sayısı sekize yükselmiş olur.Bu nedenle,yer değiştirme ve şekil değiştirme arasındaki bağıntıları gösteren (1.4) denklemlerini,

$$\epsilon_x = \frac{\partial U_x}{\partial x}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial U_y}{\partial y} \quad (1.4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x}$$

dikkate almak gerekir.Fakat,sekiz bilinmeyenli bu problemde dokuz denklem elde edilmiş olur.Yalnız (1.2) denklemi,uygunluk şartını,yerine getiren bir denklemdir.Yani özdeşlikten ibaret olduğu için bunu hesaba katmamak gerekir.O halde denklemler (1.1),(1.3),(1.4) olarak sekiz adettir.

Levha problemi,en geniş haliyle sekiz bilinmeyenli bir problemidir.Fakat,hesaplarda sadeliği sağlamak için,bir çok bilinmeyenleri bu denklemler arasında yok ederek,bunu daha az bilinmeyenli problem haline getirmek mümkündür.Bunlar arasında en önemli olanlar şunlardır.

G_x , G_y ve T_{xy} gerilme bileşenlerini esas alan üç bilinmeyenli GERİLME PROBLEMİ ve U_x, U_y bileşenlerini,esas bilinmeyen olarak ele alan iki bilinmeyenli YER DEĞİŞTİRME PROBLEMİDİR.

Aranan fonksiyonların belirtilmesinde diferansiyel denklemlerden başka,sınır şartlarının da rolü vardır.

Bu sebeple, problemde verilen sınır şartları gerilme cinsinden ise, onu gerilme problemi olarak ele almak, eğer sınır şartları yer değiştirmeler cinsinden ise, onu yer değiştirme problemi olarak ele almak daha basittir.

Bazı problemlerde ise, sınırın bir kısmında şartlar gerilme cinsinden, diğer kısmında yer değiştirmeler cinsinden verilmiş olabilir. Bu tip problemlere BİLEŞİK denir. Bu tip problemlerde bütün denklemlerin toplu olarak ele alınması gerekir.

1.2 GERİLME PROBLEMİNE AİT GENEL DENKLEMLER

σ_x, σ_y ve τ_{xy} fonksiyonları, esas büyüklük olarak ele alan bu meselenin genel denklemlerini elde etmek için (1.2) ve (1.3) arasında şekil değiştirme bileşenlerini, yok etmek gerekir. Bunun içinde (1.2) de ϵ_x, ϵ_y ve γ_{xy} yerine (1.3) den eşitleri kournursa,

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} (\sigma_x - \nu \sigma_y) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_y - \nu \sigma_x) = 2(1+\nu) \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (1.5)$$

tarzında, sırf gerilmelere bağlı bir uygunluk denklemi, elde edilmiş olur. (1.5) denkleminin, sağ tarafındaki τ_{xy} kayma gerilmesini, (1.1) denge denklemlerinden faydalanarak yok edebiliriz. Bu suretle uygunluk denklemi yalnız σ_x, σ_y normal gerilmeleriyle ifade edilmiş olur. Bu nedenle (1.1) denklemlerini, sırasıyla x ve y 'ye göre türevlerini aldıktan sonra toplarsak,

$$2 \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = - \left(\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} + \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right) \quad (1.6)$$

bulunur. (1.5) ve (1.6) dan τ_{xy} yok edilirse,

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y^2} = -(1+\nu) \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right) \quad (1.7)$$

denklemini bulunur. Bu denklem, aradığımız uygunluk denklemidir. Lablece Operatörü Δ ile gösterilirse (1.7) denklemi,

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (1.8)$$

$$\Delta (\sigma_x + \sigma_y) = -(1+\nu) \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right)$$

basit şeklini alır. Gerilme problemlerinin ana denklemleri artık (1.1) denge denklemleriyle (1.8) uygunluk denklemidir. Ayrıca aranan σ_x, σ_y ve τ_{xy} fonksiyonları, sınırdaki şartları da gerçeklemek zorundadır.

1.3 GERİLME FONKSİYONU (AIRY)

Levha problemlerinde çoğu zaman sınır şartları, gerilme cinsinden verilir. Bu nedenle gerilme problemi, diğerlerine göre öncelik kazanmış olur.

Gerilme problemi $F(x, y)$ gibi çift değişkenli (Airy) GERİLME FONKSİYONUNU dikkate almakla çok sadeleşir. Bütün problem gerilme fonksiyonunun belirlenmesine indirgenebilir. $F(x, y)$ fonksiyonlarının sürekli ve türevlerinin mevcut olduğu kabul edilmektedir.

Gerilme fonksiyonlarıyla çözümü incelerken özel halden, genel hale doğru gidelim.

1.3.1 HACİM KUVVETLERİNİN SIFIR OLMASI

($X=0, Y=0$)

Bu halde gerilme problemi denklemleri olan (1.1) ve (1.8) de $X=0, Y=0$ konulursa,

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (1.9)$$

$$\Delta (\sigma_x + \sigma_y) = 0$$

(1.9) elde edilir.

Hesaplanması gereken $\sigma_x(x,y)$, $\sigma_y(x,y)$ ve $\tau_{xy}(x,y)$ gerilmelerinin, $F(x,y)$ fonksiyonunun ikinci mertebeden parsiyel türevleri olduğunu kabul edelim.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (1.10)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$$

Bu kabuller, (1.9) denklemlerinde yerine konursa ilk ikisini sağlar.

Üçüncü denklem (Uygunluk Şartı)

$$\sigma_x + \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \Delta F \quad (1.11)$$

şeklini alır. Buradan ise,

$$\Delta(\sigma_x + \sigma_y) = \Delta \Delta F = \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (1.12)$$

(1.12) gerilmenin diferansiyel denklemi elde edilir.

Gerilme probleminin çözümü, diferansiyel denklemini sağlayan $F(x,y)$ fonksiyonunun bulunmasıdır. Çünkü $F(x,y)$ fonksiyonu belirlendikten sonra, türev alınarak gerilmeler kolaylıkla bulunabilir.

Ancak diferansiyel denklemi sağlayan bir çok $F(x,y)$ fonksiyonu vardır. Bunlar arasından, problemin sınır şartlarını sağlayan fonksiyon seçilmelidir. Sınır şartlarıyla Airy gerilme fonksiyonu arasındaki bağıntılar 1.4 de verilecektir.

1.3.2 HACİM KUVVETLERİNİN SABİT OLMASI

($X=X_0, Y=Y_0$)

Bu halde, gerilme problemi denklemleri olan (1.1) ve (1.8) de $X=X_0$, $Y=Y_0$ konulursa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X_0 &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y_0 &= 0 \\ \Delta(\sigma_x + \sigma_y) &= 0 \end{aligned} \quad (1.13)$$

elde edilir.

Denge denklemlerinin sağlanabilmesi için, şu küçük değişikliği yapmak gerekir.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + X_0 \cdot x$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + Y_0 \cdot y \quad (1.14)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$$

Bu değişikliğe göre uygunluk denklemi,

$$\sigma_x + \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - (X_0 x + Y_0 y) \quad (1.15)$$

şeklini alır, buradan ise,

$$\Delta (\sigma_x + \sigma_y) = \Delta \Delta F = \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (1.12)$$

gerilmenin diferansiyel denklemi elde edilir.

Hacim kuvvetinin, sıfır veya sabit olması, son diferansiyel denklemde bir farklılık meydana getirmemektedir. Yalnız $F(x, y)$ fonksiyonundan, gerilmeler türetilirken hacim kuvvetinin sabit olması halinde, ek terimlerin katılması gerekmektedir.

1.3.3 HACİM KUVVETİNİN DEĞİŞKEN OLMASI HALİ

$$(X = -\frac{\partial V}{\partial x}, Y = -\frac{\partial V}{\partial y})$$

Değişken hacim kuvvetini gösteren $V(x,y)$ fonksiyonu olsun. Bu halde (1.1) denge denklemlerini sağlayabilmek için gerilme ifadelerini,

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + V$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + V \quad (1.15)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$$

(1.15) şeklinde seçilmesi gerekir.

Bu gerilme ifadelerini uygunluk denkleminde dikkate alırsak,

$$\Delta \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + 2V \right) = (1+Y) \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (1.16)$$

(1.16) elde edilir. Buradan ise,

$$\Delta \Delta F = -(1-Y) \Delta V \quad (1.17)$$

(1.17) gerilmenin diferansiyel denklemi elde edilmiş olur. Bu durumda hacim kuvvetlerinin her üç halide incelenmiş olur.

1.4 SINIR ŞARTLARI

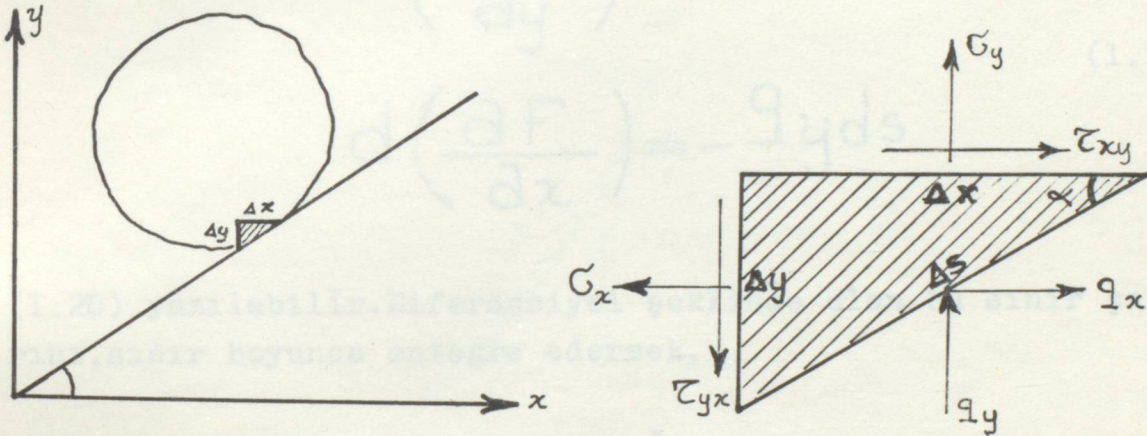
Yukarıda üç ayrı grupta incelenen gerilme probleminin sınırdaki

sağlanması gerekli şartlarını, $F(x,y)$ fonksiyonları cinsinden ifade etmeliyiz.

1.4.1 HACİM KUVVETİNİN SIFIR OLMASI

($X=0, Y=0$)

σ_x, σ_y ve τ_{xy} fonksiyonları (1.1) denklemlerini, levhanın iç noktalarında sağlamakla birlikte bu fonksiyonların sınır-daki değerleri, levha sınırına etkiyen ve önceden verilen sınır kuvvetleriyle dengede olmalıdır. Levhanın bir sınır elemanını (Şekil-4) dikkate alalım.



(Şekil-4)

Sınırın birim alanına düşen kuvvetler q_x ve q_y dir. Sınır elemanın dengesinden,

$$q_x \Delta s = \sigma_x \Delta y - \tau_{xy} \Delta x$$

(1.18)

$$q_y \Delta s = \tau_{xy} \Delta y - \sigma_y \Delta x$$

(1.18) denklemleri elde edilir.

G_x, G_y ve C_{xy} yerine (1.10) daki eşitlerini koyarsak,

$$\begin{aligned} q_x ds &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} dy + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} dx \\ q_y ds &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} dy - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} dx \end{aligned} \quad (1.19)$$

(1.19) denklemleri bulunur. Tam diferansiyel tarifinden,

$$\begin{aligned} d\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right) &= q_x ds \\ d\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right) &= -q_y ds \end{aligned} \quad (1.20)$$

(1.20) yazılabilir. Diferansiyel şeklinde olan bu sınır şartlarını, sınır boyunca entegre edersek,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_s &= \int_0^s q_x ds + C_2 \\ \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_s &= -\int_0^s q_y ds + C_1 \end{aligned} \quad (1.21)$$

(1.21) sonlu sınır şartları elde edilir.

Burada (s) belirli bir başlangıç ve yönde ölçülen sınır uzunluğunu, C_1, C_2 keyfi integrasyon sabitlerini gösterir.

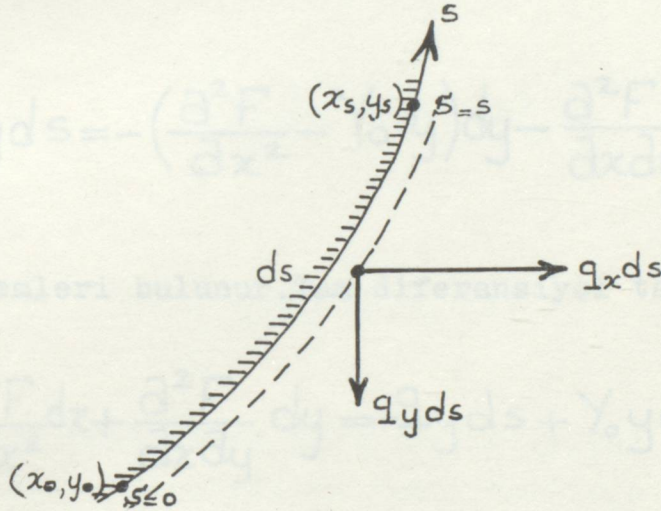
Sınırlı integraller ise,

$$\int_0^s q_x ds = Q_x(s)$$

(1.22)

$$\int_0^s q_y ds = Q_y(s)$$

$S=0$ dan, $S=s$ 'e kadar, sınırdaki kuvvetlerin vektöriyel toplamının bileşenlerini gösterir. (Şekil-5)



(Şekil-5)

(1.21) denkleminde, (1.22) deki tarifler göz önünde tutulursa,

$$\left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_s = Q_x(s) + C_2$$

(1.23)

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_s = -Q_y(s) + C_1$$

aranan sınır şartları elde edilmiş olur.

