

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MODELE DAYALI ÖNGÖRÜLÜ
KONTROL ALGORİTMALARI**

Elektrik Müh. Levent UCUN

**FBE Elektrik Mühendisliği Anabilim Dalı Kontrol ve Otomasyon Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL

İSTANBUL, 2007

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTIMA LİSTESİ.....	v
ŞEKİL LİSTESİ.....	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	vii
ÖNSÖZ	viii
ÖZET	ix
ABSTRACT	x
1. GİRİŞ	1
2. MODELE DAYALI ÖNGÖRÜLÜ KONTROL LİTERATÜR ARAŞTIRMASI .	6
3. MODELE DAYALI ÖNGÖRÜLÜ KONTROL.....	7
3.1 Model Dayalı Öngörülü Kontrol Algoritmalarında Kullanılan Modeller.....	7
3.1.1 Basamak Yanıt Modeli	7
3.1.2 Darbe Yanıtı Modeli	7
3.1.3 Transfer Fonksiyonu Modeli.....	8
3.1.4 Durum Uzay Modeli	9
3.2 Serbest ve Zorlanmış Yanıt	9
3.3 Model Öngörülü Sistemlerde Kullanılan Parametreler	10
3.3.1 Maliyet Fonksiyonu	10
3.3.2 Öngörü ve Kontrol Ufku	11
3.3.3 Referans Yörüngesi	11
3.4 Dinamik Matris Kontrolü.....	12
3.4.1 Sistem Modeli Kullanılarak Öngörü Parametrelerinin Bulunması	12
3.4.2 Ölçülebilen Bozucuların Ele Alınması	14
3.4.3 Kontrol Kuralının Elde Edilmesi.....	15
3.5 Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol.....	15
3.5.1 Sistem Modeli Kullanılarak Öngörü Parametrelerinin Bulunması	15
3.5.2 Kontrol Kuramının Elde Edilmesi.....	20
3.5.3 Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrolün Kapalı Çevrim Eşdeğeri.....	21
3.6 Model Algoritmik Kontrol	23
3.6.1 Sistem Modeli ve Öngörü	23
3.6.2 Kontrol Kuralının Elde Edilmesi.....	25
3.7 Çok Değişkenli Modele Dayalı Öngörülü Kontrol.....	26
3.7.1 Çok Değişkenli Dinamik Matris Kontrol.....	26
3.7.2 Çok Değişkenli Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol.....	27

4.	MODELE DAYALI ÖNGÖRÜLÜ KONTROL ALGORİTMALARININ SİMULASYONLARI.....	31
4.1	Tek Girişli-Tek Çıkışlı Sistem Uygulamaları	31
4.1.1	Dinamik Matris Kontrol Uygulamaları.....	31
4.1.1.1	Su Isıtıcı Modeli	31
4.1.1.2	Van de Vusse Reaktörü.....	36
4.1.2	Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Uygulamaları.....	41
4.2	Çok Girişli-Çok Çıkışlı Sistem Uygulamaları	45
4.2.1	Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Uygulamaları.....	45
5.	SONUÇLAR ve TARTIŞMA	48
	KAYNAKLAR.....	49
	EKLER.....	51
	Ek 1:Transfer Matris Gösterimi.....	52
	Ek 2: Karesel Form.....	53
	ÖZGEÇMİŞ.....	55

SİMGE LİSTESİ

$\tilde{A}(z^{-1})$	$(1 - z^{-1})A(z^{-1})$
e	Hata değeri
f_r	Serbest yanıt
f_o	Zorlanmış yanıt
g_i	Basamak cevabından elde edilen katsayılar
h_i	Darbe cevabından elde edilen katsayılar
K	Kazanç vektörü
M	Kontrol ufku
$\hat{n}(t+k t)$	k adım sonraki öngörülen bozucu değeri
N_1	Minimum öngörü ufku
N_2	Maksimum öngörü ufku
N_u	Kontrol ufku
\bar{Q}	$diag(Q, \dots, Q)$
\bar{R}	$diag(R, \dots, R)$
$r(t+k)$	k adım sonraki referans değeri
\hat{u}	Öngörülen kontrol sinyali
u_+	Gelecekteki kontrol sinyallerini içeren vektör
u_-	Geçmişteki kontrol sinyallerini içeren vektör
$\hat{y}(t+k t)$	k adım sonraki öngörülen çıkış değeri
Δ	$1 - z^{-1}$
Δu	Kontrol sinyalindeki artım
∇V	Gradient
λ	Ağırlık katsayısı
δ	Ağırlık katsayısı
$\ u\ _R^2$	$u^T R u$
$\ x\ _Q^2$	$x^T Q x$

KISALTMA LİSTESİ

ARMAX	Auto-Regressive Moving Average with Exogenous Variable Models
CARIMA	Controller Auto-Regressive Integrated Moving-Average
CARMA	Controller Auto-Regressive Moving-Average
DMC	Dynamic Matrix Control
GPC	Generalized Predictive Control
MPC	Model Predictive Control
OKEK	Ortak Katların En Küçüğü
PID	Propotional Integrator Derivative

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1.1 MPC stratejisi (Camacho ve Bordons, 2004)	1
Şekil 1.2 MPC temel yapısı.....	3
Şekil 3.1 Darbe ve basamak cevabı	8
Şekil 3.2 Serbest ve zorlanmış yanıt	9
Şekil 3.3 Referans yörüngesi.....	12
Şekil 3.4 GPC kontrol kuralı	21
Şekil 3.5 Klasik kutup atama yapısı.....	21
Şekil 4.1 Su ısıtıcı	31
Şekil 4.2 Basamak cevabı.....	32
Şekil 4.3 $\lambda = 1$ durumunda sistem çıkışı ve kontrol sinyali	34
Şekil 4.4 $\lambda = 0.1$ durumunda sistem çıkışı ve kontrol sinyali	35
Şekil 4.5 PI kontrollü su ısıtıcı modeli çıkışı	35
Şekil 4.6 PI Kontrollü sistem modeli kontrol sinyali.....	36
Şekil 4.7 Basamak cevabı.....	37
Şekil 4.8 Kapalı çevrim cevabı, DMC kontrollü Van de Vusse reaktörü (P=7)	38
Şekil 4.9 Kapalı çevrim cevabı, DMC kontrollü Van de Vusse reaktörü (P=10)	38
Şekil 4.10 Kapalı çevrim cevabı, DMC kontrollü Van de Vusse reaktörü (P=25)	39
Şekil 4.11a Kapalı çevrim cevabı, PID kontrollü Van de Vusse reaktörü.....	40
Şekil 4.11b Kapalı çevrim cevabı, PID kontrollü Van de Vusse reaktörü.....	40
Şekil 4.12a Sistem cevabı.....	44
Şekil 4.12b Kontrol sinyali.....	45
Şekil 4.13 Karıştırmalı tank reaktörü.....	46

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 4.1 Basamak cevabı katsayıları.....	33

ÖNSÖZ

Beni bu çalışmaya yönlendiren, bu çalışmamın her aşamasında bana destek olan tez danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL'a ufukumun genişlemesini sağlayan değerli katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Ayrıca yüksek lisans eğitimim boyunca bana finansal destek sağlayan TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

Her zaman her konuda yanımda olan, eğitim hayatım boyunca maddi manevi desteklerini esirgemeyen, karşılaştığım tüm sıkıntıları paylaşan aileme teşekkür ederim.

Yüksek lisans eğitimim ve tez çalışmalarım boyunca bana destek olan Rabia BEKTAŞ'a teşekkür ederim.

ÖZET

Son yıllarda öngörülü kontrol bakış açısının gelişmesiyle Modele Dayalı Öngörülü Kontrol algoritmaları hem akademik çalışmalarda hem de endüstriyel uygulamalarda sık tercih edilen yöntemlerdir. Bu çalışmada da görüleceği üzere pek çok proseste bu algoritmalar çok iyi sonuçlar vermektedir. Diğer yöntemlere göre uygulaması daha kolay olduğundan dolayı endüstride daha fazla tercih edilmektedir.

