

67819

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK ÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

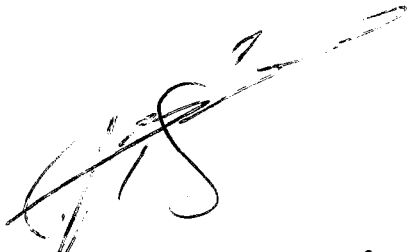
**TELLİ MÜZİK ALETLERİNİN FİZİKSEL
MODELLERİYLE SES SENTEZİ**

Elektronik ve Haberleşme Müh. Cumhuri ERKUT

**F.B.E. Elektronik ve Haberleşme-Mühendisliği Anabilim Dalı Haberleşme Programında
hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Taner Şengör


Prof. Dr. Taner ŞENGÖR


İSTANBUL, 1997



İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	IV
ÖZET	V
ABSTRACT	VI
1.0. GİRİŞ.....	1
2.0. MÜZİK ALETLERİNİN FİZİKSEL MODELLENMESİNE DAYALI SES SENTEZİ	
YÖNTEMLERİ	4
2.1 KLASİK MODELLERİN ORTAK ÖZELLİKLERİ	4
2.1.1 Modelleme Gerekçeleri.....	4
2.1.2 Fiziksel, İşlevsel ve Formal Yapılar	5
2.1.3 Kara Kutu ve Beyaz Kutu Yaklaşımları.....	6
2.1.4 Blokların Bağlanması.....	7
2.2 UYARIM	8
2.2.1 Başlangıç Koşullarının Belirlenmesi.....	8
2.2.2 Direkt Üretim.....	9
2.2.3 Doğrusal Olmayan Belleksiz Model	9
2.2.4 Mekanik Modeller	11
2.3 REZONATÖRLER	11
2.3.1 Transfer Fonksiyonu Modelleri	11
2.3.2 Mekanik Modeller	13
2.3.3 Sayısal Dalga Kılavuzu Modelleri.....	13
2.3.4 Modüler Sentez Modelleri	13
2.4 ETKİLEŞİM.....	14
2.4.1 İleri Besleme	14
2.4.2 Geri Besleme.....	15
2.4.3 Modüler Etkileşim	16
2.5 FİZİKSEL MODELLER VE SENTEZ ALGORİTMALARI	17
2.5.1 Ses Soyutlamaları Olarak Algoritmalar	17
2.5.2 Algoritmaların Yapısı	18

3.0. TİTREŞEN TELLERİN FİZİĞİ.....	20
3.1 ESNEK TEL ÜZERİNDEKİ DALGALAR.....	20
3.1.1 Telin Şeklinin Değişimine İlişkin Bir Düşünce Deneyi	20
3.1.2 İki Yöne Doğru İlerleyen Büyüklükler.....	22
3.1.3 Başlangıç Koşulları.....	23
3.1.4 Sınır Koşulları.....	25
3.1.5 Sınırdan Yansıma	25
3.1.6 Sonlu Uzunluktaki Teller	27
3.2 BASİT HARMONİK SALINIMLAR	32
3.2.1 Dalga Denklemi	32
3.2.2 Duran Dalgalar.....	34
3.2.3 Normal Modlar	35
3.2.4 Fourier Serileri.....	37
3.2.5 Başlangıç Koşulları.....	37
3.2.6 Seri Katsayıları.....	38
3.2.7 Çekilmiş ve Vurulmuş Teller.....	39
3.2.8 Titreşimin Enerjisi	41
3.3 İDEAL TELDEN GERÇEK TELE GEÇİŞ.....	45
3.3.1 Titreşen Telin Hızına Bağımlı Kayıplar	47
3.3.2 Elastik Telin Titreşimleri.....	47
3.3.3 Gerçek Bir Telli Müzik Aletinin Üzerindeki Telin Titreşimi.....	49
3.3.4 Gövdenin Normal Modları.....	49
3.3.5 Gövde Titreşimlerinden Duyulan Sese Kadar Gerçekleşen Süreçler.....	51
3.4 MÜZİK ALETLERİNİN SES ÜRETİMİ MEKANİZMALARINA İLİŞKİN ZAMAN DOMENİ FORMÜLASYONU	52
3.4.1 Gerçekçi "Köşe Yuvarlatma" Fonksiyonları ve Nümerik Benzetimler İçin Elverişli Bir Yöntem.....	54
4.0. SAYISAL DALGA KILAVUZLARIYLA FİZİKSEL MODELLEME	57
4.1 TEL ÜZERİNDEKİ DALGALARIN ÖRNEKLENMESİ	57

4.2 ALTERNATİF DALGALAR	61
4.3 KONUMA GÖRE TÜREV	62
4.4 TEK BOYUTLU KAYIPLI DALGA DENKLEMİ	64
4.5 KAYIPLARIN DAHA BÜYÜK ÖLÇEKTE BİLEŞTİRİLMESİ.....	65
4.6 FREKANS BAĞIMLI KAYIPLAR	66
4.7 BİR BOYUTLU DİSPERSİF DALGA DENKLEMİ	67
4.8 SABİT DESTEKLERLE SONLANDIRMA	68
4.9 SABİT DESTEKLER ARASINA GERİLMİŞ VE PENALANMIŞ ESNEK TEL	69
4.10 SABİT DESTEKLER ARASINA GERİLMİŞ VE VURULARAK UYARILMIŞ ESNEK TEL	71
4.11 PENALANMIŞ TELİN SÖNÜMLÜ TİTREŞİMLERİ.....	72
4.12 PENALANMIŞ TELİN FREKANS BAĞLI KAYIPLARI	74
5.0. KARPLUS - STRONG ALGORİTMASI	77
5.1 TEL SİMULASYON ALGORİTMASI	77
5.2 TEL SİMULATORÜNÜN ANALİZİ.....	77
5.3 "HARMONİKLERİN" SÖNÜMÜ	83
5.4 AKORTLAMA PROBLEMİ.....	87
5.5 SÖNÜM ZAMANININ DEĞİŞTİRİLMESİ.....	93
5.6 SÖNÜM ZAMANININ KISALTILMASI.....	93
5.7 SÖNÜM ZAMANININ UZATILMASI	96
5.8 SÖNÜMÜN UZATILMASININ AKORTLAMAYA ETKİSİ.....	97
5.9 PENALAMA ŞİDDETİ.....	99
5.10 "Es"LER VE NOTALARIN SONLARI	105
5.11 ÇEŞİTLİ ÇALMA TEKNİKLERİNİN SİMULASYONU	109
5.12 TELLERİN ETKİLEŞİMİNİN SİMULASYONU	111
5.13 PENANIN HAREKETİNİN ETKİLERİ VE SİMULASYONU	113
5.14 ATAKLARIN SAYISININ VE KARAKTERLERİNİN DEĞİŞTİRİLMESİ.....	114
5.15 GERİ BESLEME ÇEVİRİMİNDE KULLANILABİLECEK DİĞER SÜZGEÇLER	116
SONUÇLAR.....	119
ÖZGEÇMİŞ	

TEŞEKKÜR

Bu çalışmadaki katkılarından ötürü Sn. Prof. Dr. Taner Şengör'e, özellikle programlama aşamasındaki destekleri ve yaratıcı fikirlerinden dolayı Sn. A. Taylan Cemgil'e ve Sn. Çiğdem Aytekin Cemgil'e, yabancı kaynaklara erişim aşamasındaki yardımlarından dolayı Sayın Eflân Yılmaz'a ve Sn. S. Başar Başarır'a, ayrıca müzik teknolojisi ile ilgili akademik çalışmaların öncü merkezi olan CCRMA'yı kurduğu ve bu merkezi dar kalıplı bakış açılarından koruyabildiği için Sn. John M. Chowning'e ve son olarak inanılmaz sevgileri, sabırları ve destekleri için aileme çok teşekkür ederim.

Cumhur Erkut
Temmuz, 1997

ÖZET

Bu çalışmada telli müzik aletlerinin fiziksel modelleriyle ses sentezlenmesi incelenmiştir. Bu amaçla ilk olarak, şimdiye dek geliştirilen fiziksel modeller sınıflandırılmıştır ve modelleme yöntemleri tanıtılmıştır. Daha sonra telli müzik aletlerinin ses üretim mekanizmalarının fiziksel özelliklerine ilişkin matematiksel bağıntılar elde edilmiştir. Söz konusu bağıntılar, matematiksel fiziğin çok iyi bilinen bağıntıları olsa da, fiziksel modelleme yöntemleri açısından büyük bir öneme sahip olduklarından ve daha sonra geliştirilecek tüm yöntemler için ayrıntıların önem kazandığı bir temel oluşturduklarından, oldukça detaylı olarak incelenmişlerdir. Bu bölümde, ayrıca telli müzik aletlerinin birçok özelliği kısaca tanıtılmıştır ve fiziksel modellemeye olanak tanıyan bir zaman domeni bağıntısı özetlenmiştir.

Yukarıda sözü edilen bağıntılar yardımıyla, "sayısal dalga kılavuzu süzgeçleri" (Smith, 1987) kullanılarak telli müzik aletlerine ilişkin genel ayrık zaman modelleri oluşturulmuştur ve gerçek müzik aletlerinde gözlemlenen fiziksel olayların benzetimlerinin bu modeller yardımıyla gerçekleştirilmesinde önem taşıyan unsurlar üzerinde durulmuştur.

Telli müzik aletlerinin seslerinin etkin ve verimli bir biçimde sentezlenmesine olanak tanıyan Karplus-Strong Algoritması (Karplus ve Strong, 1983), yukarıda sözü edilen genel modelin özel hali olarak incelenmiştir ve telli müzik aletlerinin seslerinin daha gerçekçi olarak üretilmesi için kullanılabilecek genişletmeler tanıtılmıştır. Genişletmeler, fiziksel özelliklerin ayrık zamanlı benzetimlerinde kullanılacak sayısal bloklarla sağlanmıştır. Tüm bu blokların birleştirilmesiyle, telli müzik aletlerinin fiziksel modelleri yardımıyla oldukça gerçekçi sesler elde edilmiştir.

ABSTRACT

In this study, we investigated the synthesis of musical string instrument sounds using physical models. For that purpose, we classified the previously implemented models structurally and algorithmically and introduced the modeling techniques of these implementations. Then we derived the mathematical equations about the sound production mechanisms of string instruments. Although these equations seem to be the well-known principles of mathematical physics, we investigated and demonstrated the derived equations with full detail. Two main reasons for this particular approach can be epitomized as follows:

1. These principles have a paramount importance in the concept of physical modeling techniques.
2. The modeling schemes described in this study are highly dependent on the details of these physical principles.

In this chapter, we also summarized various physical properties of string instruments and a time-domain approach, which can be used to obtain efficient physical modeling schemes.

Using all these properties mentioned above, we obtained general discrete-time models of string instruments using "digital waveguide filters" (Smith, 1987) and pointed out the key issues about the simulation of the observed physical phenomena. Previously published Karplus - Strong Algorithm (Karplus and Strong, 1983), which provides a very efficient synthesis technique of string instrument tones, regarded as a special case of the general model, is investigated and extended to produce more realistic timbres. The extensions are realized with digital blocks, which combined in a full model to produce realistic timbres.

1.0. Giriş

Fiziksel modellerin simülasyonu yoluyla ses işaretlerinin sentezi, akustik ile ilgili çeşitli disiplinlerdeki günümüz araştırmacılarının yoğun ilgi odağını oluşturmaktadır. Bu ilginin temel nedenlerinden birisi, sesin kendisinden çok ses üretimi mekanizmaları üzerinde yoğunlaşan bu tekniğin, yeni seslerin üretiminde ve kontrolünde kullanıcıya büyük rahatlık ve esneklik sağlamasıdır. Genel olarak bir modelin amacı gözlemlenen fiziksel olayları matematik bağıntıları yardımıyla açıklamaya çalışmaktır. Bu tanım, geleneksel müzik aletlerinin ses üretimi mekanizmalarının modeller yardımıyla açıklandığı müzik akustiği için de geçerlidir.

Müzik seslerinin üretilmesi konusundaki çalışmalar gözden geçirildiğinde, herbiri belirli bir döneme damgasını vurmuş olan az sayıdaki yaklaşımların mevcut olduğu ortaya çıkmaktadır. Söz konusu bütün bu yaklaşımların temel hedefi, kulağa doğal gelebilecek müzik seslerinin etkin ve verimli olarak elde edilebilmesidir. Sentez yaklaşımlarından en eskisi, *Toplamalı Sentez* yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda sinüzoidal dalga şekilleri gibi temel ses bileşenleri toplanarak müziksel anlamda kullanışlı sesler üretilmeye çalışılmıştır. Daha sonra, başlangıçta oldukça zengin bir harmonik içeriğe sahip olan dalga şekillerinin, katsayıları zamanla değişen sayısal süzgeçler tarafından biçimlendirilmesini temel alan *Çıkartmalı Sentez* modelleri kullanılmaya başlanmıştır. Bu yaklaşımı, ilk ortaya atıldığı yıllarda büyük ilgi gören ve günümüzde bile kullanılan *Doğrusal Olmayan Sentez* modelleri izlemiştir. Bu yaklaşımda frekans modülasyonu (*FM*) gibi doğrusal olmayan bir işlemle karmaşık sesler elde edilmektedir (Chowning, 1973). Daha sonraları; özellikle bilgisayar sistemlerinin hızlanmasıyla *Örnekleme Sentez* veya *Dalga Tablosu Sentezi* yaklaşımı, diğer bütün yaklaşımları neredeyse bastırarak kadar fazla kullanım alanı bulmuştur. Günümüzde hemen hemen bütün kaliteli ses sentezleyicilerinde örnekleme sentezden yararlanılmaktadır. Bu yaklaşımda, akustik işaretlerin sayısal kayıtları işlenerek sonradan kullanılmak üzere saklanmaktadır. Örneklenmiş seslerin kalitesi çok iyi de olsa, bir ses örneği belirli bir müzik aletinin yalnızca belirli bir şekilde çalınmasıyla

elde edilmekte olduğundan, herhangi bir enstrümana ilişkin bütün ses uzayının elde edilebilmesi için oldukça fazla sayıdaki örneğe gereksinim duyulmaktadır.

Hiller ve Ruiz'in gerçekleştirdiği öncü çalışmada, fiziksel modeller ses üretme amacıyla kullanılmış (Hiller ve Ruiz, 1971); bu çalışmadan günümüze kadar geçen zaman içinde, fiziksel modellere dayalı ses sentezi diğer sentezleme yöntemleri arasında ağırlığı gittikçe artan bir yer edinmiştir. Buna karşın, fiziksel modellerden yararlanan ses sentezleyicileriyle yeni yeni karşılaşmaktadır*. Bu yüzden, fiziksel modellerin devrinin daha yeni başladığı savı ileri sürülebilir (Smith, 1996). Sanal gerçeklik (virtual reality) kavramının yaşamımıza yerleşmekte olduğu günümüzde, aynı kökten beslenen ve sanal müzik aletleri olarak ele alınabilecek fiziksel modellerin, ses üretimi açısından yakın geleceğe damgasını vuracağını kestirmek pek de güç değildir.

Fiziksel modellemeye yönelik yaklaşımlar, iki ana gruba ayrılabilir:

1. Fiziksel prensiplerin matematiksel modellerinin oluşturulmasına yönelik yaklaşımlar.
2. Model temelli ses sentezleyicilerinin tasarımına yönelik yaklaşımlar.

İlk yaklaşım, ana düşüncesi müzik aletlerinin ses üretim mekanizmalarıyla ilgili incelemeler yapmak olan fizik kökenli bir araştırmacının bakış açısıyla çıkmaktadır. Bu tezde de kabul edilen ve ilkinde göre oldukça pratik sonuçlar hedefleyen ikinci yaklaşım açısından, modellenecek müzik aletinin fiziksel bağıntıları, en az ilk yaklaşımdaki kadar önemlidir.

Fiziksel kökenli bir sentez tekniği geliştirirken, üç ayrı unsurun üzerinde önemle durmak gerekmektedir. İlk olarak müzik aletlerinin fiziği oldukça ayrıntılı olarak incelenmelidir. Daha sonra, üretilen seslerin kalitesine ilişkin son karar mekanizması insan kulağı olduğundan, insanın işitme sisteminin özellikleri göz önünde bulundurulmalıdır. Genel olarak tüm fiziksel modeller, modelin altında yatan fiziksel prensiplerin az ya da çok basitleştirilmesiyle oluşturulmaktadır. Bu

* 1994'te satışa sunulan Yamaha VL1, fiziksel modelleme prensiplerini temel alan ilk ses sentezleyicisidir. Korg firması ise benzer bir sistemi 1995 yılında üretmiştir. 1996 yılında, birkaç üretici fiziksel modellemeye dayalı ses sentezleyicileri üzerinde çalışmalar yaptıklarını ve bu çalışmaların sonuçlarının çok yakın bir süre içinde alınacağını duyurmuştur.

basitleştirmede algısal olarak farkedilmeyecek özelliklerin benzetime dahil edilmemesi, önemli hesap kolaylıklarına olanak tanımaktadır. Son unsur ise tasarımla ilgilidir. Elde edilen model, verimli ve etkin olarak gerçekleştirilmelidir.

Bu çalışmanın ana hedefi, telli müzik aletlerinin seslerinin fiziksel modeller uyarınca üretilmesinin incelenmesidir. Bu hedef doğrultusunda, Bölüm 2'de, çeşitli müzik aletlerinin fiziksel modelleriyle ses sentezine yönelik, şimdiye dek geliştirilmiş olan yöntemler ve algoritmalar tanıtılmıştır. Bölüm 3'te, telli müzik aletlerinin önemli fiziksel özellikleri incelenerek, modelleme aşamasında yararlanılacak bağıntılar elde edilmiştir ve bu bağıntılara ilişkin örnekler oluşturulmuştur. Bölüm 4'te, Bölüm 2'de kısaca sözedilen Sayısal Dalga Kılavuzları (Smith, 1987) kullanılarak telli müzik aletlerinin fiziksel modelleri elde edilmiştir ve bu modellerin nasıl etkin bir ses üretim algoritmasına dönüştürülebileceği üzerinde durulmuştur. Bölüm 4'ün sonunda özel bir durum olarak elde edilen Karplus-Strong Algoritması (Karplus ve Strong, 1983) Bölüm 5'in ana konusudur. Bu algoritma kapsamlı olarak irdelenmiş, daha önceki bölümlerde elde edilen sonuçlardan etkin ve verimli bir şekilde yararlanılmasını sağlayacak yöntemler incelenmiştir.

Üzerinde durulması gereken son bir unsur, fizik kökenli disiplinlerle mühendislik kökenli disiplinler arasındaki bazı notasyon farklılıklarıdır. Fizik kökenli çalışmalarda kompleks büyüklüklerin zamana bağımlılığı $e^{-i\omega t}$ olarak ifade edilirken, mühendislik kökenli araştırmacılar zamana bağımlılığı $e^{+j\omega t}$ terimi ile göstermektedirler. Bu çalışmada kompleks büyüklüklerin zamana bağımlılığı $e^{+j\omega t}$ olarak alınmıştır.

2.0. Müzik Aletlerinin Fiziksel Modellenmesine Dayalı Ses Sentezi Yöntemleri

Bu bölümün amacı, müzik uygulamalarında kullanılan fiziksel modellerin tanıtılmasıdır. Ele alınacak her yapı için geçerli iki temel olgudan söz edilebilir:

1. Bir fiziksel sistemi modellerken sıklıkla başvuru alan yöntem, frekans domeni gösterimlerinden yararlanmaktır. Frekans modelleri özellikle doğrusal sistemler için kullanışlıdır, fakat genel olarak müzik aletleri doğrusal sistemler olarak ele alınamaz. Doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesinde zaman domeni teknikleri yeğlenmektedir.

2. Her simulasyonda, sürekli zamandan ayrık zamana bir geçiş yapılması gerekmektedir. Bu geçiş, sürekli zaman modelinde gözlemlenen oluşumların iyi bir yaklaşıklıkla elde edilmesine olanak sağlayacak şekilde yapılmalıdır.

2.1 Klasik Modellerin Ortak Özellikleri

2.1.1 Modelleme Gerekçeleri

Fiziksel modellerle ses sentezlemenin ana gerekçesi, kullanıcıya ses üretmek için doğal ve içgüdüsel olarak ulaşabileceği parametreler sunmak olarak özetlenebilir. Bu tekniği ilginç kılan iki temel hipotez mevcuttur:

1. Ses renginin karmaşıklığı, model yapısı ve bunun sonucu olarak modeli gerçekleyen algoritma tarafından belirlenir.
2. Herhangi bir etkiye bir müzik aletinin gösterdiği tepki ile modelinin tepkisi arasında hassas bir ilişki bulunmaktadır.

Bu hipotezler; fiziksel modellere dayalı ses sentezinde, bir müzik aletinin sesinin yerine ses üretimi mekanizmasının simule edilmesi yaklaşımının ortaya koyduğu gerçeklerden ibarettir. İlk hipotez, iyi bir fiziksel modelin bir geleneksel

müzik aletine yakın ton kalitesinde sesler üretmesinin gerektiğini vurgulamaktadır; ikinci hipotez ise fiziksel modelleme kökenli bir algoritmanın parametrik kontrolünün, örneğin toplamsal ve farksal sentezleme gibi diğer yöntemlere göre daha doğal ve kolay olduğunu ifade etmektedir.

Bir enstrüman modelinin oluşturulmasında iki değişik bakış açısından söz etmek olanaklıdır. Bunlardan birincisi, daha çok ses üretim mekanizması ile ilgilenen analitik özellikli fiziksel bakış açısı; ikincisi ise daha çok üretilen seslerle ilgilenen sentez kökenli tasarımcının bakış açısıdır. İkinci yaklaşımda, modelin gerçekleşmesiyle elde edilen sesler, modelin kendisinden daha önemli sayılabilir.

2.1.2 Fiziksel, İşlevsel ve Formal Yapılar

Geleneksel bir müzik aleti gibi karmaşık bir sistemi modellerken, modeli daha küçük yapı taşlarına ayırmak ve bütünsel yapıyı bu alt blokların birbirleriyle etkileşimleri şeklinde tanımlamak yararlı olmaktadır. Böyle bir ayrıştırma için birkaç yol düşünülebilir. Ayrıştırma;

- (a) Fiziksel benzerlik
- (b) İşlevsel yapı
- (c) Formal tanımların basitliği

baz alınarak gerçekleştirilebilir. Fiziksel benzerliğe göre ayrıştırma; bütünü, fiziksel olarak basitçe tanımlanan parçalara bölmekle sağlanır. Örneğin; keman için teller, eşik, gövde ve yay fiziksel benzerlik parçalarını oluştururlar. İşlevsel yapıya göre müzik aleti uyarım ve rezonatör bloklarına ayrıştırılır. Keman örneğinde yay, uyarımı; eşik, gövde ve tellerin bileşimi ise rezonatörü oluşturur. Formal tanımların basitliği göz önüne alınarak gerçekleştirilen ayrıştırmada ise yine iki blok söz konusudur, fakat bu ayrıştırma sonuçta elde edilen matematiksel ifadelerin basitleştirilmesini sağlamaya yöneliktir. Örneğin bir model, doğrusal ve doğrusal olmayan bloklara ayrıştırılabilir. Genel olarak, (b) ve (c) ayrıştırmaları uyarımı doğrusal olmayan, rezonatörü ise doğrusal bloklar olarak tanımlayarak birbiriyle eşleştirilebilir.

2.1.3 Kara Kutu ve Beyaz Kutu Yaklaşımları

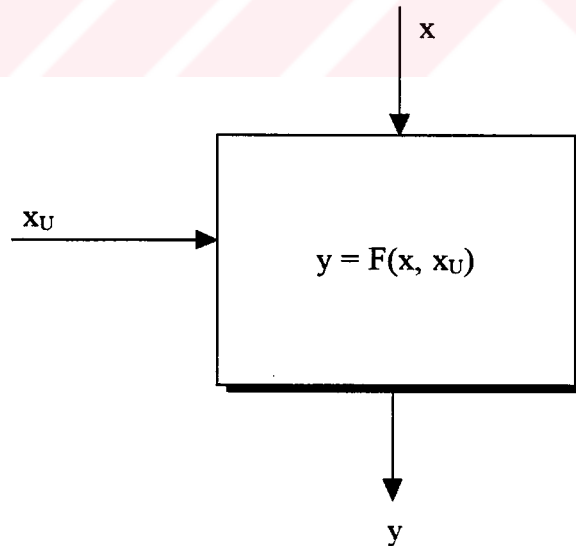
Ses sentezi amacıyla uygun bir model oluşturma'nın iki temel adımı aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

- 1) Fiziksel mekanizmalara uygun temel blokların belirlenmesi.
- 2) Blokların arasındaki etkileşimin tanımlanması.

Blokların seçimine yönelik iki değişik yaklaşım olan kara kutu ve beyaz kutu yaklaşımları blokların etkileşimlerinden bağımsız olarak bu bölümde ele alınacak, blokların etkileşimleri Bölüm 2.4'te incelenecektir.

Kara Kutu Yaklaşımı

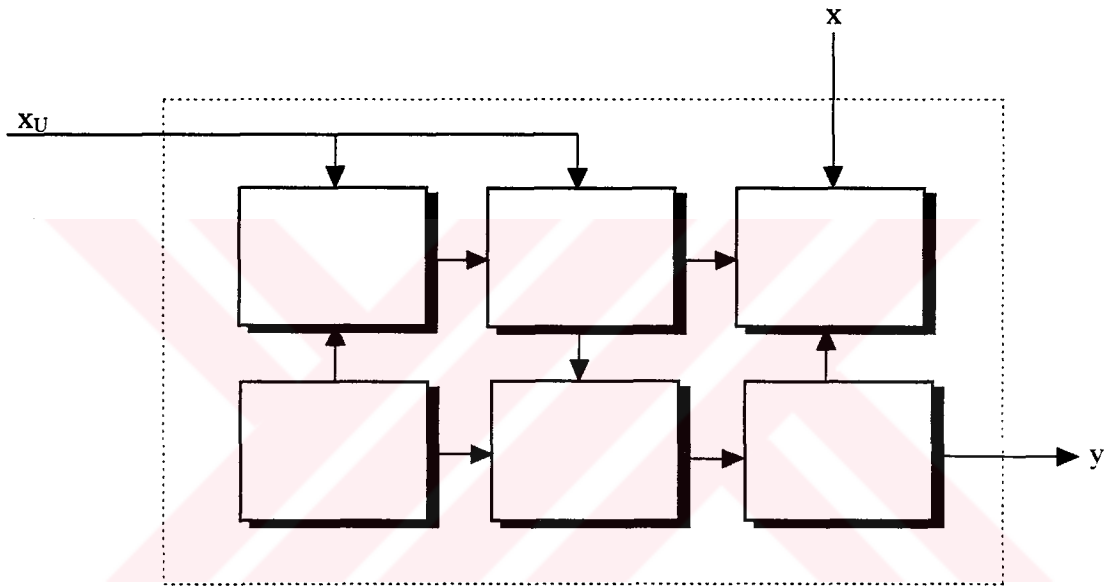
Bu yaklaşımda ses üretim mekanizmalarıyla pek fazla ilgilenilmeden, başka bir deyişle kara kutuların içi görülmeden, sadece giriş/çıkış arasındaki ilişki önemsenir (Şekil 2.1). Blokların kara kutu yaklaşımıyla oluşturulması, modelde kullanılacak işaretleri sınırlamaktadır. Örneğin, titreşen bir tel için yükseklik, hız, kuvvet, v.b gibi birçok değişken tanımlanabilir. Halbuki bu yaklaşımda seçim baştan yapılmış olmalıdır. Kara kutu yaklaşımıyla üretilen sesler, genellikle müzikal açıdan pek iyi sonuç vermemektedir.



Şekil 2.1: Kara kutu yaklaşımı. Şekilde x_u uyarımı, x kontrol bilgisini, y ise çıkışı göstermektedir

Beyaz Kutu Yaklaşımı

Bu yaklaşımda, bütün ses üretimi mekanizması tanımlanmaktadır (Şekil 2.2). Beyaz kutu yaklaşımıyla oldukça esnek modeller gerçekleştirilebilmekle birlikte genel olarak bu yaklaşımın uygulanması bazı zorlukları içermektedir. Bu tür bir model, kullanıcının ayrıntıya ulaşmasını sağlar; ancak bütün bu ayrıntıların modelin içine katılması, gerçekleştirilmesi gereken hesapların oldukça uzun ve karmaşık olmasına yol açabilmektedir.



Şekil 2.2: Beyaz kutu yaklaşımı. Şekilde x_u uyarımı, x kontrol bilgisini, y ise çıkışı göstermektedir.

2.1.4 Blokların Bağlanması

Temel bloklar tanımlandıktan sonra parçaların birbirine bağlanması için ileri veya geri beslemeden yararlanmak olanaklıdır. Geri besleme türü bağlantılar, genellikle sistemin dinamik davranışının incelenmesini zorlaştırmaktadır. İki bloktan daha fazlası için ileri ve geri beslemeli bağlantılardan oluşan çeşitli bağlantı şekilleri söz konusu olabilmektedir.

Bütün blokların birbirine bağlanmasıyla oluşan yapıda, ilk ve son blokların dış dünyayla olan bağlantıları ilginç özellikler taşımaktadır. Müzisyenle modelin etkileşimini sağlayan ilk bağ, genel olarak ileri beslemeyle gerçekleşir; fakat bu duruma alternatif bazı deneysel çalışmalar da gerçekleştirilerek değişik geri beslemeli modeller elde edilmiştir (Cadoz et. al.,1984).

Son bağ ise müzik aletini dinleyiciye bağlamaktadır. Gerçek müzik aletlerinde titreşimleri havaya ileten bir bölge söz konusuysa, fiziksel modellemeye dayalı sentez yöntemlerinde sesler tek bir noktadan alınmakta ve kuvvetlendirilerek dinleyiciye ulaştırılmaktadır. Bu anlamdaki eksikler saptanmışsa da şu ana kadar alternatif bir yöntem oluşturulamamıştır (Adrien, 1991).

2.2 Uyarım

Bir müzik aletini bloklara ayırmak için bazı kriterler önerilmişse de, bu kriterlerin hepsi uyarım - rezonatör ayrıştırmasına indirgenebilir. Böyle bir ayrıştırma, ses üretim mekanizması hakkında yararlı bilgiler içermesinin yanı sıra sentezleme algoritmaları açısından da uygundur. Bu bölümde, uyarım bloğunun modellenmesi için geliştirilmiş bazı yöntemler incelenecektir.

2.2.1 Başlangıç Koşullarının Belirlenmesi

Bu yöntem, uyarıma serbest salınımla yanıt veren müzik aletleri için uygundur. Rezonatörün her zaman doğrusal bir sistem olarak ele alınabileceğinden yukarıda söz etmiştik. Özel olarak; rezonatörü, yalnızca bir denge konumu olan doğrusal dinamik bir sistem olarak düşünebiliriz. Böyle bir sistemin durum uzayındaki zamanla değişen yörüngesi, başlangıç koşulları ne olursa olsun yakınsayan bir spiral olmak zorundadır. Başlangıç koşullarının verilmesi ile sistem denge konumundan çıkarılarak değişik bir duruma şartlanır ve sistemin durum uzayındaki zorlamasız yörüngesi izlenir. Bu yörünge yakınsıyorsa kayıplı rezonatör sistemi, kendini ıraksamadan tekrarlıyorsa pek gerçekçi olmayan kayıpsız osilasyon sistemi söz konusudur.

Örnek olarak penalanmış teli ele alalım. Tam penalama anında tel bir üçgen şeklini alacaktır. Ayrıca pena telin hareketini engellediğinden, telin her noktası için

başlangıç hızı sıfıra eşit olur. Telin her noktası için konum ve sıfıra eşit olan başlangıç hız verileri, sistemin başlangıç durumunu belirler. Tel bırakıldığında ise sistem salınarak eski haline döner (Hiller ve Ruiz, 1971). Bu durumu modellemeye yönelik Karplus-Strong algoritmasında (bkz. Bölüm 5) başlangıç koşulları rasgele seçilmektedir.

Sonuç olarak bu uyarım biçimi, durumların serbest hareketiyle modellenebilecek müzik aletleri için (gitar, vurmali çalgılar) uygunken sürekli uyarılan müzik aletleri (keman, üflemeli çalgılar) için pek kullanışlı olmamaktadır. Ayrıca bu yöntemle elde edilen geçiş karakteristikleri müzikal açıdan pek doyurucu bulunmamaktadır.

2.2.2 Direkt Üretim

Sürekli uyarılan müzik aletleri için uyarım sadece belli bir başlangıç durumun belirleyen bir sistem olarak değil rezonatöre sürekli etkiyen bir sistem olarak düşünülebilir. Kara kutu yaklaşımıyla oluşturulan uyarım, rezonatörden etkilenmemektedir. Bu yöntemde çeşitli uyarım sistemleri kullanılabilir, bunlardan ilk akla geleni uyarım değerlerini bir tablodan okumaktır (Table-look up). Rezonatörün zayıf geri beslemesinin uyarım parametrelerinin yavaş değişimleri ile ifade edilebildiği modeller ve icracının el hareketlerinin uyarım olarak kabul edildiği modeller de bu sınıfa dahil edilebilir. Bu uyarım yönteminin yarar ve sakıncaları, doğal olarak kara kutu yaklaşımınıninkilerle eşlenebilir.

2.2.3 Doğrusal Olmayan Belleksiz Model

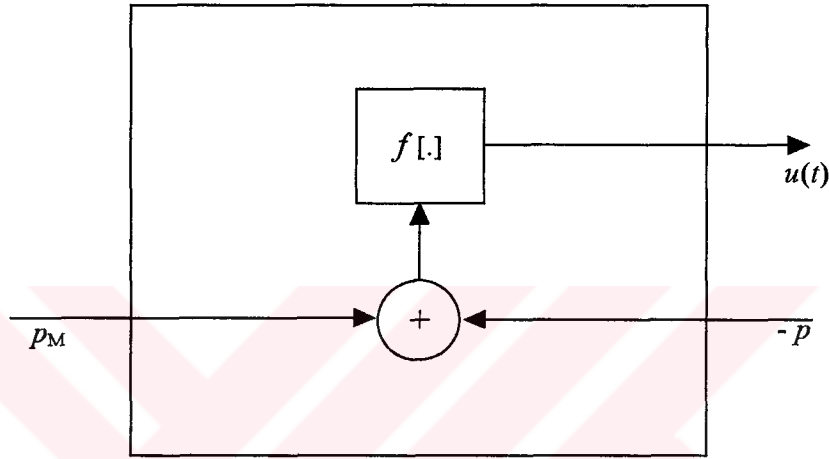
Bazı durumlarda uyarımı;

$$y(t) = f [x(t), x_U(t)] \quad (2.1)$$

biçiminde ifade etmek mümkün olmaktadır. Bu şekilde tanımlanan uyarım bloğu belleksiz olduğundan uyarım elemanının dinamik davranışlarını gözardı eder. Örneğin klarinet için uyarımı oluşturan akustik tübün içine akan havanın hacmi, ağızlığın içindeki p basıncının ve icracının ağızının içindeki p_M basıncının,

$$u(t) = f[p, p_M] \quad (2.2)$$

olarak ifade edilebilen doğrusal olmayan bir fonksiyonu olarak modellenenebilir. Şekil (2.3)'te bu durum gösterilmiştir.



Şekil 2.3: Klarinetin doğrusal olmayan belleksiz uyarım modeli. Eğer ağızlıktaki p basıncı, icracının ağzının içindeki p_M basıncından küçükse, akustik tübün içine giren havanın hacmini gösteren $u(t)$, $(p_M - p)^{2/3}$ büyüklüğü ile orantılıdır. Eğer ağızlıktaki p basıncı, icracının ağzının içindeki p_M basıncından büyükse $u(t) = 0$ 'dır.

f fonksiyonunun şekli genel olarak fiziksel uyarım parametrelerine bağlıdır. Sözgelimi klarinet örneğinde, dudakların kamışa uyguladığı kuvveti değiştirmek f fonksiyonunun değişmesine yol açmaktadır. Bu değişimlerin de modelin içine katılmasında teorik olarak bir problem olmasa da bu durumda uyarım büyüklüklerinin belirlenmesi için dalga tablosu kullanılamayacağından hesap masrafları oldukça artmaktadır.

Bu yöntemin diğer yöntemlere üstünlüklerini kısaca aşağıdaki gibi belirtebiliriz:

- a) Bu yöntemde rezonatörden uyarıma tepki olarak gelen bilgi de kullanılmakta böylece fiziksel gerçeklere daha çok yaklaşılmaktadır.
- b) Belleksiz olsa da nonlineerlik özellikle bir sesin tanınması ve sınıflandırılması için çok önemli olan atak bölümünde (Grey, 1977; Bregman, 1990) müzikal açıdan ilginç ve gerçekçi sonuçlara yol açmaktadır.

2.2.4 Mekanik Modeller

Uyarımın mekanik olarak modellenmesinde; kütle, yay ve sürtünme elemanları gibi ideal mekanik elemanlar kullanılmaktadır. Bu yöntemde kütle elemanları modellenen sistemlerdeki eylemsizliğe, nonlineer karakteristik fonksiyonlu yay elemanları elastik özelliklere, sürtünme elemanları ise iç kayıplara karşı düşürülmektedir. Uyarım, bu elemanların dinamik davranışlarını belirleyen kısmi türevli diferansiyel denklemlerle ifade edilmektedir. Sistem belleksiz olduğundan başlangıç koşulları model içine eklenmelidir. Şekil 2.4'te piyano çekici için gerçekleştirilmiş bir mekanik model ve buna karşı düşen algoritma görülmektedir (Suzuki, 1987).

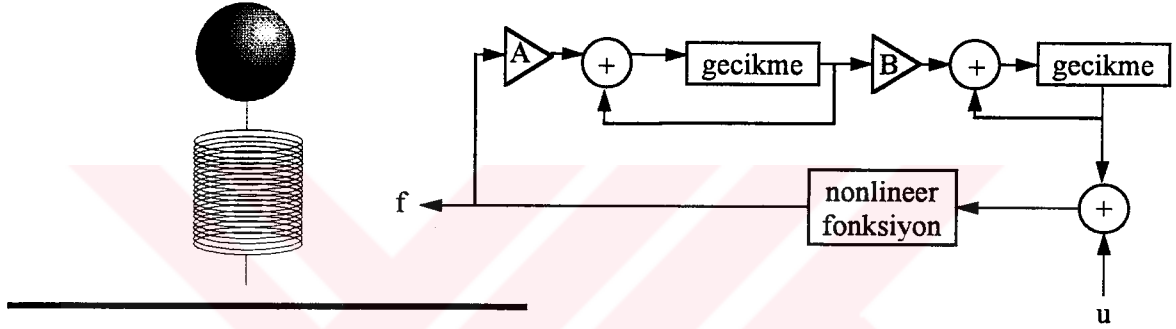
Bu yöntemin avantajı son derece genel olmasında yatmaktadır. Gerçekten; yay (Cremer, 1981), klarinet kamışı (Schumacher, 1981), dudaklar (Yoshikawa, 1995) ve hatta ses telleri için (Polerson et. al., 1994; Välimäki et al., 1994) mekanik modeller geliştirilmiştir. Bu yöntemden yararlanılarak fiziksel sistemlerin birçok özelliğini kapsayan çok detaylı modeller oluşturulabilir. Yöntemin dezavantajı ise gerçekleştirilmesinde, çok yüksek işlemsel masraflar yüzünden çoğu zaman özel donanım yapılarından yararlanılmasıdır.

2.3 Rezonatörler

Rezonatör blokları hemen her durumda nedensel, doğrusal fakat zamanla değişen sistemler olarak ele alınabilir. Doğrusallık tüm rezonatörler için önemli bir hipotezdir. Doğrusal sistemlerin analizi için geliştirilmiş tekniklerden bazıları ses sentezine özellikle uygundur. Bu bölümde rezonatörleri modellemek için geliştirilmiş teknikler tanıtılacaktır.

2.3.1 Transfer Fonksiyonu Modelleri

Kara kutu yaklaşımı kullanılan bu yöntemde işlevsel giriş/çıkış ilişkisi doğrusallık varsayımı altında rezonatörün transfer fonksiyonu ile belirlenebilir. Bu, rezonatörün fiziksel yapısının gözardı edileceği anlamına gelmektedir. Çıkış işareti, hız ve kuvvet veya basınç ve hacimsel akı gibi değişken çiftlerine belirli bir dönüşüm uygulanarak hesaplanmaktadır. Bu dönüşüm genel olarak giriş işaretinin bir kernel fonksiyonu (impuls yanıtı) ile konvolüsyonu olarak ifade edilebilir.



Şekil 2.4: Mekanik uyarım modeline örnek olarak bir piyano çekicinin mekanik modeli ve bu modeli gerçekleyen algoritma.

Bu tanıma alternatif ilginç bir teknik, rezonatör yapısı içinde; gelen, yansıyan ve kırılan dalga şekillerinden yararlanılarak oluşturulabilir. Rezonatör içinde gerçekleşen olayları kullanan ve birçok rezonatör için geçerli olan bu yöntem rezonatörün çıkış işaretinin hesaplanmasına fiziksel bir gerçeklik katmakta, ayrıca transfer fonksiyonunun birkaç ayrı yoldan bulunmasına olanak tanımaktadır. Örneğin transfer fonksiyonu analitik olarak belirlenebilir ya da deneysel olarak impuls yanıtı veya kompleks akustik empedans ölçülebilir.

Bazı durumlarda rezonatörün her noktası başka bir transfer fonksiyonuyla ifade edilebilir. Ayrıca dönüşümün zamanla değiştiği durumlar da söz konusu olabilir. Bazen küçük bir değişim, dönüşüm fonksiyonunu gerçekleyecek yapıda büyük

değişikliklere yol açabilir (örneğin keman telinin kısılması!). Halbuki modelin gerçekleşmesi için zorluk oluşturan bu değişiklikler genel olarak müzik bilgisini içinde taşıyan önemli parametrelerdir.

2.3.2 Mekanik Modeller

Uyarımın modellenmesi tanıtılırken sözü edilen mekanik modelleme yöntemleri, rezonatörün modellenmesinde de kullanılabilir. Rezonatörün mekanik yapısından elde edilen kısmi türevli differansiyel denklemlerin çözümleri ilgilenilen çıkış işaretlerini oluşturur (Hiller ve Ruiz, 1971). Basit geometrilerde denklem çözümlerini analitik olarak bulmak olanaklı olsa da genel olarak nümerik çözüm yöntemleri kullanılmaktadır.

Böyle bir modellemeye örnek olarak CORDIS-ANIMA sistemi ele alınabilir (Cadoz et. al., 1984). Bu sistemde uyarım ve rezonatör ideal mekanik elemanlara ayrıştırılmaktadır. Böyle bir ayrıştırma, titreşen zarlar ve düzlemler (vurmalı çalgılar), düzlem parçaları (marimba, vibrafon, xylofon) ve teller için kullanışlıyken akustik tüpler, genel olarak da üflemeli çalgılar için iyi sonuçlar vermemektedir. Rezonatörün fiziksel yapısını çok iyi açıklayan bu modelin hesap masrafları çok fazladır.

2.3.3 Sayısal Dalga Kılavuzu Modelleri

Dalga denkleminin analitik çözümünden yola çıkan bu yöntem rezonatörleri modellemede oldukça iyi sonuçlar vermektedir (Smith 1987,1992). Sayısal dalga kılavuzu modellerinde temel elemanlar olarak gecikme hatları, jonksiyonlar ve süzgeçler kullanılmaktadır. Bu elemanlarla, delikleriyle ve ses açıklığıyla klarineti veya kayıplı bir köprü üzerine bağlanmış tel sistemlerini modellemek mümkün olmaktadır. Hesap masrafları açısından özellikle kullanışlıdır. Sayısal dalga kılavuzu modelleri, Bölüm 4'te ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

2.3.4 Modüler Sentez Modelleri

Sistem teorisi teknikleri ödünç alınarak geliştirilmiş bu yöntemde temel amaç lineer bir sistemin herbiri sönümlü birer osilatör olarak gerçekleştirilmiş paralel ikinci

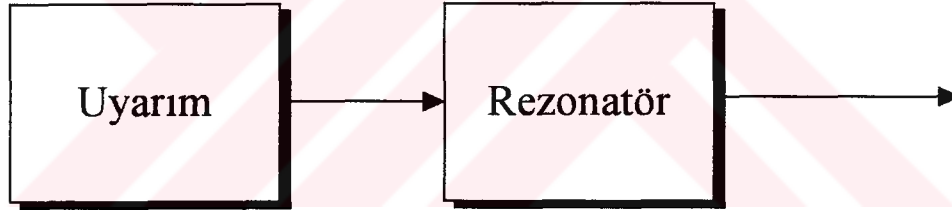
mertebe sistemlere indirgenmesidir (Suzuki, 1987). Böylece bir anlamda modülerlik ve yapısal düzen sağlanmaktadır. Bu yöntemde, kontrol parametreleri diğer sentez yöntemlerinden (toplamsal,farksal) fiziksel anlamlarıyla ayrılırlar. Yöntemin dezavantajı, oldukça fazla parametre içermesidir. Ayrıca bazı rezonatörler için bu yöntemle çok karmaşık ve hesaplanması zor yapılar elde edilmektedir.