(1.23) denklemi, Airy gerilme fonksiyonu, ile sınır şartları arasındaki bağıntıyı verir.

1.4.2 HACİM KUVVETİNİN SABİT OLMASI

$$(X=X_0, Y=Y_0)$$

Sınır elemanın dengesini ifade eden (1.18) denkleminde, C_x, C_y ve τ_{xy} nin $X=X_0, Y=Y_0$ durumdaki eşitlerini koyarsak,

$$q_x ds = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - X_0 \cdot x \right) dy + \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} dx$$

(1.24)

$$q_y ds = - \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - Y_0 \cdot y \right) dy - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} dx$$

(1.25)

(1.24) denklemleri bulunur. Tam diferansiyel tarifinden,

$$d\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} dx + \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} dy = -q_y ds + Y_0 y dx$$

(1.25)

$$d\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} dy + \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} dx = q_x ds + X_0 x dy$$

(1.25) yazılabilir. Diferansiyel şeklinde olan bu sınır eğrisini, $S=0$ dan itibaren bir (A) noktasına kadar entegre edersek,

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_s = - \int_0^s q_y ds + Y_0 \int_0^s y dx + C_1$$

(1.26)

$$\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_s = \int_0^s q_x ds + X_0 \int_0^s x dy + C_2$$

(1.26) bulunur.

C_1 , C_2 entegrasyon sabitlerini ifade eder.(1.26) denkleminde (1.22) deki tarifler göz önünde tutulursa,

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_s = -Q_y(s) + Y_0 \int_0^s y dx + C_1 \quad (1.29)$$

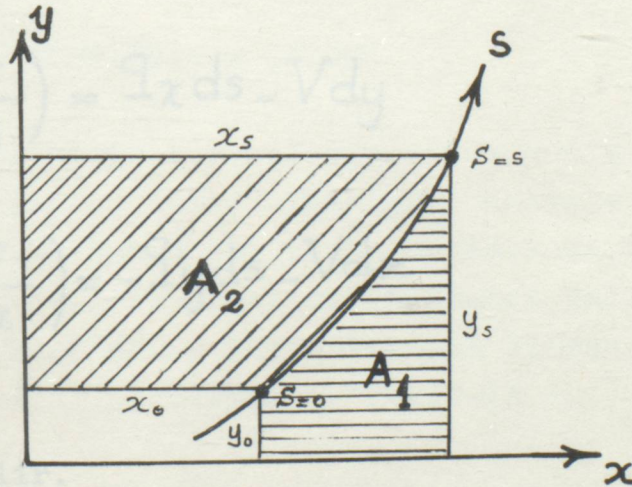
$$\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_s = Q_x(s) + X_0 \int_0^s x dy + C_2 \quad (1.27)$$

(1.27) ile aranan sınır şartları elde edilmiş olur.Bunun (1.23) de ifade edilen sınır şartlarından tek farkı,

$$\int_0^s y dx = A_1(s) \quad (1.28)$$

$$\int_0^s x dy = A_2(s)$$

entegralleriyle gösterilen terimlerdir.(1.28) deki eğrisel entegrallerin,basit geometrik manaları vardır,o da (Şekil-6) da görülen alanlardır.



(Şekil-6)

Buna göre, (1.27) denklemlerindeki sınır şartları,

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_s = -Q_y(s) + Y_0 A_1 + C_1 \quad (1.29)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_s = Q_x(s) + X_0 A_2 + C_2$$

şeklini alır.

1.4.3 HACİM KUVVETİNİN DEĞİŞKEN OLMASI

Sınır elemanın dengesini ifade eden (1.18) denkleminde G_x, G_y ve τ_{xy} nin $X = -\frac{\partial V}{\partial x}$, $Y = -\frac{\partial V}{\partial y}$ durumundaki eşitlerini koyarsak,

$$Q_x \cdot ds = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + V\right) dy - \left(-\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}\right) dx \quad (1.30)$$

$$Q_y \cdot ds = \left(-\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}\right) dy - \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + V\right) dx$$

(1.30) denklemleri bulunur. Tam diferansiyel tarifinden,

$$d\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right) = Q_x ds - V dy \quad (1.31)$$

$$d\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right) = -Q_y ds - V dx$$

(1.31) yazılabilir.

Diferansiyel şeklinde olan bu sınır eğrisini, $S=0$ dan itibaren $S=s$ noktasına kadar entegre edersek,

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_s = -\int_0^s q_y ds - \int_0^s V dx + C_1$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_s = \int_0^s q_x ds - \int_0^s V dy + C_2 \quad (1.32)$$

(1.32) bulunur. C_1, C_2 entegrasyon sabitlerini ifade eder.

(1.32) denkleminde (1.22) deki tarifler göz önünde tutulursa,

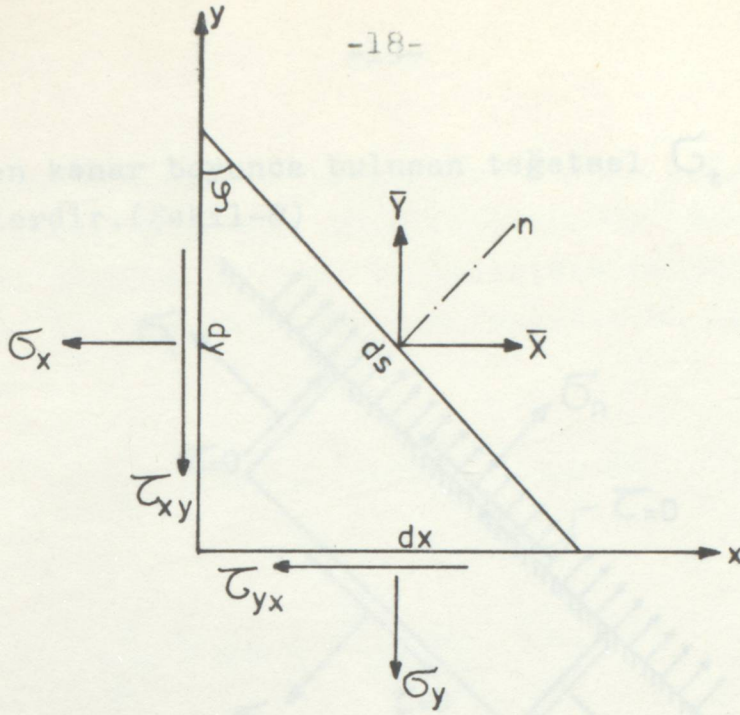
$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_s = -Q_y(s) - \int_0^s V dx + C_1$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_s = Q_x(s) - \int_0^s V dy + C_2 \quad (1.33)$$

(1.33) elde edilmiş olur. Bu denklemlerde hacim kuvvetinin değişken olması hali için, sınır şartları ile Airy gerilme fonksiyonu arasındaki bağıntılar bulunmuş olur.

1.5 SINIR DEĞER PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Levhalar sınır ve hacim kuvvetleriyle yüklenmiş durumdadırlar, biz hacim kuvvetlerini (Kendi Ağırlığı) dikkate almadan levhayı inceleyeceğiz. Levhanın her kenar noktasında iç kuvvetler ile dış kuvvetler dengede olmalıdır. Levhanın kalınlığı h , birim kenar uzunluğa gelen sınır kuvvetlerinin bileşenleri $\bar{X}$ ve $\bar{Y}$ olan sınır noktasını inceleyelim. (Şekil-7)



(Şekil-7)

Bu sınır noktanın $\epsilon_X = 0$, $\epsilon_Y = 0$ denge şartları ile

$$\bar{X} ds - \sigma_x h dy - \tau_{xy} h dx = 0$$

(1.34)

$$\bar{Y} ds - \sigma_y h dx - \tau_{xy} h dy = 0$$

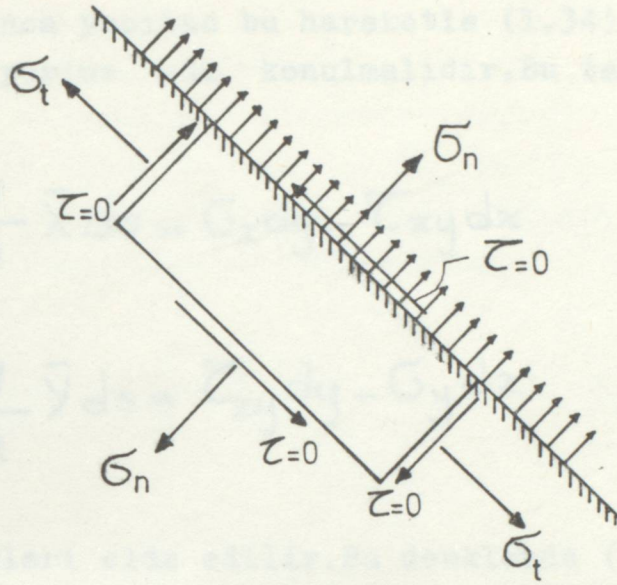
(1.34) denklemleri elde edilir. Yüklünmemiş kenarda (Yüklü olmayan kenar) $\bar{X} = 0$, $\bar{Y} = 0$ olmaktadır. Bunları (1.34) denkleminde dikkate alırsak,

$$\tau_{xy}^2 = \sigma_x \cdot \sigma_y$$

(1.35)

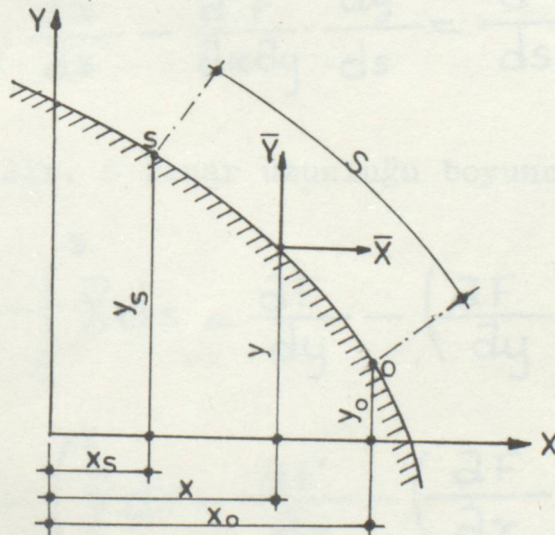
(1.35) bağıntısı bulunmuş olur. Bir kenar parçasına sadece kenara dik doğrultuda dış kuvvetler tesir ederse, kenar çizgisine dik olan kesitlerde kayma gerilmelerinin sınır değeri sıfırdır.

Bu yüzden kenar boyunca bulunan teğetsel σ_t gerilmeleri, asal gerilmelerdir. (Şekil-8)



Şekil 8

$\Delta\Delta F = 0$, denklemini sağlayan F gerilme fonksiyonunun sınır değerleri ve bu fonksiyonun birinci türevleri, kenar noktalarındaki denge şartlarından elde edilir. Burada herhangi bir kenar noktası, sabit bir s başlangıç noktasından itibaren ölçülen, s kenar boyu ile belirtilmektedir. (Şekil-9)



Şekil 9

Bu noktadan hareket edilerek, bir $s+ds$ komşu noktasına gidilecek olursa, bu durumda koordinatlar $-dx$ ve $+dy$ kadar değişir. Kenar boyunca yapılan bu hareketle (1.34) denklemi kullanılırken dx yerine $-dx$ konulmalıdır. Bu takdirde,

$$\frac{1}{h} \bar{X} ds = \sigma_x dy - \tau_{xy} dx$$

(1.35)

$$\frac{1}{h} \bar{Y} ds = \tau_{xy} dy - \sigma_y dx$$

(1.35) denklemleri elde edilir. Bu denklemde (1.10) ifadeleri kullanılarak, gerilme bileşenleri F gerilme fonksiyonu cinsinden ifade edilecek olursa,

$$\frac{1}{h} \bar{X} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \cdot \frac{dy}{ds} + \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \cdot \frac{dx}{ds} = \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)$$

(1.36)

$$\frac{1}{h} \bar{Y} = - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{dx}{ds} - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \cdot \frac{dy}{ds} = - \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)$$

(1.36) elde edilir. S kenar uzunluğu boyunca integrasyon yapılacak olursa,

$$\frac{1}{h} \int_0^s \bar{X} ds = \frac{\partial F}{\partial y} - \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_0$$

(1.37)

$$- \frac{1}{h} \int_0^s \bar{Y} ds = \frac{\partial F}{\partial x} - \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_0$$

(1.37) neticesine varılır.