Bu çalışmada ilk olarak öngörülü kontrol ile ilgili kısa bir literatür araştırması yapılarak bu konu hakkında daha önce yapılmış olan önemli çalışmalarda bilgi verilmiştir. Modele Dayalı Öngörülü Kontrol algoritmalarının en çok kullanılan üç algoritması, Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol, Dinamik Matris Kontrol ve Model Algoritmik Kontrol tanıtılmıştır. Bu algoritmalar hem tek değişkenli hem de çok değişkenli sistemler için anlatılmıştır. Tüm algoritmaların kontrol kurallarının ne şekilde elde edildiği matematiksel olarak ifade edilmeye çalışılmıştır.

Ayrıca bu çalışmada Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol ve Dinamik Matris Kontrol algoritmaları farklı proseslere uygulanarak sonuçları gözlemlenmiştir. Öngörülü kontrol algoritmaları çok değişkenli örneklere de uygulanarak çok değişkenli öngörülü kontrol algoritmaları da uygulamalı olarak anlatılmıştır. Bir örnekte PID kontrolör ile sonuçlar karşılaştırılıp bu sonuçlar hakkında yorumlar yapılmıştır. Bu çalışmada yapılan tüm simülasyonlar ve hesaplamalar MATLAB ve Simulink programları kullanılarak yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Model, Öngörü, Kontrol, Algoritma

ABSTRACT

Model Based Predictive Control algorithms have been used in academic studies and industrial processes because of development of predictive control view at control engineering recently. These algorithms have sufficient results for many different applications as it has been understood in this study. The implementation of algorithms is easier than the other algorithms. Therefore, these algorithms have been accepted by industry.

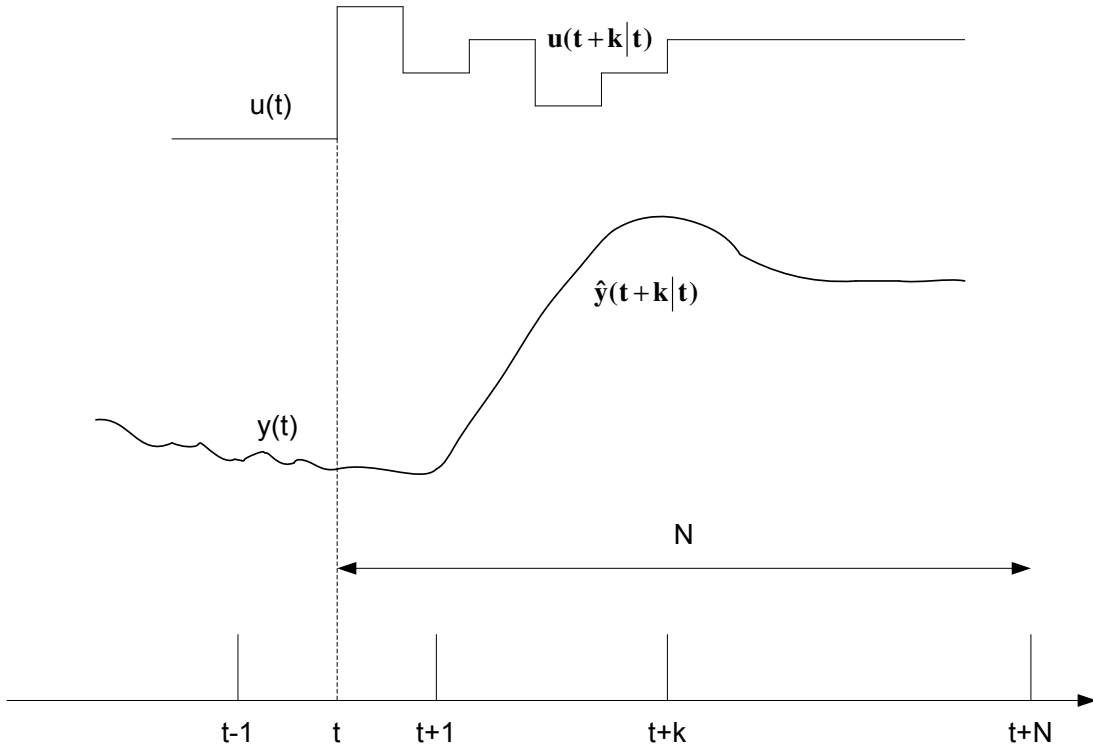
In this study there is a historical perspective for model-based predictive control. Widely used Model Based Predictive Control algorithms; Generalized Predictive Control, Dynamic Matrix Control and Model Algorithmic Control are introduced in this study. Both Single Input Single Output Case and Multivariable Case are explained in details. Calculation of the control laws of all algorithms has been explained in this study.

Simulations of Generalized Predictive Control and Dynamic Matrix Control algorithms for different processes have been made and the results of these simulations have been observed. There is a comparison of PID Controller and Generalized Predictive Controller results and there are comments about this comparison in this study. The simulations and calculations of the algorithms have been done in MATLAB environment.

Keywords: Model, Prediction, Control, Algorithm

1. GİRİŞ

Modele Dayalı Öngörülü Kontrol 1970'lerde ortaya atılmış ve günümüze değin büyük ölçüde geliştirilmiştir. Modele Dayalı Öngörülü Kontrol terimi tek bir kontrolör tasarım yöntemini değil, çok geniş bir kontrol tasarım yöntemleri bütünü tanımlar. Bu yöntemlerin ortak özelliği sistem modelinin doğrudan kullanılması ve kontrol işaretinin belirli bir ölçüte göre minimumlaştırarak elde edilmesidir. Bu tasarım yöntemleri ile elde edilen kontrolörler lineer yapıdadır.



Şekil 1.1 MPC stratejisi (Camacho ve Bordons, 2004)

Modele Dayalı Öngörülü Kontrol, sistemin gelecekteki davranışını optimize etmek için uygulanması gereken kontrol dizisini hesaplayan bir kontrolör sınıfını nitelemektedir. Bu yöntemin temel düşüncesi Şekil 1.1'de anlatılmaya çalışılmıştır (Camacho ve Bordons, 2004). Modele Dayalı Öngörülü Kontrol yöntemleri sadece kullanılan sistem modeli, gürültü modelleri ve minimize edilecek olan ölçütler bakımından farklılık gösterirler. İlk olarak güç reaktörlerindeki ve petrol rafinerilerindeki kontrol gereksinimlerine bağlı olarak özel geliştirilmiş olan bu yöntemler, günümüzde kimya, gıda, otomotiv, havacılık, metalürji ve kağıt endüstrilerini kapsayan geniş bir alana da uygulanmaktadır.

Modele Dayalı Öngörülü Kontrol yöntemlerinin temel ilkeleri

- Gelecekteki bir zaman dilimindeki sistem yanıtını öngörebilmek için sistem modelinin kullanılması
- Bir ölçütü minimumlaştırarak bir kontrol girişi dizisinin hesaplanması
- Kaydırma işlemi, yani her örnekleme anında ufkun geleceğe doğru bir kaydırılması, her adımda elde edilen kontrol işareti dizisinin ilk elemanının uygulanması olarak verilebilir (Camacho ve Bordons, 2004).

