

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MİKRODALGA RADARLAR İÇİN SİMETRİK VE
KOSEKANT-KARE IŞIMA PATERNLİ PARABOLİK
REFLEKTÖR TASARIMI**

Elektronik ve Haberleşme Müh. Okan YURDUSEVEN

**FBE Elektronik ve Haberleşme Anabilim Dalı Elektronik Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Ahmet Serdar TÜRK (YTÜ)

İSTANBUL, 2010

İÇİNDEKİLER

Sayfa

SİMGE LİSTESİ.....	iv
KISALTMA LİSTESİ.....	v
ŞEKİL LİSTESİ.....	vi
ÖNSÖZ	viii
ÖZET	ix
ABSTRACT.....	x
1. GİRİŞ.....	1
2. ANALİTİK REGÜLARİZASYON YÖNTEMİ.....	2
2.1 Birinci Türden Denklem Operatörünün Regülarizasyonu.....	3
2.2 Birinci Türden ve İkinci Türden Cebirsel Sistemler	3
2.3 Green's Özdeşliği ve Sınırlı Bir Domen İçerisindeki Helmholtz Eşitliğinin İntegral Gösterimi	5
2.4 Keyfi Şekilli Mükemmel İletken Engellerden Dalga Difraksiyonuna İlişkin İki Boyutlu Dirichlet Problemi.....	9
2.4.1 İki Boyutlu Uzayda Kapalı Düzgün Kontur ve Parametrizasyonu	9
2.4.2 Dirichlet Difraksiyon Problemi.....	10
2.4.3 İntegral Gösterimleri ve Sobolev Teoremi	12
2.4.4 Saçılan Alanın İntegral Gösterimi.....	16
2.4.5 Dirichlet Problemi için Birinci Türden İntegral Denklemi	19
2.4.6 Dirichlet Problemi için İntegral Gösteriminin Niteliksel Özellikleri.....	20
2.4.7 Dirichlet Difraksiyon Problemi için İntegral Gösteriminin Parametrize Edilmiş Hali	22
2.4.8 $G_D[kR(\theta, \tau)]$ Fonksiyonunun Lokal Tekillik Açılımı	23
2.4.9 Dirichlet Problemi için İntegral Denkleminin İkinci Türden Sonsuz Cebirsel Sisteme İndirgenmesi	26
3. PARABOLİK REFLEKTÖR ANTENLER	30
3.1 Düzlem Reflektör	31
3.2 Köşe Reflektör	31
3.3 Parabolik Reflektör	32
3.3.1 Parabolik Reflektör Yüzey Geometrisi	34
3.3.2 Endüklenen Akım Yoğunluğu	35
3.3.3 Açıklık Dağılım Yöntemi	36
3.3.4 Çapraz Polarizasyon	41
3.3.5 Akım Dağılım Yöntemi	41
3.3.6 Kalem Huzme ve Kosekannt-Kare Işıma Paternleri	43

4.	PARAMETRİZASYON VE SAYISAL SONUÇLAR.....	45
4.1	Verifikasyon.....	45
4.2	Klasik Parabolik Reflektör Anten Yapısı	47
4.3	Model 1 Kosekant-Kare Reflektör Anten Yapısı.....	50
4.4	Model 2 Kosekant-Kare Reflektör Anten Yapısı.....	51
4.5	Model 3 Kosekant-Kare Reflektör Anten Yapısı.....	53
4.6	Model 4 Kosekant-Kare Reflektör Anten Yapısı.....	56
5.	SONUÇLAR ve YORUMLAR	58
	KAYNAKLAR	59
	ÖZGEÇMİŞ	60

SİMGE LİSTESİ

E	Elektrik alan bileşeni
H	Manyetik alan bileşeni
a	İç odak uzaklığı
b	Dış odak uzaklığı
ψ_{01}	Reflektör alt yay açısı
ψ_{02}	Reflektör üst yay açısı
F	Reflektör odak uzaklığı
c	Horn anten kanat uzunluğu
J	Elektriksel akım yoğunluğu
M	Magnetik akım yoğunluğu
N	Kesme sayısı (Truncation Number)
λ	Dalgaboyu

KISALTMA LİSTESİ

ARM	Analitic Regulazation Method (Analitik Regularizasyon Yöntemi)
MoM	Method of Mometns (Moment Yöntemi)
PO	Physical Optics (Fizik Optik)
GO	Geometrical Optics (Geometrik Optik)
AI	Aperture Integration (Açıklık İntegrasyonu)
GTD	Geometric Theory of Diffraction (Kırınımın Geometrik Teorisi)
FEM	Finite Element Method (Sonlu Elemanlar Yöntemi)
FDM	Finite Diffrence Method (Sonlu Farklar Yöntemi)
BVP	Boundary Value Problem (Sınır Değer Problemi)
PEC	Perfect Electric Conductor (Mükemmel Elektriksel İletken)

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1	İki boyutlu R^2 uzayında Ω_ε ve D_ε domeninin görünümü	7
Şekil 2.2	İki boyutlu R^2 uzayında S konturu ve D_0 domeninin görünümü	10
Şekil 2.3	S kontur yüzeyi üzerinde keyfi bir nokta seçimi	11
Şekil 2.4	İki boyutlu R^2 uzayında bulunan ayırık D_1 ve D_2 domenleri ve bu domenleri ayıran L ortak parçasının görünümü	13
Şekil 3.1	Bazı reflektör sistemleri için geometrik konfigürasyonlar	30
Şekil 3.2	Köşe reflektörlerin yandan ve perspektif görünüşleri	31
Şekil 3.3	Parabolik dik silindir ve paraboloid	33
Şekil 3.4	Parabolik reflektörün iki boyutlu konfigürasyonu	34
Şekil 3.5	Yansıtıcı yüzeyin görünümü	37
Şekil 3.6	Parabolik reflektör sisteminin üç boyutlu geometrisi.....	38
Şekil 3.7	Parabolik reflektör sistemi için birim vektör tanımlamaları.....	39
Şekil 3.8	Parabolik reflektörün asıl (y doğrultusu) ve çapraz (z doğrultusu) polarizasyon bileşenleri.....	41
Şekil 3.9	Yansıtıcı yüzeyin geometrik tanımlaması	42
Şekil 3.10	Kalem huzme ışıma paterni	43
Şekil 3.11	Kosekant-kare ışıma paterni ve bu paternin kullanımına ilişkin örnek bir senaryo...	44
Şekil 4.1	Silindir üzerine endüklenen akım yoğunluğuna ilişkin yapılan verifikasyon işleminin sonucu.....	45
Şekil 4.2	Açık uçlu dalga kılavuzundan ışıma problemine ilişkin yapılan verifikasyon işleminin sonucu.....	46
Şekil 4.3	10λ uzunluğundaki parabolik reflektörün uzak alan ışıma paternine ilişkin yapılan verifikasyon işleminin sonucu	47
Şekil 4.4	Klasik parabolik reflektör yapısının kesit görünümü	47
Şekil 4.5	Besleme horn anteninin yakın alan analiz sonucu	49
Şekil 4.6	Parabolik reflektör antenin ARM kullanılarak elde edilmiş uzak alan ışıma paterni	49
Şekil 4.7	Model 1 kosekant-kare reflektör yapısının kesit görünümü	50
Şekil 4.8	Model 1 reflektör antenin ARM kullanılarak elde edilmiş bükülme açısına bağlı uzak alan ışıma paternleri	51
Şekil 4.9	Model 2 kosekant-kare reflektör yapısının kesit görünümü.....	52
Şekil 4.10	Model 2 reflektör antenin ARM kullanılarak elde edilmiş bükülme açısına bağlı uzak alan ışıma paternleri	52

Şekil 4.11	Model 3 kosekant-kare reflektör yapısının kesit görünümü.....	53
Şekil 4.12	Model 3 reflektör antenin ARM kullanılarak elde edilmiş uzak alan ışıma paternleri	56
Şekil 4.13	Model 4 kosekant-kare reflektör yapısının kesit görünümü	57
Şekil 4.14	Model 4 reflektör antenin ARM kullanılarak elde edilmiş ışıma paternleri.....	57

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında hava gözetleme ve kıyı gözetleme radarları için asimetrik yapılı kosekant-kare adı verilen özel ışıma paternlerine sahip mikrodalga anten tasarımları üzerine çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Günümüz hava ve kıyı gözetleme radarlarının en büyük problemi, kendilerine kapsadıkları bölgelerin haricinde alçak mesafelerden ve dik açılarla gelen platformların algılanmasında yaşanan zorluklardır. Nitekim böyle bir olay Rusya’da gerçekleşmiş; alçak uçuş yaparak hava gözetleme radarının algılama alanı dışında kalmayı başarabilen bir uçak hiçbir problem yaşamaksızın yere inebilmiştir. Askeri anlamda çok büyük felaketleri beraberinde getirebilecek bu tarz girişimler gözetleme radarlarında kullanılan anten yapılarının daha spesifik formatta paternlere sahip olmalarını gerekli kılmaktadır. Bu bağlamda hava gözetleme radarları için kosekant-kare, kıyı gözetleme radarları için ters kosekant-kare ışıma paternlerine sahip anten tasarımları üzerine yapılan çalışmalar önemini günden güne artırmaktadır. Dolayısı ile bu alanda yapılan yatırımlar da çok büyük boyutlara ulaşmış durumdadır.

Bu çalışmada literatürde daha önceden tasarımları yapılmış, analiz edilmiş ve ölçülmüş kosekant-kare reflektör anten yapıları ile birlikte; yapılan araştırmalar neticesinde daha önceden hiçbir şekilde tasarlanmadığı ve kullanılmadığı anlaşılmış, hem kalem huzme hem de kosekant-kare ışıma paternlerini, reflektör yapısında hiçbir geometrik değişiklik yapılmaksızın verebilen yeni parabolik reflektör anten tasarımları gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışma gerek kullanılan yöntem, gerekse tasarlanan yeni anten yapılarıyla, simetrik ve asimetrik patern yapılarına sahip parabolik reflektör anten tasarımı konusunda bilgi edinmek isteyen tasarımcı ve araştırmacılar için kaynak niteliğindedir.

Bana böylesi önemli bir konuda çalışma fırsatını veren, elinden gelen her türlü desteği ve yardımı hiçbir şekilde benden esirgemeyen, yeri geldiğinde saatlerce konu üzerinde çalışmalar gerçekleştirdiğimiz değerli hocam Doç. Dr. Ahmet Serdar Türk’e en içten duygularıyla teşekkür etmeyi bir borç bilirim. Bu kapsamda her zaman yanımda olan sevgili aileme de şükranlarımı sunarım.

ÖZET

Bu çalışmada hava gözetleme radarlarının hava tarama performansının artırılmasının önemi belirtilerek, kosekant-kare ışıma paternine sahip yeni parabolik reflektör anten tasarımları üzerine çalışmalar yapılmıştır. Bu amaçla, ilk olarak literatürde yaygın olarak kullanılan kosekant-kare ışıma paternine sahip parabolik reflektör yapıları incelenmiş ve söz konusu yapıların avantaj ve dezavantajları göz önünde bulundurularak yeni tasarımlar üzerine çalışmalara başlanmıştır. Buradaki amaç düşük maliyet ve yüksek performansa sahip, kolay tasarlanabilen ve her iki paterne de ekstra bir çaba gerektirmeksizin adapte olabilen kompakt yapılar tasarlanmasıdır. Bu tasarımlar esnasında ARM olarak adlandırılan, son derece kararlı, güvenilir ve diğer üç-boyutlu tam dalga elektromagnetik simülasyon programlarıyla kıyaslandığında çok daha hızlı sonuçlar verebilen sayısal-analitik bir teknik kullanılmıştır.

Çalışmanın birinci bölümünde konu hakkında genel bir bilgi verilmiş ve çözüm yöntemi olarak neden ARM'nin tercih edildiği belirtilmiştir.

İkinci bölümde ARM yöntemi teorik olarak ele alınmış ve diğer yöntemlerden ayrıştığı noktalar matematiksel olarak incelenmiştir.

Üçüncü bölümde parabolik reflektör anten türleri hakkında genel bilgiler verilmiştir. Bu bağlamda parabolik reflektör antenlerin analizinde kullanılan diğer yöntemlerden de kısaca bahsedilmiştir.

Dördüncü bölümde kosekant-kare ışıma paternine sahip anten yapılarına ilişkin tasarım örnekleri sunulmuş ve uzak alan anten karakteristiklerine ilişkin analiz sonuçları grafiklerle verilmiştir.

Beşinci ve son bölümde konu ile ilgili genel bir açıklama yapılmış, elde edilen tüm sonuçlar özetlenip yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Analitik regülarizasyon yöntemi, Kosesant-kare ışıma paterni, Parabolik reflektör antenler.

ABSTRACT

In this study, by highlighting the importance of increasing the air scanning performance of air surveillance radars, work is done on new parabolic reflector antenna designs that have cosecant-squared radiation pattern. For this purpose, firstly the parabolic reflector structures with cosecant-squared radiation pattern that are known and commonly used in the literature are investigated and by being taken care of pros and cons of these structures it is started to work on new designs. The main purpose of this study is to design compact structures that are easy-to-design with low cost and high performance and capable of adapting to both of these patterns without any extra effort. In the design procedure a very stable and reliable numerical-analytical technique named ARM, which is also able to provide the analysis results much faster than the other 3D full wave electromagnetic simulation programs, is used.

In the first part of this thesis, general information on the topic and the reasons of selecting ARM are given.

In the second part, the theoretical bases of ARM are investigated and the main points which make this method different from the others are given in the mathematical manner.

In the third part, general information on the parabolic reflector antennas is given. In this context, the other methods that are used for analyzing parabolic reflector antennas are mentioned briefly.

In the fourth part, design samples related to antenna structures that have cosecant-squared radiation pattern are presented and the analysis results concerning the way to obtain far-field antenna characteristics are presented as figures.

In the last, fifth part, general explanation is provided with respect to the topic and all the obtained results are summarized and commented.

Keywords: Analytical regularization method, Cosecant-squared radiation pattern, Parabolic reflector antennas.

1. GİRİŞ

Parabolik reflektör antenler mikrodalga radar, uydu, güç iletimi ve noktadan noktaya haberleşme sistemlerinde kullanılan en popüler anten yapılarından birisidir (Skolnik, 1970; Uno ve Adachi, 1984; Hagen, 1996). Genellikle dalga boyuna kıyasla fiziksel olarak geniş boyutlara sahip olduklarından dolayı fiziksel optik (PO), geometrik optik (GO), açıklık integrasyonu (AI) ve kırınımın geometrik teorisi (GTD) gibi yüksek frekans elektromagnetik dalga saçılım teknikleri uzak alan anten karakteristiklerini belirlemek amacı ile sıklıkla kullanılmaktadır (Suedan, 1991). Bu yöntemler ışın optiği ve analitik yaklaşımlara dayanmaktadır. Bunun yanında moment yöntemi (MoM), sonlu elemanlar yöntemi (FEM), sonlu farklar yöntemi gibi direkt sayısal teknikler özellikle kanonik olmayan yapılar için kullanılabilir (Umashankar ve Taflove, 1993). Fakat bazı durumlarda oyuk ve açıklık geometrilerinin karmaşıklığı, hesaplama kararsızlıklarından dolayı sayısal yakınsama problemlerini beraberinde getirmektedir. Bu problemlerin merkezi, bir kırınım sınır değer problemini (BVP) birinci türden fonksiyonel eşitliğe indirgeyen direkt sayısal yöntemlerin doğasına ilişkindir. Tipik bir birinci türden cebirsel eşitlik sistemi çoğunlukla tek bir çekirdeğe ve kararsız sayısal işleme neden olabilen çok büyük bir durum sayısına sahiptir. Bu yüzden, cebirsel eşitlik setinin kesinlik sayısının artırılmasıyla beraber hesaplamaya dayalı hatanın minimizasyonu garanti edilememektedir (Wilkinson ve Fletcher, 1984). Analitik regülerizasyon yöntemi (ARM) başlangıç BVP'yi ikinci türden fonksiyonel eşitliğe indirgeyerek sistemin çözümlerinin yakınsamasını garanti etmektedir.

Bu tez çalışmasında farklı genlik ve faz açıklık aydınlatma paternleri için simetrik ve kosekant-kare ışıma paternli parabolik reflektör antenlerin tasarımının gerçekleştirilmesi amaçlanmaktadır. Parabolik şekilli sonlu kalınlıklı mükemmel elektriksel iletken (PEC) silindirik reflektörün E-polarizeli dalga kırınımı problemini çözmek için 2-boyutlu ARM kullanılacaktır. Bu tezin esas amacı reflektör boyutlarının dalgaboyu ile kıyaslandığında oldukça büyük olduğu, dolayısı ile 2-boyutlu kesit analizinin düşünüldüğü mikrodalga radar sistem uygulamalarıdır. Parabolik reflektör, anten yüzeyini efektif olarak aydınlatacak şekilde tasarlanacak horn anten kullanılarak beslenecektir. Hava gözetleme radarlarının tarama performanslarının artırılabilmesi amacıyla, değişik geometrik yapılara sahip, kosekant-kare ışıma desenli reflektör anten tasarımları gerçekleştirilecektir. Analiz yöntemi olarak kullanılacak ARM, analitik çözümlerle doğrulanacak ve elde edilen ışıma paternleri sunulacaktır.

2. ANALİTİK REGÜLARİZASYON YÖNTEMİ (ARM)

Farklı kanonik formda olan ve geometrik olarak kompleks yapıya sahip engellerden elektromagnetik dalga kırınımı ve bu türden elektromagnetik yapıların sayısal olarak modellenmesi, modern elektromagnetik teoride ve bu teorinin uygulamalarında çok büyük bir öneme sahiptir. Rezonant engellerin yapısına ilişkin karmaşıklık, özellikle açıklıkları aracılığıyla serbest uzaya bağlı dahili boşlukların varlığı, pek çok durumda moment yöntemi, sonlu fark yöntemi gibi direkt sayısal yöntemlerin kararlılığına ilişkin sayısal problemler yaratmaktadır. Buna ek olarak çatallı düzlem dalga kılavuzu ve hatta dielektrik dairesel tüp gibi basit kanonik yapılar, söz konusu direkt sayısal yöntemler aracılığı ile çözilememekte ve bu problemler kimi zaman ek olarak çok ileri derecede analitik ve matematiksel çalışma gerektirmektedir.

Bu sayısal problem, kırınım sınır değer problemini birinci türden fonksiyonel eşitliğe indirgeyen direkt yöntemlerin doğasına ilişkindir. Bu türden eşitlikler, cebirsel sisteme ilişkin boyutların artmasıyla birlikte, cebirsel sistemin hal sayısının oldukça büyük değerlere ulaşması sebebiyle, hata gürültüsünün yuvarlanmasına ve bu nedenle doğru çözümün bozulmasına sebebiyet verebilirler. Diğer yandan, kırınım teorisinde genel olarak sayısal-analitik yöntemler olarak adlandırılan bir başka yöntem de vardır. Bu yöntemlerden biri olan ARM, başlangıç kırınım sınır değer problemini matematiksel anlamda kırınım sınır değer problemine denk olan ikinci türden fonksiyonel eşitliğe indirgemektedir. Bu durum söz konusu yöntemlerin, sistemin boyutu sonsuza gittiğinde, düzgün olarak sınırlandırılmış hal sayısına sahip sonlu boyutlu indirgenmiş cebirsel sistemler dizisi oluşturduğu anlamına gelmektedir. Bu gerçek, yalnızca indirgenmiş sistemin çözümlerinin, sınır değer probleminin çözümünü veren sonsuz cebirsel sistemin çözümüne yakınsamasını garanti etmekle kalmaz; aynı zamanda keyfi büyüklükteki indirgenmiş cebirsel sistemin çözüm sürecinin sayısal kararlılığını da garanti eder (Chumachenko ve Türk, 2001; Tuchkin, 1985). Sayısal yöntemlerin genellikle ek olarak verifikasyona ihtiyaç duymalarına karşın, ARM, deneysel yöntemlerin doğrulanması ve hata analizleri için mükemmel bir araç olarak kabul edilebilir. Sonuç olarak, kırınım sınır değer problemi prensip olarak istenilen doğrulukta çözülebilir ve elde edilen sonucun doğruluğunu sınırlayan tek unsur kullanılan bilgisayarın kapasitesidir.

2.1 Birinci Türden Denklem Operatörünün Regülerizasyonu

A , B_1 ve B_2 Banah uzay çiftinde tanımlı bir operatör olsun. Burada; $A: B_1 \rightarrow B_2$ şeklinde yazılabilir ve tersleri de sınırlı olarak mevcut olan (L_0^{-1} ve R_0^{-1}) iki operatör daha tanımlanabilir:

$$L_0: B_2 \rightarrow B,$$

$$R_0: B \rightarrow B_1,$$

Burada B , Banah uzayını temsil etmektedir. (L_0, R_0) çifti aşağıdaki şartı sağladıkları takdirde iki-yanlı regülerizatör olarak adlandırılır (Tuchkin, 1996):

$$L_0 A R_0 = I + H; \quad H: B \rightarrow B \quad (2.1)$$

Burada H , B uzayındaki kompakt operatör olarak tanımlanır.

Birinci türden cebirsel sistem göz önüne alınsın:

$$Ax = b, \quad x \in B_1, \quad b \in B_2 \quad (2.2)$$

R_0^{-1} sınırlı bir operatör olduğundan, $x \in B_1$ şaryını sağlayan herhangi bir eleman $y = R_0^{-1}x \in B$ için $x = R_0 y$ şeklinde yazılabilir. Bu gösterimi kullanılır ve eşitliğin her iki tarafına uygun olarak hareket edilirse, aşağıdaki ikinci türden eşitliği elde ederiz:

$$(I + H)y = L_0 b, \quad y \in B, \quad L_0 b \in B \quad (2.3)$$

Kırınım teorisinde kullanılan analitik regülerizasyon yöntemi, kırınım problemine ilişkin fiziksel anlamını kesin olarak yansıtan, sınır değer probleminin iki yanlı regülerleştiricisinin (L_0, R_0 operatör çifti) analitik olarak yapılandırılması tekniğidir.

2.2 Birinci Türden ve İkinci Türden Cebirsel Sistemler

A , Banah uzayında tanımlanmış bir operatör olmak üzere, birinci türden cebirsel sistem aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$Ax = b \quad (2.4)$$

Böylesi bir denklemin yalnızca sayısal olarak çözülebilir.

Günümüz bilgisayarları sonsuz büyüklükteki matris ve vektör sütunlarıyla işlem yapamadığından dolayı, söz konusu sistemin kesme yöntemi kullanılarak sonlu hale getirilmesi gerekmektedir.

Birinci türden cebirsel sistemlere alternatif olarak kullanılabilecek diğer bir cebirsel sistem olan ikinci türden cebirsel sistemin matematiksel ifadesi ise aşağıdaki gibidir:

$$(I + H)x = b \quad (2.5)$$

Burada I birim matrisi; H ise kompakt operatörü temsil etmektedir.

Söz konusu cebirsel sistemler arasındaki farkı daha iyi anlayabilmek adına tablo 2.1 oluşturulmuş ve bu tabloda belirli koşullar altında sistemlerin birbirlerine karşı avantaj ve dezavantajları gösterilmiştir.

Tablo 2.1 Birinci tür ve ikinci tür cebrik sistemlere ilişkin genel bir kıyaslama (Türk, 1998).

