YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HÜCRESEL SİNİR AĞLARI VE YÖN SEÇİCİ GABOR SÜZGEÇLERİ

Elektronik ve Haberleşme Mühendisi Arif POLAT

FBE Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı Elektronik Programında Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Vedat TAVŞANOĞLU

İSTANBUL, 2007

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ

A(i,j;k,l) ; A	HSA geri besleme operatörü; geri (besleme) klonlama şablonu
B(i,j;k,l) ; B	HSA giriş (kontrol) operatörü; ileri (besleme) klonlama şablonu
$a_{k,l}, b_{k,l}$	*A* ve *B* şablonları matris elemanları
C(i,j)	HSA mimarisindeki i. satır j. sütün hücre ifadesi
C(A,B,z)	HSA küme kalıbı
f(m,n)	2-D HSA alçak geçiren süzgeç dürtü yanıtı ifadesi
$F(e^{jw_x}, e^{jw_y})$	2-D HSA alçak geçiren süzgeç transfer fonksiyonu
$G(\Omega;\sigma)$	1-D analog Gauss süzgeci transfer fonksiyonu
$G(z)$	1-D özyineli Gauss süzgeci z-dönüşüm ifadesi
$G^{+}(z)$	1-D özyineli Gauss süzgeç ifadesi nedensel bileşeni
$G^{-}(z)$	1-D özyineli Gauss süzgeç ifadesi nedensel olmayan bileşeni
$G(s)$	1-D özyineli Gauss süzgeci Laplace ifadesi
$G_{[\,]}, C$	Direnç iletkenlik değerleri ve kondansatör sığa değeri
g(t;σ)	1-D analog Gauss süzgeci dürtü yanıtı
$h(t;\sigma,\Omega_o)$	1-D analog Gabor süzgeci dürtü yanıtı
h(m,n)	2-D HSA Gabor-Tip süzgeç dürtü yanıtı ifadesi
$h(x,y;\sigma_x,\sigma_y;w_{xo},w_{yo})$	2-D sayısal Gabor süzgeci dürtü yanıtı
$H(\Omega;\sigma,\Omega_o)$	1-D analog Gauss süzgeci transfer fonksiyonu
$H(x,y;\sigma_x,\sigma_y;w_{xo},w_{yo})$	2-D sayısal Gabor süzgeci transfer fonksiyonu
$H(z;w_o)$	1-D özyineli Gabor süzgeci z-dönüşüm ifadesi
$H^{+}(z;w_o)$	1-D özyineli Gabor süzgeç ifadesi nedensel bileşeni
$H^{-}(z;w_o)$	1-D özyineli Gabor süzgeç ifadesi nedensel olmayan bileşeni
$H(e^{jw_x}, e^{jw_y})$	2-D HSA Gabor-Tip süzgeç transfer fonksiyonu
$K_o(\cdot)$	Düzenlenmiş sıfır sıralı ikinci tür Bessel fonksiyonu
M,N	HSA mimarisi satır ve sütün boyutları
r	HSA mimarisi komşuluk yarıçapı
$S_r(i,j)$	HSA mimarisinde *C(i,j)* hücresinin etki küresi
T_s	Sayısal birim örnekleme adımı
u(m,n), v(m,n), y(m,n)	2-D HSA mimarisinde bir hücrenin sırasıyla giriş, durum ve çıkış ifadeleri
$u_{k,l}x_{i,j}, y_{k,l}, z_{i,j}$	HSA mimarisinde bir hücrenin sırasıyla giriş, durum, çıkış ve eşiği
1-D	Bir boyutlu
2-D	İki boyutlu
σ	Gauss standart sapması, süzgeç yarı-bant genişliği parametresi
Ω_o	Analog Gabor süzgeci merkez frekansı
Δt	Analog birim örnekleme adımı
(w_{xo}, w_{yo})	2-D sayısal Gabor filtresi merkez frekansı
θ	Gabor filtresi yön açısı
Q_t	Toplam kalite faktörü
$[\;]_e$	Eliptik süzgeç tanımlamaları

KISALTMA LİSTESİ

AFD	Ayrık Fourier Dönüşümü
CNN	Cellular Neural Networks
FIR	Finite Impulse Response (Sonlu Dürtü Yanıtlı)
GTF	Gabor-Tip Filtre
HSA	Hücresel Sinir Ağları
IIR	Infinite Impulse Response (Sonsuz Dürtü Yanıtlı)
OTA	Operational Transconductance Amplifier (işlemsel Değişken Kuvvetlendirici)
YSA	Yapay Sinir Ağları

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

ÖNSÖZ

Öncelikle, içindeki bitmeyen enerjisini ve araştırma heyecanını bizlere aktardığı, ilk günden bu yana araştırma ve incelemelerime devam etmem için teşvik ve desteğini hiç eksik etmediği ve lisans eğitimim de olduğu gibi yüksek lisans eğitimimde de bu muazzam konu hakkında bana tez hazırlama şansı verdiği için saygıdeğer danışman hocam, Prof. Dr. Vedat Tavşanoğlu'na şükranlarımı sunmak isterim.

Her yardım gerektiğinde desteklerini hissettiğim araştırma görevlisi arkadaşlarım, Nerhun Yıldız, Evren Cesur ve Murathan Alpay'a teşekkür ederim.

Tüm eğitim hayatım boyunca maddi ve manevi destekleri ile yanımda olan aileme, anlayışlı ve sabırlı eşime müteşekkirim.

Canım Anneme…

ÖZET

Doğadan ilham alınarak keşfedilen Yapay Sinir Ağları, günümüzde pek çok bilim dalında uygulama alanı bulmuştur. 1988 yılında insanoğlunun sinir sistemi işleyişinin modellenmesi fikrinden hareketle L. O. Chua ve L. Yang tarafından Hücresel Sinir Ağları (HSA) mimarisi ortaya konulmuştur. Bu yeni mimari, sahip olduğu analog hücresel yapı nedeniyle, görüntü işleme gibi sayısal sistemler ile gerçeklemede aşırı işlem yoğunluğu ve buna bağlı uzun cevap verme süresi darboğazlarıyla karşılaşılan uygulamalara yeni bir bakış açısı getirmiştir. Analog bir sistemin cevap verme süresi kadar kısa bir zamanda verilen giriş işaretine istenilen işlemleri gerçekleştirerek çıkış üreten HSA yapısı, görüntü işleme uygulamalarında kullanım alanı bulmuştur.

1946 yılında Kuantum fiziğinden ilham alınarak keşfedilen Gabor süzgeçleri ile işaretlerdeki spesifik bilgilerin analizinde başarılı sonuçlar elde edilmiştir. İki boyutlu Gabor süzgeçleri, yön ve frekans seçebilme özellikleri nedeniyle görüntü işleme alanında tercih edilir bir filtreleme işlemi gerçekleştirmektedir. İşaret işleme uygulamalarında giriş işareti ve filtre boyutlarına bağlı olarak ortaya çıkan hesaplama yükü, bilim adamlarını daha hızlı sonuçlar verebilen alternatif gerçeklemeler bulmaya yöneltmiştir. Özyineli Gabor süzgeçleri ve HSA Gabor-Tip filtreleri, Gabor filtreleri için keşfedilen alternatif yöntemlerden iki tanesidir.

Bu çalışmada; Hücresel Sinir Ağları hakkında genel bir bilgi verildikten sonra yapının görüntü işleme alanına uygunluğu pratik bir uygulama ile gösterilmiştir. Gabor süzgeçleri ve görüntü işlemedeki önemleri anlatılmasının ardından Gabor süzgeçlerinin özyinelemeli gerçeklemeleri karşılaştırmalı olarak bir uygulama ile incelenmiştir. HSA Gabor-Tip süzgeç mimarisi analog devre gerçeklemeleri ile birlikte anlatılmış, özgün bir çalışma olarak eliptik Gabor süzgeç yapısı tanımlanmıştır. Bütün uygulamalarda MATLAB 7.4 program dili kullanılmıştır.

Anahtar kelimeler: Hücresel Sinir Ağları (HSA), Gabor, Süzgeç, Görüntü İşleme, Özyineli, Eliptik.

ABSTRACT

Nowadays, the Artificial Neural Network discovered being inspired by the nature has been reduced to practice immensely in many different disciplines. In 1988, the Cellular Neural Network (CNN) architecture was introduced by L. O. Chua and L. Yang whose aim was to model the processing of mankind nervous systems. Because of the analog cellular structure, this new architecture has brought in new point of view for applications as image processing that experience high density of computing and long response time bottleneck when using digital systems. The CNN that yields results as short as an analog system's response time can be used widely in image processing application.

The analysis of the specific information on the signals can be achieved successfully with the Gabor filters inspired by Quantum Theory in 1946. The 2-D Gabor filters are preferred in image processing field by reason of the orientation and frequency selectivity characteristics. The density of computing which depends on the input and filter's size at the signal processing application shifts scientist's attention to find alternative methods that respond more quickly. The Recursive Gabor filters and the CNN Gabor-Type filters are two of the alternative methods that discovered for Gabor Filters.

In this study; after giving basic concept and definition for the Cellular Neural Network, the availability of the CNN for image processing filed has been showed with a practice example. The Recursive Gabor filter method has been examined with comparative application after particularizing the Gabor filters and its importance in the image processing field. The CNN Gabor-Type filter has been given with its analog circuit's implementation and the Elliptical Gabor Filters has been defined as an original structure. The MATLAB 7.4 programming language has been used for all application in this thesis.

Keywords: Cellular Neural Network (CNN), Gabor, Filter, Image Processing, Recursive, Elliptical.

1. GİRİŞ

Doğadaki muhteşem işleyişin takipçisi olan bilim, kendinin doğmasına sebep bu yapıdan ilham alarak, insanoğlunun yaşamını kolaylaştıracak ve refah seviyesini yükseltecek keşifler yapmıştır.

Doğanın en karmaşık ve harikulade sistemi olan insan, bütün bilim dallarını cezbeden bir araştırma konusu olmaya, geçmişten günümüze devam etmektedir. İnsan gibi düşünen ve davranan bir sistem üretmek çok uzun yıllardır, özellikle matematik ve mühendislik dallarının vazgeçmediği hedeflerindendir. Bilim adamları bir yandan insan beyninin işleyiş sırlarını çözmeye çalışırken diğer yandan, edindikleri bilgilerle daha yetenekli makineler yapmaya çabalamaktadırlar.

İnsan beyni üzerinde uzun yıllardır sürdürülen araştırmalara rağmen, beynin asli görevleri olan, düşünme ve karar verme işlevlerini nasıl gerçekleştirdiği, hala çözüm bekleyen birer sırdır. Bu süreçte ortaya atılan birçok teori, gelişen teknoloji sayesinde elde edilen basit bilgilerle geçerliliğini yitirebilmektedir. Örneğin son yıllardaki gelişmeler daha önceden zannedildiği gibi beynin sayısal değil, analog ve paralel bir işleyişe sahip olduğunu göstermektedir.

Beyin, milyarlarca beyin hücresinin bir araya gelmesi ile oluşmuştur. Beyin hücrelerine nöron adı verilir ve beyinde yaklaşık $1,5.10^{10}$ adet farklı tipte nöron olduğu zannedilmektedir. Nöron uyarıların alındığı dendritler ve tepkilerin verildiği aksonlarla giriş çıkış faaliyetini sağlar. Devre bakış açısı ile bir nöronu; dendritlerindeki girişlere bağımlı olarak değişen farklı frekanslarda işaret üretebilen bir darbe üreteci olarak tanımlayabiliriz. Bir tek nöronun tepki verme süresinin bir lojik kapı ortalama hızından çok daha yavaş olmasına karşın, diğer nöronlarla paralel çalışırken inanılmayacak derecede hızlı yanıt üretmeleri ne kadar ilginçtir. Bu muhteşem yapıyı taklidi hayal eden bilim adamları şimdilerde kullanılmadığı hiç bir alan kalmayan yeni bir devre yapısı keşfettiler. Keşfin adı keşfedildiği yapıya izafen “Yapay Sinir Ağları” olarak belirlendi.(Grmela, 1997)

Yapay Sinir Ağları (YSA) basitçe; doğrusal olmayan karakteristiğe sahip analog birimlerden oluşan bir devre yapısıdır. Yapının keşfedildiği 20. yüzyılın ortalarından bu yana bu konuda binlerce araştırma yapılmış, gelişmeler yaşanmış ve bunların büyük bir kısmı sayısal bilgisayarların yetersiz kaldığı gerçek hayat problemlerine çözümler sunmuştur.

1982 yılında ünlü bir fizikçi J. Hopfield tarafından ortaya atılan ve ismiyle anılan Hopfield

YSA'nın özel bir alt kümesi olan Hücresel Sinir Ağları (HSA), Çinli iki bilim adamı L. O. Chua ve L. Yang tarafından 1988 yılında insanoğlu sinir sisteminden ilham alınarak keşfedilmiştir. Hücresel Sinir Ağlarının, insan beynindeki gibi bölgesel bağlantılara sahip olması VLSI gerçeklenmesini olanaklı kılmıştır. Analog yapıdaki HSA sayısal sistemlerin erişemeyeceği işlem hızlarına erişebilmekte, bundan dolayı birçok alanda tercih edilmektedir.

Bilgi alış-verişinde görsel verinin rolü oldukça fazladır. Gelişen teknoloji ile birlikte görüntü ve resim gibi görsel veriye artan talep, daha çok verinin işlenme gerekliliğini de beraberinde getirmiştir.

Hücresel Sinir Ağlarının sahip olduğu yapı birçok uygulamaya elverişli olsa da en yaygın kullanımını görüntü işleme uygulamalarında bulmuştur. Bunun nedenlerini şu şekilde sıralayabiliriz:

- Görüntü işlemede her bir görüntü pikseline uygulanan işlemin konumdan bağımsızlığı, HSA'nın (konumdan bağımsız HSA) da sahip olduğu bir özelliktir.
- Görüntüdeki her bir piksel, HSA'da ki bir hücreye karşı düşmektedir.
- Sahip olduğu paralel işleyişin yanında ayrık uzay-sürekli zaman özelliği eş-zamanlı görüntü işleme uygulamalarını olanaklı kılar.
- HSA sahip olduğu paralel ve analog yapı nedeniyle, sayısal sistemlerle görüntü işleme hızından çok daha hızlı sonuçlar verir.

Hız konusuna bir örnek vermek gerekirse; dakikada 30 pencerenin değiştiği 512 x 512 piksellik bir görüntü, 3 x 3'lük bir maske ile konvolüsyon edilmek istense, dakikada 70.7 milyon çarpma ve 62.9 milyon toplama işlemi yapılması gerekmektedir. Bu konvolüsyonun sayısal bir sistemle yapılması saniyeler alırken, HSA kullanıldığında görüntünün boyutundan bağımsız olarak işlem nano (10^{-9}) saniyeler sonunda tamamlanmış olmaktadır.

Fiziksel sistemlerin tanımlanabilmesi için genel bilgiye erişim gerekirken, fiziksel işaretlerin analizinde lokal bilgiye ihtiyaç duyulmaktadır. Örneğin doğrusal, zamanla değişmeyen (Linear, Time-Invariant) bir sistem genellikle Fourier veya Laplace gibi global operatörler ile analiz edilirken, insan beynine ait bir MR görüntüsünün analizinde daha spesifik lokal bilginin incelenmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

İşaretlerin lokal karakteristiğini elde etmede kullanılan birçok işaret işleme yaklaşımı olsa da, 1946 yılında D. Gabor tarafından tanımlanan ve kendi ismiyle anılan "Gabor Süzgeci" sahip olduğu zaman (uzay) ve frekans bant genişliğinin mümkün olan minimum değeri karşılayabilmesi nedeniyle bu amaç için kullanılmaya en elverişli operatördür. (Gabor, 1946)

Gabor filtreleri görüntü işleme uygulamalarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu uygulama alanlarına örnek olarak; doku tanıma ve sınıflama (Clark vd.,1987), yazı tanımlama (Jain ve Bhattacharjee,1992), doku ayrımı (Porat ve Zeevi,1989), kenar belirleme (Mehretra vd.,1992), görüntü sıkıştırma (Daugman,1988), hareket kestirimi (Heeger,1987), nesne tanımlama (Casasent vd.,1992) dokuda şekil tanıma (Super ve Bovik, 1991) ve parmak izi tanıma (Yang vd., 2003) verilebilir.

Tek ve çift boyutlu işaret işleme uygulamalarında giriş işareti ve filtre boyutlarına bağlı olarak karşılaşılan hesaplama yükü ve uzun cevap verme süresi, bilim adamlarını daha hızlı sonuçlar verebilen alternatif gerçeklemeler araştırmaya yönlendirmiştir. Özyineli Gabor süzgeçleri ve HSA Gabor-Tip filtreleri, Gabor filtreleri için keşfedilen alternatif yöntemlerden iki tanesidir.

Bu tezde; genel olarak Hücresel Sinir Ağları ve Gabor süzgeçleri ile bu süzgeçlerin alternatif gerçeklemeleri incelenmiştir. Tezde özgün olarak “HSA Eliptik Gabor-Tip Filtreleri”nin de tanımlandığı bir bölüm bulunmaktadır.

Tezi oluşturan bölümleri kısaca özetlersek;

2. Bölümde Hücresel Sinir Ağları tanıtılmıştır. Yapay Sinir Ağları hakkında genel bilgiler verildikten sonra Hücresel Sinir Ağlarının keşfi, ağ mimarisi, kullanılan temel gösterilim, tanım ve denklemler ile bir ağ hücresinin devre yapısı bu bölümde verilmiştir. Yine bu bölümde en yaygın kullanıma sahip Konumdan ve Zamandan Bağımsız HSA yapısı incelenmiştir.

3. Bölüm, Hücresel Sinir Ağları ile görüntü işleme konusuna ayrılmıştır. Lineer ve Lineer olmayan HSA mimarileri teorik olarak incelendikten sonra her iki mimari içinde birer uygulama yapılmıştır.

4. Bölümde Gabor süzgeci detaylı olarak incelenmiştir. Gabor süzgecinin elde edilmesinde kullanılan Gauss süzgeci de bu bölümde ayrıntılı olarak ele alınmıştır. İki boyutlu Gabor süzgeci tanımlamaları yapılarak yön seçebilme özelliğine pratik bir uygulama verilmiştir.

5. Bölüm, Gabor süzgecinin özyineli gerçeklemelerinin incelenmesine ayrılmıştır. Bu bölümde öncelikle özyineli Gauss filtreleri için iki yöntem üzerinde durulmuş ve bir boyutlu 3. dereceden özyineli bir Gabor filtresi sayısal olarak gerçeklenmiştir. Bölümün sonunda ele alınan bir giriş görüntüsü Gabor ve özyineli Gabor süzgeçleri ile filtrelenerek sonuçlar kıyaslanmıştır.

6. Bölüm, Gabor süzgeci için bir diğer alternatif gerçeklemeye ayrılmıştır. HSA Gabor-Tip filtrelerin tanımlandığı bu bölümde bir ve iki boyutlu HSA Gabor-Tip filtreler için devre gerçeklemeleri verilmiştir. Bu bölümün son kısmında özgün bir çalışma olarak “Eliptik HSA Gabor-Tip Filtre” tanımlamaları yapılmıştır.

7. Bölümde, tezde elde edilen sonuçlar bir özet şeklinde sıralanmıştır.

Tez boyunca yapılan tüm uygulamalarda MATLAB 7.4 programı kullanılmıştır.

2. HÜCRESEL SİNİR AĞLARI

Özel bir yapay sinir ağı olan Hücresel Sinir Ağları (HSA) ilk olarak 1988 yılında Leon O. Chua ve Lin Yang tarafından sinir sistemimizdeki nöron bağlantıları düşünülerek keşfedilen bir ağ yapısıdır (Chua ve Yang, 1988). Tezin bu bölümünde yapay sinir ağları hakkında özet bir bilgiden sonra Hücresel Sinir Ağları (HSA) detaylı olarak incelenecektir.

2.1 Yapay Sinir Ağları (YSA)

Beynin üstün özellikleri, bilim adamlarını üzerinde çalışmaya zorlamış ve beynin nöro-fiziksel yapısından esinlenerek matematiksel modeli çıkarılmaya çalışılmıştır. Beynin davranışlarını tam olarak modelleyebilmek için fiziksel bileşenlerinin doğru olarak modellenmesi gerektiği düşüncesi ile çeşitli yapay hücre ve ağ modelleri geliştirilmiştir. Böylece 'Yapay Sinir Ağları' denen yeni ve günümüz bilgisayarlarının algoritmik hesaplama yönteminden farklı bir bilim alanı ortaya çıkmıştır. Yapay sinir ağları; yapısı, bilgi işleme yöntemindeki farklılıkları ve uygulama alanları nedeniyle çeşitli bilim dallarının da kapsam alanına girmektedir.

Genel anlamda YSA, beynin bir işlevi yerine getirme yöntemini modellemek için tasarlanan bir sistem olarak tanımlanabilir. YSA, yapay sinir hücrelerinin birbirleri ile çeşitli şekillerde bağlanmasından oluşur ve genellikle katmanlar şeklinde düzenlenir. Donanım olarak elektronik devrelerle ya da yazılım olarak bilgisayarlarda gerçeklenebilir. Beynin bilgi işleme yöntemine uygun olarak YSA, bir öğrenme sürecinden sonra bilgiyi toplama, hücreler arasındaki bağlantı ağırlıkları ile bu bilgiyi saklama ve genelleme yeteneğine sahip paralel dağılmış bir işlemcidir. Öğrenme süreci, arzu edilen amaca ulaşmak için YSA ağırlıklarının yenilenmesini sağlayan öğrenme algoritmalarını ihtiva eder.

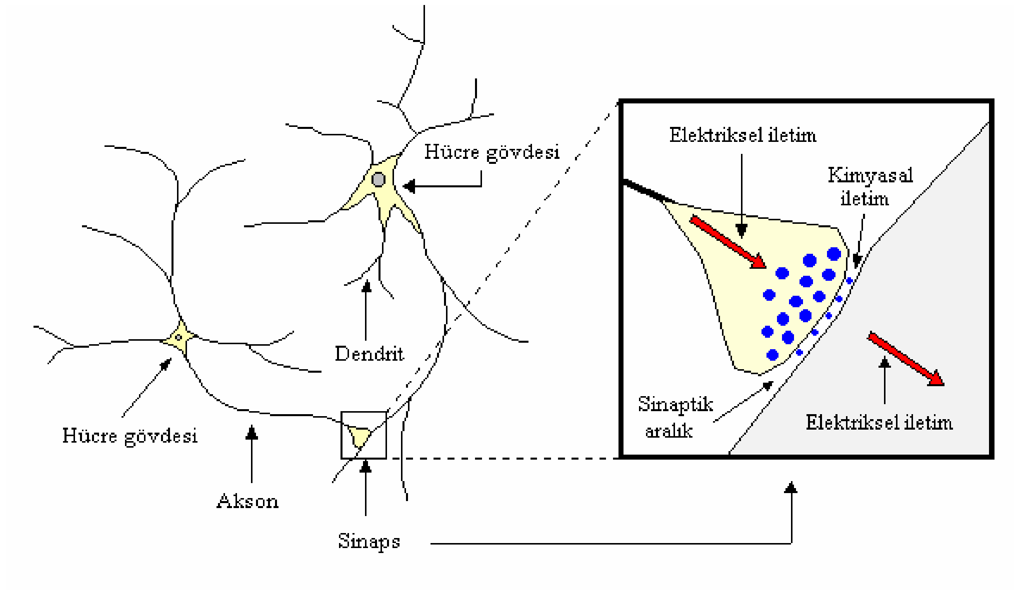
Yapay sinir ağlarına ilişkin ilk çalışmalar McCulloch ve Pitts tarafından 1943 yılında merkezi sinir sistemi temel işlem elemanı olan sinir hücrelerinin (nöronlar) işlevini görebilecek birimin; belli bir eşik seviyesinden sonra çıkış veren bir özellik göstermesi gerektiği fikrini ortaya atmalarından sonra başlamıştır. Bu iki bilim adamının çalışmalarında tanımladıkları iki durumlu eşik seviyesine sahip yapay nöronlarla gerçekleştirilen basit bir ağın, paralel işleyişi sırasında çok karmaşık işlemleri yapabildiği anlaşılmıştır.

1950'lerin sonları 1960'ların başlarında nöron modelleri çeşitlilik kazanmıştır. Bunlar arasında Rosenblatt'ın 'Perseptron'u', Widrow ve Hoff'un 'Adaline'nı' ve Steinbuch'un 'Öğrenme Matrisi' önemli olanlarıdır.

Merkezi sinir ağında bilgiler, alıcı ve tepki sinirleri arasında ileri ve geri besleme yönünde değerlendirilerek uygun tepkiler üretilir. Bu yönüyle biyolojik sinir sistemi, kapalı çevrim denetim sisteminin karakteristiklerini taşır. Merkezi sinir sisteminin temel işlem elemanı, sinir hücresidir (nöron) ve insan beyninde yaklaşık 10 milyar sinir hücresi olduğu tahmin edilmektedir.

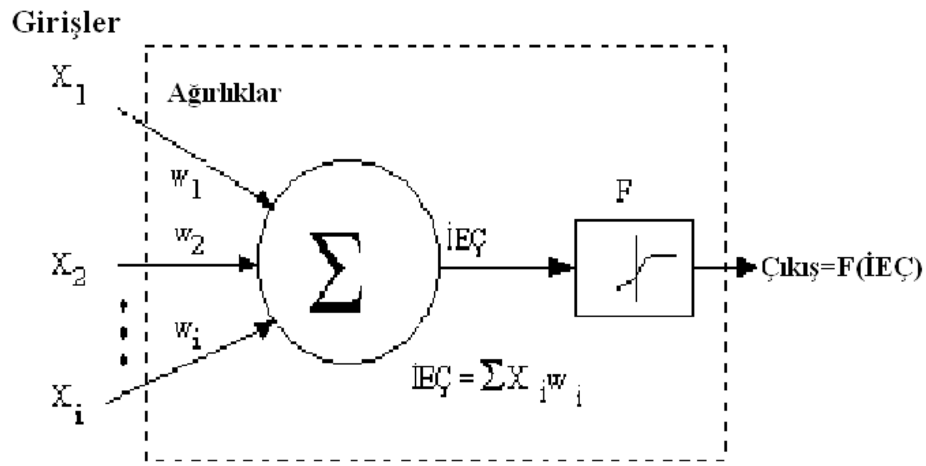
2.1.1 Yapay Sinir Hücreleri, Nöronlar

Doğal sinir hücresi; hücre gövdesi, dendritler ve aksonlar olmak üzere üç bileşenden meydana gelir. Dendritler, diğer hücrelerden aldığı bilgileri hücre gövdesine bir ağaç yapısı şeklinde ince yollarla iletir. Aksonlar ise elektriksel darbeler şeklindeki bilgiyi hücreden dışarı taşıyan daha uzun bir yoldur. Aksonların bitimi, ince yollara ayrılabilir ve bu yollar, diğer hücreler için dendritleri oluşturur. Akson-dendrit bağlantı elemanı sinaps olarak isimlendirilir. Sinapsa gelen ve dendritler tarafından alınan bilgiler genellikle elektriksel darbelerdir ancak sinapstaki kimyasal ileticilerden etkilenir. Belirli bir sürede bir hücreye gelen girişlerin değeri, belirli bir eşik değerine ulaştığında hücre bir tepki üretir. Hücrenin tepkisini artırıcı yöndeki girişler uyarıcı, azaltıcı yöndeki girişler ise önleyici girişler olarak söylenir ve bu etkiyi sinaps belirler. Şekil 2.1'de bir sinir hücresi ve bir nöronun diğer bir nöron ile bağlantısı görülmektedir.



Şekil 2.1 Sinir hücresi ve nöronlar arası bağlantı.

Bir yapay nöron, doğal nörondaki birimlerin modellenmesi ile oluşur. Bir sinir hücresindeki tek ve uzun bir yapıdan oluşan akson, hücrenin çıkış birimi; kısa kısa ve çok sayıdaki iplikçikten oluşmuş dendritler, hücrenin giriş birimi; hücrenin tepkisinin üretildiği yer olan hücre gövdesi, giriş ile çıkış arasındaki bağıntıyı gösterdiğinden aktivasyon fonksiyonu ve son olarak birden fazla olan girişlerin çıkışa etkilerini belirleyen sinapslar da girişlerin ağırlıkları olarak modellendiklerinde Şekil 2.2 de görülen yapay nöron elde edilmiş olur.



Şekil 2.2 Yapay sinir hücresi.

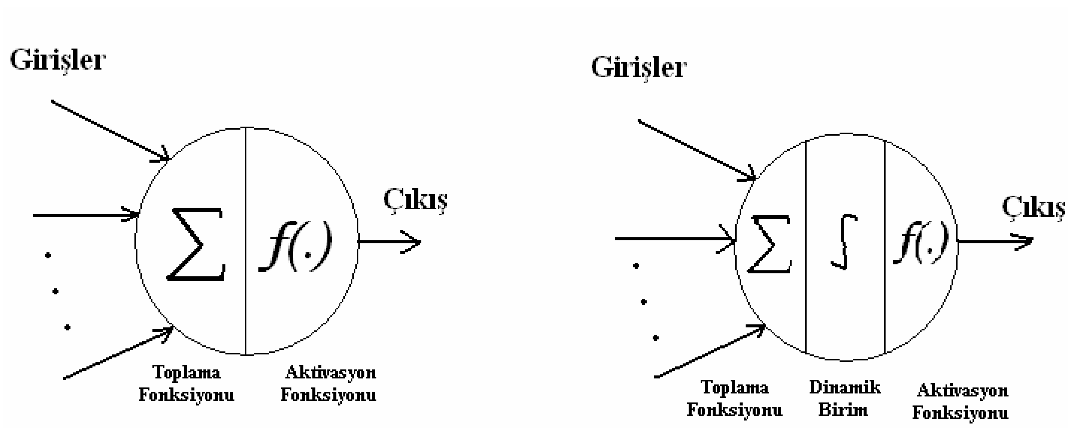
Tek olarak düşünüldüklerinde oldukça basit bir işleve sahip oldukları görülen nöronlar bir arada kullanıldıklarında oldukça karmaşık işlemleri gerçekleştirebilecek yapay sinir ağlarını oluşturmaktadırlar. YSA'nın hesaplama ve bilgi işleme gücünü, paralel dağılmış yapısından, öğrenebilme ve genelleme yeteneğinden aldığı söylenebilir. Genelleme, eğitim ya da öğrenme sürecinde karşılaşılmayan girişler için de YSA'nın uygun tepkileri üretmesi olarak tanımlanır. Bu üstün özellikleri, YSA'nın karmaşık problemleri çözebilme yeteneğini gösterir. Günümüzde birçok bilim alanında YSA, aşağıdaki özellikleri nedeniyle etkin olmuş ve uygulama yeri bulmuştur.

2.1.2 Dinamik Yapay Sinir Ağları

YSA kendilerini tanımlayan denklem takımları cinsinden iki sınıfa ayrılabilir.

- Cebrik Yapay Sinir Ağları
- Dinamik Yapay Sinir Ağları

Cebrik yapay sinir ağlarında yapıyı lineer/lineer olmayan denklem takımları tanımlamaktadır. Dinamik sinir ağlarında ise ağın işleyişi lineer/lineer olmayan diferansiyel denklem takımları ile belirlenir. Bu tip ağlarda işlem elemanı nöronlarda ekstra bir integral alıcı dinamik birim mevcuttur. Bu dinamik birim sebebiyle ağlarda bir geçici rejimden söz edilebilir. Şekil 2.3 (a) ve (b)'de her iki tip ağın nöronları modellenmiştir (Tander, 2000).



Şekil 2.3 (a) Cebrik (b) Dinamik sinir ağı nöronu (Tander, 2000).

Şekil 2.3 (b)'deki dinamik birim basit bir RC devresi ile gerçeklenebilir. Böyle bir sistemin tasarımı nöronlar arası bağlantı ağırlıklarının, başlangıç koşullarının ve kullanılacak aktivasyon fonksiyonunun belirlenmesinden ibarettir.

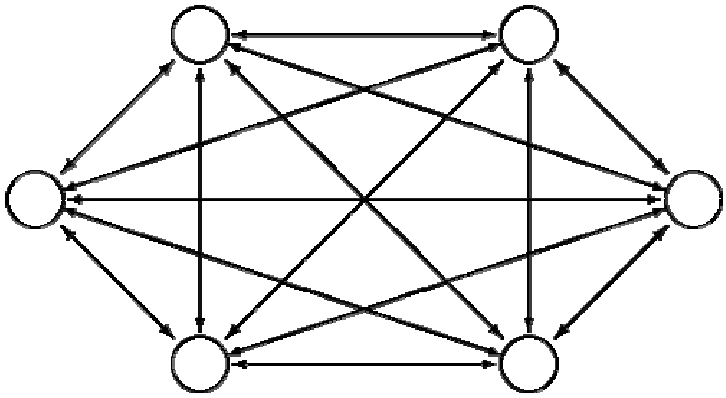
2.1.3 Hopfield Sinir Ağı

İlk önerilmiş dinamik sinir ağı modeli Hopfield yapay sinir ağıdır. 1982 yılında Hopfield tarafından ortaya atılan bu sinir ağı modeli geri beslemeli ağlar sınıfına girmektedir.

Hopfield sinir ağındaki temel düşünce; enerji fonksiyonunun minimum değerini bulmak için gerekli sinaptik ağırlık değerlerine yakınsamadır. Bunu tepenin başında bırakılan bir topun sürtünme ve diğer kuvvetlerin etkisiyle sahip olduğu enerjinin diğer enerji türlerine dönüştüğü anda durmasına benzetebiliriz. Ağ öğrenme işlevini tamamladıktan sonra tepenin üzerinde oluşacak yeni top (durum) diğer topun nerede durduğunu hatırlamalıdır. Hopfield **'enerji kuyuları'** kavramını bu ağ yapısı ile tanımlamıştır.

Hopfield ağ topolojisi diğer ağlardan farklıdır. Farklı katmanlar yoktur; her birim diğer tüm birimlere bağlıdır. Ayrıca, bağlantılar çift yönlüdür (bilgi her iki yönde akar) ve simetriktir. Her iki yönde akan veriye uygulanan ve her bağlantı için hesaplanan bir ağırlık değeri vardır.

Şekil 2.4 altı birimli bir Hopfield ağ topolojisini göstermektedir.



Şekil 2.4 6 birimli Hopfield ağı

YSA üzerindeki çalışmaların ışığında oluşan yeni devre yapısının var olan sayısal bilgisayarlar ve analog devrelere göre öne çıkan avantajları uyarlanabilir, öğrenme yeteneğine sahip ve tabii ki hızlarıdır. Bunun yanında yeni devre yapısının doğasında var olan lineer olamama özelliği, lineer tekniklerle karşılaştırıldığında işlevsel yaklaşıklık ve işaret filtreleme işlemlerinde çok daha ideal sonuçlar alınmasını sağlar.

Tüm mühendislik harikalarında olduğu gibi yapay sinir ağları da sınırlara sahiptir. Yapay sinir ağlarının paralel yapısı, ayrık devre elemanları ile gerçeklemesini engeller. Çünkü dört ya da altıdan fazla nöron içeren ağlarda bağlantı sayısı oldukça fazlalaşmaktadır. Özellikle Hopfield ağında her bir nöronun diğer tüm nöronlarla bağlantılı olması gerektiği düşünüldüğünde ayrık devre elemanları ile devrenin gerçekleştirilmesi imkânsız hale gelmektedir. Buna çözüm olarak sunulabilecek tümleşik gerçeklemede de bağlantı yollarında sorun yaşanmaktadır. Bağlantı sayısı sınırlaması yanında devrenin az güç harcaması da aranan bir özelliktir.

Sayılan bu sınırlamalardan birçoğu, 1988 yılında Hücresel Sinir Ağı yapısının keşfi ile ortadan kalmıştır.

2.2 Hücresel Sinir Ağının Keşfi

Sinir sistemimizde nöronların birbirine olan bağlantılarına yoğunlaşan iki bilim adamı Leon O. Chua ve Lin Yang 1988 yılında yeni bir yapay sinir ağı mimarisi ortaya koydukları makalelerini yayınladılar ve bu makale ile Hücresel Sinir Ağı (HSA) (Cellular Neural Networks - CNN) doğmuş oldu (Chua ve Yang, 1988).

Sinir sistemimizdeki nöronların diğer nöronlarla bölgesel olarak bağlı olması -ki her bir nöronun 1000'e yakın komşuluk kurduğu nöron bulunduğu bilinmektedir- HSA yapısının dayandığı en önemli özelliktir. Hopfield sinir ağlarındaki bütün hücrelerin birbirleriyle doğrudan bağlılığına karşın HSA'nda her bir hücre en yakın komşuluğundaki hücre ile doğrudan, diğer hücrelerle dolaylı olarak bağlıdır. HSA'nın bu yapısı, ağın tümleşik devre gerçeklemesini olanaklı kılmış ve ilk HSA cipi (CNN-UM) Macaristan Teknik Üniversitesi'nde Prof. T. Roska ve öğrencileri tarafından gerçeklenmiştir.

Bölgesel bağlantı sonucu; hem devrenin kapladığı alan azalmakta hem de verilerin devre üzerindeki taşınım yolları kısa olduğundan toplam güç harcaması düşük olmaktadır.

HSA önemli avantajlarından bir diğeri de kararlı bir sonuca yakınsama süresinin devrenin boyutundan bağımsız olması ve bir kaç nöron gecikmesi ile belirlenmesidir.