Burada $\frac{\partial F}{\partial x}$ ve $\frac{\partial F}{\partial y}$, s kenar noktasına ait olurlar. Levhanın basit bağımlı (tek levha) bir bölge olması durumunda $\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_0$ ve $\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0$ sabit terimleri alınmayabilmir. Çünkü bu büyüklüklerin $F(x,y)$ gerilme fonksiyonu yardımı ile tasvir edilen yüzeyin eğriliğine ve gerilme bileşenlerine, bir katkısı yoktur. s noktasındaki Q kesme kuvvetinin, Q_x ve Q_y bileşenleri s kenar uzunluğu boyunca tesir eden bütün yüklere karşılık gelen entegraller şeklinde düşünülecek olursa,

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -\frac{1}{h} \int_0^s \bar{Y} ds = -\frac{1}{h} Q_y \quad (1.38)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{1}{h} \int_0^s \bar{X} ds = \frac{1}{h} Q_x$$

(1.38) elde edilir. Buradan görülebilir ki, yüklenmemiş olan kenar boyları için, $\frac{\partial F}{\partial x}$ ve $\frac{\partial F}{\partial y}$ ifadeleri sabittir. Şimdi,

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy$$

ifadesinde ki kısmi türevlerin yerine (1.38) değerlerini koyup s kenar uzunluğu boyunca entegrasyonu alınırsa,

$$F = \frac{1}{h} \int_0^s (Q_x dy - Q_y dx) \quad (1.39)$$

(1.39) bulunur. Kısmi entegrasyon kuralı (1.39) denkleminde uygulanırsa,

$$F = \frac{1}{h} \left[(Q_x y)_s - (Q_y x)_s - \int_0^s (y dQ_x - x dQ_y) \right] \quad (1.40)$$

(1.40) şeklinde ifade edilebilir.

Q kesme kuvvetinin bileşenleri ve türevleri (1.38) yardımıyla $\bar{X}$ ve $\bar{Y}$ yük bileşenleri cinsinden ifade edilecek olursa,

$$F = \frac{1}{h} \left[y_s \int_0^s \bar{X} ds - x_s \int_0^s \bar{Y} ds - \int_0^s y \bar{X} ds + \int_0^s x \bar{Y} ds \right] \quad (1.41)$$

$$F = \frac{1}{h} \left[\int_0^s \bar{X} (y_s - y) ds + \int_0^s \bar{Y} (x - x_s) ds \right]$$

(1.41) bulunur. Köşeli parantez içersindeki ifade s kenar uzunluğu boyunca (Şekil-9) tesir eden kenar yüklerinin, s kenar noktasına göre momentini ifade eder. Buna göre,

$$F_{(s)} = \frac{M_{(s)}}{h} \quad (1.42)$$

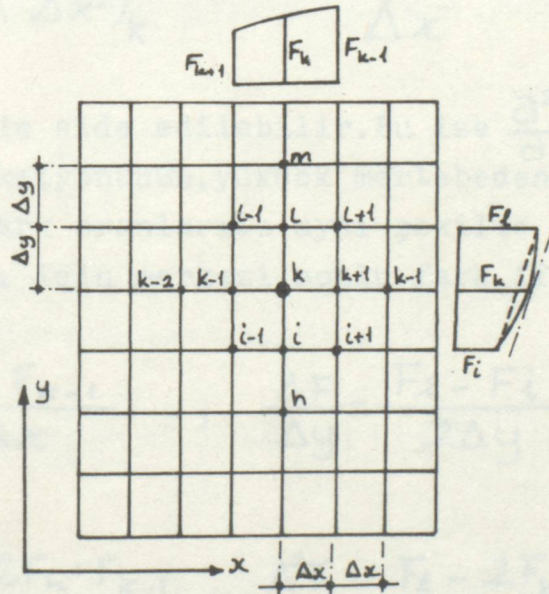
(1.42) yazılabilir. Bundan başka $\frac{\partial F}{\partial x}$ ve $\frac{\partial F}{\partial y}$ kısmi türevlerinden kenarın normali doğrultusundaki $\frac{\partial F}{\partial n}$ türevi teşkil edilebilir. Her kenar noktasının, sağlamak zorunda olduğu iki denge denklemine karşılık, iki sınır değeri elde edilir. Bunlar F , $\frac{\partial F}{\partial n}$ veya $\frac{\partial F}{\partial x}$, $\frac{\partial F}{\partial y}$ çiftleridir. Her iki sınır şartıda, $\Delta \Delta F = 0$ levha denkleminin entegrasyonunu, levhanın basit bağımlı bir bölge olması halinde, F gerilme fonksiyonu için tek değerli bir çözüm verir.

Yapı inşaatında, sık sık rastlanan, kenarlarına sadece dik kuvvetlerin tesir ettiği dikdörtgen levhaların (Yüksek Kiriş) hesaplanması gerekir. Eğer x ve y koordinat eksenlerine kenarlar paralel ise, bu takdirde bütün kenar noktaları için $\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = 0$ $x = \text{sabit}$ kenarları için $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) = 0$ dan $\frac{\partial F}{\partial x} = \text{sabit}$ ve $y = \text{sabit}$ kenarları için de benzer olarak $\frac{\partial F}{\partial y} = \text{sabit}$, sonuçları bulunur.

1.6 SONLU FARKLAR METODU

Sınır değer problemlerinin çok defa kesin ve kapalı çözümleri yoktur. Bunun için yaklaşık bir çözümle yetinmek zorunda kalınır. Yaklaşık metodlar, karakter bakımından ikiye ayrılır. Bir kısmı sınır şartlarında yaklaşıklık kabul eder, fakat diferansiyel denklemin kesin olarak sağlanmasını ister. İkinci grup metodlarda ise sınır şartlarının gerçekleşmesi kesin olduğu halde, diferansiyel denklemin sağlanmasında, yaklaşıklık vardır. Sonlu farklar metodu, bu ikinci guruba giren ve hemen her hale uygulanabilen basit bir metoddur. Fakat bu metod tarzının sakıncası ise, genel çözümler vermemesidir. Bir yükün yerinde veya yükleme boyunda değişiklik yapıldığı takdirde hesapların, yeni duruma göre baştan tekrarlanması gerekir.

Hesap bütün levha yüzeyinde yapılmaz. levhayı temsil eden belirli sayıdaki noktaların seçilmesiyle yapılır. Bir dikdörtgen levha halinde, mesafeleri ΔX ve ΔY (Şekil-10) olacak şekilde, levha üzerine yayılan ağıın düğüm noktaları bu metod için kullanılabilir.



(Şekil-10)

Sonlu farklar metoduna geçişi, aşağıdaki şekilde yapabiliriz. k gibi bir göz noktası ile buna komşu olan $k-2, k-1, k+1, k+2, h$ $i-1, i, i+1, l-1, l, l+1$ ve m gibi 12 noktayı dikkate alalım. k noktasından $F(x, y)$ yüzeyi yardımı ile y 'nin sabit olduğu kesiti geçirelim ve diferansiyel oranları yerine sonlu fark oranlarını alalım. k noktası için üç tane birinci sonlu fark oranı yazılabilir.

$$\frac{F - F_{k-1}}{\Delta x}, \frac{F_{k+1} - F_{k-1}}{2\Delta x}, \frac{F_{k+1} - F_k}{\Delta x} \quad (1.43)$$

Yukardaki (1.43) ifadeleri gerideki, merkezdeki ve ilerideki sonlu fark oranlarını gösterirler. Eğer y sabit kesit eğrisi bir parabol ise k noktasındaki $\frac{\partial F}{\partial x}$ değeri, diferansiyel oranı ile çakışan, merkez sonlu fark oranları ile değiştirilebilir. k noktasında x 'se göre ikinci sonlu fark oranları,

$$\left(\frac{\Delta^2 F}{\Delta x^2} \right)_k = \frac{\frac{F_{k+1} - F_k}{\Delta x} - \frac{F_k - F_{k-1}}{\Delta x}}{\Delta x} \quad (1.44)$$

(1.44) şeklinde elde edilebilir. Bu ise $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$ ifadesine karşılık gelir. F fonksiyonunun, yüksek mertebeden türevlerine karşılık gelen, sonlu fark oranları da aynı şekilde yazılabilir. Bu durumda k noktası için merkezi sonlu fark ifadeleri,

$$\frac{\Delta F}{\Delta x} = \frac{F_{k+1} - F_{k-1}}{2\Delta x}, \quad \frac{\Delta F}{\Delta y} = \frac{F_l - F_i}{2\Delta y}$$

$$\frac{\Delta^2 F}{\Delta x^2} = \frac{F_{k+1} - 2F_k + F_{k-1}}{\Delta x^2}, \quad \frac{\Delta^2 F}{\Delta y^2} = \frac{F_l - 2F_k + F_i}{\Delta y^2}$$

$$\frac{\Delta^2 F}{\Delta x \Delta y} = \frac{(F_{l+1} + F_{i-1}) - (F_{i+1} + F_{l-1})}{4 \Delta x \Delta y}$$

$$\frac{\Delta^4 F}{\Delta x^4} = \frac{6F_k - 4(F_{k+1} + F_{k-1}) + (F_{k+2} + F_{k-2})}{\Delta x^4}$$

$$\frac{\Delta^4 F}{\Delta y^4} = \frac{6F_k - 4(F_l + F_i) + (F_m + F_h)}{\Delta y^4} \quad (1.45)$$

$$\frac{\Delta^4 F}{\Delta x^2 \Delta y^2} = \frac{4F_k - 2(F_{k+1} + F_{k-1} + F_i + F_l) + (F_{i+1} + F_{i-1} + F_{l+1} + F_{l-1})}{\Delta x^2 \Delta y^2}$$

(1.45) şeklinde ifade edilir. Bunlara göre,

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (1.12)$$

(1.12) levha denklemi k noktasında, aşağıdaki dördüncü mertebeden kısmi diferansiyel şeklindeki,

$$\begin{aligned} F_k \left\{ 6 \left[\left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 + 8 \right] - 4 \left\{ \left[1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)^2 \right] (F_{k+1} + F_{k-1}) + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 \right] (F_l + F_i) \right\} + 2(F_{l+1} + F_{i+1} + F_{l-1} + F_{i-1}) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)^2 (F_{k+2} + F_{k-2}) + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 (F_h + F_m) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (1.46)$$

(1.46) denklemine dönüşür.

Her düğüm noktası, kendisine komşu olan 12 nokta ile, bu denklem sayesinde dikkate alınabilir. Bu durumda her düğüm noktası için F_k büyüklüklerine göre, lineer bir denklem yazılabilir. İncelenen levhada her düğüm noktasındaki F_k bilinmeyenlerinin sayısı kadar denklem elde edilmiş olur. Bu denklemler içerisinde bulunan ve bilinen F sınır değerleri her nokta için farklı olduğundan F_k bilinmeyenlerini tek değerli olarak hesaplayabiliriz. Hesaplanan F_k bilinmeyenleri (1.10) denkleminde dikkate alınırsa,

$$\sigma_x = \frac{F_x - 2F_k + F_i}{\Delta y^2}$$

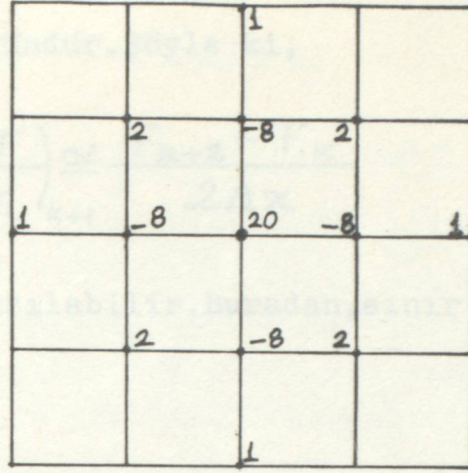
$$\sigma_y = \frac{F_{k+1} - 2F_k + F_{k-1}}{\Delta x^2} \quad (1.47)$$

$$\tau_{xy} = - \frac{(F_{e+1} + F_{i-1}) - (F_{i+1} + F_{e-1})}{4\Delta x \Delta y}$$

düğüm noktalarındaki gerilmeler (1.47) ifadeleri ile kolaylıkla hesaplanabilir. k noktası için Δx ve Δy mesafelerinin aynı olması halinde (1.46) denklemini basitleştirerek,

$$20F_k - 8(F_{k-1} + F_{k+1} + F_i + F_e) + 2(F_{i-1} + F_{i+1} + F_{e-1} + F_{e+1}) + (F_{k-2} + F_{k+2} + F_h + F_m) = 0 \quad (1.48)$$

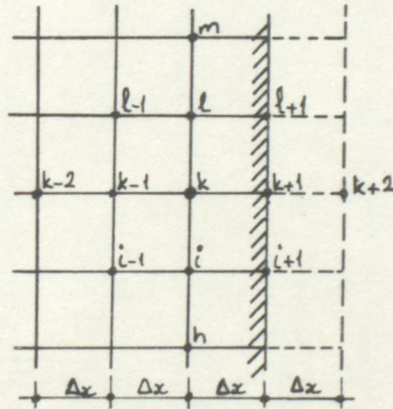
(1.48) şeklini alır. Bu denklemdeki katsayılar (Şekil-11) de şema olarak gösterilmektedir.



(Şekil-11)

$\Delta \Delta F = 0$ levha denkleminin basit bağımlı bölgedeki çözümlerinin F ve $\frac{\partial F}{\partial n}$ in, verilen sınır değerleri için, tek değerli olarak çözümleri, sınır değer problemlerinde gösterilmiştir. Şimdi bu sınır değerlerini sonlu farklar metoduna göre ifade etmeye çalışalım. k düğüm noktası, sınırdan Δx kadar içerdeki bir nokta olsun.