SORULAR N: Sistemin Boyutu V_N : Hal sayısı	Birinci Tür $Ax=b$	İkinci Tür $(I+H)x=b$
$\lim_{N \rightarrow \infty} x^N = x$	Genellikle HAYIR	EVET
$V_N \leq sbt$ $N \rightarrow \infty$	$\ A\ \ A^{-1}\ \Rightarrow \infty$	$\ (I+H)\ \ (I+H)^{-1}\ \leq sbt$

İlk soruda, birinci türden cebrik sistemler için sistemin boyutunun (N) sonsuza gitmesi durumunda, indirgenmiş N-boyutlu kırımın sınır değer probleminin çözümünün (x^N), orijinal çözüme (x) yakınsayıp yakınsamadığı ile ilgilenilmektedir. Bu türden bir sistemde yakınsamanın genellikle gerçekleşmediği bilinmektedir. Yakınsamanın gerçekleştiği varsayılarak, sistemin boyutunun sonsuza gitmesi durumunda hal sayısının durumunu inceleyen ikinci soruya geçilmektedir. Bu durumda birinci türden sistemin hal sayısı tanımı gereği;

$$v_N = \|A\| \|A^{-1}\| \quad (2.6)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\| \cdot \|$ olarak gösterilen norm operatörü N-boyutlu uzaydaki vektörlerin öklid metriği tarafından oluşturulur.

Birinci türden cebrik sistemde sistemin boyutunun sonsuza gitmesi durumunda, sistemin hal sayısı da sonsuza yakınsamaktadır. Bu durum $\|A\| \rightarrow \infty$ veya $\|A^{-1}\| \rightarrow \infty$ şeklinde ifade edilmektedir. Dolayısıyla birinci türden cebirsel sistemler için, sistemin hal sayısının sonsuza gitmesinden dolayı matrisin tersinin alınması imkansız hale gelmekte ve çözüme ulaşamamaktadır.

Aynı sorular ikinci türden cebirsel sistem için de sorulmalıdır. Sınır değer probleminin I_2 uzayında $(I + H)x = b$ formundaki cebirsel sisteme indirgendiği varsayılın. Sistemin boyutunun sonsuza gitmesi durumunda, N-boyutlu kırımın sınır değer probleminin çözümü, orijinal kırımın sınır değer probleminin çözümüne yakınsamaktadır. Bununla beraber sistemin aşağıdaki şekilde tanımlanan hal sayısı ise;

$$v_N = \|(I + H)\| \|(I + H)^{-1}\| \quad (2.7)$$

belirli bir değere yakınsamak sureti ile sistemi kararlı halde tutmaktadır. Bunun anlamı birinci tür cebirsel sistemden farklı olarak, ikinci türden cebirsel sistemde her zaman matrisin tersi alınabilir ve bu sayede sistemin çözümü elde edilebilir.

2.3 Green's Özdeşliği ve Sınırlı Bir Domen İçerisindeki Helmholtz Eşitliğinin İntegral Gösterimi

$u = u(p), v = v(p), f = f(p)$ olmak üzere üç adet skaler fonksiyon, $A(p)$ ve $B(p)$ şeklinde de iki adet vektörel fonksiyon tanımlansın yapılsın.

Eğer u, v, B fonksiyonlarının birinci türevleri tanımlıysa, aşağıdaki farksal özdeşlik geçerlidir:

$$\nabla \cdot [v \nabla u - u \nabla v + uvB] = v[\Delta u + B \cdot \nabla u + cu] - u[\Delta v - \nabla \cdot (vB) + cv] \quad (2.8)$$

Burada c keyfi ve sabit bir değerdir.

Bu özdeşliğin doğruluğunu ispat edebilmek için, bilinen bir matematiksel özdeşlik kullanılabilir:

$$\nabla \cdot (fA) = f \nabla \cdot A + A \cdot \nabla f \quad (2.9)$$

Burada $f = f(p)$ keyfi bir skaler fonksiyon; $A = A(p)$ ise keyfi bir vektörel fonksiyondur.

(2.8) numaralı eşitliğin sol tarafında görülen ilk terim şu şekilde yazılabilir:

$$\nabla \cdot (v \nabla u) = v \nabla \cdot (\nabla u) + (\nabla u)(\nabla v) = v \Delta u + (\nabla u)(\nabla v) \quad (2.10)$$

Benzer şekilde;

$$\nabla \cdot (u \nabla v) = v \Delta u + (\nabla u)(\nabla v) \quad (2.11)$$

(2.9) numaralı eşitliğin söz konusu denklemlere uygulanması sonucunda aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\nabla \cdot (uvB) = \nabla \cdot [u(vB)] = u \nabla \cdot (vB) + v(B \nabla u) \quad (2.12)$$

(2.10) ve (2.12) arasındaki eşitlikler kullanılarak (2.8) denklem kolayca elde edilebilir.

L ve M olmak üzere iki adet farksal operatör tanımlansın. Burada;

$$Lu = \Delta u + (B \cdot \nabla u) + cu \quad (2.13)$$

$$Mv = \Delta v - \nabla \cdot (vB) + cv \quad (2.14)$$

Burada $B = B(p)$ fonksiyonu birinci dereceden parçalı türevleri tanımlı keyfi bir vektör fonksiyonu; c ise sabittir.

(2.8) numaralı eşitlik aşağıdaki formatta yeniden yazılabilir:

$$vLu - uMv = \nabla \cdot (v \nabla u - u \nabla v + uvB) \quad (2.15)$$

$S = \partial V$ şeklinde tanımlı sınır yüzeyi ile D domeninde bulunan keyfi düzgün vektör fonksiyonu $A = A(p)$ için, diverjans Ostrogradsky-Gauss teoremi geçerlidir. Dolayısı ile;

$$\int_V \nabla \cdot A dv = \int_S (A \cdot n) ds \quad (2.16)$$

(2.15) numaralı eşitlikte bulunan diverjans ifadesi bu teoremin kullanılmasına olanak sağlamaktadır:

$$\int_D (vLu - uMv) d\tau = \int_D \nabla \cdot (v \nabla u - u \nabla v + uvB) d\tau = \int_S (v \nabla u - u \nabla v + uv(B \cdot n)) ds = \int_S \left\{ v \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial v}{\partial n} + uv(B \cdot n) \right\} ds \quad (2.17)$$

Burada $d\tau$, D domenindeki birim hacim elemanı temsil etmektedir. S bu hacmi çevreleyen yüzeyi, n ise yüzeyin birim vektörünü ifade etmektedir.

(2.17) numaralı eşitlik genelleştirilmiş ikinci Green's teoremi olarak adlandırılmaktadır.

L ve M operatörlerini Helmholtz denkleminin uygun olarak yani $B = 0$ ve $c = k^2$ olarak ele alalım. Bu durumda L ve M operatörleri denk olur ve (2.17) denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\int_D (vLu - uLv) d\tau = \int_S \left\{ v \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial v}{\partial n} \right\} ds \quad (2.18)$$

İki boyutlu R^2 uzayında tanımlı D domeni içerisinde homojen olmayan Helmholtz denkleminin çözümü $\psi = \psi(p)$ fonksiyonu olsun. Bu durumda L operatörü kullanılarak;

$$L\psi = \Delta \psi + k^2 \psi = f \quad (2.19)$$

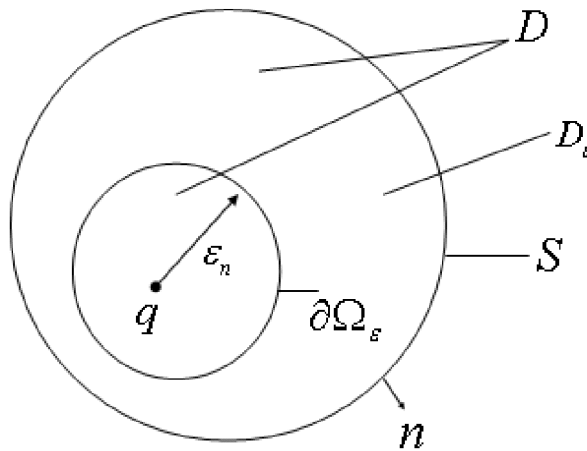
eşitliği yazılabilir. Burada $f = f(p)$ D domeninde olan ve bilinen bir sürekli fonksiyondur. Bu noktada $q, p \in D$ şartını sağlayan iki adet değişkene bağlı $G(q, p)$ fonksiyonu tanımlansın. Bu fonksiyon aşağıdaki şartları sağlamalıdır:

$$\bullet \quad L_p G(q, p) = L_q G(q, p) = 0 \quad q, p \in \bar{D}, \quad q \neq p \quad (2.20)$$

$$\bullet \quad G(q, p) = -\frac{1}{2\pi} \ln |q - p| + H(q, p), \quad q, p \in \bar{D} \quad (2.21)$$

Burada kullanılan L_p ve L_q notasyonları, L operatörünün sırasıyla yalnızca $q = (x_q, y_q)$ ve $p = (x_p, y_p)$ noktalarının koordinatlarına etki ettiğini göstermektedir.

$G(q, p)$ fonksiyonu, iki boyutlu uzayda Helmholtz denkleminin esas çözümünü göstermektedir. Bu aşamada q noktasının sabit olduğu ve D domeni içerisinde yer aldığı varsayalım. Bununla beraber, yarıçapı ε ve merkezi q olan Ω_ε diski tanımlanırsa aradaki D_ε domeni, $D_\varepsilon = D \setminus \bar{\Omega}_\varepsilon$ olarak; Ω_ε diskinin yüzey sınırı ise $\partial\Omega_\varepsilon$ olarak ifade edilmektedir. Bu durum Şekil 2.1’de gösterilmiştir.



Şekil 2.1 İki boyutlu R^2 uzayında Ω_ε diski ve D_ε domeninin görünümü (Türk, 1998).

D_ε domenindeki $G(q, p)$ fonksiyonu düzgün bir fonksiyondur. Dolayısıyla $v(p) \equiv G(q, p)$ ve $u(p) \equiv \psi(p)$ fonksiyonları ile beraber D_ε domeninde (2.18) numaralı eşitlikte görülen ikinci Green's teoremi uygulanabilir:

$$\int_{D_\varepsilon} \left\{ G(q, p) L_p \psi(p) - \psi(p) L_p G(q, p) \right\} d\tau_p = \int_{SU \partial \Omega_\varepsilon} \left\{ G(q, p) \frac{\partial \psi(p)}{\partial n_p} - \psi(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} \right\} ds_p \quad (2.22)$$

$G(q, p)$ fonksiyonu (2.20) numaralı eşitlikte verilen şartı sağlaması gerektiğinden dolayı, $L_p G(q, p) = 0$, $p \in D_\varepsilon$ ifadesi (2.22) numaralı eşitlikte yerine konulursa;

$$\int_{D_\varepsilon} G(q, p) L_p \psi(p) d\tau_p = \int_{SU \partial \Omega_\varepsilon} \left\{ G(q, p) \frac{\partial \psi(p)}{\partial n_p} - \psi(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} \right\} ds_p \quad (2.23)$$

ifadesi elde edilir.

Burada $G(q, p)$ fonksiyonu ile ilgili olarak aşağıdaki ifadeler elde edilebilir:

- $G(q, p) = -\frac{1}{2\pi} \ln |q - p| + H(q, p); \quad 2 \text{ boyutlu çözüm} \quad (2.24)$

- $G(q, p) = -\frac{1}{4\pi |q - p|} + H(q, p); \quad 3 \text{ boyutlu çözüm} \quad (2.25)$

- $\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \varepsilon^2 G(q, p) = 0 \quad (2.26)$

- $\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \varepsilon^2 \frac{G(q, p)}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{4\pi} \quad (2.27)$

(2.26) ve (2.27) eşitlikleri kullanılarak;

$$\int_{\partial \Omega_\varepsilon} \left\{ G(q, p) \frac{\partial \psi(p)}{\partial n_p} - \psi(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} \right\} ds_p = 0 + \alpha(q) \psi(q) \quad (2.28)$$

ifadesi elde edilebilir. Bu ifadede;

$$\alpha(q) = \begin{cases} 0 & ; q \in R^2 \setminus D \\ 1/2 & ; q \in \partial D \\ 1 & ; q \in D \end{cases} \quad (2.29)$$

olarak elde edilmektedir. (2.28) ve (2.29) eşitlikleri kullanılarak $q \in D$ için aşağıdaki nihai ifade elde edilebilir:

$$\int_{D_\varepsilon} G(q, p) f(p) d\tau - \int_{S_\varepsilon} \left\{ G(q, p) \frac{\partial \psi(p)}{\partial n_p} - \psi(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} \right\} ds_p = \alpha(q) \psi(q) \quad (2.30)$$

Bu integral gösterimi takip eden bölümlerde sıkça kullanılacak ve 2 boyutlu şekillerden kırımın konusuna baz olacaktır. Diverjans teoremi vasıtasıyla elde edilen bu gösterim, ileride kullanılacağı üzere, iki boyutlu olarak da yazılabilir. Bu durumda hacim integrasyonu yerine yüzey, hacmi çevreleyen yüzey integrasyonu yerine de yüzeyi çevreleyen kontur dikkate alınır ve işlemler buna göre yapılır. Green's fonksiyonunun da iki boyutlu çözümü kullanılır.

2.4 Keyfi Şekli Mükemmel İletken Engellerden Dalga Difraksiyonuna İlişkin İki Boyutlu Dirichlet Problemi

2.4.1 İki Boyutlu Uzayda Kapalı Düzgün Kontur ve Parametrizasyonu

İki boyutlu R^2 uzayında D domenini çevreleyen S kapalı konturunu ele alalım. Bu konturun kendisiyle kesişmeyen şekilde ve basitlik adına sonsuz düzgün yapıda olduğu varsayalım. S konturuna ait $[-\pi, \pi)$ aralığının bir parametrizasyon fonksiyonu kullanılarak $\eta : [-\pi, \pi] \rightarrow S$ şeklinde bire bir eşleme yöntemi ile parametrize edildiği varsayalım. Burada sonsuz düzgün yapıdaki vektör fonksiyonu aşağıdaki şekildedir:

$$\eta(\theta) \equiv (x(\theta), y(\theta)), \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.31)$$

(2.31) numaralı ifadede görülen $\eta(\theta)$ parametrizasyon fonksiyonu aşağıdaki eşitliği sağlamalıdır:

$$\eta(\theta) \in C^\infty; \quad \eta^{(K)}(-\pi + 0) = \eta^{(K)}(\pi - 0), \quad K = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.32)$$

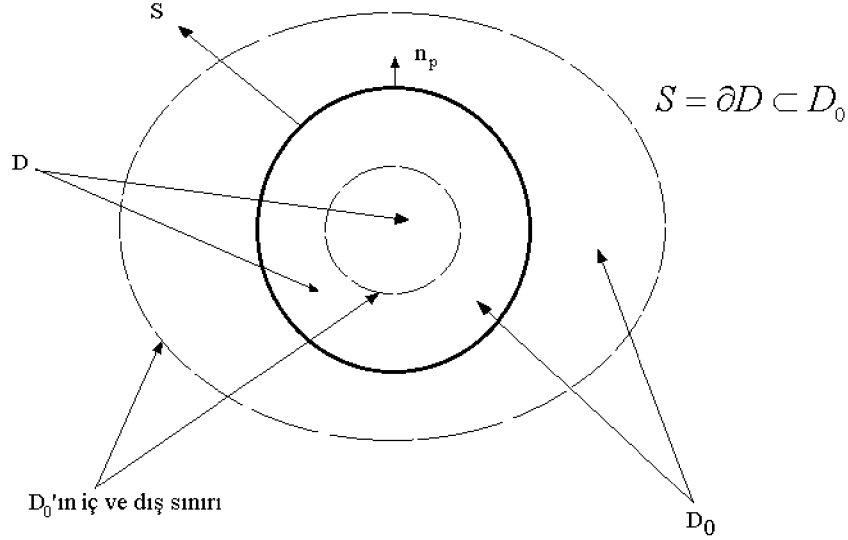
Burada $\eta^{(K)}(\theta)$ terimi, $\eta(\theta)$ fonksiyonunun K 'inci mertebeden türevini temsil etmektedir. Bununla birlikte $\eta(\theta)$ fonksiyonu bire bir eşleme yaptığından dolayı, yay uzunluğunu ifade eden $l(\theta)$ fonksiyonu aşağıdaki eşitsizliği sağlamak zorundadır ;

$$\{[x'(\theta)]^2 + [y'(\theta)]^2\}^{1/2} > 0, \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.33)$$

θ argümanı $[-\pi, \pi]$ aralığında değiştiğinde, $\eta(\theta) \in S$ noktasının sırası ile x ve y koordinatlarını temsil eden $x(\theta)$ ve $y(\theta)$ noktaları da $(x(\theta), y(\theta)) \in S$ olacak şekilde tüm S konturunu taramaktadır.

2.4.2 Dirichlet Difraksiyon Problemi

S konturu, sonsuz ince, mükemmel iletken yapıya sahip ve boylamsal doğrultuda homojen olan silindirin enine kesiti olarak düşünülebilir. E-polarizeli elektromagnetik dalganın söz konusu silindire gelmesi durumunda oluşan saçılan alanın hesabında Dirichlet sınır değer problemi geçerlidir. Bu problem iki boyutludur ve şekil 2.2 kullanılarak temsil edilebilir.



Şekil 2.2 İki boyutlu R^2 uzayında S konturu ve D_0 domeninin görünümü (Türk, 1998).

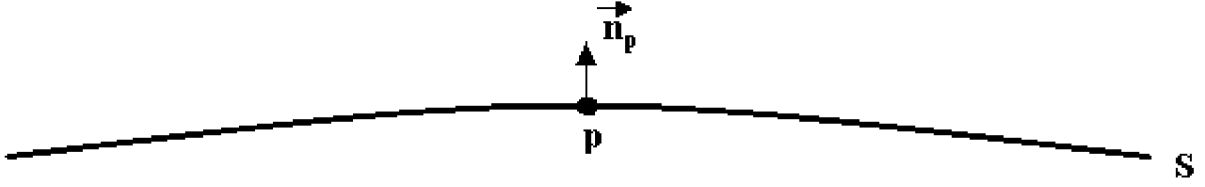
S konturunu içeren D_0 domeni içerisinde gelen alanı temsil eden bir $U^0(p)$ fonksiyonu tanımlansın ve tanımlanan bu fonksiyon söz konusu domen içerisinde aşağıda görülen homojen Helmholtz denklemini sağlasın:

$$(\Delta + k^2)U^0(p) = 0, \quad p \in D_0 \quad (2.34)$$

Bu durumda, $R^2 \setminus S$ uzayında tüm ikinci dereceden kısmi türevleri tanımlı ve birinci dereceden türevleri S konturunun içerisinde ve dışarısında sürekli olan saçılan alan fonksiyonunun ($U^S(p)$) bulunması gerekmektedir.

$$U^S(p) \in C^2(R^2 \setminus S) \cap C^1(\overline{D}) \cap C^1(R^2 \setminus D) \quad (2.35)$$

(2.35) numaralı ifade saçılan alan fonksiyonunun, S konturu üzerindeki herhangi bir p noktasının sonsuz küçük h değeri kadar içerisinde ve dışarısında kendisinin ve normale göre türevinin limit değerlerinin mevcut olduğunu göstermektedir. Bu durum şekil 2.3'te görülmekte ve duruma ilişkin matematiksel eşitlikler (2.36) – (2.39) arasındaki denklemlerle gösterilmektedir.



Şekil 2.3 S kontur yüzeyi üzerinde keyfi bir nokta seçimi (Türk, 1998).

$$U^{S(+)}(p) = \lim_{h \rightarrow +0} u(p + hn_p), \quad p \in S \quad (2.36)$$

$$U^{S(-)}(p) = \lim_{h \rightarrow +0} u(p - hn_p), \quad p \in S \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial U^{S(+)}(p)}{\partial n} = \lim_{h \rightarrow +0} \frac{\partial u(p + hn_p)}{\partial n_p}, \quad p \in S \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial U^{S(-)}(p)}{\partial n} = \lim_{h \rightarrow +0} \frac{\partial u(p - hn_p)}{\partial n_p}, \quad p \in S \quad (2.39)$$

$U^S(p)$ saçılan alan fonksiyonunun homojen Helmholtz eşitliğini sağladığı varsayılmaktadır:

$$(\Delta + k^2)U^S(p) = 0, \quad p \in R^2 \setminus S \quad (2.40)$$

Bununla beraber Sommerfeld ışıma koşulu ve S konturunun her iki yanında Dirichlet sınır koşulunu da sağlamalıdır:

$$\lim_{|p| \rightarrow \infty} |p|^{1/2} \left(\frac{\partial U^S(p)}{\partial |p|} - ikU^S(p) \right) = 0 \quad (2.41)$$

$$U^{S(+)}(p) + U^0(p) = 0; \quad U^{S(-)}(p) + U^0(p) = 0, \quad p \in S \quad (2.42)$$

(2.36) ve (2.42) arasındaki formüllerle tanımlanan problem Dirichlet Difraksiyon problemi olarak adlandırılır.

(2.34) numaralı eşitlikten görüleceği üzere, D_0 domeninde herhangi bir kaynak bulunmamakla birlikte söz konusu kaynaklar üç boyutlu uzayda D_0 domeni hariç olmak kaydıyla D domeninin içerisinde ve dışarısında bulunabilir. Dolayısıyla Dirichlet probleminin tanımı kapsamında kaynakların D domeni içerisinde olduğunda iç problem; dışarısında olduğu durumda ise dış problem olarak düşünülebilir. Difraksiyon teorisinde genellikle dış problem ele alınmakla birlikte, bazen dalga kılavuzu teorisinde olduğu gibi iç

problem de inceleme konusu olabilir. D domeni içerisindeki alan ile ilgilenilmediği dış difraksiyon probleminde aşağıdaki ifade her zaman geçerlidir:

$$U^S(p) = -U^0(p), \quad p \in D \quad (2.43)$$

Bunun anlamı D domenindeki toplam alanın sıfır olmasıdır ki, bu durum yapılan fiziksel öngörüye tamamen uygundur.

2.4.3 İntegral Gösterimleri ve Sobolev Teoremi

D domeni, $S = \partial D$ sınır konturuna (üç boyutlu ise sınır yüzeyine) sahip kapalı bir domen olsun ve v_p , D domenine ilişkin S konturu üzerindeki $p \in S$ noktasının dış yönlü normali olsun. Homojen Helmholtz denkleminin çözümü olan $\psi(p)$ fonksiyonu denklem içerisinde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$(\Delta + k^2)\psi(p) = 0 \quad (2.44)$$

(2.44) numaralı eşitlik kullanılarak (2.30) numaralı eşitlik yeniden düzenlenirse, çözüm fonksiyonunun ($\psi(p)$) integral gösterimi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\alpha(q)\psi(q) = \int_S \left\{ \psi(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial v_p} - G(q, p) \frac{\partial \psi(p)}{\partial v_p} \right\} ds \quad (2.45)$$

Burada (2.44) numaralı eşitlik ile belirtilen homojenlik durumu yalnızca kapalı D domeni içerisinde değil aynı zamanda D 'nin tümleyeni olan kapalı domende de geçerlidir. Bu noktada $V = R^2 \setminus \overline{D}$ şeklinde tanımlanan, kapalı D domeninin tümleyeni olan ve kapalı olmayan bir V domeni tanımlansın. Burada $S = \partial D = \partial V$, sırasıyla D ve V domenlerinin sınır konturları ve n_p ise V domeninin dış yönlü normalidir.