2.4 Etkileşim

Bu bölümde blokların birbirine bağlanması üzerinde durularak bağlanma yöntemleri ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

2.4.1 İleri Besleme

Blokların birbirine bağlanması için oluşturulabilecek en basit yaklaşım, Şekil 2.5'de görülen ve tek yönlü bilgi transferine izin veren ileri besleme yaklaşımıdır. Böyle bir bağlantı, uyarımın rezonatör için başlangıç koşullarını belirleyip daha sonra rezonatörü serbest salınımına bıraktığı durumlarda kullanılabilir.

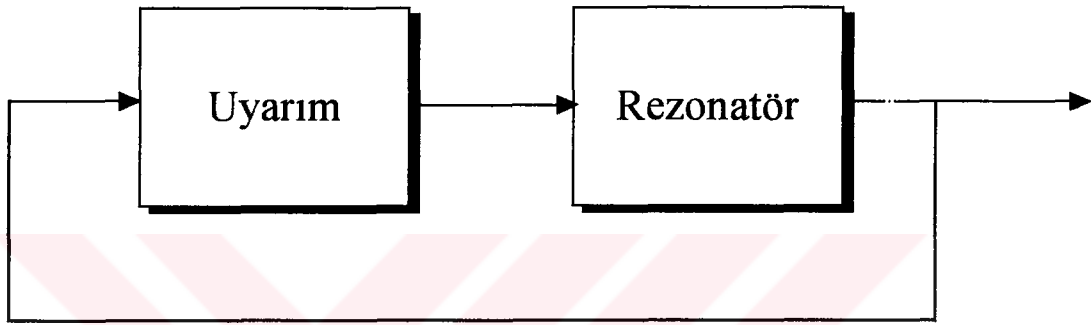


Şekil 2.5: İleri besleme şeması.

Uyarımın işaret üretici olduğu durumlar da ileri besleme yaklaşımı için uygundur. Böyle bir bağlantı modellenen olayı kaynak ve doğrusal filtre yaklaşımına dönüştürür. Konuşma işaretlerinin doğrusal kestirim (lineer prediction) yöntemiyle sentezlenmesinde böyle bir yaklaşımdan yararlanılır (Deller et. al., 1993). Genel olarak rezonatör basit bir süzgeç olarak ele alınırsa yaklaşım ileri beslemeli farksal sentez modeline dönüşür. Bu durumda uyarım icracı tarafından kontrol edilir ve rezonatörden hiç bilgi almaz. Bu düşünceyle oluşturulan bir model modellenen sistemin karmaşık geçiş davranışlarını simule edemez.

2.4.2 Geri Besleme

Fiziksel modellemeye dayalı ses sentezi yöntemlerinde geri besleme, ileri beslemeden daha iyi sonuçlar vermektedir. Şekil 2.6'da görülen bu yaklaşımda uyarım rezonatörün durumundan etkilenmektedir. Birçok müzik aletinin ses üretim mekanizması bu yaklaşıma uygundur (McIntyre et. al., 1983).



Şekil 2.6: Geri besleme şeması.

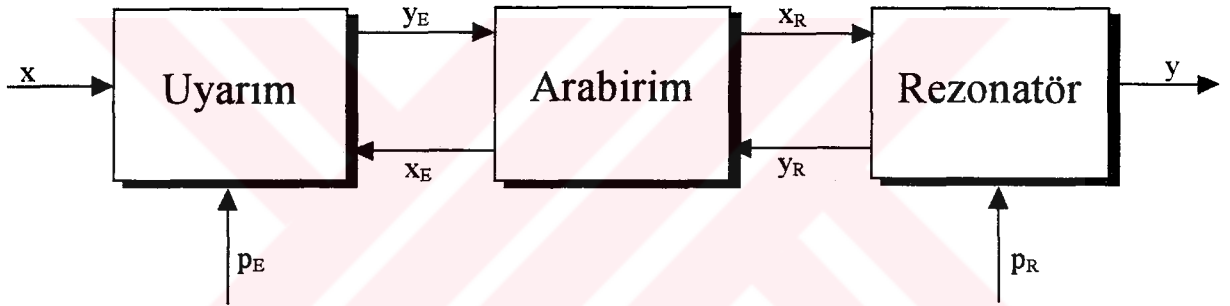
Bu yaklaşımın işleyişini klarinet üzerinde inceleyelim. Bu müzik aletinde uyarımı oluşturan titreşimler, ağızlıkta gerçekleşmektedir. Perturbasyonlar giriş hacimsel akısının değişimiyle sağlanır; fakat bu akı da, icracının ağzındaki ve akustik tüp girişindeki basınç farkının fonksiyonu olan kamışın açıklığına bağlıdır. Başka bir deyişle etki ile rezonatörün yanıtı karşılıklı birbirine bağlıdır. Geri besleme yaklaşımı, benzer durumların gözlendiği sürekli uyarılan aletler için (üfleli çalgılar, yaylı çalgılar) çok uygundur. Piyano gibi serbest salınımın baskın olduğu aletlerde bile uyarım ile rezonatör arasındaki etkileşim, geçiş karakteristiklerini oluşturmak için çok önemlidir (Suzuki, 1987; Stulov, 1995).

Genel olarak uyarım ile rezonatör arasındaki etkileşim tonal rengin dinamik sürecinin belirlenmesinde temel unsur olduğundan geri besleme bir müzik aletinin davranışını çok iyi açıklamaktadır, fakat bazı durumlarda bu yaklaşımın uygulaması oldukça zordur. Ayrıca geri beslemeyle bağlanacak blokların belirlenmesi büyük dikkat gerektirmektedir. Bazen her blok açık (explicit) eşitliklerle ifade edilse bile

sonuçta elde edilen eşitlik kapalı (implicit) olabilmektedir. Bunun nedeni blok eşitliklerinin aynı t zamanı için birbirine bağlı olması ve gecikmesiz kapalı döngü oluşturmasıdır. Böyle bir durumda hesaplanamamazlık sorunuyla karşılaşılabilir. Bağlanacak sistemlerin birbiriyle uyumu da büyük bir sorun oluşturmaktadır. Bunun sonucu olarak bazı durumlarda blokların birbirinden bağımsız olarak tasarlanması olanaksız hale gelebilmektedir.

2.4.3 Modüler Etkileşim

Geri beslemede karşılaşılan problemlerin çözümü için geliştirilmiş bir yol üç bloklu bir bağlantı yaklaşımından yararlanmaktır. Böyle bir yaklaşım, Şekil 2.7'de gösterilmiştir.



Şekil 2.7: Üç bloklu bağlantı yaklaşımı.

Bu yaklaşımda uyarım ve rezonatör blokları zamanla değişen ayrık dinamik sistemler olarak ele alınmaktadır. Rezonatör doğrusaldır, uyarım içinse herhangi bir kısıtlama söz konusu değildir. Bu blokların ikisi de kapalı eşitliklerle belirlidir. x uyarıma dışarıdan gelen işaret vektörünü; p_U ve p_R genel olarak zamanla değişen parametre vektörlerini göstermektedir. x vektörünün müzisyenden ses üretmek için gelen işaretleri, p_U ve p_R vektörlerinin ise vibrato ve glissando gibi modülasyon işaretlerini gösterdiği düşünülebilir. y vektörü üretilen ses işaretini belirtir. Şekilde yer alan diğer vektörler arabirim üzerinden bilgi değişimini sağlarlar. Arabirimin ana amacı uyarım ve rezonatör bloklarını birbirinden ayırmaktır, böylece bloklar birbirinden bağımsız olarak tasarlanabilir. Arabirim ayrıca uyarım ve rezonatör arasındaki uyumu sağlamaktadır.

Bu yöntemde geri besleme korunduğu için geri besleme bölümünde söz edilen avantajlardan yararlanılabilmektedir. Arabirim; geciktirme, ölçekleme, integrasyon veya türev alma işlemlerini gerçekleyebilir, gecikmesiz hatlara gecikme elemanları yerleştirerek yüksek örnekleme hızlarında hesaplanamama sorununa da kabul edilebilir bir çözüm getirebilir. Bu yöntem kullanıldığında hesap masrafları azalmakta, uyarım ve rezonatör bloklarının paralel mimariyle veya pipeline mimarisiyle gerçekleşmesi sağlanabilmektedir. Yine de arabirim, geri beslemedekine benzer şekilde, gelişigüzel seçilmiş blokları birbirine bağlayamamaktadır.

2.5 Fiziksel Modeller ve Sentez Algoritmaları

Fiziksel modellerle ses sentezini aşağıdaki üç adımla özetleyebiliriz:

1. Modelin belirlenmesi.
2. Yukarıda açıklanan yöntemlerle etkin ve verimli bir gerçeklemenin oluşturulması.
3. Geleneksel sesler veya farklı bir tonal renk uzayı elde etmek için kontrol mekanizmalarının geliştirilmesi.

Bu adımların gerçekleştirilebilmesi için çok hassas algoritmalarından yararlanılmalıdır. Aşağıda bu algoritmalar, müzik uygulamaları ve diğer sentez yöntemleri göz önünde bulundurularak incelenecektir.

2.5.1 Ses Soyutlamaları Olarak Algoritmalar

Geleneksel müzikte, müzik aletinin ikili bir işlevi vardır:

1. Ses üretim mekanizmasını temsil etmek, başka bir deyişle müzik düşüncesini müziğe dönüştürmek.
2. Belli ses rengi, dinamik davranış veya dışavurum özelliklerindeki ses sınıflarının soyutlanması. Bu soyutlamaya örnek olarak klasik müzikte ilkbaharı yansıtmak için genellikle kuş sesine benzetilen piccolonun kullanılmasını gösterebiliriz.

Benzer şekilde, sentetik sesler için de bu ikili işlev aşağıdaki biçimde tanımlanabilir:

1. Geleneksel müzik aletleri titreşen parçalar ve bu parçaların kontrolünü sağlayan birimlerle ifade edilebilir. Ses sentezinde, titreşen parçaların işlevini algoritma,

donanım ve yazılım bütünü, kontrol mekanizmalarının işlevini ise bilgisayar-kullanıcı arabirimi gerçekleştirir. Bu arabirim, geleneksel aletler göz önünde bulundurularak tasarlanabileceği gibi kullanıcıya oldukça geniş ve yeni ifade olanağı tanıyacak şekilde de biçimlendirilebilir.

2. Sınıfsal soyutlamayı anlamak için geleneksel müzik aletlerinin seslerinin, ses üretim mekanizmalarına göre üflemeli çalgılar, yaylı çalgılar, vürmalı çalgılar vb. şeklinde sınıflandırıldığını göz önünde bulundurmak gerekir. Sentetik sesler de algoritmalarının yapılarına göre sınıflandırılabilir.

2.5.2 Algoritmaların Yapısı

Bu bölümde değişik sentez algoritmaları yapısal açıdan sınıflandırılacak, avantajları ve dezavantajlarına değinilecektir. Yapısal sınıflar üç başlık altında incelenebilir.

1. Direkt üretim algoritmaları: Bir veya birden fazla bağımsız bloğun çıkışlarını kullanan bütün teknikler, örneğin toplamsal ve "granüle" (parçasal) sentez yöntemleri bu sınıfa dahil edilebilir. Algoritmik açıdan en basit sınıftır. Genel olarak bu sınıftan algoritmalarda çok fazla sayıda parametreye gereksinim duyulur, elde edilen sonuçlar hangi parametrelerin seçildiğine bağlıdır.
2. İleri beslemeli çoklu blok yapısına dayalı algoritmalar: Bu sınıftaki algoritmalarda bazı bloklar diğer blokların işlemesi için işaret üretmektedir. Bütün doğrusal ve doğrusal olmayan ses sentezi yöntemleri (farksal sentez, AM ve FM sentezi, örnekleme sentez) ve fiziksel modellemeye dayalı sentezin ilk örnekleri bu sınıfa dahil edilebilir. Bu tür algoritmalarla tonal anlamda karmaşık sesler elde edilse de dinamik davranışlar hala belirsizdir.
3. Karşılıklı etkileşimli çoklu blok yapısına dayalı algoritmalar: Bu sınıftaki en basit algoritma geri beslemeli bir çift blok kullanmaktadır. Fiziksel modellemeye dayalı algoritmalar bu basit algoritmanın özel halleri olarak değerlendirilebilir. Bu tür algoritmalarla hem tonal anlamda karmaşık sesler hem de kullanışlı dinamik davranışlar elde edilebilir.

Yukarıdaki sınıflandırmadan da anlaşılabileceği gibi fiziksel modellerle ses üretimi, algoritmik ve yapısal açıdan en gelişmiş ses üretim yöntemidir. İlerleyen bölümlerde, tireşen tellerden yola çıkılarak telli müzik aletlerinin seslerinin üretilmesi için gerçekleştirilecek adımlar, kapsamlı bir biçimde incelenecektir.



3.0. Titreşen Tellerin Fiziği

Bu bölümde, titreşen tellerin matematiksel formülasyonu elde edilerek telli müzik aletlerinin seslerinin incelenmesi ve modellenmesi aşamalarında yararlanılacak teorik altyapı geliştirilecektir. Aşağıda incelenecek her durumda, gözlemlenen fiziksel olayların daha net bir biçimde ortaya konulması için ideal durumlardan yararlanılacaktır ve incelenen tellerin mükemmel esneklikte oldukları, tellerin aralarında gerili olduğu desteklerin tamamen sabit oldukları varsayılacaktır. Yine aynı düşünceyle kayıplar kapsam dışında tutulmuştur.

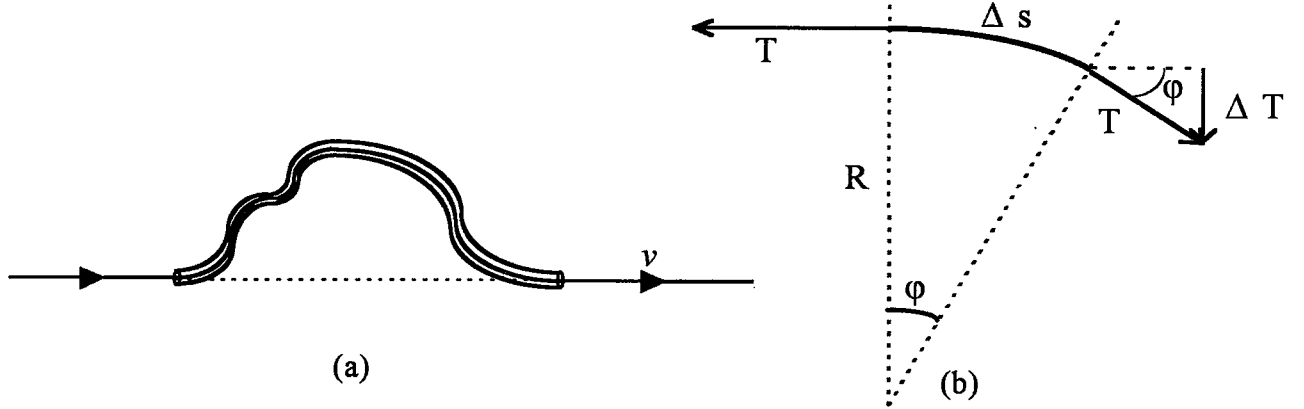
3.1 Esnek Tel Üzerindeki Dalgalar

Esnek tel üzerindeki dalgalar incelenirken kabul edilecek önemli bir özellik, telin kütlelerinin tel boyunca düzgün olarak dağılmış olduğu, başka bir deyişle, tel için, ϵ ile gösterilecek düzgün bir çizgisel kütle yoğunluğunun tanımlanmış olduğudur. Telin herhangi bir andaki şekli bir bütün olarak ele alınacaktır. Söz konusu tel şekli, matematiksel olarak önceden seçilmiş ve x olarak adlandırılmış bir koordinat eksenine yerleştirilmiş olan telin, x koordinatının fonksiyonu olarak denge konumundan uzaklığı olarak tanımlanmaktadır ve y ile gösterilmektedir. Telin herhangi bir andaki hareketi, telin o andaki şekline bağlıdır, kısa bir an sonraki tel şekli ise yine telin hareketiyle belirlenmektedir. Başka bir deyişle, telin denge konumundan uzaklığı olan y , x ve t 'nin fonksiyonu olarak belirlenmektedir.

3.1.1 Telin Şeklinin Değişimine İlişkin Bir Düşünce Deneyi

Matematiksel bağıntıların çıkarılmasına geçmeden önce, telin şeklinin değişimine ilişkin bir düşünce deneyinin tasarlanması, gerçekleşen fiziksel olayların göz önünde canlandırılabilmesini oldukça kolaylaştırmaktadır. Böyle bir deney uyarınca, çizgisel kütle yoğunluğu ϵ olan uzun esnek bir tel, bir makaradan salınmakta, Şekil 3.1.(a)'da görülen bir cam tüpten geçerek bir diğer makarada toplanmaktadır. Makaralar, telin tüp içinden v m/s hızla geçmesini ve T Newton'luk

bir kuvvetle gerilmesini sağlayacak bir şekilde dönmektedir. Tüpün Δs uzunluğundaki çok küçük bir parçasını ele alalım ve sürtünme kuvvetini ihmal ederek telin eğrilik yarıçapı R olan bu parça üzerine uyguladığı kuvveti inceleyelim.



Şekil 3.1: Hareket eden bir tel üzerine etkiyen kuvvetler

Eğer R her yerde tüpün Şekil 3.1(a)'da görülen noktali referans çizgisinden saptığı en büyük uzaklıktan daha büyükse, tele uygulanan gerilme kuvveti her yerde T Newton olacaktır. Şekil 3.1.(b)'den telin gerilimi nedeniyle tüpün içine doğru etkiyen kuvvetin $\Delta T = \Delta \phi T = T \Delta s / R$ olduğu görülebilir. Bu kuvvete ek olarak dışarıya doğru yönelmiş, telin her parçasının Δs daire parçası boyunca ilerlemesi nedeniyle oluşmuş ve değeri $\epsilon \Delta s v^2 / R$ 'ye eşit olan bir merkezkaç kuvveti aynı parça üzerine etkiyecektir. Böylece incelediğimiz tüp parçası üzerine içeri doğru etkiyen net kuvvet $\Delta s / R (T - \epsilon v^2)$ olarak bulunacaktır.

Dikkati çeken nokta, eğer tel $c = \sqrt{T/\epsilon}$ hızıyla hareket ettirilirse, ele aldığımız tüp parçası üzerine etkiyen net kuvvetin sıfır olacağıdır. Bu özel c hızı yalnızca telin gerilimine ve kütleli yoğunluğuna bağlı olduğundan, bu hızda *tüpün hiçbir parçası üzerine net bir kuvvet etkimeyecektir*. Eğer tel hareket ederken dikkatli bir biçimde tüpü kırabilirsek, tel hareket ettiği halde, önceden tüpün yer aldığı bölgede telin tüpün şeklini aynen koruduğunu görebiliriz.

Yukarıdaki gibi teli c hızıyla hareket ettirdiğimizde uzay içinde şeklini koruyan bir bölge elde etmemizle, teli sabit tutup c hızıyla ilerleyen bir dalga elde etmemiz arasında fiziksel olarak hiçbir ayırım bulunmamaktadır. Bu basit düşünce deneyinden elde ettiğimiz sonuç, eğer tel ε değerinde düzgün bir kütleli yoğunluğa sahipse ve telin denge konumundan sapma miktarı fazla büyük değilse, bir dalganın tel boyunca, *dalga şeklinden bağımsız olarak $c = \sqrt{T/\varepsilon}$ hızıyla hareket edeceği ve bu hareket boyunca şeklini değiştirmeyeceğidir.*

3.1.2 İki Yöne Doğru İlerleyen Büyüklükler

Yukarıdaki paragrafta elde ettiğimiz bu son özellik, matematiksel olarak dalga pozitif x 'ler yönünde ilerlediğinde telin şeklinin x ve t 'ye bağımlılığının $f(x-ct)$ biçiminde olması gerektiğini ortaya koyar. Düşünce deneyimizde makaraların sarım yönü ve dolayısıyla telin ilerleme yönü tamamen keyfi seçildiğinden benzer bir özellik, negatif x 'ler doğrultusunda ilerleyen $g(x+ct)$ dalgası için de geçerli olacaktır. Böylece telin her türlü hareketi için aşağıdaki genel çözüm elde edilebilir:

$$y(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct) \quad (3.1)$$

Bu bağıntı uyarınca telin her türlü hareketi, herbiri c hızıyla zıt yönlerde doğru ilerleyen iki dalganın süperpozisyonu ile ifade edilebilmektedir. x ve t 'ye yukarıdaki şekilde bağımlı olan fonksiyonlar için geçerli önemli bir özellik, şu biçimde dile getirilebilir: *t 'nin a kadar değiştirildiği durumda $f(x,t)$ fonksiyonu, x 'in $-ca$ kadar değiştirildiği durumla tamamen aynı şekilde ve aynı miktarda değişir. Benzer bir özellik, x 'in $+ca$ kadar değişmesi koşuluyla $g(x,t)$ fonksiyonu için de geçerlidir.*

Bu özellik uyarınca telin herhangi bir t_1 anındaki şekli, herhangi bir x_1 noktasının zamanın fonksiyonu olarak değişimiyle tamamen aynıdır. Doğal olarak, böyle bir ifade, dalgaların tel boyunca şekillerini değiştirmeden ilerlediklerini söylemenin bir başka yoludur. Aynı özellik, matematiksel olarak aşağıdaki biçimde gösterilebilir:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x-ct) = -c \frac{\partial}{\partial x} f(x-ct), \quad \frac{\partial}{\partial t} g(x+ct) = c \frac{\partial}{\partial x} g(x+ct) \quad (3.2)$$

3.1.3 Başlangıç Koşulları

f ve g fonksiyonlarının özel şekilleri, başlangıç koşullarıyla, başka bir deyişle telin başlangıç anındaki konumu ve hızıyla belirlenecektir. Telin $t=0$ anındaki konumu $y_0(x)$, x noktasındaki hızı ise $v_0(x)$ olarak verilmişse $t=0$ anında $f(x)+g(x) = y_0(x)$ ve $\partial/\partial t[f(x-ct)+g(x+ct)]|_{t=0} = v_0(x)$ koşulları gerçekleşmelidir. Bu son eşitlik, (3.2) eşitliği uyarınca

$$\frac{d}{dx}[-f(x) + g(x)] = \frac{1}{c} v_0(x) \quad (3.3)$$

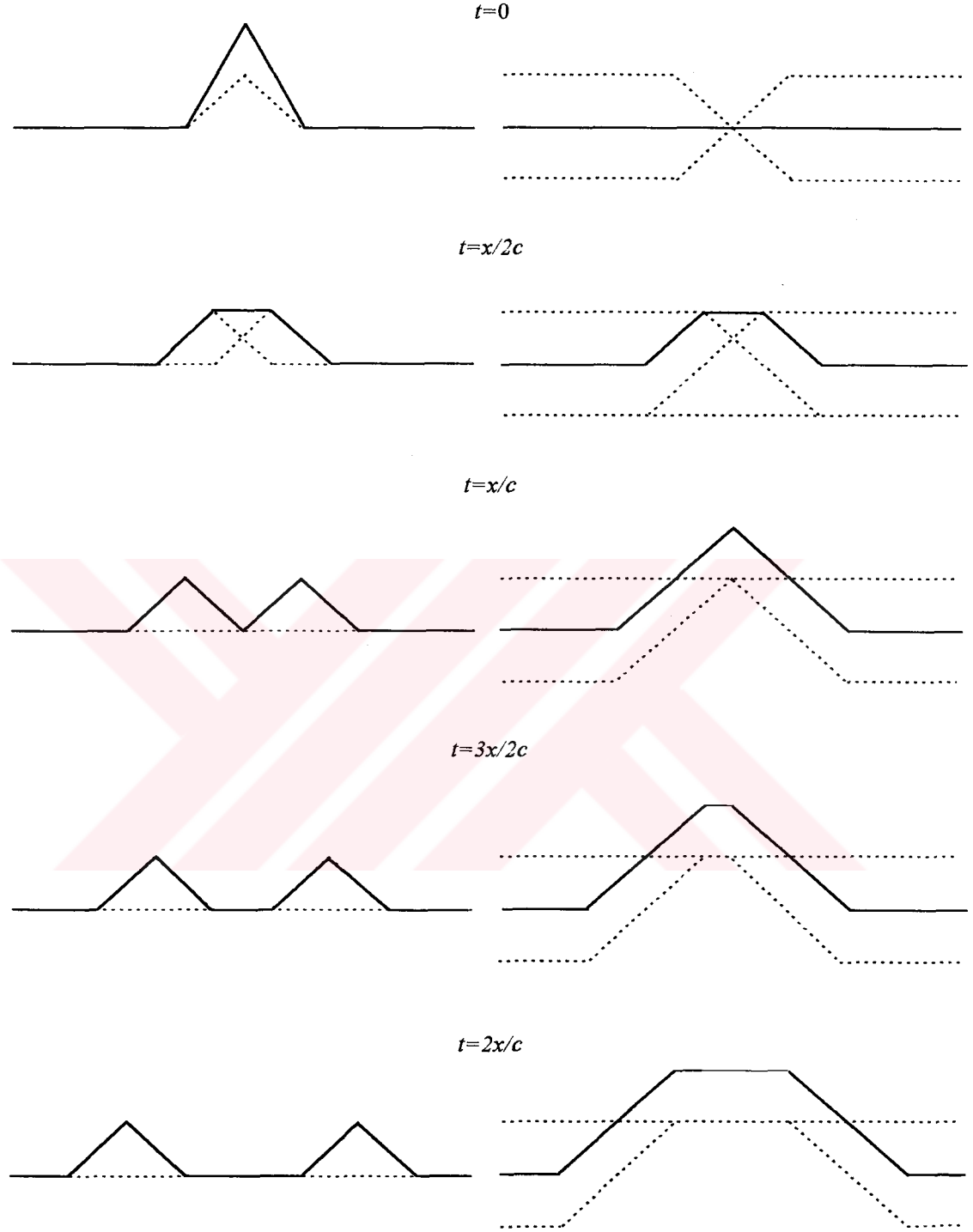
biçimini alır. Bu eşitliği çözmek için $v_0(x)$ 'ın integralini almamız gerektiğinden aşağıdaki fonksiyonu tanımlamamız kullanışlı olmaktadır:

$$S(z) = \int_0^z v_0(x) dx \quad (3.4)$$

Bu bağıntıda z , $z=x\pm ct$ değerlerini alacaktır. Yukarıdaki bağıntılardan, verilen başlangıç koşulları uyarınca telin şeklinin değişimi için aşağıdaki eşitlik kolayca çıkartılabilir:

$$y(x,t) = \frac{1}{2} \left[y_0(x-ct) + y_0(x+ct) - \frac{1}{c} S(x-ct) + \frac{1}{c} S(x+ct) \right] \quad (3.5)$$

Aşağıda, Şekil 3.2'de, (3.5) eşitliğiyle belirlenen genel çözüme ilişkin iki örneğe yer verilmiştir. Bu örneklerden ilki telli çalgılarda olduğu gibi ortasından çekilmiş veya penalanmış, sıfır başlangıç hızına sahip bir telde, diğeri ise piyano ailesinde olduğu gibi bir çekiçle uyarılıp denge konumundan bir ilk hızla ayrılan bir telde zıt yönlerde doğru ilerleyen dalgaları göstermektedir.



Şekil 3.2: Sağda çekilmiş, solda ise vurulmuş sonsuz uzun telin şeklinin zamana göre değişimi. Tel şekli düz çizgi, sağa ve sola doğru ilerleyen dalgalar ise kesikli çizgilerle gösterilmiştir.

3.1.4 Sınır Koşulları

Yukarıda geliştirilen yöntemler sonsuz uzun teller için geçerlidir. Gerçekte herhangi bir tel, bir desteğe tutturulmaktadır ve bu sabitleme telin hareketini etkilemektedir. Telin bir destekle sabitlenmesi, *sınır koşulu*'na bir örnektir. Eğer destek rijidse, başka bir deyişle sabitleme noktasında tel hiçbir t anı için y eksenı boyunca hareket etmiyorsa ve tel boyunca uzaklık destek noktasına göre ölçülüyorsa sağlanması gereken sınır koşulu, homojen Dirichlet sınır koşulu olacaktır.

3.1.5 Sınırdan Yansıma

Sabit bir desteğe $x > 0$ bölgesi boyunca sıkıca bağlanmış tel durumunda, yukarıda belirttiğimiz gibi, $x=0$ 'da $y(0,t) = 0$ olarak ifade edilen homojen Dirichlet koşulu sağlanmalıdır. Yalnızca desteğin etkisi üzerine yoğunlaşabilmek için $t < 0$ anlarında telin üzerinde yalnızca sol tarafa doğru (negatif x 'ler yönünde) ilerleyen, çok uzaklardaki bir kaynak tarafından uyarılmış $g(x+ct)$ dalgasının bulunduğunu, başka bir deyişle $t < 0$ için $x > 0$ bölgesinde $f(x-ct) = 0$ olduğunu düşünelim. Bu durumda, $x > 0$ ve $t > 0$ bölgesinde, yani $\lambda < 0$ için $f(\lambda)$ 'nın değeri, homojen Dirichlet sınır koşulu tarafından belirlenecektir:

$$y(0,t) = f(-ct) + g(ct) = 0 \Rightarrow f(-ct) = -g(ct), t > 0 \quad (3.6)$$

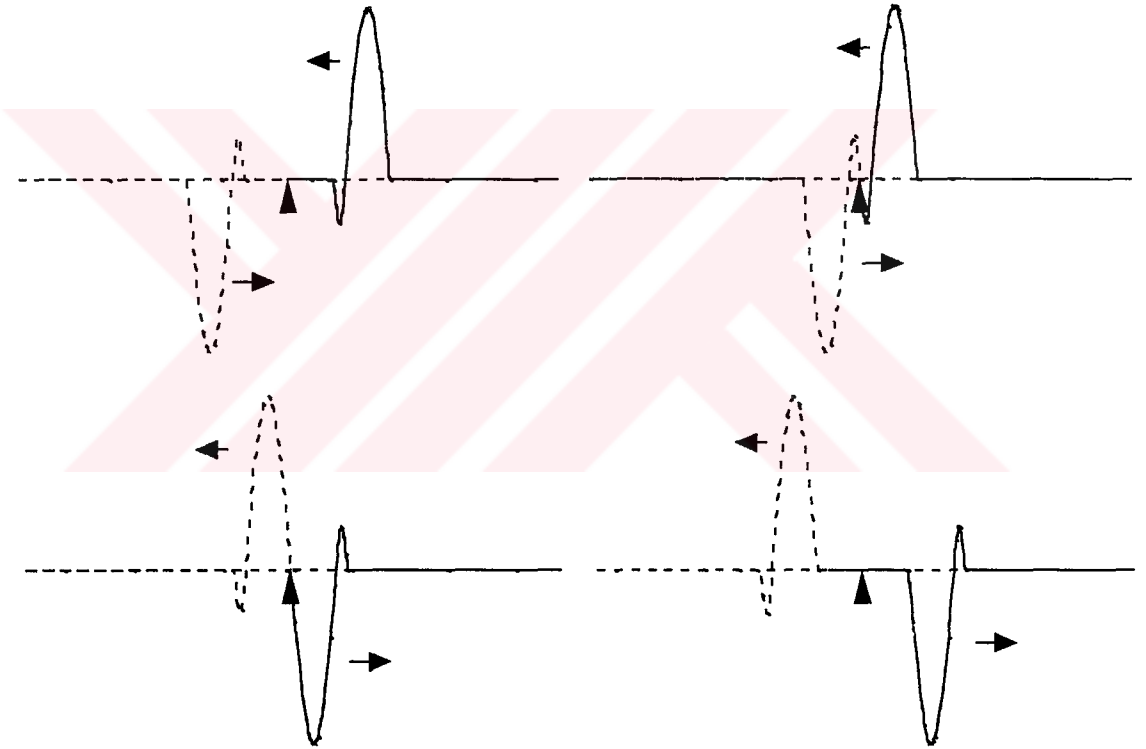
(3.6a) denkleminde $-ct$ yerine λ , λ yerine de $x-ct$ değerlerini yerleştirerek $x > 0$ bölgesinde her t anı için geçerli olan aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$y(x,t) = \begin{cases} g(x+ct) & t < 0 \\ g(x+ct) - g(-x+ct) & t > 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

(3.7) eşitliğiyle elde edilecek tel şeklini belirlemek için, $g(z)$ 'nin z 'nin sıfır olduğu değerlerde bir maksimumu olan ve bu maksimumun her iki yanında değeri sıfıra düşen bir fonksiyon olduğunu düşünelim. Ayrıca sınırlardaki incelemeyi kolaylaştırmak için fonksiyonun ana tepciğinin yanına bir de küçük tepcık eklenmiş olsun. Bu durumda, $t_1 = -10s$ 'de $g(x+ct)$ fonksiyonunun maksimumu $x = 10c$ noktasında elde edilecektir. Aynı anda, $g(-x+ct)$ fonksiyonunun maksimumu

ise $x = -10c$ noktasına karşı düşecektir. Bu son nokta desteğin sağ tarafında (negatif x bölgesinde) yer aldığından ve gerçekte burada tel gerili olmadığından, t_1 anında $-g(-x+ct)$ teriminin telin şekline herhangi bir etkisi olmayacaktır.

t değeri arttırıldıkça, telin gerili olduğu bölgedeki dalga sola, desteğin solunda, telin sanal uzantısındaki dalga ise sağa doğru ilerleyecektir. Belli bir zaman geçtikten sonra bu iki dalga $x=0$ 'da karşılaşacaklar ve bu karşılaşmadan kısa bir süre sonra telin sanal kısmındaki dalga gerçek tele, gerçek teldeki dalga ise sanal kısma iletilecektir. Bütün bu söylenen adımlar, t değerlerinin satır mantığına göre arttırıldığı Şekil 3.3'ten izlenebilir.



Şekil 3.3: Sabit bir destekten yansıma olayının artan t değerleri için gösterilimi.

Ele aldığımız durumda gözlemlenen fiziksel olay, başlangıçta sola doğru hareket eden dalganın $x=0$ 'daki desteğe çarparak *yansımasıdır*. Yansımayla dalganın ilerleme yönü tersine döner, ayrıca gelen dalga, sınır koşullarınca belirlenecek bir değişikliğe uğrar. Ele aldığımız sınır koşulu, yansıyan dalganın, gelen dalganın şeklini

korumasına, fakat başaşağı dönmesine yol açmıştır. Daha başka birçok sınır koşulu, gelen dalga ile yansıyan dalga arasında daha büyük farkların oluşmasına yol açmaktadır.

Daha genel olarak $t = 0$ anında $y(x,0) = y_0(x)$ ve $v(x,0) = v_0(x)$ başlangıç şartlarını, $x = 0$ 'da da $y(0,t) = 0$ sınır şartını sağlayan bir telin salınım ifadesi

$$y(x,t) = \frac{1}{2} \left[Y(x-ct) + Y(x+ct) - \frac{1}{c} H(x-ct) + \frac{1}{c} H(x+ct) \right] \quad (3.8)$$

olarak bulunur. Bu ifadede;

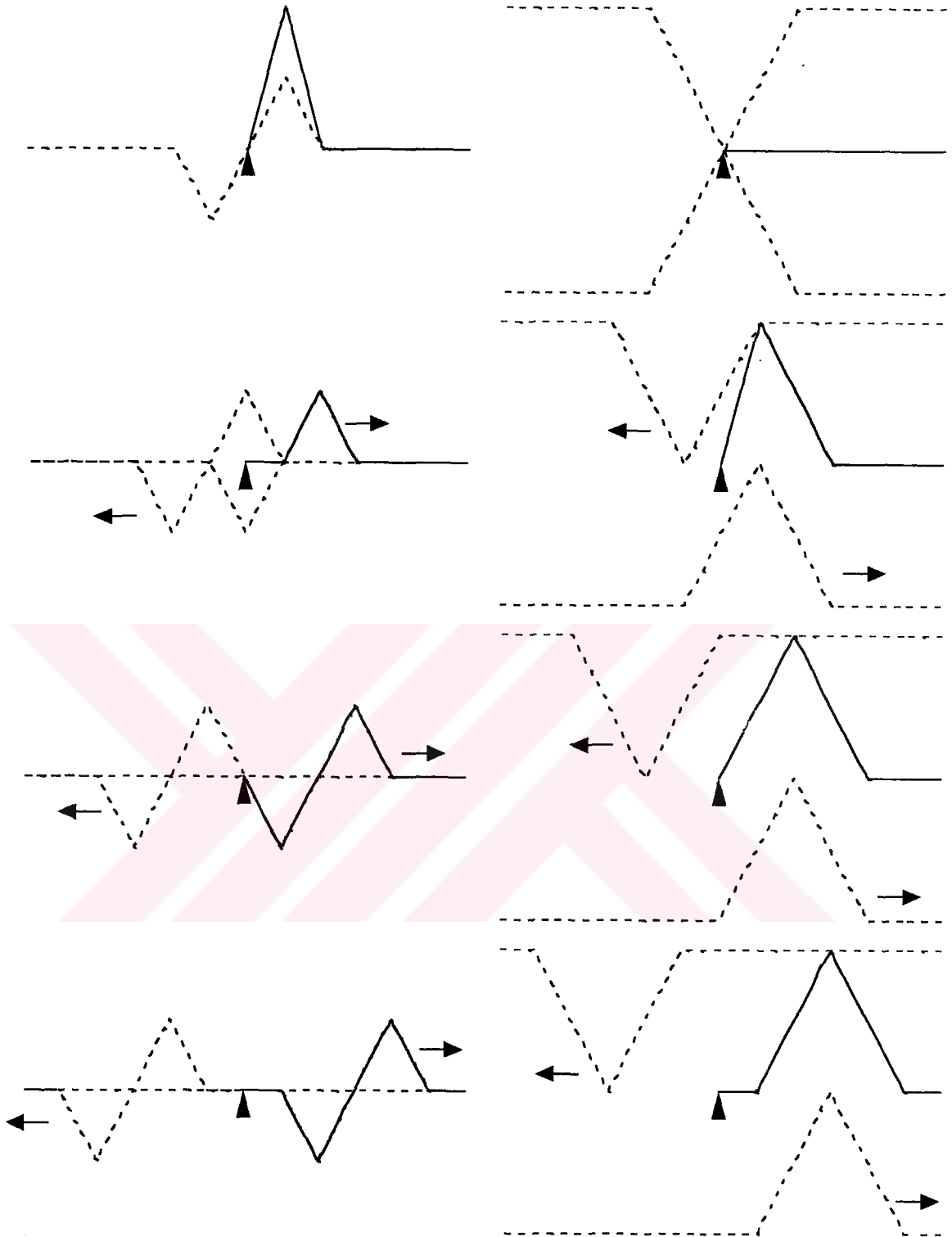
$$\begin{aligned} Y(z) &= \begin{cases} y_0(z) & , \quad (z > 0) \\ -y_0(-z) & , \quad (z < 0) \end{cases} \\ H(z) &= \begin{cases} S(z) & , \quad (z > 0) \\ S(-z) & , \quad (z < 0) \end{cases} \\ S(z) &= \int_0^z v_0(x) dx \end{aligned} \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlıdır. $x=0$ 'daki sınır koşullarını da doğal olarak sağlayan Y ve H için yukarıda kullanılan bu ifadelerden, y_0 ve v_0 telin gerçekten gerili olduğu pozitif x değerlerinde tanımlı olduğundan, buna karşın sağa ve sola ilerleyen dalga şekillerinin her $z = x \pm ct$ değeri için tanımlı olması gerektiğinden yararlanılmıştır. Şekil 3.4'te söz konusu ilerleyen dalgaların telin titreşimini nasıl belirlediğine ilişkin iki örnek görülmektedir.

3.1.6 Sonlu Uzunluktaki Teller

İki ucundan sabitlenmiş sonlu uzunluktaki teller, iki sınır koşulu takımının belirmesine yol açacaktır. Örneğin, aralarında L kadar uzaklık bulunan iki sabit destek arasına gerilmiş sonlu uzunluktaki bir tel, aşağıdaki homojen Dirichlet sınır koşullarını sağlamak zorundadır:

$$y(0,t) = y(L,t) = 0 \quad (3.10)$$



Şekil 3.4: Sağda çekilmiş, solda ise vurulmuş tel üzerindeki dalgaların artan t değerleri için $x=0$ noktasındaki sabit destekten yansımaları. Tel şekli düz çizgi, sağa ve sola doğru ilerleyen dalgalar ise kesikli çizgilerle gösterilmiştir

Bu örnekte karşılaşılan ikinci sınır koşulunun en önemli etkisi, telin titreşimini *periyodik* olmaya zorlamasıdır. Telin $x=0$ noktasındaki şekli, (L/c) saniye kadar sonra $x=L$ noktasındaki desteğe ulaşacak, yansıyacak, $x=0$ noktasına doğru yol alacak ve $x=0$ noktasında tekrar yansıyacaktır. Eğer destekler sabitse, ikinci yansımadan sonraki dalga şekli, başlangıçtaki aynısı olacaktır. Bu durum, telin titreşiminin $T=(2L/c)$ periyoduna sahip, periyodik bir titreşim olduğunu söylemekle eşdeğerdir. Başka türlü sınır koşullarıyla periyodik titreşimler elde edilemeyebilir.

Yukarıdaki türden sınır koşullarıyla oluşan titreşimleri incelemek için yine sağa ve sola doğru ilerleyen bileşenlerden yararlanılabilir. Tel L uzunluğunda olduğundan, $f(z)$ ve $g(z)$ için, $z < 0$ ve $z > L$ bölgesinde keyfi fonksiyonlar seçilebilir. Bu seçime ilişkin tek kısıtlama, $x=0$ ve $x=L$ noktalarındaki sınır şartlarının sağlanmasıdır. $x=0$ noktasındaki $y(0,t) = 0$ homojen Dirichlet sınır koşulunu sağlamak için, Bölüm 3.1.5'teki gösterimden yararlanıp

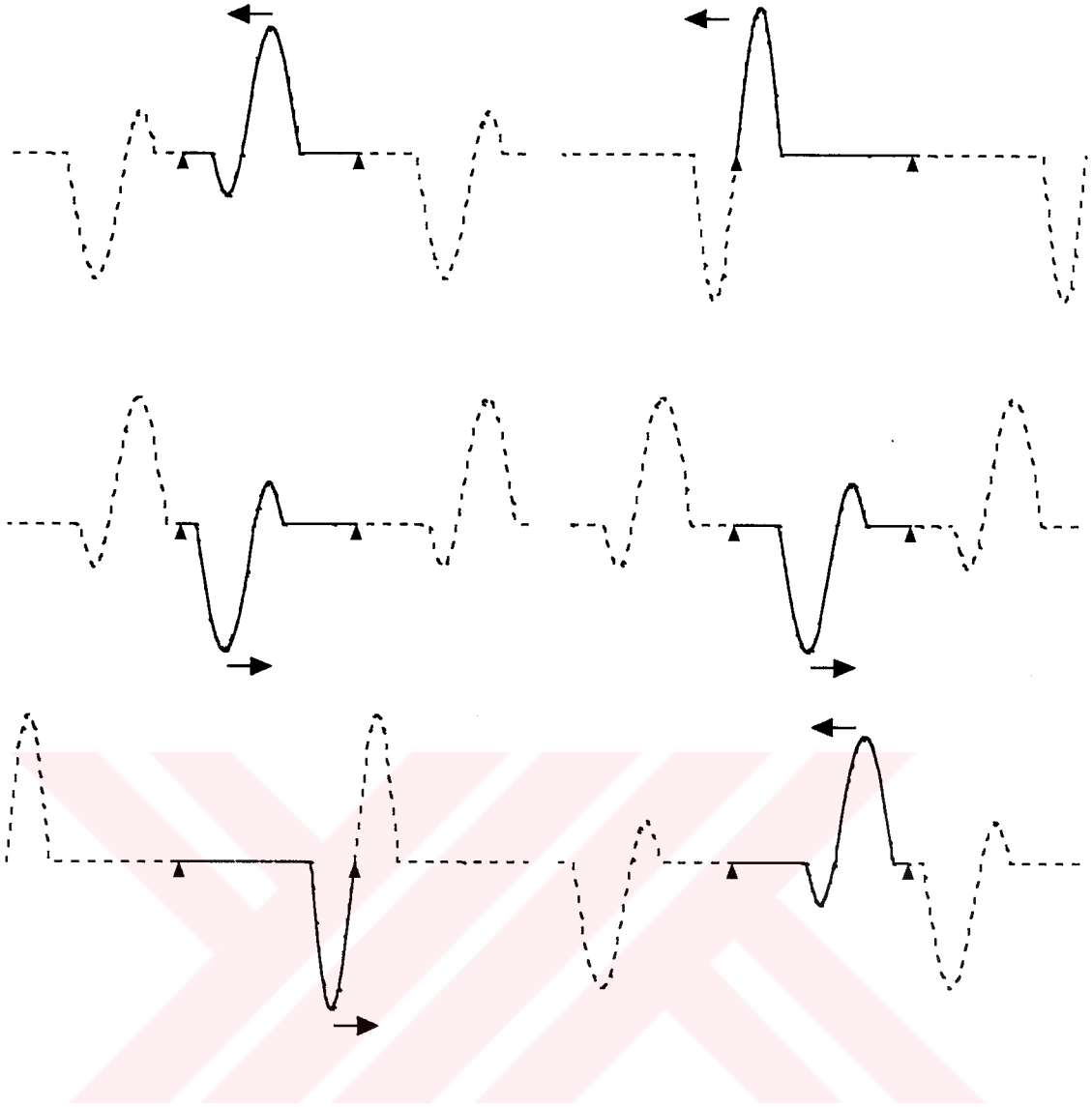
$$y(x,t) = g(x+ct) - g(-x+ct) \quad (3.11)$$

yazılabilir. $x = L$ deki sınır koşulunu sağlamak içinse, $g(z)$ fonksiyonu, telin yer aldığı $x \in [0,L]$ bölgesi dışında her z için $g(z) = g(z+2L)$ koşuluna uyacak şekilde seçilmelidir. Bu da her z değeri için tanımlı olması gereken $g(z)$ fonksiyonunun z 'e göre periyodik olduğunu göstermektedir. Şekil (3.5)'te yukarıda söylenenlere uygun olarak seçilmiş kısmi dalgaların telin titreşimini belirlemesine ilişkin bir örnek görülmektedir.