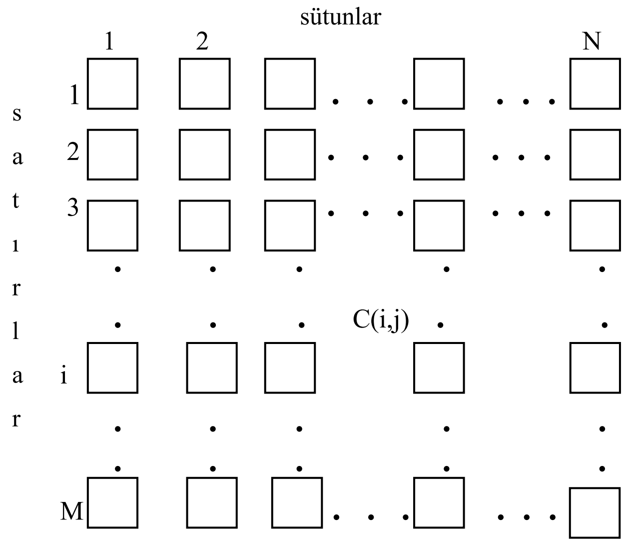
HSA'nın bu özellikleri gelecekte pek çok uygulama alanı bulacağının göstergeleridir.

2.3 Hücresel Sinir Ağları Mimarisi

Bu kısımda hücresel sinir ağı mimarisi, ayrıntılı olarak incelenmiş temel gösterimler ve tanımlar verilmiştir (Chua ve Yang, 1988), (Chua ve Roska, 1993)

Tanım 1. Standart HSA Mimarisi

Standart HSA yapısı MxN boyutundaki dikdörtgen hücreler dizisinden oluşur. Burada M: satırı N: sütunu gösterir. HSA'nın en küçük birimine hücre adı verilir. Hücreler devrenin boyutuna göre iki boyutlu uzayda kartezyen koordinat sistemi düzeninde yerleştirilmişlerdir. *i. satır*, *j. sütun'*daki hücre $C(i,j)$ ile ifade edilir. ($i=1,2,3...M$, $j=1,2,3...N$) (Şekil 2.5)



Şekil 2.5 HSA mimarisi.

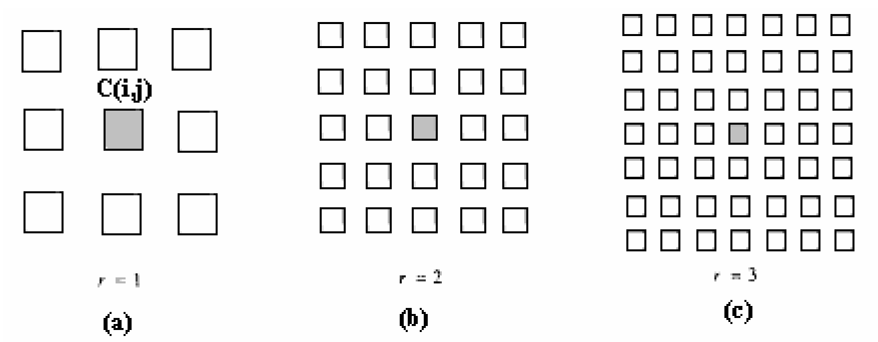
Uygulamalarda genellikle $M = N$ alınsa da $M \neq N$ de olabilir. Örneğin *5 x 512'*lik bir HSA yapısı tarayıcı, faks ya da fotokopi makinesi için uygundur.

Tanım 2. C(i,j) Hücresinin Etki Küresi

C(i,j) hücresinin r yarıçaplı etki küresi $S_r(i,j)$ olmak üzere;

$$S_r(i,j) = \left\{ C(k,l) \middle| \max_{1 \le k \le M, 1 \le l \le N} \{|k-i|, |l-j|\} \le r \right\} \tag{2.1}$$

koşulunu sağlayan tüm komşu hücreler topluluğuna denir. Buradaki r pozitif bir tam sayıdır.



Şekil 2.6 (a) r=1 (3x3 komşuluk) , (b) r=2 (5x5 komşuluk), (c) r=3 (7x7 komşuluk)

Komşuluk *r* yarıçapı ile belirtilebildiği gibi *(2r+1)*x*(2r+1)* şeklinde de gösterilebilir. Etki küresi içerisinde $(2r+1)^2$ kadar hücre bulunmaktadır.

Komşuluk sistemi simetri özelliğine sahiptir.

$$C(k,l) \in S_r(i,j) \Leftrightarrow C(i,j) \in S_r(k,l) \tag{2.2}$$

Hücresel sinir ağı tanımlanırken, bir r değeri seçilir (Çoğu uygulamada r =1 alınır). Bu seçimden sonra her hücre sadece kendi komşuluk grubundaki hücrelerle doğrudan bağlantılı bulunur. Yani sadece komşuları ile sinaptik bağlantıları mevcuttur.

Tanım 3. Bir Hücrenim Matematiksel Tanımı

En genel halde bir HSA'nda *C(i,j)* hücresinin matematiksel tanımlamaları şu şekildedir;

Tanım 3.1. Durum Denklemi

$$\frac{dx_{ij}}{dt} = -x_{ij} + \sum_{C(k,l)\in S_r(i,j)} A(i,j;k,l)y_{kl} + \sum_{C(k,l)\in S_r(i,j)} B(i,j;k,l)u_{kl} + z_{ij} \tag{2.3}$$

Burada;

$x_{ij} \in R$; C(i,j) hücresinin durumu,

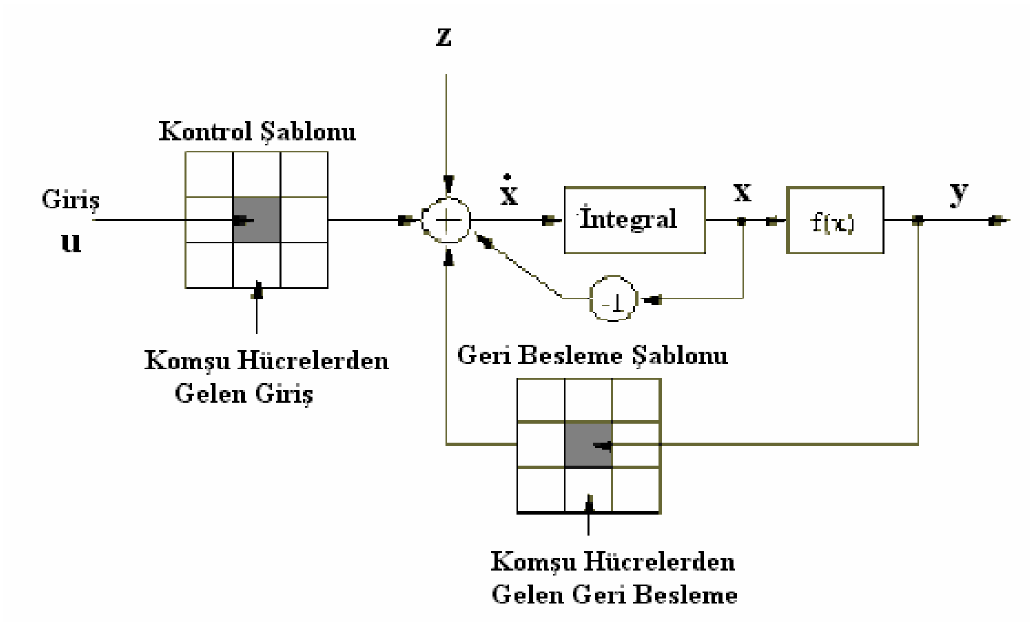
$y_{kl} \in R$; Etki küresi içerisindeki hücrelerin çıkışları,

$u_{kl} \in R$; Etki küresi içerisindeki hücrelerin girişleri,

$z_{ij} \in R$; Eşik değeri

A(i, j ; k, l) ; Geri besleme operatörü (Geri klonlama şablonu)

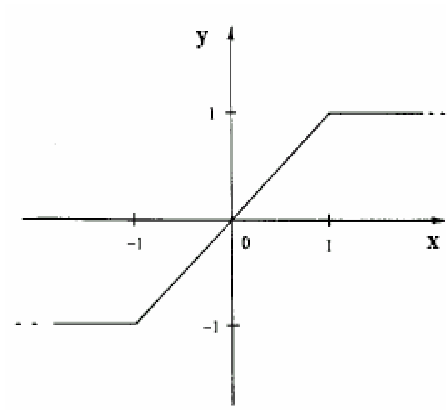
B(i, j ; k, l) ; Giriş (kontrol) operatörü (İleri klonlama şablonu)'dür



Şekil 2.7 Bir hücrenin blok diyagram gösterilimi

Tanım 3.2. Çıkış Denklemi

$$y_{ij} = f(x_{ij}) = \frac{1}{2}\left|x_{ij}+1\right| - \frac{1}{2}\left|x_{ij}-1\right| \tag{2.4}$$



Şekil 2.8. Eşik aktivasyon fonksiyonu

HSA'na lineer olmama özelliğini veren bu fonksiyondur.

Tanım 3.3. Sınır Koşulları

Sınır hücrelerinin etki küresi içinde bulunup da *M x N* boyutundaki hücre dizisinin dışında kalan hücrelerin durum ve çıkış değerleri koşuludur.

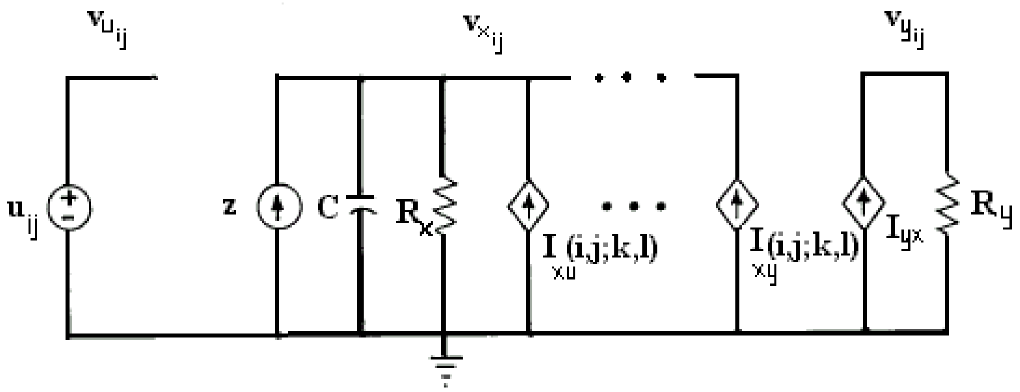
Tanım 3.4. Başlangıç Koşulları

Dizideki tüm hücrelerin ilk koşuludur.

$x_{ij}(0)$, $i=1,2...M$, $j=1,2...N$

2.4 Hücresel Sinir Ağı Hücre Yapısı

HSA'ndaki bir hücreye karşılık gelen devresel eşdeğer Şekil 2.9'da görülmektedir.



Şekil 2.9. Bir hücrenin devre şeması

Hücrede sırasıyla giriş, durum ve çıkışa karşı düşen ***u, x*** ve ***y*** düğümleri bulunur. Hücrede bulunan elemanlar $\boldsymbol{u_{ij}}$; sabit gerilim kaynağı, ***Z***; sabit akım kaynağı, ***C***; lineer kapasite , $\boldsymbol{R_x}$ ve $\boldsymbol{R_y}$;lineer dirençler, m komşu hücre sayısına eşit olmak üzere en fazla 2m adet $\boldsymbol{I_{xu}(i,j;k,l)}$ ve $\boldsymbol{I_{xy}\ (i,j;k,l)}$ bağımlı akım kaynağı, son olarak da $\boldsymbol{I_{yx}}$ lineer olmayan gerilim kontrollü akım kaynağıdır. Komşu hücrelerle bağlantı, kontrol girişi $v_{u_{kl}}$ ve geri besleme gerilimi $v_{y_{kl}}$ 'nin ağırlıklı toplamları üzerine kurulmuştur.

$$I_{xy}(i,j;k,l) = A(i,j;k,l)v_{y_{kl}} \quad , \quad \forall\ C(k,l) \in S_r(i,j) \tag{2.5}$$

$$I_{xu}(i,j;k,l) = B(i,j;k,l)v_{u_{kl}} \quad , \quad \forall\ C(k,l) \in S_r(i,j) \tag{2.6}$$

Hücredeki tek lineer olmayan eleman ise I_{yx} parça-lineer gerilim kontrollü akım kaynağıdır.

$$I_{yx} = \frac{1}{R_y} f(v_{x_{ij}}) \tag{2.7}$$

Buradaki *f()* fonksiyonu Tanım 3.2'de verilen çıkış fonksiyonudur.

HSA'nın VLSI gerçeklemelerinde *f()* fonksiyonunun keskin karakteristiğini elde etmek mümkün olmadığından daha yumuşak ve sürekli bir fonksiyon olan Sigmoid fonksiyonu kullanılır. Bu değişim teoriyi etkilemez.

Şekil 2.9'da verilen eşdeğer devre şu özelliklere sahiptir:

- Devredeki lineer kondansatör *C* ve lineer direnç *R* her bir hücrenin özünü oluşturur ve devrenin dinamik olmasının nedenidir.
- Kondansatör, hücrenin tek hafıza elemanıdır.
- Devrenin giriş gerilimi $v_{u_{ij}}$, bağısız gerilim kaynağı E_{ij} tarafından sağlanır ve geçici hal sırasında (-1,1) sınırları arasında değer alabilen bir sabit gibi kabul edilebilir.
- Hücrenin durum gerilimi $v_{x_{ij}}$, kondansatör üzerine düşen gerilimdir ve kondansatörün başlangıç durum değerinin 1'e eşit ya da daha az olduğu kabul edilir.
- Hücrenin çıkış gerilimi $v_{y_{ij}}$, hücrenin durum gerilimi $v_{x_{ij}}$ tarafından kontrol edilen doğrusal olmayan (parça-parça lineer) gerilim kontrollü akım kaynağı I_{yx} tarafından sağlanmaktadır.

2.5 Zamandan ve Konumdan Bağımsız HSA

Eğer geri besleme A(i, j ; k, l), giriş B(i, j ; k, l) operatörleri ve z_{ij} eşik değeri, hücrenin ağ içerisindeki yerleşiminden ve zamandan bağımsız olarak belirleniyorsa bu yapıya 'Zamandan ve Konumdan Bağımsız HSA' adı verilir. Uygulamaların neredeyse tamamı bu yapıyı kullanır. Bu durumda aşağıdaki ifadeleri yazabiliriz;

$$\sum_{C(k,l)\in S_r(i,j)} A(i,j;k,l)y_{kl} = \sum_{|k-i|\le r}\ \sum_{|l-j|\le r} A(i-k,j-l)y_{kl}$$

$$\sum_{C(k,l)\in S_r(i,j)} B(i,j;k,l)u_{kl} = \sum_{|k-i|\le r}\ \sum_{|l-j|\le r} B(i-k,j-l)u_{kl} \tag{2.8}$$

$$z_{ij} = z$$

2.5.1 Klonlama Şablonu Gösterilimi

HSA'nın uygulamalarında en fazla *3x3* komşuluğun (etki küresi yarıçapı r =1) bulunduğu, konumdan bağımsız yapı kullanılır. Bu uygulamalarda analizini kolaylaştıracak bazı tanımlamalar yapılmıştır.

Geri besleme (*A(i-k , j-l)*), giriş (*B(i-k , j-l)*) operatörleri ve z_{ij} eşik değeri, hücrenin ağ içerisindeki yerleşiminden bağımsız olduklarından, bir şablon şeklinde gösterilebilirler.

2.5.1.1 Geri Besleme Operatöründen (A(i-k , j-l)) Gelen Katkı

$$\sum_{C(k,l)\in S_r(i,j)} A(i,j;k,l)y_{kl} = \sum_{|k-i|\le r}\ \sum_{|l-j|\le r} A(i-k,j-l)y_{kl} =$$

$$\begin{aligned}
&= a_{-1,-1}y_{i-1,j-1} + a_{-1,0}y_{i-1,j} + a_{-1,1}y_{i-1,j+1} + \\
&\quad + a_{0,-1}y_{i,j-1} + a_{0,0}y_{i,j} + a_{0,1}y_{i-1,j+1} + \\
&\quad + a_{1,-1}y_{i+1,j-1} + a_{1,0}y_{i+1,j} + a_{1,1}y_{i+1,j+1} = \\
&= \sum_{k=-1}^{1}\sum_{l=-1}^{1} a_{k,l}\,y_{i+k,j+l} =
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|}\hline a_{-1,-1} & a_{-1,0} & a_{-1,1} \\ \hline a_{0,-1} & a_{0,0} & a_{0,1} \\ \hline a_{1,-1} & a_{1,0} & a_{1,1} \\ \hline \end{array} \otimes \begin{array}{|c|c|c|}\hline y_{i-1,j-1} & y_{i-1,j} & y_{i-1,j+1} \\ \hline y_{i,j-1} & y_{i,j} & y_{i-1,j+1} \\ \hline y_{i+1,j-1} & y_{i+1,j} & y_{i+1,j+1} \\ \hline \end{array} = A \otimes Y_{ij}$$

$$A = \begin{array}{|c|c|c|}\hline a_{-1,-1} & a_{-1,0} & a_{-1,1} \\ \hline a_{0,-1} & a_{0,0} & a_{0,1} \\ \hline a_{1,-1} & a_{1,0} & a_{1,1} \\ \hline \end{array}$$

$$Y_{ij} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline y_{i-1,j-1} & y_{i-1,j} & y_{i-1,j+1} \\ \hline y_{i,j-1} & y_{i,j} & y_{i-1,j+1} \\ \hline y_{i+1,j-1} & y_{i+1,j} & y_{i+1,j+1} \\ \hline \end{array}$$

Burada *3 x 3* boyutundaki ***A*** matrisi **'Geri (Besleme) Klonlama Şablonu'** olarak isimlendirilir.

$\boldsymbol{Y_{ij}}$ matrisi *M*x*N* boyutundaki çıkış görüntüsünün üzerinde *3*x*3* bir pencere gezdirilerek elde edilebileceğinden '***C(i,j)*** **Hücresindeki Çıkış Görüntüsü'** olarak adlandırılır.

$\otimes$ sembolü nokta çarpımların toplamını ifade eder ve **'Şablon Nokta Çarpım'** olarak isimlendirilir. Ayrık matematikte bu işlem uzaysal konvolüsyona karşı düşer.

Bazı uygulamalarda **A** şablonu şu şekilde ikiye ayrılabilmektedir:

a₀₀*; *A şablonunun merkez elemanını göstermek üzere (a_{kl} ; *k=l=0*);

$$A = A^0 + \bar{A} \quad , \quad A^0 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & a_{00} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad , \quad \bar{A} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a_{-1,-1} & a_{-1,0} & a_{-1,1} \\ \hline a_{0,-1} & 0 & a_{0,1} \\ \hline a_{1,-1} & a_{1,0} & a_{1,1} \\ \hline \end{array} \tag{2.10}$$

A^0 ; Şablonun Merkez Bileşeni,

$\bar{A}$; Şablonun Çevre Bileşeni olarak adlandırılır.

2.5.1.2 Giriş (Kontrol) Operatöründen (B(i-k , j-l)) Gelen Katkı

Bir önceki bölümde yapılan işlemlere benzer işlemlerle;

$$\sum_{C(k,l)\in S_r(i,j)} B(i,j;k,l)u_{kl} = \sum_{|k-i|\le r} \sum_{|l-j|\le r} B(i-k,j-l)u_{kl} =$$

$$\begin{aligned} &= b_{-1,-1}u_{i-1,j-1} + b_{-1,0}u_{i-1,j} + b_{-1,1}u_{i-1,j+1} + \\ &\quad + b_{0,-1}u_{i,j-1} + b_{0,0}u_{i,j} + b_{0,1}u_{i-1,j+1} + \\ &\quad + b_{1,-1}u_{i+1,j-1} + b_{1,0}u_{i+1,j} + b_{1,1}u_{i+1,j+1} = \\ &= \sum_{k=-1}^{1} \sum_{l=-1}^{1} b_{k,l}u_{i+k,j+l} = \end{aligned}$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|} \hline b_{-1,-1} & b_{-1,0} & b_{-1,1} \\ \hline b_{0,-1} & b_{0,0} & b_{0,1} \\ \hline b_{1,-1} & b_{1,0} & b_{1,1} \\ \hline \end{array} \otimes \begin{array}{|c|c|c|} \hline u_{i-1,j-1} & u_{i-1,j} & u_{i-1,j+1} \\ \hline u_{i,j-1} & u_{i,j} & u_{i-1,j+1} \\ \hline u_{i+1,j-1} & u_{i+1,j} & u_{i+1,j+1} \\ \hline \end{array} = B \otimes U_{ij}$$

$$B = \begin{array}{|c|c|c|} \hline b_{-1,-1} & b_{-1,0} & b_{-1,1} \\ \hline b_{0,-1} & b_{0,0} & b_{0,1} \\ \hline b_{1,-1} & b_{1,0} & b_{1,1} \\ \hline \end{array} \quad , \quad U_{ij=} \begin{array}{|c|c|c|} \hline u_{i-1,j-1} & u_{i-1,j} & u_{i-1,j+1} \\ \hline u_{i,j-1} & u_{i,j} & u_{i-1,j+1} \\ \hline u_{i+1,j-1} & u_{i+1,j} & u_{i+1,j+1} \\ \hline \end{array} \tag{2.11}$$

*3*x*3* boyutundaki ***B*** matrisi **'İleri (Giriş) Klonlama Şablonu'** olarak isimlendirilir.

$\boldsymbol{U_{ij}}$ matrisi *M*x*N* boyutundaki giriş görüntüsünün üzerinde *3x3* bir pencere gezdirilerek elde edilebileceğinden '***C(i,j)*** **Hücresindeki Giriş Görüntüsü'** olarak adlandırılır.

Bazı uygulamalarda **B** şablonu şu şekilde ikiye ayrılabilmektedir.

$\boldsymbol{b_{00}}$; ***B*** şablonunun merkez elemanını göstermek üzere. (b_{kl} ; $k=l=0$)

$$B = B^0 + \bar{B} \quad , \quad B^0 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & b_{00} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad , \quad \bar{B} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline b_{-1,-1} & b_{-1,0} & b_{-1,1} \\ \hline b_{0,-1} & 0 & b_{0,1} \\ \hline b_{1,-1} & b_{1,0} & b_{1,1} \\ \hline \end{array} \qquad (2.12)$$

B^0 **;** Şablonun Merkez Bileşeni

$\bar{B}$ **;** Şablonun Çevre Bileşeni olarak adlandırılır.

3. HÜCRESEL SİNİR AĞLARI İLE GÖRÜNTÜ İŞLEME

Bu bölümde Hücresel Sinir Ağları'nın görüntü işlemede kullanılması örneklerle incelenecektir.

3.1 Giriş

Günümüzde işaret işlemenin diğer alanlarında da HSA ile uygulamalar yapılıyor olsa da, görüntü işleme uygulamaları ilk ve en önemli alanı teşkil etmektedir.

HSA, iki boyutlu gerçeklenebilen mimarileri nedeniyle, görüntü işlemede özellik ayrıştırma, gürültü yok etme, hareket sezme gibi pek çok işlemde kullanılırlar.

Görüntüdeki her bir piksel, hücresel ağdaki her bir hücreye karşı düşer. Görüntü, hücresel ağın başlangıç konumuna [-1,1] sürekli aralığında gerilim seviyeleri ile verilebildiği gibi hücresel ağın girişine kontrol akımları ile de verilebilir. Ağ dinamik yapısını belirleyen küme kalıpları ile çalışıp, bir denge durumuna yakınsadığında sonuç görüntü; durumlardan veya çıkışlardan elde edilir.

Hücresel ağlarda her kararlı denge durumu iki boyutlu bir görüntüye karşı düşer. Kararlı denge durumlarının sınırlı sayıda olduğunu bildiğimize göre, hücresel ağların sürekli $[-1,1]^{MxN}$ görüntü uzayı ile sınırlı sayıda bipolar görüntüden oluşan bir sonuç uzayı arasında lineer olamayan bir dönüşüm gerçekleştirdiğini söyleyebiliriz. Dönüşüm dinamik olduğundan sonucun varlığı kadar dönüşümün şekli de önemlidir. Geçiş durumu devreyi başlangıç durumundan kararlı bir denge noktasına götüren yörüngedir. Her kararlı denge durumu ise bir yörüngenin limit noktasında bulunur. Bu özelliklerinden dolayı kararlı sistem denge durumlarına etki havuzları denmektedir.

64x64 boyutundaki görüntülerin de işlenmesini olanaklı kılan HSA yapısının analojik devre teknolojisi kullanılarak üretilmiş cipi şu an mevcut olsa da boyuta getirdiği sınırlamalar ve maliyet yüksekliği araştırmaların çoğunu bilgisayarlarla hazırlanmış devre simülatörleri veya özel uygulama programları yapıp uygulamaya yönlendirmiştir.

Bu bölümde; MATLAB 7.4 programı kullanılarak hem lineer hem de lineer olmayan HSA için farklı küme kalıpları kullanılarak görüntü işleme uygulamaları gerçekleştirilmiştir.

3.2 Hücresel Sinir Ağları Fark Denklemleri

Analog sistemler şayet yapılarında kondansatör ve bobin gibi dinamik bir elemanlar bulunduruyorlarsa diferansiyel denklemler -durum denklemleri- ile ifade edilirler. Analog bir sistemin sayısal sistem karşılığı bulunmak istendiğinde diferansiyel denklemleri fark denklemleri haline getirmek gerekir ki bu dönüşüm çeşitli yaklaşıklık yöntemleri ile gerçeklenir.

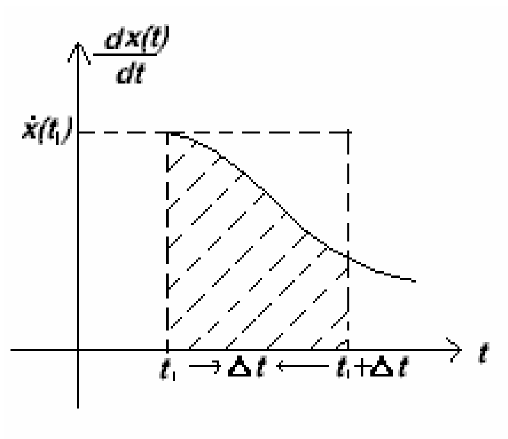
Analog HSA'daki hücrelerin yapısındaki kondansatörden dolayı her hücrenin bir durum denklemi mevcuttur. Ağın simülasyonu için diferansiyel haldeki durum denklemi fark denklemi haline getirilmelidir.

HSA diferansiyel denkleminin ayrık zamanlı bir sisteme aktarılabilmesi için çeşitli yaklaşıklık metotları kullanılır. Analog yapının hızından dolayı kullanılan yaklaşıklık metotlarının hızı da önem kazanmaktadır. Yaklaşıklık yöntemlerinden en hızlısı 'Euler İleri Yaklaşıklığı' yöntemidir (Saatçi,2003)

Simülasyonun hızı; yaklaşıklıkta kullanılan zaman adımının değeri ile doğrudan ilgilidir. Zaman adımının, simülasyonun hızı için en uygun değeri lineer HSA için bulunabilmektedir (Saatçi, 2003)

3.2.1 Euler İleri Yaklaşıklığı

Euler İleri Yaklaşıklığı; integralin dikdörtgen yaklaşıklığı ile hesaplanmasına karşı düşer.



Şekil 3.1 İntegralin dikdörtgen yaklaşıklığı ile hesaplanması

$$\int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \dot{x}(t)dt \cong \Delta t\, \dot{x}(t_1) \tag{3.1}$$

$$\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} \cong \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} \tag{3.2}$$

Diferansiyel haldeki durum denklemini fark denklemi haline getirmek için (2.3)'e (3.2) ile tanımlanan Euler İleri Yaklaşıklığı uygulanırsa (3.3) elde edilir.

$$\frac{d\,x_{ij}(t)}{dt} \cong \frac{x_{ij}(t+\Delta t) - x_{ij}(t)}{\Delta t} = -x_{ij}(t) + \sum_{k=-\sigma}^{\sigma}\sum_{l=-\sigma}^{\sigma} A(k,l)y_{i+k,j+l}(t) + \sum_{k=-\sigma}^{\sigma}\sum_{l=-\sigma}^{\sigma} B(k,l)u_{i+k,j+l} + z_{ij} \tag{3.3}$$

Denklem zamanda ayrık hale getirilirse (3.6) ile verilen ifade elde edilir.

$$\dot{x}_{ij}(nT_s) \equiv \dot{x}_{ij}(t)\Big|_{t=nT_s} \quad , \quad \Delta t \equiv T_s \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned} \frac{x_{ij}\big((n+1)T_s\big) - x_{ij}(n)}{T_s} = & -x_{ij}(nT_s) + \sum_{k=-\sigma}^{\sigma}\sum_{l=-\sigma}^{\sigma} A(k,l)y_{i+k,j+l}(nT_s) + \\ & + \sum_{k=-\sigma}^{\sigma}\sum_{l=-\sigma}^{\sigma} B(k,l)u_{i+k,j+l} + z_{ij} \end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned} x_{ij}\big((n+1)T_s\big) = (1-T_s)\, x_{ij}(nT_s) + T_s \Bigg(& \sum_{k=-\sigma}^{\sigma}\sum_{l=-\sigma}^{\sigma} A(k,l)y_{i+k,j+l}(nT_s) + \\ & + \sum_{k=-\sigma}^{\sigma}\sum_{l=-\sigma}^{\sigma} B(k,l)u_{i+k,j+l} + z_{ij} \Bigg) \end{aligned} \tag{3.6}$$

3.3 Lineer HSA ile Görüntü İşleme

Hücresel Sinir Ağı yapısı ile görüntü işleme uygulamalarının birçoğu siyah-beyaz görüntüleri kullanır. Bunun nedeni ağın yapısının lineer olmamasından kaynaklanır. Standart HSA yapısında hücrelerin her birinin çıkış değeri sonuçta bir doyuma -görüntüdeki siyah, beyaz renge- ulaşacaktır. Bunun olmasını sağlayan eşik aktivasyon fonksiyonudur. Bazı özel uygulamalarda durum değerlerinin, fonksiyonun lineer bölge aralığında kalması nedeniyle çıkışta gri renklerde görülebilmektedir. Çıkış değerlerinin, durum değerlerinden alınması yani parça-lineer haldeki eşik aktivasyon fonksiyonunun sürekli-lineer hale getirilmesi ile çıkış değerlerinin, tüm değerleri alabilmesi sağlanır ki bu lineer HSA yapısına karşılık düşer. HSA'daki bu tip değişik uygulamaları analog yapıdaki donanım kısmında denemek oldukça güçtür. Bunun için uygulamalar öncelikle yazılımda gerçekleştirilir.

3.3.1 Lineer HSA Denklemleri

En genel haldeki ağ denklemlerinde lineerlik; çıkışın durumlara eşit alınması ile sağlanır. Bu durumda Lineer HSA yapısı için çıkış denklemi (3.7)'deki gibi olacaktır.

$$y_{ij} = f(x_{ij}) = x_{ij} \tag{3.7}$$

Lineer HSA'nın durum denklemi (3.8)'de verilmiştir.

$$\frac{dx_{ij}}{dt} = -x_{ij} + \sum_{C(k,l)\in S_r(i,j)} A(i,j;k,l)x_{kl} + \sum_{C(k,l)\in S_r(i,j)} B(i,j;k,l)u_{kl} + z_{ij} \tag{3.8}$$

HSA'nın lineer, konudan bağımsız ve r komşuluk kabulü ile durum denklemi (3.9)'da verildiği şekilde yazılabilir. (σ = r)

$$\dot{x}_{ij} = \frac{d\,x_{ij}}{dt} = -x_{ij} + \sum_{k=-\sigma}^{\sigma}\sum_{l=-\sigma}^{\sigma} A(k,l)x_{i+k,j+l} + \sum_{k=-\sigma}^{\sigma}\sum_{l=-\sigma}^{\sigma} B(k,l)u_{i+k,j+l} + z_{ij} \tag{3.9}$$

Durum değerlerinin zamanla değişmesinden dolayı durumlar diferansiyel denklem ile ifade edilir. Başlangıç değerleri -ilk koşullar- belli olan bu tip diferansiyel denklemlerin çözümünde nümerik yaklaşıklık yöntemleri kullanılır. Yaklaşıklık yöntemleri, diferansiyel haldeki denklemleri fark denklemleri haline getirir. Euler İleri Yaklaşıklığı bu yöntemlerden biridir.

Bölüm 3.2'de yapılanlara benzer şekilde Lineer HSA yapısı içinde fark denklemleri (3.10)'da verildiği gibi olacaktır.

$$x_{ij}\big((n+1)T_s\big) = (1-T_s)\,x_{ij}(nT_s) + T_s\left(\sum_{k=-\sigma}^{\sigma}\sum_{l=-\sigma}^{\sigma} A(k,l)x_{i+k,j+l}(nT_s) + \right.$$
$$\left. + \sum_{k=-\sigma}^{\sigma}\sum_{l=-\sigma}^{\sigma} B(k,l)u_{i+k,j+l} + z_{ij}\right) \qquad (3.10)$$

3.3.2 Lineer HSA ile Görüntü İşleme Uygulaması

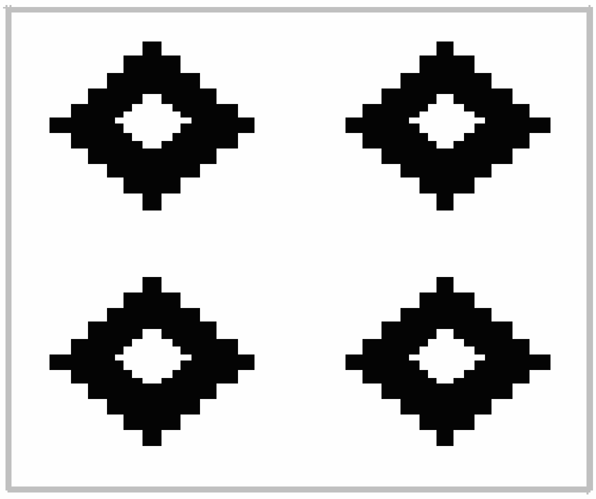
Yukarıda teorisi anlatılan HSA ile lineer görüntü işlemenin bu bölümde bir uygulaması yapılmıştır. Uygulamada MATLAB 7.4 program dili kullanılmıştır.

Uygulamada kullanılan küme kalıbı 'kenar ayıracı' olarak isimlendirilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

C(A,B,z);

$$A = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad , \quad B = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} \quad , \quad z = -1 \qquad (3.11)$$

Adım 1. Giriş olarak 64 x 64 boyutlarındaki Şekil 3.2'deki görüntü kullanılmıştır.



Şekil 3.2 Giriş görüntüsü (64x64 piksel)

Adım 2. Euler İleri Yaklaşıklığı kullanılarak fark denklemi haline getirilen HSA durum denklemi, kenar ayıracı küme kalıbı denklemde yerine konularak programa aktarılmıştır.

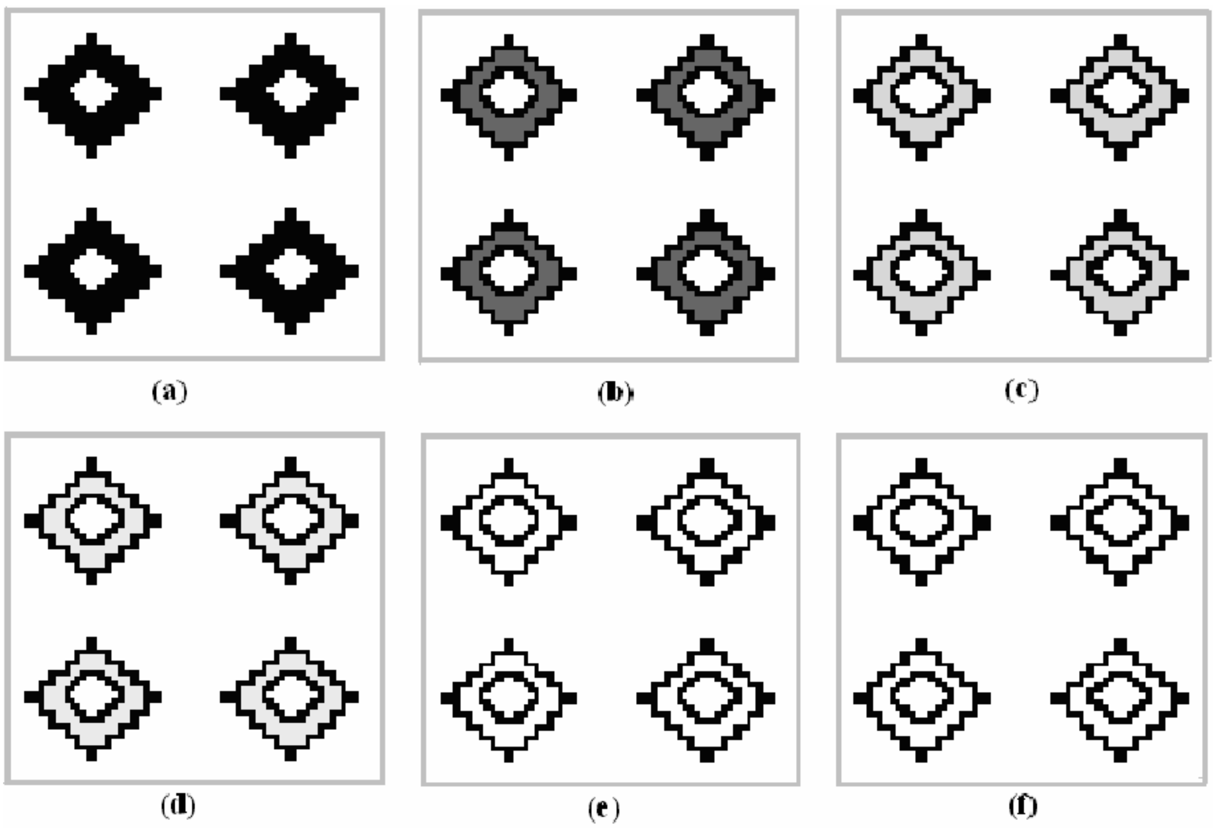
Adım 3.Çıkış görüntüsü başlangıç anından durağan hale gelinceye kadar farklı t anlarında izlenmiştir.

Burada kullandığımız HSA lineerliğinden dolayı her bir hücrenin çıkışı aslında o hücrenin durumudur (3.12).

$$y_{ij} = f(x_{ij}) = x_{ij} \tag{3.12}$$

Başlangıç koşulu olarak ($x_{ij}(0)$) giriş görüntüsünün kendisi alındığı gibi tüm piksel değerleri sıfır olan bir görüntüde alınabilir. Başlangıç koşulu olarak giriş görüntüsünün kendisinin alınması daha kısa süre sonunda sonuca ulaşılmasını sağlar.