(Şekil-12)



(Şekil-12)

Bu takdirde $i+1, k+1$ ve $l+1$ noktaları, sınıra ait olduklarından bunlara karşı gelen F değerleri kenar yüklemesinden, sınır değerleri olarak hesaplanabilir. k noktası için yazılan sonlu fark denkleminde, levha dışında olan $k+2$ gibi zahiri bir noktaya ait F_{k+2} değerinin bulunması gerekir. Bu F_{k+2} fonksiyonu $k+1$ noktasına ait olup bilinen $\frac{\partial F}{\partial n}$ sınır değeri cinsinden,

ifade etmek mümkündür. Şöyle ki,

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right)_{k+1} \approx \frac{F_{k+2} - F_k}{2\Delta x} \quad (1.49)$$

(1.49) değeri yazılabilir. Buradan, sınır dışındaki F_{k+2} ifadesi çekilirse,

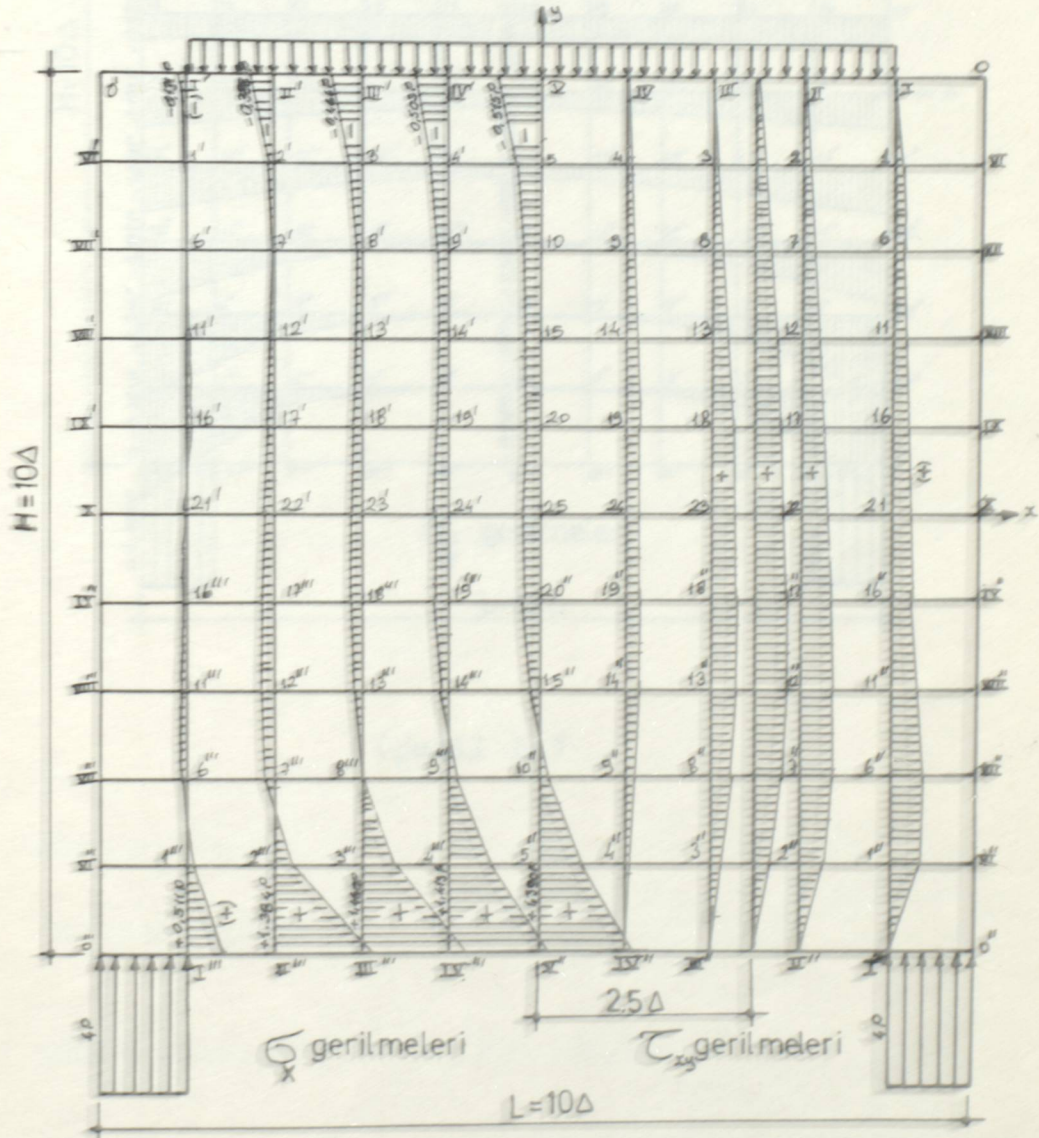
$$F_{k+2} = F_k + 2\Delta x \left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right)_{k+1} \quad (1.50)$$

(1.50) bulunmuş olur. Eğer $\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right)_{k+1} = 0$ ise, bu takdirde $F_{k+2} = F_k$ bulunur. k düğüm noktasının sınırdan Δy kadar içerde olması halinde, metod aynı şekilde tatbik edilir.

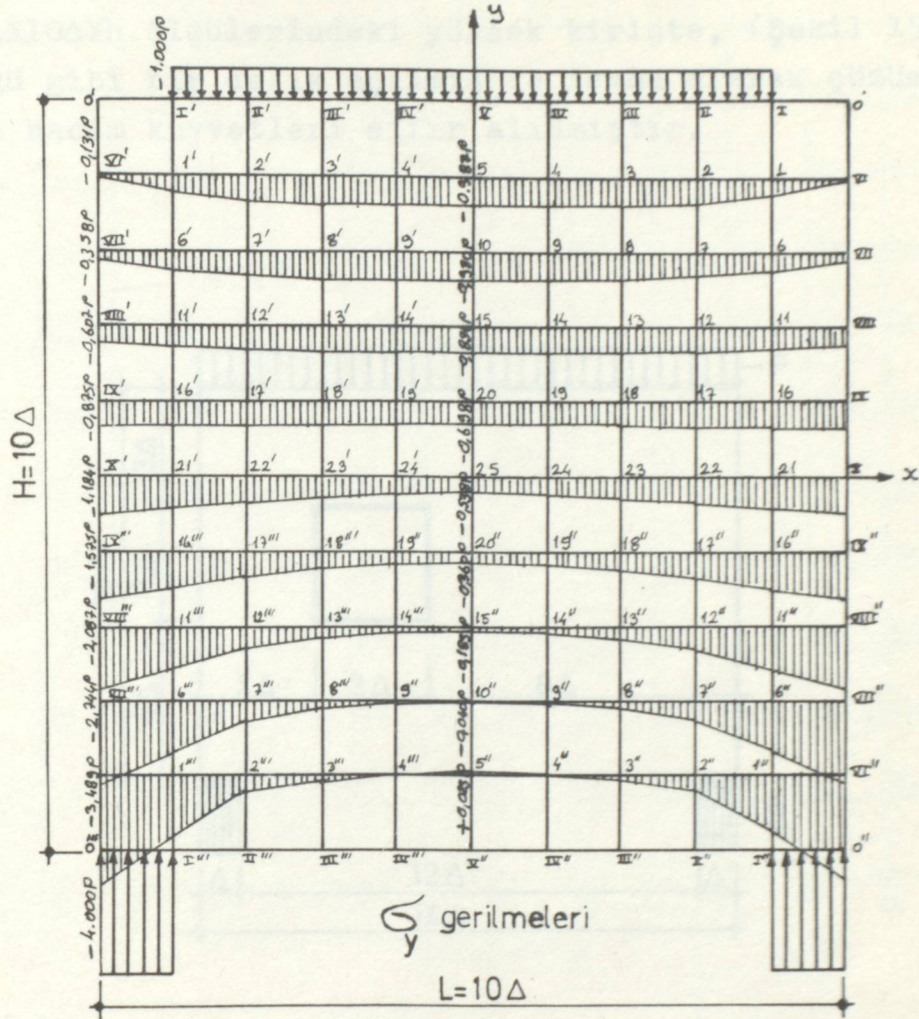
BÖLÜM II

II.1 TEK AÇIKLIKLI YÜKSEK KİRİŞTE GERİLMELER

F.Anderman'ın tek açıklıklı yüksek kirişlerdeki araştırmalarının sonucu elde ettiği σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilme diyagramları aşağıda gösterilmiştir. Bu diyagramların gösterilmesinin sebebi, delik açtığımız tek açıklıklı yüksek kirişte meydana gelen gerilmelerle karşılaştırabilmek içindir.



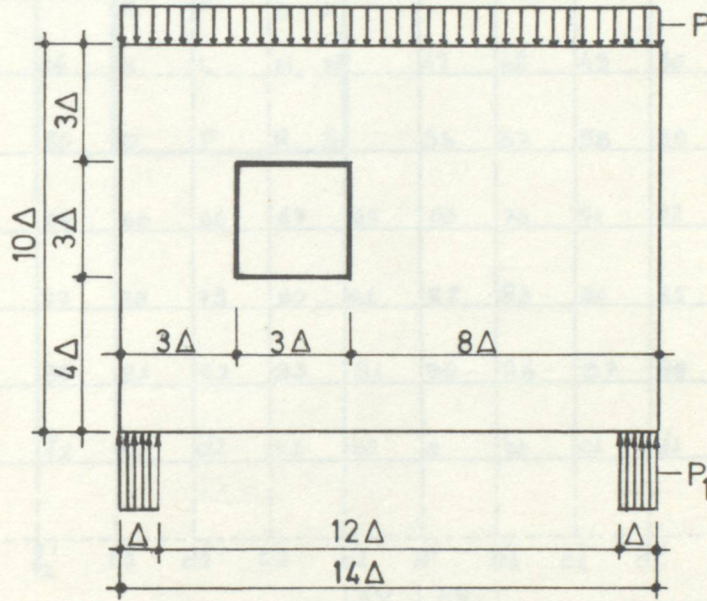
(Şekil 13)



(Şekil 14)

II.2 TEK AÇIKLIKLI YÜKSEK KİRİŞTE DELİK PROBLEMİ

$14\Delta \times 10\Delta$ ölçülerindeki yüksek kirişte, (Şekil 15) de görüldüğü gibi bir delik açılmış ve levha olarak çözümü yapılırken hacim kuvvetleri sıfır alınmıştır.



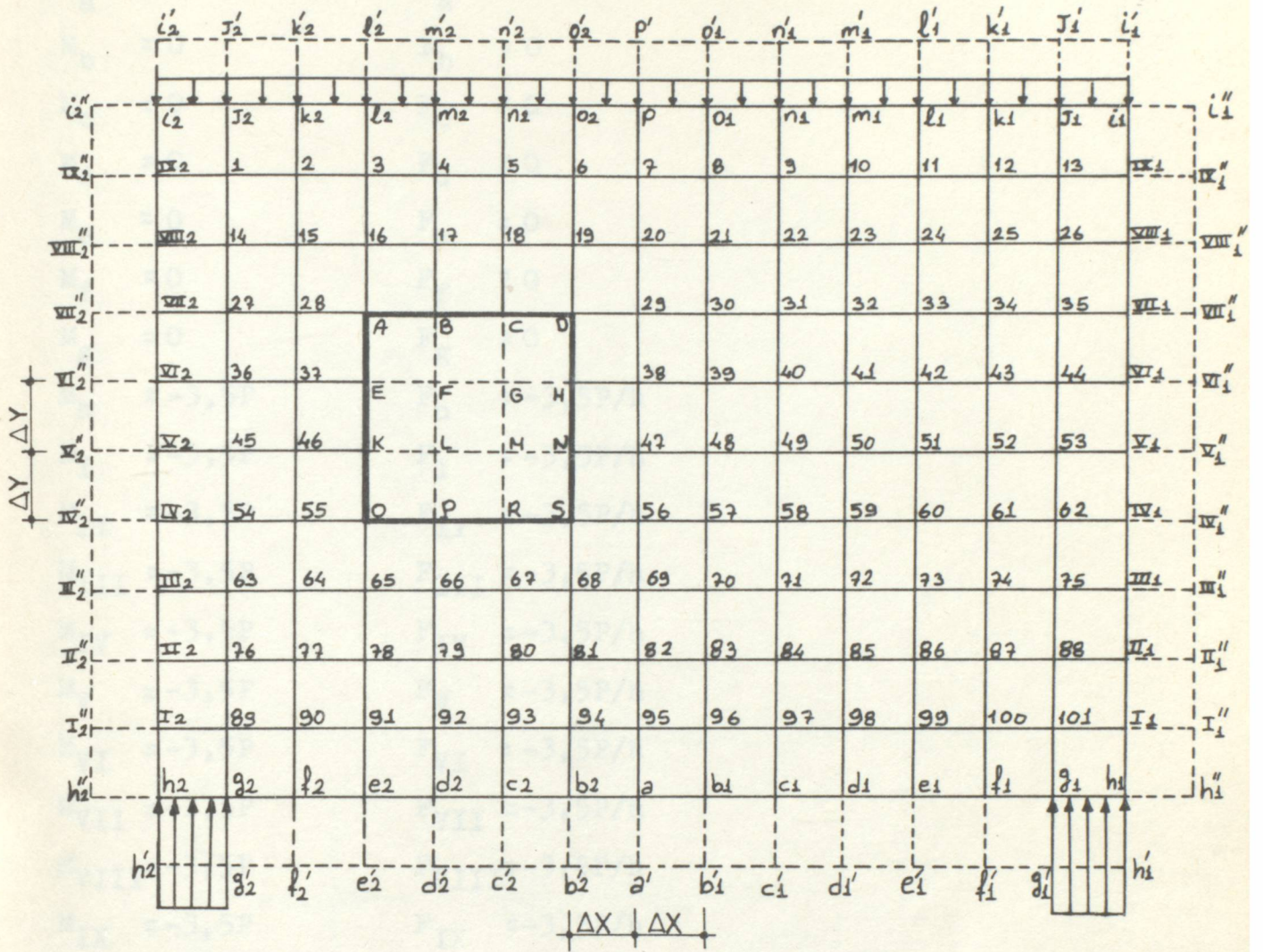
(Şekil 15)

$$\sum Y = 0 \quad 14P - 2P_1 = 0$$

$$P_1 = 7P \quad (\text{Mesnet tepkisi})$$

II.2.1 SONLU FARKLAR ŞEBEKESİNİN SEÇİLMESİ

Sonlu farklar diferansiyel denkleminde kolaylık sağladığı için $\Delta x = \Delta y = lm$ olarak seçilmiştir. (Şekil 16)



(Şekil 16)

II.2.2 SINIR ŞARTLARI

Gerilme fonksiyonunun sınırdaki değerlerinin hesaplanması:

Sınırdaki (a) noktası başlangıç noktasıdır. Bu noktadan itibaren saat ibresinin ters yönünde hareket edilmiştir.