$x=0$ ve $x=L$ noktalarında $y(0,t)=y(L,t)=0$ sınır koşullarının ve $t=0$ anında $y(x,0)=y_0(x)$, $v(x,0)=v_0(x)$ başlangıç koşullarının sağlanması için sağa ve sola doğru ilerleyen kısmi dalgaların aşağıdaki biçimde verilen bir birleşiminden yararlanılabilir:

$$y(x,t) = \frac{1}{2} \left[Y(x-ct) + Y(x+ct) - \frac{1}{c} H(x-ct) + \frac{1}{c} H(x+ct) \right] \quad (3.12)$$

Bu ifadede kısmi dalgalar, (3.9) eşitliğinden farklı olarak,



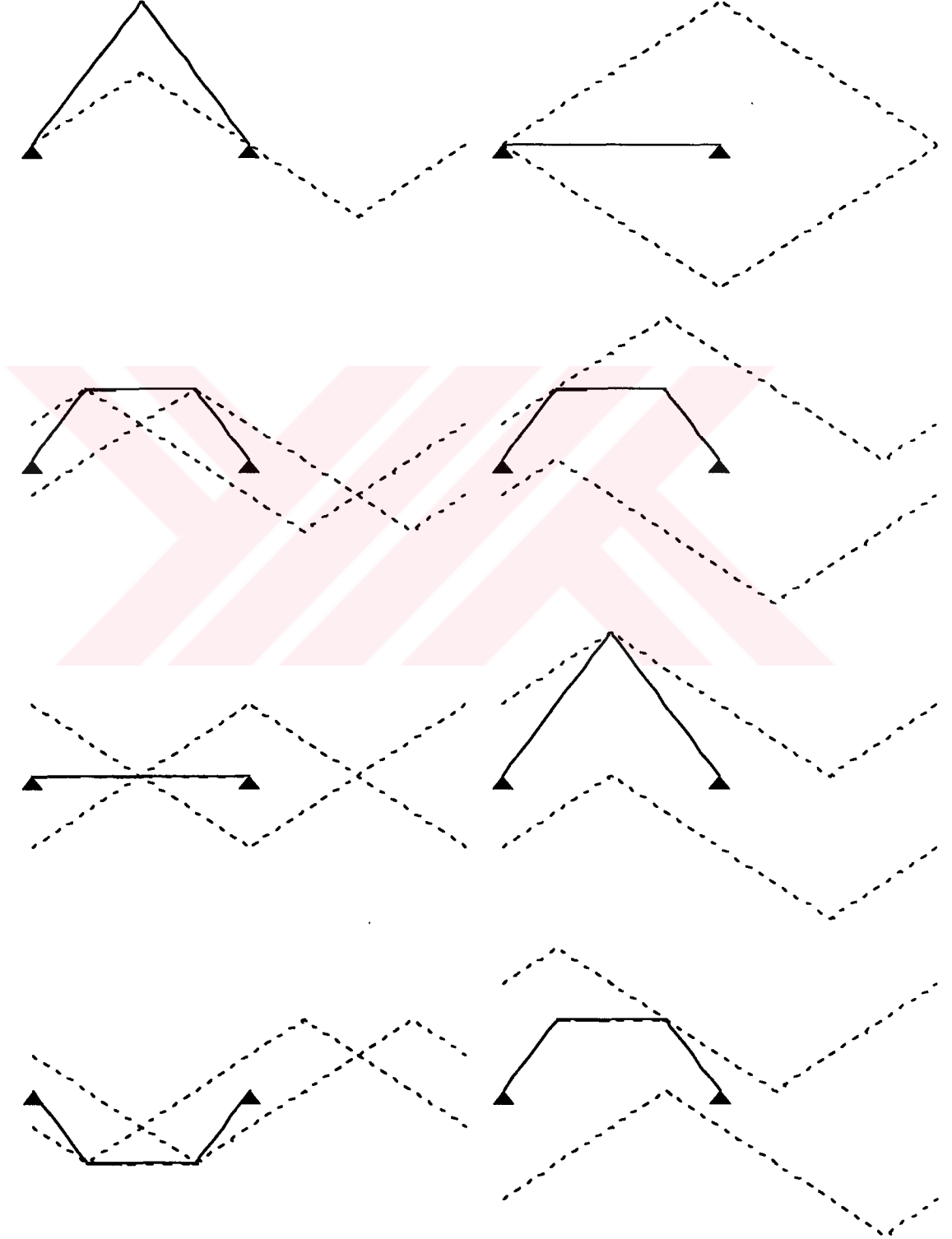
Şekil 3.5: $x=0$ ve $x=L$ noktalarındaki sabit desteklerden yansıma olayının artan t değerleri için gösterilimi.

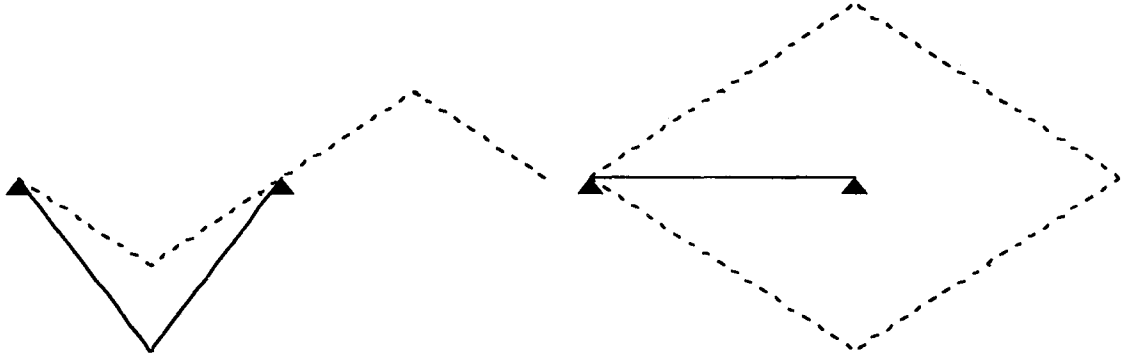
$$Y(z) = \begin{cases} -y_0(-z) & , (-L < z < 0) \\ y_0(z) & , (0 < z < L) \\ -y_0(2L-z) & , (L < z < 2L) \\ y_0(z-2L) & , (2L < z < 3L) \\ \dots & \end{cases} ; H(z) = \begin{cases} S(-z) & , (-L < z < 0) \\ S(z) & , (0 < z < L) \\ S(2L-z) & , (L < z < 2L) \\ S(z-2L) & , (2L < z < 3L) \\ \dots & \end{cases} \quad (3.13)$$

$$S(z) = \int_0^z v_0(x) dx$$

biçiminde tanımlıdır.

Aşağıda, sonlu uzunluktaki çekilmiş ve vurulmuş tellere ilişkin iki örneğe yer verilmiştir. Şekillerden tellerin titreşimlerinin periyodik oldukları açıkça görülmektedir.





Şekil 3.6: Sağda çekilmiş, solda ise vurulmuş tel üzerindeki dalgaların artan t değerleri için $x=0$ ve $x=L$ noktalarındaki sabit desteklerden yansımalarının yarım periyot için gösterimleri. Tel şekli düz çizgi, sağa ve sola doğru ilerleyen dalgalar ise kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Diğer yarı periyottaki tel şekilleri, çizimler sondan başa doğru okunarak elde edilebilir.

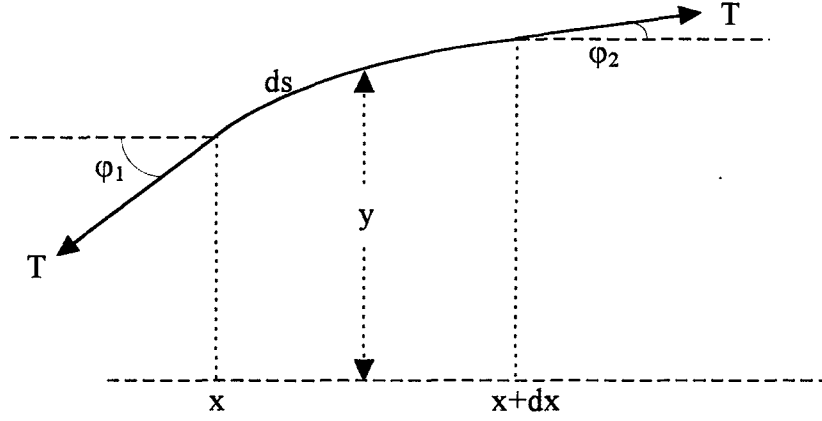
3.2 Basit Harmonik Salınımlar

Bir önceki bölümde, sınır koşullarının telin gerçekleştirebileceği hareketler için kısıtlamalar getirdiği ve sınır koşullarının her iki uçta da sabit destek olması durumuyla belirlendiğinde periyodik hareket elde edileceği ortaya çıkmıştı. Bu bölümde ise titreşimin normal modları olarak adlandırılan telin olası basit harmonik salınımları belirlenerek bu titreşimlerin frekansları arasındaki ilişkinin sonuçta elde edilecek hareketi her zaman periyodik olmaya zorlamasının nedenleri incelenecektir.

3.2.1 Dalga Denklemi

Titreşimin normal modlarını elde etmek için ilk olarak önceki bölümde ele almadığımız, telin şekliyle hareketini birbiriyle ilişkilendiren denklemi belirlememiz gerekmektedir. Bu belirleme için telin Şekil 3.7'de görülen sonsuz küçük bir parçasını gözönüne alalım. Şekilden de görülebileceği gibi, ds uzunluğundaki tel parçası üzerine x eksenine dik yönde etkiyen net kuvvet, $T(\sin\phi_2 - \sin\phi_1)$ ifadesiyle belirlenir. Eğer telin denge konumuna uzaklığı çok fazla değilse (bu varsayımdan bir önceki bölümde de yararlanılmıştır), ϕ_1 ve ϕ_2 açıları çok küçük değerler alacak, bu yüzden $\sin\phi$ yerine $\tan\phi$ kullanılabilir. $\tan\phi_1$ ise herhangi bir anda telin x noktasındaki eğimi olan $(\partial y / \partial x)$ değerine eşittir. Benzer şekilde $\tan\phi_2$ de $x+dx$

noktasının eğimini vermektedir. $(\partial/\partial x)$ operatörünün Taylor Serisi açılımının birinci terimi kullanılarak aşağıdaki bağıntı yazılabilir:



Şekil 3.7: Esnek bir tel parçası üzerine etkiyen kuvvetler.

$$f(x+dx) = f(x) + dx \frac{\partial f}{\partial x} + O((dx)^2) \quad (3.14)$$

Bu bağıntı uyarınca, tel parçası üzerine etkiyen net düşey kuvvet, aşağıdaki biçimde bulunabilir:

$$T \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x+dx} - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_x \right] = T dx \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) = T dx \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (3.15)$$

Eğer φ açıları yeterince küçükse, sonsuz küçük tel parçasının kütlesi olan $dm = \epsilon ds$ değerinin yerine $dm = \epsilon dx$ ifadesi kullanılabilir. Böylece tel parçasının hareket denklemini için

$$\epsilon dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T dx \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (3.16)$$

ya da

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\epsilon}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3.17)$$

ifadeleri yazılabilir. Son olarak, bir önceki bölümde c için tanımladığımız ifadeyi kullanarak telin hareket denklemini aşağıdaki biçimde elde edebiliriz:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (3.18)$$

Elde ettiğimiz denklem bir boyutlu dalga denklemdir. Bir önceki bölümde sözü edilen sağa ve sola doğru ilerleyen dalgaların herbirinin ve bu dalgaların toplamlarının dalga denklemini sağlayacağı kolayca gösterilebilir. Dalga denkleminden çıkarılabilecek bir diğer sonuç, $(\partial^2 y / \partial x^2)$ türevi herhangi bir anda telin eğriliyle orantılı olduğundan, *telin herhangi bir parçasının ivmesinin söz konusu parçanın eğriliğiyle orantılı olduğudur*. Bu sonuç uyarınca, eğrilikle ivmenin aynı her zaman aynı doğrultuda olduğu ve bir noktadaki eğrilik değeri ne kadar büyükse o noktadaki hız değişiminin o kadar büyük değerler alacağı söylenebilir.

3.2.2 Duran Dalgalar

Dalga denklemini elde ettikten sonra yapılması gereken, telin basit harmonik salınımlar gerçekleştirebileceği durumları incelemektir. Basit harmonik salınım için telin her bölgesi, aynı frekansla titreşmelidir. Bu durumda, $y(x, t)$ aşağıdaki biçimde belirlenmektedir:

$$y(x, t) = A_+ \cos \left[\frac{\omega}{c} (x - ct) - \Phi_+ \right] + A_- \cos \left[\frac{\omega}{c} (x + ct) - \Phi_- \right] \quad (3.19)$$

Bu ifadeden de anlaşılabileceği gibi, telin basit harmonik salınımları, sağa ve sola doğru ilerleyen iki sinüzoidal dalga tarafından oluşturulmaktadır. Bu sonuç, telin şekli ve hareketi arasındaki ilişkiye de dikkat çekmektedir: *y'nin t'ye bağımlılığı sinüzoidalse, x'e bağımlılığı da sinüzoidal olmak zorundadır*. Söz konusu iki sinüzoidal dalganın genliklerinin eşit olduğu özel durumda aşağıdaki bağıntı kullanılabilir:

$$y(x,t) = A \cos\left(\frac{\omega}{c}x - \Theta\right) \cos(\omega t - \Phi) \quad (3.20)$$

$$A = 2A_+ = 2A_- , \quad \Theta = \frac{1}{2}(\Phi_- + \Phi_+) , \quad \Phi = \frac{1}{2}(\Phi_- - \Phi_+)$$

Bu eşitlikten, eş genlikteki kısmi dalgaların birleşerek *duran dalgalar* oluşturduğu görülmektedir. (3.20) eşitliğindeki ilk $\cos(\cdot)$ teriminin sıfıra eşit olduğu noktalarda tel hiç hareket etmeyecektir. Bu noktalara *düğüm noktaları* adı verilmektedir. Ele aldığımız çizgisel kütle yoğunluğunun ve gerilimin sabit olduğu durumda düğüm noktaları, aralarında $(c/2f)$ kadar uzaklık olacak biçimde, başka bir deyişle, her dalga boyu uzunluğuna iki tane düşecek şekilde tel boyunca düzgün olarak dağılmışlardır. Her düğüm noktası çiftinin tam ortasında ise telin en yüksek genliğe sahip noktaları bulunmaktadır. Bu noktalar ise *anti-düğüm noktaları* olarak adlandırılırlar.

3.2.3 Normal Modlar

Önceki bölümlerde basit harmonik salınımlar incelenirken, sınır koşulları dikkate alınmamıştır. Eğer $x = 0$ noktasında $y = 0$ sınır koşulunun sağlanması gerekiyorsa, (3.19) eşitliğinin genel formundan yararlanılamayacak, kullanılabilecek olası harmonik salınım ifadeleri için bir kısıtlamayla karşılaşılacaktır. y 'yi belirlemek için (3.20) eşitliğindeki duran dalgalardan yararlanılabilir. Bu eşitlikteki Θ açısının, bir düğüm noktasının $x = 0$ 'daki destek noktasıyla çakışmasını sağlayacak değeri alınarak aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$y = A \sin\left(\frac{\omega}{c}x\right) \cos(\omega t - \Phi) \quad (3.21)$$

Elde edilen bu sonuç, (3.1.5) bölümünde ele alınan $x = 0$ noktasından yansıma durumuyla uyushmaktadır. Bununla birlikte, yukarıdaki eşitlik, her ω frekansı için geçerli olduğundan $x = 0$ noktasındaki sınır koşulu sinüzoidallerin frekansı açısından herhangi bir kısıtlama getirmemiştir.

İkinci sınır koşulu olan $x = L$ noktasında $y = 0$ şartı da gözönüne alındığında, dalga denklemini sözkonusu sınır koşullarıyla sağlayacak sinüzoidallerle ilgili önemli bir kısıtlamayla karşılaşılır. Bu durumda (3.21) eşitliğiyle verilen duran dalgalardan yalnızca $x = L$ 'de düğüm noktaları bulunanlar kullanılabilir. Düğüm noktaları arasındaki uzaklık frekansa bağımlı olduğundan iki sabit destek arasına gerilmiş tel, her frekansta değil yalnızca $\sin(\omega L/c) = 0$ şartını sağlayan ayrık $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ frekanslarında titreşebilir. Bu şartın sağlanması için düğüm noktaları arasındaki uzaklığın $L, L/2, L/3, \dots$ değerlerini alması gerekmektedir. Bu yüzden telin titreşebileceği frekanslar $(c/2L), (2c/2L), (3c/2L), \dots$ olarak belirlenmektedir. Telin gerçekleştirebileceği bütün basit harmonik salınımlar ise aşağıdaki ifade ile verilir:

$$y(x,t) = A_n \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right) \cos\left(\frac{\pi n c}{L} t - \Phi_n\right), \quad (n = 1, 2, 3, 4, \dots) \quad (3.22)$$

$$f_n = \frac{nc}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\epsilon}}$$

Titreşim frekanslarının en düşüğü olan $f_1 = (c/2L)$ frekansına telin titreşiminin *ana frekansı* adı verilmektedir. Ana frekans, bir önceki bölümde gösterildiği üzere telin periyodik hareketinin frekansıdır. Titreşimin daha yüksek frekansları ise *kısmi frekanslar* olarak adlandırılmaktadırlar.

(3.22) eşitliğindeki frekans bağıntıları, sabit destekler arasına gerilmiş düzgün çizgisel kütle yoğunluğuna sahip esnek telin önemli bir özelliğini göstermektedir. Bu bağıntılar uyarınca, böyle bir telde bütün kısmi frekanslar, *ana frekansın tamsayılarla çarpımıyla* belirlenebilmektedirler. Ana frekansla bu türden basit bir ilişki sergileyen kısmi frekanslara *doğuşkan* veya *harmonik* adı verilmektedir. Bu adlandırma uyarınca ana frekans, *ana doğuşkan*; ana frekansının iki katı olan ilk kısmi frekans *ikinci doğuşkan*, v.b. isimlerini almaktadır.

Birçok fiziksel titreşim sisteminin çok azı harmonik frekans bileşenlerine sahiptir. Harmonik frekans bileşenlerine sahip teller ve titreşen hava blokları gibi birkaç sistemden neredeyse tüm müzik aletlerinde yararlanılmaktadır (McIntyre et. al., 1983).

3.2.4 Fourier Serileri

Bir önceki bölümde özet olarak, iki destek arasına gerilmiş düzgün kütleli yoğunluklu bir telin sonsuz sayıda olası titreşim frekansına sahip olduğu ve eğer destekler sabitse bu frekansların birbirleriyle basit bir ilişki içinde olmaları sonuçları elde edilmişti. Eğer böyle bir tel uygun bir biçimde uyarılırsa, bu frekanslardan yalnızca birinde titreşecek, fakat genel hareket eşitliği bütün frekansları içeren terimlerin ağırlıklı toplamıyla aşağıdaki biçimde ifade edilebilecektir:

$$y(x, t) = A_1 \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \cos\left(\frac{\pi c}{L} t - \Phi_1\right) + A_2 \sin\left(\frac{2\pi}{L} x\right) \cos\left(\frac{2\pi c}{L} t - \Phi_2\right) + A_3 \sin\left(\frac{3\pi}{L} x\right) \cos\left(\frac{3\pi c}{L} t - \Phi_3\right) + \dots \quad (3.23)$$

Aynı ifadeyi toplam sembolü yardımıyla aşağıdaki gibi de gösterebiliriz:

$$\begin{aligned} y(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \cos\left(\frac{n\pi c}{L} t - \Phi_n\right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \left[B_n \cos\left(\frac{n\pi c}{L} t\right) + C_n \sin\left(\frac{n\pi c}{L} t\right) \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

Bu eşitlikte yer alan A_n terimine *n. doğuşkanın genliği* adı verilmektedir.

(3.24) eşitliği, (3.11) eşitliğinin başka bir şekilde ifade edilmiş biçimi olmakla birlikte, telin hareketinin periyodikliğini çok daha açık bir biçimde ifade etmektedir. Ayrıca aynı ifade, insan işitme sisteminin gerçekleştirdiği analize karşı düşecek şekilde, telden elde edilecek sesin doğuşkanların bağıl şiddetlerini belirleme olanağını sunmaktadır.

3.2.5 Başlangıç Koşulları

(3.11) eşitliğindeki A_n , Φ_n veya B_n , C_n çiftleri, başlangıç koşullarınca belirlenecek sonsuz sayıda keyfi sabiti göstermektedir. Bu yüzden telin başlangıç şekli ve başlangıç hızı verildiğinde sözkonusu sabitlerin belirlenmesi için bir yöntem

gereksinim duyulmaktadır. Başlangıç koşulları, (3.24) eşitliğinde $t=0$ alınarak bulunan aşağıdaki denklemleri sağlamak zorundadır:

$$\begin{aligned} y(x,0) = y_0(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \\ \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_{t=0} = v_0(x) &= \left(\frac{\pi c}{L}\right) \sum_{n=1}^{\infty} n C_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \end{aligned} \quad (3.25)$$

$y_0(x)$ ve $v_0(x)$ fonksiyonları, $x=0$ ve $x=L$ noktalarında sıfır değerini alan *herhangi* iki fonksiyon olabilir. Bu yüzden, ele alınan sınır şartlarını sağlayan herhangi bir fonksiyonu, yukarıdaki bağıntılar uyarınca *Fourier sinüs* serisine açarak ifade etmek mümkündür.

3.2.6 Seri Katsayıları

B_n ve C_n katsayılarının belirlenmesi için yararlanılacak yöntem, yukarıdaki bağıntıların her iki tarafını da, m bir tamsayı olmak üzere $\sin(\pi m x/L)$ ile çarpıp elde edilen sonuçların $x=0$ 'dan $x=L$ 'ye kadar integralini almaktan oluşmaktadır. İntegral alınırken

$$\int_{x=0}^L \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L} x\right) dx = \begin{cases} 0 & , \quad m \neq n \\ L/2 & , \quad m = n \end{cases} \quad (3.26)$$

özellği uyarınca eşitliklerin sağ taraflarındaki sonsuz terimin toplamında her tamsayı m değeri için yalnızca bir terim sıfırdan farklı değer alacak ve sözkonusu m değerine ilişkin B_m veya C_m katsayısı belirlenebilecektir. Bu işlemler gerçekleştirildiğinde seri katsayıları aşağıdaki gibi bulunmaktadır:

$$\begin{aligned} B_m &= \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{m\pi}{L} x\right) y_0(x) dx \\ C_m &= \frac{2}{\pi c m} \int_0^L \sin\left(\frac{m\pi}{L} x\right) v_0(x) dx \quad , \quad (m = 1, 2, 3, 4, \dots) \end{aligned} \quad (3.27)$$

3.2.7 Çekilmiş ve Vurulmuş Teller

Yöntemin işleyişini göstermek için ilk olarak ortasından h metre kadar yukarıya çekilmiş ve $t=0$ anında bırakılmış tel örneğini ele alalım. Bu durumda bütün C_m katsayıları sıfır değerini almakta, B_m katsayıları ise aşağıdaki gibi bulunmaktadır:

$$\begin{aligned}
 B_m &= \frac{2}{L} \left[\int_0^{L/2} \left(\frac{2h}{L} x \right) \sin \left(\frac{\pi m}{L} x \right) dx + \int_{L/2}^L \left(\frac{2h}{L} \right) (L-x) \sin \left(\frac{\pi m}{L} x \right) dx + \right] \\
 &= \frac{8h}{\pi^2 m^2} \sin \left(\frac{\pi m}{2} \right) \\
 &= \begin{cases} (-1)^{(m-1)/2} \frac{8h}{\pi^2 m^2}, & m \text{ tekse} \\ 0, & m \text{ çiftse} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

Bu katsayıları kullanarak çözüm belirlenebilir:

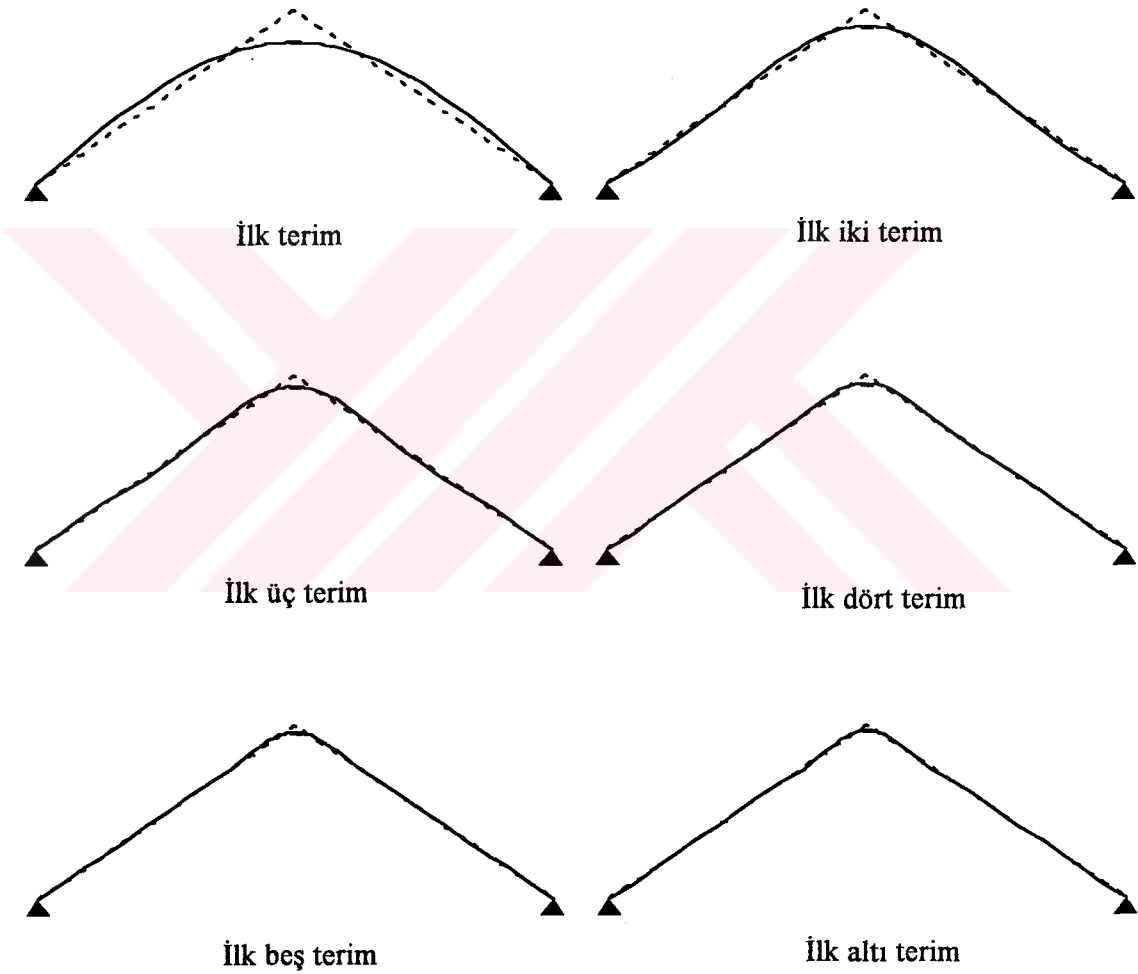
$$y(x,t) = \frac{8h}{\pi^2} \left[\sin \left(\frac{\pi}{L} x \right) \cos \left(\frac{\pi c}{L} t \right) - \frac{1}{9} \sin \left(\frac{3\pi}{L} x \right) \cos \left(\frac{3\pi c}{L} t \right) + \frac{1}{25} \sin \left(\frac{5\pi}{L} x \right) \cos \left(\frac{5\pi c}{L} t \right) \right] - \dots \tag{3.29}$$

(3.29) eşitliğinde bulunan y , x ve t 'nin fonksiyonu olarak hesaplanırsa, telin şeklinin ardışıl zaman aralıklarında değişimi için Şekil (3.6)'da sağ tarafta gösterilenlere benzer sonuçlar elde edilir. Aşağıda, Şekil (3.8)'de (3.29) eşitliğindeki seriden artan sayıda terim alınarak telin $t=0$ anındaki şekline nasıl yaklaşıldığı görülmektedir.

İlk bakışta sözü edilen seri yönteminin, Bölüm (3.1.6)'da kullanılan yöntemle göre çok daha dolambaçlı olduğu düşünülebilir. Buna karşın seri yöntemiyle elde edilen sonuçlardan, diğer yöntemle elde edilen sonuçlarda gözlemlenemeyecek çıkarımlar gerçekleştirilebilir. Örneğin, seri yöntemiyle yukarıdaki durum için elde edilen sonuçtan çift doğuşkanların telin hareket bağıntısına hiçbir katkıları olmadığı, dolayısıyla telden elde edilen seste hiçbir çift doğuşkanın yer alamayacağı sonucuna varılabilir. Ayrıca, telden elde edilecek sesin şiddeti tel şeklinin genliğinin karesiyle

doğru orantılı olduğundan ana doğuşkanın üçüncü doğuşkana göre 25 kat, beşinci doğuşkana göreyse 625 kat daha şiddetli ses ürettiği de söylenebilir.

Telin hareket ifadesinde ve dolayısıyla telden çıkan seste yer almayan doğuşkanlar, düğüm noktaları telin çekilen noktasıyla çakışan duran dalgalara karşı düşmektedirler. Buradan genel bir kural çıkartmak da olasıdır: *Belli bir noktasından çekilip daha sonra bırakılmış, başka deyişle penalanmış bir telin hareket bağıntısında çekilen noktada düğümleri olan doğuşkanlar yer almayacaklardır.*



Şekil 3.8: (3.29) eşitliğindeki serinin artan sayıda teriminden yararlanılarak ortasından penalanmış telin başlangıç şekline yaklaşılmaması.

Telin penalanması yerine, tele örneğin piyanoda olduğu gibi küçük bir çekiçle, $y_0(x)=0$ ve

$$v_0(x) = \begin{cases} \left(\frac{4\mu}{L}x\right) & , \quad \left(0 < x < \frac{L}{4}\right) \\ \left(\frac{4\mu}{L}\left(\frac{L}{2} - x\right)\right) & , \quad \left(\frac{L}{4} < x < \frac{L}{2}\right) \\ 0 & , \quad \left(\frac{L}{2} < x < L\right) \end{cases} \quad (3.30)$$

şartlarını sağlayacak şekilde vurulduğu durumda ise bütün B_m katsayıları sıfır olarak bulunacak, C_m katsayıları ise aşağıdaki biçimde belirlenebilecektir:

$$\begin{aligned} \frac{\pi c m}{L} C_m &= \frac{2}{L} \left[\int_0^{L/4} \left(\frac{4\mu x}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi m x}{L}\right) dx + \int_{L/4}^{L/2} \left(\frac{4\mu}{L}\left(\frac{L}{2} - x\right)\right) \sin\left(\frac{\pi m x}{L}\right) dx \right] \\ &= \frac{8\mu}{\pi^2 m^2} \left[2 \sin\left(\frac{\pi m}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi m}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Bu katsayılar yardımıyla $y(x,t)$ aşağıdaki gibi bulunmaktadır:

$$\begin{aligned} y(x,t) &= \frac{8\mu L}{\pi^2 c} \left[(\sqrt{2} - 1) \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi c t}{L}\right) + \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi c t}{L}\right) + \frac{1+\sqrt{2}}{27} \sin\left(\frac{3\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi c t}{L}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1+\sqrt{2}}{125} \sin\left(\frac{5\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{5\pi c t}{L}\right) - \dots \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

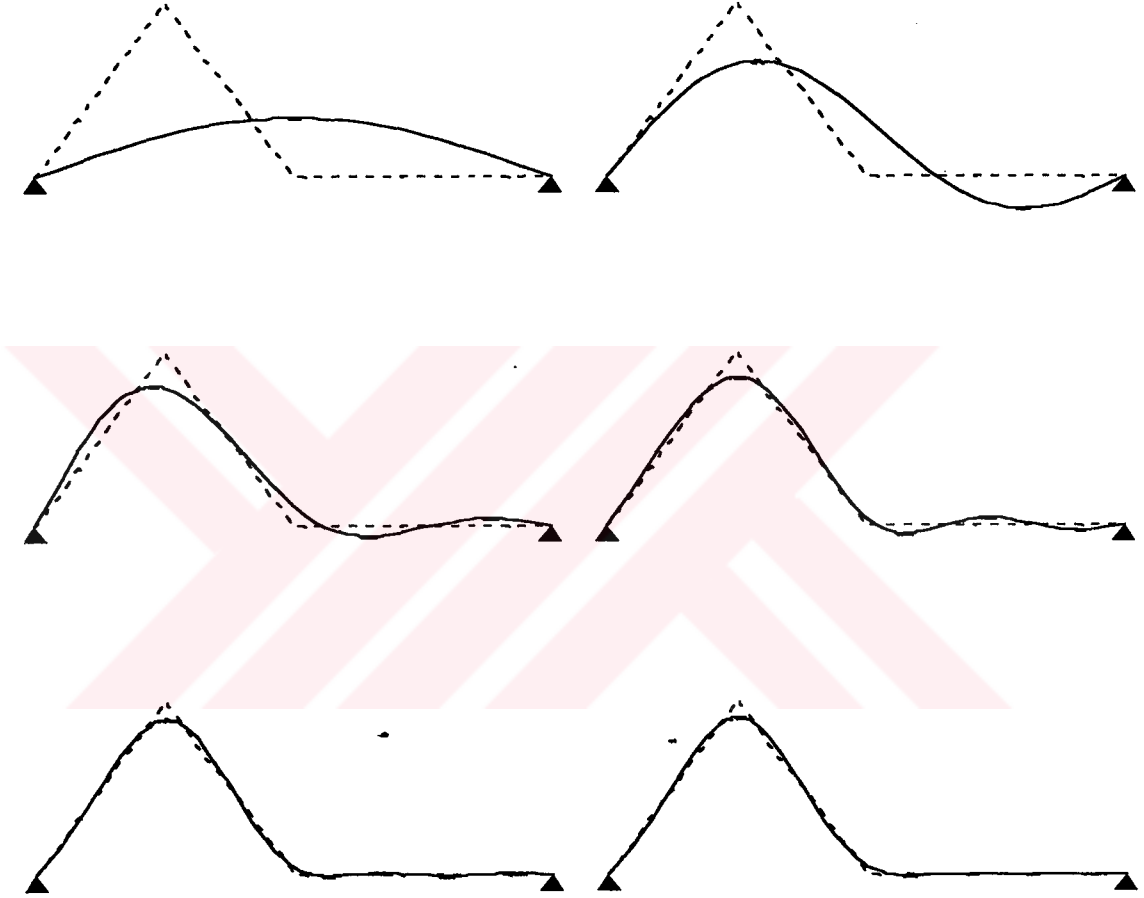
Yukarıdaki ifadedden, $x=(L/4)$ 'te düğüm noktaları bulunan dördüncü, sekizinci, vb doğuşkanların telin hareketine veya tel tarafından üretilen sese herhangi bir katkılarının olmadığı görülmektedir. Artan sayıda terim kullanılarak telin başlangıç hız şekline nasıl yaklaşıldığı ise aşağıda, Şekil (3.9)'da gösterilmiştir.

3.2.8 Titreşimin Enerjisi

Bir önceki bölümde telden elde edilecek sesin şiddetinin tel şeklinin genliğinin karesiyle doğru orantılı olduğundan söz edilmişti. Bu bölümde ise titreşen telin enerji bağıntıları çıkartılarak ses şiddetinin enerjiyle doğru orantılı olduğu gösterilecektir.

Titreşen telin kinetik enerjisi, çizgisel kütle yoğunluğu ϵ 'dan yararlanarak aşağıdaki biçimde bulunabilir:

$$W_k = \frac{1}{2} \epsilon \int_0^L \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 dx \quad (3.33)$$



Şekil 3.9: (3.32) eşitliğindeki serinin artan sayıda teriminden yararlanılarak (3.30) eşitliğine göre uyarılmış telin başlangıç hız şekline yaklaşılması.

Telin potansiyel enerjisi ise, teli denge konumu olan $y=0$ 'dan herhangi bir andaki şekline getirmek için gereken işten yararlanılarak belirlenmektedir. Telin denge konumundan $y(x,t_1)$ olarak verilen t_1 anındaki şekline geçerken, $k \in [0,1]$ olmak üzere ky ara şekillerini alacağı düşünülebilir. ky şeklindeki telin her bir parçası üzerine etkiyen kuvvet;

$$F = T \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} ky \right) \quad (3.34)$$

olarak bulunur k değerini değiştirip teli denge konumundan uzaklaştırdığımızda değişim elemanı ydk olacak, sözkonusu tel parçasını (3.34) eşitliğindeki kuvvete karşı $y(x,t_1)$ konumuna getirmek için gerekecek olan işin ifadesi ise aşağıdaki görünümü alacaktır:

$$\frac{dW_p}{dx} = - \int_0^1 T \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) k dx y dk = - T y \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx \int_0^1 k dk = - \frac{1}{2} T y \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx \quad (3.35)$$

Bütün telin potansiyel enerjisi ise

$$W_p = - \frac{1}{2} T \int_0^L y \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx \quad (3.36)$$

integrali ile hesaplanacaktır. Yukarıdaki ifadenin parça parça integrali alındığında ise

$$W_p = - \frac{T}{2} \left[y \frac{\partial y}{\partial x} \right]_{x=0}^L + \frac{T}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 dx \quad (3.37)$$

ifadesi elde edilecektir. Sabit destek durumunda $x=0$ ve $x=L$ noktalarında $y=0$ olduğundan, ilk terim sıfır değerini alacak, ve potansiyel enerji

$$W_p = \frac{T}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 dx \quad (3.38)$$

olarak bulunacaktır. Telin toplam enerjisi ise $T = \epsilon c^2$ olduğundan;

$$W = \frac{1}{2} \epsilon \int_0^L \left[\left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + c^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (3.39)$$

biçiminde belirlenecektir. (3.24) eşitliğindeki seri ifadesi (3.39) eşitliğine yerleştirilirse, enerji bağıntıları aşağıdaki görünümü alır:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \epsilon \left(\frac{\pi c}{L} \right)^2 \int_0^L \left\{ \left[\sum_{n=1}^{\infty} n A_n \sin \left(\frac{\pi n}{L} x \right) \sin \left(\frac{\pi n c t}{L} - \Phi_n \right) \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[\sum_{n=1}^{\infty} n A_n \cos \left(\frac{\pi n}{L} x \right) \cos \left(\frac{\pi n c t}{L} - \Phi_n \right) \right]^2 \right\} dx \\ &= \frac{1}{2} \epsilon \left(\frac{\pi c}{L} \right)^2 \left\{ A_1^2 \sin^2 \left(\frac{\pi c t}{L} - \Phi_1 \right) \int_0^L \sin^2 \left(\frac{\pi n}{L} x \right) dx + \dots \right. \\ &\quad \left. + 4 A_1 A_2 \sin \left(\frac{\pi c t}{L} - \Phi_1 \right) \sin \left(\frac{2 \pi c t}{L} - \Phi_2 \right) \int_0^L \sin \left(\frac{\pi}{L} x \right) \sin \left(\frac{2 \pi}{L} x \right) dx + \dots \right. \\ &\quad \left. + A_1^2 \cos^2 \left(\frac{\pi c t}{L} - \Phi_1 \right) \int_0^L \cos^2 \left(\frac{\pi n}{L} x \right) dx + \dots \right\} \quad (3.40) \end{aligned}$$

Yukarıdaki ifadede;

$$\int \sin \left(\frac{\pi x}{L} \right) \sin \left(\frac{2 \pi x}{L} \right) dx \quad (3.41)$$

türünden tüm integraller, trigonometrik fonksiyonların ortogonalite özelliğinden dolayı sıfır olarak bulunurken,

$$\int \sin^2 \left(\frac{\pi x}{L} \right) dx, \int \cos^2 \left(\frac{\pi x}{L} \right) dx \quad (3.42)$$

şeklindeki integraller, $(L/2)$ değerini verecektir. Bu özellikler yardımıyla elde edilen enerji ifadesinde $\sin^2(.)$ ve $\cos^2(.)$ terimlerini de topladıktan sonra telin enerjisi aşağıdaki gibi bulunmaktadır:

$$W = \frac{1}{4} L \epsilon \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi n c}{L} \right)^2 A_n^2 = \sum_{n=1}^{\infty} 2\pi^2 \left(\frac{L \epsilon}{2} \right) f_n^2 A_n^2 \quad (3.43)$$

Bu ifadede f_n , n . doğuşkanın frekansını göstermektedir ve değeri

$$f_n = \frac{nc}{2L} \quad (3.44)$$

olarak belirlidir.

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi, telin enerjisi, her terimi yalnızca bir doğuşkana bağlı bir seri toplamı şeklinde bulunmuştur. Bu sonuç fiziksel olarak yorumlanırsa, herbir doğuşkanın telin titreşiminin bir normal modu olduğu, A_n büyüklüğünün ise sistemin n . normal koordinatı boyunca gerçekleştirilen titreşimin genliğini verdiği söylenebilir. Aynı yorum uyarınca, titreşen telin enerjisinin, herbiri telin toplam kütesinin yarısı olan $(L\epsilon/2)$ kütesine sahip, frekansları ve genlikleri sırasıyla f_n ve A_n olan sonsuz sayıda harmonik osilatörün enerjilerinin toplamına eşit olduğu da belirlenebilir. Ayrıca, hem telin hareketi sonucunda elde edilen sesin şiddeti, hem de telin enerjisi doğuşkanların genliklerinin karesiyle orantılı olduğundan telden elde edilecek ses şiddetinin enerjiyle doğru orantılı olarak değiştiği, yukarıdaki ifadelerden çıkarılabilecek bir diğer sonuçtur.

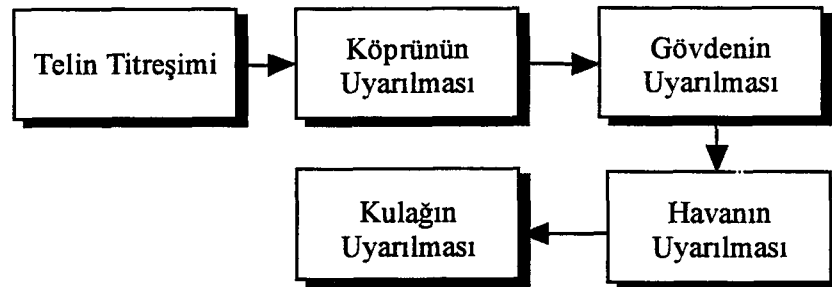
3.3 İdeal Telden Gerçek Tele Geçiş

Bu bölüme kadar ele alınan fiziksel olaylara ilişkin matematik formülasyon, Bölüm 3'ün başındaki varsayımlar altında elde edilmiştir. Gerçek bir müzik aletinde ise bu varsayımların tam olarak sağlandığını öne sürmek olanaksızdır. Birçok fiziksel sistemin temel varsayımı olan doğrusallık bile, genel olarak doğada, özel olarak da müzik aletlerinde tam olarak sağlanmamaktadır. Buna karşın, yukarıdaki türden

formülasyonlar, gözlemlenen olaylara ilişkin önemli bilgilerin altını çizmeleri açısından yararlıdır.