Modele Dayalı Öngörülü Kontrol algoritmalarının temel adımları şu şekilde sıralanabilir:

- Sistem modelinden yararlanarak, öngörü ufku denilen, belirlenmiş bir ufuk boyunca gelecekteki sistem yanıtı hesaplanır. Bu yanıtlar o ana kadar bilinen değerler(geçmişteki girişler ve sistem yanıtları), o andaki sistem yanıtı ve gelecekteki kontrol çıkışları kullanılarak hesaplanır.
- Geleceğe ilişkin kontrol işareti dizisi bir başarımlı ölçütünü minimumlaştırarak, genellikle öngörülen sistem çıkışı ile referans yörüngesi arasındaki hatayı minimumlaştırarak hesaplanır.
- Sadece o andaki kontrol çıkışı sisteme uygulanır. Bir sonraki örnekleme zamanında ölçülür ve birinci adım tekrarlanır. Böylece kaydırma yöntemi ile hesaplanmış olur. Minimumlaştırılan ölçüt genellikle öngörülen çıkış ile referans yörüngesi arasındaki hatanın karesel fonksiyonudur. Eğer model lineer, ölçüt karesel ise ve sınırlandırmalar yoksa analitik bir çözüm bulunabilir, aksi durumlarda iteratif optimizasyon yöntemlerini kullanmak gerekir (Camacho ve Bordons, 2004).

Modele Dayalı Öngörülü Kontrolün temel yapısı Şekil 1.2'de verilmiştir (Camacho ve Bordons, 2004). Model önceki sistem giriş ve çıkışları ve öngörülen kontrol girişlerine bağlı olarak sistemin gelecekteki yanıtını öngörmekte kullanılır. Bu kontrol girişleri optimizasyon işlemi ile elde edilir.

karmaşık problemlerin ele alınmasını sağlamıştır (Camacho ve Bordons, 2004).

Modele Dayalı Öngörülü Kontrol yöntemlerinin geliştirilmesinde optimizasyon işlemi önemli bir konudur. Eğer ölçüt karesel ise çözüm geçmiş giriş ve çıkışlara ve gelecekteki girişlere bağlı olarak lineer bir fonksiyonla ifade edilebilir. Sınırlandırmaların olması durumunda ise çözüm daha çok işlem gerektiren iteratif yaklaşımlar ile elde edilebilir (Camacho ve Bordons, 2004).

Modele Dayalı Öngörülü Kontrol teknikleri kullanılan model ve seçilen başarımlar ölçütleri bakımından birbirlerinden farklılaşmaktadırlar. Aşağıda bazı temel Modele Dayalı Öngörülü Kontrol teknikleri verilmiştir:

- **Dinamik Matris Kontrol (Dynamic Matrix Control, DMC):**

Bu yöntem ilk olarak 1973 yılında Shell tarafından kullanılmıştır. Bu yöntemde basamak yanıtı modeli kullanılır. Bu algoritma kullanılarak sistem giriş ve çıkışlarındaki sınırlandırmaları göz önünde bulunduran ve ‘quadratic’ programlama kullanan “Quadratic Dynamic Matrix Control(QDMC)” yöntemi geliştirilmiştir. Bu algoritma ayrık durum uzayı modeli için de uygulanmaya uygundur.

- **Model Algoritmik Kontrol (Model Algorithmic Control, MAC):**

Bu algoritma, yalnız açık çevrimde kararlı sistemler için uygun olan darbe yanıtı modelini kullanır. Algoritma, sistem çıkışı ile birinci derece bir sistem olarak elde edilen giriş yörüngesi arasındaki farkı minimize etmektedir.

- **Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol (Generalized Predictive Control, GPC):**

İstenilen bir ağırlıkta kontrol gücünün yer aldığı karesel bir başarımlar ölçütü ve ARMAX(“Auto-regressive moving average with exogenous variable models”) modeli kullanılır. Kısıtlamaların olmadığı durumda analitik bir çözüm bulunmaktadır (Clarke, Mohtadi ve Tuffs, 1987b).

Bu yöntemler içerisinde Dinamik Matris Kontrol ve Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol en yaygın kullanılan yöntemlerdir.

Modele Dayalı Öngörülü Kontrolün diğer kontrol yöntemlerine göre üstünlüklerinden bazıları şu şekilde sıralayabiliriz (Camacho ve Bordons, 2004).

- Kavramlar sezgisel olduğu ve aynı zamanda parametre ayarları diğer yöntemlere göre

kolay olduğu için kontrol bilgisi sınırlı olan çalışanlara çekici gelmektedir.

- Çok basit dinamiğe sahip olan proseslerden kararsız, minimum fazlı olmayan, çok uzun ölü zamanı bulunan prosesler gibi daha karmaşık dinamiklere sahip olan çok çeşitli proseslerin kontrolünde kullanılabilir.
- Çok değişkenli sistemlerin kontrolünde kullanılabilir.
- Ölü zaman etkisini giderme özelliğine sahiptir.
- Uygulaması kolay doğrusal bir kontrol kuralı elde edilir.
- Geleceğe ilişkin giriş işareti bilindiğinde oldukça yararlı ve kullanışlıdır.
- Belirli temel ilkeler üzerine kurulmuş geliştirilmeye tamamen açık bir yöntemdir.

Bu üstünlüklerin yanı sıra Modele Dayalı Öngörülü Kontrolün eksik yönleri de vardır(Camacho ve Bordons, 2004):

- Sistem dinamiğinin değişmediği durumlarda kontrolörün elde edilme işlemi önceden yapılabilir ancak uyarlamalı kontrol yapılıyorsa tüm hesap işlemleri her örnekleme zamanında tekrarlanır.
- En önemli sorun ise sisteme ilişkin uygun modelin elde edilmesidir. Algoritma sistem modelinden yararlanılarak geleceğe ilişkin sistem yanıtının elde edilmesine dayandığından dolayı gerçek sistemle yanıt arasındaki farklılık arttıkça istenilen sistem yanıtını elde etmekte sorunlar yaşanır.

2. MODELE DAYALI ÖNGÖRÜLÜ KONTROL LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

1970lerin sonuna doğru Model Öngörülü Kontrol yönteminin endüstride uygulanması ile ilgili pek çok makale çıkmaya başlamıştır.

Richalet 1978'de Model Algoritmik Kontrol algoritmasını, Cutler ve Ramakter ise 1980 yılında Dinamik Matris Kontrol algoritmasının ilk prensiplerini ortaya atmışlardır. Her iki algoritmada da gelecekteki kontrol hareketlerinin sistem çıkışı üzerindeki etkilerini öngörebilmek için dinamik bir proses modeli kullanılmıştır. Model Algoritmik Kontrol algoritmasında darbe yanıtı katsayıları kullanılırken, Dinamik Matris Kontrol algoritmasında basamak yanıtından elde edilen katsayılar kullanılmıştır. Bu çalışmalarda öngörülen kontrol sinyalleri öngörülen hatayı en aza indirecek şekilde seçilmeye çalışılmıştır.

Garcia 1980'li yıllardaki MPC algoritmalarının petrokimya sektöründeki pek çok farklı uygulamasını bir çalışma altında toplamıştır. Bu uygulamaların pek çoğu sınırlandırmalar içeren çok değişkenli sistemlerde kullanılmıştır.

Clarke Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol algoritmasını 1987'deki çalışmasında ortaya atmıştır. Bu algoritma Genelleştirilmiş Minimum Varyans metodunun temellerine dayanmaktaydı. Ayrıca bu temellere dayanmakta olan Richalet'in Öngörülse Fonksiyonel Kontrol ve Söeterboek'in 1992'de çalışmasındaki Birleştirilmiş Öngörülü Kontrol gibi algoritmalar ilerleyen zamanlarda ortaya çıkmıştır.

Morari 1994'deki çalışmasında Model Öngörülü Kontrol algoritmasının durum uzayı formunda uygulanması ile ilgili olarak bir çalışma yapmıştır. Bu çalışma durum uzayı teorilerinin bu algoritmada kullanılmasını sağlamakla beraber çok değişkenli sistemler, lineer olmayan sistemler gibi pek çok kompleks sistemler için bu kontrol yönteminin geliştirilmesinde büyük rol oynamıştır.

Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol algoritması üzerine yapılan ilk çalışmalarda dayanıklılık üzerine bazı teoremler geliştirilmiş olsa da öngörülü kontrolörler ile ilgili genel kararlılık sonuçlarının eksikliği bulunmaktaydı. Clarke ve Scattolini 1991 yılında Sınırlandırılmış Kayan Ufuk Öngörülü Kontrol algoritmasını geliştirerek sonlu bir ufuk sonunda çıkışa bir eşitlik sınırlandırması getirerek algoritmanın kararlılığını ispatlamışlardır.

D. Q. Mayne kararlılığı kanıtlanmış tüm öngörülü kontrol formülasyonlarını özetlemiştir. Bu çalışmada kararlı ve sınırlandırılmış bir model öngörülü kontrolör tasarlamak için gerekli olan durumlar anlatılmıştır.

3. MODELE DAYALI ÖNGÖRÜLÜ KONTROL

3.1 Modele Dayalı Öngörülü Kontrol Algoritmalarında Kullanılan Modeller

Bu bölümde MPC algoritmalarında kullanılan farklı sistem modelleri ve bu modellerin elde edilmesi anlatılmıştır.

3.1.1 Basamak Yanıt Modeli

Modele Dayalı Öngörülü Kontrol algoritmalarında yaygın olarak kullanılan modellerden biri basamak yanıtı modelidir. Dinamik Matris Kontrol yöntemi bu modeli kullanmaktadır. Giriş çıkış ilişkisi (3.1) ile verilir. Buradaki g_i ' ler sisteme basamak giriş uygulandığında elde edilen çıkışın örneklenmiş değerleridir. Görüldüğü gibi sistem çıkışına ilişkin N değer göz önüne alınmış, sonsuz toplam yapılmamıştır. Bu nedenle bu model integrator içermeyen ve kararlı doğrusal sistemler için uygundur. $G(z^{-1})$ sistemin ayrık transfer fonksiyonu ve z^{-1} geciktirme operatörüdür.

$$y(t) = y_0 + \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(t-i) = y_0 + G(z^{-1})(1-z^{-1})u(t) \quad (3.1)$$

Bu model kullanılarak öngörü ifadesi (3.2) şeklinde yazılabilir (Camacho ve Bordons, 2004).

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(t+k-i) \quad (3.2)$$

3.1.2 Darbe Yanıtı Modeli

Bu modeli, Model Algoritmik Kontrol algoritması kullanmaktadır. Giriş çıkış ilişkisi (3.3) ile verilir. h_i 'ler sisteme darbe giriş uygulandığında elde edilen çıkışın örneklenmiş değerleridir.

$$y(t) = \sum_{i=1}^N h_i u(t-i) = H(z^{-1})u(t) \quad (3.3)$$

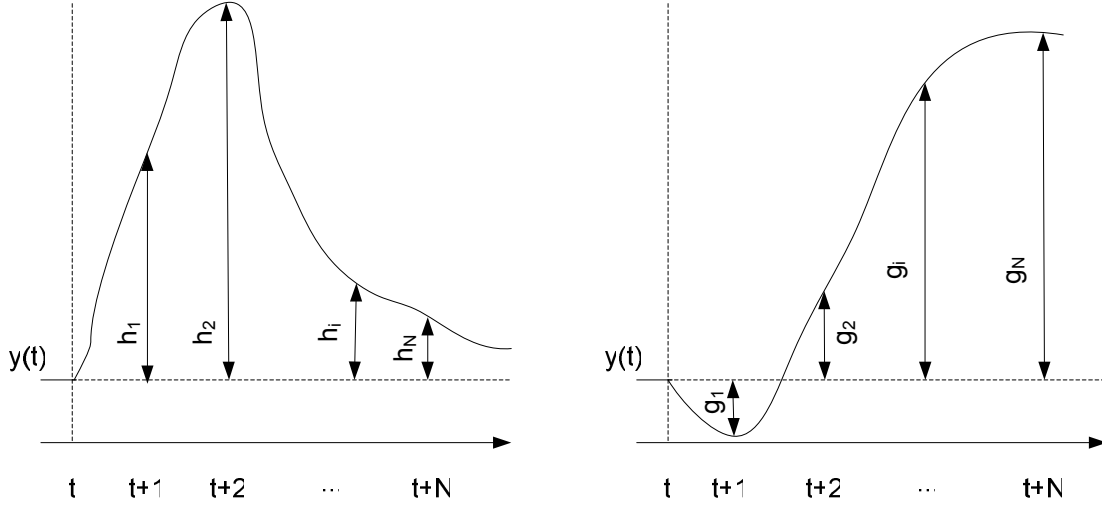
Darbe yanıtının katsayıları ile basamak yanıtının katsayıları arasında (3.4) ve (3.5)'de verilen ilişkiler bulunmaktadır.

$$h_i = g_i - g_{i-1} \quad (3.4)$$

$$g_i = \sum_{j=1}^i h_j \quad (3.5)$$

Bu model kullanılarak öngörü ifadesi (3.6) şeklinde yazılabilir.

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^N h_i \Delta u(t+k-i) = H(z^{-1})u(t+k|t) \quad (3.6)$$



Şekil 3.1 Darbe ve basamak cevabı

3.1.3 Transfer Fonksiyonu Modeli

Parametre sayısı az olması ve her türlü lineer sisteme uygunluk avantajları sebebiyle yaygın olarak kullanılan bir modeldir. Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol algoritması bu modeli kullanmaktadır (Camacho ve Bordons, 2004).

Sistem çıkışı $y(t)$ ve sistem girişi $u(t)$ ve

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na} \quad (3.7)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \quad (3.8)$$

olmak üzere giriş çıkış ilişkisi (3.9) ile verilir.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-1) \quad (3.9)$$

Bu modelin öngörü ifadesi ise (3.10) olarak yazılabilir (Camacho ve Bordons, 2004).

$$\hat{y}(t+k|t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t+k|t) \quad (3.10)$$

3.1.4 Durum Uzay Modeli

Durum uzayı modeli, çok değişkenli sistemlerin tanımlanmasında kolaylık sağladığından dolayı Öngörüs el Fonksiyonel Kontrol (Predictive Function Control) gibi bazı Modele Dayalı Öngörülü Kontrol algoritmalarında kullanılmaktadır.

Gösterimi (3.11)'de ifade edildiği şekilde yapılmaktadır (Camacho ve Bordons, 2004).

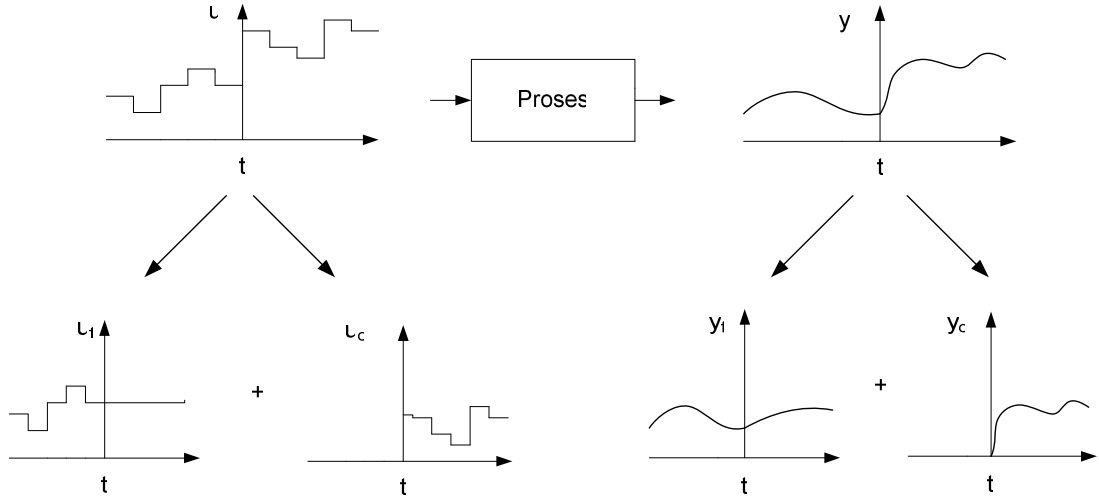
$$\begin{aligned} x(t) &= Ax(t-1) + Bu(t-1) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Bu denklemlerde x durum değişkeni, A , B ve C sırasıyla sistem matrisi, giriş matrisi ve çıkış matrisi olarak ifade edilmektedir. Öngörü modeli (3.12)'de gösterildiği şekilde ifade edilmektedir (Camacho ve Bordons, 2004).