$M_a = 0$	$F_a = 0$
$M_b = 0$	$F_b = 0$
$M_c = 0$	$F_c = 0$
$M_d = 0$	$F_d = 0$
$M_e = 0$	$F_e = 0$
$M_f = 0$	$F_f = 0$
$M_g = 0$	$F_g = 0$
$M_h = -3,5P$	$F_h = -3,5P/h$
$M_I = -3,5P$	$F_I = -3,5P/h$
$M_{II} = -3,5P$	$F_{II} = -3,5P/h$
$M_{III} = -3,5P$	$F_{III} = -3,5P/h$
$M_{IV} = -3,5P$	$F_{IV} = -3,5P/h$
$M_V = -3,5P$	$F_V = -3,5P/h$
$M_{VI} = -3,5P$	$F_{VI} = -3,5P/h$
$M_{VII} = -3,5P$	$F_{VII} = -3,5P/h$
$M_{VIII} = -3,5P$	$F_{VIII} = -3,5P/h$
$M_{IX} = -3,5P$	$F_{IX} = -3,5P/h$
$M_i = -3,5P$	$F_i = -3,5P/h$
$M_j = 3P$	$F_j = 3P/h$
$M_k = 8,5P$	$F_k = 8,5P/h$
$M_l = 13P$	$F_l = 13P/h$
$M_m = 16,5P$	$F_m = 16,5P/h$
$M_n = 19P$	$F_n = 19P/h$
$M_o = 20,5P$	$F_o = 20,5P/h$

$$M_p = 21P$$

$$F_p = 21P/h$$

$$M_A = 0$$

$$F_A = 0$$

$$M_B = 0$$

$$F_B = 0$$

$$M_C = 0$$

$$F_C = 0$$

$$M_D = 0$$

$$F_D = 0$$

$$M_E = 0$$

$$F_E = 0$$

$$M_H = 0$$

$$F_H = 0$$

$$M_K = 0$$

$$F_K = 0$$

$$M_N = 0$$

$$F_N = 0$$

$$M_O = 0$$

$$F_O = 0$$

$$M_P = 0$$

$$F_P = 0$$

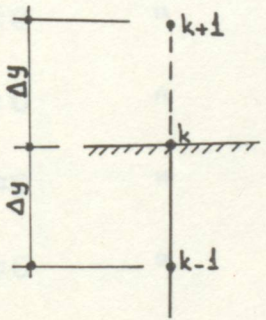
$$M_R = 0$$

$$F_R = 0$$

$$M_S = 0$$

$$F_S = 0$$

II.2.3 LEVHA DIŞINDAKİ ZAHİRİ NOKTALARIN HESAPLANMASI:



$$\bar{Q}_x = \int_0^s \bar{X} ds$$

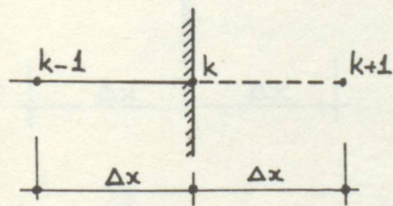
$$\left(\frac{\Delta F}{\Delta y} \right)_k = \frac{F_{k-1} - F_{k+1}}{2\Delta y}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{1}{h} \bar{Q}_x$$

$$F_{k-1} = F_{k+1} - 2\Delta y \left(\frac{\Delta F}{\Delta y} \right)_k$$

$\bar{Q}_x(a) = 0$	$(\frac{\Delta F}{\Delta y})_a = \frac{\bar{Q}_x(a)}{h} = 0$	$F_{a1}^* = F_{95}$
$\bar{Q}_x(b1) = 0$	" "	$F_{b1}^* = F_{96}$
$\bar{Q}_x(c1) = 0$	" "	$F_{c1}^* = F_{97}$
$\bar{Q}_x(d1) = 0$	" "	$F_{d1}^* = F_{98}$
$\bar{Q}_x(e1) = 0$	" "	$F_{e1}^* = F_{99}$
$\bar{Q}_x(f1) = 0$	" "	$F_{f1}^* = F_{100}$
$\bar{Q}_x(g1) = 0$	" "	$F_{g1}^* = F_{101}$
$\bar{Q}_x(h1) = 0$	" "	$F_{h1}^* = F_{11}$
$\bar{Q}_x(i1) = 0$	" "	$F_{i1}^* = F_{1x}$
$\bar{Q}_x(j1) = 0$	" "	$F_{j1}^* = F_{13}$
$\bar{Q}_x(k1) = 0$	" "	$F_{k1}^* = F_{12}$
$\bar{Q}_x(l1) = 0$	" "	$F_{l1}^* = F_{11}$
$\bar{Q}_x(m1) = 0$	" "	$F_{m1}^* = F_{10}$
$\bar{Q}_x(n1) = 0$	" "	$F_{n1}^* = F_9$
$\bar{Q}_x(o1) = 0$	" "	$F_{o1}^* = F_8$
$\bar{Q}_x(p) = 0$	" "	$F_p^* = F_7$
$\bar{Q}_x(B) = 0$	" "	$F_{By}^* = F_{17}$
$\bar{Q}_x(C) = 0$	" "	$F_{Cy}^* = F_{18}$
$\bar{Q}_x(P) = 0$	" "	$F_{La}^* = F_{66}$
$\bar{Q}_x(R) = 0$	" "	$F_{Ma}^* = F_{67}$
$\bar{Q}_x(o2) = 0$	" "	$F_{o2}^* = F_6$
$\bar{Q}_x(n2) = 0$	" "	$F_{n2}^* = F_5$

$\bar{Q}_x(m2)=0$	$(\frac{\Delta F}{\Delta y})_{m2} = \frac{\bar{Q}_x(m2)}{h} = 0$	$F_{m2}' = F_4$
$\bar{Q}_x(i2)=0$	" "	$F_{i2}' = F_3$
$\bar{Q}_x(k2)=0$	" "	$F_{k2}' = F_2$
$\bar{Q}_x(j2)=0$	" "	$F_{j2}' = F_1$
$\bar{Q}_x(i2)=0$	" "	$F_{i2}' = F_{IX2}$
$\bar{Q}_x(h2)=0$	" "	$F_{h2}' = F_{I2}$
$\bar{Q}_x(g2)=0$	" "	$F_{g2}' = F_{89}$
$\bar{Q}_x(f2)=0$	" "	$F_{f2}' = F_{90}$
$\bar{Q}_x(e2)=0$	" "	$F_{e2}' = F_{91}$
$\bar{Q}_x(d2)=0$	" "	$F_{d2}' = F_{92}$
$\bar{Q}_x(c2)=0$	" "	$F_{c2}' = F_{93}$
$\bar{Q}_x(b2)=0$	" "	$F_{b2}' = F_{94}$



$$(\frac{\Delta F}{\Delta x})_k = \frac{F_{k+1} - F_{k-1}}{2\Delta x}$$

$$\bar{Q}_y = \int_0^S \bar{Y} ds$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = - \frac{1}{h} \bar{Q}_y$$

$$F_{k+1} = F_{k-1} + 2\Delta x (\frac{\Delta F}{\Delta x})_k$$

$$Q_y(h_1) = 7P \quad \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{h_1} = -\frac{7P}{h}$$

$$Q_y(I_1) = 7P \quad "$$

$$Q_y(II_1) = 7P \quad "$$

$$Q_y(III_1) = 7P \quad "$$

$$Q_y(IV_1) = 7P \quad "$$

$$Q_y(V_1) = 7P \quad "$$

$$Q_y(VI_1) = 7P \quad "$$

$$Q_y(VII_1) = 7P \quad "$$

$$Q_y(VIII_1) = 7P \quad "$$

$$Q_y(IX_1) = 7P \quad "$$

$$Q_y(i_1) = 7P \quad "$$

$$F_{h_1}'' = F_{g_1} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{I_1}'' = F_{101} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{II_1}'' = F_{88} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{III_1}'' = F_{75} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{IV_1}'' = F_{62} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{V_1}'' = F_{53} - \frac{14P}{h}$$

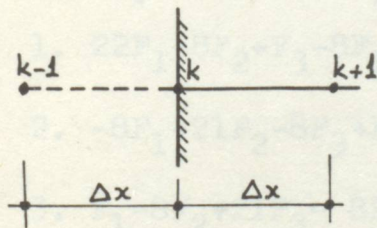
$$F_{VI_1}'' = F_{44} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{VII_1}'' = F_{35} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{VIII_1}'' = F_{26} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{IX_1}'' = F_{13} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{i_1}'' = F_{j_1} - \frac{14P}{h}$$



$$\left(\frac{\Delta F}{\Delta x}\right)_k = \frac{F_{k+1} - F_{k-1}}{2\Delta x}$$

$$\bar{Q}_y = \int_0^S \bar{Y} ds$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -\frac{1}{h} \bar{Q}_y$$

$$F_{k-1} = F_{k+1} - 2\Delta x \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_k$$

$$Q_y(i_2) = -7P \quad \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{i_2} = \frac{7P}{h}$$

$$Q_y(IX_2) = -7P \quad "$$

$$Q_y(VIII_2) = -7P \quad "$$

$$Q_y(VII_2) = -7P \quad "$$

$$Q_y(VI_2) = -7P \quad "$$

$$F_{i_2}'' = F_{j_2} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{IX_2}'' = F_1 - \frac{14P}{h}$$

$$F_{VIII_2}'' = F_{14} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{VII_2}'' = F_{27} - \frac{14P}{h}$$

$$F_{VI_2}'' = F_{36} - \frac{14P}{h}$$

$$\begin{array}{llll}
 Q_y(V2) & = & -7P & \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{V2} = \frac{7P}{h} & F_{V2}'' = F_{45} - \frac{14P}{h} \\
 Q_y(IV2) & = & -7P & " & F_{IV2}'' = F_{54} - \frac{14P}{h} \\
 Q_y(III2) & = & -7P & " & F_{III2}'' = F_{63} - \frac{14P}{h} \\
 Q_y(II2) & = & -7P & " & F_{II2}'' = F_{76} - \frac{14P}{h} \\
 Q_y(I2) & = & -7P & " & F_{I2}'' = F_{89} - \frac{14P}{h} \\
 Q_y(h2) & = & -7P & " & F_{h2}'' = F_{g2} - \frac{14P}{h} \\
 Q_y(E) & = & 0 & \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_E = 0 & F_{Fs} = F_{37} \\
 Q_y(K) & = & 0 & " & F_{Ls} = F_{46} \\
 Q_y(H) & = & 0 & " & F_{Gs} = F_{38} \\
 Q_y(N) & = & 0 & " & F_{Ms} = F_{47}
 \end{array}$$

II.2.4 DİFERANSİYEL DENKLEMLER

Tüm iç noktalar için yazılan diferansiyel denklemler.

