

TEŞEKKÜR

Bugüne kadar yaptığım çalışmalarda bana verdiği fikirlerle olaylara farklı bir şekilde yaklaşmamı sağlayan değerli hocam Prof.Dr.Filiz GÜNEŞ ' e,

Bugüne kadar beni maddi ve manevi yönden destekleyen aileme teşekkürü bir borç bilirim.



İÇİNDEKİLER:

ÖZET

ABSTRACT

1.GİRİŞ	1
2.KÜÇÜK YANSIMALAR TEORİSİ	4
3.ÇOK-BÖLMELİ ÇEYREK-DALGA TRANSFORMATÖRLER İÇİN YAKLAŞIK TEORİ	6
3.1.Binomial Çeyrek-Dalga Transformatör	7
3.2.Chebyshev Çeyrek-Dalga Transformatör	8
4.BERNSTEIN TRANSFORMATÖR TASARIMI	9
4.1.Bernstein Polinomu	9
4.2.Bernstein Çeyrek-Dalga Transformatör Tasarımı	10
4.2.1.θ-Domeninde Bernstein Polinomlarının Elde Edilmesi	10
4.2.2.Bernstein Transformatör Tasarımı	12
4.2.2.1.Butterworth Transformatörüne Karşı Düşen Örnekleme Uzayı ve Gerçeklenmesi	13
4.2.2.2.Chebyshev Transformatörüne Karşı Düşen Örnekleme Uzayı ve Gerçeklenmesi	13
4.2.2.3.Yeni Tip Bernstein Transformatör Tasarımları	14
4.2.2.4.Örnek Bernstein Transformatör Tasarımları	15
5.A(w) GENLİK KARAKTERİSTİĞİ İLE FİLTRE TASARIMI	19
5.1.Butterworth AGF Tasarımı	20
5.2.Chebyshev AGF Tasarımı	20
5.3.Legendre AGF Tasarımı	20
5.4.Birleştirilmiş Legendre AGF Tasarımı	21
5.5.Hermite Polinomları İle AGF Tasarımı	21
5.6.II.Tip Chebyshev Polinomları İle AGF Tasarımı	22
5.7.Halpern AGF Tasarımı	23
5.8.Johnson AGF Tasarımı	24
5.9.Djurich vePetkovich' in AGF Tasarımı	25
5.10.Rakovich ve Lazovich ' in AGF Tasarımı	26
5.11.Papoulis Tarafından Geliştirilen AGF Tasarımı	26
5.12.Bernstein Polinomları İle AGF Tasarımı	29
5.12.1.(I) Yaklaşımından Hareketle $M(w)$ ' ya Karşı Düşen $B_n(w)$ ' nın Oluşturulması	29
5.12.2.Bernstein Polinomlarının Kesim Frekansındaki Davranışları	39
5.12.3.Bilinen Filtrelerin $B_n(w)$ Polinomları Yardımı İle Oluşturulması	40
5.12.4.Filtre Tasarım Diyagramı	40
5.12.5.Örnek AGF Tasarımları	41

ÖZET:

Bu çalışmada Frekans-Seçici Pasif Mikrodalga Devrelerinin tasarımı ile ilgili hemen hemen bütün yöntemler n.Bernstein polinomu yaklaşıklığı, $B_n(x)$ ile, birleşik bir çatı altında toplanmıştır.

Yine bu çalışmada iki çeşit frekans-seçici pasif devre gözönüne alınmıştır ;

- (i) Çeyrek-Dalga Transformatör Devreleri,
- (ii) İki-Kapılı L,C Filtreleri.

Çeyrek-dalga transformatör devreleri ,rezistif R_L yükünü , Z_0 rezistif karakteristik empedansına sahip transmisyon hattına uyduran ara uydurma devresi olarak gözönüne alınmaktadır.

N-bölmeli,simetrik çeyrek-dalga transformatör devresi için giriş yansıtma katsayısı şu formda verilebilir ;

$$\Gamma(\theta) = 2 \cdot e^{-j \cdot N \cdot \theta} \cdot [\rho_0 \cdot \cos N\theta + \rho_1 \cdot \cos(N-2)\theta + \dots + \rho_n \cdot \cos(N-2 \cdot n)\theta + \dots]$$

burada son terim ,N-tek ise $\rho_{(N-1)/2} \cdot \cos\theta$, N-çift ise $\frac{1}{2} \cdot \rho_{N/2}$ dir. Yukardaki ifadede ρ_n katsayılarını

uygun şekilde seçerek çeşitli geçirme bandı karakteristikleri elde edilebilir , burada

$\rho_n = (Z_{n+1} - Z_n) / (Z_{n+1} + Z_n)$ dir ve Z_n, Z_{n+1} birbirinin peşisıra iki bölmenin karakteristik empedansını teşkil etmektedir.

Literatürde çokça kullanılan çeyrek-dalga transformatörler (i) Binomial Transformatör

(ii) Chebyshev Transformatör dür. Bu çalışmada $\Gamma(\theta)$,Bernstein polinomları , $B_n(f;\theta)$ kullanılarak

$\Gamma(\theta) = e^{-j \cdot n \cdot \theta} \cdot B_n(f;\theta)$ formunda gerçekleştirilmiştir.Burada f örnekleme vektörü,taleb edilen değerlere göre,x-domenindeki üniform örnekleme setinden $\theta = g_1^{-1}(x)$ dönüşümü ile θ -domeninde elde edilen nonüniform örnekleme setini içermektedir.

Benzeri bir yöntem her iki ucu veya bir ucu rezistif sonlandırılmış merdiven tipi L,C filtreleri için de geliştirilmiştir.Bu amaçla ,temel teşkil edilen Alçak Geçiren Filtre tasarımı esas alınmıştır .

Tasarım sırasında fiziksel olarak gerçekleştirilebilen,kayıpsız filtre devreleri için aşağıda belirtilen $A(w)$ genlik fonksiyonu gözönüne alınmıştır ;

$$A(w) = \frac{1}{\sqrt{1 + f(w^2)}}$$

burada $f(w^2)$, w^2 nin pozitif reel bir fonksiyonudur.

Bugüne kadar $A(w)$ fonksiyonu, Chebyshev-1,2,Butterworth,Legendre,Hermite ,Ultraspherical Jacobi,... polinom yaklaşıklıkları kullanılarak gerçekleştirilmiştir.Bu çalışmada bütün bu filtreler , f-örnekleme vektörü kullanılarak ,n.Bernstein yaklaşıklığı ile birleştirilmiş ve sonuç performansları Filtre Tasarım Diyagramı olarak adlandırılan,geçirme bandı düzgünlüğü ve kesim frekansı eğimleri üzerine kullanıcıya bilgi veren ,diyagram üzerinde belirtilmiştir.Son bölümde de istenen özellikleri sağlayabilen Yeni Tip Filtrelerin Tasarım Yöntemi ile bununla ilgili örnek tasarımlar sunulmuş , performansları Filtre Tasarım Diyagramı üzerinde gösterilmiştir.

ABSTRACT:

In this work ,almost all the methods utilized in the design of the frequency-selective passive microwave circuits are unified under a framework using n th Bernstein polynomial approximation, $B_n(x)$.

In this work, two kinds of frequency -selective passive microwave circuits are considered :

- (i) The quarter-wave transformer circuits ;
- (ii) The two-port L, C filters.

The quarter-wave transformer circuits can be considered as an intermediate matching circuit matching a pure resistive R_L load to a transmission line having a pure resistive characteristic impedance Z_0 over a required bandwidth around a given centre frequency. The input reflection coefficient $\Gamma(\theta)$ of a such an N -section ,symmetric quarter-wave transformer circuit can be expressed in the form of

$$\Gamma(\theta) = 2 \cdot e^{-jN\theta} \cdot [\rho_0 \cdot \cos N\theta + \rho_1 \cdot \cos(N-2)\theta + \dots + \rho_n \cdot \cos(N-2 \cdot n)\theta + \dots]$$

where the last term is either $\rho_{(N-1)/2} \cdot \cos\theta$ or $\frac{1}{2} \cdot \rho_{N/2}$ respectively for the odd or even number of N ; ρ_n is the reflection coefficient between the two successive sections.

By choosing different set of values for ρ_n coefficients, one can design a variety of different characteristics and in the literature ,two methods are popular: (i) Binomial Transformer; (ii) Chebyshev Transformer.

In this work the characteristic $\Gamma(\theta)$ is realized by the Bernstein polynomials, $B_n(f; \theta)$ as in the form of $\Gamma(\theta) = e^{-jN\theta} \cdot B_n(f; \theta)$ where the sampling vector f consists of the nonuniform sample set in the θ -domain mapped through the relation $\theta = g_1^{-1}(x)$ from the uniform set in the x -domain subject to the requirements.

Similar methodology is followed for the unification of the ladder type L, C filters with a resistive terminations at either end or both ends. For this purpose, low-pass filter (LPF) design is considered as a basic unit and the following network function taken into consideration which can be expressed for the physically realizable, lossless circuits :

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+f(\omega^2)}}$$

where $f(\omega^2)$ is a positive real function of ω^2 .

Heretofore the $A(\omega)$ function has been realized by using different polynomial approximations such as Chebyshev-1,2, Butterworth, Legendre, Hermite, Ultraspherical Jacobi,etc.

In this work ,all types of filter are unified and the unification is achieved by forming the sampling vector f and corresponding n th Bernstein approximation .The resulted performances are ordered on a Filter Design Chart with respect to the passband flatnesses and slopes at the cutoff frequencies. In the final stage ,The New type Filters are derived subject to the required specification placed on the Filter Design Chart and many worked examples will be given for the different requirement set and compared with the competitive types for the same characterization.

1. GİRİŞ

Farklı karakteristik empedansa sahip iki dalga klavuzu sistemini birbirine bağlamak için kullanılabilecek uydurma bölmelerinden biri de çeyrek-dalga transformatörüdür. Dalga klavuzu sistemlerine örnek olarak; farklı karakteristik empedansa sahip iki transmisyon hattının birbirine bağlanması, bir içi boş dalga klavuzunun bir parçası veya tümü dielektrik malzeme ile doldurulmuş bir başka dalga klavuzuna bağlanması, farklı genişlikte veya yükseklikte iki dalga klavuzunun birbirine bağlanması, hem genişliği hem yüksekliği farklı iki dalga klavuzunun birbirine bağlanması, dielektrik ortamların birbirine uydurulması verilebilir.

Eğer bir dar-band frekans bölgesinde uydurma yapılmak istenirse tek bölmeden oluşan transformatör kullanılabilir. Yayın bandı frekanslarında iyi bir uydurma elde etmek için 2., 3. veya daha fazla çeyrek-dalga bölmeleri yaygın olarak kullanılmaktadır.

Burada çok sayıda çeyrek-dalga bölmesinden oluşan transformatör yapılarının dizaynı üzerinde durulacaktır. Bir çeyrek dalga transformatörde kullanılan prensip; Z_1 karakteristik empedansına sahip transmisyon hattı ile tamamıyla rezistif Z_L yük empedansının uydurulması problemi üzerinde açıklanacaktır.

Eğer Z_2 karakteristik empedansına sahip, $\lambda/4$ uzunluklu transmisyon hattı yük ile ana hat arasına yerleştirilirse ana hatta aktarılan etkin yük empedansı,

$$Z_{in} = Z_2 \cdot \frac{Z_L + j \cdot Z_2 \cdot \tan(\beta \cdot \lambda / 4)}{Z_2 + j \cdot Z_L \cdot \tan(\beta \cdot \lambda / 4)} = \frac{Z_2^2}{Z_L} \quad (1.1)$$

Eğer $Z_2 = \sqrt{Z_1 \cdot Z_L}$ olarak seçilirse $Z_{in} = Z_1$ olur ve yük ana hatta uydurulmuş olur. Bir başka deyişle $\lambda/4$ uzunluklu ara transmisyon hattı Z_L yük empedansını Z_1 empedansına dönüştürür (sarım

oranı $\sqrt{\frac{Z_1}{Z_L}}$ olan bir ideal transformatör gibi davranır). Mükemmel uydurma, transformatörün uzunluğu

çeyrek-dalga boyunda ise veya $n \cdot \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$ ise elde edilir.

Transformatörün f-frekansındaki elektriksel uzunluğunu θ olarak alalım. $\theta = \beta(f) \cdot l$ olarak tanımlanır. Burada $\beta(f)$, frekansın fonksiyonu olarak faz sabitidir.

Hava ile doldurulmuş bir hatta, TEM dalga için θ şu şekilde tanımlanabilir;

$$\theta = \beta \cdot \ell = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \ell = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{\ell}{c} \quad (1.2)$$

Herhangi bir frekansta ana hattın sonundan görülen giriş empedansı,

$$Z_{in} = Z_2 \cdot \frac{Z_L + j \cdot Z_2 \cdot t}{Z_2 + j \cdot Z_L \cdot t} \quad (1.3)$$

olarak yazılabilir. Burada $t = \tan \theta = \tan \beta l$ dir.

Bunun neticesinde yansıtma katsayısı şu şekilde tanımlanabilir ;

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_1}{Z_{in} + Z_1} \quad (1.4)$$

Z_{in} 'in (1.3)'deki ifadesi (1.4) bağıntısında yerine konursa ,

$$\Gamma = \frac{Z_2 \cdot (Z_L - Z_1) + j \cdot t \cdot (Z_2^2 - Z_1 \cdot Z_2)}{Z_2 \cdot (Z_L + Z_1) + j \cdot t \cdot (Z_2^2 + Z_1 \cdot Z_2)} \quad (1.5)$$

şeklini alır. Uydurma durumunda, $Z_2^2 = Z_1 \cdot Z_L$ yukardaki (1.5) ifadesinde yerine konursa ,

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_1}{Z_L + Z_1 + j \cdot t \cdot 2 \cdot \sqrt{Z_1 \cdot Z_L}} \quad (1.6)$$

Yansıtma katsayısı Γ ' nun genliğini $|\Gamma| = \rho$ olarak tanımlarsak ,

$$\rho = \frac{|Z_L - Z_1|}{\sqrt{(Z_L + Z_1)^2 + 4 \cdot t^2 \cdot Z_1 \cdot Z_L}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot \sqrt{Z_1 \cdot Z_L}}{Z_L - Z_1} \cdot \sec \theta \right)^2}} \quad (1.7)$$

θ ' nın $\pi/2$ ' ye yakın değerlerinde ρ yaklaşık olarak şu şekilde yazılabilir ;

$$\rho \cong \frac{|Z_L - Z_1|}{2 \cdot \sqrt{Z_1 \cdot Z_L}} \cdot |\cos \theta| \quad (1.8)$$

ρ ' nun frekansla veya θ ile değişimi, giriş empedansının frekansla değişimi periyodik olduğu için periyodiktir. Transformatörün elektriksel uzunluğunun her π katında empedans değeri aynı olur.

Eğer p_m , izin verilebilen maksimum yansıtma katsayısı değeri ise transformatör tarafından sağlanan kullanışlı band-genişliği $\Delta \theta$ bölgesine karşılık düşmektedir.

ρ ' nun değeri $\theta=\pi/2$ ' nin her iki tarafında hızlı şekilde artmasından dolayı kullanışlı band-genişliği küçüktür. Kullanışlı geçirme bandının kenarındaki θ değeri yukardaki bağıntıdan hareketle ρ ' yu θ_m ' e eşitleyerek bulunabilir ;

$$\theta_m = \arccos \left| \frac{2 \cdot \rho_m \cdot \sqrt{Z_1 \cdot Z_L}}{(Z_L - Z_1) \cdot \sqrt{1 - \rho_m^2}} \right| \quad (1.9)$$

Bir TEM dalga söz konusu ise ,

$$\theta = \beta \cdot \ell = \frac{f}{f_0} \cdot \frac{\pi}{2} \quad (1.10)$$

yazılabilir. Burada f_0 , $\theta=\pi/2$ ' deki frekanstır. Bu durumda band genişliği şu şekilde verilebilir ;

$$\Delta f = 2 \cdot (f_0 - f_m) = 2 \cdot (f_0 - 2 \cdot \frac{f_0}{\pi} \cdot \theta_m) \quad (1.11)$$

Yine nisbi band genişliği ,

$$\frac{\Delta f}{f_0} = 2 - \frac{4}{\pi} \cdot \arccos \left| \frac{2 \cdot \rho_m \cdot \sqrt{Z_1 \cdot Z_L}}{(Z_L - Z_1) \cdot \sqrt{1 - \rho_m^2}} \right| \quad (1.12)$$

olarak elde edilir. Buradan (1.9) bağıntısını da gözönüne alarak $\theta_m < \pi/2$ seçilmesi gerektiği ortaya çıkar.

İstenilen band genişliğini veren tek bölümden oluşan çok sayıda uygun transformatör olmasına rağmen daha büyük band genişliklerini sağlayan çok sayıda durumlar da vardır. Band genişliğinde istenen artışı elde etmek için çok katlı çeyrek-dalga transformatörler kullanılır.

Burada yapılacak incelemede Z_1 ve Z_2 karakteristik empedanslarının frekanstan bağımsız olduklarına dikkat edilmelidir. Transmisyon hatları için bu iyi bir yaklaşıktır fakat dalga klavuzları için dalga empedansı frekansla değişir ve bu analizi karışık hale sokar.

2.KÜÇÜK YANSIMALAR TEORİSİ :

Z_L yük empedansının elektriksel uzunluğu $\theta=\beta.l$ ve karakteristik empedansı Z_2 olan hat aracılığı ile ,karakteristik empedansı Z_1 olan transmisyon hattına bağlandığını kabul ediniz.Herbir jonksiyondaki yansıtma ve transmisyon katsayıları şu şekilde verilebilir ;

$$\Gamma_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad \Gamma_2 = -\Gamma_1, \quad \Gamma_3 = \frac{Z_L - Z_2}{Z_L + Z_2}, \quad T_{21} = 1 + \Gamma_1 = \frac{2 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}, \quad T_{12} = 1 + \Gamma_2 = \frac{2 \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (2.1)$$

Gelen dalganın birim genlikli olduğunu kabul edelim.Toplam yansıyan dalga, Γ kompleks genliğinde ve toplam yansıtma katsayısına eşdeğer olacaktır.Gelen dalga ilk jonksiyona çarptığı zaman Γ_1 genlikli bir yansıyan dalga oluşturur.Daha sonra T_{21} genlikli iletilen dalga ikinci jonksiyona geçer.İletilen dalganın bir kısmı karşılaştığı ikinci jonksiyondan yansıyarak geri gelir bir kısmı da üçüncü jonksiyona geçer ve bu olay bu şekilde jonksiyonlar arasında sonsuza kadar devam eder.Toplam yansıyan dalga , Γ genlikli ve 1. jonksiyondan sola doğru iletilen bütün dalga parçalarının toplamıdır.Bu toplam şu şekilde verilmiştir ;

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma_1 + T_{12} \cdot T_{21} \cdot \Gamma_3 \cdot e^{-j.2.\theta} + T_{12} \cdot T_{21} \cdot \Gamma_3^2 \cdot \Gamma_2 \cdot e^{-j.4.\theta} + \dots \\ &= \Gamma_1 + T_{12} \cdot T_{21} \cdot \Gamma_3 \cdot e^{-j.2.\theta} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_2^n \cdot \Gamma_3^n \cdot e^{-j.2.n.\theta} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Bu geometrik seri toplamı,

$$\Gamma = \Gamma_1 + \frac{T_{12} \cdot T_{21} \cdot \Gamma_3 \cdot e^{-j.2.\theta}}{1 - \Gamma_2 \cdot \Gamma_3 \cdot e^{-j.2.\theta}} \quad (2.3)$$

olarak verilebilir. T_{12}, T_{21} yerine ,

$$\begin{aligned} T_{12} &= 1 + \Gamma_2 = 1 - \Gamma_1 \\ T_{21} &= 1 + \Gamma_1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

konursa, Γ ifadesi şu şekli alır ;

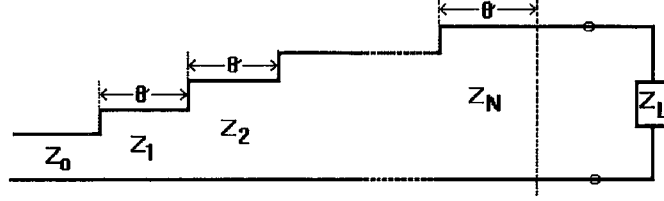
$$\Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_3 \cdot e^{-j.2.\theta}}{1 + \Gamma_1 \cdot \Gamma_3 \cdot e^{-j.2.\theta}} \quad (2.5)$$

Bu sonuca göre, küçük yansımalar için, sonuç yansıtma katsayısı sadece birinci dereceden yansımaları gözönüne alarak bulunabilir. Bu sonuç çok-katlı çeyrek-dalga transformatörler için 1. dereceden teoriyi elde etmede kullanılacaktır.