Üzerinde önemle durulması gereken bir başka unsur ise, titreşen tellerin ses üretiminin başlangıcını oluşturduğu, telin titreşiminden başlayarak sonuçta duyduğumuz sese kadar birçok fiziksel olayın gerçekleştiği gerçektir. Şekil 3.10'da görülen şema, fiziksel olay zincirini özetlemektedir. Zincirin başlangıç halkası olan teller, havayı ve insan kulağını uyaracak güçteki titreşimleri kendi başlarına oluşturamazlar. Bu duruma ilişkin bir deney, bir amplifikatöre bağlanmamış bir elektro-gitarın telleri uyarılarak gerçekleştirilebilir. Teller çok yoğun bir malzemeden yapılmış olan gövdeyi uyaramadığından, bu şekilde üretilen ses neredeyse duyulamayacak kadar düşük bir şiddete sahip olacaktır. Olay zincirinin her bir halkası, ses üretimi açısından göz ardı edilemeyecek bir öneme sahip olmakla beraber, bu bölümde söz konusu özelliklerin kısa özetleriyle yetinilecektir. Bunun için iki temel gerekçe ileri sürülebilir:

1. Bu çalışmanın ana hedefi, telli müzik aletlerinin tüm özelliklerinin ayrıntılı olarak incelenmesi değil, bu özelliklerden olabildiğince yararlanan modeller yardımıyla ses sentezlenmesidir. Telli müzik aletlerinin fiziksel özelliklerine ilişkin çok kapsamlı kaynaklarda tüm bu özellikler ayrıntılı olarak ele alınmıştır (Fletcher ve Rossing, 1991; Benade, 1990; Cremer, 1981).
2. Bölüm 3.4'te sözü edilecek olan ve birçok fiziksel modelin altında yatan zaman domen formülasyonu, aşağıda özetlenen birçok özellikten yararlanmaksızın titreşen tellerle üretilen sesi birbirine bağlayabilmektedir.



Şekil 3.10: Telli müzik aletlerinde gerçekleşen fiziksel olaylar zinciri.

3.3.1 Titreşen Telin Hızına Bağımlı Kayıplar

Titreşimle ilgili birçok problemde, titreşen sistemin hızına bağımlı kayıplar, titreşen sistemin hareketini sönümlendirmektedir (Benade, 1990). Söz konusu kayıpları iki ana başlık altında incelemek olasıdır:

1. Yalnızca telin hızına bağımlı kayıplar.
2. Telin hızına ve frekansa bağımlı kayıplar.

Telin hızına bağımlı kayıpların sağa ve sola doğru ilerleyen dalgalar üzerindeki etkileri, Bölüm 4.4'te gösterileceği gibi hızla bağımlı sürtünme teriminin dalga denklemi içine katılması ve sürtünme kuvvetinin iki yöne doğru ilerleyen dalgaları üstel olarak zayıflatması sonucunu doğurmaktadır. Hem telin hızına, hem de frekansa bağımlı kayıpların ise iki önemli etkisi gözlemlenmektedir (Morse, 1948):

1. Titreşimin normal mod frekansları, kayıpların etkisiyle kaymalara uğrar. Bu kaymalar genel olarak önemsenmeyecek kadar küçüktür.
2. Her bir mod, frekansa bağımlı üstel bir sönüm faktörü ile sönümlenir.

Yukarıdaki ikinci sonucu daha kolay görselleştirebilmek için Bölüm 3.2.8'in sonunda elde ettiğimiz çıkarımdan yararlanabiliriz. Frekansa bağımlı kayıpların incelenmesinde, titreşimi oluşturan modları ifade eden harmonik osilatörlerin her biri, kayıplı birer osilatörle değiştirilmelidir.

3.3.2 Elastik Telin Titreşimleri

Titreşen telin mükemmel esnek olmaması, y fonksiyonunun dördüncü mertebeden türeviyle orantılı bir kuvvetin tel üzerine etkimesine yol açmaktadır. Bu durumda, dairesel kesitin yarıçapı a ve Young sabiti Q olan dairesel silindirik bir tel üzerine etkiyen kuvvetler arasındaki bağıntı;

$$\kappa = \frac{Q\pi a^4}{4} \quad (3.45)$$

olarak tanımlanan moment sabiti yardımıyla

$$\varepsilon \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = T \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \kappa \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} \quad (3.46)$$

ifadesiyle belirlenmektedir (Morse, 1948; Cremer, 1981).

Çok düşük frekanslarda veya çok küçük κ değerleri için, telin mükemmel esnek olduğu varsayılabilir. Çok yüksek frekanslarda veya çok büyük κ değerleri içinse, titreşim üzerinde en etkili kuvvete elastikliğin neden olduğu ideal çubuk durumuna yaklaşılr (Morse, 1948). Bu iki durum arasındaki frekanslarda, elastikliğin katkısı bir düzeltme terimi yardımıyla hesaba dahil edilmektedir (Cremer, 1981). Müzik aletlerinde kullanılan tellerin çoğunluğunun çalışma frekansları bu son bölgede yer almaktadır. Bu duruma örnek olarak, elastikliğin, Bölüm 3.2'deki harmonik doğuşkanlar yerine, harmonik olmayan, frekans ekseninde ilerledikçe araları daha fazla açılan kısmi frekanslar elde edilmesi gibi duyulabilir etkilere yol açtığı piyano telleri gösterilebilir. Elastikliğin birinci mertebeden etkisi, propagasyon hızının frekansa bağlı olarak artmasıdır (Morse, 1948):

$$c(\omega) = c_0 \left(1 + \frac{\kappa \omega^2}{2Tc_0^2} \right) \quad (3.47)$$

Bu eşitlikte c_0 , elastikliğin olmadığı durumdaki dalga hızını göstermektedir. Propagasyon hızı frekansa bağımlı olduğundan tel boyunca ilerleyen büyüklükler dispersiyon etkilerine maruz kalmaktadırlar. Başka bir deyişle, iki yöne doğru ilerleyen büyüklükler artık c hızıyla yayılan statik şekillere sahip olamayacaklar ve $t \pm x/c$ 'nin fonksiyonu olarak ifade edilemeyeceklerdir. Elastik etkilerin gözlemlendiği bir telde yüksek frekanslı bileşenler, (3.47) eşitliği uyarınca, düşük frekanslılardan daha hızlı ilerleyecektir. Sonuç olarak, Bölüm 3.1.6 'daki bir çekiçe uyarılmış hız şekli, gittikçe yumuşayacak ve yüksek frekans "tepecikleri" tel boyunca ilerleme sırasında asıl hız şeklinin gittikçe daha fazla önünden yol alacaklardır.

3.3.3 Gerçek Bir Telli Müzik Aletinin Üzerindeki Telin Titreşimi

Bölüm 3.3.1'de sözü edilen kayıplar ve bu kayıpların sonucunda telin doğuşkanlarının sönümlenmesi, tellerin gerili olduğu ortamdan bağımsız olarak ve desteklere ilişkin ideal koşullar altında bulunmaktadır. Gerçek bir telli müzik aletinin üzerinde gerilmiş olan tellerin doğuşkanlarının sönümlenmesinde ise sönüm zamanlarına ilişkin bazı farklılıklar gözlenmektedir. Bu farklılıkların iki temel nedeni vardır:

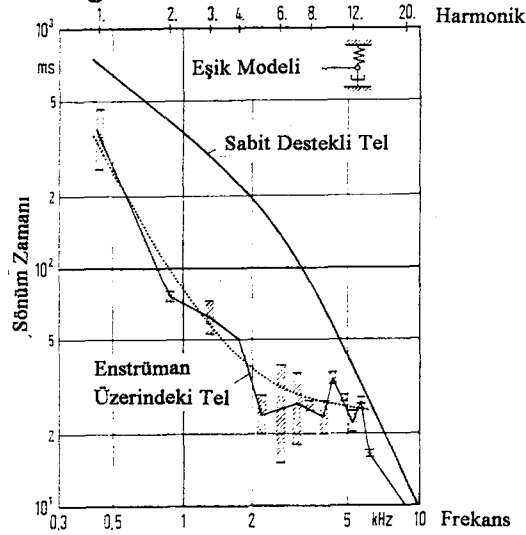
1. Tüm rezonans sistemlerinde olduğu gibi teller, eşik ve gövdeden oluşan rezonatör sistemine bu sistemin rezonans frekanslarına karşı düşen frekanslarda maksimum enerji aktaracaktır (Gövdenin normal modları, Bölüm 3.3.4'te ele alınacaktır). Rezonatöre aktarılan enerji, tellerin rezonatörün rezonans frekanslarına karşı düşen frekans bileşenlerinin daha çabuk sönümlenmesine yol açmaktadır.
2. Destekler, taın olarak sabit değildir. Bu durum, müzik akustiğinde eşige ilişkin modeller yardımıyla incelenmekte ve formülize edilmektedir (Benade, 1990; Cremer, 1981).

Şekil 3.11'de, sabit destekler arasında gerili bir telin doğuşkanlarının sönüm zamanları, bir keman üzerinde gerili olan bir telin doğuşkanlarının sönüm zamanlarıyla karşılaştırılmaktadır. Şekilde ayrıca, eşige ilişkin sağ üst köşede görülen mekanik bir model yardımıyla hesaplanan sönüm zamanları da gösterilmiştir (Cremer, 1981).

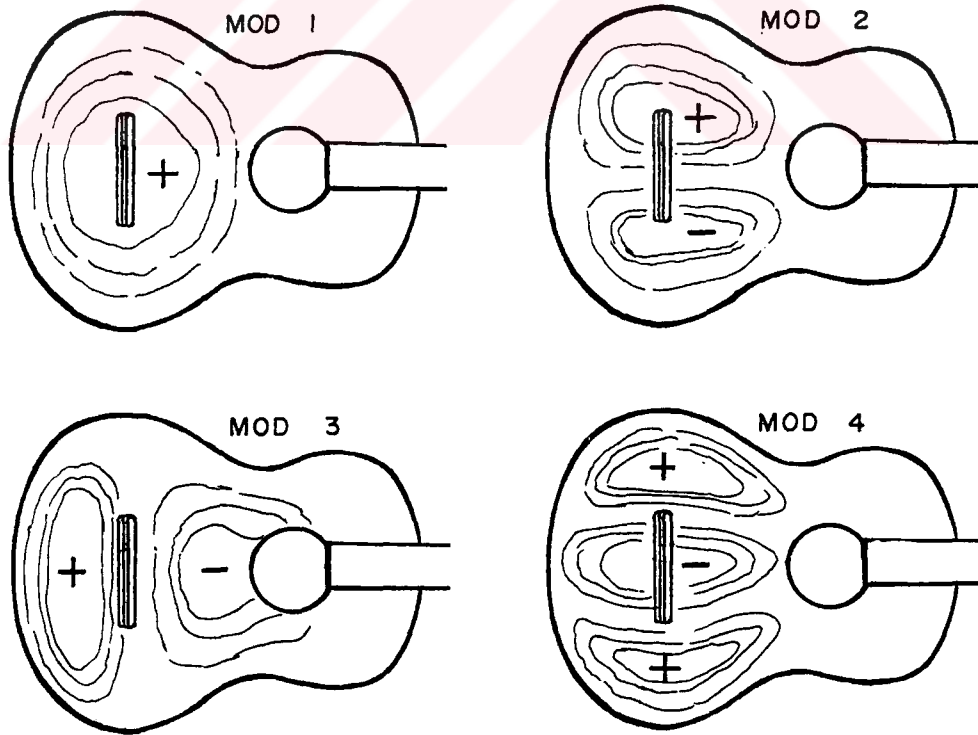
3.3.4 Gövdenin Normal Modları

Telli müzik aletlerinde sesin kuvvetlendirilmesi için tellerdeki enerjinin gövdeye aktarılması gerektiğini yukarıda kısaca belirtmiştik. Gövde, bu enerji alışverişi sırasında, kendi rezonans frekanslarına yakın frekansları kuvvetlendirmektedir. Gövdenin normal modlarının bulunmasına ilişkin bir zorluk, gövde geometrilerinin çoğunlukla analitik hesaplamalara izin vermeyecek denli karmaşık olmasından doğmaktadır. Bu yüzden, genellikle nümerik hesaplamalara veya ölçüm yöntemlerine başvurulmaktadır. Aşağıda, Şekil 3.12'de gitar gövdesinin (Benade, 1990), Şekil

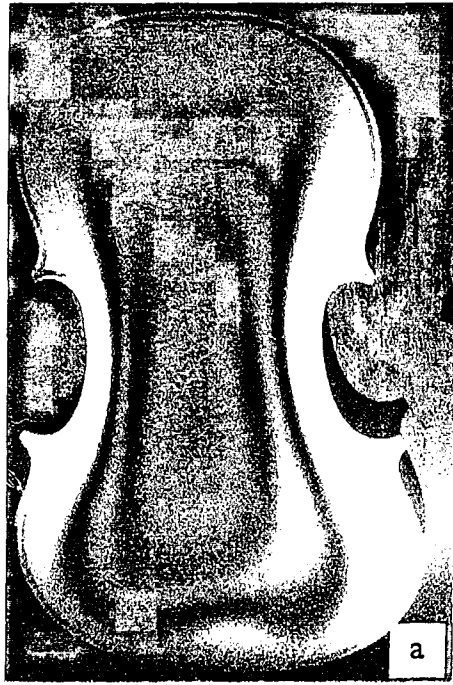
3.13'te ise basitleştirilmiş bir keman gövdesinin (Cremer, 1981) ölçüm yoluyla elde edilmiş ilk birkaç normal modu görülmektedir.



Şekil 3.11: Penalanmış bir telin sönüm zamanları. Üstteki eğri, sabit destekler arasına gerilmiş telin sönüm zamanlarını, alttaki eğri ise keman üzerinde gerili olan bir tele ilişkin sönüm zamanlarını göstermektedir. Noktalı çizgilerle ise sağ üst köşede görülen model uyarınca elde edilen sönüm zamanları gösterilmiştir.



Şekil 3.12: Gitar gövdesinin normal modları.



Şekil 3.13: Basitleştirilmiş keman gövdesinin normal modları.

3.3.5 Gövde Titreşimlerinden Duyulan Sese Kadar Gerçekleşen Süreçler

Gövde tarafından kuvvetlendirilen titreşimler havaya iletilerek akustik basınç dalgaları olarak dinleyiciye kadar ulaşırlar. Burada iki temel özellik dikkati çekmektedir:

1. Akustik dalgaların propagasyon özellikleri.
2. Müzik aletinin çalındığı ortamın etkileri.

Boyuna dalgalar olan akustik basınç dalgaları, hava içinde ilerlerken birçok nedenle enerji kaybına uğrayıp zayıflarlar (Pierce, 1981). Bu zayıflama, sesin kaynağının dinleyiciden uzaklığı hakkında önemli bilgiler içermektedir. Müzik aletleri genel olarak açık havada çalınmadığından, müzik aletinin çalındığı ortamın da duyulan müziksel ses üzerinde büyük etkileri bulunmaktadır. Bu etkilerden en belirginini, reverbasyondur (Pierce, 1983). Ayrıca, gövdeninkine benzer biçimde müziksel kaynağın yer aldığı odanın normal modlarının da duyulan sesteki etkileri önem kazanmaktadır (Benade, 1990). Tüm bu etkilerden sonra insanın kulağına ulaşan ses dalgaları, insanın işitme sistemi yardımıyla algılanan sese dönüştürülmektedir. Bu dönüşümün oldukça nonlinear olduğu ve insanın işitme sisteminin özelliklerinin algılanan ses açısından büyük önem taşıdığı bilinmektedir (Pierce, 1983).

Fiziksel modellemeyle ses sentezi gerçekleştirilirken, yukarıda çok kısa olarak özetlenen tüm bu süreçlerin benzetimin içine katılması olanaksızdır. Bu yüzden, genel olarak gövdenin titreşiminden sonra gerçekleşen süreçler, oldukça kısıtlı olarak modellenmektedir (Adrien, 1991). Gövdenin titreşimine kadar gerçekleşen süreçlerin frekans domeninde incelenmesi gerçekleşen olayların açıklanması için iyi bir yol olsa da, söz konusu frekans domeni gösterimlerinden verimli sentez algoritmaları elde etmek çok zordur. Bölüm 3.4'te gerçek zamanlı ses sentezine olanak sağlayan bir zaman domeni formülasyonu, kısaca özetlenecektir.

3.4 Müzik Aletlerinin Ses Üretimi Mekanizmalarına İlişkin Zaman Domeni Formülasyonu

Daha önceki bölümlerde, müzik aletlerinin ses üretimi mekanizmalarına ilişkin frekans domeni formülasyonlarının avantajlarından kısaca söz edilmişti. Gerçekten, eğer ele alınan sistemler doğrusal ve zamanla değişmeyen sistemlerse frekans domeni formülasyonları, gözlemlenen fiziksel olayların incelenmesi açısından büyük yararlar sağlamaktadır. Buna karşın, eğer incelenen sistemler doğrusal olmayan veya zamanla

değişen özellikler içeriyorsa, frekans domeni formülasyonları oldukça ağır bir hesap yüküne neden olmaktadır. Bu durumda, zaman domeni yöntemlerine başvurulmaktadır. Bu yöntemler arasında McIntyre, Schumacher ve Woodhouse'un geliştirdiği yöntem; genelliği, müzik aletlerinde gözlemlenen birçok olguya getirdiği açık yorumlar ve bunun yanında basitliği ve etkinliği ile göze çarpmaktadır (McIntyre et. al., 1983). Söz konusu genel formülasyon elde edilmeden önce yukarıda sözü edilen araştırmacılar, yaylı çalgılar (McIntyre, Woodhouse, 1979) ve klarinet (Schumacher, 1981) için zaman domeni formülasyonları elde etmişler, bu çalışmadan sonra ise zaman domeni modelleri oldukça yaygınlaşmıştır (Adachi, Sato, 1995; Agullo et. al., 1995; Chaigne, Doutaut, 1997).

Bu bölümde, zaman domeni formülasyonunun kemana ilişkin versiyonu kısaca özetlenecektir (McIntyre, Woodhouse, 1979). Elde edilmiş olan sonuçlar, her türlü telli müzik aletine genellenebilmektedir. Kemanda titreşimlerin oluşmasında iki önemli büyüklük, yayın tele uyguladığı dik kuvvet F_b ve yayın hızı v_b 'dir. Yayın genişliğinin sıfır kabul edildiği ideal durumda teli uyaran kuvvet, uygulandığı noktadaki tel hızına $f(v - v_b)$ gibi doğrusal olmayan bir sürtünme kuvveti fonksiyonu uyarınca bağımlıdır (McIntyre, Woodhouse, 1979, Şekil 1). İncelemede v_b sabit kabul edildiğinden, bundan sonra f fonksiyonu $f(v)$ olarak gösterilecektir. Bunun yanında, doğrusal bir sistem olarak ele alınabilen tel ve telin sonlandırmalarının dinamik davranışları, sürtünme kuvveti ile tel hızını birbirleriyle ilişkilendirmektedir. Bu doğrusal sistemin $g(t)$ ile ifade edilen nedensel bir impuls yanıtına (Green fonksiyonuna) sahip olduğunu göz önünde bulundurarak aşağıdaki eşitliğe kolayca ulaşabiliriz:

$$v(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) f(v(t - \tau)) d\tau \quad (3.48)$$

Tellerin, eşiğin ve gövdenin tüm özelliklerini kapsayan $g(t)$ fonksiyonunun ölçüm yoluyla veya nümerik olarak belirlenmesi için birçok yöntem geliştirilmiştir (Cremer, 1981). $g(t)$ fonksiyonu ne kadar karmaşık olursa olsun, (3.48) eşitliği analitik veya

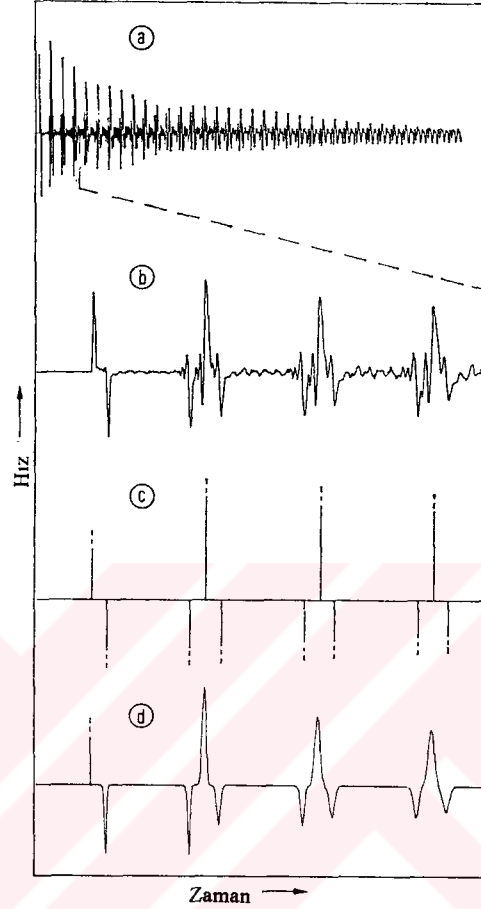
nümerik olarak integre edilip telin titreşimi belirlenebilmektedir. Fakat, hesaplanması gereken konvolüsyon integralinin benzetim ilerledikçe daha fazla işlem gerektirmesi, bu yöntemin oldukça yavaş ve verimsiz olmasına yol açmaktadır. Ayrıca söz konusu yöntem, Green fonksiyonu belirlenirken yapılan ölçüm kaynaklı veya nümerik hatalara oldukça duyarlıdır. Bu yüzden, (3.48) eşitliğini benzetimde kullanmak yerine daha etkin bir yöntem gereksinim duyulmaktadır. Bölüm 3.4.1'de böyle bir yöntem tanıtılacaktır.

3.4.1 Gerçekçi "Köşe Yuvarlatma" Fonksiyonları ve Nümerik Benzetimler İçin Elverişli Bir Yöntem

Şekil (3.14a)'da köprüden telin %14'ü kadar bir uzaklıktan uyarılmış bir çelloya ilişkin, ölçüm yoluyla elde edilmiş bir Green fonksiyonu örneği görülmektedir. Şekil (3.14b)'de ise $t = 0$ civarında aynı örneğin daha büyük bir zaman ölçeğindeki çizimi görülmektedir. Şekilde, başlangıçtaki tepeciği izleyen, değişik zaman gecikmelerine sahip ters dönmüş tepecikler dikkat çekmektedirler. Bu tepecikler, başlangıçtaki tepeciğin iki uçtan yansımış halidir ve yolculukları boyunca telin, sonlandırma koşullarının ve köprü-gövde kuplajının özellikleri uyarınca çeşitli değişimlere uğramışlar ve yuvarlatılmışlardır. İki yansıma arasında gözlemlenen düşük genlikli titreşimler, desteklerin hareket etmeleri sonucunda oluşmuştur.

Telin ve telin sonlandırmalarının doğrusal bir sistem olduğu kabulü altında, yansıyan pulslardaki tüm değişimleri, uyarımdan sonra iki yöne doğru ilerleyen hız dalgalarının herbiri bir yansımayı ifade etmek üzere bir transfer fonksiyonu çiftiyle konvolüsyonu olarak tanımlamak mümkündür. Söz konusu iki "köşe yuvarlatma" fonksiyonu, Green fonksiyonunun analizinden direkt olarak elde edilebilmektedir. Köşe yuvarlatma fonksiyonlarının birer impuls fonksiyonu olduğu kabul edilirse, yaylanan teller için yüzyılımızın başından beri bilinen dinamik Raman modeliyle aynı sonuçlar elde edilmiş olur (Cremer, 1981). Bu modelle edilen impuls yanıtlarına ilişkin bir örnek Şekil (3.14c)'de görülmektedir. Harmonik olarak ilişkili doğuşkanların elde edilmesi sonucunu doğuran ideal bir modelde, köşe yuvarlatma

fonksiyonu, kısa süreli, basit ve simetrik tepciler olarak belirlenmektedir (Şekil 3.14d).



Şekil 3.14: P noktasına etkiyen kuvvet impulsuna karşılık yine P noktasında elde edilen hız yanıtı olan $g(t)$ Green fonksiyonu. (a) Köprüden telin %14'ü kadar bir uzaklıktan uyarılmış bir çelloya ilişkin, ölçüm yoluyla elde edilmiş bir Green fonksiyonu örneği. (b) Aynı örneğin daha geniş bir zaman ölçeğinde gösterilimi. (c) Delta fonksiyonlarından oluşan Raman dinamik modeliyle hesaplanan implus yanıtı. (d) "Köşe yuvarlatma" fonksiyonlarıyla oluşturulan modelle elde edilmiş impuls yanıtı.

$g(t)$ fonksiyonunun başlangıç davranışı ve iki köşe yuvarlatma fonksiyonu bilindiğinde, Green fonksiyonunun geri kalan kısmı bulunabilmektedir. Daha sonra gerçekleşen tüm olaylar, başlangıçtaki pulsun tel boyunca yolculuğu sırasında yansmasıyla ve gittikçe yumuşatılmasıyla özetlenebilmektedir. Her bir yansıma, bir öncekinin uygun köşe yuvarlatma fonksiyonuyla konvolüsyonu hesaplanarak

bulunabilmektedir. Sonuç olarak, yaylanmış telin geçiş özelliklerini ortaya koyacak bir benzetim gerçekleştirmek için bütün Green fonksiyonunun saklanması gerek olmadığı görölmektedir. Bunun yerine sağa ve sola doğru ilerleyen dalga şekilleri geciktirilerek, uygun köşe yuvarlatma fonksiyonuyla konvolve edilmelidir. Bulunan bu sonuç, tüm telli müzik aletlerine genellenebilir. Yapılması gereken işlemler, dalga şekillerinin ilerlemesine ve konvolüsyon integrallerinin hesaplanmasına ilişkin yapıların ortaya konmasından ibarettir. İlerleyen bölümlerde bu yapılar tanıtılacaktır.



4.0. Sayısal Dalga Kılavuzlarıyla Fiziksel Modelleme

4.1 Tel Üzerindeki Dalgaların Örneklenmesi

Tel üzerindeki dalgaların Bölüm 3'te elde edilen iki yöne doğru ilerleyen çözümlerini bilgisayar ortamına taşımak için yapılması gereken ilk işlem, dalga şekillerinin hem zamana, hem de konuma göre örneklenmesidir. Konuma göre örnekleme, bilgisayarda, telin herhangi bir anda denge konumundan ne kadar uzaklaştığına ilişkin verilerin saklanması için tel uzunluğunun konumsal örnekleme frekansı ile çarpılmasıyla elde edilen değer kadar bellek gözünün ayrılması işlemidir. Zamansal örnekleme periyodu ise tel şekline ilişkin bellek bloğunun içeriğinin değiştirildiği zaman aralığı olarak düşünülebilir. Tel şeklinin değiştirilmesiyle ilgili işlemler belli bir zaman aldığından ilk olarak modellemenin gerçekleştirildiği bilgisayar sisteminin işlem kapasitesinin ve üretilen ses için hedeflenen kalitenin belirlediği bir T_s zamansal örnekleme aralığı değeri seçilmelidir. Bu değerle gerçekleştirilen örneklemeyle, bir saniyede dalga şekline ilişkin $f_s=1/T_s$ adet örnek elde edilecektir. CD kalitesinde sesler üretebilmek için örnekleme frekansı $f_s=44.1$ KHz seçilmelidir. Bu değer, tüm gelişmiş bilgisayar sistemlerinde yüksek kaliteli ses işleme için kullanılan standard bir değerdir. Zamana göre örnekleme aralığının belirlenmesinden sonra, konuma göre örneklemede kullanılacak örnekleme aralığı olan X_s değeri için düşünülecek uygun bir seçim, sesin bir zamansal örnek aralığında katettiği mesafedir. Hava için, ses hızı 331 m/s alınırsa, konumsal örnekleme aralığı değeri;

$$X_s = \frac{331}{44100} = 7,5 \text{ mm} \quad (4.1)$$

olarak bulunur. Bu şekilde seçilen örnekleme aralıklarıyla gerçekleştirilen ilerleyen dalga benzetiminde, dalga her bir zaman aralığında sağa ve sola doğru bir konumsal örnek adımı ilerleyeceğinden, benzetimde yalnız gecikme elemanlarından yararlanılması yetecektir.

Örneklemenin gösterilimi için, aşağıdaki değişken dönüşümünden yararlanılacaktır:

$$\begin{aligned} x &\rightarrow x_m = mX_s \\ t &\rightarrow t_n = nT_s \end{aligned} \quad (4.2)$$

Bu dönüşüm ile iki yöne doğru ilerleyen dalgaların toplamı olan tel şekli fonksiyonu aşağıdaki görünümü alacaktır:

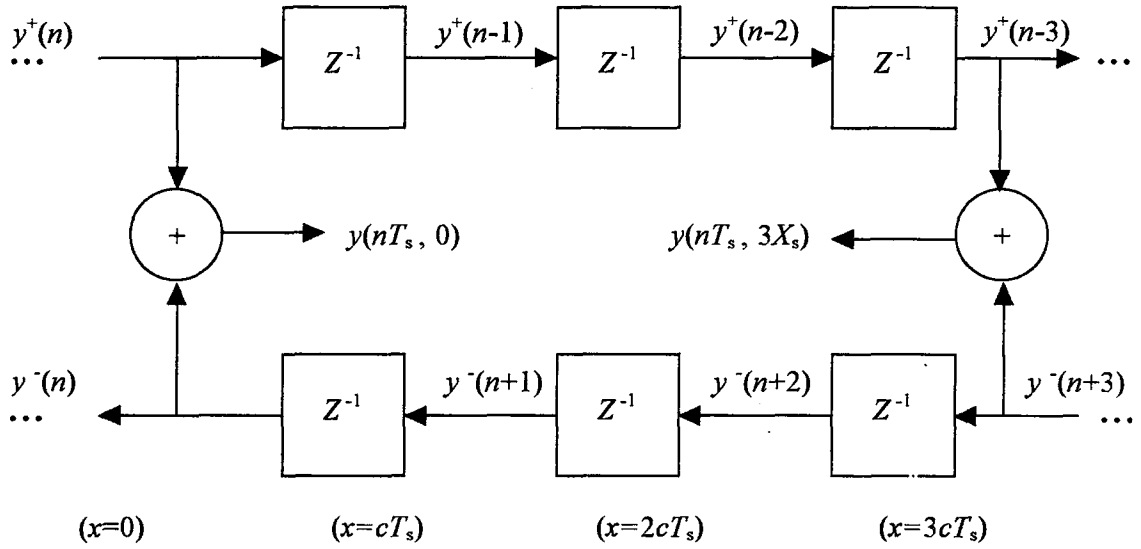
$$\begin{aligned} y(t_n, x_m) &= y_{\text{sağ}}(t_n - x_m / c) + y_{\text{sol}}(t_n + x_m / c) \\ &= y_{\text{sağ}}(nT_s - mX_s / c) + y_{\text{sol}}(nT_s + mX_s / c) \\ &= y_{\text{sağ}}((n-m)T_s) + y_{\text{sol}}((n+m)T_s) \end{aligned} \quad (4.3)$$

T_s örnekleme aralığı (4.3) eşitliğindeki her kısmi dalgada yer aldığından, aşağıdaki tanımlarla kısmi dalgalar için daha sade bir gösterim elde edilebilir:

$$\begin{aligned} y^+(n) &= y_{\text{sağ}}(nT_s) \\ y^-(n) &= y_{\text{sol}}(nT_s) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Bu yeni gösterimde, (+) işareti sağa, (-) işareti ise sola doğru ilerleyen kısmi dalgayı göstermek için kullanılmaktadır.

Yukarıdaki eşitliklerde elde edilen $y_{\text{sağ}}((n-m)T_s) = y^+(n-m)$ terimi, girişine $y^+(n)$ işareti uygulanan m örnek uzunluğundaki kayıpsız bir gecikme hattının çıkışında gözlemlenecek bir işaret olarak ele alınabilir. y^+ sağa doğru ilerleyen dalga bileşeni olduğundan, bu bileşene ilişkin gecikme hattı, solundan $y^+(n)$ giriş işareti uygulanmış, sağ tarafından ise $y^+(n-m)$ çıkışı alınmış bir boyutlu sayısal dalga kılavuzu olarak görselleştirilebilir. Söz konusu gecikme hattı, Şekil (4.1)'de üstteki hat olarak gösterilmiştir.



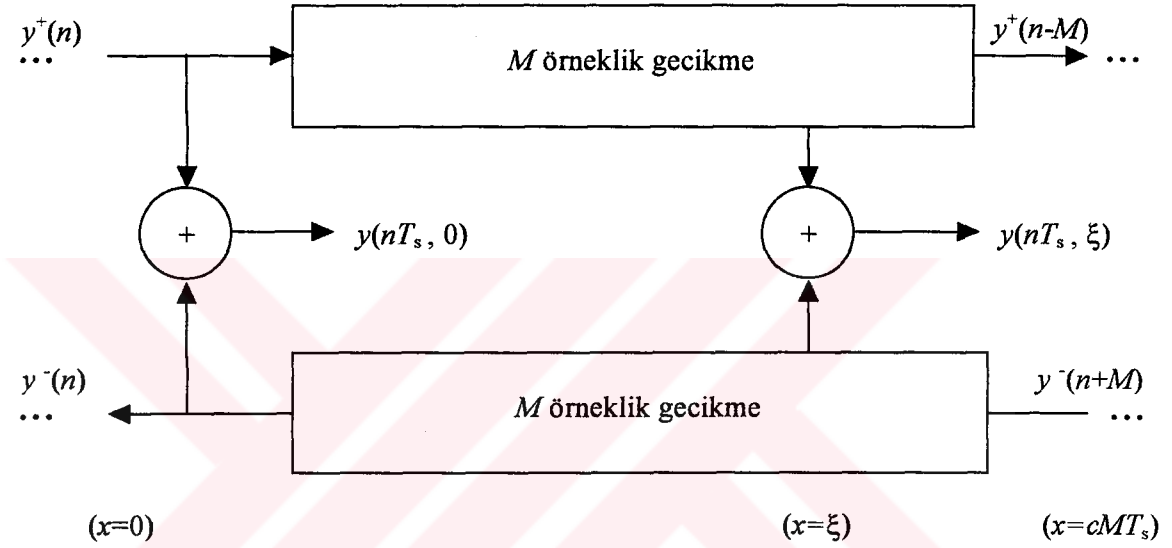
Şekil 4.1: Kayıpsız bir telin dalga kılavuzu modeli. Gözlem noktaları $x=0$ ve $x=3X_s=3cT_s$ değerlerinde seçilmiştir. " Z^{-1} " sembolü, alışlageldiği üzere, bir örneklik gecikmeyi göstermektedir.

Benzer bir biçimde, $y_{\text{sol}}((n+m)T_s)=y^-(n+m)$ terimi de, çıkışı $y^-(n)$ olan m örnek uzunluğundaki kayıpsız bir gecikme hattının girişindeki işaret olarak düşünülebilir. y^- sola doğru ilerleyen dalga bileşeni olduğundan gecikme hattını, sağından $y^-(n+m)$ girişi uygulanmış, $y^-(n)$ çıkışı ise sol tarafından alınan bir gecikme hattı olarak görselleştirmek uygun olmaktadır. Üzerinde sola doğru ilerleyen dalga bileşenlerinin yer aldığı bu gecikme hattı, Şekil (4.1)'in alt kısmında yer almaktadır. Sanal telin herhangi bir noktasının konumu olan $x_m=mX_s=mcT_s$, şekilde soldan sağa doğru artmaktadır. Fiziksel tel şekli büyüklüğünü elde etmek için iki yöne doğru ilerleyen dalgalar aşağıdaki bağıntı uyarınca toplanmalıdır:

$$y(t_n, x_m) = y^+(n-m) + y^-(n+m) \quad (4.5)$$

Herhangi bir x_m konumsal örnek noktasında telin yüksekliği, alttaki ve üstteki gecikme hattının m noktasındaki değerlerinin toplanmasıyla elde edilmektedir. Şekil (4.1)'de telin yüksekliği, keyfi olarak seçilmiş $x=0$ ve $x=3X_s$ noktaları için belirlenmektedir.

Hem örneklenmiş, hem de sürekli benzetim için kullanılabilecek daha genel bir benzetim diyagramı, Şekil (4.2)'de görülmektedir. Bu şekil, tek boyutlu dalga propagasyonuna ilişkin herhangi bir kayıpsız ortamın çift yönlü bir gecikme hattı ile modellenebileceğini göstermektedir. Altı çizilmesi gereken önemli bir unsur, sanal tel üzerinde ilerleyen dalga şekillerinin konumsal ve zamansal örnekleme frekansının yarısıyla band-sınırlı olmaları sağlandığında, benzetimin örnekleme noktalarında tam olarak doğru sonuçlar vereceği gerçeğidir.



Şekil 4.2: Bir boyutlu dalga propagasyonuna ilişkin genel benzetim diyagramı.

Şekil (4.2)'deki gibi, zamansal örnekleme aralığı ile dalga hızının çarpımı olan cT_s değerinin tam katı olmayan, keyfi x noktalarından çıkış alınabilmesi için band-sınırlı konumsal enterpolasyondan yararlanılmalıdır. Benzer bir biçimde, band-sınırlı zamansal enterpolasyon, T_s değerinin tamkatı olmayan keyfi anlarda çıkışın oluşturulabilmesine olanak sağlamaktadır. Band-sınırlı enterpolasyon kullanılarak sayısal dalga kılavuzları yeniden formalize edilmiş, elde edilen yapıya "Kesirli Gecikmeli Sayısal Dalga Kılavuzu Süzgeçleri" (Fractional Delay Digital Waveguide Filter, FDWF) adı verilmiştir (Laasko et. al., 1996). FDWF yapıları, birçok müzik aletinin ses üretim mekanizmalarının fiziksel modellemeye dayalı modellerinde ve ses boşluğunun modellenmesinde başarıyla kullanılmıştır (Välimäki et. al., 1992, 1994, 1996; Karjalainen ve Laine, 1991; Karjalainen et. al., 1993).

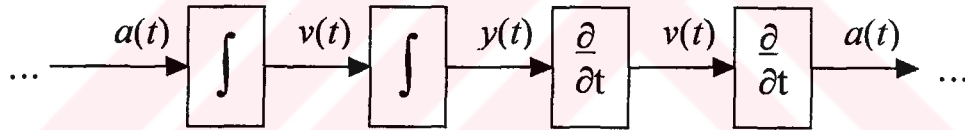
4.2 Alternatif Dalgalar

Bu aşamaya dek, tel üzerinde sağa ve sola doğru ilerleyen tel şekline ilişkin $y^\pm$ dalgalarının ayrık zamanda benzetimi elde edilmiştir. Buna benzer şekilde fiziksel benzetim için tel üzerinde ilerleyen aşağıdaki biçimde tanımlı olan, sırasıyla hız ve ivme dalgalarından da yararlanılması olanaklıdır:

$$v^\pm = \frac{\partial}{\partial t} y^\pm \quad (4.6)$$

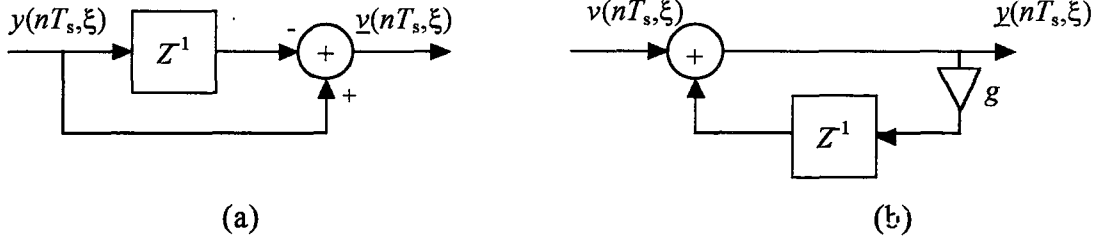
$$a^\pm = \frac{\partial^2}{\partial t^2} y^\pm \quad (4.7)$$

Sürekli zamanda, sözkonusu dalga büyüklükleri arasındaki ilişki, Şekil (4.3)'te gösterildiği gibi türev ve integral operatörleriyle sağlanmaktadır. Türev ve integral operatörleri doğrusal operatörler olduklarından ve ayrık zamandaki ilerleyen dalgaların argümanları da zamana bağlı olduğundan, Şekil (4.3)'teki ilişkinin benzeri, ayrık zamanlı $y^\pm$, $v^\pm$ ve $a^\pm$ dalgaları için de kurulabilir.



Şekil 4.3: Sürekli zamanda fiziksel dalga büyüklüklerinin birbirine dönüştürülmesi.

Ayrık zamanda türev alma ve integrasyon işlemleri sayısal süzgeçlerle gerçekleştirilmektedir (Rabiner ve Gold, 1975). Bu işlemlere ilişkin sıklıkla kullanılan yaklaşımlar, Şekil (4.4)'te gösterilmiştir. Sürekli zamanda türev ve integralin tanımına benzeyen sözkonusu birinci mertebe yaklaşımlar, örnekleme hızının yarısına oranla çok düşük frekanslarda oldukça iyi sonuçlar verse de, daha yüksek mertebeli sayısal süzgeçler kullanılarak daha iyi sonuçlar elde etmek olanaklıdır (Rabiner ve Gold, 1975; Parks ve Burrus, 1987).



Şekil 4.4: Ayırık zamanda benzetimi gerçekleştirilen fiziksel dalga büyüklüklerinin birbirlerine dönüştürülmesi için kullanılabilecek birinci mertebe yaklaşımları. (a) Birinci mertebeden fark süzgeci. (b) Birinci mertebeden kayıplı integral alan ayırık zaman süzgeci. Değeri yaklaşık olarak 1 olan g kayıp faktörü, taşmayı önlemek için kullanılmaktadır.

4.3 Konuma Göre Türev

Zamana göre türevlerle elde edilen çeşitli dalgalara ek olarak, dalga büyüklüklerinin konuma göre türetilmesiyle de birçok yeni dalga elde edilebilir. Tel şeklinin konuma göre bir kez türetilmesiyle eğim dalgaları elde edilmektedir:

$$\begin{aligned}
 \hat{y}(x, t) &= \frac{\partial}{\partial x} y(x, t) = \hat{y}_{\text{sağ}}\left(t - \frac{x}{c}\right) + \hat{y}_{\text{sol}}\left(t + \frac{x}{c}\right) \\
 &= -\frac{1}{c} v_{\text{sağ}}\left(t - \frac{x}{c}\right) + \frac{1}{c} v_{\text{sol}}\left(t + \frac{x}{c}\right)
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Ayrık zamanda ise (4.3) ilişkileri yardımıyla bu ifadeler aşağıdaki görünümü almaktadır:

$$\begin{aligned}
 \hat{y}(x_m, t_n) &= \hat{y}(mX_s, nT_s) = \hat{y}_{\text{sağ}}((n-m)T_s) + \hat{y}_{\text{sol}}((n+m)T_s) \\
 &= \hat{y}^+(n-m) + \hat{y}^-(n+m) \\
 &= -\frac{1}{c} v^+(n-m) + \frac{1}{c} v^-(n+m) \\
 &= \frac{1}{c} [v^-(n+m) - v^+(n-m)]
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Yukarıdaki bağıntılardan, hız dalgaları ile eğim dalgaları arasında ;

$$\begin{aligned} v^- &= c\hat{y}^- \\ v^+ &= -c\hat{y}^+ \end{aligned} \quad (4.10)$$

şeklinde bir ilişki olduğu sonucuna varılmaktadır. Başka bir deyişle, iki yöne doğru ilerleyen eğim dalgaları, hız dalgalarını dalga hızına bölerek ve sağa ilerleyen dalganın önüne eksi işaretini yerleştirerek hesaplanabilir. Telin herhangi bir andaki eğimi ise hız dalgalarının benzetiminden yararlanılarak ve herhangi bir noktada, üst hattın sözkonusu noktadaki içeriğini alt hattın içeriğinden çıkarıp c 'ye bölerek elde edilebilir.

Bölüm (3.2.1)'de elde edilen sonuç uyarınca, yukarıdaki gösterimle $\frac{\partial}{\partial x}\hat{y}(x,t)$ olarak tanımlanan eğrilik dalgaları ise ivme dalgalarının dalga hızının karesine bölünmesiyle elde edilmektedir.

Bu bölümde elde edilen bağıntılardan, özetle, eğer sağa ve sola doğru ilerleyen dalga bileşenleri biliniyorsa, fiziksel olarak anlamlı her dalganın bu bileşenler yardımıyla elde edileceği sonucu çıkmaktadır. Başka bir bakış açısı uyarınca da, Bölüm 3'teki formülasyondakine benzer şekilde, tel şekli ve hız dalgaları gibi lineer olarak bağımsız iki fiziksel değişken bilindiğinde, iki yöne doğru ilerleyen dalga bileşenleri verilirse de bu iki dalgadan diğer bütün dalgalar elde edilebilmektedir. Sayısal anlamda türev veya integral işlemlerinden doğru sonuçlar elde edilebilmesi için bir önceki bölümde sözü edilen yüksek mertebeli süzgeçlerin kullanılması gerektiğinden, sözkonusu işlemler belli bir hesap yüküne neden olmaktadır. Yukarıdaki bağıntılar uyarınca eğim ve eğrilik dalgaları, sırasıyla hız ve ivme dalgalarından basit çarpma işlemleri sonucunda elde edilebilmekte, bu durum da hesap yükünü azaltmaktadır. Telli çalgılar modellenirken, Bölüm 3'te yapıldığı gibi tel şekli ve hız dalgalarının kullanılması düşünülebilir. Bu değişken çiftinden hız dalgalarının kullanılması, daha sonra integrasyonla şekil dalgalarının elde edilmesi; sayısal olarak, integrasyonun türeve göre daha basit hesaplanması nedeniyle daha uygundur.

Nefesli çalgılardaki akustik tüpler, yaylı çalgılardaki bir noktasından sürekli olarak sürtünme kuvvetiyle uyarılan teller gibi çalışmanın kapsamı dışında tutulmuş fiziksel sistemler modellenirken, burada ele alınmayan kuvvet dalgaları, güç dalgaları ve enerji yoğunluğu dalgaları gibi fiziksel büyüklüklerden yararlanmak daha uygun olabilmektedir. Bu büyüklüklerin hesaplanmasına ilişkin bağıntılar, başka çalışmalarda ele alınmıştır (Smith 1992, 1996).