Çıkış görüntüsünün zamanla değişimi Şekil 3.3'de görülmektedir.



Şekil 3.3 Farklı t anlarındaki çıkış görüntüleri (a) t=0 sn (başlangıç hali) , (b) t=0.1 sn (c) t=0.2 sn , (d) t=0.5 sn , (e) t=1 sn , (f) t=2 sn

Şekil 3.3'deki çıkış görüntülerine bakıldığında zamanla görüntüdeki değişim azalmış ve belli bir süre sonra değişim ortadan kalkmıştır. t=1 sn.de ve t=2 sn.deki görüntülerde bir değişim yoktur.

Giriş görüntüsü ve çıkış görüntüsü incelendiğinde açıktır ki yapılan işlem giriş görüntüsündeki kare şekillerin yalnız kenarlarının seçilmesidir. Zaten bu küme kalıbı da bu özelliğinden dolayı kenar ayıracı olarak isim alır. Kenar ayıracı küme kalıbı sadece siyah-beyaz giriş görüntüsüne uygulanabilir. Gri ya da renkli ölçekli bir giriş görüntüsü için çıkış görüntüsünde kenar ayırma işlemi belli bir oranda yapılsa da istenmeyen bozulmalarla karşılaşılır. Gri ölçekli görüntüler için de kenar ayırma işlemini gerçekleştiren küme kalıbı mevcuttur.

Komşu hücreler için giriş-çıkış arasındaki piksellerin değişim kuralları şu şekilde verilir;

Sabit Giriş (u_{ij})	→	**Durağan Haldeki Çıkış ($y_{ij}(\infty)$)**
Beyaz piksel	→	Beyaz (komşu hücrelerin renginden bağımsız)
Siyah piksel	→	Beyaz (bütün komşu hücreleri siyah ise)
Siyah piksel	→	Siyah (en az bir komşusu beyaz ise)
Siyah, Gri veya Beyaz piksel	→	Gri (şayet bütün komşuları gri ise)

3.4 Standart (Lineer Olmayan) HSA ile Görüntü İşleme Uygulaması

3.3.2 bölümünde lineer HSA yapısı ile kenar ayıracı küme kalıbı kullanılarak bir uygulama gerçeklenmiştir. Yapının lineer olmasından dolayı eşik aktivasyon fonksiyonu kullanılmamıştır. Uygulamada kullanılan küme kalıbında geri besleme şablonunun tüm elemanlarının 0 olması HSA yapısının ileri beslemeli halde olmasını sağlamıştır.

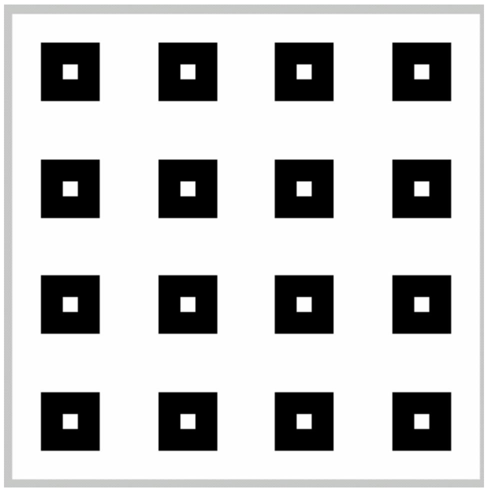
Bu bölümde standart (lineer olmayan) HSA yapısı ile bir uygulama yapılmıştır. Standart HSA yapısında durumlar ile çıkış arasındaki ilişki eşik aktivasyon fonksiyonu ile tanımlanır ve bu yüzden ağ lineer değildir.

Uygulamada kullanılacak küme kalıbı 'köşe ayıracı' olarak isimlendirilir ve *C(A, B, z)* şu şekilde tanımlanır.

$C(A,B,z)$

$$A = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 2 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad , \quad B = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} \quad , \quad z = 4 \tag{3.13}$$

Adım 1. Giriş görüntüsü olarak bir çizim programında hazırlanmış 64x64 piksel boyutundaki Şekil 3.4'deki görüntü kullanılmıştır.



Şekil 3.4 Giriş görüntüsü (64x64)

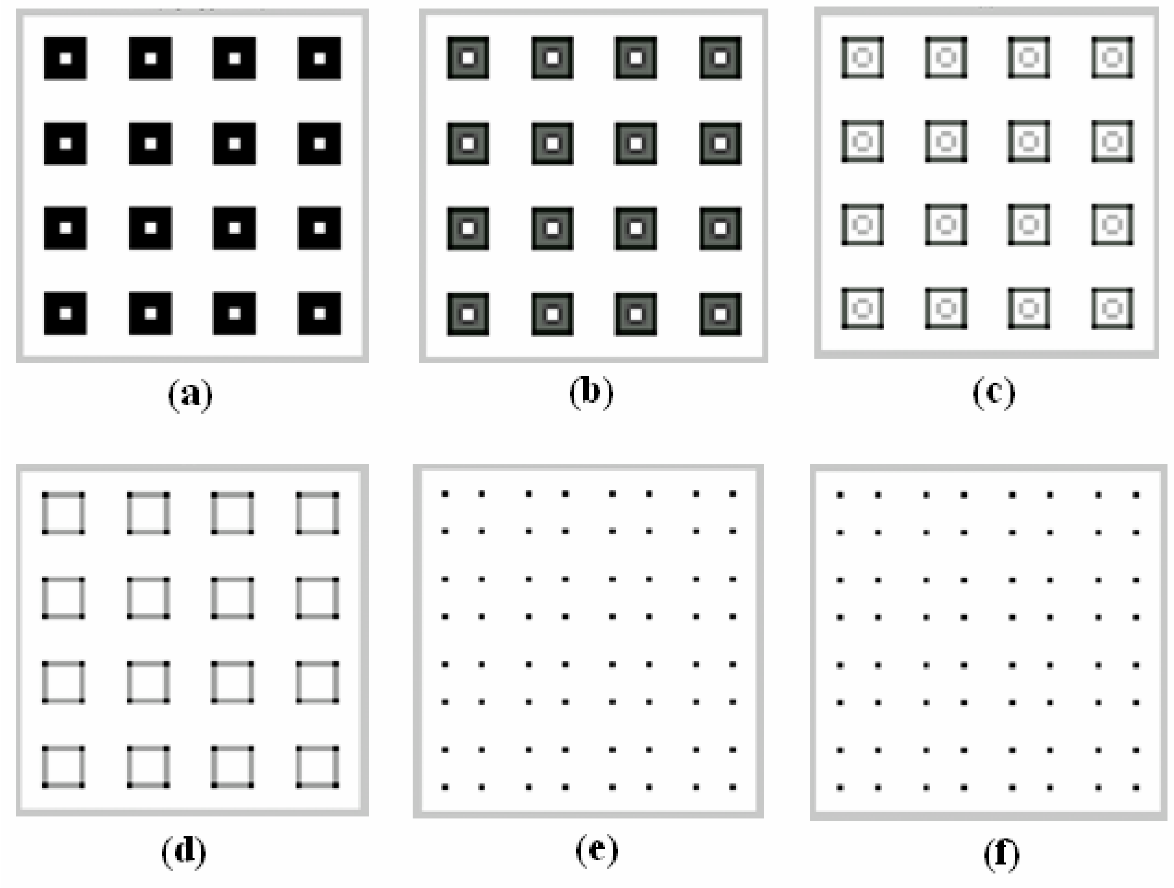
Adım 2. Uygulamada kullanılan köşe ayıracı küme kalıbı matrisler halinde programa aktarılmış ve HSA durum denklemi Euler İleri Yaklaşıklığı kullanılarak fark denklemi haline getirilmiştir.

Adım 3. Çıkış görüntüsü HSA çıkış denklemi ile bulunacaktır. En genel halde çıkış, durumlara eşik aktivasyon fonksiyonu ile bağlıdır.

$$y_{ij} = f(x_{ij}) = \frac{1}{2}\left|x_{ij} + 1\right| - \frac{1}{2}\left|x_{ij} - 1\right| \tag{3.14}$$

Başlangıç koşulu olarak ($x_{ij}(0)$) giriş görüntüsünün kendisi alındığı gibi tüm piksel değerleri sıfır olan bir görüntüde alınabilir. Giriş görüntüsünün kendisinin alınması daha kısa sürede sonuca ulaşılmasını sağlar.

Çıkış görüntüsünün zamanla değişimi Şekil 3.5'de görülmektedir.



Şekil 3.5 Farklı t anlarındaki çıkış görüntüleri (a) t=0 sn (başlangıç hali) ,(b) t=0.1 sn (c) t=0.3 sn , (d) t=0.5 sn , (e) t=1 sn , (f) t=2 sn

Giriş görüntüsüne ve durağan haldeki çıkış görüntüsüne bakıldığında görülecek ki giriş görüntüsündeki karelerin köşeleri seçilmiş ve çıkışa aktarılmıştır.

Komşu hücreler için giriş ve çıkış görüntülerindeki piksellerin değişim kuralları şu şekilde verilir;

Sabit Giriş (u_{ij}) → **Durağan Haldeki Çıkış ($y_{ij}(\infty)$)**

Beyaz piksel → Beyaz (komşu hücrelerin renginden bağımsız)

Siyah piksel → Siyah (sadece ve sadece 3 ya da daha az siyah komşu hücreye sahipse)

Köşe ayıracı küme kalıbı sadece siyah-beyaz giriş görüntülerine uygulanır ve çıkış da siyah-beyaz özellikte bir görüntü elde edilir.

4. GABOR SÜZGECİ VE GÖRÜNTÜ İŞLEME UYGULAMALARI

4.1 Giriş

Fiziksel sistemlerin tanımlanabilmesi için genel bilgiye odaklanan operatörler gerekirken fiziksel işaretlerin analizinde lokal bilgiye ihtiyaç duyulmaktadır. Örneğin doğrusal, zamanla değişmeyen (Linear, Time-Invariant) bir sistem genellikle Fourier veya Laplace gibi global operatörler ile analiz edilirken, insan beynine ait bir MR görüntüsünün analizinde daha spesifik lokal bilginin incelenmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

İşaretlerin lokal karakteristiğini inceleyen birçok işaret işleme yaklaşımı olsa da, Gabor filtresi sahip olduğu spesifik özellikler nedeniyle bu amaç için kullanılmaya en elverişli operatördür.

İşaretlerdeki spesifik bilginin elde edilebilmesi için, işarete uygulanacak filtrenin uzay (ya da zaman) bant genişliğinin minimum olması istenir. Aynı zamanda iyi bir frekans çözünürlüğü filtrenin frekans bant genişliğinin dar olması ile mümkündür. Gabor filtresinin, "Fourier Analizi Belirsizlik Prensibi"nin (Uncertainty Principle of Fourier Analysis) minimum değerini sağlama özelliği nedeniyle hem uzayda hem de frekansta eş anlı olarak istenilen en dar bant genişliliği sağlar (Gabor, 1946). Bu özelliği işaretlerin spesifik özelliklerinin analizinde Gabor filtresinin kullanılmasını avantajlı kılar.

Bir fizikçi olan Dennis Gabor tarafından Kuantum fiziğinden ilham alınarak keşfedilen Gabor filtre fonksiyonu (Gabor, 1946), karmaşık üstel bir işaretin, Gauss fonksiyonu tarafından modüle edilmesi sonucu elde edilir. D. Gabor; fonksiyonu, işaretleri hem frekans hem de zaman (uzay)'da minimum belirsizlik ile tanımlamak için kullanmıştır.

Kuantum fiziğindeki "Heisenberg Belirsizlik Prensibi"ne benzer bir kuram ortaya koyan Gabor, kendi adıyla anılacak "Gabor Belirsizlik Prensibi"ni tanımlamıştır. Bir ve iki boyutlu Gabor filtrelerini incelemeye başlamadan önce bu belirsizlik prensibini inceleyelim.

4.2 Gabor Belirsizlik Prensibi

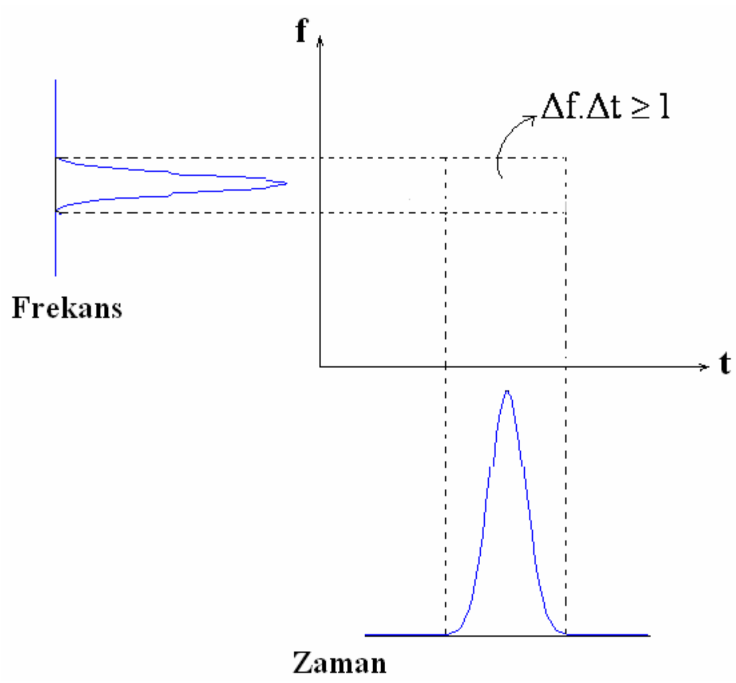
Heisenberg'e göre Kuantum fiziğinde bir parçacığın momentumu ve konumu aynı anda tam doğrulukla ölçülemez. Bir parçacığın konumu ne kadar doğrulukla ölçülürse yani konumunun belirsizliği ne kadar az olursa buna karşılık olarak momentumun belirsizliği aynı oranda fazla olur.

Heisenberg prensibine benzer bir ilişkiyi D. Gabor işaretlerin zaman (uzay) ile frekans boyutlarındaki konumları için tanımlamaya çalışmıştır.

Fourier analizinin ölçekleme özelliği hatırlanacak olursa, bir fonksiyonun değişkeninin bir boyutta a gibi bir faktör ile daraltılması, diğer boyutta fonksiyon değişkeninin aynı faktör ile genişlemesine neden olur (4.1).

$$\begin{aligned} f(x) &\rightarrow F(\Omega) \\ f(ax) &\rightarrow \left|\frac{1}{a}\right| F\left(\frac{\Omega}{a}\right) \end{aligned} \tag{4.1}$$

Gabor bu özelliği daha görsel hale getirebilmek için işaretleri, eksenleri zaman ve frekans olan bir düzlemde (Information Diagram) göstermiştir (Şekil 4.1).



Şekil 4.1 Gabor zaman-frekans diyagramı (Information Diagram)

Gabor bu düzlem üzerinde öyle bir ihmal edilemez, minimum alan tanımladı ki bu alanda hiçbir işaret belirli bir halde bulunmuyor. Bu alanın frekanstaki belirsizliği (yayılımı) ile zamandaki belirsizliği (süresi) çarpımı kaçınılmaz bir alt sınıra sahiptir (Şekil 4.1), (4.2).

$$\Delta f . \Delta t \geq 1 \tag{4.2}$$

(4.2) ifadesi "Gabor Belirsizlik Prensibi" olarak tanımlanmıştır ve bir işaretin zamandaki değişim hızı ne kadar azaltır, bir başka deyişle işaret zamanda ne kadar iyi lokalize edilirse, frekanstaki hızı o denkli arttırılmış ve lokalizasyonunu o denli azaltmış olur şeklinde yorumlanabilir.

Gabor kendi adıyla anılan bu belirsizlik prensibinin minimum sınırını sağlayan ($\Delta f.\Delta t = 1$) işareti tanımlayan fonksiyonun, üstel karmaşık işaretin Gauss ile modüle edilmesi ile elde edildiğini de makalesinde ispatlamıştır (Gabor, 1946). Bu fonksiyon Gabor fonksiyonu olarak bilinir.

Gabor filtresini incelemeye başlamadan önce Gabor fonksiyonu modüle eden terimi Gauss fonksiyonunun tanımladığı Gauss filtresi incelenmiştir. Gauss filtresinden Gabor filtresinin elde edilmesinin frekansta basit bir öteleme işlemine karşı düştüğü bu incelemeler sırasında görülecektir.

4.3 Gauss Süzgeci

Gauss filtresi sayısal işaret işlemede birçok alanda kullanılmaktadır. Bunlardan en önemlisi süzgecin **alçak geçiren** yapısı sayesinde işaretlerdeki yüksek frekans bileşenlerinin bastırılmasına yöneliktir. Filtrenin bu özelliği tipik olarak gerçek işaretlerde kaçınılmaz bir bileşen olarak bulunan yüksek frekanslı gürültünün zayıflatılması için kullanılır.

Bir örnek verilecek olursak, ele alınan bir görüntüdeki nesnelerin kenarlarının ya da yönlerinin seçilmesi işlemi sırasında görüntü örnek değerlerinin kısmı türevleri alınır. Bu işlem, türevin görüntüdeki yüksek frekans bileşenlerini kuvvetlendirerek seçilme işlemini kolaylaştırması için yapılmaktadır. Bu kuvvetlendirme sırasında görüntüdeki gürültü de kuvvetlendirilmiş olacaktır ki, işte bu gürültüyü azaltmak için türev alma işleminden önce ya da sonra görüntüyü alçak geçiren bir filtreden geçirmek gerekmektedir.

Yukarıda verilen örnekte art arda gelen iki işleme denk ve daha etkili bir uygulama, hem türev alma işlemi hem de alçak geçiren filtreleme özelliği olan bir süzgeç kullanarak görüntüden istenen verilerin elde edilmesidir ki; bu süzgeç, Gauss süzgecinin türevi alınarak elde edilebilir.

Gauss süzgecinin kullanıldığı önemli bir diğer alan istatistiksel bir ortalama hesabı olan **(moving average)** hareketli ortalamadır**.** Genellikle zamanda ve uzayda değişen karakteristiğe sahip olan işaretlerdeki parametreleri tahmin etmekte kullanılan bu yöntem büyük değişikliklerin belirginliğini azaltma temeline dayanmaktadır. Hareketli ortalama işlemi de bir nevi alçak geçiren süzgeçleme işlemi gibi düşünülebilir.

4.3.1 Bir Boyutlu Gauss Süzgeci

Bir boyutlu Gauss filtresi transfer fonksiyonu (4.3)'deki ifade ile tanımlanır.

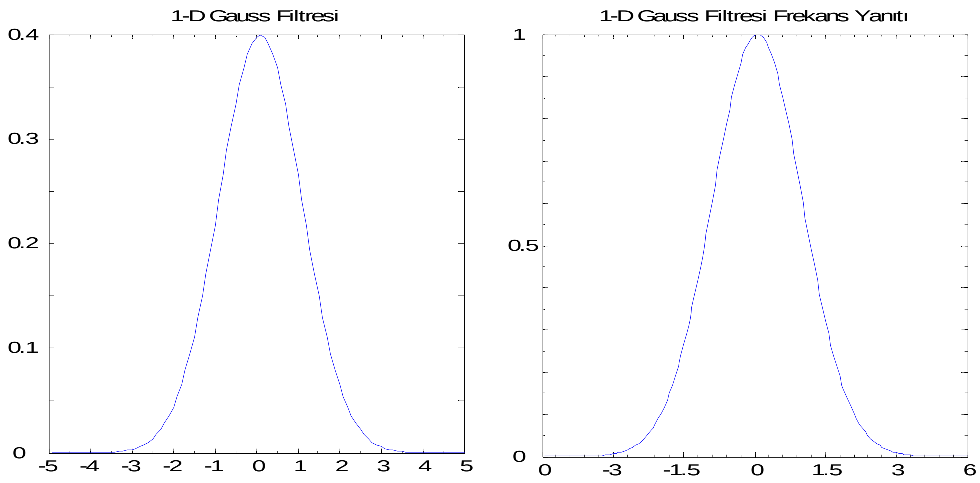
$$g(t;\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \tag{4.3}$$

Bu fonksiyonun Fourier dönüşümü (4.4) ifadesinde görüldüğü gibi yine Gauss formundadır.

$$G(\Omega;\sigma) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} g(t;\sigma).e^{-j\Omega t} dt = e^{-\frac{\Omega^2\sigma^2}{2}} \tag{4.4}$$

Gauss filtresi alçak geçiren bir filtre özelliğindedir. Gauss fonksiyonundaki σ parametresi "Gauss Standart Sapması" olarak bilinmekle birlikte filtre yarı-bant genişliği olarak da adlandırılmaktadır. Gauss filtresinin bant genişliği ile σ değeri ters orantılıdır.

Gauss transfer fonksiyonu ($g(t;\sigma)$) ve Fourier dönüşümü ($G(\Omega;\sigma)$) grafikleri Gauss yarı-bant genişliği $\sigma = 1$ alınarak Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.2 1-D Gauss filtresi ve frekans yanıtı (σ=1).

Sayısal filtreleme için Gauss fonksiyonun örneklenerek sayısal Gauss filtresi elde edilmesi gerekmektedir. Örnekleme sırasında oluşacak örtüşme (aliasing) Gauss fonksiyonunun Fourier dönüşümünün (Şekil 4.2) hiçbir frekans değeri için sıfır olmamasından dolayı kaçınılmazdır. Bununla birlikte birçok uygulamada bu örtüşme ihmal edilebilecek düzeydedir.

Birim örnekleme adımı ($\Delta t = 1$) ve Gauss yarı-bant genişliğinin $\sigma = 1$ alındığı durum için Nyquist frekansı $\omega_n = \pi$'dir ve bu frekanstaki Fourier dönüşüm değeri

$G(\pi, \sigma = 1) \approx 0.0072$ 'dir (Şekil 4.2). Bu küçük değer Gauss fonksiyonunun $g(t;\sigma \geq 1)$ birim örnekleme adımı ile önemli bir örtüşme olmaksızın örneklenebileceğini göstermektedir.

4.4 Bir Boyutlu Gabor Süzgeci

Gabor filtresi, Gauss fonksiyonu tarafından modüle edilmiş üstel karmaşık bir fonksiyon ile tanımlanır. Fourier dönüşümünün frekansta öteleme özelliği hatırlanacak olursa, Gabor filtresi, Gauss filtresinin bir merkez frekansa ötelenmesi ile elde edilir ki buradaki merkez frekansı karmaşık üstel işaretin açısal frekansı belirler.

Bir boyutlu Gabor filtresi transfer fonksiyonu (4.5)'de verilen ifade ile tanımlanır.

$$h(t;\sigma,\Omega_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \times e^{j\Omega_0 t}$$

$$h(t;\sigma,\Omega_0) = \mathrm{g(t;}\sigma) \times e^{j\Omega_0 t} \tag{4.5}$$

(4.5) ifadesindeki ilk terim Gauss filtre fonksiyonu, ikinci terim ise üstel karmaşık fonksiyon ya da modülasyon terimidir. İfadedeki modüle eden terim Gauss fonksiyonu olduğundan Gabor fonksiyonu zarfı Gauss şeklinde olacaktır. Fonksiyonda üstel karmaşık bir terimin bulunuyor olması bundan sonraki işlemlerin tamamında karmaşık aritmetiğin kullanılması anlamına gelmektedir. Ω_0 üstel işaretin açısal frekansı aynı zamanda Gabor filtresi merkez frekansıdır.

Üstel karmaşık fonksiyon, Euler bağıntısı ile karmaşık sayı biçiminde yazılarak (4.5) denklemi yeniden düzenlenecek olursa (4.6) ifadeleri elde edilebilir ki burada verilen "Çift Gabor" (Even Gabor) fonksiyonu, kosinüs modülasyonu; "Tek Gabor" (Odd Gabor) fonksiyonu, sinüs modülasyonu şeklinde de ifade edilebilir.

$$h(t;\sigma,\Omega_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \times e^{j\Omega_0 t} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \left(\cos(\Omega_0 t) + j\sin(\Omega_0 t)\right)$$

$$\text{Even Gabor}: \ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \cos(\Omega_0 t) \tag{4.6}$$

$$\text{Odd Gabor}: \ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \sin(\Omega_0 t)$$

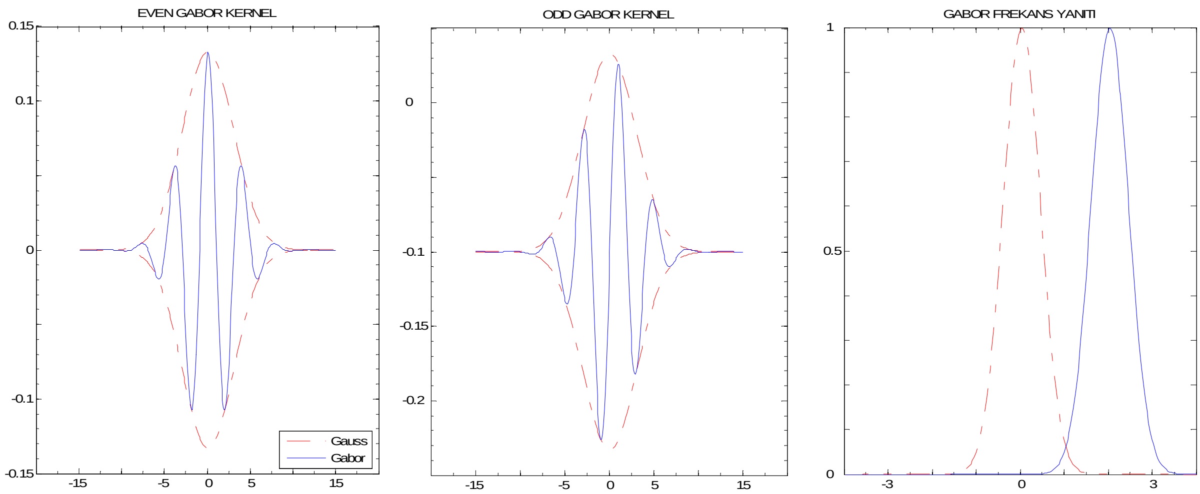
Fourier dönüşümünün frekansta öteleme özelliği hatırlanacak olursa (4.5) ifadesinden Gabor filtresinin, Gauss filtresinin frekansta ötelenmesi sonucu elde edildiği anlaşılmaktadır. Bu sonuç, Gabor filtresi transfer fonksiyonunun Fourier dönüşümü ifadesinde de rahatlıkla görülebilir (4.7).

$$H(\Omega;\sigma,\Omega_0)=\int_{-\infty}^{\infty} h(t;\sigma,\Omega_0).e^{-j\Omega t}.dt=\int_{-\infty}^{\infty} g(t;\sigma).e^{j\Omega_0 t}.e^{-j\Omega t}.dt=\int_{-\infty}^{\infty} g(t;\sigma).e^{-j(\Omega-\Omega_0)t}.dt=e^{-\frac{\sigma^2(\Omega-\Omega_0)^2}{2}}$$

$$H(\Omega;\sigma,\Omega_0)=e^{-\frac{\sigma^2(\Omega-\Omega_0)^2}{2}} \tag{4.7}$$

Alçak geçiren bir filtre olan Gauss'un Ω_0 merkez frekansına ötelenmesi ile oluşan Gabor filtresi bant geçiren bir özelliğe sahiptir.

Şekil 4.3'te Gabor filtresi tek ve çift ifade grafikleri Gauss zarfı ile birlikte verilmiştir. Aynı şekilde Gabor frekans cevabı Gauss frekans cevabının ötelenmesi şeklinde gösterilmiştir. Grafikler $\Omega_0 = \pi/2$ ve $\sigma = 3$ değerleri için çizdirilmiştir.



Şekil 4.3 1-D çift ve tek Gabor fonksiyonları ve Gabor filtresi frekans cevabı grafikleri.

Şekil 4.3'ten de görüleceği üzere çift (Even) Gabor fonksiyonu zamanda simetrik olmasına karşın tek (Odd) Gabor fonksiyonu simetrik değildir.

4.5 İki Boyutlu Gabor Süzgeci

Gabor filtresi sahip olduğu spesifik özellikleri nedeniyle çoğunlukla çok boyutlu işaret işleme uygulamalarında kullanılır. Özellikle görüntü işlemede Gabor filtresinin sahip olduğu yön seçebilme özelliği uygulamalarda birçok avantajı beraberinde getirmektedir.

Bundan önceki bölümlerde bütün tanımlama ve parametreler analog işaretler için ifade edilmişti. Bu bölüm ve sonrasında, bir ve iki boyutlu sayısal işaretler ile ilgilenileceğinden ayrık işaret parametreleri kullanılmıştır.

J.G. Daugman tarafından Bölüm 4.2'de bir boyutlu olarak tanımlanan Gabor belirsizlik prensibinin, iki boyutlu Gabor filtreleri içinde geçerli olduğu ispatlanmış ve iki boyutlu Gabor Belirsizlik Prensibi (4.8) ifadelerindeki gibi tanımlanmıştır. (Daugman,1985);

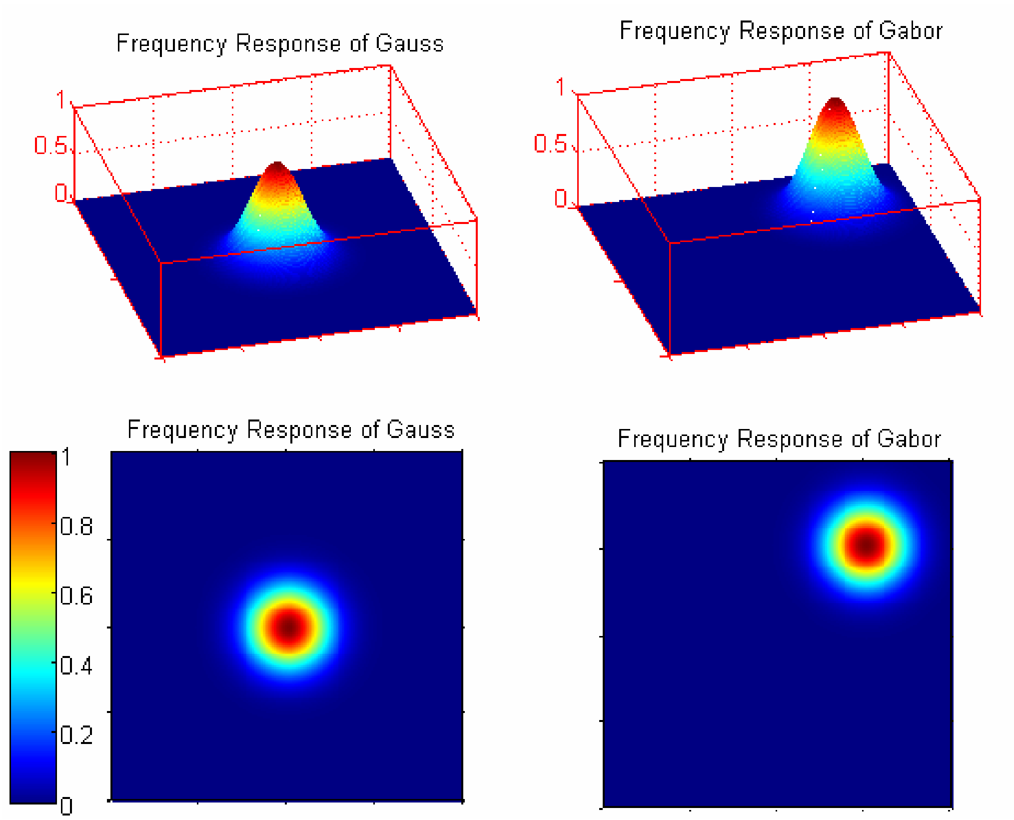
$$\Delta x.\Delta u \geq \frac{1}{4\pi}$$
$$\Delta y.\Delta v \geq \frac{1}{4\pi} \tag{4.8}$$

İki boyutlu Gabor filtre fonksiyonu ve Ayrık Fourier Dönüşümü (DFT) (4.9)'daki ifadeler ile tanımlanır.

$$h(x,y;\sigma_x,\sigma_y;w_{xo},w_{yo}) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2}+\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)} \cdot e^{j\left(xw_{xo}+yw_{yo}\right)}$$
$$H(w_x,w_y;\sigma_x,\sigma_y;w_{xo},w_{yo}) = e^{-\frac{1}{2}\left[\sigma_x^2(w_x-w_{xo})^2+\sigma_y^2(w_y-w_{yo})^2\right]} \tag{4.9}$$

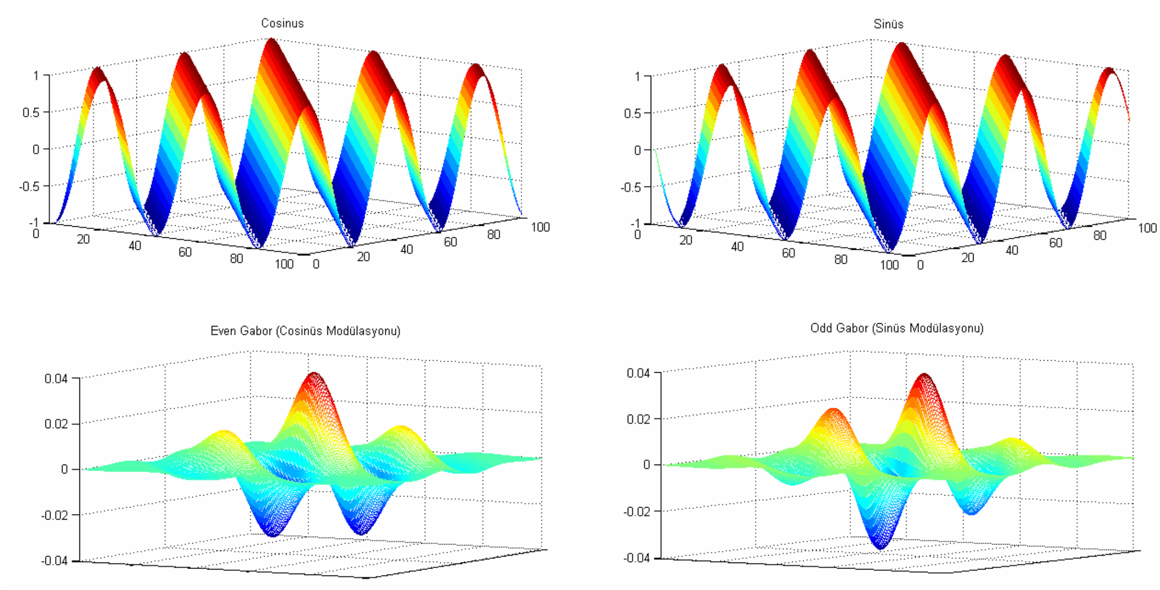
İki boyutlu Gabor süzgeci x ve y frekans koordinatları boyunca bant genişliklerini tanımlayan σ_x ve σ_y parametreleri genelde birbirine eşit alınır ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma$).

Bir boyutlu Gabor filtresine benzer biçimde, iki boyutlu Gabor filtresi de, karmaşık üstel (taşıyıcı) sinüzoidal yüzey dalgasının iki boyutlu Gauss zarf fonksiyonu tarafından uzaysal modülasyonu ile oluşur. Bu modülasyon Gabor filtresinin, Gauss filtresi frekans cevabının karmaşık üstel fonksiyonun uzaysal açısal frekansı olan $(\omega_{xo},\omega_{yo})$ merkez frekansına ötelenmesi ile oluşmasını sağlar. Alçak geçiren filtre özelliği gösteren Gauss filtresinin $(\omega_{xo},\omega_{yo})$ merkez frekansa ötelenmesi ile bant geçiren Gabor filtresi elde edilir.(Şekil 4.4)



Şekil 4.4 2-D Gauss ve Gabor filtre frekans spektrumları. $\left(\omega_{xo}=\pi/2, \omega_{yo}=\pi/2, \sigma=2\right)$

2-D Gabor filtre ifadesindeki kosinüs modülasyonuna karşılık düşen çift ve sinüs modülasyonuna karşılık düşen tek Gabor bileşenleri Şekil 4.5'de verildiği gibidir.

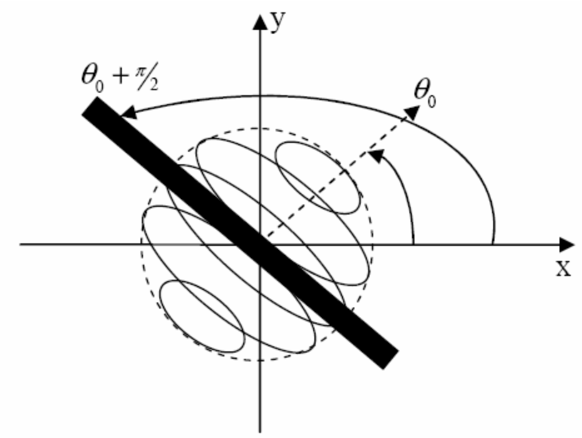


Şekil 4.5 2-D Tek ve çift Gabor bileşenleri. $\left(\omega_{xo}=\pi/2, \omega_{yo}=\pi/2, \sigma=2\right)$

Tek ve çift Gabor bileşenleri, aralarındaki 90^0'lik faz farkı nedeniyle "Dördün Çiftleri (Quadrature Pairs)" olarak da adlandırılır.

İki boyutlu Gabor filtreleri yön seçici özelliğe sahiptir. Genellikle iki boyutlu işaret işlemede görüntüdeki belli bir açı ile yönlenmiş kenarları seçmek için kullanılırlar. Yön açısı $\theta = \theta_0 + \pi/2$ ile tanımlanır. (4.10) (Şekil 4.6).

$$\theta_0 = \arctan\left(\frac{w_{yo}}{w_{xo}}\right) \tag{4.10}$$



Şekil 4.6 2-D Gabor filtresinin yön seçiciliği ve yön açısı gösterilimi.

Konvolüsyon cevaplarının yön açısı ile belirlenen yöndeki kenarlarda maksimum yanıt vermesi, Gabor Filtre bileşenlerinin uzaysal dürtü yanıtlarına bakılarak uygulanan görüntüdeki hangi bileşenleri seçeceğinin tahmin edilmesini sağlar. Görüntüde, yön açısını yönündeki barlar filtreleme işlemi ardından çıkış görüntüsünde belirgin şekilde görülebileceklerdir.