3.ÇOK-BÖLMELİ ÇEYREK-DALGA TRANSFORMATÖRLER İÇİN YAKLAŞIK TEORİ ;

Şekil-3.1 ‘ de N-bölmeli çeyrek-dalga transformatörün yapısı verilmektedir.



Şekil-3.1. Çok Bölmeli Çeyrek-Dalga Transformatör Yapısı

1. jonksiyonda yansıtma katsayısı Γ_0 ,

$$\Gamma_0 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} = \rho_0 \quad (3.1)$$

olarak verilebilir. Benzer şekilde n.jonksiyondaki yansıtma katsayısı,

$$\Gamma_n = \frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1} + Z_n} = \rho_n \quad (3.2)$$

olarak verilebilir. Son yansıtma katsayısı Γ_N ,

$$\Gamma_N = \frac{Z_L - Z_N}{Z_L + Z_N} = \rho_N \quad (3.3)$$

dir. Z_0 ‘ ın bir karakteristik empedans olduğunu ve burada $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ ‘a eşit olma zorunluluğu olmadığını

not ediniz. Herbir bölüm aynı elektriksel uzunluktadır, $\theta = \beta l$, ve f_0 uydurma frekansında çeyrek-dalga uzunluğuna sahip olurlar. Z_L yükünün tamamıyla rezistif olduğunu ve Z_0 ‘ dan küçük veya daha büyük olabileceğini kabul ediyoruz. Buradaki analizde $Z_L > Z_0$ seçilmiştir, böylelikle bütün Γ_n ‘ ler için $\Gamma_n = \rho_n$ yazılabilir, burada ρ_n, Γ_n ‘ in genliğidir. Eğer $Z_L < Z_0$ ise bütün Γ_n ‘ ler negatif gerçekte sayılar olurlar ve teoride bütün ρ_n ‘ ler yerine $-\rho_n$ koyarak aynı teori gözönüne alınabilir.

İlk yaklaşıklık için toplam yansıma katsayısı sadece birinci dereceden yansıyan dalgaların toplamından oluşur. Bu şu şekilde verilebilir ;

$$\Gamma = \rho_0 + \rho_1 \cdot e^{-j.2.\theta} + \rho_2 \cdot e^{-j.4.\theta} + \rho_3 \cdot e^{-j.6.\theta} + \dots + \rho_N \cdot e^{-j.N.\theta} \quad (3.4)$$

Burada $e^{-j2n\theta}$, ilerleyen dalgaların farklı mesafeler kaydetmesinden dolayı fazda meydana gelen gecikmeyi belirtir. Bu noktada transformatörün simetrik olduğunu kabul etmek uygun olacaktır : simetriden dolayı $\rho_0 = \rho_N, \rho_1 = \rho_{N-1}, \dots$ olacaktır. Bu durumda (3.4) ifadesi yeniden şu şekilde yazılabilir ;

$$\Gamma = e^{-j.N.\theta} \cdot \left[\rho_0 \cdot (e^{j.N.\theta} + e^{-j.N.\theta}) + \rho_1 \cdot (e^{j.(N-2).\theta} + e^{-j.(N-2).\theta}) + \dots \right] \quad (3.5)$$

son terim, N tek için $\rho_{(N-1)/2} \cdot (e^{j.\theta} + e^{-j.\theta})$, N çift için $\rho_{N/2}$ değerini alır.

Simetrik transformatörler için yansıtma katsayısı Γ , yukarıdan görüleceği üzere bir Fourier kosinüs serisi olarak belirtilebilir ;

$$\Gamma(\theta) = 2 \cdot e^{-j.N.\theta} \cdot \left[\rho_0 \cdot \cos N\theta + \rho_1 \cdot \cos(N-2)\theta + \dots + \rho_n \cdot \cos(N-2n)\theta + \dots \right] \quad (3.6)$$

burada son terim , N -tek ise $\rho_{(N-1)/2} \cdot \cos\theta$, N -çift ise $\frac{1}{2} \cdot \rho_{N/2}$ dır. ρ_n ise Z_n, Z_{n+1} birbirinin peşisıra iki bölmenin karakteristik empedansı olmak üzere $\rho_n = (Z_{n+1} - Z_n) / (Z_{n+1} + Z_n)$ olarak tanımlanmıştır. Bu aşamada görülüyor ki ρ_n yansıtma katsayısının dolayısıyla Z_n ' in özel seçimine bağlı olarak geçirme bandı karakteristiğinin değiştirilmesi mümkündür.

3.1. Binomial Çeyrek-Dalga Transformatör:

Literatürde yaygın olarak kullanılan Binomial transformatör için yansıtma katsayısı,

$$\Gamma = A \cdot (1 + e^{-j.2.\theta})^N \quad (3.1.1)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada A ,

$$A = \frac{1}{2^N} \cdot \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (3.1.2)$$

olarak tanımlanmıştır. Yansıtma katsayısı modülü ise şu şekilde verilebilir,

$$\rho = |\Gamma| = |A \cdot (\cos\theta)^N| \quad (3.1.3)$$

Yansıtma katsayısı kosinüs serisine açılıp önceki bölümde verilen yansıtma katsayısına eşitlenirse herbir bölmenin karakteristik empedansı bulunabilir.

3.2.Chebyshev Çeyrek-Dalga Transformatörü

Literatürde çokça kullanılan Chebyshev transformatör için yansıtma katsayısı,

$$\Gamma(\theta) = e^{-jn\theta} \cdot \rho_m \cdot T_N(\sec \theta_m \cdot \cos \theta) \quad (3.2.1)$$

olarak tanımlanmıştır.Burada kullanılan n.dereceden Chebyshev polinomu Tablo-E.1’ de verilmiş genel $T_N(x)$, Chebyshev polinomlarında $x=\cos\theta$ konarak elde edilmiştir. ρ_m ile θ_m ise birbiri ile ilişkili olarak şu şekilde tanımlanmıştır,

$$\sec \theta_m = \cosh\left(\frac{1}{n} \cdot \arccos\left(\frac{1}{\rho_m} \cdot \left|\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}\right|\right)\right) \quad (3.2.2)$$

Daha önce de belirtildiği üzere yansıtma katsayısı kosinüs serisine açılıp genel yansıtma katsayısı ifadesine eşitlenerek herbir bölmenin karakteristik empedansı bulunabilir.

4. BERNSTEIN TRANSFORMATÖR TASARIMI

Bu çalışmada Bernstein polinomları kullanılarak çeyrek-dalga transformatör tasarımı yapılması amaçlanmıştır. İlk olarak Bernstein polinomunun özelliklerini göz önüne alalım.

4.1. Bernstein Polinomu $B_n(x)$

$0 < x < 1$ aralığında tanımlı bir $f(x)$ için n . Bernstein polinomu aşağıdaki şekilde tanımlanır,

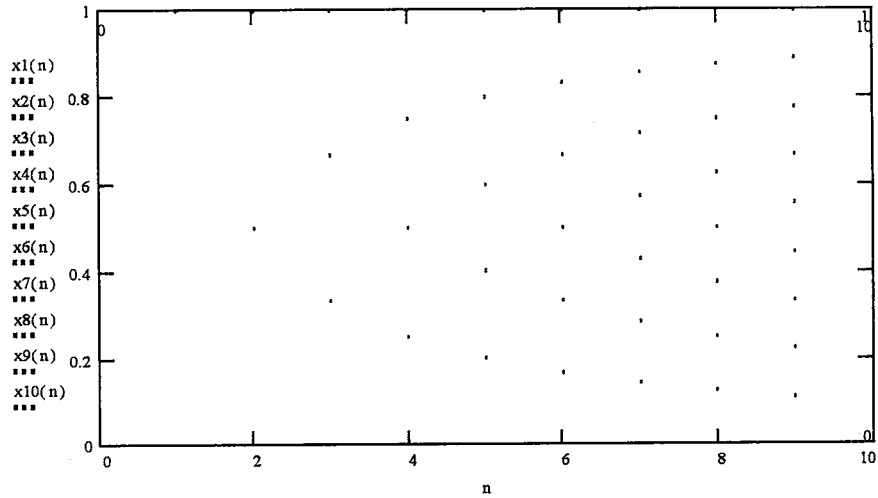
$$B_n(f; x) = \sum_{k=0}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k} \quad (4.1.1)$$

$$\text{ve } B_n(f; 0) = f(0) \text{ ve } B_n(f; 1) = f(1) \quad (4.1.2)$$

$x \in [0, 1]$ aralığında sınırlı bir f' in sürekli olduğu bir x noktasında ,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} B_n(f; x) = f(x) \quad (4.1.3)$$

olduğu ispat edilebilir [1]. $B_n(x)$ ifadesindeki $f(k/n)$ değerleri $f(x)$ fonksiyonunun (k/n) örnekleme noktalarında aldığı değerlerdir. N' bağlı olarak $f(x)$ ' in $[0, 1]$ aralığında alınan örnekleme noktaları Şekil-4.1.1 ' de gösterilmiştir.



Şekil-4.1.1 $f(x)$ ' in $[0, 1]$ aralığında alınan örnekleme noktaları

4.2. Bernstein Çeyrek-Dalga Transformatör Tasarımı

Bu bölümde $\Gamma(\theta)$ karakteristiğine Bernstein polinomlarıyla yaklaşılarak ρ_n 'ler tesbit edilmeye çalışılacaktır. Bu aşamada ilk olarak $0 < x < 1$ aralığında tanımlı $f(x)$ için n . Bernstein polinomu $B_n(f; x)$ in $0 < \theta < \pi$ aralığında tanımlı $B_n(f; \theta)$ polinomuna dönüşümün elde edilimesi gerklidir.

4.2.1. θ -Domeninde Bernstein Polinomlarının Elde Edilmesi

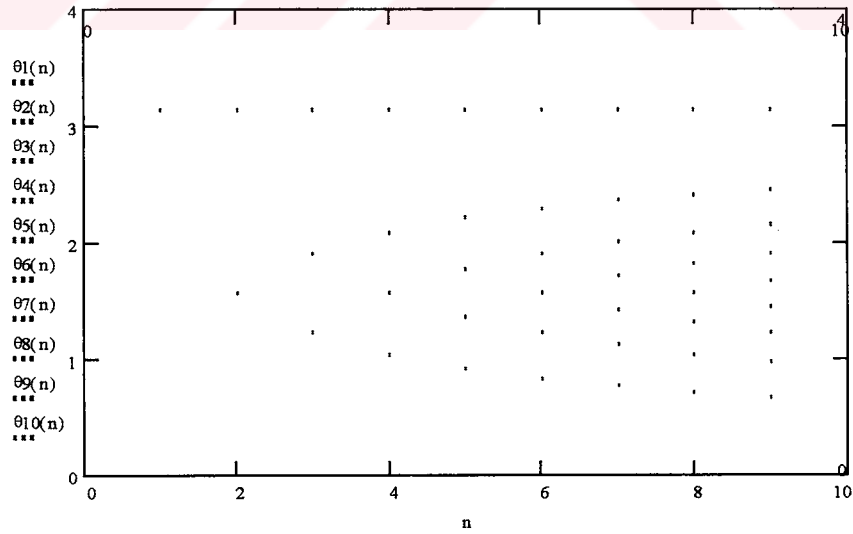
θ -Domeninde n . Bernstein Polinomu $B_n(f; \theta)$ 'yı elde etmek için ,

$$x = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos \theta) \quad (4.2.1.1)$$

ya da ters dönüşümü ,

$$\theta = \arccos(1 - 2 \cdot x) \quad (4.2.1.2)$$

kullanılır. Neticede $0 < x < 1$ aralığı $0 < \theta < \pi$ aralığına nonuniform ve birebir karşı düşürülebilir, Şekil-4.2.1



Şekil-4.2.1. θ -Domeninde Nonuniform Örnekleme Noktaları

(4.2.1.1) ifadesi (4.1.1) ' de yerine konarak düzenlenirse θ -domeninde n.Bernstein polinomu $B_n(f;\theta)$,

$$B_n(f;\theta) = \sum_{k=0}^n f(\theta_k) \cdot \binom{n}{k} \cdot \left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^{2k} \cdot \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^{2(n-k)} \quad (4.2.1.3)$$

olarak elde edilebilir, burada $\theta_k, \theta_k = \arccos(1 - 2 \cdot \frac{k}{n})$ dır.

(4.2.1.3) ifadesinde $\left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^{2k}, \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^{2(n-k)}$ ' ların binom açılımları gözönüne alınıp uygun şekilde

düzenlenirse, $B_n(f;\theta)$ aşağıdaki formda kosinüs serisine açılabilir;

$$B_n(f;\theta) = 2 \cdot \rho(n) \cdot \cos n\theta + 2 \cdot \rho(n-1) \cdot \cos(n-1)\theta + \dots + 2 \cdot \rho(1) \cdot \cos \theta + \rho(0) \quad (4.2.1.4)$$

Burada $\rho(n)$ katsayıları, her n için belirlenmiş T-dönüşüm matrisi cinsinden aşağıdaki formda ifade edilebilir:

$$\rho'(m) = \sum_{i=0}^n T(m,i) \cdot f(i) \quad , \quad m = 0,1,2, \dots, 2n \quad (4.2.1.5)$$

Burada T-dönüşüm matrisinin $T(m,i)$ elemanı şu şekilde verilebilir :

$$T(m,i) = \frac{1}{2^{2n}} \cdot \sum_{k=a(m,i)}^{b(m,i)} (-1)^{i+k} \cdot \binom{n}{i} \binom{2i}{k} \binom{2(n-i)}{m-k} \quad (4.2.1.6)$$

$$b(m,i) = \min imum(m, 2i)$$

$$a(m,i) = \max imum(0, 2i - 2n + m) \quad (4.2.1.7)$$

(4.2.1.5), (4.2.1.6-7) bağıntıları gözönüne alınarak aşağıdaki matrisiyel formda yazılabilir:

$$\rho' = T \cdot f \quad (4.2.1.8)$$

Burada,

$$\begin{aligned} \rho' &= [\rho'(0) \quad \rho'(1) \quad \dots \quad \rho'(2.n)]^T \\ f &= [f(0) \quad f(1) \quad \dots \quad f(n)]^T \end{aligned} \quad (4.2.1.9)$$

T: (2n+1)x(n+1) dönüşüm matrisidir.

T-dönüşüm matrisi oluşturulduğu zaman m.satırı ile (2n-m).satırlarının özdeş olduğu,dolayısıyla ilk (n+1) satırın belirlenmesinin T-matrisinin tüm elemanlarını belirlemek için yeterli olduğu görülebilir:

$$T(2n-m, i) = \frac{1}{2^{2n}} \cdot \sum_{k=a(2n-m,i)}^{b(2n-m,i)} (-1)^{i+k} \cdot \binom{n}{i} \binom{2.i}{k} \binom{2.(n-i)}{2.n-m-k} \equiv T(m, i) \quad (4.2.1.10)$$

sonuçta , $\rho'(m) = \rho'(2.n-m)$ olarak yazılabilir,buradan hareketle $\rho(n-m) = \rho'(m)$ ilişkisi ve $\rho(n)$ katsayıları şu şekilde verilebilir;

$$\begin{bmatrix} \rho'(0) \\ \rho'(1) \\ . \\ . \\ \rho'(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho(n) \\ \rho(n-1) \\ . \\ . \\ \rho(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} . \\ . \\ . \\ . \\ . \end{bmatrix} T \begin{bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ . \\ . \\ f(n) \end{bmatrix} \quad (4.2.1.11)$$

Her n için [T] ve [ρ] matrislerini hesaplayan PASCAL programı Program-P.1 ' de sunulmuştur.

4.2.2.Bernstein Transformatör Tasarımı

Yansıtma katsayısı, $\Gamma(\theta)$, $B_n(f;\theta)$ polinomlarını kullanarak gerçekleştirilirken $\Gamma(\theta)$ 'nın şu formda olduğu kabul edilmiştir;

$$\Gamma(\theta) = e^{-j.n.\theta} . B_n(f;\theta) \quad (4.2.2.1)$$

Bir önceki bölümde yapılan düzenlemeler ve belirlemelerle Bernstein polinomu her çeyrek-dalga transformatörün sağlaması gereken genel yapıya kavuştuğu için bundan sonra yapılacak iş $f(k/n)$ katsayılarını (kolaylık sağlaması açısından bundan sonra f_k olarak kullanılacaktır) istenen tipte

transformatör yapılarını sağlayacak şekilde belirlemek olacaktır. İlk olarak bilinen transformatör yapılarının Bernstein polinomları yardımı ile nasıl gerçekleştirilebileceğini görelim.

4.2.2.1. Butterworth Transformatörüne Karşı Düşen Örnekleme Uzayı ve Gerçeklenmesi

Bir önceki bölümde (4.2.2.1) bağıntısı ile tanımlanan n-bölmeli Bernstein çeyrek-dalga transformatöründe f_k katsayıları,

$$f(k) = (-1)^k \cdot \frac{|Z_L - Z_0|}{|Z_L + Z_0|} \quad (4.2.2.1.1)$$

olarak seçilirse, $\Gamma(\theta) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f(k) \cdot \sin^{2k}(\frac{\theta}{2}) \cdot \cos^{2(n-k)}(\frac{\theta}{2}) \cdot e^{-jn\theta}$ ile tanımlanan Bernstein transformatörü

$$\Gamma(\theta) = 2^{-n} \cdot \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \cdot (1 + e^{-j2\theta})^n \quad (4.2.2.1.2)$$

yansıtma katsayısına sahip Butterworth transformatörüne özdeş olur.

4.2.2.2. Chebyshev Transformatörüne Karşı Düşen Örnekleme Uzayı ve Gerçeklenmesi

Chebyshev transformatör için tanımlanan yansıtma katsayısı

$$\Gamma(\theta) = e^{-jn\theta} \cdot \rho_m \cdot T_N(\sec \theta_m \cdot \cos \theta) \quad (4.2.2.2.1)$$

gözönüne alınsın. Bernstein transformatöründen Chebyshev transformatörüne geçiş yaparken Chebyshev transformatörünün aşağıda belirtilen özelliklerinden yararlanılır;

$|\Gamma(\theta)|$ 'nın sıfırları.

$$\theta = a \cos\left(\frac{\cos(2k+1) \cdot \pi / 2n}{\sec \theta_m}\right) \quad k: 0, 1, \dots \quad (4.2.2.2.2)$$

$|\Gamma(\theta)|$ 'nın ρ_m değerli noktaları,

$$\theta = a \cos\left(\frac{\cos k \cdot \pi / n}{\sec \theta_m}\right) \quad k:0,1,\dots \quad (4.2.2.2.3)$$

burada $\sec \theta_m$ verilen ρ_m den hareketle aşağıdaki gibi bulunur;

$$\sec \theta_m = \cosh\left(\frac{1}{n} \cdot \arccos\left(\frac{1}{\rho_m} \cdot \left|\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}\right|\right)\right) \quad (4.2.2.2.4)$$

$|\Gamma(\theta)|$ 'nın θ_m deki eğimi ,

$$\frac{d}{d\theta}(\rho(\theta)) = n^2 \cdot \rho_m |\tan \theta_m| \quad (4.2.2.2.5)$$

(4.2.2.2.2-5) de verilen bağıntılardan yararlanarak n-bölmeli transformatör için n-bağıntıyı göz önüne alan koşul matrisi oluşturulur.Koşul matrisinin Bernstein Transformatör bağıntısına sağlatılması ile ortaya çıkan $f(k)$ değerleri örnek üzerine incelemelerde tablo halinde verilmiştir.

4.2.2.3.Yeni Tip Bernstein Transformatör Tasarımları

Chebyshev ve Binomial transformatörlerine ilişkin bir önceki bölümlerde verilen özelliklere ek olarak iyileştirme koşulları olarak isimlendirdiğimiz, ki bunlar transformatörün geçirme bandı içinde belirli noktalarda almasını istediğimiz değerlerdir,koşullardan hareketle üç farklı strateji geliştirilmiştir:

- (I) .Aynı (θ_m, ρ_m) ile geçirme bandındaki dalgacık sayısını indirmeye.
- (II) Aynı θ_m, ρ_m ile geçirme bandındaki dalgacık sayısını ve genliğini indirmeye.
- (III). Aynı θ_m, ρ_m ile geçirme bandındaki dalgacık genliğini indirmeye.

Belirtilen stratejileri sağlayacak f_i değerleri tablo halinde ilgili örneklerde verilmiştir. f_i değerlerinin hesaplanmasında ilgil n değeri ve talep sayısına göre daha önce belirtilen matris firmundan yararlanıldığı gibi bazı özel durumlarda optimizasyon programları da göz önünde bulundurulmuştur.