4.4 Tek Boyutlu Kayıplı Dalga Denklemleri

Bir titreşen telde, sonlandırmaların tam olarak sabit olmaması, teldeki sürtünmeler ve telin çevresindeki havayla sürtünmesi, vb. nedenlerle enerji kayıpları gözlemlenmektedir. Bu kayıpların birçoğuna telin hızıyla orantılı olan sürtünme kuvveti neden olmaktadır (Morse, 1948). Söz konusu orantı sabiti μ olarak gösterilirse, tele etkiyen kuvvetler arasındaki bağıntı aşağıdaki görünümü alır:

$$T \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \epsilon \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \quad (4.11)$$

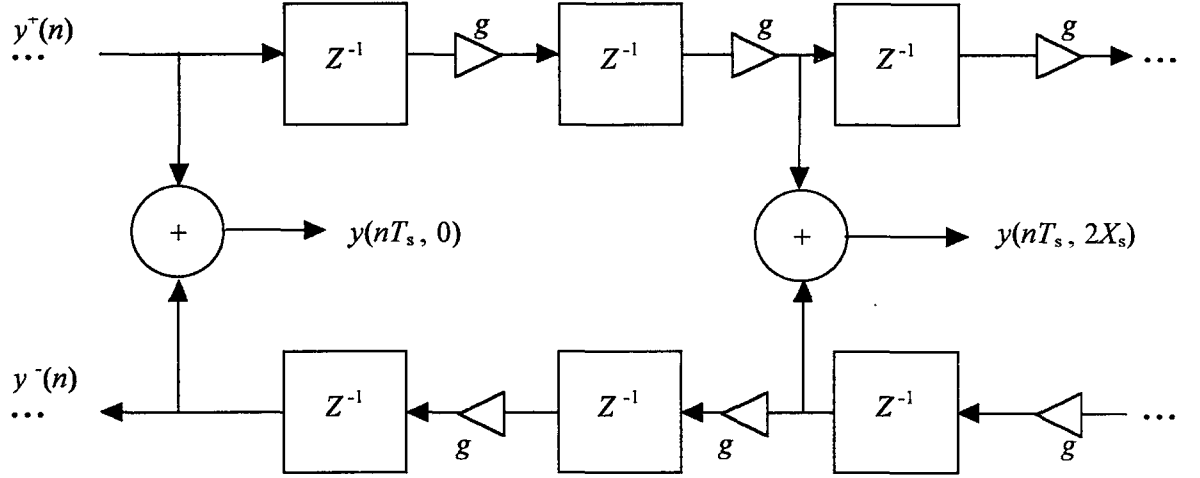
Kolaylıkla gösterilebileceği gibi, Bölüm 3'teki eğimin büyüklüğüne ilişkin varsayımlar altında, aşağıdaki iki yöne doğru sönümlenerek ilerleyen büyüklük, (4.11) denkleminin çözümüdür:

$$y(x,t) = e^{-\frac{\mu}{2\epsilon c}x} y_{\text{sağ}}\left(t - \frac{x}{c}\right) + e^{\frac{\mu}{2\epsilon c}x} y_{\text{sol}}\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (4.12)$$

Yukarıdaki ifadeden de görüleceği üzere, sağa ve sola doğru ilerleyen bileşenler, hareket doğrultuları boyunca üstel olarak sönümlenmektedirler. Bu bileşenler, Bölüm 4.1'deki biçimde örneklenirse ve *kayıp faktörü* olarak adlandırılan g ;

$$g = e^{-\frac{\mu T_s}{2\epsilon}} \quad (4.13)$$

olarak tanımlanırsa, aşağıdaki bağıntı elde edilmektedir:



Şekil 4.5: Kayıplı sayısal dalga kılavuzu benzetimi. Kayıp faktörü g , örnekleme anları arasındaki dağılmış kaybın toplu haldeki karşılığını ifade etmektedir.

$$y(n, m) = g^{-m} y^+(n - m) + g^m y^-(n + m) \quad (4.14)$$

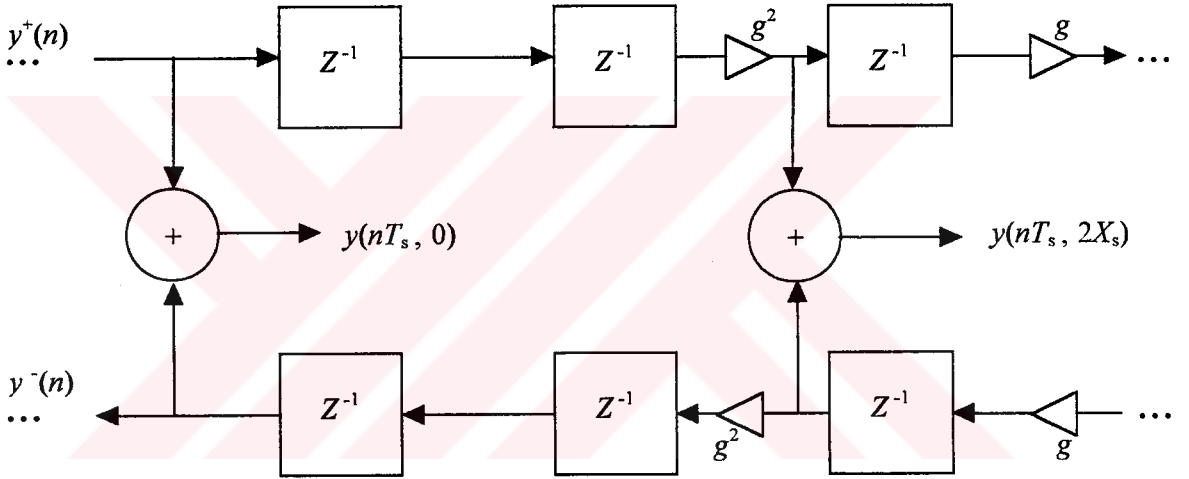
Kayıplı, tek boyutlu sayısal dalga kılavuzu diyagramı, Şekil (4.5)'te gösterilmiştir.

Şekilden sürekli durumda dağılmış olarak ele alınan kayıpların, sayısal benzetimde ayrık noktalara toplanmış olduğu görülmektedir. Dağılmış kayıpların toplu olarak ele alınması, zamansal ve konumsal örnek noktalarında bir hesap hatasına yol açmamaktadır. Buna ek olarak, örnekleme noktalarının arasına düşen zaman ve konum noktaları için kayıplı durumda da band-sınırlı enterpolasyon kullanılabilir. Sözü edilen bu son iki özellikten yararlanılabilmesi için gereken tek şart, bütün uyarımların ve başlangıç koşullarının örnekleme hızının yarısıyla band-sınırlı olmasıdır.

4.5 Kayıpların Daha Büyük Ölçekte Birleştirilmesi

Müzik aletlerinin fiziksel modellerinden yararlanılan birçok uygulamada, fiziksel çıkışın alınmadığı noktalardaki kayıpların toplu halde minimum sayıda

noktaya yığılması, hesap açısından önemli kazançlara olanak sağlamaktadır. Benzetimi yapılan telin T , ε ve μ parametreleri değişmiyorsa, telin sayısal dalga kılavuzu modeli lineer ve zamanla değişmeyen bir sisteme karşı düşmektedir. Lineer ve zamanla değişmeyen sistemlerde bileşenler için dağılma özelliği kullanılabileceğinden Şekil (4.6)'daki diyagram, fiziksel çıkışın alındığı noktalarda Şekil (4.5)'teki diyagramla aynı sonucu vermektedir. Eğer bir kayıp faktörünün çıkışın alınmadığı bir düğümden ötelenmesi gerekiyorsa, düğümden çıkan her dala kayıp faktörünün bir kopyası yerleştirilmelidir. Düğüme doğru yönelmiş birden fazla dalın bulunduğu durumlarda ise, bu dalların herbirine kayıp faktörünün tersi konulmalıdır (Smith, 1987).



Şekil 4.6: Kayıplı sayısal dalga kılavuzu benzetimi. Bu diyagramda, kayıp faktörleri bir fiziksel çıkış noktasıyla karşılaşıncaya kadar ötelenmiş, ve çıkış noktalarından hemen önce birleştirilmiştir.

4.6 Frekansa Bağımlı Kayıplar

Hemen hemen bütün akustik dalga propagasyonu olaylarında kayıplar frekansla artmaktadır (Hall, 1987). Telli müzik aletlerinde gözlemlenen en büyük kayıplar ise, özellikle gövde rezonanslarına yakın frekanslarda, tellerin enerjisinin bir kısmını gövdeye ileten köprüde gerçekleşmektedir. Bu kayıplara ek olarak, havayla sürtünmeden ileri gelen kayıplar da frekansla monotonik olarak artmaktadır.

Kayıpları da içeren (4.11) denkleminin çözümü, kayıpların frekansa bağımlı olduğu duruma da genelleştirilebilir. Bu durumda kayıp faktörleri, sabit g değerleri yerine $G(\omega)$ değerlerini alacaktır. Sayısal süzgeçlerle gerçekleştirilen frekansa bağlı kayıp faktörleri, Bölüm 4.5'teki gibi, minimum sayıda noktaya yığılabılır.

Etkin bir sayısal benzetim için, toplu halde ele alınan her $G(\omega)$ kayıp faktörüne, benzetimde kullanılacak süzgecin transfer fonksiyonu olan $\underline{G}(e^{j\omega T_s})$ ile yaklaşılmalıdır. Genel olarak, optimum kayıp süzgecinin katsayıları, seçilen norm tanımı uyarınca $||G(\omega) - \underline{G}(e^{j\omega T_s})||$ normunu, süzgecin kutup veya sıfırlarına göre minimize ederek bulunmaktadır. Frekansa bağlı gecikme etkilerinden kaçınmak için kayıp süzgeci sıfır-fazlı ve sonlu impuls yanıtı (FIR) bir süzgeç olmalıdır (Rabiner ve Gold, 1975). Sıfır-fazlılık şartı, süzgecin birim impuls yanıtı $g(n)$ 'nin sonlu uzunlukta ve ayrık zaman orijinine göre simetrik olmasını gerektirmektedir. Sayısal dalga kılavuzlarının kullanıldığı gerçek zamanlı uygulamalarda sıfır-fazlı FIR süzgeç, gecikme hattından, birim örnek yanıtının uzunluğunun yarısı kadar gecikme "ödünç alınarak" lineer fazlı nedensel bir FIR süzgece dönüştürülebilir.

4.7 Bir Boyutlu Dispersif Dalga Denklemi

Sayısal benzetimde, Bölüm 3.3.2'de elde edilen propagasyon hızının frekansa bağımlılık özelliği, Bölüm 5'te gösterileceği gibi, gecikmesi frekansa bağlı olarak değişen bir *tüm-geçiren* süzgeçle gerçekleştirilebilir. Bu noktada altı çizilmesi gereken önemli bir unsur, her lineer-zamanla değişmeyen süzgecin, sıfır fazlı bir süzgeçle tüm-geçiren bir süzgecin seri bağlanmasından oluşan bir süzgeçle ifade edilebileceğidir (Smith, 1985). Bu yeni süzgecin sıfır-fazlı kısmı frekansa bağlı kazancı (sayısal dalga kılavuzundaki sönümlenmeyi) kontrol ederken tüm-geçiren süzgeç de sayısal dalga kılavuzu için dispersiyonunun benzetimi anlamına gelen frekansa bağımlı gecikmeyi gerçeklemektedir. Böylece, mertebesi ne olursa olsun, sabit katsayılı lineer bir dalga denkleminin sayısal benzetiminin yalnızca geciktirme elemanlarından oluşan bir gecikme hattıyla, sönüm ve dispersiyon etkilerini ifade eden lineer ve zamanla değişmeyen bir süzgeçle gerçekleştirilebileceği sonucu elde edilir.

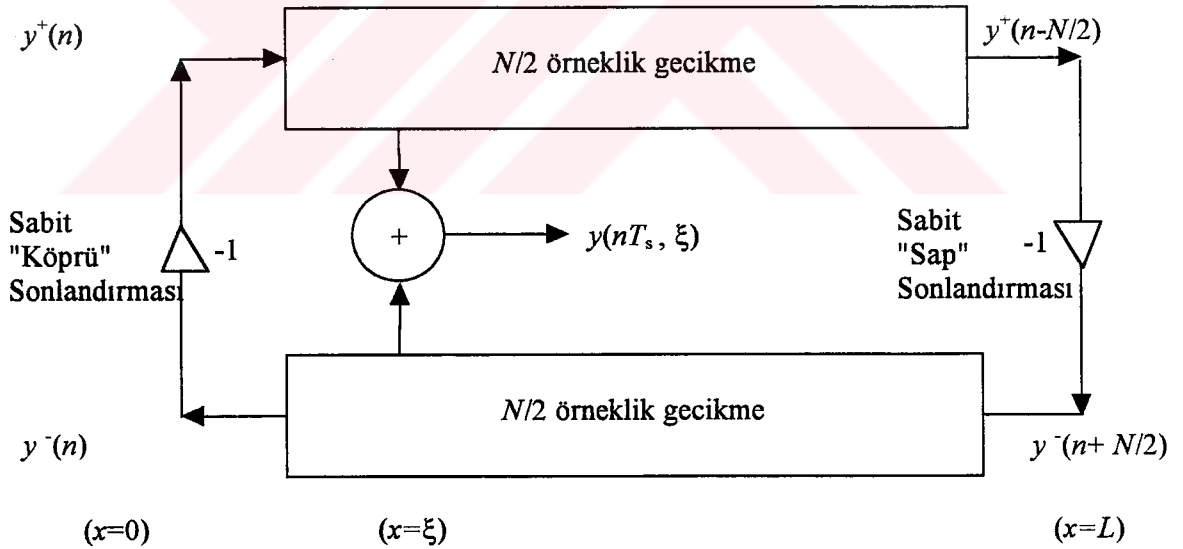
4.8 Sabit Desteklerle Sonlandırma

Titreşen tellerin Bölüm 3.1.6'da ele alındığı gibi sabit desteklerle sonlandırılması, bir telin sonlandırılmasına ilişkin en basit durumdur. Sayısal benzetimde, Bölüm 3.1.6'daki sınır koşulları, aşağıdaki görünümü almaktadır:

$$\begin{aligned} y^+(n) &= -y^-(n) \\ y^-(n + \frac{N}{2}) &= -y^+(n - \frac{N}{2}) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Bu eşitlikteki N büyüklüğü herhangi bir noktadaki dalga şeklinin L uzunluğundaki sanal telin her iki ucundan da yansıyor başlangıçtaki konumuna geri dönmesi için gereken sürenin örnek cinsinden ifadesidir ve değeri

$$N = \frac{2L}{X_s} \quad (4.16)$$

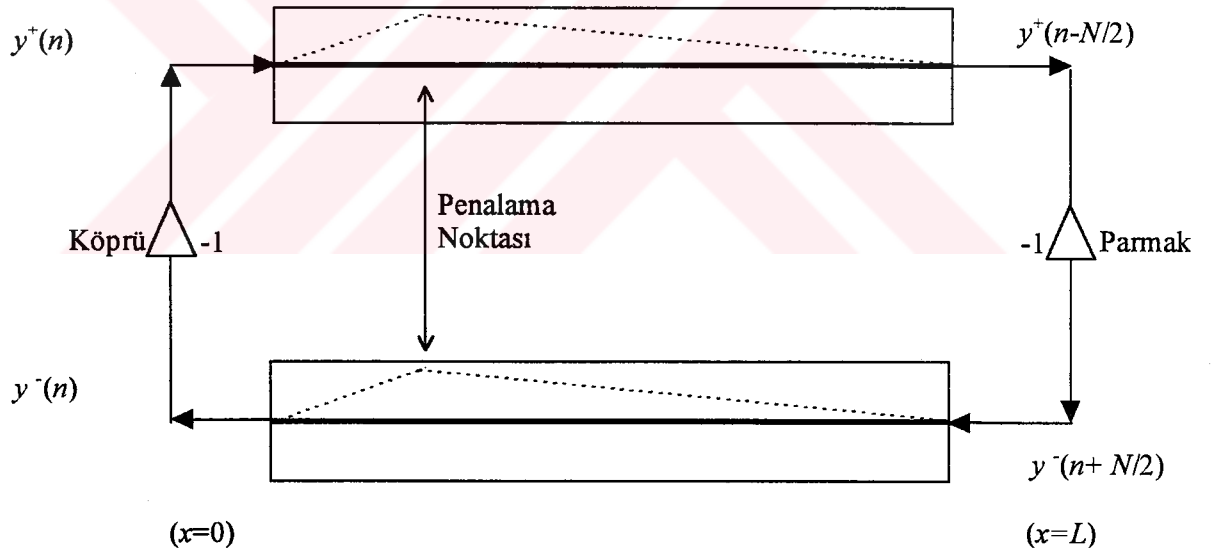


Şekil 4.7: Sabit destekler arasına gerilmiş telin sayısal benzetimi. Fiziksel çıkış, $x=\xi$ noktasından alınmaktadır.

olarak belirlenmektedir. Başka bir bakış açısı uyarınca N , "tel çevriminin" toplam gecikmesini vermektedir. Sabit desteklerle sonlandırılmış bir telin sayısal benzetimine ilişkin bir diyagram, Şekil (4.7)'de görülmektedir. Şekilde çıkış, keyfi bir ξ noktasından alınmaktadır. Bu nokta, akustik bir enstrümanda sesi kuvvetlendirmek için kullanılan mikrofonun, elektro-gitar gibi çalgılarda ise mekanik titreşimi indüksiyon akımına veya gerilime dönüştüren düzeneklerin enstrüman üzerindeki konumuna karşı düşmektedir.

4.9 Sabit Destekler Arasına Gerilmiş ve Penalanmış Esnek Tel

Bölüm 3.1.6'da ele alınmış olan sabit destekler arasına gerilmiş, başlangıç anında penalanarak belli bir başlangıç şekliyle ve sıfır başlangıç hızıyla uyarılmış telin sayısal dalga kılavuzu benzetimine ilişkin bir diyagram, Şekil (4.8)'de görülmektedir.



Şekil 4.8: Penalanmış bir telin başlangıç koşulları. Gecikme hatlarının başlangıç anındaki içerikleri, hatları gösteren kutuların içine çizilmiştir. Her bir gecikme hattındaki bileşenin genliği, başlangıç şeklinin genliğinin yarısı kadardır. Herhangi bir andaki tel şekli, alt ve üst hattın içeriklerinin toplanmasıyla elde edilmektedir.

Sayısal benzetimde üzerinde durulması gereken bir nokta, tel şeklinin Şekil (4.8)'deki gibi keskin bir köşe noktasına sahip olmasının, tel şekli örneklendiğinde örtüşme etkilerine yol açacağı gerçeğidir. Bu yüzden ayrık zaman benzetiminde, tel şekli için orijinal tel şeklinin, en fazla örnekleme frekansının yarısına kadar frekanslara sahip alçak geçiren bir versiyonu kullanılmalıdır. Yüksek frekans bileşenleri süzölmüş bir tel şeklinin kullanılması, aşağıdaki nedenlerden dolayı orijinal şeklin kullanılmaması bakımından büyük bir etkiye neden olmayacaktır:

1. Tüm gerçek tellerde elastik etkiler, keskin köşelerin oluşmasını önlemektedirler.
2. Gerçek bir pena uyarımı, penanın kalınlığı yüzünden hiçbir zaman telin tek bir noktasına uygulanamamaktadır.
3. Beşinci bölümde benzetim gerçekleştirirken örnekleme frekansı değeri olarak 44100 Hz seçildiğinden, insan kulağının duyabildiği frekans aralığı, yukarıdaki kısıtlamayla bile tamamen kapsamaktadır.

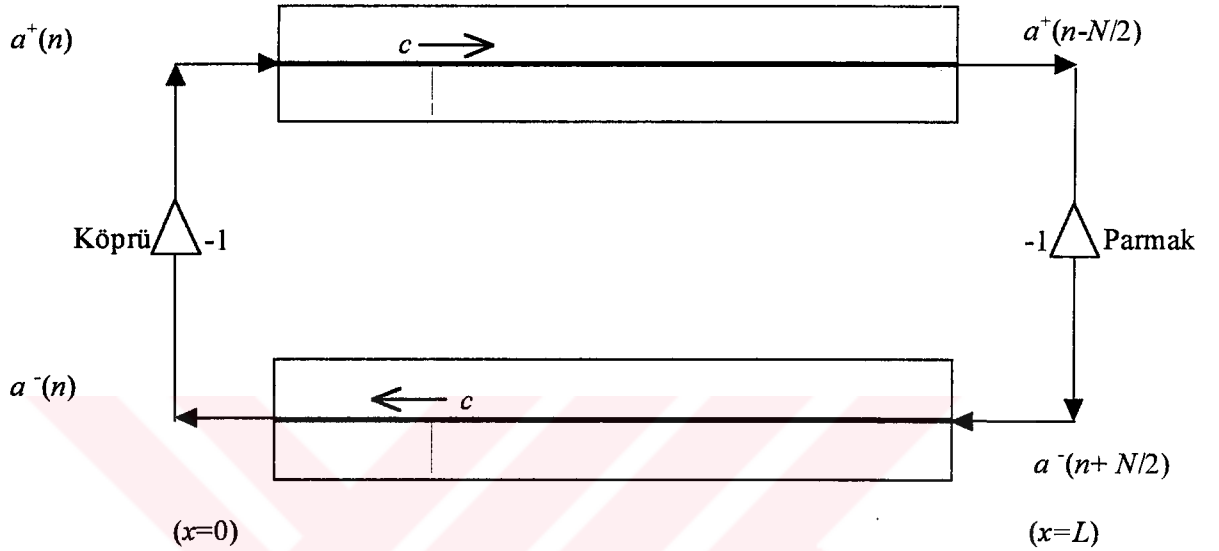
Bu nedenlerle, başlangıç şeklinin band sınırlı versiyonunun örneklenmesi, tel şekli hakkında önemli bir bilgi kaybına yol açmayacaktır.

Penalama işlemi, $t=0$ anında telin herhangi bir noktasına bir kuvvet impulsu uygulanması anlamına geldiğinden ve Newton yasaları uyarınca kuvvetle ivme orantılı olduğundan, penalanmış tel benzetimi için tel şekli veya hız dalgaları yerine ivme dalgalarından yararlanılması da düşünülebilir. Bu durumda, yukarıdaki nedenlerle uyarımın band-sınırlı olması gerektiğinden, başlangıç ivme impulsu yerine örtüşme süzgecinin birim örnek yanıtı uyarım olarak kullanılmalıdır. Eğer örtüşme süzgeci, kesim frekansı $f_s/2$ olan ideal alçak geçiren süzgeç olarak seçilirse, başlangıç anındaki penalama ivmesi aşağıdaki görünümü almaktadır:

$$a(0, x) = \frac{A}{X_s} \text{sinc}\left(\frac{x - x_p}{X_s}\right) \quad (4.17)$$

Bu bağıntıda A , uyarımın genliğini, x_p ise penalama noktasının konumunu göstermektedir. Aynı ifadede yer alan $\text{sinc}((x-x_p) / X_s)$ terimi ise $-\pi X_s$ ile πX_s konumsal frekans değerleri arasında düz konumsal frekans değerlerine sahip band-sınırlı bir işaretin gösterimidir. Paydada yer alan X_s büyüklüğü, başlangıç şeklinin

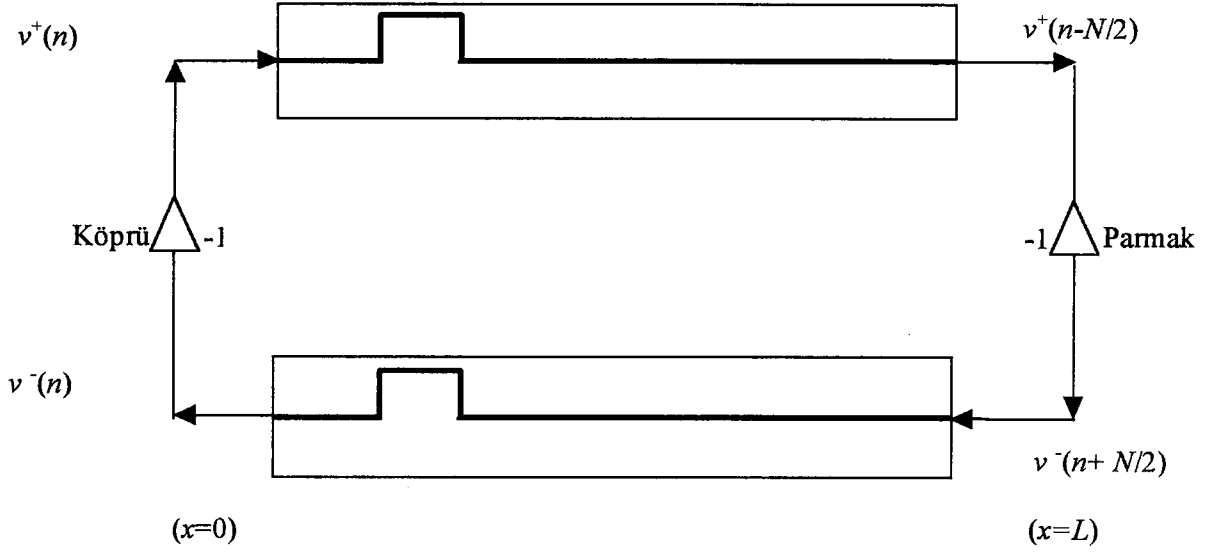
sınırladığı alanın normalizasyonu için kullanılmıştır. Penalama noktası x_p 'nin herhangi bir $x_m = mX_s$ konumsal örnek noktasıyla çalıştığı durumda elde edilen başlangıç ivmesi, Şekil (4.9)'da görülmektedir. Bu durumda, her iki gecikme hattında da penalama noktaları olan birer nokta dışındaki tüm ivme değerleri sıfır değerini alacaktır.



Şekil 4.9: İki yöne doğru ilerleyen dalga büyüklükleri olarak ivme dalgalarının seçildiği durumda sabit destekler arasına gerilmiş sanal telde başlangıç koşullarının belirlenmesi. Şekilde penalama noktası bir konumsal örnekle çakıştığından her gecikme hattında yalnız bir noktanın ivme değeri sıfırdan farklıdır.

4.10 Sabit Destekler Arasına Gerilmiş ve Vurularak Uyarılmış Esnek Tel

Bölüm 3.1.6'da, sabit destekler arasına gerilmiş, başlangıç anında tüm noktalar için sıfır değerini alan bir başlangıç şekliyle ve belirli bir başlangıç hızıyla uyarılmış telin, örmeğin bir piyanoda olduğu gibi küçük bir çekiçle uyarılmış gibi düşünülebileceği belirtilmişti. Çekicinin dikdörtgen bir şekle sahip olduğu durumun sayısal dalga kılavuzu benzetimine ilişkin bir diyagram, Şekil (4.10)'da görülmektedir.



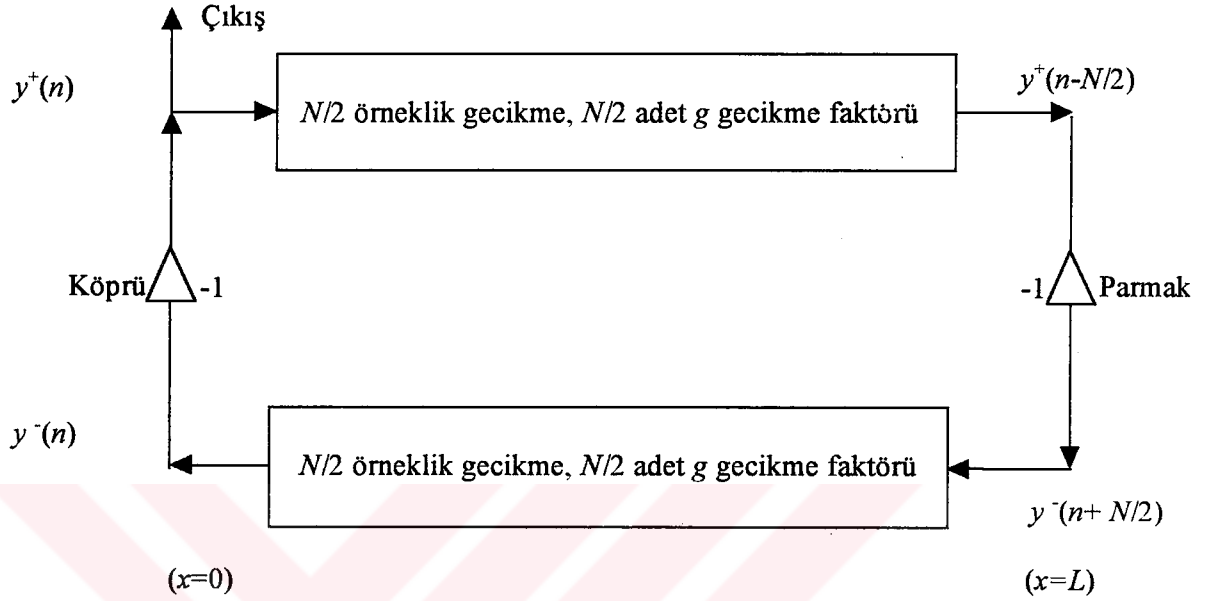
Şekil 4.10: İki yöne doğru ilerleyen dalga büyüklükleri olarak hız dalgalarının seçildiği durumda sabit destekler arasına gerilmiş sanal telde başlangıç koşullarının belirlenmesi.

4.11 Penalanmış Telin Sönümlü Titreşimleri

Bölüm 4.4'de ele alınan kayıpların hesaba katılmadığı durumlarda, Bölüm 4.9'daki penalanmış tel benzetiminde elde edilen sesler, Bölüm 3.1.6'da bulunan sonuçlara uygun olarak periyodik olacaklardır. Sanal telin içeriğinin Fourier dönüşümü, Bölüm 3.2'deki formülasyona benzer şekilde ayrık ve harmonik ilişkili seri katsayılarının elde edilmesine yol açacaktır. Yine Bölüm 3.2'de belirtildiği gibi, statik bir frekans spektrumuna sahip sesler, duyumsal anlamda oldukça kalitesiz olarak nitelendirilmektedir (Bregman, 1990; Pierce, 1983; Grey, 1977). Kayıpların hesaba katılması, Bölüm 4.4'de gösterildiği gibi, tel üzerinde üstel olarak sönümlenen büyüklüklerin ilerlemesine neden olmaktadır. Bölüm 4.5'te ise kayıpların belli noktalarda toplanmasının, hem hesap yükünün, hem de yuvarlamadan kaynaklanan nümerik hataların azalmasına olanak tanıdığından söz edilmiştir.

Hesap verimliliğinin nasıl artırıldığına ilişkin bir örnek oluşturmak amacıyla, Şekil (4.11)'deki sönümlü gitar teli modelini göz önüne alalım. Basitlik açısından L uzunluğundaki telin her iki ucunun da sabit desteklerle sonlandırılmış olduğunu ve

çıkışın çift-yönlü gecikme hattındaki iki noktanın toplamıyla oluşturulması yerine iki gecikme hattından birindeki bir gecikme elemanından alındığını varsayalım.

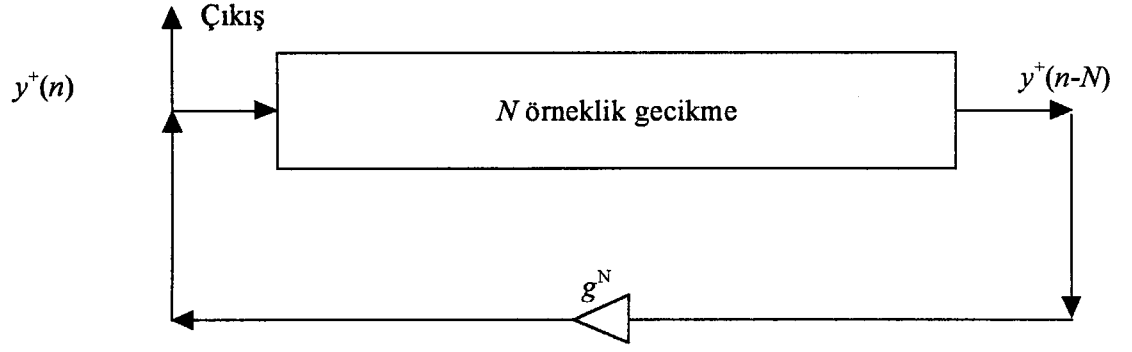


Şekil 4.11: Sabit desteklerle sonlandırılmış kayıplı telin sayısal benzetimi. Çift-yönlü gecikme hattında toplam olarak N adet kayıp faktörü bulunmaktadır.

Sözkonusu tel simulatöründe, f_1 elde edilmek istenen ana frekansı göstermek üzere, toplam olarak

$$N = \frac{2L}{X_s} = \frac{f_s}{f_1} \quad (4.18)$$

örnek içeren iki gecikme hattı yer almaktadır. Bölüm 4.5'te açıklanan biçimde tüm kayıplar, tel simulatörünün belli bir noktasında toplanabilir. Buna ek olarak, kazançları -1 olan iki sonlandırma birleştirilerek karşılıklı etkileri yok edilebilir. Son olarak sağa doğru ilerleyen bileşenlerin yer aldığı gecikme hattı, sola doğru ilerleyen bileşenlerin yer aldığı gecikme hattıyla birleştirilerek N örnek uzunluğunda tek bir gecikme hattı elde edilebilir. Bütün bu söylenen aşamaların uygulanmasıyla elde edilen eşdeğer tel simulatörü, Şekil (4.12)'de görülmektedir.



Şekil 4.12: Sabit desteklerle sonlandırılmış kayıplı telin, kayıpların tek bir noktada toplanmasıyla ve iki gecikme hattının tek bir gecikme hattı elde edilecek şekilde birleştirilmesiyle gerçekleştirilen sayısal benzetimi.

Şekildeki tel simulatörüne ilişkin basit bir nümerik örnek, elde edilen hesap veriminin daha net anlaşılmasını sağlayacaktır. Eğer örnekleme frekansı $f_s=50$ KHz ve elde edilmek istenen ana frekans $f_1=100$ Hz ise, toplam çevrim uzunluğu, (4.18) bağıntısı uyarınca $N=500$ örnek uzunluğundadır. Çevrim hatları, dairesel bellek adreslemesiyle etkin olarak gerçekleştirildiğinden, herbiri birer çarpma işlemine neden olan N tane kayıp faktörü, hesap masrafları açısından belirleyici olmaktadır. Bu yüzden tüm kayıpların tek bir noktaya toplanması, hesap işlemlerini, ele aldığımız durumda $1/500$, genel olarak ise $1/N$ oranında azaltmaktadır. Benzetimin fiziksel hassasiyetinde ise bir değişme olmamaktadır. Buna ek olarak, sonlu uzunluklu veri parçalarıyla işlem yapan bilgisayar sistemlerinde her çarpma işlemi bir yuvarlatma hatasına neden olduğundan, çarpım sayısının N kat azaltılması, daha doğru sonuçlar elde edilmesine olanak sağlamaktadır.

4.12 Penalanmış Telin Frekansa Bağlı Kayıpları

Bölüm 4.6'da elde edilen sonuçlar uyarınca, daha gerçekçi bir benzetim için sönümün frekansla artırılması gerekmektedir. Bu durum, Bölüm 4.11'deki sabit g kayıp faktörleri yerine, frekansın artmasıyla kazançları azalan sayısal süzgeçler kullanılması anlamına gelmektedir. Sözkonusu süzgeçlerin katsayıları zamanla değişmeyeceğinden, Bölüm 4.5'tekine benzer biçimde, tüm süzgeçler tek bir noktada

toplanarak tek bir süzgeçle ifade edilebilir. Elde edilen bu son süzgece "Çevrim Süzgeci" adı verilecek ve bu süzgecin transfer fonksiyonu $G(z)$ ile gösterilecektir. Kararlılık için,

$$|G(e^{j\omega T_s})| \leq 1 \quad (4.19)$$

şartı sağlanmalıdır. Ayrıca, Bölüm 4.6'daki sıfır-fazlılık veya lineer-fazlılık şartları, yalnızca simetrik FIR süzgeçlerin göz önüne alınmasını gerektirmektedir.

Çevrim süzgeci için, transfer fonksiyonu

$$G(z) = b_0 + b_1 z^{-1} \quad (4.20)$$

olan birinci mertebeden en basit alçak geçiren süzgecin kullanıldığı durumda lineer fazlılık şartı, süzgeç katsayıları arasında

$$b_0 = b_1 \quad (4.21)$$

ilişkisini gerektirecektir. Sıfır frekansında hiç sönüm olmayacağı kabul edilirse;

$$b_0 + b_1 = 1 \quad (4.22)$$

eşitliği çıkartılabilir. (4.21) ve (4.22) eşitliklerinin oluşturduğu iki bilinmeyenli iki denklem sistemi aşağıdaki gibi çözülmektedir:

$$b_0 = b_1 = \frac{1}{2} \quad (4.23)$$

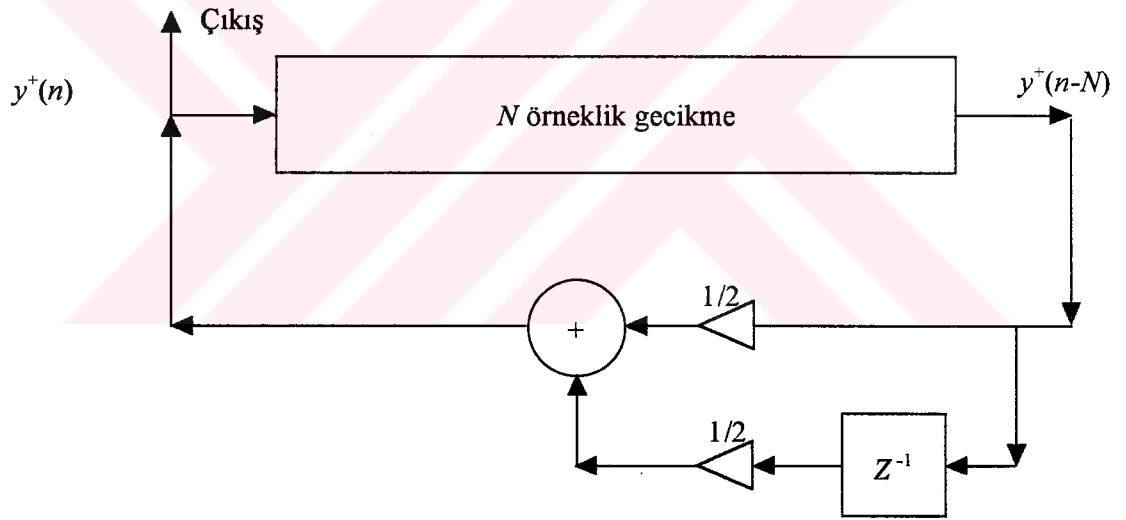
Bulunan katsayı değerleri (4.20) eşitliğine yerleştirilirse, çevrim süzgecinin transfer fonksiyonu;

$$G(z) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} z^{-1} = \frac{1 + z^{-1}}{2} \quad (4.24)$$

görünümünü alacaktır.

Aşağıda, Şekil (4.13)'te, (4.24) eşitiğiyle belirlenen en basit çevrim süzgeci kullanılarak elde edilen benzetim diyagramı görülmektedir. Bölüm 5'te ayrıntılı olarak ele alınan Karplus-Strong algoritmasında, Şekil(4.13)'te yer alan tel simulatörü yapısından yararlanılmıştır (Karplus ve Strong, 1983; Jaffe ve Smith, 1983, Sullivan, 1990).

Karplus-Strong algoritması, telin penalanmasına ilişkin başlangıç koşullarının gecikme hattının rastgele sayılarla doldurulmasıyla belirlenmesiyle elde edilmektedir. Daha önceki bölümlerde, telin başlangıç şeklinin Şekil (4.11)'deki alt ve üst hatların içeriklerinin toplamıyla, başlangıç hızının alt ve üst hatlarının içeriklerinin farkıyla elde edildiğinden söz edilmişti. Bu yüzden Karplus-Strong algoritmasında, sanal tel tamamen rastlantısal başlangıç şekli ve başlangıç hızıyla uyarılmaktadır. Böyle bir uyarımla elde edilecek sonuçlar, Bölüm 5'te kapsamlı olarak incelenmiştir.



Şekil 4.13: Sabit destekler arasına gerilmiş telin en basit frekansa bağlı sönüm süzgeciyle gerçekleştirilen sayısal benzetimi.

5.0. Karplus - Strong Algoritması

5.1 Tel Simulasyon Algoritması

Bölüm (4.12)'de titreşen tellerin sayısal dalga kılavuzu modelinin özel bir durumu olarak elde edilmiş olan Karplus-Strong penalanmış tel algoritması, yapısal olarak, teli temsil eden yüksek mertebeli bir sayısal süzgecin telin çekilmesini (pena vuruşunu) temsil eden kısa bir gürültü işareti ile uyarılmasından oluşmaktadır (Karplus ve Strong, 1983; Jaffe ve Smith, 1983). Algoritmada kullanılan sayısal süzgecin fark denklemi, aşağıdaki eşitlikle verilmektedir:

$$y_n = x_n + \frac{y_{n-N} + y_{n-(N+1)}}{2} \quad (5.1)$$

Bu eşitlikte x_n , n anındaki kısa penalama işareti örneğini, y_n , n anındaki çıkış işareti örneğini, N ise (daha sonra sözü edilecek nedenlerden dolayı yaklaşık olarak) üretilmek istenen notanın örnek cinsinden periyodunu göstermektedir. Kısa gürültü işareti, aşağıdaki biçimde oluşturulmaktadır:

$$x_n = \begin{cases} Ar_n, & n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \\ 0, & n \geq N \end{cases} \quad (5.2)$$

Bu ifadede A , üretilmek istenen sesin genliğini, $r_n \in [-1, 1]$ herhangi bir biçimde oluşturulmuş ayrık zamanlı rastgele sayı üreticinin çıkışını göstermektedir. Jaffe ve Smith'in ele aldığı biçimiyle algoritmada y_n çıkışı $n = N$ anından başlayarak alınmaktadır (Jaffe ve Smith, 1983).

5.2 Tel Simulatörünün Analizi

(5.1) eşitliğindeki fark denklemi *gecikme operatörü* notasyonu ile da ifade edilebilmektedir. Birim örnek gecikme operatörü d aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$d^k g_n = g_{n-k} \quad (5.3)$$

Bu notasyonla (5.1) denklemi aşağıdaki biçimde gösterilebilir:

$$\begin{aligned}
 y_n &= x_n + \frac{d^N y_n + d^{N+1} y_n}{2} \\
 &= x_n + d^N \frac{1+d}{2} y_n
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

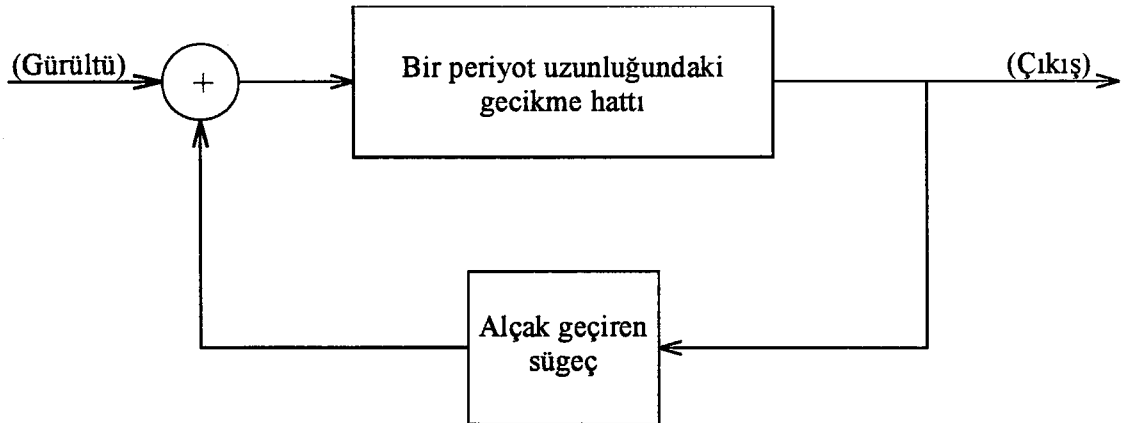
Bu eşitliği y_n için çözebiliriz:

$$y_n = \frac{x_n}{1 - \frac{1+d}{2} d^N} \tag{5.5}$$

Yukarıdaki gibi doğrusal gecikme operatörü eşitliklerinde d operatörünü z^{-1} ile, x_n ve y_n zaman işaretlerini de bu işaretlerin z dönüşümleriyle değiştirerek z domeni eşitliklerini elde edebiliriz. Doğrusal, zamanla değişmeyen bir sayısal süzgecin transfer fonksiyonu çıkış işaretinin z dönüşümünün giriş işaretinin z dönüşümüne bölümüyle elde edildiğinden tel simulatörünün transfer fonksiyonu aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
 H(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - \frac{1+z^{-1}}{2} z^{-N}} \\
 &= \frac{1}{1 - H_a(z)H_b(z)}, \quad H_a(z) = \frac{1+z^{-1}}{2}, \quad H_b(z) = z^{-N}
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Yukarıdaki (5.5) eşitliğini, Şekil (5.1)'deki diyagramla açıklayabiliriz. Şekildeki geribesleme çevrimi, N örnek uzunluğundaki $H_b(z)$ gecikme hattıyla iki örneğin ortalamasını alan $H_a(z)$ süzgecinin seri bağlanmasıyla elde edilmiştir.