Eğer $\psi(p)$ fonksiyonu homojen Helmholtz denkleminin bir çözümü ise ve bu fonksiyon ışıma koşulunu da sağlıyorsa, (2.29) ve (2.30) denklemleri kullanılarak söz konusu fonksiyonun integral gösterimi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\alpha(q)\psi(q) = \int_S \left\{ \psi(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} - G(q, p) \frac{\partial \psi(p)}{\partial n_p} \right\} ds \quad (2.46)$$

Burada $\alpha(q)$ fonksiyonu;

$$\alpha(q) = \begin{cases} 0, & q \in D \\ \frac{1}{2}, & q \in S \in \partial D \\ 1, & q \notin D \end{cases} \quad (2.47)$$

şeklinde ifade edilir. Eğer;

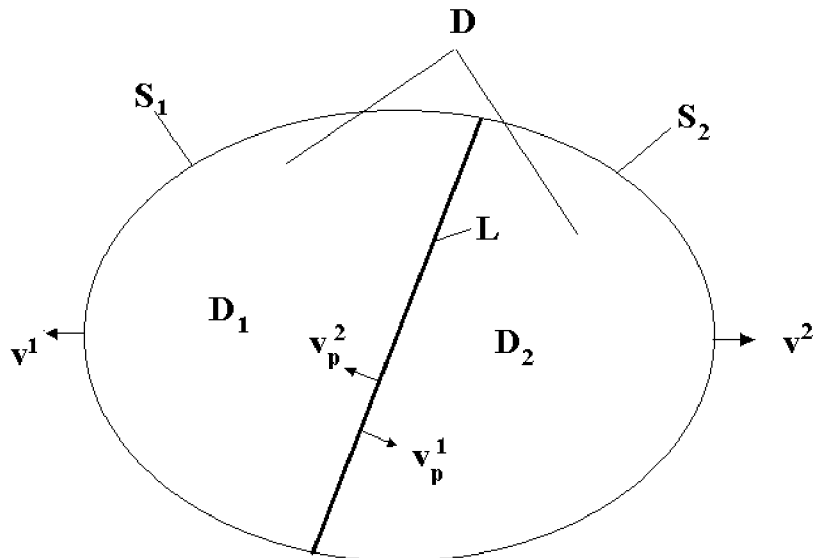
$$v_p = -n_p \quad (2.48)$$

alınmak sureti ile normalin doğrultusu zıt yönlü olacak şekilde değiştirilirse (2.46) numaralı eşitlik aşağıdaki hali alır:

$$\alpha(q)\psi(q) = - \int_S \left\{ \psi(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial v_p} - G(q,p) \frac{\partial \psi(p)}{\partial v_p} \right\} ds \quad (2.49)$$

Burada v_p , D domenine ilişkin dış yönlü normaldir ve (2.49) numaralı eşitlik eğer $\psi(q)$ fonksiyonu homojen Helmholtz denklemini yalnızca sınırlandırılmamış $V = R^2 \setminus \overline{D}$ domeninde değil aynı zamanda kapalı $\overline{V} = R^2 \setminus D$ domeninde de sağlıyorsa geçerlidir.

Bu noktada Sobolev Teoremi olarak da bilinen, integral gösterimleri sonucu elde edilen çok önemli bir konu ele alınacaktır. D_1 ve D_2 şeklinde, R^2 uzayında tanımlı ve sınır konturları ortak bir L parçasına sahip olan iki ayrık domen tanımlansın. Söz konusu iki domen şekil 2.4'te görülmektedir.



Şekil 2.4 İki boyutlu R^2 uzayında bulunan ayrık D_1 ve D_2 domenleri ve bu domenleri ayıran L ortak parçasının görünümü (Türk, 1998).

Sınır konturlarının ortak kısmı olan L parçası;

$$L = S_1 \cap S_2 \quad (2.50)$$

şeklinde tanımlanabilir.

$\psi_1(p)$ ve $\psi_2(p)$ fonksiyonları, $\overline{D}_1$ ve $\overline{D}_2$ domenlerindeki homojen Helmholtz denklemlerinin çözümleri olsunlar. Bu durumda;

$$(\Delta + k^2)\psi_1(p) = 0, \quad p \in \overline{D}_1 \quad (2.51)$$

$$(\Delta + k^2)\psi_2(p) = 0, \quad p \in \overline{D}_2 \quad (2.52)$$

denklemleri geçerlidir. Bununla birlikte ortak L parçası üzerinde;

$$\psi_1(p) = \psi_2(p), \quad p \in L \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial \psi_1(p)}{\partial v_p^1} = -\frac{\partial \psi_2(p)}{\partial v_p^2}, \quad p \in L \quad (2.54)$$

eşitlikleri de geçerlidir. Burada v_p^1 ve v_p^2 , sırası ile S_1 ve S_2 konturlarının D_1 ve D_2 domenlerine göre dış yönlü olan birim normalleridir. Dolayısı ile söz konusu normaller arasında;

$$v_p^2 = -v_p^1, \quad p \in L \quad (2.55)$$

şeklinde bir ilişki mevcuttur.

(2.54) numaralı eşitlik açıkça $\psi_1(p)$ ve $\psi_2(p)$ fonksiyonlarının sabit bir doğrultuya göre L konturu üzerinde aynı normal türevlere sahip olduğunu göstermektedir.

$$\frac{\partial \psi_1(p)}{\partial v_p^j} = \frac{\partial \psi_2(p)}{\partial v_p^j}, \quad p \in L, \quad j = 1, 2 \quad (2.56)$$

Bu aşamada D_0 domeninde yeni bir fonksiyon tanımlansın:

$$D_0 = (\overline{D}_1 \cup \overline{D}_2) \setminus L \quad (2.57)$$

$$\psi_0(p) = \begin{cases} \psi_1(p), & p \in (\overline{D}_1 \setminus L) \\ \psi_2(p), & p \in (\overline{D}_2 \setminus L) \end{cases} \quad (2.58)$$

(2.45) numaralı eşitlikte görülen integral gösterimi D_1 ve D_2 domenlerine uygulanır ve (2.58) numaralı eşitlik kullanılırsa aşağıdaki integral denklem çifti elde edilir:

$$\psi_0(q) = \int_{S_1} \left\{ \psi_0(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial v_p^1} - G(q, p) \frac{\partial \psi_0(p)}{\partial v_p^1} \right\} ds, \quad q \in D_1 \quad (2.59)$$

$$0 = \int_{S_2} \left\{ \psi_0(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial v_p^2} - G(q, p) \frac{\partial \psi_0(p)}{\partial v_p^2} \right\} ds, \quad q \in D_1 \quad (2.60)$$

(2.53) ve (2.54) numaralı ifadelerle belirtilen koşullar altında v_p^1 ve v_p^2 tanımından yola çıkılarak aşağıdaki eşitlik elde edilebilir:

$$\int_L \left\{ \psi_1(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial v_p^1} - G(q, p) \frac{\partial \psi_1(p)}{\partial v_p^1} \right\} ds = - \int_L \left\{ \psi_2(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial v_p^2} - G(q, p) \frac{\partial \psi_2(p)}{\partial v_p^2} \right\} ds \quad (2.61)$$

Bu yüzden (2.59) ve (2.60) numaralı denklemlerin toplanması sonucu aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\psi(q) = \int_S \left\{ \psi_0(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial v_p} - G(q, p) \frac{\partial \psi_0(p)}{\partial v_p} \right\} ds \quad (2.62)$$

Burada;

$$S = (S_1 \setminus L) \cup (S_2 \setminus L) = \partial D \quad (2.63)$$

$$D = D_1 \cup D_2 \cup L \quad (2.64)$$

v_p : S konturunun D domenine göre dış yönlü birim normalidir.

Dikkat edileceği üzere (2.61) numaralı eşitliğin sağ ve sol taraflarının toplanması neticesinde (2.62) numaralı eşitlikte L üzerinden integral ifadesi sıfıra eşit olduğundan yer almamaktadır. (2.62) numaralı eşitlik yalnızca D_1 domeni için elde edilmiş olmasına karşın, D_2 domeni için de geçerli olmasından dolayı söz konusu formül D_0 domenindeki tüm keyfi noktalar için geçerlidir.

$\psi_1(p)$ ve $\psi_2(p)$ fonksiyonlarının sırasıyla $\bar{D}_1$ ve $\bar{D}_2$ domenlerindeki Helmholtz denkleminin çözümleri olmasından ve $q \in D$ için (2.62) numaralı denklemde görülen $G(q, p)$ fonksiyonunun düzgün yapısından dolayı $\psi(p)$ fonksiyonu D_0 'dan D 'ye genişletilebilir. $G(q, p)$ fonksiyonunun özelliklerinden ve (2.62) numaralı eşitlikten yararlanılarak $\psi(q)$ fonksiyonu şu şekilde yazılabilir:

$$\psi(q) = \begin{cases} \psi_1(q), & q \in (D_1 \cup L) \\ \psi_2(q), & q \in (D_2 \cup L) \end{cases}, \quad q \in D \quad (2.65)$$

Bu fonksiyon L konturundaki noktalar da dahil olmak üzere, D domenindeki herhangi bir nokta için homojen Helmholtz denklemini sağlar. Buradan aşağıdaki sonuç elde edilir:

Ortak L parçasını içeren S_1 ve S_2 konturları ile çevrili $\overline{D}_1$ ve $\overline{D}_2$ domenlerinde tanımlı olan $\psi_1(q)$ ve $\psi_2(q)$ fonksiyonları tanımlansın. Eğer $\psi_1(q)$ ve $\psi_2(q)$ fonksiyonları, söz konusu domenler için homojen Helmholtz denklemi ile (2.53) ve (2.54) denklemlerini sağlıyorsa; (2.65) numaralı eşitlikte görülen $\psi(q)$ fonksiyonu da $D = \overline{D}_1 \cup \overline{D}_2$ domeninde homojen Helmholtz denklemini sağlayacaktır.

Bu ifade Sobolev teoremi olarak bilinmektedir. Diğer bir deyişle, eğer $\overline{D}$ domeninin $\overline{D}_1$ ve $\overline{D}_2$ şeklinde tanımlı alt domenlerindeki homojen Helmholtz denkleminin çözümleri olan $\psi_1(q)$ ve $\psi_2(q)$ fonksiyonları (2.53) ve (2.54) numaralı koşulları sağlıyorsa, söz konusu iki fonksiyon $\overline{D}$ domenindeki homojen Helmholtz denkleminin çözümü olan $\psi(q)$ şeklindeki tek bir fonksiyonun iki parçası olarak düşünülebilir.

2.4.4 Saçılan Alanın İntegral Gösterimi

(2.36) ve (2.42) arasındaki denklemlerle belirtilen, $S = \partial D$ konturu ile çevrili D domenindeki Dirichlet difraksiyon problemini ele alalım. Bu kapsamda aşağıdaki şekilde iki adet kontur tanımı yapılsın:

$$S_h^{(+)} = \{p + hn_p : p \in S\} \quad (2.66)$$

$$S_h^{(-)} = \{p - hn_p : p \in S\} \quad (2.67)$$

Burada, h sonsuz küçük pozitif bir parametre, p noktası S konturu üzerinde dolaşan noktalar dizisi, n_p ise S konturuna göre dış yönlü birim normalidir. Bu durumda $S_h^{(\pm)}$, S konturu gibi kendi üzerinde kesişmeyen sonsuz düzgün konturlardır.

Daha önceden $U^S(p)$ fonksiyonunun D ve $R^2 \setminus D$ domenlerinde homojen Helmholtz denklemini ile ışıma koşulunu sağladığı varsayılmıştı. Bunun anlamı $S_h^{(+)}$ ve $S_h^{(-)}$ konturları ile çevrili $\overline{D}_h$ domenindeki $q \in R^2 \setminus \overline{D}_h$ keyfi noktaları için (2.45), (2.46) ve (2.49) integral eşitlikleri kullanılabilir. Dolayısıyla,

$$\int_{S_h^{(-)}} \left\{ U^s(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} - G(q, p) \frac{\partial U^s(p)}{\partial n_p} \right\} ds = \begin{cases} U^s(q), & q \in D_h^{(-)} \\ 0, & q \in D_h^{(+)} \end{cases} \quad (2.68)$$

$$- \int_{S_h^{(+)}} \left\{ U^s(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} - G(q, p) \frac{\partial U^s(p)}{\partial n_p} \right\} ds = \begin{cases} 0, & q \in D_h^{(-)} \\ U^s(q), & q \in D_h^{(+)} \end{cases} \quad (2.69)$$

ifadeleri yazılabilir. Burada $S_h^{(+)}$ ve $S_h^{(-)}$ konturlarıyla sınırlandırılmış $D_h^{(-)}$ domeni R^2 uzayının bir parçasıdır. (2.68) ve (2.69) numaralı eşitliklerde n_p birim vektörünün aynı doğrultusu kullanılmıştır. Bununla birlikte $G(q, p)$ fonksiyonu serbest uzaydaki Helmholtz denkleminin Green's fonksiyonudur.

$q \in R^2 \setminus D_h$ şartını sağlayacak şekilde keyfi ve sabit bir nokta alınsın. (2.34) formülüne göre

$U^s(p)$ ve $\frac{\partial U^s(p)}{\partial n_p}$ fonksiyonları $\bar{D}$ ve $R^2 \setminus D$ domenlerinde sürekli fonksiyonlar olarak

düşünülebilir. Bununla birlikte (2.36) - (2.39) aralığındaki limit ifadeleri sürekli. $G(q, p)$ fonksiyonu q noktasının ve sonsuz küçük $h \geq 0$ için $p \in S_h^{(+)}$ veya $S_h^{(-)}$ seçiminden kaynaklanan sebeplerden dolayı sonsuz düzgün bir fonksiyondur. $h \rightarrow +0$ ifadesi geçerli iken (2.68) ve (2.69) numaralı eşitliklerin sol taraflı limitlerinin var olmasının sebebi budur ve bu limitler S konturu üzerindeki $U^{s(\pm)}(p)$ ve $\frac{\partial U^{s(\pm)}}{\partial n}(p)$ limit fonksiyonlarına karşılık gelen aynı integrallere eşittirler. Bu yüzden aşağıdaki formüller geçerlidir:

$$\int_S \left\{ U^{s(-)}(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} - G(q, p) \frac{\partial U^{s(-)}(p)}{\partial n} \right\} ds = \begin{cases} U^s(q), & q \in D \\ 0, & q \in R^2 \setminus \bar{D} \end{cases} \quad (2.70)$$

$$- \int_S \left\{ U^{s(+)}(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} - G(q, p) \frac{\partial U^{s(+)}(p)}{\partial n} \right\} ds = \begin{cases} 0, & q \in D \\ U^s(q), & q \in R^2 \setminus \bar{D} \end{cases} \quad (2.71)$$

(2.70) ve (2.71) formüllerinin sol ve sağ taraflarının birbirine eklenmesi neticesinde aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$U^s(q) = \int_S \left\{ -\delta U^s(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} + G(q, p) \delta \frac{\partial U^s(p)}{\partial n} \right\} ds, \quad q \in R^2 \setminus S \quad (2.72)$$

Burada;

$$\delta U^S(p) = U^{S(+)}(p) - U^{S(-)}(p) \quad (2.73)$$

$$\delta \frac{\partial U^S}{\partial n}(p) = \frac{\partial U^{S(+)}}{\partial n}(p) - \frac{\partial U^{S(-)}}{\partial n}(p) \quad (2.74)$$

ifadeleri geçerlidir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta (2.72) numaralı eşitlik Dirichlet sınır koşulu gibi herhangi bir sınır koşulu kullanılmadan elde edilmiştir. Bu yüzden (2.72) numaralı eşitlik (2.34) – (2.42) aralığındaki koşulları sağlayan $U^S(q)$ keyfî fonksiyonunun integral gösterimi olarak düşünülebilir. Dolayısı ile $U^S(p)$ fonksiyonu (2.34) – (2.42) aralığındaki koşulları sağlamasının yanında,

$$\delta U^S(p) = \delta \frac{\partial U^S}{\partial n}(p) = 0, \quad p \in S \quad (2.75)$$

eşitliğini de sağlarsa nasıl bir sonuç elde edileceği merak edilebilir.

(2.72) ve (2.75) numaralı denklemlerden aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$U^S(q) \equiv 0 \quad (2.76)$$

Elde edilen sonuç oldukça tuhaf gibi görünse de aslında oldukça normaldir. Daha önceden incelendiği üzere Sobolev teoremi, $U^S(p)$ fonksiyonunun tüm R^2 uzayındaki homojen Helmholtz denkleminin bir çözümü olduğu sonucunu vermişti. Dahası, bu çözüm ışıma koşulunu da sağlamaktadır. Ancak doğal olarak bu türden bir fonksiyonun mevcudiyeti mümkün değildir çünkü olaya fiziksel açıdan bakılacak olunursa, herhangi bir engel yokken saçılan alanın sıfırdan farklı olması mümkün değildir.

Bu aşamada, Dirichlet sınır koşulu (2.72) numaralı eşitliğe uygulansın. Aşağıdaki ifade Dirichlet koşulundan açıkça elde edilebilir:

$$\delta U^S(p) = U^{S(+)}(p) - U^{S(-)}(p) = 0, \quad p \in S \quad (2.77)$$

Bu yüzden Dirichlet sınır koşulu problemi durumunda saçılan alan aşağıdaki integral gösterimine sahiptir:

$$U^S(q) = \int_S G(q, p) \delta \frac{\partial U^S}{\partial n}(p) ds, \quad q \in R^2 \setminus S \quad (2.78)$$

(2.77) numaralı eşitliğin sol tarafının, S konturu civarında sürekli bir fonksiyon olduğu kolaylıkla kanıtlanabilir. Eşitliğin sağ tarafı da aynı şekilde süreklilik özelliğine sahiptir.

Buradan hareketle, (2.42) numaralı eşitlikte gösterilen Dirichlet sınır koşuluna bağlı kalacak şekilde $U^S(q)$, $q \in S$ fonksiyonu tanımlanırsa, integral gösterimi aşağıdaki şekilde genişletilebilir:

$$U^S(q) = \int_S G(q, p) \delta \frac{\partial U^S}{\partial n}(p) ds, \quad q \in R^2 \quad (2.79)$$

Burada $\delta \frac{\partial U^S}{\partial n}(p)$ fonksiyonunun sıfıra eşit olması mümkün değildir. Eğer bu fonksiyon sıfıra eşit olursa saçılan alan ifadesi de sıfıra eşit olur.

2.4.5 Dirichlet Problemi için Birinci Türden İntegral Denklemi

(2.79) numaralı eşitliğin (2.42) numaralı sınır koşulunda yerine konulması sonucu aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\int_S G(q, p) \delta \frac{\partial U^S}{\partial n}(p) ds = -U^0(q), \quad q \in S \quad (2.80)$$

Bu noktada $Z_D(p)$ olarak aşağıdaki şekilde yeni bir fonksiyon tanımlansın:

$$Z_D(p) = \delta \frac{\partial U^S}{\partial n}(p) \equiv \frac{\partial U^{S(+)} }{\partial n}(p) - \frac{\partial U^{S(-)} }{\partial n}(p) \quad (2.81)$$

Bu fonksiyon, aşağıdaki birinci türden integral denklemini sağlayan bilinmeyen bir fonksiyon olarak düşünülecektir.

$$\int_S G(q, p) Z_D(p) ds = -U^0(q), \quad q \in S \quad (2.82)$$

Bu aşamada, (2.82) numaralı eşitliğin çözüldüğü ve bu eşitliğin çözümü olarak $Z_D(p)$ fonksiyonunun bulunduğu varsayılın. Bunun ardından, (2.79) numaralı denkleme uygun olarak, söz konusu fonksiyon aşağıdaki formatta ele alınabilir:

$$U(q) = \int_S G(q, p) Z_D(p) ds, \quad q \in R^2 \quad (2.83)$$

Bu fonksiyon aynı zamanda başlangıç Dirichlet sınır değer probleminin çözümü olacaktır. Ancak bu durum ispat edilmelidir. Öncelikle (2.35) ve (2.74) numaralı eşitliklerden;

$$\frac{\partial U^{S(+)} }{\partial n}(p), \quad \frac{\partial U^{S(-)} }{\partial n}(p) \in C(S) \quad (2.84)$$

gözlemlenebilir. Buradan;

$$\delta \frac{\partial U^S}{\partial n}(p) \equiv \frac{\partial U^{S(+)}(p)}{\partial n} - \frac{\partial U^{S(-)}(p)}{\partial n} \in C(S) \quad (2.85)$$

ifadesi elde edilir.

Burada $C(S)$, S konturu üzerindeki tüm sürekli fonksiyonların bir sınıfıdır.

Bu yüzden (2.82) ve (2.83) integrallerindeki $Z(p)$ fonksiyonunun kesinlikle keyfi bir fonksiyon olmadığı, $Z(p) \in C(S)$ şeklinde, sürekli bir fonksiyon türüne ait olduğu varsayılacaktır.

2.4.6 Dirichlet Problemi için İntegral Gösteriminin Niteliksel Özellikleri

Bu aşamada (2.83) numaralı denkleme dönülmeli ve $U(q)$ ifadesinin (2.35) – (2.42) aralığındaki denklemlerle belirtilen Dirichlet difraksiyon probleminin çözümü olduğu kanıtlanmalıdır.

Burada $U(q)$ tek bir tabakanın genelleştirilmiş potansiyeli olarak düşünülebilir. Bu yüzden (2.83) numaralı eşitlik kullanılarak aşağıdaki ifade elde edilebilir:

$$U^{(+)}(q) = U^{(-)}(q) = \int_S G(q, p) Z_D(p) ds \quad (2.86)$$

Daha önceden Z_D fonksiyonunun (2.82) numaralı integral denkleminin çözümü olduğu varsayımı yapılmıştı. Buradan hareketle aşağıdaki denklem çifti elde edilebilir:

$$U^{(+)}(q) = U^{(-)}(q) = -U^0(p) \quad (2.87)$$

$$U^{(+)}(q) + U^0(p) = 0; \quad U^{(-)}(p) + U^0(p) = 0 \quad (2.88)$$

Bunun anlamı, $U(q)$ fonksiyonu (2.11) numaralı eşitlikle gösterilen Dirichlet sınır koşulunu sağlamaktadır. Dahası, R^2 serbest uzaydaki Helmholtz denkleminin Green's fonksiyonu olan $G(q, p)$ fonksiyonunun özelliklerinden dolayı, $U(q)$ fonksiyonu $R^2 \setminus S$ uzayındaki homojen Helmholtz denkleminin bir çözümüdür ve bu fonksiyon aynı zamanda Sommerfeld ışıma koşulunu da sağlamaktadır.

$U(q)$ fonksiyonunun (2.83) numaralı denklem aracılığıyla, (2.35) – (2.42) aralığındaki denklemlerle gösterilen Dirichlet difraksiyon probleminin çözümü olduğunun kanıtlanmasının sebebi budur.

Bu aşamada homojen Dirichlet difraksiyon sınır değer probleminin ($U^0(p) \equiv 0$ iken) yalnızca tek bir çözüme sahip olduğu varsayılın ve bu durumda (2.82) numaralı integral gösteriminin de yalnızca tek bir çözüme sahip olabileceği kanıtlanınsın.