1. $22F_1 - 8F_2 + F_3 - 8F_{14} + 2F_{15} + F_{27} = 7P/h$
2. $-8F_1 + 21F_2 - 8F_3 + F_4 + 2F_{14} - 8F_{15} + 2F_{16} + F_{28} = 39,5P/h$
3. $F_1 - 8F_2 + 21F_3 - 8F_4 + F_5 + 2F_{15} - 8F_{16} + 2F_{17} = 54P/h$
4. $F_2 - 8F_3 + 21F_4 - 8F_5 + F_6 + 2F_{16} - 8F_{17} + 2F_{18} = 68P/h$
5. $F_3 - 8F_4 + 21F_5 - 8F_6 + F_7 + 2F_{17} - 8F_{18} + 2F_{19} = 78P/h$
6. $F_4 - 8F_5 + 21F_6 - 8F_7 + F_8 + 2F_{18} - 8F_{19} + 2F_{20} = 84P/h$
7. $F_5 - 8F_6 + 21F_7 - 8F_8 + F_9 + 2F_{19} - 8F_{20} + 2F_{21} + F_{29} = 86P/h$
8. $F_6 - 8F_7 + 21F_8 - 8F_9 + F_{10} + 2F_{20} - 8F_{21} + 2F_{22} + F_{30} = 84P/h$
9. $F_7 - 8F_8 + 21F_9 - 8F_{10} + F_{11} + 2F_{21} - 8F_{22} + 2F_{23} + F_{31} = 78P/h$
10. $F_8 - 8F_9 + 21F_{10} - 8F_{11} + F_{12} + 2F_{22} - 8F_{23} + 2F_{24} + F_{32} = 68P/h$

11. $F_9 - 8F_{10} + 21F_{11} - 8F_{12} + F_{13} + 2F_{23} - 8F_{24} + 2F_{25} + F_{33} = 54P/h$
12. $F_{10} - 8F_{11} + 21F_{12} - 8F_{13} + 2F_{24} - 8F_{25} + 2F_{26} + F_{34} = 39,5P/h$
13. $F_{11} - 8F_{12} + 22F_{13} + 2F_{25} - 8F_{26} + F_{35} = 7P/h$
14. $-8F_1 + 2F_2 + 21F_{14} - 8F_{15} + F_{16} - 8F_{27} + 2F_{28} + F_{36} = -3P/h$
15. $2F_1 - 8F_2 + 2F_3 - 8F_{14} + 20F_{15} - 8F_{16} + F_{17} + 2F_{27} - 8F_{28} + F_{37} = -5P/h$
16. $2F_2 - 8F_3 + 2F_4 + F_{14} - 8F_{15} + 20F_{16} - 8F_{17} + F_{18} + 2F_{28} = -13P/h$
17. $2F_4 - 8F_4 + 2F_5 + F_{15} - 8F_{16} + 21F_{17} - 8F_{18} + F_{19} = -16,5P/h$
18. $2F_4 - 8F_5 + 2F_6 + F_{16} - 8F_{17} + 21F_{18} - 8F_{19} + F_{20} = -19P/h$
19. $2F_5 - 8F_6 + 2F_7 + F_{17} - 8F_{18} + 20F_{19} - 8F_{20} + F_{21} + 2F_{29} = -20,5P/h$
20. $2F_6 - 8F_7 + 2F_8 + F_{18} - 8F_{19} + 20F_{20} + 8F_{21} + F_{22} - 8F_{29} + 2F_{30} + F_{38} = -21P/h$
21. $2F_7 - 8F_8 + 2F_9 + F_{19} - 8F_{20} + 20F_{21} - 8F_{22} + F_{23} + 2F_{29} - 8F_{30} + 2F_{31} + F_{39} = -20,5P/h$
22. $2F_8 - 8F_9 + 2F_{10} + F_{20} - 8F_{21} + 20F_{22} - 8F_{23} + F_{24} + 2F_{30} - 8F_{31} + 2F_{32} + F_{40} = -19P/h$
23. $2F_9 - 8F_{10} + 2F_{11} + F_{21} - 8F_{22} + 20F_{23} - 8F_{24} + F_{25} + 2F_{31} - 8F_{32} + 2F_{33} + F_{41} = -16,5P/h$
24. $2F_{10} - 8F_{11} + 2F_{12} + F_{22} - 8F_{23} + 20F_{24} - 8F_{25} + F_{26} + 2F_{32} - 8F_{33} + 2F_{34} + F_{43} = -5P/h$
25. $2F_{11} - 8F_{12} + 2F_{13} + F_{23} - 8F_{24} + 20F_{25} - 8F_{26} + 2F_{33} - 8F_{34} + 2F_{35} + F_{43} = -5P/h$
26. $2F_{12} - 8F_{13} + F_{24} - 8F_{25} + 21F_{26} + 2F_{34} - 8F_{35} + F_{44} = -3P/h$
27. $F_1 - 8F_{14} + 2F_{15} + 21F_{27} - 8F_{28} - 8F_{36} + 2F_{37} + F_{45} = 0$
28. $F_2 + 2F_{14} - 8F_{15} + 2F_{16} - 8F_{27} + 20F_{28} + 2F_{36} - 8F_{37} + F_{46} = 3,5P/h$
29. $F_7 + 2F_{19} - 8F_{20} + 2F_{21} + 20F_{29} - 8F_{30} + F_{31} - 8F_{38} + 2F_{39} + F_{47} = 0$
30. $F_8 + 2F_{20} - 8F_{21} + 2F_{22} - 8F_{29} + 20F_{30} - 8F_{31} + F_{32} + 2F_{38} - 8F_{39} + 2F_{40} + F_{48} = 0$
31. $F_9 + 2F_{21} - 8F_{22} + 2F_{23} + F_{29} - 8F_{30} + 20F_{31} - 8F_{32} + F_{33} + 2F_{39} - 8F_{40} + 2F_{41} + F_{49} = 0$
32. $F_{10} + 2F_{22} - 8F_{23} + 2F_{24} + F_{30} - 8F_{31} + 20F_{32} - 8F_{33} + F_{34} + 2F_{40} - 8F_{41} + 2F_{42} + F_{50} = 0$
33. $F_{11} + 2F_{23} - 8F_{24} + 2F_{25} + F_{31} - 8F_{32} + 20F_{33} - 8F_{34} + F_{35} + 2F_{41} - 8F_{42} + 2F_{43} + F_{51} = 0$
34. $F_{12} + 2F_{24} - 8F_{25} + 2F_{26} + F_{32} - 8F_{33} + 20F_{34} - 8F_{35} + 2F_{42} - 8F_{43} + 2F_{44} + F_{52} = 0$
35. $F_{13} + 2F_{25} - 8F_{26} + F_{33} - 8F_{34} + 21F_{35} + 2F_{43} - 8F_{44} + F_{53} = 0$

36. $F_{14} - 8F_{27} + 2F_{28} + 21F_{36} - 8F_{37} - 8F_{45} + 2F_{46} + F_{54} = 0$
37. $F_{15} + 2F_{27} - 8F_{28} - 8F_{36} + 21F_{37} + 2F_{45} - 8F_{46} + F_{55} = 3,5P/h$
38. $F_{20} - 8F_{29} + 2F_{30} + 21F_{38} - 8F_{39} + F_{40} - 8F_{47} + 2F_{48} + F_{56} = 0$
39. $F_{21} + 2F_{29} - 8F_{30} + 2F_{31} - 8F_{38} + 20F_{39} - 8F_{40} + F_{41} + 2F_{47} - 8F_{48} + 2F_{49} + F_{57} = 0$
40. $F_{22} + 2F_{30} - 8F_{31} + 2F_{32} + F_{38} - 8F_{39} + 20F_{40} - 8F_{41} + F_{42} + 2F_{48} - 8F_{49} + 2F_{50} + F_{58} = 0$
41. $F_{23} + 2F_{31} - 8F_{32} + 2F_{33} + F_{39} - 8F_{40} + 20F_{41} - 8F_{42} + F_{43} + 2F_{49} - 8F_{50} + 2F_{51} + F_{59} = 0$
42. $F_{24} + 2F_{32} - 8F_{33} + 2F_{34} + F_{40} - 8F_{41} + 20F_{42} - 8F_{43} + F_{44} + 2F_{50} - 8F_{51} + 2F_{52} + F_{60} = 0$
43. $F_{25} + 2F_{33} - 8F_{34} + 2F_{35} + F_{41} - 8F_{42} + 20F_{43} - 8F_{44} + 2F_{51} - 8F_{52} + 2F_{53} + F_{61} = 3,5P/h$
44. $F_{26} + 2F_{34} - 8F_{35} + F_{42} - 8F_{43} + 21F_{44} + 2F_{52} - 8F_{53} + F_{62} = 0$
45. $F_{27} - 8F_{36} + 2F_{37} + 21F_{45} - 8F_{46} - 8F_{54} + 2F_{55} + F_{63} = 0$
46. $F_{28} + 2F_{36} - 8F_{37} - 8F_{45} + 21F_{46} + 2F_{54} - 8F_{55} + F_{64} = 3,5P/h$
47. $F_{29} - 8F_{38} + 2F_{39} + 21F_{47} - 8F_{48} + F_{49} - 8F_{56} + 2F_{57} + F_{69} = 0$
48. $F_{30} + 2F_{38} - 8F_{39} + 2F_{40} - 8F_{47} + 20F_{48} - 8F_{49} + F_{50} + 2F_{56} - 8F_{57} + 2F_{58} + F_{70} = 0$
49. $F_{31} + 2F_{39} - 8F_{40} + 2F_{41} + F_{47} - 8F_{48} + 20F_{49} - 8F_{50} + F_{51} + 2F_{57} - 8F_{58} + 2F_{59} + F_{71} = 0$
50. $F_{32} + 2F_{40} - 8F_{41} + 2F_{42} + F_{48} - 8F_{49} + 20F_{50} - 8F_{51} + F_{52} + 2F_{58} - 8F_{59} + 2F_{60} + F_{72} = 0$
51. $F_{33} + 2F_{41} - 8F_{42} + 2F_{43} + F_{49} - 8F_{50} + 20F_{51} - 8F_{52} + F_{53} + 2F_{59} - 8F_{60} + 2F_{61} + F_{73} = 0$
52. $F_{34} + 2F_{42} - 8F_{43} + 2F_{44} + F_{50} - 8F_{51} + 20F_{52} - 8F_{53} + F_{54} + 2F_{60} - 8F_{61} + 2F_{62} + F_{74} = 3,5$
53. $F_{35} + 2F_{43} - 8F_{44} + F_{51} - 8F_{52} + 21F_{53} + 2F_{61} - 8F_{62} + F_{75} = 0$
54. $F_{36} - 8F_{45} + 2F_{46} + 21F_{54} - 8F_{55} - 8F_{63} + 2F_{64} + F_{76} = 0$
55. $F_{37} + 2F_{45} - 8F_{46} - 8F_{54} + 20F_{55} + 2F_{63} - 8F_{64} + 2F_{65} + F_{77} = 3,5P/h$
56. $F_{38} - 8F_{47} + 2F_{48} + 20F_{56} - 8F_{57} + F_{58} + 2F_{68} - 8F_{69} + 2F_{70} + F_{82} = 0$
57. $F_{39} + 2F_{47} - 8F_{48} + 2F_{49} - 8F_{56} + 20F_{57} - 8F_{58} + F_{59} + 2F_{69} - 8F_{70} + 2F_{71} + F_{83} = 0$
58. $F_{40} + 2F_{48} - 8F_{49} + 2F_{50} + F_{56} - 8F_{57} + 20F_{58} - 8F_{59} + F_{60} + 2F_{70} - 8F_{71} + 2F_{72} + F_{84} = 0$