$$\hat{y}(t+k|t) = C\hat{x}(t+k|t) = C \left[A^k x(t) + \sum_{i=1}^k A^{i-1} Bu(t+k-i|t) \right] \quad (3.12)$$

Bu gösterimin avantajlarından biri, tek değişkenli sistemlerdeki gösterim aynı şekilde çok değişkenli sistemlerde de kullanılabilmesidir. Kontrol kuralı, durum vektörünün lineer bir kombinasyonun geri beslemesi olarak elde edilmiştir. Eğer bazı durumlar izlenemiyorsa bu durumda bir gözlemleyici tasarlanıp öngörü algoritmasına eklenmesi gerekmektedir.

3.2 Serbest ve Zorlanmış Yanıt



Şekil 3.2 Serbest ve zorlanmış yanıt

(Şekil 3.2)'de ifade edilen serbest ve zorlanmış yanıt, pek çok Model Öngörülü Kontrol yönteminde kullanılan parametrelerdir. Bu parametrelerin kullanılmasındaki asıl amaç, kontrol sinyalini (3.13)'de olduğu gibi iki farklı sinyalin toplamı olarak ifade etmektir.

$$u(t) = u_f(t) + u_c(t) \quad (3.13)$$

$u_f(t)$ sinyali geçmişteki giriş sinyallerine karşılık gelmektedir. Gelecek zamanlarda ayarlanan değişkeninin son değerine eşit olur ve bu değerinde sabit tutulur.

$$\begin{aligned} u_f(t-j) &= u(t-j) \quad \text{for } j=1,2,\dots \\ u_f(t+j) &= u(t-1) \quad \text{for } j=0,1,2,\dots \end{aligned} \quad (3.14)$$

$u_c(t)$ sinyalinin ise geçmiş zamanlardaki değeri sıfırdır, gelecek zamanlarda ise bir sonraki kontrol sinyalinin değerini alır.

$$\begin{aligned} u_c(t-j) &= 0 \quad \text{for } j=1,2,\dots \\ u_c(t+j) &= u(t+j) - u(t-1) \quad \text{for } j=0,1,2,\dots \end{aligned} \quad (3.15)$$

Sistemin çıkış sinyalinin öngörüsü de şekilden görüleceği üzere ikiye ayrılmıştır. Serbest yanıt olan $y_f(t)$; sistemin ayarlanan değişkeni, $u_f(t)$ 'ye eşit olduğu zaman elde edilen çıkış öngörüsüdür. Zorlanmış yanıt olan $y_c(t)$ ise kontrol dizisi $u_c(t)$ 'ye eşit olduğu zaman elde edilen proses çıkış öngörüsüdür. Serbest yanıt, prosesin o andaki durumuna göre değişimine karşılık gelirken zorlanmış yanıt, prosesin gelecekteki kontrol hareketleriyle birebir ilgilidir (Camacho ve Bordons, 2004).

3.3 Model Öngörülü Sistemlerde Kullanılan Parametreler

3.3.1 Maliyet Fonksiyonu

Farklı Model Öngörülü Kontrol algoritmaları kontrol kuralını belirlemek amacıyla farklı maliyet fonksiyonları belirler. Maliyet fonksiyonundaki genel amaç istenen öngörü ufkunda gelecekteki sistem çıkışının daha önceden belirlenmiş bir referans sinyalini takip etmesi ve aynı zamanda gerekli kontrol sinyalinin de belli sınırlar içinde tutulup cezalandırılmasıdır. Tüm bu amaçları sağlayan maliyet fonksiyonu için genel ifade (3.16) şeklinde yazılabilir (Camacho ve Bordons, 2004).

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3.16)$$

3.3.2 Öngörü ve Kontrol Ufku

Maliyet fonksiyonunda ifade edilen N_1 ve N_2 sırasıyla minimum ve maksimum öngörü ufuklarına karşılık gelmekte olup, N_u ise kontrol ufku olarak adlandırılmaktadır. $\delta(j)$ ve $\lambda(j)$ katsayıları ise maliyet fonksiyonunda gelecekteki sistem davranışını belirleyen ağırlık katsayılarıdır. Bu katsayılar genellikle sabit değerler veya üstel ifadeler olarak seçilebilirler. Örnek olarak, (3.17)'de gösterildiği şekilde $\delta(j)$ seçildiğinde bu durumda üstel bir ağırlık katsayısı seçilmiş olur.

$$\delta(j) = \alpha^{N_2-j} \quad (3.17)$$

Eğer $0 < \alpha < 1$ seçilirse bu durumda t anından en uzaktaki hatalar, t anına daha yakın hatalara göre daha fazla cezalandırılırken sistem cevabının istenilen referans değerine yükselmesine daha düz bir şekil verir ve daha az bir kontrol sinyali uygulanmasını sağlar. Öte yandan, eğer $\alpha > 1$ seçilirse bu durumda ilk hatalar daha fazla cezalandırılıp daha sıkı bir kontrol sinyali uygulanmış olur. Anlatılan katsayıların tamamı, standart bir kontrol sinyalinden özel prosesler için ölçüm yapılarak hesaplanan tüm kontrol sinyallerine kadar endüstride kullanılan tüm model öngörülü kontrol algoritmaları için ayar parametreleri olarak kullanılabilirler (Camacho ve Bordons, 2004).

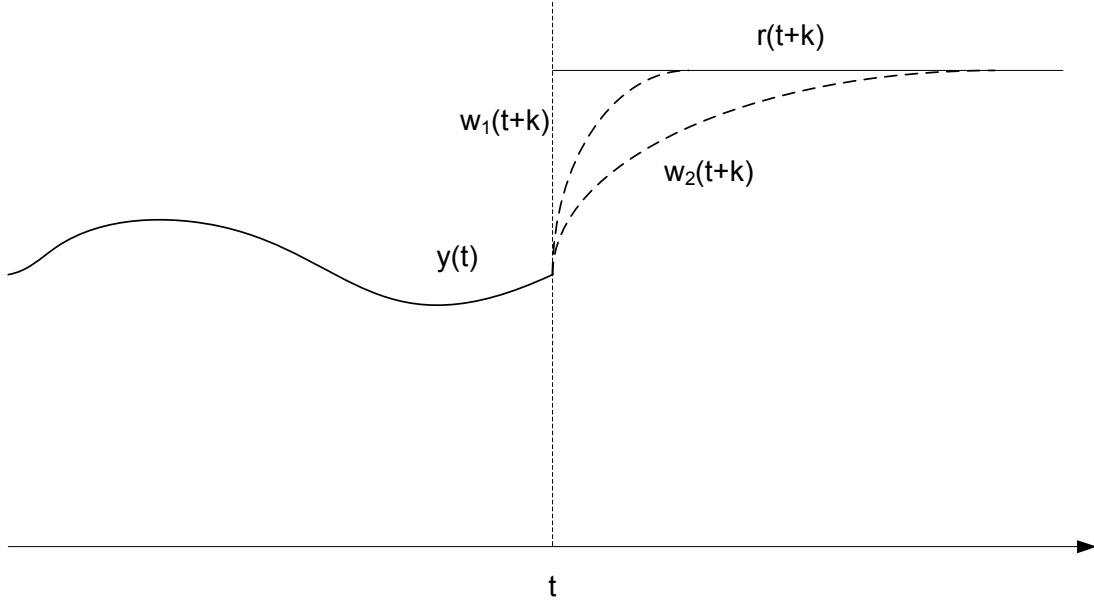
3.3.3 Referans Yörüngesi

Öngörü kontrolün algoritmalarının avantajlarından biri de eğer gelecekteki referans değerleri biliniyorsa, referans değişikliği sistemin cevabını etkilemeden sistem bu değişikliğe kendini adapte ederek sistem cevabında olabilecek gecikmelerin önüne geçilecektir. Robot çalışmaları, servolar ve kesikli prosesler gibi pek çok uygulamada referansın gelecekteki durumu olan $r(t+k)$ daha önceden bilinmektedir. Model öngörülü kontrol algoritmalarının büyük bölümünde, sistemin o andaki çıkış değerinden istenilen referansa doğru düzgün yaklaşım olan $w(t+k)$ kullanılır.

