

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

85081

**EMPEDANSLI VE SONLU BİR DAİRESEL
SİLİNDİRİK BORUDAN SİLİNDİRİK
DALGALARIN SAÇILMASI PROBLEMİNDE
İNTEGRAL GÖSTERİLİM YOLUYLA
KESİN SAYISAL ÇÖZÜM YAKLAŞIMI**

Elek. ve Hab. Müh. Ali SAĞLAM


Prof. Dr. Taner ŞENGÖR

F.B.E. Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı Haberleşme Programında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Prof. Dr. Alihan ÖZTÜRK

Prof. Dr. Erhan TAPUZ

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Taner ŞENGÖR

İSTANBUL, 1999

85081

TEŞEKKÜR

Bilime ve bilimsel çalışmaya katkıda bulunmayı karakter edinen ve değerli yardımlarıyla bu teze rehberlik eden saygı değer ‘bilim adamı’ **Prof.Dr. Taner Şengör**’ e teşekkürlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER

SEMBOL LİSTESİ.....	iv
ÖZET.....	v
ABSTRACT.....	vi
1. GİRİŞ.....	1
2. SAÇILMA PROBLEMİNE İLİŞKİN İNTEGRAL GÖSTERİMLERİN ELDE EDİLMESİ.....	2
2.1 Problem Geometrisi ve Formülasyonu.....	2
2.2 Problemdeki Bölgeler İçin Çözümlerin Belirlenmesi.....	7
2.3 Magnetik Vektör Potansiyeli İçin İntegral Gösterimleri.....	9
2.4 Bölgeler İçin Alan İfadelerinin Elde Edilmesi	11
2.5 Sınır Koşulları.....	15
2.5.1 $\rho=a$ yüzeyi üzerinde.....	15
2.5.2 $\rho=b$ yüzeyi üzerinde.....	17
2.5.3 $z=0$ yüzeyi üzerinde.....	17
2.5.4 $z=h$ yüzeyi üzerinde.....	19
2.5.5 $z=-h$ yüzeyi üzerinde.....	20
2.5.6 Yeterli Sınır Koşulları.....	21
2.5.7 Alternatif Sınır Koşulları.....	21
2.6 İntegral Denklemi Elde Edilmesi.....	22
2.7 Alan Hesaplamaları ve Sonuçları.....	46
2.8 Grafikler ile Elde Edilen Sonuçlar.....	113
KAYNAKLAR.....	116
ÖZGEÇMİŞ.....	118

SEMBOL LİSTESİ

A	:Elektrik vektör potansiyel
E	:Elektrik alan vektörü
F	:Magnetik vektör potansiyel
H	:Magnetik alan vektörü
I	:Akım
J_e	:Elektrik akım yoğunluğu vektörü
J_m	:Magnetik akım yoğunluğu vektörü
a	:Silindir yarıçapı
b	:Akım Halkası yarıçapı
f	:Frekans
2h	:Silindir yüksekliği
k	:Dalga sayısı
μ	:Ortamın magnetik geçirgenliği
ε	:Ortamın dielektrik sabiti
ρ,φ,z	:Gözlem noktalarının dairesel silindirik koordinatları
e_ρ, e_φ, e_z	:Birim vektörler
H_v (x)	:1. ve 2. Cins Hankel Fonksiyonları
J_v(x)	:1. Cins Bessel Fonksiyonu

ÖZET

Bu tezde , bir akım halkası tarafından aydınlatılan ve empedansa sahip kalınlıksız ve sonlu uzunluklu dairesel silindir borudan saçılma problemi ele alınmıştır. Problem, alan ifadelerinin integral gösterilim yoluyla sayısal kesin çözüm yaklaşımı uygulanarak çözülmüştür.

Silindirin alt ve üst tabanlarına paralel ve bu tabanlardan eşit uzaklıkta bulunan düzlemde çapı silindirin çapından daha büyük olan bir akım halkası yerleştirilmiş ve sistem bu kaynakla uyarılmıştır. Bu haliyle yapılan çalışma; hem sonlu dairesel silindirik geometriden saçılma hem de ortasında yansıtıcı bulunan bir halka antenin karakteristiklerinin belirlenmesi olarak görülebilir. Problem ayrı ayrı bölgeler halinde incelenmiş ve bu bölgelerin her biri için alan ifadeleri yazılmıştır. Bu alan ifadelerinde yer alan bilinmeyen katsayıların hesaplanması için Fourier ve Hankel Dönüşümleri kullanılmış ve sonuçta çözülmesi gereken bir denklem sistemi elde edilmiştir. Bu denklem sisteminin sayısal çözümü ile yakın ve uzak alan ifadelerinin elde edilmesi mümkün olacaktır.

ABSTRACT

A scattering problem which consists of a circular cylinder that has an impedance and a current loop that illuminates the cylinder is considered and an exact numerical solution approach applied by means of integral representation of the field expressions.

The cylinder is excited by a current loop with a bigger radius than the cylinder. In this manner, this work can be treated as a solution of scattering problem from a finite circular cylinder or examination of radiation characteristics of a loop antenna with a cylindrical reflector. The problem is divided into regions and integral representations for these regions are obtained. These field expressions include unknown coefficients. To determine these coefficients, Fourier and Hankel Transforms are used and eventually a linear algebraic equation system is obtained. The near and far calculation are studied by solving these system of equations.

1. GİRİŞ

Antenlerin ışıma diyagramlarının elde edilmesi, haberleşme ve radar sistemlerini içeren uygulamalarda vazgeçilmez bir öneme sahiptir. Radyasyon (ışıma) diyagramlarının elde edilmesi ve bunun sonucunda ışıma a ait parametreler ve etkileri gibi problemler konusunda uzun yıllardır değişik yaklaşımlar üzerinde çalışılmaktadır.

Matematik detaylara girmemek için bir takım kabuller varsayarak veya anten geometrisini basit seçerek anten karakteristikleri ve ışıma diyagramları elde edilmektedir. Ancak bu tür yaklaşımların kesin çözüme ulaştıramayacağı ortadadır.

İşimlar genelde metalik iletkenlerdeki elektrik akımı akışından oluşur. İnce antenlerde bu akım dağılımı moment metodu (Harrington, 1968) ile birkaç dalga boyuna kadar iyi bir doğrulukta bulunabilir. Fakat antenin, akımı enine ve boyuna değişiminin bulunduğu yüzey ile aynı formda olması durumunda, matrisin lineer boyutu, uzunluğu yerine ışıma yüzeyinin alanı olarak artar. Sonuç olarak MM, çoğu bilgisayar yazılımlarındaki matris boyutu sınırlamasından dolayı bu türden yüzey akımları dağılımı konusunda elle tutulabilir bir bilgiye ulaştırmaz.

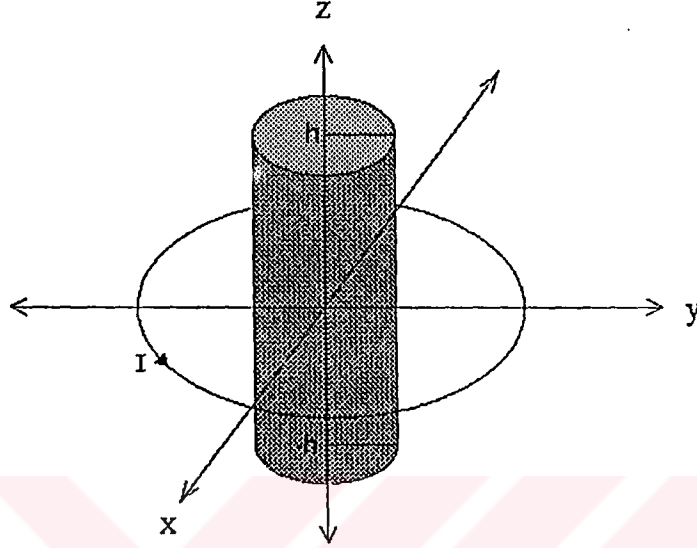
Bazı durumlarda metalik yüzey üzerindeki akım dağılımını tahmin etmek, her noktada yüzeyin yerel olarak düzlemsel olması yaklaşımı ile mümkün olabilmektedir. Yani, eğrilik yarıçapının sonsuz ve saçıcının sınırsız geniş düzlem olarak göz önüne alınması varsayımını yapmak gerekmektedir.

Uzayın herhangi bir noktasındaki alanı bulabilmek için gerekli bilgilerin ne olduğu sorusunu ele alalım. Tüm yüzey üzerindeki yüzeysel elektrik akımlarının bilinebilmesi için, potansiyel alan dağılımları her yerde hesaplanmalıdır. Pratikte bu akımlar tahmin edilebilir. Fakat problem için alternatif bir yaklaşım mevcuttur(Şengör, 1996,1998).

İntegral gösterimler yoluyla kesin yaklaşım tekniği olarak anılan yöntem dairesel açıklık (Şengör,1997,1996),(Partal, 1995) ve mükemmel iletken sonlu silindir (Kalaycıoğlu, 1997) ile ilgili bazı saçılma problemlerine uygulanmıştır.

2. SAÇILMA PROBLEMİNE İLİŞKİN İNTEGRAL GÖSTERİMLERİN ELDE EDİLMESİ

2.1. Problemin Geometrisi ve Formülasyonu



Şekil 2.1.1 Problemin Geometrisi

Probleme konu olan geometriyi, eksenini z eksenine ile çakışık $2h$ uzunluklu ve a taban yarıçaplı ve yüzeyi

$$\begin{aligned} \vec{E} &= Z\vec{n} \times \vec{H} \quad , \rho = a + 0 \\ \vec{E} &= Z\vec{n} \times \vec{H} \quad , \rho = a - 0 \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

ile tanımlı bir empedans özelliği gösteren silindir ve $z = 0$ düzleminde yer alan b yarıçaplı akım halkası oluşturmaktadır ($b > a$). Akım halkasından akan I akımı, alanın kaynağını oluşturmaktadır ; Z yüzey empedansıdır.(bkz. Şekil 2.1.1).

Alana ait magnetik vektör potansiyeli, uzayın kaynakların bulunmadığı bölgeler a-şağıda yazıldığı şekilde homojen Helmholtz denklemini sağlamaktadır:

$$\nabla^2 A + k^2 A = 0, \quad \rho \neq b \quad (2.1.2)$$

Probleme ilişkin akım kaynağı ise aşağıdaki akım yoğunluğu fonksiyonu ile belirtilir:

$$\mathbf{J} = I \delta(z) \delta(\rho - b) \mathbf{e}_\varphi \quad (2.1.3)$$

∇ operatörünün dairesel silindirik koordinat sistemindeki açık ifadesi yerleştirildiğinde, I akımının yeterince büyük, b yarıçapının da yeterince küçük seçilmesi halinde $\vec{A}$ nın yalnızca φ - bileşeni kalır ve sonunda (2.1.1)

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial A}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + k^2 A = 0 \quad (2.1.4)$$

şeklinde yazılır [Kıvanç, YL Tezi]. Magnetik vektör potansiyelin aşağıdaki tanım bağıntısını gözönüne alalım:

$$A(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{e}^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}}{r} dV' \quad (2.1.5)$$

Bu tanımlama bize uzayın bir V' bölgesinde bulunan kaynakların ($\mathbf{J}$), $\mathbf{r}$ yer vektörünün gösterdiği noktada meydana getirdiği magnetik vektör potansiyeli (A) verir. (2.1.5) denkleminde problemimize konu olan (2.1.3) kaynak büyüklüğünü yerleştirirsek

$$\vec{A} = A \vec{e}_\varphi \quad (2.1.6)$$

olacağı belirlidir. Bu denklem skaler olarak yazılıp separasyon uygulanırsa :

$$A(\rho, \varphi, z) = R(\rho) \cdot \Phi(\varphi) \cdot Z(z) \quad (2.1.7)$$

Yazılabileceğine göre :

$$\frac{1}{\rho} \frac{1}{R} \frac{d}{d\rho} \left(\frac{dR}{d\rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\rho^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} - \frac{1}{\rho^2} = -k^2 \quad (2.1.8)$$

elde edilir. Eşitlik (2.1.8) nin solundaki üçüncü terim ρ ve φ 'den bağımsızdır; diğer taraftan eşitliğin sol tarafındaki toplamın $\forall \rho \in [0, \infty)$, $\forall \varphi \in [0, 2\pi)$ ve $z \in (-\infty, \infty)$ için özdeş olarak sıfıra eşit olabilmesi için belirtilen terimin z den de bağımsız olması gerekir. Dolayısıyla γ bir sabit olmak üzere

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\gamma^2 \quad (2.1.9)$$

yazılabilir. Bu, ikinci mertebeden adi bir diferansiyel denklemdir. (2.1.9),(2.1.8)'de yerleştirilir ve düzenlenirse

$$\frac{\rho}{R} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\rho^2} + (k^2 - \gamma^2 - 1)\rho^2 = 0 \quad (2.1.10)$$

elde edilir. (2.1.10) un solundaki ikinci terim ρ ve φ 'den bağımsızdır; bu nedenle

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\rho^2} = -\xi^2 \quad (2.1.11)$$

yazılabilir. Burada $-1 - \xi^2 \equiv -v^2$ olmak üzere (2.1.11) denklemini, (2.1.10) da yerleştirirsek

$$\frac{\rho}{R} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) - v^2 + (k^2 - \gamma^2)\rho^2 = 0 \quad (2.1.12)$$

olur. (2.1.12) denklemindeki $(k^2 - \gamma^2)$ katsayısı aşağıdaki gibi tanımlayalım.

$$k^2 - \gamma^2 = \beta^2 \quad (2.1.13)$$

Şimdi (2.1.13)'deki γ ifadesini tanımlayalım. Şekil 2.1.2 deki gibi kesilmiş β düzleminde $\sqrt{\beta-k}$ ve $\sqrt{\beta+k}$ ile belirli karekök fonksiyonları

$$\arg(\beta-k) \in (\arg k - 2\pi, \arg k) \quad (2.1.14)$$

$$\arg(\beta+k) \in (\arg k - \pi, \arg k + \pi) \quad (2.1.15)$$

şeklinde ifade edersek

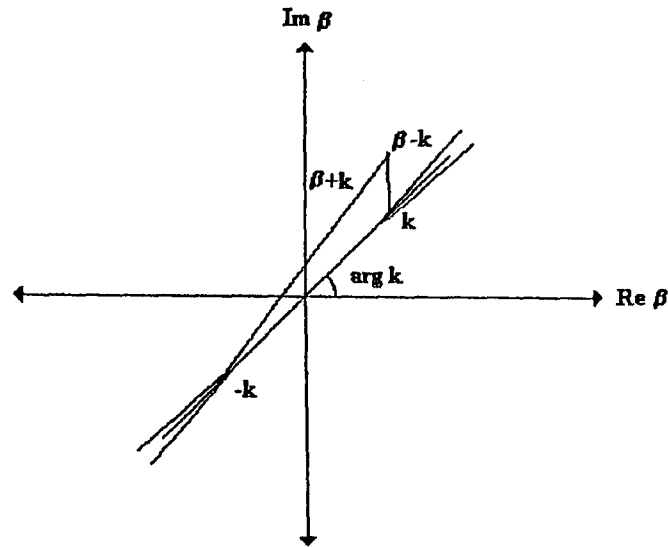
$$\sqrt{\beta \mp k} = \left| \sqrt{\beta \mp k} \right|^{1/2} e^{i \arg(\beta \mp k)/2} \quad (2.1.16)$$

ifadesini elde ederiz. Buna göre γ , Şekil 2.1.2 deki β düzleminde

$$\gamma = \sqrt{k^2 - \beta^2} = \sqrt{k-\beta} \sqrt{k+\beta} \quad (2.1.17)$$

$$\gamma = i \sqrt{\beta-k} \sqrt{\beta+k} \quad (2.1.18)$$

şeklinde tanımlıdır.



Şekil 2.1.2 Karekök Fonksiyonu İçin Dal Kesimi

Bu durumda elde ettiğimiz ifadeleri yerine koyarsak

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + (\beta^2 \rho^2 - \nu^2) R = 0 \quad (2.1.19)$$

denkleminde ulaşırız. Bu denklem ise Bessel diferansiyel denklemi olarak adlandırılır. Şimdi bu diferansiyel denklemi kullanarak $Z(z)$, $\Phi(\varphi)$, ve $R(\rho)$ ifadelerini bulmaya çalışacağız. $R(\rho)$ 'nin çözümü silindirik fonksiyonların bir lineer birleşimi olarak ifade edilir.

$$R(\rho) = B_{11} J_\nu(\beta\rho) + B_{12} Y_\nu(\beta\rho) \quad (2.1.20)$$

veya

$$R(\rho) = B_{21} H_\nu^{(1)}(\beta\rho) + B_{22} H_\nu^{(2)}(\beta\rho) \quad (2.1.21)$$

olarak ifade edilebilir.

$Z(z)$ ve $\Phi(\varphi)$ 'nin çözümü, harmonik fonksiyonların herhangi bir lineer birleşimiyle ifade edilebilir:

$$Z(z) = C_{11} e^{-i\gamma z} + C_{12} e^{i\gamma z} \quad (2.1.22)$$

$$\Phi(\varphi) = D_{11} e^{-i\nu\varphi} + D_{12} e^{i\nu\varphi} \quad (2.1.23)$$

veya

$$Z(z) = C_{21} \cos(\gamma z) + C_{22} \sin(\gamma z) \quad (2.1.24)$$

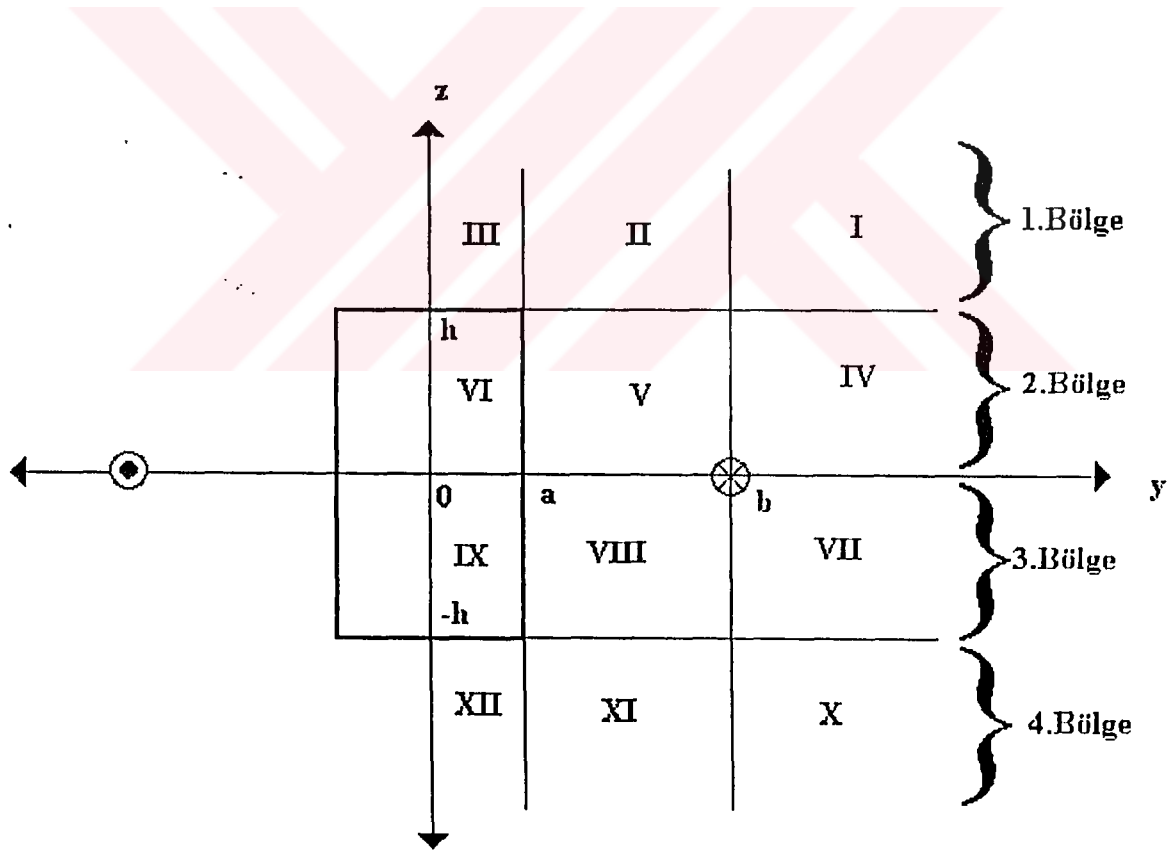
$$\Phi(\varphi) = D_{21} \cos(\nu\varphi) + D_{22} \sin(\nu\varphi) \quad (2.1.25)$$

yazılabilir.

$\Phi(\varphi)$, $Z(z)$ ve $R(\rho)$ ifadelerinin çözümü fiziksel problemin ortaya koyduğu sınır koşulları, radyasyon koşulu ve yukarıda yazılan harmonik ve silindirik fonksiyonların davranışlarının değerlendirilmesi ile olacaktır. Problemin çözümü genel olarak (2.1.21), (2.1.22) ve (2.1.23) deki özfonksiyonların, seperasyon sabitleri olan γ, β, ν 'de uygun olarak seçilen herhangi ikisi üzerinden sürekli toplamı ile oluşturulurlar (Harrington, 1961). Zamanla değişim $e^{-i\omega t}$ olarak alınmıştır.

2.2. Problemdaki Bölgeler İçin Çözümlerin Belirlenmesi

Silindirik simetriden dolayı herhangi bir φ =sabit yarım-düzleminin incelenmesi yeterlidir. Herhangi bir φ =sabit yarım düzlemi, Şekil 2.2.1 de görüldüğü gibi oniki parçaya ayrılmıştır.



Şekil 2.2.1 Problemin Bölgelere Ayrılması.

Bölgelerin sınırları Tablo 2.2.1' de verilmiştir.

Bu bölgedeki çözümlerde A ifadelerini elde etmeye çalışacağız. A ifadelerinde yeralan harmonik ve silindirik fonksiyonlarını belirleyebilmemiz için aşağıda verilmiş olan bilgileri değerlendireceğiz: $e^{i\gamma z}$, $+z$ yönünde ilerleyen dalgayı, $e^{-i\gamma z}$, $-z$ yönünde ilerleyen dalgaları ifade etmektedir.

TABLO 2.2.1

I	: $b < \rho, h < z$	II	: $a < \rho < b, h < z$	III	: $0 \leq \rho \leq a, h < z$
IV	: $b < \rho, 0 < z < h$	V	: $a < \rho < b, 0 < z < h$	VI	: $0 \leq \rho \leq a, 0 < z < h$
VII	: $b < \rho, -h < z < 0$	VIII	: $a < \rho < b, -h < z < 0$	IX	: $0 \leq \rho \leq a, -h < z < 0$
X	: $b < \rho, z < -h$	XI	: $a < \rho < b, z < -h$	XII	: $0 \leq \rho \leq a, z < -h$

Şekil 2.2.1 incelendiğinde VII, VIII, X, XI ve XII. bölgelerde de $-z$ yönünde ilerleyen dalgalar oluşacaktır. I,II,III,IV ve V ile gösterilen bölgelerde doğal olarak $+z$ yönünde yayılan elektromagnetik dalgaların bulunacağı açıktır.

Silindir yüzeyinin üst ve alt kenarlarında meydana gelen ayırıt saçılmasını hesaplayabilmek için bu ayırıtlarda Keller Konisi çizildiğinde VI ve IX bölgelerin ikisinde de hem $+z$ hem de $-z$ yönünde dalgaların var olduğu anlaşılır. Bu ayırıt kırınımının sonucunda V ve VI bölgelerde $-z$ yönünde dalgalar, VII ve VIII bölgelerde de $+z$ yönünde dalgalar oluşacaktır.

1 inci ve 2 inci tip Hankel fonksiyonlarının $\rho=0$ 'daki tekil ve 1 inci tip Bessel fonksiyonunun $\rho=0$ 'da tanımlı olduğundan III, VI, IX ve XII bölgelerde A ifadesinde $R(\rho)$ 'nin katkısı olarak sadece 1 inci tip Bessel fonksiyonu görünecektir. Şekil 2.2.1 incelendiğinde silindir yüzeyinden yansıma ve silindirin ayırıtlarından saçılma sonucunda II, V, VIII, XI bölgelerde hem $+\rho$ hem de $-\rho$ yönünde ilerleyen dalgaların var olacağı görülür. Bu durumda sözü edilen bölgelere ilişkin çözümlerde 1 inci ve 2 inci tip Hankel Fonksiyonlarının yer alması gerekir. I, IV, VII ve X bölgelerde ise sadece $+\rho$ yönünde ilerleyen dalgaların bulunacağı düşünülürse bu bölgelere ait çözümlerde sadece 1 inci tip Hankel fonksiyonları bulunacaktır.

Bu bilgileri Tablo 2.2.2.de düzenlenmiş bir şekilde görebiliriz.

TABLO 2.2.2

I	$H_v^{(1)} e^{i\gamma z}$	II	$[H_v^{(1)} + H_v^{(2)}] e^{i\gamma z}$	III	$J_v e^{i\gamma z}$
IV	$H_v^{(1)} [e^{i\gamma z} + e^{-i\gamma z}]$	V	$[H_v^{(1)} + H_v^{(2)}] [e^{i\gamma z} + e^{-i\gamma z}]$	VI	$J_v [e^{i\gamma z} + e^{-i\gamma z}]$
VII	$H_v^{(1)} [e^{i\gamma z} + e^{-i\gamma z}]$	VIII	$[H_v^{(1)} + H_v^{(2)}] [e^{i\gamma z} + e^{-i\gamma z}]$	IX	$J_v [e^{i\gamma z} + e^{-i\gamma z}]$
X	$H_v^{(1)} e^{-i\gamma z}$	XI	$[H_v^{(1)} + H_v^{(2)}] e^{-i\gamma z}$	XII	$J_v e^{-i\gamma z}$

2.3. Magnetik Vektör Potansiyeli İçin İntegral Gösterilimler

Bölgeler için yazılan çözüm ifadeleri arasındaki benzerliklerden faydalanarak Tablo 2.2.2 de verilmiş olan oniki parçayı dört ayrı bölgede ele alabiliriz . Şekil 2.2.1' de de gösterilen bu bölgelerdeki magnetik vektör potansiyellerinin integral gösterilimleri Tablo 2.2.2 deki bilgilerden faydalanılarak aşağıdaki gibi yazılacaktır:

1.Bölge : $\rho \in [0, \infty), z \in (h, \infty)$

$$A_1 = \begin{cases} \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} B_1(\beta, v) e^{-i\gamma z} J_{|\nu|}(\beta \rho) e^{i\nu\phi} d\beta dv & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} [C_1(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_1(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{-i\gamma z} e^{i\nu\phi} d\beta dv & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} F_1(\beta, v) e^{-i\gamma z} H_v^{(1)}(\beta \rho) e^{i\nu\phi} d\beta dv & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.3.1)$$

2. Bølge : $\rho \in [0, \infty), z \in (0, h)$

$$A_2 = \begin{cases} \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} [B_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + B_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] J_{|\gamma|}(\beta \rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} \{ [C_2^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_2^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{i\gamma z} + \\ [C_2^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_2^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{-i\gamma z} \} e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} [F_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + F_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta \rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.3.2)$$

3. Bølge : $\rho \in [0, \infty), z \in (-h, 0)$

$$A_3 = \begin{cases} \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} [B_3^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + B_3^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] J_{|\gamma|}(\beta \rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} \{ [C_3^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_3^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{i\gamma z} + \\ [C_3^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_3^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{-i\gamma z} \} e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} [F_3^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + F_3^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta \rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.3.3)$$

4. Bølge : $\rho \in [0, \infty), z \in (-\infty, -h)$

$$A_4 = \begin{cases} \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} B_4(\beta, v) e^{-i\gamma z} J_{|\gamma|}(\beta \rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} [C_4(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_4(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{-i\gamma z} e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} F_4(\beta, v) e^{-i\gamma z} H_v^{(1)}(\beta \rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.3.4)$$

Denklemlerde yer alan fonksiyonlar: $B_1(\beta, v)$, $B_2^+(\beta, v)$, $B_2^-(\beta, v)$, $B_3^+(\beta, v)$, $B_3^-(\beta, v)$, $B_4(\beta, v)$, $C_1(\beta, v)$, $C_2^+(\beta, v)$, $C_2^-(\beta, v)$, $C_3^+(\beta, v)$, $C_3^-(\beta, v)$, $C_4(\beta, v)$, $D_1(\beta, v)$, $D_2^+(\beta, v)$, $D_2^-(\beta, v)$, $D_3^+(\beta, v)$, $D_3^-(\beta, v)$, $D_4(\beta, v)$, $F_1(\beta, v)$, $F_2^+(\beta, v)$, $F_2^-(\beta, v)$, $F_3^+(\beta, v)$, $F_3^-(\beta, v)$, $F_4(\beta, v)$ olmak üzere yirmidört tanedir.

Formülasyonda bir sonraki aşama, bu ifadelerin kullanılarak bölgeler için elektrik ve magnetik alan ifadelerinin elde edilmesidir.

2.4. Alan İfadelerinin Elde Edilmesi

Bölgeler için ayrı ayrı elektrik ve magnetik alan ifadelerini yazalım.

1. Bölge için :

$$E_\varphi^1(\rho, z) = -\hat{z} \begin{cases} \int_{\ell_v}^{\ell_v} \int_{\ell_p}^{\ell_p} B_1(\beta, v) J_{|\nu|}(\beta\rho) e^{i\eta z} e^{iv\varphi} d\beta dv & , \rho \in [0, a) \\ \int_{\ell_v}^{\ell_v} \int_{\ell_p}^{\ell_p} [C_1(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_1(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{i\eta z} e^{iv\varphi} d\beta dv & , \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v}^{\ell_v} \int_{\ell_p}^{\ell_p} F_1(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{i\eta z} e^{iv\varphi} d\beta dv & , \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.4.1)$$

$$H_z^1(\rho, z) = \frac{1}{\rho \cdot \rho} \begin{cases} \int_{\ell_v}^{\ell_v} \int_{\ell_p}^{\ell_p} \beta \rho [B_1(\beta, v) J_{|\nu|}(\beta\rho)]_{\rho} e^{i\eta z} e^{iv\varphi} d\beta dv & , \rho \in [0, a) \\ \int_{\ell_v}^{\ell_v} \int_{\ell_p}^{\ell_p} \beta \rho [C_1(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_1(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta\rho)]_{\rho} e^{i\eta z} e^{iv\varphi} d\beta dv & , \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v}^{\ell_v} \int_{\ell_p}^{\ell_p} \beta \rho [F_1(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta\rho)]_{\rho} e^{i\eta z} e^{iv\varphi} d\beta dv & , \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.4.2)$$

$$H_\rho^1(\rho, z) = - \begin{cases} \int_{\ell_v}^{\ell_v} \int_{\ell_p}^{\ell_p} B_1(\beta, v) J_{|\nu|}(\beta\rho) i\gamma e^{i\eta z} e^{iv\varphi} d\beta dv & , \rho \in [0, a) \\ \int_{\ell_v}^{\ell_v} \int_{\ell_p}^{\ell_p} [C_1(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_1(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta\rho)] i\gamma e^{i\eta z} e^{iv\varphi} d\beta dv & , \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v}^{\ell_v} \int_{\ell_p}^{\ell_p} F_1(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta\rho) i\gamma e^{i\eta z} e^{iv\varphi} d\beta dv & , \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.4.3)$$

2. Bölge için :

$$E_{\phi}^2(\rho, z) = -\hat{z} \left\{ \begin{array}{ll} \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [B_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + B_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] J_{|\nu|}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \{C_2^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)\} e^{i\gamma z} + \\ [C_2^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{-i\gamma z} \} e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [F_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + F_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (b, \infty) \end{array} \right. \quad (2.4.4)$$

$$H_z^2(\rho, z) = \frac{1}{\rho \cdot \rho} \left\{ \begin{array}{ll} \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \beta \rho \{B_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + B_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}\} J_{|\nu|}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \beta \rho \{C_2^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)\} e^{i\gamma z} + \\ [C_2^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{-i\gamma z} \} e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \beta \rho \{F_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + F_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}\} H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (b, \infty) \end{array} \right. \quad (2.4.5)$$

$$H_p^2(\rho, z) = - \left\{ \begin{array}{ll} \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [B_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + B_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] i\gamma J_{|\nu|}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \{C_2^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)\} e^{i\gamma z} + \\ [C_2^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{-i\gamma z} \} i\gamma e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [F_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + F_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] i\gamma H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (b, \infty) \end{array} \right. \quad (2.4.6)$$

3. Bölge için :

$$E_{\varphi}^3(\rho, z) = -\hat{z} \begin{cases} \int_{\ell_v} \int_{\ell_{\rho}} [B_3^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + B_3^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] J_{|\nu|}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_{\rho}} \{C_3^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)\} e^{i\gamma z} + \\ \quad [C_3^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{-i\gamma z} \} e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_{\rho}} [F_3^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + F_3^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.4.7)$$

$$H_{\varphi}^3(\rho, z) = - \begin{cases} \int_{\ell_v} \int_{\ell_{\rho}} [B_3^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + B_3^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] i\gamma J_{|\nu|}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_{\rho}} \{C_3^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)\} e^{i\gamma z} + \\ \quad [C_3^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{-i\gamma z} \} i\gamma e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_{\rho}} [F_3^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + F_3^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] i\gamma H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.4.8)$$

$$H_z^3(\rho, z) = \frac{1}{\rho \cdot \rho} \begin{cases} \int_{\ell_v} \int_{\ell_{\rho}} [B_3^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + B_3^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] J_{|\nu|}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_{\rho}} \{C_3^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)\} e^{i\gamma z} + \\ \quad [C_3^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{-i\gamma z} \} e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_{\rho}} [F_3^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + F_3^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.4.9)$$

4. Bölge için :

$$E_{\varphi}^4(\rho, z) = -\hat{z} \begin{cases} \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} B_4(\beta, v) J_{|\nu|}(\beta \rho) e^{-i\gamma z} e^{iv\varphi} d\beta dv, & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [C_4(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_4(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{-i\gamma z} e^{iv\varphi} d\beta dv, & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} F_4(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta \rho) e^{-i\gamma z} e^{iv\varphi} d\beta dv, & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.4.10)$$

$$H_z^4(\rho, z) = \frac{1}{\rho \cdot \rho} \begin{cases} \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \beta \rho \{B_4(\beta, v) J_{|\nu|}(\beta \rho)\}_{\beta \rho} e^{-i\gamma z} e^{iv\varphi} d\beta dv, & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \beta \rho \{C_4(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_4(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta \rho)\}_{\beta \rho} e^{-i\gamma z} e^{iv\varphi} d\beta dv, & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \beta \rho \{F_4(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta \rho)\}_{\beta \rho} e^{-i\gamma z} e^{iv\varphi} d\beta dv, & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.4.11)$$

$$H_{\rho}^4(\rho, z) = - \begin{cases} \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} B_4(\beta, v) J_{|\nu|}(\beta \rho) (-i\gamma) e^{-i\gamma z} e^{iv\varphi} d\beta dv, & \rho \in (0, a) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [C_4(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_4(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta \rho)] (-i\gamma) e^{-i\gamma z} e^{iv\varphi} d\beta dv, & \rho \in (a, b) \\ \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} F_4(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta \rho) (-i\gamma) e^{-i\gamma z} e^{iv\varphi} d\beta dv, & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.4.12)$$

şeklinde alan ifadeleri elde edilmiş olur.

2.5. Sınır Koşulları

$$[\vec{n} \times \vec{E}] = \vec{J}_s^{(e)} \quad (2.5.1)$$

$$[\vec{n} \times \vec{H}] = -\vec{J}_s^{(m)} \quad (2.5.2)$$

$$[\vec{n} \cdot \vec{B}] = \rho_s^{(e)} \quad (2.5.3)$$

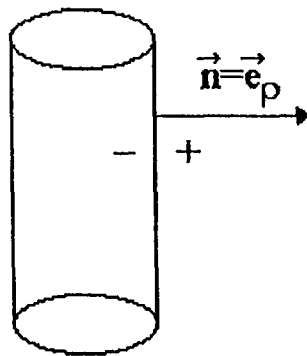
$$[\vec{n} \cdot \vec{D}] = \rho_s^{(m)} \quad (2.5.4)$$

$$\vec{E} = Z \vec{n} \times \vec{H} \quad (2.5.5)$$

$$\vec{E} = Z \vec{n} \times \vec{H} \quad (2.5.6)$$

$\rho=a$, $\rho=b$, $z=0$, $z=h$, $z=-h$ sınırları için yukarıdaki formülasyonları teker teker uygulayalım. (2.5.5) ve (2.5.6) daki Z cismin dış ve iç yüzeyindeki empedansı göstermektedir. $\vec{J}_s^{(e)}$ ve $\vec{J}_s^{(m)}$ sıra ile $\rho = a$ daki empedanslı silindir yüzeyi üzerinde indüklenen elektrik ve magnetik yüzey akımlarının yoğunluklarını; $\rho_s^{(e)}$ ve $\rho_s^{(m)}$ de sıra ile aynı yüzey üzerinde biriken elektrik ve magnetik yüzey yüklerinin yüzeysel yoğunluklarını göstermektedir.

2.5.1. $\rho=a$ yüzeyinde



Şekil 2.5.1.1 $\vec{n}$ vektörü $\vec{e}_\rho$ olarak seçilmiştir.

Cismin iç ve dış yüzeylerindeki empedansı Z olarak alacağız. Buna göre (2.5.5) denklemini uygularsak

$$\vec{E} = Z \vec{n} \times \vec{H} = Z \vec{e}_\rho \times (\vec{e}_z H_z + \vec{e}_\rho H_\rho) \quad (2.5.1.1)$$

$$E = Z H_z \quad (2.5.1.2)$$

(2.5.1.1) denklemini şu şekilde ifade edebiliriz

$$E_\phi(a+0, z) - Z H_z(a+0, z) = \begin{cases} 0 & z \in (-h, h) \\ K(a, z) & z \notin (-h, h) \end{cases} \quad (2.5.1.3)$$

Şimdi (2.5.6) denklemini göz önüne alırsak

$$\vec{E} = Z \vec{n} \times \vec{H} = Z(-\vec{e}_\rho) \times (\vec{e}_z H_z + \vec{e}_\rho H_\rho) \quad (2.5.1.4)$$

$$E_\phi(a-0, z) = -Z H_z(a-0, z), \quad z \in (-h, h) \quad (2.5.1.5)$$

$$E_\phi(a-0, z) + Z H_z(a-0, z) = \begin{cases} 0 & , z \in (-h, h) \\ K_1(a, z) & , z \notin (-h, h) \end{cases} \quad (2.5.1.6)$$

$\rho=a$ yüzeyine (2.5.1) sınır koşulunu uygulayalım. (*)

$$\llbracket \vec{n} \times \vec{H} \rrbracket = \vec{J}_s^{(e)} \quad (2.5.1.7)$$

$$\llbracket \vec{n} \times \vec{H} \rrbracket = \llbracket \vec{e}_\rho \times (H_\rho \vec{e}_\rho + H_z \vec{e}_z) \rrbracket = \llbracket H_z \vec{e}_\phi \rrbracket = (H_z^+ - H_z^-) \vec{e}_\phi \quad (2.5.1.8)$$

$$H_z(a+0, z) - H_z(a-0, z) = \begin{cases} 0 & , z \in (-h, h) \\ J_s^{(e)} & , z \notin (-h, h) \end{cases} \quad (2.5.1.9)$$

Buradan da anlaşılacağı üzere $\vec{J}_s^{(e)} = J_s^{(e)} \cdot \vec{e}_\phi$ şeklindedir. Şimdi (2.5.2) koşulunu uygulayalım:

$$\llbracket \vec{n} \times \vec{E} \rrbracket = -J_s^{(m)} = \llbracket \vec{e}_\rho \times \vec{e}_\varphi E_\varphi \rrbracket = \llbracket \vec{e}_z \cdot E_\varphi \rrbracket \quad (2.5.1.10)$$

$$E_\varphi(a+0, z) - E_\varphi(a-0, z) = \begin{cases} 0 & , z \in (-h, h) \\ -J_s^{(m)} & , z \notin (-h, h) \end{cases} \quad (2.5.1.11)$$

sonuçlarına ulaşırız. Burada

$$\vec{J}_s^{(m)} = J_s^{(m)} \vec{e}_z \quad (2.5.1.12)$$

şeklindedir.

2.5.2. $\rho=b$ yüzeyi üzerinde

$\llbracket \vec{n} \times \vec{E} \rrbracket = 0$ olacaktır. Buna göre

$$E_\varphi(b+0, z) - E_\varphi(b-0, z) = 0, \quad \forall z \in (-\infty, \infty) \quad (2.5.2.1)$$

denklemini uygularsak

$$\llbracket \vec{n} \times \vec{H} \rrbracket = \vec{J}_s^{(e)} = -I \delta(\rho - b) \delta(z) \vec{e}_\varphi \quad (2.5.2.2)$$

$$H_z(b+0, z) - H_z(b-0, z) = -I \delta(\rho - b) \delta(z) \quad (2.5.2.3)$$

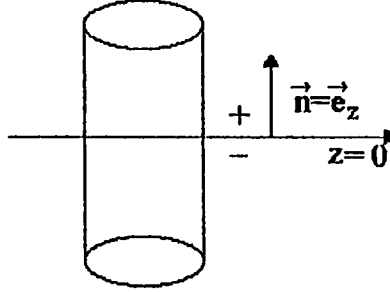
Ayrıca $z \neq 0$ olduğu sürece

$$H_\rho(b+0, z) - H_\rho(b-0, z) = 0 \quad \forall z \in (-\infty, 0), z \in (0, \infty), z \neq 0 \quad (2.5.2.4)$$

eşitliği yazılabilir.

(*) Burada ve her yerde $E^\pm = E(a \pm 0, z)$ konmuştur.

2.5.3. $z=0$ yüzeyi üzerinde



Şekil 2.5.3.1 $\vec{n}$ vektörü $\vec{e}_z$ olarak seçilmiştir.

$$\llbracket \vec{n} \times \vec{E} \rrbracket = \llbracket \vec{e}_z \times \vec{e}_\varphi \cdot E_\varphi \rrbracket = \llbracket -\vec{e}_\rho E_\varphi \rrbracket = -\vec{J}_s^{(m)} \quad (2.5.3.1)$$

Buna göre

$$-\vec{e}_\rho (E_\varphi^+ - E_\varphi^-) = -\vec{J}_s^{(m)} \quad (2.5.3.2)$$

yazılacaktır. Fakat (2.5.3.2) eşitliğinden anlaşılacağı üzere $\vec{J}_s^{(m)}$ akımının $\vec{e}_\rho$ doğrultusunda bir bileşeni olamayacağı için (23) eşitliği sıfıra eşit olacaktır.

$$-\vec{e}_\rho (E_\varphi^+ - E_\varphi^-) = 0 \quad (2.5.3.3)$$

Buna göre şu eşitliği yazabiliriz.

$$E_\varphi(\rho, +0) - E_\varphi(\rho, -0) = 0, \quad \forall \rho \in [0, \infty) \quad (2.5.3.4)$$

(2.5.2) sınır koşulunu göz önüne alalım. $z=0$ düzleminde yalnızca $\rho=a$ ve $\rho=b$ çember yayları üzerinde akım bulunduğundan,

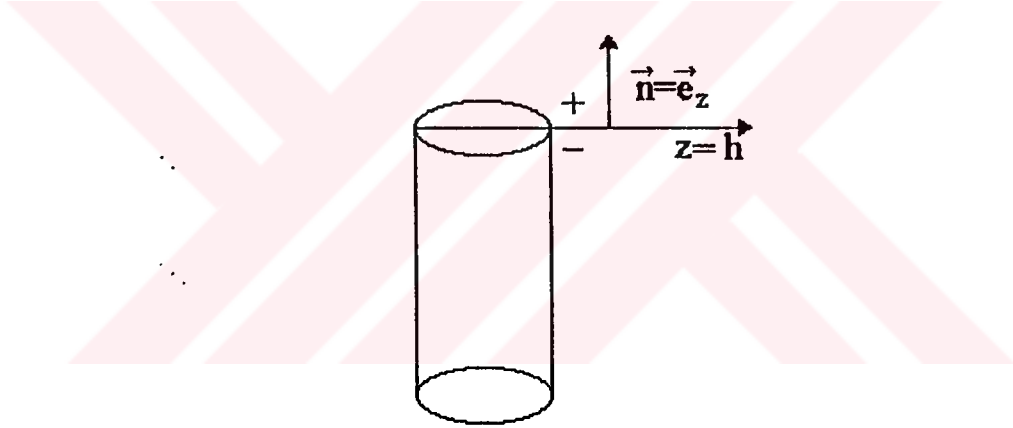
$$\vec{J}_s^{(e)} = [I_{s0}^{(e)} \delta(\rho - a) + I \delta(\rho - b)] \vec{e}_\varphi \quad (2.5.3.5)$$

olarak akım yoğunluğunu yazabiliriz. Buradan

$$H_\rho(\rho, +0) - H_\rho(\rho, -0) = I \delta(\rho - b) + I_{s0}^{(e)} \delta(\rho - a) \quad (2.5.3.6)$$

ifadesini elde ederiz.

2.5.4. $z=h$ yüzeyi üzerinde



Şekil 2.5.4.1 $\vec{n}$ vektörü $\vec{e}_z$ olarak seçilmiştir.

(2.5.2) denklemini $z=h$ yüzeyinde inceleyelim.

$$\|\vec{n} \times \vec{E}\| = \|\vec{e}_\varphi E_\varphi\| = \vec{J}_s^{(m)} \quad (2.5.4.1)$$

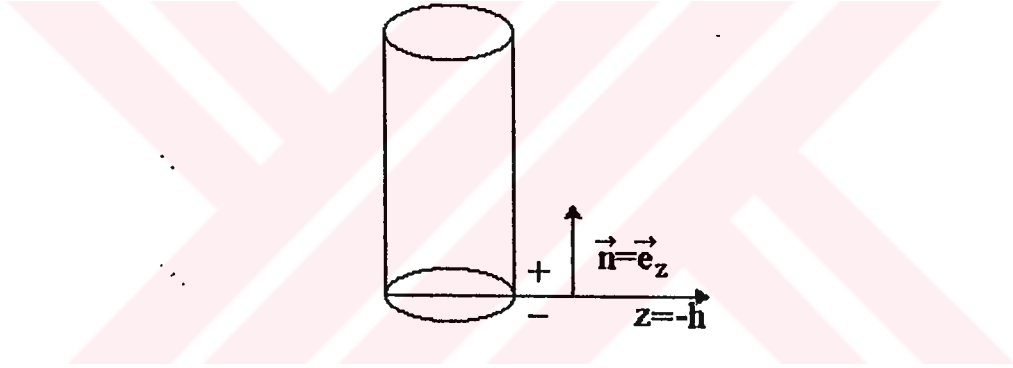
$\vec{J}_s^{(m)}$, in $\vec{e}_\rho$ doğrultusunda bileşeni olmadığı için (2.5.4.1) ifadesi sıfıra eşit olacaktır. Bu yüzden

$$E_{\varphi}(\rho, h+0) - E_{\varphi}(\rho, h-0) = 0 \quad \forall \rho \in [0, \infty) \quad (2.5.4.2)$$

şeklinde olacaktır. (2.5.1) denklemini bu sınır için incelersek şu ifadeyi elde ederiz.

$$H_{\rho}(\rho, h+0) - H_{\rho}(\rho, h-0) = I_{sh}^{(e)} \delta(\rho - a) \quad , \forall \rho \in [0, \infty) \quad (2.5.4.3)$$

2.5.5. $z=-h$ yüzeyi üzerinde



Şekil 2.5.5.1 $\vec{n}$ vektörü $\vec{e}_z$ olarak seçilmiştir.

(2.5.2) ve (2.5.1) sınır koşullarını $z=-h$ için incelediğimiz zaman

$$E_{\varphi}(\rho, -h+0) - E_{\varphi}(\rho, -h-0) = 0 \quad \forall \rho \in [0, \infty) \quad (2.5.5.1)$$

$$H_{\rho}(\rho, -h+0) - H_{\rho}(\rho, -h-0) = I_{s(-h)}^{(e)} \delta(\rho - a) \quad \forall \rho \in [0, \infty) \quad (2.5.5.2)$$

denklemlerini elde ederiz.

2.5.6. Yeterli Sınır Koşulları:

$z=0$, $z=h$, $z=-h$ sınır yüzeyleri üzerindeki incelemelerimizden elde ettiğimiz ifadeler bizim için yeterli sınır koşullarıdır. Bunlar ise (2.5.3.4), (2.5.3.6), (2.5.4.2), (2.5.4.3), (2.5.5.1), (2.5.5.2) ifadeleridir.

2.5.7. Alternatif Sınır Koşulları

$\rho=a$, $\rho=b$ sınır yüzeylerindeki incelemelerden elde edilen ifadeler alternatif ifadelerdir. Bu ifadeler (2.5.1.3),(2.5.1.6),(2.5.1.9),(2.5.1.11),(2.5.2.1),(2.5.2.3),(2.5.2.4) ifadeleridir.

$H_z^n(\rho, z)$ alan bileşenleri $\beta\rho$ ' ya göre kısmi türev içerdiklerinden $H_z(\rho, z)$ içeren ifadeler kullanışlı değildir. Bunları kullanışlı hale getirmek için şu matematiksel işlemler yapılabilir:

(2.5.1.3) ve (2.5.1.6) denklemlerinde eşitliklerin her iki tarafını toplarsak şu ifadeyi elde ederiz.

$$\left[E_\varphi(a+0, z) + E_\varphi(a-0, z) \right] - Z \left[H_z(a+0, z) + H_z(a-0, z) \right] = \begin{cases} 0 & , z \in (-h, h) \\ K''(a, z) & , z \notin (-h, h) \end{cases} \quad (2.5.7.1)$$

(2.5.1.9) denklemini de göz önünde bulundurursak (2.5.7.1) denklemi şu şekli alacaktır.

$$E_\varphi(a+0, z) + E_\varphi(a-0, z) = \begin{cases} Z.J_s^{(e)} & , z \in (-h, h) \\ K''(a, z) & , z \notin (-h, h) \end{cases} \quad (2.5.7.2)$$

(2.5.7.2) denklemini $z=\pm 0$, $z=h\pm 0$, $z=-h\pm 0$ için tekrar yazarsak

$$E_{\varphi}(a + 0, +0) + E_{\varphi}(a - 0, +0) = Z I_{s0}^{(e)} \quad (2.5.7.3)$$

$$E_{\varphi}(a + 0, -0) + E_{\varphi}(a - 0, -0) = Z I_{s0}^{(e)} \quad (2.5.7.4)$$

$$E_{\varphi}(a + 0, h + 0) + E_{\varphi}(a - 0, h + 0) = Z I_{sh}^{(e)} \quad (2.5.7.5)$$

$$E_{\varphi}(a + 0, h - 0) + E_{\varphi}(a - 0, h - 0) = Z I_{sh}^{(e)} \quad (2.5.7.6)$$

$$E_{\varphi}(a + 0, -h + 0) + E_{\varphi}(a - 0, -h + 0) = Z I_{s(-h)}^{(e)} \quad (2.5.7.7)$$

$$E_{\varphi}(a + 0, -h - 0) + E_{\varphi}(a - 0, -h - 0) = Z I_{s(-h)}^{(e)} \quad (2.5.7.8)$$

ifadelerini elde ederiz. Buna göre alternatif olarak kullanabileceğimiz ifadeler ise (2.5.2.1), (2.5.2.3), (2.5.2.4), (2.5.7.2), (2.5.7.3), (2.5.7.4), (2.5.7.5), (2.5.7.6), (2.5.7.7), (2.5.7.8), ifadeleri olacaktır.

2.6. İntegral Denklemlerinin Elde Edilmesi

Bölgeler için elde ettiğimiz alan ifadelerini sınır koşullarında yerine koyarak integral denklemlerini elde etmeye çalışacağız. Öncelikle 2. ve 3. bölgeler ait (2.4.4) alan ifadelerini (2.5.3.4) koşulunda yerine koyalım. İlk yazacağımız ifade;

$$\begin{aligned} & -\hat{z} \int \int_{\ell_v \ell_p} [B_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + B_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] j_{|\gamma|}(\beta\rho) \delta(z-0) e^{i\gamma\varphi} d\beta dv \\ & = -\hat{z} \int \int_{\ell_v \ell_p} [B_3^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + B_3^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] j_{|\gamma|}(\beta\rho) \delta(z+0) e^{i\gamma\varphi} d\beta dv, \quad \forall \rho \in [0, a) \end{aligned} \quad (2.6.1)$$

olacaktır. Aynı koşulu $\rho \in (a, b)$ aralığına uygulamak ile elde edeceğimiz integral denklem ise;

$$\begin{aligned} & \int \int_{\ell_v \ell_p} \{C_2^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)\} e^{i\gamma z} \\ & \quad + [C_2^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{-i\gamma z} \} \delta(z-0) e^{i\gamma\varphi} d\beta dv \\ & = \int \int_{\ell_v \ell_p} \{C_3^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)\} e^{i\gamma z} \\ & \quad + [C_3^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{-i\gamma z} \} \delta(z+0) e^{i\gamma\varphi} d\beta dv, \quad \forall \rho \in (a, b) \end{aligned} \quad (2.6.2)$$

(2.6.2)

olacaktır. Koşul (2.5.3.4), $\rho \in (b, \infty)$ aralığında değerlendirildiğinde de

$$\begin{aligned} & \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} [F_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + F_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta\rho) \delta(z-0) e^{i\nu\varphi} d\beta dv \\ &= \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} [F_3^+(\beta, v)e^{i\gamma z} + F_3^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta\rho) \delta(z+0) e^{i\nu\varphi} d\beta dv, \forall \rho \in (b, \infty) \end{aligned} \quad (2.6.3)$$

denklemleri elde edilir. (2.6.1), (2.6.2) ve (2.6.3) ifadelerini yöntemi gereklerine uygun olarak yazarsak

$$\begin{aligned} & \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} \{ [B_2^+(\beta, v) - B_3^-(\beta, v)] e^{i\gamma^0} + [B_2^-(\beta, v) - B_3^+(\beta, v)] e^{-i\gamma^0} \} J_{|\nu|}(\beta\rho) e^{i\nu\varphi} d\beta dv \\ &= \begin{cases} 0 & , \rho \in [0, a) \\ K_{1a}(\rho, z) \delta(z) & , \rho \in (a, b) \\ K_{1b}(\rho, z) \delta(z) & , \rho \in (b, \infty) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.6.4)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} \{ [C_2^+(\beta, v) - C_3^-(\beta, v)] H_v^{(1)}(\beta\rho) + [D_2^+(\beta, v) - D_3^-(\beta, v)] H_v^{(1)}(\beta\rho) \} e^{i\gamma^0} \\ &+ [C_2^-(\beta, v) - C_3^+(\beta, v)] H_v^{(1)}(\beta\rho) + [D_2^-(\beta, v) - D_3^+(\beta, v)] H_v^{(1)}(\beta\rho) \} e^{-i\gamma^0} \} e^{i\nu\varphi} d\beta dv \\ &= \begin{cases} K_{20}(\rho, z) \delta(z) & , \rho \in [0, a) \\ 0 & , \rho \in (a, b) \\ K_{2b}(\rho, z) \delta(z) & , \rho \in (b, \infty) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.6.5)$$

ve

$$\begin{aligned} & \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} \{ [F_2^+(\beta, v) - F_3^-(\beta, v)] e^{i\gamma^0} + [F_2^-(\beta, v) - F_3^+(\beta, v)] e^{-i\gamma^0} \} H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{i\nu\varphi} d\beta dv \\ &= \begin{cases} K_{30}(\rho, z) \delta(z), & \rho \in [0, a) \\ K_{3a}(\rho, z) \delta(z), & \rho \in (a, b) \\ 0, & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.6.6)$$

ifadelerine ulaşılır. (2.5.3.6) eşitliği ile ifade ettiğimiz sınır koşulunu alan integral gösterilimleri yardımıyla açık şekilde yazarsak

$$\begin{aligned}
& - \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [B_2^+(\beta, v)e^{i\gamma^0} - B_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma^0}] i\gamma J_{|v|}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& \quad + \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [B_3^+(\beta, v)e^{-i\gamma^0} - B_3^-(\beta, v)e^{i\gamma^0}] i\gamma J_{|v|}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& = I\delta(\rho - b)\delta(z) + I_{s_0}\delta(\rho - a)\delta(z), \forall \rho \in (0, a)
\end{aligned} \tag{2.6.7}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \{ [C_2^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] i\gamma e^{i\gamma^0} \\
& \quad - [C_2^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] i\gamma e^{-i\gamma^0} \} e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& + \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \{ [C_3^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] i\gamma e^{i\gamma^0} \\
& \quad - [C_3^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] i\gamma e^{-i\gamma^0} \} e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& = I\delta(\rho - b)\delta(z) + I_{s_0}^{(e)}\delta(\rho - a)\delta(z), \quad \forall \rho \in (a, b)
\end{aligned} \tag{2.6.8}$$

ve

$$\begin{aligned}
& - \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [F_2^+(\beta, v)e^{i\gamma^0} - F_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma^0}] i\gamma H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& + \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [F_3^+(\beta, v)e^{-i\gamma^0} - F_3^-(\beta, v)e^{i\gamma^0}] i\gamma H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& = I\delta(\rho - b)\delta(z) + I_{s_0}\delta(\rho - a)\delta(z), \forall \rho \in (b, \infty)
\end{aligned} \tag{2.6.9}$$

integral denklemlerine ulaşırız. (2.6.7), (2.6.8) ve (2.6.9)'u tekrar düzenlersek

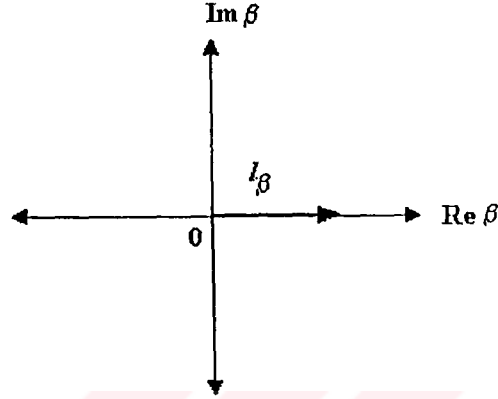
$$\begin{aligned}
& - \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \{ [B_2^+(\beta, v) - B_3^-(\beta, v)] e^{i\gamma^0} + [B_2^-(\beta, v) + B_3^+(\beta, v)] e^{-i\gamma^0} \} i\gamma J_{|v|}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& = I\delta(\rho - b)\delta(z) + I_{s_0}\delta(\rho - a)\delta(z), \forall \rho \in (0, a)
\end{aligned} \tag{2.6.10}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \{ [-C_2^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho) + C_3^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{i\gamma^0} \\
& \quad - [C_2^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho) - C_3^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) - D_3^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{-i\gamma^0} \} i\gamma e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& = I\delta(\rho - b)\delta(z) + I_{s_0}^{(e)}\delta(\rho - a)\delta(z), \forall \rho \in (a, b)
\end{aligned}$$

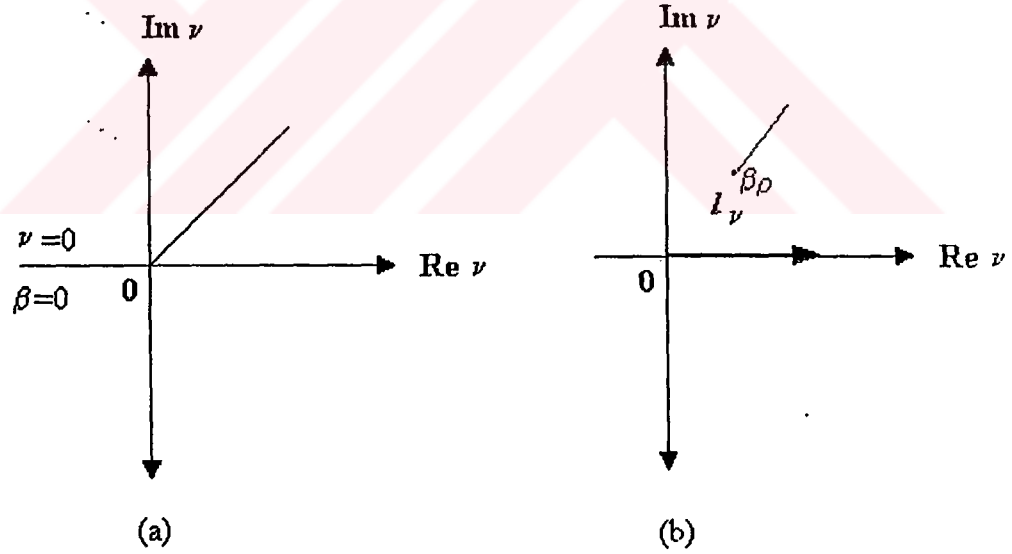
$$\tag{2.6.11}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} \left\{ \left[-F_2^+(\beta, \nu) - F_3^-(\beta, \nu) \right] e^{i\nu^0} + \left[F_2^-(\beta, \nu) + F_3^+(\beta, \nu) \right] e^{-i\nu^0} \right\} i\gamma H_\nu^{(1)}(\beta\rho) e^{i\nu\varphi} d\beta d\nu \\
& = I\delta(\rho - b)\delta(z) + I_{s0}\delta(\rho - a)\delta(z), \forall \rho \in (b, \infty)
\end{aligned}
\tag{2.6.12}$$

eşitliklerine ulaşırız.