Bu amaçla (2.82) numaralı eşitliğin $Z_D^{(1)}(p)$ ve $Z_D^{(2)}(p)$ olmak üzere iki adet çözüme sahip olduğu varsayılın. Buradan hareketle,

$$Z_0(p) = Z_D^{(1)}(p) - Z_D^{(2)}(p) \quad (2.89)$$

fonksiyonu aşağıdaki homojen integral denkleminin çözümü olarak tanımlansın:

$$\int_S G(q, p) Z_0(p) ds = 0, \quad q \in S \quad (2.90)$$

Burada $U_0(q)$ fonksiyonu aşağıdaki formattadır:

$$U_0(q) = \int_S G(q, p) Z_0(p) ds, \quad q \in S \quad (2.91)$$

Bu fonksiyon homojen Dirichlet difraksiyon sınır değer probleminin bir çözümüdür:

$$U_0^{(+)}(q) = U_0^{(-)} = 0, \quad q \in S \quad (2.92)$$

Ancak daha önceden varsayıldığı üzere, söz konusu problem yalnızca bir çözüme sahip olabilir:

$$U_0(q) = 0, \quad q \in R^2 \quad (2.93)$$

Bu eşitlikten yola çıkılarak aşağıdaki denklem elde edilebilir:

$$Z(q) = \frac{\partial U_0^{(+)}(q)}{\partial n} - \frac{\partial U_0^{(-)}(q)}{\partial n} = 0, \quad q \in S \quad (2.94)$$

Ardından, sonuç olarak;

$$Z_D^{(1)}(q) = Z_D^{(2)}(q), \quad q \in S \quad (2.95)$$

ifadesi elde edilir. Bunun anlamı (2.82) numaralı integral denkleminin iki çözüme sahip olamayacağıdır.

2.4.7 Dirichlet Difraksiyon Problemi için İntegral Gösteriminin Parametrize Edilmiş Hali

Daha önceden elde edilen ve (2.82) numaralı denklemle gösterilen integral denklemi aşağıdaki şekilde tekrar yazılsın:

$$\int_S G(q-p) Z_D(p) ds = -U^0(q), \quad q \in S \quad (2.96)$$

Burada $Z_D(p)$ bilinmeyen sürekli bir fonksiyon; $G(q-p)$ ise iki boyutlu serbest uzaydaki Green's fonksiyonudur. Buradan;

$$G(q-p) = -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|q-p|) \quad (2.97)$$

ifadesi yazılabilir. Daha önceden belirtildiği üzere, S konturunun parametrizasyonu aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\eta : [-\pi, \pi] \rightarrow S \quad (2.98)$$

Burada;

$$\eta = \eta(\theta) \equiv (x(\theta), y(\theta)), \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.99)$$

şeklindedir.

Bu bölümdeki amaç (2.96) numaralı denklemi parametrizasyon fonksiyonu olan $\eta(\theta)$ fonksiyonu cinsinden yeniden yazmaktır. Bu amaçla, q ve p noktalarının, θ ve τ parametrelerine değerlerine karşılık düştüğü varsayılınsın. Bu durumda;

$$q = \eta(\theta); \quad p = \eta(\tau) \quad (2.100)$$

ifadeleri yazılabilir. Bununla birlikte $R(\theta, \tau)$ fonksiyonu tanımlansın;

$$R(\theta, \tau) = |\eta(\theta) - \eta(\tau)| = \left\{ [x(\theta) - x(\tau)]^2 + [y(\theta) - y(\tau)]^2 \right\}^{1/2} \quad (2.101)$$

Bu şartlar altında, aşağıdaki formüllerle tanımlanan, bilinmeyen fonksiyon $z_D(\theta)$ ve verilen fonksiyon $g(\theta)$ detaylı olarak incelenmelidir:

$$z(\theta) = l(\theta) Z(\eta(\theta)), \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.102)$$

$$g(\theta) = -u^0(\eta(\theta)), \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.103)$$

Burada $l(\theta)$ fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$l(\theta) = \left\{ \left[x'(\theta) \right]^2 + \left[y'(\theta) \right]^2 \right\}^{1/2} > 0, \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.104)$$

S konturunun uzunluk diferansiyelinin aşağıdaki ifadeye eşit olduğu kolaylıkla gösterilebilir:

$$ds = l(\theta) d\theta \quad (2.105)$$

(2.101) - (2.105) aralığındaki formüllerin kullanılması sonucu, (2.96) numaralı denklem aşağıdaki türden integral gösterimi şeklinde elde edilebilir:

$$\int_{-\pi}^{\pi} G_D[kR(\theta, \tau)] z_D(\tau) d\tau = g(\theta), \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.106)$$

$$G_D(z) = -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(z) \quad (2.107)$$

Burada $z_D(\tau)$ bilinmeyen fonksiyonu temsil etmektedir.

(2.106) numaralı denklemin çözümüne başlanmadan önce integral denkleminin çekirdek fonksiyonu olan $G[kR(\theta, \tau)]$ fonksiyonunun tekillik yapısının incelenmesi gerekmektedir.

2.4.8 $G_D[kR(\theta, \tau)]$ Fonksiyonunun Lokal Tekillik Açılımı

Tanım: $f(\theta)$, $\theta \in [-\pi, \pi]$ fonksiyonu, eğer $(-\infty, \infty)$ aralığındaki 2π periyodik sürekliliğinin sonunda $C^m(-\infty, \infty)$ sınıfına ait ise, $m \geq 0$ pozitif tamsayıları için $C^m(Q^1)$ sınıfına aittir denilebilir. Bu tanımdan hareketle;

$$f(\theta) \in C^m(Q^1) \Leftrightarrow \begin{cases} f(\theta) \in C^m[-\pi, \pi] - \text{and} \\ f^{(K)}(-\pi+0) = f^{(K)}(\pi-0), K = 0, 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (2.108)$$

Teorem: $N \geq \lambda$ şeklindeki herhangi bir tamsayı için aşağıdaki tekillik açılımı geçerlidir:

$$G_D[kR(\theta, \tau)] = \frac{1}{2\pi} \ln|\delta| \left\{ 1 + \sum_{n=2}^N A_n(\theta) \delta^n \right\} + F_N(\theta, \tau) \quad (2.109)$$

Burada;

$$\delta = \tau - \theta \quad (2.110)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

$F_N(\theta, \tau)$ fonksiyonu, $|\theta - \tau| < 2\pi$ domeninde N 'inci dereceden küçük tüm türevleri sürekli olan bir fonksiyondur. $A_n(\theta)$ ise reel k değerleri için reel değerlere sahip bir fonksiyondur.

$$A_n(\theta) \in C^\infty(Q^1) \quad (2.111)$$

Bununla birlikte, $\tau - \theta \rightarrow 2\pi$ iken (2.108) numaralı denklem, δ teriminin $\delta_1 \equiv \delta - 2\pi$ ile değiştirilmesinin ardından hala geçerliliğini korumaktadır. $A_n(\theta)$ ve $F_N(\theta, \tau)$ fonksiyonları, δ teriminin $\delta_2 \equiv \delta + 2\pi$ ile değiştirilmesinin ardından, $-\pi \leq \theta < \tau \leq \pi$ domeninde sahip olduğu özellikleri korumaktadır.

Kanıt: İyi bilindiği üzere, birinci tür sıfırcı dereceden Hankel fonksiyonu şu şekilde gösterilebilir:

$$H_0^{(1)}(z) = J_0(z) + iY_0(z) \quad (2.112)$$

Burada $J_0(z)$ ve $Y_0(z)$ aşağıdaki formatta güç serilerine açılabilen, sırası ile sıfırcı dereceden Bessel ve Neumann fonksiyonlarıdır:

$$J_0(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (z/2)^{2m}}{m!} \quad (2.113)$$

$$Y_0(z) = \frac{2}{\pi} J_0(z) \left[\ln \frac{z}{2} + \gamma \right] - \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (z/2)^{2m}}{m!} \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{m} \right] \quad (2.114)$$

Burada γ Euler sabitidir.

$N = 5$ alınmak sureti ile ispata başlanırsa; (2.112) ve (2.113) denklemlerinden aşağıdaki ifade elde edilir (Tuchkin, 1996):

$$H_0^{(1)} = i \frac{2}{\pi} \ln \frac{z}{2} \left[1 - \frac{z^2}{4} + \frac{z^2}{6} + z^6 \varphi_1(z) \right] + \varphi_2(z) \quad (2.115)$$

Burada $\varphi_1(z)$ ve $\varphi_2(z)$ tüm kompleks düzlemde analitik özelliklere sahip fonksiyonlardır.

Buna göre;

$$x^{(K)} = \frac{d^K x(\theta)}{d\theta^K}; \quad y^{(K)} = \frac{d^K y(\theta)}{d\theta^K} \quad (2.116)$$

$$a = \frac{P^{1,2}}{l^2}; \quad b = \frac{1}{12l^2}(3P^{2,2} + 4P^{1,3}) \quad (2.117)$$

$$c = \frac{1}{12l^2}(P^{1,4} + 2P^{2,3}) \quad (2.118)$$

İkiterimli seriler ve Taylor serilerinin $x(\theta), y(\theta)$ fonksiyonları için kullanılması sonucunda, aşağıdaki ifadeler elde edilebilir:

$$R^2 = R^2(\theta, \tau) = \delta^2 l^2 \left[1 + a\delta + b\delta^2 + c\delta^3 + \delta^4 \varphi_3(\theta, \tau) \right] \quad (2.119)$$

$$R^4 = R^4(\theta, \tau) = \left[R^2(\theta, \tau) \right]^2 = \delta^4 l^4 \left[1 + 2a\delta + \delta^2 \varphi_4(\theta, \tau) \right] \quad (2.120)$$

Burada;

$$\delta = \tau - \theta \quad (2.121)$$

şeklindedir.

(2.119) ve (2.120) numaralı denklemlerin (2.115) numaralı eşitlikte kullanılması sonucu aşağıdaki ifade elde edilebilir:

$$H_0^{(1)}(kR) = i \frac{2}{\pi} \ln(kR) \left\{ 1 - \frac{(kl)^2}{4} \delta^2 \left[1 + a\delta + b\delta^2 + c\delta^3 + \delta^4 \varphi_3(\theta, \tau) \right] + \frac{1}{6} (kl)^4 \delta^4 \left[1 + 2a\delta + \delta^2 \varphi_4(\theta, \tau) \right] \right\} + \varphi_2(kR) \quad (2.122)$$

Buradan aşağıdaki eşitliğin geçerli olduğu sonucuna varılır:

$$\ln[kR(\theta, \tau)] = \frac{1}{2} \ln \delta^2 + \varphi_5(\theta, \tau) = \ln|\delta| + \varphi_5(\theta, \tau) \quad (2.123)$$

Burada $\varphi_5(\theta, \tau)$ fonksiyonu $|\tau - \theta| < 2\pi$ domeninde sonsuz türevlenebilir bir fonksiyondur.

Burada $N = 5$ olma koşulu yalnızca $A_n(\theta)$, $n = 3, 4, 5$ fonksiyonunun belirli türlerinin hesabı için kullanılmıştır. Bununla birlikte $N \geq 2$ için bütün ispat ifadeleri aynı yapıdadır. Bu durum (2.108) denklemini tamamen doğrulamaktadır.

$\tau - \theta \rightarrow 2\pi$ durumunda $x(\theta), y(\theta)$ ifadeleri $(-\infty, \infty)$ aralığında sonsuz düzgün fonksiyonlar olarak genişletilebilirler. $\tilde{\theta} = \theta + 2\pi$ şeklinde yeni bir değişken tanımlanır ve $R(\theta, \tau) = R(\tilde{\theta}, \tau)$ ifadeleri arasındaki ilişki kullanılırsa, (2.109) numaralı denklemin aynı yöntem kullanılarak elde edilmesi mümkündür.

Sonuç olarak, $-\pi \leq \theta < \tau \leq \pi$ domenindeki tekillik açılımı elde edilir.

2.4.9 Dirichlet Problemi için İntegral Denkleminin İkinci Türden Sonsuz Cebirsel Sisteme İndirgenmesi

(2.106) numaralı denklem aşağıdaki şekilde tekrar yazılmak sureti ile ele alınsın:

$$\int_{-\pi}^{\pi} G_D[kR(\theta, \tau)] z_D(\tau) d\tau = g(\theta), \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.124)$$

$G_D[kR(\theta, \tau)]$ ifadesindeki tekillik daha önceden aşağıdaki şekilde elde edilmişti:

$$G_D[kR(\theta, \tau)] = \frac{1}{2\pi} \ln|\delta| \left\{ 1 + \sum_{n=2}^N A_n(\theta) \delta^n \right\} + F_N(\theta, \tau) \quad (2.125)$$

Bu ifade analiz edilirse, söz konusu yapıda iki adet tekilliğin mevcut olduğu sonucuna varılmaktadır. Bu tekillikler şu şekilde gösterilebilir:

1. $\ln|\delta|$
2. $\ln|\delta| \delta^2 A_2(\theta) = (\tau - \theta)^2 \ln|\tau - \theta|$

Bu aşamada yapılması gereken ilk işlem tekilliğin ortadan kaldırılmasıdır. Bu amaçla Green's fonksiyonunun (burada Hankel fonksiyonu) tekil kısmı, fonksiyonun tekilliğe sahip olmayan düzgün kısmından ayrılmalıdır. Bu işlemin ardından aşağıdaki ifade elde edilir:

$$G_D[kR(\theta, \tau)] = \frac{1}{2\pi} \left\{ \ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right| + K_D(\theta, \tau) \right\}, \quad \theta, \tau \in [-\pi, \pi] \quad (2.126)$$

Burada $K_D(\theta, \tau)$ fonksiyonu aşağıdaki iki koşulu da sağlamaktadır:

$$K_D(\theta, \tau) \in C^1(Q^2) \quad (2.127)$$

$$\frac{\partial^2 K_D(\theta, \tau)}{\partial^2 \theta}, \frac{\partial^2 K_D(\theta, \tau)}{\partial \theta \partial \tau}, \frac{\partial^2 K_D(\theta, \tau)}{\partial \tau^2} \in L^2([- \pi, \pi] \times [- \pi, \pi]) \quad (2.128)$$

(2.126) numaralı denklem integral eşitliğinde yerine konulursa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right| + K_D(\theta, \tau) \right\} Z_D(\tau) d\tau = g(\theta), \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.129)$$

Bu aşamada yapılacak işlem integral denkleminin her iki yanının Fourier dönüşümünün alınması suretiyle denklemin sayısal hale getirilmesidir. Bu amaçla (2.129) numaralı denklemde görülen fonksiyonların Fourier serisine açılmış halleri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır (Tuchkin vd., 1998):

$$Z_D(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} z_n e^{in\tau}, \quad \tau \in [-\pi, \pi] \quad (2.130)$$

$$g(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{in\theta}, \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.131)$$

$$K_D(\theta, \tau) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} k_{sn} e^{i(s\theta+n\tau)}, \quad \theta, \tau \in [-\pi, \pi] \quad (2.132)$$

Burada;

$$k_{sm} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K_D(\theta, \tau) e^{-i(s\theta+m\tau)} d\theta d\tau \quad (2.133)$$

ile ifade edilebilir.

Burada önemli olan nokta, (2.130) – (2.133) aralığındaki fonksiyonlar sayısal Fourier serisi açılımını zorlaştıracak tekillik noktasına sahip olmadıklarından dolayı, bu fonksiyonlar düzgün fonksiyon olarak kabul edilmekte ve Fourier seri açılımları sayısal olarak yapılmaktadır. Ancak diğer fonksiyonlardan farklı olarak logaritmik tekillik noktasına sahip olan logaritmik kısmın Fourier seri açılımı sayısal olarak değil analitik olarak yapılmaktadır. Yöntemin sayısal-analitik yöntem olarak adlandırılmasının temel nedeni budur.

Tekillik noktasına sahip logaritmik kısmın analitik Fourier seri açılımı aşağıdaki şekilde yapılmaktadır:

$$\ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right| = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} |n|^{-1} z_n e^{in\tau} \quad ; \theta, \tau \in [-\pi, \pi] \quad (2.134)$$

Hatırlanması gereken bir başka husus ise, fonksiyonların ortogonalite özelliklerine ilişkindir.

Bu özellik aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{i(m-n)\tau} d\tau = \delta_{n,s} (\text{kronecker delta}) = \begin{cases} 1; m = n \\ 0; m \neq n \end{cases} \quad (2.135)$$

(2.130) - (2.134) ifadeleri (2.129) ifadesinde yerlerine konulup, (2.135) ifadesi de kullanılarak;

$$\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} z_n e^{in\theta} - 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{n,-m} z_m \right) e^{in\theta} = -2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{in\theta} \quad ; \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.136)$$

ifadesi elde edilir. (2.136) eşitliğinin sağ ve sol taraflarının denkleştirilmesi ile;

$$-2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{0,-m} z_m = -2g_0 \quad (2.137)$$

$$|s|^{-1} z_s - 2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{s,-m} z_m = -2g_s \quad ; s = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots \quad (2.138)$$

eşitlikleri bulunur. (2.137) ve (2.138) denklem çifti yeniden düzenlenirse;

$$\tau_n = \max(1, |n|^{1/2}) \quad ; n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.139)$$

$$\tilde{k}_{s,m} = k_{s,m} + \frac{1}{2} \delta_{s,0} \delta_{m,0} \quad (2.140)$$

ifadeleri elde edilir. Burada $\delta_{m,n}$ kronecker delta fonksiyonudur. Yukarıdaki düzenlenmiş ifadelerin kullanılması neticesinde aşağıdaki denklem sistemi elde edilir:

$$\tau_s^{-2} z_s - 2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{k}_{s,-m} z_m = -2g_s \quad ; s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.141)$$

Bu denklem sistemi birinci türdür. Daha önce de belirtildiği gibi birinci tür cebrik sistemlerde kararsızlık problemi olduğundan dolayı bu denklem sisteminin ikinci türden cebrik sisteme dönüştürülmesi yani regülerize edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla aşağıda görülen değişken dönüşümleri yapılmalıdır:

$$\hat{z}_n = \tau_n^{-1} z_n \quad (2.142)$$

$$\hat{k}_{s,m} = -2\tau_s \tau_m \tilde{k}_{s,-m} \quad ; \hat{g}_s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.143)$$

$$\hat{z}_s + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \hat{k}_{s,m} \hat{z}_m = \hat{g}_s \quad ; s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.144)$$

Daha önce de söylendiği gibi Analitik Regülerizasyon yönteminde sistemin hal sayısı V_N , kesme sayısı olan N sonsuza giderken, sonlu bir değere yakınsamaktadır. Bu durum şöyle açıklanabilir:

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (|s|+1)(|m|+1) |\hat{k}_{sm}|^2 < \infty \quad (2.145)$$

(2.144) denkleminin ikinci türden cebrik sisteme dönüştürülmesi sonucu aşağıdaki ifade elde edilmektedir:

$$(\hat{I} + \hat{K}) \hat{z} = \hat{g} \quad (2.146)$$

Burada;

$$\hat{K} = \left\{ \hat{k}_{sm} \right\}_{s,m=-\infty}^{\infty} ; \text{ Kompakt operatör}$$

$$\hat{z} = \left\{ \hat{z}_n \right\}_{n=-\infty}^{\infty} ; \text{ Bilinmeyen vektör sütunu}$$

$$\hat{g} = \left\{ \hat{g}_n \right\}_{n=-\infty}^{\infty} ; \text{ Gelen dalga}$$

olarak tanımlanır.

Artık Dirichlet sınır değer problemi sonsuz boyutlu ikinci dereceden lineer denklem sistemine indirgenmiştir. Böylece sınır değer probleminin sayısal olarak çözümü mümkün kılınmıştır. Teorik olarak boyut sonsuz olarak yazılabilse de pratikte hesaplamalarda kullanılacak bilgisayar sistemlerinin sınırlı hafıza elemanlarına sahip olmalarından dolayı optimum bir N değeri belirlenir. Dolayısıyla yapılan hata yüzdesi doğrudan seçilen N değerine bağlıdır. Bu doğrultuda (2.144) eşitliği düzenlenecek olursa;

$$\hat{z}_s + \sum_{m=-N}^N \hat{k}_{s,m} \hat{z}_m = \hat{g}_s ; s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.147)$$

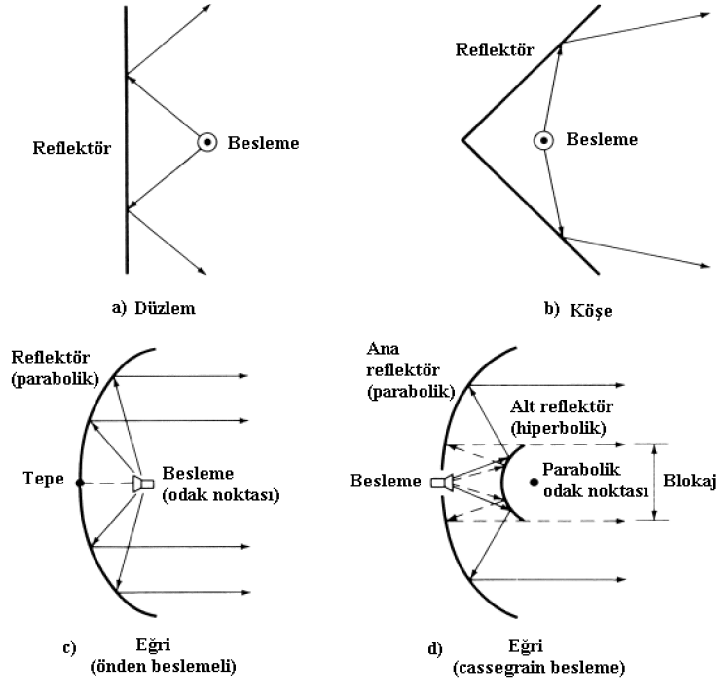
olarak elde edilir.

Analitik Regülerizasyon yöntemine göre eğer N değeri yeterince büyük seçilirse, bundan sonraki her N değeri için sistem kararlı bir davranış gösterir. N değerini etkileyen başlıca faktörler ise, kontur yapısı ve gelen dalga karakteristiğidir.

3. PARABOLİK REFLEKTÖR ANTENLER

Reflektör antenler, Hertz tarafından elektromagnetik dalga yayılımının keşfedildiği 1888 yılından beri yaygın olarak kullanılan temel anten yapılarından birisidir. Ancak, değişik geometriye sahip reflektör antenlerin analiz ve tasarım işlemleri değişik radar yapılarının kullanılmaya başlandığı II. Dünya Savaşı'na kadar oldukça yavaş ilerlemiştir. Radyo astronomi, mikrodalga haberleşme ve uydu takibi gibi değişik uygulamalara duyulan ihtiyaçlar neticesinde, antenin kazancını artırabilmek adına açıklık üzerindeki aydınlatmanın optimizasyonu, reflektör yüzeyinin şekillendirilmesine ilişkin deneysel ve analitik özel teknikler büyük bir hızla gelişmeye başlamıştır. Reflektör antenlerin uzay programlarındaki ihtiyaçlar kapsamında gerekli olan uzak mesafelerden haberleşmenin sağlanabilmesi amacıyla kullanılması ve özellikle ayın yüzeyine yerleştirilmeleri ile ilgili yapılan çalışmalar neticesinde, reflektör anten kelimesi 1960'lı yıllarda günlük hayatımızda sık kullanılan kelimeler arasındaki yerini almıştır.

Reflektör antenlerin hali hazırda bir çok şekli bulunmakla birlikte en sık kullanılanları düzlem, köşe ve eğri (özellikle parabolik) türden olanlardır. Bu yapılar şekil 3.1'de gösterilmektedir.