$$w(t) = y(t) \quad w(t+k) = \alpha w(t+k+1) + (1-\alpha)r(t+k) \quad k=1 \dots N \quad (3.18)$$

$0 < \alpha < 1$ değeri ayarlanabilen bir değer olup, sistemin dinamik cevabını etkilemektedir. Şekilde görüldüğü üzere $r(t+k)$ referans değeri sabit seçilmiş olup α parametresinin iki

farklı değeri için durum incelenmiştir. Şekil 3.3’de gösterildiği gibi α parametresinin küçük değerleri için referansı hızlı takip edebilme yeteneği (w_1) ön plandayken, daha büyük α değerlerinde referans yörüngesine daha düzgün bir yükselme cevabı (w_2) sağlamaktadır (Camacho ve Bordons, 2004).



Şekil 3.3 Referans yörüngesi

3.4 Dinamik Matris Kontrolü

Dinamik Matris Kontrolü, Shell Petrol şirketinin gereksinimleri üzerine Cutler ve Ramaker tarafından yetmişli yılların sonuna doğru geliştirilmiştir. İlerleyen yıllarda petrokimya endüstrisi başta olmak üzere endüstri dünyasında kabul görmüştür (Camacho ve Bordons, 2004).

3.4.1 Sistem Modeli Kullanılarak Öngörü Parametrelerinin Bulunması

Sistem modeli (3.19)’da ifade edildiği gibi oluşturulur.

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) \quad (3.19)$$

Öngörü değerleri ise (3.20)'de ifade edildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + \hat{n}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + \sum_{i=k+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + \hat{n}(t+k|t) \quad (3.20)$$

Bozucu; (3.21)'de gösterildiği üzere sistem çıkışı ile model çıkışı arasındaki fark olarak modellenir ve ufuk boyunca sabit kabul edilir.

$$\hat{n}(t+k|t) = \hat{n}(t|t) = y_m(t) - \hat{y}(t|t) \quad (3.21)$$

(3.21)'de kullanılan $y_m(t)$ ölçülen sistem çıkışıdır.

Bu durumda öngörülen ifade (3.22)'de gösterildiği şekilde bulunur. Burada $f(t+k)$ sistemin gelecekteki kontrol işaretlerine bağlı olmayan serbest sistem yanıtıdır.

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + f(t+k) \quad (3.22)$$

Serbest sistem yanıtı; (3.23) ifadesi ile hesaplanabilir.

$$f(t+k) = y_m(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (g_{k+i} - g_i) \Delta u(t-i) \quad (3.23)$$

Ufuk boyunca öngörü değerleri, (3.24)'de ifade edildiği üzere m kontrol işareti kullanılarak hesaplanır.

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+1|t) &= g_1 \Delta u(t) + f(t+1) \\ \hat{y}(t+2|t) &= g_2 \Delta u(t) + g_1 \Delta u(t) + f(t+1) \\ &\vdots \\ \hat{y}(t+p|t) &= \sum_{i=p-m+1}^p g_p \Delta u(t+p-i) + f(t+p) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Sistemin dinamik matrisi G ; (3.25) biçiminde tanımlanır.

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ g_2 & g_1 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ g_m & g_{m-1} & \cdots & \cdots & g_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ g_p & g_{p-1} & \cdots & \cdots & g_{p-m+1} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\hat{y} = Gu + f \quad (3.26)$$

(3.26) kullanılarak öngörü denklemi elde edilir. G matrisi m (kontrol ufku boyutu) sütundan, p (öngörü ufku boyutu) satırdan oluşmaktadır. Her sütuna sistemin basamak yanıtı aşağıya birer kaydırılarak yerleştirilmiştir. \hat{y} , sistemin öngörü değerlerinden oluşan p boyutlu vektör; \hat{u} , m boyutlu kontrol artımları vektörü ve f serbest yanıt vektörüdür.

(3.26) ifadesi kontrol artımları ile gelecekteki sistem yanıtlarını ilişkilendirmektedir. Bu nedenle istenilen sistem davranışını oluşturmak için gerekli kontrol davranışını elde etmekte kullanılabilir.

3.4.2 Ölçülebilen Bozucuların Ele Alınması

Ölçülebilen bozucular kolayca öngörü denklemlerine eklenebilmektedirler. Ölçülebilen bozucular sistem girişleri olarak düşünülebilirler ve bozucu öngörüsü ifadesi (3.27) kullanılarak hesaplanabilir (Camacho ve Bordons, 2004).

$$\hat{y}_d = Dd + f_d \quad (3.27)$$

(3.27) ifadesinde \hat{y}_d ölçülebilir bozucunun sistem çıkışına etkisi, D bozucudaki basamak tipi bir değişime ilişkin sistem yanıtının katsayılarını içeren G matrisine benzer bir matris, d bozucu artımları vektörü ve f_d yanıtın bozucuya bağlı olmayan kısmıdır.

Ölçülebilir ve ölçülemeyen bozucuların bulunduğu en genel durumda sistemin serbest yanıtının (sistem yanıtının gelecekteki kontrol girişlerine bağlı olmayan kısmı) dört etkinin toplamından oluştuğu düşünülebilir. O andaki $u(t)$ girişi, ölçülebilen bozucu $d(t)$, ölçülemeyen bozucu ve sistemin gerçek durumudur.

Bu durumda öngörü (3.28) ile gösterilebilir.

$$\hat{y} = Gu + f \quad (3.28)$$

3.4.3 Kontrol Kuralının Elde Edilmesi

Dinamik Matris Kontrol algoritması kısıtlamalar içeren yüksek boyutlu çok değişkenli sistemlerdeki uygulamalardan gelmektedir. Bu çalışmada ise tek değişkenli ve kısıtlamaları değerlendirmeyen kontrol algoritması incelenmiştir.

Dinamik Matris Kontrolünde amaç ölçütü en küçük kareler yöntemini kullanarak sistem çıkışı ile referans değeri arasındaki farkı mümkün olduğunca azaltmaktır. Bu nedenle kontrol değişkenleri; (3.29) kullanılarak gelecekteki hataların karesel toplamı olan bir amaç ölçütünü ya da (3.30) kullanılarak hataya ek olarak kontrol gücünü de içeren bir amaç ölçütünü minimize edecek biçimde seçilir.

$$J = \sum_{j=1}^p [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 \quad (3.29)$$

$$J = \sum_{j=1}^p [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^m \lambda [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3.30)$$

Tüm öngörü stratejilerinde u vektörünün sadece ilk elemanı $\Delta u(t)$ sisteme uygulanır. Kontrol ufku boyunca hesaplanan tüm dizi sisteme uygulanmaz çünkü bozucu vektörünü hatasız olarak elde etmek ve sistem çıkışını model çıkışından farklı kılacak kaçınılmaz bozucuları engellemek olanaklı değildir. Ayrıca izleyen m örnekleme aralığı içinde referans değişebilir.

$$u = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f) \quad (3.31)$$

3.5 Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol

Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol algoritması, 1987'de D. W. Clarke tarafından önerilmiştir. Birçok endüstriyel prosese uygulanmış olup, iyi bir başarımla ve belli ölçülerde dayanıklılık elde edilmiştir (Clarke vd., 1987a).