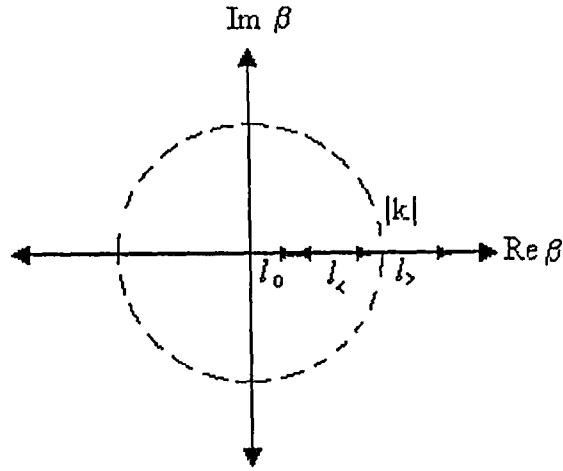


Şekil 2.6.1 $\beta\rho=0$ Hali için β 'nin integrasyon çizgisi



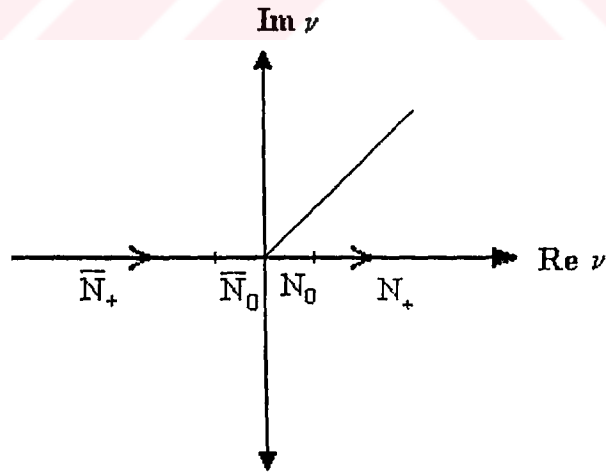
Şekil 2.6.2 ν için integrasyon çizgisi. $\beta\rho=0$ için dallanma noktası $\nu=0$ 'a çekilmelidir.

Yukarıda sıralanan nedenlerden ötürü, şekil 2.6.1'deki ℓ_ν integrasyon çizgisi de Şekil 2.6.3'deki gibi üç parçaya ayırmak gereklidir. Dolayısıyla integrallerde $\ell_\beta \equiv \ell_0 + \ell_< + \ell_>$ yerleştirilerek ℓ_0 , $\ell_<$ ve $\ell_>$ üzerindeki integraller ayrı ayrı değerlendirilecektir.



Şekil 2.6.3 ℓ_β 'nın Parçalanması

Burada $\bar{N}_+$ ve $\bar{N}_0$ sırasıyla N_0 ve N_+ 'nin orjine göre simetrikleridir. $\bar{N}_0$ ve N_0 'nün ℓ_v $v=0$ civarındaki parçası, ℓ_0 da ℓ_β 'nin $\beta=0$ civarındaki parçasıdır. $v=0$ ve $\beta=0$ daki katkının ortaya çıkartılabilmesi ℓ_0 , N_0 ve $\bar{N}_0$ 'nin limit halde sıfıra çekilmeleriyle mümkündür. Söz konusu limit halde β , γ ve v 'nün değişimleri, Tablo 2.6.1'deki gibi olacaktır.



Şekil 2.6.4 ℓ_v 'nün parçalanması

TABLO 2.6.1

ℓ_0, ℓ_0	üzerinde	$\beta \approx 0, \gamma \approx k$
$\ell_<, \ell_<$	üzerinde	$ \beta < k , \gamma = k\sqrt{1 - (\beta/k)}\sqrt{1 + (\beta/k)}$
$\ell_>, \ell_>$	üzerinde	$ \beta > k , \gamma = i\beta\sqrt{1 - (k/\beta)}\sqrt{1 + (k/\beta)}$
$N_0, \bar{N}_0$	üzerinde	$\beta \approx 0, v \approx 0, \gamma \approx k$
$N_+, \bar{N}_+$	üzerinde	$ \beta > 0, v > 0$

(3.6.10) 'daki integral yukarıda belirtildiği gibi değerlendirildiğinde

$$\left\{ \left[\left(\int_{N_0}^+ + \int_{\bar{N}_0}^- \right) + \left(\int_{N_+}^+ + \int_{\bar{N}_+}^- \right) \right] \times \left(\int_{\ell_0}^+ + \int_{\ell_<}^+ + \int_{\ell_>}^+ \right) \right\} \left\{ \left[-B_2^+(\beta, v) - B_3^-(\beta, v) \right] e^{i\gamma_0} \right. \\ \left. + \left[B_2^-(\beta, v) - B_3^+(\beta, v) \right] e^{-i\gamma_0} \right\} \gamma J_{|\gamma|}(\beta \rho) e^{i v \varphi} d\beta dv = I \delta(\rho - b) \delta(z) + I_{s0} \delta(\rho - b) \delta(z), \forall \rho \in (0, a) \quad (2.6.13)$$

şeklinde yazabiliriz. İntegralleri açarsak

$$\left\{ \int_{\ell_0}^+ \left[\int_{N_0}^+ + \int_{\bar{N}_0}^- \right] \right\} \left\{ \left[-B_2^+(0, 0) - B_3^-(0, 0) \right] e^{ik_0} + \left[B_2^-(0, 0) - B_3^+(0, 0) \right] e^{-ik_0} \right\} k J_0(0\rho) e^{-i0\varphi} d\beta dv \\ + \left\{ \int_{\ell_0}^+ \left[\int_{N_+}^+ + \int_{\bar{N}_+}^- \right] \right\} \left\{ \left[-B_2^+(0, v) - B_3^-(0, v) \right] e^{ik_0} + \left[B_2^-(0, v) - B_3^+(0, v) \right] e^{-ik_0} \right\} k J_v(0\rho) e^{-i v \varphi} d\beta dv \\ + \left\{ \int_{\ell_<}^+ \left[\int_{N_0}^+ + \int_{\bar{N}_0}^- \right] \right\} \left\{ \left[-B_2^+(0, 0) - B_3^-(0, 0) \right] e^{ik_0} + \left[B_2^-(0, 0) - B_3^+(0, 0) \right] e^{-ik_0} \right\} k J_0(0\rho) e^{-i0\varphi} d\beta dv \\ + \left\{ \int_{\ell_<}^+ \left[\int_{N_+}^+ + \int_{\bar{N}_+}^- \right] \right\} \left\{ \left[-B_2^+(0, v) - B_3^-(0, v) \right] e^{ik\sqrt{1 - (\beta/k)}\sqrt{1 + (\beta/k)}} + \left[B_2^-(0, v) - B_3^+(0, v) \right] e^{-ik\sqrt{1 - (\beta/k)}\sqrt{1 + (\beta/k)}} \right\} \\ i k \sqrt{1 - (\beta/k)}\sqrt{1 + (\beta/k)} J_v(0\rho) e^{-i v \varphi} d\beta dv \\ + \left\{ \int_{\ell_>}^+ \left[\int_{N_0}^+ + \int_{\bar{N}_0}^- \right] \right\} \left\{ \left[-B_2^+(0, 0) - B_3^-(0, 0) \right] e^{ik_0} + \left[B_2^-(0, 0) - B_3^+(0, 0) \right] e^{-ik_0} \right\} k J_0(0\rho) e^{i0\varphi} d\beta dv \\ + \left\{ \int_{\ell_>}^+ \left[\int_{N_+}^+ + \int_{\bar{N}_+}^- \right] \right\} \left\{ \left[-B_2^+(0, v) - B_3^-(0, v) \right] e^{i\beta\sqrt{1 - (k/\beta)}\sqrt{1 + (k/\beta)}} + \left[B_2^-(0, v) - B_3^+(0, v) \right] e^{-i\beta\sqrt{1 - (k/\beta)}\sqrt{1 + (k/\beta)}} \right\} \\ i \cdot i\beta\sqrt{1 - (k/\beta)}\sqrt{1 + (k/\beta)} J_v(0\rho) e^{-i v \varphi} d\beta dv \\ = I \delta(\rho - b) \delta(z) + I_{s0}^{(e)} \delta(\rho - b) \delta(z), \forall \rho \in (0, a) \quad (2.6.14)$$

yazarız. İntegralin terimlerini tekrar değerlendirsek

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \int_{\ell_c} \left[\int_{N_+} + \int_{N_-} \right] \right\} \left\{ \left[-B_2^+(0, \nu) - B_3^-(0, \nu) \right] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}\rho} + \left[B_2^-(0, \nu) - B_3^+(0, \nu) \right] e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}\rho} \right\} \\
 & ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}J_\nu(0\rho)e^{-i\nu\varphi}d\beta d\nu \\
 & + \left\{ \int_{\ell_c} \left[\int_{N_+} + \int_{N_-} \right] \right\} \left\{ \left[-B_2^+(0, \nu) - B_3^-(0, \nu) \right] e^{i\beta\sqrt{1-(k/\beta)}\sqrt{1+(k/\beta)}\rho} + \left[B_2^-(0, \nu) - B_3^+(0, \nu) \right] e^{-i\beta\sqrt{1-(k/\beta)}\sqrt{1+(k/\beta)}\rho} \right\} \\
 & i\beta\sqrt{1-(k/\beta)}\sqrt{1+(k/\beta)}J_\nu(0\rho)e^{-i\nu\varphi}d\beta d\nu \\
 & = I\delta(\rho-b)\delta(z) + I_{so}^{(e)}\delta(\rho-b)\delta(z), \forall \rho \in (0, a)
 \end{aligned}$$

(2.6.15)

iki ayrı integrali birleştirip tek bir integral haline getirirsek

$$\begin{aligned}
 & \int_{\substack{\nu=-\infty \\ (\nu \neq 0)}}^{\nu=+\infty} \left[\int_{N_+} + \int_{N_-} \right] \left\{ \left[-B_2^+(\beta, \nu) - B_3^-(\beta, \nu) \right] + \left[-B_2^-(\beta, \nu) - B_3^+(\beta, \nu) \right] \right\} \beta\sqrt{(k^2/\beta^2)-1}J_{|\nu|}(\beta\rho)e^{i\nu\varphi}d\beta d\nu \\
 & = I_{so}^{(e)}\delta(\rho-a), \forall \rho \in (0, a)
 \end{aligned}$$

(2.6.16)

elde ederiz. (2.6.16)'nın sağ yanındaki ilk terim, bu eşitlik $\rho \in (0, a)$ bölgesinde geçerli olduğu için düşmüştür. (2.6.16)'dan Hankel Transformu yardımıyla

$$\begin{aligned}
 & \int_{\nu=-\infty}^{\nu=+\infty} \left[\int_{N_+} + \int_{N_-} \right] \left\{ \left[-B_2^+(\beta, \nu) - B_3^-(\beta, \nu) \right] + \left[-B_2^-(\beta, \nu) - B_3^+(\beta, \nu) \right] \right\} \beta\sqrt{(k^2/\beta^2)-1}J_{|\nu|}(\beta\rho)e^{i\nu\varphi}d\beta d\nu \\
 & = \int_0^{\infty} I_{so}^{(e)}\delta(\rho-a)\rho J_{|\nu|}(\beta\rho)d\rho = I_{so}^{(e)}aJ_{|\nu|}(\beta a)
 \end{aligned}$$

(2.6.17)

sonucunu elde ederiz. (2.6.17)'e Fourier Transformu uygulanırsa

$$i\sqrt{(k^2/\beta^2)-1} \left\{ \left[-B_2^+(\beta, \nu) - B_3^-(\beta, \nu) \right] + \left[-B_2^-(\beta, \nu) - B_3^+(\beta, \nu) \right] \right\} = I_{so}^{(e)}aJ_{|\nu|}(\beta a)\delta(\nu) \quad (2.6.18)$$

denkleminde ulaşılır.

(2.6.11) integral denklemini incelersek, aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$\begin{aligned}
& \int_{\substack{v=-\infty \\ (v \neq 0)}}^{\infty} \int_{\substack{\beta=+0 \\ (\beta \neq k)}}^{\infty} \left[-C_2^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) - D_2^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho) + C_3^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho) \right. \\
& \left. + -C_2^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho) - C_3^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) - D_3^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho) \right] \beta \sqrt{(k^2/\beta^2) - 1} e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& = I\delta(\rho - b) + I_{s0}^{(e)}\delta(\rho - a)
\end{aligned} \tag{2.6.19}$$

elde edilir. Burada integrallerin ters çevrilebilmesini sağlamak amacıyla bir değişken tanımlaması yapalım.

$$\tilde{C}_2^+(\beta, v) = -C_2^+(\beta, v) + C_3^+(\beta, v) + C_2^-(\beta, v) - C_3^-(\beta, v) \tag{2.6.20}$$

$$\tilde{D}_2^+(\beta, v) = -D_2^+(\beta, v) + D_3^+(\beta, v) + D_2^-(\beta, v) - D_3^-(\beta, v) \tag{2.6.21}$$

Aşağıdaki eşitlik gözönüne alındığında

$$H_v^{(2)}(\beta\rho) = \frac{J_{-v}(\beta\rho) - e^{inv}J_v(\beta\rho)}{-i \cdot \sin(\pi v)} \tag{2.6.22}$$

(2.6.19) şu şekilde tekrar yazılabilir:

$$\begin{aligned}
& \int_{\substack{v=-\infty \\ (v \neq 0)}}^{\infty} \int_{\substack{\beta=+0 \\ (\beta \neq k)}}^{\infty} \left[\tilde{C}_2^+(\beta, v) \frac{J_{-v}(\beta\rho) - e^{-inv}J_v(\beta\rho)}{i \cdot \sin(\pi v)} - \tilde{D}_2^+(\beta, v) \frac{J_{-v}(\beta\rho) - e^{inv}J_v(\beta\rho)}{-i \cdot \sin(\pi v)} \right] i \beta \sqrt{(k^2/\beta^2) - 1} d\beta dv \\
& = I\delta(\rho - b) + I_{s0}^{(e)}\delta(\rho - a)
\end{aligned} \tag{2.6.23}$$

Bu ifade de düzenlenirse

$$\begin{aligned}
& \int_{v=-\infty}^{\infty} e^{iv\varphi} \int_{\beta=+0}^{\infty} \frac{[\tilde{C}_2^+(\beta, v) - \tilde{D}_2^+(\beta, v)]}{\sin(\pi v)} J_{-v}(\beta\rho) \beta \sqrt{(k^2/\beta^2) - 1} d\beta dv \\
& + \int_{v=-\infty}^{\infty} e^{iv\varphi} \int_{\beta=+0}^{\infty} \frac{[\tilde{D}_2^+(\beta, v)e^{inv} - \tilde{C}_2^+(\beta, v)e^{-inv}]}{\sin(\pi v)} J_{-v}(\beta\rho) \beta \sqrt{(k^2/\beta^2) - 1} d\beta dv \\
& = I\delta(\rho - b) + I_{s0}^{(e)}\delta(\rho - a)
\end{aligned} \tag{2.6.24}$$

elde edilir. (2.6.24)'un sol taraftaki ilk integralde v yerine $-v$ yerleştirirsek

$$\begin{aligned}
& \int_{v=-\infty}^{\infty} e^{iv\varphi} \int_{\beta=+0}^{\infty} \frac{[\tilde{C}_2^+(\beta, -v) - \tilde{D}_2^+(\beta, -v)]}{\sin(-\pi v)} J_v(\beta\rho) \beta \sqrt{(k^2/\beta^2) - 1} d\beta (-dv) \\
& + \int_{v=-\infty}^{\infty} e^{iv\varphi} \int_{\beta=+0}^{\infty} \frac{[\tilde{D}_2^+(\beta, v)e^{inv} - \tilde{C}_2^+(\beta, v)e^{-inv}]}{\sin(\pi v)} J_{-v}(\beta\rho) \beta \sqrt{(k^2/\beta^2) - 1} d\beta dv \\
& = I\delta(\rho - b) + I_{s0}^{(e)}\delta(\rho - a)
\end{aligned} \tag{2.6.25}$$

yazılır. Buradan da

$$\begin{aligned}
& \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \int_{\beta=+0}^{\infty} [\tilde{C}_2^+(\beta, -v) - \tilde{D}_2^+(\beta, -v)] J_v(\beta\rho) \beta \sqrt{(k^2/\beta^2) - 1} d\beta dv \\
& + \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \int_{\beta=+0}^{\infty} [\tilde{D}_2^+(\beta, v)e^{inv} - \tilde{C}_2^+(\beta, v)e^{-inv}] J_{-v}(\beta\rho) \beta \sqrt{(k^2/\beta^2) - 1} d\beta dv \\
& = I\delta(\rho - b) + I_{s0}^{(e)}\delta(\rho - a)
\end{aligned} \tag{2.6.26}$$

yazılır. (2.6.26)'de aşağıdaki tanımlamaları yapalım:

$$C_D^+(\beta, -v) = [\tilde{C}_2^+(\beta, -v) - \tilde{D}_2^+(\beta, -v)] \sqrt{(k^2/\beta^2) - 1} \tag{2.6.27}$$

$$D_C^+(\beta, v) = [\tilde{D}_2^+(\beta, v)e^{inv} - \tilde{C}_2^+(\beta, v)e^{-inv}] \sqrt{(k^2/\beta^2) - 1} \tag{2.6.28}$$

ve

$$\int_{\beta=+0}^{\infty} C_D^+(\beta, -v) J_v(\beta\rho) \beta d\beta = \frac{1}{2} [c_D^+(\rho + 0, -v) + c_D^+(\rho - 0, -v)] \tag{2.6.29}$$

$$\int_{\beta=+0}^{\infty} D_C^+(\beta, v) J_{-v}(\beta\rho) \beta d\beta = \frac{1}{2} [d_C^+(\rho + 0, v) + d_C^+(\rho - 0, v)] \tag{2.6.30}$$

özellikleri de hatırlanırsa, (2.6.26)

$$\begin{aligned}
& \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \frac{1}{2} [c_D^+(\rho + 0, -v) + c_D^+(\rho - 0, -v)] dv \\
& + \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \frac{1}{2} [d_C^+(\rho + 0, v) + d_C^+(\rho - 0, v)] dv \\
& = I\delta(\rho - b) + I_{s0}^{(e)}\delta(\rho - a)
\end{aligned} \tag{2.6.31}$$

şekline dönüşür. (2.6.31)'nin sol yanındaki ilk integralde tekrar v yerine $-v$ yerleştirirsek

$$\begin{aligned}
& \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \frac{1}{2} [c_D^+(\rho+0, v) + c_D^+(\rho-0, v)] dv \\
& + \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \frac{1}{2} [d_C^+(\rho+0, v) + d_C^+(\rho-0, v)] dv \\
& = I\delta(\rho-b) + I_{s0}^{(e)} \delta(\rho-a)
\end{aligned} \tag{2.6.32}$$

yazılır. Yukarıdaki denkleme sırasıyla Fourier ve Hankel transformasyonunu uygularsak

$$C_D^+(\beta, v) + D_C^+(\beta, v) = I\delta(v) \sin(\pi v) b J_v(\beta b) + I_{s0}^{(e)} \delta(v) \sin(\pi v) a J_v(\beta a) \tag{2.6.33}$$

$C_D^+(\beta, v), D_C^+(\beta, v)$ fonksiyonlarının eşitliklerini yerine koyarsak

$$\begin{aligned}
& [C_2^+(\beta, v) - C_3^+(\beta, v) + C_2^-(\beta, v) - C_3^-(\beta, v)] (1 - e^{-iv\pi}) \\
& [D_2^+(\beta, v) - D_3^+(\beta, v) + D_2^-(\beta, v) - D_3^-(\beta, v)] (-1 + e^{iv\pi}) \\
& = \frac{\delta(v) \sin(\pi v)}{\sqrt{(k^2/\beta^2) - 1}} [Ib J_v(\beta b) + I_{s0}^{(e)} a J_v(\beta a)]
\end{aligned} \tag{2.6.34}$$

sonuç denklemine ulaşırız.

(2.6.12) eşitliğini (2.6.10) eşitliğine benzetip (2.6.16) sonuç integral denkleminde gerekli düzenlemeleri yaparsak, (2.6.12)'ye ait sonuç integral denklemi aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur:

$$\begin{aligned}
& \int_{\substack{v=-\infty \\ (v \neq 0)}}^{\infty} \int_{\substack{\beta=0 \\ (\beta \neq k)}}^{\infty} \left\{ [-F_2^+(\beta, v) - F_3^-(\beta, v)] + [F_2^-(\beta, v) + F_3^+(\beta, v)] \right\} i \beta \sqrt{(k^2/\beta^2) - 1} \\
& \times H_v^{(1)}(\beta \rho) e^{iv\varphi} d\beta dv = I\delta(\rho-b), \forall \rho \in (b, \infty)
\end{aligned} \tag{2.6.35}$$

Burada, (2.6.16)'nin sağ tarafında yer alan $I_{s0}\delta(\rho-a)$ terimi, eşitliğin $\rho \in (b, \infty)$ aralığında geçerli olması sebebi ile düşmüştür. Bu (2.6.35)'i de (3.6.19)'a benzetirsek

$$\tilde{C}_2^+(\beta, v) = -F_2^+(\beta, v) - F_3^-(\beta, v) + F_2^-(\beta, v) + F_3^+(\beta, v) \tag{2.6.36}$$

$$\tilde{D}_2^+(\beta, v) = 0 \tag{2.6.37}$$

yerine konmalıdır. Bu durumda (2.6.35)'in çözümü de (2.6.33) ve (2.6.34) 'e benzetilerek

$$\tilde{C}_2^+(\beta, v) (1 - e^{-iv\pi}) = \frac{\delta(v) \sin(\pi v)}{\sqrt{(k^2/\beta^2) - 1}} I b J_v(\beta \rho) \tag{2.6.38}$$

Buradanda (2.6.36) yerine konularak

$$\left[-F_2^+(\beta, v) - F_3^-(\beta, v) + F_2^-(\beta, v) + F_3^+(\beta, v) \right] (1 - e^{-iv\pi}) = \frac{\delta(v) \sin(\pi v)}{\sqrt{(k^2/\beta^2) - 1}} \text{lb} J_v(\beta \rho) \quad (2.6.39)$$

sonuç denklemi elde edilmiş olur.

(2.6.4) eşitliğini de yukarıda yaptığımız şekilde (2.6.10) eşitliğine benzetirsek

$$\int_{\substack{v=-\infty \\ (v \neq 0)}}^{\infty} \int_{\substack{\beta=+0 \\ (\beta \neq k)}}^{\infty} \left\{ B_2^+(\beta, v) - B_3^-(\beta, v) \right\} + \left\{ B_2^-(\beta, v) - B_3^+(\beta, v) \right\} J_{|v|}(\beta \rho) e^{iv\pi} d\beta dv \\ = K_{1a}(\rho, z) [-u(\rho - b) + u(\rho - a)] + K_{1b}(\rho, z) u(\rho - b) \quad (2.6.40)$$

yazılabilir. Burada elektrik alan integrallerinde geçen z çarpanı, $K_{1a}(\rho, z)$ ve $K_{1b}(\rho, z)$ terimlerinin içine atılmıştır. (2.6.40)'ın çözümü, (2.6.17) - (2.6.18)'e benzetimle kolayca bulunabilir. Bu çözüm

$$B_2^+(\beta, v) - B_3^-(\beta, v) + B_2^-(\beta, v) - B_3^+(\beta, v) \\ = \delta(v) \beta \left\{ \int_{\rho=a}^b K_{1a}(\rho, z) \rho J_{|v|}(\beta \rho) d\rho + \int_b^{\infty} K_{2a}(\rho, z) \rho J_{|v|}(\beta \rho) d\rho \right\} \quad (2.6.41)$$

olacaktır.

(2.6.5) eşitliğini de (2.6.11)'e benzetirsek, (2.6.11)'den elde ettiğimiz (2.6.19) eşitliği, (2.6.5) için

$$\int_{\substack{v=-\infty \\ (v \neq 0)}}^{\infty} \int_{\substack{\beta=+0 \\ (\beta \neq k)}}^{\infty} \left[\hat{C}_2^+(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta \rho) + \hat{D}_2^+(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta \rho) \right] e^{iv\pi} d\beta dv \\ = K_{20}(\rho, z) [u(\rho) - u(\rho - a)] + K_{20}(\rho, z) u(\rho - b) \quad (2.6.41)$$

yazılır. Burada $\hat{C}_2^+(\beta, v)$ ve $\hat{D}_2^+(\beta, v)$ aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\hat{C}_2^+(\beta, v) = C_2^+(\beta, v) + C_2^-(\beta, v) - C_3^+(\beta, v) - C_3^-(\beta, v) \quad (2.6.42)$$

$$\hat{D}_2^+(\beta, v) = D_2^+(\beta, v) + D_2^-(\beta, v) - D_3^+(\beta, v) - D_3^-(\beta, v) \quad (2.6.43)$$

Eğer $\hat{C}_2^+(\beta, v)$ ile $\tilde{C}_2^+(\beta, v)$, $\hat{D}_2^+(\beta, v)$ ile de $\tilde{D}_2^+(\beta, v)$ arasında değişim yaparsak (2.6.38)'nin çözümü, (2.6.33) ve (2.6.34)'e benzeşim ile

$$\begin{aligned}
& \hat{C}_2^+(\beta, v)(1 - e^{-iv\pi}) + \hat{D}_2^+(\beta, v)(-1 + e^{iv\pi}) \\
& = i\delta(v)\sin(\pi v) \int_{\rho=0}^{\infty} \{K_{20}(\rho, z)[u(\rho) - u(\rho - a)] + K_{2b}(\rho, z)u(\rho - b)\} \rho J_v(\beta\rho) d\rho
\end{aligned} \tag{2.6.44}$$

olarak elde edilir. (2.6.44)'ün da sağ yanındaki integral sınırları yerine konursa

$$\begin{aligned}
& \hat{C}_2^+(\beta, v)(1 - e^{-iv\pi}) + \hat{D}_2^+(\beta, v)(-1 + e^{iv\pi}) \\
& = i\delta(v)\sin(\pi v) \left\{ \int_{\rho=0}^a K_{20}(\rho, z) \rho J_v(\beta\rho) d\rho + \int_{\rho=b}^{\infty} K_{2b}(\rho, z) \rho J_v(\beta\rho) d\rho \right\}
\end{aligned} \tag{2.6.45}$$

yazılır. $\hat{C}_2^+(\beta, v)$ ve $\hat{D}_2^+(\beta, v)$ (2.6.42) ve (2.6.43) yardımıyla yerine konduğunda ise

$$\begin{aligned}
& [C_2^+(\beta, v) + C_2^-(\beta, v) - C_3^+(\beta, v) - C_3^-(\beta, v)](1 - e^{-iv\pi}) \\
& + [D_2^+(\beta, v) + D_2^-(\beta, v) - D_3^+(\beta, v) - D_3^-(\beta, v)](-1 + e^{iv\pi}) \\
& = i\delta(v)\sin(\pi v) \left\{ \int_{\rho=0}^a K_{20}(\rho, z) \rho J_v(\beta\rho) d\rho + \int_{\rho=b}^{\infty} K_{2b}(\rho, z) \rho J_v(\beta\rho) d\rho \right\}
\end{aligned} \tag{2.6.46}$$

sonuç denklemine ulaşılır.

(2.6.6)'daki eşitlikten sonuç denklemine ulaşmak için ise (2.6.4) ve sonuçlarına benzetme yaparsak

$$\begin{aligned}
& \int_{\substack{v=-\infty \\ (v \neq 0)}}^{\infty} \int_{\substack{\beta=0^+ \\ (\beta \neq k)}}^{\infty} \{F_2^+(\beta, v) - F_3^-(\beta, v)\} + \{F_2^-(\beta, v) - F_3^+(\beta, v)\} H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& = \{K_{30}(\rho, z)[u(\rho) - u(\rho - a)] + K_{3a}(\rho, z)[u(\rho - a) - u(\rho - b)]\} \delta(z)
\end{aligned} \tag{2.6.47}$$

elde edilir. (2.6.47)'nin çözümü de

$$\begin{aligned}
& [F_2^+(\beta, v) - F_3^-(\beta, v) + F_2^-(\beta, v) - F_3^+(\beta, v)](1 - e^{-iv\pi}) \\
& = i\delta(v)\sin(\pi v)\delta(z) \left\{ \int_{\rho=0}^a K_{30}(\rho, z) \rho J_{|v|}(\beta\rho) d\rho + \int_{\rho=a}^b K_{3a}(\rho, z) \rho J_{|v|}(\beta\rho) d\rho \right\}
\end{aligned} \tag{2.6.48}$$

olarak bulunur. Burada da aşağıdaki tanımlamayı yaparsak

$$\begin{aligned}
& [F_2^+(\beta, v) - F_3^-(\beta, v) + F_2^-(\beta, v) - F_3^+(\beta, v)](1 - e^{-iv\pi}) \\
& = i\delta(v)\sin(\pi v)\delta(z)\beta\tilde{K}_3(\beta, v, 0)
\end{aligned} \tag{2.6.50}$$

yazılır.

(2.5.4.2) eşitliği ile ifade edilen sınır koşulundan, yukarıda yaptığımız şekilde önceden elde ettiğimiz denklemlere benzetim yoluyla integral denklemler elde etmeye çalışırsak:

$$\begin{aligned}
& -\hat{z} \int_{\ell_v} \int_{\ell_\beta} B_1(\beta, v) e^{i\tau z} J_{|\nu|}(\beta\rho) \delta(z-h-0) d\beta dv \\
& = -\hat{z} \int_{\ell_v} \int_{\ell_\beta} [B_2^+(\beta, v) e^{i\tau z} + B_2^-(\beta, v) e^{-i\tau z}] J_{|\nu|}(\beta\rho) \delta(z-h+0) d\beta dv, \forall \rho \in [0, a)
\end{aligned} \tag{2.6.51}$$

ve

$$\begin{aligned}
& -\hat{z} \int_{\ell_v} \int_{\ell_\beta} [C_1(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_1(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{i\tau z} \delta(z-h-0) e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& = -\hat{z} \int_{\ell_v} \int_{\ell_\beta} \{ [C_2^+(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^+(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{i\tau z} \\
& + [C_2^-(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^-(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta\rho)] e^{-i\tau z} \} \delta(z-h+0) e^{iv\varphi} d\beta dv, \forall \rho \in (a, b)
\end{aligned} \tag{2.6.52}$$

ve

$$\begin{aligned}
& -\hat{z} \int_{\ell_v} \int_{\ell_\beta} F_1(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{i\tau z} \delta(z-h-0) e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& = -\hat{z} \int_{\ell_v} \int_{\ell_\beta} [F_2^+(\beta, v) e^{i\tau z} + F_2^-(\beta, v) e^{-i\tau z}] H_v^{(1)}(\beta\rho) \delta(z-h+0) e^{iv\varphi} d\beta dv, \forall \rho \in (b, \infty)
\end{aligned} \tag{2.6.53}$$

eşitlikleri elde edilir.

(2.6.51) eşitliğini değerlendirirsek

$$\int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \left\{ B_1(\beta, v) + B_2^{++}(\beta, v) \right\} e^{i\eta h} - B_{21}^-(\beta, v) e^{-i\eta h} \Big|_{|v|} (\beta \rho) e^{iv\varphi} d\beta dv$$

$$= \begin{cases} 0, \rho \in [0, a) \\ L_{1a}(\rho, z) \delta(z-h), \rho \in (a, b) \\ L_{1a}(\rho, z) \delta(z-h), \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.6.54)$$

yazılır. (2.6.54)'teki integral. (2.6.15)'te olduğu gibi değerlendirilirse

$$\int_{\substack{v=-\infty \\ (v \neq 0)}}^{\infty} \int_{\substack{\beta=0+ \\ (\beta \neq k)}}^{\infty} \left\{ B_1(\beta, v) - B_2^+(\beta, v) \right\} e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - B_2^-(\beta, v) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \Big|_{|v|} (\beta \rho) e^{iv\varphi} d\beta dv$$

$$= \{L_{1a}(\rho, z)[-u(\rho-b) + u(\rho-a)] + L_{1b}(\rho, z)u(\rho-b)\} \delta(z-h), \forall \rho \in (0, a)$$

(2.6.55)

elde ederiz. Bu eşitliğe Hankel Transformasyonu uygulanırsa

$$\int_{\substack{v=-\infty \\ (v \neq 0)}}^{\infty} \left\{ \frac{B_1(\beta, v) - B_2^+(\beta, v)}{\beta} e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - \frac{B_2^-(\beta, v)}{\beta} e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \right\} e^{iv\varphi} dv$$

$$= \int_0^{\infty} \{L_{1a}(\rho, z) \delta(z-h)[-u(\rho-b) + u(\rho-a)] + L_{1b}(\rho, z) \delta(z-h)u(\rho-b)\} \rho J_{|v|}(\beta \rho) d\rho$$

(2.6.56)

yazılır. Bu aşamada

$$\tilde{L}_1(\beta, v, h) = \int_0^{\infty} \{L_{1a}(\rho, z) \delta(z-h)[-u(\rho-b) + u(\rho-a)] + L_{1b}(\rho, z) \delta(z-h)u(\rho-b)\} \rho J_{|v|}(\beta \rho) d\rho$$

(2.6.57)

tanımını yapıp Fourier Transformasyonunu kullanırsak

$$[B_1(\beta, v) - B_2^+(\beta, v)] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - B_2^-(\beta, v) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} = \beta \delta(v) \tilde{L}_1(\beta, v, h)$$

(2.6.58)

sonucuna ulaşırız.

(2.6.52) eşitliğini incelersek

$$\begin{aligned}
& \int_{\ell_v, \ell_\rho} \left\{ [C_1(\beta, v) + C_2^+(\beta, v)] H_v^{(1)}(\beta \rho) + [D_1(\beta, v) + D_2^+(\beta, v)] H_v^{(2)}(\beta \rho) \right\} e^{i\gamma h} \\
& - [C_1(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_2^-(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{-i\gamma h} \Big\} e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& = \begin{cases} L_{20}(\rho, z) \delta(z-h) & , \rho \in [0, a) \\ 0 & , \rho \in (a, b) \\ L_{2b}(\rho, z) \delta(z-h) & , \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.6.59)
\end{aligned}$$

olduğunu görürüz. Bu eşitlik, (2.6.19)'a benzer şekilde incelenirse

$$\begin{aligned}
& \left\{ [C_1(\beta, v) - C_2^+(\beta, v)] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} + C_2^-(\beta, v) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \right\} (1 - e^{-iv\pi}) \\
& + \left\{ [D_1(\beta, v) - D_2^-(\beta, v)] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - D_2^+(\beta, v) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \right\} (-1 + e^{iv\pi}) \\
& = i\beta\delta(v)\sin(\pi v) \left\{ \int_0^a \{L_{1a}(\rho, z)\rho J_v(\beta\rho)d\rho\} + \int_b^\infty L_{1b}(\rho, z)\rho J_v(\beta\rho)d\rho \right\} \quad (2.6.60)
\end{aligned}$$

yazılabilir. Burada

$$\tilde{L}_2(\beta, v, h) = \left\{ \int_0^a \{L_{1a}(\rho, z)\rho J_v(\beta\rho)d\rho\} + \int_b^\infty L_{1b}(\rho, z)\rho J_v(\beta\rho)d\rho \right\} \quad (2.6.61)$$

tanımlaması kullanarak

$$\begin{aligned}
& \left\{ [C_1(\beta, v) - C_2^+(\beta, v)] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} + C_2^-(\beta, v) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \right\} (1 - e^{-iv\pi}) \\
& + \left\{ [D_1(\beta, v) - D_2^-(\beta, v)] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - D_2^+(\beta, v) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \right\} (-1 + e^{iv\pi}) \\
& = i\beta\delta(v)\sin(\pi v)\tilde{L}_2(\beta, v, h) \quad (2.6.62)
\end{aligned}$$

sonucu elde edilir.

(2.6.53) eşitliğini incelersek

$$\begin{aligned}
& \int_{\ell_v, \ell_\rho} \left\{ [F_1(\beta, v) - F_2^+(\beta, v)] e^{i\gamma h} - F_2^-(\beta, v) e^{-i\gamma h} \right\} J_{|\nu|}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv \\
& = \begin{cases} L_{30}(\rho, z) \delta(z-h) & , \rho \in [0, a) \\ L_{3a}(\rho, z) \delta(z-h) & , \rho \in (a, b) \\ 0 & , \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.6.63)
\end{aligned}$$

yazarız. (2.6.47)'e benzeterek

$$\begin{aligned}
& \int_{\substack{v=-\infty \\ (v \neq 0)}}^{\infty} \int_{\substack{\beta=0+ \\ (\beta \neq k)}}^{\infty} \left\{ F_1(\beta, v) - F_2^+(\beta, v) \right\} e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - F_2^-(\beta, v) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \Big\} \\
& \times H_v^{(1)}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv = \begin{cases} L_{30}(\rho, z) \delta(z-h) & \rho \in [0, a) \\ L_{3a}(\rho, z) \delta(z-h) & \rho \in (a, b) \\ 0 & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.6.64)
\end{aligned}$$

yazılır. Bu aşamada

$$\begin{aligned}
\tilde{L}_3(\beta, v, h) &= \int_0^{\infty} \{ L_{30}(\rho, z) \delta(z-h) [u(\rho) - u(\rho-a)] + L_{3a}(\rho, z) \delta(z-h) [u(\rho-a) - u(\rho-b)] \} \rho J_{|v|}(\beta\rho) d\rho \\
(2.6.65)
\end{aligned}$$

Tanımı yapılırsa

$$\begin{aligned}
& \left\{ F_1(\beta, v) - F_2^+(\beta, v) \right\} e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - F_2^-(\beta, v) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \Big\} (1 - e^{-iv\pi}) \\
& = i\beta\delta(v) \sin(\pi v) \tilde{L}_3(\beta, v, h) \quad (2.6.66)
\end{aligned}$$

sonucuna ulaşılır.

(2.5.4.3) ile ifade edilen sınır koşulunu inceleyelim.

$\forall \rho \in [0, a)$ için

$$\int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \left\{ -B_1(\beta, v) + B_2^+(\beta, v) \right\} e^{i\gamma h} - B_2^-(\beta, v) e^{-i\gamma h} \Big\} \gamma J_{|v|}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv = I_{sh}^{(e)} \delta(\rho-a) \quad (2.6.67)$$

$\forall \rho \in (a, b)$ için

$$\begin{aligned}
& \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \left\{ -C_1(\beta, v) + C_2^+(\beta, v) \right\} H_v^{(1)}(\beta\rho) + \left\{ -D_1(\beta, v) + D_2^+(\beta, v) \right\} H_v^{(2)}(\beta\rho) \Big\} e^{i\gamma h} \\
& - \left\{ C_2^-(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_2^-(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta\rho) \right\} e^{i\gamma h} \Big\} \gamma e^{iv\varphi} d\beta dv = I_{sh}^{(e)} \delta(\rho-a) \quad (2.6.68)
\end{aligned}$$

$\forall \rho \in (b, \infty)$ için

$$\int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \left\{ -F_1(\beta, v) + F_2^+(\beta, v) \right\} e^{i\gamma h} - F_2^-(\beta, v) e^{-i\gamma h} \Big\} \gamma H_v^{(2)}(\beta\rho) e^{iv\varphi} d\beta dv = \begin{cases} 0 \\ M_b(\rho, h) \end{cases} \quad (2.6.69)$$

yazılır. Hankel ve Fourier Transformasyonları uygulanırsa

$$\begin{aligned} & \left[-B_1(\beta, \nu) + B_2^+(\beta, \nu) \right] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)h}} - B_2^-(\beta, \nu) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)h}} \Big| \sqrt{(k^2/\beta^2)-1} \\ & = I_{sh}^{(e)} aJ_{|v|}(\beta a) \delta(\nu) \end{aligned} \quad (2.6.70)$$

$\forall \rho \in (a, b)$ için

$$\begin{aligned} & \left[-C_1(\beta, \nu) + C_2^+(\beta, \nu) \right] e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)h}} - C_2^-(\beta, \nu) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)h}} \Big| (1 - e^{-i\nu\pi}) \\ & - \left[D_1(\beta, \nu) + D_2^+(\beta, \nu) \right] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)h}} - D_2^-(\beta, \nu) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)h}} \Big| (-1 + e^{i\nu\pi}) \\ & = I_{sh}^{(e)} \frac{\delta(\nu) \sin(\pi\nu)}{\sqrt{(k^2/\beta^2)-1}} aJ_\nu(\beta a) \end{aligned} \quad (2.6.71)$$

$\forall \rho \in (b, \infty)$ için

$$\begin{aligned} & \left[-F_1(\beta, \nu) + F_2^+(\beta, \nu) \right] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)h}} - F_2^-(\beta, \nu) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)h}} \Big| (1 - e^{-i\nu\pi}) \\ & = i\delta(\nu) \sin(\nu\pi) \delta(z-h) \beta \int_{\rho=0}^{\infty} M_b(\rho, h) u(\rho-b) \rho J_\nu(\beta\rho) d\rho \end{aligned} \quad (2.6.72)$$

sonuç denklemleri elde edilmiş olur.

(2.5.5.2) ifadesi ile verilen sınır koşulunu incelersek

$\forall \rho \in [0, a)$ için

$$\int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} \left[B_3^-(\beta, \nu) - B_4(\beta, \nu) \right] e^{i\gamma h} - B_3^+(\beta, \nu) e^{-i\gamma h} \Big| \gamma J_{|v|}(\beta\rho) e^{i\nu\varphi} d\beta d\nu = I_{sh}^{(e)} \delta(\rho-a) \quad (2.6.73)$$

$\forall \rho \in (a, b)$ için

$$\begin{aligned} & \int_{\ell_v} \int_{\ell_\rho} \left[-C_4(\beta, \nu) + C_3^-(\beta, \nu) \right] H_v^{(1)}(\beta\rho) + \left[-D_4(\beta, \nu) + D_3^-(\beta, \nu) \right] H_v^{(2)}(\beta\rho) \Big| e^{i\gamma h} \\ & - \left[C_3^+(\beta, \nu) H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_3^+(\beta, \nu) H_v^{(2)}(\beta\rho) \right] e^{i\gamma h} \Big| \gamma e^{i\nu\varphi} d\beta d\nu = I_{sh}^{(e)} \delta(\rho-a) \end{aligned} \quad (2.6.74)$$

$\forall \rho \in (b, \infty)$ için

$$\int_{\ell_v} \int_{\ell_\beta} \left\{ \left[-F_4(\beta, \nu) + F_3^-(\beta, \nu) \right] e^{i\gamma h} - F_3^+(\beta, \nu) e^{-i\gamma h} \right\} i\gamma H_\nu^{(1)}(\beta\rho) e^{i\nu\varphi} d\beta d\nu$$

$$= \begin{cases} 0 & , \rho \in (b, \infty) \\ N_b(\rho, -h) & , \rho \in [0, b) \end{cases} \quad (2.6.75)$$

yazılır. Hankel ve Fourier Transformasyonları uygulanırsa

$$\left\{ \left[-B_4(\beta, \nu) + B_3^-(\beta, \nu) \right] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - B_3^+(\beta, \nu) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \right\} i\sqrt{(k^2/\beta^2)-1}$$

$$= I_{s(-h)}^{(e)} aJ_{|\nu|}(\beta a) \delta(\nu) \quad (2.6.76)$$

$\forall \rho \in (a, b)$ için

$$\left\{ \left[-C_4(\beta, \nu) + C_3^-(\beta, \nu) \right] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - C_3^+(\beta, \nu) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \right\} (1 - e^{-i\nu\pi})$$

$$- \left\{ \left[D_1(\beta, \nu) + D_2^+(\beta, \nu) \right] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - D_2^-(\beta, \nu) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \right\} (-1 + e^{i\nu\pi}) \quad (2.6.77)$$

$$= I_{s(-h)}^{(e)} \frac{\delta(\nu) \sin(\pi\nu)}{\sqrt{(k^2/\beta^2)-1}} aJ_\nu(\beta a)$$

$\forall \rho \in (b, \infty)$ için

$$\left\{ \left[-F_4(\beta, \nu) + F_3^-(\beta, \nu) \right] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - F_3^+(\beta, \nu) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \right\} (1 - e^{-i\nu\pi})$$

$$= i\delta(\nu) \sin(\nu\pi) \delta(z+h) \beta \int_{\rho=0}^{\infty} N_b(\rho, h) u(\rho-b) \rho J_\nu(\beta\rho) d\rho \quad (2.6.78)$$

sonuç denklemlerini elde ederiz.

(2.5.5.1) ile verilen sınır koşulunu inceleyelim.

$$\int_{\ell_v} \int_{\ell_\beta} \left\{ \left[B_3^-(\beta, \nu) + B_4(\beta, \nu) \right] e^{i\gamma h} + B_3^+(\beta, \nu) e^{-i\gamma h} \right\} J_{|\nu|}(\beta\rho) e^{i\nu\varphi} d\beta d\nu$$

$$= \begin{cases} 0 & , \rho \in [0, a) \\ P_{1a}(\rho, z) \delta(z-h) & , \rho \in (a, b) \\ P_{1b}(\rho, z) \delta(z-h) & , \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.6.79)$$

$$\begin{aligned}
& \int_{\ell_v} \int_{\ell_\beta} \left\{ [C_3^-(\beta, v) - C_4(\beta, v)] H_v^{(1)}(\beta \rho) + [D_3^-(\beta, v) + D_4(\beta, v)] H_v^{(2)}(\beta \rho) \right\} e^{i\gamma h} \\
& \quad - [C_3^+(\beta, v) H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_3^+(\beta, v) H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{-i\gamma h} \Big\} e^{iv\rho} d\beta dv \\
& = \begin{cases} P_{20}(\rho, z) \delta(z-h), \rho \in [0, a) \\ 0, \rho \in (a, b) \\ P_{2b}(\rho, z) \delta(z-h), \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.6.80)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{\ell_v} \int_{\ell_\beta} \left\{ [F_3^-(\beta, v) - F_4(\beta, v)] e^{i\gamma h} + F_3^+(\beta, v) e^{-i\gamma h} \right\} H_v^{(1)}(\beta \rho) e^{iv\rho} d\beta dv \\
& = \begin{cases} P_{30}(\rho, z) \delta(z-h), \rho \in [0, a) \\ P_{3a}(\rho, z) \delta(z-h), \rho \in (a, b) \\ 0, \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.6.81)
\end{aligned}$$

eşitlikleri yazılabilir. (2.6.79), (2.6.80) ve (2.6.81) eşitliklerinden (2.5.4.2) sınır koşulundan elde edilen eşitliklere benzetme yoluyla çözüm bulursak (2.6.79) için

$$\begin{aligned}
& [B_3^-(\beta, v) - B_4(\beta, v)] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} + B_3^+(\beta, v) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \\
& = \beta \delta(v) \left\{ \int_0^a \{P_{1a}(\rho, z) \delta(z+h) [-u(\rho-b) + u(\rho-a)] + P_{1b}(\rho, z) \delta(z+h) u(\rho-b)\} \rho J_v(\beta \rho) d\rho \right\} \\
& = \beta \delta(v) \tilde{P}_1(\beta, v, -h) \quad (2.6.82)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ [C_3^-(\beta, v) - C_4(\beta, v)] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} + C_3^+(\beta, v) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \right\} (1 - e^{-iv\pi}) \\
& + \left\{ [D_3^-(\beta, v) - D_4(\beta, v)] e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} - D_3^+(\beta, v) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \right\} (-1 + e^{iv\pi}) \\
& = \beta \delta(v) \left\{ \int_{\rho=0}^{\infty} \{P_{20}(\rho, z) \delta(z+h) [u(\rho) - u(\rho-a)] + P_{2b}(\rho, z) \delta(z+h) u(\rho-b)\} \rho J_v(\beta \rho) d\rho \right\} \\
& = i\beta \delta(v) \sin(\pi v) \tilde{P}_2(\beta, v, -h) \quad (2.6.83)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ F_3^-(\beta, \nu) - F_4(\beta, \nu) \right\} e^{ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} + F_3^+(\beta, \nu) e^{-ik\sqrt{1-(\beta/k)}\sqrt{1+(\beta/k)}h} \left\{ 1 - e^{-i\nu\pi} \right\} \\
& = \beta\delta(\nu) \left\{ \int_0^\infty \left\{ P_{30}(\rho, z)\delta(z+h)[u(\rho) - u(\rho-a)] + P_{3a}(\rho, z)\delta(z+h)[u(\rho-a) - u(\rho-b)] \right\} \rho J_\nu(\beta\rho) d\rho \right\} \\
& = i\delta(\nu)\sin(\nu\pi)\beta\tilde{P}_3(\beta, \nu, -h)
\end{aligned} \tag{2.6.84}$$

sonuçları elde edilir.

Çözümün bu aşamasında verilmiş olan yeterli sınır koşullarının tanımı incelenmiş ve onsekiz adet denklem (2.6.18), (2.6.34), (2.6.39), (2.6.41), (2.6.46), (2.6.50), (2.6.58), (2.6.60), (2.6.66), (2.6.70), (2.6.71), (2.6.72), (2.6.76), (2.6.77), (2.6.78), (2.6.82), (2.6.83), (2.6.84) elde edilmiştir. Bu denklemler, alan ifadeleri otuzaltı adet bilinmeyen içermektedir. Bunlar $B_1(\beta, \nu), B_2^+(\beta, \nu), B_2^-(\beta, \nu), B_3^+(\beta, \nu), B_3^-(\beta, \nu), C_1(\beta, \nu), C_2^+(\beta, \nu), C_2^-(\beta, \nu), C_3^+(\beta, \nu), C_3^-(\beta, \nu), D_1(\beta, \nu), D_2^+(\beta, \nu), D_2^-(\beta, \nu), D_3^+(\beta, \nu), D_3^-(\beta, \nu), D_4(\beta, \nu), F_1(\beta, \nu), F_2^+(\beta, \nu), F_2^-(\beta, \nu), F_3^+(\beta, \nu), F_3^-(\beta, \nu), F_4(\beta, \nu), K_1(\beta, \nu, 0), K_2(\beta, \nu, 0), K_3(\beta, \nu, 0), L_1(\beta, \nu, h), L_2(\beta, \nu, h), L_3(\beta, \nu, h), P_1(\beta, \nu, -h), P_2(\beta, \nu, -h), P_3(\beta, \nu, -h), I_{s0}^{(e)}, I_{s(h)}^{(e)}, I_{s(-h)}^{(e)}$ Bu durumda çözüm bulunabilmesi için sisteme yeni bilinmeyenler eklemekten kaçınarak onsekiz adet denklem ilave edilmelidir. Bu da alternatif (yardımcı) sınır koşullarının değerlendirilmesi ile olacaktır.