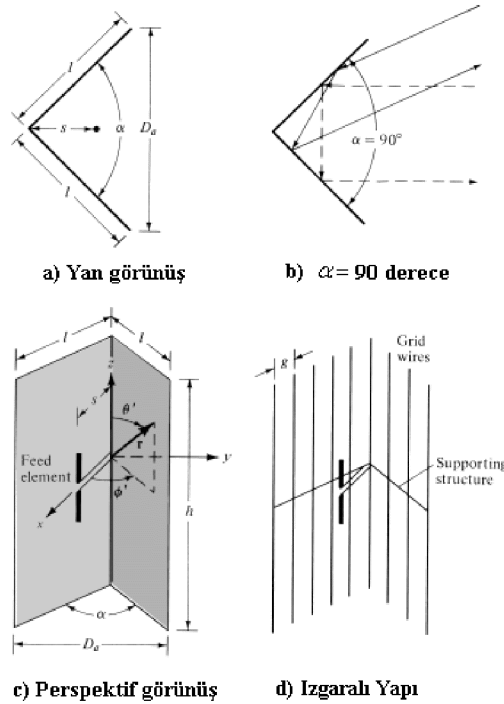
Şekil 3.1 Bazı reflektör sistemleri için geometrik konfigürasyonlar (Balanis, 2005).

3.1 Düzlem Reflektör

En temel reflektör yapısı, enerjiyi istenilen doğruya yönlendiren yönlendiren düzlem reflektör yapısıdır. Işıyan kaynağın polarizasyonu ve yansıtıcı yüzeye göre konumu, sistemin patern, empedans ve yönlendiricilik gibi ışıma ışıma özelliklerinin kontrol edilebilmesi amacıyla kullanılabilir. Böylesi bir sistemin analizinde imaj teorisi kullanılmaktadır. Düzlem reflektörün sonsuz boyutlu olması durumunda yapılan idealleştirme işlemine karşın, elde edilen sonuçlar elektriksel olarak geniş yüzeyler için yaklaşım olarak kullanılabilir.

3.2 Köşe Reflektör

Enerjiyi ileri yönde daha iyi paralelleştirebilmek için, düzlem reflektörün geometrik şeklinin arka ve yan doğrultulardaki ışımayı engelleyecek şekilde değiştirilmesi gerekmektedir. Bunun için gerçekleştirilebilecek bir tasarım örneği şekil 3.1(b) ve 3.2(a)'da verildiği gibi iki düzlem reflektörün bir köşe reflektör oluşturacak şekilde birleştirilmesidir.



Şekil 3.2 Köşe reflektörlerin yandan ve perspektif görünüşleri (Balanis, 2005).

Kolayca tasarlanabilmesinden dolayı pek çok uygulama örneği mevcuttur. Örneğin, eğer reflektör radar ve haberleşme uygulamaları için pasif bir hedef olarak kullanılırsa, köşe açısının 90° olduğu durumda sinyali almış olduğu doğrultuda geri yansıtacaktır. Bu durum şekil 3.2(b)'de gösterilmektedir. Bu sebepten dolayı askeri gemi ve diğer araçlar düşman

radarları tarafından algılanmalarını engelleyebilmek amacıyla mümkün olduğunca az sayıda keskin köşeye sahip olacak şekilde tasarlanırlar. Bununla birlikte köşe reflektörler ev televizyonları için sıklıkla alıcı elemanlar olarak kullanılmaktadırlar.

3.3 Parabolik Reflektör

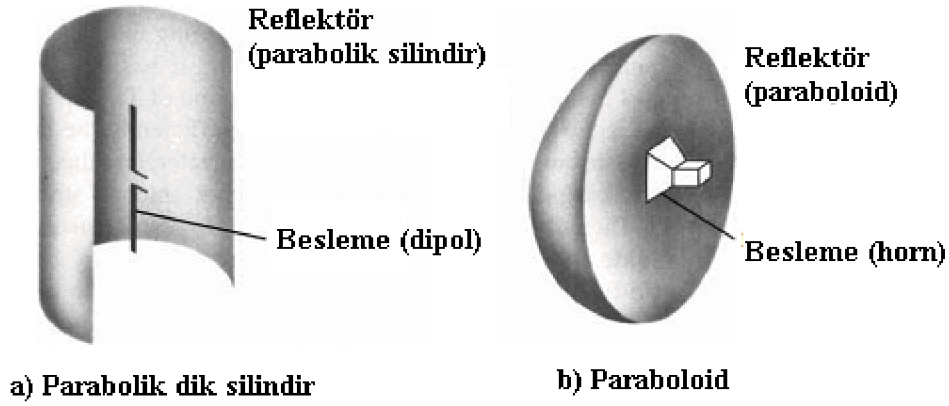
Anten paterni, anten verimliliği, polarizasyon ve ayırıcılık gibi bir reflektörün genel ışıma karakteristikleri yüzey konfigürasyonu üzerinde yapılacak değişikliklerle geliştirilebilir. Geometrik optik yaklaşımından bilindiği üzere, parabol şekline sahip bir yüzeye paralel olarak gelen ışın demetleri, odak noktası olarak bilinen bir noktaya yönleneceklerdir. Benzer şekilde eğer odak noktasına bir nokta kaynak yerleştirilirse, parabolik reflektöre gelen sinyaller söz konusu yüzeyden paralel demetler halinde yansıtılacaktır. Bu durum aslında resiprosite olarak bilinen durumun bir türüdür ve şekil 3.1(c)'de gösterilmektedir. Parabolik yüzey üzerindeki simetrik nokta tepe noktası olarak bilinir. Paralel formda ortaya çıkan ışın demetleri genellikle yönlendirilmiş olarak adlandırılırlar. Pratikte yönlendirme yayılan sinyaller tam olarak paralel olmasa bile, bir antenin yüksek yönlendiricilik karakteristiklerini belirtmek amacıyla kullanılır. Gönderici (alıcı) parabolik yapının odağına yerleştirilecek olunursa, elde edilen konfigürasyon önden beslemeli olarak bilinir.

Önden beslemeli yapının dezavantajı iletim hattının beslemeden alıcı veya verici elemana gidecek kadar uzun olması gerektiğidir. Bu durum özellikle düşük gürültülü alıcı sistemleri gibi iletim hattının kayıplarının tolere edilemeyeceği bazı durumlarda uzun iletim hatlarının kullanılmasını zorunlu kılmaktadır. Bazı uygulamalarda, verici ve alıcı cihazlar, uzun transmisyon hatlarına olan gereksinimin ortadan kaldırılabilmesi amacıyla odak noktasına yerleştirilmektedir. Ancak, bu uygulamaların bazılarında, özellikle soğutmanın gerekli olduğu geniş kuvvetlendiricilere ve düşük gürültülü alıcı sistemlerine ihtiyaç duyan iletimlerde, söz konusu cihazlar oldukça büyük ve ağır olabilirler. Bu durum istenilmeyen blokaj etkilerinin görülmesine sebep olabilir.

Beslemenin (verici ve/veya alıcı) odak noktasına yerleştirilmesini engelleyen diğer bir yapı ise Cassegrain besleme olarak adlandırılan ve şekil 3.1(d)'de görülen yapıdır. Ünlü bir gökbilimci olan Cassegrain, geometrik optik aracılığıyla, paralel olarak gelen ışınların iki adet reflektör kullanılmak sureti ile tek bir noktada odaklanabileceğini göstermiştir. Bunu gerçekleştirebilmek için ana reflektörün parabol, ikincil reflektörün ise hiperbol olması gerekmektedir. Bununla birlikte besleme parabolün eksenini üzerinde tepede veya tepeye yakın bir yerde olmalıdır. Cassegrain bu tasarımı optik teleskopların yapımı için kullanmıştır.

Ardından, aynı tasarım radyo frekans sistemlerinde kullanılmak üzere kopyalanmıştır. Bu düzenlemeyle, beslemeden yayılan ışınlar ilk olarak ikincil reflektörü aydınlatmakta ve sanki parabolün (birincil reflektör) odak noktasına konuşlandırılmış gibi birinci reflektöre doğru yansıtılmaktadır. Ardından söz konusu ışınlar birincil reflektör tarafından yansıtılmakta ve sonuç olarak paralel ışın demetleri halini almaktadır. İkincil reflektör ve birincil reflektörün kenarlarında meydana gelen difraksiyonların, genel sistemin paterni hesaplanırken mutlaka göz önüne alınması gerekmektedir. Cassegrain besleme yapısı kullanılarak verici ve/veya alıcı cihazlar birincil reflektörün arkasına konuşlandırılabilir.

Bir parabolik reflektör iki değişik yapıda olabilir. Bunlardan bir tanesi şekil 3.3(a)'da görülen enerjisi reflektörün odak noktası aracılığıyla silindir eksenine paralel olan hatta paralelleştirilmiş parabolik dik silindir yapısıdır. Bu tip bir reflektör için en sık kullanılan besleme türü, lineer dipol, lineer dizi veya slot dalgakılavuzudur.



Şekil 3.3 Parabolik dik silindir ve paraboloid (Balanis, 2005).

Diğer bir reflektör konfigürasyonu ise şekil 3.3(b)'de gösterilen, parabolün kendi eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşturulmuş paraboloid yapısıdır. Bu yapıyı beslemek amacıyla genellikle piramit ve konik horn yapıları kullanılmaktadır.

Genel anlamda parabolik antenler yüksek kazanca ve dar huzmeye sahip, ileri/geri oranı oldukça yüksek ve yan lob seviyeleri oldukça düşük olan anten yapılarıdır. Bu bakımdan yüksek çözünürlük ve düşük yan lob seviyelerinin oldukça önem kazandığı radar sistemlerinde en sık kullanılan anten yapısı olarak bilinmektedir. Tipik bir parabolik reflektör antenin kazancı aşağıdaki formül ile bulunabilir:

$$G_{dB} \approx \frac{160^2}{\theta_{AZ} \theta_{EL}} \quad (3.1)$$

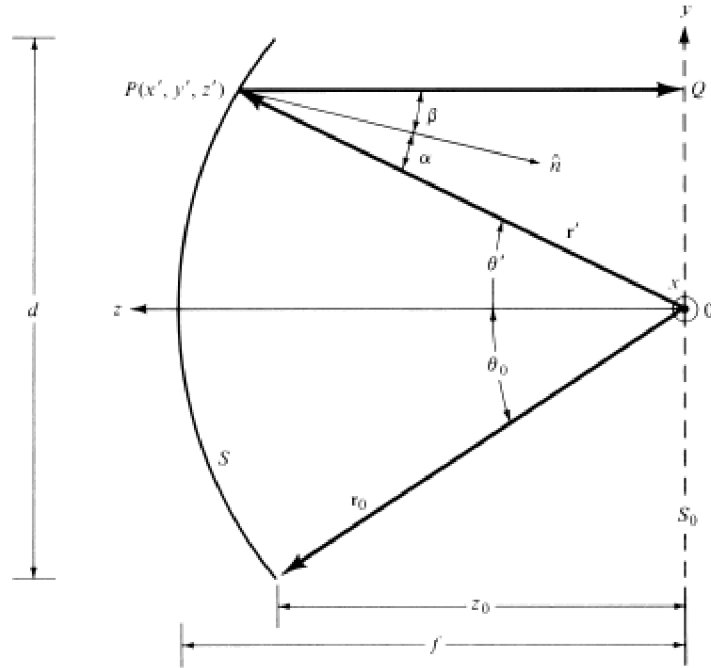
Burada θ_{AZ} ve θ_{EL} açıları sırasıyla azimuth ve elevasyon açılarına ilişkin yarı değer genişlikleridir.

(3.1) formülü yaklaşık bir formül olsa da pek çok durumda yeterli hassasiyeti verir ve anten kazancı ile anten yarı değer genişlikleri arasındaki ilişkiyi açık bir şekilde sergiler.

3.3.1 Parabolik Reflektör Yüzey Geometrisi

Parabolik reflektörün yüzeyi bir parabolün kendi etkeni etrafında döndürülmesiyle oluşturulur. Yapının yüzeyi odak noktasına yerleştirilmiş kaynaktan reflektöre doğru gelen ışınların düzlem dalgaya dönüştürülmesi için dönel parabolit şeklinde olmalıdır. Tasarım optik tekniklere dayanmakta ve reflektörün kenarlarından meydana gelen difraksiyonlar hesaba katılmamaktadır. Şekil 3.4'ten de görüleceği gibi odak noktası aracılığıyla reflektörün eksenine dik bir düzlem seçilmesi durumunda, aşağıdaki ifade geçerli olacaktır:

$$OP + PQ = constant = 2f \quad (3.2)$$



Şekil 3.4 Parabolik reflektörün iki boyutlu konfigürasyonu (Balanis, 2005).

Dolayısıyla;

$$OP = r' \quad (3.3)$$

$$PQ = r' \cos \theta' \quad (3.4)$$

Buradan (3.2) numaralı eşitlik aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$r' (1 + \cos \theta') = 2f \quad (3.5)$$

(3.5) numaralı ifade düzenlenecek olunursa;

$$r' = \frac{2f}{1 + \cos \theta'} = f \sec^2\left(\frac{\theta'}{2}\right), \quad \theta \leq \theta_0 \quad (3.6)$$

ifadesi elde edilir.

Bir paraboloid dönel bir parabol olduğundan (ekseni etrafında), (3.6) numaralı eşitlik aynı zamanda küresel koordinatlar cinsinden (r', θ', ϕ') paraboloid yapısının da denklemini ifade etmektedir. Dönüş simetrisinde dolayı ϕ' terimine göre herhangi bir değişim söz konusu değildir.

(3.6) numaralı eşitlik aynı zamanda karesel koordinatlar cinsinden (x', y', z') de yazılabilir. Bu durumda;

$$r' + r' \cos \theta' = \sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2} + z' = 2f \quad (3.7)$$

ifadesi geçerlidir. Söz konusu eşitlik düzenlenecek olunursa;

$$(x')^2 + (y')^2 = 4f(f - z'), \quad (x')^2 + (y')^2 \leq (d/2)^2 \quad (3.8)$$

halini alır.

3.3.2 Endüklenen Akım Yoğunluğu

Patern, kazanç, verimlilik, polarizasyon gibi parabolik reflektöre ait ışıma karakteristiklerinin belirlenebilmesi için yüzey üzerine endüklenen akım yoğunluğunun bilinmesi gerekmektedir.

Akım yoğunluğunu temsil eden $\vec{J}_s$ ifadesi aşağıdaki ifade kullanılarak bulunabilir:

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H} = \hat{n} \times (\vec{H}^i + \vec{H}^r) \quad (3.9)$$

Burada $\vec{H}^i$ ve $\vec{H}^r$ terimleri sırasıyla gelen ve yansıyan magnetik alan bileşenlerini temsil etmekte iken $\hat{n}$ ise yüzeyin birim normal vektörüdür. Eğer yansıtıcı yüzey, sonsuz düzlem yüzey olarak ele alınacak şekilde bir yaklaşıma tabi tutulursa, imaj teorisi gereği;

$$\hat{n} \times \vec{H}^i = \hat{n} \times \vec{H}^r \quad (3.10)$$

İfadesi geçerlidir. Bu durumda (3.9) numaralı eşitlik aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir:

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times (\vec{H}^i + \vec{H}^r) = 2\hat{n} \times \vec{H}^i = 2\hat{n} \times \vec{H}^r \quad (3.11)$$

(3.11) numaralı eşitlikle gösterilen akım yoğunluğu yaklaşımı fizik optik yaklaşımı olarak bilinmektedir ve reflektörün enine boyutu ile yansıtıcı nesnenin ve gelen dalganın eğrilik çaplarının dalgaboyu ile kıyaslandığında büyük olması durumunda geçerlidir.

Eğer yansıtıcı yüzey uzak alan koşullarını sağlıyorsa (3.11) numaralı eşitlik aşağıdaki şekilde yeniden düzenlenebilir:

$$\vec{J}_s = 2\hat{n} \times \vec{H}^i \simeq \frac{2}{\eta} [\hat{n} \times (\hat{s}_i \times \vec{E}^i)] \quad (3.12)$$

Veya;

$$\vec{J}_s = 2\hat{n} \times \vec{H}^r \simeq \frac{2}{\eta} [\hat{n} \times (\hat{s}_r \times \vec{E}^r)] \quad (3.13)$$

olarak yazılabilir.

Burada η ortamın karakteristik empedansı, $\hat{s}_i$ ve $\hat{s}_r$ radyal birim vektörleri, $\vec{E}^i$ ve $\vec{E}^r$ ise gelen ve yansıyan elektrik alan şiddeti vektörlerini temsil etmektedir.

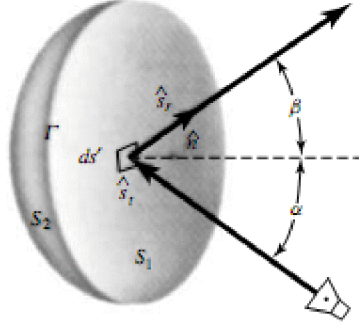
3.3.3 Açıklık Dağılım Yöntemi

Reflektörlerin ışınım karakteristiklerinin belirlenmesi amacıyla en sık kullanılan iki teknik açıklık dağılım yöntemi ve akım dağılım yöntemidir.

Açıklık dağılım yöntemi için, parabolik yüzeyden yansıyan alan ilk olarak reflektör eksenine dik olan bir yüzey üzerinde bulunur. Bunu başarmak için kullanılan yöntem genellikle geometrik optik olarak karşımıza çıkmaktadır. Pek çok durumda düzlem odak noktası aracılığıyla alınır ve bu düzlem şekil (3.5)'te gösterildiği gibi açıklık yüzeyi olarak tayin edilir. Genellikle açıklık düzlemi üzerinde, reflektörün ilgilenilen alanı dışında kalan eşdeğer kaynaklar sıfır olarak alınır. Bu eşdeğer kaynaklar daha sonra ışınan alanların hesabında kullanılmaktadır.

Akım dağılım yöntemi için, (3.11) numaralı eşitlikle verilen $\vec{J}_s$ akım yoğunluk fonksiyonuna ilişkin fizik optik yaklaşımı şekil 3.5'te görülen reflektörün aydınlatılmış tarafı (S_1) üzerinden

hesaplanır. Ardından söz konusu akım yoğunluğu ifadesi uzak alan ışıma karakteristiklerinin elde edilebilmesi amacıyla reflektör yüzeyi üzerinde integral işlemine tabi tutulur.



Şekil 3.5 Yansıtıcı yüzeyin görünümü (Balanis, 2005).

Şekil 3.5'te görülen reflektör yapısı için her iki yönteme uygulanan yaklaşımlar aşağıdaki gibidir:

- Reflektörün aydınlatılmayan tarafındaki (S_2) akım yoğunluğu sıfıra eşittir.
- Akım yoğunluğunun reflektör kenarı üzerindeki süreksizliği ihmal edilmektedir.
- Beslemenden yapılan direkt ışıma ve açıklık blokajı ihmal edilmektedir.

Bu yaklaşımlar yapılarak kullanılan her iki teknikle de ışınan alana ilişkin ana lob ve ana loba yakın yan loblarda doğru sonuçlar elde edilebilmektedir. Bütün bölgelerdeki ve özellikle düşük seviyelerdeki kritik yan lobların belirlenmesinin gerektiği durumlarda ise geometrik kırınım tekniği uygulanabilir.

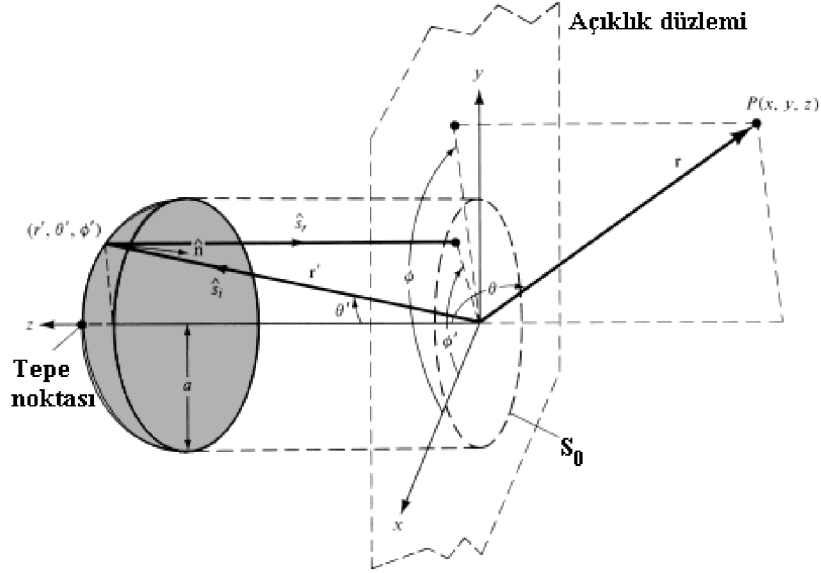
Açıklık dağılım yönteminin avantajı açıklık düzlemi üzerindeki integrasyonun herhangi bir besleme paterni veya besleme pozisyonu için eşit kolaylıkla gerçekleştirilebilmesidir. Beslemenin eksenin dışında olması durumunda ve/veya asimetrik bir besleme yapısı kullanılması durumunda akım dağılım yöntemi için gerekli olan reflektör yüzeyi üzerindeki integrasyon oldukça karmaşık ve zaman alan bir hale dönüşmektedir.

Bu noktada $G_f(\theta', \phi')$ şeklinde bir kazanç fonksiyonuna sahip ve y -polarizeli bir kaynağın parabolik reflektörün odak noktasına yerleştirildiği varsayalım. Bu kaynaktan ışıma yoğunluğu şu şekilde tanımlanabilir:

$$U(\theta', \phi') = \frac{P_t}{4\pi} G_f(\theta', \phi') \quad (3.14)$$

Burada P_t toplam ışınan güçtür. Şekil 3.6 referans alınarak r' uzak alan bölgesinde;

$$U(\theta', \phi') = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{E}^0(\theta', \phi') \times \vec{H}^{0*}(\theta', \phi')] = \frac{1}{2\eta} |\vec{E}^0(\theta', \phi')|^2 \quad (3.15)$$



Şekil 3.6 Parabolik reflektör sisteminin üç boyutlu geometrisi (Balanis, 2005).

Buradan;

$$|\vec{E}^0(\theta', \phi')|^2 = [2\eta U(\theta', \phi')]^{1/2} = [\eta \frac{P_t}{2\pi} G_f(\theta', \phi')]^{1/2} \quad (3.16)$$

ifadesi elde edilir. Çapsal mesafeye dik doğrultuda gelmekte olan alan ifadesi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

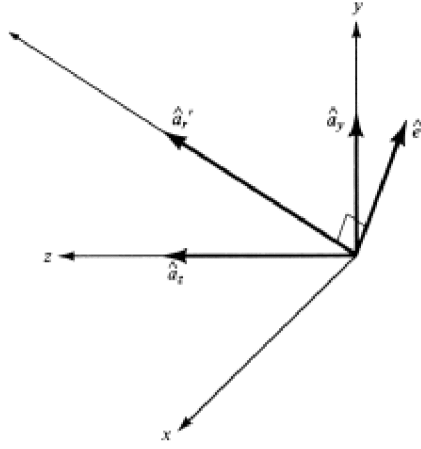
$$E^i(r', \theta', \phi') = \hat{e}_i \left[\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{P_t}{2\pi} G_f(\theta', \phi') \right]^{1/2} \frac{e^{-jkr'}}{r'} = \hat{e}_i C_1 \sqrt{G_f(\theta', \phi')} \frac{e^{-jkr'}}{r'} \quad (3.17)$$

Burada;

$$C_1 = \left(\frac{\mu}{\epsilon} \right)^{1/4} \left(\frac{P_t}{2\pi} \right)^{1/2} \quad (3.18)$$

şeklindedir.