4.2.2.4. Örnek Bernstein Transformatör Tasarımları

Örnek-1: $n=3$ bölmeli Butterworth Transformatörün Bernstein Transformatöründen hareketle gerçekleştirilmesi : $Z_L=2$, $Z_0=1$ olmak üzere (4.2.1.8) bağıntısı uyarınca , $f = [1/3 \quad -1/3 \quad 1/3 \quad -1/3]^T$ yazılabilir. T-dönüşüm matrisi,

$$T = \begin{bmatrix} 1/64 & 6/64 & 15/64 & 20/64 & 15/64 & 6/64 & 1/64 \\ -3/64 & -6/64 & 3/64 & 12/64 & 3/64 & -6/64 & -3/64 \\ 3/64 & -6/64 & -3/64 & 12/64 & -3/64 & -6/64 & 3/64 \\ -1/64 & 6/64 & -15/64 & 20/64 & -15/64 & 6/64 & 1/64 \end{bmatrix}^T$$

olarak hesaplanmıştır.

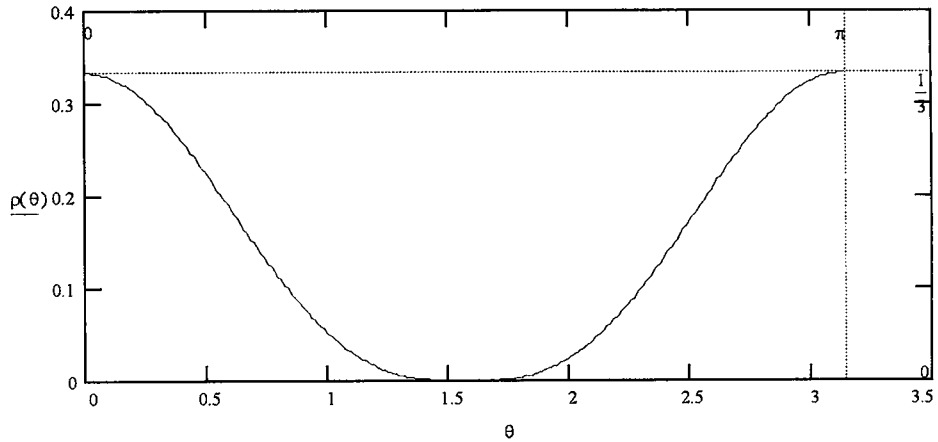
(4.2.1.8) 'den hareketle $\rho(n)$

$$\rho = [1/24 \quad 0 \quad 1/8 \quad 0]^T$$

olarak elde edilir. Bu değerler bir önceki bölümde verilen ilgili bağıntılarda yerine konursa ,

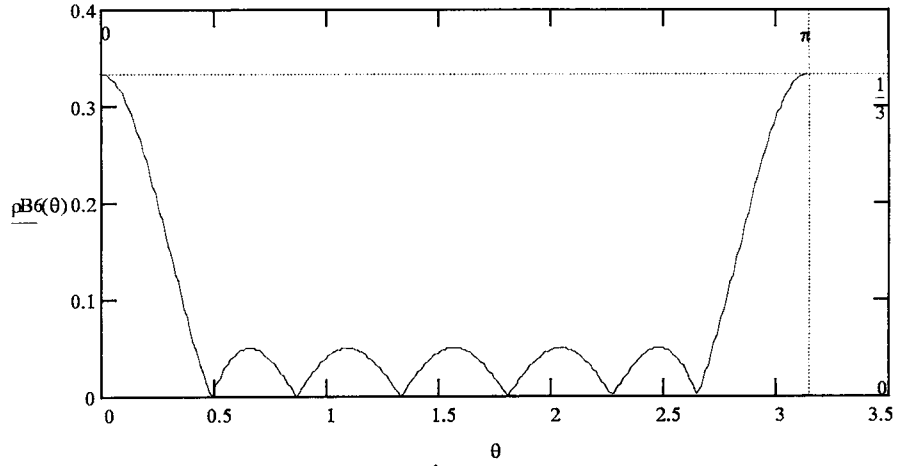
$$\rho = |\Gamma(\theta)| = |(1/4) \cdot \cos \theta + (1/24) \cdot \cos(3\theta)|$$

elde edilir, bu Butterworth transformatöre özdeştir. Şekil-4.2.2.4.1.



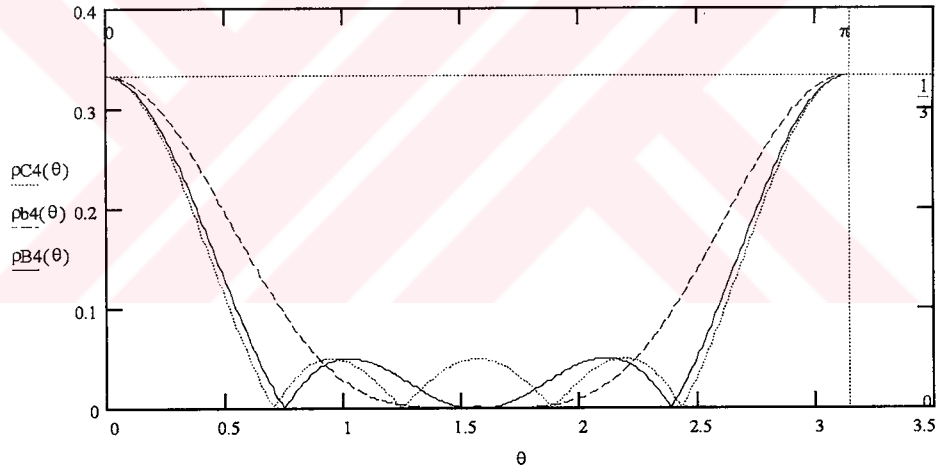
Şekil-4.2.2.4.1. $n=3$ için Bernstein Transformatörü

Örnek-2: $N=6$ için Chebyshev Çeyrek-Dalga Transformatörü



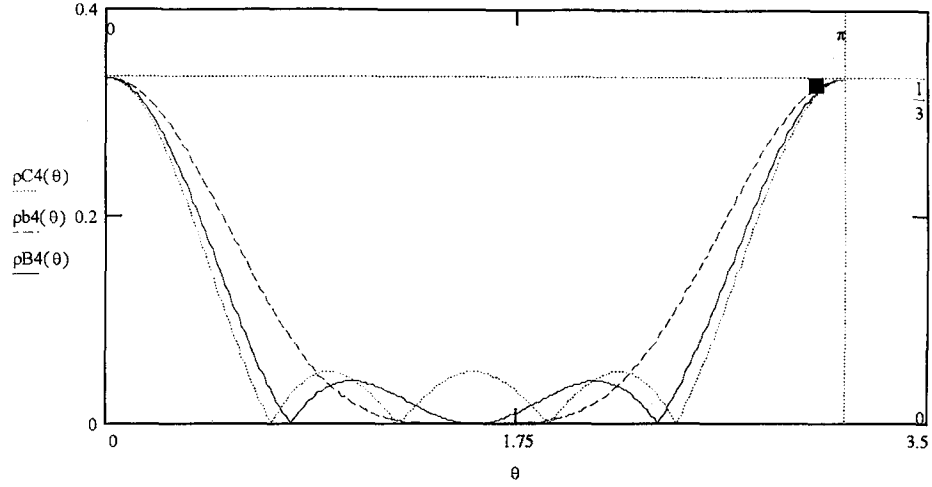
Şekil-4.2.2.4.2. $N=6$ İçin Bernstein Transformatörü

Örnek-3:(I) Yaklaşımı İle Bernstein Transformatör Tasarımı:



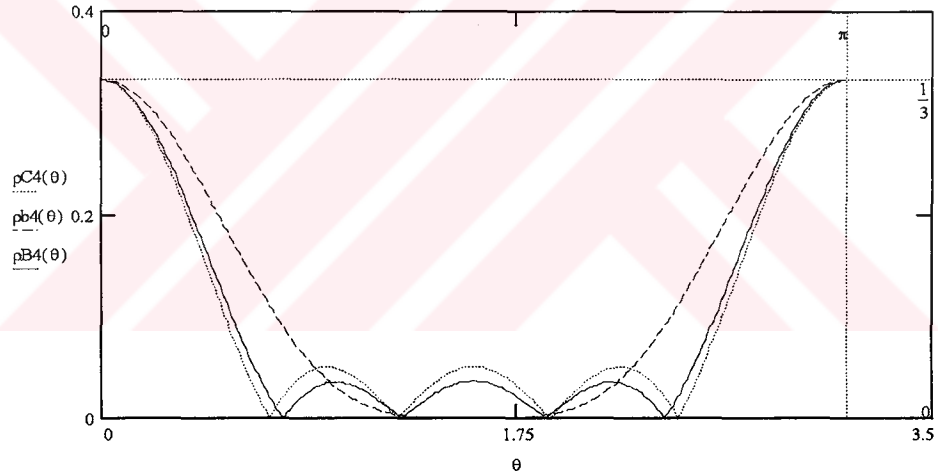
Şekil-4.2.2.4.3. Chebyshev , Butterworth ve (I).Tip Bernstein Transformatörü ($n=4$).

Örnek-4.: (II) Tip Yaklaşım ile Bernstein Transformatör Tasarımı.



Şekil-4.2.2.4.4.Chebyshev , Butterworth ve (II).Tip Bernstein Transformatörü ($n=4$).

Örnek-4:(III) Tip Yaklaşımla Bernstein Transformatör Tasarımı.



Şekil-4.2.2.4.5.Chebyshev , Butterworth ve (III).Tip Bernstein Transformatörü ($n=4$).

Tablo-4.2.2.4.1-Bölmeli Çeyrek-Dalga Transformatörler İçin Karakteristik Empedanslar Ve Geçirme Bandı Özellikleri, $\rho_m=0.05, Z_L=100\Omega, Z_o=50\Omega$.

Transformatörler	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	θ_m	Band Genişliği
Butterworth Tr.	52.13	61.58	79.07	95.92	51.95°	76.1°
Chebyshev Tr.	55.78	64.28	68.56	89.63	34.7°	110.6°
Bernstein Tr.						
Şekil-4.2.2.4.3	54.68	64.59	75.47	91.43	36.7°	106.6°
Şekil-4.2.2.4.4	54.32	64.2	75.94	92.04	38.11°	103.8°
Şekil-4.2.2.4.5	55.01	63.84	76.36	90.9	36.92°	106.2°

Tablo-4.2.2.4.2. Bernstein Transformatörlerinin Geçirme-Bandı Özellikleri

Şekil⇒	Şekil-4.2.2.4.3	Şekil-4.2.2.4.4	Şekil-4.2.2.4.5
Dalgacık Sayısı	2	2	3
Dalgacığın Maksimum Değeri	0.05	0.04	0.035



5.A(w) GENLİK KARAKTERİSTİĞİ İLE FİLTRE TASARIMI :

Alçak geçiren bir filtrenin genlik karakteristiği ,

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+f(\omega^2)}} \quad (5.1)$$

olarak tanımlanır.Karakteristiğin geçirme bandı genel olarak $0 \leq \omega \leq \omega_c$ olarak tanımlanır. ω_c kesim frekansı izin verilen minimum genlik değerine karşı düşer,bu -3 dB dir.

$20. \log(A(\omega_c)) = -3 \text{ dB}$ bağıntısından hareketle, ω_c frekansında A(w) genliğinin alması gereken değer, $A(\omega_c) = \sqrt{2} / 2$ olarak belirlenir.Bu durumda geçirme bandında A(w) şu koşulu sağlamalıdır ;

$$\sqrt{2} / 2 \leq A(\omega) \leq 1 , \quad 0 \leq \omega \leq \omega_c \quad (5.2)$$

A(w) ‘nın (1) ‘ de verilen ifadesi yukarıda yerine konursa ,

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \frac{1}{\sqrt{1+f(\omega^2)}} \leq 1 \quad (5.3)$$

burdan iki eşitsizlik durumu ayrı ayrı gözönüne alınırsa ,

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \frac{1}{\sqrt{1+f(\omega^2)}} &\Rightarrow f(\omega^2) \leq 1 \\ \frac{1}{\sqrt{1+f(\omega^2)}} \leq 1 &\Rightarrow 0 \leq f(\omega^2) \end{aligned} \quad 0 \leq \omega \leq \omega_c \quad (5.4)$$

son durumda $f(\omega^2)$ için ,

$$0 \leq f(\omega^2) \leq 1 , \quad 0 \leq \omega \leq \omega_c \quad (5.5)$$

yazılabilir.Literatürde $f(\omega^2)$ fonksiyonunun elde edilişi üzerine iki farklı yöntem yer almaktadır ;

$$(I) f(\omega^2) = [M(\omega)]^2$$

$$(II) f(\omega^2) = N(\omega^2)$$

(I) yönteminde M(w) ,N ‘ in tek veya çift olmasına göre sırasıyla w’ nın tek veya çift fonksiyonu olabilir.

(II) yönteminde ise oluşturulan $N(\omega^2)$,N’ in hem hem çift değeri için w’ nın çift fonksiyonudur.

Burada yapılacak incelemelerde kesim frekansı olarak $\omega_c=1$ gözönüne alınmıştır.

Filtrelerin genel değerlendirmesi geçirme bandına ve kesim frekansındaki davranışına göre yapılır. İdeal bir alçak geçiren filtrede geçirme bandının olabildiğince düzgün, kesim frekansındaki eğimin (bir başka deyişle seçiciliğinin) de olabildiğince büyük olması istenir.

Burada yapılacak incelemelerde ilk olarak bugüne kadar yukardaki iki yöntemle gerçekleştirilen alçak geçiren filtre tasarımlarına göz atalım.

5.1. Butterworth Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Bu tip alçak geçiren filtre tasarımında $f(\omega^2)$ olarak ,

$$f(\omega^2) = \omega^{2.N} \quad (5.1.1)$$

fonksiyonu gözönüne alınmaktadır.

5.2. Chebyshev Polinomlarıyla Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Bu tip alçak geçiren filtre tasarımında $f(\omega^2)$ olarak ,

$$f(\omega^2) = [T_N(\omega)]^2 \quad (5.2.1)$$

fonksiyonu gözönüne alınmaktadır. Burada $T_N(\omega)$, ω -domeninde N. Dereceden Chebyshev polinomudur. Tablo-E.1 Chebyshev polinomları tablosu verilmiştir.

5.3. Legendre Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Bu tip alçak geçiren filtre tasarımında $f(\omega^2)$ olarak ,

$$f(\omega^2) = [P_N(\omega)]^2 \quad (5.3.1)$$

fonksiyonu gözönüne alınmaktadır. Burada $P_N(\omega)$, ω -domeninde N. Dereceden Legendre polinomudur. Genel olarak $P_N(x)$ Legendre polinomu aşağıdaki özelliklere sahiptir ;

$$-1 \leq x \leq 1 \quad \text{için} \quad -1 \leq P_N(x) \leq 1, \quad (5.3.2)$$

$$\text{Rekürans bağıntısı : } P_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{n+1} \cdot x \cdot P_n(x) - \frac{n}{n+1} \cdot P_{n-1}(x) \quad (5.3.3)$$

$$\text{Rodrigue Formu : } P_n(x) = \frac{(-1)^n}{2^n \cdot n!} \cdot \frac{d^n}{dx^n} \left\{ (1-x^2)^n \right\} \quad (5.3.4)$$

$$\text{Toplam Şeklinde İfade : } P_n(x) = \frac{1}{2^n} \cdot \sum_{k=0}^{n/2} (-1)^k \cdot \binom{n}{k} \cdot \binom{2n-2k}{n} \cdot x^{n-2k} \quad (5.3.5)$$

$$\text{Diferansiyel Formu : } (1-x^2) \cdot y'' - 2x \cdot y' + n(n+1) \cdot y = 0, \quad y = P_n(x) \quad (5.3.6)$$

$P_n(x)$ Legendre polinom tablosu Tablo-E.2 ' de verilmiştir.

5.4. Birleştirilmiş Legendre Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Bu tip alçak geçiren filtre tasarımında $f(\omega^2)$ olarak ,

$$f(\omega^2) = [P_n^m(\omega)]^2 \quad (5.4.1)$$

fonksiyonu gözönüne alınmaktadır. Burada $P_n^m(\omega)$, w -domeni m . birleştirilmiş Legendre polinomudur ve şu şekilde tanımlanmıştır ;

$$P_n^m(\omega) = \frac{d^m}{dw^m} P_{n+m}(\omega) \quad (5.4.2)$$

$m=1$ ve $m=2$ için bu yolla elde edilen $P_n^m(\omega)$ polinomları ve filtre tasarımı için gerekli modifiye edilmiş $P_n^m(\omega)$ polinomları Tablo-E.3.1-2 ' de verilmiştir.

5.5. Hermite Polinomları İle Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Bu tip alçak geçiren filtre tasarımında $f(\omega^2)$ olarak ,

$$f(\omega^2) = [H_n(\omega)]^2 \quad (5.5.1)$$

fonksiyonu gözönüne alınmaktadır.Burada $H_n(\omega)$,w-domeni n. Dereceden Hermite polinomudur.Genel olarak $H_n(x)$ Hermite polinomu aşağıda verilen özellikleri taşımaktadır ;

$$\text{Rekürans Bağıntısı : } H_{n+1}(x) = 2x \cdot H_n(x) - 2n \cdot H_{n-1}(x) \quad (5.5.2)$$

$$\text{Rodrigue Formu : } H_n(x) = (-1)^n \cdot e^{x^2} \cdot \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2}) \quad (5.5.3)$$

$$\text{Toplam Şeklinde İfade : } H_n(x) = n! \cdot \sum_{k=0}^{n/2} \frac{(-1)^k \cdot (2x)^{n-2k}}{k! \cdot (n-2k)!} \quad (5.5.4)$$

$$\text{Diferansiyel Form . } y'' - 2xy' + 2ny = 0 \quad , \quad y = H_n(x) \quad (5.5.5)$$

$H_n(x)$ Hermite polinom tablosu ve filtre tasarımı için gerekli modifiye $H_n(x)$ polinomları Tablo-E.5.1-2' de verilmiştir.

5.6.II-Tip Chebyshev Polinomları İle Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Bu tip alçak geçiren filtre tasarımında $f(\omega^2)$ olarak ,

$$f(\omega^2) = [U_n(\omega)]^2 \quad (5.6.1)$$

fonksiyonu gözönüne alınmaktadır.Burada $U_n(\omega)$,w-domeni n. Dereceden II.Tip Chebyshev polinomudur. polinomudur.Genel olarak $U_n(x)$ Hermite polinomu aşağıda verilen özellikleri taşımaktadır ;

$$-1 \leq x \leq 1 \quad \text{iç in} \quad |U_n(x)| \leq n+1 \quad (5.6.2)$$

$$\text{Rekürans Bağıntısı : } U_{n+1}(x) = 2x \cdot U_n(x) - U_{n-1}(x) \quad (5.6.3)$$

$$\text{Rodrigue Formu : } U_n(x) = \frac{(-1)^n \cdot (n+1) \cdot \sqrt{\pi}}{\sqrt{(1-x^2)} \cdot 2^{n+1} \cdot \Gamma(n+3/2)} \cdot \frac{d^n}{dx^n} \left\{ (1-x^2)^{n+1/2} \right\} \quad (5.6.4)$$

$$\text{Toplam Şeklinde İfade : } U_n(x) = \sum_{k=0}^{n/2} \frac{(-1)^k \cdot (n-k)! \cdot (2x)^{n-2k}}{k! \cdot (n-2k)!} \quad (5.6.5)$$

$x = \cos\theta$ yazıp seriye açılarak düzenlenirse,

$$U_n(\cos\theta) = \frac{\sin(n+1)\theta}{\sin\theta} \quad (5.6.6)$$

ifadesi elde edilir.

$$\text{Diferansiyel Form . } (1-x^2).y'' - 3xy' + n(n+2).y = 0 \quad , \quad y = U_n(x) \quad (5.6.7)$$

Bu yolla elde edilen II.Tip Chebyshev polinomları , $U_n(x)$ ve filtre tasarımı için gerekli modifiye II.Tip Chebyshev polinomları Tablo-E.6.1-2 'de verilmiştir.