Alternatif koşullarının bazıları $H_z(\rho, z)$ alan bileşenlerinin integral gösterilimleri $\beta\rho$ 'ya göre kısıtlu türev içerdikleri için kullanışlı değildir. (2.5.2.1), (2.5.2.3), (2.5.2.4), (2.5.7.2), (2.5.7.3), (2.5.7.4), (2.5.7.5), (2.5.7.6), (2.5.7.7), (2.5.7.8), koşulları ise bu zorlukları içermemektedir ve çözüme daha rahat bir şekilde dahil edilebilirler.

denklemleri, aşağıdaki gibi dört bölgede değerlendirilebilir.

$$H_p^1(b+0, z) - H_p^1(b-0, z) = 0, \quad \forall z \in (h, \infty) \tag{2.6.85}$$

$$H_p^2(b+0, z) - H_p^2(b-0, z) = 0, \quad \forall z \in (0, h) \tag{2.6.86}$$

$$H_p^3(b+0, z) - H_p^3(b-0, z) = 0, \quad \forall z \in (-h, 0) \tag{2.6.87}$$

$$H_p^4(b+0, z) - H_p^4(b-0, z) = 0, \quad \forall z \in (-\infty, -h) \tag{2.6.88}$$

(2.4.2), (2.4.5), (2.5.4.2) ve (2.5.5.2)'deki alan integral gösterilimlerinin kullanılarak (2.6.85) - (2.6.88)'in incelenmesi gerekmektedir. (2.6.85), açık halde

$$\begin{aligned}
& \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [C_1(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho) + D_1(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta\rho)]\delta(\rho-b)ie^{i\gamma z}e^{iv\varphi}d\beta dv \\
& = \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} F_1(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta\rho)\delta(\rho-b)ie^{i\gamma z}e^{iv\varphi}d\beta dv
\end{aligned} \tag{2.6.89}$$

olarak yazılır. Dirac distribüsyonunu da işleme sokarsak

$$\begin{aligned}
& \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [C_1(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta b) + D_1(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta b)]ie^{i\gamma z}e^{iv\varphi}d\beta dv \\
& = \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} F_1(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta b)ie^{i\gamma z}e^{iv\varphi}d\beta dv
\end{aligned} \tag{2.6.90}$$

yazılır. (2.6.90)'ın sağ ve sol yanındaki integrallerin sınırları aynıdır ve $\forall z \in (h, \infty)$ için bu eşitlik geçerlidir. Bu durumda

$$C_1(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta b) + D_1(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta b) - F_1(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta b) = 0 \tag{2.6.91}$$

denklemini elde edilmiş olur. (2.6.86)'denklemini $\forall z \in (0, h)$ için

$$\begin{aligned}
& \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \{ [C_2^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta b) + D_2^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta b)]e^{i\gamma z} - [C_2^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta b) + D_2^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta b)]e^{-i\gamma z} \} ie^{iv\varphi}d\beta dv \\
& = \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [F_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} - F_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta b) ie^{iv\varphi}d\beta dv
\end{aligned} \tag{2.6.92}$$

integral eşitliği, (2.6.92)'den de

$$\begin{aligned}
& [C_2^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta b) + D_2^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta b)]e^{i\gamma z} - [C_2^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta b) + D_2^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta b)]e^{-i\gamma z} \\
& - [F_2^+(\beta, v)e^{i\gamma z} - F_2^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta b) = 0
\end{aligned} \tag{2.6.93}$$

yazılır. (2.6.87)'yi $\forall z \in (-h, 0)$ için incelersek

$$\begin{aligned}
& \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} \{ [C_3^+(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta b) + D_3^+(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta b)]ie^{i\gamma z} \\
& - [C_3^-(\beta, v)H_v^{(1)}(\beta b) + D_3^-(\beta, v)H_v^{(2)}(\beta b)]ie^{-i\gamma z} \} e^{iv\varphi}d\beta dv \\
& = \int_{\ell_v} \int_{\ell_p} [F_3^+(\beta, v)e^{i\gamma z} - F_3^-(\beta, v)e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta b) ie^{iv\varphi}d\beta dv
\end{aligned} \tag{2.6.94}$$

yazılabilir. Buradan da

$$\begin{aligned} & [C_3^+(\beta, \nu)H_\nu^{(1)}(\beta b) + D_3^+(\beta, \nu)H_\nu^{(2)}(\beta b)]e^{i\gamma z} - [C_3^-(\beta, \nu)H_\nu^{(1)}(\beta b) + D_3^-(\beta, \nu)H_\nu^{(2)}(\beta b)]e^{-i\gamma z} \\ & - [F_3^+(\beta, \nu)e^{i\gamma z} - F_3^-(\beta, \nu)e^{-i\gamma z}]H_\nu^{(1)}(\beta b) = 0 \end{aligned} \quad (2.6.95)$$

denklemini elde edilir. (2.6.88)'denklemini $\forall z \in (-\infty, -h)$ için inceleyelim.

$$\begin{aligned} & \int_{\ell_\nu} \int_{\ell_\rho} [C_4(\beta, \nu)H_\nu^{(1)}(\beta b) + D_4(\beta, \nu)H_\nu^{(2)}(\beta b)](-i\gamma)e^{-i\gamma z}e^{i\nu\varphi}d\beta d\nu \\ & = \int_{\ell_\nu} \int_{\ell_\rho} F_4(\beta, \nu)H_\nu^{(1)}(\beta b)(-i\gamma)e^{-i\gamma z}e^{i\nu\varphi}d\beta d\nu \end{aligned} \quad (2.6.96)$$

ve

$$C_4(\beta, \nu)H_\nu^{(1)}(\beta b) + D_4(\beta, \nu)H_\nu^{(2)}(\beta b) - F_4(\beta, \nu)H_\nu^{(1)}(\beta b) = 0 \quad (2.6.97)$$

denklemini elde edilir. (2.6.93) ve (2.6.95) denklemleri incelenirse, (2.6.93)'ün $z \in (0, h)$ aralığında yer alan her z değeri için sağlanmak zorunda olduğu görülür. Bu nedenle, (2.6.93)'te $z \in (0, h)$ aralığında yer alan sonsuz sayıda denklem elde edilir. Aynı şey, denklem (2.6.95)'de $z \in (-h, 0)$ aralığında değerler yerleştirilerek de yapılabilir.

$$[E_\varphi(a+0, +0) + E_\varphi(a-0, +0)]\delta(z-0) = Z \cdot I_{s0}^{(e)}\delta(z-0) \quad (2.6.98)$$

sınır koşulunu inceleyelim.

$$\begin{aligned} & -\hat{z} \int_{\ell_\nu} \int_{\ell_\rho} \{B_2^+(\beta, \nu)J_\nu(\beta\rho) + C_2^+(\beta, \nu)H_\nu^{(1)}(\beta\rho) + D_2^+(\beta, \nu)H_\nu^{(2)}(\beta\rho)\}e^{i\gamma\rho} \\ & + [B_2^-(\beta, \nu)J_\nu(\beta\rho) + C_2^-(\beta, \nu)H_\nu^{(1)}(\beta\rho) + D_2^-(\beta, \nu)H_\nu^{(2)}(\beta\rho)]e^{-i\gamma\rho}\}e^{i\nu\varphi}d\beta d\nu = Z \cdot I_{s0}^{(e)}\delta(\rho-a) \end{aligned} \quad (2.6.99)$$

Eğer aşağıdaki tanımlar yapılırsa

$$\tilde{B}_2(\beta, \nu) = B_2^+(\beta, \nu) + B_2^-(\beta, \nu) \quad (2.6.100)$$

$$\tilde{C}_2(\beta, \nu) = C_2^+(\beta, \nu) + C_2^-(\beta, \nu) \quad (2.6.101)$$

$$\tilde{D}_2(\beta, \nu) = D_2^+(\beta, \nu) + D_2^-(\beta, \nu) \quad (2.6.102)$$

aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned}
& -\hat{z} \int_{v=-\infty}^{\infty} e^{iv\varphi} \int_{\beta=0}^{\infty} \left[\tilde{B}_2(\beta, v) - \tilde{C}_2(\beta, v) \frac{e^{-i\pi v}}{i \sin(\pi v)} + \tilde{D}_2(\beta, v) \frac{e^{i\pi v}}{i \sin(\pi v)} \right] J_v(\beta \rho) d\beta dv \\
& -\hat{z} \int_{v=-\infty}^{\infty} e^{iv\varphi} \int_{\beta=0}^{\infty} \left[\tilde{C}_2(\beta, v) - \tilde{D}_2(\beta, v) \frac{J_{-v}(\beta \rho)}{i \sin(\pi v)} \right] d\beta dv = Z \cdot I_{s0}^{(e)} \delta(\rho - a)
\end{aligned}
\tag{2.6.103}$$

sol taraftaki 2. İntegralde v yerine $(-v)$ koyarsak

$$\begin{aligned}
& -\hat{z} \int_{v=-\infty}^{\infty} e^{iv\varphi} \int_{\beta=0}^{\infty} \left[\tilde{B}_2(\beta, v) - \tilde{C}_2(\beta, v) \frac{e^{-i\pi v}}{i \sin(\pi v)} + \tilde{D}_2(\beta, v) \frac{e^{i\pi v}}{i \sin(\pi v)} \right] J_v(\beta \rho) d\beta dv \\
& -\hat{z} \int_{v=-\infty}^{\infty} e^{-iv\varphi} \int_{\beta=0}^{\infty} \left[\tilde{C}_2(\beta, -v) - \tilde{D}_2(\beta, -v) \frac{J_v(\beta \rho)}{-i \sin(\pi v)} \right] d\beta (-dv) = Z \cdot I_{s0}^{(e)} \delta(\rho - a)
\end{aligned}
\tag{2.6.104}$$

denklemini elde edilir.

$$\begin{aligned}
& -\hat{z} \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \int_{\beta=0}^{\infty} \left[\tilde{B}_2(\beta, v) \sin(\pi v) + \tilde{C}_2(\beta, v) i e^{-i\pi v} - \tilde{D}_2(\beta, v) i e^{i\pi v} \right] J_v(\beta \rho) d\beta dv \\
& -\hat{z} \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \int_{\beta=0}^{\infty} \left[-\tilde{C}_2(\beta, -v) i + \tilde{D}_2(\beta, -v) i \right] J_v(\beta \rho) d\beta dv = Z \cdot I_{s0}^{(e)} \delta(\rho - a)
\end{aligned}
\tag{2.6.105}$$

Aşağıdaki tanımları yaparsak,

$$\begin{aligned}
B^+(\beta, v) &= \left[\tilde{B}_2(\beta, v) \sin(\pi v) + \tilde{C}_2(\beta, v) i e^{-i\pi v} - \tilde{D}_2(\beta, v) i e^{i\pi v} \right] \\
C^+(\beta, -v) &= \left[-\tilde{C}_2(\beta, -v) i + \tilde{D}_2(\beta, -v) i \right]
\end{aligned}
\tag{2.6.106}$$

ve

$$\begin{aligned}
\int_{\beta=+0}^{\infty} B^+(\beta, v) J_v(\beta \rho) \beta d\beta &= \frac{1}{2} \left[b^+(\rho + 0, v) + b^+(\rho - 0, v) \right] \\
\int_{\beta=+0}^{\infty} C^+(\beta, -v) J_v(\beta \rho) \beta d\beta &= \frac{1}{2} \left[c^+(\rho + 0, -v) + c^+(\rho - 0, -v) \right]
\end{aligned}
\tag{2.6.107}$$

ifadelerini yerine koyarsak

$$\begin{aligned}
& -\hat{z} \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \frac{1}{2} [b^+(\rho+0, v) + b^+(\rho-0, v)] dv \\
& -\hat{z} \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \frac{1}{2} [c^+(\rho+0, -v) + c^+(\rho-0, -v)] dv = Z \cdot I_{s0}^{(e)} \delta(\rho-a)
\end{aligned} \tag{2.6.108}$$

Yukarıdaki denklemin sol tarafındaki 2. İntegralde v yerine $-v$ koyarsak,

$$\begin{aligned}
& -\hat{z} \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \frac{1}{2} [b^+(\rho+0, v) + b^+(\rho-0, v)] dv \\
& -\hat{z} \int_{v=-\infty}^{\infty} \frac{e^{iv\varphi}}{\sin(\pi v)} \frac{1}{2} [c^+(\rho+0, v) + c^+(\rho-0, v)] dv = Z \cdot I_{s0}^{(e)} \delta(\rho-a)
\end{aligned} \tag{2.6.109}$$

Fourier ve Hankel transformları yardımıyla

$$B^+(\beta, v) + C^+(\beta, v) = \frac{Z}{(-\hat{z})} I_{s0}^{(e)} \delta(v) \sin(\pi v) a J_v(\beta a) \tag{2.6.110}$$

ve buradan

$$\begin{aligned}
& [B_2^+(\beta, v) + B_2^-(\beta, v)] \sin(\pi v) + [C_2^+(\beta, v) + C_2^-(\beta, v)] \frac{(1 - e^{-i\pi v})}{i} + [D_2^+(\beta, v) + D_2^-(\beta, v)] \frac{(-1 + e^{-i\pi v})}{i} \\
& = \beta \frac{Z}{(-\hat{z})} I_{s0}^{(e)} \delta(v) \sin(\pi v) a J_v(\beta a)
\end{aligned} \tag{2.6.111}$$

sonuç denkleminde ulaşılır.

$[E_\varphi(a+0, -0) + E_\varphi(a-0, -0)] \delta(z-0) = Z \cdot I_{s0}^{(e)} \delta(z-0)$ sınır koşulunu yukarıdaki benzer şekilde incelersek

$$\begin{aligned}
& [B_3^+(\beta, v) + B_3^-(\beta, v)] \sin(\pi v) + [C_3^+(\beta, v) + C_3^-(\beta, v)] \frac{(1 - e^{-i\pi v})}{i} + [D_3^+(\beta, v) + D_3^-(\beta, v)] \frac{(-1 + e^{-i\pi v})}{i} \\
& = \beta \frac{Z}{(-\hat{z})} I_{s0}^{(e)} \delta(v) \sin(\pi v) a J_v(\beta a)
\end{aligned} \tag{2.6.112}$$

sonucuna ulaşılır.

2.7. Alan Hesaplamaları ve Sonuçlar

Bu bölümde, sayısal olarak alan hesaplamaları gerçekleştirilecektir. Konfigürasyondaki akım halkasının yarıçapı ile halka üzerinde akan akımın genlik ve frekans sayısal değerleri $I=10$ mA, $f=100$ Mhz, $b=0.02$ m ; silindirin boyutları ise $a=0.01$ m , $h=0.02$ m alınmıştır.

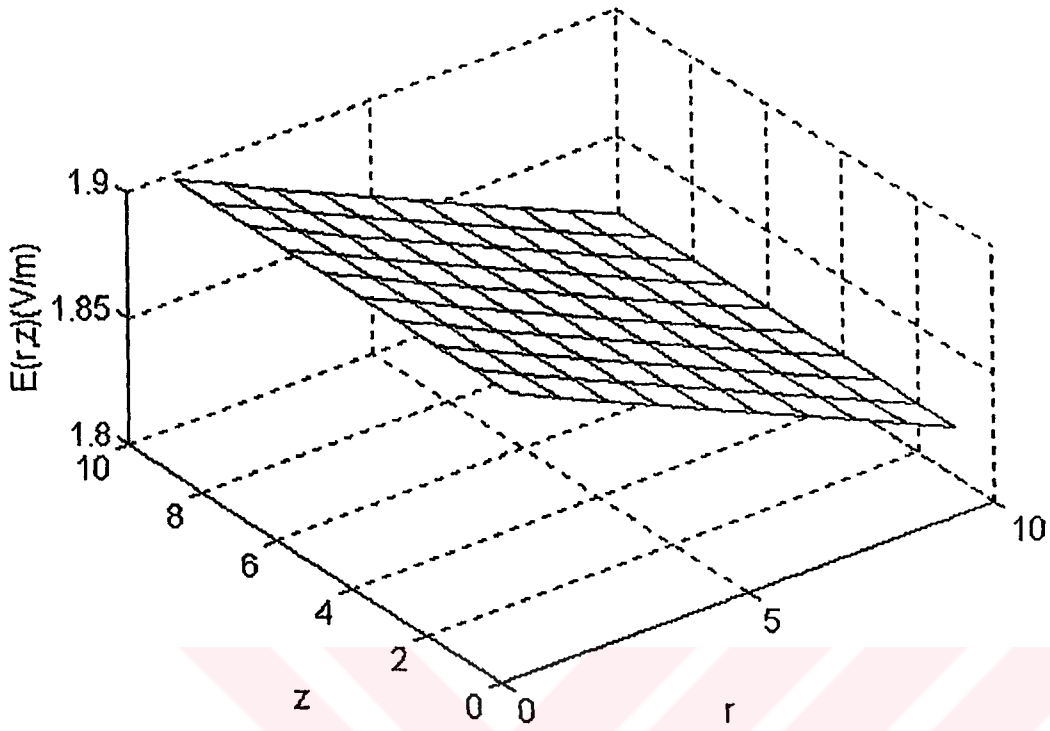
Bu problemin çözümünde alan integrallerinde geçen ve alan hesaplamalarından önce bulunması gereken katsayılar analitik olarak hesaplanmaktadır. Bu nedenle Bölüm 2.6 da elde edilen denklemlerin oluşturduğu otuzaltı bilinmeyenli otuzaltı adet cebirsel denklemin oluşturduğu denklem takımı sayısal olarak (Gauss Eliminasyon metodu ile) çözülmüştür. Bölüm 2.6 da elde edilen denklemlerin tamamının sağ yanında bulunan $\delta(v)$ terimi nedeniyle daha da sadeleşmektedir. Örneğin (2.6.18) eşitliği ile ifade edilen denklemi gözönüne alalım. Dirac distribüsyonunun özelliği nedeniyle bu denklem

$$i\sqrt{(k^2/\beta^2)-1}\left\{-B_2^+(\beta,0)-B_3^-(\beta,0)\right\}+\left[B_2^-(\beta,0)+B_3^+(\beta,0)\right]=I_{s0}aJ_0(\beta a) \quad (2.7.1)$$

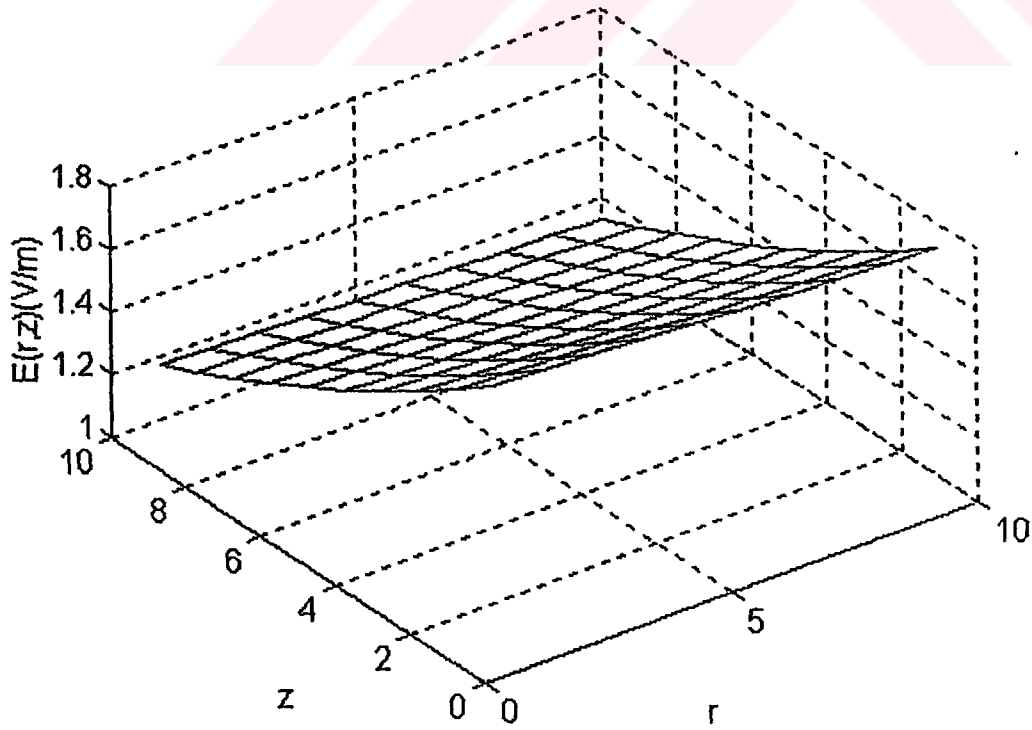
şekline dönüşür. Bölüm 2.6 da elde edilmiş olan tüm denklemlere yukarıdakine benzer işlemler uygulandığında görülür ki $X(\beta,\rho)$ katsayılarının tamamı da $X(\beta,0)$ formuna dönüşür. Bu sebeple (2.4.1) - (2.4.12) eşitlikleri ile verilen alan integralleri de $X(\beta,0)=X(\beta,0)\delta(v)$ olarak yazılabileceği için şekil değiştirecek ve dirac distribüsyonu nedeni ile tek katlı integrallere dönüşeceklerdir. Örneğin (2.4.1) ifadesi aşağıdaki şekle dönüşür.

$$E_\varphi^1(\rho,z)=\begin{cases} \int_{\ell_\rho} B_1(\beta,0)J_0(\beta\rho)e^{i\gamma z}d\beta & \rho \in [0,a) \\ \int_{\ell_\rho} [C_1(\beta,0)H_0^{(1)}(\beta\rho)+D_1(\beta,0)H_0^{(2)}(\beta\rho)]e^{i\gamma z}d\beta & \rho \in (a,b) \\ \int_{\ell_\rho} F_1(\beta,0)H_0^{(1)}(\beta\rho)e^{i\gamma z}d\beta & \rho \in (b,\infty) \end{cases} \quad (2.7.2)$$

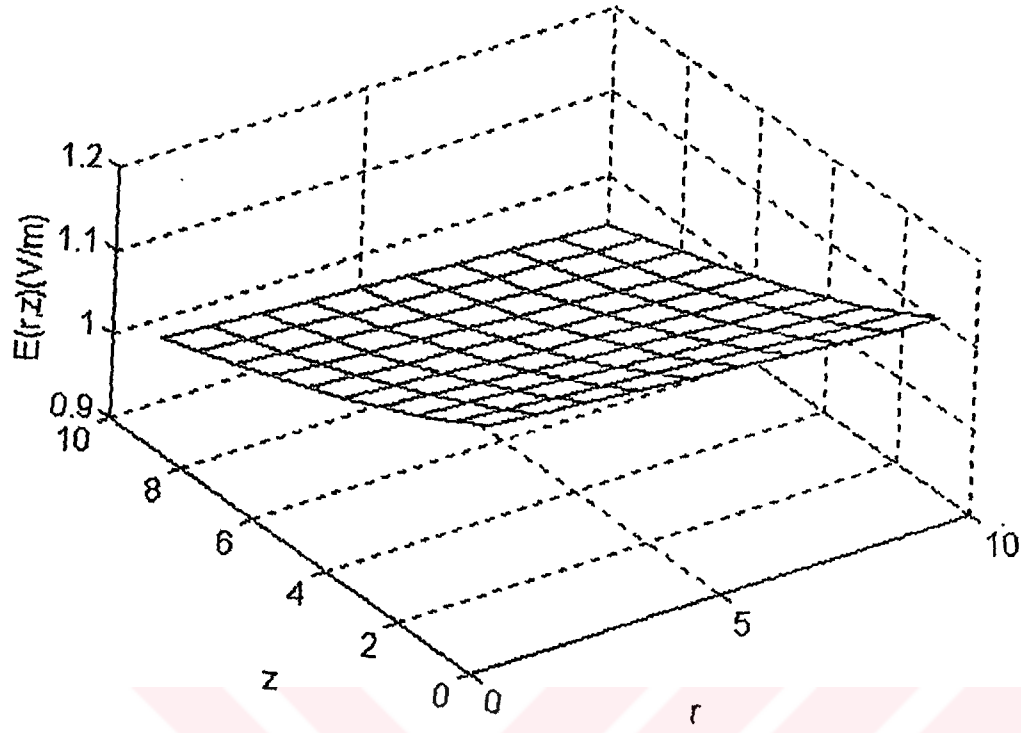
Daha sonra da elde edilen katsayılar (2.4.1)-(2.4.12) alan integrallerinde yerine konularak alan değerleri sayısal olarak hesaplanmıştır. Tüm hesaplamalarda β için integral adımı $k_0/100$ alınmıştır. Bu hesaplamalara ait sonuçlar grafik olarak aşağıda verilmiştir.



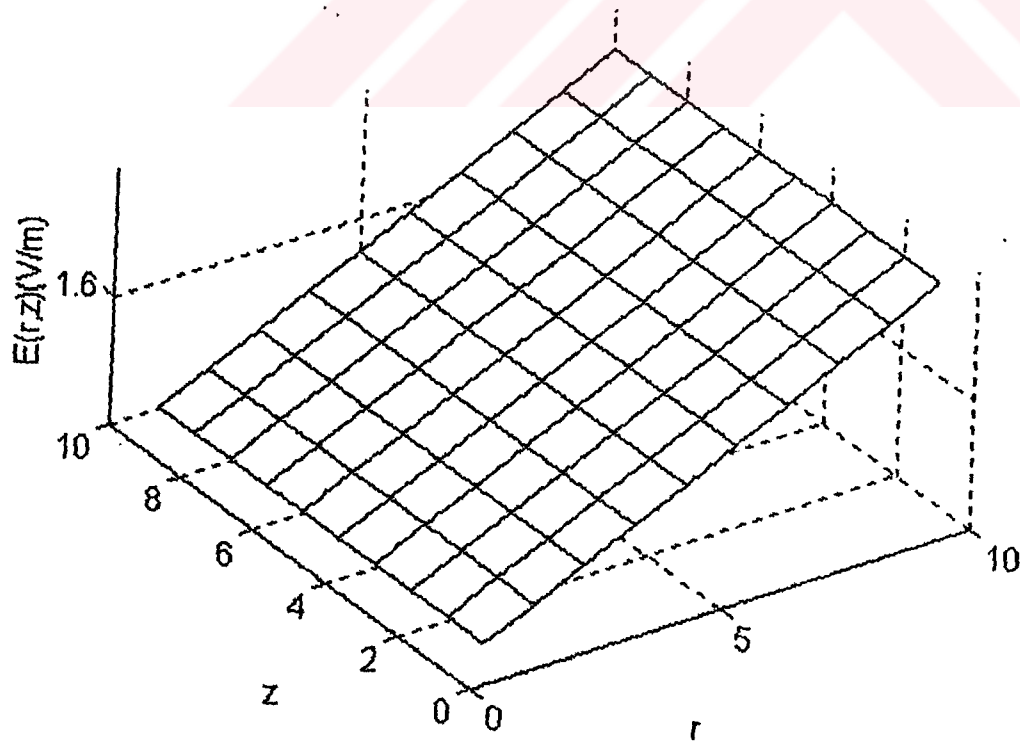
Şekil 2.7.1. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



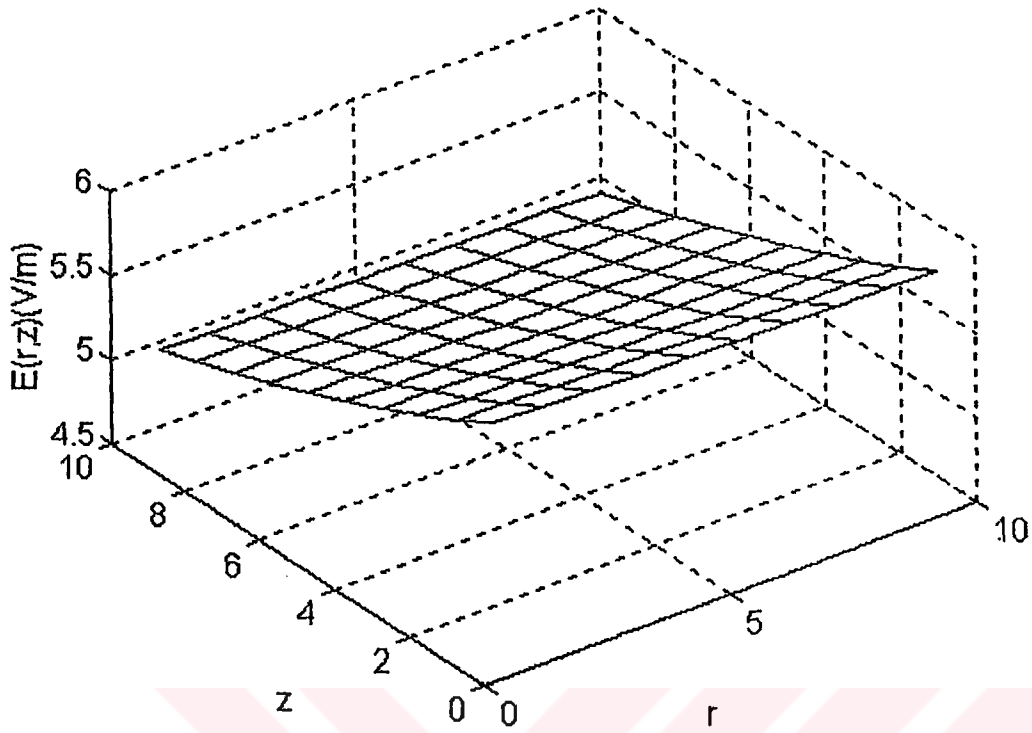
Şekil 2.7.2. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



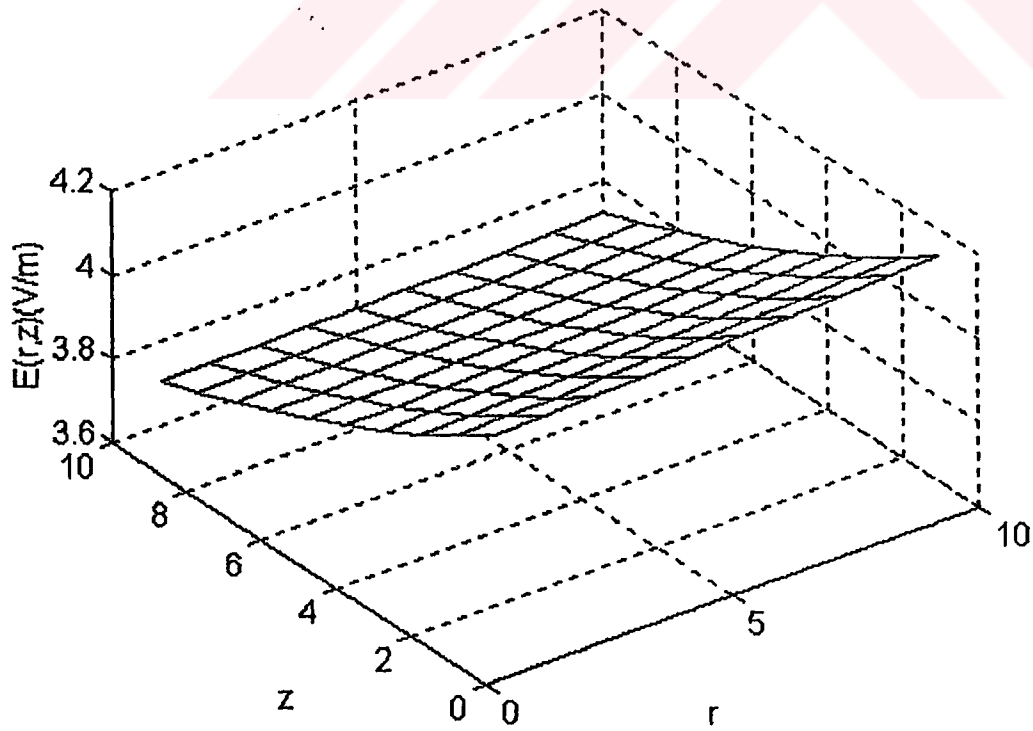
Şekil 2.7.3. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



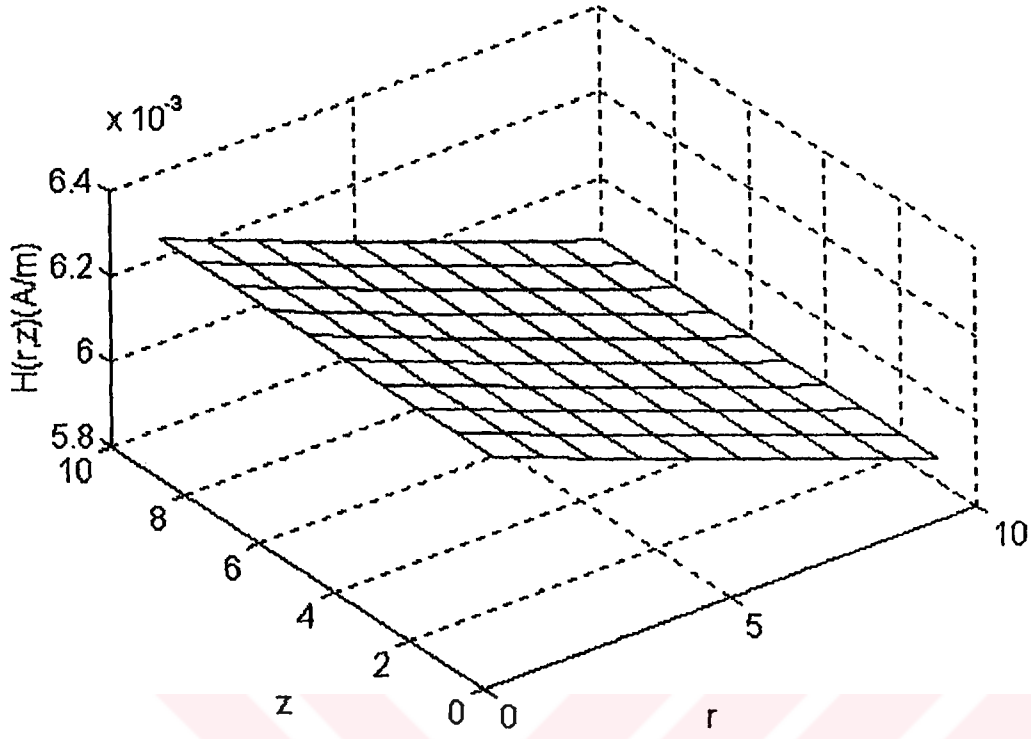
Şekil 2.7.4. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



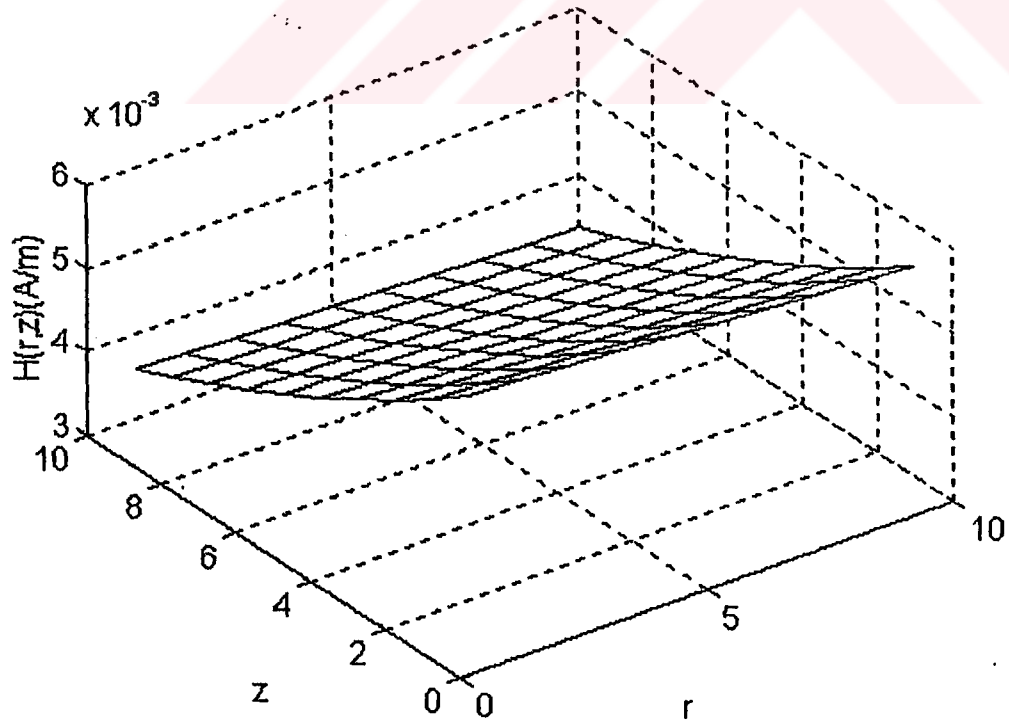
Şekil 2.7.5. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



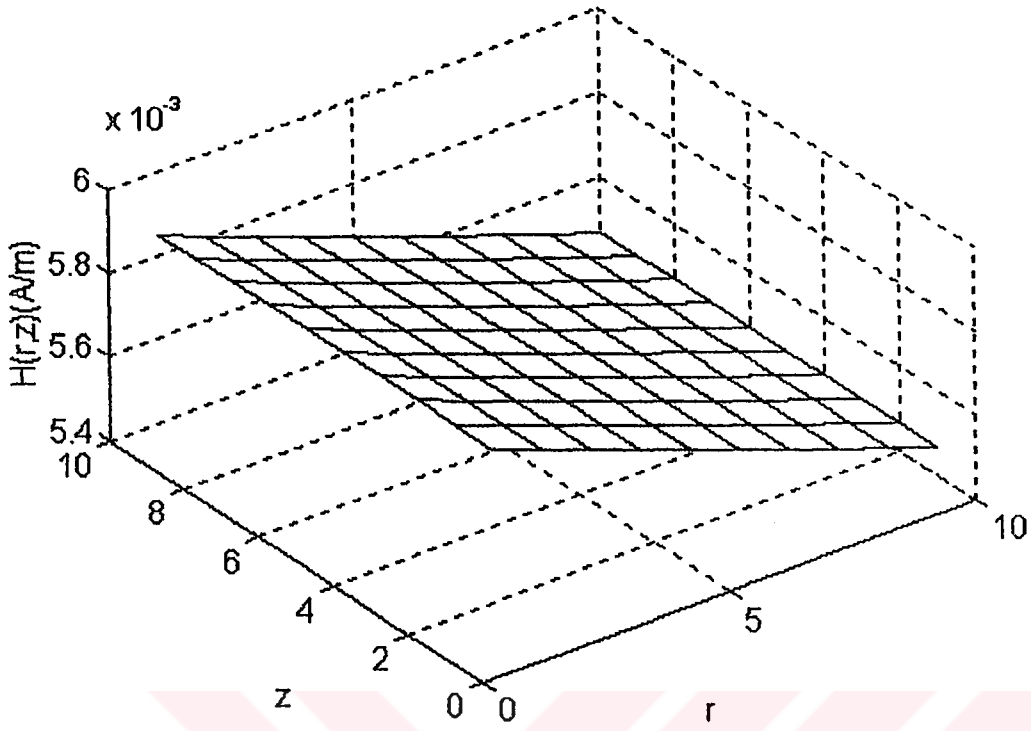
Şekil 2.7.6. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



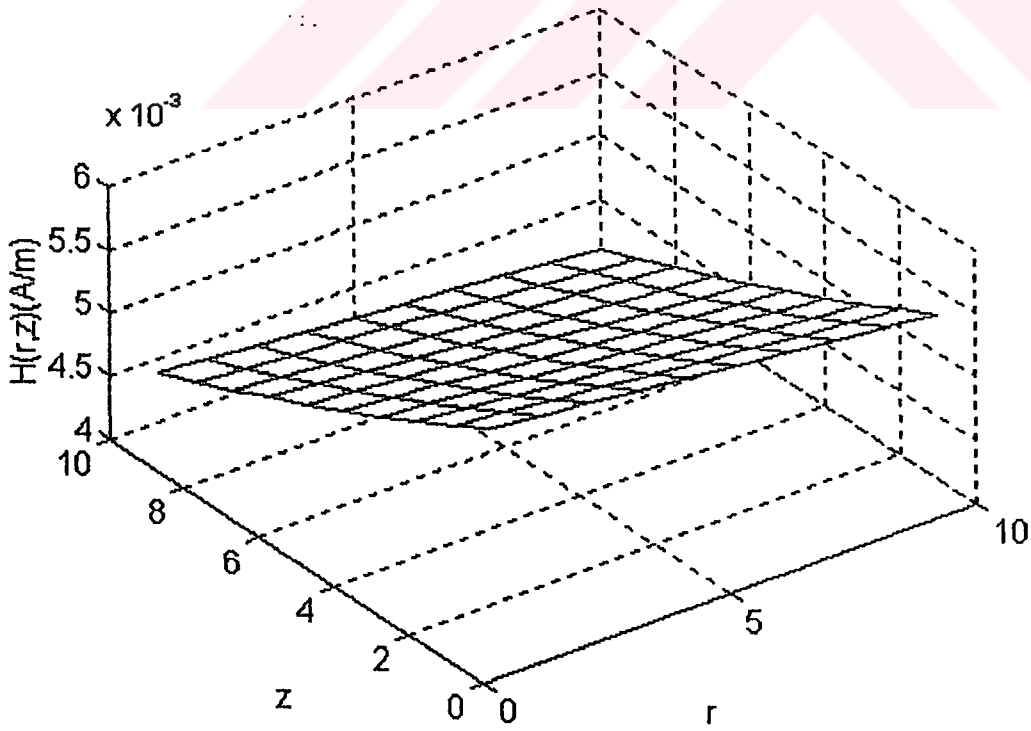
Şekil 2.7.7. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



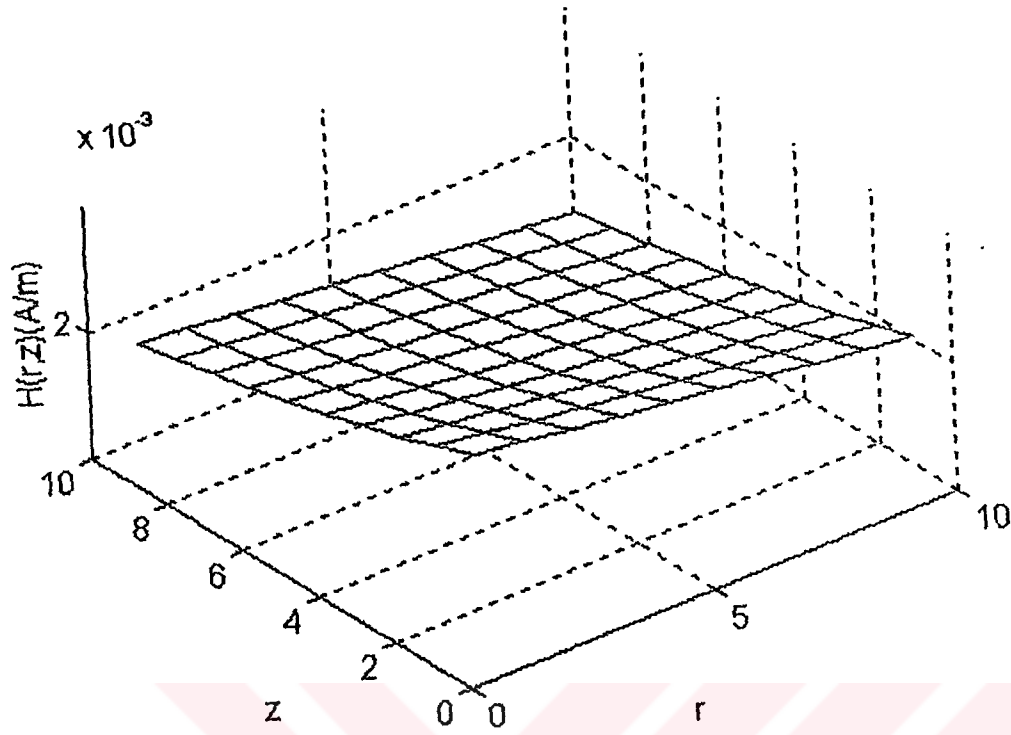
Şekil 2.7.8. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



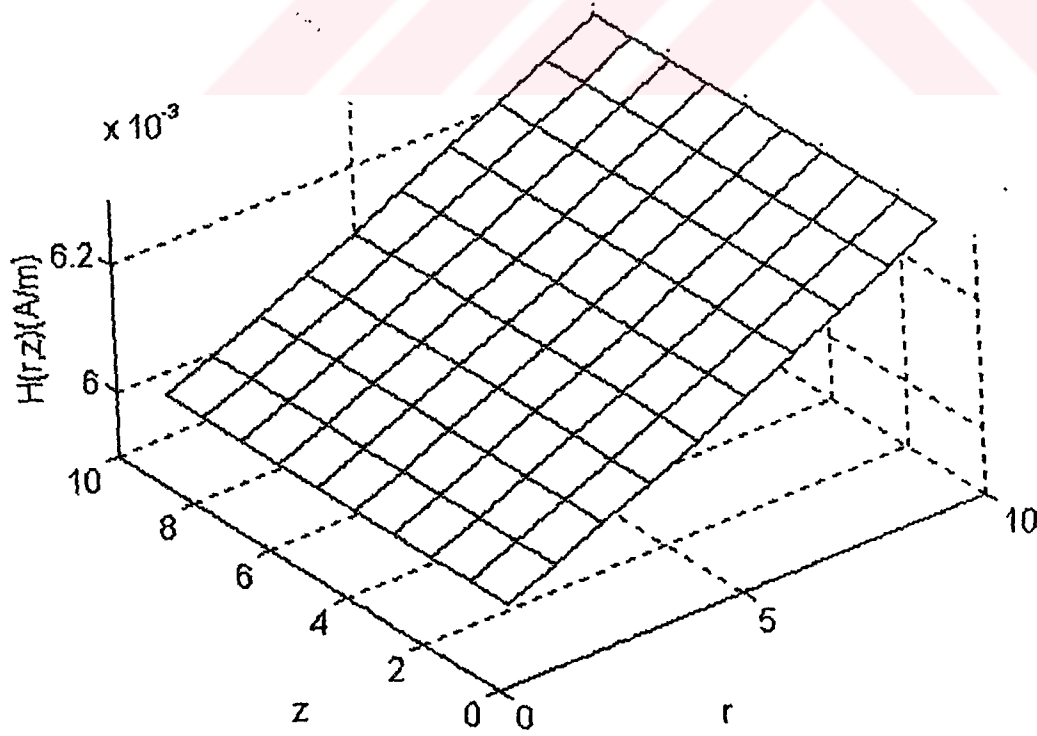
Şekil 2.7.5.7. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



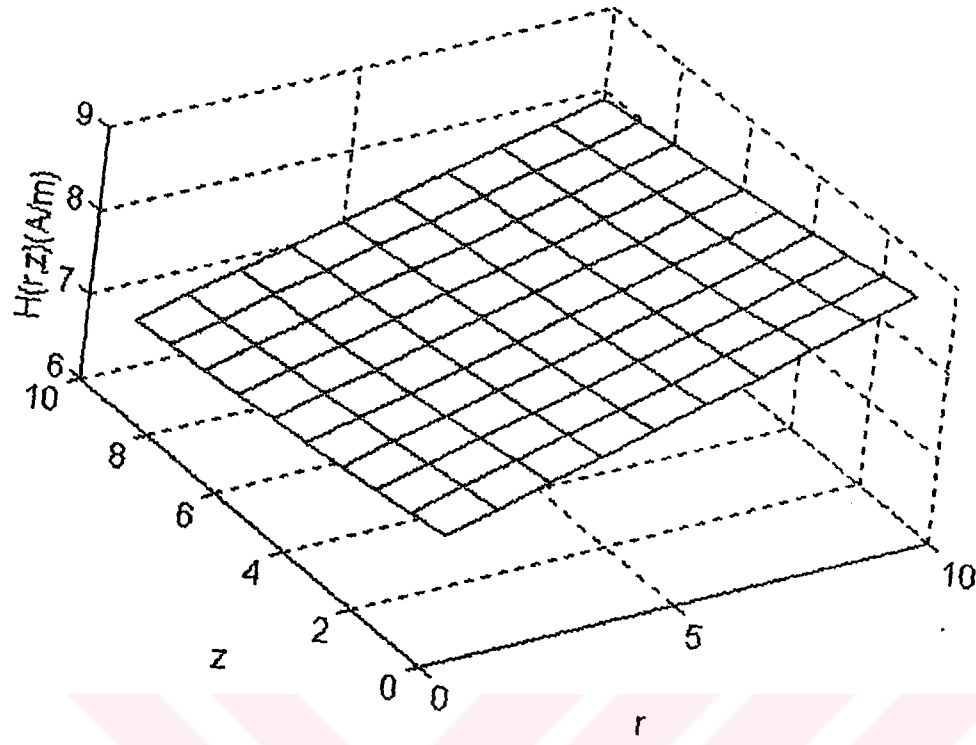
Şekil 2.7.5.8. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



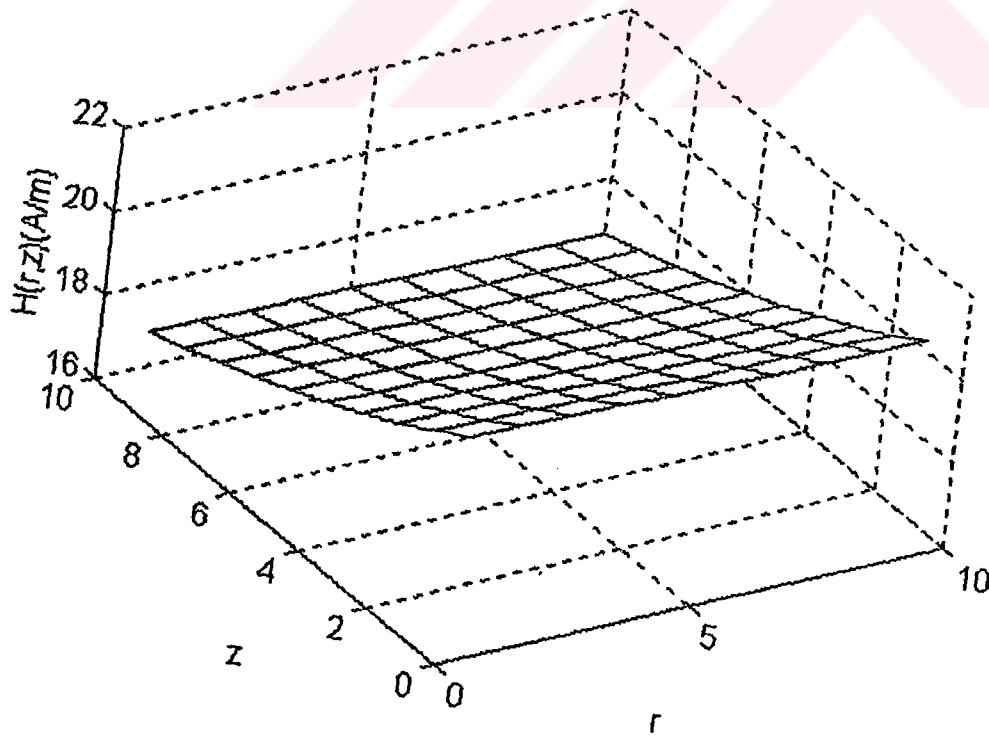
Şekil 2.7.9. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.10. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



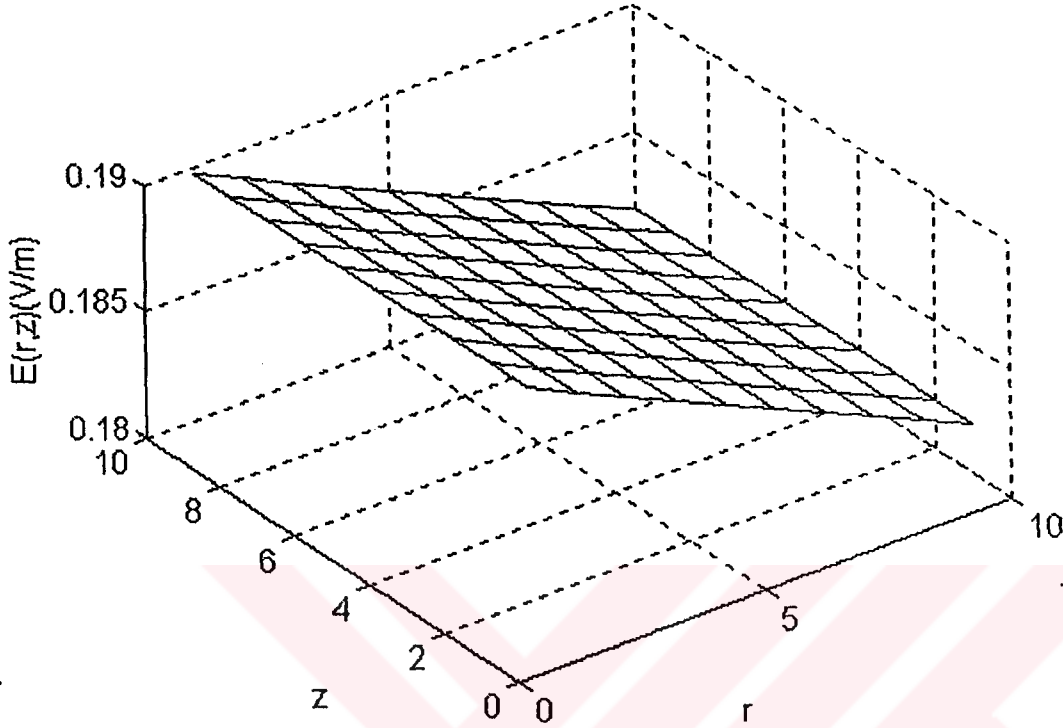
Şekil 2.7.11. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



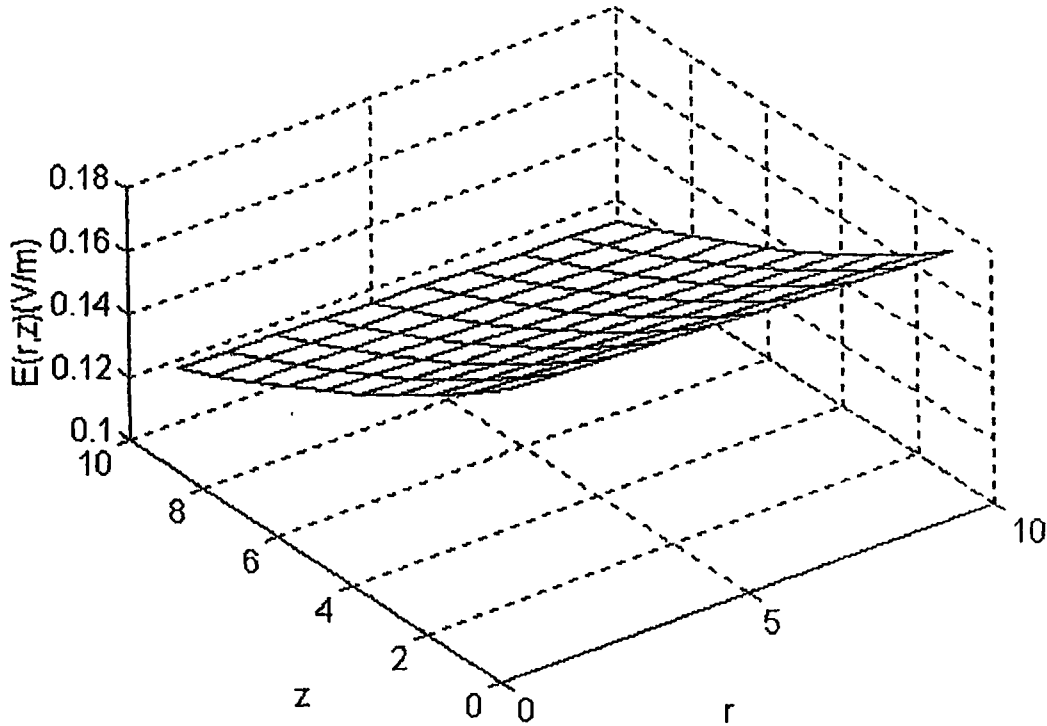
Şekil 2.7.12. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

Şimdi bu problemdeki parametrelerin değerlerini değiştirerek alan değerleri tekrar hesaplayarak elde ettiğimiz sonuçlar grafiksel olarak aşağıda verilmiştir.