Burada $\hat{e}_i$, $\hat{a}_r$ vektörüne dik ve $\hat{a}_r$ ile $\hat{a}_y$ vektörleri tarafından oluşturulan düzleme paralel olan bir birim vektördür. Bu durum şekil 3.7’de görülmektedir.



Şekil 3.7 Parabolik reflektör sistemi için birim vektör tanımlamaları (Balanis, 2005).

Reflektör yüzeyinde aşağıdaki ifadenin geçerli olduğu kanıtlanabilir:

$$\vec{J}_s = 2\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}[\hat{n} \times (\hat{s}_i \times \vec{E}_i)] = 2\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}C_1\sqrt{G_f(\theta', \phi')} \frac{e^{-jkr'}}{r'} \vec{u} \quad (3.19)$$

Burada $\vec{u}$ ifadesi;

$$\vec{u} = \hat{n} \times (\hat{a}_r \times \hat{e}_i) = (\hat{n} \cdot \hat{e}_i) \hat{a}_r - (\hat{n} \cdot \hat{a}_r) \hat{e}_i \quad (3.20)$$

Şeklinde ifade edilmektedir.

(3.19) numaralı eşitlikle gösterilen reflektör akımlarından meydana gelen $\vec{E}_{ap}$ açıklık alanını bulmak için, öncelikle r' noktasındaki yansıyan alan ifadesi olan $\vec{E}_r$ bulunmalıdır. Bu ifadenin aşağıdaki formda olacağı açıktır:

$$\vec{E}_r = \hat{e}_r C_1 \sqrt{G_f(\theta', \phi')} \frac{e^{-jkr'}}{r'} \quad (3.21)$$

Burada $\hat{e}_r$ yansıyan alanın polarizasyonunu tanımlayan birim vektördür. (3.13) formülünden;

$$\vec{J}_s = 2\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}[\hat{n} \times (\hat{s}_r \times \vec{E}_r)] \quad (3.22)$$

olarak yazılabilir. $\hat{s}_r = -\hat{a}_z$ olduğundan dolayı, (3.22) numaralı eşitlik (3.21) numaralı eşitlik kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\vec{J}_s = 2\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} C_1 \sqrt{G_f(\theta', \phi')} \frac{e^{-jkr'}}{r'} \vec{u} \quad (3.23)$$

Burada;

$$\vec{u} = \hat{n} x (-\hat{a}_z \hat{x} \hat{e}_r) = -\hat{a}_z (\hat{n} \cdot \hat{e}_r) - \hat{e}_r \cos\left(\frac{\theta'}{2}\right) \quad (3.24)$$

şeklindedir.

(3.20), (3.23) ve (3.24) numaralı eşitliklerin kullanılması ve gerekli matematiksel işlemlerin yapılmasının ardından aşağıdaki ifade elde edilebilir:

$$\vec{E}_{ap} = \hat{e}_r C_1 \sqrt{G_f(\theta', \phi')} \frac{e^{-jkr'(1+\cos\theta')}}{r'} = \hat{a}_x E_{xa} + \hat{a}_y E_{ya} \quad (3.25)$$

Burada E_{xa} ve E_{ya} açıklık üzerindeki yansıyan alanın x ve y bileşenlerini temsil etmektedir.

(3.25) numaralı denklemde verilen yansıyan elektrik alan bileşenleri kullanılarak açıklık yüzeyi üzerinde bir eşdeğerlilik oluşturulabilir. Yani,

$$\vec{J}'_s = \hat{n} x \vec{H}_a = -\hat{a}_z x \left(\hat{a}_x \frac{E_{ay}}{\eta} - \hat{a}_y \frac{E_{ax}}{\eta} \right) = -\hat{a}_x \frac{E_{ax}}{\eta} - \hat{a}_y \frac{E_{ay}}{\eta} \quad (3.26)$$

$$\vec{M}'_s = -\hat{n} x \vec{E}_a = \hat{a}_z x \left(\hat{a}_x E_{ax} + \hat{a}_y E_{ay} \right) = -\hat{a}_x E_{ay} + \hat{a}_y E_{ax} \quad (3.27)$$

Bu noktadan sonra ışıyan alan (3.26) ve (3.27) numaralı denklemler kullanılarak hesaplanabilir. İntegrasyon işlemi yalnızca şekil 3.6'da kesikli çizgilerle gösterilen açıklık yüzeyindeki reflektörün hedeflenen S_0 kesit alanı tarafından sınırlandırılabilir. Bu durumda;

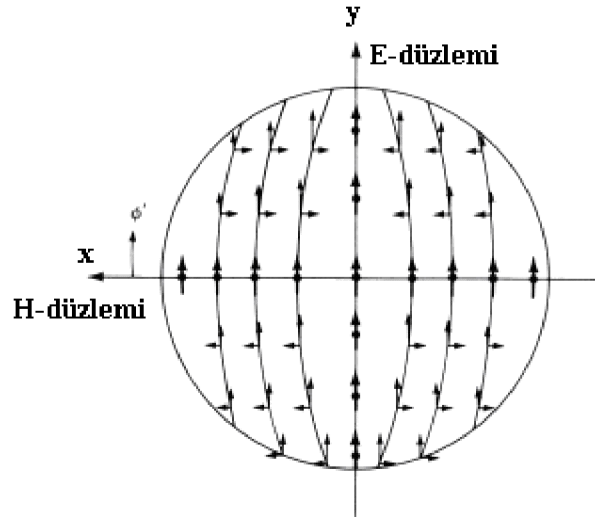
$$E_{\theta_s} = \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (1 - \cos\theta) \iint_{S_0} (-E_{ax} \cos\phi - E_{ay} \sin\phi) e^{jk(x' \sin\theta \cos\phi + y' \sin\theta \sin\phi)} dx' dy' \quad (3.28)$$

$$E_{\phi_s} = \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (1 - \cos\theta) \iint_{S_0} (-E_{ax} \sin\phi + E_{ay} \cos\phi) e^{jk(x' \sin\theta \cos\phi + y' \sin\theta \sin\phi)} dx' dy' \quad (3.29)$$

olarak elde edilir. Burada yapılan işlem kısaca, parabolik ve küresel reflektörlerin ışıma paternlerinin sayısal integrasyon teknikleri yardımıyla açıklık dağılım yöntemi kullanılarak hesaplanmasıdır şeklinde özetlenebilir.

3.3.4 Çapraz Polarizasyon

Gelen alanın y polarizeli olması durumunda, açıklık dağılım yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçlardan da görüleceği üzere, parabolik reflektörden yansıyan alan x ve y polarizeli bileşenlere sahip olmaktadır. Burada y bileşeni asıl polarizasyon olarak; x bileşeni ise çapraz polarizasyon olarak belirlenmektedir. Bu durum şekil 3.8’de gösterilmektedir.



Şekil 3.8 Parabolik reflektörün asıl (y doğrultusu) ve çapraz (z doğrultusu) polarizasyon bileşenleri (Balanis, 2005).

Bununla beraber simetrik çapraz polarizeli bileşenlerin birbirleri ile 180° faz farkına sahip oldukları görülmektedir. Ayrıca, çok dar huzmeli reflektörlerde veya ışımının maksimum olduğu doğrultuya çok yakın açılarda ($\theta' \approx 0^\circ$) çapraz polarizeli x bileşeni azalmakta ve tam eksen üzerinde ($\theta' = 0^\circ$) sıfıra eşit olmaktadır. Benzer bir işlem gelen alanın x polarizeli olması durumunda yansıtıcı yüzeyin söz konusu alanı x polarizeli bileşenin yanında y polarizeli bileşen oluşacak şekilde ayrıştırdığını göstermek için de kullanılabilir.

3.3.5 Akım Dağılım Yöntemi

Akım dağılım yöntemi, yüzeyden alan saçılımına ilişkin olarak, geometrik optik yöntemi ile kıyaslandığı zaman daha yaklaşık sonuçlar veren bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu

yöntemin kullanılmasındaki esas zorluk saçıcı cisim üzerindeki akım yoğunluğuna ilişkin yaklaşımın yapılmasıdır.

Bilindiği üzere $\vec{J}$ ve $\vec{M}$ kaynaklarından yayılan $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ ifadeleri aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_F = -j \frac{1}{4\pi\omega\epsilon} \int_V [(\vec{J} \cdot \nabla) \nabla + k^2 \vec{J} + j\omega\epsilon \vec{M} \times \nabla] \frac{e^{-jkR}}{R} dv' \quad (3.30)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_A + \vec{H}_F = -j \frac{1}{4\pi\omega\mu} \int_V [(\vec{M} \cdot \nabla) \nabla + k^2 \vec{M} - j\omega\epsilon \vec{J} \times \nabla] \frac{e^{-jkR}}{R} dv' \quad (3.31)$$

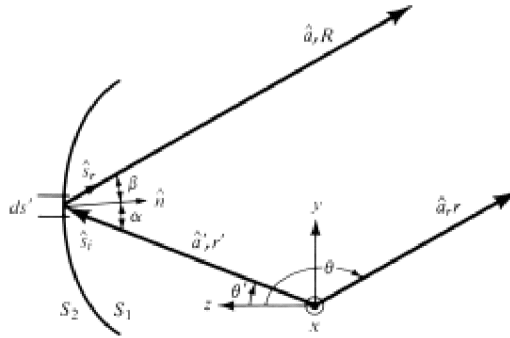
Söz konusu ifadeler uzak alan yaklaşımına tabi tutulursa;

$$\vec{E} \simeq -j \frac{\omega\mu}{4\pi r} e^{-jkr} \int_V [(\vec{J} - (\vec{J} \cdot \hat{a}_r) \hat{a}_r + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{M} \times \hat{a}_r) e^{jkr \cdot \hat{a}_r} dv' \quad (3.32)$$

$$\vec{H} \simeq -j \frac{\omega\epsilon}{4\pi r} e^{-jkr} \int_V [(\vec{M} - (\vec{M} \cdot \hat{a}_r) \hat{a}_r - \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \vec{J} \times \hat{a}_r) e^{jkr \cdot \hat{a}_r} dv' \quad (3.33)$$

ifadeleri elde edilir.

Eğer akım dağılımları, elektrik ve magnetik alan tarafından şekil 3.9'da gösterilen mükemmel elektriksel iletken üzerinde endüklenirse, bu akımlar tarafından oluşturulan alanlar saçılan alan olarak isimlendirilir.



Şekil 3.9 Yansıtıcı yüzeyin geometrik tanımlaması (Balanis, 2005).

Eğer iletken yüzey kapalı ise, (3.32) ve (3.33) numaralı uzak alan ifadelerinde $\vec{M} = 0$ olarak alınır ve hacim integrali yüzey akım yoğunluğunu temsil eden $\vec{J}$ vektörünün lineer akım

yoğunluğunu temsil eden $\vec{J}_s$ vektörüyle ile değiştirilmesi suretiyle yüzey integraline indirgenir. Dolayısıyla;

$$\vec{E}_s \simeq -j \frac{\omega \mu}{4\pi r} e^{-jkr} \oint_S \left[\vec{J}_s - (\vec{J}_s \cdot \hat{a}_r) \hat{a}_r \right] e^{jk\vec{r} \cdot \hat{a}_r} ds' \quad (3.34)$$

$$\vec{H}_s \simeq j \frac{\omega \sqrt{\epsilon \mu}}{4\pi r} e^{-jkr} \oint_S \left[\vec{J}_s \times \hat{a}_r \right] e^{jk\vec{r} \cdot \hat{a}_r} ds' \quad (3.35)$$

Bu noktada (3.34) ve (3.35) denklemleri kullanılarak parabolik reflektör yüzeyinden saçılan alanların hesabı yapılabilir. Genellikle gölge bölgedeki akımlar tarafından oluşturulan alan toplam alanla kıyaslandığında çok küçük kalmaktadır. Bu yüzden bu akımlar ve alanlar sıfıra eşitlenebilir. Parabolik reflektörün aydınlatılan kısmından kaynaklanan saçılan alan akım dağılımı yöntemi kullanılarak formülize edilebilir.

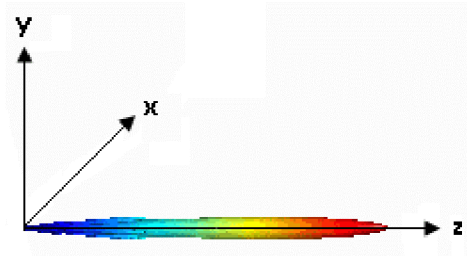
Dolayısıyla bu yaklaşıklıkların kapsamında (3.34) ve (3.35) denklemleri değerlendirilmelidir. Parabolik reflektörün uzak alan elektrik alan ifadesi (3.34) denklemi söz konusu yaklaşımlarla tekrar ele alındığında aşağıdaki şekilde iki bileşene ayrıştırılabilir:

$$\vec{E}_\theta \simeq -j \frac{\omega \mu}{4\pi r} e^{-jkr} \iint_{S_1} \hat{a}_\theta \cdot \vec{J}_s e^{jk\vec{r} \cdot \hat{a}_r} ds' \quad (3.36)$$

$$\vec{E}_\phi \simeq -j \frac{\omega \mu}{4\pi r} e^{-jkr} \iint_{S_1} \hat{a}_\phi \cdot \vec{J}_s e^{jk\vec{r} \cdot \hat{a}_r} ds' \quad (3.37)$$

3.3.6 Kalem Huzme ve Kosekant-Kare Işıma Paternleri

Parabolik reflektör antenler kalem huzme olarak adlandırılan son derece dar açılı ışıma paternlerine sahiptirler. Bu patern yapısı şekil 3.10'da görülmektedir.



Şekil 3.10 Kalem huzme ışıma paterni.

Bu özelliklerinden dolayı özellikle yüksek çözünürlüğün gerektiği radar sistemlerinde son derece başarılı bir performans göstermektedirler. Ancak değişik platformların dik açıyla ve yakın menzilden radara yaklaşması durumunda kalem huzmeye sahip reflektör antenlerin kullanılması, söz konusu hedeflerin tespit edilememesi problemini de beraberinde getirmektedir. Bu nedenle özellikle hava ve kıyı gözetleme radarları için tarama performansını artırabilmek amacıyla kosekant-kare adı verilen, bir tarafı diğer tarafına göre belirgin bir şekilde daha geniş yapıda olan, özel bir asimetric patern türü kullanılmaktadır. Şekil 3.11’de bu duruma ilişkin tipik bir senaryo örneği görülmektedir.



Şekil 3.11 Kosekant-kare ışıma paterni ve bu paternin kullanımına ilişkin örnek bir senaryo.

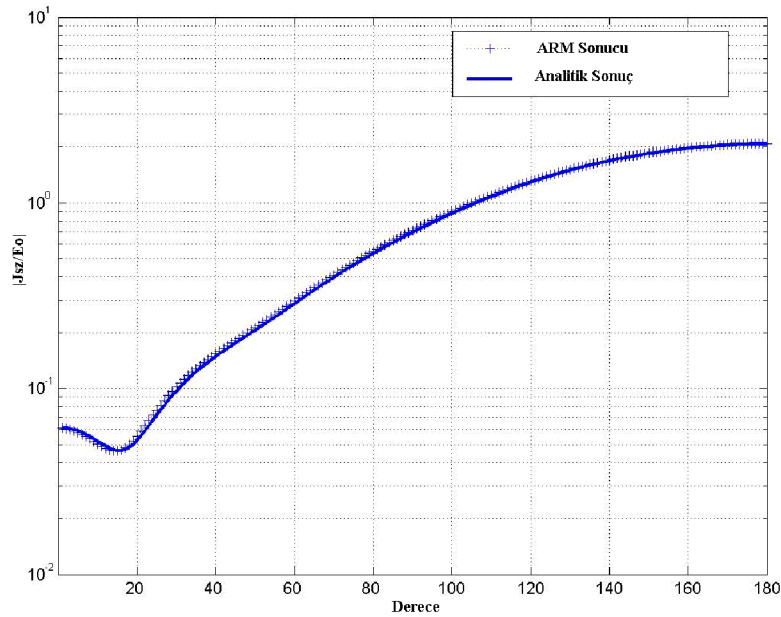
Şekil 3.11’den de görüleceği üzere söz konusu durum için, kalem huzme ışıma paternine sahip reflektör antenin kullanıldığı bir radar sisteminin, bu açı ve mesafeden gelen savaş uçağını algılayabilmesi mümkün gözükmemektedir. Böyle bir durum için alt tarama performansından ödün vermeden üst tarama performansının artırılması, dolayısıyla asimetric patern yapısının kullanılması gerekmektedir. Bu şekilde söz konusu hedef antenin kapsama açısına girecek ve hedefin radar tarafından algılanma şansı mevcut olacaktır. Bu amaçla kullanılan patern yapısı kosekant-kare olarak bilinmekte ve günümüz hava gözetleme radar sistemlerinde çok yaygın olarak kullanılmaktadır.

4. PARAMETRİZASYON VE SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde ilk olarak standart parabolik reflektör antenin ARM kullanılarak analiz edilmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda, reflektör antenin ve bu anteni besleyen horn antenin parametrizasyonu gerçekleştirilmiştir. Parametrizasyon işleminin ardından simülasyonlara başlanmış ve elde edilen uzak alan ışıma karakteristikleri gösterilmiştir. Bununla birlikte ARM'nin analitik ve sayısal yöntemlerden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması sureti ile verifikasyonu gerçekleştirilmiştir. Klasik reflektör yapısının incelenmesi ile beraber kosekant-kare ışıma paternine sahip anten konfigürasyonları üzerine çalışılmaya başlanmıştır. Bu kapsamda, temel olarak dört yöntem önerilmiş ve bu yöntemlerin analizleri ARM kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

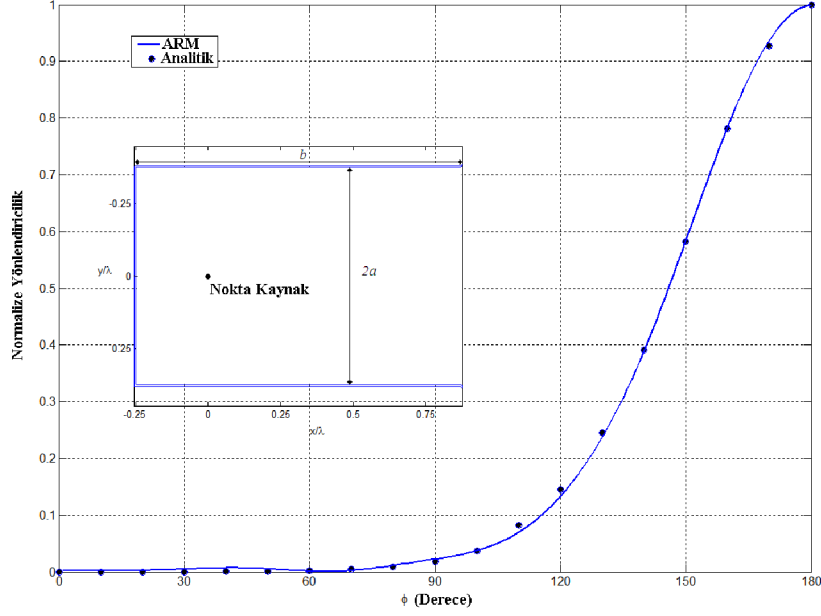
4.1 Verifikasyon

Parabolik reflektör antenlerin tasarım ve analiz işlemlerine başlanmadan önce kullanılan yöntemin ne derece sağlıklı bir yöntem olduğunun anlaşılabilmesi amacıyla ARM kullanılarak elde edilen sonuçlar analitik ve sayısal yöntemlerden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bu bağlamda ilk olarak dairesel bir silindirin düzlem dalga kullanılarak aydınlatıldığı durumda, silindirin üzerinde endüklenen akım yoğunluğuna ilişkin hem analitik hem de ARM kullanılarak yapılan analizler neticesinde elde edilen sonuçlar birbirleri ile kıyaslanmıştır. Yapılan verifikasyon işleminin şekil 4.1'de görülmektedir.



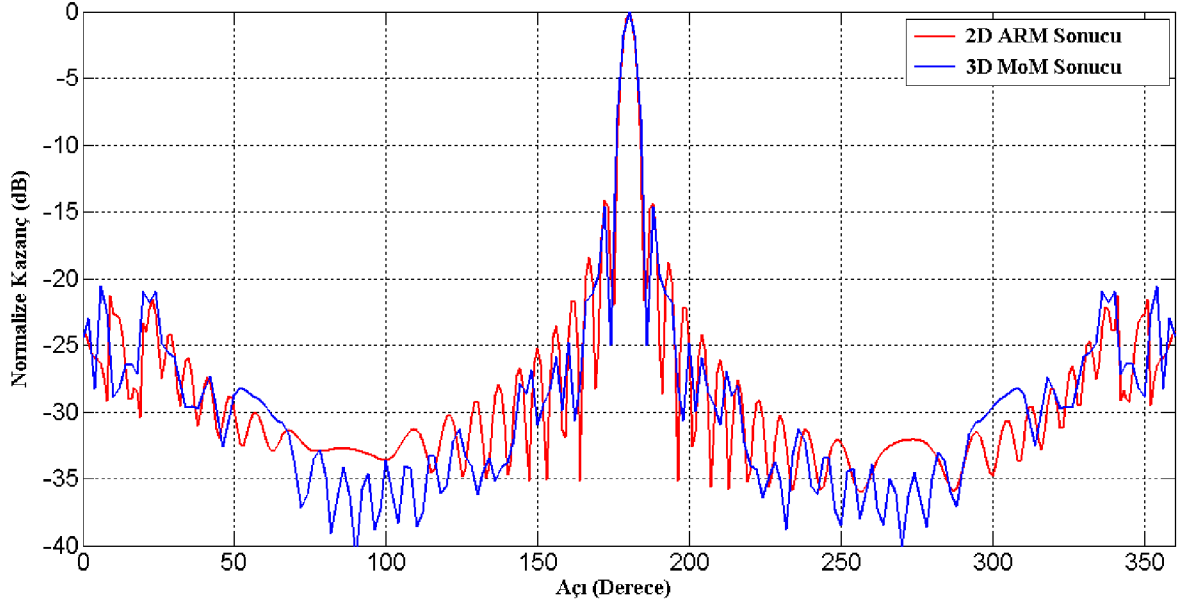
Şekil 4.1 Silindir üzerine endüklenen akım yoğunluğuna ilişkin yapılan verifikasyon işleminin sonucu (Umashankar ve Taflove, 1993).

Ardından, açık uçlu bir dalga kılavuzundan meydana gelen ışıma problemine ilişkin bir diğer verifikasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda Weinstein'ın açık uçlu dalga kılavuzu için yapmış olduğu analitik çözüm ile ARM kullanılarak gerçekleştirilen analiz neticesinde elde sonuç ile kıyaslanmıştır. Bu işlem şekil 4.2'de görülmektedir.



Şekil 4.2 Açık uçlu dalga kılavuzundan ışıma problemine ilişkin yapılan verifikasyon işleminin sonucu (Türk vd., 2010).