5.7.Halpern Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Bu tip alçak geçiren filtre tasarımında $f(\omega^2)$ olarak ,

$$f(\omega^2) = T_n(\omega^2) \quad (5.7.1)$$

fonksiyonu gözönüne alınmaktadır.Burada $T_n(\omega^2)$,w-domeni n. Dereceden Halpern polinomu olarak isimlendirilmiştir.Halpern , $T_n(\omega^2)$ polinomunu oluşturukun $U_j(x)$ olarak adlandırdığı şu yardımcı fonksiyonlardan yararlanmıştır ;

$$U_{2j}(x) = \sqrt{4j+2} \cdot \sum_{k=0}^j (-1)^{j-k} \cdot \frac{(k+j)!}{(j-k)! \cdot (k!)^2} \cdot x^{2k} \quad , n\text{-çift için} \quad (5.7.2)$$

$$U_{2j+1}(x) = 2 \cdot \sqrt{j+1} \cdot \sum_{k=0}^j (-1)^k \cdot \frac{(2j+1-k)!}{k! \cdot (j+1-k)! \cdot (j-k)!} \cdot x^{2(j-k)+1} \quad , n\text{-tek için} \quad (5.7.3)$$

$$T_n(\omega^2) = \int_0^{\omega^2} x \cdot U_{n-1}^2(x) \cdot dx \quad (5.7.4)$$

bağıntısından hareketle elde edilen ve filtre tasarımı için gerekli olan $T_n(\omega^2)$

polinomları ile bu polinomların elde edilmesinde kullanılan $U_j(x)$ yardımcı polinomları Tablo-E.7.1-2' de verilmiştir.

5.8.Johnson'ların Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Bu tip alçak geçiren filtre tasarımında $f(\omega^2)$ olarak ,

$$f(\omega^2) = [F_n^\alpha(\omega)]^2 \quad (5.8.1)$$

fonksiyonu gözönüne alınmaktadır.Burada $F_n^\alpha(\omega)$ şu şekilde tanımlanmıştır ,

$$F_n^\alpha(\omega) = \frac{n!}{(1+\alpha)_n} \cdot P_n^{(\alpha,\alpha)} \quad (5.8.2)$$

$$(1+\alpha)_n = (1+\alpha).(2+\alpha).....(n+\alpha) \quad n = 1,2,3.. \quad (5.8.3)$$

$$(1+\alpha)_0 = 1$$

$P_n^{(\alpha,\alpha)}(\omega)$ Ultraspherical polinom olarak adlandırılır.Jacobi polinomu olarak isimlendirilen $P_n^{(\alpha,\beta)}(\omega)$,
da $\beta=\alpha$ alınarak oluşturulmuştur. $P_n^{(\alpha,\beta)}(\omega)$ Jacobi polinomu şu özellikleriyle verilebilir ,

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(-x) = (-1)^n \cdot P_n^{(\beta,\alpha)}(x) \quad (5.8.4)$$

$$\text{Toplam Şeklinde İfade: } P_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{1}{2^n} \cdot \sum_{k=0}^n \binom{n+\alpha}{k} \binom{n+\beta}{n-k} \cdot (x-1)^{n-k} \cdot (x+1)^k \quad (5.8.5)$$

Rekürans Bağıntısı:

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{(2n+\alpha+\beta+1) \cdot [(\alpha^2 - \beta^2) + (2n+\alpha+\beta+2) \cdot (2n+\alpha+\beta) \cdot x]}{2 \cdot (n+1) \cdot (n+\alpha+\beta+1) \cdot (2n+\alpha+\beta)} \cdot P_n^{(\alpha,\beta)}(x) \\ - \frac{2 \cdot (n+\alpha) \cdot [(2n+\alpha+\beta+2) \cdot (n+\beta)]}{2 \cdot (n+1) \cdot (n+\alpha+\beta+1) \cdot (2n+\alpha+\beta)} \cdot P_{n-1}^{(\alpha,\beta)}(x) \quad (5.8.6)$$

$$\text{Rodrigue Formu: } P_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{(-1)^n}{2^n \cdot n! \cdot (1-x)^\alpha \cdot (1+x)^\beta} \cdot \frac{d^n}{dx^n} \{ (1-x)^{n+\alpha} \cdot (1+x)^{n+\beta} \} \quad (5.8.7)$$

Diferansiyel İfade: $(1-x^2).y'' + [\beta - \alpha - (\alpha + \beta + 2)x].y' + n.(n + \alpha + \beta + 1).y = 0$, $y = P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$ (5.8.8)

$F_n^\alpha(x)$ için aşağıdaki ifade verilebilir,

$$F_n^\alpha(x) = \sum_{k=0}^n \frac{(-n)_k \cdot (2\alpha + n + 1)_k}{k! \cdot (1 + \alpha)_k \cdot 2^k} \cdot (1-x)^k \quad (5.8.9)$$

$F_n^\alpha(x)$ üzerine rekürans bağıntısı ise ,

$$F_n^\alpha(x) = \frac{(2\alpha + 2n - 1)}{(2\alpha + n)} \cdot x \cdot F_{n-1}^\alpha(x) - \frac{(n-1)}{(2\alpha + n)} \cdot F_{n-2}^\alpha(x) \quad , \quad n \geq 2$$

$$F_0^\alpha(x) = 1 \quad (5.8.10)$$

$$F_1^\alpha(x) = x$$

$P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$, $P_n^{(\alpha, \alpha)}(x)$, $F_n^\alpha(x)$ polinomlarının farklı n değerleri için ifadeleri Tablo-E.8.1-2-3 'de verilmiştir.

5.9.Djurich ve Petkovich'in Optimum Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Bu tip alçak geçiren filtre tasarımında $f(\omega^2)$ olarak ,

$$f(\omega^2) = D_n(\omega^2) \quad (5.9.1)$$

fonksiyonu gözönüne alınmaktadır. Burada $D_n(\omega^2)$ şu şekilde tanımlanmıştır

$$D_n(\omega) = \int_0^\omega x \cdot d^2(x) \cdot dx \quad (5.9.2)$$

bu ifadede $d(x)$,

$$d(x) = \sum_{i=0}^m C_i \cdot U_i(x) \quad (5.9.3)$$

olarak alınmıştır. $U_i(x)$ ler Halpern tarafından kullanılan yardımcı polinomlarla özdeşdir. Tablo-E.7.1-2

Djurich ve Petkovich $d(x)$ deki C_i katsayılarını geçirme bandını iyileştirecek tarzda oluşturulan nonlinear eşitliklerin çözümünden elde etmiştir.

5.10. Rakovich ve Lazovich ' in Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Bu tip alçak geçiren filtre tasarımında $f(\omega^2)$ olarak ,

$$f(\omega^2) = L_n(\omega^2) \quad (5.10.1)$$

fonksiyonu gözönüne alınmaktadır. Burada $L_n(\omega^2)$ şu şekilde tanımlanmıştır,

$$L_n(\omega^2) = \int_0^1 x \left[\sum_{i=0}^{n/2-1} C_{2,i+1} \cdot U_{2,i+1}(x) \right]^2 dx \quad , \quad n\text{-çift için} \quad (5.10.2)$$

$$L_n(\omega^2) = \int_0^1 x \left[\sum_{i=0}^{(n-1)/2} C_{2,i} \cdot U_{2,i}(x) \right]^2 dx \quad , \quad n\text{-tek için} \quad (5.10.3)$$

Yine burada kullanılan $U_{2,i}(x)$ ve $U_{2,i+1}(x)$ polinomları Halpern' in kullandığı yardımcı polinomlarla özdeşdir. Tablo-E.7.1-2

Kullanılan $C_{2,i}$ ve $C_{2,i+1}$ katsayıları ise,

$$C_{2,i} = C_t = \sqrt{\frac{2}{n+1}} \quad n\text{-tek için} \quad (5.10.4)$$

$$C_{2,i+1} = C_\varphi = \sqrt{\frac{2}{n}} \quad n\text{-çift için} \quad (5.10.5)$$

seçilerek $L_n(\omega^2)$ polinomları oluşturulmuştur. Elde edilen polinomlar Tablo-E.9 ' da verilmiştir.

5.11. Papoulis Tarafından Geliştirilen Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Bu tip alçak geçiren filtre tasarımında $f(\omega^2)$ olarak ,

$$f(\omega^2) = L_n(\omega^2) \quad (5.11.1)$$

fonksiyonu gözönüne alınmaktadır. $L_n(\omega^2)$ aşağıda belirtilen şekilde oluşturulmuştur,
 $n=2.k+1$ olarak n-tek için

$$L_n(x) = \int_{-1}^{2x-1} v^2(\tau).d\tau \quad (5.11.2)$$

olarak tanımlanmıştır.Burada $v^2(\tau)$ şu şekilde ifade edilmektedir;

$$v(\tau) = \sum_{i=0}^k a_i \cdot P_i(\tau) \quad (5.11.3)$$

$P_i(\tau)$ daha önceki bölümlerde bahsedilen ve Tablo-E.7.1-2 'de polinomları verilen Legendre polinomlarıdır.

Yine buradaki a_k katsayıları aşağıda evrilen ilişki yardımı ile hesaplanmaktadır,

$$a_0 = \frac{a_1}{3} = \frac{a_2}{5} = \frac{a_3}{7} = \dots = \frac{a_k}{2k+1} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot (1+k)} \quad (5.11.4)$$

$n=2k+2$ olan n-çift için,

$$L_n(x) = \int_{-1}^{2x-1} (1+\tau).u^2(\tau).d\tau \quad (5.11.5)$$

olarak tanımlanmıştır.Burada $v^2(\tau)$ şu şekilde ifade edilmektedir;

$$u(\tau) = \sum_{i=0}^k a_i \cdot P_i(\tau) \quad (5.11.6)$$

Yine buradaki a_k katsayıları aşağıda evrilen ilişki yardımı ile hesaplanmaktadır,

$$k\text{-çift ise, } a_0 = \frac{a_2}{5} = \frac{a_4}{9} = \frac{a_6}{13} = \dots = \frac{a_k}{2k+1} = \frac{1}{\sqrt{(1+k) \cdot (2+k)}} \quad , \quad a_1 = a_3 = a_5 = \dots = a_{k-1} = 0 \quad (5.11.7)$$

$$k\text{-tek ise, } \frac{a_1}{3} = \frac{a_3}{7} = \frac{a_5}{11} = \dots = \frac{a_k}{2k+1} = \frac{1}{\sqrt{(1+k) \cdot (2+k)}} \quad , \quad a_0 = a_2 = a_4 = \dots = a_{k-1} = 0 \quad (5.11.8)$$

Hesaplanan $L_n(x)$ ifadeleri ile filtrelerde kullanılacak olan, $x \rightarrow \omega^2$ dönüşümü yapılmış $L_n(\omega^2)$ ifadeleri tablo olarak Tablo-E.10 'da verilmiştir.



5.12. Bernstein Polinomları İle Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

$B_n(x)$ Bernstein polinomunu kullanarak alçak geçiren filtre tasarımı gerçekleştirmek için ilk aşamada $B_n(w)$ 'nın elde edilmesi gerekmektedir. Bunun için $B_n(x)$ ifadesine şu dönüşüm uygulanır ;

$$x = \frac{1}{2} \cdot (1 - w) \quad (5.12.1)$$

Elde edilen $B_n(w)$ ifadesi,

$$B_n(w) = \frac{1}{2^n} \cdot \sum_{k=0}^n f_k \cdot \binom{n}{k} \cdot (1-w)^k \cdot (1+w)^{n-k} \quad (5.12.2)$$

dir. İfadeden de görüleceği üzere filtre karakteristiğine etki edecek olan f_k katsayılarıdır.

Başta belirtilen iki-yaklaşım göz önünde bulundurularak f_k katsayılarının ne şekilde seçilebileceğini belirlemeye çalışalım.

5.12.1. (I) Yaklaşımından Hareketle $M(w)$ ' Ya Karşı Düşen $B_n(w)$ ' nın Oluşturulması

$M(w)$ polinomu olarak $B_n(w)$ polinomu gözönüne alındığı zaman,

$$[B_n(w)]^2 = \frac{1}{2^n} \cdot \left[\sum_{k=0}^n f_k \cdot \binom{n}{k} \cdot (1-w)^k \cdot (1+w)^{n-k} \right]^2 \quad (5.12.1.1)$$

ifadesi yazılabilir. Bu ifade $0 \leq f(w^2) \leq 1$, $0 \leq w \leq 1$ ile verilen genel bağıntıda yerine konursa ve düzenlenirse,

$$0 \leq \frac{1}{2^{2n}} \cdot \left[\sum_{k=0}^n f_k \cdot \binom{n}{k} \cdot (1-w)^k \cdot (1+w)^{n-k} \right]^2 \leq 1$$

$$0 \leq \left[\sum_{k=0}^n f_k \cdot \binom{n}{k} \cdot (1-w)^k \cdot (1+w)^{n-k} \right]^2 \leq (2^n)^2$$

$$-2^n \leq \left[\sum_{k=0}^n f_k \cdot \binom{n}{k} \cdot (1-w)^k \cdot (1+w)^{n-k} \right] \leq 2^n$$

(5.12.1.2)

$$-1 \leq \frac{1}{2^n} \cdot \left[\sum_{k=0}^n f_k \cdot \binom{n}{k} \cdot (1-w)^k \cdot (1+w)^{n-k} \right] \leq 1$$

$$-1 \leq B_n(w) \leq 1 \quad , \quad 0 \leq w \leq 1$$

sonucuna varılır. Yine (5.12.2) ifadesi aşağıdaki şekilde binom serisine açılır,

$$B_n(w) = \frac{1}{2^n} \cdot \left\{ f_0 \cdot \binom{n}{0} \cdot (1+w)^n + f_1 \cdot \binom{n}{1} \cdot (1-w) \cdot (1+w)^{n-1} + \dots + f_n \cdot \binom{n}{n} \cdot (1-w)^n \right\} \quad (5.12.1.3)$$

ve aşağıda belirtilen formda düzenlenirse,

$$B_n(w) = \frac{1}{2^n} \cdot (a_0 + a_1 \cdot w + a_2 \cdot w^2 + \dots) \quad , \quad (5.12.1.4)$$

amaca uygun $B_n(w)$ polinomu elde etmek için f_k katsayılarının şu şekilde seçilmesi gerektiği görülür,

$f_0 = f_n, f_1 = f_{n-1}, \dots, n$ -çift için

$f_0 = -f_n, f_1 = -f_{n-1}, \dots, n$ -tek için

(5.12.1.5)

f_k katsayıları bu şekilde seçilip $B_n(w)$ ifadesine uygulandığı zaman ,sırasıyla n -çift ve n -tek için

$$B_n(w) = \frac{1}{2^n} \cdot \left\{ f_0 \cdot \left[(1+w)^n + (1-w)^n \right] + K_\varphi(w) \right\}$$

aşağıdaki ifadeler elde edilir,

$$B_n(w) = \frac{1}{2^n} \cdot \left\{ f_0 \cdot \left[(1+w)^n - (1-w)^n \right] + K_t(w) \right\} \quad (5.12.1.6)$$

$A(w)$ ifadesi $w=1$ ' de $1/\sqrt{2}$ değerini almak zorunda olduğundan $[B_n(w)]^2$ $w=1$ de 1 değerini almalıdır. n ' in hem tek hem de çift değerleri için $K_t(w), K_c(w)$, $(1-w)$ çarpanı içerdiğinden $w=1$ de $K_t(1)=K_c(1)=0$ değerini alacaktır. $B_n(w)$ 'nın $w=1$ ' deki değeri ise n ' in hem tek hem de çift değeri için,

$$B_n(1) = \frac{1}{2^n} \cdot f_0 \cdot 2^n = f_0 \quad (5.12.1.7)$$

olacaktır. Daima $B_n(1)=1$ olması gerektiğinden bu tip yaklaşım için bundan sonra " $f_0=1$ " olarak alınacaktır.

$B_n(w)$ 'nın $w=0$ daki değerine bakacak olursak, yine $B_n(w)$ 'nın gerekli düzenlemeler yapıp (5.12.1.4) ifadesi ile verilen forma sokulduğunu kabul edelim, yukardaki ifadede $w=0$ konulduğu zaman $B_n(0)$ ifadesi şu değeri alacaktır,

$$B_n(0) = \frac{1}{2^n} \cdot a_0 = \frac{1}{2^n} \cdot \sum_{k=0}^n f_k \cdot \binom{n}{k} \quad (5.12.1.8)$$

$f(w^2) = [B_n(w)]^2$ olarak seçilen bu sistemde $f_k = f_{n-k}$ simetri koşulu gözönüne alınırsa, $B_n(0)$,

$$\text{n-Çift için,} \quad B_n(0) = \frac{1}{2^n} \cdot \left\{ 2 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{n/2-1} f_k \cdot \binom{n}{k} + f_{n/2} \cdot \binom{n}{n/2} \right\} \quad (5.12.1.9)$$

$$\text{n-Tek için,} \quad B_n(0) = \frac{1}{2^n} \cdot \left\{ 2 \cdot n + 2 \cdot \sum_{k=1}^{(n-1)/2} f_k \cdot \binom{n}{k} \cdot (n-2 \cdot k) \right\} \quad (5.12.1.10)$$

değerlerini alacaktır. Yukardaki ifadeden de görüleceği üzere $B_n(w)$ polinomunun, dolayısıyla alçak geçiren filtrenin $w=0$ ' daki değerini istediğimiz gibi belirleyebilecek durumdayız. Bu , özellikle band geçiren , band söndüren filtre tasarımları için büyük bir avantajdır.

(I) yaklaşımından hareketle elde edilecek $B_n(w)$ polinomlarının , yukarda belirtilen durumları da gözönünde bulundurarak, n ' in tek veya çift değerleri için sırasıyla w 'nın tek veya çift dereceli polinomları olacağı görülür. Bu aşamada sırasıyla n-Çift ve n-Tek için oluşacak olan $B_n(w)$ polinomlarını belirlemeye çalışalım.

N-Çift değerleri için oluşacak olan $B_n(w)$ polinomunun gerekli düzenlemeleri yaptıktan sonra şu yapıya sahip olduğunu kabul edelim;

$$B_n(w) = \frac{1}{2^n} \cdot \{S_0 + S_1 \cdot w^2 + S_2 \cdot w^4 + \dots + S_t \cdot w^{2t} + \dots + S_n \cdot w^n\} \quad (5.12.1.11)$$

toplam şeklinde yazacak olursak,

$$B_n(w) = \frac{1}{2^n} \cdot \left\{ \sum_{t=0}^{n/2} S_t \cdot w^{2t} \right\} \quad (5.12.1.12)$$

Burada S_t katsayıları şu şekilde tanımlanmıştır,

$$S_t = 2f_0 \binom{n}{2t} + 2 \cdot \sum_{k=1}^{n/2-t} f_k \cdot \binom{n}{k} \binom{n-2k}{2t} + 2 \cdot \sum_{u=1}^t \sum_{k=u}^{n/2-t+u-1} f_k \cdot \binom{n}{k} \binom{k}{u} \binom{n-2k}{2t-2u} \cdot (-1)^u + (-1)^t \cdot f_{n/2} \cdot \binom{n}{n/2} \binom{n/2}{t} \quad (5.12.1.13)$$

$n=2,4$ için S_t katsayıları bulunarak $B_n(w)$ polinomları aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir,

$$B_2(w) = \frac{1}{4} \cdot \{(2 \cdot f_0 + 2 \cdot f_1) + (2 \cdot f_0 - 2 \cdot f_1) \cdot w^2\} \quad (5.12.1.14)$$

$$B_4(w) = \frac{1}{16} \cdot \{(2 \cdot f_0 + 8 \cdot f_1 + 6 \cdot f_2) + (12 \cdot f_0 - 12 \cdot f_2) \cdot w^2 + (2 \cdot f_0 - 8 \cdot f_1 + 6 \cdot f_2) \cdot w^4\} \quad (5.12.1.15)$$

S_t katsayılarının hesaplanmasında veya verilen bir S_t değerine karşılık f_k katsayılarının belirlenmesinde kolaylık sağlaması açısından aşağıda belirtilen matris formu da ayrıca oluşturulmuştur,

$$[R] \cdot [F] = [S] \quad (5.12.1.16)$$

burada,

R matrisi : $\left(\frac{n}{2}+1\right) \times \left(\frac{n}{2}+1\right)$ boyutunda

F matrisi : $\left(\frac{n}{2}+1\right) \times 1$ boyutunda f_k katsayı matrisi

S matrisi : $\left(\frac{n}{2}+1\right) \times 1$ boyutunda polinom katsayı matrisi dir.