Şekil 5.1: Karplus - Strong çekilmiş tel algoritması için temel akış diyagramı.

Bir sayısal süzgecin *frekans yanıtı*, transfer fonksiyonu $z = e^{j\omega T_s}$ için hesaplanarak bulunabilir. Burada T_s saniye cinsinden örnekleme periyodunu göstermektedir. Böylece tel simulatörünün frekans yanıtı aşağıdaki eşitliklerle verilebilir:

$$H(e^{j\omega T_s}) = \frac{1}{1 - H_a(e^{j\omega T_s})H_b(e^{j\omega T_s})} \quad (5.7)$$

$$H_a(e^{j\omega T_s}) = \frac{1 + e^{-j\omega T_s}}{2} = e^{-j\omega T_s/2} \cos(\omega T_s / 2) = e^{-j\pi f T_s} \cos(\pi f T_s) \quad (5.8)$$

$$H_b(e^{j\omega T_s}) = e^{-j\omega N T_s} = e^{-j2\pi f N T_s} \quad (5.9)$$

Karplus-Strong algoritmasının analizi yapılırken geri besleme çevriminin genlik yanıtını ve faz gecikmesini ayrı ayrı ele almak yerinde olacaktır. *Genlik yanıtı*, frekans yanıtının mutlak değeri olarak tanımlanır ve bir süzgecin *kazancını* frekansın fonksiyonu olarak belirler. *Faz gecikmesi* ise frekans yanıtının kompleks argümanının radyan frekansa bölümünün (-1)'le çarpılmasıyla elde edilir ve her frekans için sinüzoidal işaretlerin uğratıldığı gecikmeyi saniye cinsinden verir. Bu açıklamalar uyarınca, geribesleme çevriminin her bir bileşeninin genlik yanıtı aşağıdaki biçimde bulunmaktadır:

$$G_a(f) = |H_a(e^{j\omega T_s})| = |\cos(\omega T_s / 2)| = |\cos(\pi f T_s)| \quad (5.10)$$

$$G_b(f) = |H_b(e^{j\omega T_s})| = 1 \quad (5.11)$$

Bu eşitliklerden de görülebileceği gibi H_b gecikme hattı kayıpsızdır, H_a ortalama süzgecinin kazancı ise kosinüs eğrisinin ilk kuadrantı uyarınca frekansa bağlı olarak değişmektedir. Bütün frekansların Nyquist örnekleme frekansı ile sınırlı olduğu, başka bir deyişle $|f| \leq f_s / 2$ şartının sağlandığı düşünülürse $|\cos(\pi f T_s)| = \cos(\pi f T_s)$ yazılabilir.

İnceleme kolaylığı açısından faz gecikmesini saniye yerine örnek cinsinden tanımlayarak H_a ve H_b süzgeçlerinin faz gecikmesini aşağıdaki şekilde bulabiliriz:

$$P_a(f) = -\frac{\arg H_a(e^{j\omega T_s})}{\omega T_s} = \frac{1}{2} \text{ [örnek]} \quad (5.12)$$

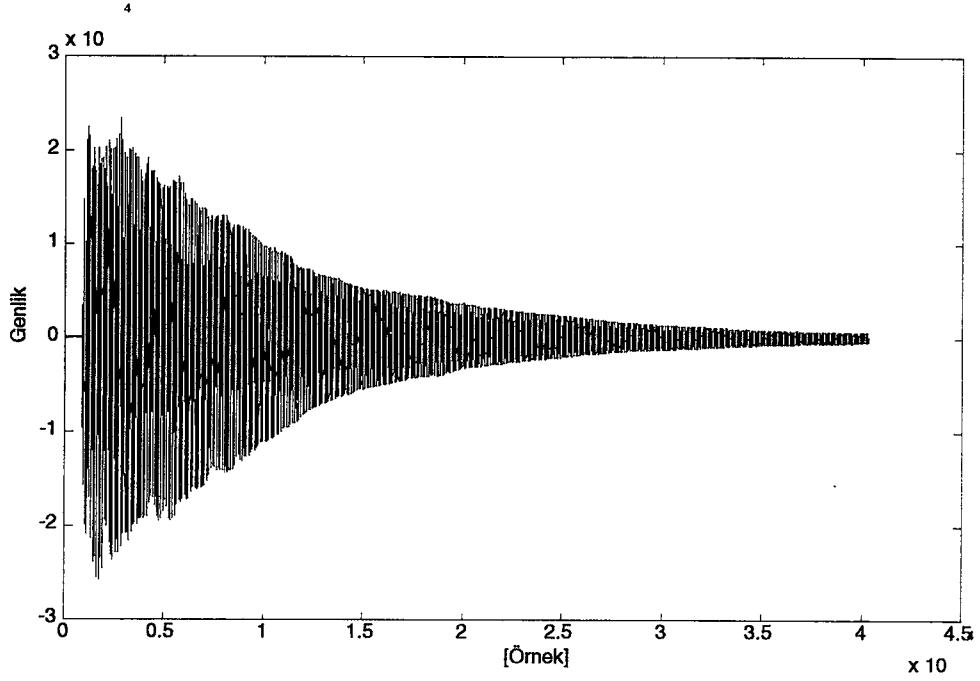
$$P_b(f) = -\frac{\arg H_b(e^{j\omega T_s})}{\omega T_s} = N \text{ [örnek]} \quad (5.13)$$

Yukarıdaki eşitliklerden de anlaşılacağı gibi, ortalama alan süzgecin faz gecikmesi frekanstan bağımsız olarak $1/2$ örnek, gecikme hattının faz gecikmesi ise hattın uzunluğuna eşit olarak bulunmaktadır. Çevrim, H_a ve H_b süzgeçlerinin seri bağlanmasıyla elde edildiğinden tüm çevrimin kazancı ve efektif çevrim uzunluğu, f frekanslı herhangi bir sinüzoidal işaret için aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

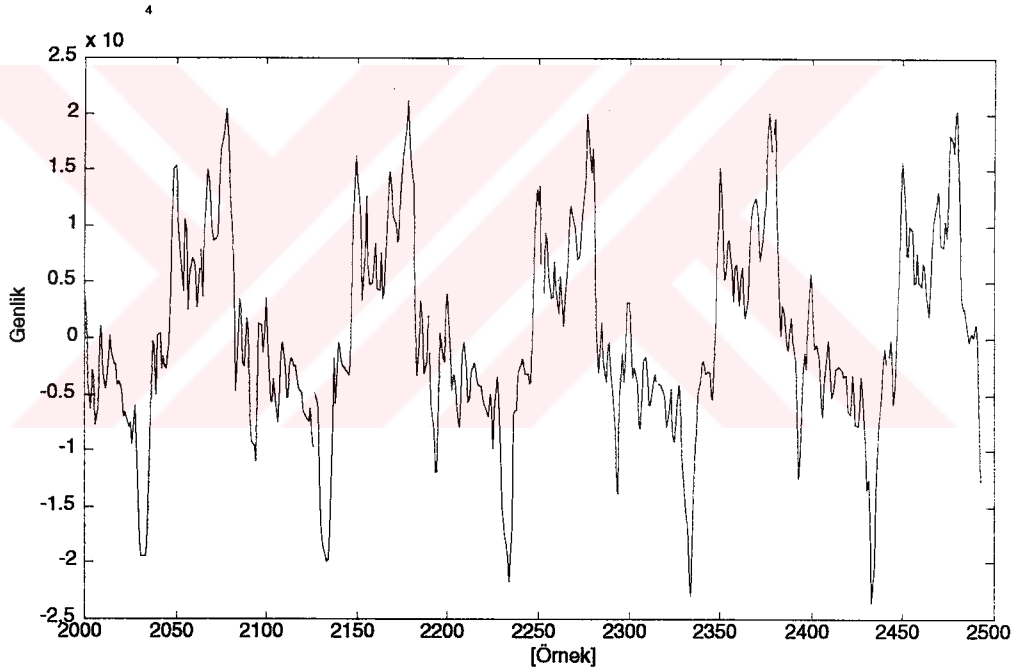
$$\text{çevrim kazancı} = G_a(f)G_b(f) = \cos(\pi f T_s) \quad (5.14)$$

$$\text{çevrim uzunluğu} = P_a(f) + P_b(f) = N + 1/2 \quad (5.15)$$

Sentez algoritmasını işletmek için yapılacak işlem, genlikleri $-A$ ile A arasında değişen N tane beyaz gürültü örneğini giriş olarak sisteme vermekten ibarettir. Bu işlemi, $t = 0$ anında H_b gecikme hattının başlangıç koşullarını ölçeklenmiş rastgele örneklerle belirlemek olarak da ele alabiliriz. H_a süzgeci gecikme hattının içeriğini sürekli olarak değiştirdiğinden çıkış işareti periyodik olmayacaktır. Gerçek gitar ve diğer çekilen veya vurulan telli çalgılarda da benzer bir durum söz konusudur (Şekil (4.2,a)). Müzik seslerinin incelenmesi amacıyla bu tür sesler, *geniş anlamda periyodik* kabul edilebilir (Şekil (4.2,b)). Sentetik tel sesinin her periyodu, verilen bir anda gecikme hattının içeriğine karşı düşmektedir ve her periyot, bir öncekinin yüksek frekans bileşenleri zayıflatılmış bir versiyonudur. Başka bir deyişle, bir periyodun örneklerine çiftler çiftler ortalama işlemi uygulanarak çıkış işaretinin bir sonraki periyodu elde edilmektedir. Efektif çevrim uzunluğu $N+1/2$ örnek olduğundan, çıkış işaretinin periyodu, Bölüm 5.2'de yaklaşık olarak verilen ifadeden küçük bir sapma gösterecek ve $NT_s + T_s/2$ saniye olarak belirlenebilecektir.



(a)

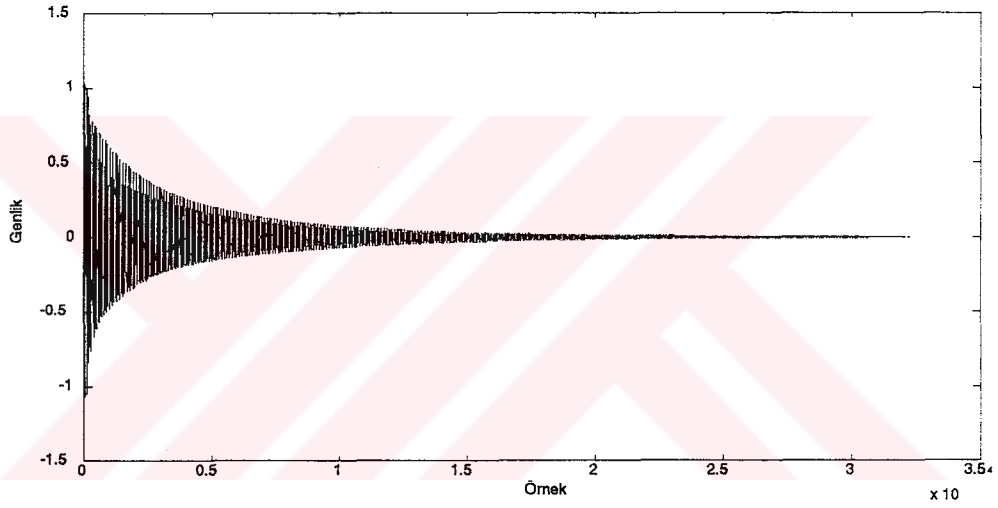


(b)

Şekil 5.2: 44100 Hz örnekleme frekansı ile örneklenmiş akustik gitar sesi. (a) Sesin ilk 1 saniyelik bölümü. (b) İkibininci ve ikibinbeşyüzüncü örnekler arasındaki parçanın daha geniş bir zaman ölçeğinde gösterimi. Ayrıntılı çizimde temel bir dalga şeklinin ufak değişikliklerle tekrarlandığı gözlenmektedir. Bu tekrar, geniş anlamda periyodiklik varsayımımızın temelini oluşturmaktadır.

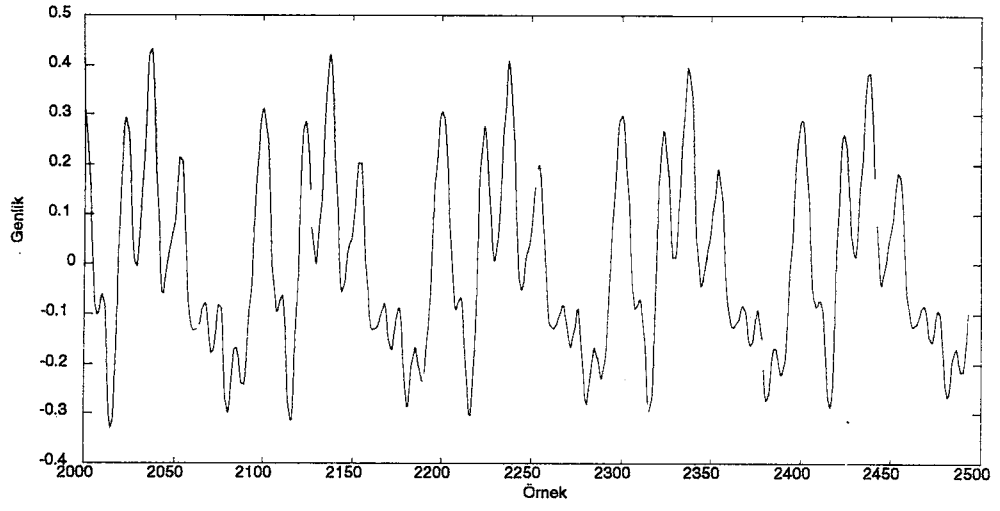
5.3 "Harmoniklerin" Sönümü

Algoritmayla elde edilen çıkış işareti yalnızca quasiperiyodik olduğundan (Şekil (5.3a) ve (5.3b)), sesin ayrık zamanlı sinüzoidallerin toplamından oluştuğunu varsayamayız. İşareti oluşturan temel bileşenler, zaman içinde değişik hızlarda sıfıra doğru sönümlenen birçok dar enerji bandıdır. Bu enerji bandlarından, en alt frekans bandının tamkatlarına rastlayanlara, Bölüm 3.2'de ele alınan sürekli durumdakine benzetilerek, *doğuşkan* adı verilmektedir (Şekil (5.3c, 5.3d)). Frekans bileşenleri spektrumda düzgün olarak dağılmamışsa, harmonik olmayan dizilim olasılığının altını çizmek için doğuşkan yerine *kısmi bileşen* adlandırmasından yararlanılacaktır.

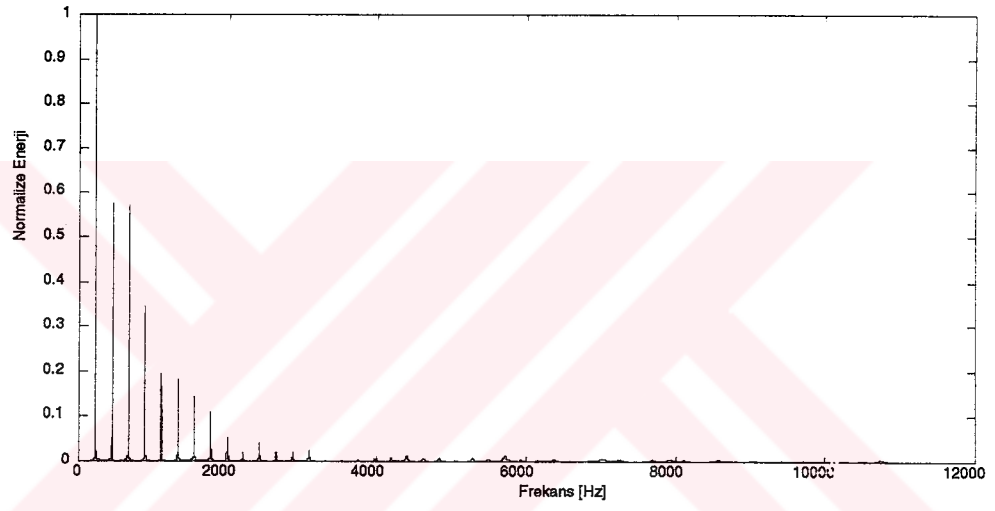


(a)

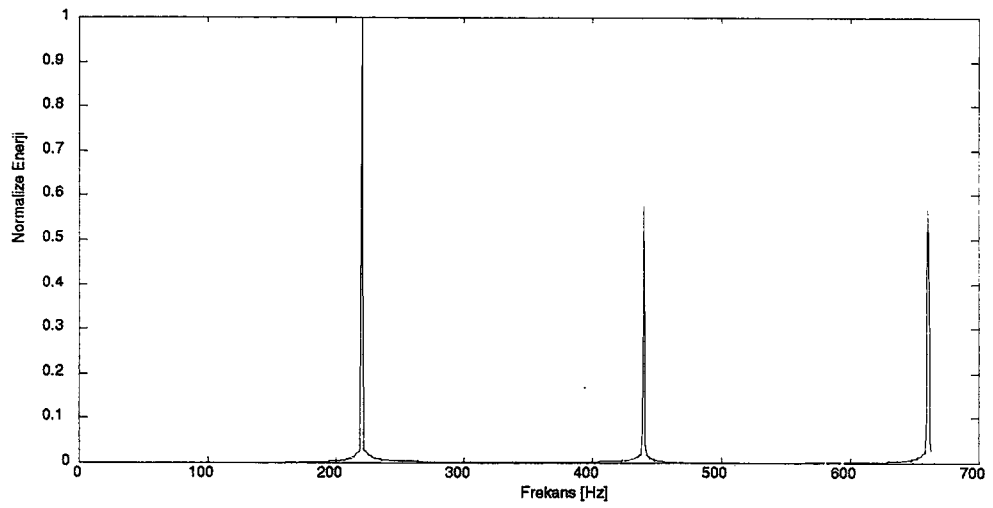
Şekil 5.3: Karplus - Strong algoritmasıyla elde edilen 220 Hz ana doğuşkanlı bir La sesinin çeşitli gösterimleri. (a) İşaretin zaman domeninde gösterimi. (b) Aynı işaretin 2000. ve 2500. örnekleri arasındaki değişimi. (c) Aynı işaretin frekans spekturu. (d) Frekans spektrumunun detayı: İlk üç doğuşkan çevresindeki enerji bandları.



(b)



(c)



(d)

Şekil 5.3 : (Devam)

Çevrim hattında dönen f frekanslı bir kısmi bileşeni gözönüne alalım. Çevrim içindeki her bir dönüşte bu bileşen, çevrim genlik kazancı $G_a(f)G_b(f) = \cos(\pi f T_s)$ ile belirlenen bir zayıflamaya uğrayacaktır. Başka bir deyişle, bu kısmi bileşen için

$$\text{Bir periyotluk zayıflama} = \cos(\pi f T_s) \quad (5.16)$$

sembolik eşitliği geçerli olacaktır. Çevrim içindeki bir tam tur, $N + 1/2$ örnek zamanına eşit olduğundan, n örnek süresince (nT_s saniye) çevrim içindeki tur sayısı, $n/(N+1/2)$ ya da $tf_s/(N+1/2)$ ifadeleriyle belirlenebilecektir. Bu düşünceyle $t = n T_s$ zamanı için *zayıflama faktörünü* aşağıdaki şekilde tanımlayabiliriz:

$$\alpha_f(t) = [\cos(\pi f T_s)]^{\frac{tf_s}{N+1/2}} \quad (5.17)$$

Bu tanımla, $t = 0$ anında başlangıç genliği A olan f frekanslı bir kısmi bileşenin t saniye sonraki genlik değeri, $A\alpha_f(t)$ olarak belirlenmektedir.

Bir üstel sönüme ilişkin *zaman sabiti*, geleneksel olarak sönümlenen büyüklüğün, başlangıç genliğinin $1/e$ katına düştüğü zaman olarak tanımlanmaktadır. f frekansı için zaman sabiti, (5.17) bağıntısı e^{-t/τ_f} değerine eşitlenerek ve bu eşitlikten τ_f çözülerek bulunabilir:

$$\tau_f = \frac{-t}{\ln \alpha_f(t)} = -\frac{\left(N + \frac{1}{2}\right) T_s}{\ln[\cos(\pi f T_s)]} \text{ (saniye)} \quad (5.18)$$

Ses uygulamaları için daha kullanışlı bir ifade, zaman sabitini -40 dB sönümü (başlangıç değerinin %1'ine düştüğü zaman) olarak tanımlayarak elde edilir. Bu durumda yapılması gereken, (5.17) bağıntısını 0.01 değerine eşitlemek ve bulunan ifadeden t değerini çözmektir. t 'nin bu özel değeri, çoğunlukla t_{40} olarak gösterilmektedir (Moore, 1990). τ_f 'ten $t_{40}(f)$ değerine aşağıdaki bağıntı uyarınca kolayca dönüşüm yapılabilir:

$$t_{40}(f) = \ln(100)\tau_f \approx 4,605\tau_f \quad (5.19)$$

Yukarıdaki türden bir inceleme, çevrim içindeki propagasyon nedeniyle oluşan sönümü açıklamaktadır, fakat çevrime "uymayan" sinüzoidlerin interferans nedeniyle kendi kendilerini yok etmelerini hesaba katmamaktadır. Bu interferans, gerçek bir telin titreşiminde karşılaşılan duruma benzetilebilir. Tele başlangıç anı için nasıl bir uyarım uygularsak uygulayalım, zaman içinde telin sönümlenmemiş enerjisi, quasiperiyodik bir özellik gösterecektir. Bu özelliğin sonucu olarak, sentetik tel başlangıç anında rastgele sayılarla uyarılmış olsa da, çok kısa bir süre sonra çevrim içinde gözlenebilecek temel frekanslar, yalnızca periyodu $N + 1/2$ örneklik çevrim uzunluğuna tam olarak uyan bir frekansın tam katları olan frekanslardır. Çevrim hattına tam olarak uyan bu frekans, *ana doğuşkan* veya duyulan notanın perde frekansını oluşturacaktır:

$$f_1 = \frac{1}{\left(N + \frac{1}{2}\right)T_s} = \frac{f_s}{N + \frac{1}{2}} \quad (5.20)$$

f_1 'i, ana doğuşkan frekansı f_1 olan harmonik seriye açarsak, k 'inci doğuşkan için aşağıdaki bağıntıyı elde ederiz:

$$f_k = \frac{\omega_k}{2\pi} = k \frac{f_s}{N + \frac{1}{2}}, \quad k = 1, 2, \dots, N/2 \quad (5.21)$$

Böylece, k 'inci doğuşkan için t süresindeki zayıflama faktörünü aşağıdaki gibi belirleyebiliriz:

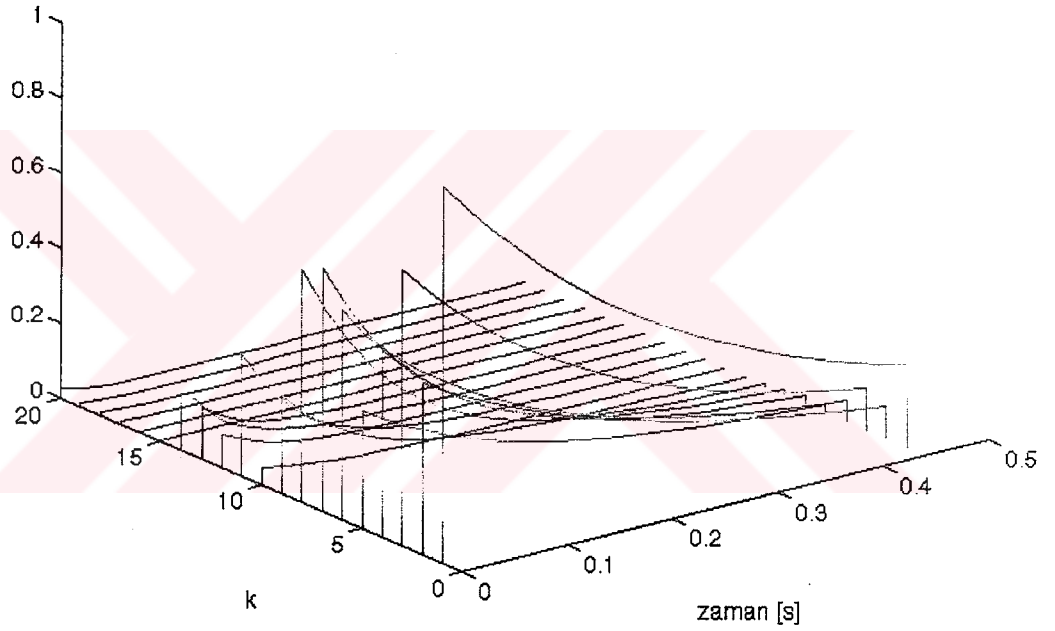
$$a_k(t) = [\cos(\pi f_k T_s)]^{f_1 t} \quad (5.22)$$

Benzer şekilde, herbir doğuşkan için zaman sabiti aşağıdaki gibi bulunmaktadır:

$$\tau_k = \frac{-t}{\ln \alpha_k} = -\frac{1}{f_1 \ln[\cos(\pi f_k T_s)]} \text{ (saniye)} \quad (5.23)$$

Şekil 5.4'te Karplus-Strong algoritmasıyla elde edilmiş tipik bir gitar sesinin doğuşkanlarının zamana bağlı değişimi görülmektedir. Şekil, sentezlenen sesin ilk 0,5 saniyesine %50 girişimli Hamming penceresiyle pencerelenmiş 512 noktalı kısa zamanlı Fourier dönüşümü (STFT) uygulanmasıyla ve bulunan değerlerden doğuşkanların ayrılmasıyla elde edilmiştir (Moore, 1990).

Normalize Enerji



Şekil 5.4: Karplus - Strong algoritmasıyla elde edilen 220 Hz ana doğuşkanlı bir La sesinin ilk 20 doğuşkanının zamana bağlı sönümleri. Şekilde y eksenini doğuşkan numarası k 'yı, z eksenini ise normalize edilmiş enerjiyi göstermektedir. Herbir doğuşkanın frekansı, doğuşkan numarasını 220 Hz ile çarparak bulunabilir.

Algoritma gerçekleştirirken, bazı durumlarda H_a süzgeci iki örneğin ortalamasını alan basit süzgeçten farklı şekilde tanımlanabilir. Böyle bir durumda t süresi sonunda k 'ıncı doğuşkan için zayıflama faktörü genel olarak

$$\alpha_k(t) = [G_a(f_k)]^{\frac{t f_s}{N+P_a(f_k)}} \quad (5.24)$$

eşitliğiyle bulunabilir. Bu genel bağıntıda, kararlılığın sağlanması için $|G_a(f)| \leq 1$ olmak zorundadır. H_a süzgecinin faz gecikmesi $P_a(f_k)$ 'dan yararlanarak harmonik olmayan bir spektrum elde etmek de olasıdır. Harmonik spektrumlar ise yalnız ve yalnız $P_a(f_k)$ her f_k doğuşkan frekansı için sabitse elde edilebilir (Sayısal işaret işleme uygulamalarında bu türden süzgeçlere *doğrusal fazlı süzgeçler* adı verilmektedir).

Genel bir H_a süzgeci için her bir doğuşkanın sönüm zaman sabiti de aşağıdaki bağıntıyla bulunabilir:

$$\tau_k = -\frac{N + P_a(f_k)}{f_s \ln[G_a(2\pi f_k T_s)]} \text{ (saniye)} \quad (5.25)$$

5.4 Akortlama Problemi

Gecikme hattı uzunluğu N 'nin bir tamsayı olma zorunluluğu, temel algoritma için akortlama problemlerine yol açmaktadır. Ana doğuşkanın frekansı $f_1 = f_s / (N + 1/2)$ olduğundan elde edilecek frekanslar her değeri alamaz, başka bir deyişle elde edilebilecek perde yükseklikleri özellikle yüksek frekanslarda kuantalanmıştır. N 'in büyük değerleri için (düşük perdeler) N ve $N+1$ uzunlukları ile elde edilebilen frekanslar arasındaki fark önemsenmeyebilirken yüksek perdelerde bu fark oldukça fazlaşır ve akortlama problemi ortaya çıkar. Şekil 5.5'te 44100 Hz'lik örnekleme frekansı ile elde edilebilecek frekanslardaki bozulma gösterilmiştir.

Bu problemin çözümü, çevrim hattı ifadesindeki faz gecikmesinde yatmaktadır. Ana doğuşkanın frekansı aşağıdaki eşitlikle verilmektedir:

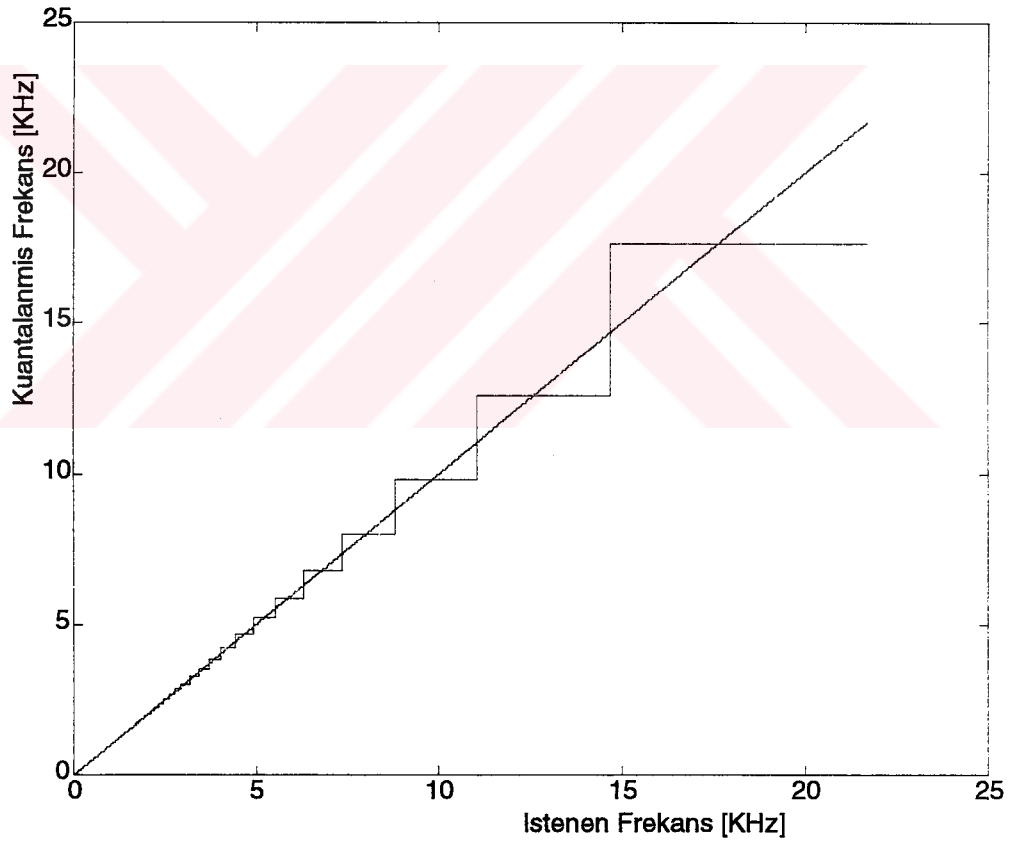
$$f_1 = \frac{f_s}{N + P_a(f_1)} \quad (5.26)$$

Eğer algoritmada (5.6) eşitliğindeki ortalama alan basit H_a süzgeci kullanılırsa, $P_a(f) = 1/2$ olur ve yukarıdaki (5.26) eşitliği, (5.20) eşitliğine döner. f_1 ile üretilmek

istenen frekans arasındaki farkı kapatmak için geri besleme çevriminde, çevrim kazancını değiştirmeden küçük bir gecikme yaratabilecek bir süzgeçten yararlanabiliriz. Kullanabileceğimiz süzgecin fark denklemi ve transfer fonksiyonu sırasıyla (5.27) ve (5.28) eşitlikleriyle verilmiştir.

$$y_n = Cx_n + x_{n-1} - Cy_{n-1} \quad (5.27)$$

$$H_c(z) = \frac{C + z^{-1}}{1 + Cz^{-1}} \quad (5.28)$$



Şekil 5.5: 44100 Hz örnekleme frekansı için üretilmek istenen frekanslarla algoritmanın ürettiği frekanslar arasındaki farkın gösterimi.

Bu son iki denklemde de belirlenmesi gereken tek katsayı C ' dir. Kararlılık için $|C| < 1$ olmak zorundadır. Bunun dışında, x_n girişi 1 ile sınırlıysa, çıkışın $2|C|+1$ ile sınırlı olacağı kolayca gösterilebilir. Bu süzgecin de algoritmanın içine katılmasıyla sentetik telin transfer fonksiyonu aşağıdaki görünümü alır:

$$H(z) = \frac{1}{1 - H_a(z)H_b(z)H_c(z)} \quad (5.29)$$

H_c süzgeci birinci mertebeden bir *tümgeçiren (allpass)* süzgeçtir. Böyle bir süzgecin genlik yanıtı bir sabittir:

$$G_c(f) = |H_c(e^{j\omega T_s})| = \frac{|C + e^{-j\omega T_s}|}{|1 + Ce^{-j\omega T_s}|} = 1 \quad (5.30)$$

Akortlama için tümgeçiren bir süzgecin kullanılması, sönün oranlarında bir değişiklik olmamasını garantileyecektir. Çevrimin kazancı, yine eskisi gibi $\cos(\pi f T_s)$ olarak bulunacaktır.

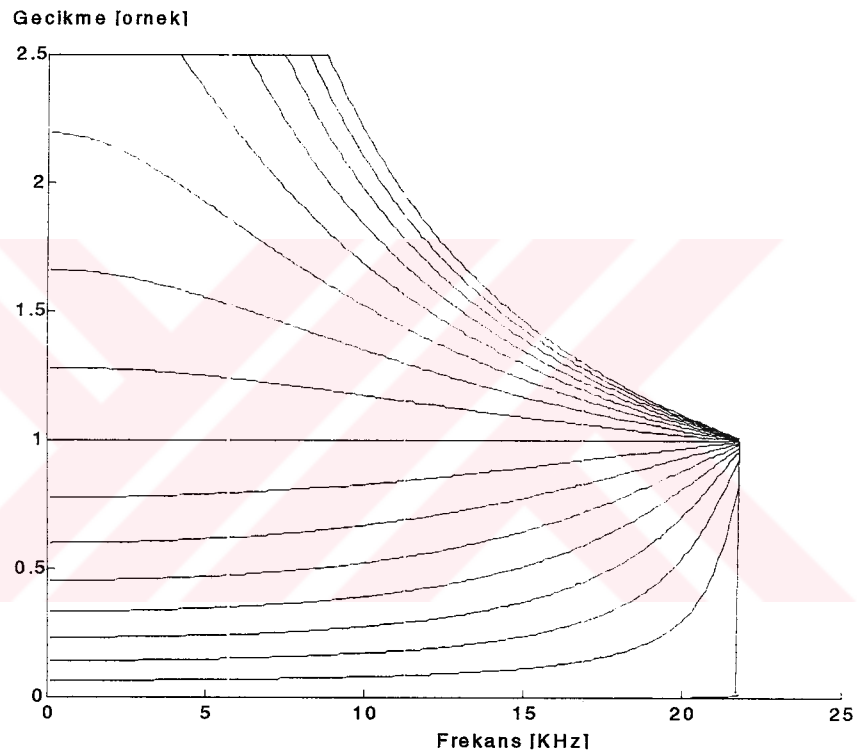
Yeni H_c süzgeciyle yapılması gereken işlem, süzgecin faz gecikmesini f_1 'in istenen frekansa yaklaşmasını sağlayacak şekilde ayarlamaktır. Bu da yalnızca faz gecikmesini 0 ve T_s (bir örnek) değerleri arasında seçmekle sağlanabilir. Birinci mertebeden tümgeçiren H_c süzgecinin faz gecikmesi;

$$\begin{aligned} P_c(f) &= -\frac{\arg[H_c(e^{j\omega T_s})]}{\omega T_s} \\ &= \frac{-1}{\omega T_s} \arg \left[\frac{C + e^{-j\omega T_s}}{1 + Ce^{-j\omega T_s}} \right] \\ &= \frac{\arg[1 + Ce^{-j\omega T_s}]}{\omega T_s} - \frac{\arg[C + e^{-j\omega T_s}]}{\omega T_s} \\ &= \frac{1}{\omega T_s} \arctan \left(\frac{-C \sin(\omega T_s)}{1 + C \cos(\omega T_s)} \right) - \frac{1}{\omega T_s} \arctan \left(\frac{-\sin(\omega T_s)}{C + \cos(\omega T_s)} \right) \end{aligned} \quad (5.31)$$

şeklinde belirlenebilir. Şekil 5.6'da, C 'nin -0,999 ile 0,999 arasında düzgün olarak seçilmiş 17 değeri için (5.31) eşitliğiyle elde edilmiş faz gecikmeleri görülmektedir.

Şekilden de anlaşılacağı gibi 0 ve 1 örnek arası gecikmeler, frekans eksenini boyunca yaklaşık olarak düzgün şekilde elde edilebilmektedir. $0 < \omega T_s < \pi/2$ ve $|C| < 1$ değerlerini aldığından yukarıdaki eşitliklerde $\arctan(\cdot)$ fonksiyonunun argümanlarının mutlak değerleri birden küçük olacak, bu nedenle aşağıdaki seri açılımından yararlanılabilecektir:

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots, |x| < 1 \quad (5.32)$$



Şekil 5.6: Tümgeçiren akortlama süzgecinin faz gecikmesi.

Böylece, 0 ile 1 örneklik gecikmeler arasında, $f_1 < 5$ kHz için geçerli *alçak frekans* faz gecikmesi, aşağıdaki eşitlikle yaklaşık olarak belirlenebilir:

$$\begin{aligned} P_c(f) &\approx \frac{\sin(\omega T_s)}{\omega T_s (C + \cos(\omega T_s))} - \frac{C \sin(\omega T_s)}{\omega T_s (1 + C \cos(\omega T_s))} \\ &\approx \frac{1}{C+1} - \frac{C}{1+C} = \frac{1-C}{1+C} \end{aligned} \quad (5.33)$$

0 örneklik bir gecikme, $C = 1$ değerine karşı düşmektedir. Bu değer için $H_c(z)$ 'in sıfırı ve kutbu birbirlerinin etkisini yok eder ve $H_c(z) = 1$ değeri elde edilir. Fakat sıfır ve kutupların karşılıklı etkilerini yok etmelerinin birim daire üzerinde gerçekleşmesi, pratikte nümerik hatalar (yuvarlama hataları) nedeniyle süzgecin kararsız olmasına yol açabilmektedir. Bu yüzden, bir örnek gecikmesinin kontrol bölgesini, ε küçük bir pozitif tamsayı olmak üzere ($0 < \varepsilon \ll 1$), $\varepsilon \leq P_c \leq (1+\varepsilon)$ bölgesine kaydırmak yeğlenmektedir. Şekil 5.6'dan da görülebileceği gibi, bir örneklik gecikmenin yukarısında faz gecikmesi eğrileri istenildiği kadar düz olmadığından ε olabildiğince küçük seçilmeli, başka bir deyişle küçük kaydırmalar gerçekleştirilmelidir.

Şekil 5.6'da gözlemlenebilecek başka bir özellik şudur: Bir örneklik gecikmenin aşağısında kalan eğriler yüksek kısmi frekansların hafifçe pesleşmesine, yukarısında kalan eğrilerin ise yüksek kısmi frekansların hafifçe tizleşmesine yol açacaktır. Yüksek kısmi frekansların sistematik bir biçimde ötelenmesinin yol açtığı ses rengi değişimlerinin fark edilemeyecek kadar az olduğu gözlemlenmiştir. Tam tersine, bu durum hoş giden bir ses rengi değişikliğine yol açmaktadır (gerçek telli çalgıların çoğunluğunda tellerin elastik özelliklerinden dolayı böyle bir durum gözlenmektedir).

Sanal müzik aletini f_1 ana doğuşkan frekansına akortlamak için bu frekansı üretecek doğuşkanın periyodunu $P_1 = f_s / f_1$ olarak örnek cinsinden tanımlarsak aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$N + P_a(f_1) + P_c(f_1) = P_1 \quad (5.34)$$

Bu durumda tamsayı gecikme hattı uzunluğu N ve tümgeçiren süzgeçle elde edilmek istenen faz gecikmesi aşağıdaki eşitliklerle belirlenecektir:

$$\begin{aligned} N &= \text{Int}(P_1 - P_a(f_1) - \varepsilon) \\ P_c(f_1) &= P_1 - N - P_a(f_1) \end{aligned} \quad (5.35)$$

Bu eşitlikte ε , $P_c(f_1)$ 'i $[\varepsilon, (1+\varepsilon)]$ aralığına öteleyecek küçük bir pozitif tamsayıyı, $P_a(f_1)$ ise H_a süzgecinin örnek cinsinden faz gecikmesini göstermektedir. H_a 'nın ortalama süzgeci olduğu basit durumda $P_a(f_1) = 1/2$ olacaktır.

Daha sonra yapılması gereken işlem, (5.31) eşitliğinden süzgeç katsayısını $P_c(f_1)$ 'in fonksiyonu olarak çözmektir. (5.31) eşitliğinin iki tarafının da tanjantı alınıp farkların tanjantı ile ilgili özdeşlik kullanılırsa aşağıdaki C 'ye bağlı karesel eşitlik elde edilir:

$$C^2 \sin(\omega_1 T_s P_c(f_1) + \omega_1 T_s) + 2C \sin(\omega_1 T_s P_c(f_1)) + \sin(\omega_1 T_s P_c(f_1) - \omega_1 T_s) = 0 \quad (5.36)$$

Bu eşitliğin çözümü ise;

$$C = \frac{-\sin(\omega_1 T_s P_c(f_1)) \pm \sin(\omega_1 T_s)}{\sin(\omega_1 T_s P_c(f_1) + \omega_1 T_s)}, \quad \omega_1 T_s P_c(f_1) + \omega_1 T_s \neq k\pi \quad (5.37)$$

biçimindedir. $\omega_1 T_s < \pi/2$ ve $P_c(f_1) \in [\varepsilon, (1+\varepsilon)]$ özellikleri, (5.37) eşitliğinde paydanın ancak Nyquist frekansına çok yakın frekanslarda ($f_1 \approx 20$ KHz) belirsizliğe yol açacak değerleri alacağı sonucunu doğurmaktadır. İnsanın duyma sınırının eşiğinde olan bu frekanslar ise benzetime dahil edilmemektedir*. (5.37) eşitliğindeki çözüm çifti, (5.36)'daki karesel eşitliğin sonucunda oluşmuştur. (5.33) eşitliğindeki yaklaşıklık aşağıdaki bağıntının doğru çözüm olduğunu göstermektedir:

$$C = \frac{\sin(\omega_1 T_s) - \sin(\omega_1 T_s P_c(f_1))}{\sin(\omega_1 T_s P_c(f_1) + \omega_1 T_s)} = \frac{\sin\left(\frac{\omega_1 T_s - \omega_1 T_s P_c(f_1)}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega_1 T_s + \omega_1 T_s P_c(f_1)}{2}\right)} \quad (5.38)$$

$f_1 < 5$ kHz için (5.38) bağıntısı, aşağıdaki ifadeye yaklaşık olarak eşittir:

$$C \approx \frac{1 - P_c(f_1)}{1 + P_c(f_1)} \quad (5.39)$$

Yukarıda özetlenen yöntem, ana doğuşkan frekansının oldukça hassas olarak elde edilmesine olanak sağlasa da, *algısal* olarak doğru akortlamayı garantilemez. Bunun

* Bununla birlikte özel etkiler için bir örnekten daha büyük gecikmeler, $P_c(f_1)$ değerini $[\varepsilon, (1+\varepsilon)]$ aralığında tutup N değerini büyütmeyle sağlanabilir.

nedeni, algılanan perde yüksekliği değeri her zaman ana doğuşkan frekansıyla çakışmamasıdır (Pierce, 1983). Çok yüksek frekanslı notalar için algısal frekans boyutuna ek bir dönüşümden yararlanılabilir.

5.5 Sönüm Zamanının Değiştirilmesi

Karplus - Strong algoritması, gerçek tel davranışına benzer şekilde yüksek perdeler için düşük perdelere göre daha çabuk sönümlenen sesler üretmektedir. Bunun iki ana nedeni vardır. İlk neden, yüksek frekansların ortalama alan H_a süzgeci tarafından düşük frekanslara oranla daha çok zayıflatılmasıdır. İkinci neden ise yüksek frekanslı işaretlerin, sönüme yol açan çevrim içinde birim zamanda daha fazla tur atmasıdır. Bu durum (5.17) eşitliğinden görülebilir.

Algoritma kullanılarak sentezlenen seslerde yüksek ve düşük frekanslar için elde edilen sönüm zamanları arasındaki fark çok büyüktür (Tablo 5.1).