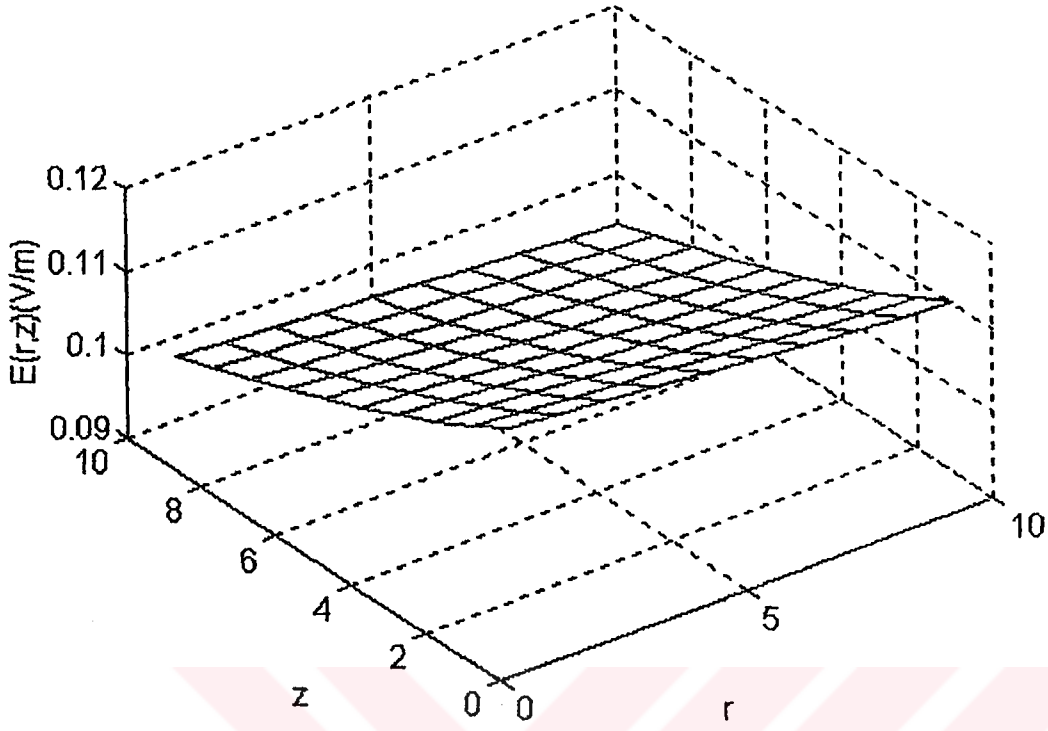
2.7.1. $I = 1 \text{ mA}$



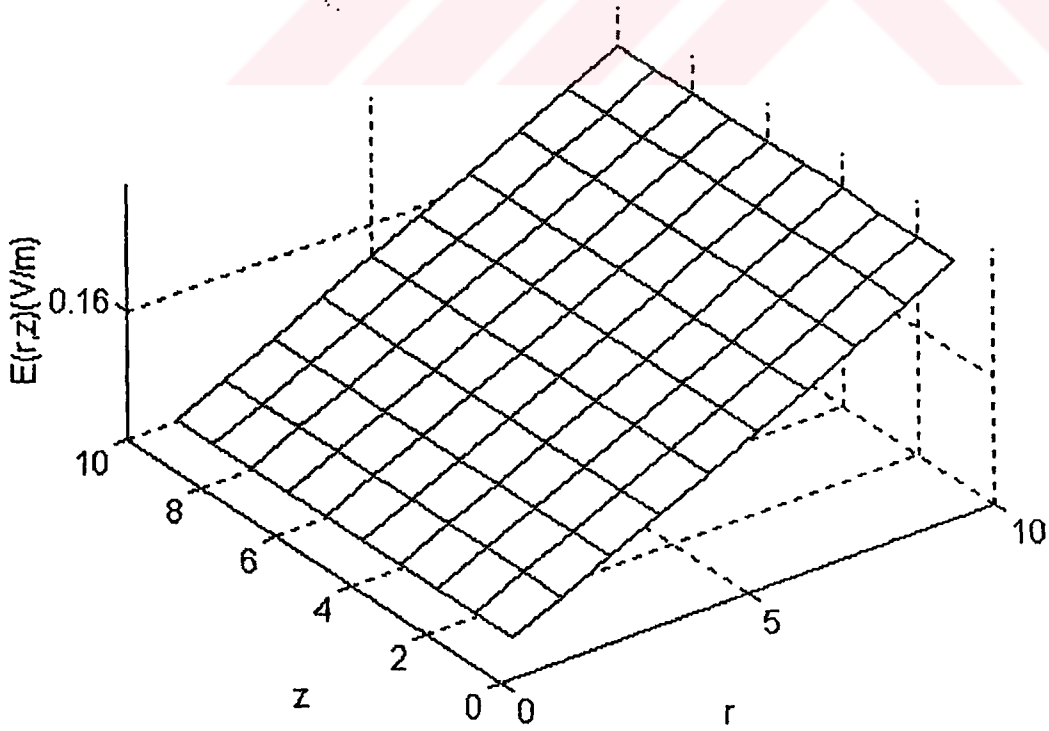
Şekil 2.7.1.1. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



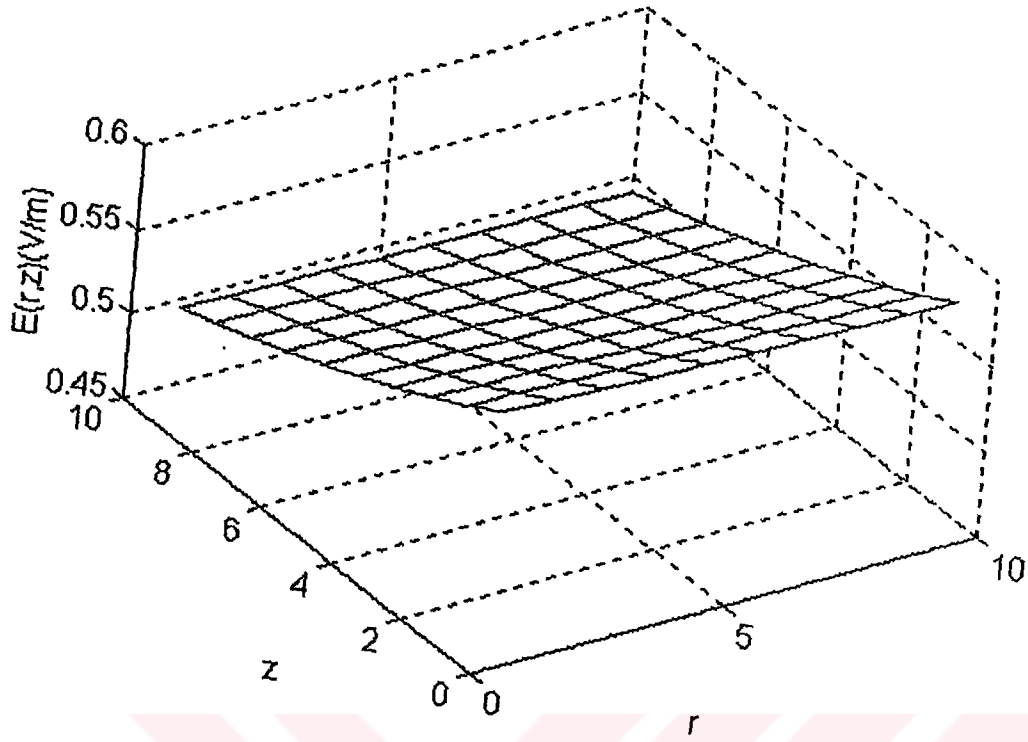
Şekil 2.7.1.2 $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



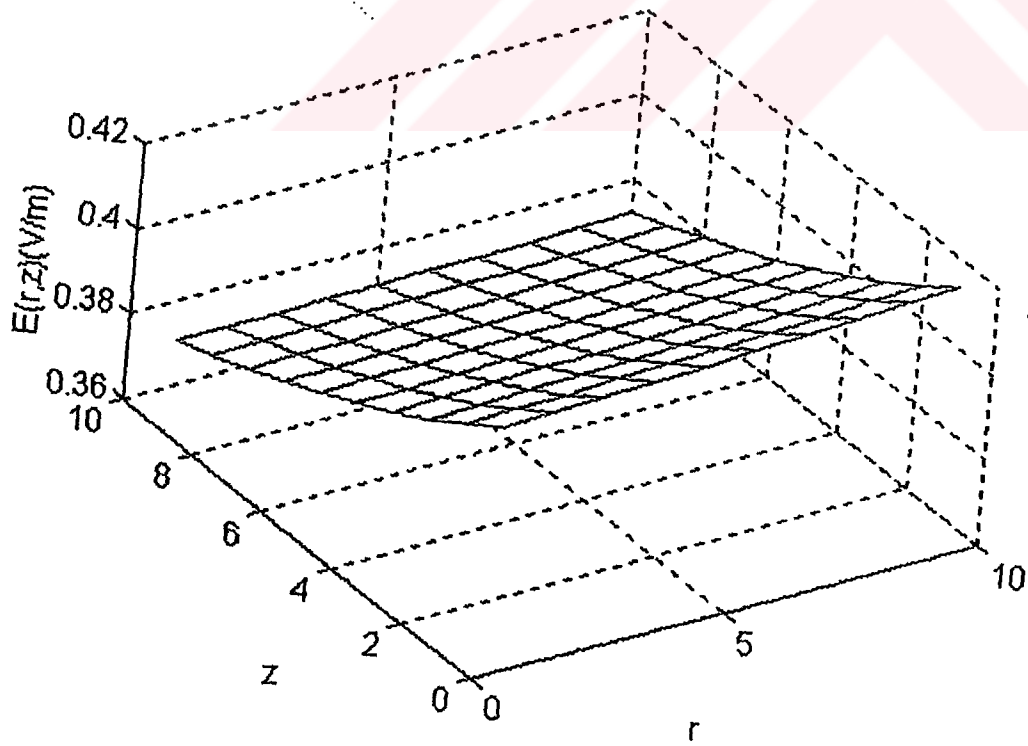
Şekil 2.7.1.3.. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



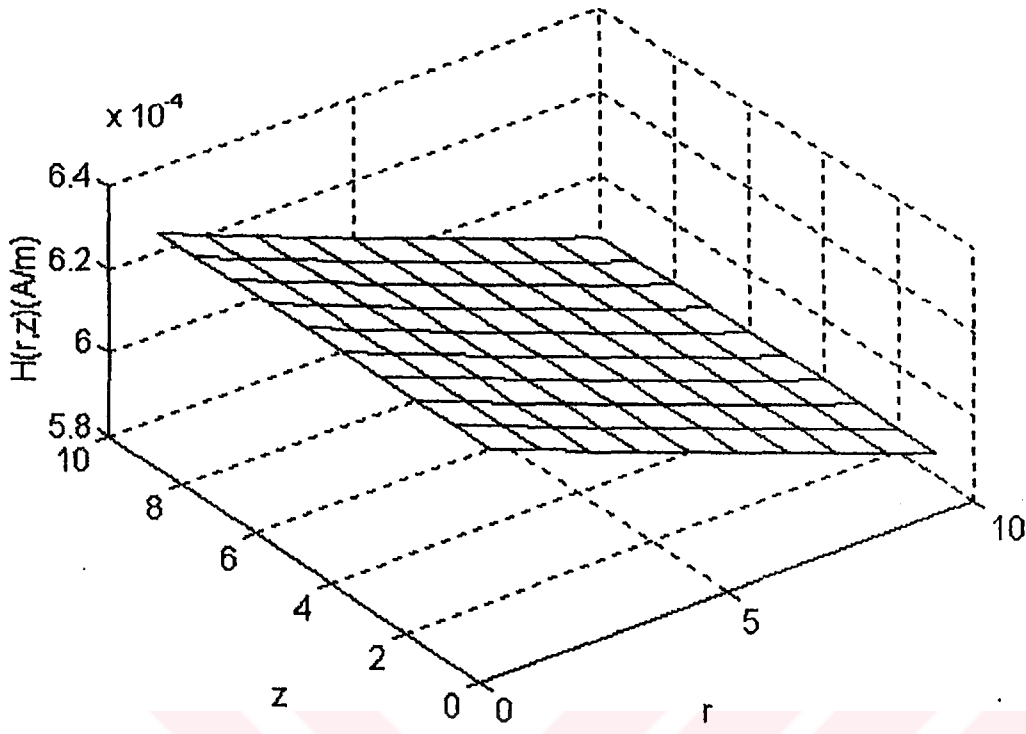
Şekil 2.7.1.4. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



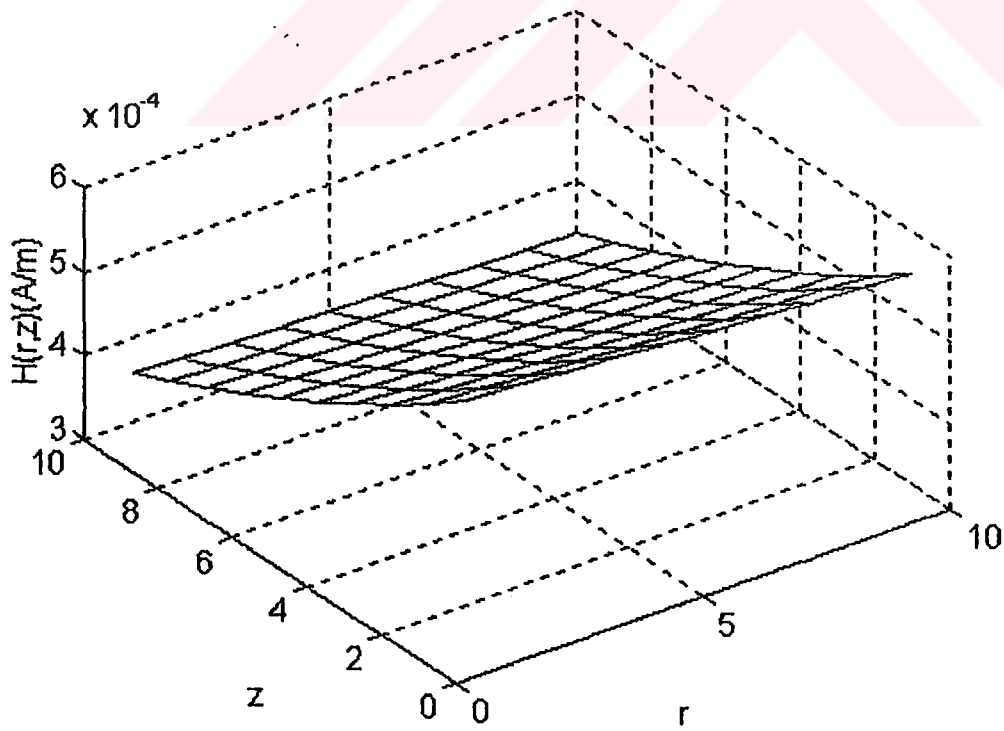
Şekil 2.7.1.5. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



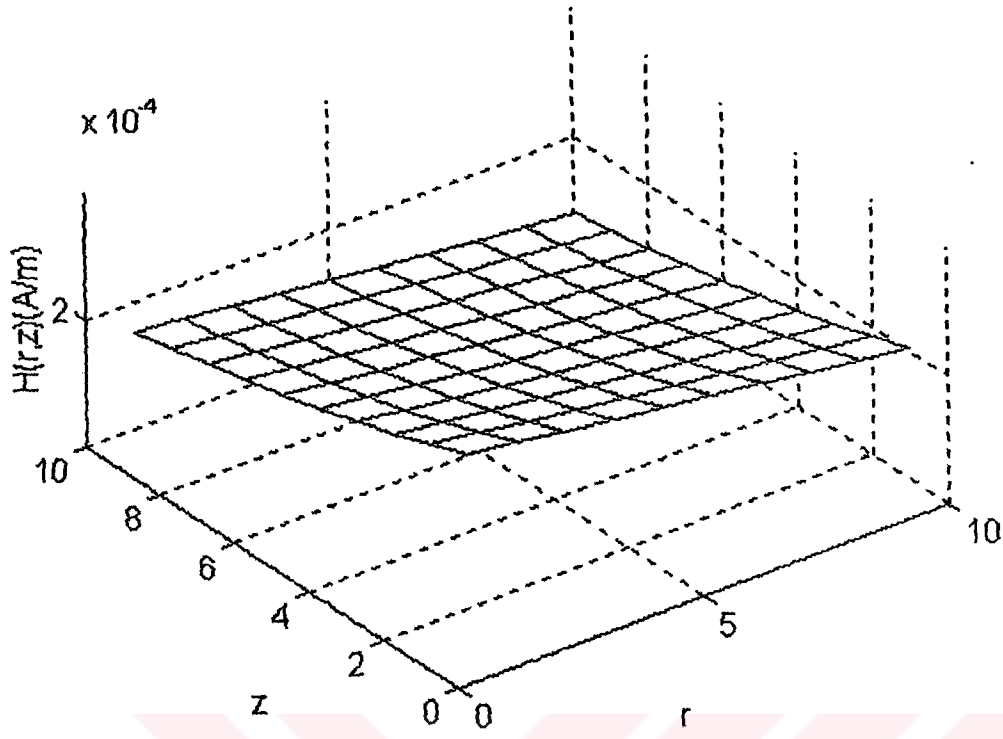
Şekil 2.7.1.6. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



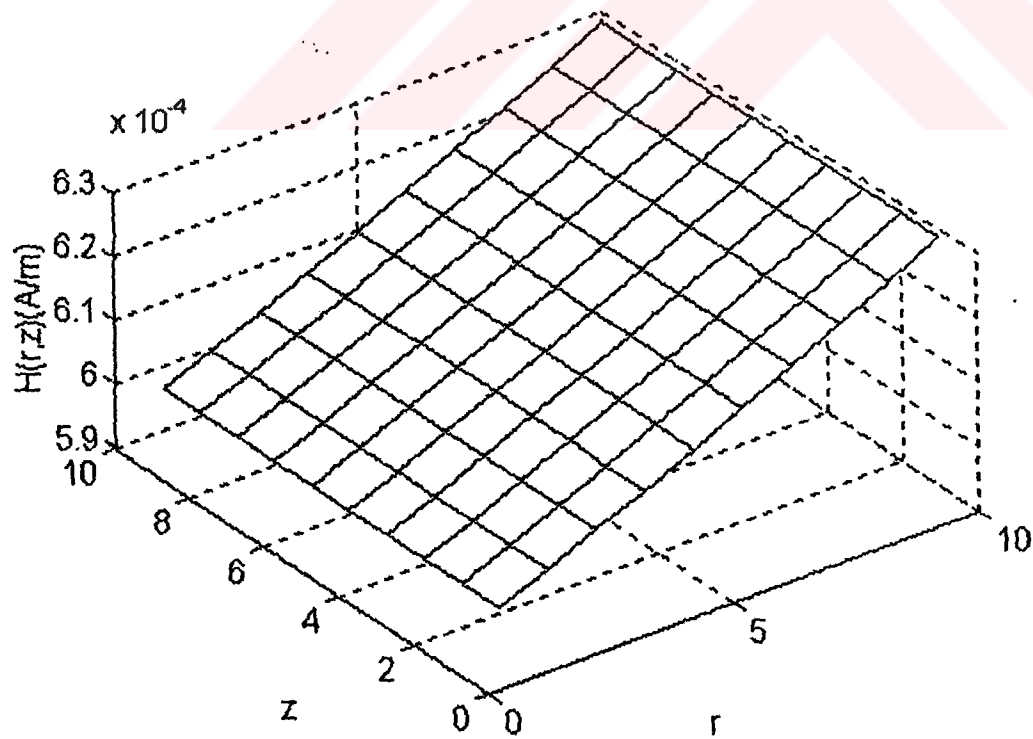
Şekil 2.7.1.7. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



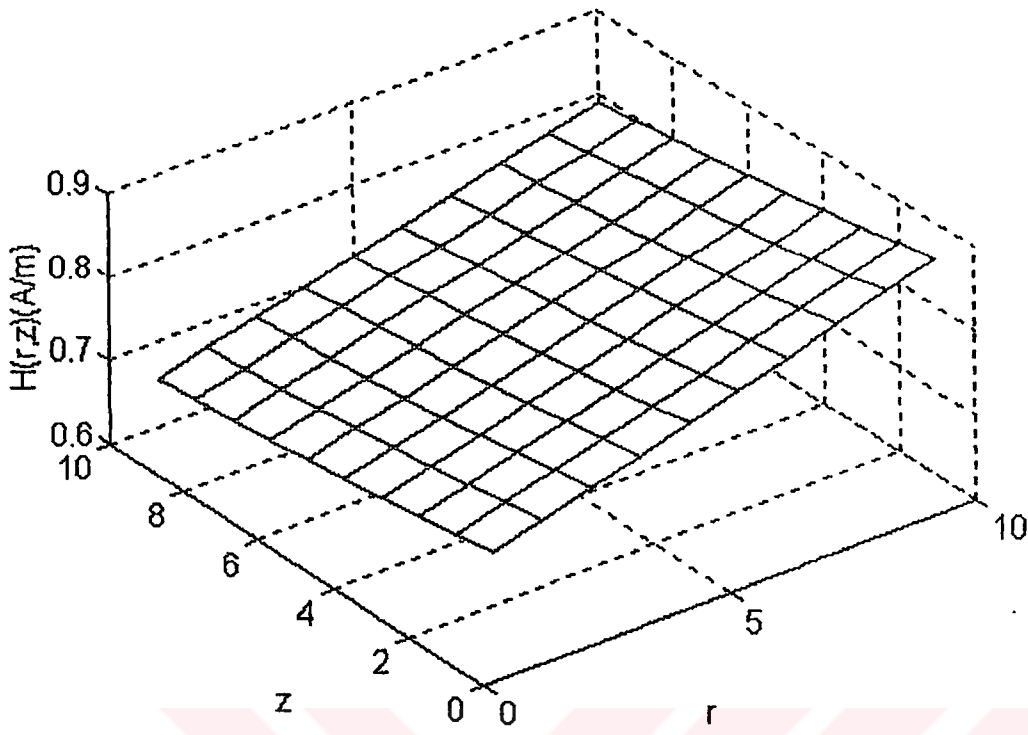
Şekil 2.7.1.8. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



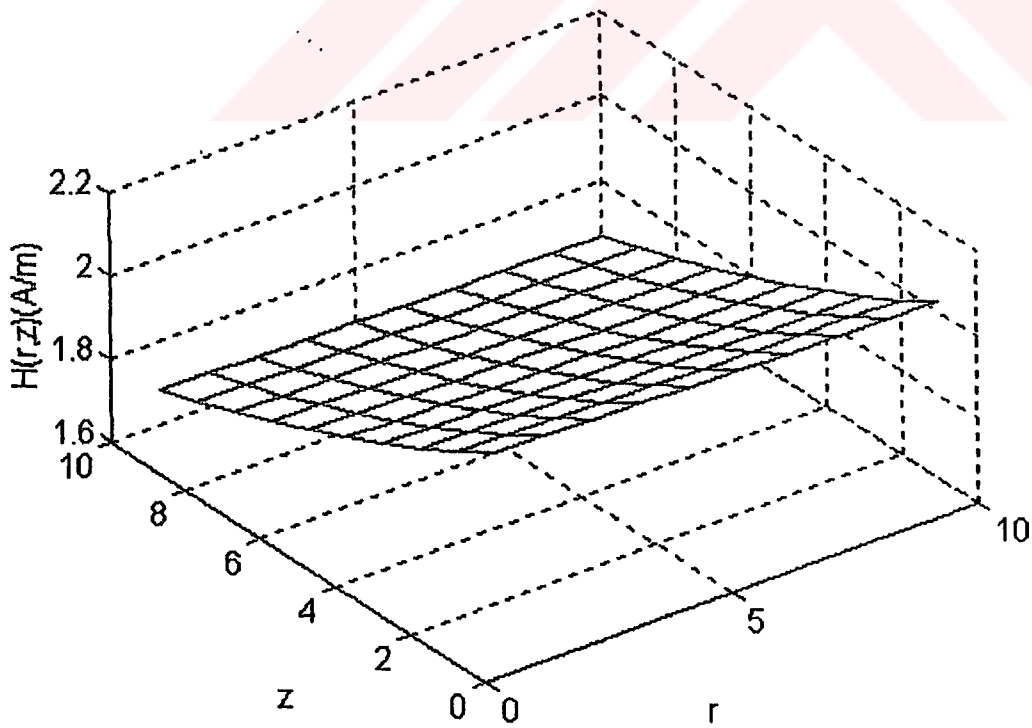
Şekil 2.7.1.9. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.1.10. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

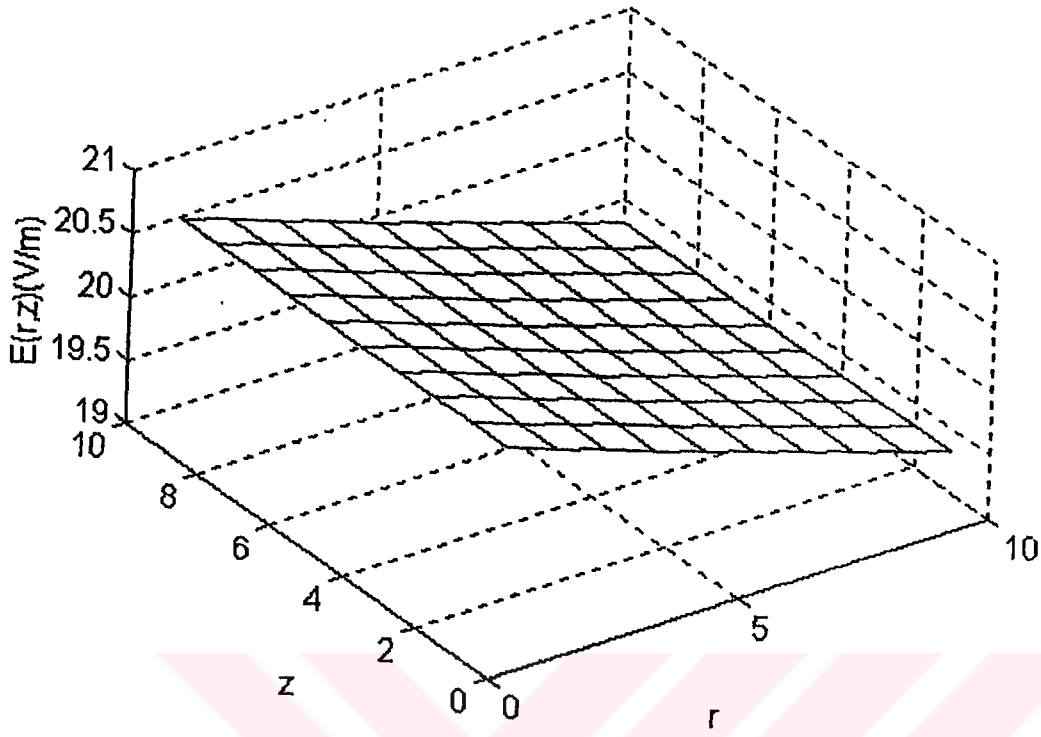


Şekil 2.7.1.11. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

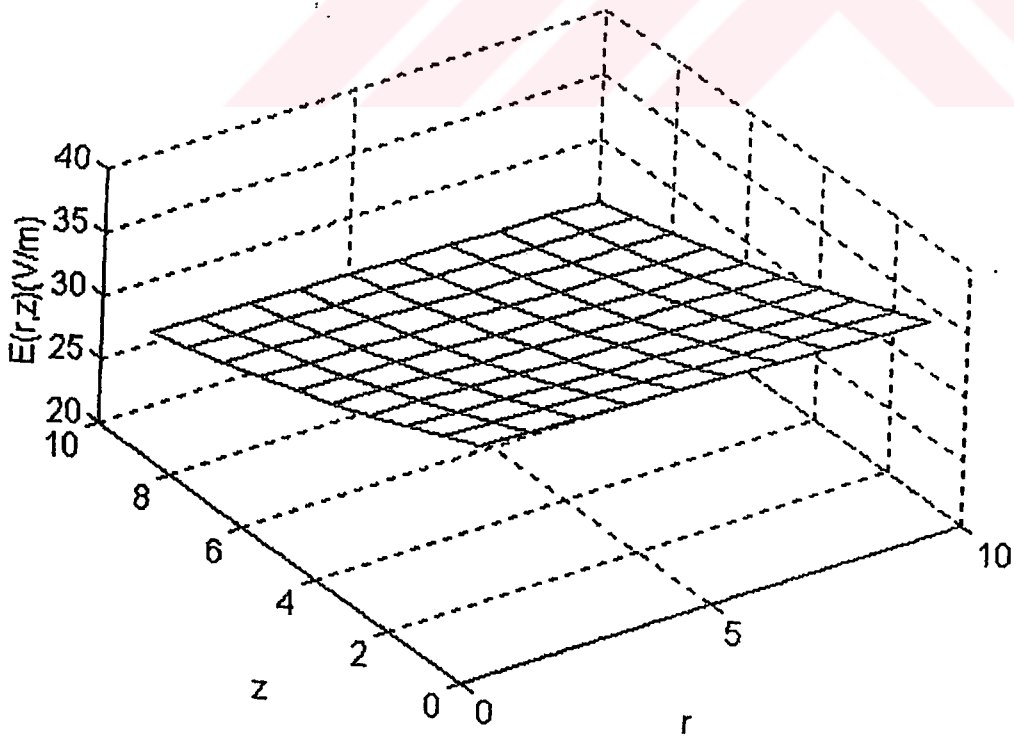


Şekil 2.7.1.12. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan

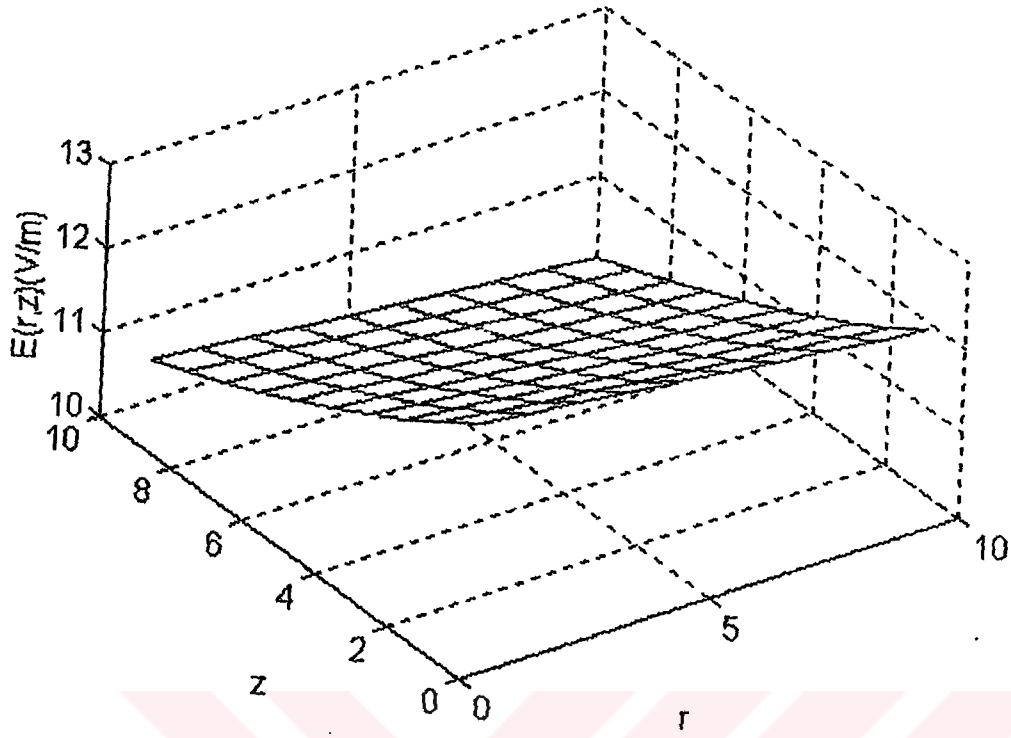
2.7.2. $I = 100 \text{ mA}$



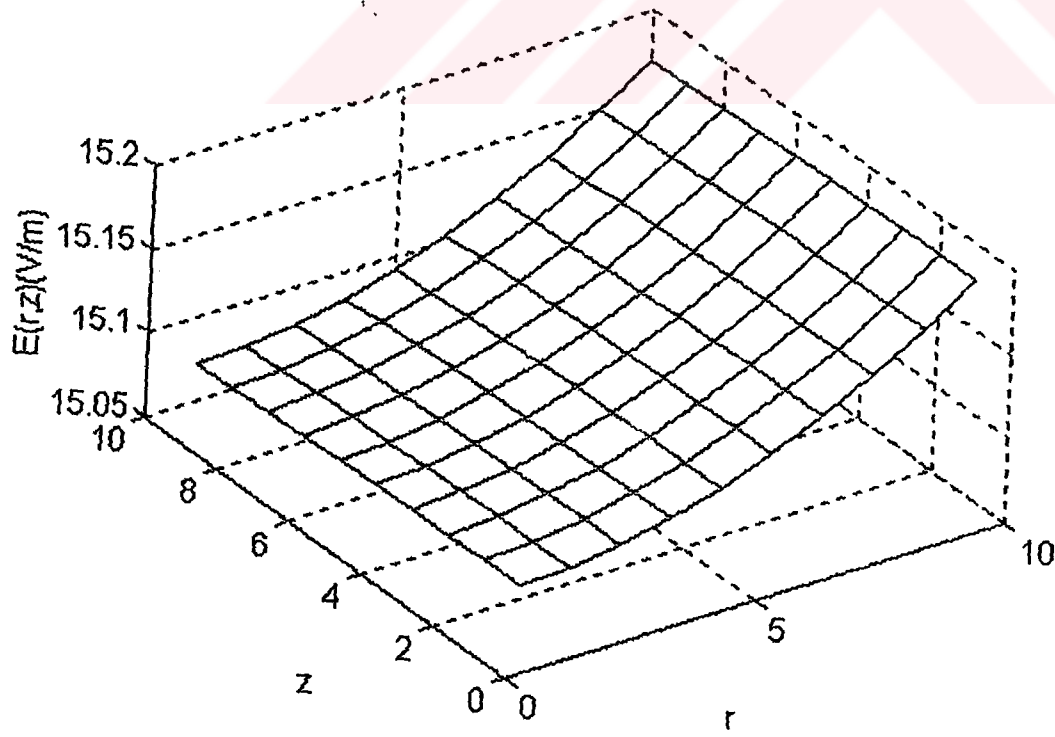
Şekil 2.7.2.1. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



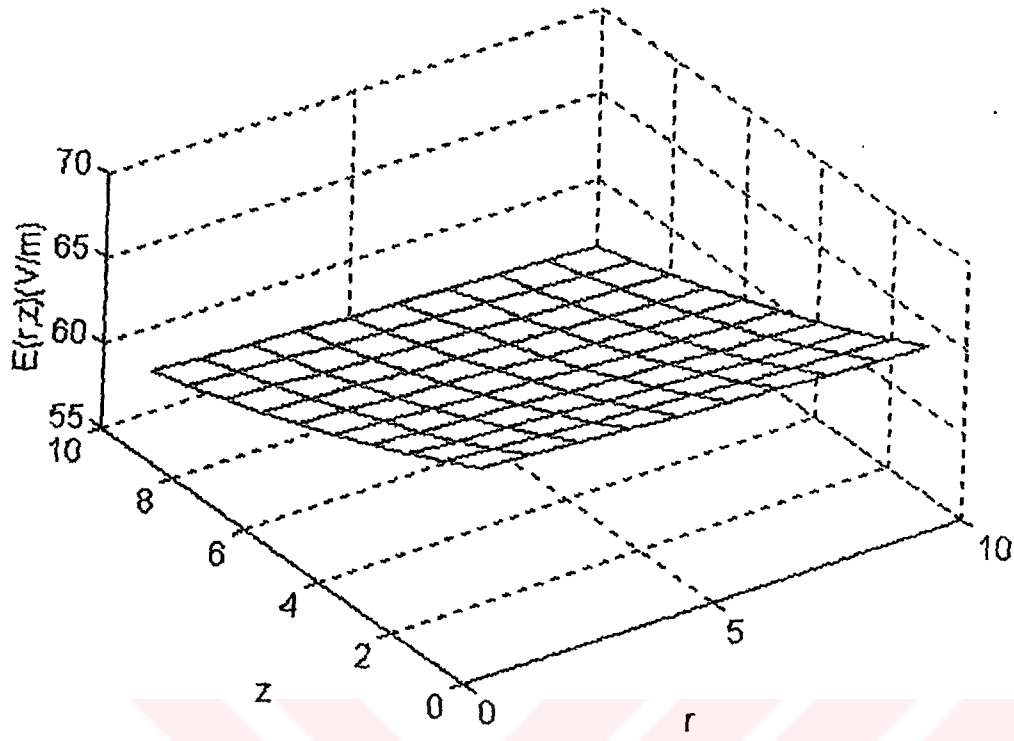
Şekil 2.7.2.2. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



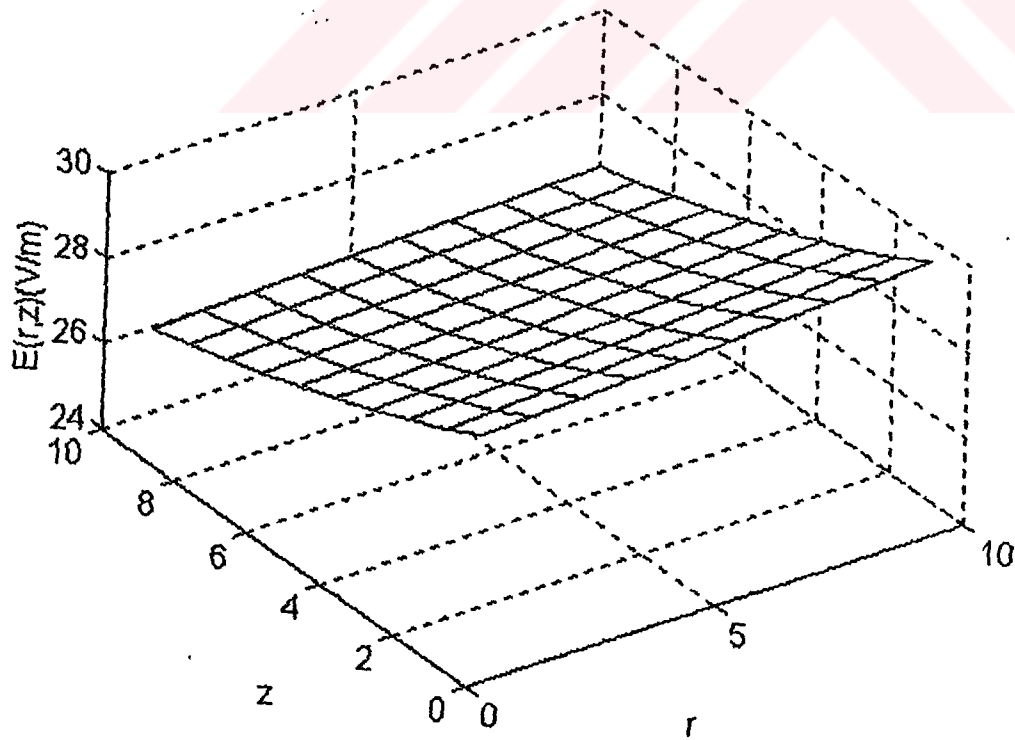
Şekil 2.7.2.3. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



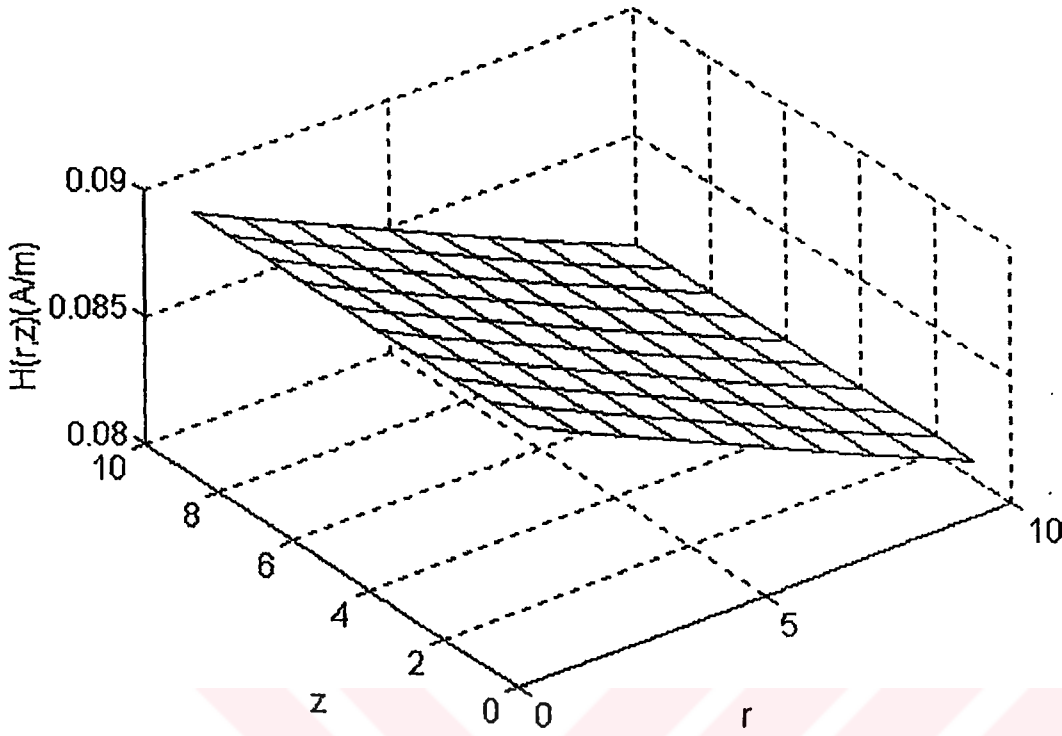
Şekil 2.7.2.4. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



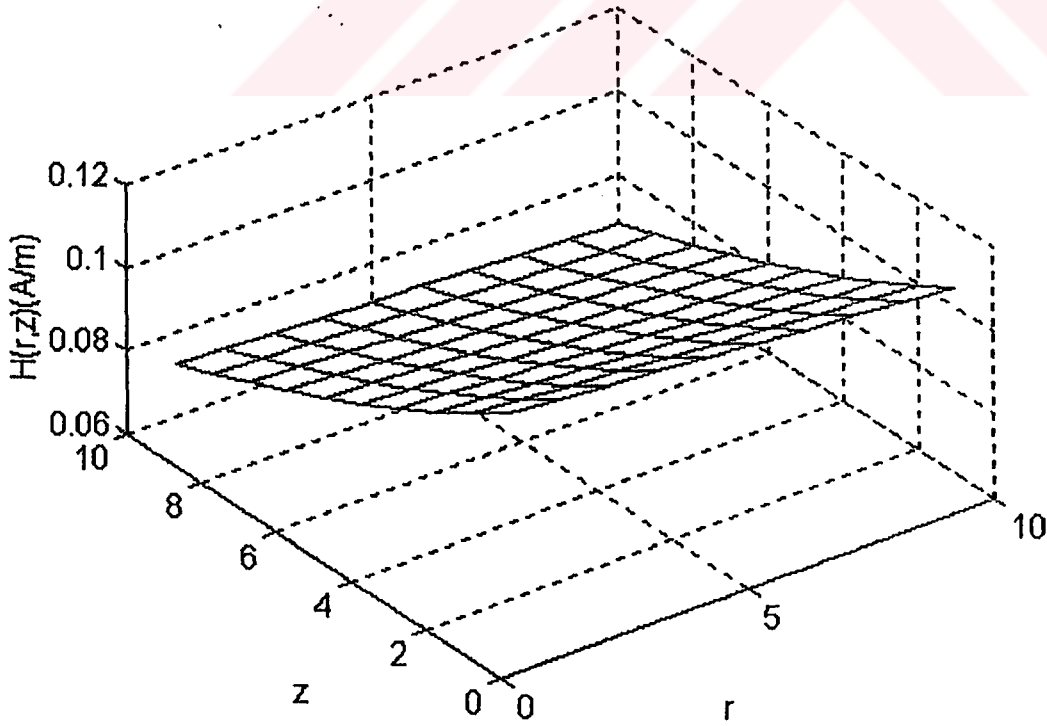
Şekil 2.7.2.5. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



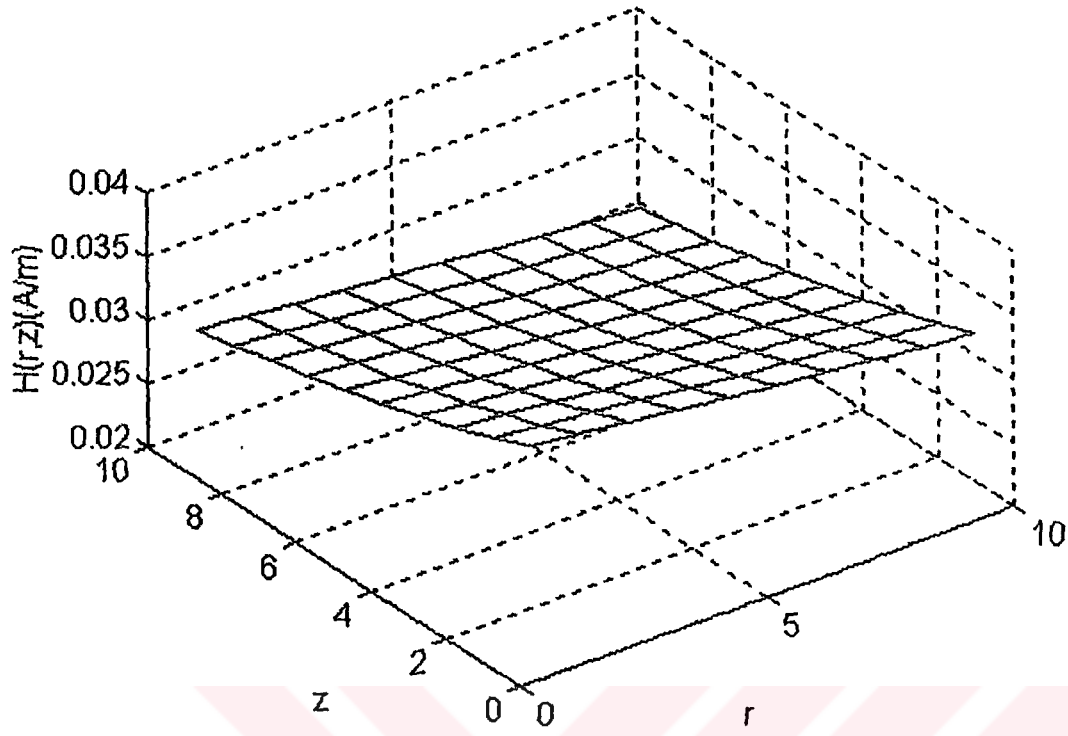
Şekil 2.7.2.6. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



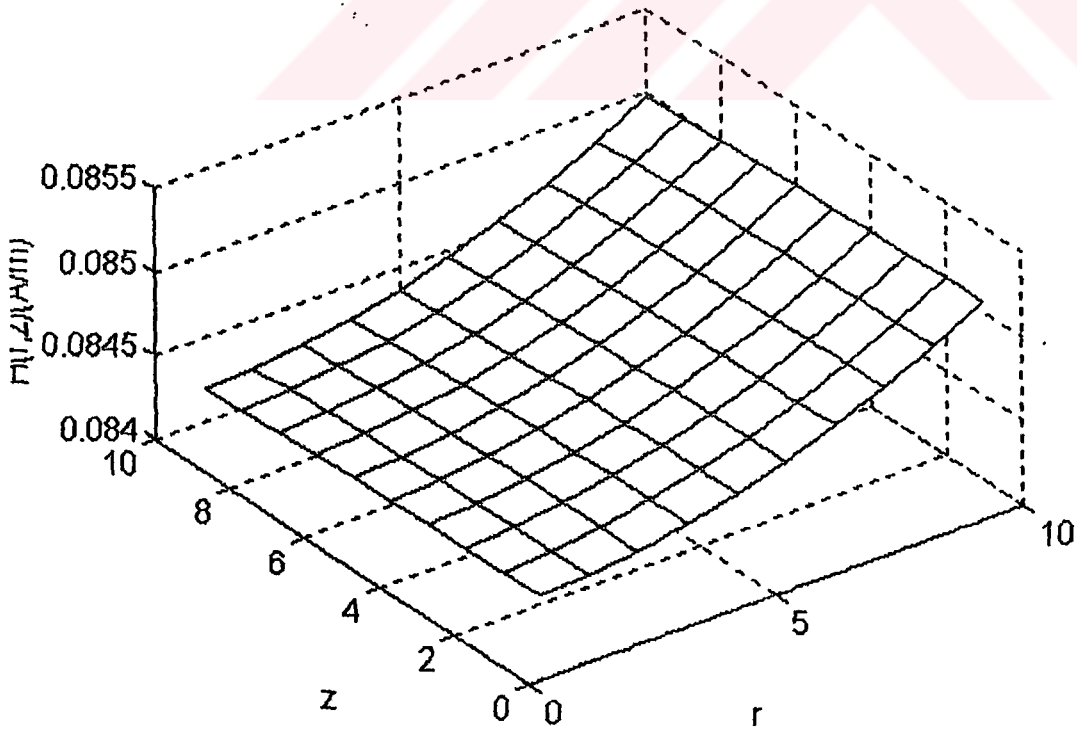
Şekil 2.7.2.7. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



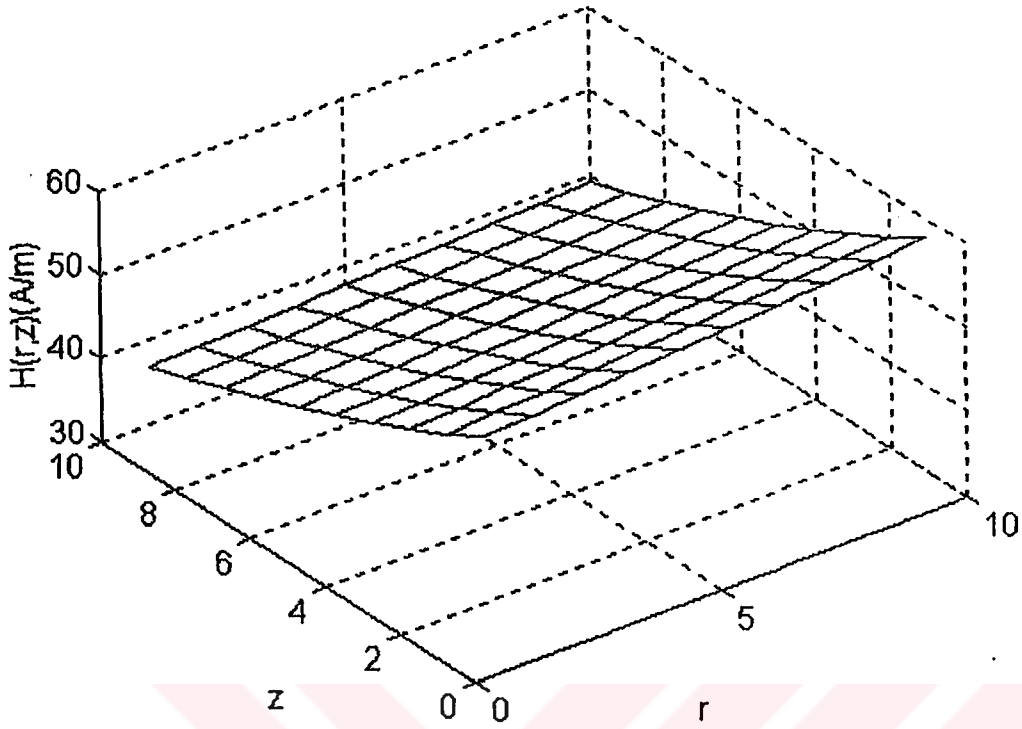
Şekil 2.7.2.8. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



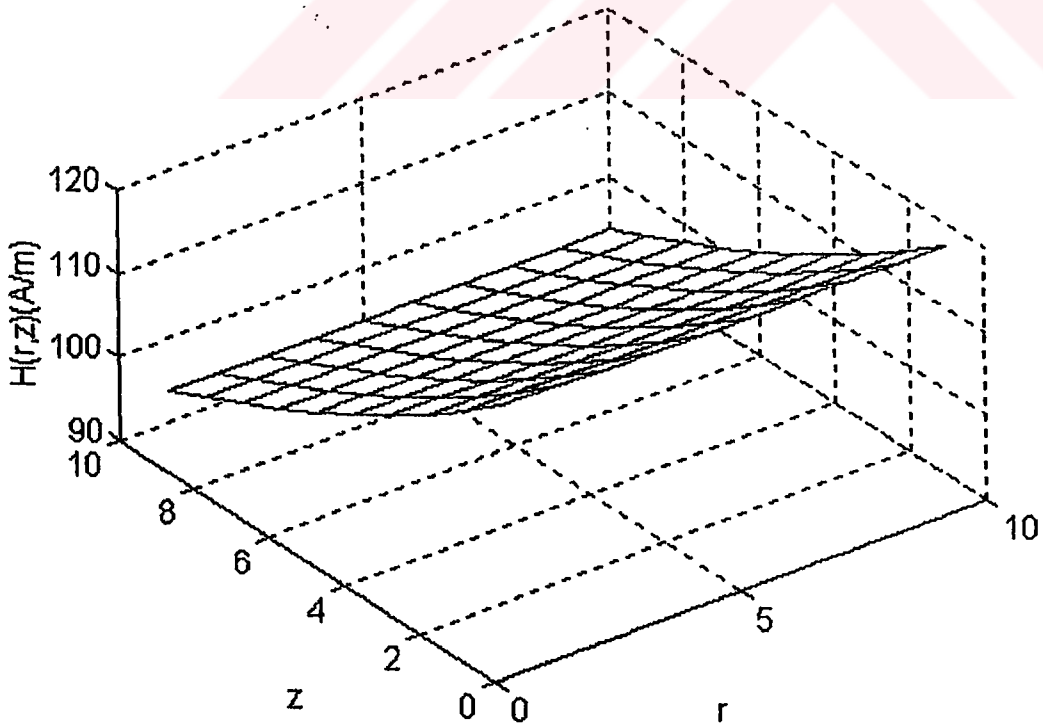
Şekil 2.7.2.9. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.2.10. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

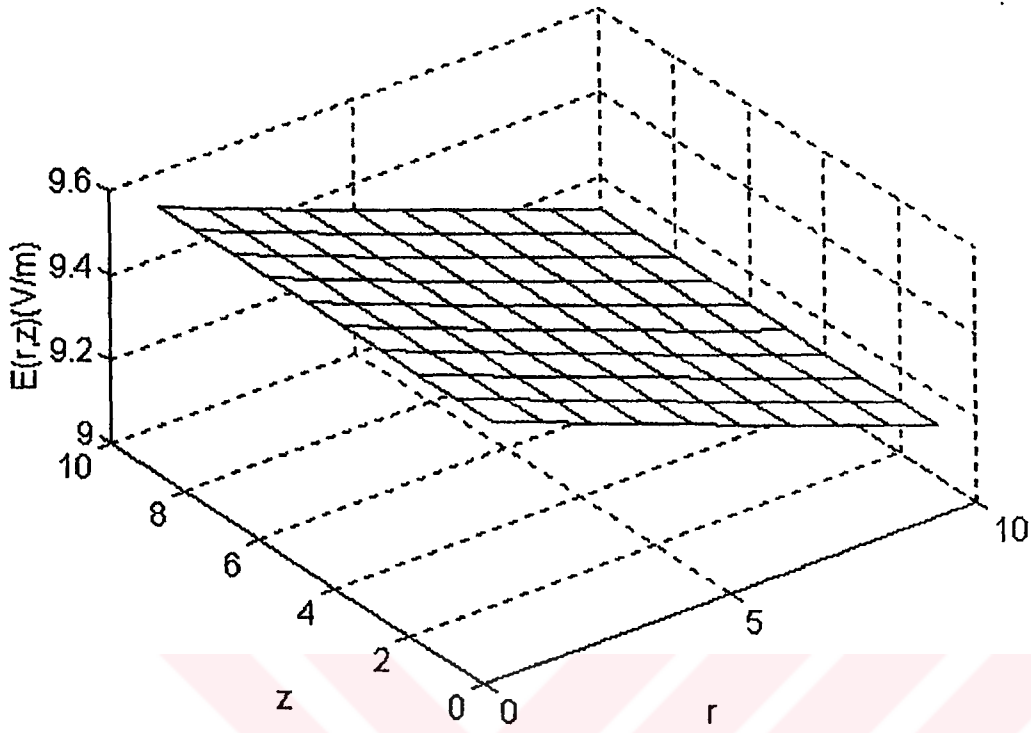


Şekil 2.7.2.11. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

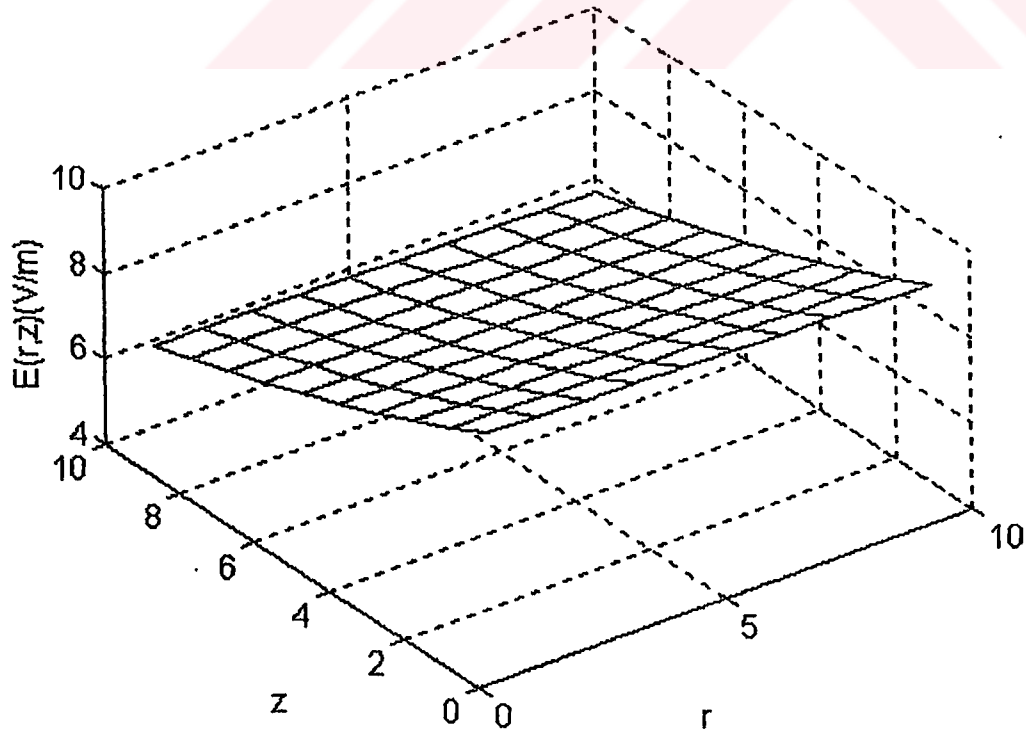


Şekil 2.7.2.12. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

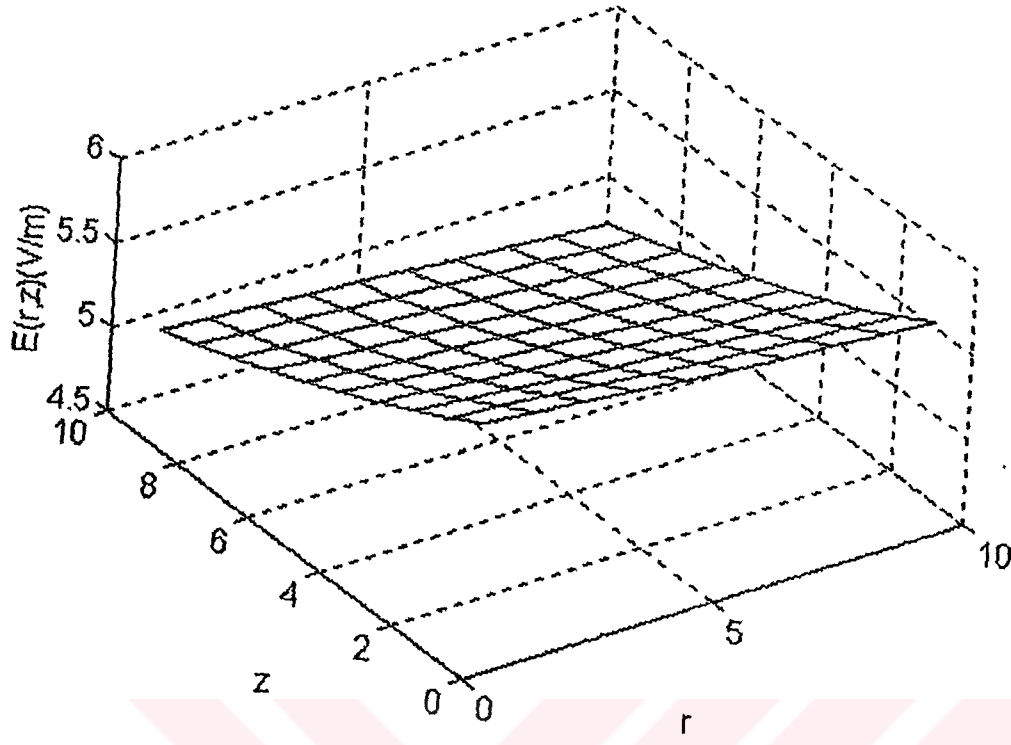
2.7.3. $f = 500 \text{ MHz}$



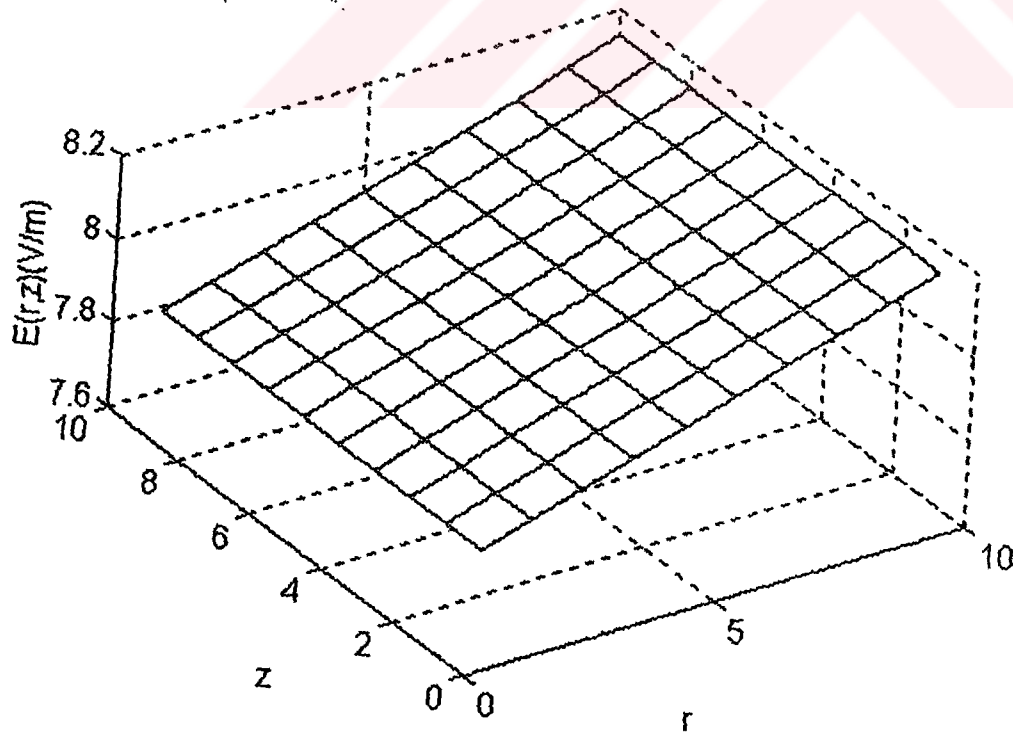
Şekil 2.7.3.1. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