N=2,4,6,8 değerleri için (5.12.1.16) formları aşağıda verilmiştir,

n=2 için

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \end{bmatrix} \quad B_2(w) = \frac{1}{4} \cdot (S_0 + S_1 \cdot w^2) \quad (5.12.1.17)$$

n=4 için

$$\begin{bmatrix} 2 & 8 & 6 \\ 12 & 0 & -12 \\ 2 & -8 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \quad B_4(w) = \frac{1}{16} \cdot (S_0 + S_1 \cdot w^2 + S_2 \cdot w^4) \quad (5.12.1.18)$$

n=6 için

$$\begin{bmatrix} 2 & 12 & 30 & 20 \\ 30 & 60 & -30 & -60 \\ 30 & -60 & -30 & 60 \\ 2 & -12 & 30 & -20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad B_6(w) = \frac{1}{64} \cdot (S_0 + S_1 \cdot w^2 + S_2 \cdot w^4 + S_3 \cdot w^6) \quad (5.12.1.19)$$

n=8 için

$$\begin{bmatrix} 2 & 16 & 56 & 112 & 70 \\ 56 & 224 & 224 & -224 & -280 \\ 140 & 0 & -560 & 0 & 420 \\ 56 & -224 & 224 & 224 & -280 \\ 2 & -16 & 56 & -112 & 70 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} \quad B_8(w) = \frac{1}{256} \cdot (S_0 + S_1 \cdot w^2 + S_2 \cdot w^4 + S_3 \cdot w^6 + S_4 \cdot w^8) \quad (5.12.1.20)$$

N-Tek değerleri için oluşacak olan $B_n(w)$ polinomunun gerekli düzenlemeleri yaptıktan sonra şu yapıya sahip olduğunu kabul edelim;

$$B_n(w) = \frac{1}{2^n} \cdot \{S_0 \cdot w + S_1 \cdot w^3 + S_2 \cdot w^5 + \dots + S_t \cdot w^{2t+1} + \dots + S_n \cdot w^n\} \quad (5.12.1.21)$$

toplam şeklinde yazacak olursak,

$$B_n(w) = \frac{1}{2^n} \cdot \left\{ \sum_{t=0}^{(n-1)/2} S_t \cdot w^{2t+1} \right\} \quad (5.12.1.22)$$

Burada S_t katsayıları şu şekilde tanımlanmıştır,

$$S_t = 2 \cdot f_0 \cdot \binom{n}{2t+1} + 2 \cdot \sum_{k=1}^{(n-1)/2-t} f_k \cdot \binom{n}{k} \cdot \binom{n-2k}{2t+1} + 2 \cdot \sum_{u=1}^t \sum_{k=u}^{(n-1)/2-t+u} f_k \cdot \binom{n}{k} \cdot \binom{k}{u} \cdot \binom{n-2k}{2t-u} \cdot (-1)^u \quad (5.12.1.23)$$

$n=3,5$ için S_t katsayıları bulunarak $B_n(w)$ polinomları aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir,

$$B_3(w) = \frac{1}{8} \cdot \{(6 \cdot f_0 + 6 \cdot f_1) \cdot w + (2 \cdot f_0 - 6 \cdot f_1) \cdot w^3\} \quad (5.12.1.24)$$

$$B_5(w) = \frac{1}{32} \cdot \{(10 \cdot f_0 + 30 \cdot f_1 + 20 \cdot f_2) \cdot w + (20 \cdot f_0 - 20 \cdot f_1 - 40 \cdot f_2) \cdot w^3 + (2 \cdot f_0 - 10 \cdot f_1 + 20 \cdot f_2) \cdot w^5\} \quad (5.12.1.25)$$

S_t katsayılarının hesaplanmasında veya verilen bir S_t değerine karşılık f_k katsayılarının belirlenmesinde kolaylık sağlaması açısından daha önce de belirtilen $[R] \cdot [F] = [S]$ matris formu oluşturulmuştur. Ancak burada,

R matrisi : $\left(\frac{n+1}{2}\right) \times \left(\frac{n+1}{2}\right)$ boyutunda

F matrisi : $\left(\frac{n+1}{2}\right) \times 1$ boyutunda f_k katsayı matrisi

S matrisi : $\left(\frac{n+1}{2}\right) \times 1$ boyutunda polinom katsayı matrisi dir.

$N=3,5,7$ değerleri için $R \cdot F = S$ formları aşağıda verilmiştir.

N=3 için

$$\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \end{bmatrix} \quad B_3(w) = \frac{1}{8} \cdot (S_0 \cdot w + S_1 \cdot w^3) \quad (5.12.1.26)$$

n=5 için

$$\begin{bmatrix} 10 & 30 & 20 \\ 20 & -20 & -40 \\ 2 & 10 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \quad B_5(w) = \frac{1}{32} \cdot (S_0 \cdot w + S_1 \cdot w^3 + S_2 \cdot w^5) \quad (5.12.1.27)$$

n=7 için

$$\begin{bmatrix} 14 & 70 & 126 & 70 \\ 70 & 70 & -210 & -210 \\ 42 & -126 & 42 & 210 \\ 2 & -14 & 42 & -70 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad B_7(w) = \frac{1}{128} \cdot (S_0 \cdot w + S_1 \cdot w^3 + S_2 \cdot w^5 + S_3 \cdot w^7) \quad (5.12.1.28)$$

Verilen S_k değerlerine karşılık düşen f_k katsayılarını bulurken,

$$[F] = [R]^{-1} \cdot [S] \quad (5.12.1.29)$$

matris ifadesi kullanılabilir.

(I) Yaklaşımıyla , $f(w^2) = [B_n(w)]^2$ şeklindeki değişimi esas alarak oluşturulan $B_n(w)$ polinomlarının incelenmesi sonucunda ,bu polinomların sıfır ve maksimum noktalarının tarafımızdan kontrol edilebileceği sonucu ortaya çıkmıştır.Bu ,aşağıda bazı n değerleri için verilen, $B_n(w)$ ' nın sıfır olduğu w değerlerinin ifadesinden de açıkça görülmektedir;

$$n=2 \text{ için } B_2(w) = \frac{1}{4} \cdot (S_0 + S_1 \cdot w^2) \quad (5.12.1.30)$$

$$w_1 = \sqrt{\frac{-S_0}{S_1}} \quad w_2 = -\sqrt{\frac{-S_0}{S_1}} \quad (5.12.1.31)$$

$$n=3 \text{ için } B_3(w) = \frac{1}{8} \cdot (S_0 \cdot w + S_1 \cdot w^3) \quad (5.12.1.32)$$

$$w_1 = 0 \quad w_2 = \sqrt{\frac{S_0}{S_1}} \quad w_3 = -\sqrt{\frac{S_0}{S_1}} \quad (5.12.1.33)$$

$$n=4 \text{ için } B_4(w) = \frac{1}{16} \cdot (S_0 + S_1 \cdot w^2 + S_2 \cdot w^4) \quad (5.12.1.34)$$

$$w_{1,2} = \mp \sqrt{\frac{-S_1 + \sqrt{S_1^2 - 4 \cdot S_0 \cdot S_2}}{2 \cdot S_2}} \quad w_{3,4} = \mp \sqrt{\frac{-S_1 - \sqrt{S_1^2 - 4 \cdot S_0 \cdot S_2}}{2 \cdot S_2}} \quad (5.12.1.35)$$

$$n=5 \text{ için } B_5(w) = \frac{1}{32} \cdot (S_0 \cdot w + S_1 \cdot w^3 + S_2 \cdot w^5) \quad (5.12.1.36)$$

$$w_1 = 0 \quad w_{2,3} = \mp \sqrt{\frac{-S_1 + \sqrt{S_1^2 - 4 \cdot S_0 \cdot S_2}}{2 \cdot S_2}} \quad w_{4,5} = \mp \sqrt{\frac{-S_1 - \sqrt{S_1^2 - 4 \cdot S_0 \cdot S_2}}{2 \cdot S_2}} \quad (5.12.1.37)$$

Sözkonusu $B_n(w)$ polinomlarının $\frac{d}{dw} B_n(w) = 0$ ' dan hareketle ekstremum noktaları aşağıdaki şekilde hesaplanabilmektedir,

$$n=2 \text{ için } B_2(w) = \frac{1}{4} \cdot (S_0 + S_1 \cdot w^2) \quad (5.12.1.38)$$

$$w_1 = 0 \quad (5.12.1.39)$$

$$n=3 \text{ için } B_3(w) = \frac{1}{8} \cdot (S_0 \cdot w + S_1 \cdot w^3) \quad (5.12.1.40)$$

$$w_1 = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{S_0}{S_1}} \quad w_2 = -\sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{S_0}{S_1}} \quad (5.12.1.41)$$

$$n=4 \text{ için } B_4(w) = \frac{1}{16} \cdot (S_0 + S_1 \cdot w^2 + S_2 \cdot w^4) \quad (5.12.1.42)$$

$$w_1 = 0 \quad w_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{-S_1}{S_2}} \quad w_3 = -\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{-S_1}{S_2}} \quad (5.12.1.43)$$

$$n=5 \text{ için } B_5(w) = \frac{1}{32} \cdot (S_0 \cdot w + S_1 \cdot w^3 + S_2 \cdot w^5) \quad (5.12.1.44)$$

$$w_{1,2} = \mp \sqrt{\frac{-3 \cdot S_1 + \sqrt{9 \cdot S_1^2 - 20 \cdot S_0 \cdot S_2}}{10 \cdot S_2}} \quad w_{3,4} = \mp \sqrt{\frac{-3 \cdot S_1 - \sqrt{9 \cdot S_1^2 - 20 \cdot S_0 \cdot S_2}}{10 \cdot S_2}} \quad (5.12.1.45)$$

Belirtilen n değerleri için yukardaki bağıntılarda S_i katsayılarının yerlerine f_k cinsinden ifadeleri yazılırsa,

$$n=2 \text{ için } B_2(w) = \frac{1}{4} \cdot (2 - 2 \cdot f_1) \cdot \left[w^2 + \frac{2 + 2 \cdot f_1}{2 - 2 \cdot f_1} \right] \quad (5.12.1.46)$$

sıfır pozisyonları,

$$w_1 = \sqrt{-\left(\frac{2 + 2 \cdot f_1}{2 - 2 \cdot f_1}\right)} \quad w_2 = -\sqrt{-\left(\frac{2 + 2 \cdot f_1}{2 - 2 \cdot f_1}\right)} \quad (5.12.1.47)$$

ekstremum noktası,

$$w=0 \quad (5.12.1.48)$$

$$n=3 \text{ için } B_3(w) = \frac{1}{8} \cdot (2 - 6 \cdot f_1) \cdot \left[w^3 + \frac{6 + 6 \cdot f_1}{2 - 6 \cdot f_1} \cdot w \right] \quad (5.12.1.49)$$

sıfır pozisyonları,

$$w_1 = 0 \quad w_1 = \sqrt{\frac{6 + 6 \cdot f_1}{2 - 6 \cdot f_1}} \quad w_3 = -\sqrt{\frac{6 + 6 \cdot f_1}{2 - 6 \cdot f_1}} \quad (5.12.1.50)$$

ekstremum pozisyonları,

$$w_1 = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{6 + 6 \cdot f_1}{2 - 6 \cdot f_1}} \quad w_3 = -\sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{6 + 6 \cdot f_1}{2 - 6 \cdot f_1}} \quad (5.12.1.51)$$

n=4 için

$$B_4(w) = \frac{1}{16} (2 - 8 \cdot f_1 + 6 \cdot f_2) \left[w^2 - \frac{-12 + 12 \cdot f_2 - 8 \cdot \sqrt{2 + 4 \cdot f_1^2 - 6 \cdot f_2}}{2 \cdot (2 - 8 \cdot f_1 + 6 \cdot f_2)} \right] \cdot \left[w^2 - \frac{-12 + 12 \cdot f_2 + 8 \cdot \sqrt{2 + 4 \cdot f_1^2 - 6 \cdot f_2}}{2 \cdot (2 - 8 \cdot f_1 + 6 \cdot f_2)} \right] \quad (5.12.1.52)$$

sıfır pozisyonları,

$$w_{1,2} = \mp \sqrt{\frac{-3 + 3 \cdot f_2 + 2 \cdot \sqrt{2 + 4 \cdot f_1^2 - 6 \cdot f_2}}{1 - 4 \cdot f_1 + 3 \cdot f_2}} \quad w_{3,4} = \mp \sqrt{\frac{-3 + 3 \cdot f_2 - 2 \cdot \sqrt{2 + 4 \cdot f_1^2 - 6 \cdot f_2}}{1 - 4 \cdot f_1 + 3 \cdot f_2}} \quad (5.12.1.53)$$

ekstremum pozisyonları,

$$w_1 = 0 \quad w_2 = \sqrt{\frac{3 \cdot f_2 - 3}{1 - 4 \cdot f_1 + 3 \cdot f_2}} \quad w_3 = -\sqrt{\frac{3 \cdot f_2 - 3}{1 - 4 \cdot f_1 + 3 \cdot f_2}} \quad (5.12.1.54)$$

n=5 için

$$B_5(w) = \frac{1}{32} \cdot (2 - 10.f_1 + 20.f_2) \cdot w \cdot \left[w^2 - \left(\frac{-5 + 5.f_1 + 10.f_2 + 2.\sqrt{5 - 10.f_1 - 40.f_2 + 25.f_1^2}}{1 - 5.f_1 + 10.f_2} \right) \right] \cdot \left[w^2 - \left(\frac{-5 + 5.f_1 + 10.f_2 - 2.\sqrt{5 - 10.f_1 - 40.f_2 + 25.f_1^2}}{1 - 5.f_1 + 10.f_2} \right) \right] \quad (5.12.1.55)$$

sıfır pozisyonları,

$$w_1 = 0 \quad w_{2,3} = \mp \sqrt{\frac{-5 + 5.f_1 + 10.f_2 + 2.\sqrt{5 - 10.f_1 - 40.f_2 + 25.f_1^2}}{1 - 5.f_1 + 10.f_2}} \quad (5.12.1.56)$$

$$w_{4,5} = \mp \sqrt{\frac{-5 + 5.f_1 + 10.f_2 - 2.\sqrt{5 - 10.f_1 - 40.f_2 + 25.f_1^2}}{1 - 5.f_1 + 10.f_2}}$$

ekstremum pozisyonları,

$$w_{1,2} = \mp \sqrt{\frac{-3 + 3.f_1 + 6.f_2 + 2.\sqrt{2 - 4.f_1 - 12.f_2 + 4.f_1.f_2 + 6.f_1^2 + 4.f_2^2}}{1 - 5.f_1 + 10.f_2}} \quad (5.12.1.57)$$

$$w_{3,4} = \mp \sqrt{\frac{-3 + 3.f_1 + 6.f_2 - 2.\sqrt{2 - 4.f_1 - 12.f_2 + 4.f_1.f_2 + 6.f_1^2 + 4.f_2^2}}{1 - 5.f_1 + 10.f_2}}$$

5.12.2. Bernstein Polinomlarının Kesim Frekansındaki Davranışları

Her iki yaklaşım için daha önceki bölümlerde belirtilen $B_n(w)$ polinomlarının türevleri bulunup bu ifadelerde $w=1$ konduğu zaman her iki yaklaşım için de aynı ve şu değerde olduğu görülür,

$$\tan \alpha = B'_n(w) \Big|_{w=1} = \frac{n}{2} \cdot (1 - f_1) \quad (5.12.2.1)$$

Bu önemli bir sonuçtur. Daha önceki bölümlerde elde edilen $B_n(w)$ ifadeleri de gözönünde bulundurulduğu zaman, diğer alçak geçiren filtre tasarım yöntemlerinden farklı olarak belirli bir n

değeri için ' f_1 ' ile eğim belirlendikten sonra geriye kalan katsayılarla geçirme bandı karakteristiğini istediğimiz gibi değiştirme şansını elde ediyoruz.

5.12.3.Bilinen Filtrelerin $B_n(w)$ Polinomu Yardımı İle Oluşturulması

Bilinen filtreler için gerek (I) tip gerekse (II) tip yaklaşımla oluşturulan $f(w^2)$ fonksiyonları ilk bölümlerde belirtilmişti.Bernstein polinomlarını kullanarak oluşturulan filtrelerin, bir önceki bölümde tanımlanan özelliklerini de gözönüne alarak diğer filtrelerden farklı olarak bilinen bütün filtrelere geçiş yapabileceği vardır.Bilinen filtrelerin S_i katsayılarının bir önceki bölümde belirtilen $R.F=S$ matrislerinde yerine konarak $F=R^{-1}.S$ bağıntısı yardımı ile hesaplanması sonucu oluşturulan f_k katsayı tabloları Tablo-E.11-15 ' de verilmiştir.

Bunu yanında f_k katsayı tablosu kullanmaksızın Bernstein alçak geçiren filtreden diğer bilinen bazı alçak geçiren filtrelere geçiş yapabilmek için aşağıdaki genel f_k ifadeleri oluşturulmuştur!

$$f(k, n) = (-1)^k \Rightarrow \text{Butterworth AGF.} \quad (5.12.3.1)$$

$$f(k, n) = \binom{n}{k} \cdot (-1)^k \Rightarrow \text{Legendre AGF.} \quad (5.12.3.2)$$

$$f(k, n) = \frac{m \cdot k!}{(m+k)!} \cdot \binom{n+m}{k} \cdot (-1)^k \Rightarrow m.\text{Birleştirilmiş Legendre AGF.}(m=1,2,..) \quad (5.12.3.3)$$

$$f(k, n) = \frac{\binom{\alpha+n}{k}}{\binom{\alpha+k}{k}} \cdot (-1)^k \Rightarrow \text{Ultraspherical AGF} \quad (5.12.3.4)$$

$f(0,n)=1$ olmak üzere,

$$f(k, n) = f(k-1, n) \cdot \left(\frac{2 \cdot n}{2 \cdot k - 1} - 1 \right) \cdot (-1)^k \Rightarrow \text{Chebyshev AGF} \quad (5.12.3.5)$$

5.12.4 Filtre Tasarım Diyagramı

Bugüne kadar yapılan bütün tasarımlarda ,tasarım yaparken kullanılan polinomlara bakarak o polinomun ,dolayısıyla o filtrenin karakteristiği hakkında bilgi edinilmesi mümkün olmamıştır.Belli bir n için kullanılan polinomun filtre karakteristiğine,özellikle de seçiciliğine ne şekilde etki ettiği,genlik-

frekans değişimi çizilmeden net bir şekilde görülmemekteydi. Burada , özellikle (I) tip yaklaşımla tasarlanan $f(w^2)$ polinomları gözönüne alınarak filtre tasarımındaki bu büyük eksiklik giderilmiştir. Bunda $B_n(w)$ polinomunun f_k katsayılarının büyük payı vardır, şöyle ki; $B_n(w)$ polinomlarını oluşturan f_k katsayılarının seçimidir. Bugüne kadar tasarlanan filtrele ve bundan sonra tasarlanabileceklere karşılık düşen f_k katsayıları önceki bölümlerde belirtildiği şekilde kolayca hesaplanabilmektedir. Hesaplanan bu f_k değerleri ve ilgili n yardımıyla Filtre Tasarım Diyagramı olarak isimlendirdiğimiz diyagram oluşturulmuştur.

Filtre tasarım diyagramının en içindeki daire $n=2$ dairesi olarak adlandırılır. Daireyi kesen çizgiler ilgili n ve bulunulan bölge için f_k katsayısının hangi geçeri aldığını göstermektedir. Şimdiye dek en yaygın olarak bilinen Butterworth ve Chebyshev AGF' lerinin f_k katsayılarına bakarak ne tip karakteristiklere sahip olabilecekleri büyük ölçüde belirlenmiş olmaktadır. Gerek filtrelerin kesim frekansındaki eğim hesap bağıntılarına gerekse Filtre Tasarım Diyagramına bakıldığı zaman f_1 katsayılarının bulunduğu dilimin eğim üzerinde ne denli büyük bir rol oynadığı görülür. Yine $w=0$ da $B_n(w)$ ' nın aldığı değer , bu f_k katsayıları ile belirlenebilmekte ve özellikle Band Geçiren Filtre tasarımları için büyük bir kolaylık sağlamaktadır.

Filtre tasarım diyagramı ile ilgili olarak,

$$f_k: f_0, \dots, f_{n/2}, k=0, 1, \dots, n/2$$

$$f_k = f_{n-k}, k > n/2$$

n-Çift ise

$$f_k: f_0, \dots, f_{(n-1)/2}, k=0, 1, \dots, (n-1)/2$$

$$f_k = -f_{n-k}, k > (n-1)/2$$

n-Tek ise

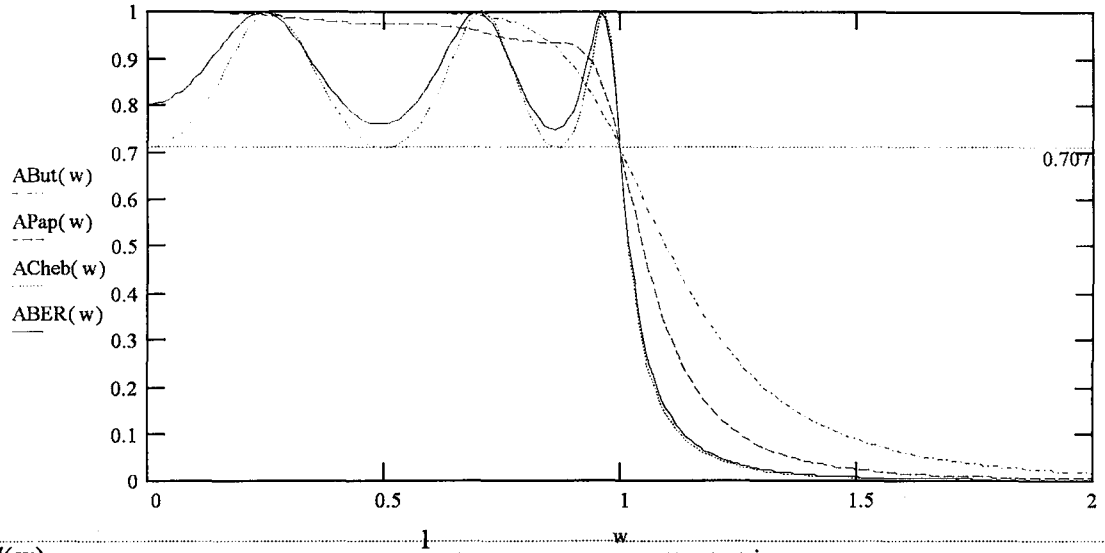
Filtre Tasarım Diyagramı, Genel Diyagram ve ayrı ayrı dilimlerin özelliklerini belirten diyagramlar ve ilgili Pascal programı ekte sunulmuştur.