Tablodan da anlaşılabileceği gibi, yüksek frekanslı notalar, ancak bir vuru algılanabilecek kadar hızlı sönerken, düşük frekanslı notalar doğal olamayacak kadar uzun süre tınlamaya devam ederler. Buna ek olarak, gerçek bir telin sönüm zamanı; telin gerilimi, uzunluğu, kalınlığı ve yapıldığı malzeme gibi birçok faktör tarafından belirlenmektedir. Bu nedenlerle, sönüm zamanlarını değiştirecek yöntemlerin oluşturulmasına gidilmiştir (Her sesin örnekleme frekansının ayrı ayrı denetlenebildiği sistemlerde sönüm zamanının kontrolü için örnekleme hızının değiştirilmesi de düşünülebilir). Sönüm zamanlarının denetlenebilmesi hem daha gerçekçi bir benzetim, hem de müziksel esneklik için vazgeçilemez bir unsurdur.

5.6 Sönüm Zamanının Kısaltılması

Sönüm zamanının kısaltılması için geribesleme çevrimine bir kayıp faktörü olan ρ 'nun eklenmesi düşünülebilir. Bu ekleme ile (5.1) eşitliğindeki fark denklemi aşağıdaki görünümü alır:

Tablo 5.1: $f_s = 44100$ Hz örnekleme frekansı için 40 dB sönüm zamanları. İlk kolon ana doğuşkan frekansı f_1 için gereken çevrim uzunluğunu göstermektedir. Daha sonraki kolonlarda ise ana, ikinci, üçüncü ve dördüncü doğuşkanlar ve bu doğuşkanların 40 dB sönüm zamanları görülmektedir.

Gecikme (Örnek)	f_1 (Hz)	$t_{40}(f_1)$ (s)	f_2 (Hz)	$t_{40}(f_2)$ (s)	f_3 (Hz)	$t_{40}(f_3)$ (s)	f_4 (Hz)	$t_{40}(f_4)$ (s)
440.500	100.000	1814.886	200.000	453.710	300.000	201.640	400.000	113.416
220.000	200.000	226.855	400.000	56.708	600.000	25.199	800.000	14.171
146.500	300.000	67.213	600.000	16.800	900.000	7.464	1200.000	4.196
109.750	400.000	28.354	800.000	7.086	1200.000	3.147	1600.000	1.769
87.700	500.000	14.516	1000.000	3.627	1500.000	1.610	2000.000	0.904
73.000	600.000	8.400	1200.000	2.098	1800.000	0.931	2400.000	0.523
62.500	700.000	5.289	1400.000	1.321	2100.000	0.586	2800.000	0.329
54.625	800.000	3.543	1600.000	0.884	2400.000	0.392	3200.000	0.220
48.500	900.000	2.488	1800.000	0.621	2700.000	0.275	3600.000	0.154
43.600	1000.000	1.813	2000.000	0.452	3000.000	0.200	4000.000	0.112
39.591	1100.000	1.362	2200.000	0.339	3300.000	0.150	4400.000	0.084
36.250	1200.000	1.049	2400.000	0.261	3600.000	0.115	4800.000	0.064
33.423	1300.000	0.825	2600.000	0.205	3900.000	0.091	5200.000	0.050
31.000	1400.000	0.660	2800.000	0.164	4200.000	0.072	5600.000	0.040
28.900	1500.000	0.537	3000.000	0.133	4500.000	0.059	6000.000	0.033

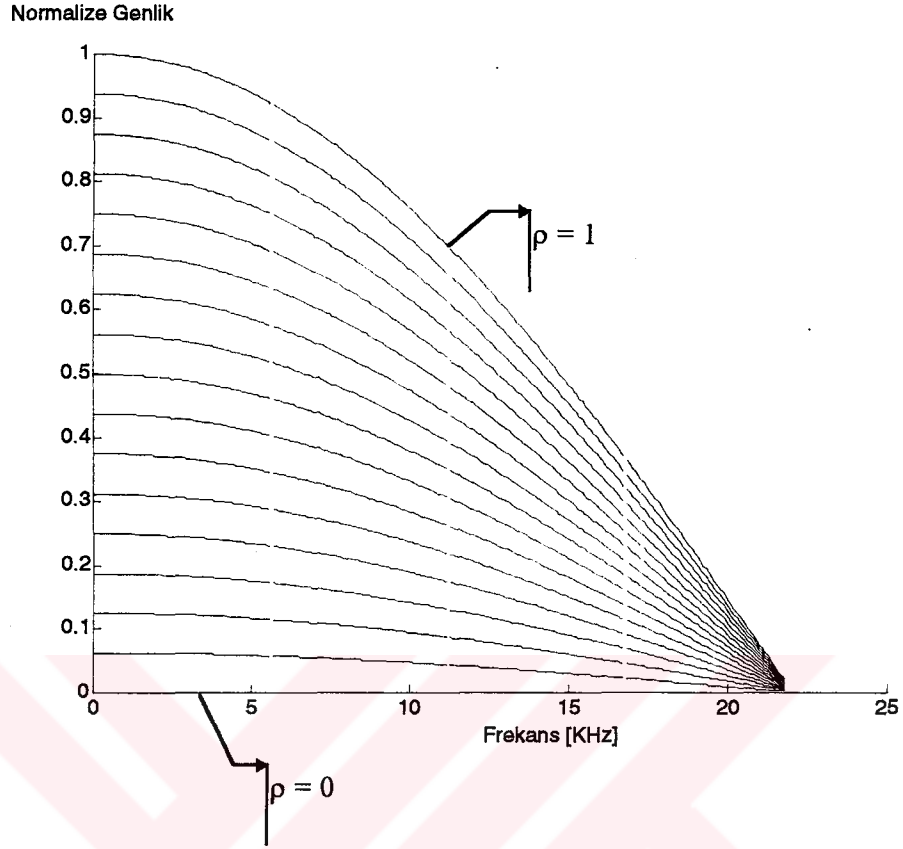
$$y_n = x_n + \rho \frac{y_{n-N} + y_{n-(N+1)}}{2} \quad (5.40)$$

Şekil (5.7)'de $\rho \in [0,1]$ aralığında düzgün olarak seçilmiş 17 ρ kayıp faktörü değeri için çevrim genlik yanıtı görülmektedir.

Kayıp faktörü ρ 'nun da algoritma içine katıldığı durumda, f frekanslı bir sinüzoidal işaret için daha önce (5.22) eşitliği ile verilmiş olan zayıflama faktörü α , aşağıdaki eşitlikle belirlenebilecektir:

$$\alpha_r(t, \rho) = |\rho \cos(\pi f T_s)|^{f t} = |\rho|^{f t} \alpha_r(t) \quad (5.41)$$

Bu eşitlikten de anlaşılabileceği gibi, sesi oluşturan bütün kısmi frekanslar kayıp faktöründen aynı oranda etkilenecek ve böylece kısmi frekansların bağıl sönüm zamanları değişmeyecektir.



Şekil 5.7:  evrim kazancının 17   kayıp faktörü değeri için frekansa bağlı değişimi.

Bu aşamada sözü edilmesi gereken önemli bir olgu,  'nun sönüm zamanını uzatılması için kullanılamayacağıdır. Genel olarak kararlı bir sanal tel için, $\rho \leq 1$ şartı sağlanmalıdır, aksi takdirde telde turlayan dc işaretin (0 Hz frekanslı sinüzoidal) genliği üstel olarak artacaktır. Başka bir deyişle  , düşük perdeli notaların gerçek bir telden elde edilenler kadar kısaltılması için kullanılmaktadır. Kayıp faktöründen yararlanıldığında ana doğu kanın sönüm zamanı sabiti, aşağıdaki bağıntı yardımıyla bulunabilir:

$$\tau_1(\rho) = -\frac{1}{f_1 \ln|\rho \cos(\pi f_1 T_s)|} \quad (5.42)$$

Aşağıda, Tablo 5.2'de $\rho=0,98$ zayıflama faktör değeri için 40 dB sönüm zamanları listelenmiştir. Bulunan değerler Tablo 5.1'dekilerle karşılaştırılırsa, hedeflenen kısılmanın gerçekleştirilmiş olduğu gözlemlenebilir. Sönüm zamanının kısıtılması ile elde edilen sesler, gerçek bir telli çalgıda köprü üzerine sönüme yol açacak yumuşak bir dokunun eklenmesine benzetilebilir (Gitarda çabuk sünen sesler elde etmek için sağ elin dokusundan yararlanılabilir. Böyle bir teknik, birçok çağdaş gitarist tarafından kullanılmaktadır).

Tablo 5.2: $f_s = 44100$ Hz örnekleme frekansı için $\rho = 0,98$ alınarak elde edilmiş 40 dB sönüm zamanları. Özellikle düşük frekanslarda sönümün oldukça kısaldığı gözlemlenmektedir (Tablo 5.1 ile karşılaştırınız).

Gecikme (Örnek)	f_1 (Hz)	$t_{40}(f_1)$ (s)	f_2 (Hz)	$t_{40}(f_2)$ (s)	f_3 (Hz)	$t_{40}(f_3)$ (s)	f_4 (Hz)	$t_{40}(f_4)$ (s)
440.500	100.000	2.277	200.000	2.268	300.000	2.254	400.000	2.235
220.000	200.000	1.134	400.000	1.117	600.000	1.090	800.000	1.055
146.500	300.000	0.751	600.000	0.727	900.000	0.690	1200.000	0.643
109.750	400.000	0.559	800.000	0.527	1200.000	0.482	1600.000	0.431
87.700	500.000	0.442	1000.000	0.405	1500.000	0.355	2000.000	0.303
73.000	600.000	0.363	1200.000	0.322	1800.000	0.270	2400.000	0.220
62.500	700.000	0.307	1400.000	0.261	2100.000	0.209	2800.000	0.164
54.625	800.000	0.264	1600.000	0.215	2400.000	0.165	3200.000	0.124
48.500	900.000	0.230	1800.000	0.180	2700.000	0.132	3600.000	0.096
43.600	1000.000	0.202	2000.000	0.152	3000.000	0.107	4000.000	0.075
39.591	1100.000	0.180	2200.000	0.129	3300.000	0.087	4400.000	0.060
36.250	1200.000	0.161	2400.000	0.110	3600.000	0.072	4800.000	0.048
33.423	1300.000	0.145	2600.000	0.095	3900.000	0.060	5200.000	0.039
31.000	1400.000	0.131	2800.000	0.082	4200.000	0.050	5600.000	0.032
28.900	1500.000	0.118	3000.000	0.071	4500.000	0.042	6000.000	0.027

5.7 Sönüm Zamanının Uzatılması

Sönümün uzatılması için geribesleme çevrimindeki $H_a(z)$ ortalama süzgeci, iki noktalı ağırlıklı ortalama alan bir süzgeçle değiştirilebilir. Bu yeni süzgeç, yüksek frekanslardaki kaybı azaltacaktır. Kullanılacak yeni süzgecin transfer fonksiyonu aşağıdaki eşitlikle verilmektedir:

$$H_a(z, S) = (1 - S) + Sz^{-1} \quad (5.43)$$

Bu eşitlikte S , sıfır ile bir arasında değer alan bir uzatma faktörünü göstermektedir.

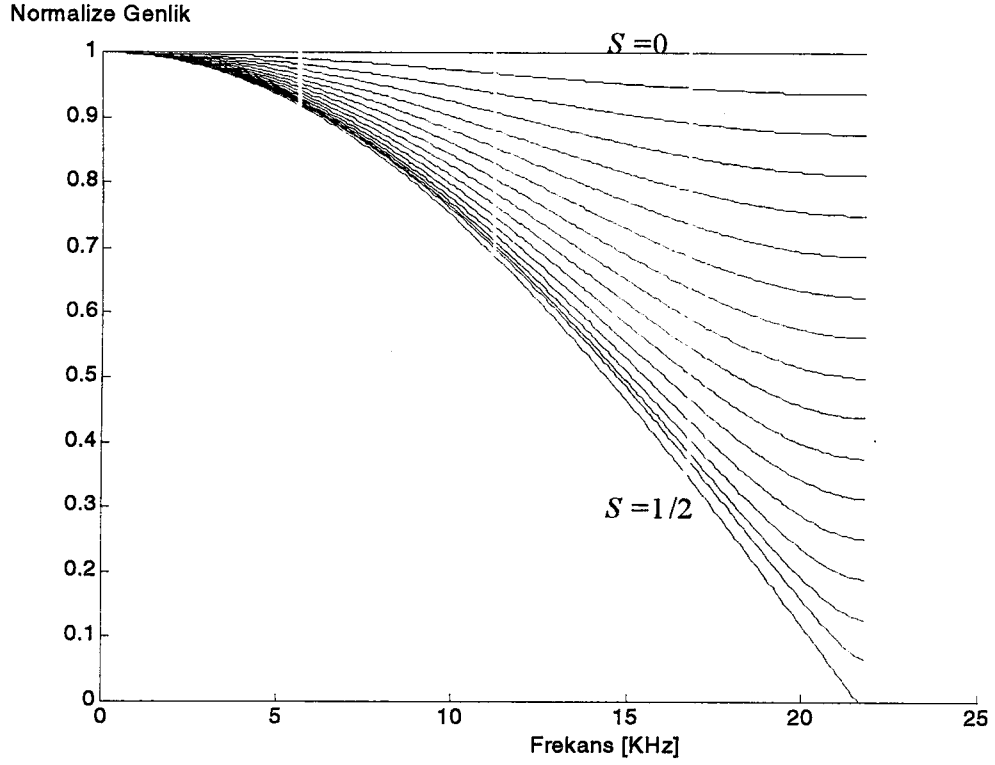
Bu süzgecin kazancı ise aşağıdaki biçimde bulunabilir:

$$\begin{aligned}
G_a(f, S) &= |(1-S) + Se^{j\omega T_s}| \\
&= \sqrt{((1-S) + S \cos(\omega T_s))^2 + (S \sin(\omega T_s))^2} \\
&= \sqrt{(1-S)^2 + S^2 + 2S(1-S) \cos(\omega T_s)}
\end{aligned} \tag{5.44}$$

Şekil (5.8)'de $S \in [0, 1/2]$ aralığında düzgün olarak seçilmiş 17 S değeri için çevrim kazancının frekansa bağlı değişimi görülmektedir. $S \in [1/2, 1]$ aralığındaki eğriler ise $G_a(f, S) = G_a(f, 1-S)$ özelliğinden yararlanılarak belirlenebilir. $S = 1/2$ değeri için $H_a(z, S)$ ağırlıksız ortalama süzgeci $H_a(z)$ 'e döner. Sentetik telin kararlılığı için $0 < S < 1$ şartı sağlanmalıdır. Eğer S sıfır ya da bir değerini alırsa süzgecin genlik yanıtı tüm f frekansları için bire eşit olur; bu durumda telin başlangıç durumunu belirleyen kısa beyaz gürültü işareti çevrim içinde sürekli olarak döner ve sönümlenmeyen doğuşkanların oluşmasına yol açar. $S \in (0, 1)$ aralığındaki değerlerde ise efektif nota süresi t_{40} sonlu değerler alır ve $t_{40, \min}(S)$; $S=1/2$ için sağlanır. Herhangi bir kısmi bileşen için zayıflama faktörü ve sönüm zamanı sabiti, (5.44) eşitliğini sırasıyla (5.24) ve (5.25) eşitliklerine yerleştirerek bulunabilir. Tablo 5.3'te $S = 0.1$ değeri için elde edilen sönüm zamanları görülmektedir. Etkin bir kontrol için Bölüm 5.6'da anlatılan düzgün kayıp yöntemi ve bu bölümde anlatılan ağırlıklı ortalama yöntemi sönüm zamanının değiştirilmesi için beraberce kullanılmalıdır. Böyle elde edilen sönüm zamanı, kayıp faktörü p 'nin ve uzatma faktörü S 'in bir fonksiyonu olacaktır.

5.8 Sönümün Uzatılmasının Akortlamaya Etkisi

S değerinin değiştirilmesi bütün çevrimin faz gecikmesini de etkileyerek efektif çevrim uzunluğunun frekansın fonksiyonu olarak değişmesine neden olur. Bu yüzden $H_c(f)$ tümgeçiren süzgeciyle akortlama yaparken (5.35) eşitliğinde $P_a(f)$ yerine $P_a(f, S)$ ifadesinden yararlanmamız gerekmektedir. Ağırlıklı ortalama alan $H_a(f, S)$ süzgecinin faz gecikmesi, aşağıdaki (5.45) eşitliğiyle belirlenebilir:



Şekil 5.8: Çevrim kazancının, S uzatma faktörünün $[0,1/2]$ aralığında seçilmiş 17 değeri için frekansa bağlı değişimi.

Tablo 5.3: $f_s = 44100$ Hz örnekleme frekansı için $\rho = 1$, $S = 0,1$ alınarak elde edilmiş 40 dB sönüm zamanları. Bütün frekanlarda sönümün uzatıldığı gözlemlenmektedir (Tablo (5.1) ile karşılaştırınız).

Gecikme	f_1	$t_{40}(f_1)$	f_2	$t_{40}(f_2)$	f_3	$t_{40}(f_3)$	f_4	$t_{40}(f_4)$
(Örnek)	(Hz)	(s)	(Hz)	(s)	(Hz)	(s)	(Hz)	(s)
440.900	100.000	5041.433	200.000	1260.388	300.000	560.194	400.000	315.126
220.400	200.000	630.194	400.000	157.563	600.000	70.039	800.000	39.406
146.900	300.000	186.731	600.000	46.693	900.000	20.760	1200.00	11.683
110.150	400.000	78.782	800.000	19.703	1200.00	8.762	1600.00	4.933
88.100	500.000	40.339	1000.000	10.091	1500.00	4.489	2000.00	2.529
73.400	600.000	23.346	1200.000	5.842	1800.00	2.600	2400.00	1.465
62.900	700.000	14.704	1400.000	3.680	2100.00	1.639	2800.00	0.924
55.025	800.000	9.851	1600.000	2.467	2400.00	1.099	3200.00	0.620
48.900	900.000	6.920	1800.000	1.733	2700.00	0.773	3600.00	0.437
44.000	1000.000	5.045	2000.000	1.264	3000.00	0.564	4000.00	0.319
39.991	1100.000	3.791	2200.000	0.951	3300.00	0.424	4400.00	0.240
36.650	1200.000	2.921	2400.000	0.733	3600.00	0.328	4800.00	0.186
33.823	1300.000	2.298	2600.000	0.577	3900.00	0.258	5200.00	0.147
31.400	1400.000	1.840	2800.000	0.462	4200.00	0.207	5600.00	0.118
29.300	1500.000	1.496	3000.000	0.376	4500.00	0.169	6000.00	0.096

$$\begin{aligned}
P_a(f, S) &= -\frac{\arg[e^{j\omega T_s}, S]}{\omega T_s} \\
&= -\frac{\arg[(1-S) + Se^{j\omega T_s}]}{\omega T_s} \\
&= -\frac{1}{\omega T_s} \arctan\left(\frac{-S \sin(\omega T_s)}{(1-S) + S \cos(\omega T_s)}\right)
\end{aligned} \tag{5.45}$$

Düşük frekanslar için (5.45) eşitliği yaklaşık olarak aşağıdaki sonucu vermektedir:

$$P_a(f, S) \approx \frac{S \sin(\omega T_s)}{\omega T_s (1-S) + S \omega T_s \cos(\omega T_s)} \approx S, \quad 0 < S < 1 \tag{5.46}$$

$S=1/2$ değeri için temel tel algoritmasına geri dönülür ve H_a süzgecinin faz gecikmesi yukarıdaki yaklaşıklık uyarınca $1/2$ değerini alır. Diğer S değerleri içinse yaklaşıklık yalnız $f = 0$ frekansında tam olarak doğrudur. Şekil (5.9)'da $[0, 1]$ aralığından düzgün olarak seçilmiş 17 S değeri için (5.45) eşitliğiyle verilen faz gecikme eğrileri görülmektedir.

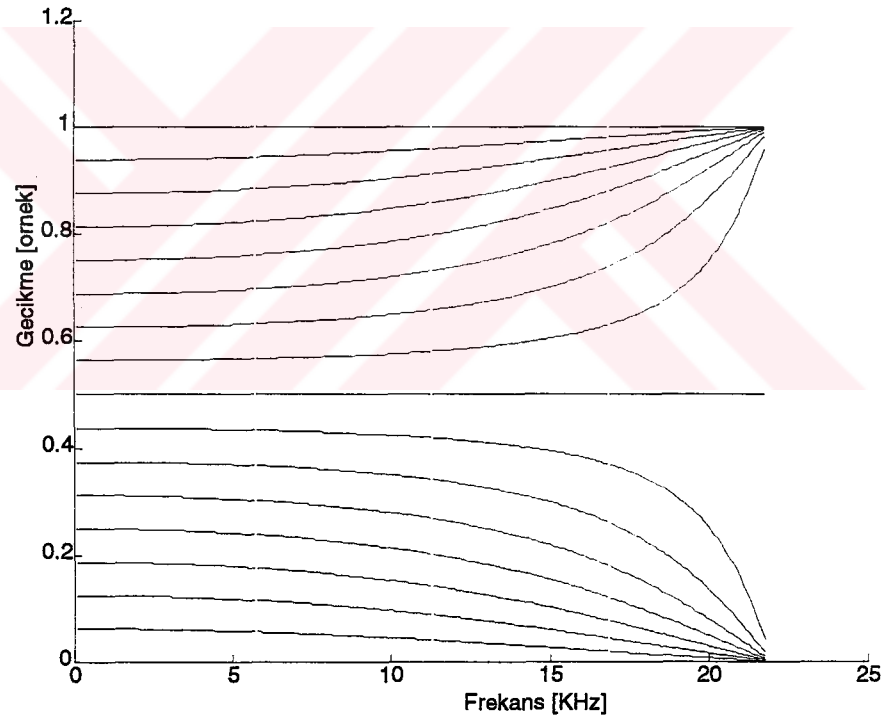
Şekilden $\forall S \in [0, 1]$ değeri için frekans eksenin çok büyük bir bölümünde oldukça düz bir faz gecikmesinin elde edildiği gözlemlenebilmektedir. Dikkate değer bir diğer nokta, $G_a(f, S) = G_a(f, 1-S)$ olduğundan akortlama süzgecinde kullanılmak üzere, $(S, 1-S)$ çiftinden en uygun faz gecikme eğrisine sahip değerin seçilebileceğidir. Akortlama hesapları her nota için yalnız bir kez gerçekleştirileceğinden her yeni frekans için (5.45) eşitliğiyle verilen tam çözümün kullanılması fazla hesap yüküne neden olmayacaktır.

5.9 Penalama Şiddeti

Algoritmayla hesaplanan seslerin şiddeti, kısa giriş gürültü işaretinin genliğinin bir fonksiyonudur. Buna karşın, sesin şiddetini belirlemek için gürültü işaretinin genliğinden yararlanarak gerçekleştirilecek bir kontrol, gerçek bir telli müzik aletinde penalama şiddetinin sesin rengini değiştirme özelliğinin benzetimi için yetersiz kalmaktadır. Giriş işaretinin genliğinin değiştirilmesi, çalma parametrelerinin

değişmesinden çok kaynak ve dinleyici arasındaki uzaklığın değiştiği izlenimine yol açmaktadır. Sert penalanın teller (nonlineerlikten dolayı), yumuşak penalanınlara göre daha fazla yüksek frekans enerjisine sahip olduğundan, penalama şiddetinin benzetimi spektral dengedeki bu farkı modelleme mantığına dayanmaktadır. Bu yüzden bir notanın şiddetini modüle etmek için yapılacak işlem, sesin efektif band genişliğini değiştirmek olacaktır.

Band genişliği, sentetik teli beslemeden önce başlangıçtaki kısa gürültü işaretini tek kutuplu bir alçak geçiren süzgeçten geçirerek kontrol edilebilir. Bu süzgece *penalama süzgeci* adı verilecektir. Penalama süzgecinin fark denklemi aşağıdaki biçimde belirlenebilir:



Şekil 5.9: Sönüm zamanının uzatılması için kullanılan $H_a(z, S) = (1-S) + S z^{-1}$ süzgecinin 17 S değeri için hesaplanan faz gecikme eğrisi.

$$y_n = (1-R)x_n + Ry_{n-1} \quad (5.47)$$

Bu fark denkleminde karşı düşen transfer fonksiyonu ise;

$$H_p(z) = \frac{1 - R(L, f_1)}{1 - R(L, f_1)z^{-1}} \quad (5.48)$$

olarak bulunur. Bu eşitlikte yer alan R , ana doğuşkan frekansı f_1 'in ve *penalama kademesi* L 'nin fonksiyonu olarak belirlenecek, $(0,1)$ aralığında değer alan reel bir sayıdır. Eğer f_1 ana doğuşkan frekansında ardışıl bir nota dizisi çalınıyorken R değeri kademe kademe bire doğru arttırılırsa, hem ses şiddeti hem de spektral band genişliği değiştirilerek müziksel *diminuendo* etkisi yaratılmış olur.

Yukarıda söz ettiğimiz *penalama kademesi* L , 0 ve $f_s / 2$ frekansları arasında bir band genişliği olarak tanımlıdır. L küçük değerler aldığında, gerçek bir telde yumuşak penalama durumunda olduğu gibi spektral bileşenlerdeki enerjinin düşük frekanslarda yoğunlaşmasına neden olur. Büyük L değerleri ise kuvvetli bir pena vuruşuyla elde edilen daha şiddetli notalara karşılık düşecek şekilde parlak spektrumlu seslerin sentezlenmesine olanak sağlar. Bütün perde yükseklikleri için sabit bir alçak geçiren süzgeç kullanılması, amacımız açısından yeterli olmamaktadır; çünkü bu durumda pes notalar tizlere göre daha büyük genlik değerlerine sahip olacaktır. Bunun yerine R parametresi, düzgün olarak algılanacak genlik değerleri elde edilebilecek şekilde, verilen bir penalama kademesi değeri için frekansa bağlı olarak değiştirilmelidir. Bu, genel olarak çözümü zor bir problem de olsa, R 'nin ana doğuşkanının genliği sabit kalacak şekilde değiştirilmesiyle yaklaşık bir çözüm elde edilebilir.

Bu açıklamalardan sonra, verilen bir f_1 frekansı ve L değeri için R 'nin nasıl belirleneceği gösterilmelidir. İzlenecek yöntem, kısaca aşağıdaki gibidir:

1. Kesim frekansı L Hz olan tek kutuplu bir alçak geçiren süzgeç tasarlanmalıdır ve böylece 0 ve L Hz arasında L Hz'lik bir band genişliği elde edilmelidir.
2. Bu süzgecin, band genişliğinin "orta frekansı" için kazancı hesaplanmalıdır.
3. f_1 ana doğuşkan frekansında bu kazanca sahip olacak bir penalama süzgeci tasarlanmalıdır.

Bu bölümün geri kalan kısmında, yukarıdaki adımlar için gerekli bağıntılar elde edilecektir.

Band genişliğinin "orta frekansı" olan f_{of} referans frekansı, alt sınırı f_{as} sanal müzik aletinden elde edilmek istenen en düşük frekansla, üst sınırı $f_{üs}$ ise $f_{üs} \leq f_s / 2$ bağıntısı sağlanmak koşuluyla sanal müzik aletinden elde edilmek istenen en yüksek frekansla belirlenen frekans aralığının geometrik orta noktasıdır:

$$f_{of} = e^{[1/2][\log(f_{üs}) + \log(f_{as})]} = \sqrt{f_{üs} f_{as}} \quad (5.49)$$

L Hz'lik band genişliğine sahip tek kutuplu bir alçak geçiren süzgecin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir (Smith, 1985):

$$H_L(z) = \frac{1 - R_L}{1 + R_L z^{-1}} \quad (5.50)$$

Bu eşitlikteki R_L 'nin değeri aşağıdaki bağıntıyla verilmektedir:

$$R_L = e^{-\pi L T_s} \quad (5.51)$$

H_L alçak geçiren süzgecinin referans frekansındaki kazancı aşağıdaki ifadeyle belirlenmektedir:

$$G_L = |H_L(e^{j2\pi f_{of} T_s})| = \frac{1 - R_L}{|1 - R_L e^{-j2\pi f_{of} T_s}|} \quad (5.52)$$

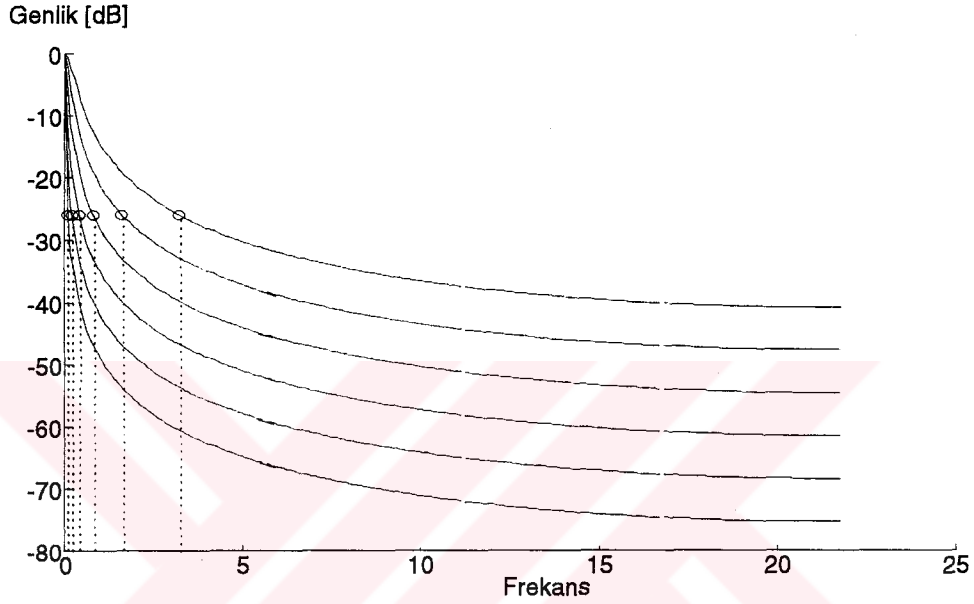
Bu aşamada yapılması gereken, f_1 ana doğuşkan frekansı için $G_p(f_1) = G_L$ eşitliğini sağlayacak R değerini belirlemektir. Başka bir deyişle, hesaplanacak farklı R değerleriyle bütün doğuşkan frekanslarının genliklerinin aynı değere sahip olması sağlanmalıdır. R 'yi belirlemek için;

$$G_L = \frac{1 - R}{|1 - R e^{-j2\pi f_1 T_s}|} \quad (5.53)$$

eşitliği çözümlenmelidir. Bu eşitliğin iki tarafının da karesi alınıp sonuçta elde edilen karesel eşitlik R için çözümlürse aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$R = \frac{1 - G_L^2 \cos(2\pi f_1 T_s)}{1 - G_L^2} \pm 2G_L \sin(\pi f_1 T_s) \frac{\sqrt{1 - G_L^2 \cos(\pi f_1 T_s)}}{1 - G_L^2} \quad (5.54)$$

Kararlılık için denklemin iki kökünden mutlak değeri birden küçük olanının kullanılması gerekmektedir.



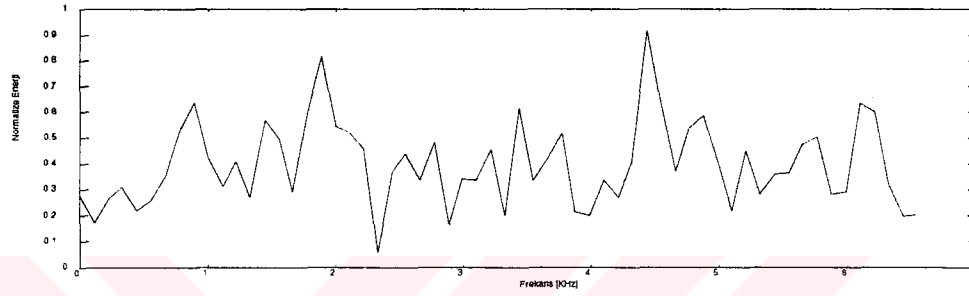
Şekil 5.10: $L = 100$ Hz penalama kademesi değerinde $H_p(z, S) = (1-R) / (1-R z^{-1})$ penalama süzgecinin 6 değişik ana doğuşkan frekansı için hesaplanan frekans yanıtı eğrileri.

Şekil (5.10)'da $f_1 = 100$ Hz frekansından $f_1 = 3200$ Hz frekansına kadar oktav aralıklarıyla seçilmiş altı ana doğuşkan frekansı için $H_p(z)$ penalama süzgecinin frekans yanıtı görülmektedir. Eğrilerin tümünde penalama kademesi $L = 100$ Hz olarak seçilmiştir. Her eğriye, ait olduğu ana doğuşkan frekansından dikey bir çizgi çizilmiştir. Şekilde örnekleme frekansı $f_s = 44100$ Hz, $f_{as} = 20$ Hz, $f_{üs} = f_s / 2$ Hz'dir.

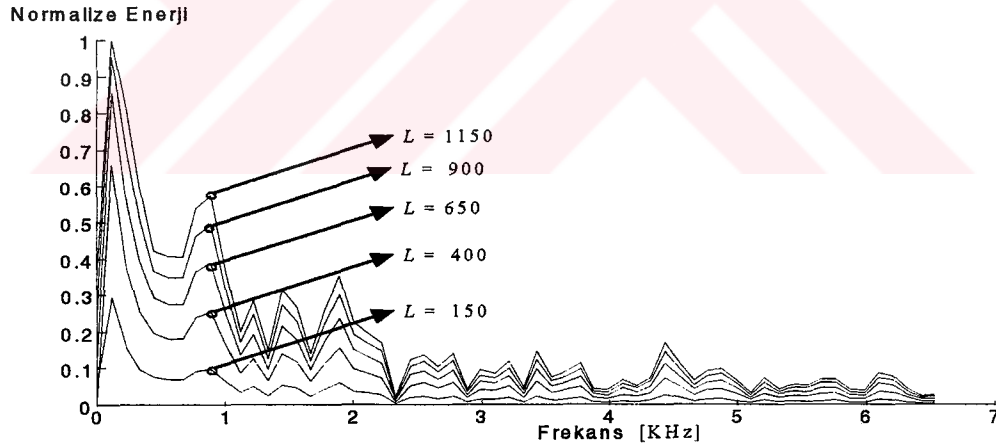
Penalama şiddetinin etkisinin simulasyonu yapılırken, pes ve yumuşak pena vuruşlu notaların sönüm zamanlarının ρ katsayısının yardımıyla kısaltılması, kullanışlı sonuçlar vermektedir. Yumuşak pena vuruşlu notaların spektral karakteristiklerini simule etmenin çok basit bir diğer yolu da çıkışın, başlangıç işareti gecikme hattında

birkaç kez turlayıp yüksek frekans enerjisinin bir bölümünü kaybettikten sonra alınmaya başlamasıdır. Bu yöntem sesin atak bölümündeki pena gürültüsünü azaltıp daha yumuşak penalanmış bir ses elde edilmesini sağlamaktadır.

Şekil (5.11)'de tipik bir giriş işareti için penalama süzgecinin çıkışındaki işaretin frekans spektrumu beş ayrı L değeri için çizdirilmiştir. L değerleri $L_1 = 150$ Hz'den başlayarak 250 Hz'lik adımlarla seçilmiştir. Diğer parametreler (f_s , f_{as} ve $f_{üs}$) Şekil (5.10)'da kullanılanlarla aynıdır.



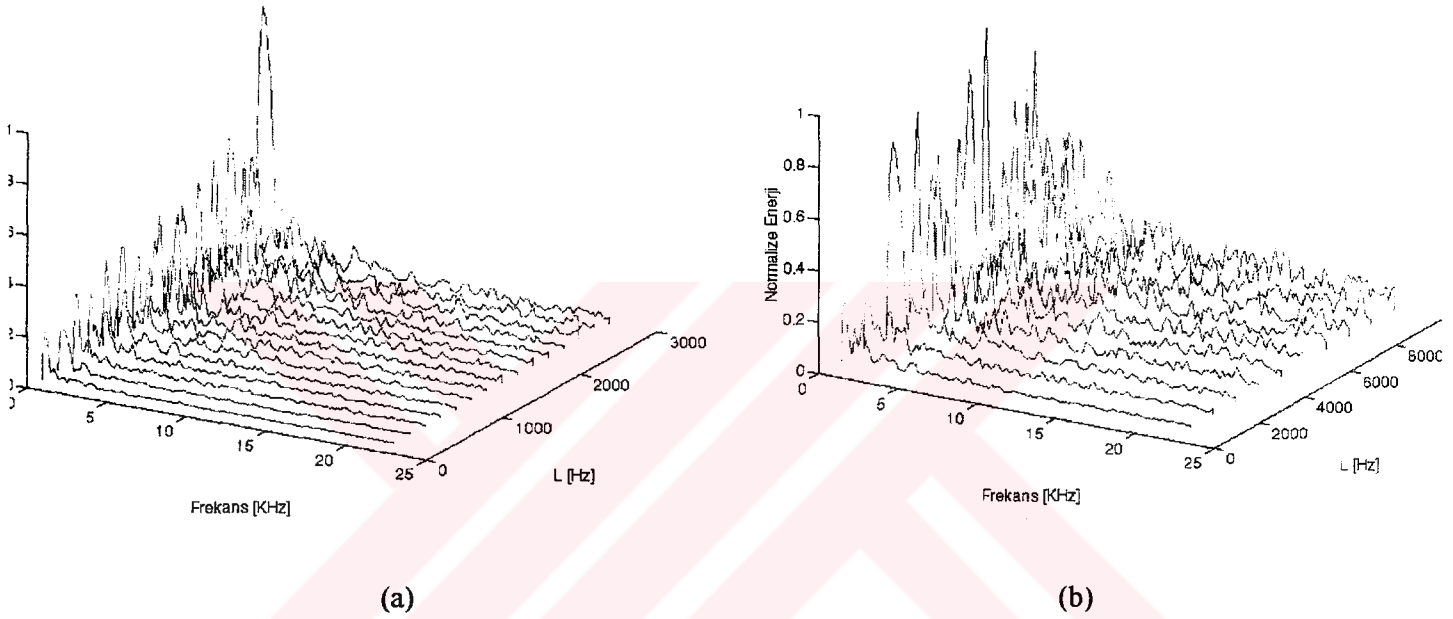
(a)



(b)

Şekil 5.11: Penalama süzgecinin etkisinin gösterimi. (a) $f_s = 44100$ Hz örnekleme frekansında $f_1=110$ Hz ana doğuşkan frekanslı bir notayı oluşturmak için kullanılan tipik bir penalama işaretinin frekans spektrumu. (b) Beş farklı L değeri için (a)'daki penalama işaretiyle beslenen penalama süzgecinin çıkışının frekans spektrumu.

Şekil (5.12)'de ise örnekleme penalama süzgeci algoritmanın içine katılarak $f_s=44100$ Hz, $f_1=220$ Hz değerleri ile üretilmiş seslerin L parametresine göre değişen frekans spektrumları görülmektedir. Şekil (10a)'da L parametresi, $L_1 = 200$ Hz'den başlatılarak 200 Hz'lik adımlarla $L_{15} = 3000$ Hz'e kadar değiştirilmiştir. Şekil (10b)'de ise $L_1=1$ KHz, $\Delta L = 1$ KHz, $L_{10}=10$ KHz değerleri kullanılmıştır



Şekil 5.12: $f_s = 44100$ Hz örnekleme frekansında üretilen $f_1=220$ Hz ana doğuşkan frekanslı bir notanın frekans spektrumunun penalama kademesi L değerine göre değişimi. (a) Alçak frekans bölgesinde seçilen 15 L değeri için değişim. (b) Daha geniş bir frekans aralığında seçilen 10 L değeri için değişim.

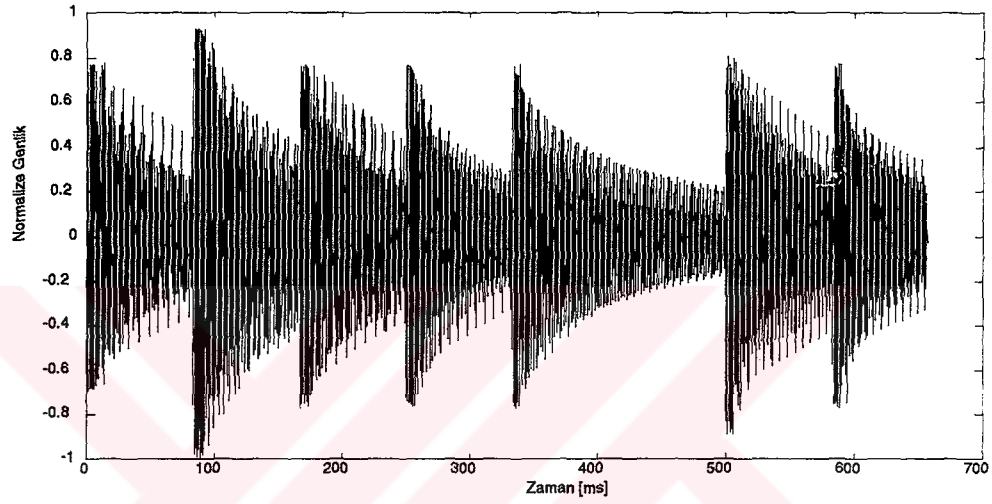
5.10 "Es"ler ve Notaların Sonları

Gerçek bir telli çalgıda sıklıkla karşılaşılan durum, icracının aynı tel üzerinde, ilki daha sönümlenmeden ikinci bir nota çalmasıdır. Karplus-Strong algoritmasında, çok yüksek frekanslı notalar dışında bu durum bir sorun oluşturmamaktadır (Şekil 5.13). Bunun nedeni yeni notanın başlangıcındaki süreksizliğin bir vuru olarak değil, yeni bir penalama olarak algılanmasıdır (Gerçek telli çalgıda, penanın bir önceki notanın üretildiği telin titreşimini kestiği, fakat yeni nota için daha titreşimin

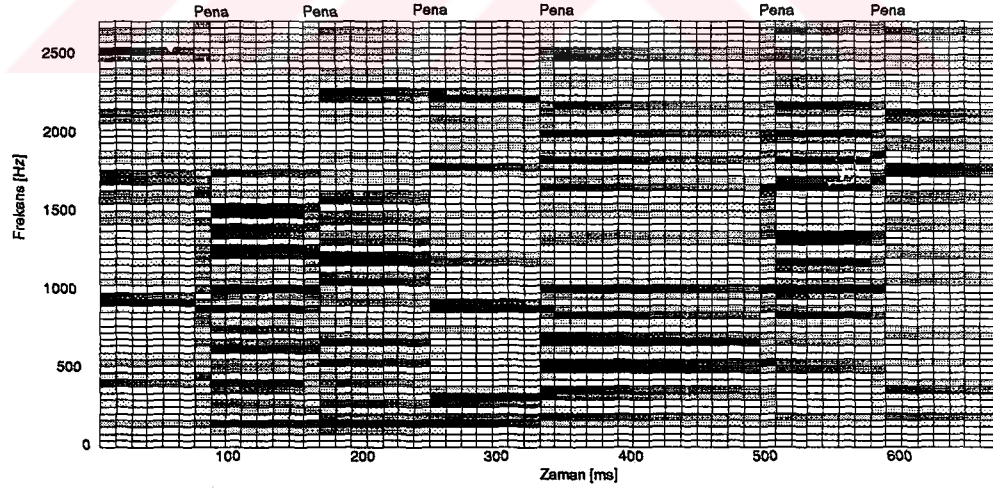
başlamadığı çok kısa bir an gözlemlenebilir, fakat bu kısa sessizlik anının algoritmayla üretilen seslerin gerçekçiliği üzerinde pek bir etkisi bulunmamaktadır).



(a)



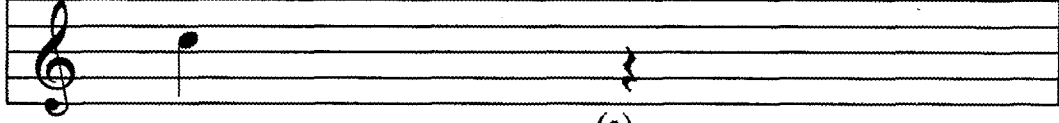
(b)



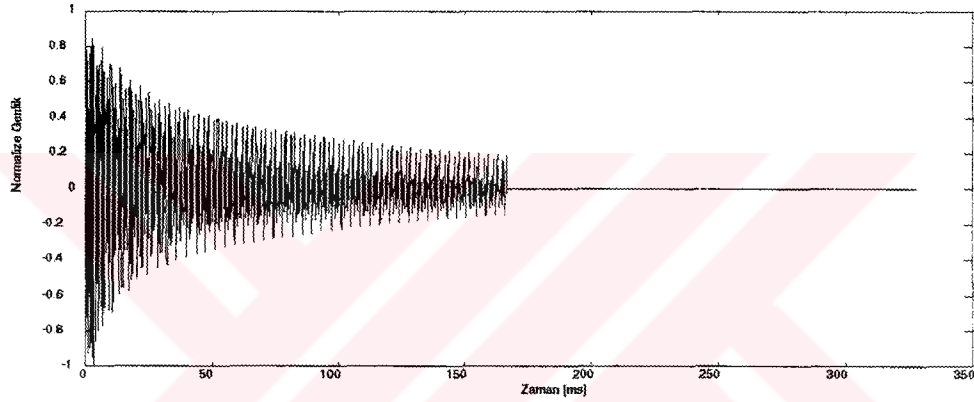
(c)

Şekil 5.13: (a) Çalınan melodi. (b) Sentez sırasında bir nota tamamen sönümlenmeden diğerinin çalınması. (c) Aynı işaretin frekans gösteriminde penalama anları.