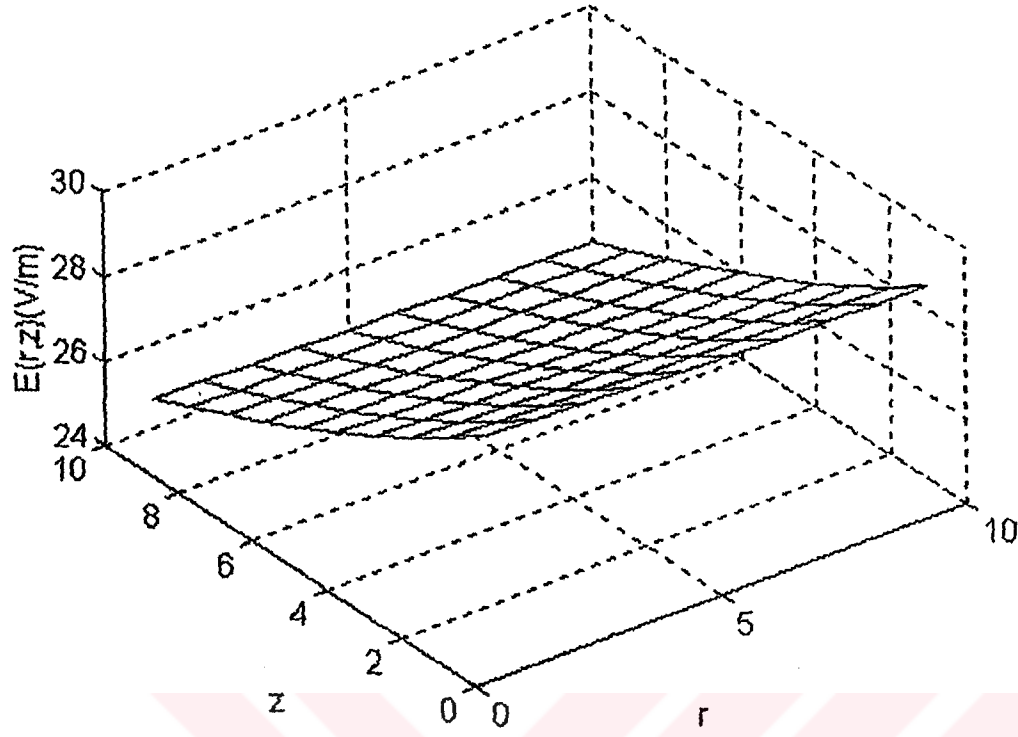
Şekil 2.7.3.2. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



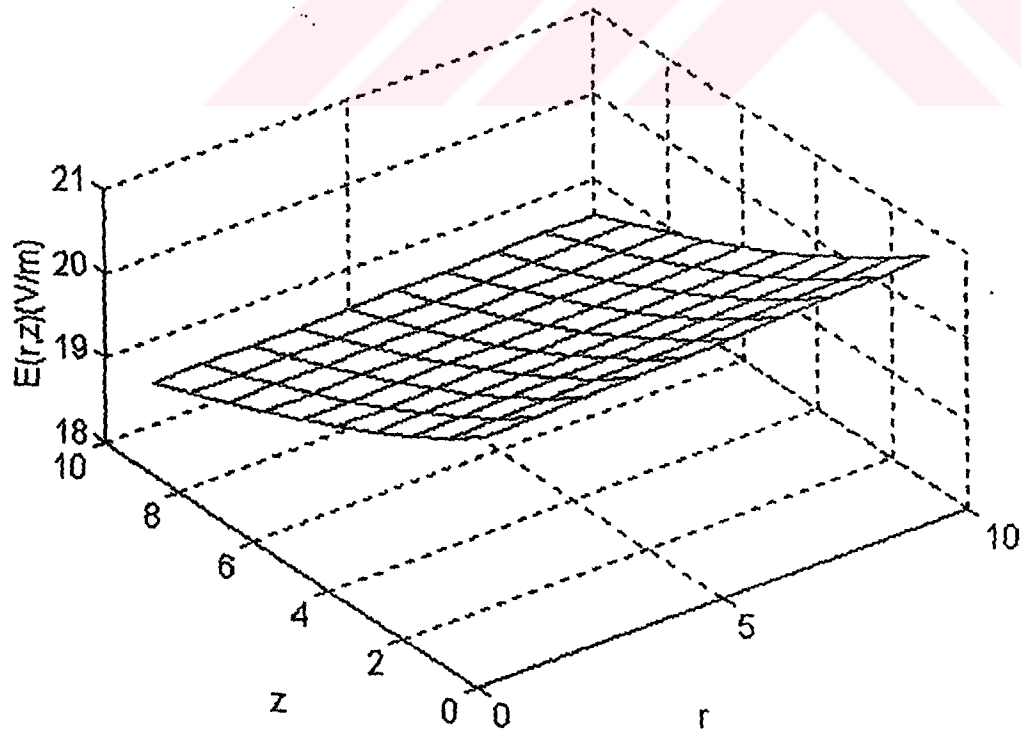
Şekil 2.7.3.3. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



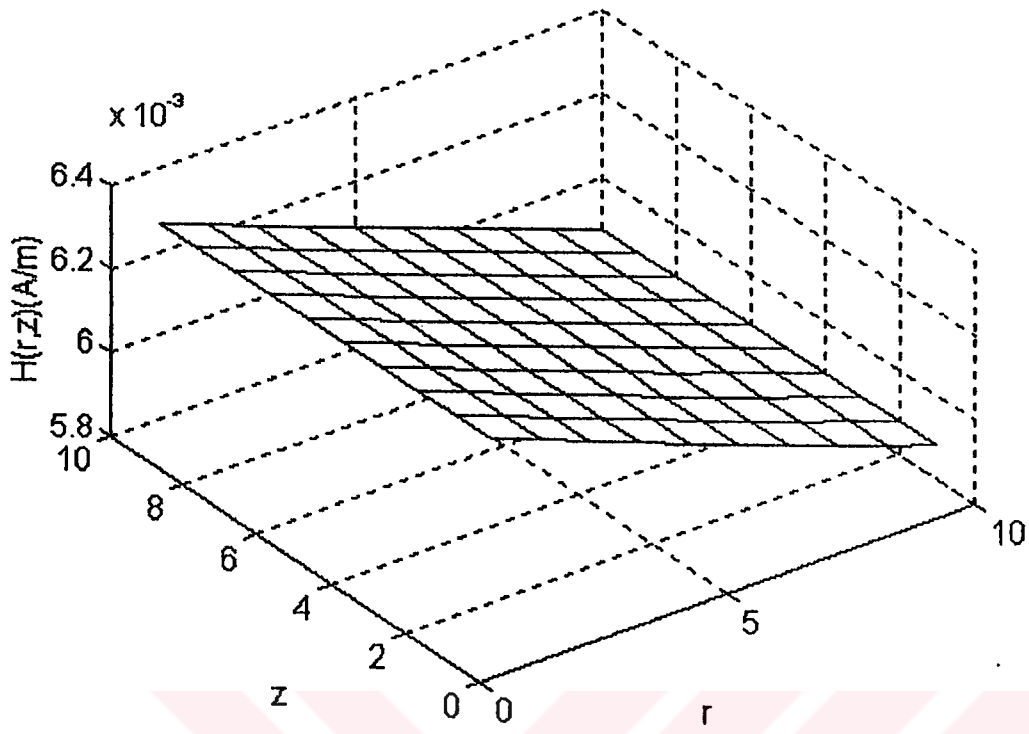
Şekil 2.7.3.4. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



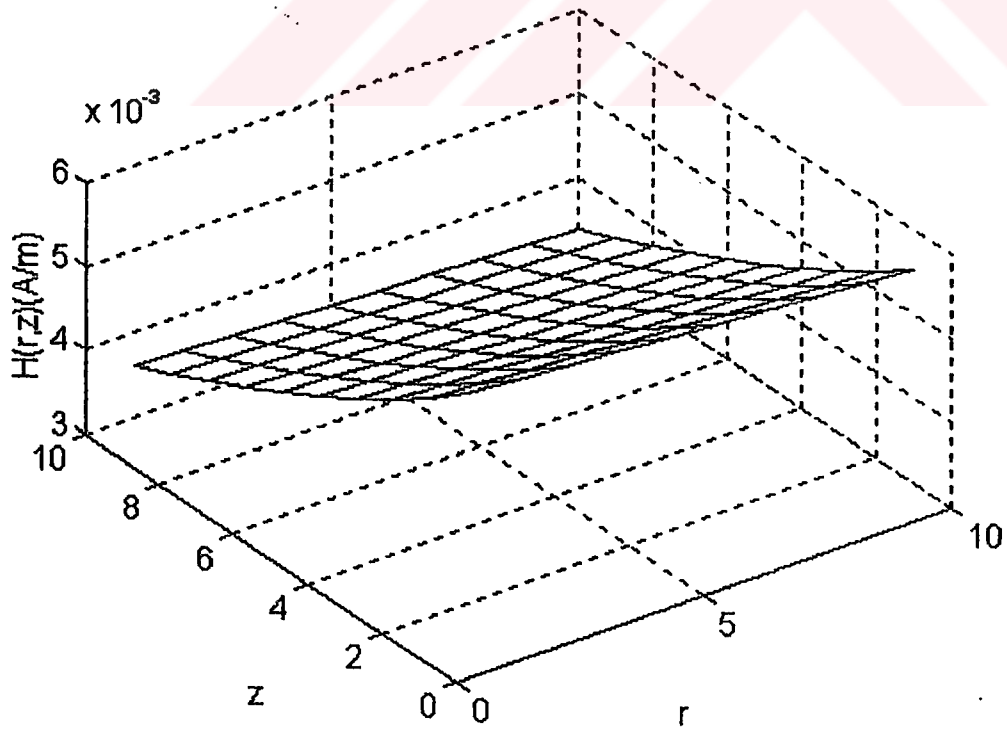
Şekil 2.7.3.5. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



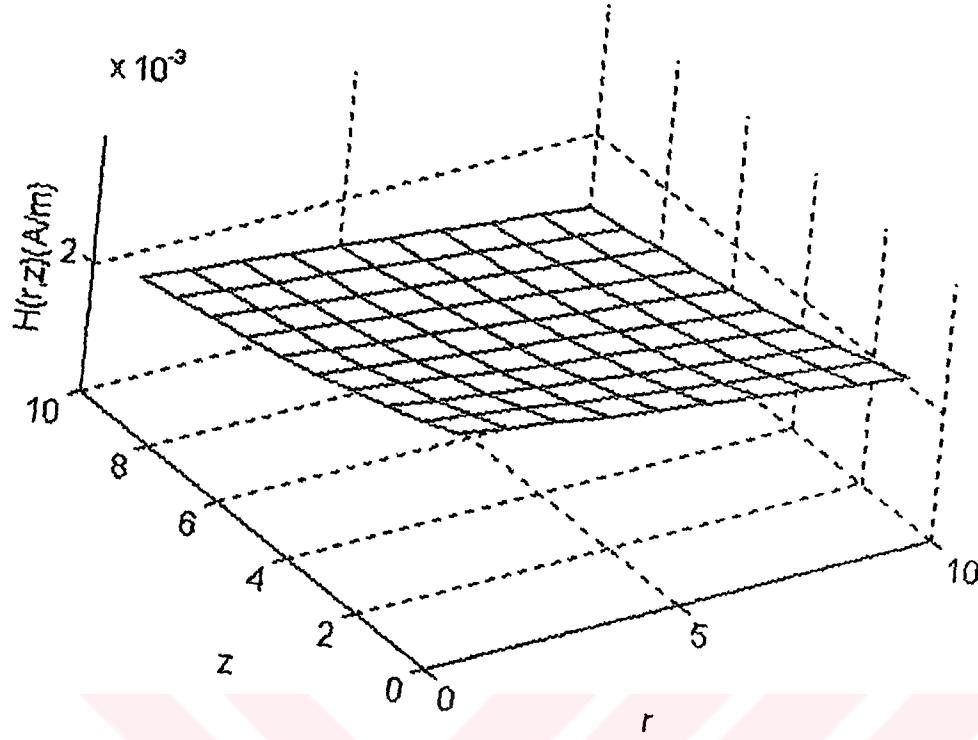
Şekil 2.7.3.6. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



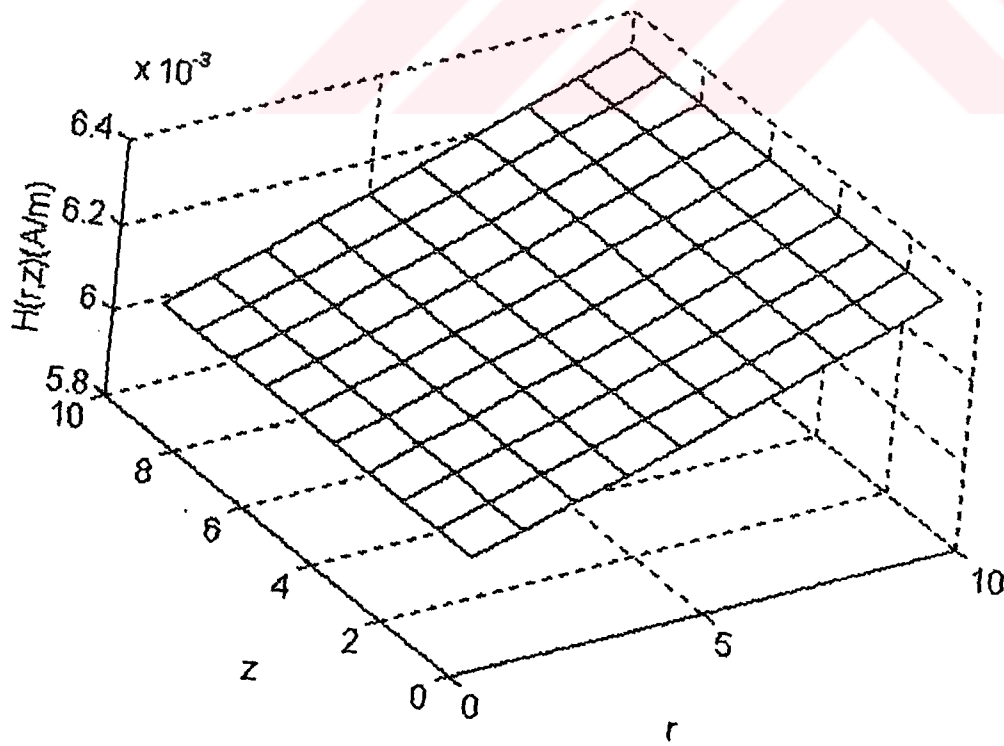
Şekil 2.7.3.7. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



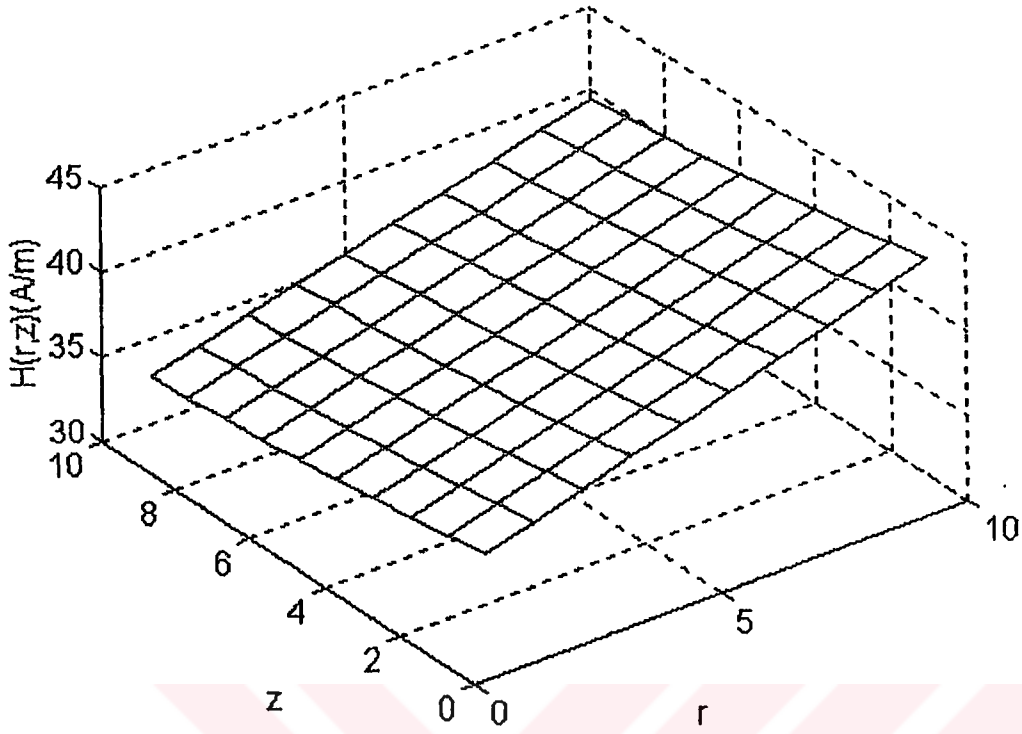
Şekil 2.7.3.8. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



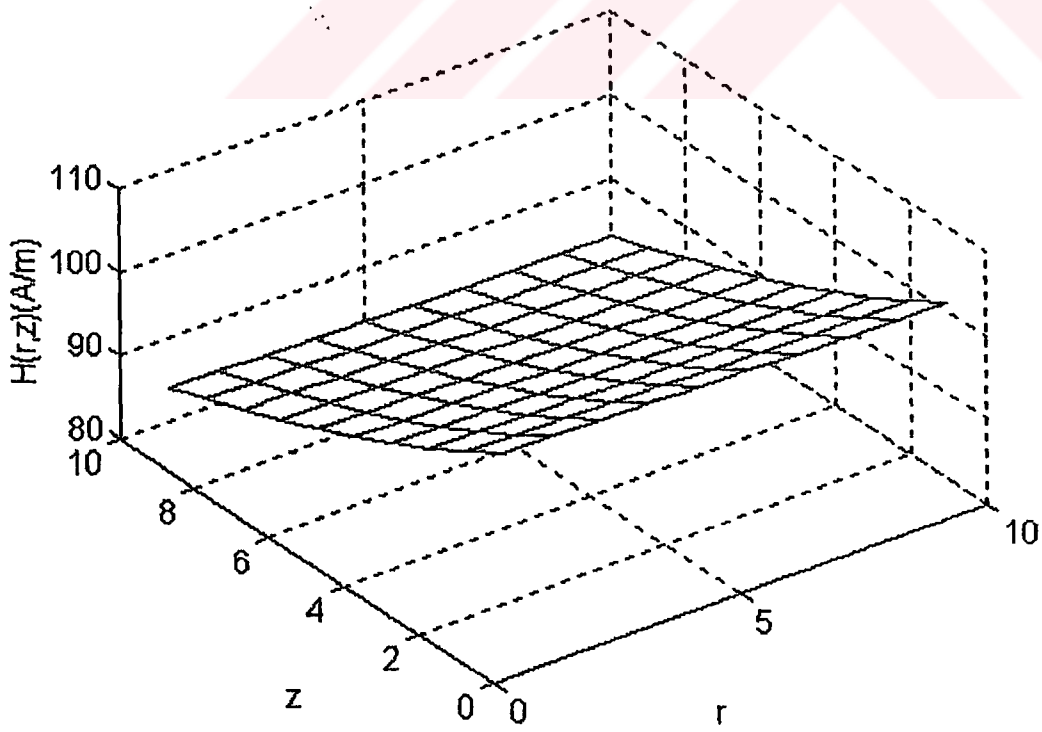
Şekil 2.7.3.9. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.3.10. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

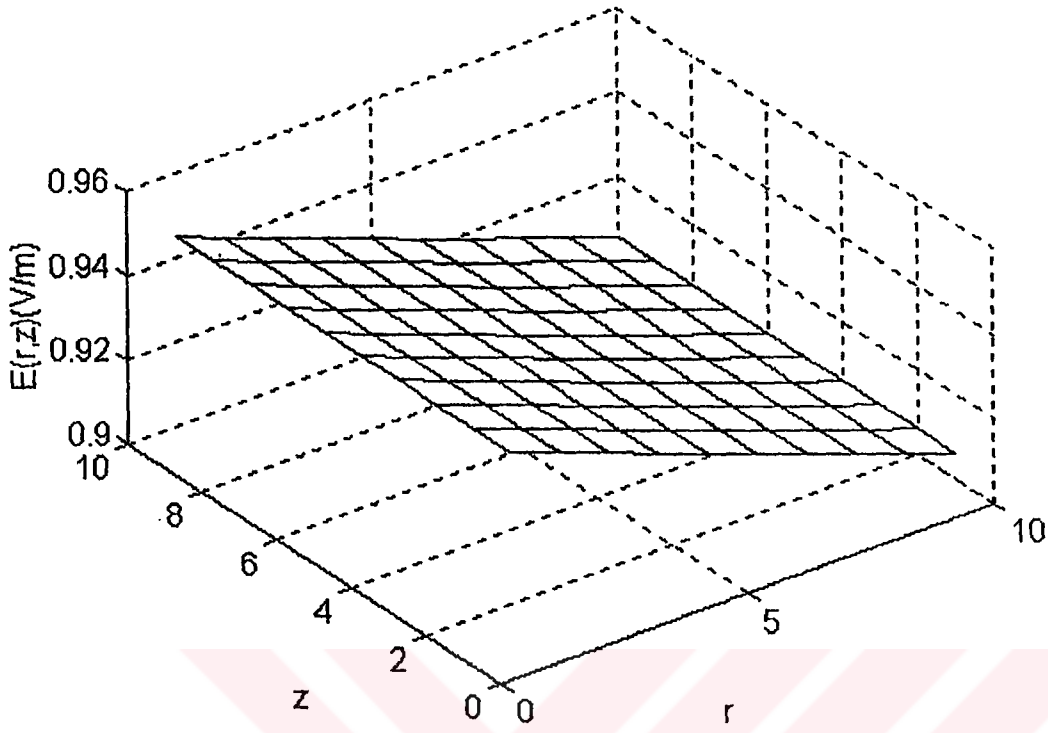


Şekil 2.7.3.11. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

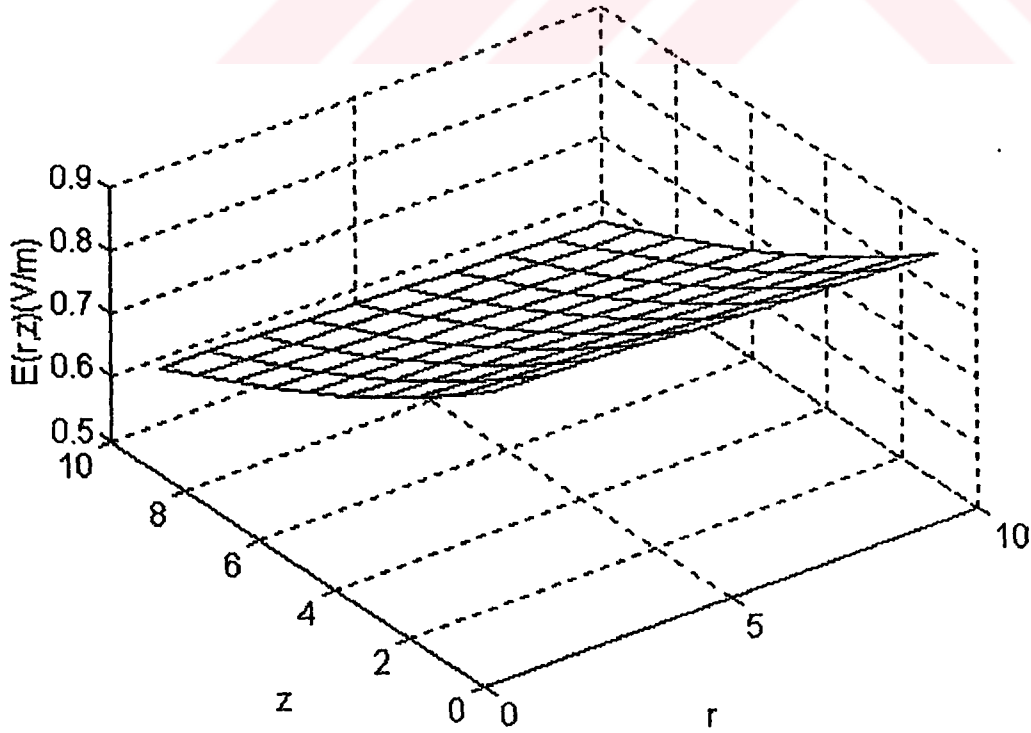


Şekil 2.7.3.12. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan

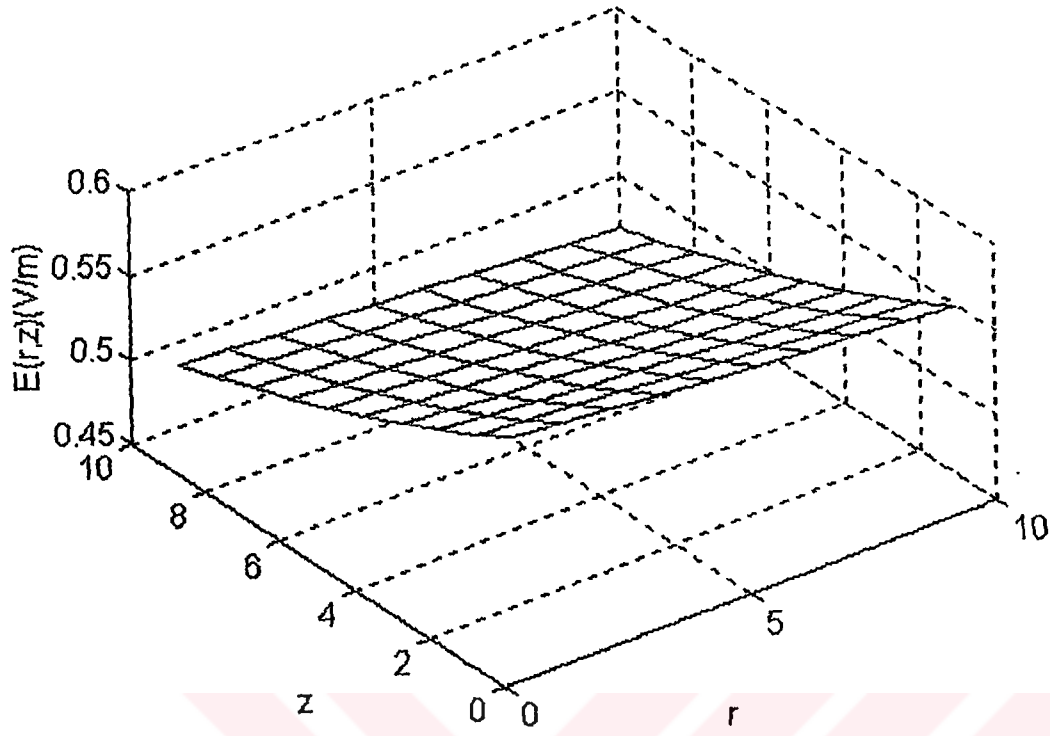
2.7.4. $f = 50 \text{ MHz}$



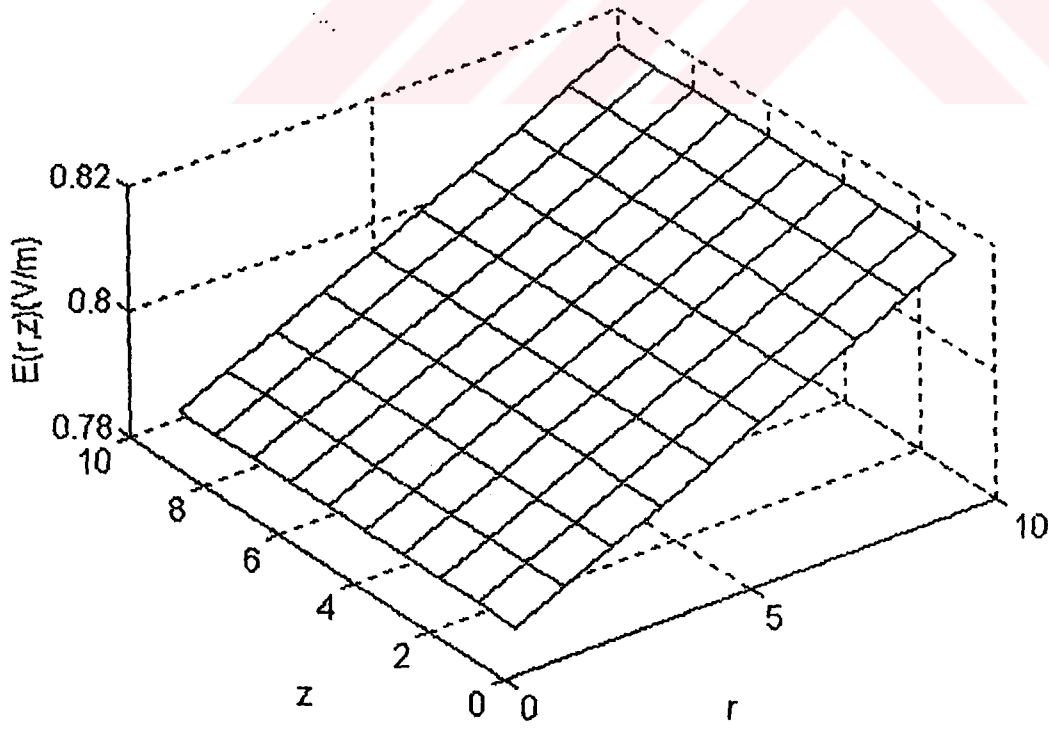
Şekil 2.7.4.1. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



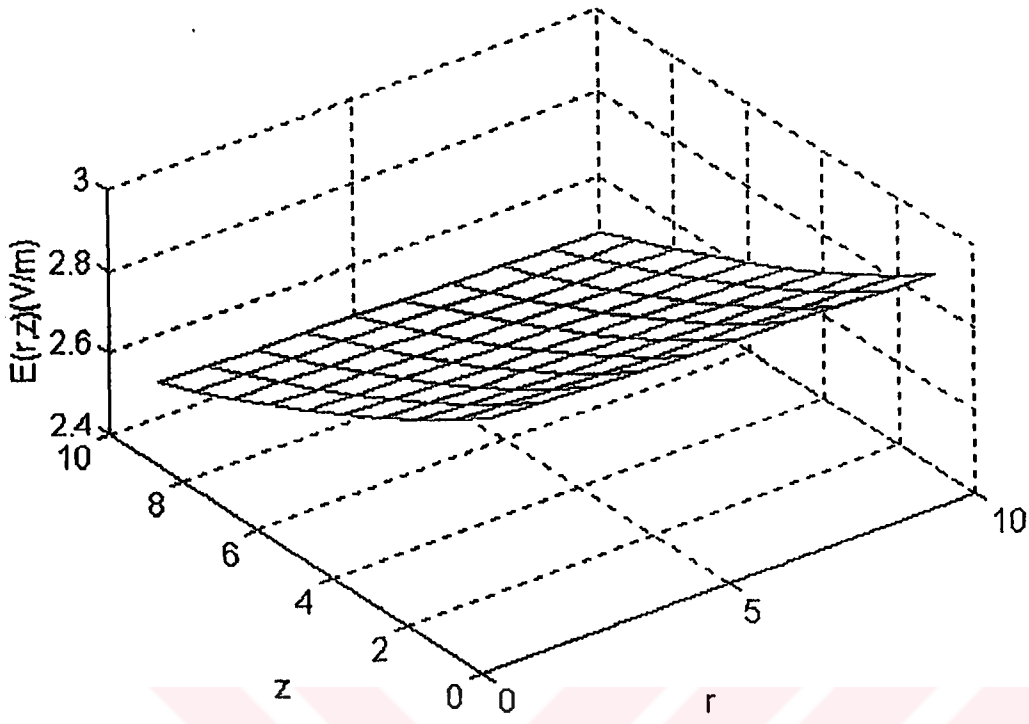
Şekil 2.7.4.2. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



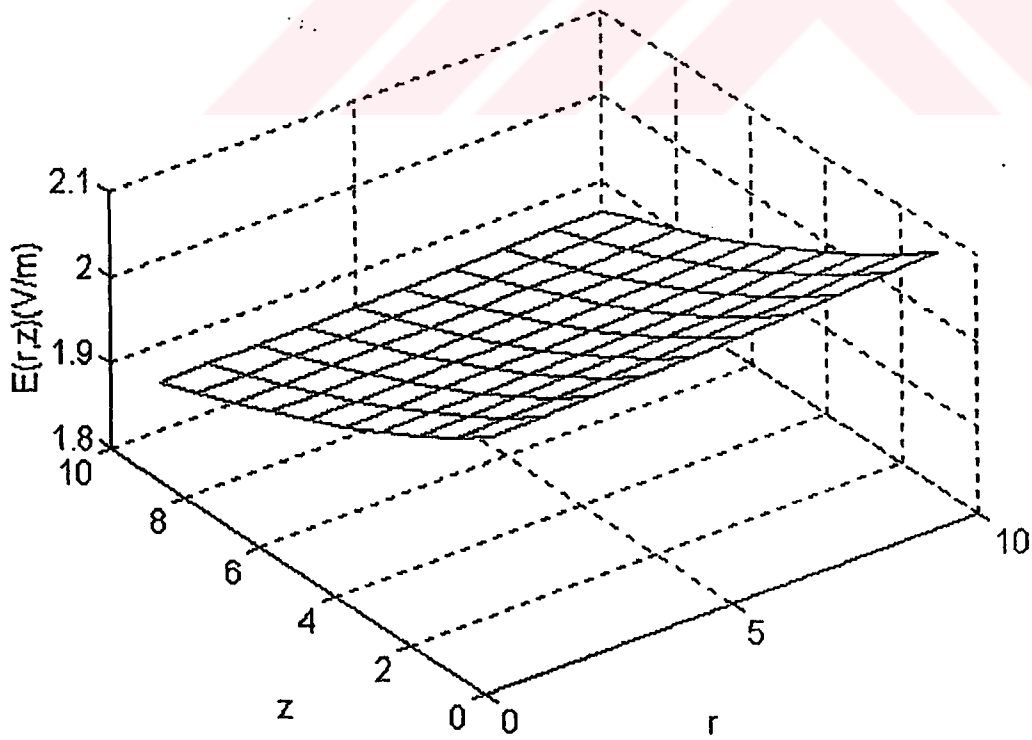
Şekil 2.7.4.3. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



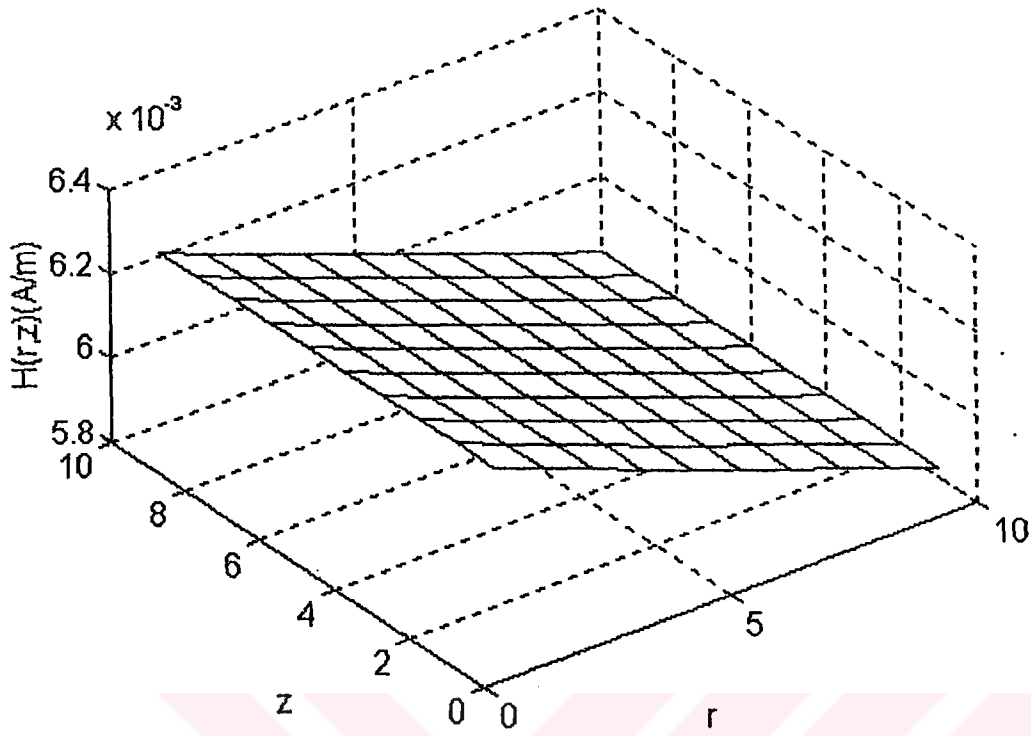
Şekil 2.7.4.4. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



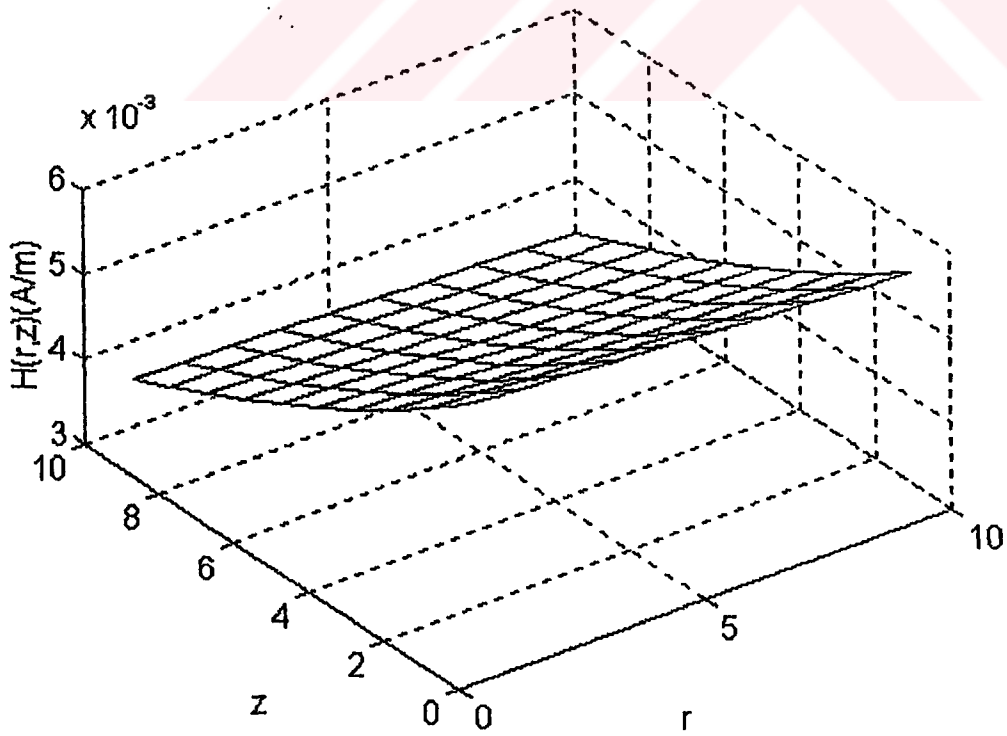
Şekil 2.7.4.5. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



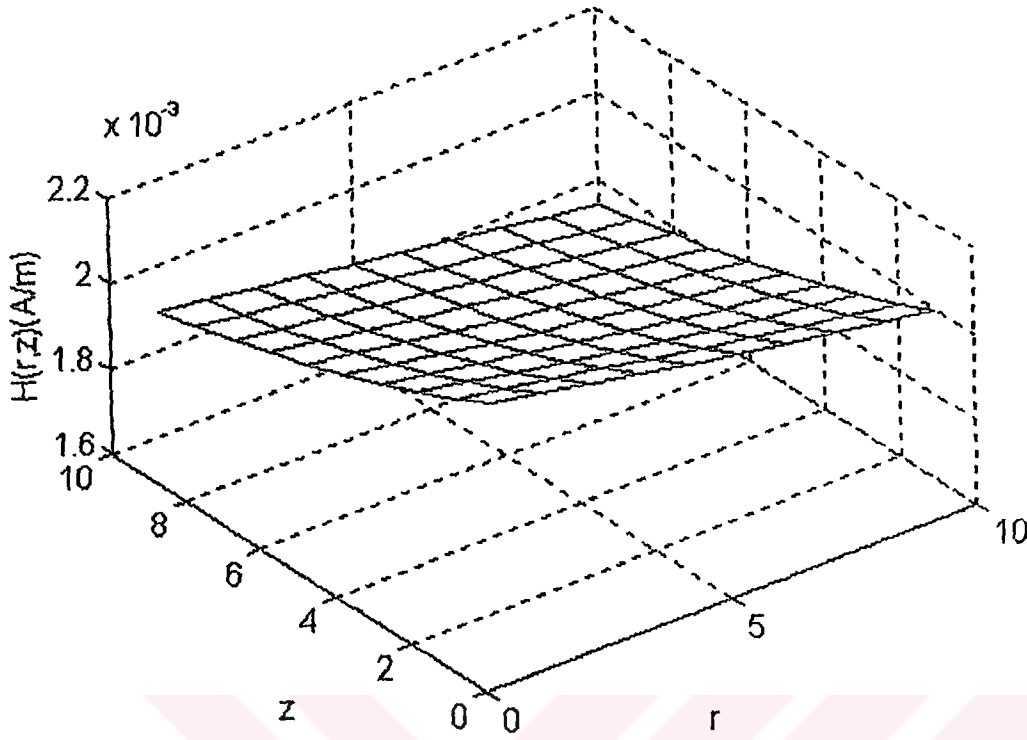
Şekil 2.7.4.6. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



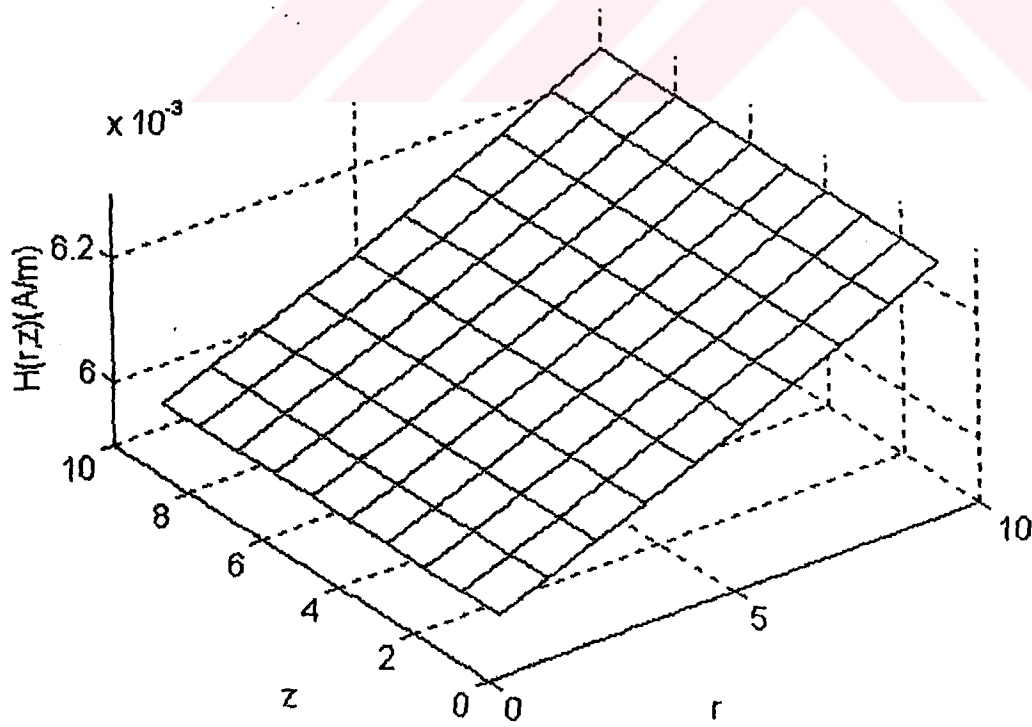
Şekil 2.7.4.7. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



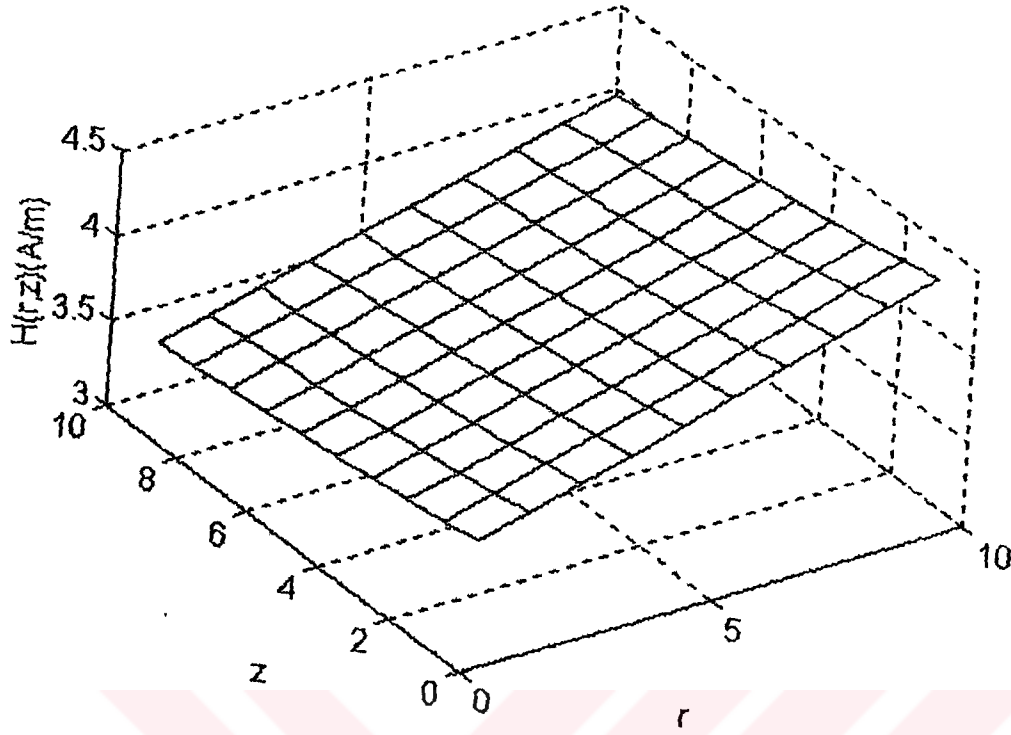
Şekil 2.7.4.8. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



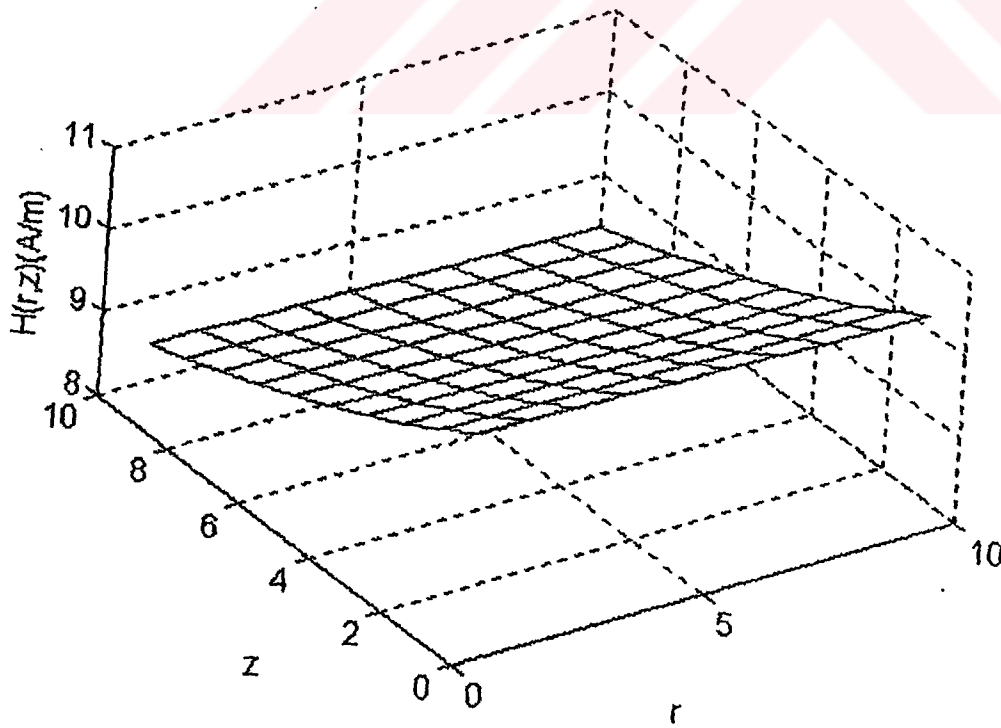
Şekil 2.7.4.9. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.4.10. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

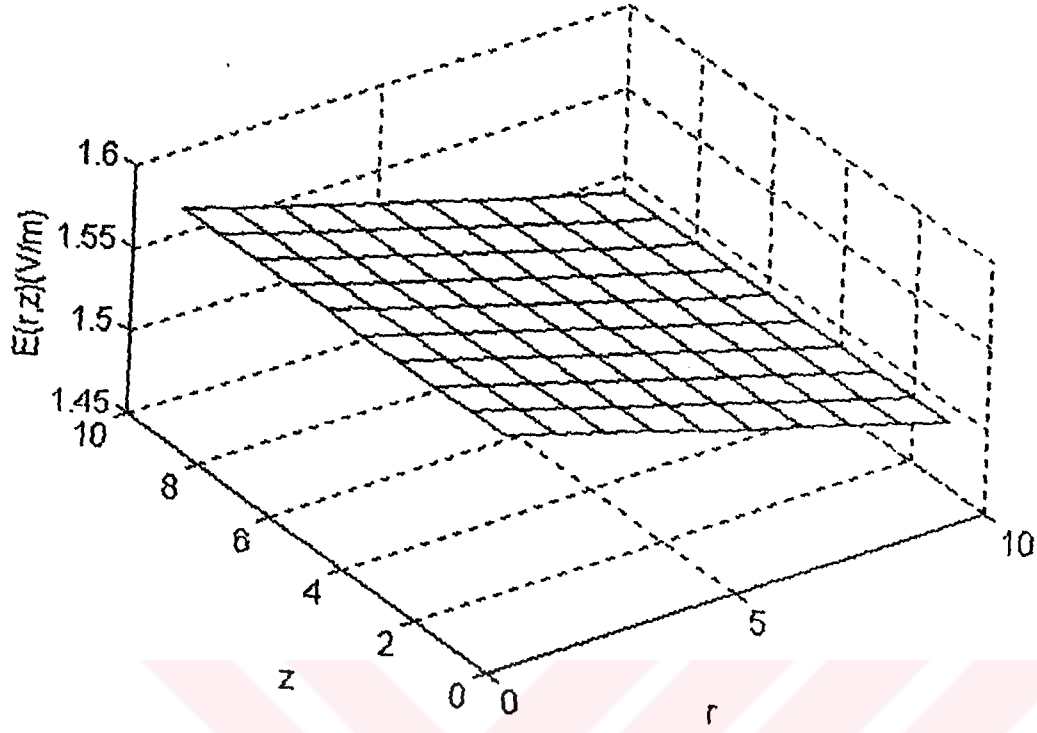


Şekil 2.7.4.11. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

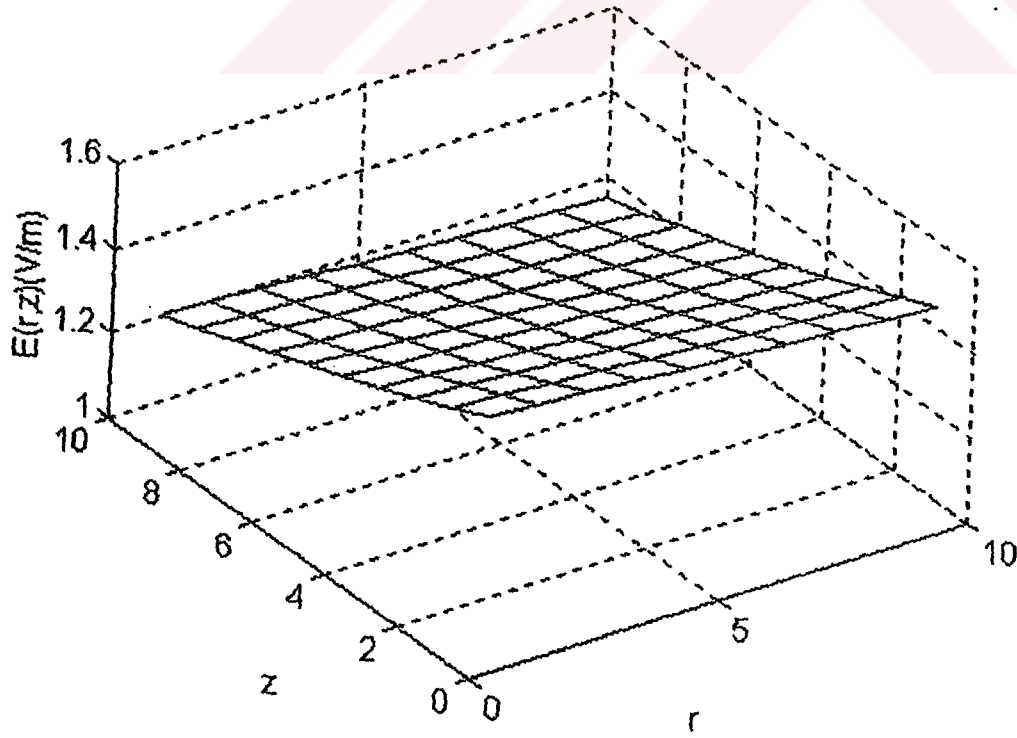


Şekil 2.7.4.12. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan

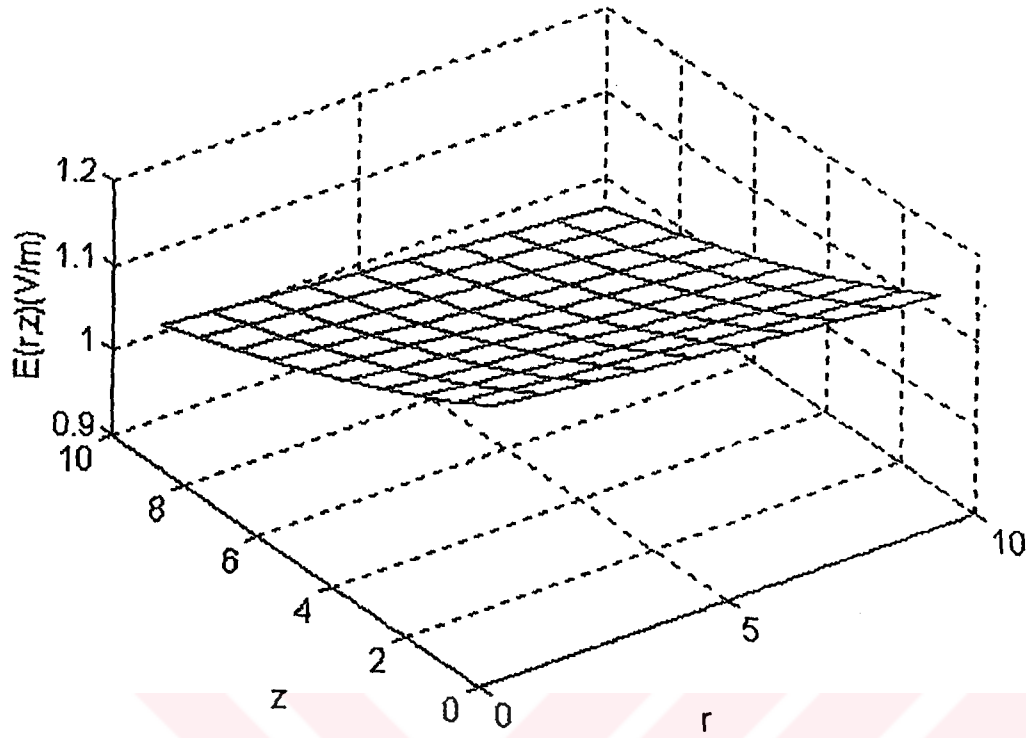
2.7.5. $b = 0.015 \text{ m}$



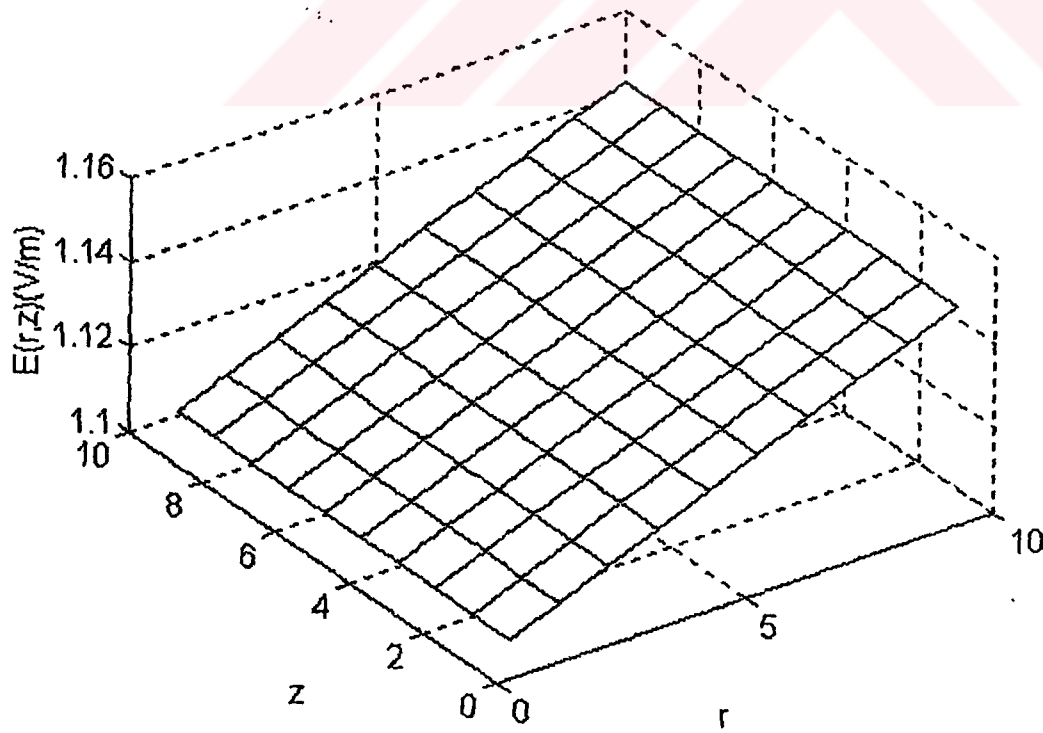
Şekil 2.7.5.1. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