5.12.5. Örnek Alçak Geçiren Filtre Tasarımları

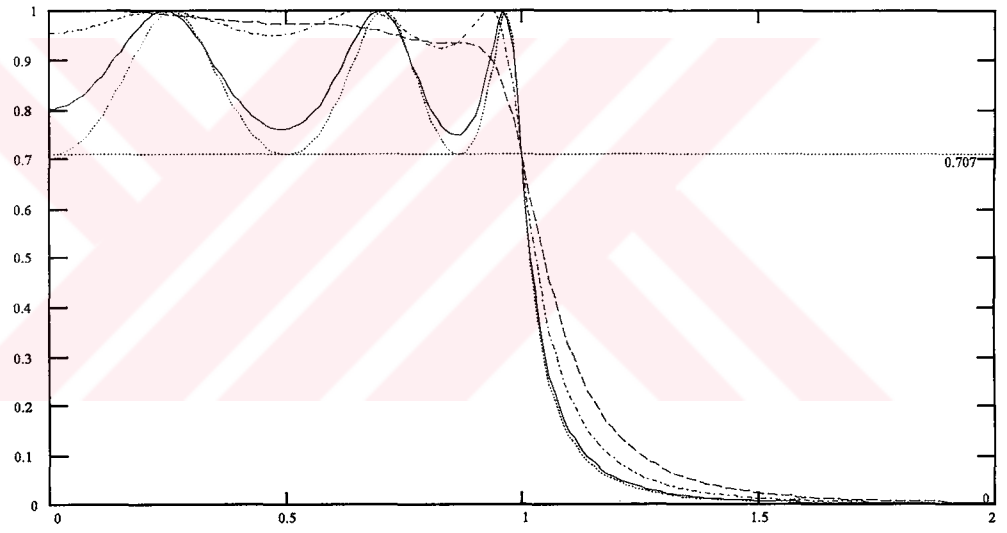
Örnek-1: $n=6$ için Karşılaştırmalı Alçak Geçiren Filtre Tasarımları

Table-5.12.5.1, Butterworth, Legendre, Bernstein ve Chebyshev Filtreleri için f_k katsayıları ($n=6$)

$n=6$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
Butterworth AGF $\Rightarrow$	1	-1	1	-1	1	-1	1
Legendre AGF $\Rightarrow$	1	-6	15	-20	15	-6	1
Bernstein AGF $\Rightarrow$	1	-10	29	-40	29	-10	1
Chebyshev AGF $\Rightarrow$	1	-11	33	-231/5	33	-11	1



Şekil-5.12.5.1, Butterworth,Papoulis,Chebyshev ve Bernstein Filtreleri İçin Genlik Karakteristiklerin=6

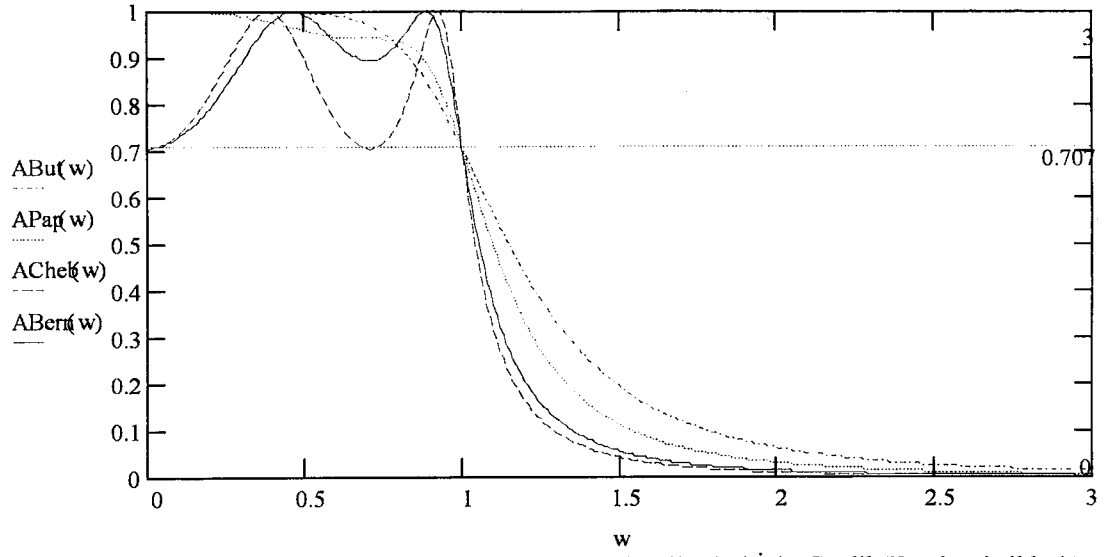


Şekil-5.12.5.2, Legendre,Papoulis,Chebyshev ve Bernstein Filtreleri İçin Genlik Karakteristikleri(n=6)

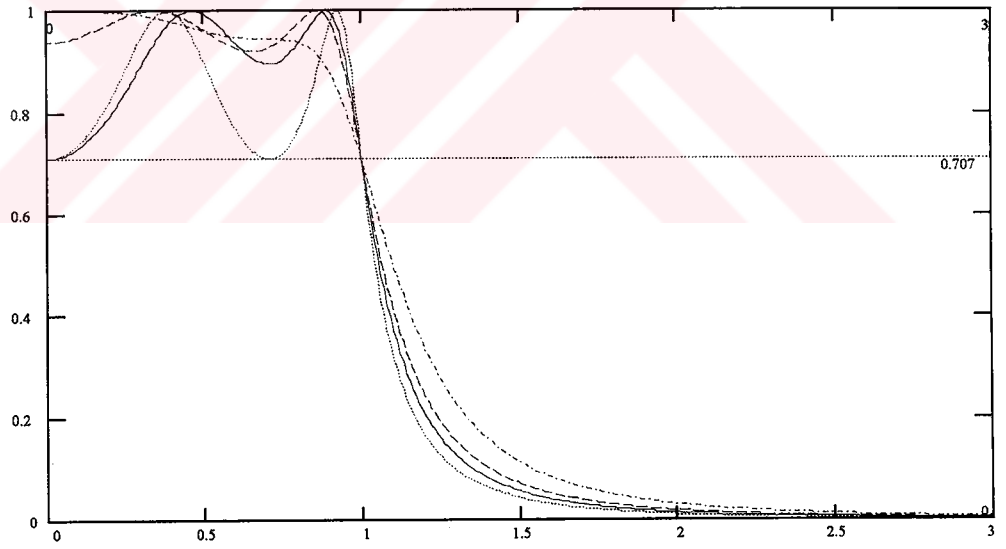
Örnek-2:n=4 İçin Çeşitli AGF Tasarımları,

Table-5.12.5.2, Butterworth,Legendre,Chebyshev ve Bernstein Filtreleri İçin f_k Katsayıları (n=4)

n=4	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4
Butterworth AGF $\Rightarrow$	1	-1	1	-1	1
Legendre AGF $\Rightarrow$	1	-4	6	-4	1
Chebyshev AGF $\Rightarrow$	1	-7	70/6	-7	1
Bernstein AGF $\Rightarrow$	1	-5	9	-5	1



Şekil-5.12.5.3 Butterworth, Papoulis, Chebyshev ve Bernstein Filtreleri İçin Genlik Karakteristikleri ($n=4$)

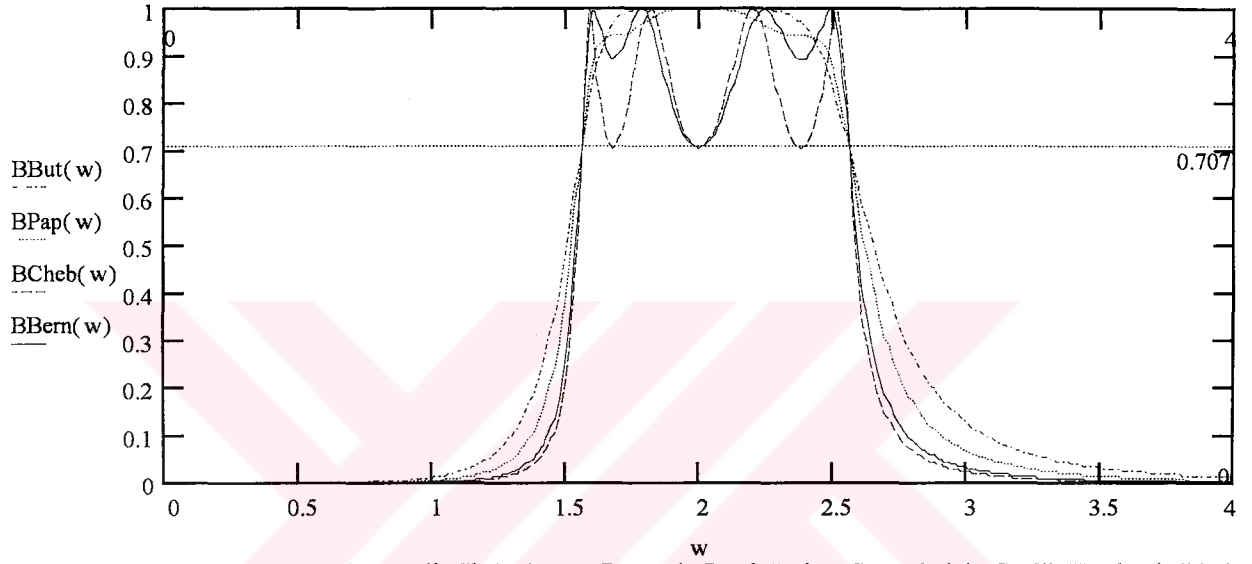


Şekil-5.12.5.4, Legendre, Papoulis, Chebyshev ve Bernstein Filtreleri İçin Genlik Karakteristikleri ($n=4$)

Örnek-3:n=4 İçin Karşılaştırmalı Band Geçiren Filtre Tasarımları

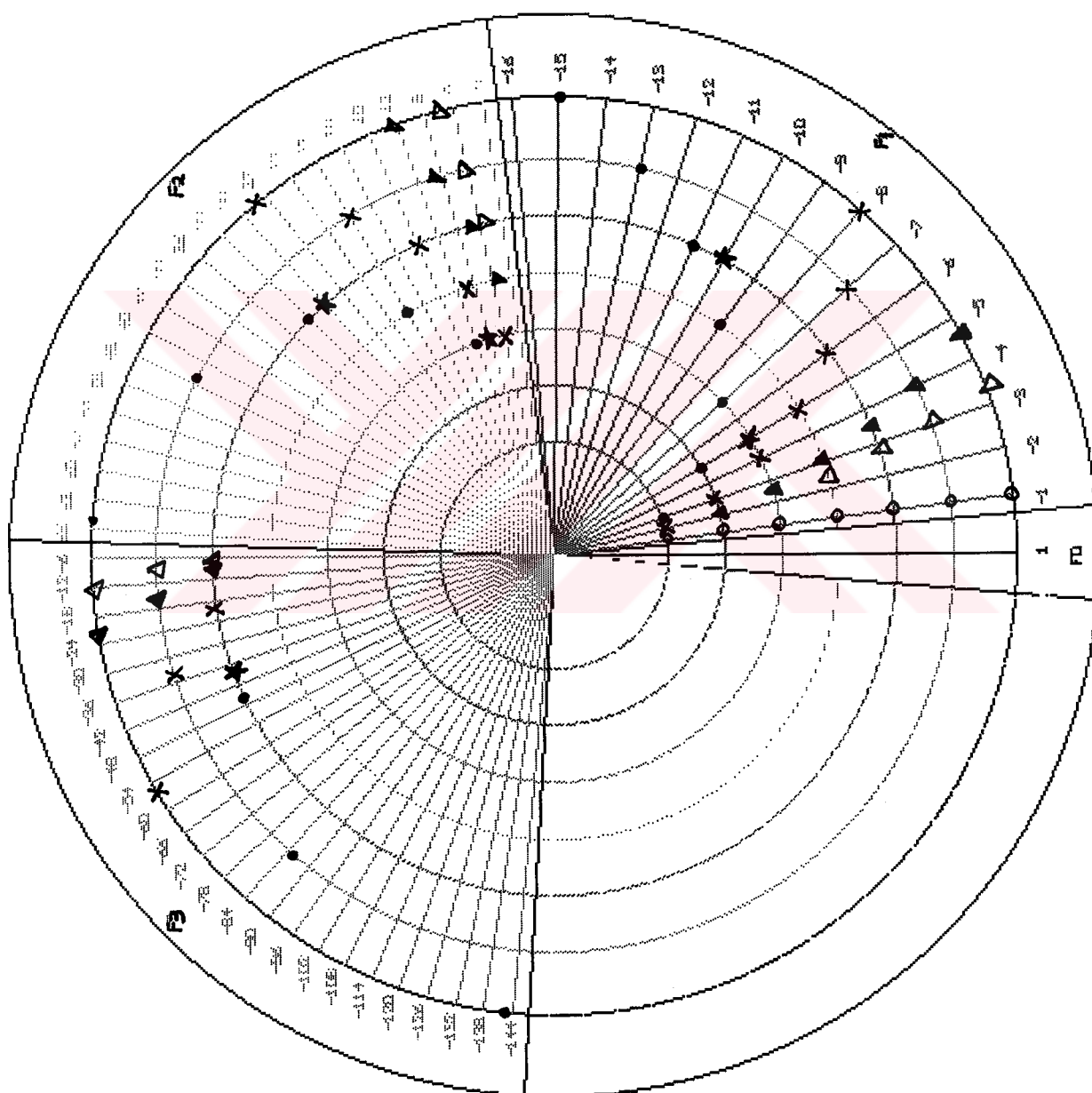
Tablo-5.12.5.3, Butterworth, Legendre, Chebyshev ve Bernstein Filtreleri İçin f_k Katsayıları (n=4)

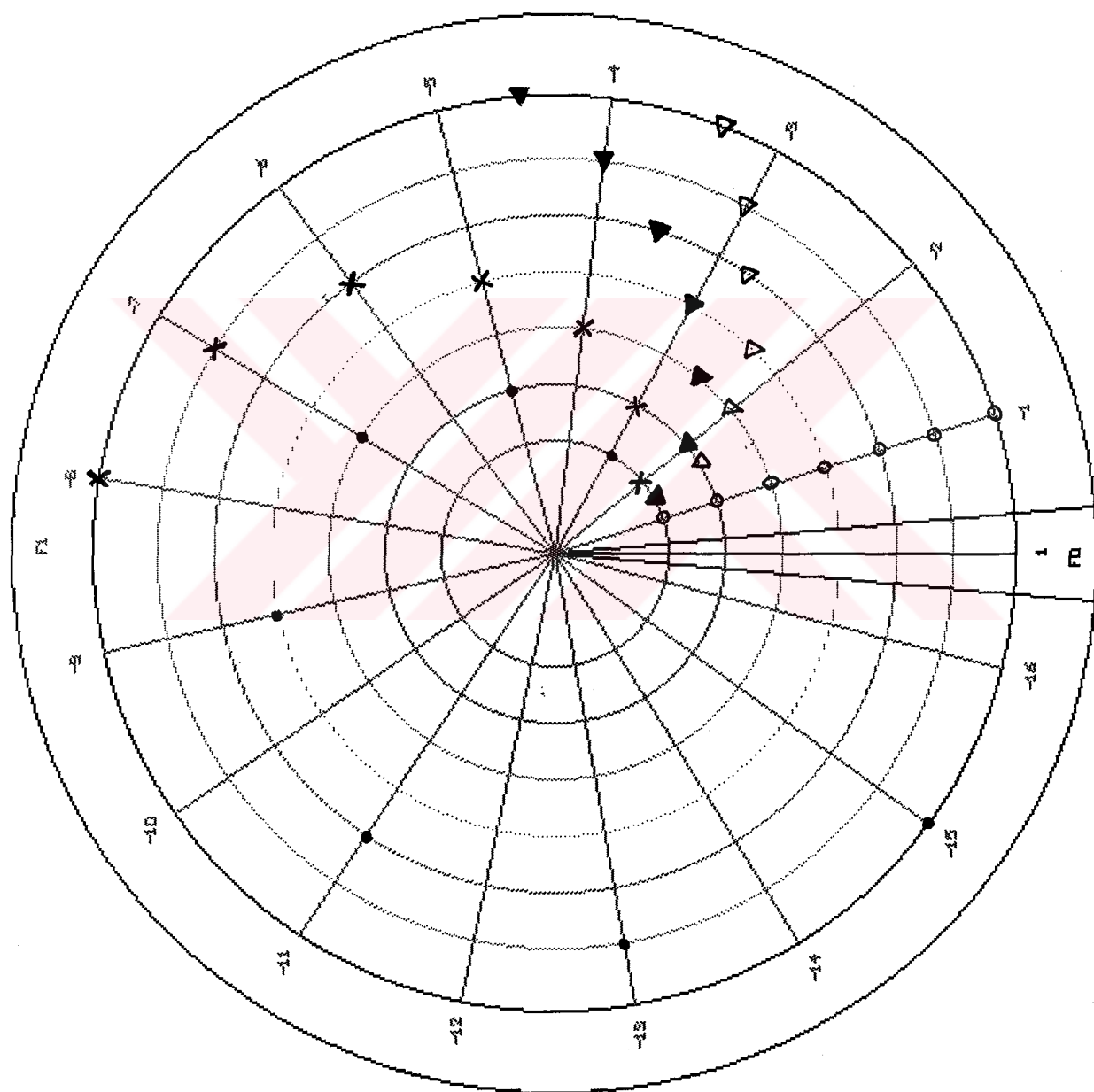
n=4	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4
Butterworth AGS $\Rightarrow$	1	-1	1	-1	1
Legendre AGS $\Rightarrow$	1	-4	6	-4	1
Chebyshev AGS $\Rightarrow$	1	-7	70/6	-7	1
Bernstein AGS $\Rightarrow$	1	-5	9	-5	1