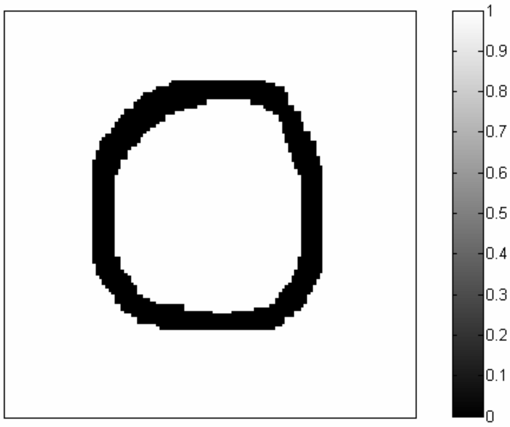
4.6 Görüntü İşleme Uygulaması

Gabor filtreleri görüntü işleme uygulamalarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu uygulama alanlarına örnek olarak; doku tanıma ve sınıflama (Clark vd.,1987), yazı tanımlama (Jain ve Bhattacharjee,1992), doku ayrımı (Porat ve Zeevi,1989), kenar belirleme (Mehretra vd.,1992), görüntü sıkıştırma (Daugman,1988), hareket kestirimi (Heeger,1987), nesne tanımlama (Casasent vd.,1992) dokuda şekil tanıma (Super ve Bovik, 1991) ve parmak izi tanıma (Yang vd., 2003) verilebilir.

Birçok bilim adamı görme ve dokunma duyularının nörofizyolojik işlemler ile bir ve iki boyutlu Gabor filtreleme işlemleri arasındaki yakın ilişkiyi araştırmalarında dile getirmişlerdir. (Marceljia,1980), (Petkov,1995), (Daugman,1985), (Jones ve Palmer,1987), (Cumming ve Parker,1997), (Lee,1996), (Baker vd.,1997). Baker vd. (1997), makalelerinde bulunan Gabor tip salınımın nörofizyolojik ölçümlerine atıfta bulunarak (Şekil 9, sayfa 238) "Bu salınımlar sinir sisteminin yaygın bir özelliğidir" ifadesini kullanmışlardır. Bütün bu çalışmalar ve elde edilen sonuçlar neticesinde üç boyutlu Gabor süzgeçleri, görsel korteks hücrelerinin hız ve yön hassasiyetinin modellenmesinde kullanılmıştır. Görüntüdeki hareket, zaman uzayında yer değişimi gösteren bir "zaman vektörü" olarak düşünülmüştür.

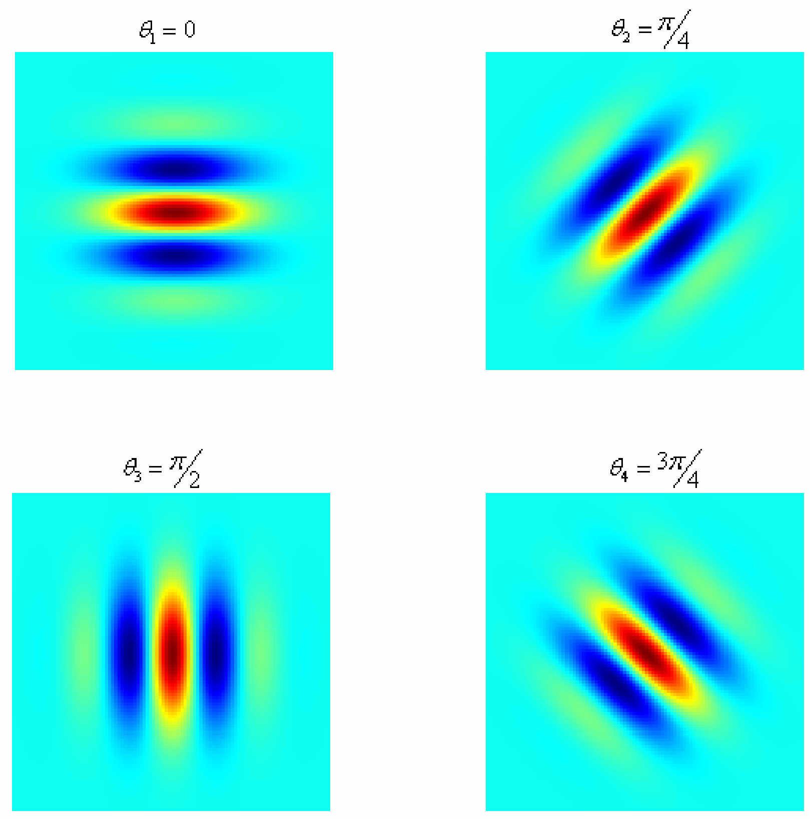
Gabor filtrelerinin sahip oldukları yön seçebilme özelliği nedeniyle tercih edildikleri bir diğer uygulama alanı el yazısı tanıma araştırmalarıdır. Aşağıda verilen uygulamada el yazısı ile yazılmış bir "O" harfi Matlab 7.4 programı kullanılarak farklı yön açılarına ayarlanmış farklı yarı bant genişliğindeki Gabor filtrelerinden geçirilerek sonuçlar yorumlanmıştır.

Şekil 4.7'de verilen görüntü 128x128 piksel (16.384 K p.) boyutunda el yazısı ile yazılmış bir "O" harfidir.

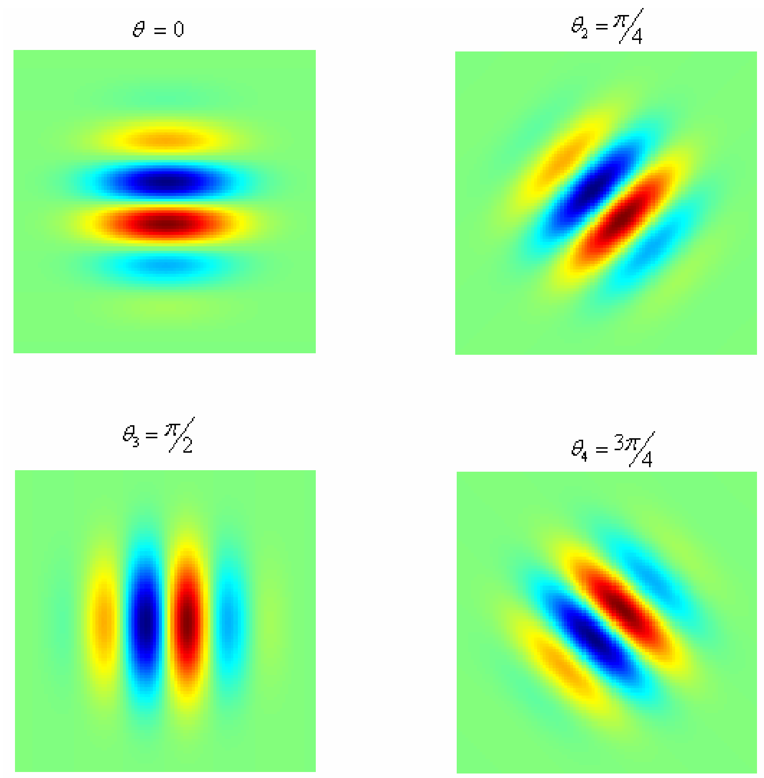


Şekil 4.7 128x128 giriş görüntüsü.

Bu giriş görüntüsüne uygulanacak olan Gabor filtrelerinin yön açıları $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2$ ve $\theta_4 = 3\pi/4$ olarak seçilmiştir. Bu yön açılarına göre ayarlanmış filtrelerin tek ve çift bileşenleri Şekil 4.8 ve Şekil 4.9'da verilmiştir. (Bileşenlerin daha iyi görülebilmesi için $\sigma = 15$ olarak alınmıştır)



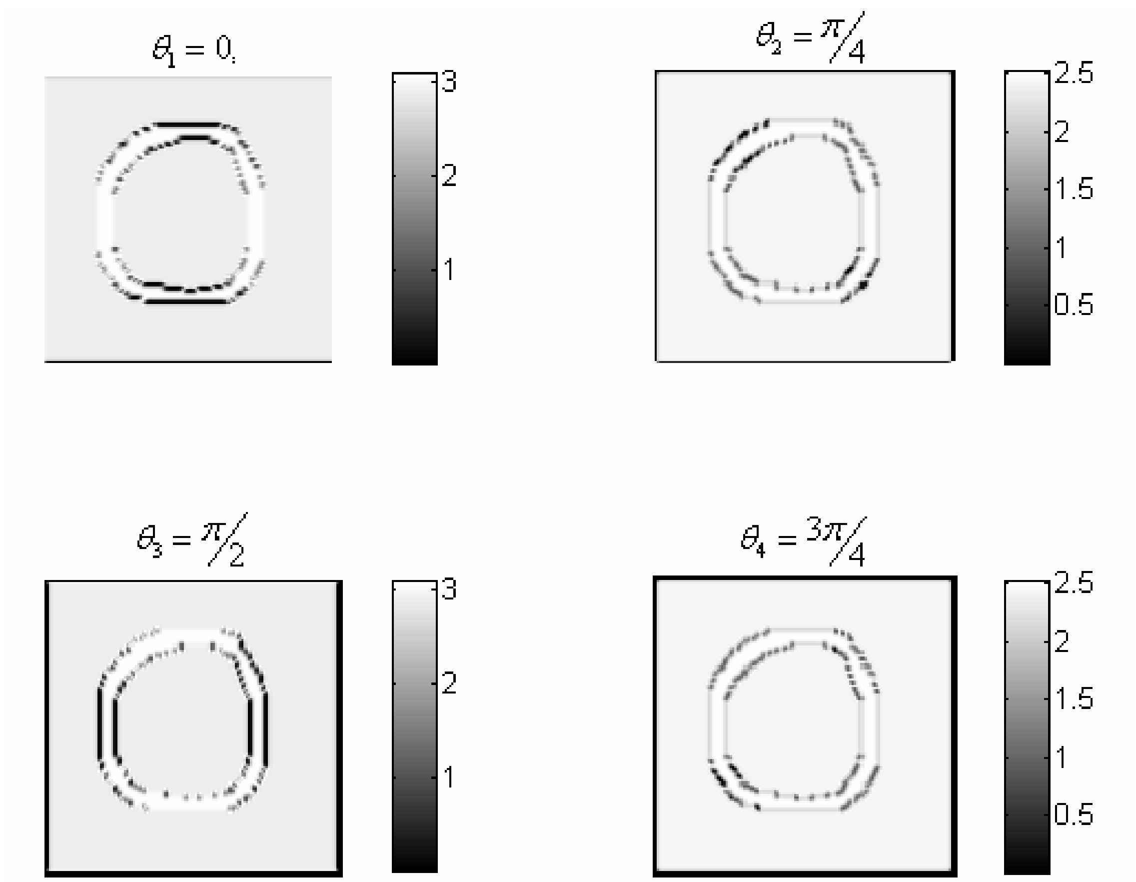
Şekil 4.8 Farklı yön açıları için çift (even) Gabor bileşeni. (Real Gabor)



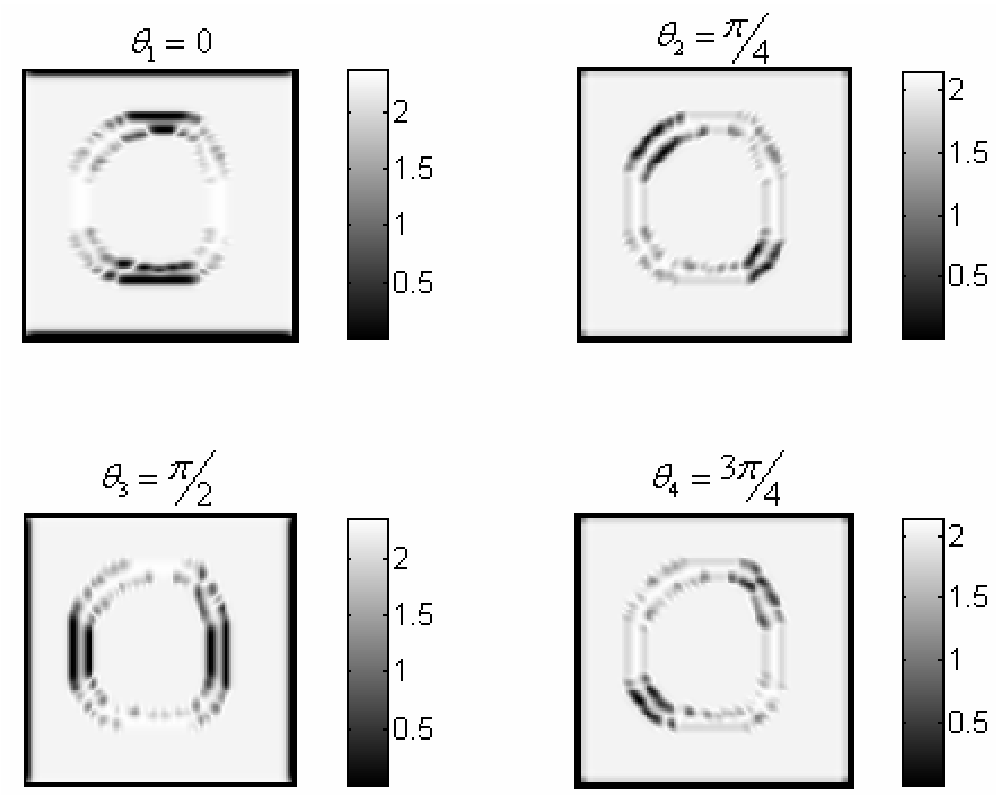
Şekil 4.9 Farklı yön açıları için tek (odd) Gabor bileşeni. (Imaginary Gabor)

Bölüm 4.5'de de belirtildiği gibi Gabor tek ve çift bileşen şekillerine bakıldığında yön açısı yönündeki barlar net bir şekilde görülmektedir. Giriş görüntüsünde bu barlar ile aynı yöndeki kenarlar çıkış görüntüsünde seçilmiş olarak kalmaları beklenmektedir.

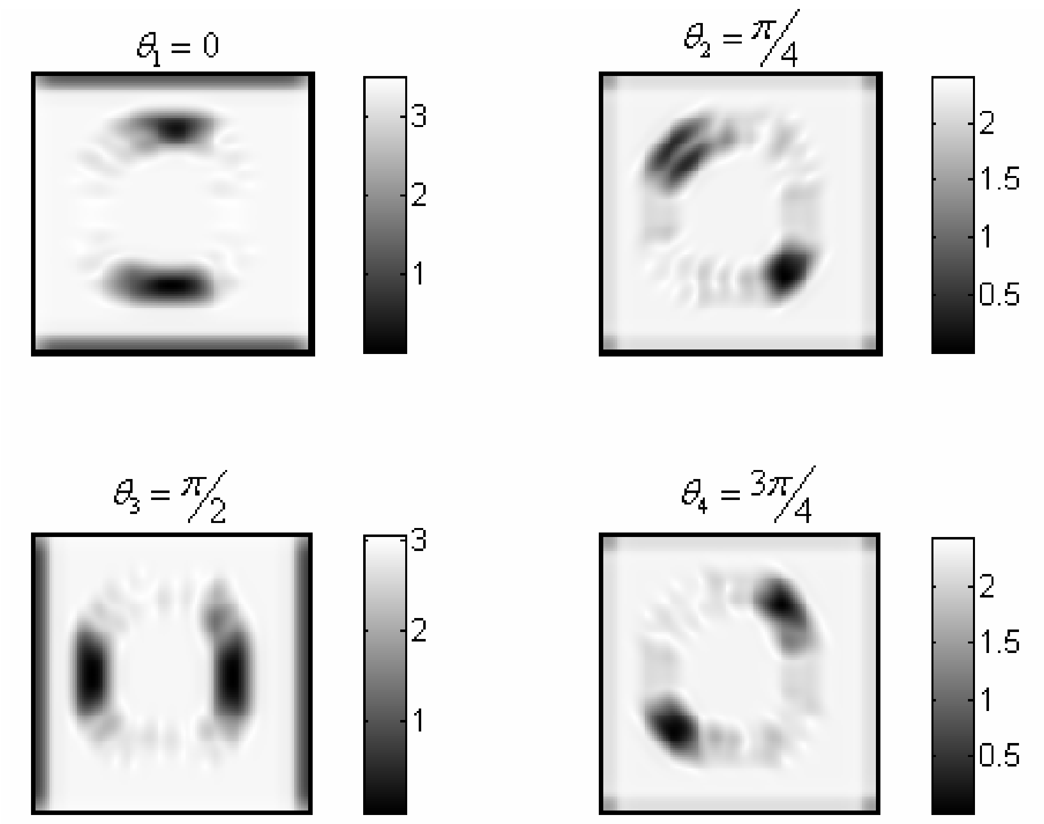
Gabor filtresi tasarımında yön açısı kadar önemli bir diğer parametre olan ve yarı bant genişliğini belirleyen σ değerinin, filtreleme işlemine etkilerini de görebilmek için, σ'nın farklı değerleri için filtreleme işlemi yapılmıştır. Filtre çıkış görüntüleri Şekil 4.10.a, Şekil 4.10.b, Şekil 4.10.c ve Şekil 4.10.d'de verilmiştir.



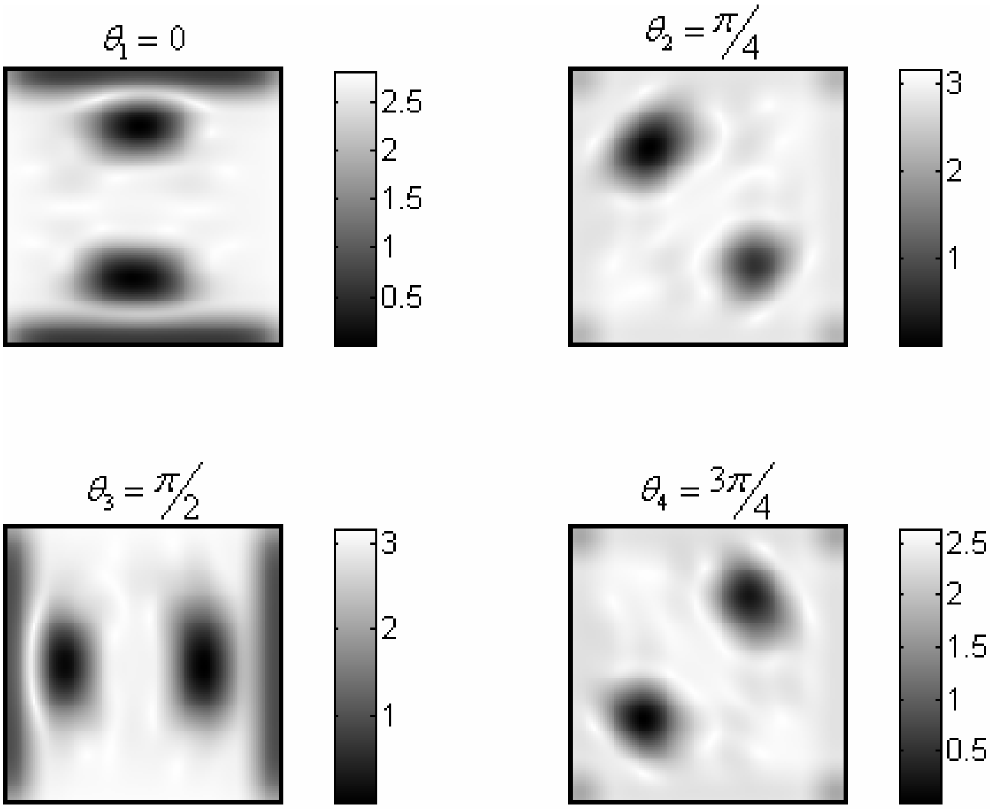
Şekil 4.10.a $\sigma = 1$ için Gabor filtre çıkış görüntüleri



Şekil 4.10.b $\sigma = 3$ için Gabor filtre çıkış görüntüleri



Şekil 4.10.c $\sigma = 5$ için Gabor filtre çıkış görüntüleri



Şekil 4.10.d $\sigma = 10$ için Gabor filtre çıkış görüntüleri

σ=[1, 3, 5, 10] ve $\theta = \left[0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4\right]$ değerleri için elde edilen Gabor filtre çıkış değerleri yukarıda ayrı ayrı verilmiştir. Filtrelemede kullanılan Gabor süzgecinin dürtü cevabı 100x100 örnek değere sahiptir.

σ=1 değeri için Gabor filtresi çıkış görüntülerinin verildiği Şekil 4.10.a'dan da görüldüğü üzere görüntülerde iyi bir filtreleme işlemi gerçekleşmemiştir. Bunun yanında σ=10 değeri için elde edilen çıkış görüntülerinde (Şekil 4.10.d) bozulmalar mevcuttur. Özellikle σ=3 ve σ=5 değerleri için çıkış görüntülerinde istenilen yöndeki kenarların seçildiği görülmektedir.

Görüntü işleme alanında oldukça yaygın uygulama alanı bulan Gabor süzgeçlerinin bir görüntüye uygulanması basit bir işlem değildir. Görüntüye uygulanacak Gabor Filtresinin sayısal hale getirilmesi ve katsayılarının hesaplanması karmaşık bir işlem yoğunluğu gerektirir. Bunların yanında filtreleme sırasında kullanılacak konvolüsyon işlemi görüntüdeki piksel sayısı arttıkça içinden çıkılmaz bir hal almaktadır.

Yukarıda verilen uygulamada 128x128 boyutlarındaki giriş görüntüsüne, dürtü yanıtı N=100 uzunluğa sahip Gabor filtresi uygulanması işlemi için Intel Pentium M 1.6 Ghz bir bilgisayar için t=0.986 sn zamana ihtiyaç duyulmaktadır. Gabor filtre uzunluğu N=200 olarak alındığında bu süre t=3.6 sn olarak ölçülmektedir.

Gabor filtrelerinin kullanılmasında karşılaşılan hesap yoğunluğunu ve buna bağlı olarak gereken işlem süresi problemini aşmak için çeşitli yöntemler arayan bilim adamları daha hızlı sonuca ulaşılan alternatif yollar keşfetmişlerdir. Bundan sonraki bölümde bu yöntemlerden bir tanesi olan özyineli süzgeç gerçeklemesi incelenecektir.

5. GABOR SÜZGECİNİN ÖZYİNELİ GERÇEKLEMELERİ

5.1 Giriş

Bilindiği gibi özyineli süzgeçler (Recursive Filters) uzun dürtü yanıtlı sayısal filtreler ile filtreleme işleminde karşılaşılan konvolüsyon işlem yoğunluğunu azaltmak için kullanılırlar. Özyineli filtreleme yönteminde, filtre çıkış ifadesi hem girişin hem de çıkışın daha önceki değerlerine bağlıdır. Özyineli sayısal bir sistemin (Recursive Systems) sabit katsayılı fark denklemi (5.1)'deki şekilde ifade edilmektedir.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k) \tag{5.1}$$

Özyinesiz sistemlerde (Non-recursive Systems) çıkış değerlerinin bulunması için giriş değerlerinin bilinmesi yeterli iken özyineli sistemlerde başlangıç koşullarına ihtiyaç duyulmaktadır.

Literatürde birçok kaynakta özyinesiz filtreler yerine "Sonlu Dürtü Yanıtlı" (Finite Impulse Response-FIR) filtreler, özyineli filtreler yerine ise "Sonsuz Dürtü Yanıtlı" (Infinite Impulse Response-IIR) filtreler ifadeleri kullanılmaktadır. Zira özyineli bir filtrenin girişi, çıkışın eski değerlerine de bağımlı olduğundan filtre girişine t=0 anında verilen anlık enerji teorik olarak filtrenin sürekli giriş enerjisine sahip olmasını sağlayacaktır. Bununla birlikte pratikte bütün IIR filtrelerin enerjileri üstel olarak azalarak belirli bir andan itibaren sıfır olarak kabul edilir.

Gabor filtreleme işleminde kullanılan konvolüsyon yönteminde karşılaşılan işlem yoğunluğu, özellikle çok örnek değere sahip tek boyutlu işaretlerde ya da iki boyutlu işaretler olan görüntülerin işlenmesinde önemli bir problem oluşturmaktadır. Bu darboğazın aşılmasında kullanılan yöntemlerden bir tanesi de Gabor filtrelerinin özyineli gerçeklemeleridir.

Bu bölümdeki incelemeler öncelikle tek boyutlu işaretler için ele alınmıştır. Çok boyutlu (multi-dimensional) işaretler için Gabor filtresinin ayrıştırılabilir (separable) özelliğinden yararlanılarak tanımlamalar yapılmıştır.

Tek boyutlu karmaşık Gabor filtre ifadesi Bölüm 4.4'de de verildiği gibi (5.2) şeklinde tanımlanmaktadır.

$$h(t;\sigma,\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \times e^{j\Omega t} \tag{5.2}$$

Daha önceki bölümlerde de belirtildiği gibi Gabor filtresi; Gauss filtresinin, (5.2) ifadesinde bulunan karmaşık üstel işaretin açısal frekansının belirlediği merkezi frekansa ötelenmesi ile elde edilmektedir. Bu yüzdendir ki özyineli Gabor filtresini tanımlamadan önce özyineli Gauss filtresinin tanımlanması gerekmektedir. Bu tanımlama yapıldıktan sonra özyineli Gabor filtresine geçiş kolaylıkla yapılabilecektir.

5.2 Gauss Süzgeci Gerçeklemeleri

Bölüm 4.3'de verilen Gauss filtresinin yaygın olarak kullanıldığı gerçek işaretlerde kaçınılmaz olarak bulunan gürültü bileşeninin yok edilmesi ve hareketli ortalama hesaplama uygulamaları yalnızca kullanılan Gauss filtrelerinin boyutları bakımından birbirinden ayrılır. İlk uygulamadaki Gauss filtresinin boyutları tipik olarak 10 örnekten daha azdır. Buna karşın bahsedilen ikinci uygulamadaki Gauss süzgecinin boyutları bazen 100 örnekten daha fazla olacak kadar büyüktür. Küçük boyutlu süzgeçler ile yapılan süzme işleminde doğrudan konvolüsyon yöntemi kullanılırken süzgeç boyutları büyüdüğünde süzme işleminde özyineli algoritmaların kullanılması hem işlem yoğunluğu hem de süre açısından kazanç sağlamaktadır.

5.2.1 Özyinesiz (FIR) Gauss Yaklaşımı

Gauss fonksiyonu Fourier dönüşümünün ($G(w;\sigma)$), Bölüm 4.3.1'de bahsedilen nedenlerden dolayı bant genişliği sonlu kabul edilecek olursa Gauss fonksiyonunun kendisinin de sonlu olduğu kabul edilmiş olunur. Şekil 4.2'den de görüleceği üzere Gauss fonksiyonu $|t| > 4\sigma$ için sıfıra çok yakın değerler almaktadır.

Yine birim örnekleme adımı ($T_s = 1$) için *g(n)*, *(g(n)=0,* $|n| \geq M \approx 4\sigma$*)* koşulunu sağlayan örneklenmiş Gauss fonksiyonu olmak üzere filtre çıkış ifadesi konvolüsyon işlemi ile (5.3)'deki şekilde verilebilir.

$$y[n] = \sum_{m=n-M}^{n+M} g[n-m]x[m] \tag{5.3}$$

g(n) filtresindeki simetri özelliğini kullanılarak Gauss filtreleme işlemine bu FIR yaklaşımının her bir çıkış örneği için kabaca $1+8\sigma$ çarpma ve 8σ toplama işlemi gerektirdiği hesaplanabilir. Bu işlem sayısı Gauss yarı-bant genişliğinin (σ) artmasıyla lineer olarak artmaktadır ki bu birçok uygulama için aşırı işlem yoğunluğu demektir. İşlem yoğunluğunun fazlalaşması filtreleme işlemi için gereken sürenin de artmasına neden olur.

5.2.2 Özyineli (IIR) Gauss Yaklaşımı

Yukarıda bahsedilen FIR yaklaşımının tam tersi olarak IIR yaklaşımında işlem yoğunluğu, yarı bant genişliği σ parametresinden bağımsızdır. IIR Gauss süzgeci (5.4)'de ki gibi tanımlanan basit bir özyineli fark denklemi ile ifade edilebilir.

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2] - a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2] \tag{5.4}$$

Denklemdeki b_0, b_1, b_2, a_1 ve a_2 katsayıları σ'nın birer fonksiyonudur.

Burada verilen ifadedeki gibi tek bir fark denklemi ile gerçekleştirilecek özyineli bir çözüm Gauss filtrelemesine iyi bir yaklaşıklık sağlayamamaktadır. Belirlenecek 5 parametre ile oluşturulacak sistemin dürtü yanıtı Gauss filtresi transfer fonksiyonuna çok fazla benzer bir şekle sahip olamamaktadır. Bundan da öte (5.4)'deki gibi tanımlanacak özyineli bir sistemin dürtü yanıtı simetrik olmayıp tek-yanlı olacaktır. IIR bir simetrik filtre için nedensel ve nedensel olmayan iki sistemli bir yaklaşıma ihtiyaç vardır.

(5.4) ile verilen özyineli sayısal filtre transfer fonksiyonunun Z-dönüşümü (5.5)'deki gibidir.

$$G^{+}(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \tag{5.5}$$

$G^{+}(z)$'in tüm kutuplarının karmaşık z düzleminde birim çember içerisinde kaldığını farz edersek, bu ikinci dereceden sistem hem nedensel hem de kararlı bir yapıya sahiptir. Buna karşılık düşen kararlı fakat nedensel olmayan 2. dereceden sistem ise (5.6)'daki transfer fonksiyonu ile tanımlanacaktır ki bu durumda tüm kutuplar birim çemberin dışında kalacaktır.

$$G^{-}(z) = \frac{b_0 + b_1 z + b_2 z^{2}}{1 + a_1 z + a_2 z^{2}} \tag{5.6}$$

(5.5) ve (5.6) ifadelerinin tanımladığı her iki 2. dereceden özyineli sistem de ayrı ayrı Gauss filtresini gerçeklemek için yeterli değildir. Ancak nedensel ve nedensel olmayan bu sistemlerin birlikte kullanılması ile yüksek dereceden özyineli bir filtre elde edilir ki bu filtrenin dürtü yanıtı simetriktir ve Gauss fonksiyonuna oldukça yakın bir karakteristiğe sahiptir.

Özyineli Gauss filtresini gerçekleştirmek için pratikte kullanım alanı bulmuş iki yöntem bulunmaktadır. Bunlardan bir tanesi 1992 yılında Rachid Deriche (Deriche,1992) tarafından diğeri 1995 yılında Young ve Vliet (Young ve Vliet, 1995) tarafından ortaya atılmıştır. Her iki yöntemde yaygın olarak bilgisayarlı görme uygulamalarında kullanılmaktadır.

İki yöntem de hesaplama esnekliğini sağlamak için teorilerinde Fourier'in ölçekleme özelliğini göz önüne alarak (5.7)'de verilen tanımlamayı kullanmışlardır.

$$g(t;\sigma) = \frac{\sigma_0}{\sigma} g(t\frac{\sigma_0}{\sigma};\sigma_0) \quad \Rightarrow \quad G(w;\sigma) = G(w\frac{\sigma}{\sigma_0};\sigma_0) \tag{5.7}$$

Bu ifadeler ile σ_0 yarı-bant genişlikli bir Gauss filtresi için hesaplanan kutup ve sıfırlar, herhangi bir σ yarı-bant genişlikli Gauss filtresini tasarlarken rahatlıkla kullanılabilir.

5.2.2.1 Deriche Yöntemi

Deriche 1992 yılında nedensel ve nedensel olmayan iki sistemin toplamı olan bir özyineli Gauss filtre modeli ortaya atmıştır.

$$G(z) = G^{+}(z) + G^{-}(z) \tag{5.8}$$

Deriche'nin 4. dereceden nedensel sistemi:

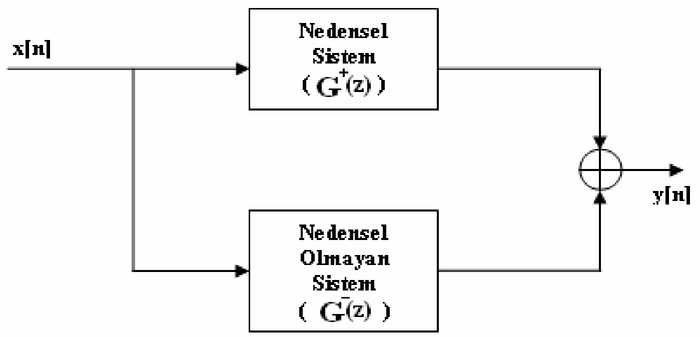
$$G^{+}(z) = \frac{b_0^{+} + b_1^{+}z^{-1} + b_2^{+}z^{-2} + b_3^{+}z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}} \tag{5.9}$$

iken nedensel olmayan sistemi:

$$G^{-}(z) = \frac{b_1^{-}z + b_2^{-}z^{2} + b_3^{-}z^{3} + b_4^{-}z^{4}}{1 + a_1 z + a_2 z^{2} + a_3 z^{3} + a_4 z^{4}} \tag{5.10}$$

ifadeleriyle tanımlamaktadır.

Yöntemde, filtre çıkışını elde etmek için nedensel ve nedensel olmayan bu iki filtreyi giriş işaretine paralel olarak uygulayıp filtre çıkışları toplanmaktadır (Şekil 5.1).



Şekil 5.1 Deriche özyineli Gauss filtresi diyagramı

G(z) filtresinin katsayıları a_1, a_2, a_3 *ve* a_4 sadece filtrenin kutup değerlerine bağlı olup, bu katsayılar hem nedensel $G^{+}(z)$ hem de nedensel olmayan $G^{-}(z)$ için aynıdır.

$G^{+}(z)$ katsayıları olan $b_0^{+},\ b_1^{+}, b_2^{+}\ ve\ b_3^{+}$ sadece filtrenin sıfır değerlerine bağlıdır.

$G^{-}(z)$ katsayıları olan $b_1^{-},\ b_2^{-}, b_3^{-}\ ve\ b_4^{-}$ değerleri *G(z)* filtresi simetrik olması gerektiğinden diğer katsayılardan (5.11)'de tanımlandığı şekilde kolaylıkla hesaplanabilmektedir.

$$\begin{aligned} b_1^{-} &= b_1^{+} - b_0^{+} a_1 \\ b_2^{-} &= b_2^{+} - b_0^{+} a_2 \\ b_3^{-} &= b_3^{+} - b_0^{+} a_3 \\ b_4^{-} &= -b_0^{+} a_4 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Buradaki bağıntılar ile *g(n)* simetrik filtresi için yalnızca 8 katsayısı (a_1, a_2, a_3, a_4, $b_0^{+},\ b_1^{+}, b_2^{+}\ ve\ b_3^{+}$) değerine ihtiyaç duyulmakta ve bu 8 katsayı nedensel $G^{+}(z)$ filtresinin sırasıyla sıfır ve kutuplarına bağlı olmaktadır.

Aslında Deriche bu sıfır ve kutupları belirlerken, bir toplamı minimum hale getirecek şekilde hesaplamaları yapmıştır. Bu toplam tasarlamaya çalıştığı özyineli filtrenin dürtü yanıtı $g_r(n)$ ile yarı-bant genişliği σ_0 olan örneklenmiş Gauss fonksiyonu $g(n)$ 'nin, karesel farkının toplamıdır ki (5.12), Deriche burada $\sigma_0 = 100\ ve\ N = 10\sigma_0 = 1000$ olarak seçmiştir.

$$E = \sum_{n=0}^{N} \left[g_r[n] - g[n;\sigma_0] \right]^2 \tag{5.12}$$

Lineer olmayan minimum karesel fark probleminin çözümü hesap gerektiren bir işlemdir. Bununla birlikte yalnız bir kereye mahsus hesaplanmaktadır. Yarı bant genişliği σ_0 olan Gauss fonksiyonuna yaklaşık bir gerçekleme için sıfır ve kutuplar hesaplandıktan sonra, Deriche, Fourier dönüşümünün ölçekleme özelliğini kullanarak diğer σ 'lar için de kutup ve sıfırları hesaplamaktadır.

5.2.2.2 Young ve Vliet Yöntemi

Young ve Vliet, 1995 yılında nedensel ve nedensel olmayan iki filtrenin çarpımı ile elde edilen özyineli bir filtre yapısı tanımlamışlardır.

$$G(z) = G^{+}(z) \times G^{-}(z) \tag{5.13}$$

Buradaki yapıda nedensel sistem;

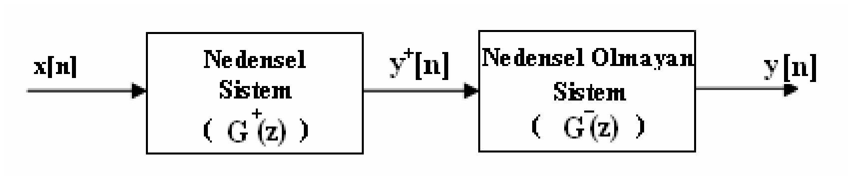
$$G^{+}(z) = \frac{b_0}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}} \tag{5.14}$$

ve nedensel olmayan sistem;

$$G^{-}(z) = \frac{b_0}{1 + a_1 z + a_2 z^{2} + a_3 z^{3} + a_4 z^{4}} \tag{5.15}$$

olarak tanımlanmaktadır.

Bileşik filtre *G(z)*'i elde etmek için nedensel ve nedensel olmayan filtreler birbirlerine seri bağlanırlar. Giriş işareti ilk önce nedensel filtreden geçirilir daha sonra bu filtrenin çıkışından elde edilen işarete nedensel olmayan filtre uygulanır.



Şekil 5.2 Young ve Vliet Özyineli Gauss filtresi yapısı.

Deriche yönteminde de olduğu gibi *a_1, a_2, a_3 ve a_4* katsayıları sadece filtrenin kutup değerlerine bağlı olup, bu katsayılar nedensel $G^{+}(z)$ ve nedensel olmayan $G^{-}(z)$ içinde aynıdır.