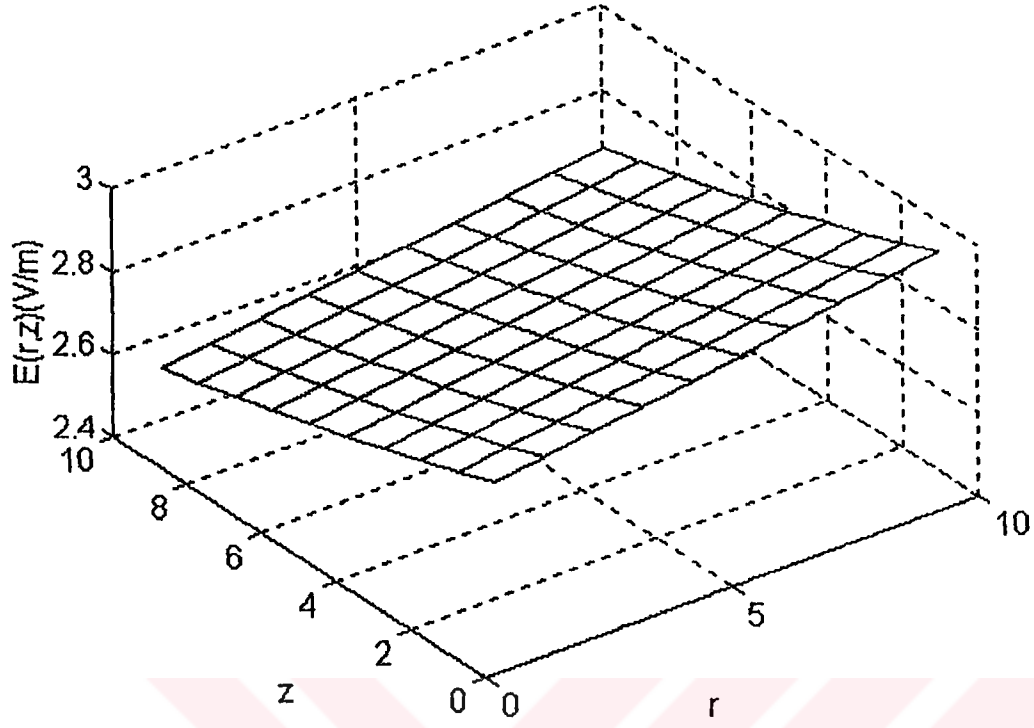
Şekil 2.7.5.2. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



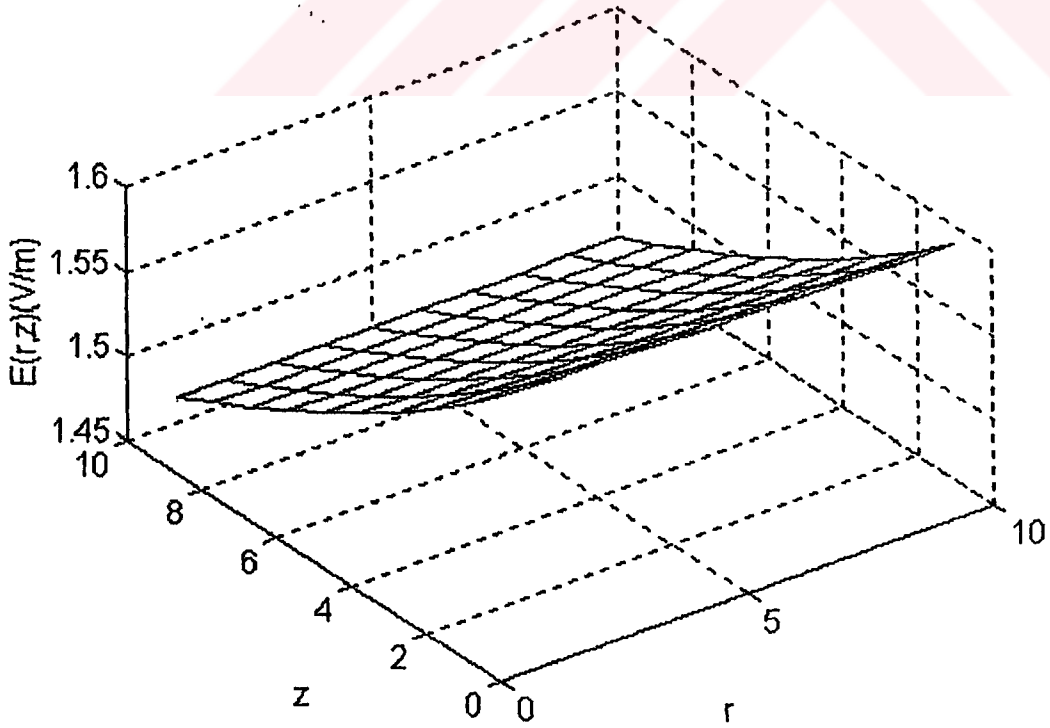
Şekil 2.7.5.3. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



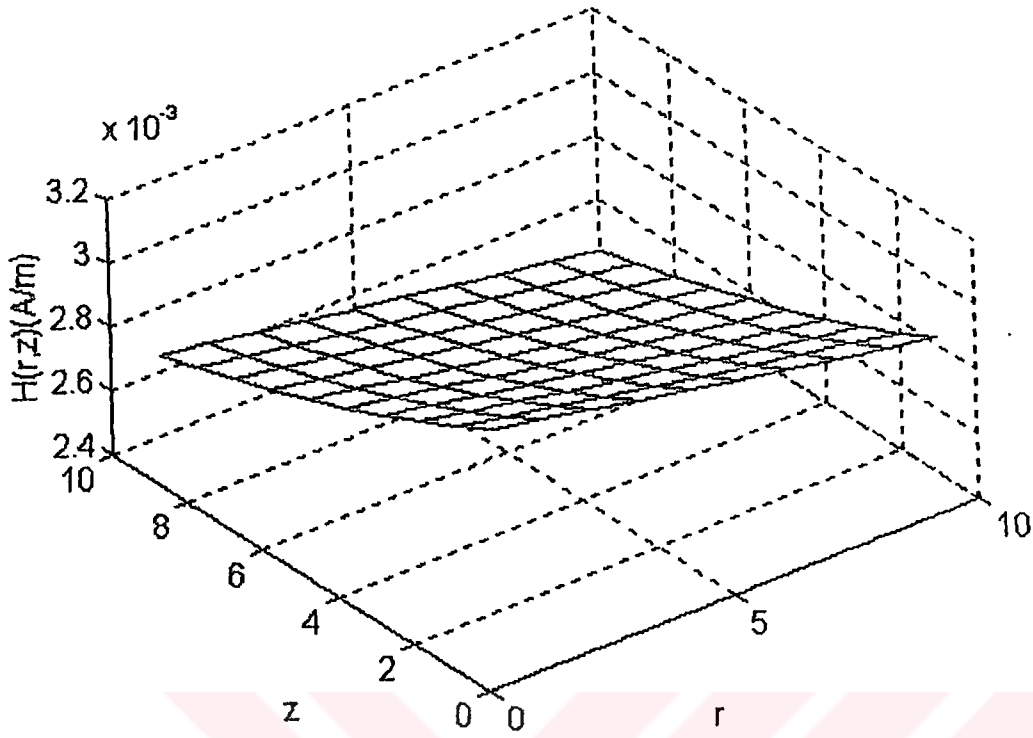
Şekil 2.7.5.4. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



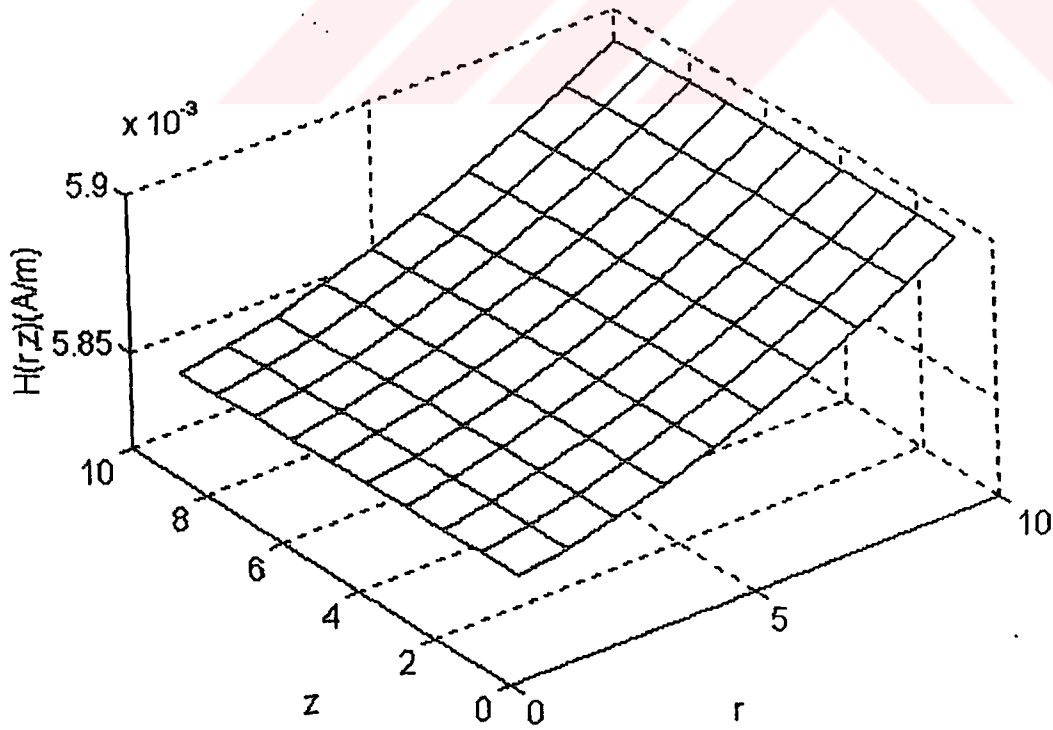
Şekil 2.7.5.5. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



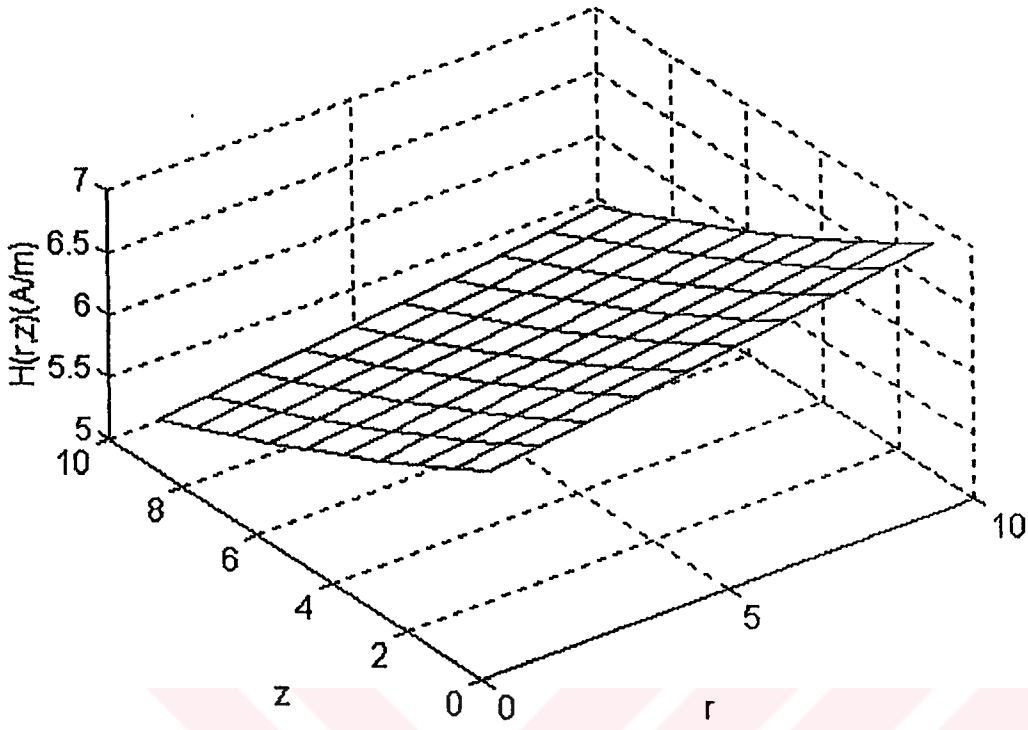
Şekil 2.7.5.6. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



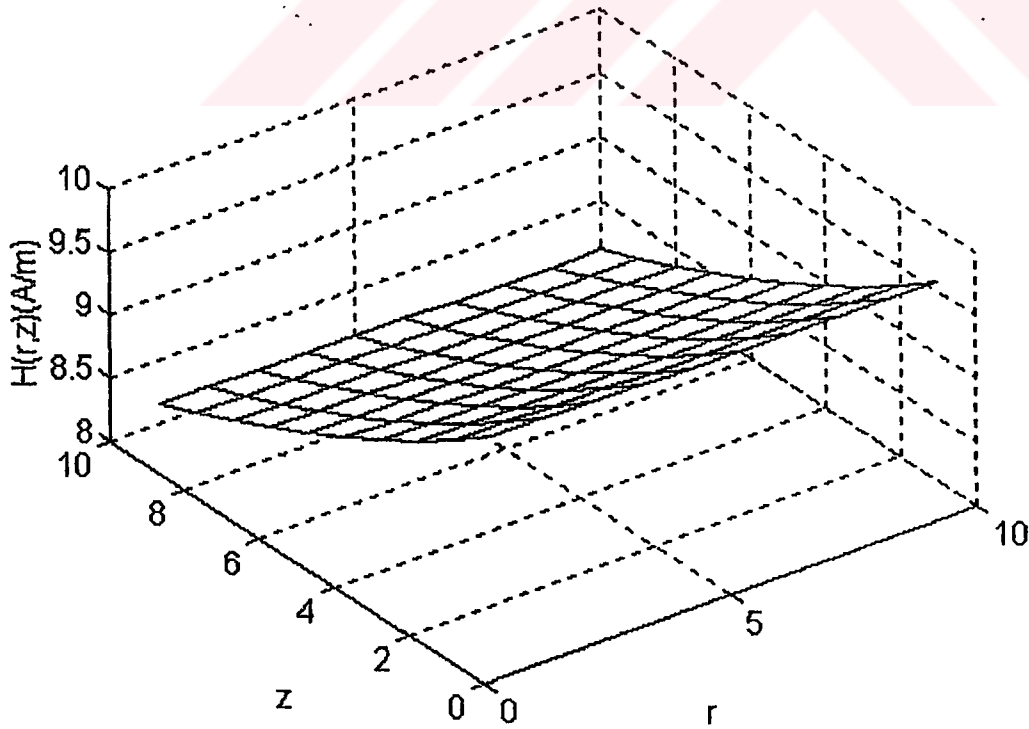
Şekil 2.7.5.9. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.5.10. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

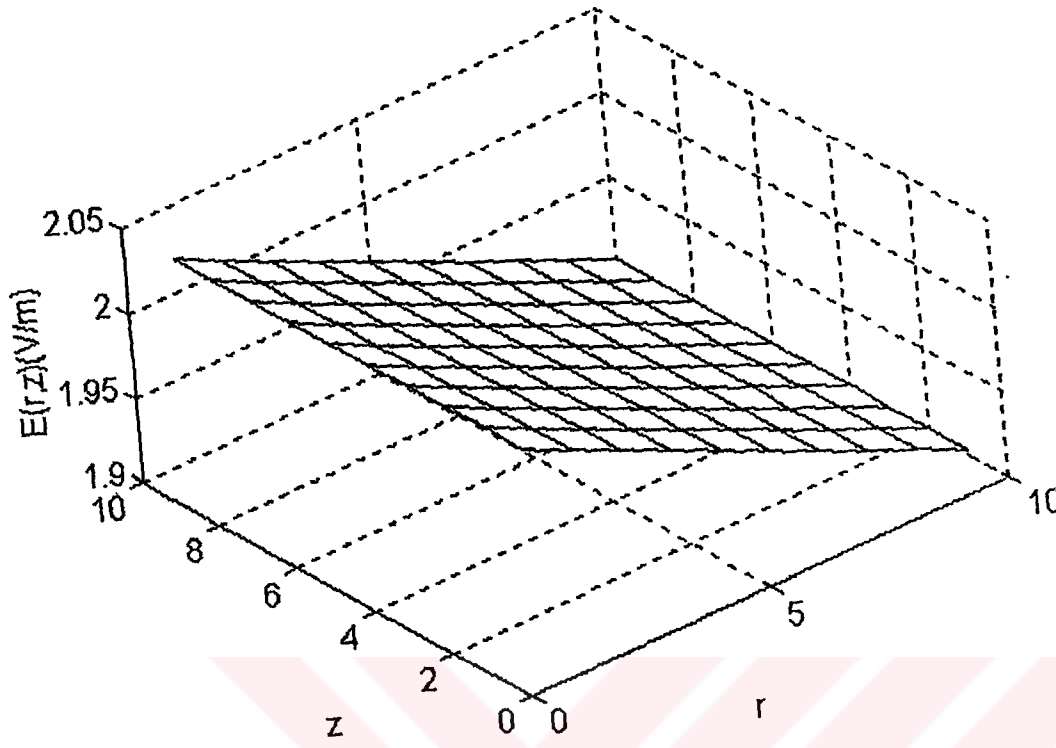


Şekil 2.7.5.11. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

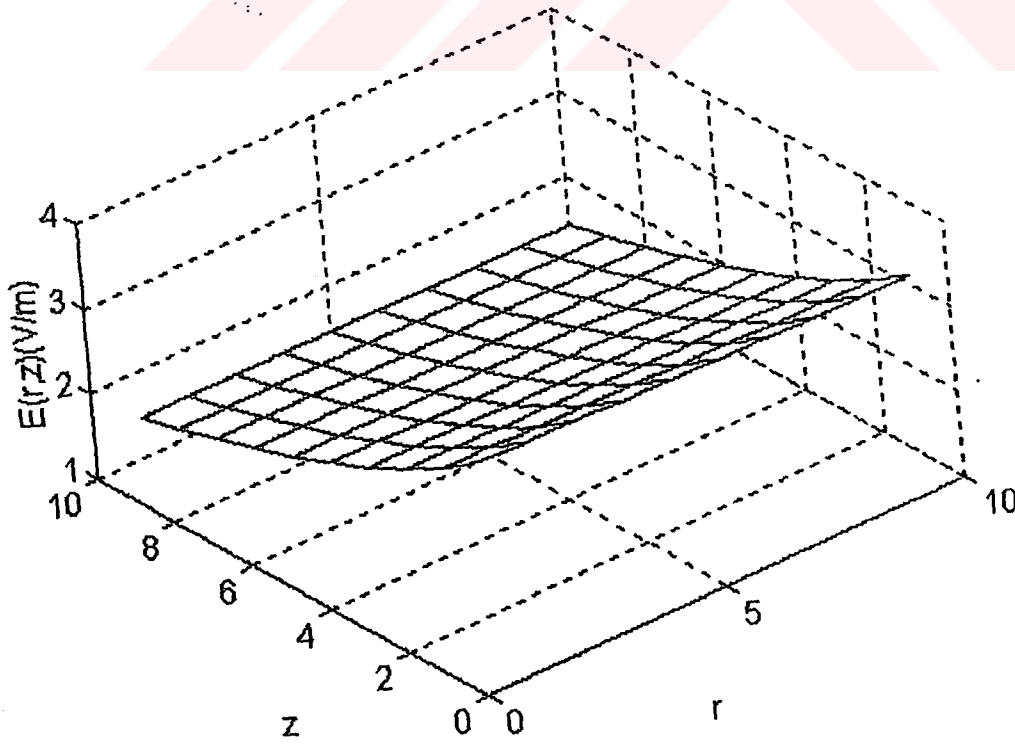


Şekil 2.7.5.12. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan

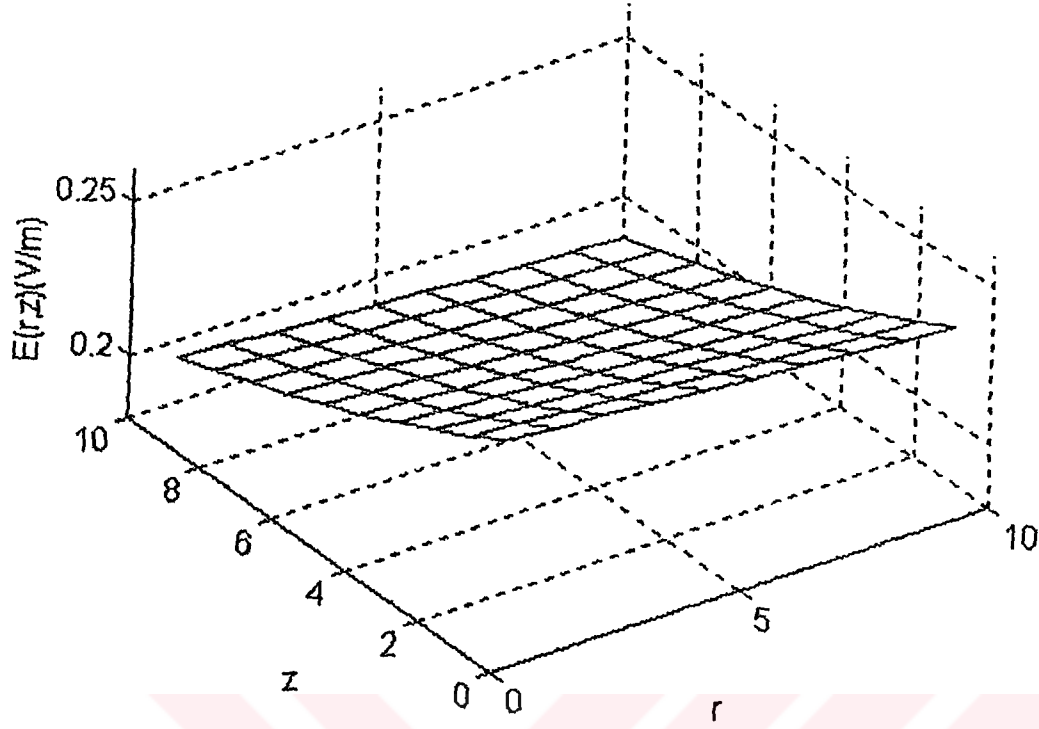
2.7.6. $b = 0.04 \text{ m}$



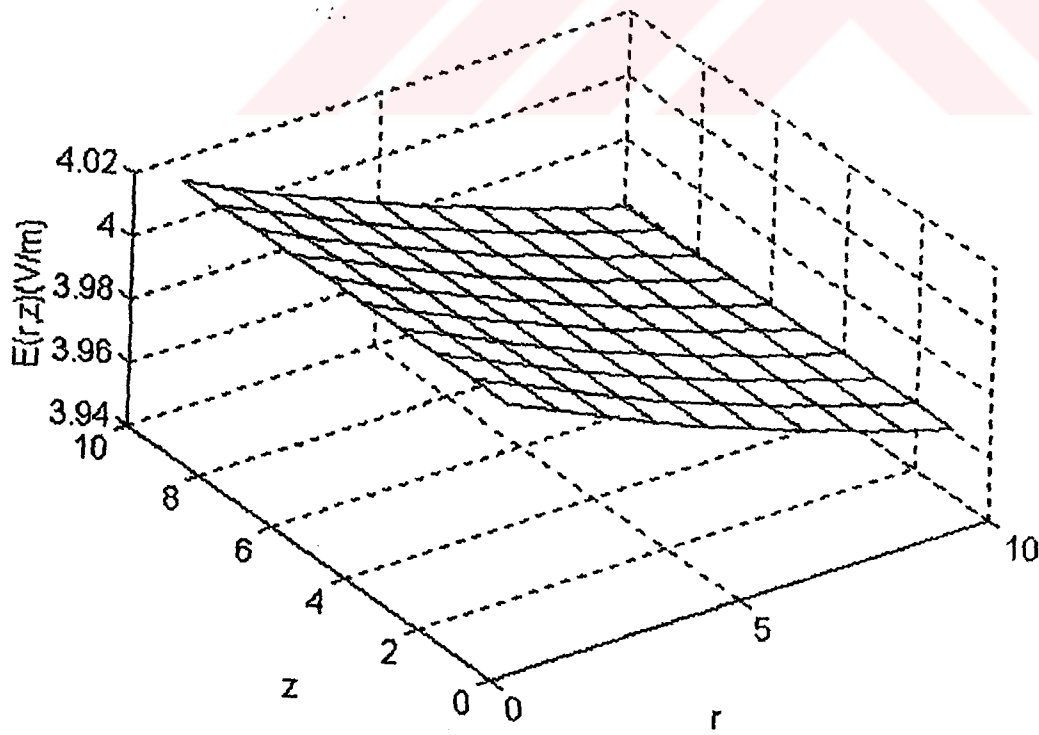
Şekil 2.7.6.1. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



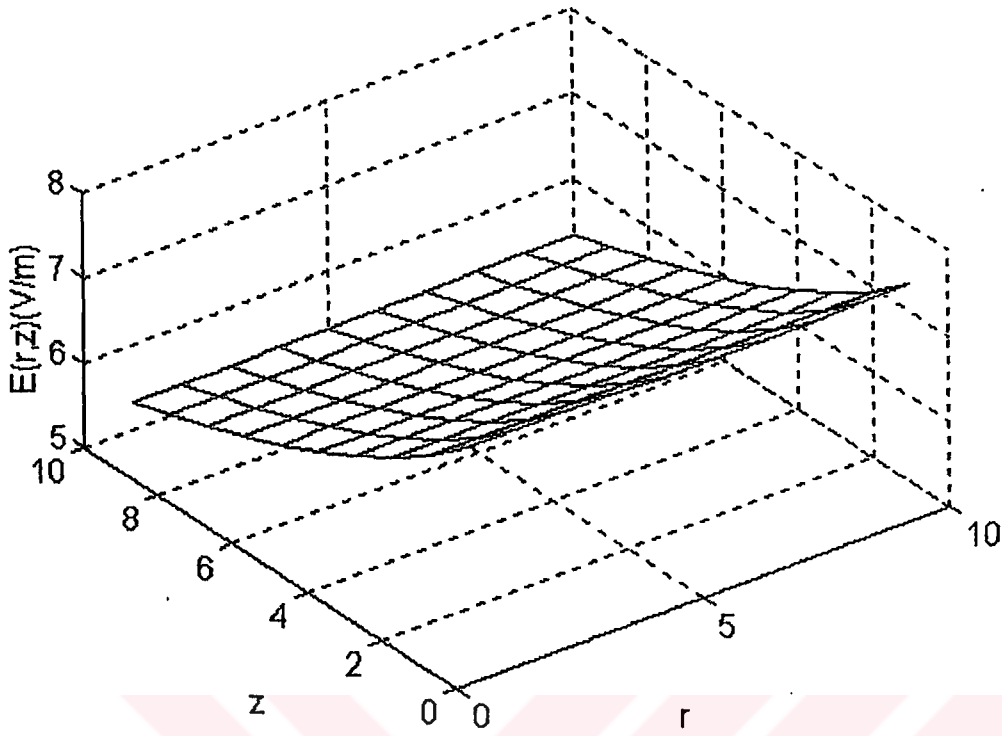
Şekil 2.7.6.2. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



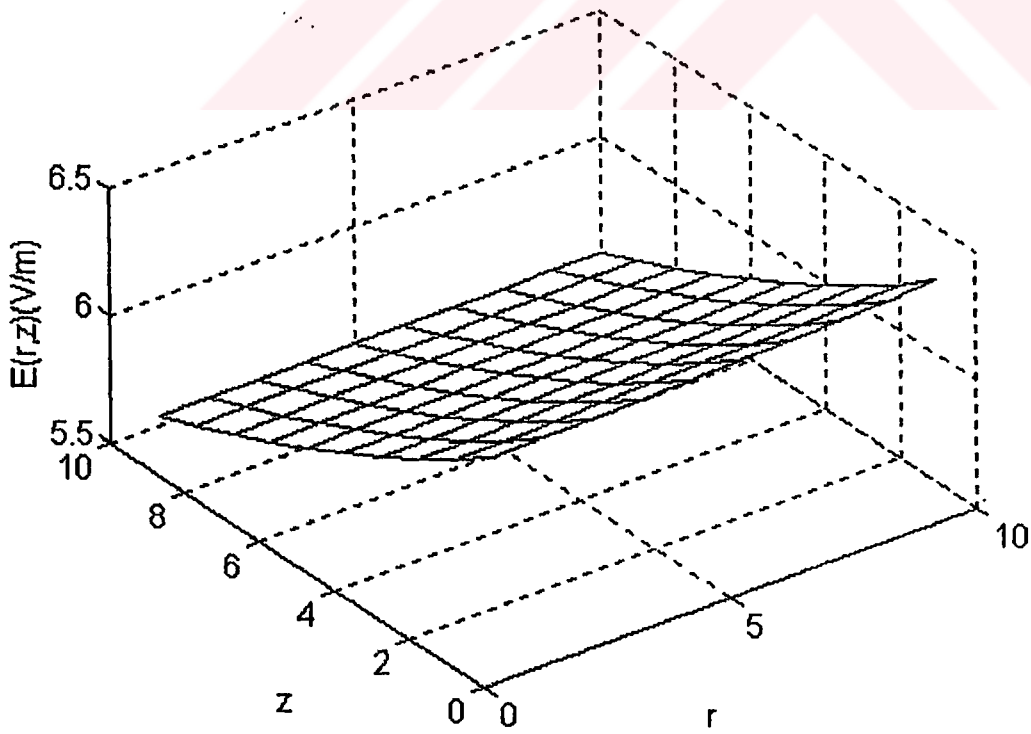
Şekil 2.7.6.3. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



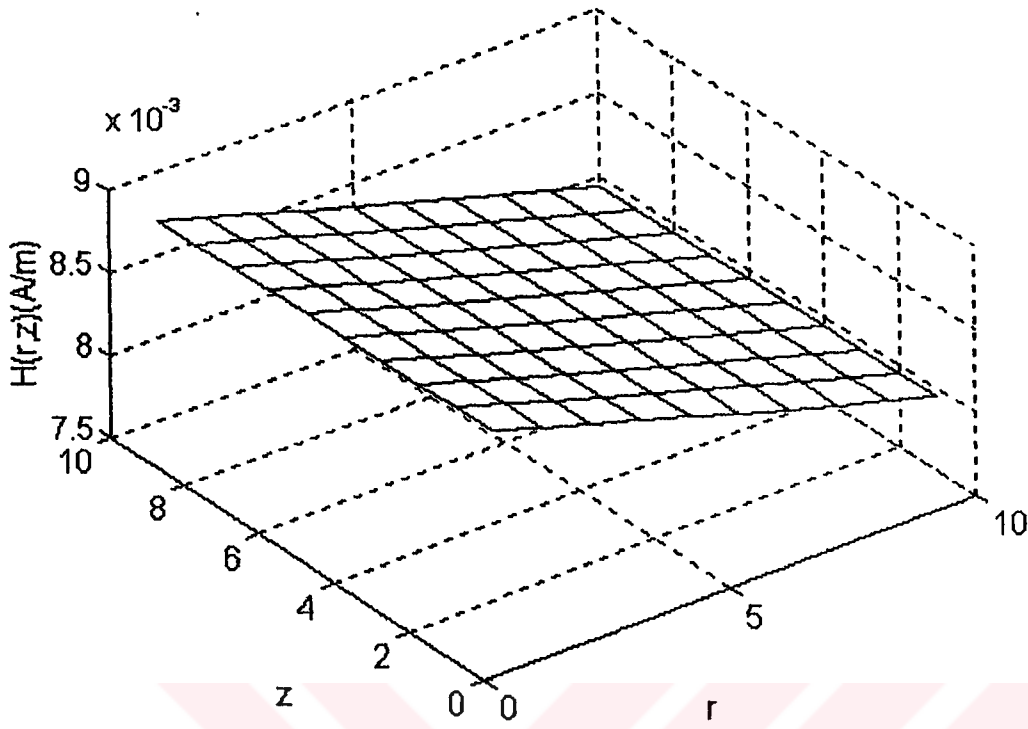
Şekil 2.7.6.4. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



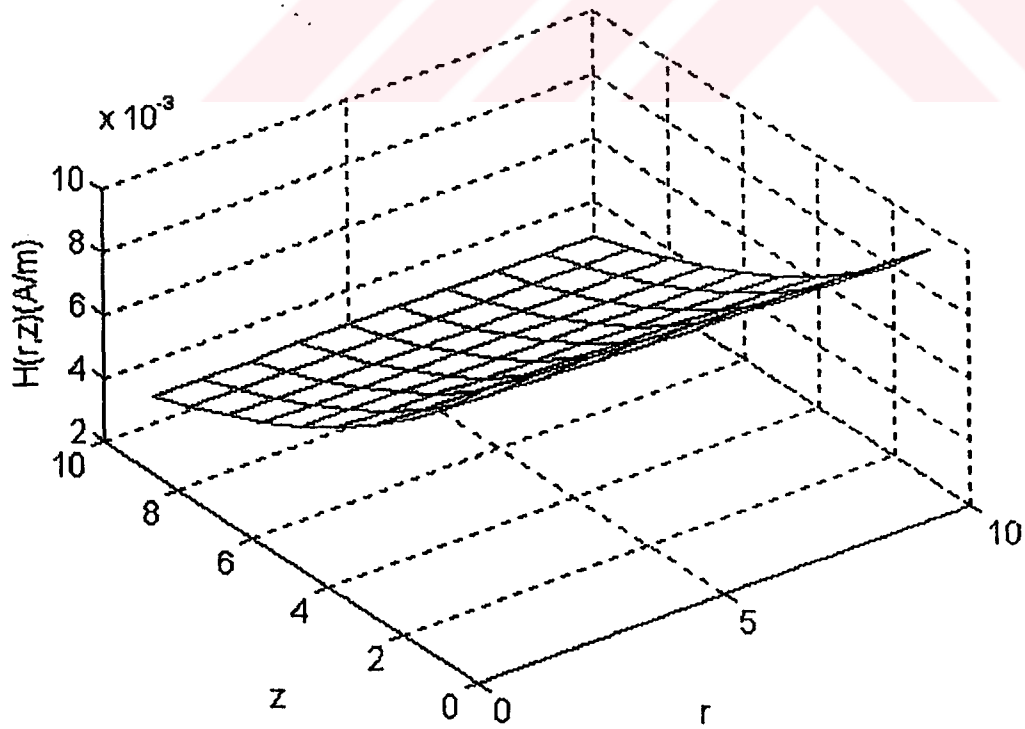
Şekil 2.7.6.5. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



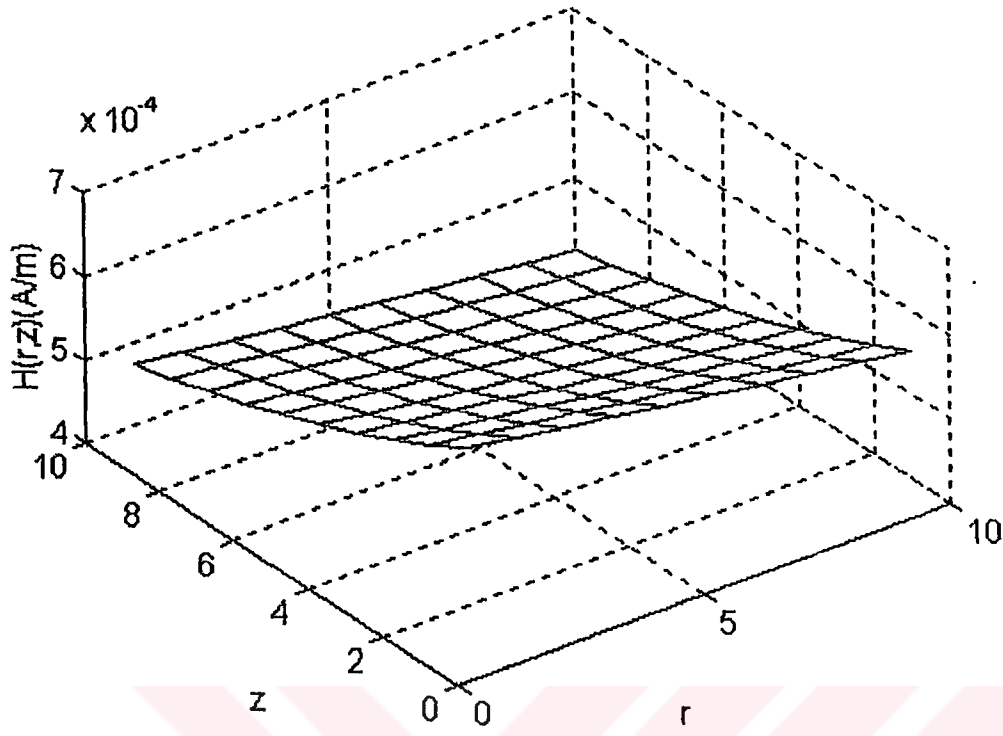
Şekil 2.7.6.6. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



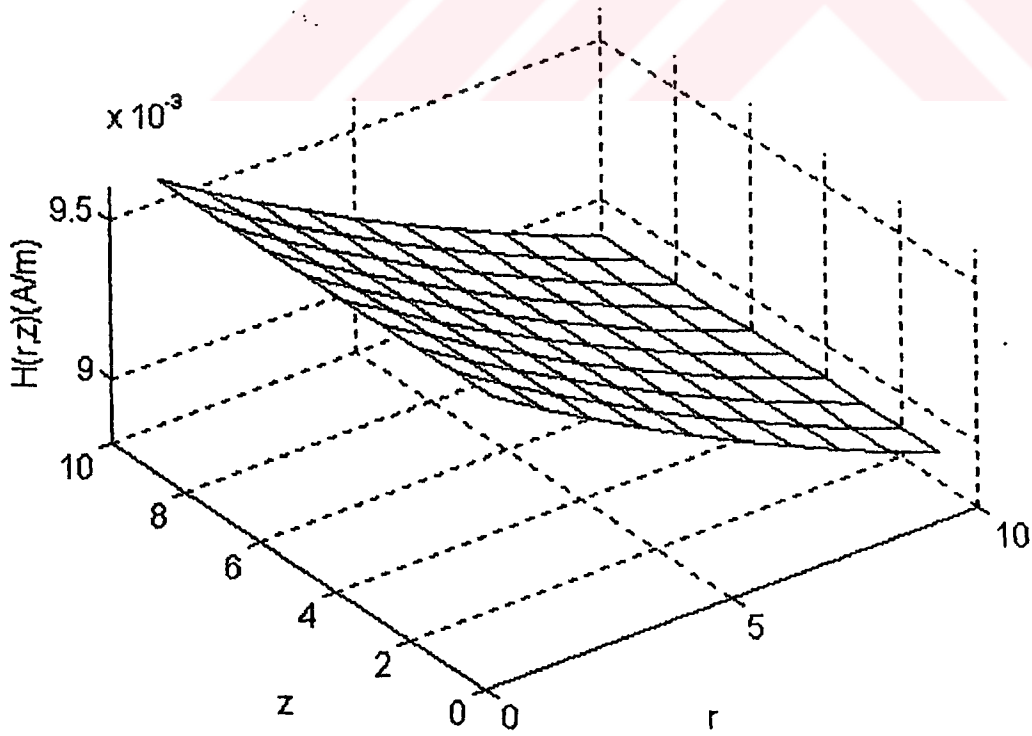
Şekil 2.7.6.7. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



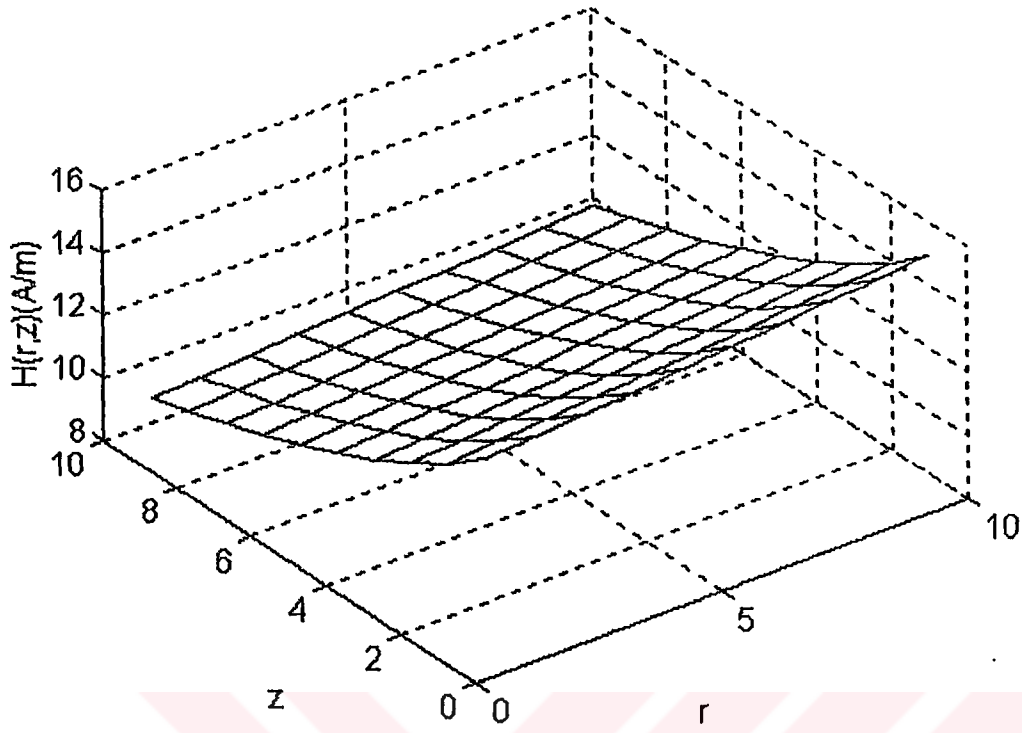
Şekil 2.7.6.8. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



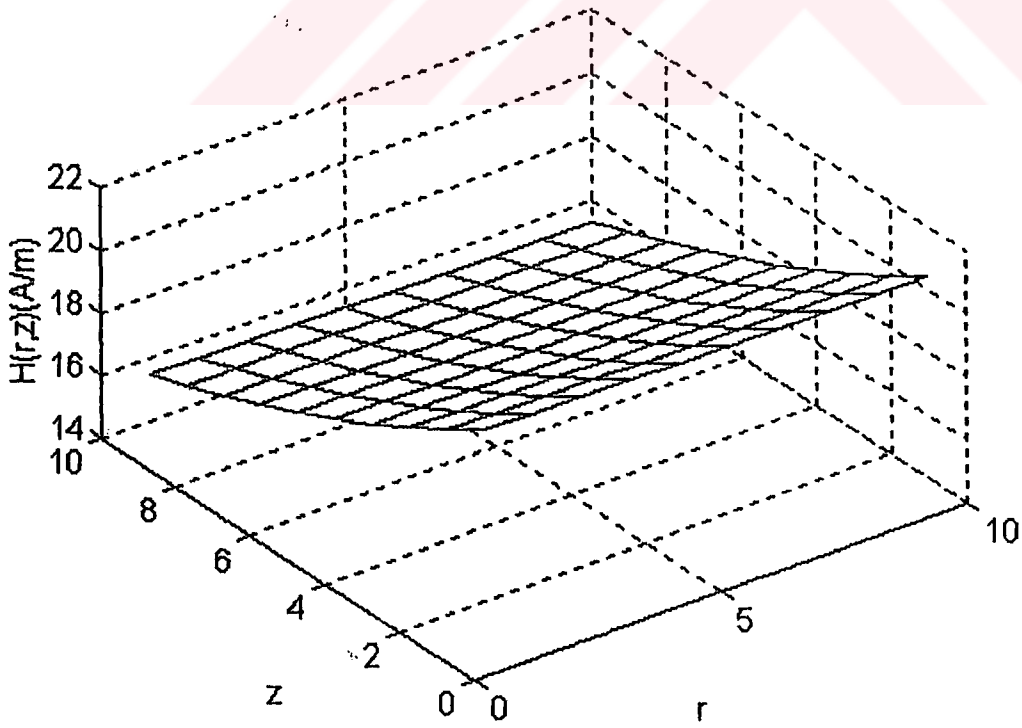
Şekil 2.7.6.9. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.6.10. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

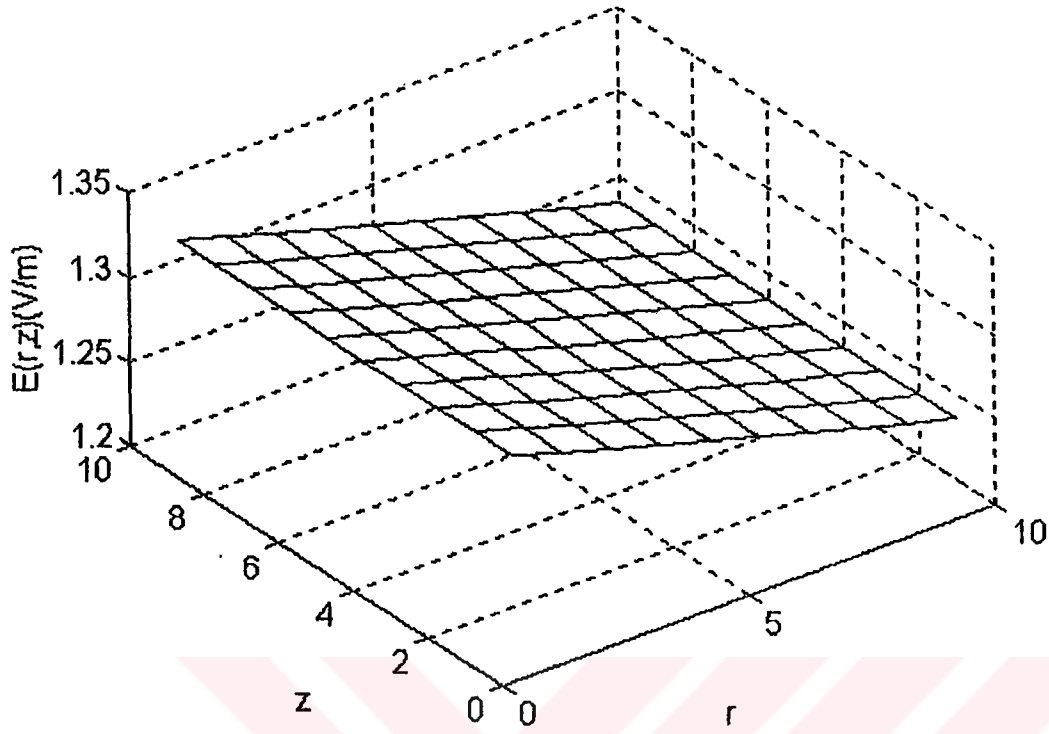


Şekil 2.7.6.11. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

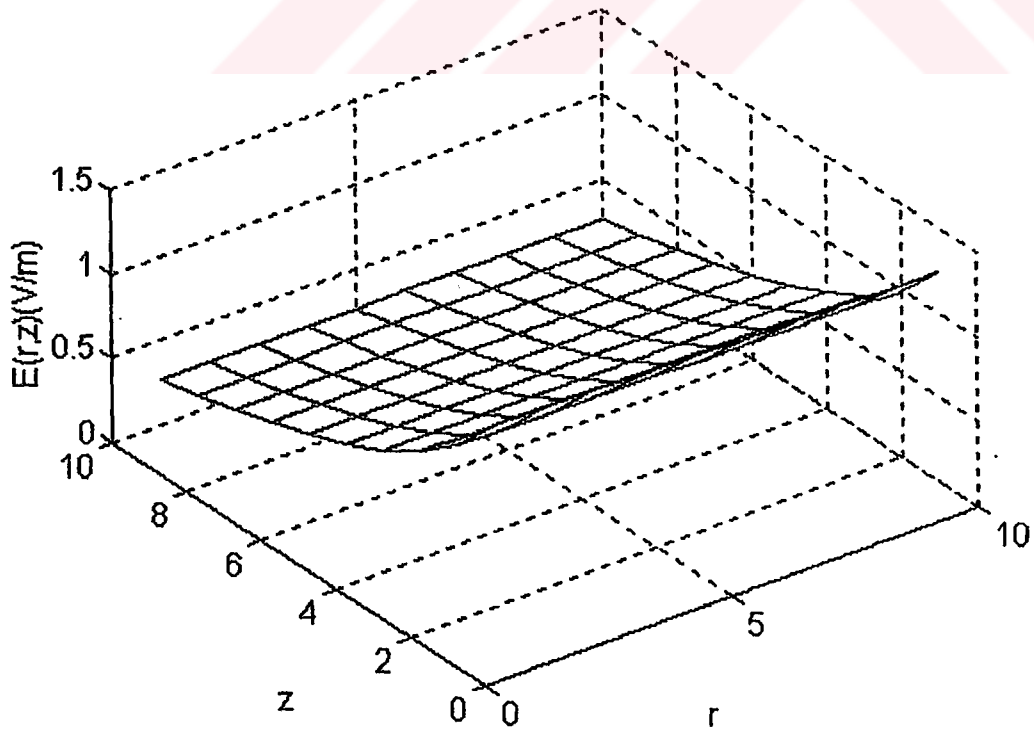


Şekil 2.7.6.12. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan

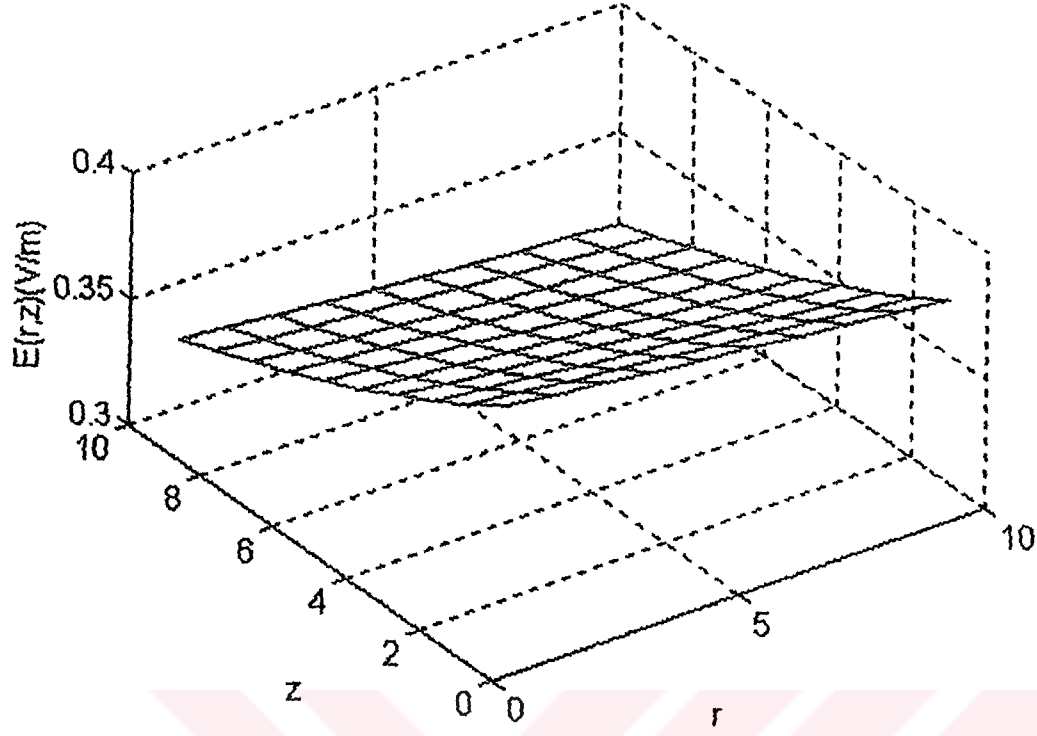
2.7.7. $a = 0.001 \text{ m}$



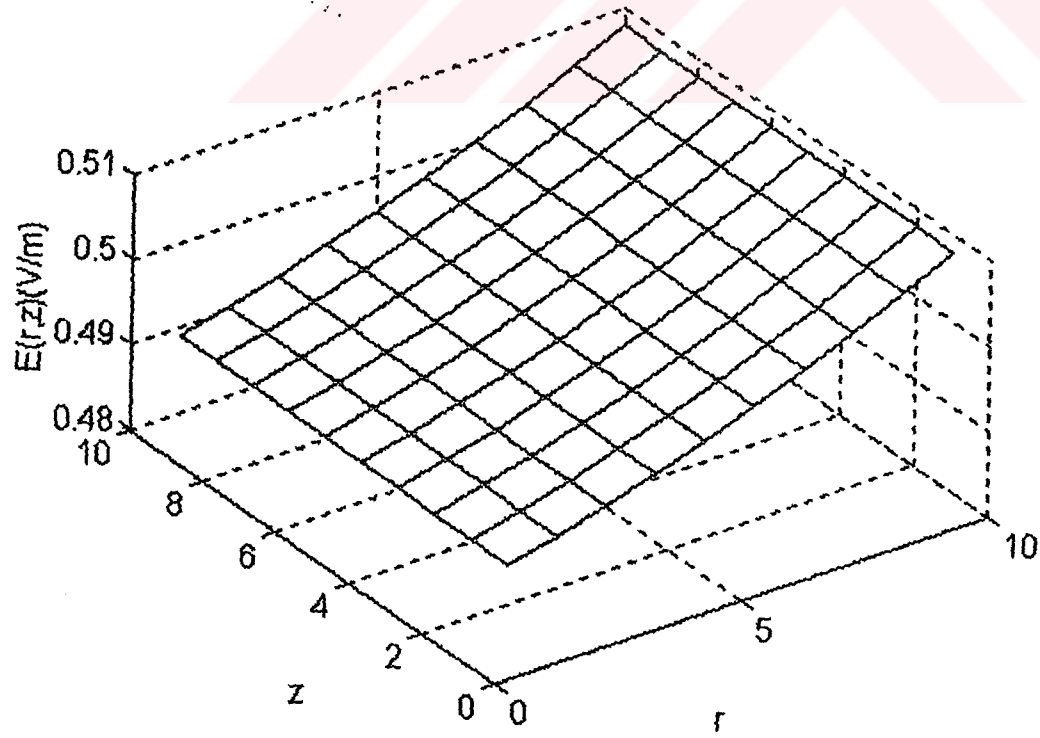
Şekil 2.7.7.1. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



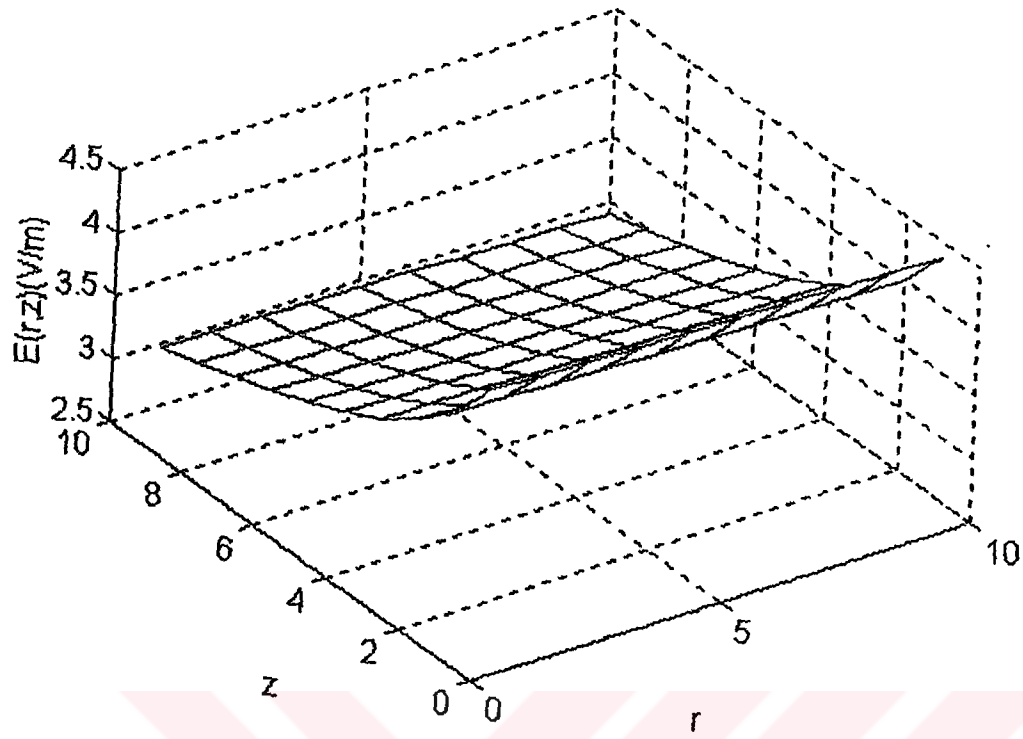
Şekil 2.7.7.2. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