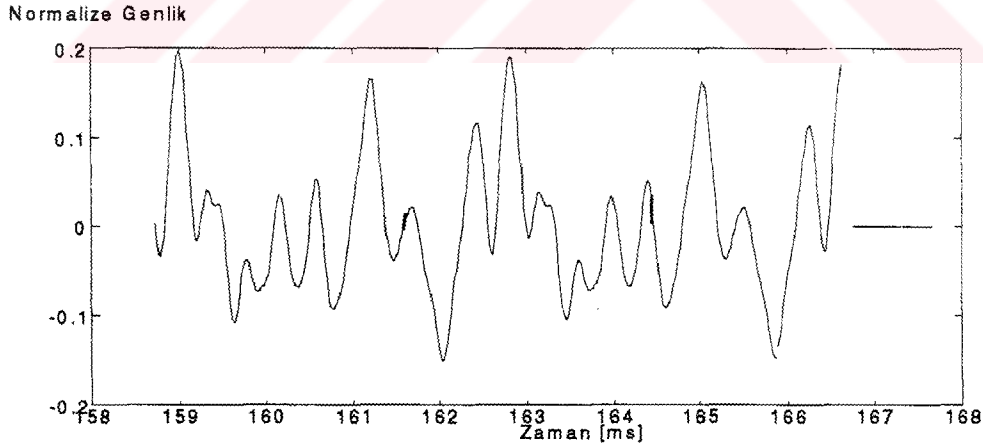
Buna karşın, bir notanın sonunda "es" (müziksel sessizlik) olması, bir problem doğuracaktır. Eğer algoritmanın çıkışı birdenbire kesilirse, başka bir deyişle gecikme hattı belli bir andan itibaren sıfırlarla doldurulursa, bu durum dalga şeklinde bir süreksizlik oluşturur ve bir vurunun duyulmasına yol açar. Sözkonusu süreksizliğe ilişkin bir örnek Şekil (5.14)'te görülmektedir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 5.14: a) Bir notadan sonra gelen sessizliğin müziksel gösterimi. b) Sentez sonucunda oluşan süreksizlik. c) b'deki işaretin daha büyük zaman ölçeğinde gösterimi. Süreksizlik 166 ve 167 ms arasında görülmektedir.

Benzer şekilde, çok uzun sönüm zamanına sahip olan notalarda çıkışın birdenbire susturulması da bir vurunun algılanmasına yol açacaktır. Sözkonusu durum, geri besleme çevriminin dc işaret kazancının bire eşit olmasından kaynaklanmaktadır ve bu özellikten dolayı algoritma uzun bir süre çalıştırıldığında çıkış dalga şekli olarak girişteki kısa gürültü işaretinin aritmetik ortalaması değerindeki bir dc işaret elde edilecektir. Bilgisayar programlarında kullanılan pseudo-rastgele sayı dizilerinin aritmetik ortalaması, ancak sonsuz örnek alındığında gerçekten sıfır değerini verdiği için, bu dc işaret bazı durumlarda önemli etkilere yol açabilir. A genlikli düzgün dağılımlı bir pseudo-rastgele sayı dizisinin istatistiksel değışintisi (varyansı) $A^2/3$ olarak verildiğinden (Moore, 1990) N örnek üzerinden alınan örneksel ortalamının değışinti değeri $A^2/(3N)$ olacak, bu da standard sapma için $A/\sqrt{3N}$ değerini verecektir. N azaltıldığında, 0 Hz'de yüksek miktarda enerjinin yığılması olasılığı artacaktır.

Süreksizlik problemi için önerilebilecek bir çözüm, Bölüm 5.6'da sönüm zamanının azaltılması için kullanılan ρ kayıp faktöründen yararlanmaktır. Bu faktör için bir notanın son birkaç milisaniyesinde çok küçük bir değeri kullanılabilir. Sönüm zamanı, seçilen kayıp faktörüne bağlıdır. Bire yakın seçilen kayıp faktörleri, parmak dokusu gibi yumuşak bir malzemeyle sönümlendirilen tellere benzetilebilecek sonuçlar verirken, daha küçük kayıp faktörleri pena gibi daha sert bir malzemenin sönümlendirme için kullanıldığı izlenimine yol açacaktır. Böyle bir yöntem için ρ 'nun t_{40} zamanına bağlı olarak belirlenebileceğİ bir bağıntıya gereksinimimiz olacaktır. (5.42) eşitliğini (5.19) eşitliğinde yerine koyup bu eşitlikten ρ 'yu çekersek aşağıdaki bağıntıyı elde ederiz:

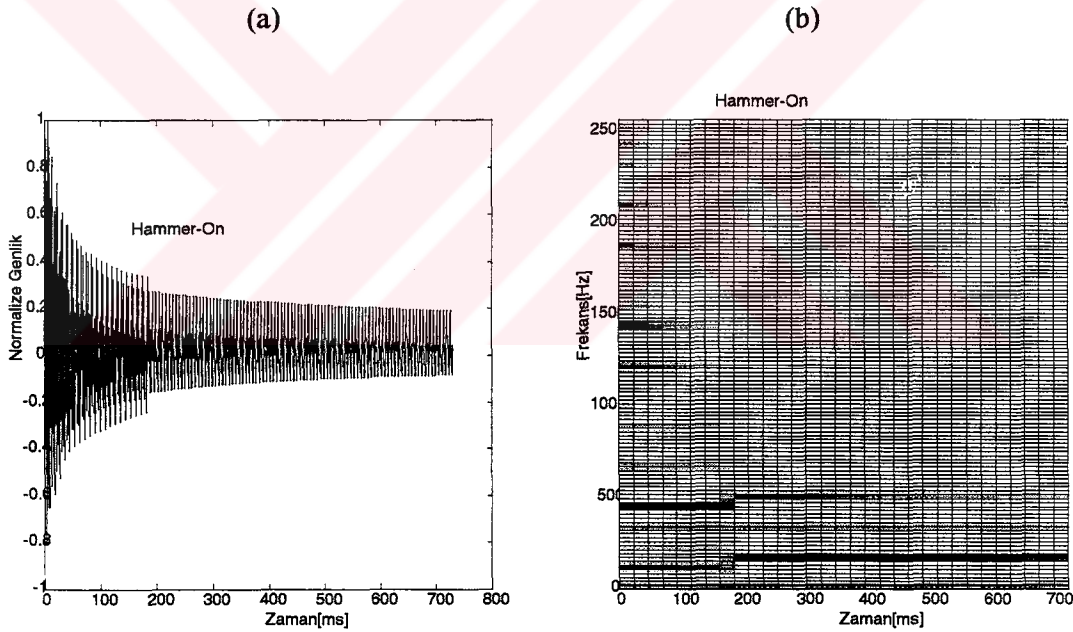
$$\rho(t_{40}) = \frac{e^{-\frac{\ln(100)}{t_{40}}}}{|\cos(\pi f T_s)|} \quad (5.54)$$

3 KHz'den daha yüksek frekans değeriğine sahip notalarda, vurular notaların başlangıcında da görülebilir. Ayrıca penalama süzgecinin çok düşük değeri alması durumunda, süzgeçleme işlemi başlangıçtaki kısa gürültü işaretinin maskeleye

etkilerinin azalmasına yol açacağından (Bregman, 1990) vurular ortaya çıkabilir. Bu sorunları ortadan kaldırmak için, algoritmanın birdenbire başlatılması yerine çıkışın doğrusal veya üstel bir zarf eğrisiyle çarpılması düşünülebilir.

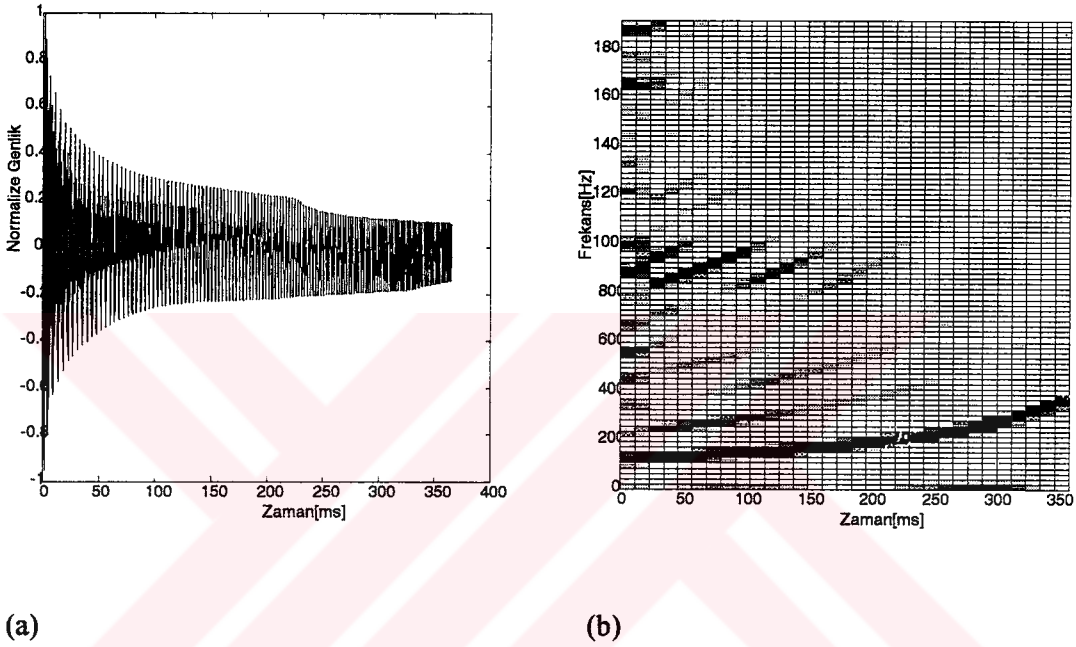
5.11 Çeşitli Çalma Tekniklerinin Simulasyonu

Telli müzik aletleri çalınırken sıklıkla kullanılan bir sol el tekniği, bir perdeye basılırken başka bir perdeye pena vuruşu yapmadan geçmeyi gerektirir. Bu teknik, müzik notasyonunda "slur" olarak gösterilir, gitaristler ise bu tekniği "hammer-on, pull off" tekniği olarak adlandırır. Bu tekniğin simulasyonu, giriş işareti uygulamadan gecikme hattının uzunluğu N 'in değiştirilmesiyle gerçekleştirilebilir. Şekil (5.15)'te bu şekilde gerçekleştirilmiş bir "hammer-on" görülmektedir. N 'in ardışıl olarak hızlı bir şekilde artırılıp azaltılması ise sol el trili etkisini uyandıracaktır.



Şekil 5.15: (a) Yaklaşık olarak $t = 200$ milisaniyede gerçekleştirilen bir Hammer-On simülasyonu. (b) Hammer-On'dan sonra doğuşkanlardaki değişim.

Eğer gecikme hattı zaman içinde kademeli olarak değiştirilirse, bir notadan farklı frekanstaki bir diğerine aradaki bazı frekans değerleri taranarak geçilir. Bu, müzikteki "glissando" teriminin dar anlamda bir karşılığıdır. Gecikme hattının kademeli olarak değiştirilmesiyle elde edilen glissando efekti, Şekil (5.16)'da görülmektedir.



Şekil 5.16: (a) Gecikme hattının kademeli olarak değiştirilmesiyle elde edilen dalga şekli. (b) Dalga şekline ilişkin frekans bileşenlerinin zamanla değişimi. Özellikle (b)'den istenen glissando etkisinin, başka bir deyişle bir notadan diğerine geçerken aradaki notaların da taranmasının gerçekleştirilmiş olduğu görülmektedir.

Böyle bir yöntem, yüksek örnekleme hızlarında pes notalar arasında oldukça yumuşak geçişler elde edilmesine olanak sağlarken tiz nota geçişlerinde tamsayı gecikme hattı uzunluklarından kaynaklanan frekans kuantalanması fark edilebilir düzeyde olmaktadır. Notaların ayırık adımlarla değiştiği perdeli çalgılarda da böyle bir durum görülmesi, bu etkiyi biraz yumuşatsa da sentetik kuantalamanın yarım ton aralıklarıyla gerçekleşmediği unutulmamalıdır. Yumuşak bir glissando, gecikme

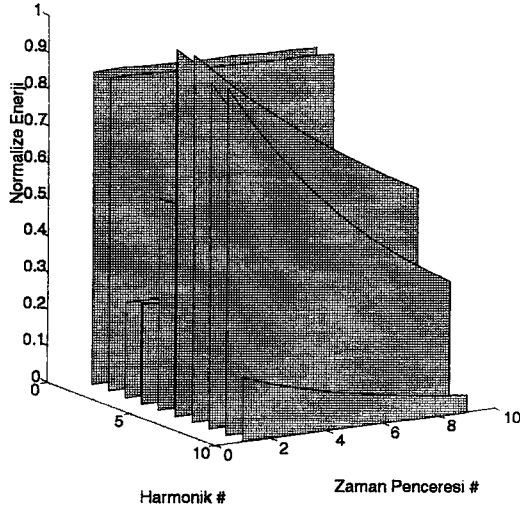
hattının uzunluğunun değiştirildiği zamanlar arasında akortlama katsayısı C 'nin doğrusal olarak değiştirilmesiyle elde edilebilir. Aynı yöntem, vibrato etkisi yaratmak için de kullanılabilir.

5.12 Tellerin Etkileşiminin Simulasyonu

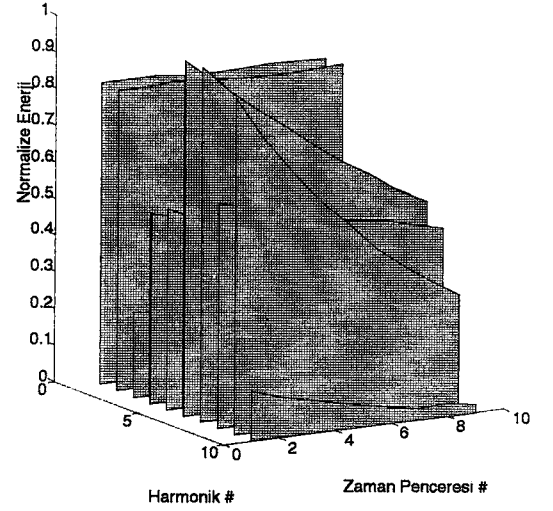
Gerçek bir telli çalgıda, penalananın dışındaki tellerin etkileşim yoluyla titreşimi ve çalgının gövdesindeki rezonanslar, çalgının ses aralığındaki her bir notaya bireysel özellikler iliştiyerek bir bütün olarak çalgının genel karakterini belirlemektedir. Buna karşın Karplus - Strong algoritmasının temel formu, diğer birçok müzik aleti benzetim algoritması gibi, bütün ses aralığında homojen bir karakter sergilemektedir. Bu durumu önlemenin bir yolu, sentetik telin çıkışını bir gövde rezonatör sistemine uygulamaktır. Bu teknik genel olarak iyi sonuçlar verse de rezonatör sistemlerinin gerçekleşmesi için genel olarak oldukça fazla hesap yüküne sahip sistemlere gerek duyulmaktadır. Gerçek bir telli çalgının gövde impuls yanıtının ancak yaklaşık olarak 1000. dereceden bir FIR süzgeçle ya da 500. dereceden *tüm-kutuplu* bir süzgeçle modellenebileceği belirlenmiştir (Valimaki et. al., 1996). Bu kadar ağır hesap yükü getiren gövde modellemesi yerine kullanılacak bir diğer yöntem ise birbiriyle etkileşen tellerin benzetiminden yararlanmaktır.

Gerçek bir telli çalgıda başka bir telle etkileşime giren telin titreşmeye başlamasına benzer şekilde, sanal ortamda bir uyarılmamış tel simulatörünü, başka bir frekansa akortlanmış ve penalanmış diğer bir tel simulatörünün çıkışından alınan ve ölçeklenen bir uyarımla besleyerek bu izlenimi yaratmak olasıdır.

İki durumu birbirinden ayırmak için çalışmanın geri kalan kısmında kısa gürültü işaretiyle uyarılan algoritma *penalanan tel*, etkileşimle uyarılan algoritma ise *pasif tel* olarak adlandırılacaktır. Pasif telde penalanan telin kısmi frekanslarıyla çakışmayan bütün kısmi frekans bileşenleri hızla zayıflatılacaktır. Bu yüzden pasif tel, merkez frekansları bu telin kısmi frekans bileşenleri olan çok dar band geçiren süzgeçlerden oluşmuş bir süzgeç bankası olarak görülebilir. Penalanan telin zayıflatılmayacak kısmi frekans bileşenleri, f_j penalanın telin j ., f_k ise pasif telin k . kısmi frekans bileşenini göstermek üzere;



(a)



(b)

Şekil 5.17: (a) $f_1 = 220$ Hz frekansına sahip telle elde edilen sesin doğuşkanlarının enerjilerinin zamanla değişimi. (b) 293.6648 Hz frekansındaki pasif telin benzetime dahil edilmesiyle elde edilen sesin doğuşkanlarının enerjilerinin zamanla değişimi. (5.55) eşitliğini sağlayan 4. ve 8. doğuşkanın enerjilerindeki değişiklik (b)'de göze çarpmaktadır. Şekilde x-ekseni doğuşkan indeksini, y-ekseni kısa zamanlı ayırık Fourier dönüşümündeki (STFT) zaman penceresi indeksini göstermektedir. Zaman penceresi indeksi, herbir indeks numarası N/FS ile çarpılarak zamana dönüştürülebilmektedir. z-ekseni ise sesin normalize edilmiş enerjisini göstermektedir.

$$f_j = f_k \quad (5.55)$$

eşitliğini sağlayanlar olacaktır. Şekil (5.17)'de 220 Hz frekansına sahip penalanen telle etkileşime giren 293.6648 Hz frekansındaki pasif telin benzetime dahil edilmesinin sentezlenen sesi nasıl değiştirdiği görülmektedir.

Penalanan telin arka arkaya birkaç kez kısa gürültü işaretiyle uyarılması, etkileşim için bir problem oluşturabilir, çünkü pasif tele üst üste enerji aktarılması

taşmaya yol açabilir. Bu durumu önlemek için sönüm zamanının kısaltılmasında kullanılan ρ kayıp faktöründen enerji kaybını sağlamak üzere de yararlanılabilir.

Birkaç pasif telin etkisi ise, herbiri değişik frekansa akortlanmış paralel pasif tel bankası kullanılarak simule edilebilir. Böyle bir yaklaşımla elde edilen genel transfer fonksiyonu, akortlama ve sönüm zamanının değiştirilmesi için geliştirilen yöntemleri benzetime dahil etmezsek aşağıdaki görünümü alacaktır:

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{1+z^{-1}}{2} z^{-N}} \left((1-\gamma) + \gamma \sum_{i=1}^M \frac{1}{1 - \rho_i \frac{1+z^{-1}}{2} z^{-N_i}} \right) \quad (5.56)$$

Bu bağıntıda γ , penalanın telin çıkışının yüzde kaçının pasif tele akatarılacağını gösteren parametreyi, M pasif tel sayısını, ρ_i i . telin kayıp faktörünü, N_i ise i . pasif telin gecikme hattı uzunluğunu göstermektedir.

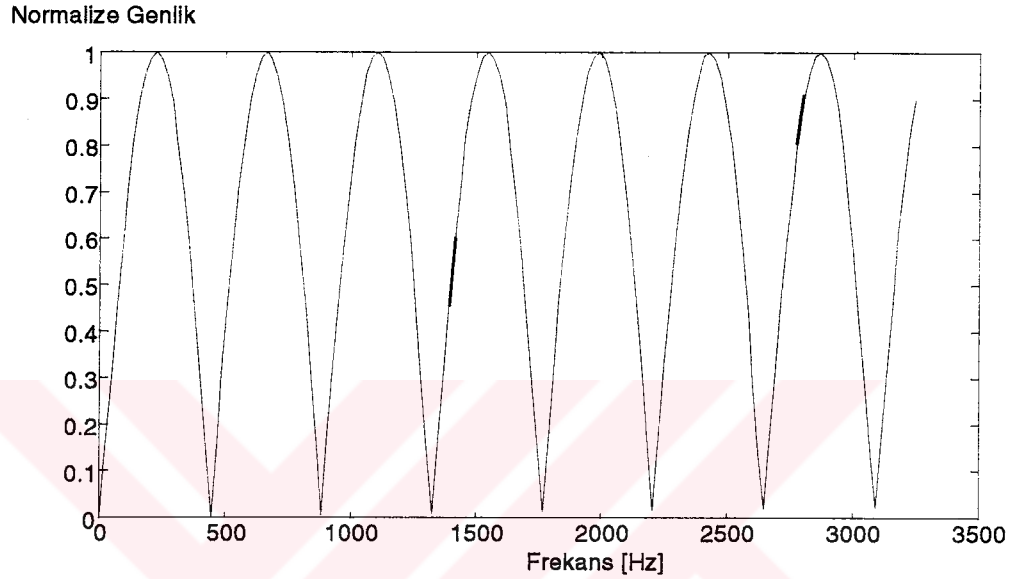
Algoritmanın birbiriyle etkileşen tellerin benzetimini de kapsayan versiyonu, stereo veya quadrofoni etkiler yaratmak için de kullanılabilir. Ayrıca penalanın telin yerine başka bir sanal müzik aleti kullanarak pasif tel bankasından bir rezonatör olarak yararlanmak olasıdır. Bu yöntemle, sözelimi kapağı açık bir piano içine bir klarinetle ses üflenmesinin benzetimi gerçekleştirilebilir.

5.13 Penanın Hareketinin Etkileri ve Simulasyonu

Penalama noktasının etkin bir biçimde simulasyonu, kısa gürültü işaretinin frekans spektrumuna düzgün bir şekilde sıfır dağıtarak gerçekleştirilebilir. Bir telin köprüden değişik uzaklıklarda penalanması durumuna karşı düşen bu yöntem, μ parametresi köprüyle penalama noktası arasındaki uzaklığın telin uzunluğuna oranını göstermek üzere, fark dekleme

$$y_n = x_n - x_{n-\mu N} \quad (5.57)$$

olan bir H_e tarak süzgeci kullanılarak gerçekleştirilebilir. $\mu = 1/2$ olduğunda çift indeksli doğuşkanların hepsi süzülür, bu ise gerçek bir tel tam ortasından penalandığında ortaya çıkan bir durumdur. $f_1 = 220$ Hz için $\mu = 1/2$ seçilerek elde edilen tarak süzgecinin transfer fonksiyonu, Şekil (5.18)'de görülmektedir.



Şekil 5.18: $f_1 = 220$ Hz, $\mu = 1/2$ için fark denklemi (5.57) eşitliği ile verilen tarak süzgecinin transfer fonksiyonu. Şekilden frekansları $f_{(2k)} = 2kf_1$ Hz olan tüm çift doğuşkanların süzüldüğü görülmektedir.

Benzer şekilde $\mu = 1/10$ olduğunda onun katları olan doğuşkanlar sıfırlanacaktır. Telli çalgılarda, icracılar sol elle perdelere basarken ses rengini olabildiğince korumak için penalama noktasını telin o andaki boyunun belirli bir oranı olarak seçerler. Bu seçimin de algoritma içine katılması, üretilen ses açısından benzetimin başarımını arttırmaktadır.

5.14 Atakların Sayısının ve Karakterlerinin Değiştirilmesi

Bir sesin algılanmasında ve tanınmasında atak bölümünün katkısı çok büyük olduğundan (Grey, 1977; Pierce, 1983; Bregman, 1990) üretilen bir sesin atak

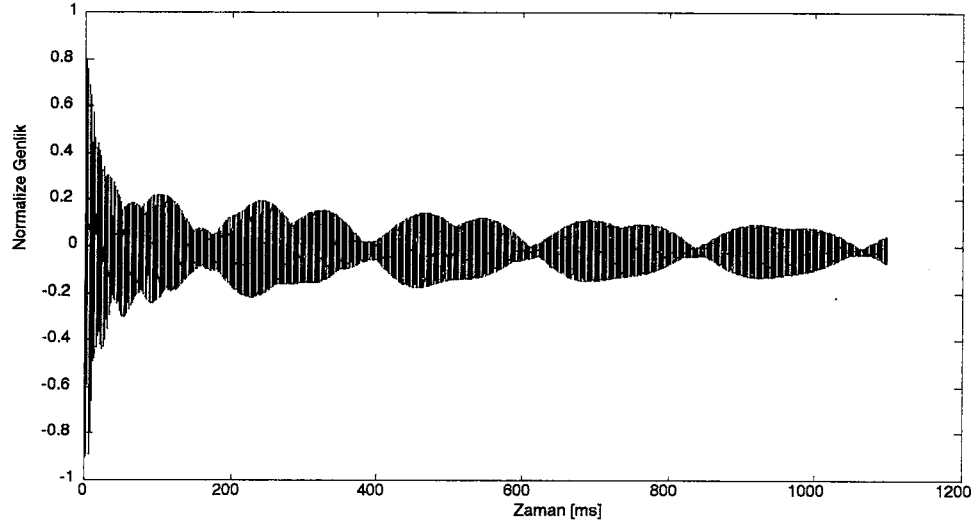
karakteristiğinin değiştirilebilmesi oldukça avantajlıdır. Fark edilebilecek derecede gürültülü bir atak oluşturmak, telin üzerine parmakla vurulmasını veya "*Bartok pizzicatosunu*" gerçekleştirebilmek için kısa gürültü işareti x_n 'in uzunluğu, $t_x = NT_s$ saniyeden daha büyük bir değerde seçilebilir. Benzer şekilde $0 < t_x < NT_s$ seçimiyle atak gürültüsü azaltılabilir (çok küçük t_x değerleri için pena etkisinin tamamen kaybolacağı ve sesin şiddetinin azalacağı unutulmamalıdır).

Atak bölümünü yumuşatmak için birkaç ayrı yöntem geliştirilebilir. Uyarım bir gürültü spektrumu yerine yüksek frekans bileşenleri ağırlıkta olan harmonik bir spektrumla veya bu ikisinin karışımıyla gerçekleştirilebilir (zaman işaretlerinin genliklerinin toplamı belli bir sınırı aşmamalıdır). Ayrıca, gürültü işareti alçak geçiren bir süzgeçle süzülebilir veya algoritmanın çıkışı geç alınmaya başlanarak yüksek frekans enerjisinin bir parça düşürülmesi sağlanabilir.

Bir mandolin tremolosunun karakteristik özelliği olan alt-üst penalama dizisi, üst vuruşları yumuşatacak tek kutuplu alçak geçiren bir süzgeç kullanarak ve alt vuruşlarda standard süzülmemiş kısa gürültü işaretinden yararlanarak gerçekleştirilebilir.

Aynı notaya akortlanmış birden çok telin kullanıldığı müzik aletlerinin (mandolin, buzuki ve çoğu Türk müziği çalgısı) kaba bir benzetimi, çok kısa bir zaman farkıyla (0,05 saniye kadar) teli ardışıl gürültü işaretleriyle uyararak sağlanabilir. Bu yöntemle çoklu ataklar sağlansa da sesin kararlı hal bölümü tek bir nota haline dönecektir. Gerçek bir çiftli telli müzik aletinde, tel çiftleri hiçbir zaman tam olarak aynı frekansa akortlanmadığından, bu durumun sonucu olarak oluşan vurular sesin tanınması için önemli bir ipucudur. Daha iyi bir benzetim, frekansları arasında birkaç *cent*'lik* bir fark bulunan ve çok kısa bir zaman farkıyla uyarılmış sanal bir tel çifti kullanılarak elde edilebilir.

* Bir oktavın 1200'de biri (Pierce, 1983).



Şekil 5. 19: Aralarında 5.4545 cent'lik fark olan iki sanal telin oluşturduğu vurular.

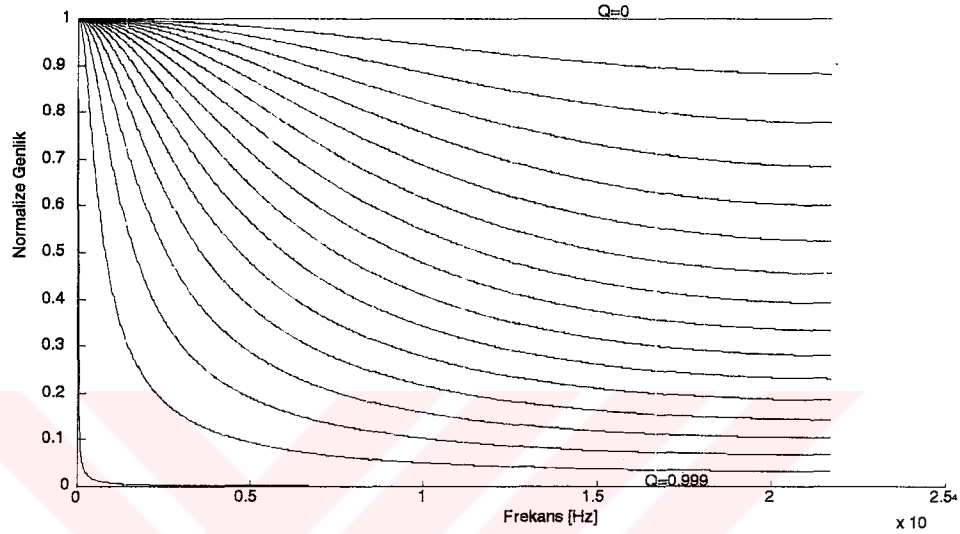
5.15 Geri Besleme Çevriminde Kullanılabilecek Diğer Süzgeçler

Geri besleme çevriminde H_a süzgeci için yukarıda sözü edilen tek sıfırlı süzgeçten farklı süzgeçler kullanılması farklı sönüm karakteristiklerine, dolayısıyla farklı ses renklerinin elde edilmesine olanak tanıyacaktır. Bu durumda G_a 'nın hiçbir frekans değeri için 1 değerine yaklaşmamasına özen gösterilmelidir. $G_a(f_k) = 1$ olmasına neden olan f_k frekanslarındaki enerji hiç sönümlenmeyecek, $G_a(f_k) > 1$ şartına yol açan frekansların genlikleri ise taşma gerçekleşene kadar büyüyecektir.

Geri besleme çevriminde kullanılabilecek bir süzgeç olarak, sözgelimi kutbu 0 ve 1 değerleri arasında seçilecek tek kutuplu bir süzgeci düşünebiliriz. Böyle bir süzgeç, tek sıfırlı süzgece benzer bir atak karakteristiğinin elde edilmesine olanak sağlarken yüksek frekansların ilkinde göre çok daha çabuk sönümlenmesine neden olacaktır. Kutbu $z = Q$ değerine yerleştirerek ve genlik yanıtını normalize ederek aşağıdaki transfer fonksiyonuna ulaşabiliriz:

$$H_a(z) = \frac{1 - |Q|}{1 - Qz^{-1}} \quad (5.58)$$

Süzgecin kararlılığı için $|Q| < 1$ şartı sağlanmalıdır.



Şekil 5.20: Transfer fonksiyonu (5.58) eşitliğiyle verilen çevrim süzgecinin $Q \in [0, 0.999]$ aralığında düzgün olarak seçilmiş 17 Q değeri için frekansa bağlı kazanç grafiği.

Bu süzgecin kullanılmasıyla sanal telin transfer fonksiyonu aşağıdaki görünümü alır:

$$H(z) = \frac{1}{1 - z^{-N} \frac{1 - |Q|}{1 - Qz^{-1}}} = \frac{1 - Qz^{-1}}{1 - Qz^{-1} - (1 - |Q|)z^{-N}} \quad (5.59)$$

Bu eşitlikten ise aşağıdaki fark denklemini elde edebiliriz:

$$y_n = x_n - Qx_{n-1} + Qy_{n-1} + (1 - |Q|)y_{n-N} \quad (5.60)$$

Algoritmanın; Q değerinin $0 \leq Q < 1$ şartını sağlayacak şekilde seçildiği bu versiyonu frekans aralığının alt yarısında kullanılabilmektedir. Üst yarıda ise tek kutuplu alçak geçiren süzgeç yüksek frekans enerjisini tek sıfırlıya göre çok daha fazla süzdüğünden notalar kullanılamayacak kadar kısa bir zaman sonra sönümlenirler. Bu durumu kompanze etmek için penalama şiddetinin değiştirilmesi için kullanılabilecek bir yöntemden yararlanılabilir.



Sonuçlar

Bu çalışmada telli müzik aletlerinin ses üretim mekanizmalarının ayırık zaman modelleriyle ses sentezlenmesi için genel bir yöntem tanıtılmıştır. Bu yöntemin dalga tablosu sentezi, frekans modülasyonu vb. gibi alışlagelmiş diğer ses sentezi yöntemlerinden önemli bir farkı, fiziksel modellere dayalı ses sentezi yönteminin elde edilen sesin özelliklerinden çok, ses üretimi mekanizmaları üzerine yoğunlaşması, üretilen sesin gerçek sesle benzerliğinin bir sonuç olarak elde edilmesidir. Ayrıca, fiziksel modellere dayalı sentez yöntemlerinin içine sesin kaynağına ilişkin birçok özellik rahatlıkla eklenebilmektedir. Diğer sentez yöntemleri için bu tür bir olanak mevcut değildir.

Çalışmada, tanıtılan genel modelin özel bir durumu olarak Karplus-Strong algoritması (Karplus ve Strong, 1983) incelenmiştir ve telli müzik aletlerinin seslerinin daha gerçekçi olarak sentezlenebilmesi için, söz konusu enstrümanların fiziksel özelliklerinin benzetimlerine ilişkin, basit ama etkin ve verimli birçok yöntem ortaya konmuştur. Söz konusu yöntemlerin çeşitli özelliklerinin ve sonuçlarının grafiksel gösterilimi, Matlab ve Mathematica platformlarında geliştirilen bilgisayar programlarıyla sağlanmıştır.

Bu çalışmada ele alınan yöntemlerle üretilen sesler, diğer ses sentezi yöntemlerine göre verimlilik ve kalite anlamında belirgin üstünlükler taşımaktadır. Bununla birlikte, sonuçta elde edilen model, gerçek bir müzik aletinin oldukça basitleştirilmiş bir halidir. Bilgisayar sistemlerinin hızlanmasıyla daha ayrıntılı modeller oluşturmak mümkün görünmektedir.

Özellikle Bölüm 5'te açıklanan yöntemler kullanılarak üretilen seslere ilişkin grafiksel gösterimler, sözü edilen yöntemlerin ayrıntılı olarak incelenmesine ve değerlendirilmesine yardımcı olsa da, sonuçta elde edilen sesin dinlenmesi, çalışma açısından çok önemli bir ağırlığa sahiptir.

Sentezlenen seslerin dinletilebilmesi için üç yöntem akla gelmektedir:

1. Matlab ve Mathematica'nın ses özelliklerinden yararlanılması.
2. Özel işlemcilerin kullanılması.

3. Bir çoklu-ortam bilgisayarı kullanılması.

Matlab ve Mathematica'nın ses özelliklerinden yararlanılması, sentez algoritmalarının çok karmaşık olmayan yazılımlarla denenmesi için elverişli olmasına karşın, algoritmaların çalıştırılmasıyla sesin duyulması arasında oldukça fazla bir zaman geçmektedir. Ayrıca, kaliteli seslerin elde edilebilmesi için gereken yüksek örnekleme hızları, çok kısa veri blokları ile çalışılırken bile bellek sorunlarına yol açmaktadırlar. Bellek ve zaman problemleri, modelin kapsamı genişletildikçe fark edilir bir biçimde artmaktadır. Tüm bu nedenlerden dolayı seslerin üretilmesinde Matlab ve Mathematica'nın ses özellikleri kullanılmamıştır.

Bütün ses sentezi yöntemlerinin temel hedefi, bir icracıdan gelen kontrol bilgilerinin gerçek zamanda sese dönüştürülebilmesidir. Bu dönüştürmelerde, nümerik işlemlerin ve temel sayısal işaret işleme algoritmalarının etkin bir biçimde gerçekleştirilebilmesi için geliştirilmiş özel işlemcilerin ve bu işlemcilerden yararlanılarak üretilmiş kartların kullanılması, ses sentezi uygulamalarında sıklıkla başvurulmuş bir yöntemdir. Bununla birlikte bu tür işlemcilerin ülkemizde pek yaygın olmaması, fiyatlarının yüksekliği ve bir bilgisayarın çevre birimlerine ve bellek gücüne sahip olmaması gibi nedenler yüzünden, bu çalışmada özel işlemcilerden yararlanılmamıştır.

Günümüzde kullanımı oldukça yaygınlaşmış olan kişisel bilgisayarlar, çoklu ortam donanımlarıyla beraber, ses sentezlenmesi açısından kolay ulaşılabilecek bir seçenek olarak görünmektedir. Bu seçenekte dikkati çeken bir özellik, üretilen seslerin dinletilebilmesi için Windows işletim sisteminin sürücülerinden yararlanıldığından, farklı kişisel bilgisayarlara kolayca taşınabilecek yazılımların gerçekleştirilebilmesidir. Ayrıca, programlar oldukça hızlı ses üretebilmektedirler. Bu yüzden, bu çalışmada ses sentezi için kişisel bilgisayarlardan yararlanılmıştır. Windows ortamında bağımsız olarak çalıştırılabilen ve çalışmanın ağırlıklı bir parçasını oluşturan bilgisayar programları, çalışmada ele alınan yöntemlerin sonuçlarının dinlenebilmesine ve elde edilen seslerin nitelik açısından değerlendirilmesine olanak tanımaktadır.

Kaynaklar

Adachi, S; M. Sato, 1995.: "Time Domain Simulation of Sound Production in the Brass Instrument". J. Acoust. Soc. Am. 97 (6), pp. 3850-3861.

Adrien, J. M., 1991: "Physical Model Synthesis: The Missing Link". In G. De Poli, A. Piccialli, C. Roads, eds. *Representations of Musical Signals*. Cambridge, Massachussets: MIT Press, pp. 269-297.

Agullo J.; S. Cordona, D. H. Keefe, 1995.: "Time-domain Deconvolution to Measure Reflection Functions for Discontinuities in Waveguides". J. Acoust. Soc. Am. 97 (3), pp. 1950-1957.

Benade, A. H., 1990: "*Fundamentals of Musical Acoustics*". Dover Publications, Inc., New York.

Bregman, A., 1990: "*Auditory Scene Analysis*", MIT Press, Massachussets.

Cadoz, C.; A. Luciani, J. L. Florens; 1984: "Responsive Input Devices and Sound Synthesis by Simulation of Instrumental Mechanisms: The CORDIS System", Computer Music Journal, Vol. 8, No. 4, pp. 60-73.

Chaigne A.; V. Doutaut, 1997: "Numerical Simulations of Xylophones. I. Time-domain Modeling of the Vibrating Bars". J. Acoust. Soc. Am. 101 (1), pp. 539-557.

Chowning, J. M., 1973: "The Synthesis of Complex Audio Spectra by Means of Frequency Modulation". J. Audio Eng. Soc., Vol. 21, No. 7, pp. 526-534.

Cremer, L., 1981: "*Physik der Geige*". S. Hirzel Verlag, Stuttgart.

Deller, J. R.; J. G. Proakis, J. H. L. Hansen, 1993: "*Discrete-Time Processing of Speech Signals*". Macmillan Pub.

Fletcher, N. H.; T. D. Rossing, 1991 "*The Physics of Musical Instruments*". Springer Verlag, New York.

Grey, J., 1977: "Multidimensional Perceptual Scaling of Musical Timbres", J. Acoust. Soc. Am. 61 (5), pp 1270-1277.

Hall, D. E., 1987: "*Basic Acoustics*". Wiley&Sons, Inc, New York.

Hiller, L.; P. Ruiz, 1971: "Synthesizing Musical Sounds by Solving the Wave Equation for Vibrating Objects: Part I, Part II". J. Audio Eng. Soc., Vol. 19, No. 6, pp. 462-470 (Kısım I), Vol. 19, No. 7, pp. 542-551 (Kısım II).

Jaffe, D.; J. O. Smith; 1983: "Extensions of the Karplus-Strong Plucked String Algorithm", Computer Music Journal, Vol. 7, No. 2, pp. 56-69.

Karjalainen, M.; J. Backman, J. Pölkki; 1993: "Analysis, Modeling and Real-Time Sound Synthesis of the Kantale, a Traditional Finnish String Instrument". Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Processing (ICASSP-93), vol. 1, pp 229-232.

Karjalainen, M.; U. K. Laine; 1991: "A Model for Real-Time Sound Synthesis of Guitar on a Floating Point Signal Processor". Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Processing (ICASSP-91), vol. 5, pp 3653-3656.

Karplus, K.; A. Strong; 1983: "Digital Synthesis of Plucked String and Drum Timbres", Computer Music Journal, Vol. 7, No. 2, pp. 43-55.

Laakso, T. I.; V. Välimäki, M. Karjalainen, U. K. Laine; 1996: "Splitting the Unit Delay: Tools for Fractional Delay Filter Design". IEEE Signal Processing Magazine, Ocak 1996, pp30-60.

McIntyre M. E.; J. Woodhouse; 1979: "On the Fundamentals of Bowed-String Dynamics". Acustica, Vol. 43 No.2, pp. 93-108.

- McIntyre M. E.; R. T. Schumacher, J. Woodhouse; 1983: "On the Oscillations of Musical Instruments". *J. Acoust. Soc. Am.* 74 (5), pp 1325 - 1345.
- Moore, F. R., 1990: "*Elements of Computer Music*". Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ
- Morse, P. M., 1948: "*Vibration and Sound*", McGraw-Hill Inc.
- Parks, T. W.; C. S. Burrus; 1987: "*Digital Filter Design*", Wiley&Sons Pub. Co., New York.
- Pierce, A.D, 1981: "*Acoustics: An Introduction to its Physical Principles and Applications*". MacGraw-Hill, New York, 1981
- Pierce, J. R., 1983: "*The Science of Musical Sound*". Scientific American Books, New York.
- Polerson, X; A. Hirschberg, R. R. van Hassel, A. P. J. Wijnands, Y. Auregan; 1994.: "Theoretical and Experimental Study of Quasisteady-Flow Separation within the Glottis During Phonation. Application to a Modified Two-Mass Model". *J. Acoust. Soc. Am.* 96 (6), pp. 3416-3431.
- Rabiner, L. R.; B. Gold; 1975: "*Theory and Application of Digital Signal Processing*". Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall Pub.
- Schumacher, R. T.; 1981: "Ab initio Calculations of the Oscillations of a Clarinet". *Acustica*, Vol 48, No. 4, pp 71-85.
- Smith, J. O., 1985: "Fundamentals of Digital Filter Theory". In C. Roads, ed. *The Music Machine*, MIT Press, Massachusetts, 1989, pp. 509-520.
- Smith, J. O., 1987: "Music Applications of Digital Waveguides", CCRMA Technical Report, STAN-M-67, Stanford University.

Smith, J. O., 1992: "Physical Modeling Using Digital Waveguides", *Computer Music Journal*, Vol. 16, No. 4, pp. 74-87.

Smith, J. O., 1996: "Discrete-Time Modeling of Acoustic Systems with Applications to Sound Synthesis of Musical Instruments", *Proceedings of the Nordic Acoustical Meeting*, Helsinki, 12-14 June 1996.

Sullivan, C. R., 1990: "Extending the Karplus-Strong Algorithm to Synthesize Electric Guitar Timbres with Distortion and Feedback", *Computer Music Journal*, Vol. 14, No. 1, pp. 26-37.

Suzuki, H., 1987: "Model Analysis of a Hammer-String Interaction". *J. Acoust. Soc. Am.* 82 (4), pp 1145-1151.

Stulov, A; 1995: "Hysteristic Model of the Grand Piano Hammer Felt". *J. Acoust. Soc. Am.* 97 (4), pp 2577-2585.

Välimäki, V.; M. Karjalainen, Z. Janosy, U. K. Laine; 1992: "A Real-Time DSP Implementation of a Flute Model". *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Processing (ICASSP-92)*, vol. 2, pp 249-252.

Välimäki, V. ; M. Karjalainen, T. Kuisma; 1994: "Articulatory Speech Synthesis based on Fractional Delay Waveguide Filters". *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Processing (ICASSP-94)*, vol. 1, pp 585-588.

Välimäki, V.; J. Huopaniemi, M. Karjalainen, Z. Janosy; 1996 : "Physical Modeling of Plucked String Instruments with Application to Real-Time Sound Synthesis", *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 44, No. 5, pp. 331-353.

Yoshikawa, S., 1995; "Acoustical Behavior of Brass Player's Lips". *J. Acoust. Soc. Am.* 97 (3), pp 1929-1939.

Özgeçmiş

Doğum Tarihi:	30 Ekim 1969
Doğum Yeri:	İstanbul
Eğitim:	1994 - 19xx Yıldız Teknik Üniversitesi, F.B.E. Haberleşme Yüksek Lisans Programı 1994 - 1987 Yıldız Teknik Üniversitesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü 1987 - 1981 İstanbul Erkek Lisesi
Yabancı Diller:	İngilizce, Almanca