Filtrenin simetrikliği aşağıdaki ifade ile kolaylıkla doğrulanmaktadır.

$$G(z) = G^{+}(z) + G^{-}(z) = G(z^{-1}) \tag{5.16}$$

Young ve Vliet, filtrenin kutup değerlerini iki yoldan hesaplamaktadırlar. Bu yollardan bir tanesi, özyineli filtrenin frekans yanıtı $G_r(w;\sigma_0)$ için ortalama karekök hatasının (RMS error) minimum olacak şekilde hesaplamaların yapılmasıdır.

$$L^2 = \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \left[G(w;\sigma_0) - G_r(w;\sigma_0) \right]^2 d_w \right\}^{1/2} \qquad (5.17)$$

Diğeri ise maksimum hatayı minimum seviyeye çekmektir.

$$L^\infty = \max_{|w<\pi|} | G(w;\sigma_0) - G_r(w;\sigma_0) | \qquad (5.18)$$

Her iki hata hesaplamasında da $\sigma_0 = 2$ alınarak kutup değerleri hesaplanır ve bu değerler diğer σ değerleri için ölçeklenir.

Young ve Vliet Gauss filtreleri için kutup değerlerinin hesaplanmasında yukarıda bahsedilen iki yönteminde benzer sonuçlar verdiğini göstermişlerdir.

Young ve Vliet, seri sistemin sadece kutup değerleri olduğu, sıfır değerleri olmadığından Deriche'nin paralel sistemine göre daha az çarpma ve toplama işlemi gerektirdiği avantajını bildirmişlerdir. Sadece kutup değerlerine sahip nedensel ve nedensel olmayan iki sistemin seri bağlanması ile oluşan bir IIR filtre, kutup ve sıfır değerleri olan paralel (veya seri) bir IIR filtreye tercih edilir.

Yukarıda sayılan nedenlerden dolayı özyineli Gabor filtresi gerçeklemelerinde Young ve Vliet'in ortaya koydukları özyineli Gauss filtresi temel alınmıştır. Bu nedenle bu modelin ayrıntıları 3. dereceden bir boyutlu bir gerçekleme için Bölüm 5.2.3'de detaylı olarak incelenmiştir.

5.2.3 Özyineli Gauss Süzgeci Tasarım Ayrıntıları

Young ve Vliet'in tanımladığı özyineli Gauss filtresi, Gauss fonksiyonuna yapılan rasyonel yaklaşım (rational approximation) prensibine dayanır ki bu yaklaşım, Gauss filtresi yarı-bant genişliği (σ) göz önüne alınmadan (5.19)'daki şekilde ifade edilir.

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \cong \frac{1}{a_0 + a_2 t^2 + a_4 t^4 + a_6 t^6} + \varepsilon(t)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= 2.490895 \\ a_2 &= 1.466003 \\ a_4 &= -0.024393 \\ a_6 &= 0.178257 \\ |\varepsilon(t)| &< 2.7 \times 10^{-3} \end{aligned} \tag{5.19}$$

Gauss fonksiyonuna yapılan bu yaklaşıma benzer şekilde Gauss Fourier dönüşümü (5.20) için de rasyonel yaklaşım ifadesi (5.21)'deki şekilde verilebilir.

$$G(\Omega) = F\left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right\} = e^{-\frac{\sigma^2\Omega^2}{2}} \tag{5.20}$$

$$G_q(\Omega) = \frac{a_0}{a_0 + a_2(q\Omega)^2 + a_4(q\Omega)^4 + a_6(q\Omega)^6}$$

$$\begin{aligned} a_0 &= 2.490895 \\ a_2 &= 1.466003 \\ a_4 &= -0.024393 \\ a_6 &= 0.178257 \end{aligned} \tag{5.21}$$

Yaklaşım yapılırken bir parametre değişimi ile σ yerine q parametresi kullanılmıştır. Parametreler arasındaki bağıntı (5.30) ile tanımlanmıştır.

$s = j\Omega$ ile yapılacak olan Laplace dönüşümü ardından,

$$G_q(s) = \frac{a_0}{a_0 - (a_2 q^2)s^2 + (a_4 q^4)s^4 - (a_6 q^6)s^6} \tag{5.22}$$

elde edilir.

(5.22)'de verilen denklemin paydası 6.dereceden bir polinomdur ve 6 köke sahiptir. Bu 6. dereceden polinomun s'nin yalnızca çift kuvvetlerine sahip olmasından dolayı, $G_q(s)$ ifadesi (5.23)'deki şekilde yazılabilir.

$$G_q(s) = \frac{a_0}{(qs+m_0)(qs+m_1+jm_2)(qs+m_1-jm_2)} \times \frac{1}{(qs-m_0)(qs-m_1-jm_2)(qs-m_1+jm_2)}$$

$$\begin{aligned} m_0 &= 1.16680 \\ m_1 &= 1.10783 \\ m_2 &= 1.40586 \end{aligned} \tag{5.23}$$

Yukarıdaki ifadedeki ilk çarpan olan fonksiyonun kutupları karmaşık sayı düzleminde sol yarı, ikinci çarpan olan fonksiyonun ise kutupları ise sağ yarı kısımda bulunmaktadır. Bundan dolayı $G_q(s)$ ifadesi (5.24)'deki şekilde iki ayrı fonksiyonun çarpımı şeklinde yazılabilir.

$$G_q(s) = G_L(s) \bullet G_R(s) \tag{5.24}$$

Bu ifadede ki $G_L(s)$ ve $G_R(s)$ bileşenleri şu şekilde tanımlanır:

$G_L(s)$: Kutupları karmaşık sayı düzleminin sol tarafında olan bileşen

$G_R(s)$: Kutupları karmaşık sayı düzleminin sağ tarafında olan bileşen

$$\begin{aligned} G_L(s) &= \frac{a_0}{(qs+m_0)(qs+m_1+jm_2)(qs+m_1-jm_2)} \\ G_R(s) &= \frac{1}{(qs-m_0)(qs-m_1-jm_2)(qs-m_1+jm_2)} \end{aligned} \tag{5.25}$$

(5.25) ile tanımlanan $G_L(s)$ ve $G_R(s)$ ifadeleri diferansiyel birer denklemdir ve sırasıyla nedensel ve nedensel olmayan, durağan (stable) bir analog sistemi tanımlarlar. Bu analog sistemlere karşı düşen nedensel ve nedensel olmayan, durağan sayısal sistemler sabit katsayılı fark denklemleri ile ifade edilirler.

Yukarıda bahsedilen analog sistemlerden sayısal sistemlere geçiş için çeşitli dönüşüm yolları mevcuttur. Burada $G_L(s) \rightarrow G^+(z)$ dönüşümü için "Euler Geri Yaklaşıklığı" (Backward Euler) $G_R(s) \rightarrow G^-(z)$ dönüşümü için ise "Euler İleri Yaklaşıklığı" (Forward Euler) tekniği kullanılmıştır.

$G_L(s) \rightarrow G^+(z)$ için Euler Geri Yaklaşıklığı $\frac{dy}{dt} \cong \frac{y(n)-y(n-1)}{T} \Rightarrow s = \frac{1-z^{-1}}{T}$ kullanılıp T=1 alınarak $G^+(z) = G_L(s)\big|_{s=1-z^{-1}}$ ile

$$G^+(z) = \frac{1}{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}} \qquad (5.26)$$

$G_R(s) \rightarrow G^-(z)$ için Euler İleri Yaklaşıklığı $\frac{dy}{dt} \cong \frac{y(n+1)-y(n)}{T} \Rightarrow s = \frac{z-1}{T}$ kullanılıp T=1 alınarak $G^-(z) = G_R(s)\big|_{s=z-1}$ ile

$$G^-(z) = \frac{B}{b_0 + b_1 z^{1} + b_2 z^{2} + b_3 z^{3}} \qquad (5.27)$$

Burada $G_q(s)$ filtresine karşılık gelen sayısal filtre de (5.28)'deki ifade ile tanımlanır.

$$G(z) = G^+(z) \bullet G^-(z) \qquad (5.28)$$

Çeşitli cebirsel yöntemler kullanılarak aşağıda verilen tanımlamalar yapılmıştır.

$$K = \left(m_0 + q\right)\left(m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 q + q^2\right)$$

$$b_0 = 1$$

$$b_1 = -q\frac{\left(2m_0 m_1 + m_1^2 + m_2^2 + (2m_0 + 4m_1)q + 3q^2\right)}{K}$$

$$(5.29)$$

$$b_2 = q^2\frac{\left(m_0 + 2m_1 + 3q\right)}{K}$$

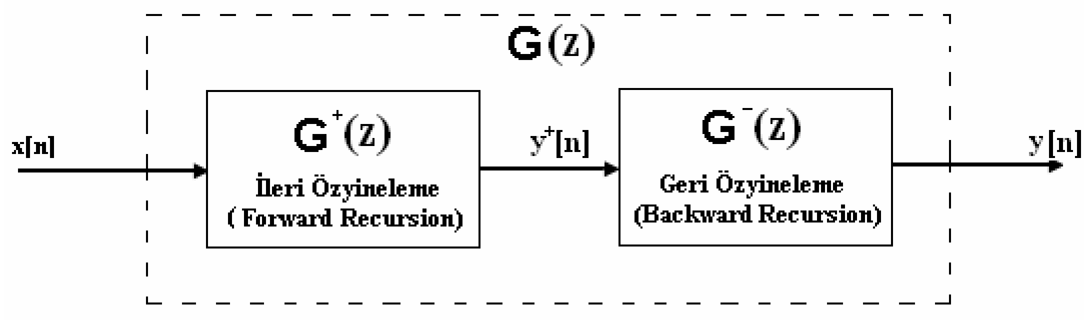
$$b_3 = -\frac{q^3}{K}$$

$$B = \left[\frac{\left(m_0 (m_1^2 + m_2^2) \right)}{K} \right]^2$$

Burada q ile σ parametreleri arasındaki ilişkisi (5.30) ifadesi ile tanımlanır.

$$q(\sigma) = 1.31564 \cdot \left(\sqrt{1 + 0.490811 \cdot \sigma^2} - 1 \right) \qquad \sigma \geq 1.0 \tag{5.30}$$

$G(z)$ filtresinin $G^+(z)$ ve $G^-(z)$ sayısal filtrelerinin çarpımı şeklinde elde edildiğine bakıldığında Bölüm 5.2.2.2'de de verilen Young ve Vliet'in ortaya attığı nedensel ve nedensel olmayan iki filtrenin seri bağlanması ile oluşan Şekil 5.3 tasarımının nasıl düşünüldüğü ortaya çıkmaktadır.



Şekil 5.3 Özyineli Gauss filtre yapısı

$G^+(z)$ ve $G^-(z)$ filtreleri için yapılan ileri ve geri özyineleme tanımlamalarının nedenini giriş-çıkış dizileri için yazılacak olan fark denklemleri ile daha açık görebiliriz.

$$G^+(z) = \frac{Y^+(z)}{X(z)}$$

$$y^+(n) = \frac{x(n) - \left(b_1 y^+(n-1) + b_2 y^+(n-2) + b_3 y^+(n-3) \right)}{b_0} \tag{5.31}$$

Giriş işareti öncelikle nedensel bir sistem olan ileri özyineleme filtresinden geçmekte ve ara çıkış $y^+(n)$ dizisi elde edilmektedir (5.31). Görülüyor ki $y^+(n)$ elde edilirken $y^+(n)$ dizisinin herhangi bir andaki değeri, girişin o andaki ve ara çıkışın o andan önceki değerleri bağlı durumdadır. Yani ileri yönde bir özyineleme mevcuttur.

$$G^{-}(z) = \frac{Y(z)}{Y^{+}(z)}$$

$$y(n) = \frac{B y^{+}(n) - \left(b_1 y(n+1) + b_2 y(n+2) + b_3 y(n+3)\right)}{b_0} \tag{5.32}$$

Ara çıkış $y^{+}(n)$ nedensel olmayan $G^{-}(z)$ geri özyineleme filtresine giriş olarak gelip toplam filtre çıkışı ($y(n)$) elde edilirken, herhangi bir andaki çıkış değerinin, girişin o andaki ve çıkışın ondan sonraki anlardaki değerlerine bağlı olduğu görülmektedir (5.32). Bu bir geri yönde özyineleme olarak tanımlanmaktadır.

Özyineli Gauss filtre yapısı özetle nedensel ve ileri yönde özyineleme işlemi yapan bir ara filtre ile nedensel olmayan ve geri yönde özyineleme işlemi yapan bir başka ara filtrenin seri bağlanmasından elde edilmektedir.

4. dereceden özyineli bir IIR Gauss filtresi için Gauss yarı-bant genişliğinden bağımsız olarak 16 çarpma ve 14 toplama işlemi gerekirken, özyinesiz (non-recursive) ve $|t| > 4\sigma \Rightarrow g(t;\sigma) \cong 0$ kabul edilen Gauss fonksiyonun örneklenmesinden elde edilen bir FIR filtre için yaklaşık $1+4\sigma$ çarpma ve 8σ toplama işlemi gerekmektedir. Özyineli bir gerçeklemenin $\sigma > 2.5$ olduğu durumlarda daha efektif olduğunu da unutmamak gerekir.

Farklı Gauss yarı-bant genişlikli (σ) sayısal uygulamaların ardından hangi σ değerleri için hangi tip Gauss filtresi gerçeklenmesinin kullanılmasının daha efektif olacağı Çizelge 5.1'de verildiği şekilde özetlenebilinir (Hale, 2006).

Çizelge 5.1 σ'nın değerine göre kullanılacak Gauss filtre gerçeklemeleri (Hale,2006)

σ	**Gauss Filtre Tipi**
$\sigma < 3$	$\lvert t \rvert > 4\sigma \Rightarrow g(t;\sigma) \cong 0$ kabul edilen bir Gauss fonksiyonunun örneklenmesinden elde edilen FIR Gauss filtresi ile konvolüsyon
$3 \le \sigma < 32$	Deriche (1992) yöntemi ile tasarlanmış (IIR) Özyineli filtreleme
$\sigma \ge 32$	Young ve Vliet (1995) yöntemi ile tasarlanmış (IIR) Özyineli filtreleme

5.3 Özyineli Gabor Süzgeci

Bir ve birden fazla boyutlu (görüntü, video vb.) işaret işleme uygulamalarında yaygın olarak kullanılan Gabor filtreleme işleminin bir dezavantajı olan işlem yoğunluğunu gidermek için birçok araştırma yapılmış ve bu araştırmalar neticesinde çeşitli gerçeklemeler tanımlanmıştır (Chinen ve Reed, 1997), (Richard ve Lengelle, 1997), (Qui vd., 1999). Bu konuda bilinen en hızlı yöntem 2002 yılına kadar Qui ve ekibinin ortaya koydukları ve gerçeklenme hızı Gabor filtresinin yarı-bant genişliğine bağlı olan yöntemdi. Young ve ekibinin 2002 yılında tanımladıkları özyineli Gabor filtreleme yönteminde hız yarı bant genişliğinden bağımsız hale gelmiştir (Young vd., 2002). Tanımlanan özyineli Gabor filtre yapısı yine Young ve Vliet'in ortaya koydukları, Bölüm 5.2.2.2 ve Bölüm 5.2.3'de ayrıntıları verilen özyineli Gauss filtre yapısına dayanmaktadır.

Young ve ekibinin özyineli Gabor filtre yapısı, Gabor filtresinin kendi tanımında da mevcut bulunan özyineli Gauss filtresinin frekansta ötelenmesi prensibine bağlı olarak elde edilmiştir. Özyineli Gauss filtre yapısı için verilen tüm tanımlamalar, Fourier dönüşümünün frekansta öteleme ve buna sayısal düzlemde karşılık düşen z-dönüşümünün üstel bir işaret ile çarpma özellikleri kullanılarak özyineli Gabor filtresinin elde edilmesinde kullanılmıştır.

$$Z\left\{g(n)\right\} = G(z) \Rightarrow Z\left\{e^{jw_0 n} g(n)\right\} = G(e^{-jw_0} z) \tag{5.33}$$

(5.33) ifadesinde yapılan $z \rightarrow ze^{-jw_0}$ dönüşümü, karmaşık z-düzleminde z=(0,0) merkez noktası etrafında w_0 açısal frekansı ile dönüşe karşılık düşer.

Özyineli Gauss filtre çifti $G^+(z)$, $G^-(z)$ için (5.33) dönüşümü yapılarak özyineli Gabor filtre çifti $H^+(z,w_0)$, $H^-(z,w_0)$, (5.34)'deki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} H^+(z,w_0) &= \frac{1}{b_0 + b_1 e^{jw_0} z^{-1} + b_2 e^{j2w_0} z^{-2} + b_3 e^{j3w_0} z^{-3}} = \frac{1}{\sum_{k=0}^{3}\left(b_k e^{jkw_0} z^{-k}\right)} = \frac{1}{P^+(z)} \\ H^-(z,w_0) &= \frac{B}{b_0 + b_1 e^{-jw_0} z^{1} + b_2 e^{-j2w_0} z^{2} + b_3 e^{-j3w_0} z^{3}} = \frac{B}{\sum_{k=0}^{3}\left(b_k e^{-jkw_0} z^{k}\right)} = \frac{1}{P^-(z)} \end{aligned} \tag{5.34}$$

(5.34) tanımlamalarından görüleceği üzere z'nin polinomu şeklindeki $P^{+}(z)$ ve $P^{-}(z)$ ifadelerindeki z katsayıları birbirinin karmaşık eşleniğidir.

Özyineli Gabor filtresi transfer fonksiyonu ($H(z)$) (5.34) ifadeleri kullanılarak (5.35)'de tanımlandığı şekilde verilebilir.

$$H(z) = H^{+}(z, w_0) H^{-}(z, w_0) = \frac{1}{P^{+}(z) P^{+}(z)} \tag{5.35}$$

Yukarıda verilen tanımlamalardan yararlanılarak özyineli Gabor filtresine ait sabit katsayılı fark denklemleri şu şekilde yazılabilir.

$$y^{+}(n) = \frac{x(n) - \left(b_1 e^{jw_0} y^{+}(n-1) + b_2 e^{j2w_0} y^{+}(n-2) + b_3 e^{j3w_0} y^{+}(n-3)\right)}{b_0} \tag{5.36.1}$$

$$y(n) = \frac{B y^{+}(n) - \left(b_1 e^{-jw_0} y(n+1) + b_2 e^{-j2w_0} y(n+2) + b_3 e^{-j3w_0} y(n+3)\right)}{b_0} \tag{5.36.2}$$

5.3.1 Özyineli Gabor Süzgecinin Gerçeklenmesi

Hatırlanacağı üzere q ile σ arasındaki parametre dönüşümü (5.30) ifadesi ile özyineli Gauss filtresi için tanımlanmıştı. Gabor filtresi için tanımlanan dönüşüm Gauss için kullanılan parametre yaklaşımdan biraz daha karmaşıktır.

Gauss özyineli filtresinden Gabor özyineli filtresi elde etmede kullandığımız frekansta öteleme özelliğine dayanılarak, (q, σ) arasındaki ilişki, özyineli deneysel bir yöntem ile analiz edilerek ampirik bir sonuç olarak (5.37)'de verilen şekilde tanımlanmaktadır. (Young vd. 2002)

$$q(\sigma) = \begin{cases} -0.2568 + 0.5784\sigma + 0.0561\sigma^2 & , \quad \sigma < 3.556 \\ 2.5091 + 0.9804(\sigma - 3.556) & , \quad \sigma \geq 3.556 \end{cases} \tag{5.37}$$

Gerçeklemede dikkat edilmesi gereken diğer bir husus ileri ve geri özyineleme filtreleri çıkış dizilerinin alacağı sırasıyla ilk üç değerdir.

Filtrelenmesi düşünülen giriş işaretinin boyutu N olarak kabul edildiğinde (yani $n = 1,2,\ldots,N$) ileri özyineleme (nedensel filtre) çıkış ifadesi, $y^{+}(n)$ dizisinin ilk üç değeri (5.38)'de verilen şekilde seçilmelidir.

$$y^{+}[1]=y^{+}[2]=y^{+}[3]=\frac{x[1]}{\left(1+b_1e^{jw_0}+b_2e^{j2w_0}+b_3e^{j3w_0}\right)} \tag{5.38}$$

Dolayısıyla yineleme n=4 için başlayacak ve n=N'de sonlanacaktır.

Geri özyineleme (nedensel olmayan filtre) çıkış ifadesi, dolayısıyla özyineli Gabor filtresi çıkış ifadesi, $y(n)$ dizisi ilk üç değeri (5.39)'da verilen şekilde seçilmelidir.

$$y[N]=y[N-1]=y[N-2]=\frac{B\,y^{+}[N]}{\left(1+b_1e^{-jw_0}+b_2e^{-j2w_0}+b_3e^{-j3w_0}\right)} \tag{5.39}$$

Yineleme n=N-3'den başlayıp n=1'de sonlanacaktır.

Gabor özyineli filtreleme işleminde örtüşmenin (aliasing) engellenebilmesi için filtrenin yarı bant genişliğini belirleyen standart sapma değerinin de (5.40)'da belirtilen aralıkta olmasına dikkat edilmesi gerekmektedir.

$$1\le\sigma\le\frac{N}{2\pi} \tag{5.40}$$

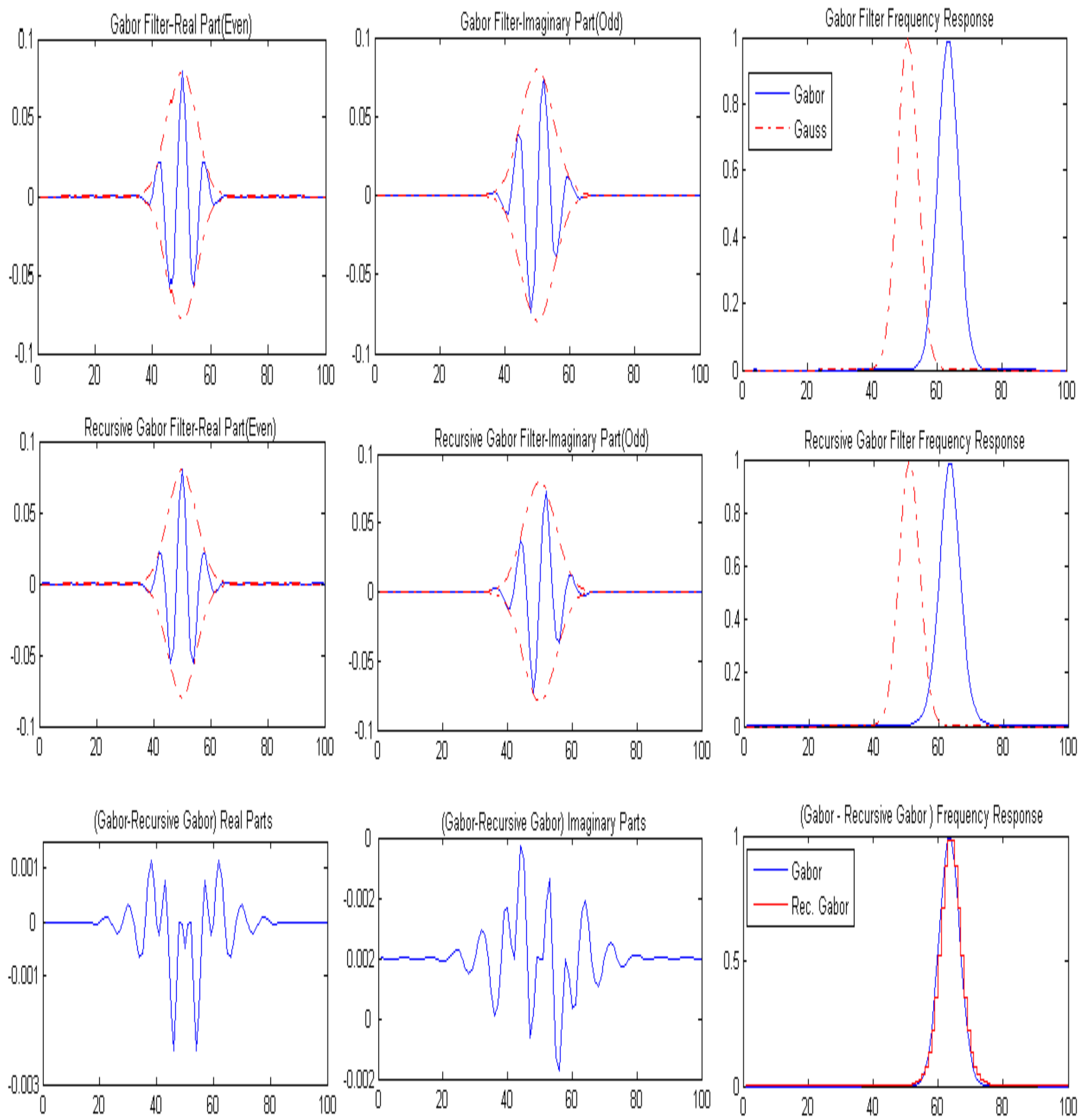
5.3.2 Özyineli Gabor Süzgeci Gerçeklenme Adımları

Bu bölüme kadar anlatılanlar göz önüne alındığında, özyineli Gabor filtresi gerçeklemesinin karmaşık bir işlem yoğunluğu gerektirdiği görülmektedir. Bu işlem karmaşasını aşağıda tanımlayacağımız işlem adımları ile özetleyebiliriz.

Adımlar:

1. İstenilen filtreleme işlemi için gerekli σ ve w_0 değerlerinin seçilmesi.
2. (5.37) ifadesi kullanılarak q parametresinin belirlenmesi.
3. (5.29) ifadeleri kullanılarak katsayıların hesaplanması.
4. (5.38) ve (5.39) ifadeleri kullanılarak yineleme işlemine başlanması.
5. Giriş işaretine ileri özyineleme filtresinin (5.36.1) tanımlamasına göre uygulanması.
6. 5. adımın çıkış işaretine, geri özyineleme filtresinin (5.36.2)'de tanımlandığı şekilde uygulanması ve filtre çıkış işaretinin elde edilmesi.

Bu adımlar izlenerek $\sigma=5$, $w_0={}^{\pi}\!/_{4}$, N=100 için oluşacak olan bir boyutlu özyineli Gabor filtresi karakteristikleri karşılaştırılmanın yapılabilmesi amacıyla Gabor filtresi karakteristikleri ile birlikte Şekil 5.4'de verilmiştir.



Şekil 5.4 1-D Gabor ve özyineli Gabor filtrelerini karşılaştırma

Şekil 5.4'den de görüleceği üzere özyinesiz ve özyineli Gabor filtrelerinin dürtü cevaplarının tek ve çift bileşenleri arasında 10^{-3} mertebesinde farklılıklar mevcuttur. Filtrelerin frekans cevapları göz önüne alındığında Gabor filtresinin özyineli gerçeklemesinin hali hazıra kullanılan özyinesiz Gabor filtreleme işlemi ile tamamen aynı sonuçları üreten bir filtreleme yaptığı söylenebilir.

5.3.3 İki Boyutlu Özyineli Gabor Süzgeci

Gabor Filtresi genellikle çok boyutlu işaret işlemede kullanılır. Görüntü işleme uygulamalarında kullanılan iki boyutlu Gabor Filtresi, her biri bir uzaysal bölgede filtreleme yapan tek boyutlu iki filtrenin birbirine seri bağlanması ile yeniden oluşturulabilir.

Bu bölüme kadar tanımlamaları yapılan tek boyutlu özyineli Gabor filtresi, iki boyutlu bir işaretin her bir boyutu için ayrı ayrı uygulanabilir hale getirilebilirse-ki bu ayrıştırılabilir bir Gabor filtresi demektir-iki boyutlu özyineli Gabor filtresi de gerçekleştirilmiş olacaktır.

İki boyutlu ayrıştırılabilir Gabor filtresi (5.41) ve (5.42)'deki şekilde tanımlanabilir.

$$h(x,y;\sigma_x,\sigma_y;w_x,w_y)=\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y}\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2}+\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)}\cdot e^{j\left(xw_x+yw_y\right)}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}\cdot e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right)}\cdot e^{jxw_x}\bullet\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\cdot e^{-\left(\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)}\cdot e^{jyw_y} \tag{5.41}$$

$$h_x(x;\sigma_x;w_x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}\cdot e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right)}\cdot e^{jxw_x}$$

$$h_y(y;\sigma_y;w_y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\cdot e^{-\left(\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)}\cdot e^{jyw_y} \tag{5.42}$$

$$h(x,y;\sigma_x,\sigma_y;w_x,w_y)=h_x(x;\sigma_x;w_x)\bullet h_y(y;\sigma_y;w_y)$$

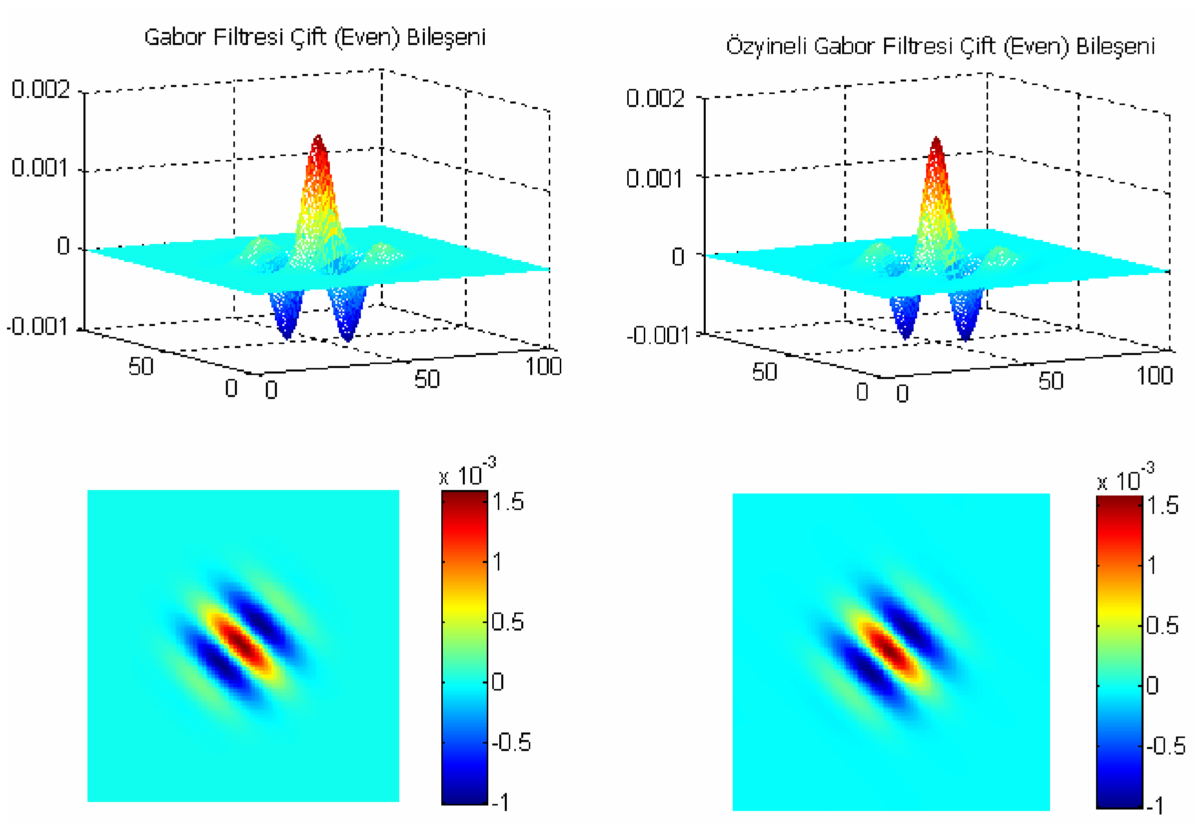
Birçok uygulamada $\sigma_x=\sigma_y=\sigma$ olarak seçilir. θ görüntüdeki seçilmek istenen yönün açısı olarak alınırsa x ve y koordinatları açısal frekanslar için (5.43) tanımlamaları yapılabilir.

$$\begin{aligned} w_x &= w_0.Cos\theta \\ w_y &= w_0.Sin\theta \end{aligned} \tag{5.43}$$

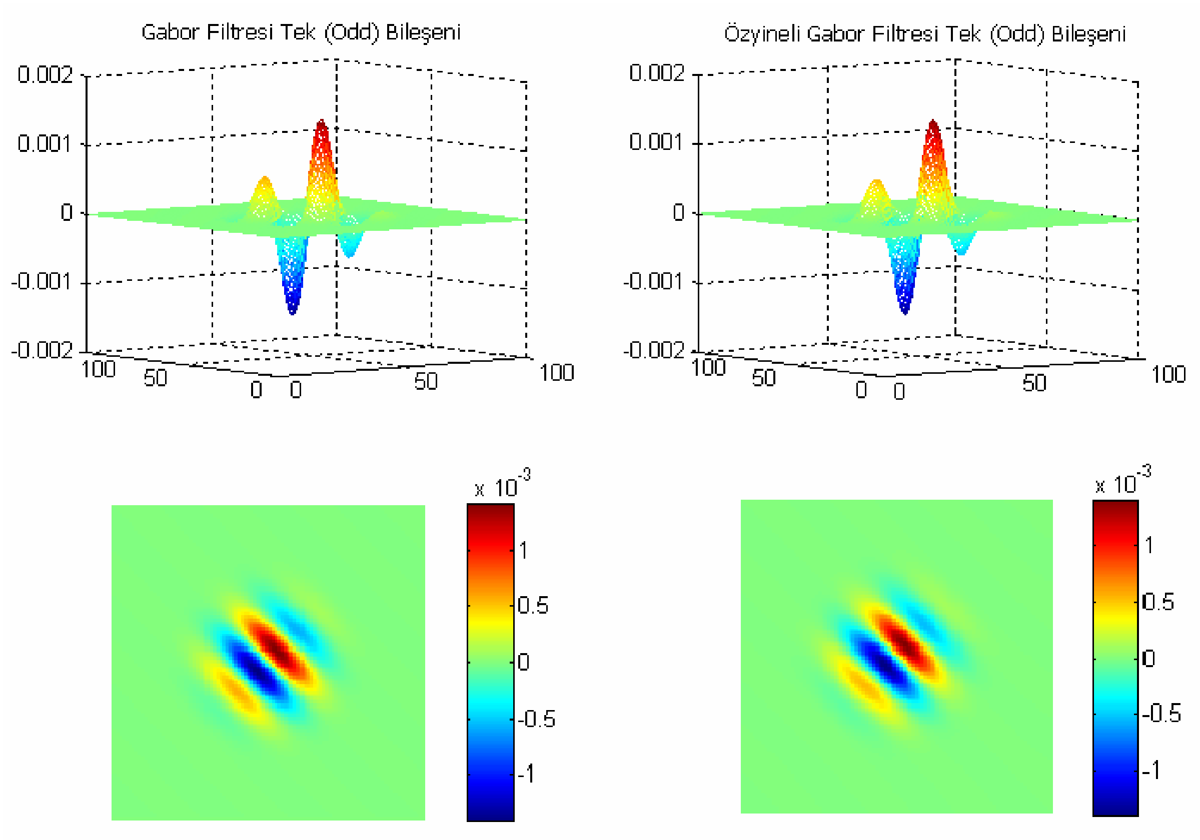
Bölüm 4'de de ifade edildiği gibi Gabor filtreleme işleminin sahip olduğu fazla işlem gerektiren hesaplama yoğunluğu ve buna bağlı olarak gereken uzun cevap verme süresi dezavantajları nedeniyle alternatif yollar aranmış ve bir yöntem olarak özyineli gerçeklemeler ortaya konulmuştur. Özyineli gerçeklemeler ile yapılan filtreleme işlemi ile doğrudan Gabor filtreleri ile yapılacak olan filtreleme işlemlerinden elde edilecek sonuçların birbirine benzer olması beklenmektedir. Bu iki tip filtreleme işlemi birbirinden cevap verme süreleri bakımından farklılıklar göstermelidir. Bundan sonraki bölümde yapılacak görüntü işleme uygulaması ile bahsedilen kıyaslamalar pratik olarak görülecektir.

5.4 Özyineli-Özyinesiz Gabor Süzgeçlerin Karşılaştırılması

Bölüm 4.5'de verildiği şekilde tanımlanan özyinesiz Gabor ve Bölüm 5.3.3'de verildiği şekilde ayrıştırılabilir şeklinde tanımlanan iki boyutlu özyineli Gabor filtrelerinin zaman boyutu çift (Even) ve tek (Odd) bileşenleri, filtrelerin dürtü yanıt uzunlukları $N_x, N_y = [100,100]$,yarı bant genişlikleri $\sigma_x,\sigma_y = [10,10]$ ve yön açıları $\theta = 3\pi/4$ olacak şekilde sırasıyla Şekil 5.5 ve Şekil 5.6'da verilmiştir.