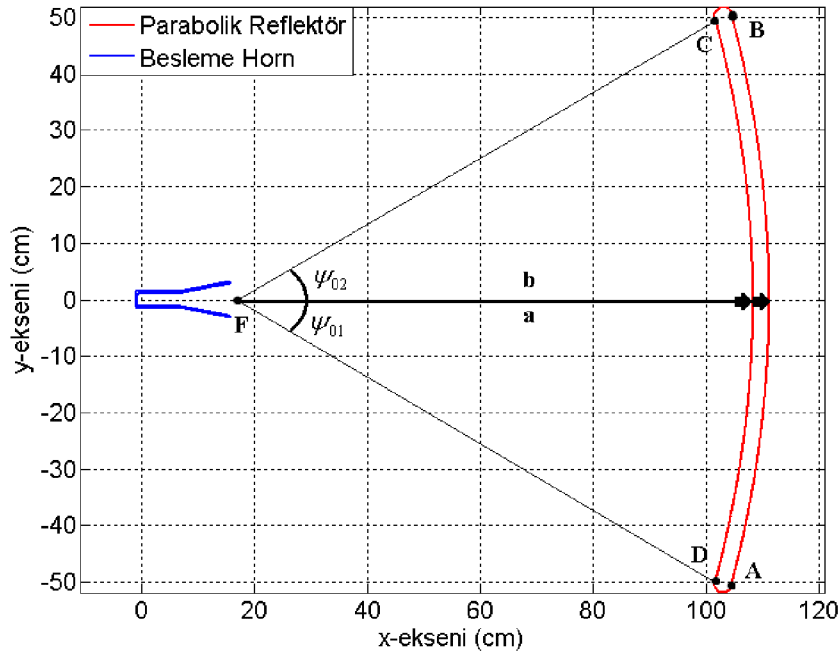
ARM sonuçlarının analitik yöntemler kullanılarak elde edilen sonuçlarla kıyaslanmasının ardından, üç boyutlu tam dalga elektromagnetik simülasyon programı kullanılarak 10 GHz merkez frekansında, 10λ uzunluğunda parabolik reflektör anten tasarımı gerçekleştirilmiş ve elde edilen uzak alan ışıma paterninin ARM kullanılarak elde edilen ışıma paterni ile kıyaslanması suretiyle sayısal verifikasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. Sayısal verifikasyon işlemi şekil 4.3'te görülmektedir.



Şekil 4.3 10λ uzunluğundaki parabolik reflektörün uzak alan ışıma paternine ilişkin yapılan verifikasyon işleminin sonucu.

4.2 Klasik Parabolik Reflektör Anten Yapısı

Bu bölümde pencil-beam ışıma paternine sahip klasik parabolik reflektör anten tasarımı ARM kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla anten dört bölgeye ayrılmış ve her bir bölgenin parametrizasyonu kendi içerisinde yapılmıştır. ARM kullanılarak tasarlanan antenin enine kesiti şekil 4.4'te görülmektedir.



Şekil 4.4 Klasik parabolik reflektör yapısının kesit görünümü.

Bu amaçla antenin enine kesiti, L konturu A noktasından D noktasına ve oradan da tekrar A noktasına gelinceye kadar karşılık düşen $\theta \in [-\pi, \pi]$ noktalarıyla modellenmiştir. Yapılan parametrisasyon kapsamında bölgelerin tanımları ve her bir bölgenin segment uzunluğu tablo 4.1’de görülmektedir.

Tablo 4.1 Klasik reflektör yapısına ilişkin kontur tanımlamaları ve segment uzunlukları (Türk, 2006).

No	Bölge	Tanımlama	Segment Uzunluğu
1	AB	$-\pi \leq \theta < -\pi + 2L_{AB} \pi/L$	$L_{AB} = b \tan((\psi_{02} - \psi_{01})/2)$
2	BC	$-\pi + 2L_{AB} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{BC} \pi/L$	$L_{BC} = L_{AB} + \pi c_2$
3	CD	$-\pi + 2L_{BC} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{CD} \pi/L$	$L_{CD} = L_{BC} + a \tan((\psi_{02} - \psi_{01})/2)$
4	DA	$-\pi + 2L_{CD} \pi/L \leq \theta < \pi$	$L = L_{LM} + c_1$
* $c_1 = (b - a) / (1 + \cos(\psi_{01}))$, $c_2 = (b - a) / (1 + \cos(\psi_{02}))$			

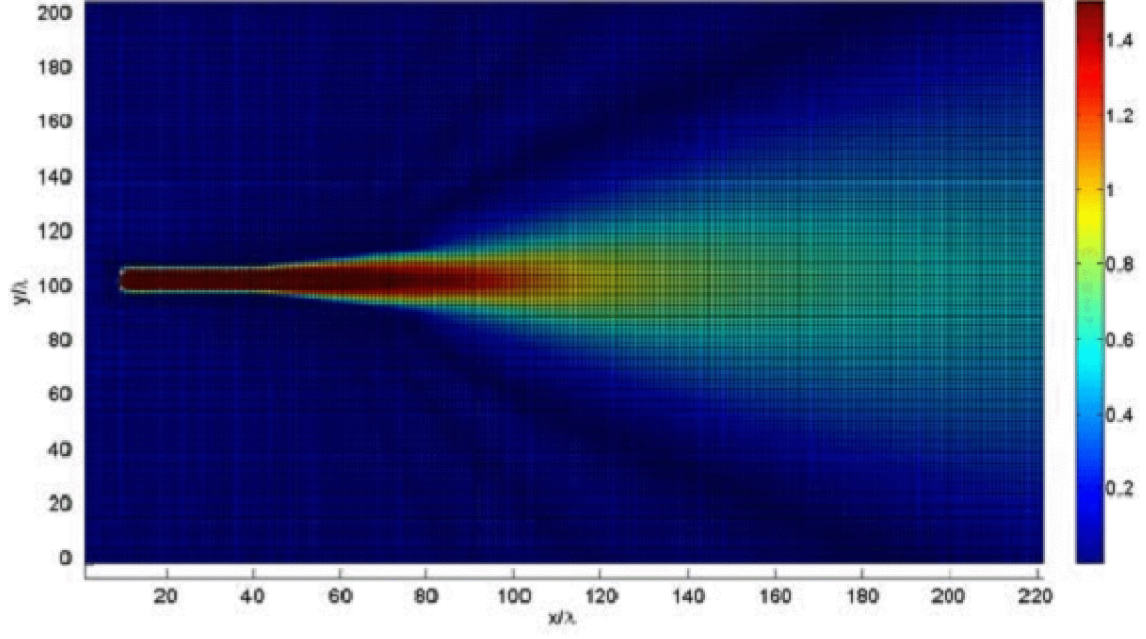
$$x = -\frac{2b(\cos\varphi_1)}{1+\cos\varphi_1} - X_s, \quad y = \frac{2b(\sin\varphi_1)}{1+\cos\varphi_1}, \quad l \in [A, B) \quad (4.1)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= c_2 \cos\left[\frac{(-l + L_{AB})}{c_2} + \pi - \psi_{02}\right] - \frac{(a+b)\cos\psi_{02}}{1+\cos\psi_{02}} - (R-1)c_2 \cos\psi_{02} \\ y &= c_2 \sin\left[\frac{(-l + L_{AB})}{c_2} + \pi - \psi_{02}\right] + \frac{(a+b)\cos\psi_{02}}{1+\cos\psi_{02}} - (R-1)c_2 \sin\psi_{02} \end{aligned} \right\}, \quad l \in [B, C) \quad (4.2)$$

$$x = -\frac{2a(\cos\varphi_2)}{1+\cos\varphi_2} - X_s, \quad y = \frac{2a(\sin\varphi_2)}{1+\cos\varphi_2}, \quad l \in [C, D) \quad (4.3)$$

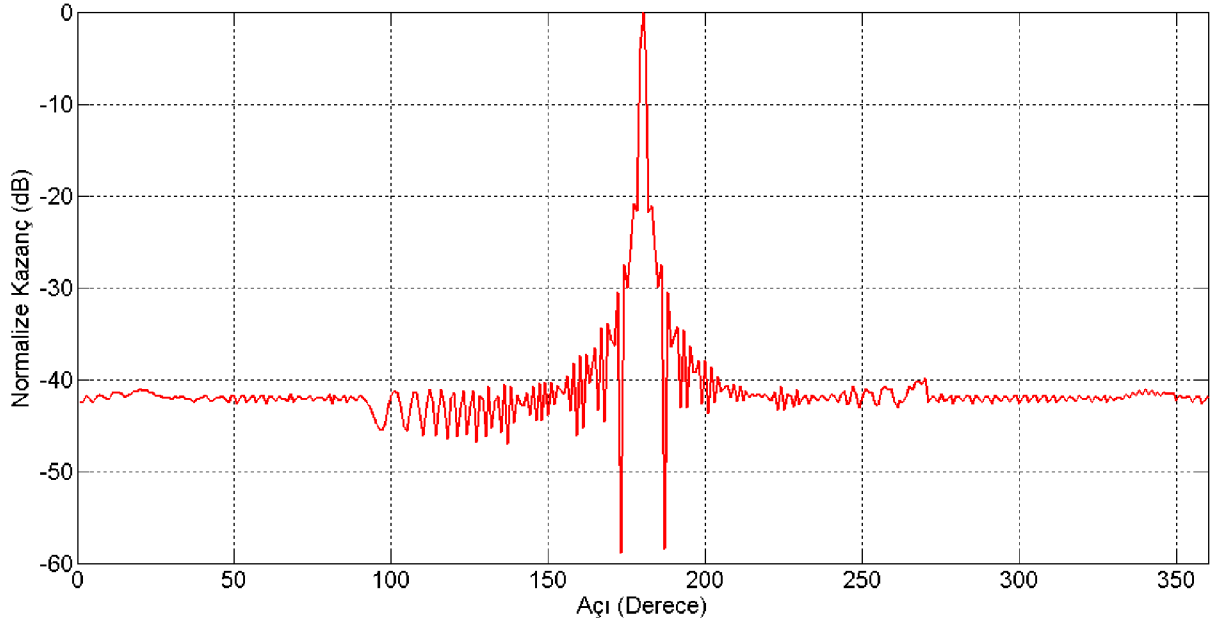
$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \cos\left[\frac{(-l + L_{CD})}{c_1} + \pi - \psi_{01}\right] - \frac{(a+b)\cos\psi_{01}}{1+\cos\psi_{01}} - (R-1)c_1 \cos\psi_{01} \\ y &= c_1 \sin\left[\frac{(-l + L_{CD})}{c_1} + \pi - \psi_{01}\right] + \frac{(a+b)\cos\psi_{01}}{1+\cos\psi_{01}} - (R-1)c_1 \sin\psi_{01} \end{aligned} \right\}, \quad l \in [D, A) \quad (4.4)$$

Şekil 4.5’te reflektör anteni beslemek amacıyla kullanılan horn antenin yakın alan analizine ilişkin yapılan simülasyon sonucu görülmektedir. Bu çalışmada parabolik reflektör antenleri beslemek üzere kullanılan horn antenin kanat uzunluğu (c) 3λ , dalga kılavuzunun uzunluğu (b) 2.6λ ve genişliği (a) 0.962λ olarak seçilmiştir. Tasarımı yapılan tüm reflektör antenler bu boyutlara sahip horn anten kullanılarak beslenmiştir.



Şekil 4.5 Besleme horn anteninin yakın alan analiz sonucu.

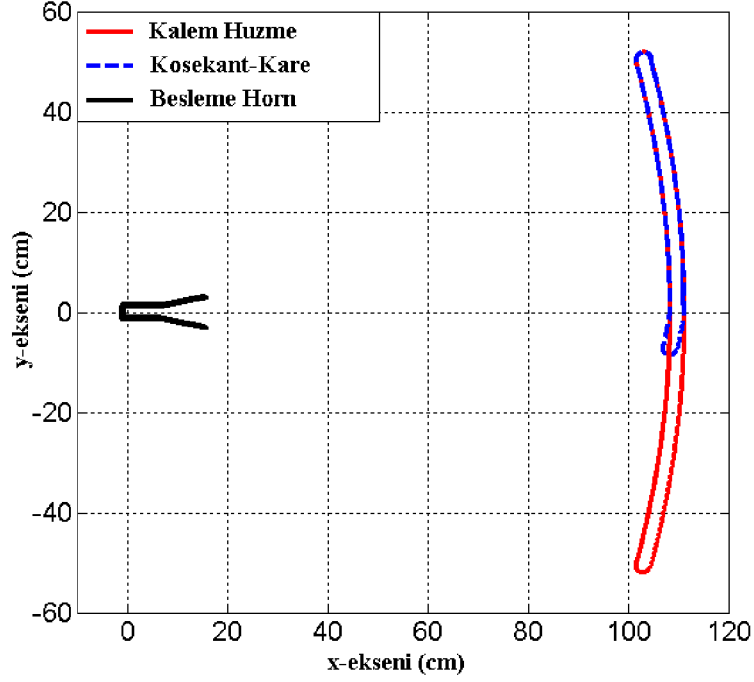
Şekil 4.6’da ARM kullanılarak elde edilen, parabolik reflektör antenin uzak alan ışıma paterni görülmektedir.



Şekil 4.6 Parabolik reflektör antenin ARM kullanılarak elde edilmiş uzak alan ışıma paterni.

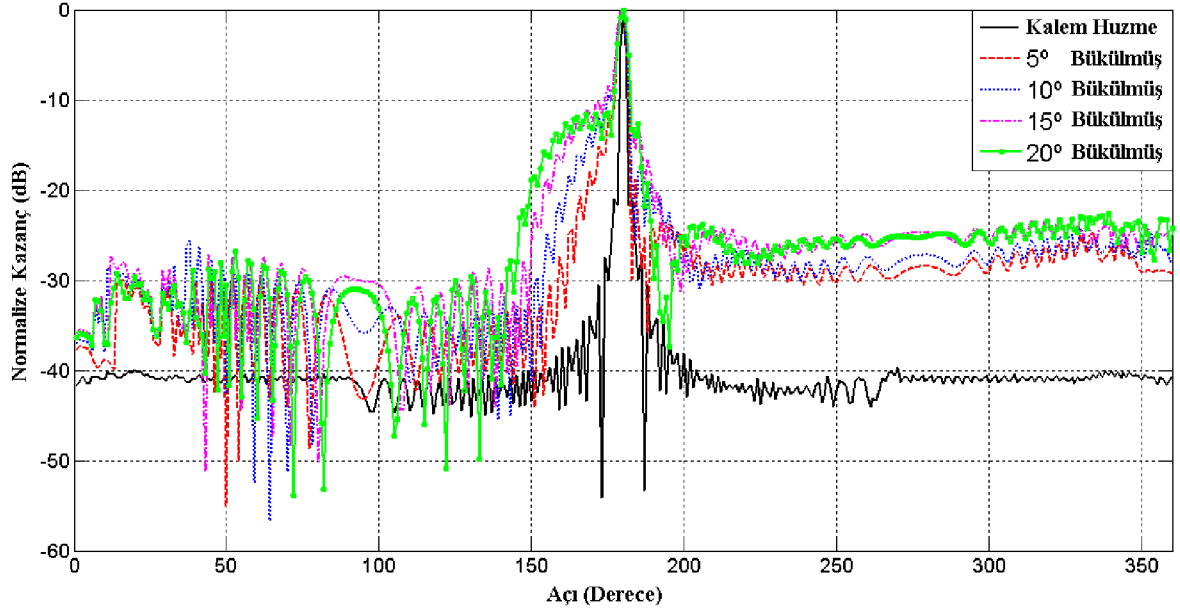
4.3 Model 1 Kosekant-Kare Reflektör Anten Yapısı

Bu bölümde kosekant-kare ışıma paterni elde edebilmek amacıyla parabolik reflektör yapısı alt taraftan bir miktar kesilmiş ve sırası ile 5° , 10° , 15° , 20° içeri bükülerek elde edilen ışıma paternlerinin parametrik analizi yapılmıştır. Tasarımı gerçekleştirilen reflektör anten yapısı şekil 4.7’de görülmektedir.



Şekil 4.7 Model 1 kosekant-kare reflektör yapısının kesit görünümü.

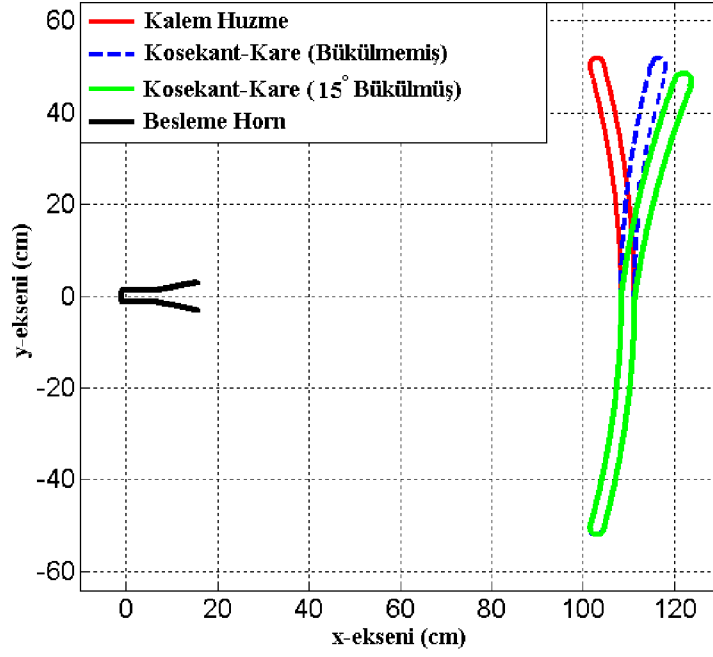
ARM kullanılarak yapılan analizler sonucu elde edilen kosekant-kare ışıma paternleri ve bu paternlerde bükülme açısına bağlı olarak meydana gelen değişimler şekil 4.8’de görülmektedir.



Şekil 4.8 Model 1 reflektör antenin ARM kullanılarak elde edilmiş bükülme açısına bağlı uzak alan ışıma paternleri.

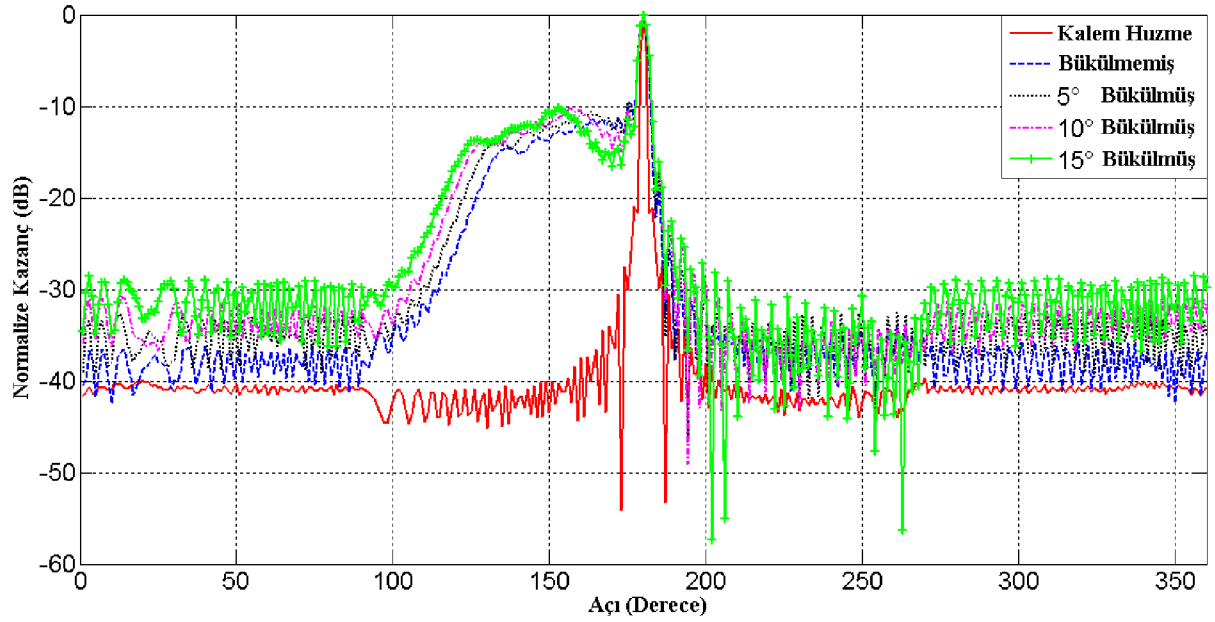
4.4 Model 2 Kosekant-Kare Reflektör Anten Yapısı

Bu bölümde kosekant-kare ışıma paterni elde edebilmek amacıyla, kalem huzme ışıma paternine sahip klasik parabolik reflektör anten yapısı modifiye edilmiştir. Bu kapsamda reflektör yapısının üst kısmı dışbükey olacak şekilde tasarlanmıştır. Tasarımı gerçekleştirilen reflektörün dışbükey kısmı sırasıyla 5°, 10°, 15° dışarı bükülerek elde edilen ışıma paternlerinin bükülme açısına bağlı olarak parametrik analizi yapılmıştır. Reflektör yapısının enine kesiti şekil 4.9’da görülmektedir.



Şekil 4.9 Model 2 kosekant-kare reflektör yapısının kesit görünümü.

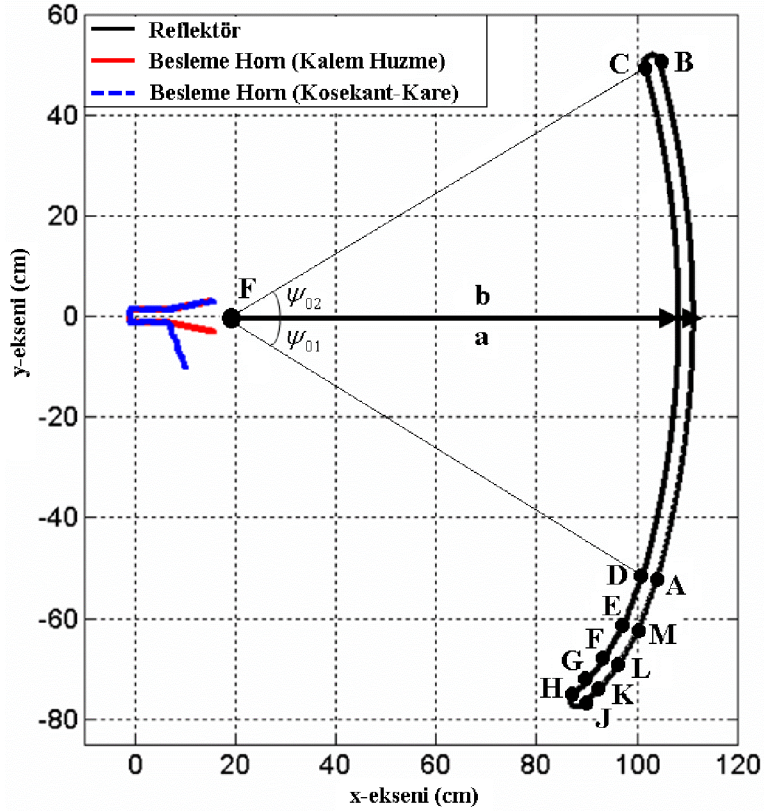
Gerçekleştirilen tasarıma ilişkin ARM kullanılarak yapılan analizler sonucunda elde edilen uzak alan ışıma paternleri şekil 4.10’da görülmektedir.



Şekil 4.10 Model 2 reflektör antenin ARM kullanılarak elde edilmiş bükülme açısına bağlı uzak alan ışıma paternleri.