59. $F_{41}+2F_{49}-8F_{50}+2F_{51}+F_{57}-8F_{58}+20F_{59}-8F_{60}+F_{61}+2F_{71}-8F_{72}+2F_{73}+F_{85}=0$
60. $F_{42}+2F_{50}-8F_{51}+2F_{52}+F_{58}-8F_{59}+20F_{60}-8F_{61}+F_{62}+2F_{72}-8F_{73}+2F_{74}+F_{86}=0$
61. $F_{43}+2F_{51}-8F_{52}+2F_{53}+F_{59}-8F_{60}+20F_{61}-8F_{62}+2F_{73}-8F_{74}+2F_{75}+F_{87}=3,5P/h$
62. $F_{44}+2F_{52}-8F_{53}+F_{60}-8F_{61}+21F_{62}+2F_{74}-8F_{75}+F_{88}=0$
63. $F_{45}-8F_{54}+2F_{55}+21F_{63}-8F_{64}+F_{65}-8F_{76}+2F_{77}+F_{89}=0$
64. $F_{46}+2F_{54}-8F_{55}+8F_{63}+20F_{65}-8F_{66}+F_{67}+2F_{76}-8F_{77}+2F_{78}+F_{90}=3,5P/h$
65. $2F_{55}+F_{63}-8F_{64}+20F_{65}-8F_{66}+F_{67}+2F_{77}-8F_{78}+2F_{79}+F_{91}=0$
66. $F_{64}-8F_{65}+21F_{66}-8F_{67}+F_{68}+2F_{78}-8F_{79}+2F_{80}+F_{92}=0$
67. $F_{65}-8F_{66}+21F_{67}-8F_{68}+F_{69}+2F_{79}-8F_{80}+2F_{81}+F_{93}=0$
68. $2F_{56}+F_{66}-8F_{67}+20F_{68}-8F_{69}+F_{70}+2F_{80}-8F_{81}+2F_{82}+F_{94}=0$
69. $F_{47}-8F_{56}+2F_{57}+F_{67}-8F_{68}+20F_{69}-8F_{70}+F_{71}+2F_{81}-8F_{82}+2F_{83}+F_{95}=0$
70. $F_{48}+2F_{56}-8F_{57}+2F_{58}+F_{68}-8F_{69}+20F_{70}-8F_{71}+F_{72}+2F_{82}-8F_{83}+2F_{84}+F_{96}=0$
71. $F_{49}+2F_{57}-8F_{58}+2F_{59}+F_{69}-8F_{70}+20F_{71}-8F_{72}+F_{73}+2F_{83}-8F_{84}+2F_{85}+F_{97}=0$
72. $F_{50}+2F_{58}-8F_{59}+2F_{60}+F_{70}-8F_{71}+20F_{72}-8F_{73}+F_{74}+2F_{84}-8F_{85}+2F_{86}+F_{98}=0$
73. $F_{51}+2F_{59}-8F_{60}+2F_{61}+F_{71}-8F_{72}+20F_{73}-8F_{74}+F_{75}+2F_{85}-8F_{86}+2F_{87}+F_{99}=0$
74. $F_{52}+2F_{60}-8F_{61}+2F_{62}+F_{72}-8F_{73}+20F_{74}-8F_{75}+F_{76}+2F_{86}-8F_{87}+2F_{88}+F_{100}=3,5P/h$
75. $F_{53}+2F_{61}-8F_{62}+F_{73}-8F_{74}+21F_{75}+2F_{87}-8F_{88}+F_{101}=0$
76. $F_{54}-8F_{63}+2F_{64}+21F_{76}-8F_{77}+F_{78}-8F_{89}+2F_{90}=0$
77. $F_{55}+2F_{63}-8F_{64}+2F_{65}-8F_{76}+20F_{77}-8F_{78}+F_{79}+2F_{89}-8F_{90}+2F_{91}=0$
78. $2F_{64}-8F_{65}+2F_{66}+F_{76}-8F_{77}+20F_{78}-8F_{79}+F_{80}+2F_{90}-8F_{91}+2F_{92}=0$
79. $2F_{65}-8F_{66}+2F_{67}+F_{77}-8F_{78}+20F_{79}-8F_{80}+F_{81}+2F_{91}-8F_{92}+2F_{93}=0$
80. $2F_{66}-8F_{67}+2F_{68}+F_{78}-8F_{79}+20F_{80}-8F_{81}+F_{82}+2F_{92}-8F_{93}+2F_{94}=0$
81. $2F_{67}-8F_{68}+2F_{69}+F_{79}-8F_{80}+20F_{81}-8F_{82}+F_{83}+2F_{93}-8F_{94}+2F_{95}=0$
82. $F_{56}+F_{68}-8F_{69}+2F_{70}+F_{80}-8F_{81}+20F_{82}-8F_{83}+F_{84}+2F_{94}-8F_{95}+2F_{96}=0$
83. $F_{57}+2F_{69}-8F_{70}+2F_{71}+F_{81}-8F_{82}+20F_{83}-8F_{84}+F_{85}+2F_{95}-8F_{96}+2F_{97}=0$
84. $F_{58}+2F_{70}-8F_{71}+2F_{72}+F_{82}-8F_{83}+20F_{84}-8F_{85}+F_{86}+2F_{96}-8F_{97}+2F_{98}=0$
85. $F_{59}+2F_{71}-8F_{72}+2F_{73}+F_{83}-8F_{84}+20F_{85}-8F_{86}+F_{87}+2F_{97}-8F_{98}+2F_{99}=0$

86. $F_{60}+2F_{72}-8F_{73}+2F_{74}+F_{84}-8F_{85}+20F_{86}-8F_{87}+F_{88}+2F_{98}-8F_{99}+2F_{100}=0$
87. $F_{61}+2F_{73}-8F_{74}+2F_{75}+F_{85}-8F_{86}+20F_{87}-8F_{88}+F_{89}+2F_{99}-8F_{100}+2F_{101}=3,5P/h$
88. $F_{62}+2F_{74}-8F_{75}+F_{86}-8F_{87}+21F_{88}+2F_{100}+F_{101}=0$
89. $F_{63}-8F_{76}+2F_{77}+22F_{89}-8F_{90}+F_{91}=0$
90. $F_{64}+2F_{76}-8F_{77}+2F_{78}-8F_{89}+21F_{90}-8F_{91}+F_{92}=3,5P/h$
91. $F_{65}+2F_{77}-8F_{78}+2F_{79}+F_{89}-8F_{90}+21F_{91}-8F_{92}+F_{93}=0$
92. $F_{66}+2F_{78}-8F_{79}+2F_{80}+F_{90}-8F_{91}+21F_{92}-8F_{93}+F_{94}=0$
93. $F_{67}+2F_{79}-8F_{80}+2F_{81}+F_{91}-8F_{92}+21F_{93}-8F_{94}+F_{95}=0$
94. $F_{68}+2F_{80}-8F_{81}+2F_{82}+F_{92}-8F_{93}+21F_{94}-8F_{95}+F_{96}=0$
95. $F_{69}+2F_{81}-8F_{82}+2F_{83}+F_{93}-8F_{94}+21F_{95}-8F_{96}+F_{97}=0$
96. $F_{70}+2F_{82}-8F_{83}+2F_{84}+F_{94}-8F_{95}+21F_{96}-8F_{97}+F_{98}=0$
97. $F_{71}+2F_{83}-8F_{84}+2F_{85}+F_{95}-8F_{96}+21F_{97}-8F_{98}+F_{99}=0$
98. $F_{72}+2F_{84}-8F_{85}+2F_{86}+F_{96}-8F_{97}+21F_{98}-8F_{99}+F_{100}=0$
99. $F_{73}+2F_{85}-8F_{86}+2F_{87}+F_{97}-8F_{98}+21F_{99}-8F_{100}+F_{101}=0$
100. $F_{74}+2F_{86}-8F_{87}+2F_{88}+F_{98}-8F_{99}+21F_{100}+8F_{101}=3,5P/h$
101. $F_{75}+2F_{87}-8F_{88}+F_{99}-8F_{100}+22F_{101}=0$

II.2.5 BİLGİSARAY PROGRAMLARI

İncelediğimiz yüksek kırışte her düğüm noktası için sonlu farklar metodu kullanılarak bulunan yüzbir adet diferansiyel denklemin çözümü ana program, alt program ve data ile yapılmıştır.

S3 DATA: Serbest formatta yazılan katsayılar matrisi ve sabitler. (Matris kolon olarak yazılmıştır.)

DGELG FORTRAN: Gauss eleminasyon yöntemine uygun olarak denklem takımlarını çözen alt program.

S1 FORTRAN: Verilen S3 DATA daki bilgileri okumakta ve alt programı çağırarak bu dataya göre işlem yaptırmaktadır. Programın son aşamasında ise alt programdan elde ettiği sonuçları yazmasıdır. Böylece S1 FORTRAN programı ile nxn boyutundaki bir matrisi kolayca yapılabilir.

FILE: S1 FORTRAN A YILDIZ UNIVERSITESI E H B ARASTIRMA MERKEZI

```

DIMENSION A(101,101),R(101)
DOUBLE PRECISION A,R
READ (5,*)((A(J,I),J=1,101),I=1,101),(R(K),K=1,101)
CALL DGELG(R,A,101,1,0.001D0,IER)
WRITE(6,22) (F(I),I=1,101)
22 FORMAT(2X,'F=',2D15.5)
STOP
END

```

FILE: DGELG FORTRAN A YILDIZ UNIVERSITESI E H B ARASTIRMA MERKEZI

```

SUBROUTINE DGELG(R,A,M,N,EPS,IER)
DIMENSION A(101),R(101)
DOUBLE PRECISION R,A,PIV,TB,TOL,PIVI
IF(M)23,23,1
1 IER=0
PIV=0.00
MM=M*M
NM=N*M
DO 3 L=1,MM
TB=DABS(A(L))
IF(TB-PIV)3,3,2
2 PIV=TB
I=L
3 CONTINUE
TOL=EPS*PIV
LST=1
DO 17 K=1,M
IF(PIV)23,23,4
4 IF(IER)7,5,7
5 IF(PIV-TOL)6,6,7
6 IER=K-1
7 PIVI=1.00/A(I)
J=(I-1)/M
I=I-J*M-K
J=J+1-K
DO 8 L=K,NM,M
LL=L+I
TB=PIVI*R(LL)
R(LL)=R(L)
8 R(L)=TB
IF(K-M)9,18,18
9 LEND=LST+M-K

```



```

10 IF(J)12,12,10
   II=J*M
   DO 11 L=LST,LEND
     TB=A(L)
     LL=L+II
     A(L)=A(LL)
11   A(LL)=TB
12   DO 13 L=LST,MM,M
     LL=L+I
     TB=PIVI*A(LL)
     A(LL)=A(L)
13   A(L)=TB
     A(LST)=J
     PIV=0.DO
     LST=LST+1
     J=0
     DO 16 II=LST,LEND
       PIVI=-A(II)
       IST=II+M
       J=J+1
       DO 15 L=IST,MM,M
         LL=L-J
         A(L)=A(L)+PIVI*A(LL)
         TB=DABS(A(L))
         IF(TB-PIV)15,15,14
14       PIV=TB
         I=L
15     CONTINUE
     DO 16 L=K,MM,M
       LL=L+J

```

FILE: DSELG FORTRAN A YILDIZ UNIVERSITESI E H B ARASTIRMA MERKEZI

```

16   R(LL)=R(LL)+PIVI*R(L)
17   LST=LST+M
18   IF(M-1)23,22,19
19   IST=MM+M
     LST=M+1
     DO 21 I=2,M
       II=LST-I
       IST=IST-LST
       L=IST-M
       L=A(L)+.500
       DO 21 J=II,MM,M
         TB=R(J)
         LL=J
         DO 20 K=IST,MM,M
           LL=LL+1
20       TB=TB-A(K)*R(LL)
         K=J+L
         R(J)=R(K)
21       R(K)=TB
22     RETURN
23     IER=-1
     RETURN
     END

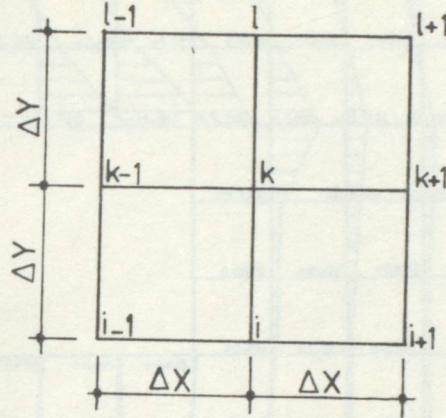
```


II.2.6. DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜNDEN ELDE EDİLEN,
AIRY GERİLME FONKSİYONLARI.

F=	0.251770+01	0.681630+01
F=	0.986480+01	0.121980+02
F=	0.140890+02	0.157070+02
F=	0.171300+02	0.177250+02
F=	0.171620+02	0.153800+02
F=	0.124050+02	0.826760+01
F=	0.296820+01	0.146570+01
F=	0.370240+01	0.435600+01
F=	0.490360+01	0.573040+01
F=	0.720630+01	0.100850+02
F=	0.124200+02	0.134160+02
F=	0.129170+02	0.109610+02
F=	0.758780+01	0.273170+01
F=	0.597030+00	0.119060+01
F=	0.389560+01	0.738970+01
F=	0.954120+01	0.101570+02
F=	0.922010+01	0.670360+01
F=	0.251370+01	0.384690+00
F=	0.735290+00	0.173330+01
F=	0.443370+01	0.666350+01
F=	0.780960+01	0.759870+01
F=	0.582680+01	0.223770+01
F=	0.397690+00	0.732050+00
F=	0.958050+00	0.285600+01
F=	0.474630+01	0.600490+01
F=	0.622270+01	0.503140+01
F=	0.197940+01	0.450580+00
F=	0.325030+00	0.659210+00
F=	0.195450+01	0.341210+01
F=	0.455510+01	0.500300+01
F=	0.426600+01	0.171660+01
F=	0.467620+00	0.236720+00
F=	0.386460+00	0.117980+00
F=	0.539940+02	0.266500+01
F=	0.451020+00	0.123940+01
F=	0.231830+01	0.326230+01
F=	0.376890+01	0.341080+01
F=	0.139670+01	0.345300+00
F=	0.698220+00	0.427050+00
F=	0.162190+00	0.191670+01
F=	0.131860+01	0.235310+00
F=	0.695220+00	0.130510+01
F=	0.193230+01	0.239600+01
F=	0.234660+01	0.962990+00
F=	0.208260+00	0.495270+00
F=	0.278800+00	0.100000+00
F=	0.337730+02	-0.103400+01
F=	0.557870+01	0.210630+00
F=	0.434680+00	0.698640+00
F=	0.958820+00	0.106980+01
F=	0.418810+00	

II.2.7 GERİLME DİYAGRAMLARI

Her noktada hesaplanan Airy gerilme fonksiyonundan, tüm noktalar için (Şekil 17) dikkate alınarak σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilmeleri (1.47) denklemiyle bulunmuştur.