3.5.1 Sistem Modeli Kullanılarak Öngörü Parametrelerinin Bulunması

Tek girişli tek çıkışlı sistemler bir denge noktası etrafında lineerleştirilerek (3.32) biçiminde ifade edilebilir. Bu denklemde $e(t)$ beklenen değeri sıfır olan beyaz gürültü, d ise sistemin ölü

zamanıdır.

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})e(t) \quad (3.32)$$

A, B ve C polinomları ise (3.33), (3.34) ve (3.35) olarak verilmiştir.

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{na}z^{-na} \quad (3.33)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{nb}z^{-nb} \quad (3.34)$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_{nc}z^{-nc} \quad (3.35)$$

Bu model ‘‘Controller Auto-Regressive Moving-Average’’(CARMA) olarak bilinmektedir. Endüstride kullanılan sistemlerin çoğu durağan olmadığından dolayı entegre edilmiş CARMA(CARIMA) modelinin daha uygun olacağı düşünülmüştür.

CARIMA modeli, (3.36)’da ifade edildiği şekilde oluşturulmuştur.

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta}, \Delta = 1 - z^{-1} \quad (3.36)$$

Basitlik amacıyla bozucuya ilişkin modelde $C(z^{-1})$ farklı seçilebilir. Bu durum renkli gürültü durumu olarak adlandırılmaktadır.

Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol algoritması ile verilen amaç ölçütünü minimize edecek kontrol işareti dizisini saptamaya çalışır.

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j)[\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j)[\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3.37)$$

(3.37)’de $\hat{y}(t+j|t)$, t anındaki bilgilerden ve modellerden yararlanarak elde edilen j adım ilerideki optimum sistem çıkışı öngörüsü, N_1 minimum ölçüt ufku, N_2 maksimum ölçüt ufku, $\delta(j)$ ve $\lambda(j)$ ağırlık parametreleri, $w(t+j)$ ise gelecekteki referans yörüngesidir (Camacho ve Bordons, 2004).

Optimum $\hat{y}(t+j|t)$ öngörü değerleri elde edilirken $j \geq N_1$ ve $j \leq N_2$ aralığı kullanılır.

Diophantine eşitliği; (3.38)’de verilmiştir.

$$1 = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad \tilde{A}(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1}) \quad (3.38)$$

E_j ve F_j polinomları sırası ile $j-1$ ve na dereceli polinomlardır ve tek olarak belirlenebilirler. Bu polinomlar l sayısını, kalan $z^{-j}F_j(z^{-1})$ 'in çarpanı olana dek $\tilde{A}(z^{-1})$ 'ye bölerek elde edilebilirler. Bu bölmenin bölümü $E_j(z^{-1})$ polinomudur.

$$\tilde{A}(z^{-1})E_j(z^{-1})y(t+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (3.39)$$

(3.39); (3.40) olarak yazılabilir.

$$(1 - z^{-1}F_j(z^{-1}))y(t+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (3.40).$$

(3.40) tekrar düzenlendiğinde (3.41) elde edilir.

$$y(t+j) = F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (3.41)$$

$E_j(z^{-1})$ polinomunun derecesi $j-1$ olduğundan yukarıdaki eşitlikteki gürültü terimi geleceğe ilişkindir. $y(t+j)$ için en iyi öngörü ifadesi (3.42) olacaktır.

$$\hat{y}(t+j|t) = G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t) \quad (3.42)$$

(3.42) ifadesinde

$$G_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1}) \quad (3.43)$$

olarak seçilmiştir.

E_j ve F_j polinomlarını elde etmek için rekürsif yöntemler vardır. Burada ise basit bir yöntem ele alınacaktır.

E_j ve F_j polinomları, l sayısı $z^{-j}F_j(z^{-1})$ kalanın çarpanı olana kadar $\tilde{A}(z^{-1})$ 'ye bölünerek elde edilir. Bu polinomlar (3.44) ve (3.45) şeklinde tanımlanabilir.

$$F_j(z^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1}z^{-1} + \dots + f_{j,na}z^{-na} \quad (3.44)$$

$$E_j(z^{-1}) = e_{j,0} + e_{j,1}z^{-1} + \dots + e_{j,j-1}z^{-(j-1)} \quad (3.45)$$

Aynı yöntem E_{j+1} ve F_{j+1} 'i elde etmek için de kullanılır. Bu durumda ise l sayısı $z^{-(j+1)}F_{j+1}(z^{-1})$ kalanın çarpanı olana dek $\tilde{A}(z^{-1})$ 'ye bölünsün. Bu durumda $F_{j+1}(z^{-1})$ (3.46)'da gösterildiği şekilde elde edilir.

$$F_{j+1}(z^{-1}) = f_{j+1,0} + f_{j+1,1}z^{-1} + \dots + f_{j+1,na}z^{-na} \quad (3.46)$$

Bu durumda E_j ve F_j elde edilip E_{j+1} ve F_{j+1} 'nin elde edilmesi için bölmenin bir adım daha yapılması yeterli olacaktır. E_{j+1} polinomu ise (3.47)'de ifade edilen şekilde olacaktır.

$$E_{j+1}(z^{-1}) = E_j(z^{-1}) + e_{j+1,j}z^{-j} \quad (3.47)$$

$e_{j+1,j} = f_{j,0}$ olacağından dolayı F_{j+1} polinomunun katsayıları (3.48)'de belirtilen ifade edilecektir.

$$f_{j+1,i} = f_{j,j+1} - f_{j,0}\tilde{a}_{i+1}, \quad i = 0 \dots na - 1 \quad (3.48)$$

Bu denklemler kullanılarak (3.49) ve (3.50) ile ifade edilen eşitlikler elde edilir.

$$G_{j+1} = E_{j+1}B = (E_j + f_{j,0}z^{-j})B \quad (3.49)$$

$$G_{j+1} = G_j + f_{j,0}z^{-j}B \quad (3.50)$$

Bu yöntem kullanılarak bir Matlab algoritması yazılarak Diophantine denklemi çözümü yapılabilir.

$$g_{j+1,j+i} = g_{j,j+1} + f_{j,0}b_i, \quad i = 0 \dots nb \quad (3.51)$$

Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol probleminin çözülebilmesi için (3.52) ifadesinde gösterilen ölçütü minimize edecek kontrol işareti dizisinin bulunması gerekmektedir. Eğer sistemin ölü zamanı d örnekleme zamanına eşit ise sistem çıkışı $u(t)$ sistem girişinden $d+1$ örnekleme zamanı sonra etkilenecektir. Bu nedenle minimum öngörü ufkunu $d+1$ 'den küçük seçmek anlamlı olmayacaktır. Bu şartlar altında $N_1 = d+1$, $N_2 = d+N$ ve $N_u = N$ seçilebilir.

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3.52)$$

Öngörü ufku boyunca öngörü değerlerini (3.53)'deki şekilde elde edelim.