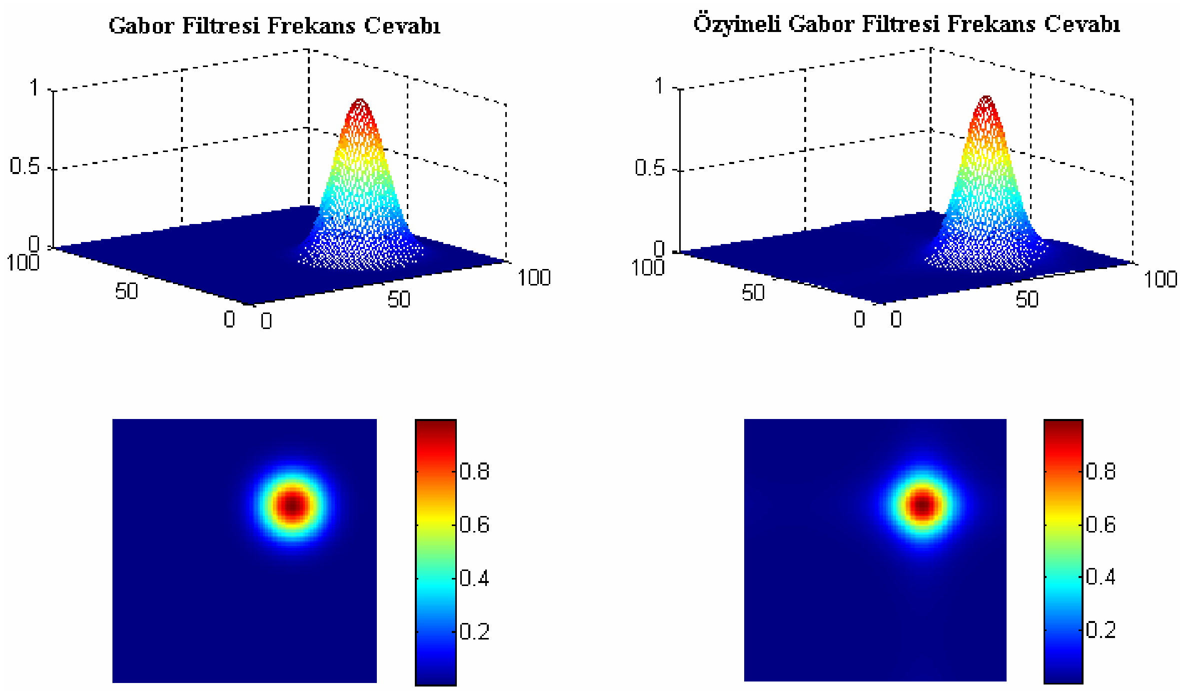
Şekil 5.5 Çift (Even) bileşenler ($N_x, N_y = [100,100]$, $\sigma_x,\sigma_y = [10,10]$, $\theta = 3\pi/4$)



Şekil 5.6 Tek (Odd) bileşenler($N_x, N_y = [100,100], \sigma_x, \sigma_y = [10,10], \theta = 3\pi/4$)

Şekil 5.5 ve Şekil 5.6'dan da görüleceği üzere özyinesiz, gerçek Gabor ile özyineli Gabor filtrelerinin dürtü yanıtları arasında neredeyse yok denecek kadar farklılıklar mevcuttur.

Gabor ve özyineli Gabor filtrelerinin frekans spektrumları yukarıda verilen yön açısı ve dürtü yanıtı uzunluları ile $\sigma_x, \sigma_y = [2,2]$ değeri için Şekil 5.7'de verilmiştir.

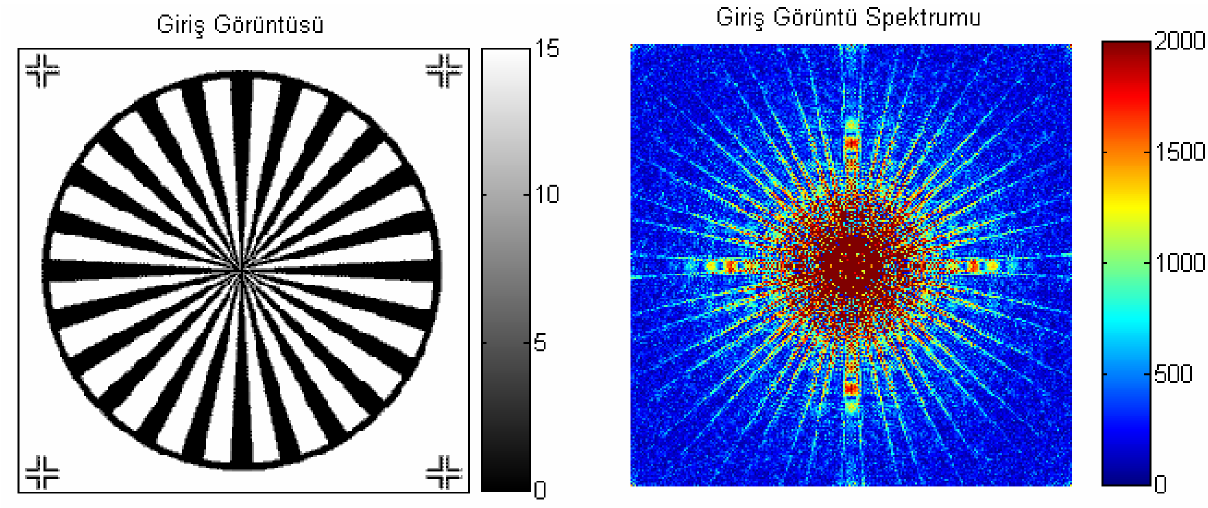


Şekil 5.7 Gabor ve özyineli Gabor filtreleri frekans yanıtları ($N_x, N_y = [100,100], \sigma_x, \sigma_y = [2,2], \theta = 3\pi/4$)

Gabor ve özyineli Gabor filtreleri frekans spektrumlarına bakıldığında, özyineli Gabor filtresi spektrumunun özyinesiz Gabor filtresinin spektrumundaki gibi tam çembersel bir yapıda olmadığı fark ediliyor. Bu fark filtreleme işlemi sırasında küçükte olsa farklılıklar oluşturmaktadır.

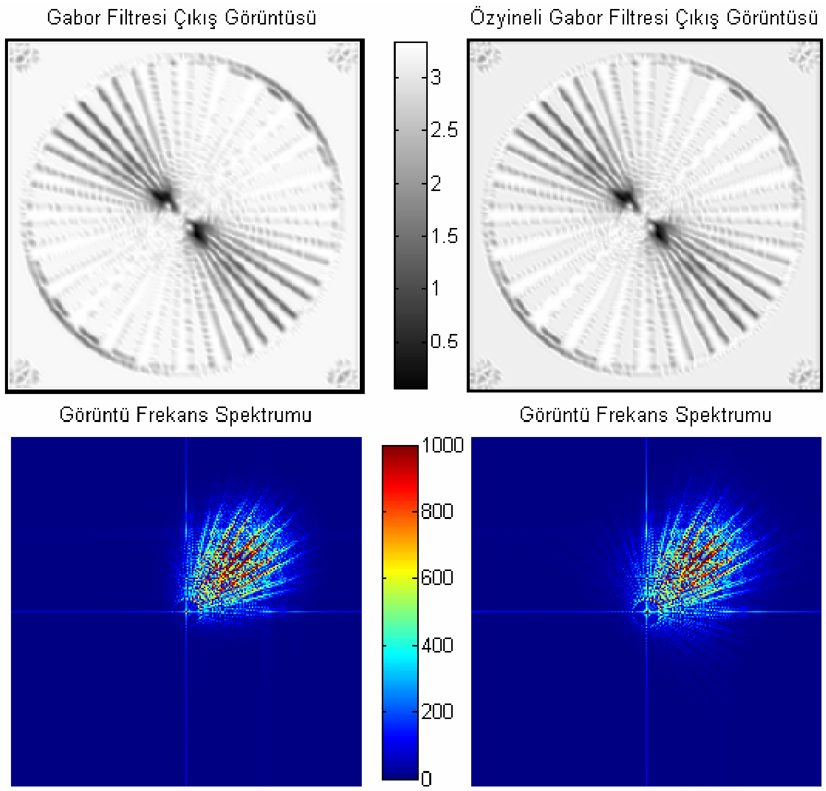
Aşağıda verilecek uygulamada ele alınan giriş görüntüsüne özyinesiz (FIR) ve özyineli (IIR) Gabor filtreleri uygulanarak elde edilen çıkış görüntüleri, hesaplama süreleri ve filtrelerin karakteristikleri karşılaştırılmıştır.

256x256 piksel (65.538 Kp) boyutundaki giriş görüntüsü ve bu giriş görüntüsüne ait spektrum Şekil 5.8'de verilmiştir.

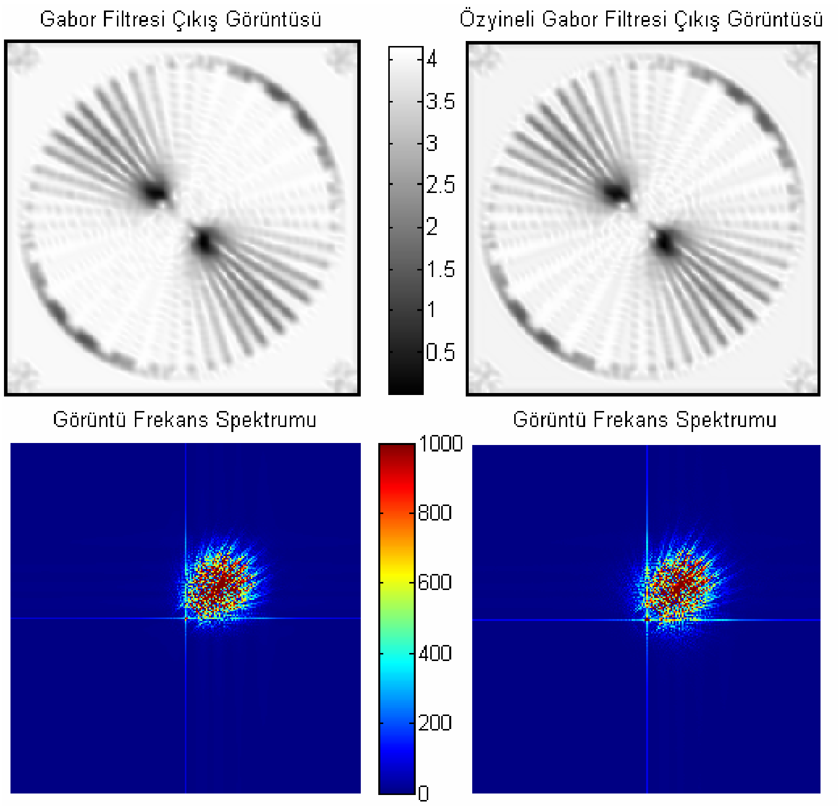


Şekil 5.8 (a) Giriş görüntüsü (b) Görüntü spektrumu

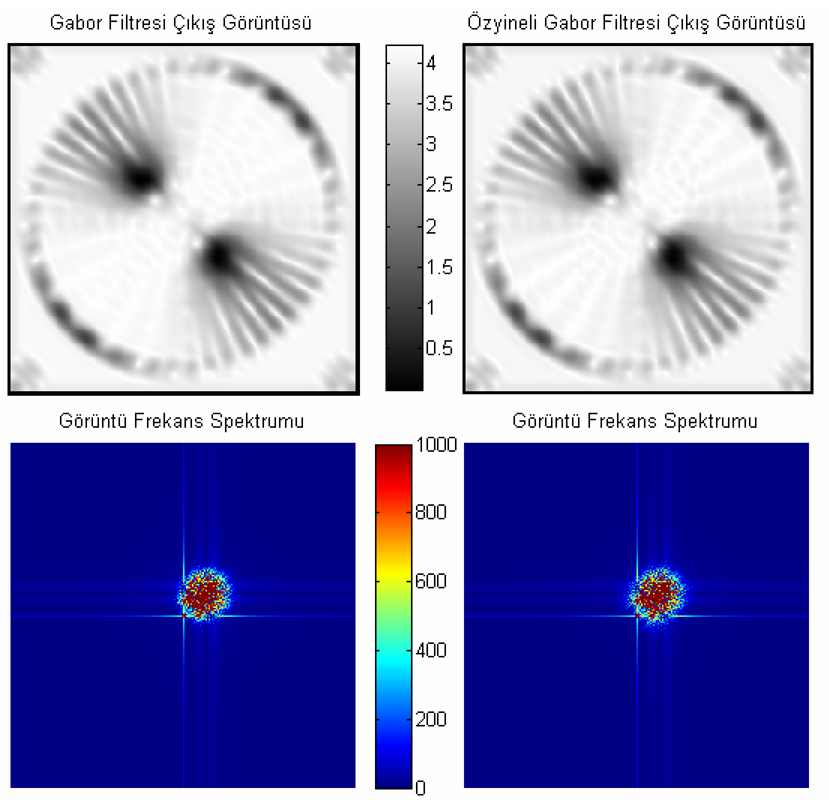
Şekil 5.8.a'da verilen giriş görüntüsüne farklı yarı bant genişlikli; $\sigma_x, \sigma_y = \left([2,2], [3,3], [5,5] \right)$, dürtü yanıt uzunlukları $N_x, N_y = [100,100]$ ve yön açıları $\theta = {}^{3\pi}\!/_{4}$ olacak şekilde ayarlanmış Gabor ve özyineli Gabor filtreleri uygulanmış ve çıkış görüntüleri ve spektrumları sırasıyla Şekil 5.9, Şekil 5.10 ve Şekil 5.11'de verilmiştir.



Şekil 5.9 $\sigma_x, \sigma_y = [2,2]$ için çıkış görüntüleri ve spektrumları



Şekil 5.10 $\sigma_x, \sigma_y = [3,3]$ için çıkış görüntüleri ve spektrumları



Şekil 5.11 $\sigma_x, \sigma_y = [5,5]$ için çıkış görüntüleri ve spektrumları

Yukarıda verilen uygulamada, Gabor filtre fonksiyonunun giriş görüntüsü ile direk konvolüsyonu temeline dayanan özyinesiz Gabor filtreleme ve Bölüm 5.3.2'de verilen adımlar takip edilerek kotarılan özyineli Gabor filtreleme işlemleri sonucunda elde edilen çıkış görüntülerine bakıldığında, Gabor filtreleme işleminin özyineli gerçeklemesinin de bilinen Gabor filtreleme sonuçları ile neredeyse tamamen benzer çıkışlar verdiği söylenebilir.

Bunun yanında özyineli Gabor filtre çıkışı için geçen süre 0.36 sn iken özyinesiz Gabor filtreleme işlemi için bu süre 2.54 sn'dir. Süreler kıyaslandığında özyineli Gabor filtreleme işlemi diğerine göre neredeyse 7 kat hızlı sonuç üretmektedir. Bu hız Gabor filtreleme işleminin sahip olduğu karmaşık işlem yoğunluğu için gereken cevap verme süresi darboğazını dezavantaj olmaktan çıkarmaktadır.

6. GABOR-TİP SÜZGEÇ VE HÜCRESEL SİNİR AĞI GERÇEKLEMELERİ

Bu bölüm, Gabor filtreleme işleminde önemli bir darboğaz olan işlem yoğunluğu ve buna bağlı cevap verme süresinin uzunluğu dezavantajını ortadan kaldırmaya yönelik bir diğer alternatif gerçeklemeye ayrılmıştır.

6.1 Giriş

Gabor filtreleri son yıllarda özellikle iki boyutlu görüntü ve üç boyutlu video işaretlerinin işlenmesinde bir ön işlemci olarak kullanılmaktadır. Bilgisayarlı görme uygulamalarına da değişik yaklaşımların getirildiği son yıllardaki çalışmalar, görsel korteksteki yön seçici hücrelerin Gabor filtreleri ile modellenebileceğinin keşfinden ilham almışlardır. Gabor filtrelerine dayanan yaklaşımlar ile hali hazırda var olan yöntemlerden daha iyi sonuçlar elde edilmektedir.

Bir Gabor filtresinin bir görüntüye uygulanması basit bir işlem değildir. Filtre katsayılarının hesaplanması karmaşık bir işlem zinciri gerektirir. Ayrıca görüntüye uygulanacak Gabor filtresinin ayrık halde tasarlanması gerekmektedir. Bunlarla birlikte filtreleme işlemi sırasında karşılaşılan işlem yükü bazen filtrelemede kullanılan konvolüsyon işlemini engelleyici bir hal almaktadır.

Yukarıda bahsedilen dezavantajlar çeşitli alternatif yöntemler ile aşılmaya çalışılmış ve bu yöntemlerden bir tanesi olan özyineli Gabor gerçeklemeleri Bölüm 5'de incelenmiştir.

Bertram E. Shi 1996 ve 1998 yıllarında yayınladığı iki makale ile Bölüm 2'de tanımladığımız Hücresel Sinir Ağı (HSA) ile gerçeklenebilen alternatif bir Gabor filtreleme yöntemi daha ortaya koymuştur (Shi, 1996 ve Shi, 1998).

Shi, makalelerinde "Gabor-Tip Süzgeç" tanımını yaptıktan sonra bu tip filtrelerin HSA yapısı ile gerçeklenebileceğini göstermiştir. Tanımlanan bu yöntem sayesinde, HSA'nın analog VLSI gerçeklenebilmesi, foto-sensörler vasıtasıyla algılanan giriş görüntüsünün analog yapıdaki bir Gabor-Tip filtre ile filtrelenmesini olağan kılmaktadır. Bu yöntemin en büyük getirisi analog bir sistemin cevap verme süresi kadar bir zamanda filtre sonuçlarına ulaşılabilmesidir.

Shi, Gabor-Tip filtreleri tanımlarken; Gabor filtresinin, alçak geçiren bir filtre olan Gauss filtresinin frekans boyutunda belli bir merkezi frekansa ötelenmesi ile elde edildiği gerçeğinden ilham almıştır (Shi, 1998).

Shi, 1998 yılında yayınladığı makalesinde Gabor filtrelerini, Gabor-Tip filtreler olarak genişletmiş ve dürtü yanıtı; karmaşık üstel işaretin, gerçek değerli alçak geçiren bir filtre yapısındaki zarf tarafından modülasyonu şeklinde ifade edilebilen tüm filtreleri "**Gabor-Tip Filtreler (GTF)**" olarak tanımlamıştır.

Gabor-Tip filtrelerin matematiksel tanımı $\vec{x}$, birden fazla boyutu temsil eden değişken vektörü; $f(x)$,alçak geçiren bir filtre; $h(x)$'de Gabor-Tip filtre dürtü yanıtını göstermek üzere (6.1) şeklinde ifade edilmiştir.

$$h(\vec{x}) = f(\vec{x}) e^{j\left(\vec{w}_{xo}^{T} \vec{x}\right)} \tag{6.1}$$

Bütün Gabor filtreleri, Gabor-Tip filtre tanımlama içerisine girmektedir. Gabor-Tip filtre frekans yanıtı, $H(\vec{w}_x)$, $\vec{w}_{xo}$ merkez frekansına kaydırılmış alçak geçiren filtre frekans yanıtı, $F(\vec{w}_x)$'na eşittir (6.2).

$$H(\vec{w}_x) = F(\vec{w}_x - \vec{w}_{xo}) \tag{6.2}$$

6.2 Bir Boyutlu HSA Gabor-Tip Süzgeç ve Devre Gerçeklemesi

Hücresel Sinir Ağı, bir dizi "hücre" denilen nöronlardan oluşmuş yapay sinir ağıdır. Her bir hücre sürekli zamanda 1. dereceden dinamik bir sistemdir. Süzgecin girişi olacak N örnek değerli tek boyutlu işaret $u(n) \in \Re \ ve \ n \in \{0,1,2,......,N-1\}$ olarak tanımlanır. N hücreli HSA dizisinde n. hücrenin durumu $v(n) \in$ □ (6.3)'de ki şekilde ifade edilir.

$$\dot{v}(n) = \sum_{k=-r}^{+r} a_k v(n+k) + b u(n) \tag{6.3}$$

İfadedeki nokta zamanda türevi göstermektedir. $A = [a_k]_{k=-r}^{r}$ ve B sırası ile ileri ve geri besleme klonlama şablonlarıdır. r komşuluk derecesidir. Örneğin r = 2 için ileri besleme klonlama şablon matrisi $A = [a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2]$ şeklinde olacaktır.

(6.3)'de verilen HSA durum denklemi ile Bölüm 2, denklem (2.3)'de verilen durum denklemi arasında bazı küçük farklılıklar mevcuttur. (6.3)'de verilen durum denkleminde durumlar karmaşık değerlidir. Bunun yanında lineer olmama ve eşik değeri tamamen ihmal edilmiştir.

Bununla birlikte (6.3) ile verilen HSA mimarisi aşağıda belirtilen koşullar altında, Chua'nın tanımladığı HSA mimarisinin (Chua,1988) özel bir halidir.

- İki katmanlı bir ağ yapısı
- Birinci katman karmaşık değerli durumun reel kısmını
- İkinci katman karmaşık değerli durumun sanal kısmını
- Eşik Değeri z=0
- Çıkış, lineer olmayan karakteristiğin lineer bölgesi ile sınırlı

(6.3) denklemi ile tanımlanan HSA yapısı lineer bölge ile sınırlandırıldığından, şablonlarının kararlılığı (Shi,1994) referansında verilen teorideki gibi düşünülebilir. Eğer HSA kararlı ise zamanda durağan bir giriş için, *v(n)* durumu durağan ve kararlı hale ulaştığında *u(n)* giriş işaretinin filtrelenmiş halini verecektir. Durağan-kararlı halde filtrenin durum değerleri çıkış değerlerine eşit olacaktır. Filtrenin durağan hale geçmesi için gereken süre, filtreleme işlemi için gereken süreye eşit olacaktır ki bu analog bir sistemin cevap verme süresi kadardır.

Sonsuz hücreli bir HSA yapısı göz önüne alınacak olursa ($-\infty < n < \infty$), giriş ve çıkışın Ayrık Uzay Fourier dönüşümü (AFD ya da DFT) (6.4)'de verilen şekilde olacaktır.

$$U(e^{jw_x}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n) e^{-jw_x n}$$

$$V(e^{jw_x}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v(n) e^{-jw_x n} \tag{6.4}$$

Bu tanımlamalar ile HSA uzamsal filtresinin frekans cevabı

$$F(e^{jw_x}) = \frac{V(e^{jw_x})}{U(e^{jw_x})} = \frac{b}{-\sum_k a_k e^{jkw_x}} \tag{6.5}$$

şeklinde tanımlanabilir.

Sonlu sayıda hücreye sahip olan HSA dizileri de, sınır değerleri en yakın komşu değerine eşit olacak şekilde alındığında, ayrık Fourier dönüşümleri (6.5)'e benzer sonuçlar verir. Farklı sınır koşulları içinde bu analiz hemen hemen aynı sonuçları verecektir. Kararlı süzgeçlerde sınırlardan uzaklaştıkça sınır koşulları nedeni ile oluşan bozulmanın etkisi azalır.

HSA klonlama şablon değerleri değiştirilerek farklı tipte (alçak geçiren, yüksek geçiren ya da bant geçiren) süzgeçler oluşturulabilmektedir. HSA yapısının sahip olduğu ayrık diziler halindeki hücresel mimari yalnızca ayrık zamanlı (uzaylı) işaretleri giriş olarak kabul edebilmektedir.

HSA ile gerçekleştirilebilinen bir alçak geçiren süzgecin dürtü yanıtı karmaşık üstel bir işaret ile çarpılarak (modülasyon) bant geçiren bir filtre elde edilebilinir. Bu yöntemle elde edilen bant geçiren filtreye Gabor-Tip filtre denilir ve HSA mimarisi ile gerçeklenebilir.

Crounse ve Chua makalelerinde alçak geçiren süzgeç için HSA tasarım yöntemlerini belirtmişlerdir (Crounse ve Chua, 1995). Shi, bundan sonraki adıma odaklanarak, alçak geçiren filtre için tasarlanan HSA şablonlarından, bant geçiren bir filtre olan Gabor-Tip filtre için gerekli HSA şablonlarının nasıl elde edileceğini keşfetmiştir (Shi,1996).

HSA ile gerçeklenmiş alçak geçiren filtreye ait frekans yanıtı $F(e^{jw_x})$ ve şablonlar A ve B olsun. $F(e^{jw_x})$ frekans yanıtı, w_{xo} frekansına ötelenerek Gabor-Tip filtre frekans yanıtı $H(e^{jw_x})$, elde edilmiş olsun (6.6).

$$H(e^{jw_x}) = F(e^{j(w_x - w_{x0})}) = \frac{b}{-\sum_k a_k e^{jk(w_x - w_{x0})}} = \frac{b}{-\sum_k [a_k e^{-jkw_{x0}}] e^{jkw_x}} \tag{6.6}$$

Frekans cevabı (6.6)'daki gibi ifade edilen bir filtre aynı ileri besleme klonlama şablonlu (B) ve $A = \left[a_k e^{-jkw_{x0}} \right]_{k=-r}^{r}$ şeklinde tanımlanan karmaşık değerli geri besleme klonlama şablonlu HSA yapısı ile gerçeklenebilir.

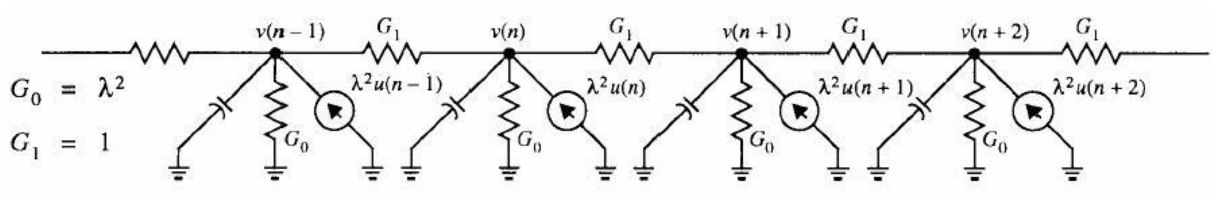
(Shi, 1994) kaynağındaki yaklaşım ile kararlı bir alçak geçiren süzgeç şablonundan elde edilen Gabor-Tip süzgeç şablonun da kararlı olacağını söyleyebiliriz.

Aşağıdaki örnekte HSA ile gerçeklenen alçak geçiren bir filtre tasarımı ve bu tasarımdan elde edilmiş olunan Gabor-Tip filtre yapısı incelenmiştir.

Örnek 1: $A = [\ 1\ \ \text{-}(2+\lambda^2)\ \ \ 1\ ]$ ve $b_{0,0}=\lambda^2$ $(\lambda \geq 0)$ klonlama şablonlu HSA ile gerçeklenen alçak geçiren filtre durum denklemi aşağıdaki şekilde tanımlanır (6.7).

$$\dot{v}(n) = \sum_{k=-1}^{+1} a_k v(n+k) + b u(n) = -\lambda^2 v(n) + \big(v(n-1) - v(n)\big) + \big(v(n+1) - v(n)\big) + \lambda^2 u(n) \tag{6.7}$$

v(n) ve u(n) 'in her ikisi de reel olarak kabul edilir ise, örnekteki HSA durum denklemi, bir devrenin düğüm gerilimleri denklemi gibi düşünülerek Şekil 6.1 ile verilen lineer direnç ızgara yapılı devre elde edilebilinir (Shi, 1998).



Şekil 6.1 Bir boyutlu direnç ızgara yapılı HSA alçak geçiren süzgeç devresi

Yukarıda verilen alçak geçiren filtre HSA gerçekleme devresinde direnç etiketleri iletkenlik değerlerini göstermektedir. Devre girişi, giriş işareti dizisi elemanlarının akım değerini belirlediği bağımsız akım kaynakları ile sağlanır. Devre şemasında ki C=1 değerli kondansatörler durum denklemindeki dinamikliği modellemek için kullanılmıştır. Düğüm gerilimleri v(n) her bir hücre durum değerini göstermektedir. Çıkış dizisi, daha önceki paragraflarda da belirtildiği üzere durağan hale geçmiş devrenin düğüm gerilim değerleri tarafından belirlenir.

(6.5) ifadesi kullanılarak alçak geçiren filtre frekans cevabı ve ters Fourier dönüşümü ile elde edilen dürtü yanıtları aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$F(e^{jw_x}) = \frac{b}{-\sum_{k=-1}^{1} a_k e^{jkw_x}} = \frac{\lambda^2}{2+\lambda^2-2\cos(w_x)}$$

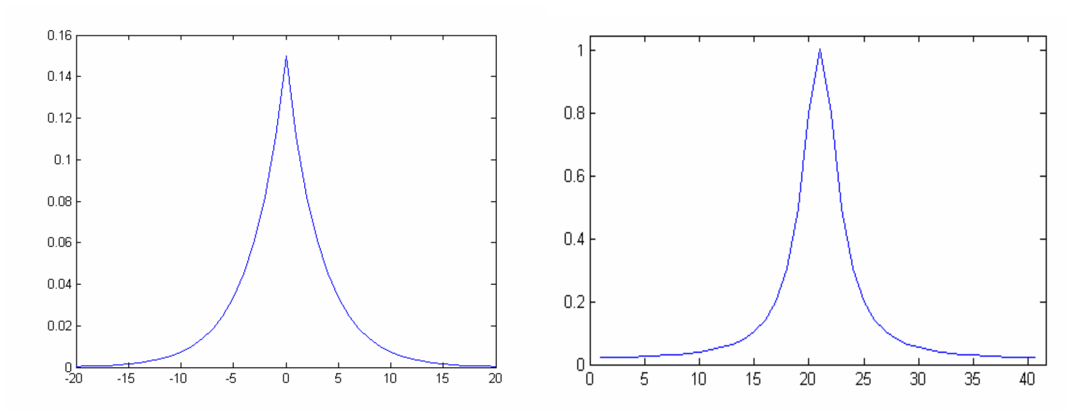
$$f(n) = \sqrt{\frac{\lambda}{4+\lambda}} e^{-\alpha|n|} \qquad (6.8)$$

$$\alpha = a\cosh\ (2 + \lambda/2)$$

Bu sistem aşağıda dürtü ve frekans cevabı verilen sürekli uzay sisteminin ayrık bir yaklaşıklığıdır. İfadelerdeki c altsimgesi sürekli uzayı vurgulamaktadır.

$$f_c(x) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|} \qquad F_c(\Omega_x) = \frac{\lambda^2}{(\lambda^2+\Omega_x^2)} \qquad (6.9)$$

(6.8) ifadeleri ile tanımlanan dürtü ve frekans cevabı grafikleri Şekil 6.2'de verilmiştir. Dürtü yanıtının genişliği $1/\lambda$ ile doğru orantılı olarak artmaktadır. Bununla birlikte ayrık-sürekli uzaylar arasında yapılan yaklaşıklık, λ değeri ile ters orantılıdır.



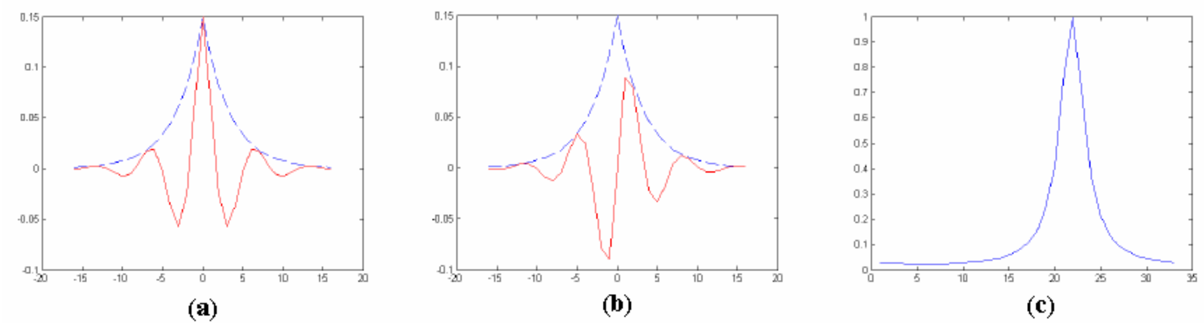
Şekil 6.2 1-D HSA alçak geçiren filtre (a) dürtü (b) frekans cevabı grafikleri ($\lambda = 0.3$)

Shi, HSA ağı ile gerçeklenen her bir alçak geçiren filtreden Gabor-Tip filtrenin elde edilebileceğini ve bu filtre yapısının da HSA ile gerçeklenmeye uygun olacağını belirtmiştir. (6.6) ifadesi kullanılarak yukarıda tanımlanan HSA alçak geçiren filtresine karşılık gelen Gabor-Tip filtre şablonları (6.10)'da verilmiştir.

$$A = [\ e^{jw_{xo}} \quad -(2+\lambda^2) \quad e^{-jw_{xo}}\ ] \qquad b_{0,0} = \lambda^2 \quad (\lambda \geq 0) \tag{6.10}$$

Bu şablonlar ile tanımlanan HSA Gabor-Tip filtre dürtü ve frekans cevabı ifadeleri (6.11)'de grafikleri de Şekil 6.3'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} h(n) &= f(n)e^{jw_{x0}n} \cong \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|n|} e^{jw_{x0}n} \\ H(e^{jw_x}) &= F(e^{j(w_x - w_{x0})}) = \frac{\lambda^2}{2+\lambda^2 - 2\cos(w_x - w_{x0})} \end{aligned} \tag{6.11}$$



Şekil 6.3 1-D HSA Gabor-Tip filtre dürtü yanıtı (a) çift (b) tek bileşenleri ve (c) filtre frekans yanıtı ($\lambda = 0.3,\ w_{x0} = 0.93$)

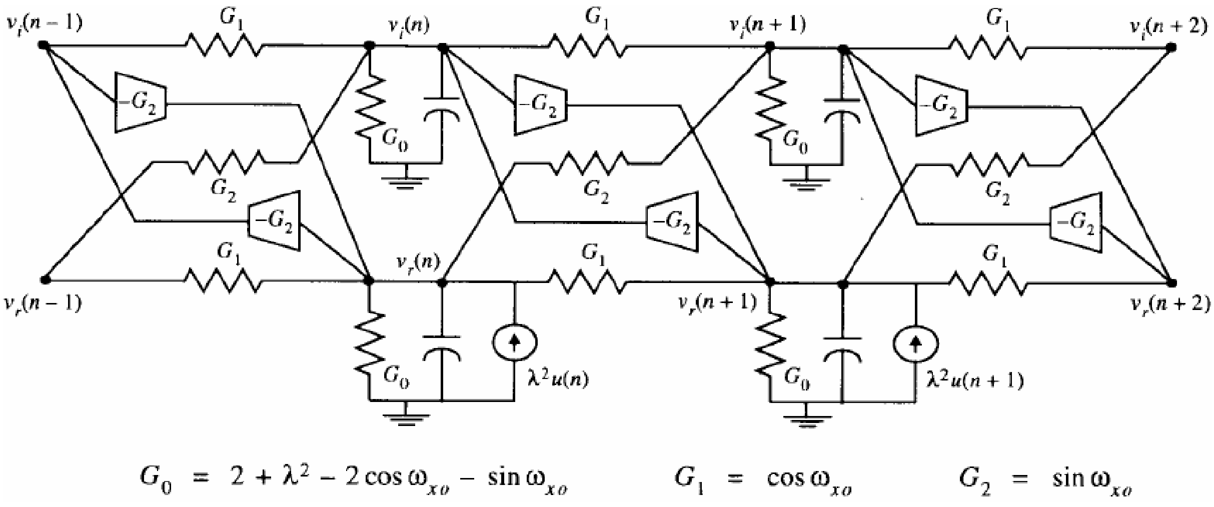
(6.11) ile tanımlanan HSA Gabor-Tip filtre durumları karmaşık değerlidir ve n. hücre durum değişkeninin reel kısmı $v_r(n)$; sanal kısmı $v_i(n)$ olmak üzere, karmaşık durum değişkeni aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$v(n) = v_r(n) + jv_i(n) \tag{6.12}$$

(6.3) ile verilen HSA durum denkleminde (6.10) ile tanımlanan şablon değerleri konulur ve karmaşık durum değişkeninin yerine iki gerçek değerli (reel ve sanal kısım sayısal değeri) durum değişkeni kullanılırsa, durum değişkeninin reel ve sanal kısımların iki kondansatör üzerine düşen gerilim değerleri şeklinde düşünüldüğü sistemin düğüm gerilimleri ifadesi (6.13)'de ki şekilde verilebilir.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{v}_r \\ \dot{v}_i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Cos\ \mathrm{w}_{\mathrm{xo}} & \text{-Sin w}_{\mathrm{xo}} \\ \text{Sin w}_{\mathrm{xo}} & Cos\ \mathrm{w}_{\mathrm{xo}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(n-1) \\ v_i(n-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2+\lambda^2 & 0 \\ 0 & 2+\lambda^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(n) \\ v_i(n) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} Cos\ \mathrm{w}_{\mathrm{xo}} & \text{Sin w}_{\mathrm{xo}} \\ \text{-Sin w}_{\mathrm{xo}} & Cos\ \mathrm{w}_{\mathrm{xo}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(n+1) \\ v_i(n+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda^2 u(n) \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned} \tag{6.13}$$

Düğüm gerilimleri denklemi şeklinde yeniden düzenlenen (6.13) durum denklemine karşılık gelen, iki hücreli HSA devre yapısı komşu hücrelerinde birbirleriyle bağlantılarını gösterir şekilde Şekil 6.4'de verilmiştir.



Şekil 6.4 Bir boyutlu iki hücreli HSA Gabor-Tip süzgeç devre gerçeklemesi

Şekil 6.4 ile verilen devre şemasındaki direnç etiketleri iletkenlik değerlerini; ikizkenar yamuklar, etiketleri kazançlarını belirtmek üzere İşlemsel Değişken Kuvvetlendirici (Operational Transconductance Amplifier-OTA) göstermektedir.

Devrede düşeyde duran kondansatörler üzerine düşen gerilim, hücrenin durum değerinin reel ve sanal kısımlarını gösterir. Direnç ve OTA hücreler arasındaki bağlantıları gerçekleştirirler. Devre, girişini, giriş görüntüsündeki piksel değerleri ile orantılı akım kaynakları vasıtasıyla alır. Durağan halde devre şemasının alt tarafındaki kondansatörler üzerindeki gerilim giriş işareti (akımı) ile h(n) filtre dürtü yanıtının reel kısmının konvolüsyonu; üst tarafındaki kondansatörler üzerindeki gerilim h(n)'nin sanal kısmının konvolüsyonu sonuçlarını gösterir. OTA ve dirençlerin bağlantılarından oluşan bu sistem, sadece direnç ya da yalnızca OTA'lardan oluşan bir sistemden parametrelerdeki değişime daha dirençlidir.

6.3 İki Boyutlu HSA Gabor-Tip Süzgeç ve Devre Gerçeklemesi

İki boyutlu süzgeç için yapılacak olan Bölüm 6.2'de tanımlanan denklemleri iki boyutlu olacak şekilde yeniden düzenlemektir.