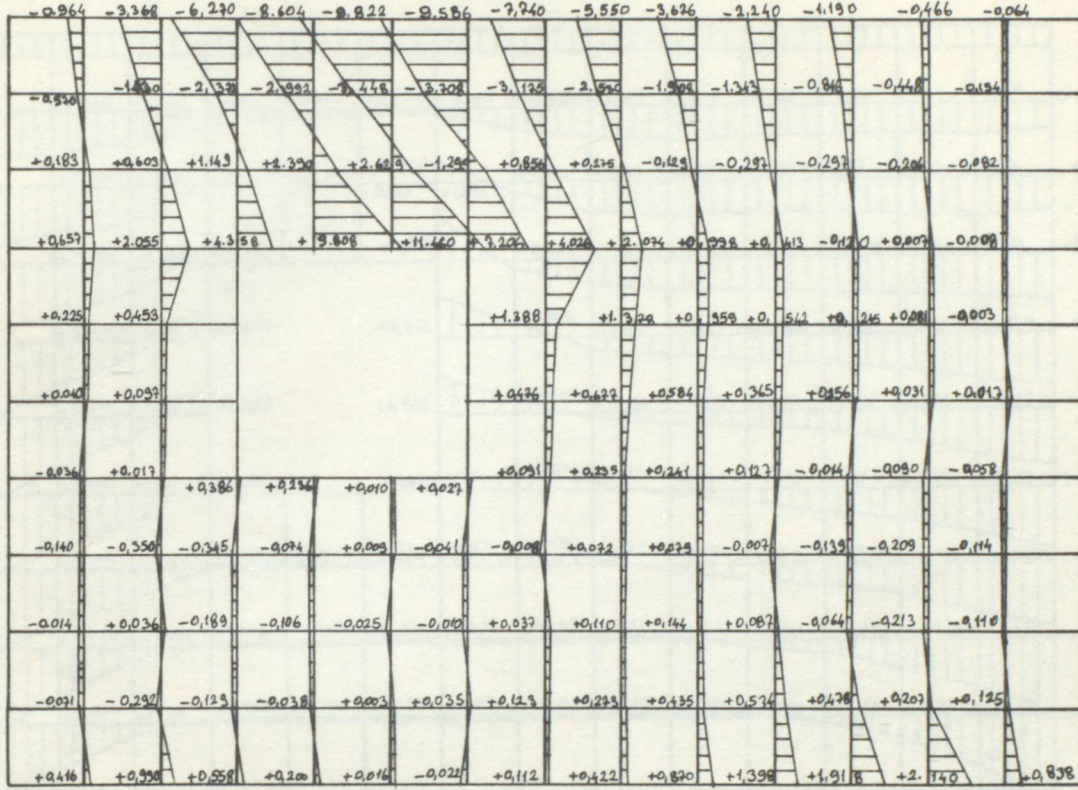


(Şekil 17)

$$\sigma_x = \frac{F_l - 2F_k + F_i}{\Delta y^2}$$

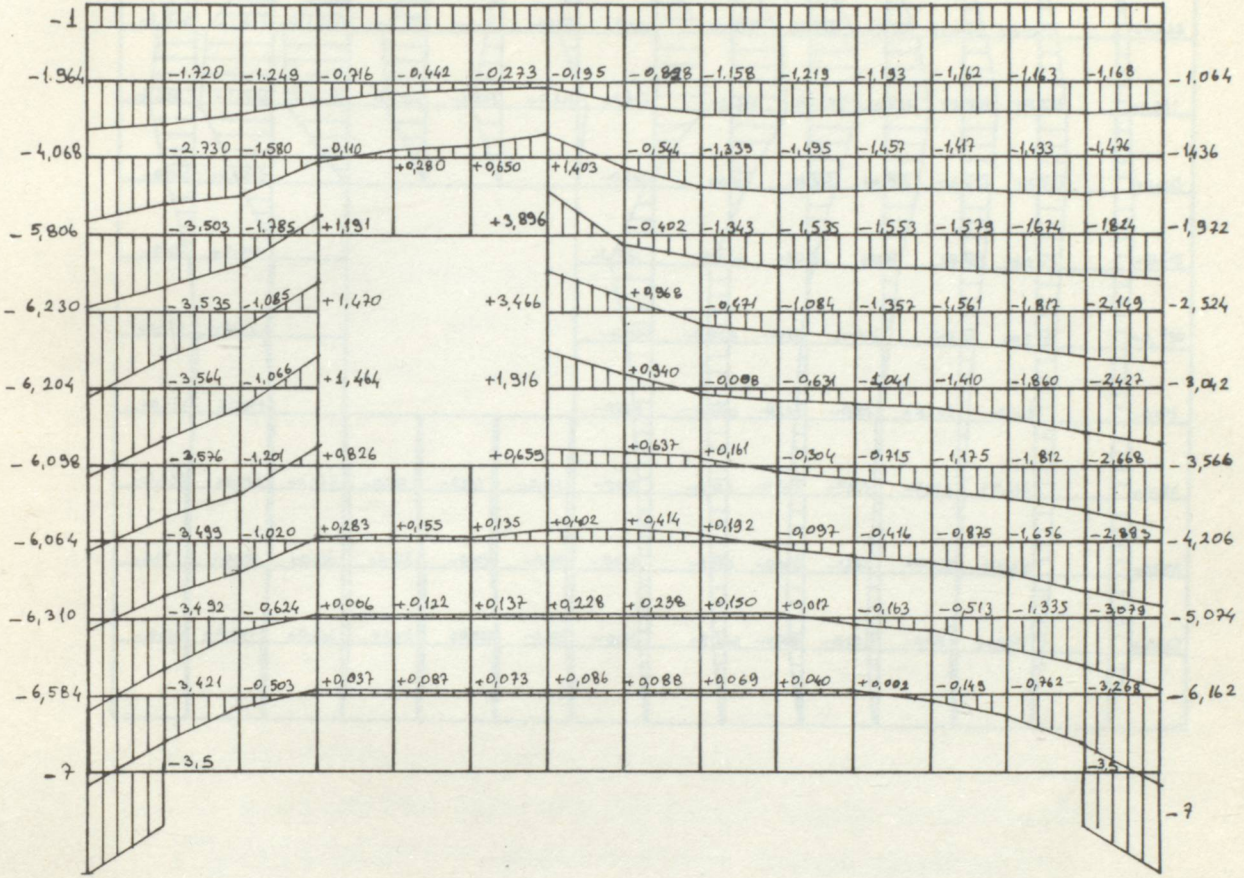
$$\sigma_y = \frac{F_{k+1} - 2F_k + F_{k-1}}{\Delta x^2} \quad (1.47)$$

$$\tau_{xy} = - \frac{(F_{l+1} + F_{i-1}) - (F_{l-1} + F_{i+1})}{4\Delta x \Delta y}$$



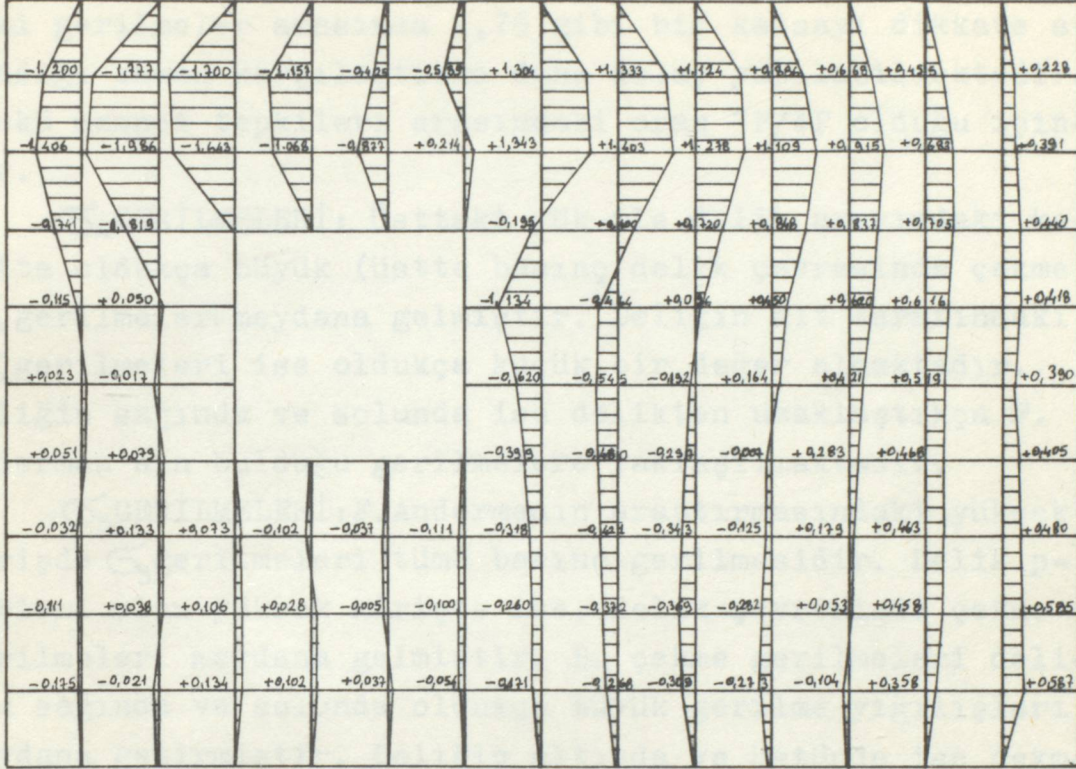
σ_x GERİLMELERİ

(Her noktadaki gerilme değerlerinde P/h katsayısı vardır)



σ_y GERİLMELERİ

(Her noktadaki gerilme değerlerinde P/h katsayısı vardır.)



τ_{xy} GERİLMELERİ

(Her noktadaki gerilme değerlerinde P/h katsayısı vardır.)

SONUÇLAR

F.Anderma'nın bulduğu gerilmelerle, delik problemindeki gerilmeler arasında 1,75 gibi bir katsayı dikkate alındığı zaman karşılaştırma daha kolay yapılabilmektedir. Çünkü mesnet tepkileri arasındaki oran $7P/4P$ olduğu içindir.

σ_x GERİLMELERİ: Üstteki yük ile delik arasındaki kesitte oldukça büyük (üstte basınç delik çevresinde çekme) σ_x gerilmeleri meydana gelmiştir. Deliğin alt tarafındaki σ_x gerilmeleri ise oldukça küçük bir değer almaktadır. Deliğin sağında ve solunda ise delikten uzaklaştıkça F. Anderman'nın bulduğu gerilmelere yaklaşılmaktadır.

σ_y GERİLMELERİ: F.Anderman'ın araştırmasındaki yüksek kırışte σ_y gerilmeleri tümü basınç gerilmesidir. Delik problemi olan yüksek kırışte ise, delik çevresinde çekme gerilmeleri meydana gelmiştir. Bu çekme gerilmeleri deliğin sağında ve solunda oldukça büyük gerilme yığılışları meydana getirmiştir. Deliğin altında ve üstünde ise çekme gerilmeleri meydana gelmiş fakat sağında ve solunda meydana gelen gerilmeler yanında oldukça küçük değerdendirler.

τ_{xy} GERİLMELERİ: F.Anderman'nın araştırmasındaki gerilmelerinin tümü pozitif gerilmelerdir. Üstteki yük ile delik arasında τ_{xy} gerilmeleri negatif gerilmelerdir. Deliğin altında ise oldukça küçük fakat değişken (negatif ve pozitif) τ_{xy} gerilmeleri meydana gelmiştir. Deliğin sağında küçük solunda ise biraz daha büyük değişken τ_{xy} gerilmeleri oluşmuştur. Delikten uzaklaşıldıkça gerilmeler normale dönmektedir..

KAYNAKLAR

1. M. İNAN "Düzlemde Elastisite Teorisi"
İstanbul, Matbaa teknisyenleri basımevi 1969.
2. S.TAMEROĞLU "Yüzeysel Taşıyıcı Sistemler"
İstanbul, Matbaa teknisyenleri basımevi 1964.
3. M. İNAN "Cisimlerin mukavemeti"
İstanbul, Arı kitapevi 1967.
4. S. ÇAĞDAŞ, Z.ÖZTÜRK "Mukavemet"
İstanbul, Murat ders yayınları 1981.
5. İ. KAYAN, E. ŞUHUBİ "Elastisite Teorisi"
İstanbul, Arı kitapevi 1969.
6. M. KARAKOÇ, C. KARAKOÇ "Yüksek Kirişlerin Hesabı"
İstanbul, Kutulmuş matbaası 1973.
7. R. SZILART "Theory and Analysis of Plates"
New Jersey, Prentice-hall, Inc., 1974.

ÖZGEÇMİŞ

Mustafa Bilek, 1958 yılında Manisa'nın Demirci ilçesinde doğdu.

İlköğrenimini, İstanbul Çengelköy Mehmetçik ilkokulunda, ortaöğrenimini Beylerbeyi ortaokulu ve Üsküdar lisesinde yaptı. 1978 yılında girdiği İ.D.M.M.A. Galatasaray Mühendislik Fakültesi, İnşaat Bölümü'nü 1982 yılında bitirdi. Öğrenimini tamamladıktan hemen sonra aynı okulun, Mekanik anabilim dalında, araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı.

Halen bu görevini sürdürmekte olan Mustafa Bilek evlidir.

Çalışmalarımın her aşamasında, sürekli ilgi ve değerli yardımlarını gördüğüm, Sayın Doçent , Sinan ÇAĞDAŞ'A Sayın Öğretim Görevlisi, Faruk YÜKSELER'E ve metni özenle daktilo eden, Sayın, Suna BİLEK'E teşekkürlerimi sunarım.