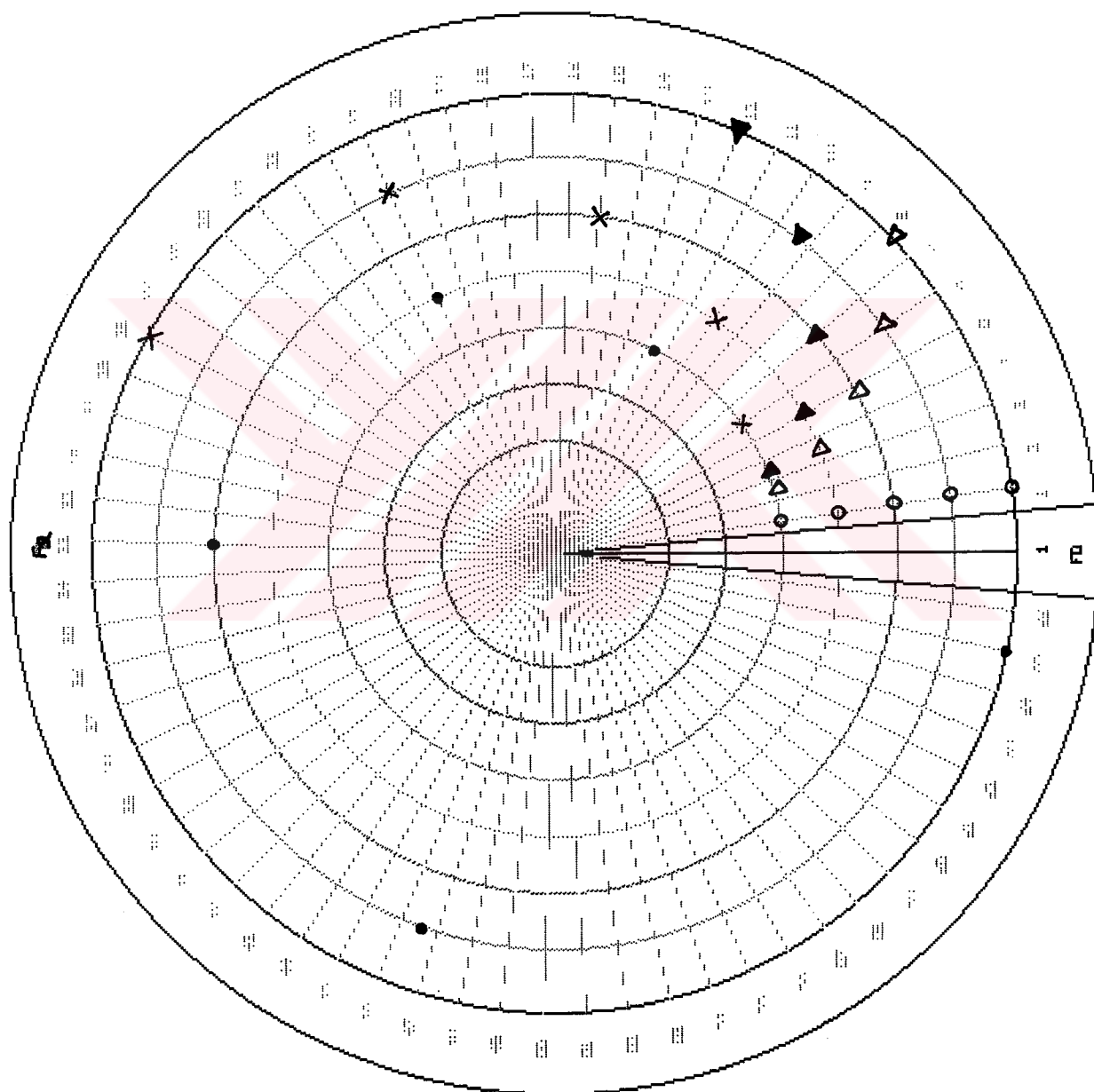


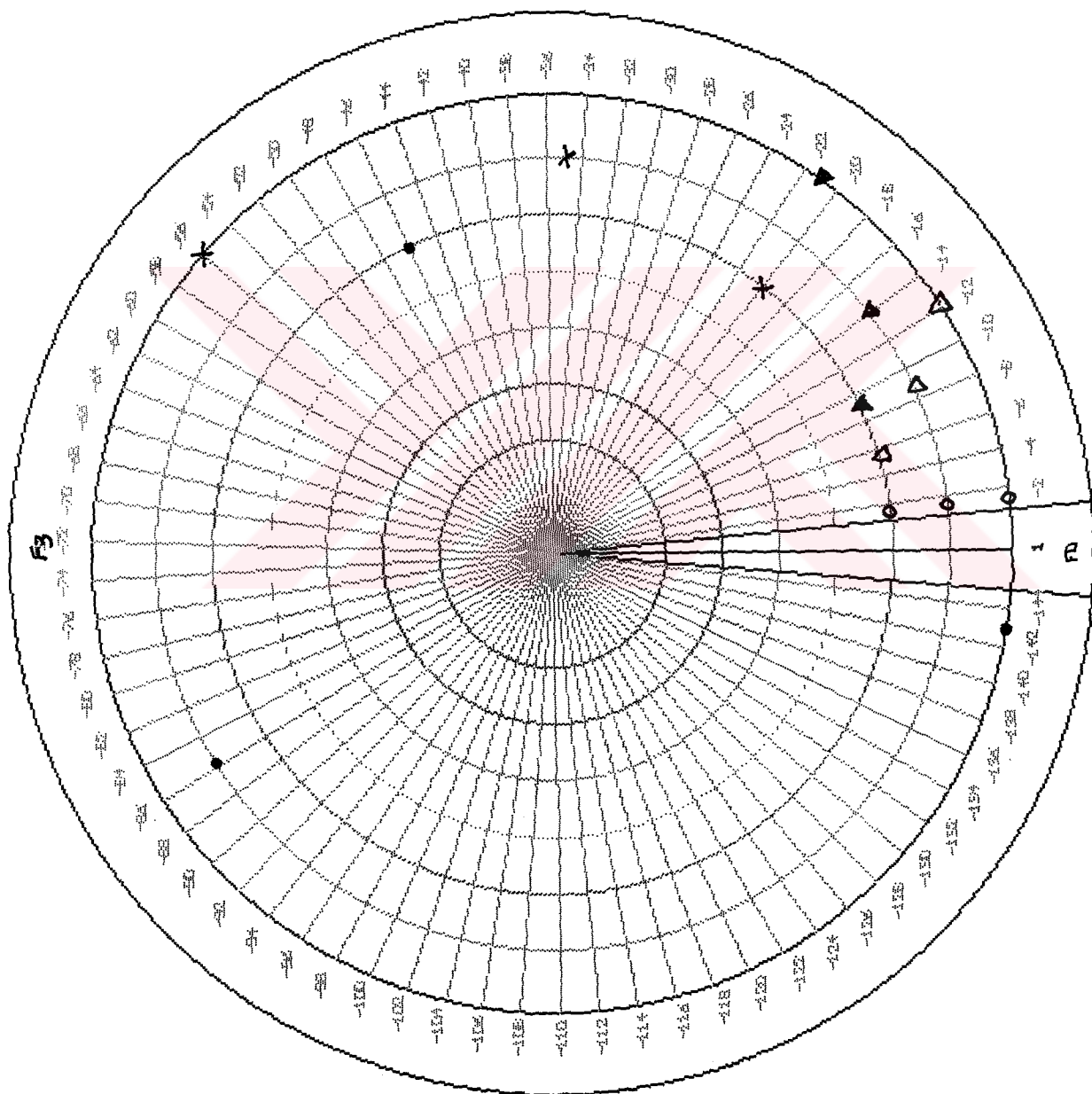
Şekil-5.12.5.5, Butterworth, Papoulis, Chebyshev ve Bernstein Band Geçiren Süzgeçlerinin Genlik Karakteristikleri (n=4)

- Chebyshev
- × Legendre
- ▲ Legendre-1
- △ Legendre-2
- Butterworth
- ★ Bernstein









FİLTRE TASARIM DİYAGRAMI

```
program ODEV1 ;
USES CRT,GRAPH;
```

```
CONST
```

```
  C: ARRAY[1..7] OF STRING[4] =('F0','F1','F2','F3','F4','F5','F6');
  D: ARRAY[1..6] OF STRING[4] =('*', '#', 'o', 'x', 'ş', '½');
VAR
  PALETTE : PALETTEYPE;
  MAXX,
  MAXY,
  N,I,K,M,L,KA,AD,R,HH,
  ERRORCODE,
  GRAPHMODE,
  GRAPHDRIVER : INTEGER;
  SIZE : WORD;
  P : POINTER;
  ALFA,BETA,OFS,STEP,X,Y,PI,T,AB,BA,U,Z :REAL;
  A,B,E : ARRAY [1..100] OF REAL;
  H : ARRAY [1..10] OF INTEGER;
PROCEDURE NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP,U,L,Z:REAL ;HH :INTEGER);
VAR
  GAMA:REAL;
  BEGIN
    SETCOLOR(15);
    GAMA:=(ALFA-BETA)*Z/(STEP)+OFS+BETA;
    OUTTEXTXY(318+ROUND((U*L)*COS(GAMA)),234+ROUND((U*L)*SIN(GAMA)),D[HH]);
  END;

PROCEDURE CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP :REAL);
VAR
  TETA:REAL;
  BEGIN
    FOR I:=0 TO ROUND(STEP-1) DO
      BEGIN
        TETA:=(ALFA-BETA)*I/STEP+OFS+BETA;
        LINE(320,240,320+ROUND(203*COS(TETA)),240+ROUND(203*SIN(TETA)));
      END;
    END;

BEGIN
  WRITE('N DEĞERİN GİRİNİZ =');
  READLN(N);
  WRITELN;
  WRITELN('EVET =1 HAYIR =0');
  WRITELN('NOKTA KOYMAK İSTİYORMUSUNUZ ?');
  READLN(KA);
  IF KA <> 0 THEN
    BEGIN
      WRITELN('KAC NOKTA KOYMAK İSTİYORSUNUZ!');
      READLN(AD);
      WRITELN('NOKTALARIN YERLERİN GİRİNİZ. ');
      WRITELN('T P N G R N Z 1-* 2-# 3-o 4-x 5-ş 6-½');
```

```

FOR I:= 1 TO AD DO
BEGIN
WRITELN('B™LGE , DAIRE , □~ZG~ , T~P   ');READ(R,U,Z,HH);
A[I]:=U; B[I]:=R; E[I]:=Z; H[I]:=HH;
END;
END;
K:=N;
CASE K MOD 2 OF
0: K:= K DIV 2+1;
1: K:= K DIV 2+1;
END;
GRAPHDRIVER := VGA;
GRAPHMODE := VGAhi;
INITGRAPH(GRAPHDRIVER,GRAPHMODE,'C:\TP\BGI');
ERRORCODE := GRAPHRESULT;
IF ERRORCODE <> grOK THEN
BEGIN
WRITELN('GRAPH K HATASI: ',GRAPHERRORMSG(ERRORCODE));
HALT;
END;
MAXX := GetMAXX;
MAXY := GetMAXY;
CIRCLE(320,240,239);
CIRCLE(320,240,202);
SETTEXTSTYLE(2,HORIZDIR,4);
L:=200 DIV N;
FOR M:=1 TO N-1 DO
BEGIN
SETCOLOR(15-M);
I:=M*L;
CIRCLE(320,240,I+L);
END;
PI:=22/7;
SETCOLOR(15);
LINE(320,240,320,443);
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(17*PI/36)),240+ROUND(239*SIN(17*PI/36)));
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(19*PI/36)),240+ROUND(239*SIN(19*PI/36)));
OUTTEXTXY (315,465,C[1]);

CASE K OF
2 : BEGIN

SETCOLOR(9);
ALFA:=2349/972*PI;
BETA:=19*PI/36;
OFS:=17*PI/216;
STEP:=12;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(320,17,C[2]);
IF KA <> 0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>1 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=12-E[I];HH:=H[I];

```

```

NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP,U,L,Z,HH);
END;
END;
END;

```

3 : BEGIN

```

LINE(320,240,320+ROUND(238*COS(11*PI/6)),240+ROUND(238*SIN(11*PI/6)));

```

```

SETCOLOR(9);
ALFA:=89/36*PI;
BETA:=11/6*PI;
OFS:=23/864*PI;
STEP:=12;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(507,357,C[2]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>1 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=12-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP,U,L,Z,HH);
END;
END;
SETCOLOR(11);
ALFA:=799/612*PI+19/36*PI;
BETA:=19/36*PI;
OFS:=47/2448*PI;
STEP:=34;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(120,120,C[3]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>2 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=34-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP,U,L,Z,HH);
END;
END;
END;

```

4 : BEGIN

```

LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(67/36*PI)),240+ROUND(239*SIN(67/36*PI)));
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(1.1*PI)),240+ROUND(239*SIN(1.1*PI)));

```

```

SETCOLOR(9);
ALFA:=3137/1260*PI;
BETA:=67/36*PI;
OFS:=11/552*PI;
STEP:=12;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(507,357,C[2]);
IF KA <>0 THEN

```

```

FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>1 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=12-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP,U,L,Z,HH);
END;
END;
SETCOLOR(11);
ALFA:=1.86*PI;
BETA:=1.1*PI;
OFS:=0.01*PI;
STEP:=34;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(320,6,C[3]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>2 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=34-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP,U,L,Z,HH);
END;
END;
SETCOLOR(13);
ALFA:= 0.57*PI+19/36*PI;
BETA:=19/36*PI;
OFS:=PI/96;
STEP:=24;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(116,350,C[4]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>3 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=48-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*2,U,L,Z,HH);
END;
END;
END;

```

```

5 : BEGIN
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(1.96*PI)),240+ROUND(239*SIN(1.96*PI)));
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(1.51*PI)),240+ROUND(239*SIN(1.51*PI)));
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(1.021*PI)),240+ROUND(239*SIN(1.021*PI)));
SETCOLOR(9);
ALFA:= 2.48*PI;
BETA:=1.96*PI;
OFS:=PI/96;
STEP:=16;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(495,375,C[2]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO

```

```

BEGIN
IF B[I]<>1 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=16-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP,U,L,Z,HH);
END;
END;

SETCOLOR(11);
ALFA:= 1.96*PI;
BETA:=1.51*PI;
OFS:=PI/96;
STEP:=22;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(485,80,C[3]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>2 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=66-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*3,U,L,Z,HH);
END;
END;

SETCOLOR(13);
ALFA:= 1.51*PI;
BETA:=1.02*PI;
OFS:=PI/110;
STEP:=24;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(145,80,C[4]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>3 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=144-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*6,U,L,Z,HH);
END;
END;

SETCOLOR(14);
ALFA:= 1.02*PI;
BETA:=0.52*PI;
OFS:=PI/96;
STEP:=31;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(145,375,C[5]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>4 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=186-E[I];HH:=H[I];

```

```
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*6,U,L,Z,HH);
END;
END;
```

```
END;
```

```
6 : BEGIN
```

```
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(2.09*PI)),240+ROUND(239*SIN(2.09*PI)));
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(1.7*PI)),240+ROUND(239*SIN(1.7*PI)));
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(1.31*PI)),240+ROUND(239*SIN(1.31*PI)));
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(0.92*PI)),240+ROUND(239*SIN(0.92*PI)));
```

```
SETCOLOR(9);
ALFA:= 2.47*PI;
BETA:=2.09*PI;
OFS:=PI/100;
STEP:=20;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(465,398,C[2]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>1 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=20-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP,U,L,Z,HH);
END;
END;
```

```
SETCOLOR(11);
ALFA:= 2.09*PI;
BETA:=1.7*PI;
OFS:=PI/130;
STEP:=27;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(535,175,C[3]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>2 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=108-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*4,U,L,Z,HH);
END;
END;
```

```
SETCOLOR(13);
ALFA:= 1.7*PI;
BETA:= 1.31*PI;
OFS:=PI/130;
STEP:=27;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(320,10,C[4]);
IF KA <>0 THEN
```

```

FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>3 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=324-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*12,U,L,Z,HH);
END;
END;

```

```

SETCOLOR(14);
ALFA:= 1.31*PI;
BETA:=0.92*PI;
OFS:=PI/110;
STEP:=26;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(100,175,C[5]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>4 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=624-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*24,U,L,Z,HH);
END;
END;

```

```

SETCOLOR(12);
ALFA:= 0.92*PI;
BETA:=0.525*PI;
OFS:=PI/110;
STEP:=23;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(170,405,C[6]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>5 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=736-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*32,U,L,Z,HH);
END;
END;
END;

```

7 : BEGIN

```

LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(2.154*PI)),240+ROUND(239*SIN(2.154*PI)));
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(1.828*PI)),240+ROUND(239*SIN(1.828*PI)));
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(1.502*PI)),240+ROUND(239*SIN(1.502*PI)));
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(1.176*PI)),240+ROUND(239*SIN(1.176*PI)));
LINE(320,240,320+ROUND(239*COS(0.85*PI)),240+ROUND(239*SIN(0.85*PI)));

```

```

SETCOLOR(9);

```

```

ALFA:= 2.47*PI;
BETA:=2.154*PI;
OFS:=PI/110;
STEP:=12;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(450,415,C[2]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>1 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=24-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*2,U,L,Z,HH);
END;
END;

```

```

SETCOLOR(11);
ALFA:= 2.154*PI;
BETA:=1.828*PI;
OFS:=PI/110;
STEP:=18;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(540,240,C[3]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>2 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=162-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*9,U,L,Z,HH);
END;
END;

```

```

SETCOLOR(13);
ALFA:= 1.828*PI;
BETA:=1.502*PI;
OFS:=PI/110;
STEP:=24;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(450,55,C[4]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>3 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=624-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*26,U,L,Z,HH);
END;
END;

```

```

SETCOLOR(14);
ALFA:= 1.502*PI;
BETA:=1.176*PI;
OFS:=PI/110;
STEP:=24;

```

```

CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(185,55,C[5]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>4 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=1488-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*62,U,L,Z,HH);
END;
END;

SETCOLOR(12);
ALFA:= 1.176*PI;
BETA:=0.85*PI;
OFS:=PI/110;
STEP:=20;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(90,240,C[6]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>5 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=2480-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*124,U,L,Z,HH);
END;
END;

SETCOLOR(10);
ALFA:= 0.85*PI;
BETA:=0.525*PI;
OFS:=PI/110;
STEP:=20;
CIZ(ALFA,BETA,OFS,STEP);
OUTTEXTXY(170,405,C[7]);
IF KA <>0 THEN
FOR I:=1 TO AD DO
BEGIN
IF B[I]<>6 THEN ELSE
BEGIN
U:=A[I];Z:=3000-E[I];HH:=H[I];
NOKTA(ALFA,BETA,OFS,STEP*150,U,L,Z,HH);
END;
END;

END;
end;
SIZE := IMAGESIZE(ROUND(MAXX*0.25),
ROUND(MAXY*0.25),
ROUND(MAXX*0.75),
ROUND(MAXY*0.75));
GETMEM(P,SIZE);
GETIMAGE(ROUND(MAXX*0.25),
ROUND(MAXY*0.25),

```

```
ROUND(MAXX*0.75),  
ROUND(MAXY*0.75),P^);  
  
GETPALETTE(PALETTE);  
  REPEAT  
    SETFILLSTYLE(RANDOM(9),RANDOM(PALETTE.SIZE)+1);  
  UNTIL KEYPRESSED;  
  READLN;  
  CLOSEGRAPH;  
END.
```



Tablo-E.2.Legendre $P_n(x)$ Polinomları

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

$$P_4(x) = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$$

$$P_5(x) = \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$$

$$P_6(x) = \frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5)$$

$$P_7(x) = \frac{1}{16}(429x^7 - 693x^5 + 315x^3 - 35x)$$

$$P_8(x) = \frac{1}{128}(6435x^8 - 12012x^6 + 6930x^4 - 1260x^2 + 35)$$

$$P_9(x) = \frac{1}{128}(12155x^9 - 25740x^7 + 18018x^5 - 4620x^3 + 315x)$$

$$P_{10}(x) = \frac{1}{256}(46189x^{10} - 109395x^8 + 90090x^6 - 30030x^4 + 3465x^2 - 63)$$

$$P_{11}(x) = \frac{1}{256}(88179x^{11} - 230945x^9 + 218790x^7 - 90090x^5 + 15015x^3 - 693x)$$

$$P_{12}(x) = \frac{1}{1024}(676039x^{12} - 1939938x^{10} + 2078505x^8 - 1021020x^6 + 225225x^4 - 18018x^2 + 231)$$

Tablo-E.3.1.Birleştirilmiş $P_n(x)$ Polinomları :

$$P_0^1(x) = 1$$

$$P_1^1(x) = 3x$$

$$P_2^1(x) = \frac{3}{2}(5x^2 - 1)$$

$$P_3^1(x) = \frac{5}{2}(7x^3 - 3x)$$

$$P_4^1(x) = \frac{15}{8}(21x^4 - 14x^2 + 1)$$

$$P_5^1(x) = \frac{21}{8}(33x^5 - 30x^3 + 5x)$$

$$P_6^1(x) = \frac{7}{16}(429x^6 - 495x^4 + 135x^2 - 5)$$

$$P_7^1(x) = \frac{9}{16}(715x^7 - 1001x^5 + 385x^3 - 35x)$$

$$P_8^1(x) = \frac{45}{128}(2431x^8 - 4004x^6 + 2002x^4 - 308x^2 + 7)$$

$$P_9^1(x) = \frac{55}{128}(4199x^9 - 7956x^7 + 4914x^5 - 1092x^3 + 63x)$$

$$P_{10}^1(x) = \frac{33}{256}(29393x^{10} - 62985x^8 + 46410x^6 - 13650x^4 + 1365x^2 - 21)$$

$$P_{11}^1(x) = \frac{39}{256}(52003x^{11} - 124355x^9 + 106590x^7 - 39270x^5 + 5775x^3 - 231x)$$

$$P_{12}^1(x) = \frac{91}{1024}(185725x^{12} - 490314x^{10} + 479655x^8 - 213180x^6 + 42075x^4 - 2970x^2 + 33)$$