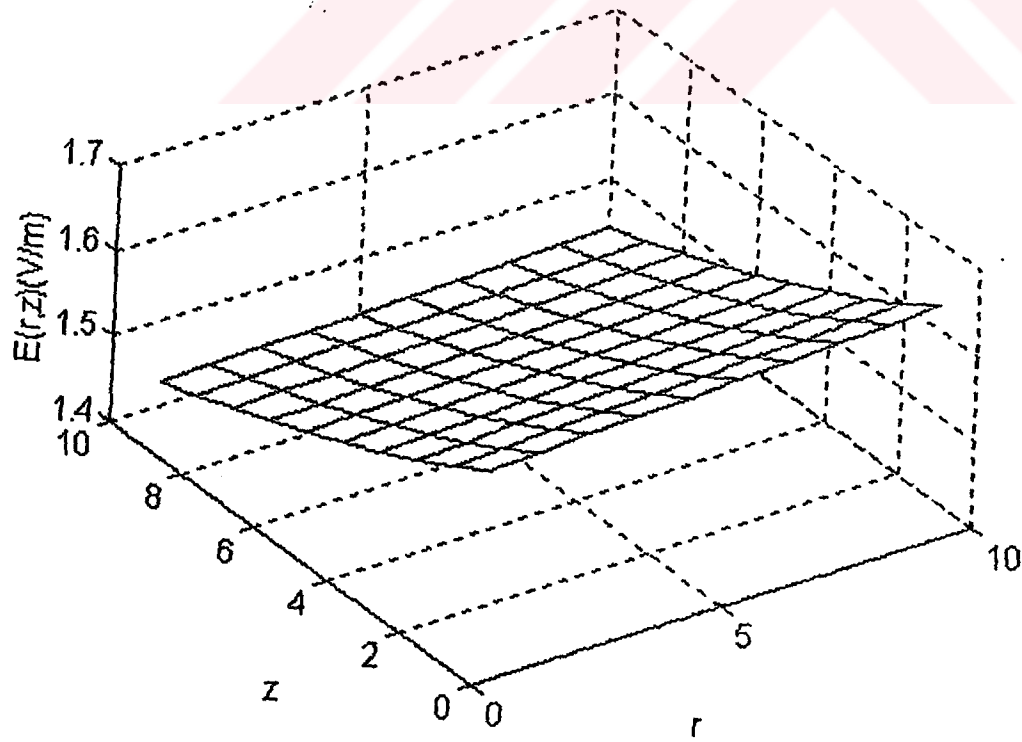
Şekil 2.7.7.3. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



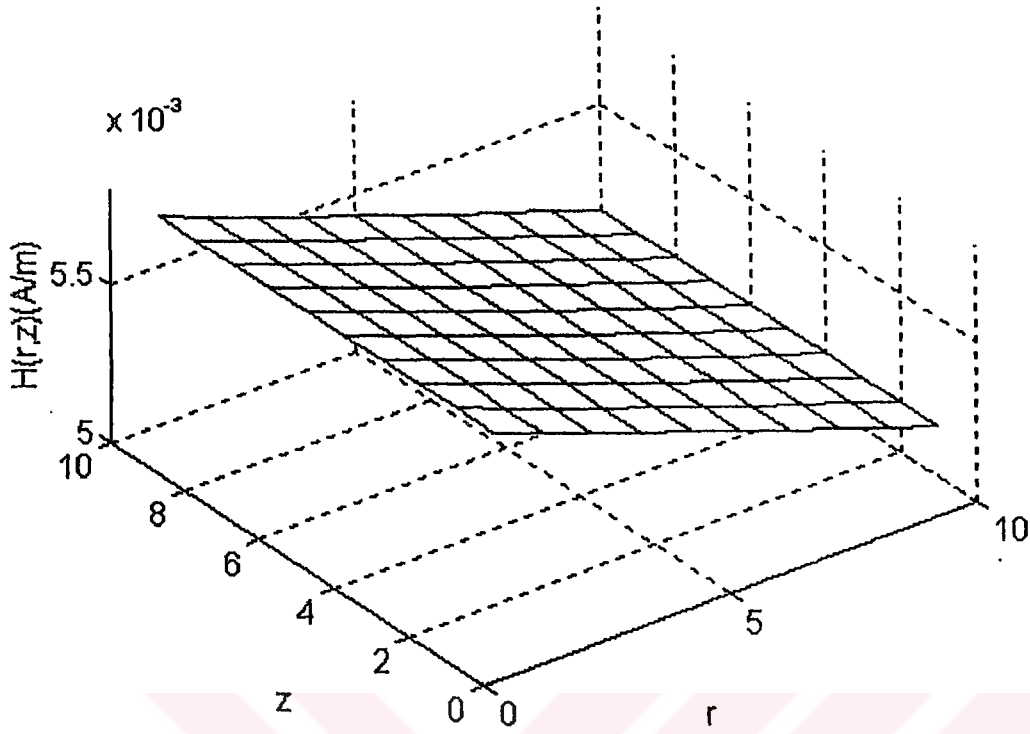
Şekil 2.7.7.4. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



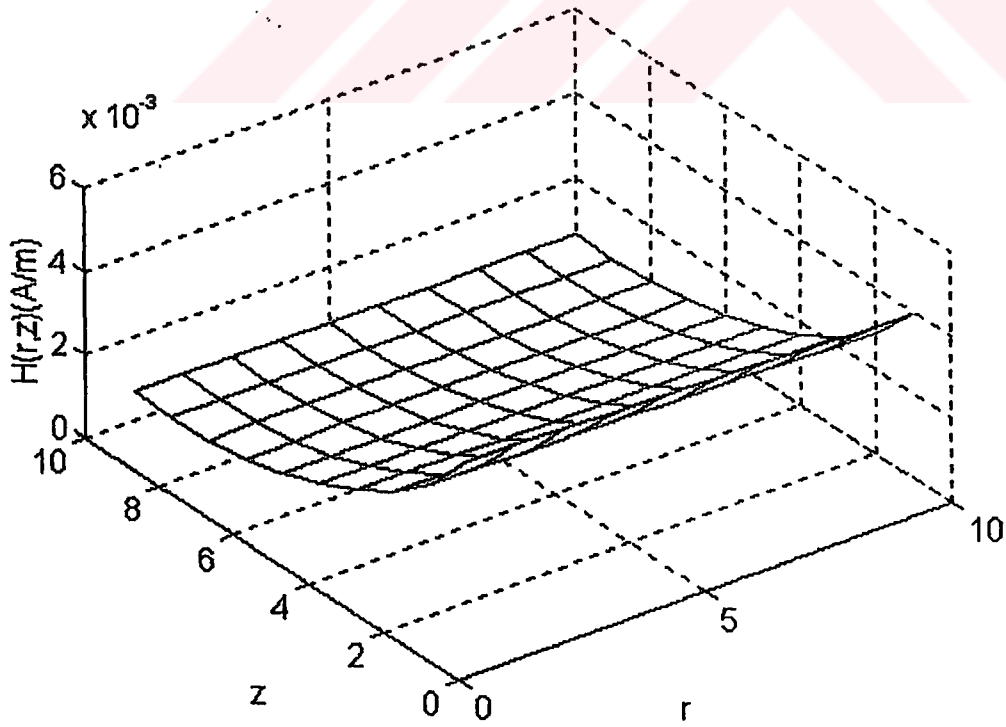
Şekil 2.7.7.5. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



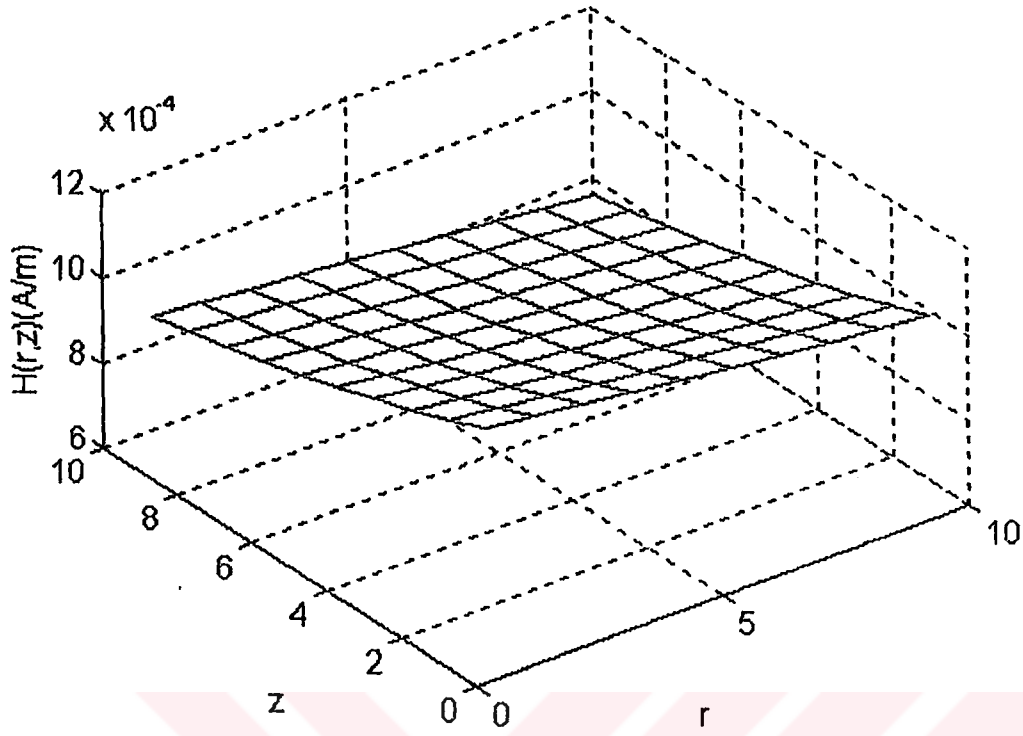
Şekil 2.7.7.6. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



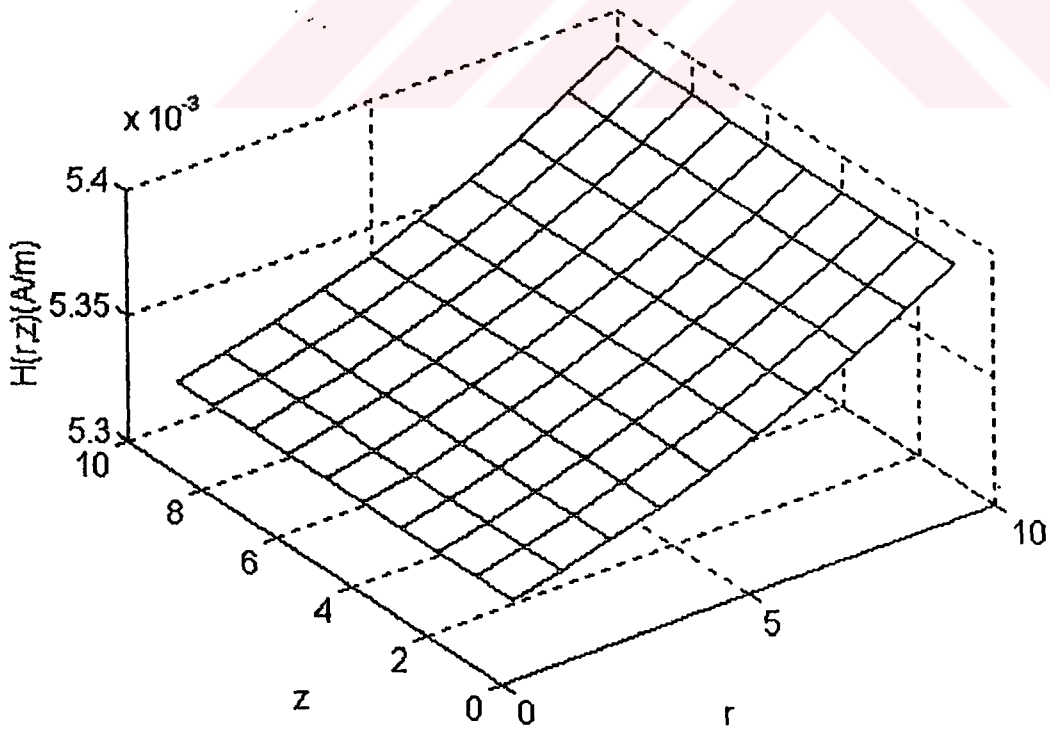
Şekil 2.7.7.7. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



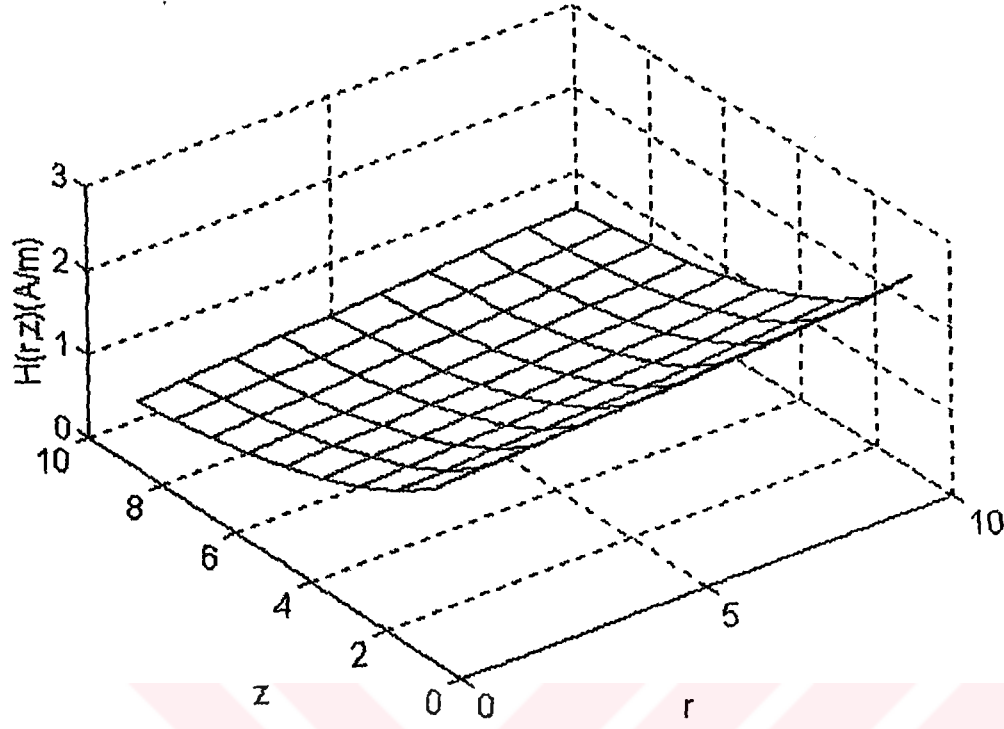
Şekil 2.7.7.8. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



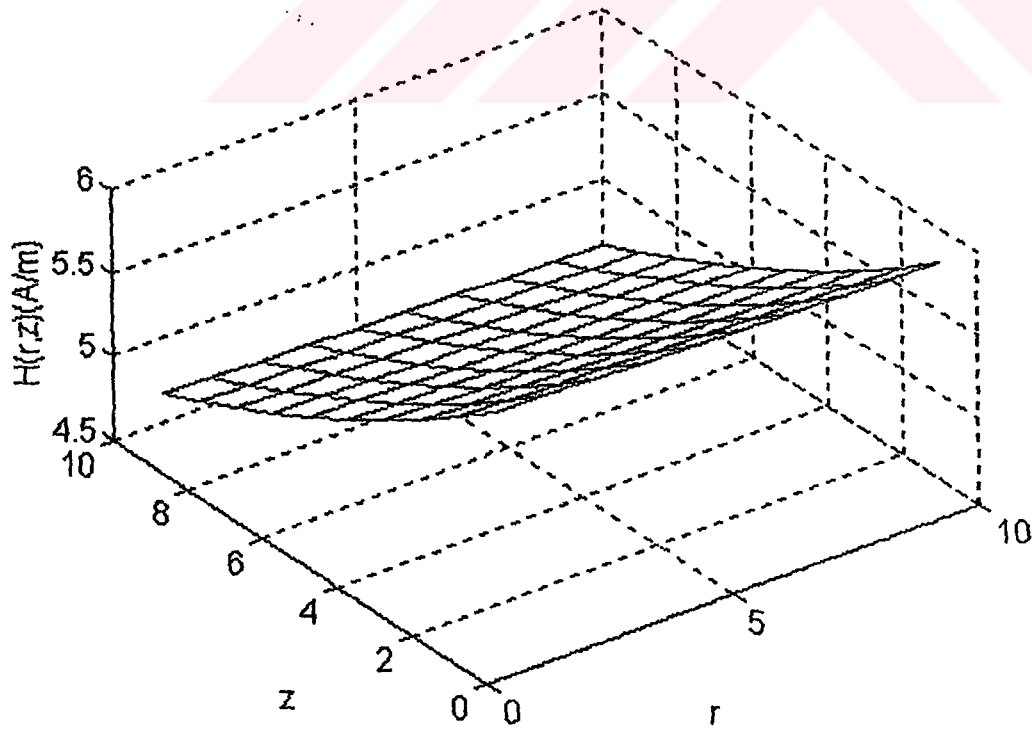
Şekil 2.7.7.9. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.7.10. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

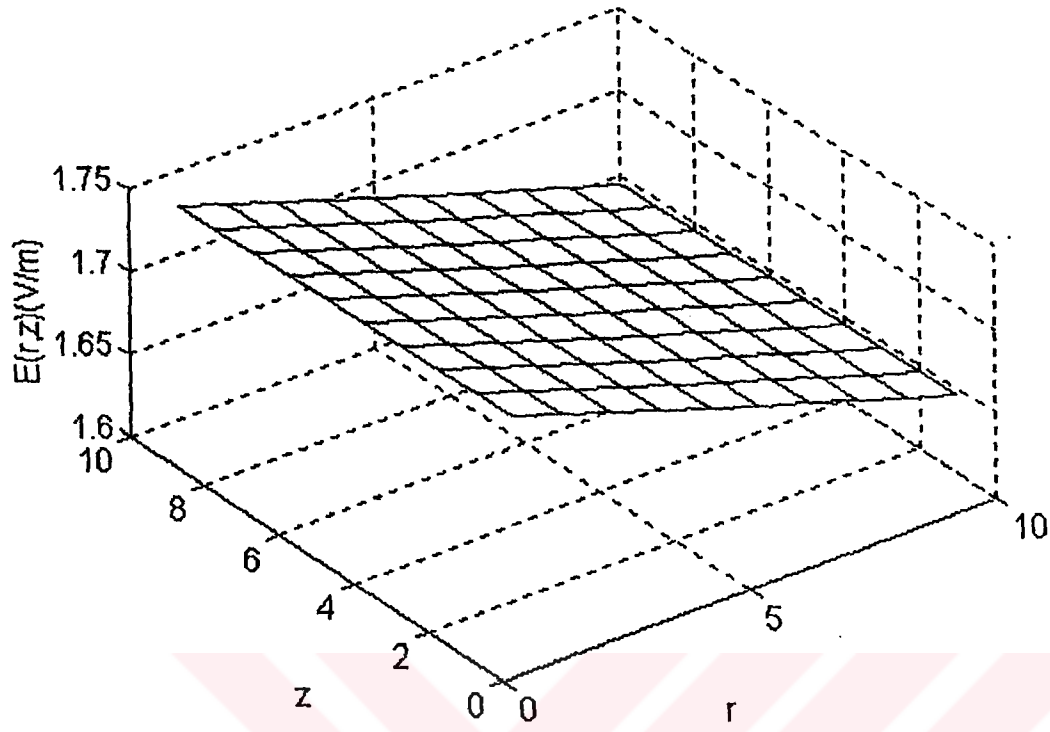


Şekil 2.7.7.11. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

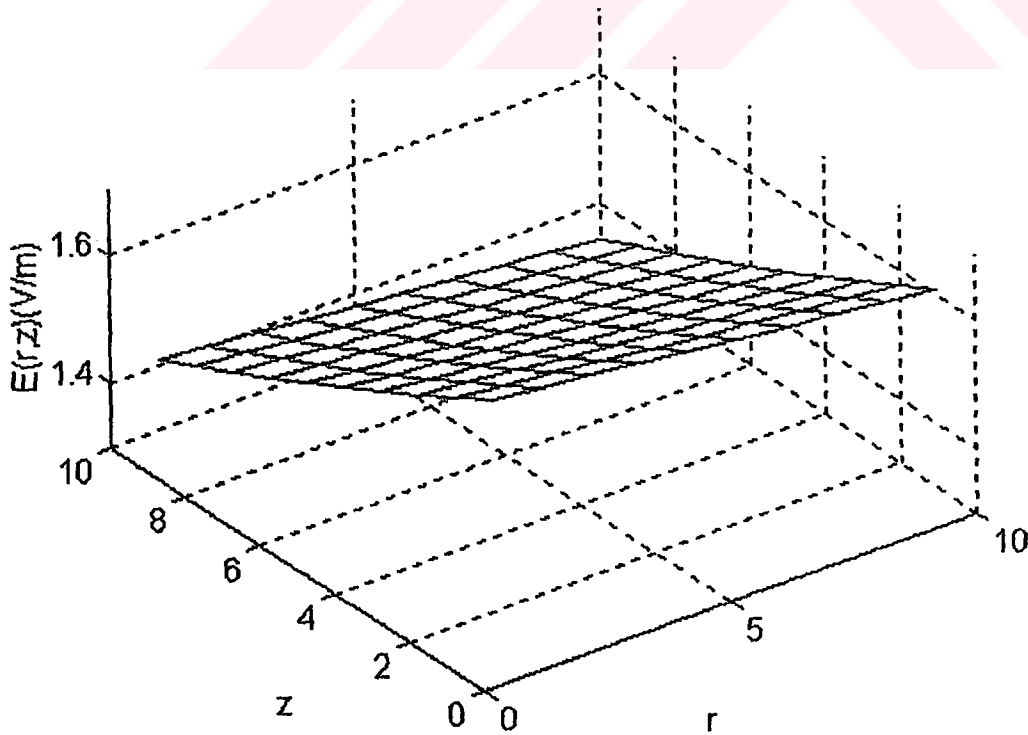


Şekil 2.7.7.12. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan

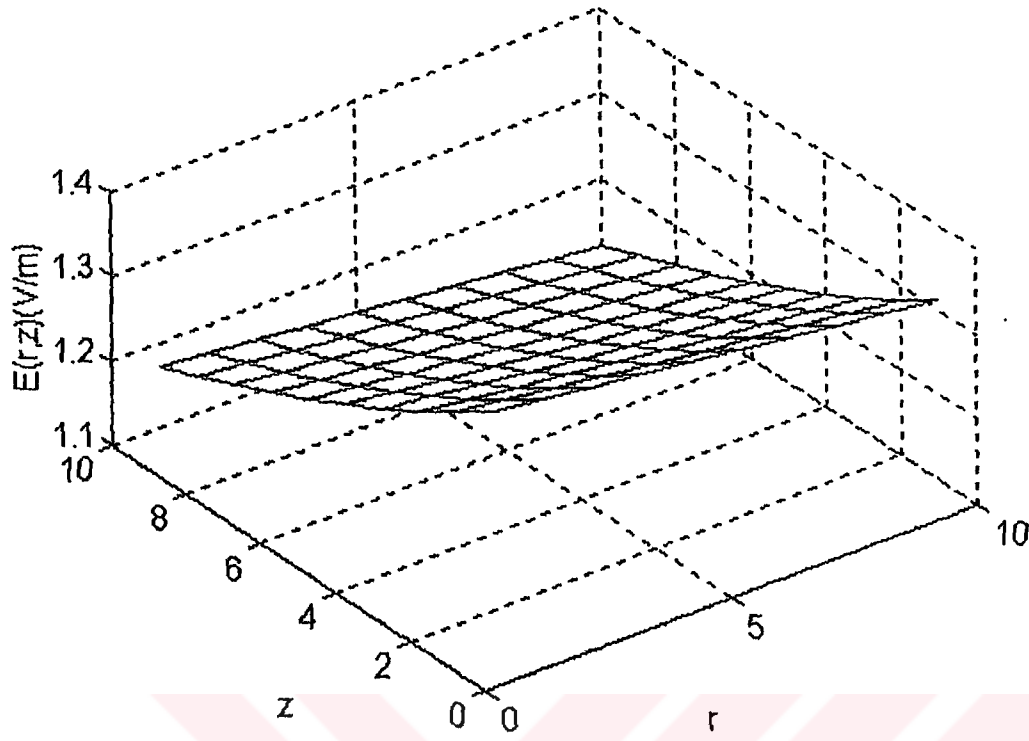
2.7.8. $a = 0.015 \text{ m}$



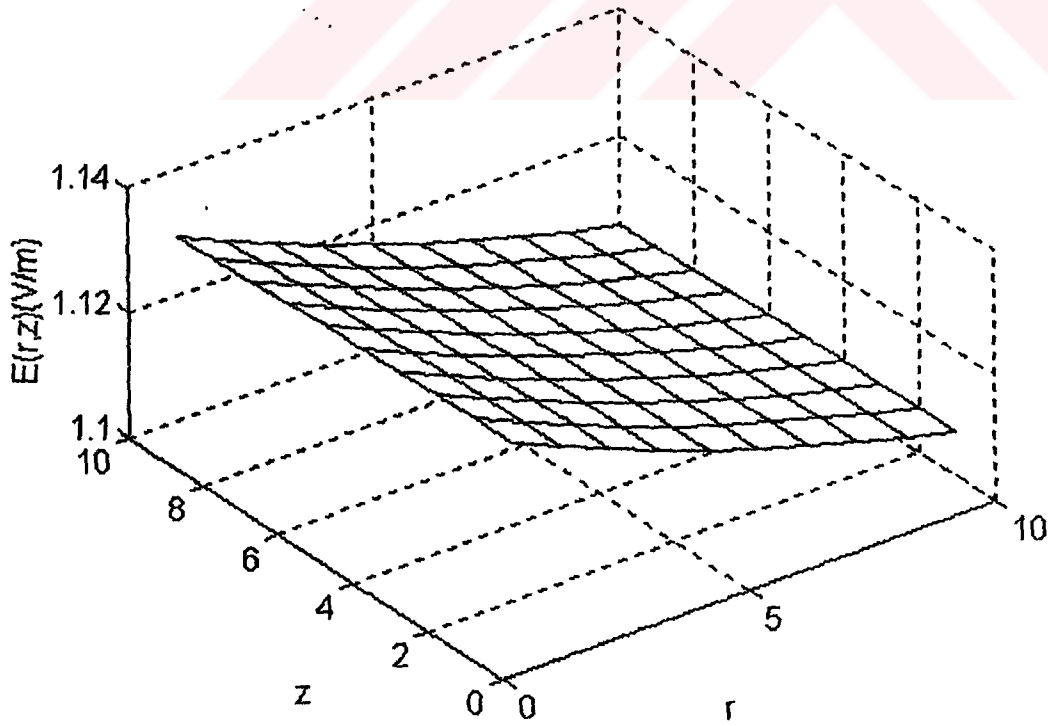
Şekil 2.7.8.1. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



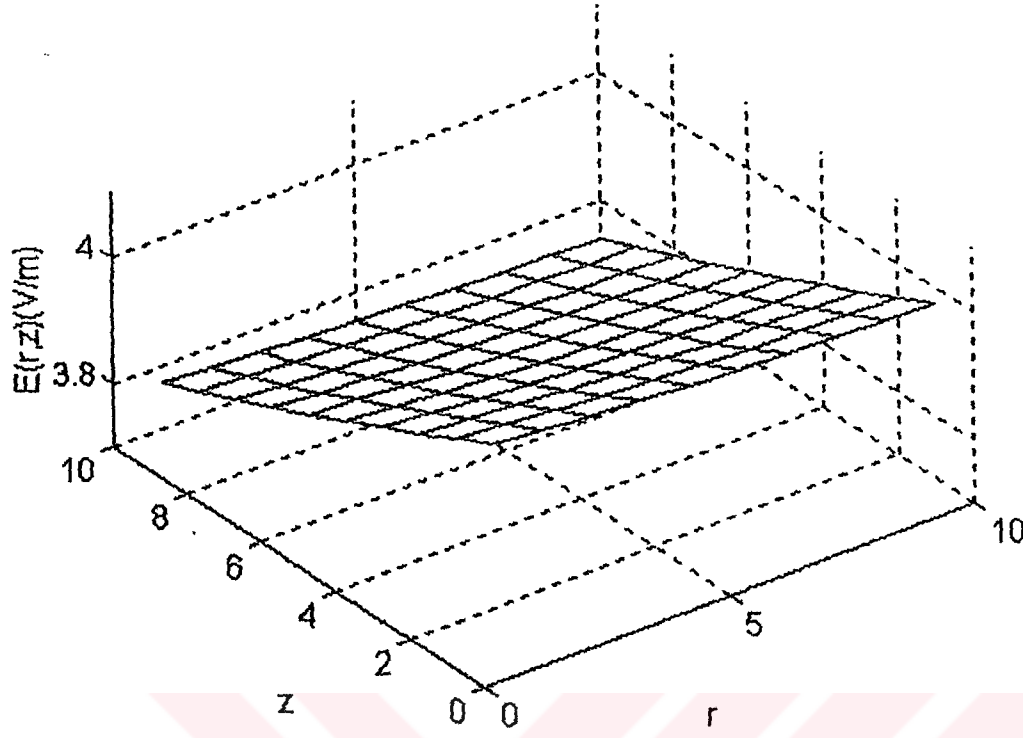
Şekil 2.7.8.2. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



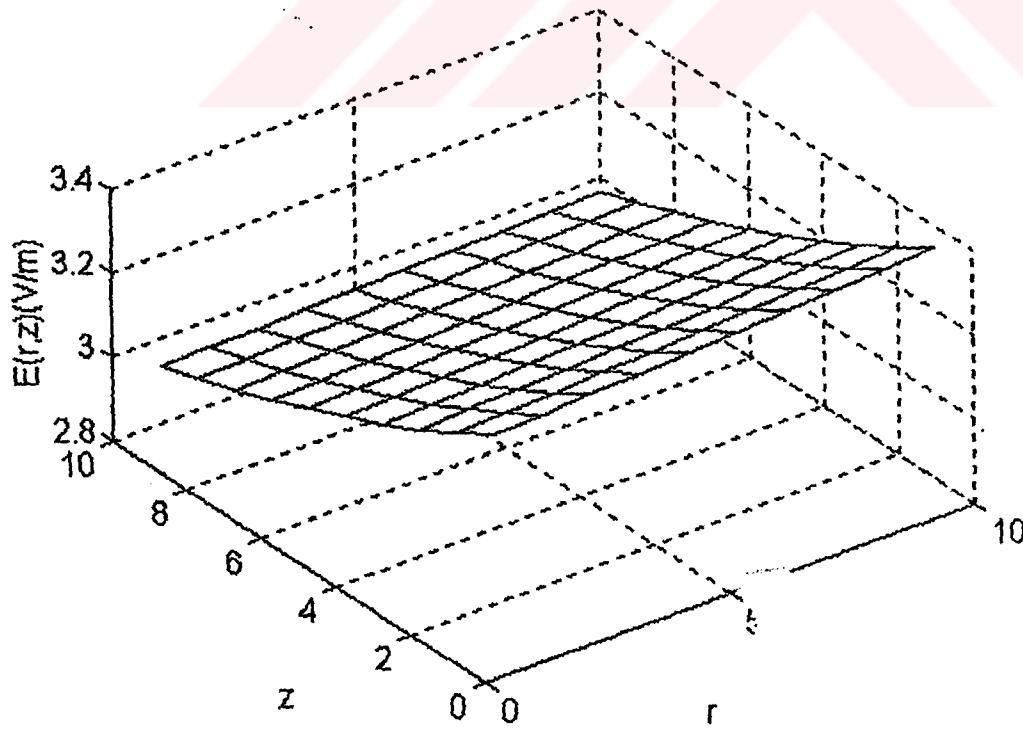
Şekil 2.7.8.3. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



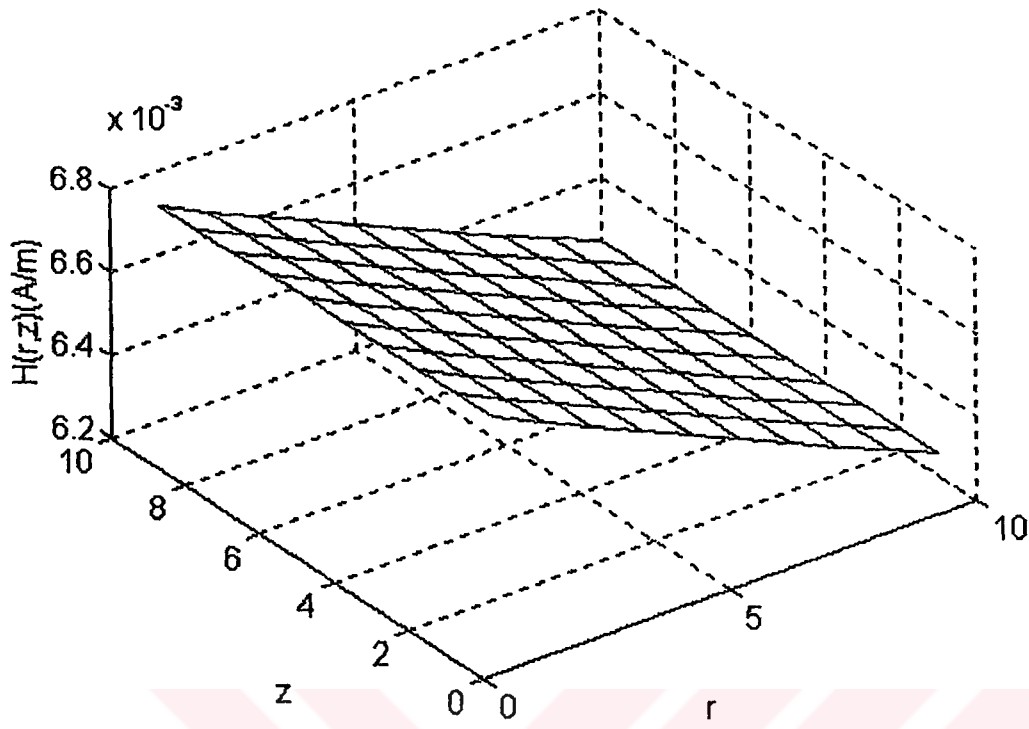
Şekil 2.7.8.4. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



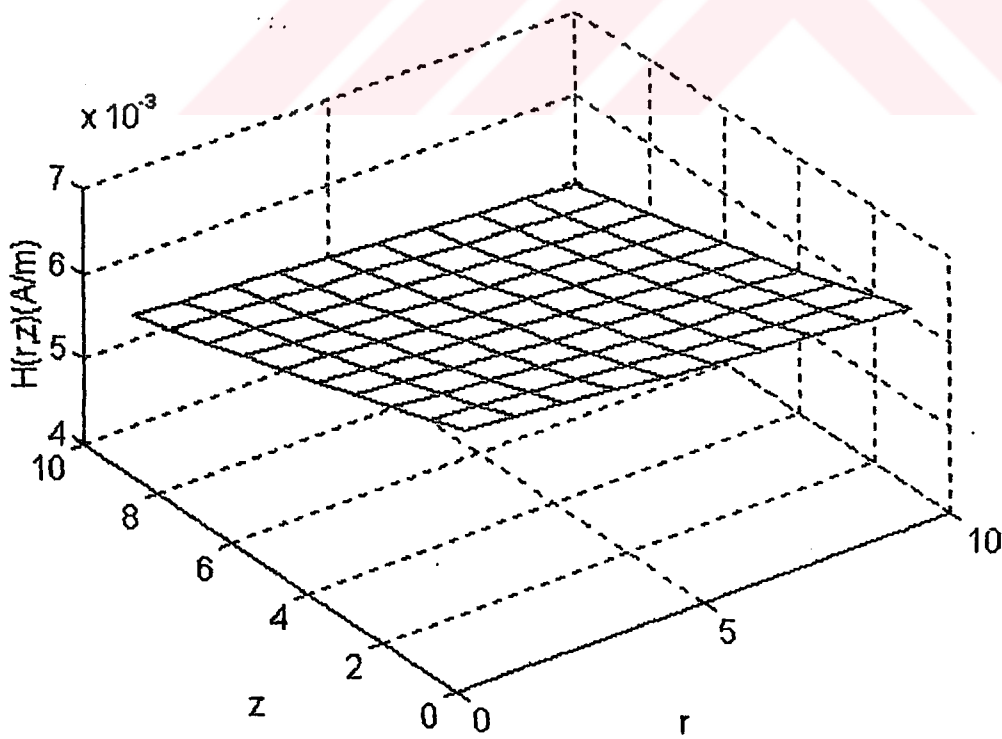
Şekil 2.7.8.5. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



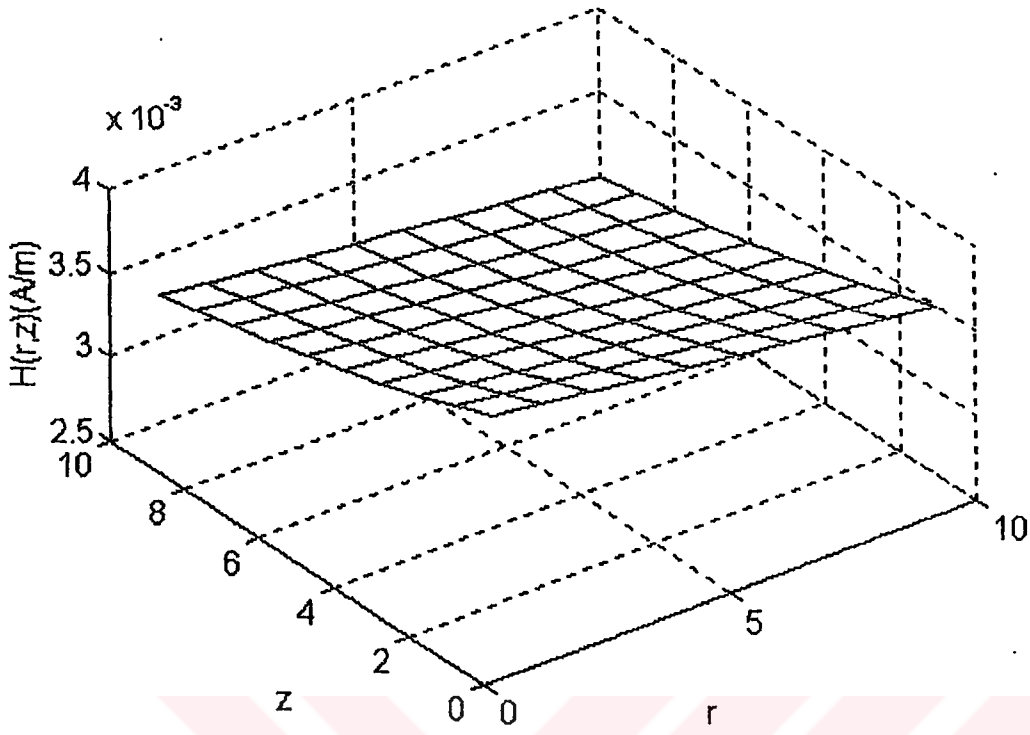
Şekil 2.7.8.6. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



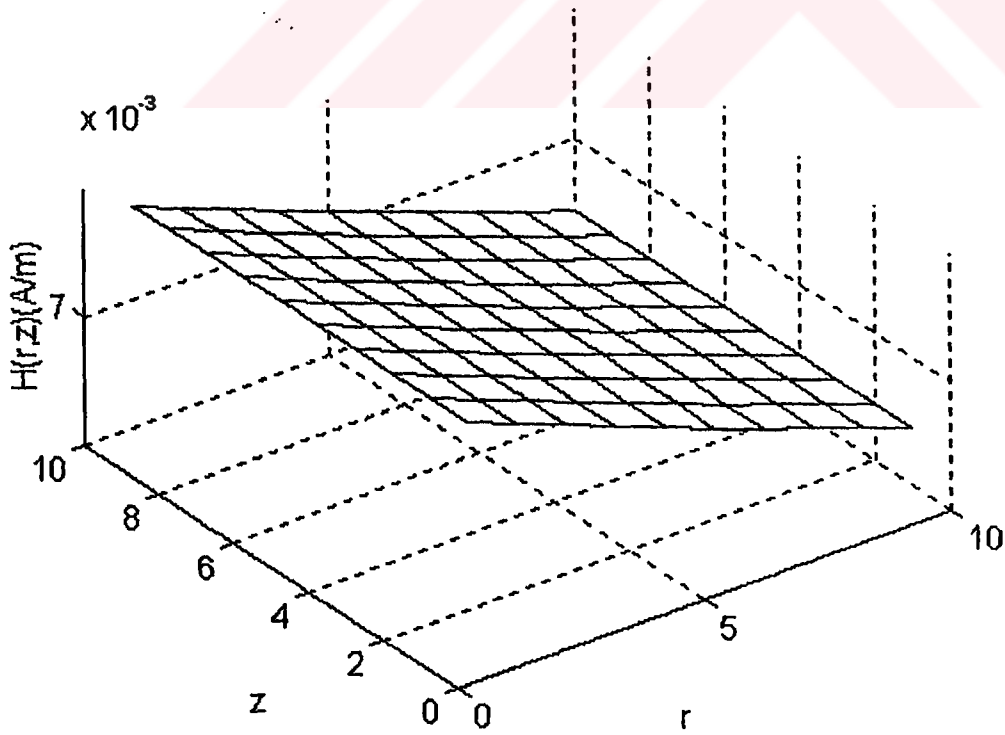
Şekil 2.7.8.7. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



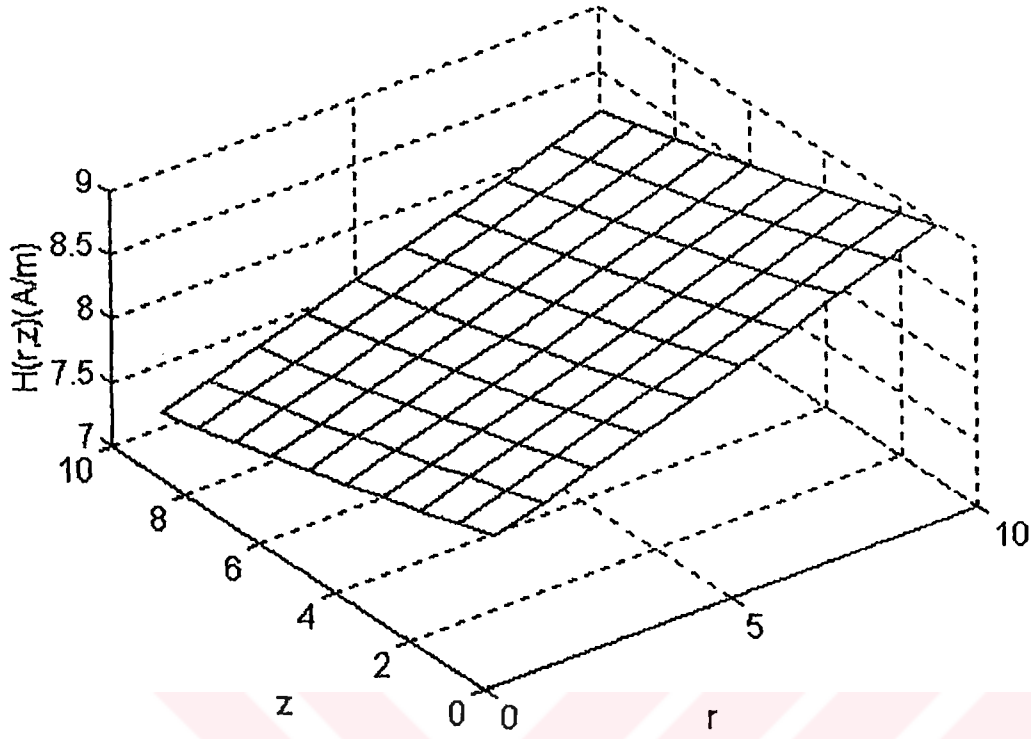
Şekil 2.7.8.8. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



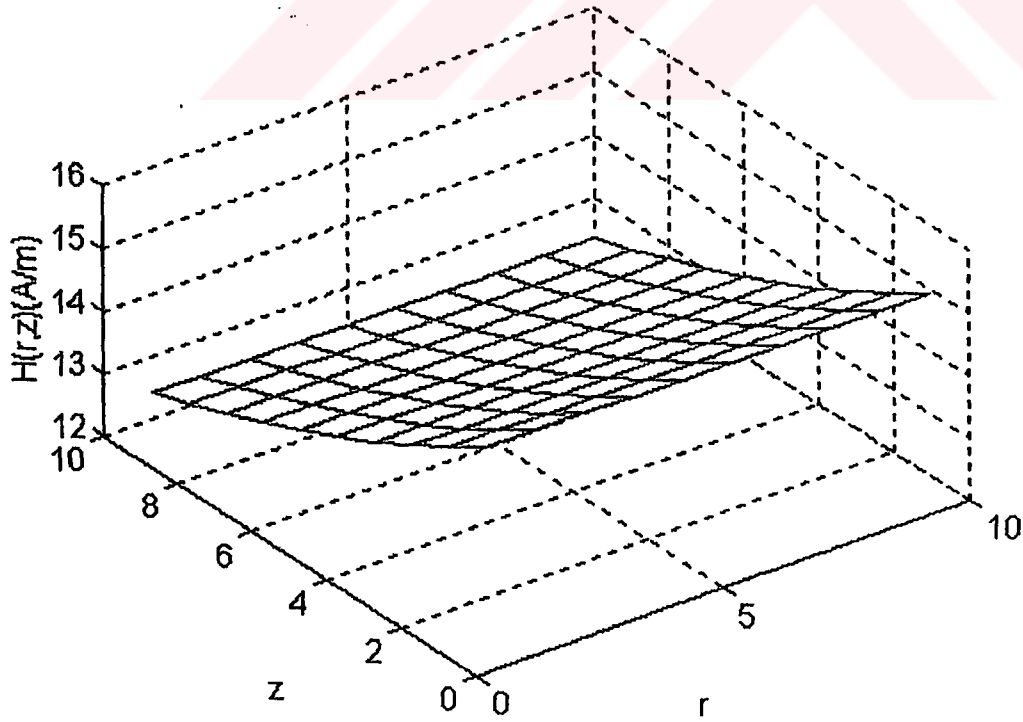
Şekil 2.7.8.9. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.8.10. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

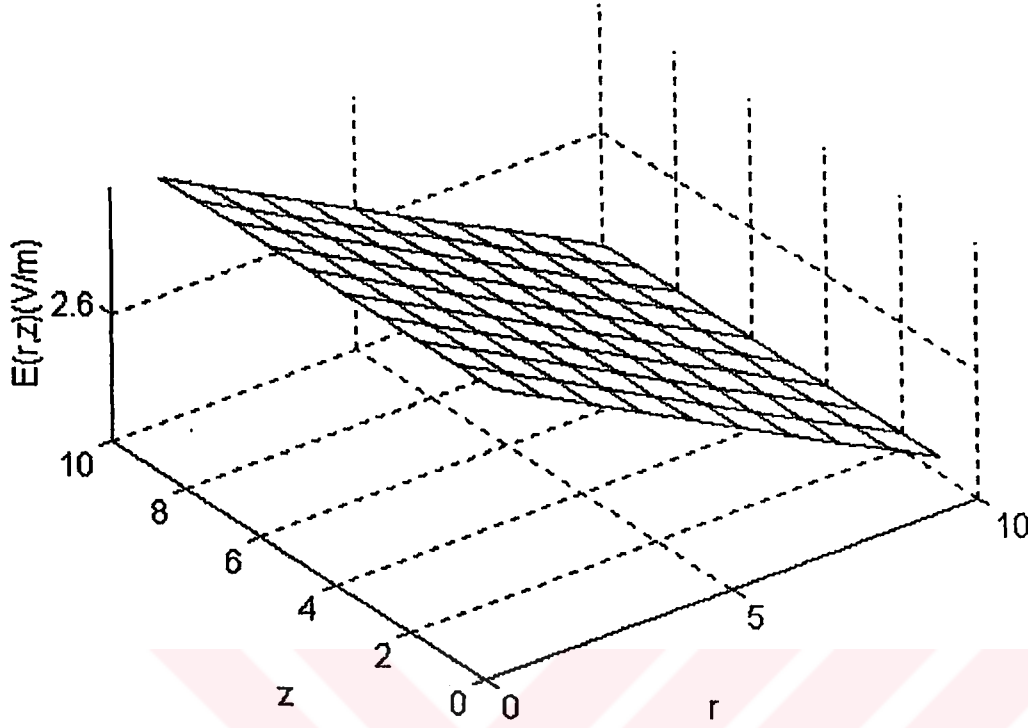


Şekil 2.7.8.11. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

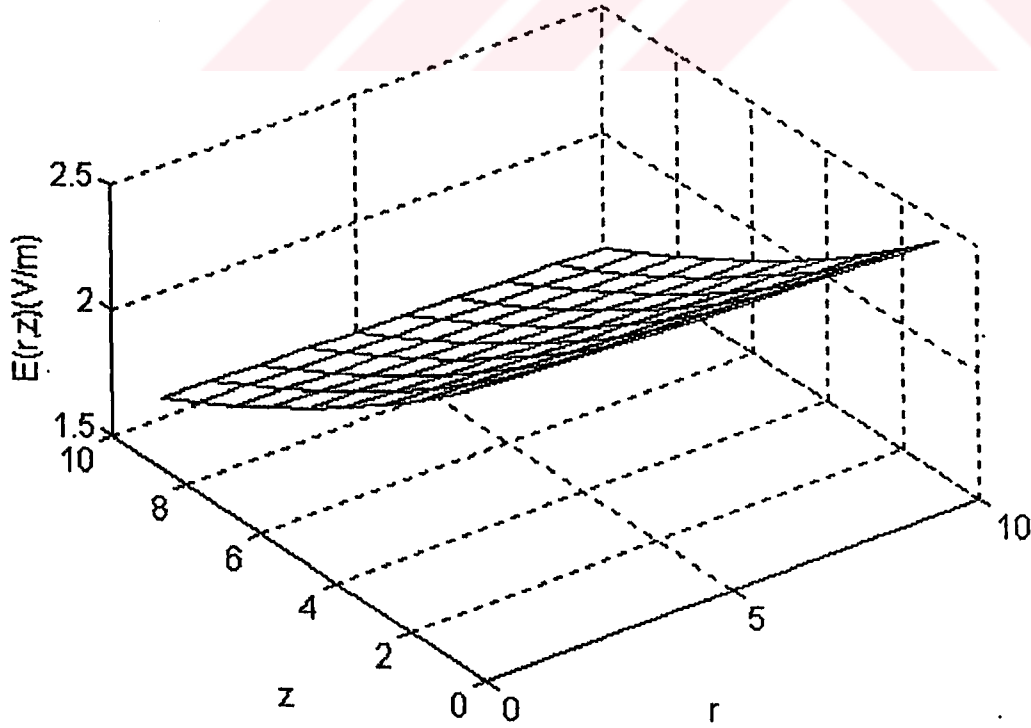


Şekil 2.7.8.12. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan

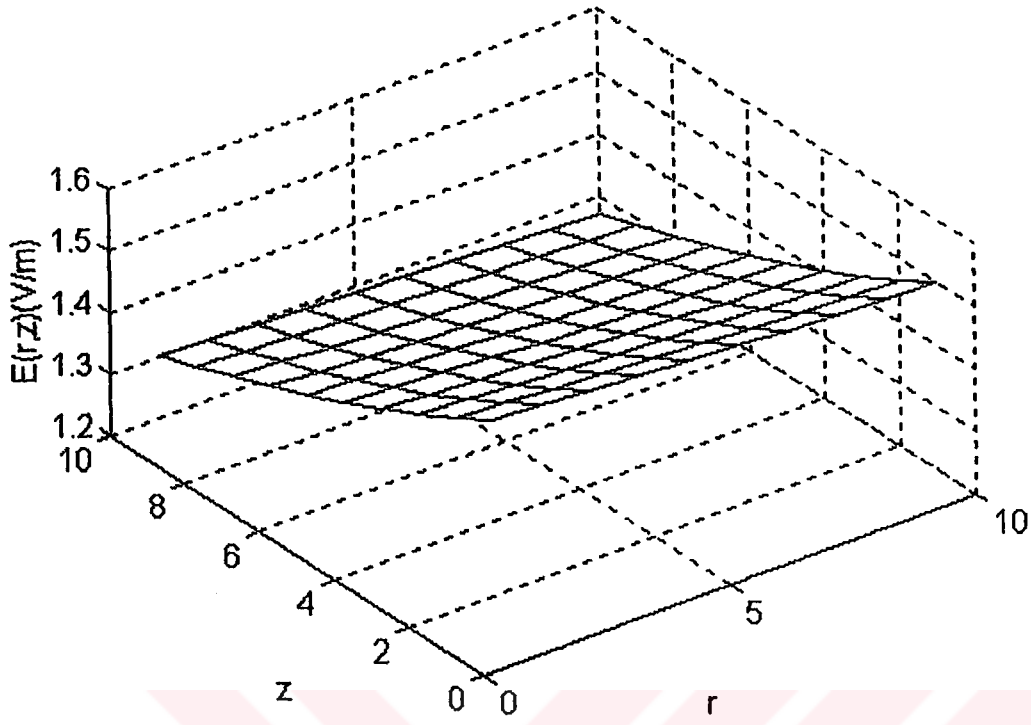
2.7.9. $h = 0.01 \text{ m}$



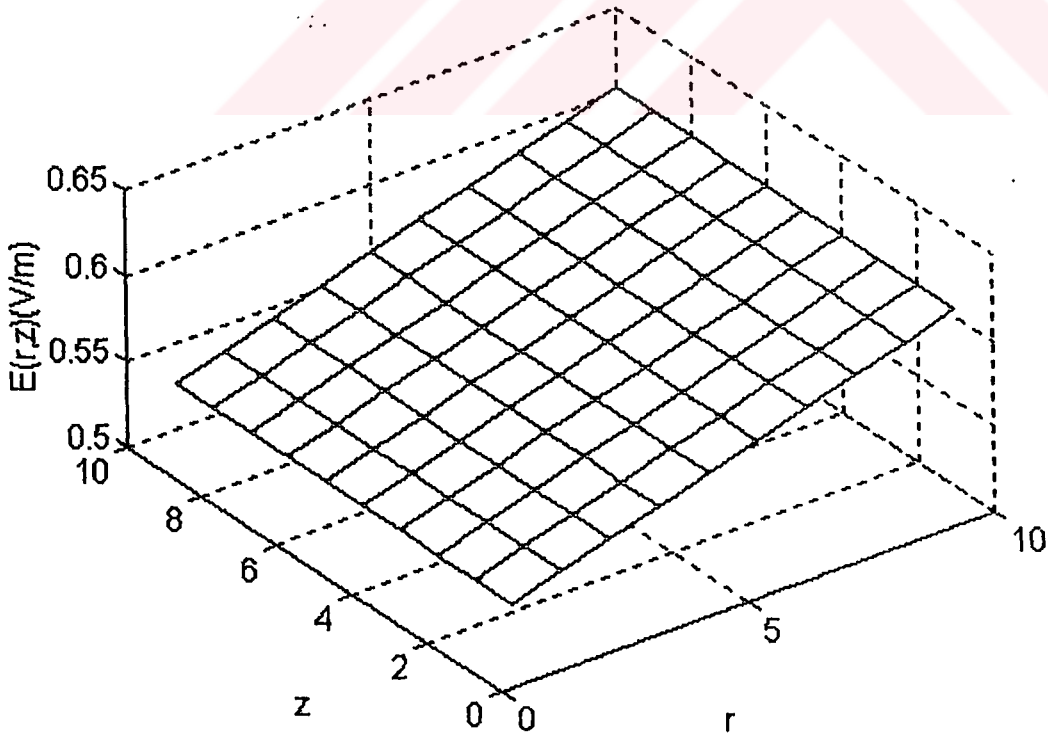
Şekil 2.7.9.1. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