İki boyutlu HSA yapısı için durum denklemi aşağıdaki ifade ile tanımlanacaktır.

$$\dot{v}(m,n) = \sum_{k,l=-r}^{+r} a_{k,l} v(m+k, n+l) + b u(m,n) \tag{6.14}$$

İki boyutlu geri besleme klonlama şablonu $A = \left[a_{k,l} \right]_{k,l=-r}^{r}$ ve ileri besleme klonlama şablonu B, *(2r+1)*x*(2r+1)* boyutlu matris şeklinde olacaktır. r=1 komşuluk için klonlama şablonları (6.15) ifadesinde gösterilmiştir.

$$A = \begin{bmatrix} a_{-1,-1} & a_{0,-1} & a_{1,-1} \\ a_{-1,0} & a_{0,0} & a_{1,0} \\ a_{-1,1} & a_{0,1} & a_{1,1} \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{0,0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = b \tag{6.15}$$

(6.5) ifadesine karşı düşen, HSA ile gerçeklenen iki boyutlu alçak geçiren filtre için durağan haldeki frekans cevabı:

$$F(e^{jw_x}, e^{jw_y}) = \frac{V(e^{jw_x}, e^{jw_y})}{U(e^{jw_x}, e^{jw_y})} = \frac{b_{0,0}}{-\sum_{k,l} a_{k,l} e^{jkw_x} e^{jlw_y}} \tag{6.16}$$

şeklinde olacaktır.

Bir boyutlu halde olduğu gibi iki boyutlu durumda da, her bir iki boyutlu HSA alçak geçiren filtresi için, HSA ileri besleme klonlama şablonu aynen kalmak üzere, geri besleme klonlama şablonu (6.17)'de tanımlandığı şekilde yeniden düzenlenerek iki boyutlu HSA Gabor-Tip süzgeç yapısı elde edilir (Shi, 1998). Elde edilen bu süzgeç $\left(\omega_{x0},\omega_{y0}\right)$ merkez frekansını seçmeye ayarlanmıştır.

$$A=\left[a_{k,l}e^{-jk\omega_{x0}}e^{-jl\omega_{y0}}\right]_{k,l=-r}^{r} \tag{6.17}$$

HSA Gabor-Tip filtre dürtü yanıtı, HSA alçak geçiren filtrenin dürtü yanıtının üstel karmaşık bir işaretle ($e^{j(\omega_{x0}m+\omega_{y0}n)}$) modülasyonuna, filtre frekans yanıtı da alçak geçiren filtrenin frekans yanıtının $\left(\omega_{x0},\omega_{y0}\right)$ merkez frekansına ötelenmiş haline eşit olacaktır (6.18).

$$H(e^{jw_x},e^{jw_y})=F(e^{j(w_x-w_{x0})},e^{j(w_y-w_{y0})})=\frac{b_{0,0}}{-\sum_{k,l}a_{k,l}e^{jk(w_x-w_{x0})}e^{jl(w_y-w_{y0})}} \tag{6.18}$$

Aşağıdaki verilen örnekte, iki boyutlu HSA ile gerçeklenen alçak geçiren bir filtre tasarımı ve bu tasarımdan elde edilmiş HSA Gabor-Tip filtre yapısı incelenmiştir.

Örnek 2: HSA alçak geçiren filtre geri ve ileri besleme klonlama şablonları (6.19)'daki şekilde tanımlanmıştır (Shi, 1998).

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & -(4+\lambda^2) & 1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix} \qquad \mathrm{B}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & \lambda^2 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{6.19}$$

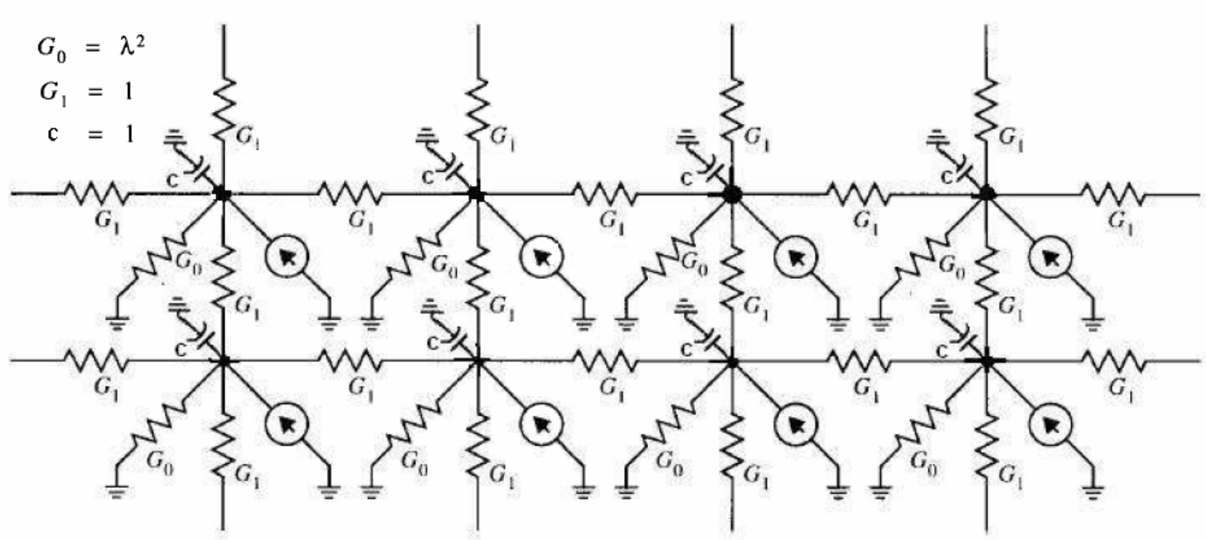
Bu klonlama şablonları için HSA durum denklemi yazılacak olursa;

$$\dot{v}(m,n)=\sum_{k,l=-1}^{+1}a_{k,l}v(m+k,n+l)+bu(m,n)$$

$$\dot{v}(m,n)=v(m-1,n)+v(m,n-1)-(4+\lambda^2)v(m,n)+v(m,n+1)+v(\mathrm{m+1,n})+\lambda^2u(m,n) \tag{6.20}$$

ifadeleri elde edilir.

(6.20) ile verilen iki boyutu durum denklemi, düğüm gerilimleri denklemi şeklinde düşünüldüğünde, iki boyutlu HSA alçak geçiren süzgeci için lineer direnç ızgara yapılı devre elde edilmiş olur (Şekil 6.5).



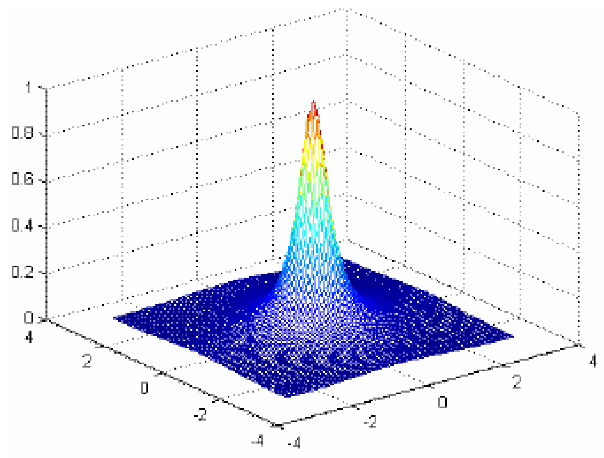
Şekil 6.5 İki boyutlu direnç ızgara yapılı HSA alçak geçiren süzgeç devresi

Şekil 6.5 ile verilen devredeki her bir düğüm gerilimi bir hücrenin durum değerine karşılık gelir. Devre girişi, bir boyutlu örnekte de olduğu gibi görüntü piksellerinin yoğunluk değerleri ile orantılı akım kaynakları vasıtasıyla sağlanır.

Durağan halde durum değerleri artık zaman ile değişmeyip sabit bir değere erişeceğinden, (6.20) ile verilen durum denkleminde denklemin sol tarafı sıfır olur. Bu denklemin her iki tarafının ayrık Fourier dönüşümü alınarak gerekli düzenlemeler yapıldığında 2-D HSA alçak geçiren süzgeç frekans yanıtı (6.21)'deki şekilde verilebilir.

$$F(e^{jw_x}, e^{jw_y}) = \frac{V(e^{jw_x}, e^{jw_y})}{U(e^{jw_x}, e^{jw_y})} = \frac{\lambda^2}{4 + \lambda^2 - 2Cos\ (\omega_x) - 2Cos\ (\omega_y)} \tag{6.21}$$

(6.21) ile verilen HSA alçak geçiren süzgeç frekans yanıtı $\lambda = 0.4$ için Şekil 6.6'da çizdirilmiştir.



Şekil 6.6 2-D HSA alçak geçiren süzgeç frekans yanıtı ($\lambda = 0.4$)

Tanımlanan HSA alçak geçiren süzgecin geri besleme klonlama şablonu (6.17) ifadesi kullanılarak (6.22)'de tanımlandığı şekilde değiştirilerek iki boyutlu HSA Gabor-Tip süzgeç geri besleme klonlama şablonu elde edilir. İleri besleme klonlama şablonu B'de herhangi bir değişiklik yapılmamaktadır. A şablonundaki bu değişiklik HSA alçak geçiren filtre frekans yanıtının $\left(\omega_{x0}, \omega_{y0}\right)$ ötelenmesi anlamında gelmektedir.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & e^{jw_{y0}} & 0 \\ e^{jw_{x0}} & -(4+\lambda^2) & e^{-jw_{x0}} \\ 0 & e^{-jw_{y0}} & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (6.22)$$

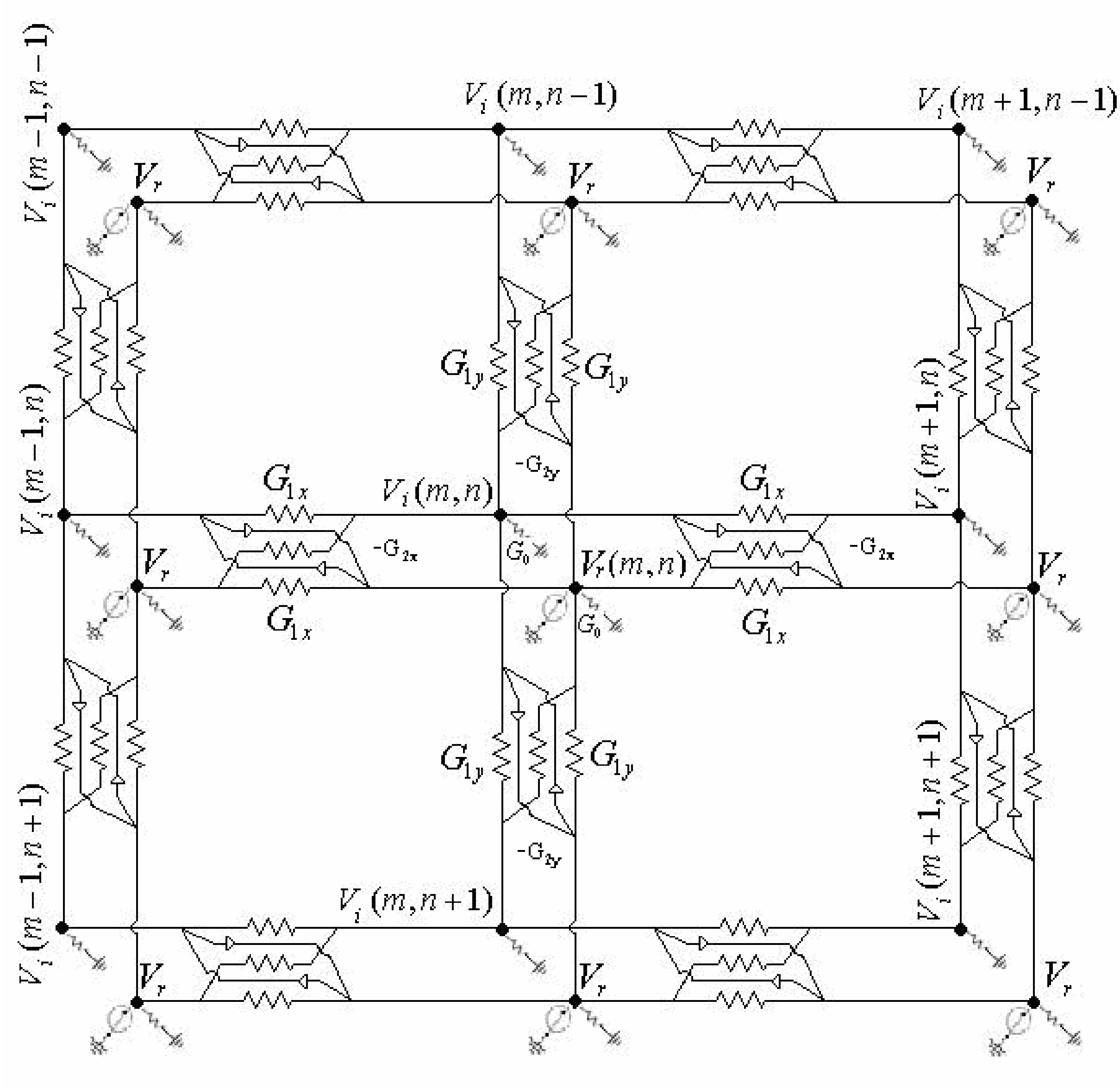
Bir boyutlu halde olduğu gibi iki boyutlu HSA alçak geçiren süzgeç şablonları kararlı ise bu şablonlardan elde edilen Gabor-Tip süzgeç şablonları da kararlıdır denebilir.

$\left(\omega_{x0}, \omega_{y0}\right)$ merkez frekansına ayarlı bu süzgecin uzaysal frekans genliği $\omega_0 = \sqrt{\omega_{x0}^2 + \omega_{y0}^2}$ ve $\theta_0 = \arctan\left(\omega_{y0} / \omega_{x0}\right)$ olmak üzere yön açısı, $\theta = \theta_0 + \pi/2$ şeklinde tanımlanacaktır.

(6.22) ile tanımlanan A ve B şablon değerlerini (6.14)'de verilen iki boyutlu durum denkleminde yerlerine koyulur ve HSA Gabor-Tip süzgeç durum denklemi durum değerlerinin reel ve sanal kısımları için matris formatında yazılır ise (6.23) ifadesi elde edilir (Saatçi, 2003).

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_r(m,n) \\ \dot{v}_i(m,n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\omega_{x0} & -\sin\omega_{x0} \\ \sin\omega_{x0} & \cos\omega_{x0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(m-1,n) \\ v_i(m-1,n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\omega_{y0} & -\sin\omega_{y0} \\ \sin\omega_{y0} & \cos\omega_{y0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(m,n-1) \\ v_i(m,n-1) \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} \cos\omega_{x0} & \sin\omega_{x0} \\ -\sin\omega_{x0} & \cos\omega_{x0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(m+1,n) \\ v_i(m+1,n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\omega_{y0} & \sin\omega_{y0} \\ -\sin\omega_{y0} & \cos\omega_{y0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(m,n+1) \\ v_i(m,n+1) \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} -(4+\lambda^2) & 0 \\ 0 & -(4+\lambda^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(m,n) \\ v_i(m,n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda^2 u(m,n) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6.23}$$

(6.23) ile verilen ifade bir boyutlu halde olduğu gibi OTA, direnç ve kondansatör elemanlarından oluşan bir HSA devresi ile gerçeklenebilmektedir (Shi, 1998). Şekil 6.7 ile verilen devre yapısında karışıklığı engellemek için kondansatörler devrede gösterilmemiştir.



Şekil 6.7 İki boyutlu HSA Gabor-Tip süzgecin analog devresi

Şekil 6.7 ile verilen bu devre yapısı için, tek katmanlı iki HSA dizisinin birbirine bölgesel olarak bağlanması ile oluşan bir sistem yorumu yapılabilir. Bir başka açıdan bakıldığında, her bir hücre iki reel değerli durum değişkenine sahip olduğundan $\left(v_r(.,.) \text{ ve } v_i(.,.)\right)$ ikinci dereden hücrelerden oluşmuş tek katmanlı bir HSA yapısı da denebilir. Belki de en yalın söyleniş ile bu yapı karmaşık durum değerli tek katmanlı HSA yapısıdır yorumu yapılabilir.

Şekil 6.7'de verilen devre şemasında: direnç etiketleri, iletkenlikleri; etiketleri kazanç değerlerini göstermek üzere üçgen bloklar, OTA (Operational Transconductance Amplifier)'lara işaret etmektedir. İletkenlik ve kazanç değerleri (6.24) ifadeleri ile verilmiştir (Shi, 1998).

$$G_0 = 4 + \lambda^2 - 2\cos\omega_{x0} - 2\cos\omega_{y0}$$

$$G_{1x} = \cos\omega_{x0} \;\;,\;\; G_{1y} = \cos\omega_{y0} \tag{6.24}$$

$$G_{2x} = \sin\omega_{x0} \;\;,\;\; G_{2y} = \sin\omega_{y0}$$

Kolaylık olması açısından kondansatör sığa değerleri C=1 olarak alınmıştır. Giriş görüntüsündeki her bir pikselin ışık yoğunluğu, devre girişine $u(m,n)$ akım kaynağı ile verilmiştir.

Devre parametreleri ile Gabor-Tip süzgeç parametreleri arasındaki bağıntı (6.25)'deki şekilde tanımlanabilir.

$$\lambda^2 = G_0 + 2G_{1x} + 2G_{1y} - 4$$

$$\omega_{x0} = \arctan(\frac{G_{2x}}{G_{1x}}) \;\;,\;\; \omega_{y0} = \arctan(\frac{G_{2y}}{G_{1y}}) \tag{6.25}$$

(6.25) bağıntıları ile devre elemanlarının iletkenlik ve kazanç değerleri değiştirilerek, bant geçiren filtrenin karakteristikleri ayarlanabilir.

Crounse ve Chua makalelerinde bant geçiren bir süzgecin HSA ile oluşturulabilmesi için şablon boyutunun en az 5x5 olması gerektiğini belirtmişlerdir (Crounse ve Chua, 1995). Fakat Shi, 3x3 şablonlu iki katmanlı bir HSA yapısı ile bant geçiren Gabor-Tip filtre gerçekleyebilmiştir (Şekil 6.7).

İki boyutlu HSA alçak geçiren filtre frekans yanıtı (6.21)'de verilmişti. Fourier dönüşümünün frekansta öteleme özelliği kullanılarak HSA Gabor-Tip filtre frekans yanıtı (6.26)'daki şekilde elde edilebilir.

$$H(e^{jw_x}, e^{jw_y}) = F(e^{j(w_x - w_{x0})}, e^{j(w_y - w_{y0})}) = \frac{\lambda^2}{4 + \lambda^2 - 2Cos\ (\omega_x - w_{x0}) - 2Cos\ (\omega_y - w_{y0})} \tag{6.26}$$

cos(w) fonksiyonun Maclaurin serisine açılımı (6.27)'de verilmiştir.

$$\cos(\omega\ ) = \underbrace{1 - \frac{1}{2!}\omega^2}_{\cong Cos(w)} + \frac{1}{4!}\omega^4 - \frac{1}{6!}\omega^6 + \ldots \tag{6.27}$$

Bu açılımın ilk iki terimi (6.21) ve (6.26) ifadelerinde kullanıldığında, HSA alçak geçiren ve Gabor-Tip süzgeçleri sürekli-uzay frekans cevapları, bir yaklaşıklık yapılarak sırasıyla (6.28) ve (6.29)'da ifade edildiği şekilde tanımlanabilir.

$$F(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y}) \cong \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + \omega_x^2 + \omega_y^2} \qquad \Rightarrow \qquad F(\Omega_x, \Omega_y) \cong \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + \Omega_x^2 + \Omega_y^2} \tag{6.28}$$

$$H(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y}) \cong \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + (\omega_x - \omega_{x0})^2 + (\omega_y - \omega_{y0})^2} \Rightarrow \mathrm{H}(\Omega_x, \Omega_y) \cong \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + (\Omega_x - \Omega_{x0})^2 + (\Omega_y - \Omega_{y0})^2} \tag{6.29}$$

HSA ile gerçeklenen alçak geçiren ve Gabor-Tip filtrelerin dürtü yanıtları, filtrelerin sürekli-uzay frekans cevaplarından Hankel dönüşümü gibi matematiksel yöntemler kullanılarak Bessel fonksiyon değerlerine bağımlı olarak ifade edilebilmektedir. Ayrıntıları (Saatçi, 2003) referansında detaylıca verilen bu hesaplamalar sonucunda HSA alçak geçiren ve Gabor-Tip süzgeç dürtü yanıtları sırasıyla (6.30) ve (6.31)'deki şekilde ifade edilebilmektedir.

$$f(m,n) = \begin{cases} \dfrac{\lambda^2}{2\pi} K_0(\lambda\sqrt{m^2 + n^2}) & , \quad (m,n) \neq (0,0) \\ \dfrac{\lambda^2}{4 + \lambda^2}\left[1 + \dfrac{2}{\pi}K_0(\lambda)\right] & , \quad (m,n) = (0,0) \end{cases} \tag{6.30}$$

$$h(m,n) = \begin{cases} \dfrac{\lambda^2}{2\pi} K_0(\lambda\sqrt{m^2 + n^2}) e^{j(\omega_{x0}m + \omega_{y0}n)} & , \quad (m,n) \neq (0,0) \\ \dfrac{\lambda^2}{4 + \lambda^2}\left[1 + \dfrac{2}{\pi}K_0(\lambda)\right] e^{j(\omega_{x0}m + \omega_{y0}n)} & , \quad (m,n) = (0,0) \end{cases} \tag{6.31}$$

Denklemlerdeki $K_0(\square)$, düzenlenmiş sıfır sıralı ikinci tür bir Bessel fonksiyonunu göstermektedir.

Gabor-Tip süzgecin geçirme bandı uzaysal frekans düzleminde frekans cevabının genlik değerinin maksimum olduğu frekans ile genliğin, tepe değerinin yarısına düştüğü frekans aralığıdır (-6 dB kontur). w_{xc} ve w_{yc} kesim frekansları olarak kabul edilirse, geçirme bandının geometrik yeri (6.32) ifadesinden bulunabilir.

$$\left|H(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y})\right| = \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + (\omega_x - \omega_{x0})^2 + (\omega_y - \omega_{y0})^2} = \frac{1}{2}$$

$$(\omega_x - \omega_{x0})^2 + (\omega_y - \omega_{y0})^2 = \lambda^2 \tag{6.32}$$

İfadedeki ikinci terim merkezi $(\omega_{x0}, \omega_{y0})$ frekans noktası ve yarıçapı λ olan bir çember tanımlar. Dolayısıyla iki boyutlu HSA Gabor-Tip filtre frekans cevabının dairesel bir yapıda olduğu matematiksel olarak gösterilmiş olur.

λ değeri süzgecin yarı-bant genişliğine eşittir. Oktav olarak Gabor süzgecin bant genişliği, süzgecin geçirme bandının alt ve üst kesim frekans oranının iki tabanlı logaritması olarak tanımlanır. Örneğin, 1 oktavlık bant genişliğine sahip bir Gabor-Tip süzgecin yüksek kesim frekansı alçak kesim frekansından iki kat büyüktür.

B_x ve B_y bant genişliklerini , Q_x ve Q_y ise x ve y yönlerindeki kalite faktörünü temsil etsin. (6.32) ifadesinden $B_x = B_y = 2\lambda$ olduğu kolaylıkla görülür. Böylece, x ve y yönlerindeki kalite faktörü (6.33)'de tanımlandığı şekilde olur.

$$Q_y = \frac{\omega_{y0}}{B_y} = \frac{\omega_{y0}}{2\lambda}$$

$$Q_y = \frac{\omega_{y0}}{B_y} = \frac{\omega_{y0}}{2\lambda} \tag{6.33}$$

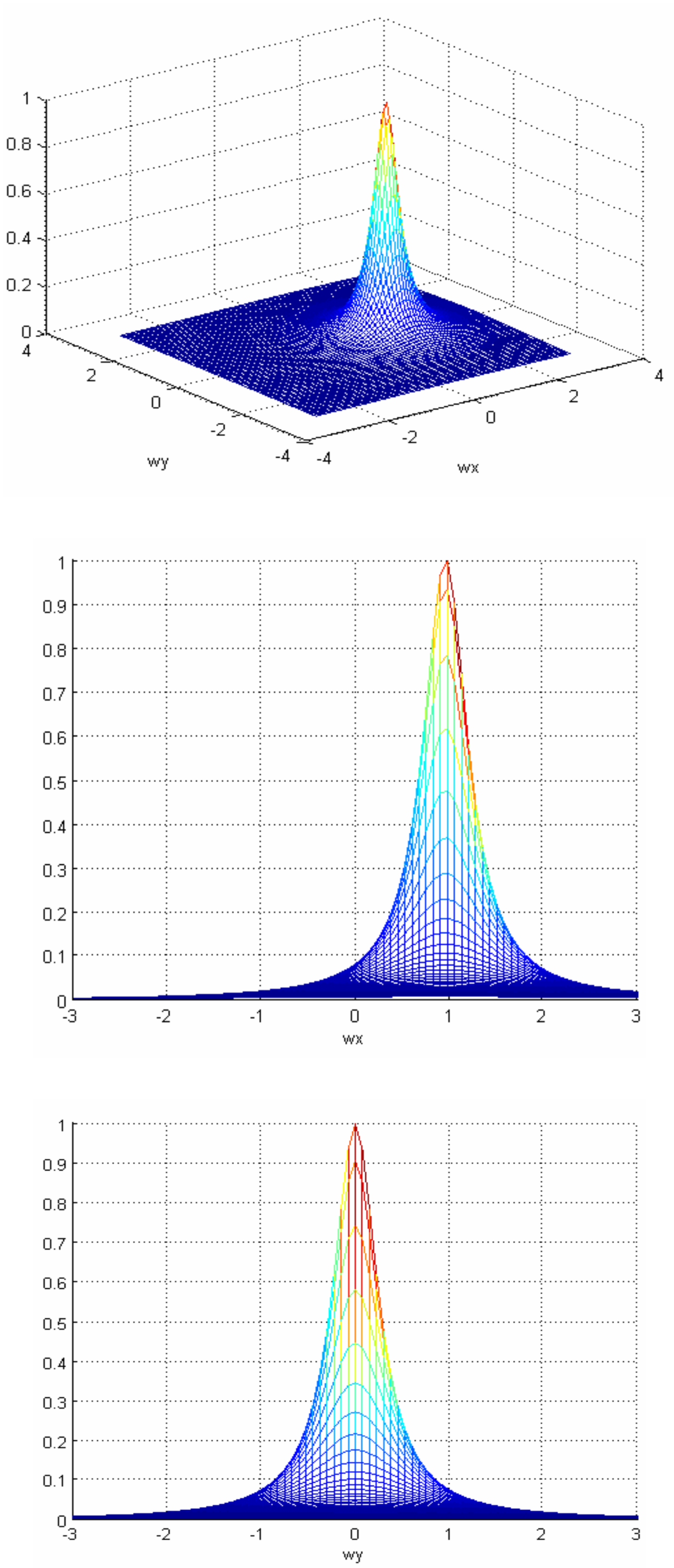
Toplam kalite faktörü Q_t , filtre ayarının keskinliğini karakterize eder, ve şu şekilde gösterilir:

$$Q_t = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2} \tag{6.34}$$

(6.33) ifadeleri (6.34) eşitliğinde yerlerine konulursa sonuç (6.35)'deki gibi olur.

$$Q_t = \sqrt{(\frac{\omega_{x0}}{2\lambda})^2 + (\frac{\omega_{y0}}{2\lambda})^2} = \frac{\Omega_0}{2\lambda} \tag{6.35}$$

Bütün bu tanımlamalardan sonra iki boyutlu HSA Gabor-Tip süzgeç frekans cevabı, genlik değeri $w_0 = 1$,yarı-bant genişliği $\lambda = 0.3$ ve $\theta_0 = 0$ için Şekil 6.8'de verilmiştir.



Şekil 6.8: HSA Gabor-Tip süzgeç frekans cevabı ($w_0 = 1$, $\lambda = 0.3$, $\theta_0 = 0$)

6.4 Eliptik Gabor Süzgeç ve HSA Gerçeklemeleri

İki boyutlu Gabor süzgeci frekans spektrumu grafiklerinin çembersel yapıda bir geçirme bandına sahip olduğu 4. Bölüm'de verilen simülasyon sonuçlarında gösterilmişti (Şekil 4.4). Aslında Gabor filtrelerine bu çembersel yapıyı kazandıran, Gabor fonksiyonun temel bileşeni olan Gauss fonksiyonunun iki koordinat doğrusu boyunca bant genişliklerini ayarlayan σ_x ve σ_y parametrelerinin birbirine eşit alınması nedeniyledir (4.9).

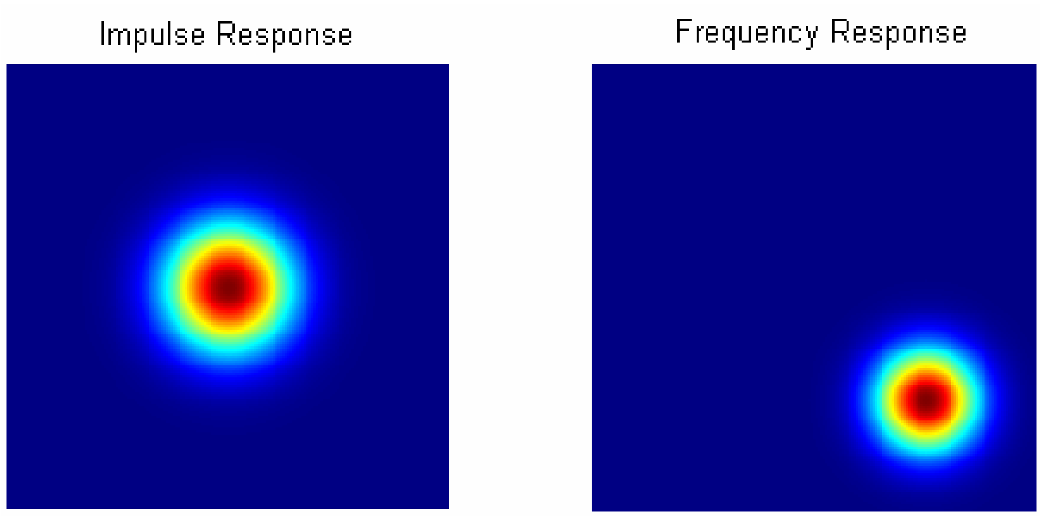
Gabor ve dolayısıyla Gauss süzgeçlerinin sahip olduğu çembersel bant yapısını eliptik hale getirmek için f_x ve f_y frekans doğrultuları boyunca bant genişliği parametre değerlerinin (σ_x ve σ_y) birbirinden farklı seçilmesi gerekmektedir.

İki boyutlu Gabor süzgeci dürtü ve frekans cevabı ifadeleri yeniden hatırlanacak olursa:

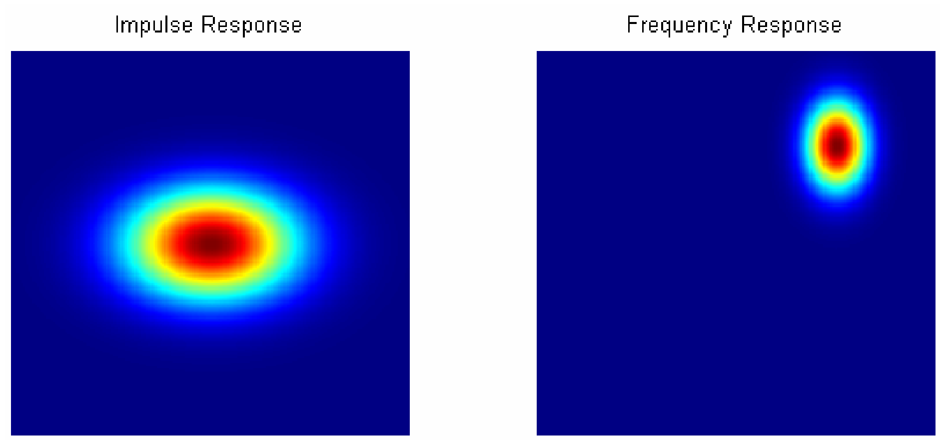
$$h(x,y;\sigma_x,\sigma_y;w_{xo},w_{yo}) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y}\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2}+\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)}\cdot e^{j\left(xw_{xo}+yw_{yo}\right)} \tag{6.36}$$

$$H(w_x,w_y;\sigma_x,\sigma_y;w_{xo},w_{yo}) = e^{-\frac{1}{2}\left[\sigma_x^2(w_x-w_{xo})^2+\sigma_y^2(w_y-w_{yo})^2\right]} \tag{6.37}$$

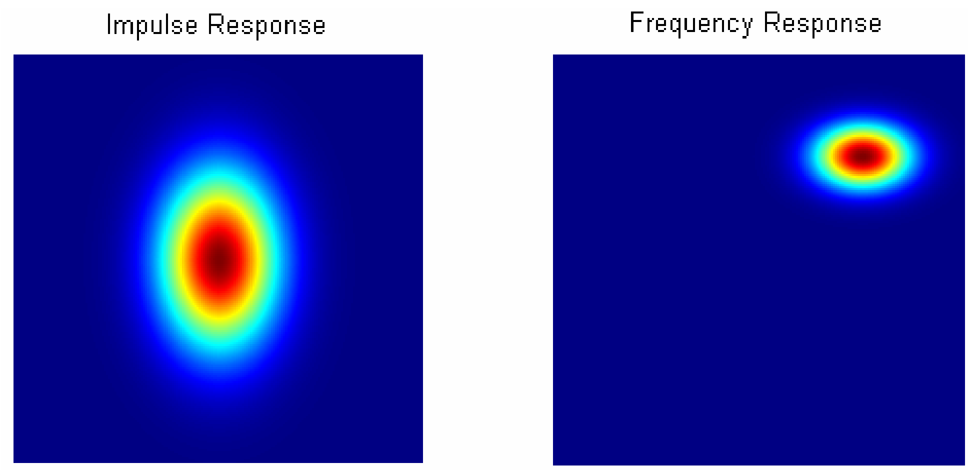
Bu ifadelerin $\omega_{xo}=\pi/2$, $\omega_{yo}=\pi/2$ olmak üzere σ_x ve σ_y'nin farklı değerleri için dürtü ve frekans cevabı grafikleri Şekil 6.9'da verilmiştir.



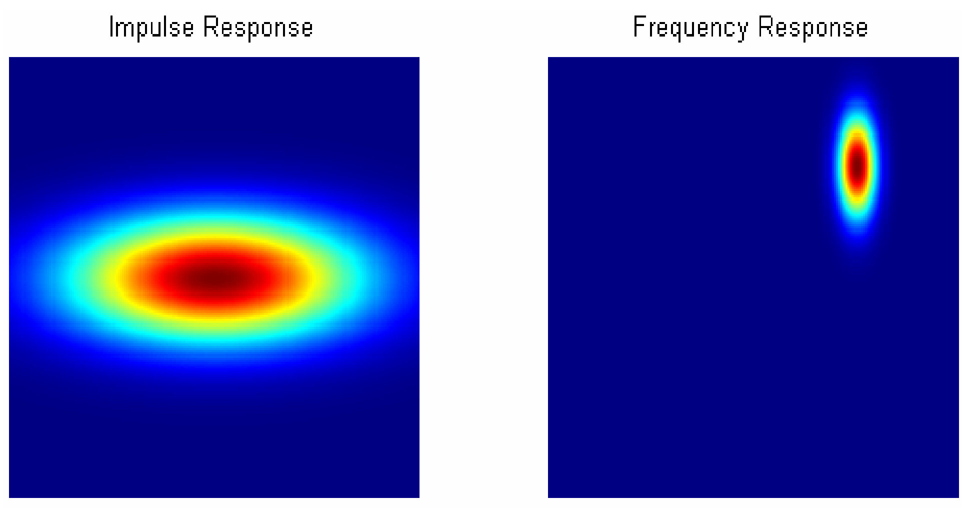
Şekil 6.9.a σ_x=2, σ_y = 2 için eliptik Gabor filtresi (a) dürtü ve (b) frekans cevabı ($\omega_{xo}=\pi/2$, $\omega_{yo}=\pi/2$).



Şekil 6.9.b $\sigma_x=3$, $\sigma_y=2$ için eliptik Gabor filtresi (a) dürtü ve (b) frekans cevabı ($\omega_{xo}=\pi/2$, $\omega_{yo}=\pi/2$).



Şekil 6.9.c $\sigma_x=2$, $\sigma_y=3$ için eliptik Gabor filtresi (a) dürtü ve (b) frekans cevabı ($\omega_{xo}=\pi/2$, $\omega_{yo}=\pi/2$).



Şekil 6.9.d $\sigma_x=5$, $\sigma_y=2$ için eliptik Gabor filtresi (a) dürtü ve (b) frekans cevabı ($\omega_{xo}=\pi/2$, $\omega_{yo}=\pi/2$).

Şekil 6.9 da verilen dürtü ve frekans cevaplarına bakıldığında Gabor filtresi yarı bant genişliği parametresi σ 'nın filtrenin zaman boyutu genişliği ile doğru; frekans boyutu genişliği ile ters orantılı olduğu açıkça görülmektedir.

Eliptik Gabor filtreleri, frekansları birbirine çok yakın olan bileşenlere sahip işaretlerde belirli bir frekans bileşeninin seçilmesini gerektiren uygulamalarda kullanılır. Çembersel bant yapılı filtreler ile istenilen bu filtreleme işlemi yapılmaya çalışıldığında filtrelenmiş işarette istenilmeyen frekans bileşenlerinin de kaçınılmaz olarak bulunduğu görülecektir.

Eliptik Gabor süzgecinin HSA yapısı ile nasıl gerçeklenebileceğini daha önceki incelemelerimizde de olduğu gibi eliptik HSA alçak geçiren filtresini tanımlayarak başlayalım.