4.5 Model 3 Kosekant-Kare Reflektör Anten Yapısı

Bu bölümde kalem huzme ve kosekant-kare ışıma desenlerini, reflektör yapısında herhangi bir değişiklik gerçekleştirmeksizin aynı reflektör yapısını kullanarak elde edebilmek amacıyla yeni bir tasarım gerçekleştirilmiştir. Klasik parabolik reflektör antenin alt kısmına 4λ , 3λ , 2λ ve 1λ uzunluklarına sahip dört adet parça kaskad olarak eklenmiştir. Modifiye edilmiş bu reflektör yapısı her iki paterni elde edebilmek amacıyla kullanılmıştır. Bunun için reflektörü besleyen H-düzlemi horn anten simetrik ve asimetrik olarak besleme işlemini gerçekleştirmiştir. Kalem huzme elde edebilmek amacıyla $\psi = 11.18^\circ$ kanat açısına sahip simetrik horn anten yapısı kullanılmıştır. Horn antenin alt kanadının 11.18° 'den 70° 'ye açılması ile birlikte kosekant-kare ışıma paterni elde edilmiştir. Tasarımı gerçekleştirilen reflektör anten yapısı şekil 4.11'de görülmektedir.



Şekil 4.11 Model 3 kosekant-kare reflektör yapısının kesit görünümü.

Tasarımı gerçekleştirilen antenin parametrizasyonuna ilişkin kontur bölgeleri ve segment uzunlukları tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.2 Model 3 kosekant-kare reflektör yapısına ilişkin kontur tanımlamaları ve segment uzunlukları.

No	Bölge	Tanımlama	Segment Uzunluğu
1	AB	$-\pi \leq \theta < -\pi + 2L_{AB} \pi/L$	$L_{AB} = b \tan((\psi_{02} - \psi_{01})/2)$
2	BC	$-\pi + 2L_{AB} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{BC} \pi/L$	$L_{BC} = L_{AB} + \pi c_2$
3	CD	$-\pi + 2L_{BC} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{CD} \pi/L$	$L_{CD} = L_{BC} + a \tan((\psi_{02} - \psi_{01})/2)$
4	DE	$-\pi + 2L_{CD} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{DE} \pi/L$	$L_{DE} = L_{CD} + c_3$
5	EF	$-\pi + 2L_{DE} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{EF} \pi/L$	$L_{EF} = L_{DE} + 0.75c_3$
6	FG	$-\pi + 2L_{EF} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{FG} \pi/L$	$L_{FG} = L_{EF} + 0.5c_3$
7	GH	$-\pi + 2L_{FG} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{GH} \pi/L$	$L_{GH} = L_{FG} + 0.25c_3$
8	HJ	$-\pi + 2L_{GH} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{HJ} \pi/L$	$L_{HJ} = L_{GH} + \pi c_1$
9	JK	$-\pi + 2L_{HJ} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{JK} \pi/L$	$L_{JK} = L_{HJ} + 0.25c_3$
10	KL	$-\pi + 2L_{JK} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{KL} \pi/L$	$L_{KL} = L_{JK} + 0.5c_3$
11	LM	$-\pi + 2L_{KL} \pi/L \leq \theta < -\pi + 2L_{LM} \pi/L$	$L_{LM} = L_{KL} + 0.75c_3$
12	MA	$-\pi + 2L_{LM} \pi/L \leq \theta < \pi$	$L = L_{LM} + c_3$
* $c_1 = (b - a) / (1 + \cos(\psi_{01}))$, $c_2 = (b - a) / (1 + \cos(\psi_{02}))$			

$$x = \frac{-2b \cos \varphi_{01}}{1 + \cos \varphi_{01}} - X_s, \quad y = \frac{2b \sin \varphi_{01}}{1 + \cos \varphi_{01}}, \quad l \in [AB] \quad (4.5)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= c_2 \cos\left(\frac{-l + L_{AB}}{c_2} + \pi - \psi_{02}\right) - \frac{(a+b) \cos \psi_{02}}{1 + \cos \psi_{02}} - X_s \\ y &= c_2 \sin\left(\frac{-l + L_{AB}}{c_2} + \pi - \psi_{02}\right) + \frac{(a+b) \sin \psi_{02}}{1 + \cos \psi_{02}} \end{aligned} \right\}, \quad l \in [BC] \quad (4.6)$$

$$x = \frac{-2a \cos \varphi_{02}}{1 + \cos \varphi_{02}} - X_s, \quad y = \frac{2a \sin \varphi_{02}}{1 + \cos \varphi_{02}}, \quad l \in [CD] \quad (4.7)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-2a \cos \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} + (l - L_{CD}) \cos \psi_{03} - X_s \\ y &= \frac{2a \sin \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} - (l - L_{CD}) \sin \psi_{03} \end{aligned} \right\}, \quad l \in [DE] \quad (4.8)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-2a \cos \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} + c_3 \cos \psi_{03} + (l - L_{DE}) \cos \psi_{04} - X_s \\ y &= \frac{2a \sin \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} - c_3 \sin \psi_{03} - (l - L_{DE}) \sin \psi_{04} \end{aligned} \right\}, l \in [EF) \quad (4.9)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-2a \cos \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} + c_3 (\cos \psi_{03} + 0.75 \cos \psi_{04}) + (l - L_{EF}) \cos \psi_{05} - X_s \\ y &= \frac{2a \sin \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} - c_3 (\sin \psi_{03} + 0.75 \sin \psi_{04}) - (l - L_{EF}) \sin \psi_{05} \end{aligned} \right\}, l \in [FG) \quad (4.10)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-2a \cos \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} + c_3 (\cos \psi_{03} + 0.75 \cos \psi_{04} + 0.5 \cos \psi_{05}) + (l - L_{FG}) \cos \psi_{06} - X_s \\ y &= \frac{2a \sin \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} - c_3 (\sin \psi_{03} + 0.75 \sin \psi_{04} + 0.5 \sin \psi_{05}) - (l - L_{FG}) \sin \psi_{06} \end{aligned} \right\}, l \in [GH) \quad (4.11)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \cos\left(\frac{-l + L_{GH}}{c_1} - \psi_{01}\right) - \frac{(a+b) \cos \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} + c_3 (\cos \psi_{03} + 0.75 \cos \psi_{04} + 0.5 \cos \psi_{05} + 0.25 \cos \psi_{06}) - X_s \\ y &= c_1 \sin\left(\frac{-l + L_{GH}}{c_1} - \psi_{01}\right) + \frac{(a+b) \sin \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} - c_3 (\sin \psi_{03} + 0.75 \sin \psi_{04} + 0.5 \sin \psi_{05} + 0.25 \sin \psi_{06}) \end{aligned} \right\}, l \in [HJ) \quad (4.12)$$

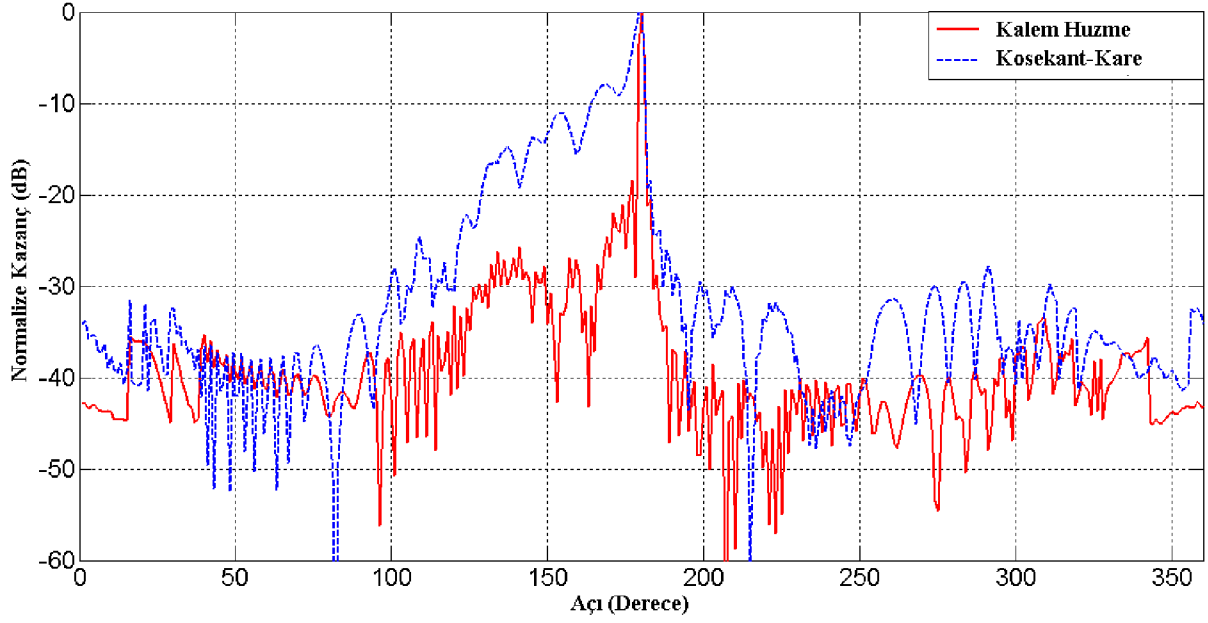
$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \cos(\pi + \psi_{01}) - \frac{(a+b) \cos \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} + c_3 (\cos \psi_{03} + 0.75 \cos \psi_{04} + 0.5 \cos \psi_{05} + 0.25 \cos \psi_{06}) - (l - L_{HJ}) \cos \psi_{06} - X_s \\ y &= c_1 \sin(-\pi - \psi_{01}) + \frac{(a+b) \sin \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} - c_3 (\sin \psi_{03} + 0.75 \sin \psi_{04} + 0.5 \sin \psi_{05} + 0.25 \sin \psi_{06}) + (l - L_{HJ}) \sin \psi_{06} \end{aligned} \right\}, l \in [JK) \quad (4.13)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \cos(\pi + \psi_{01}) - \frac{(a+b) \cos \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} + c_3 (\cos \psi_{03} + 0.75 \cos \psi_{04} + 0.5 \cos \psi_{05}) - (l - L_{JK}) \cos \psi_{05} - X_s \\ y &= c_1 \sin(-\pi - \psi_{01}) + \frac{(a+b) \sin \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} - c_3 (\sin \psi_{03} + 0.75 \sin \psi_{04} + 0.5 \sin \psi_{05}) + (l - L_{JK}) \sin \psi_{05} \end{aligned} \right\}, l \in [KL) \quad (4.14)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \cos(\pi + \psi_{01}) - \frac{(a+b) \cos \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} + c_3 (\cos \psi_{03} + 0.75 \cos \psi_{04}) - (l - L_{KL}) \cos \psi_{04} - X_s \\ y &= c_1 \sin(-\pi - \psi_{01}) + \frac{(a+b) \sin \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} - c_3 (\sin \psi_{03} + 0.75 \sin \psi_{04}) + (l - L_{KL}) \sin \psi_{04} \end{aligned} \right\}, l \in [LM) \quad (4.15)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \cos(\pi + \psi_{01}) - \frac{(a+b) \cos \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} + c_3 \cos \psi_{03} - (l - L_{LM}) \cos \psi_{03} - X_s \\ y &= c_1 \sin(-\pi - \psi_{01}) + \frac{(a+b) \sin \psi_{01}}{1 + \cos \psi_{01}} - c_3 \sin \psi_{03} + (l - L_{LM}) \sin \psi_{03} \end{aligned} \right\}, l \in [MA) \quad (4.16)$$

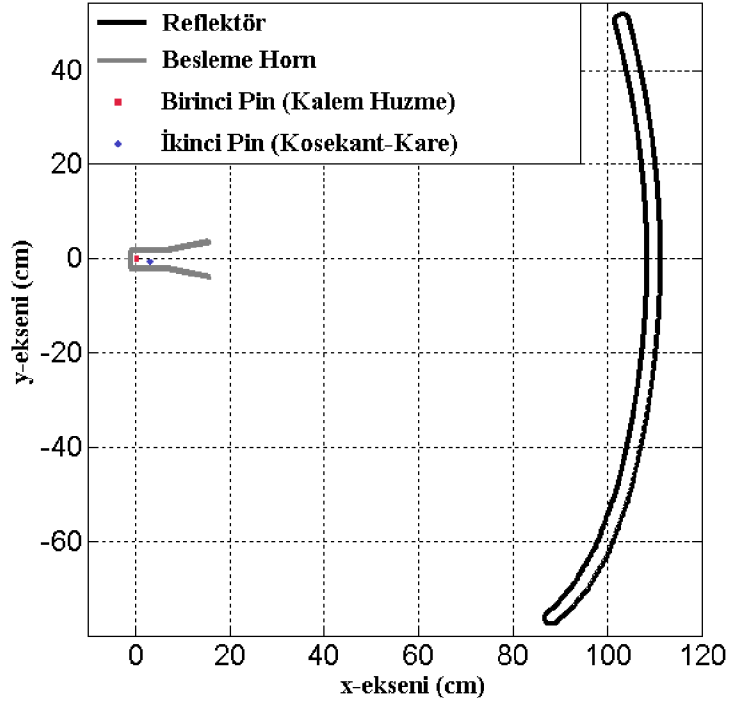
ARM kullanılarak yapılan analizler neticesinde elde edilen uzak alan ışıma paternleri şekil 4.12’de görülmektedir.



Şekil 4.12 Model 3 reflektör antenin ARM kullanılarak elde edilmiş uzak alan ışıma paternleri.

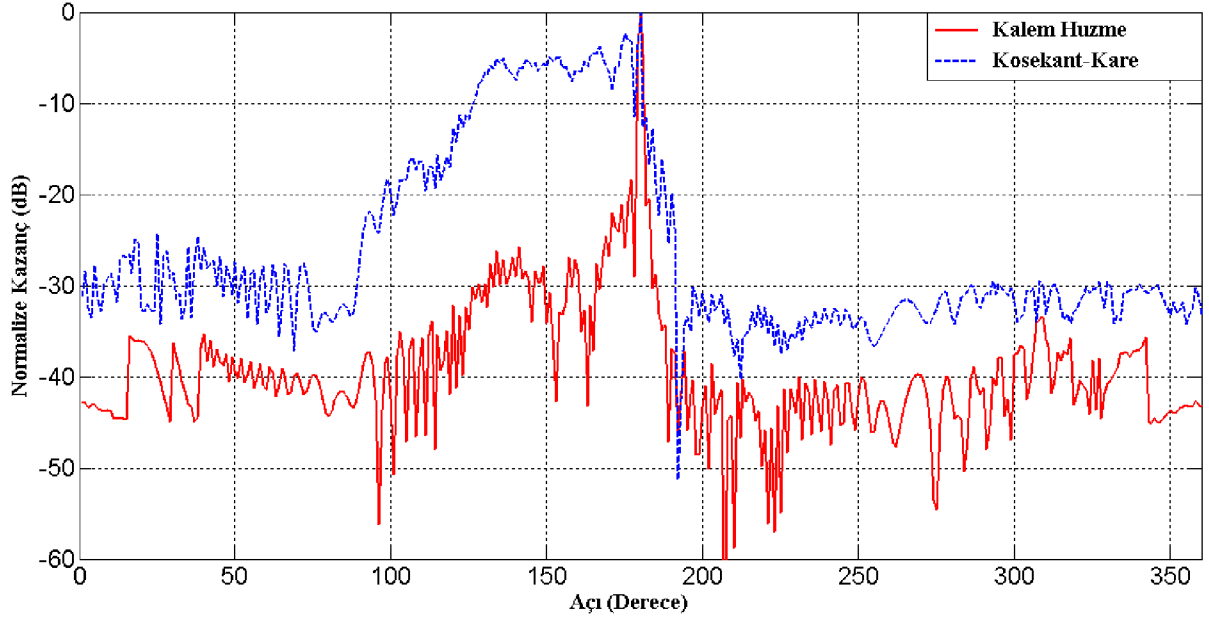
4.6 Model 4 Kosekant-Kare Reflektör Anten Yapısı

Bu bölümde kalem huzme ve kosekant-kare ışıma paternlerinin, reflektör antenin ve besleme antenin geometrisinde herhangi bir değişiklik yapılmaksızın elde edilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla PEC yapıdaki reflektörün odak noktasına çoklu-kaynaklı horn anten yerleştirilmiştir. Horn antenin sahip olduğu, kalem huzme elde edebilmek amacıyla kullanılan birinci kaynak orijinde; kosekant-kare ışıma paterni elde edebilmek amacıyla kullanılan ikinci kaynak ise, $(x = 1.1\lambda, y = -0.3\lambda)$ noktasında bulunmaktadır. Kullanılan reflektör bir önceki bölümde parametrisasyonu gerçekleştirilen modifiye edilmiş reflektör yapısı ile aynıdır. Tasarımı gerçekleştirilen sistem şekil 4.13'te görülmektedir.



Şekil 4.13 Model 4 kosekant-kare reflektör yapısının kesit görünümü.

Besleme horn antenin içinde bulunan söz konusu iki kaynağın kendi aralarında anahtarlanması sonucu elde edilen kalem huzme ve kosekant-kare ışıma paternleri şekil 4.14'te görülmektedir.



Şekil 4.14 Model 4 reflektör antenin ARM kullanılarak elde edilmiş ışıma paternleri.

5. SONUÇLAR ve YORUMLAR

Bu çalışmada hava gözetleme amacıyla kullanılan mikrodalga radar sistemlerinin hava tarama performansının artırılabilmesi amacıyla kosekant-kare ışıma paternine sahip parabolik reflektör anten tasarımları gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda dört model üzerinde çalışılmıştır. Bunlardan birincisi parabolik reflektörün alt kısmının bir miktar kesilmesi ve içeri bükülmesi suretiyle kosekant-kare ışıma paterninin elde edilmesi ve bu şekilde kritik mevzilerden gelebilecek platformların daha efektif olarak algılanabilmesini sağlamaktır. Bu çalışmada anten geometrisinde çok büyük değişiklikleri gerektirmekte ve performans olarak bu değişikliklerin karşılığını verememektedir. Şekil 4.8'den de görülebileceği gibi alt parçanın bükülmesiyle paternin üst kısmındaki genişleme artmaktadır. Ancak belirli bir noktadan sonra kosekant-kare anten paterninde hiçbir şekilde olması istenmeyen çatallaşma problemi baş göstermektedir.

İkinci yapıda ise antenin üst kısmı klasik reflektör yapısı olan içbükey yerine dışbükey olarak tasarlanmıştır. Buradaki amaç gelen sinyalin yüzeye çarptıktan sonra paralel olarak değil yukarı yansıtılması suretiyle hava tarama performansının artırılmasıdır. Şekil 4.10'da elde edilen paterne bakıldığında bir önceki yapıya göre çok daha başarılı olduğu görülmektedir. Ancak anten dışa doğru bükülmeye devam ettikçe aynı çatallaşma problemi burada da karşımıza çıkmaktadır.

Üçüncü yapı sahip olduğu özellikler itibariyle önceki iki anten yapısından da ayrılmaktadır. Bu özellik hem kalem huzmenin hem de kosekant-kare ışıma paterninin aynı reflektör yapısı kullanılarak elde edilebilmesidir. Bunun için klasik reflektör yapısı modifiye edilmiş ve alt kısma değişik uzunluklarda kaskat bağlı eklemeler yapılmıştır. H-düzlemi besleme horn anteninin alt kanadı üst kanadı ile aynı derecede tutulduğunda yani modifiye edilmiş reflektörün simetrik horn anten kullanılarak beslenmesi durumunda kalem huzme elde edilirken; alt kanadın açıklığı artırılıp gelen sinyali yukarı yansıtacak şekilde eklenmiş olan parçalar daha efektif olarak aydınlatılırsa kosekant-kare ışıma paterni elde edilmektedir. Dolayısıyla her iki patern için de kullanılan reflektör yapısı aynı kalmaktadır.

Tasarımı yapılan son yapıda ise hem kalem huzme, hem de kosekant-kare ışıma paternleri, reflektör ve besleme horn antenlerinin geometrilerinde hiçbir değişiklik meydana gelmeksizin elde edilmiştir. Bunun için iki beslemeli H-düzlem horn anten kullanılmış, orijine konuşlandırılmış birinci besleme aktif iken kalem huzme; ikinci besleme anahtarlanıp aktif hale getirildiğinde ise kosekant-kare ışıma paterni elde edilmiştir. Bu tasarım diğerlerinin arasında en verimli ve en kompakt olanıdır.

KAYNAKLAR

- Balanis, C. A., (2005), "Antenna Theory Analysis and Design 3rd Edition", John Wiley & Sons, New York.
- Chumachenko, V. P., Türk A. S., (2001), "Radiation Characteristics of Wide-Angle H-Plane Sectoral Horn Loaded with Dielectric of Multiangular Shape", Int. Journal Electronics, vol. 88, no. 1, s.91-101.
- Fletcher, C. A. J., (1984), "Computational Galerkin Method.", Springer-Verlag, Berlin.
- Hagen, J. B., (1996), "Backscatter Gain of Aperture Antennas", Radio Science 31, s.693-699.
- Skolnik, (1970), "M.I. Radar Handbook.", McGraw-Hill, New York.
- Suedan, G.A., JullEV, (1991), "Beam Diffraction by Planar and Parabolic Reflectors", IEEE Trans. Antennas Propagation, 39, s.521-7.
- Tuchkin, Y. A., Karacuha, E., Türk A. S., (1998), "Analytical Regularization Method for E-Polarized Electromagnetic Wave Diffraction by Arbitrary Shaped Cylindrical Obstacles", Proc. 7th Int. Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET 1998), s.733-735, IEEE press, Kharkov, Ukraine.
- Tuchkin, Y. A., (1996), "Analytical Regularization Methods in Diffraction Theory", Ders Notları, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Gebze.
- Tuchkin, Y. A., (1985), "Wave Scattering by an Open Cylindrical Screen of Arbitrary Profile with Dirichlet Boundary Value Condition", *Soviet Physics Doclady*, vol. 30, 1027-1030.
- Türk, A. S., Yucedag, O. M., Yurduseven, O., (2010), "Parametric Analysis of H-Plane Horn Antenna Radiation", Proc. 7th International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Sub-millimeter Waves (MSMW10), IEEE press, Kharkov, Ukraine.
- Türk, A. S., (2006), "Analysis of Aperture Illumination and Edge Rolling Effects for Parabolic Reflector Antenna Design", International Journal of Electronics and Comm. (AEUE), 60, s.257-266.
- Türk, A. S., (1998), "Sonlu Kalınlıklı Sonsuz Uzun Mükemmel İletken Silindirik Cisimlerden Skaler Dalga Saçılması", Yüksek Lisans Tezi, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Gebze.
- Umashankar, K., Taflove, A., (1993), "Computational Electromagnetics", Artech House.
- Uno, T., Adachi, S., (1984), "Optimization of Aperture Illumination for Radio Wave Power Transmission.", IEEE Trans. Antennas and Propagation, 32, s.628-632.
- Wilkinson, J. H., (1965), "The Algebraic Eigenvalue Problem.", Clarendon Press, Oxford.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 27.06.1987

Doğum yeri İstanbul

Lise 2001-2005 Avcılar Süleyman Nazif Lisesi (Y.D.A)

Lisans 2005-2009 Yıldız Teknik Üniversitesi Elektrik-Elektronik Fak.
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2009-2010 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektronik ve Haberleşme Müh. Anabilim Dalı,
Elektronik Programı

Çalıştığı kurum(lar)

2009 - Devam Marmara Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Müh. Bölümü
Araştırma Görevlisi