Tablo-E.3.2.Modifiye Edilmiş Pn1(x) Polinomları

$$P_0^1(x) = 1$$

$$P_1^1(x) = x$$

$$P_2^1(x) = \frac{1}{4}(5x^2 - 1)$$

$$P_3^1(x) = \frac{1}{4}(7x^3 - 3x)$$

$$P_4^1(x) = \frac{1}{8}(21x^4 - 14x^2 + 1)$$

$$P_5^1(x) = \frac{1}{8}(33x^5 - 30x^3 + 5x)$$

$$P_6^1(x) = \frac{1}{64}(429x^6 - 495x^4 + 135x^2 - 5)$$

$$P_7^1(x) = \frac{1}{64}(715x^7 - 1001x^5 + 385x^3 - 35x)$$

$$P_8^1(x) = \frac{1}{128}(2431x^8 - 4004x^6 + 2002x^4 - 308x^2 + 7)$$

$$P_9^1(x) = \frac{1}{128}(4199x^9 - 7956x^7 + 4914x^5 - 1092x^3 + 63x)$$

$$P_{10}^1(x) = \frac{1}{512}(29393x^{10} - 62985x^8 + 46410x^6 - 13650x^4 + 1365x^2 - 21)$$

$$P_{11}^1(x) = \frac{1}{512}(52003x^{11} - 124355x^9 + 106590x^7 - 39270x^5 + 5775x^3 - 231x)$$

$$P_{12}^1(x) = \frac{1}{1024}(185725x^{12} - 490314x^{10} + 479655x^8 - 213180x^6 + 42075x^4 - 2970x^2 + 33)$$

Tablo-E.4.1.Birleştirilmiş $P_n(x)$ Polinomları :

$$P_0^2(x) = 3$$

$$P_1^2(x) = 15x$$

$$P_2^2(x) = \frac{15}{2}(7x^2 - 1)$$

$$P_3^2(x) = \frac{105}{2}(3x^3 - x)$$

$$P_4^2(x) = \frac{105}{8}(33x^4 - 18x^2 + 1)$$

$$P_5^2(x) = \frac{63}{8}(143x^5 - 110x^3 + 15x)$$

$$P_6^2(x) = \frac{315}{16}(143x^6 - 143x^4 + 33x^2 - 1)$$

$$P_7^2(x) = \frac{495}{16}(221x^7 - 273x^5 + 91x^3 - 7x)$$

$$P_8^2(x) = \frac{495}{128}(4199x^8 - 6188x^6 + 2730x^4 - 364x^2 + 7)$$

$$P_9^2(x) = \frac{2145}{128}(2261x^9 - 3876x^7 + 2142x^5 - 420x^3 + 21x)$$

$$P_{10}^2(x) = \frac{3003}{256}(7429x^{10} - 14535x^8 + 9690x^6 - 2550x^4 + 225x^2 - 3)$$

$$P_{11}^2(x) = \frac{1365}{256}(37145x^{11} - 163438x^9 + 63954x^7 - 21318x^5 + 2805x^3 - 99x)$$

$$P_{12}^2(x) = \frac{1}{1024}(185725x^{12} - 490314x^{10} + 479655x^8 - 213180x^6 + 42075x^4 - 2970x^2 + 33)$$

Tablo-E.4.2.Filtreler İçin Modifiye Edilmiş Pn2(w)

$$P_0^2(\omega) = 1$$

$$P_1^2(\omega) = \omega$$

$$P_2^2(\omega) = \frac{1}{6}(7\omega^2 - 1)$$

$$P_3^2(\omega) = \frac{1}{2}(3\omega^3 - \omega)$$

$$P_4^2(\omega) = \frac{1}{16}(33\omega^4 - 18\omega^2 + 1)$$

$$P_5^2(w) = \frac{1}{48}(143w^5 - 110w^3 + 15w)$$

$$P_6^2(w) = \frac{1}{32}(143w^6 - 143w^4 + 33w^2 - 1)$$

$$P_7^2(w) = \frac{1}{32}(221w^7 - 273w^5 + 91w^3 - 7w)$$

$$P_8^2(w) = \frac{1}{384}(4199w^8 - 6188w^6 + 2730w^4 - 364w^2 + 7)$$

$$P_9^2(w) = \frac{1}{128}(2261w^9 - 3876w^7 + 2142w^5 - 420w^3 + 21w)$$

$$P_{10}^2(w) = \frac{1}{256}(7429w^{10} - 14535w^8 + 9690w^6 - 2550w^4 + 225w^2 - 3)$$

$$P_{11}^2(w) = \frac{1365}{256}(37145w^{11} - 163438w^9 + 63954w^7 - 21318w^5 + 2805w^3 - 99w)$$

$$P_{12}^2(w) = \frac{1}{1024}(185725w^{12} - 490314w^{10} + 479655w^8 - 213180w^6 + 42075w^4 - 2970w^2 + 33)$$

Tablo-E.5.Hermite Polinomları :

$$H_0(x)=1$$

$$H_1(x)=2x$$

$$H_2(x)=4x^2-2$$

$$H_3(x)=8x^3-12x$$

$$H_4(x)=16x^4-48x^2+12$$

$$H_5(x)=32x^5-160x^3+120x$$

$$H_6(x)=64x^6-480x^4+720x^2-120$$

$$H_7(x)=128x^7-1344x^5+3360x^3-1680x$$

$$H_8(x)=256x^8-3584x^6+13440x^4-13440x^2+1680$$

$$H_9(x)=512x^9-9216x^7+48384x^5-80640x^3+30240x$$

$$H_{10}(x)=1024x^{11}-23040x^9+161280x^7-403200x^5+302400x^3-30240$$

$$H_{11}(x)=2048x^{11}-56320x^9+506880x^7-1774080x^5+2217600x^3-665280x$$

$$H_{12}(x)=4096x^{12}-135168x^{10}+1520640x^8-7096320x^6+13305600x^4-7983360x^2+665280$$

Tablo-E.7.1.Halpern $U_n(x)$ Yardımcı Polinomları :

$$U_0(x) = \sqrt{2}$$

$$U_1(x) = \sqrt{4} \cdot x$$

$$U_2(x) = \sqrt{6} \cdot (2x^2 - 1)$$

$$U_3(x) = \sqrt{8} \cdot (3x^3 - 2x)$$

$$U_4(x) = \sqrt{10} \cdot (6x^4 - 6x^2 + 1)$$

$$U_5(x) = \sqrt{12} \cdot (10x^5 - 12x^3 + 3x)$$

$$U_6(x) = \sqrt{14} \cdot (20x^6 - 30x^4 + 12x^2 - 1)$$

$$U_7(x) = \sqrt{16} \cdot (35x^7 - 60x^5 + 30x^3 - 4x)$$

$$U_8(x) = \sqrt{18} \cdot (70x^8 - 140x^6 + 90x^4 - 20x^2 + 1)$$

$$U_9(x) = \sqrt{20} \cdot (126x^9 - 280x^7 + 210x^5 - 60x^3 + 5x)$$

$$U_{10}(x) = \sqrt{22} \cdot (252x^{10} - 630x^8 + 560x^6 - 210x^4 + 30x^2 - 1)$$

$$U_{11}(x) = \sqrt{24} \cdot (462x^{11} - 1260x^9 + 1260x^7 - 560x^5 + 105x^3 - 6x)$$

$$U_{12}(x) = \sqrt{26} \cdot (924x^{12} - 3696x^{10} + 3150x^8 - 1680x^6 + 420x^4 - 42x^2 + 1)$$

Tablo-E.10.Papoulis $L_n(x)$ Polinomları ;

$$L_2(x) = x^2$$

$$L_3(x) = 3x^3 - 3x^2 + x$$

$$L_4(x) = 6x^4 - 8x^3 + 3x^2$$

$$L_5(x) = 20x^5 - 40x^4 + 28x^3 - 8x^2 + x$$

$$L_6(x) = 50x^6 - 120x^5 + 105x^4 - 40x^3 + 6x^2$$

$$L_7(x) = 175x^7 - 525x^6 + 615x^5 - 355x^4 + 105x^3 - 15x^2 + x$$

$$L_8(x) = 490x^8 - 1680x^7 + 2310x^6 - 1624x^5 + 615x^4 - 120x^3 + 10x^2$$

$$L_9(x) = 1764x^9 - 7056x^8 + 11704x^7 - 10416x^6 + 5376x^5 - 1624x^4 + 276x^3 - 24x^2 + x$$

$$L_{10}(x) = 5292x^{10} - 23520x^9 + 44100x^8 - 45360x^7 + 27860x^6 - 10416x^5 + 2310x^4 - 280x^3 + 15x^2$$

$$L_{11}(x) = 19404x^{11} - 97020x^{10} + 208740x^9 - 252840x^8 + 189420x^7 - 90804x^6 + 27860x^5 - 5320x^4 + 595x^3 - 35x^2 + x$$

$$L_{12}(x) = 60984x^{12} - 332640x^{11} + 79002x^{10} - 1071840x^9 + 916020x^8 - 212784x^7 + 189420x^6 - 45360x^5 + 6720x^4 - 560x^3 + 21x^2$$

Tablo-E.10.Papoulis $L_n(\omega^2)$ Polinomları ;

$$L_2(\omega^2) = \omega^4$$

$$L_3(\omega^2) = 3\omega^6 - 3\omega^4 + \omega^2$$

$$L_4(\omega^2) = 6\omega^8 - 8\omega^6 + 3\omega^4$$

$$L_5(\omega^2) = 20\omega^{10} - 40\omega^8 + 28\omega^6 - 8\omega^4 + \omega^2$$

$$L_6(\omega^2) = 50\omega^{12} - 120\omega^{10} + 105\omega^8 - 40\omega^6 + 6\omega^4$$

$$L_7(\omega^2) = 175\omega^{14} - 525\omega^{12} + 615\omega^{10} - 355\omega^8 + 105\omega^6 - 15\omega^4 + \omega^2$$

$$L_8(\omega^2) = 490\omega^{16} - 1680\omega^{14} + 2310\omega^{12} - 1624\omega^{10} + 615\omega^8 - 120\omega^6 + 10\omega^4$$

$$L_9(\omega^2) = 1764\omega^{18} - 7056\omega^{16} + 11704\omega^{14} - 10416\omega^{12} + 5376\omega^{10} - 1624\omega^8 + 276\omega^6 - 24\omega^4 + \omega^2$$

$$L_{10}(\omega^2) = 5292\omega^{20} - 23520\omega^{18} + 44100\omega^{16} - 45360\omega^{14} + 27860\omega^{12} - 10416\omega^{10} + 2310\omega^8 - 280\omega^6 + 15\omega^4$$

$$L_{11}(\omega^2) = 19404\omega^{22} - 97020\omega^{20} + 208740\omega^{18} - 252840\omega^{16} + 189420\omega^{14} - 90804\omega^{12} + 27860\omega^{10} - 5320\omega^8 + 595\omega^6 - 35\omega^4 + \omega^2$$

$$L_{12}(\omega^2) = 60984\omega^{24} - 332640\omega^{22} + 79002\omega^{20} - 1071840\omega^{18} + 916020\omega^{16} - 212784\omega^{14} + 189420\omega^{12} - 45360\omega^{10} + 6720\omega^8 - 560\omega^6 + 21\omega^4$$

Tablo-E.11.Chebyshev Polinomlarını Veren f_k Katsayı Tablosu

n	f0	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8	f9	f10	f11	f12
2	1	-3	1										
3	1	-5	5	1									
4	1	-7	35/3	-7	1								
5	1	-9	21	-21	9	-1							
6	1	-11	33	-231/5	33	-11	1						
7	1	-13	143/3	-429/5	429/5	-143/3	13	-1					
8	1	-15	65	-143	1287/7	-143	65	-15	1				
9	1	-17	85	-221	2431/7	-2431/7	221	-85	17	-1			
10	1	-19	323/3	-323	4199/7	-46189/63	4199/7	-323	323/3	-19	1		
11	1	-21	133	-2261/5	969	-4199/3	4199/3	-969	2261/5	-133	21	-1	
12	1	-23	161	-3059/5	7429/5	-7429/3	96577/33	-7429/3	7429/5	-3059/5	161	-23	1

Tablo-E.15.Papoulis $\ln(w^2)$ Polinomlarını Veren f_k Katsayı Tablosu

n	f0	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8	f9	f10	f11	f12
2	1	-1	1										
3	1	-5/3	11/3	-7									
4	1	-2	5	-10	17								
5	1	-13/5	41/5	-21	237/5	-97							
6	1	-256/31	53/5	-4129/155	373/5	-5216/31	321						

Tablo-E.12.Pn(w) Polinomlarını veren fk katsayı Tablosu

n	f ₀	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₇	f ₈	f ₉	f ₁₀	f ₁₁	f ₁₂
2	1	-2	1										
3	1	-3	3	-1									
4	1	-4	6	-4	1								
5	1	-5	10	-10	5	-1							
6	1	-6	15	-20	15	-6	1						
7	1	-7	21	-35	35	-21	7	-1					
8	1	-8	28	-56	70	-56	28	-8	1				
9	1	-9	36	-84	126	-126	84	-36	9	-1			
10	1	-10	45	-120	210	-252	210	-120	45	-10	1		
11	1	-11	55	-165	330	-462	462	-330	165	-55	11	-1	
12	1	-12	66	-220	495	-792	924	-792	795	-220	66	-12	1

Tablo-E.13.Pn1(w) Polinomlarını veren fk katsayı Tablosu

n	f ₀	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₇	f ₈	f ₉	f ₁₀	f ₁₁	f ₁₂
2	1	-3/2	1										
3	1	-2	2	-1									
4	1	-5/2	10/3	-4	1								
5	1	-3	5	-5	3	-1							
6	1	-7/2	7	-35/4	7	-7/2	1						
7	1	-4	28/3	-14	14	-28/3	4	-1					
8	1	-9/2	12	-21	126/5	-21	12	-9/2	1				
9	1	-5	15	-30	42	-42	30	-15	5	-1			
10	1	-11/2	45	-120	210	-252	210	-120	45	-10	1		
11	1	-6	55	-165	330	-462	462	-330	165	-55	11	-1	
12	1	-13/2	66	-220	495	-792	924	-792	795	-220	66	-12	1

Tablo-E.14.Pn2() Polinomlarını veren fk katsayı tablosu :

n	f ₀	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₇	f ₈	f ₉	f ₁₀	f ₁₁	f ₁₂
2	1	-4/3	1										
3	1	-5/3	5/3	-1									
4	1	-2	5/2	-2	1								
5	1	-7/3	7/2	-7/2	7/3	-1							
6	1	-8/3	14/3	-28/5	74/3	-8/3	1						
7	1	-3	6	-42/5	42/5	-6	3	-1					
8	1	-10/3	15/2	-12	14	-12	15/2	-10/3	1				
9	1	-11/3	36	-84	126	-126	84	-36	9	-1			
10	1	-4	45	-120	210	-252	210	-120	45	-10	1		
11	1	-13/3	55	-165	330	-462	462	-330	165	-55	11	-1	
12	1	-14/3	66	-220	495	-792	924	-792	795	-220	66	-12	1

PASCAL ÜÇGENİ

1	1															
1	2	1														
1	3	3	1													
1	4	6	4	1												
1	5	10	10	5	1											
1	6	15	20	15	6	1										
1	7	21	35	35	21	7	1									
1	8	28	56	70	56	28	8	1								
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1							
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1						
1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1					
1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1				
1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13	1			
1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91	14	1		
1	15	105	455	1365	3003	5005	6799	6799	5005	3003	1365	455	105	15	1	

melecon '96

8th Mediterranean Electrotechnical Conference

Prof. Filiz GÜNES
Electronic & Communication Eng. Dept.

80760 Maslak Istanbul
TURKEY

Bari, 20 November 1995

Dear Prof. Filiz GÜNES

On behalf of the International Technical Committee, I am pleased to inform you that your paper :

**A NEW DESIGN METHOD FOR THE QUARTER-WAVE TRANSFORMER CIRCUITS BASED ON
NONUNIFORM SAMPLING IN THE FREQUENCY DOMAIN**

has been included into the scientific programme of **melecon '96** as **oral contribution**.

We have received a large number of high level contributions, carefully examined for selection by the International Reviewing Committee. The first, most important step towards a successful Conference has than been accomplished, thanks to the wide interest in the **melecon** activities shown by the worldwide scientific community.

All papers accepted either for oral presentation or in poster form will be published in **melecon '96** Proceedings which you will receive at the Conference. To succeed in making them at the time of the Conference, we ask you the **absolute observance** of the following rules:

- a) Carefully follow all the enclosed *Directions to Authors for Preparing the Camera-Ready Texts*. I especially remind you the absolute necessity to **remain within four pages**. Additional page charges are 80000 ITL per page. Please follow the enclosed Instructions for Payment and send your payment order with the final text.
- b) The deadline for the submission of your camera-ready full text, prepared according to the attached instructions, is:

FEBRUARY 1, 1996, UNABLE TO BE EXTENDED

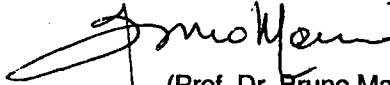
It will not be possible to include into proceedings any late submissions.

- c) I would like to remember you that only the papers presented and discussed at the meeting will appear in the proceedings of the Conference. Therefore in order to **guarantee** that your paper is published in the Proceedings, you are definitely requested to pay the Conference Registration Fee by February 1, 1996.

Please fill out and return with your camera ready copy also the copyright release form, the presenting author biographical data sheet and the declaration of attendance.

I look forward to welcoming you in Bari, Italy.

Yours Sincerely,



(Prof. Dr. Bruno Maione)
(International Technical Committee Chairman)

Enclosures

- Directions for Preparing the Camera-Ready Texts
- Payment of Additional Pages Form
- IEEE Copyright Form
- Biographical Data

- Declaration of Attendance
- Conference Registration Form
- Hotel Accommodation Form
- Preliminary Program

KAYNAKLAR

- [1] P.J.Davis, "Interpolation and Approximation", Ginn-Blaisdell, Chapter 6, pp. 108, 1963.
- [2] K.R.Pai, K.V.V.Murthy, V.Ramachandran, "Pole-Parameter Analysis ; A Novel Approach for The Design of Filters", IEE.Proc. , Circuits Devices Systems , Vol.141 , No.2 , April 1994.
- [3] PAPOULIS A., "Optimum Filters with Monotonic Response", Proc.IRE, Vol.46 , pp.606-609, March 1958.
- [4] PAPOULIS A., "On Monotonic Low-Pass Filters", Proc.IRE , Vol.47 , pp.332-333 , February 1959.
- [5] FUKADA M., "Optimum Filters of Even Orders with Monotonic Response", IRE Trans.Circuit Theory, CT-6, pp.277-281, September 1959.
- [6] HALPERN P.H., "Optimum Monotonic Low-Pass Filters", IEEE Trans.On Circuit Theory, Vol.CT-16, pp.240-242, May 1969.
- [7] KU.Y.H. and DRUBIN.M., "Network Synthesis Using Legendre and Hermite Polynomials", J.Franklin Institute, Vol.172, pp.138-157, February 1962.
- [8] JOHNSON.D.E. and JOHNSON .R.E., "Low-Pass Filters Using Ultraspherical Polynomials", IEEE Trans. On Circuits Theory, Vol.CT-13, No.4, pp.364-369, Dec.1966.
- [9] RAINVILLE.E.D., "Special Functions", Macmillan, 1960.
- [10] BECCARI.C., "The Use of The Shifted Jacobi Polynomials In the Synthesis of Low-Pass Filters", Circuit Theory and Applications, Vol.7, pp.289-295, 1979.
- [11] RAKOVICH .B.D. and LAZOVICH..S.M., "Monotonic Low-Pass Filters with Improved Stopband Performance", IEEE Trans. On Circuit Theory, Vol.CT-19, pp.218-221, March 1972.
- [12] DJURICH.B.M. and PETKOVICH.R.A., "Generalized Analysis of Optimum Monotonic Low-Pass Filters", IEEE Trans. On Circuits and Systems , Vol.CAS-23, No.11, pp.647-649, November 1976.
- [13] COLLIN.R.E., "Foundations for Microwave Engineering", 1966.
- [14] M.E.VAN VALKENBURG, "Introduction to Modern Network Synthesis", New York Wiley, pp.376-396, 1960.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi : 17 Temmuz 1971

Doğum Yeri : Lefkoşa K.K.T.C.

Refet RAMİZ ,ilk ve orta eğitimini Kuzey Kıbrıs' ta yaptıktan sonra. 1989 'da Yıldız Teknik Üniv.Elek ve Haberleşme Müh. Bölümünü kazandı. 1993 ' de Y.T.Ü. Yüksek Lisans bölümünün Haberleşme Müh. programına başladı.Halen Yüksek Lisans Tez verme aşamasında olup aynı zamanda Y.T.Ü. Elek. ve Haberleşme Müh.Bölümünde Ar.Görevlisi olarak çalışmaktadır .