6.4.1 Eliptik HSA Alçak Geçiren Süzgeç ve Devre Gerçeklemesi

Şekil 6.5 ile verilen direnç ızgara yapılı HSA devre şeması, çembersel bir bant yapılı alçak geçiren filtre içindir. Devrede, *C(m,n)* hücresini temsil eden düğüm noktası için yazılacak olan düğüm gerilimi denklemi 6.38'deki gibi verilebilir.

$$\begin{aligned}\dot{v}(m,n) = \; & G_1\left[v(m-1,n)-v(m,n)\right]+G_1\left[v(m+1,n)-v(m,n)\right]+ \\ & +G_1\left[v(m,n-1)-v(m,n)\right]+G_1\left[v(m,n+1)-v(m,n)\right]+ \\ & -G_0 v(m,n)+\lambda^2 u(m,n)\end{aligned} \tag{6.38}$$

Verilen düğüm gerilimi denklemini gerçekleyecek HSA şablonları aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$A=\begin{bmatrix} a_{-1,-1} & a_{0,-1} & a_{1,-1} \\ a_{-1,0} & a_{0,0} & a_{1,0} \\ a_{-1,1} & a_{0,1} & a_{1,1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & G_1 & 0 \\ G_1 & -(4G_1+G_0) & G_1 \\ 0 & G_1 & 0\end{bmatrix}\;,\; a_{0,0}=-(a_{0,-1}+a_{-1,0}+a_{0,1}+a_{1,0}+b_{00})$$

$$B=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{0,0} & 0 \\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\;,\; b_{0,0}=\lambda^2=G_0 \tag{6.39}$$

(6.16) ifadesinde, yukarıda tanımlanan geri ve ileri besleme şablonları yerine konulursa çembersel bant yapısına sahip HSA alçak geçiren süzgeç frekans yanıtı (6.40)'daki şekilde ifade edilir.

$$F(e^{jw_x},e^{jw_y})=\frac{V(e^{jw_x},e^{jw_y})}{U(e^{jw_x},e^{jw_y})}=\frac{b_{0,0}}{-\sum_{k,l}a_{k,l}e^{jkw_x}e^{jlw_y}}=\frac{\lambda^2}{(4G_1+G_0)-2G_1Cos\ (\omega_x)-2G_1Cos\ (\omega_y)} \quad (6.40)$$

(6.38) ve (6.40) ifadeleri dikkatli incelendiğinde, frekans yanıtı (6.40) ifadesinde w_x değişkenine bağımlı kosinüs terimi katsayısı olan $2G_1$; *C(m,n)* hücresine yatayda yani x ekseni boyunca bağlı bulunan *C(m-1,n)* ve *C(m+1,n)* hücreleri ile bağlantı dirençlerinin iletkenlik değerlerinin toplamıdır. Aynı şekilde w_y değişkenine bağımlı sinüs terimi katsayısı olan $2G_1$; *C(m,n)* hücresine düşeyde yani y ekseni boyunca bağlı bulunan *C(m,n-1)* ve *C(m,n+1)* hücreleri ile bağlantı dirençlerinin iletkenlik değerlerinin toplamıdır. Bu çıkartımdan faydalanarak hücreleri birbirine yatayda bağlayan dirençlerin iletkenlik değerlerini G_x , düşeyde bağlayanlarınkini ise G_y olarak tanımlayarak yukarıda çembersel bant genişlikli filtre için yapılan tanımlamalar yeniden düzenlenirse;

Düğüm gerilimi denklemi:

$$\begin{aligned}\dot{v}(m,n) = \;& G_x\left[v(m-1,n)-v(m,n)\right]+G_x\left[v(m+1,n)-v(m,n)\right]+\\ &+G_y\left[v(m,n-1)-v(m,n)\right]+G_y\left[v(m,n+1)-v(m,n)\right]+\\ &-G_0v(m,n)+\lambda^2u(m,n)\end{aligned} \quad (6.41)$$

HSA şablonları:

$$A=\begin{bmatrix}0 & \mathrm{G_y} & 0\\ \mathrm{G_x} & \text{-}(2\mathrm{G_x}+2\mathrm{G_y}+\mathrm{G_0}) & \mathrm{G_x}\\ 0 & \mathrm{G_y} & 0\end{bmatrix} \quad , \quad \mathrm{B}=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&b_{0,0}&0\\0&0&0\end{bmatrix}, \ \mathrm{b_{0,0}}=\lambda^2=\mathrm{G_0} \quad (6.42)$$

Süzgeç transfer fonksiyonu:

$$F_e(e^{jw_x},e^{jw_y})=\frac{\lambda^2}{(2\mathrm{G_x}+2\mathrm{G_y}+\mathrm{G_0})-2G_xCos\ (\omega_x)-2G_yCos\ (\omega_y)} \quad (6.43)$$

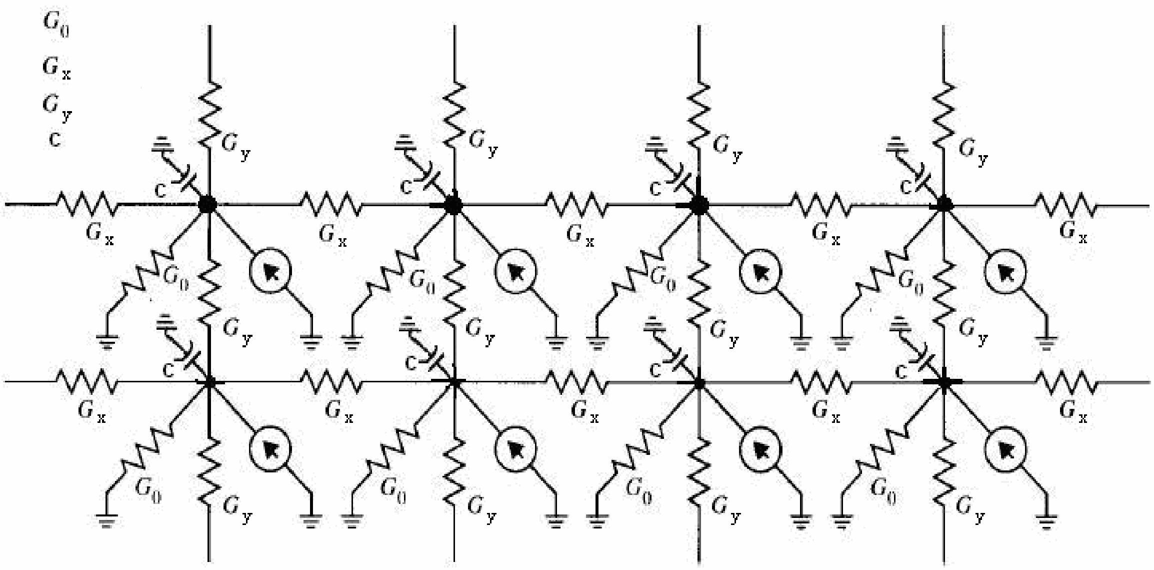
şeklinde verilecektir.

(6.27) ile verilen Maclaurin serisi yaklaşıklığı ile filtre transfer fonksiyonu ifadesi yeniden düzenlenirse, eliptik bant yapılı HSA alçak geçiren filtre frekans yanıtı (6.44)'deki şekilde verilebilmektedir.

$$F_e(e^{jw_x}, e^{jw_y}) \cong \frac{\lambda^2}{\mathrm{G}_0 + G_x\omega_x^2 + G_y\omega_y^2} \tag{6.44}$$

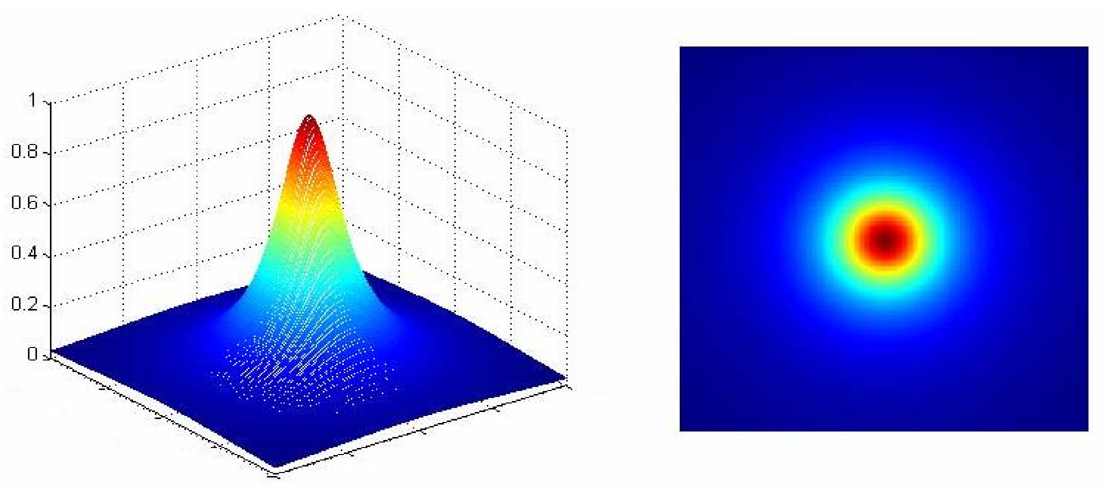
Tanımlanan filtre transfer fonksiyonundan açıkça görülmektedir ki filtre bant genişliği yatay bağlantı direnç değerleri ile w_x ekseni boyunca; düşey bağlantı dirençleri ile w_y ekseni boyunca ayarlanmaktadır.

Yukarıda tanımlamaları verilen eliptik HSA alçak geçiren süzgeç devre şeması Şekil 6.10'daki gibi olacaktır.

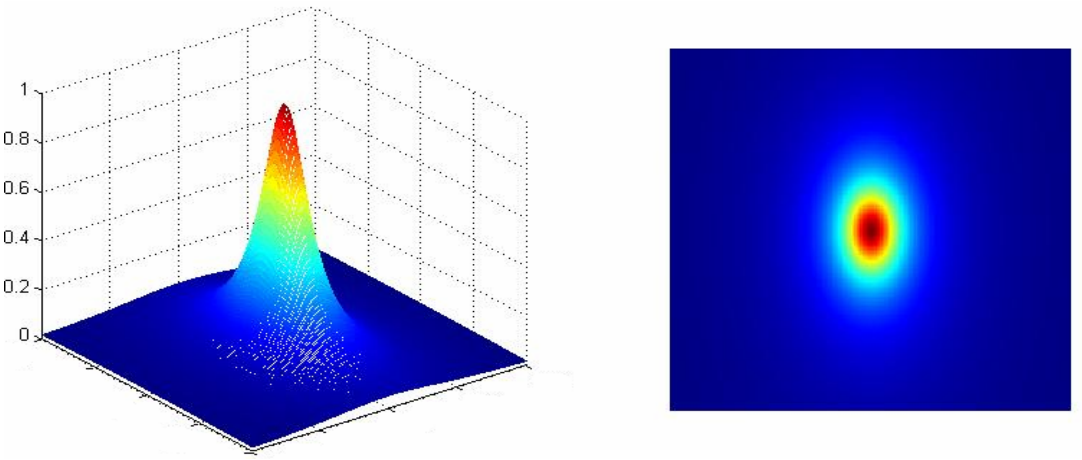


Şekil 6.10 Eliptik HSA alçak geçiren süzgeç devre şeması

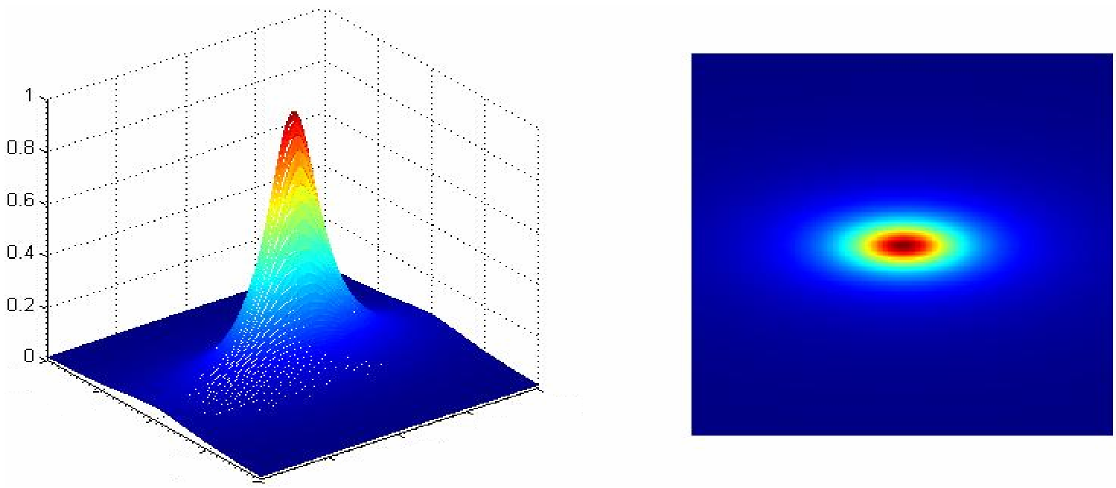
Yatay ve düşey bağlantı dirençlerinin iletkenlik değerlerinin (G_x *ve* G_y) birbirinden farklı seçilmesi ile eliptik hale gelen HSA alçak geçiren filtre frekans spektrumu farklı iletkenlik değerleri için Şekil 6.11'de verilmiştir.



Şekil 6.11.a $G_x = 1,\ G_y = 1$ için eliptik HSA alçak geçiren filtre frekans spektrumu ($\lambda = 0.7$)



Şekil 6.11.b $G_x = 3,\ G_y = 1$ için eliptik HSA alçak geçiren filtre frekans spektrumu ($\lambda = 0.7$)



Şekil 6.11.c $G_x = 1,\ G_y = 5$ için eliptik HSA alçak geçiren filtre frekans spektrumu ($\lambda = 0.7$)

6.4.2 Eliptik HSA Gabor-Tip Süzgeç

Eliptik HSA Gabor-Tip filtresi elde edebilmek için bir önceki bölümde tanımladığımız eliptik HSA alçak geçiren süzgeç ifadeleri kullanılmıştır. Aslında teorik olarak yapılan, alçak geçiren filtre tanımlamalarını Fourier dönüşümünün frekansta öteleme özelliği kullanarak bant geçiren hale gelecek şekilde yeniden düzenlemektir.

(6.42) ifadesi ile tanımlanan eliptik HSA alçak geçiren filtresi geri ve ileri klonlama şablonlarından, (6.17) ifadesi kullanılarak eliptik HSA Gabor-Tip filtre şablonları elde edilir aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & G_y e^{jw_{y0}} & 0 \\ G_x e^{jw_{x0}} & -(2G_x + 2G_y + b_{0,0}) & G_x e^{-jw_{x0}} \\ 0 & G_y e^{-jw_{y0}} & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad B_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{0,0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ , } b_{0,0} = \lambda^2 \qquad (6.45)$$

Bu şablonların (6.18) denkleminde yerine konularak elde edilecek frekans cevabı eliptik HSA Gabor-Tip filtre transfer fonksiyonudur ve (6.46)'da verilmiştir.

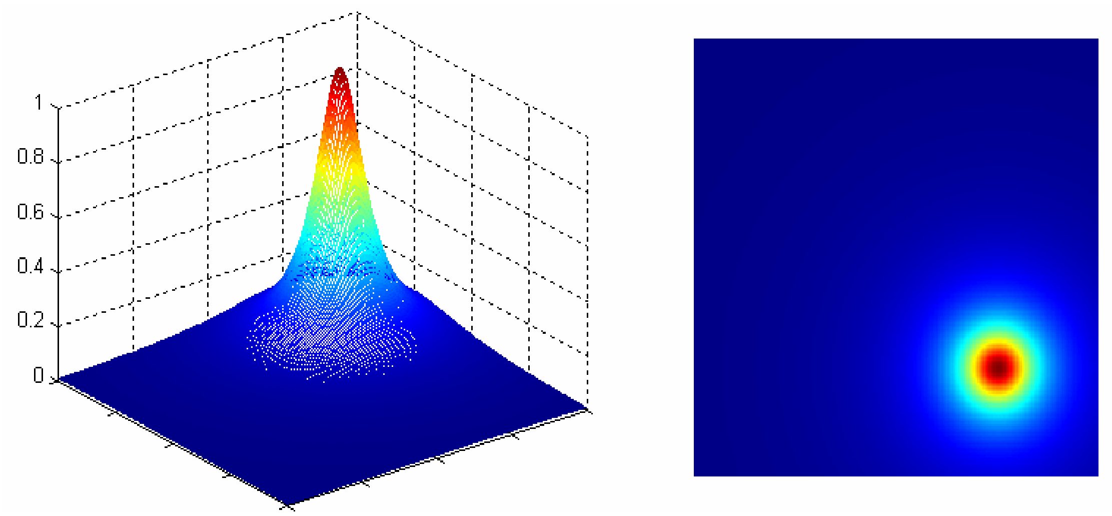
$$H_e(e^{jw_x}, e^{jw_y}) = F_e(e^{j(w_x - w_{xo})}, e^{j(w_y - w_{yo})}) = \frac{\lambda^2}{(2G_x + 2G_y + b_{0,0}) - 2G_x Cos\ (\omega_x - \omega_{xo}) - 2G_y Cos\ (\omega_y - \omega_{yo})} \qquad (6.46)$$

(6.27) ile verilen Maclaurin serisi yaklaşıklığı (6.46) ifadesine de uygulandığında, eliptik HSA Gabor-Tip filtre frekans yanıtı yaklaşık olarak (6.47)'deki şekilde verilebilir.

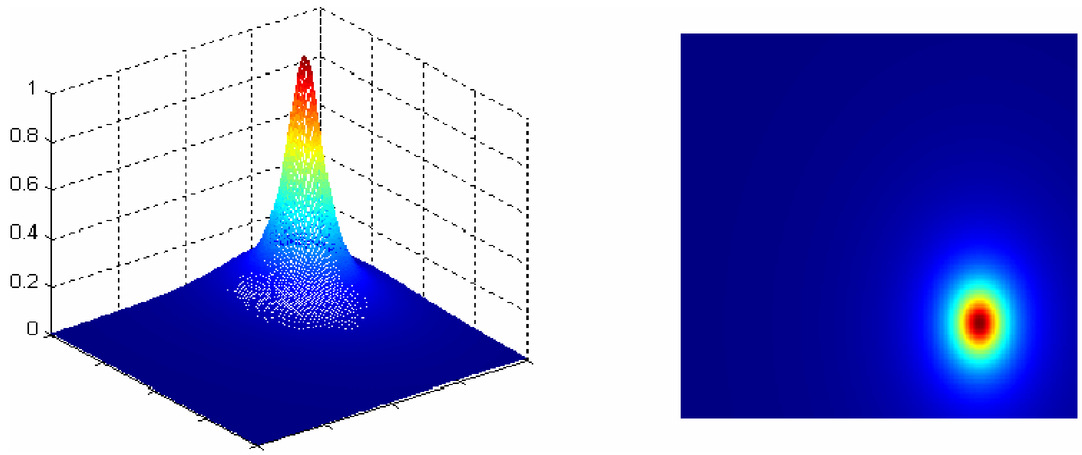
$$H_e(e^{jw_x}, e^{jw_y}) \cong \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + G_x(\omega_x - \omega_{xo})^2 + G_y(\omega_y - \omega_{yo})^2} \qquad (6.47)$$

Verilen ifadelerdeki $[\ ]_e$ alt indisi tanımlamaların eliptik filtrelere ait olduğunu göstermek içindir.

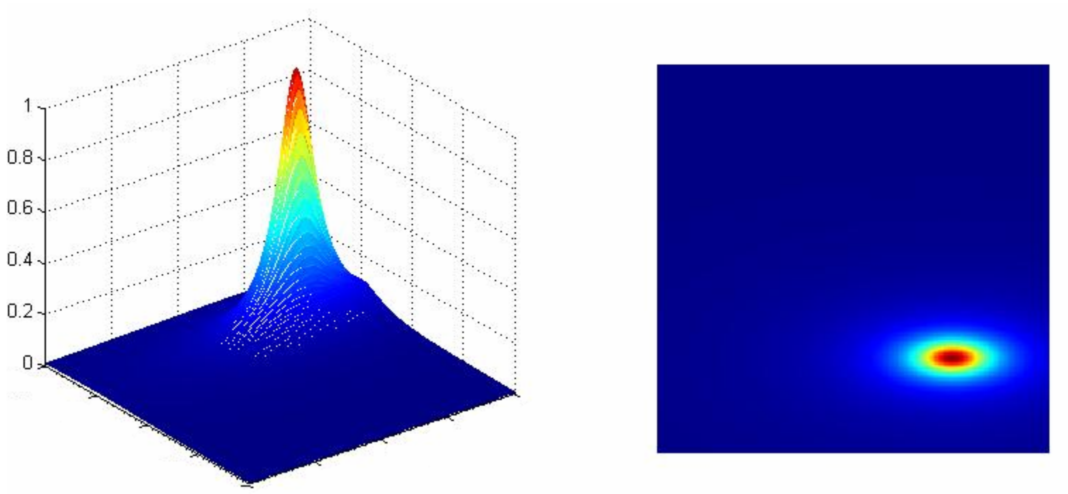
(6.47) ifadesi ile tanımlanan eliptik HSA Gabor-Tip filtre transfer fonksiyonunun, filtre merkez frekansı $\omega_{xo} = \pi/2$, $\omega_{yo} = \pi/2$ seçilmek üzere düşey ve yatay bağlantı dirençleri iletkenliklerinin (G_x *ve* G_y) birbirinden farklı değerleri için elde edilecek grafikleri filtre frekans spektrumunu gösterir ve Şekil 6.12'de verilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 6.12 (a) $G_x = 1,\ G_y = 1$ (b) $G_x = 2,\ G_y = 1$ (c) $G_x = 1,\ G_y = 5$ için eliptik HSA alçak geçiren filtre frekans spektrumları ($\lambda = 0.5$)

Şekil 6.12 ile verilen frekans spektrumları Şekil 6.9 ile verilen eliptik Gabor filtresi frekans spektrumları ile karşılaştırıldığında Gabor filtrelerin HSA ile gerçeklenmesinde filtrelerin frekans spektrumları açısından çok büyük farklılıkların oluşmadığı görülmektedir. Gabor fonksiyonu yarı-bant genişliği parametreleri σ_x *ve* σ_y 'nin birbirinden farklı değerleri için elde edilen eliptik Gabor filtresi, HSA ile gerçeklemede birbirinden farklı iletkenlik değerli düşey ve yatay bağlantı dirençlerinin kullanılması ile elde edilebilmektedir.

(6.45) HSA şablonları kullanılarak eliptik HSA Gabor-Tip filtre için *C(m,n)* hücresine ait durum denklemi yazılırsa:

$$\dot{v}(m,n) = \sum_{k,l=-1}^{+1} a_{k,l} v(m+k, n+l) + bu(m,n)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_r(m,n) \\ \dot{v}_i(m,n) \end{bmatrix} = G_x \begin{bmatrix} \cos\omega_{x0} & -\sin\omega_{x0} \\ \sin\omega_{x0} & \cos\omega_{x0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(m-1,n) \\ v_i(m-1,n) \end{bmatrix} + G_y \begin{bmatrix} \cos\omega_{y0} & -\sin\omega_{y0} \\ \sin\omega_{y0} & \cos\omega_{y0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(m,n-1) \\ v_i(m,n-1) \end{bmatrix}$$
$$+ G_x \begin{bmatrix} \cos\omega_{x0} & \sin\omega_{x0} \\ -\sin\omega_{x0} & \cos\omega_{x0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(m+1,n) \\ v_i(m+1,n) \end{bmatrix} + G_y \begin{bmatrix} \cos\omega_{y0} & \sin\omega_{y0} \\ -\sin\omega_{y0} & \cos\omega_{y0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(m,n+1) \\ v_i(m,n+1) \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} -(2G_x + 2G_y + \lambda^2) & 0 \\ 0 & -(2G_x + 2G_y + \lambda^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(m,n) \\ v_i(m,n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda^2 u(m,n) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6.48}$$

ifadeleri elde edilecektir. Bu ifadeler bir devrenin düğüm gerilim denkleri şeklinde yeniden düzenlenirse eliptik HSA Gabor-Tip filtre devre gerçeklemesi kotarılmış olacaktır.

7. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu tezde insan beynindeki sinir hücrelerinin birbirleriyle bağlantılarından esinlenerek keşfedilen Hücresel Sinir Ağları mimarisi ve bu mimarinin görüntü işleme uygulamalarında kullanılması incelenmiştir. Tezde ayrıca görüntü işleme alanındaki uygulamalarda yaygın olarak tercih edilen Gabor süzgeçleri ve bu süzgeçlerin dezavantajı olan hesaplama yoğunluğunu ortadan kaldırmaya yönelik alternatif gerçeklemeler ele alınmıştır.

HSA mimarisinin bölgesel bağlantı özelliği, ağın VLSI teknolojisi ile gerçeklenmesini olanaklı kıldığı gibi devrenin boyutunun küçük olmasını hem de bağlantı yollarının kısalığından dolayı veri akışı sırasında daha az güç harcanmasını sağlar.

HSA yapısının analog olması ağın tepki süresinin bir R-C devresinin durağan hale gelmesi için geçen süre -ki nano saniyeler mertebesindedir- kadar kısa olmasını sağlar.

Görüntüdeki her pikselin ağdaki her bir hücreye karşı düşmesi ve ağın paralel işleyişi nedeniyle cevap süresinin görüntü boyutundan bağımsız olması HSA'nın görüntü işleme uygulamalarında büyük rol almasını sağlamaktadır.

İşaretlerin lokal karakteristiğini inceleyen bir çok işaret işleme yaklaşımı olsa da Gabor süzgeçleri "Gabor Belirsizlik Prensibini" sağlayan bir yapıya sahip olması nedeniyle işaretlerden spesifik bilgilerin çıkarılmasında tercih edilirler.

Gabor süzgeçlerinin sahip olduğu yön seçebilme özelliği ile görüntülerin belirli bir açı ile yönlenmiş kısımları, bu açıya göre ayarlanmış bir Gabor süzgeci ile filtrelenerek seçilebilmektedir. Bölüm 4.6'da el yazısı ile yazılmış bir "O" harfine çeşitli açılarla yönlendirilmiş Gabor süzgeçleri uygulanarak harfin farklı yönlere bakan kenarlarının seçilmesi sağlanmıştır.

4.6'da yapılan uygulamada filtre cevap verme süresinin giriş görüntüsü ve süzgeç boyutlarına bağlı olduğu açıktır. Uygulamada 128x128 piksel boyutundaki giriş görüntüsü, dürtü yanıtı 200 örnek değere sahip Gabor süzgeci ile Intel Pentium M 1.6 Ghz hızındaki bir işlemci kullanılarak filtrelenmiş ve bu filtreleme işlemi için t=3.6 sn gerektiği görülmüştür. Basit bir test uygulamasındaki filtre cevap verme süresinin gerçek bir uygulamada hangi boyutlara çıkacağı tahmin bile edilememektedir.

Gabor süzgeçlerinin sahip olduğu işlem yükü ve buna bağlı olarak uzun cevap verme süresini ortadan kaldırmak için alternatif gerçeklemeler araştırılmıştır. Bu benzetimlerden bir tanesi

Gabor süzgeçlerinin özyineli gerçeklemeleridir. Özyineli Gauss süzgeçleri için kullanılan Deriche ve Young-Vliet yöntemlerinden ikincisi, özyineli Gabor süzgeç gerçeklemesinin temelini oluşturur.

Young ve ekibinin 2002 yılında ortaya koydukları özyineli Gabor filtresinde filtreleme hızı diğer yöntemlerden farklı olarak filtre yarı-bant genişliği parametresi σ 'dan bağımsız bir hal almaktadır (Young vd., 2002).

Bölüm 5.4'de özyineli ve özyinesiz Gabor süzgeçlerinin dürtü yanıtları ve örnek bir giriş görüntüsü için filtre çıkış görüntüleri ve spektrumları karşılaştırılmış ve filtrelenmiş görüntüler açısından neredeyse hiçbir fark görülememiştir. Bunun yanında özyineli Gabor süzgeci, özyinesiz Gabor süzgecinden neredeyse 7 kat daha hızlı sonuç vermiştir. Bu hız kıyaslamasına bakarak, Gabor filtrelerinin özyineli gerçeklemelerinin yukarıda bahsedilen işlem yükü darboğazını Gabor filtreleri için bir dezavantaj olmaktan çıkarttığını söyleyebiliriz.

Gabor süzgeçleri için bir diğer alternatif yöntem HSA mimarisi ile gerçeklemeleridir ki bu yöntem, Gabor süzgeçlerine benzer "Gabor-Tip Filtrelerin (GTF)", HSA mimarisi ile gerçeklenmesi temeline dayanmaktadır.

HSA ile gerçeklenebilen alçak geçiren bir filtrenin belirli bir merkezi frekansa ötelenmesi ile elde edilen bant geçiren özellikli yeni filtrenin HSA mimarisi ile gerçeklenmesi mümkündür. Bu yeni filtreye HSA Gabor-Tip filtre adı verilir ve bu filtre için 6. bölümde direnç, kondansatör ve OTA elemanlarından oluşmuş ızgara yapılı bir devre şeması verilmiştir. Bu filtreler ile yapılacak filtreleme işlemlerinde filtre cevap verme süresinin, bir R-C devresinin durağan hale gelmesi için geçen süre -ki nano saniyeler mertebesindedir- kadar olacağı açıktır.

Bölüm 6.4'de özgün bir çalışma olarak tanımlanan "Eliptik HSA Gabor-Tip Süzgeci", HSA Gabor-Tip filtre devre gerçeklemelerinde bir hücreyi diğer hücrelere bağlayan düşey ve yatay bağlantı direnç değerlerinin birbirinden farklı alınması ile elde edileceği ispatlanmıştır.

Çembersel bant yapılı Gabor filtreleri ile frekansları birbirine çok yakın bileşenlere sahip işaretlerden belirli bir frekans bileşenin seçilmesini gerektiren uygulamalarda karşılaşılan güçlükler eliptik Gabor süzgeçleri ile aşılabilecektir.

Parmak izi tanıma gibi işaretlerdeki spesifik bilgilerin incelenmesine dayanan uygulamalarda, eliptik Gabor süzgeçlerinin kullanılması ile daha net analizlerin yapılması mümkün hale gelecektir.

Bundan sonraki çalışmalar eliptik hale getirilen Gabor filtrelerinin istenilen yönlerdeki frekans bileşenlerini de seçebilecek şekilde yeniden düzenlenebilmesi için hangi frekans dönüşümlerinin yapılması gerektiğini araştırmak üzerine yapılabilir. Bant genişliği ayarlanabilir ve yönlendirilebilir bir Gabor filtresi hali hazırda kullanılan süzgeçlerden çok daha keskin filtreleme işlemi yapabilmesini sağlayacaktır.

KAYNAKLAR

Anzai A., Ohzawa I., Freeman R.D., (1999) “Neural Mechanism for Processing Binocular Information I. Simple Cells, Journal of Neurophysiology, vol.82, no.2. pp. 891-908.

Anzai A., Ohzawa I., Freeman R.D., (1999) “Neural Mechanism for Processing Binocular Information I. Complex Cells, Journal of Neurophysiology, vol.82, no.2. pp. 909-924.

Baker S. N., Olivier E., ve Lemon R. N.(1997), “Coherent Oscillations in Monkey Motor Cortex and Hand Muscle EMG Show Task-Dependent Modulation,” J. Physiol., vol. 501, pp. 225–241.

Casasent D. P., Smokelin J. S. and Ye A.,(1992), “Wavelet and Gabor Transforms For Detection”, Opt. Eng., vol. 31, no. 9, pp. 1893-1898.

Chinen T. T. ve Reed T. R., (1997), “A Performance Analysis of Fast Gabor Transform Methods”, Graphical Models Image Process., vol.59, pp.117-127

Chua L. O. ve Yang L., (1988), “Cellular Neural Networks: Theory”, IEEE Trans. CAS, vol.35, no. 10, pp. 1257-1272

Chua L. O. ve Roska T., (1992), “The CNN Universal Machine, Part 1: Architecture, IEEE Second International Workshop on CNN and Their Applications Proceedings” (CNNA'92), pp.1-10.

Chua L. O. ve Roska T., (1993), The CNN Universal Machine: An Analogic Array Computer, IEEE Trans.on Circuits and System-II, vol. 40, pp. 163-173

Chua L. O. ve Roska T., (1993), “The CNN Paradigm”, IEEE Trans.on Circuits and System-I: Fundamental Theory and Applications, vol. 40, pp. 147-156

Chua L. O. ve Yang L., (1998), “Cellular Neural Networks: Applications”, IEEE Trans. CAS, vol. 35, No. 10,pp. 1273-1290

Chua L. O. ve Roska T., (2002), Cellular Neural Networks and Visual Computing, Cambridge University Press, Cambridge

Clark M. , A. C. Bovik and W.S. Geisler, (1987) “Texture Segmentation Using a Class Of Narrowband Filters”, Proceedings of Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing, pp.571-574.

Crounse K. R. ve Chua L. O., (1995) “Methods For Image Processing and Pattern Formation in Cellular Neural Networks: A Tutorial” IEEE Trans.Circuits Syst. I, vol. 42, pp. 583–601,

Cumming B. G. ve Parker A. J. P.(1997), “Responses Of Primary Visual Corticalneurons To Binocular Disparity Without Depth Perception,” Nature, vol.389, pp. 280–283.

Daugman J.G., (1985) “Uncertainty Relations For Resolution In Space, Spatial Frequency, And Orientation Optimized By Two-Dimensional Visual Cortical Filters”, Journal of the Optical Society of America A, vol. 2, pp. 1160-1169.

Daughman J.G., (1988) “Complete Discrete 2-D Gabor Transforms By Neural Networks For Image Analysis And Compression”, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing, vol. 36, no. 7,pp. 1169-1179.

Deriche R., (1992), “Recursively Implementing the Gaussian and its Derivatives” Proceedings of the 2nd International Conference on Image Processing, Singapore, p.263-267.

Ertürk S., (2002), Sayısal İşaret İşleme, Birsen Yayınevi

Gabor D., (1946), “Theory of Communication” J. Inst. Elect. Eng. London, vol.93, pp.429-457.

Grmela A., (1997), Neural Computing and Neural Science, Agces Publishing

Hale D. ,(2006), “Recursive Gaussian Filters” Center for Wave Phenomena, CWP-546

Heeger D. J., (1987), “Model For the Extraction of Image Flow”, Journal of the Optical Society of America, vol. 4, no. 8, pp. 1455-1471.

Jain A. K. and Bhattacharjee S. K.,(1992) “Text Segmentation Using Gabor Filters For Automatic Document Processing”, Machine Vision Applicat., vol. 5, no. 3, pp. 169-184.

Jones J. P. ve Palmer L. A. ,(1987), “An Evaluation of the Two-Dimensional Gabor Filter Model of Simple Receptive Fields in Cat Striate Cortex”, J.Neurophysiol., vol. 58, pp. 1233–1258.

Lee T. S.(1996), “Image Representation Using 2D Gabor Wavelets,” IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. 18, pp. 959–971, July 1996.

Marcelia S. (1980), “Mathematical Description Of The Responses Of Simple Cortical Cells”, J. Opt. Soc. Amer., vol. 70, pp. 1297-1300.

Mehrotra R., Namuduri K. R. and Ranganathan N.,(1992), “Gabor Filter-Based Edge Detection”,Pattern Recognition, vol. 25, no. 12, pp. 1479-1494.

Petkov N. (1995), “Image Classification System Based On Cortical Representation and Unsupervised Neural Network Learning.” Proc. Conf. Comput. Archit. Machine Perception, Pavia, Italy.

Polat A., (2004), Hücresel Sinir Ağları ile Görüntü İşleme, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü

Porat M. and Zeevi Y. Y., (1989)“Localized Texture Processing in Vision: Analysis and Synthesis in The Gaborian Space”, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 36, no. 1, pp.115-129.

Qiu S., Zhou F., ve Crandall P. E., (1999), “Discrete Gabor Transforms with Complexity O(N logN)” Signal Process., vol. 77, pp. 159–170

Richard C. ve Lengelle R., (1997), “Joint Recursive Processing of Time-Frequency Representations and Their Modified Versions by the Reassignment Method”, Signal Process., vol 60, pp.163-179

Saatçi E., (2003), Image Processing Using Cellular Neural Networks, Doktora Tezi, London South Bank University.

Shi E. B., (1996), “Gabor-Type Image Filtering with Cellular Neural Networks” Proc. IEEE Int. Symp. Circuits Syst., vol. 3,pp 558-561

Shi E. B., (1998), “Gabor-Type Filtering in Space and Time with Cellular Neural Networks” IEEE Tran. On Circuits and Systems- I: Fundamental Theory and Applications, vol. 45 No.2

Shi E. B., (1994), Spatio–Temporal Filtering with Cellular Neural Networks, Doktora Tezi, Dept. Elect. Eng. Computer Sci., Univ. California Berkeley.

Simon H., (1999), Neural Networks, Prentice-Hall, New Jersey

Super B. J. ve Bovik A. C. (1991), “Three-Dimensional Orientation From Texture Using Gabor Wavelets”, SPIE Conf. Visual Communications Image Processing, pp. 574-586.

Tander B., (2000), Hücresel Sinir Ağlarının Simülasyonları İçin Sürekli Zaman Modelleri, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

van Vliet L. J., Young I. T., ve Verbeek P., (1998), ”Recursive Guassian Derivative Filters”, Proceedings of the International Conference on Pattern Recognation, Brisbane, p. 509-514.

Yang J., Liu L., Jiang T. ve Fan Y., (2003), “A Modified Gabor Filter Design Method For Fingerprint Image Enhancement” ,Pattern Recognition Letters 24. pp. 1805-1817

Young I. T. ve van Vliet L. J., (1995), “Recursive Implementation of the Gaussian Fitler”, Signal Process., vol. 44, pp.139-151

Young I. T., van Vliet L. J. ve van Ginkel M., 2002), ”Recursive Gabor Filtering”, Signal Process., vol.50, pp.2798-2805

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	17.06.1980	
Doğum yeri	Tufanbeyli	
Lise	1994-1998	Ereğli Süper Lisesi
Lisans	1999-2004	Yıldız Üniversitesi Elektrik-Elektronik Fakültesi Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	2004–2007	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik ve Haberleşme Müh. Anabilim Dalı, Elektronik Programı

Çalıştığı kurumlar

	2004-2005	YTÜ, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Devreler ve Sistemler A.B.D. Asistan Öğrenci
	2005-	Türk Telekom. A.Ş. Genel Müdürlüğü Uluslararası Satış ve Servisler Direktörlüğü Telekomünikasyon Uzman Yardımcısı