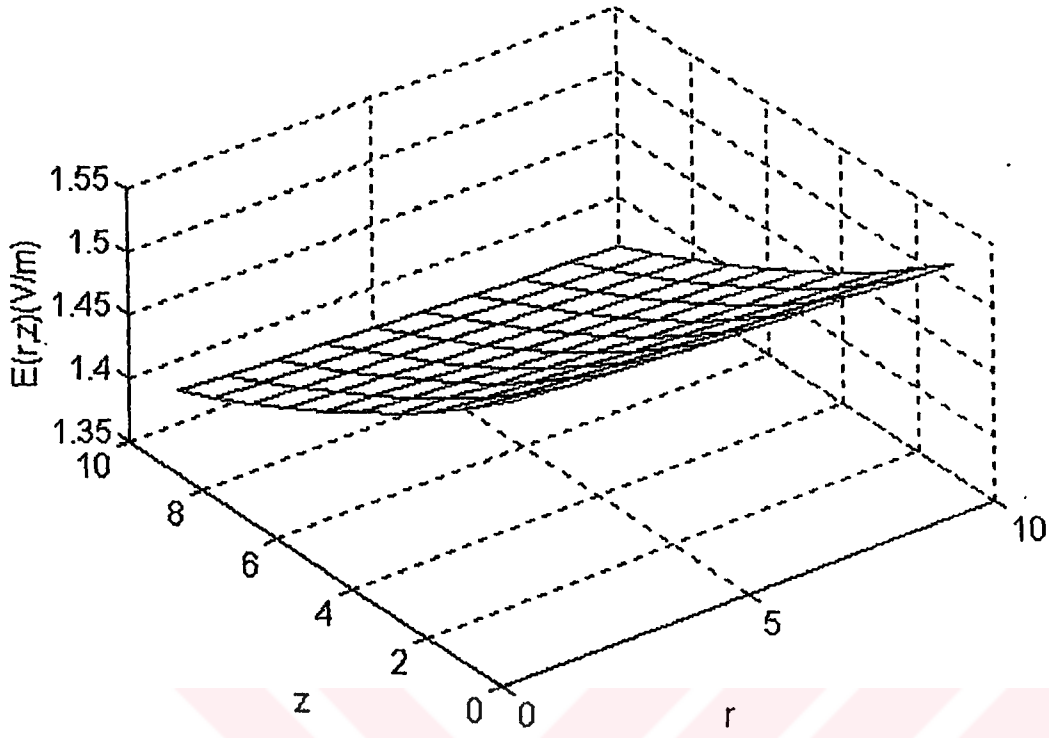
Şekil 2.7.9.2. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



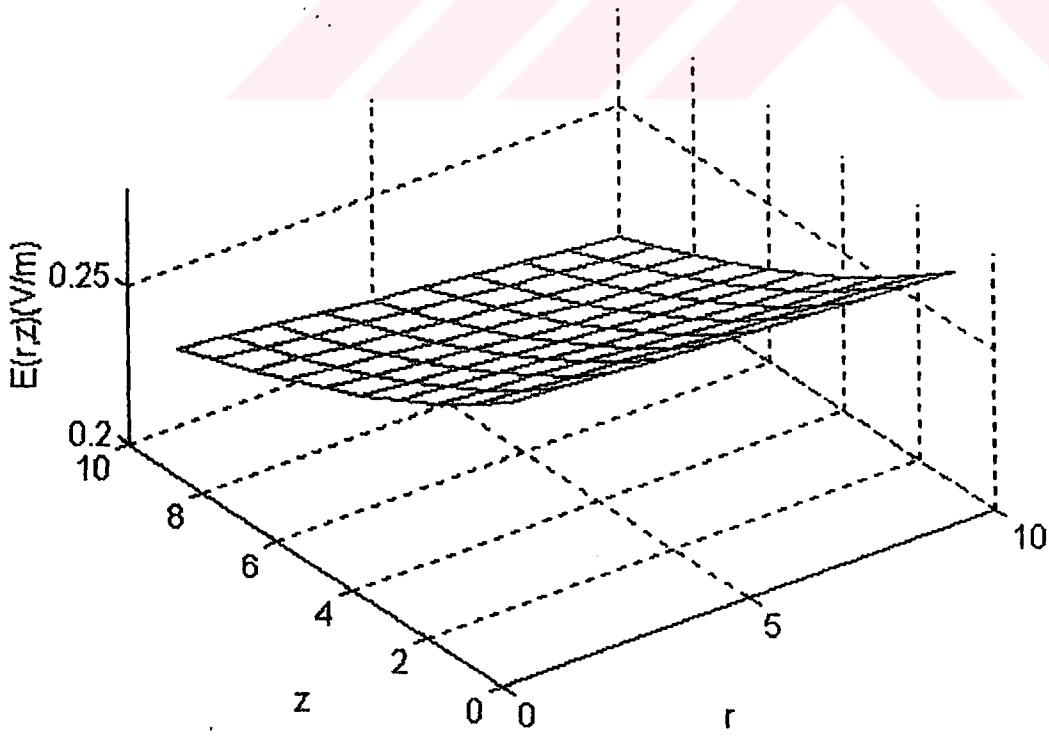
Şekil 2.7.9.3. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



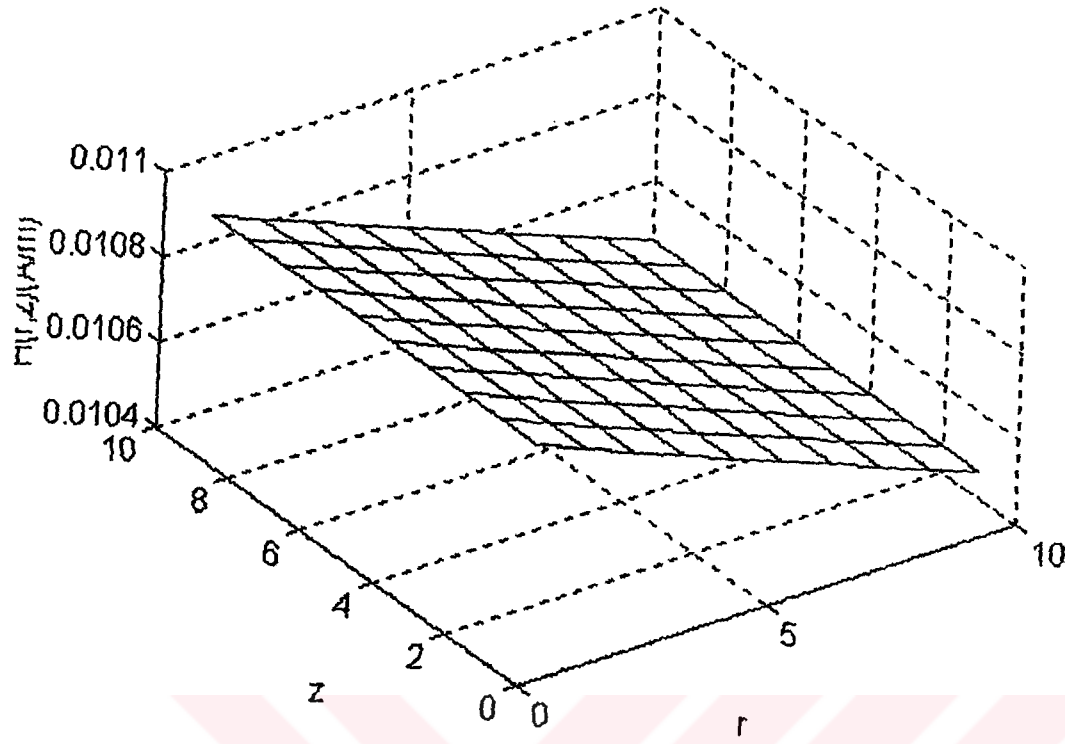
Şekil 2.7.9.4. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



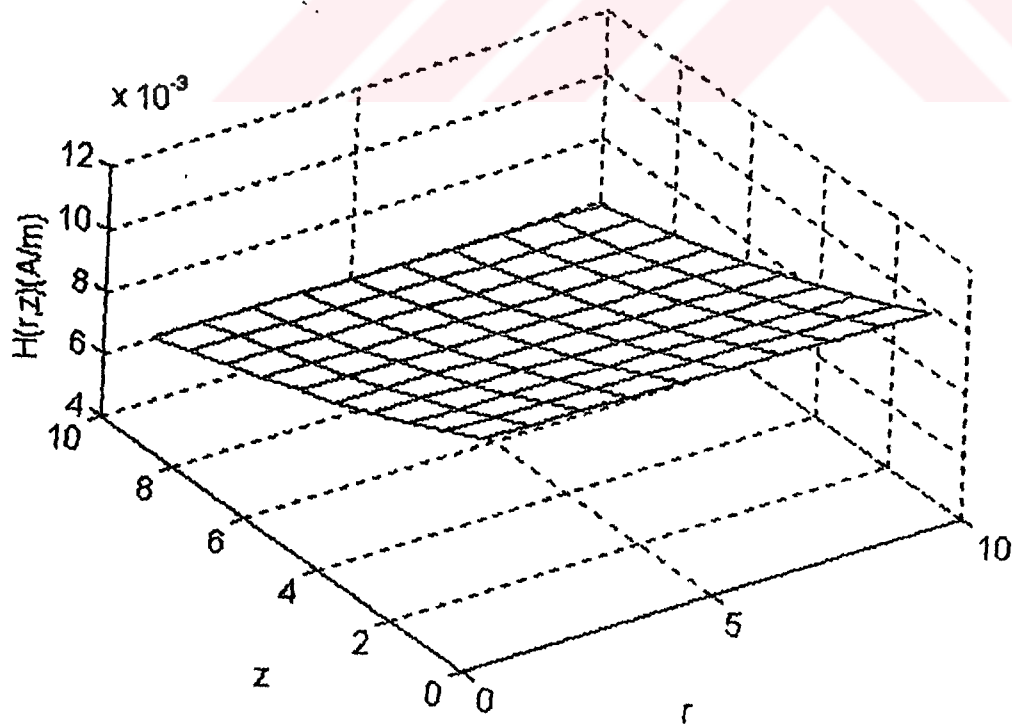
Şekil 2.7.9.5. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



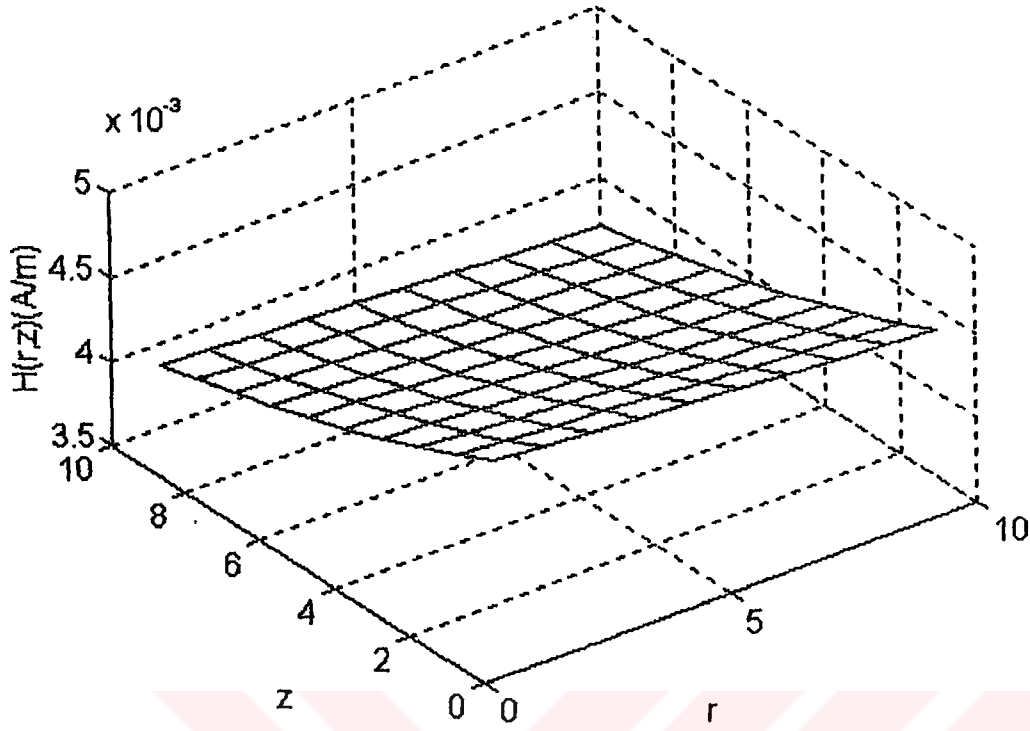
Şekil 2.7.9.6. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



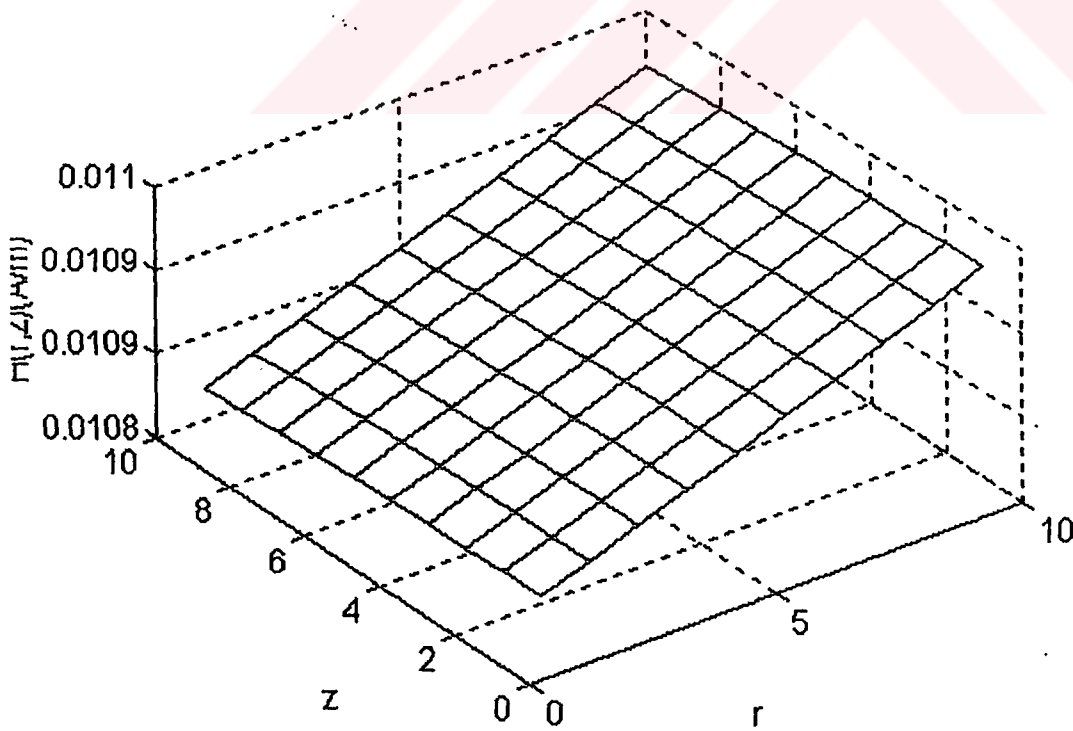
Şekil 2.7.9.7. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



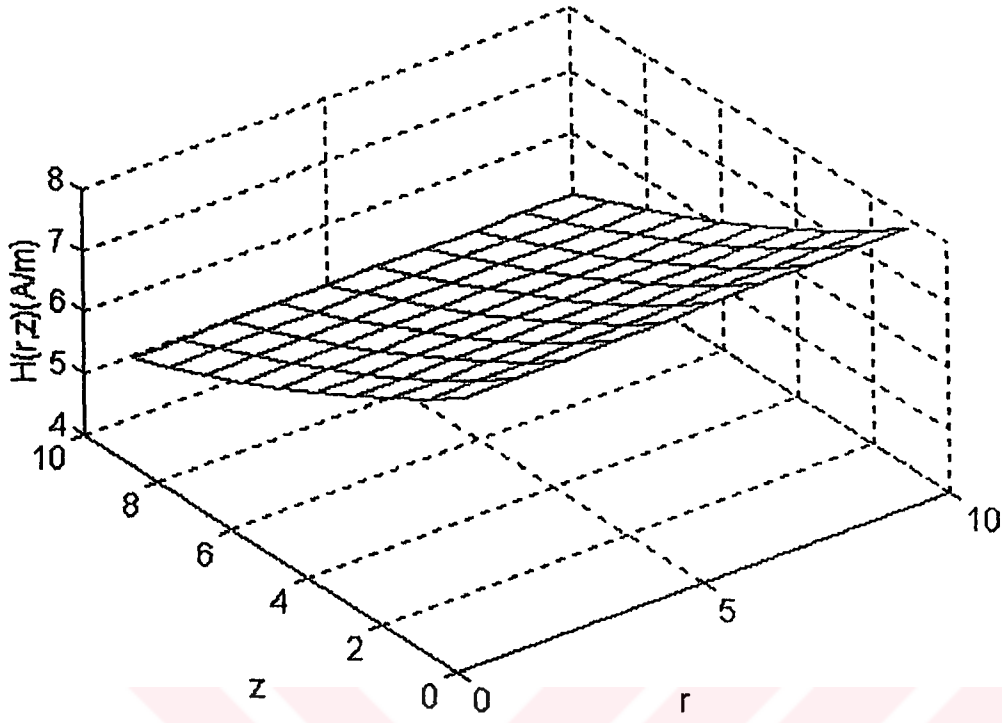
Şekil 2.7.9.8. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



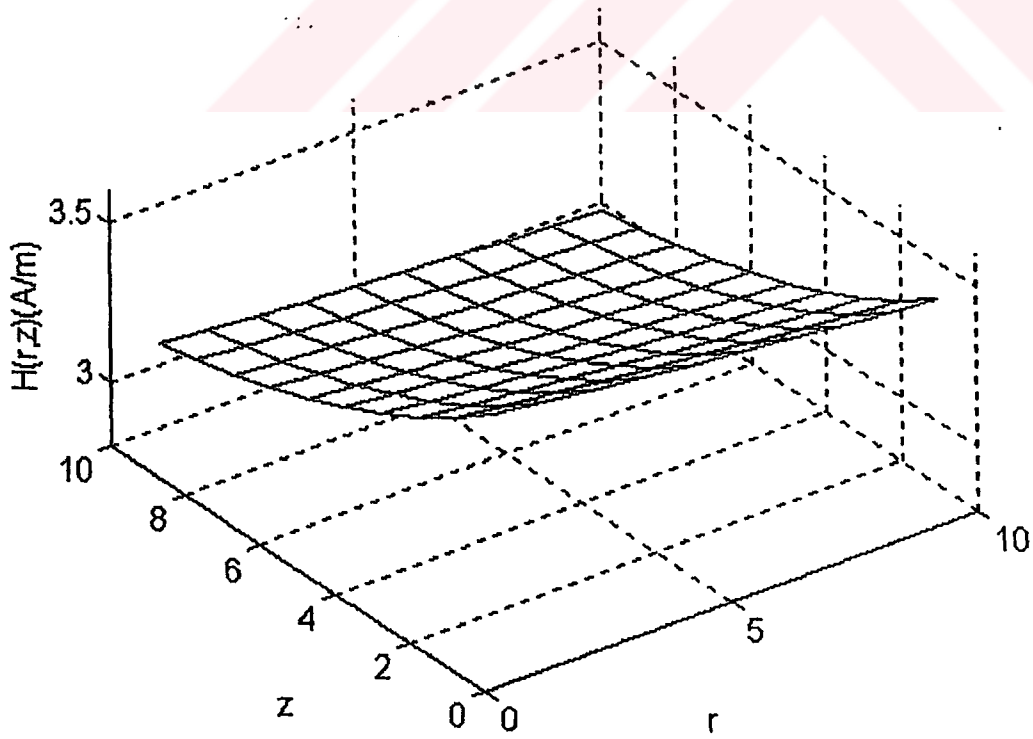
Şekil 2.7.9.9. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.9.10. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

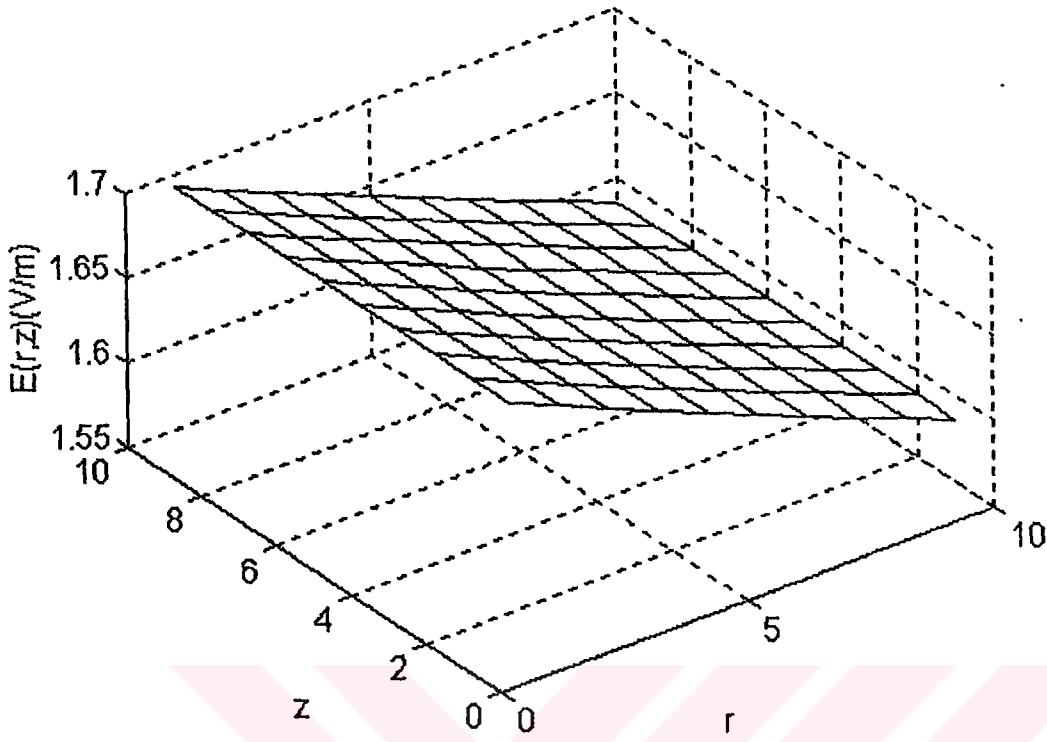


Şekil 2.7.9.11. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan

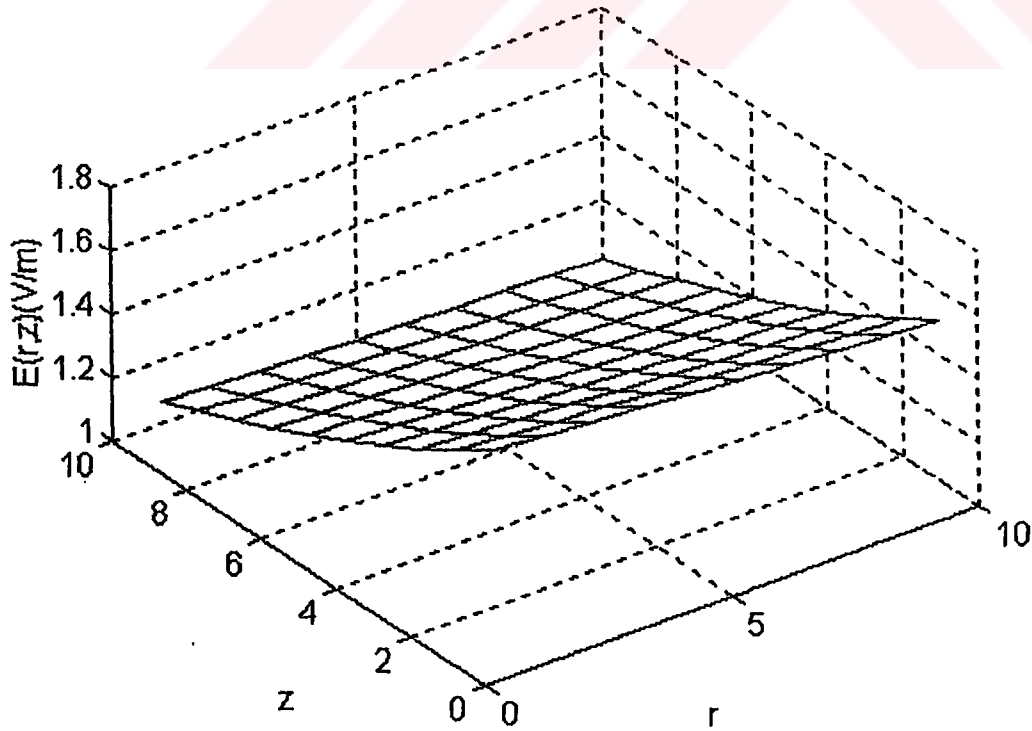


Şekil 2.7.9.12. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan

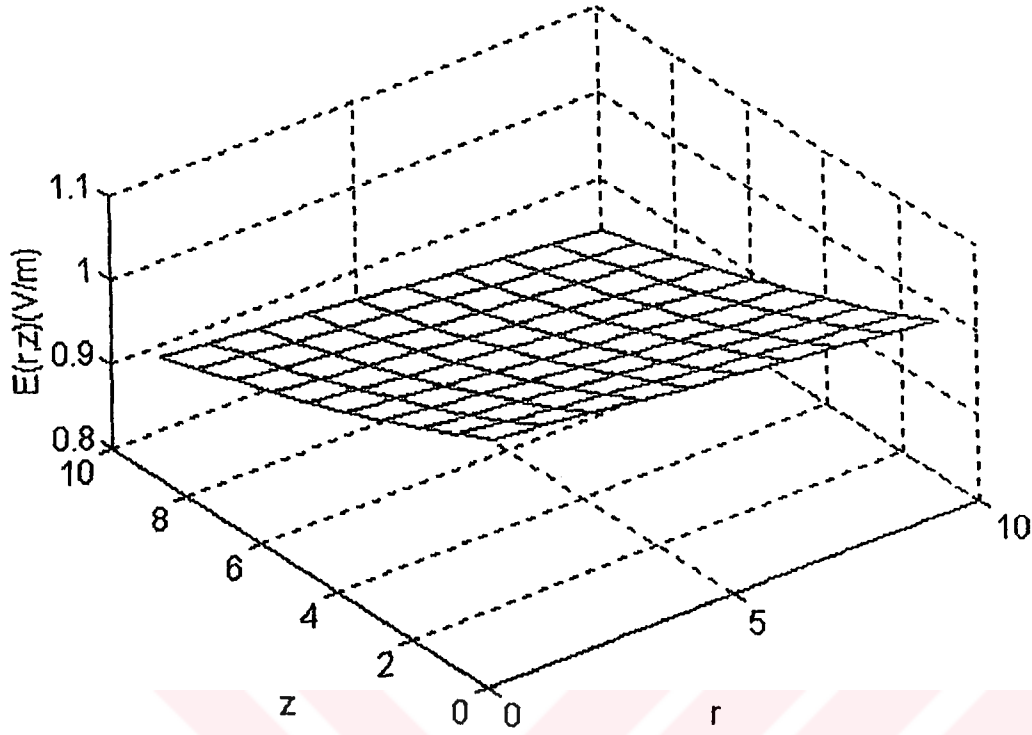
2.7.10. $h = 0.04 \text{ m}$



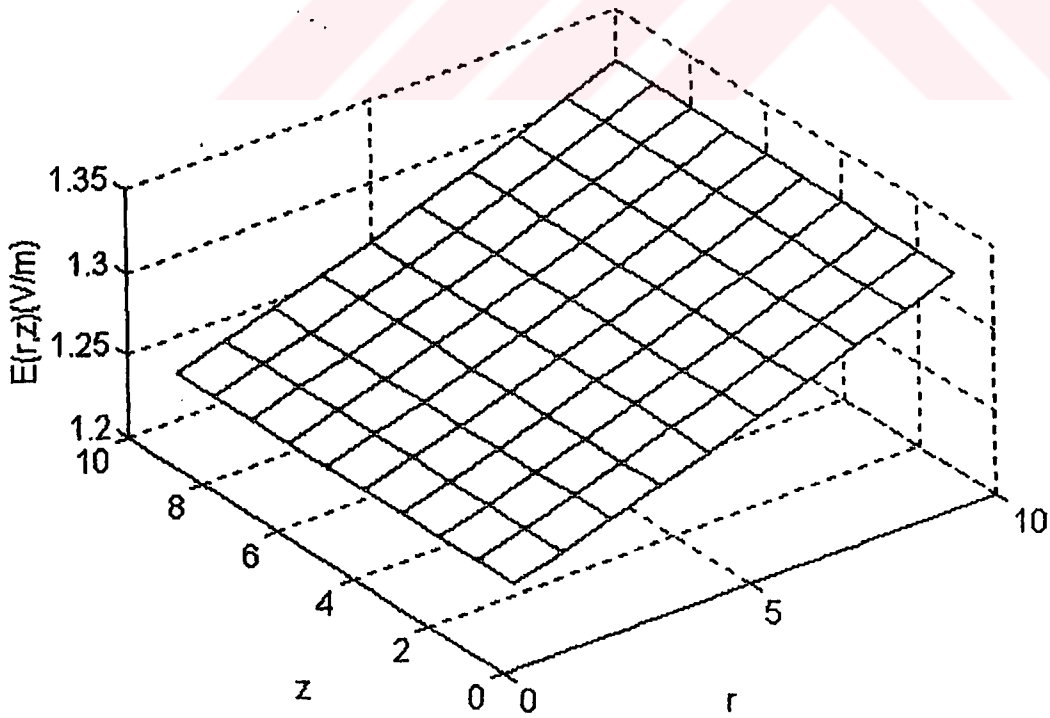
Şekil 2.7.10.1. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



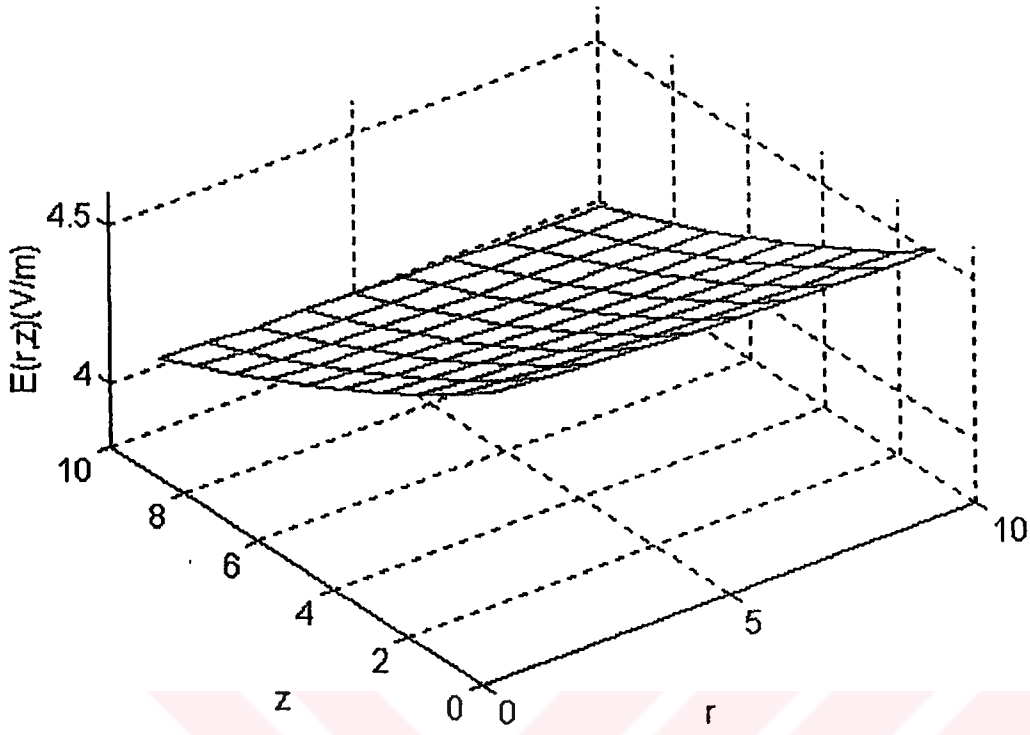
Şekil 2.7.10.2. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



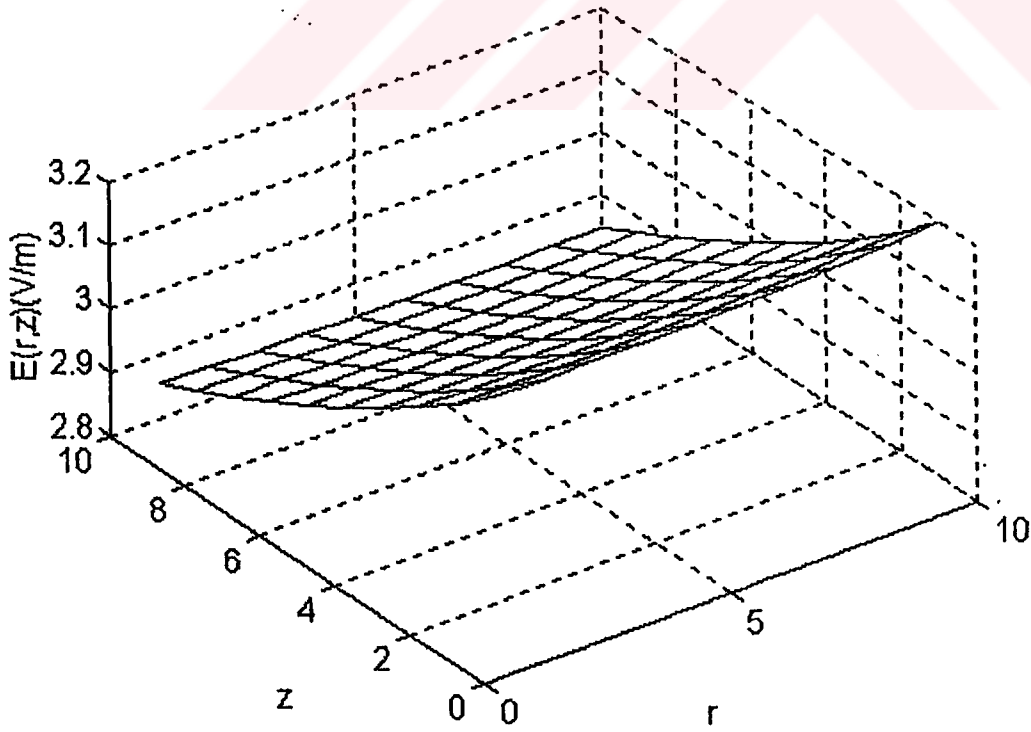
Şekil 2.7.10.3. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



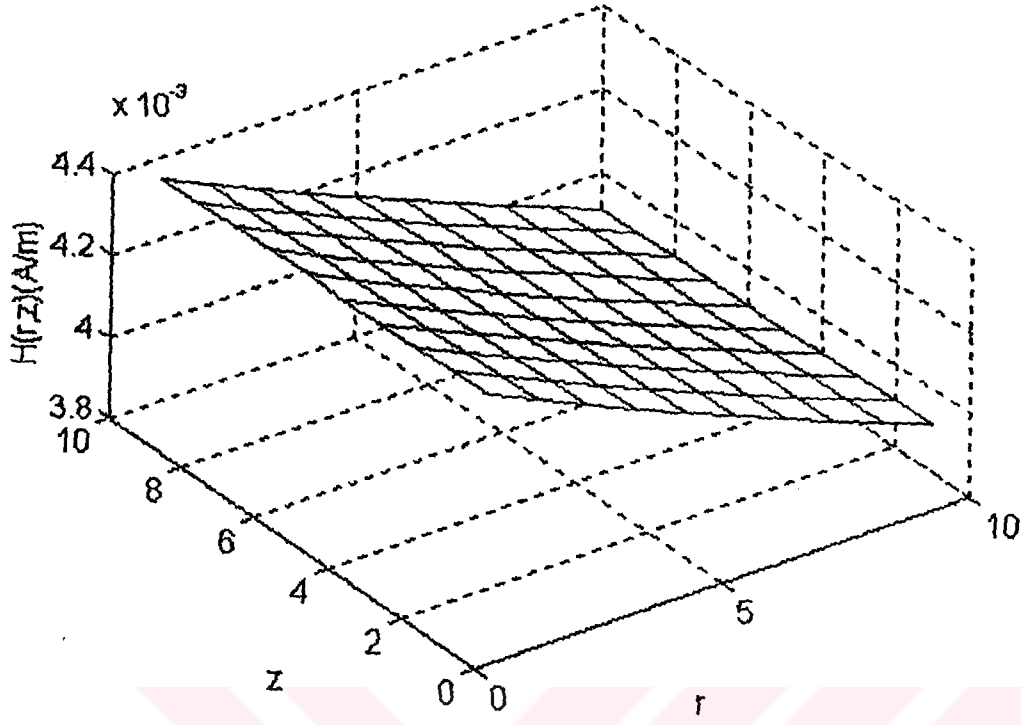
Şekil 2.7.10.4. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



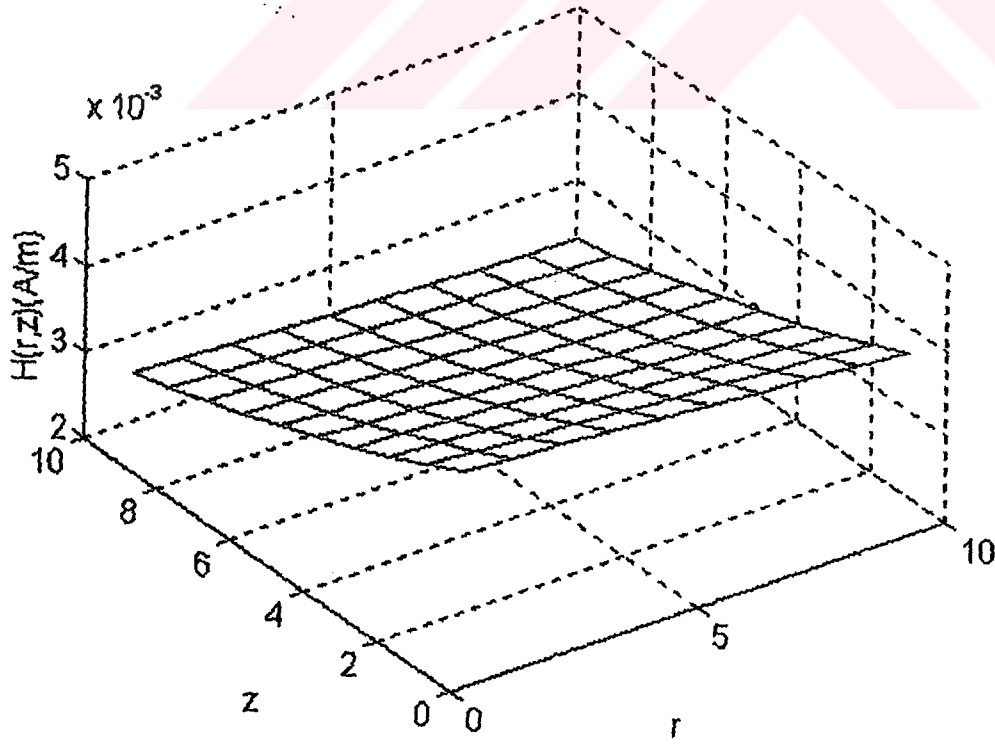
Şekil 2.7.10.5. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



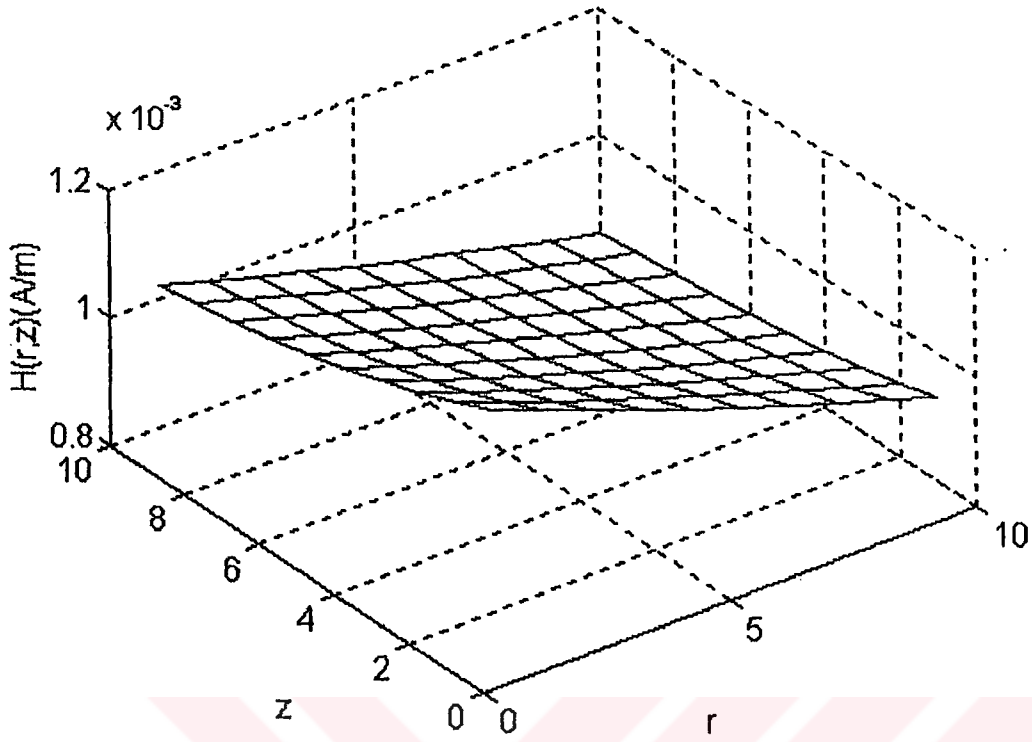
Şekil 2.7.10.6. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan



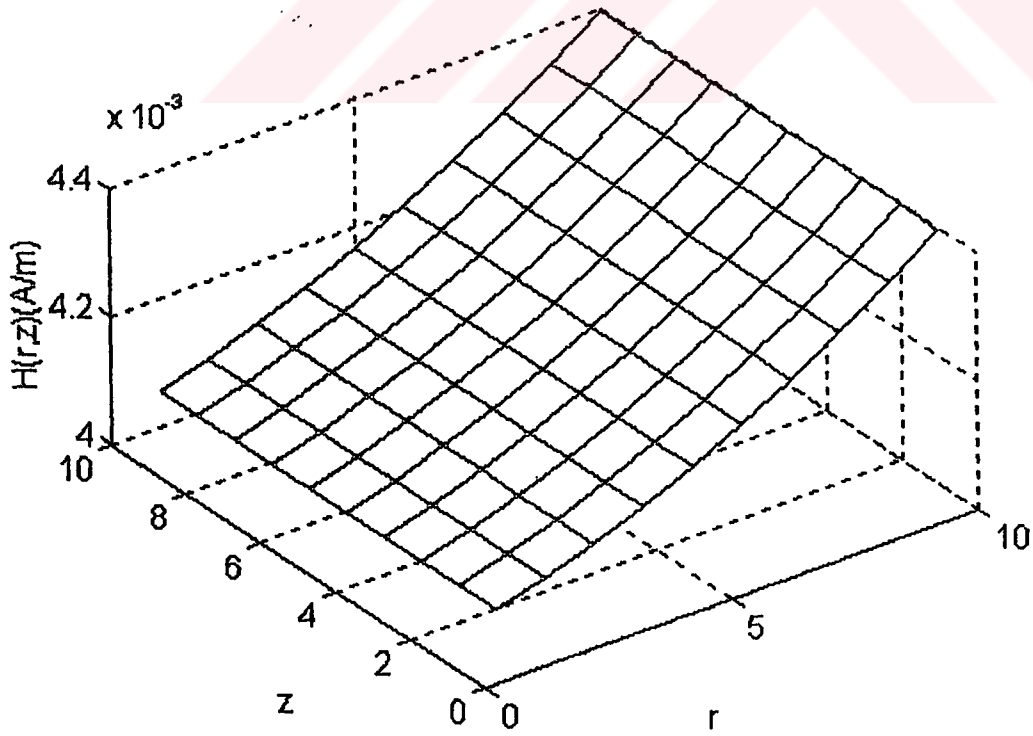
Şekil 2.7.10.7. $0 < \rho < a$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



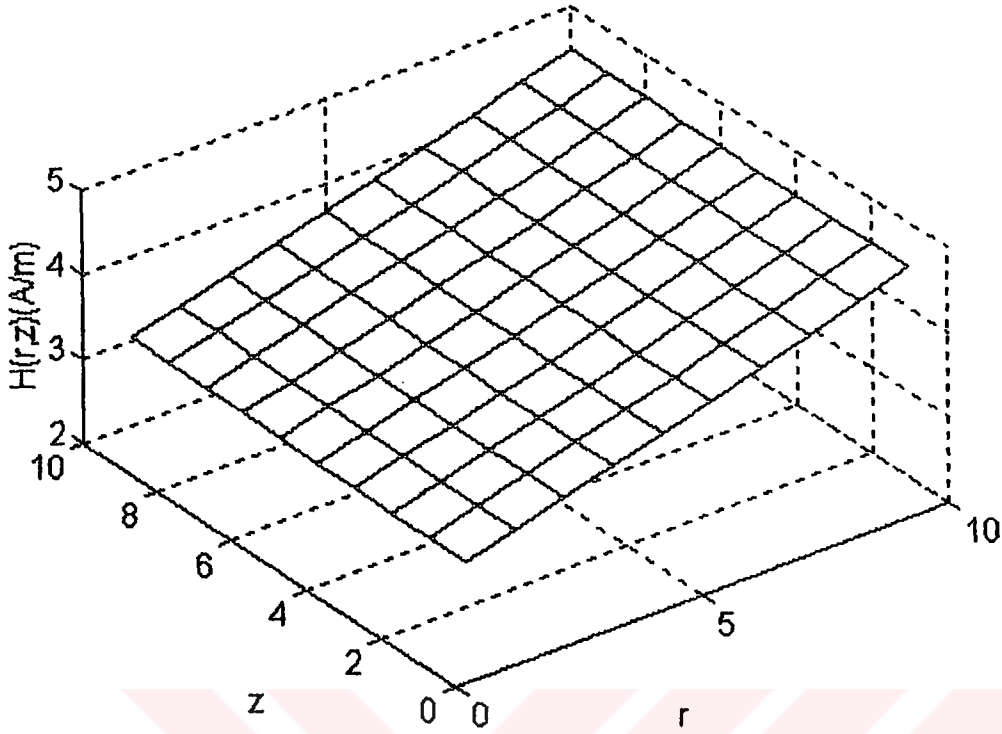
Şekil 2.7.10.8. $a < \rho < b$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



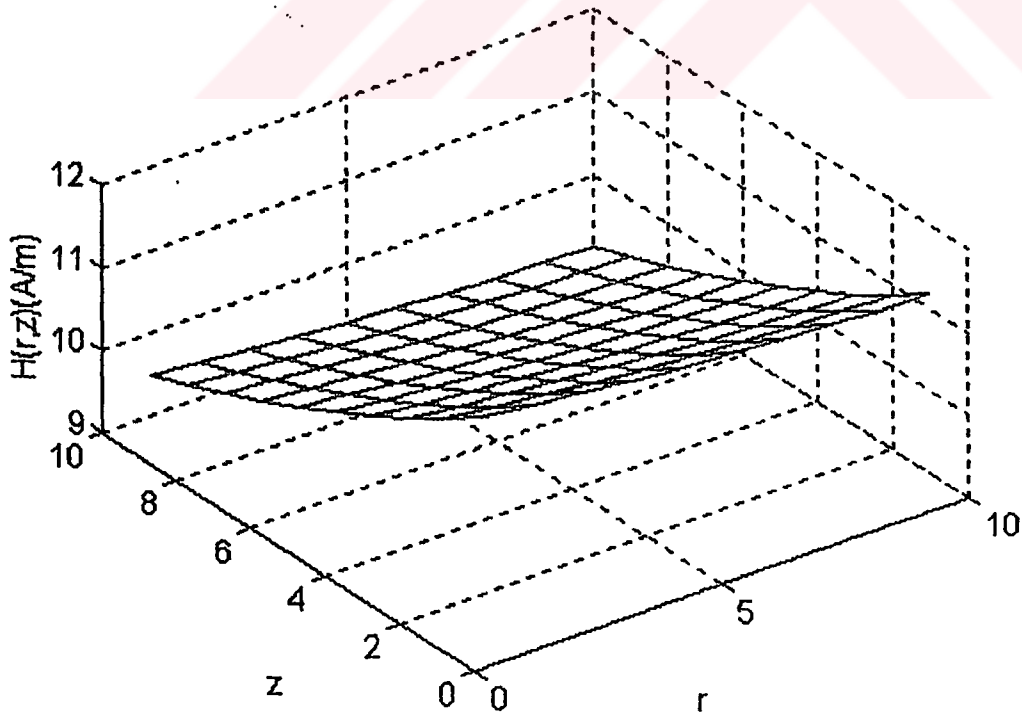
Şekil 2.7.10.9. $b < \rho$, $h < z$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.10.10. $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.10.11. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Magnetik Alan



Şekil 2.7.10.12. $b < \rho$, $0 < z < h$ aralığında hesaplanan Elektriksel Alan

2.8. Grafikler ile Elde Edilen Sonuçlar

Şekil 2.7.1 , 2.7.1.1 ve 2.7.1.2.' deki grafiklere göre silindirin uzantısının iç bölgelerde kalan noktalarda elektriksel alanın genliği akım arttıkça arttığı ; akım azaldıkça elektriksel alan genlik değerinin düştüğü görülmektedir. Bölüm 2.7.1 ve bölüm 2.7.2' deki grafikleri incelediğimiz zaman yukarıda yapmış olduğumuz yorumu genelleştirebiliriz. Yani akımın genliği arttıkça bütün bölgelerde bulunan elektriksel alan ve magnetik alan genlik değerlerinin arttığı, akımın genliği azaldıkça magnetik ve elektriksel alan genlik değerlerinin azaldığı görülmektedir.

Bölüm 2.7.3 ve bölüm 2.7.4' deki grafiklerde frekans değişiminin elektriksel ve magnetik alan genlik değerlerinde meydana getirdiği değişiklikleri görebiliriz. Frekans arttıkça elektriksel alan genlik değerlerinin bütün bölgelerde arttığı frekans azaltıldığında elektriksel alan genlik değerlerinin azaldığı görülmüştür. Fakat frekansın değişikliği $h < z$ bölgesindeki magnetik alan ρ bileşenin genlik değerleri ile $0 < \rho < a$, $0 < z < h$ aralığındaki magnetik alan ρ bileşenin genlik değerlerini etkilememiştir. $0 < z < h$ bölgesinde silindirin dışındaki noktalarda ($a < \rho$) magnetik alan ρ bileşenin genlik değeri , frekans arttıkça arttığı frekans azaldıkça azaldığı görülmektedir.

Şimdi ise bölüm 2.7.5. ve bölüm 2.7.6'daki grafikleri inceleyelim. $0 < \rho < a$, $h < z$ ve $a < \rho < b$, $h < z$ aralıklarında akım halkasının yarıçapı (b) büyütüldükçe elektriksel alan genliğinde artma; yarıçap küçültüldükçe elektriksel alan genlik değerlerinde ise azalma görülmüştür. $b < \rho$, $h < z$ aralığında ise yarıçap büyütüldüğü zaman elektriksel alan genlik değeri küçülmüş; yarıçap küçültüldüğü zaman ise elektriksel alan genlik değerlerinde fazla bir değişiklik olmamıştır. Silindirin içindeki noktalarda ise akım halkasının yarıçapı arttıkça elektriksel alan genliğinde bir artma meydana gelmiştir. Fakat yarıçap arttırılmadan önce elektriksel alan genliği silindir yüzeyine doğru gidildikçe göstermesine karşın , akım halkasının yarıçapı arttırıldığı zaman elektriksel alan genliği silindir yüzeyine doğru gidildikçe düşmektedir. Diğer bölgelerde ise akım halkasının yarıçapı büyütüldüğü zaman elektriksel alan genlik değerleri artmakta , yarıçap küçültüldüğü zaman elektriksel alan genlik değerleri azalmaktadır. $0 < \rho < a$, $h < z$ ve

$a < \rho < b$, $h < z$ bölgelerinde hesaplanan $|H_\rho|$ değerlerinde, b yarıçapı büyütüldüğü zaman çok az bir artış ; b yarıçapı küçültüldüğünde ise çok az bir düşüş gözlenmektedir. Şekil 2.7.9, 2.7.5.9 ve 2.7.6.9' daki grafiklerde görüldüğü üzere $b < \rho$, $h < z$ aralığında b yarıçapı büyüdükçe $|H_\rho|$ genlik değeri düşmekte ; b yarıçapı küçüldükçe $|H_\rho|$ değeri büyümektedir. Şekil 2.7.10 2.7.5.10 ve 2.7.6.10'da silindirin içinde $|H_\rho|$ genlik değerinde b yarıçapı büyüdükçe bir artış ; b yarıçapı küçüldükçe bir azalış görülmektedir. Fakat b yarıçapı arttırıldığında arttırılmadan önceki durumun tam tersine $|H_\rho|$ genlik değeri silindir yüzeyine doğru gidildikçe azalmaktadır. Şekil 2.7.11 , 2.7.5.11 , 2.7.6.11 , 2.7.12 , 2.7.5.12 ve 2.7.6.12' de ise b yarıçapı arttıkça $|H_\rho|$ genliği büyümekte ; yarıçap küçüldükçe $|H_\rho|$ değeri azalmaktadır diyebiliriz.

Bölüm 2.7.7 ve bölüm 2.7.8' de hesaplana grafik değerlerine bakalım. Şekil 2.7.1 , 2.7.7.1 ve 2.7.8.1' de silindirin uzantısının iç bölgesindeki noktalarda elektriksel alan genliğinde silindirin yarıçapı (a) hem arttırıldığı hem de azaltıldığı zaman bir düşüş meydana gelmiştir. Şekil 2.7.7.1' deki düşüş, Şekil 2.7.8.1' deki düşüşten daha fazladır. Şekil 2.7.7.2 , 2.7.8.2 ve 2.7.2' de a yarıçapı büyüdükçe elektriksel alanın genliği biraz artmış fakat $z=h$ düzlemine yaklaştıkça elektriksel alanın genliğin değeri düşmeye başlamış. Silindirin yarıçapı küçüldükçe elektriksel alanın genliğinde yine bir düşüş meydana gelmiştir. Şekil 2.7.4 , 2.7.7.4 ve 2.7.8.4' de a yarıçapı hem küçültüldüğü zaman hem de büyütüldüğü zaman elektriksel alan genliğinde bir düşüş görülmüştür. Fakat Şekil 2.7.8.4' de silindir yüzeyine doğru elektriksel alan genliğinde bir düşüş görülmektedir. Şekil 2.7.5 , 2.7.7.5 ve 2.7.8.5' deki grafiklere göre a yarıçapı hem büyütüldüğünde hem de küçültüldüğünde silindirle akım halkası arasındaki bölgedeki elektriksel alan genlik değerlerinde düşüş meydana gelmiştir. Bu durum Şekil 2.7.7.6 , 2.7.8.6 ve 2.7.6' deki şekiller içinde geçerlidir. Diğer bölgelerde ise genellikle elektriksel ve magnetik alan genlik değerleri silindir yarıçapı küçültüldüğü zaman düşmekte ; yarıçap büyütüldüğü zaman ise büyümektedir.

Bölüm 2.7.9 ile bölüm 2.7.10' daki grafikleri inceleyelim. $z < h$ bölgesindeki noktalarda elektriksel alan genliği , h yüksekliği büyüdüğü zaman düşmekte ; h yüksekliği küçüldüğü zaman ise büyümektedir. $0 < z < h$ bölgesindeki noktalarda ise her iki durumda da elektriksel

alan genlik deęerleri dūřmektir. $a < \rho < b$, $0 < z < h$ ve $\rho < b$, $0 < z < h$ aralıklarında magnetik alanın $|H_\rho|$ bileřenin genlik deęeri h yūkseklēi hem būyūtdūęū hem de kūęūltūtdūęū zaman dūřmektir. Dięer bōlgelerde ise h yūseklik deęeri būyūtdūęū zaman $|H_\rho|$ deęeri dūřmekte ; h yūkseklēi kūęūltūtdūęū zaman ise $|H_\rho|$ deęeri būyūmektedir.



KAYNAKLAR :

Albertsen, N.C., 1989. "Creeping Wave Modes For A Dielectric Cylinder", IEEE T-AP December 1989: p.p. 1642

Cheng, David K., 1983. "Field and Wave Electromagnetics", Addison - Wesley Publishing Company

Fenn, Alan J., 1985. "Arrays Of Horizontally Polarized Loop-Fed Slotted Cylinder Antennas", IEEE T-AP April 1985: p.p. 37

Harrington, R.F., 1961. "Time Harmonic Electromagnetic Fields", McGraw - Hill Inc., USA., p.p. 200, 202

Kalaycıoğlu, K., 1997. "Silindirik Geometriye Sahip Saçılma Problemlerinde İntegral Gösterilim Yoluyla Kesin Sayısal Çözüm Yaklaşımı", Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi.

Lebedev, N. M., 1972. "Special Functions and Their Applications", Dover Publications Inc.

Partal, H.P., 1995. "Açıklık Antenlerin Işıma Karakteristiklerinde İntegral Gösterilim Yoluyla Kesin Sayısal Çözüm Yaklaşımı", Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi.

Şengör, T., 1996. "Radiation Characteristics of A Loop Printed Microstrip Antenna on Spherically Curved Substrates", International Workshop On Modern Mathematical Methods In Diffraction Theory And Application In Engineering, Freudenstadt, Scpwarzwald (Germany), September 30 – October 4, 1996

Şengör, T., Partal, H.P., 1996. “ The Exact Computational Solution Approach By Integral Representations With An Application To Radiation Characteristics Of Aperture Antennas”, IEEE AP-S International Symposium and VRSI Radio Science Meeting, Baltimore, USA, July 21 – 26, 1996.

Şengör, T., Partal, H.P., 1997. “Simulating The Radiation Characteristics Of Circular Impedence Discs”, Proceeding Of The International Conference On Electromagnetics In Advanced Applications, Torino, Italy, September 15 - 18, 1997: p.p. 211-214.

Şengör, T., 1998. “The Exact Approach Technique By Integral Representations”, Proceeding of The XXVII Moscow International Conference On Antenna Theory and Technology, Moscow (Russia), September 22-24, 1998, p.p. 161-164.

TC YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMAN T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU

ÖZGEÇMİŞ

Ali SAĞLAM,

Doğum Tarihi :12.4.1974

Doğum Yeri :Kırşehir

Öğrenim Gördüğü Okullar :

1989-1991 Malatya Fen Lisesi

1991-1995 Y.T.Ü. Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği

1995 yılında Y.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalında Prof.Dr. Taner ŞENGÖR' ün danışmanlığında Yüksek Lisans eğitime başladım.