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+d+1|t) &= G_{d+1}\Delta u(t) + F_{d+1}y(t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) &= G_{d+2}\Delta u(t+1) + F_{d+2}y(t) \\ &\vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) &= G_{d+N}\Delta u(t+N-1) + F_{d+N}y(t) \end{aligned} \quad (3.53)$$

Bu değerler toplu bir ifade olarak (3.54)'de gösterildiği şekilde yazılabilir.

$$y = Gu + F(z^{-1})y(t) + G'(z^{-1})\Delta u(t-1) \quad (3.54)$$

Bu toplu ifadedeki elemanlar ise (3.55), (3.56), (3.57) ve (3.58)'de gösterilen açık ifadeleriyle verilmiştir.

$$y = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+n|t) \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \cdots & g_0 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

$$G'(z^{-1}) = \begin{bmatrix} (G_{d+1}(z^{-1}) - g_0)z \\ (G_{d+2}(z^{-1}) - g_0 - g_1z^{-1})z^2 \\ \vdots \\ (G_{d+N}(z^{-1}) - g_0 - g_1z^{-1} - \cdots - g_{N-1}z^{-(N-1)})z^N \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$$F(z^{-1}) = \begin{bmatrix} F_{d+1}(z^{-1}) \\ F_{d+2}(z^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Eğer t anında sisteme bir basamak girişi uygulanırsa, öyle ki (3.59)'daki şartlar sağlansın; çıkışın beklenen değerleri $[\hat{y}(t+1), \hat{y}(t+2), \dots, \hat{y}(t+N)]^T$, G matrisinin birinci sütununa eşit olacaktır.

$$\Delta u(t) = 1, \Delta u(t+1) = 0, \dots, \Delta u(t+N-1) = 0 \quad (3.59)$$

Serbest yanıt, rekürsif olarak (3.60) ifadesi kullanılarak hesaplanabilir.

$$f_{j+1} = z(1 - \tilde{A}(z^{-1}))f_j + B(z^{-1})\Delta u(t-d+j) \quad (3.60)$$

$$f_0 = y(t), \Delta u(t+j) = 0 \quad \{j \geq 0\}$$

3.5.2 Kontrol Kuramının Elde Edilmesi

$y = Gu + f$ genel ifadesi kullanılarak amaç ölçütü (3.61) biçiminde yazılabilir.

$$J = (Gu + f - w)^T (Gu + f - w) + \lambda u^T u \quad (3.61)$$

(3.61)'i daha sade bir ifade ile yazmak istersek (3.62) elde edilir.

$$J = \frac{1}{2} u^T H u + b^T u + f_0 \quad (3.62)$$

(3.62)'de; (3.63)'deki ifadelere yer verilmiştir.

$$\begin{aligned} H &= 2(G^T G + \lambda I) \\ b^T &= 2(f - w)^T (f - w) \\ f_0 &= (f - w)^T (f - w) \end{aligned} \quad (3.63)$$

J ölçütünü minimum yapmak için gereken kontrol kuralı, kısıtlamaların bulunmadığı durumlarda J 'nin türevi alınıp sifira eşitlenerek (3.64) ifadesi olarak bulunabilir.

$$u = -H^{-1}b = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f) \quad (3.64)$$

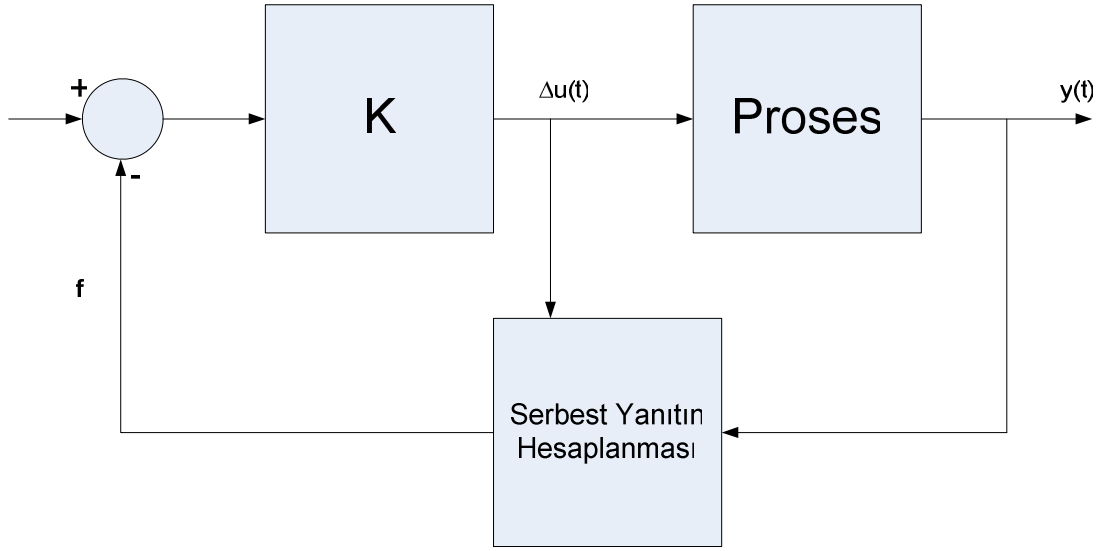
Bu durumda (3.64)'de elde edilen u vektörünün sadece ilk elemanı sisteme uygulanır.

$$(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T \quad (3.65)$$

(3.65) ifadesinde elde edilen matrisin ilk elemanı K olmak üzere $\Delta u(t)$, (3.66) şeklinde elde edilebilir.

$$\Delta u(t) = K(w - f) \quad (3.66)$$

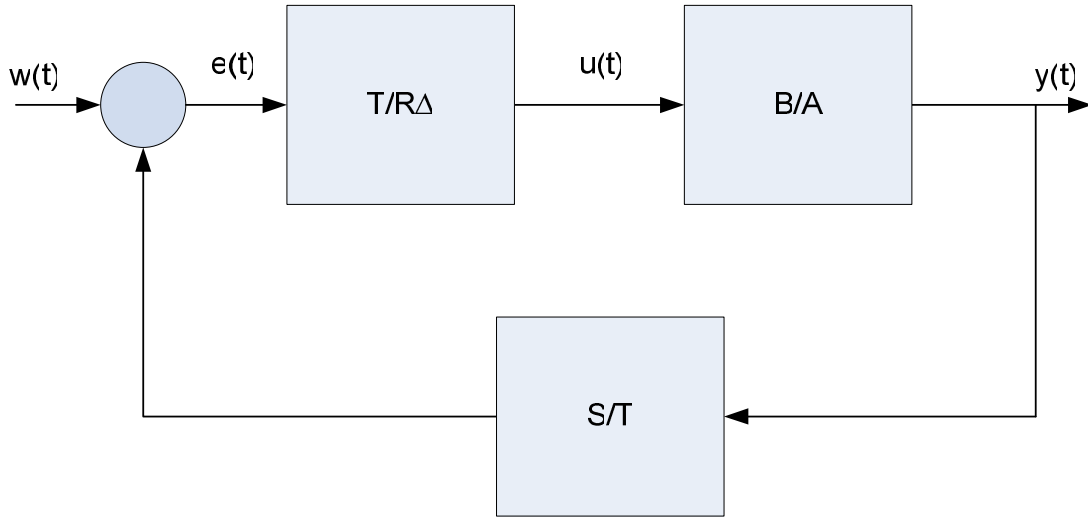
(3.66)'dan anlaşılacağı üzere, eğer gelecekte sistemin serbest yanıtı ile referans arasında öngörü hatası yoksa ($w - f = 0$) bu durumda sistemin serbest yanıtıyla istenilen durum sağlandığından dolayı sisteme kontrol sinyali uygulanmayacaktır. Aksi takdirde yani sistemde öngörülen bir hata varsa bu durumda gelecekteki bu hataya bağlı olarak kontrol sinyalinde K vektörüne bağlı olarak bir artım olacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta; sisteme uygulanan kontrol hareketinin geçmişteki sistem hatalarından değil, gelecekteki öngörülen sistem hatalarından etkilenmesidir. Bu durum ise model öngörülü kontrol algoritmalarını diğer algoritmalarından ayıran en önemli özelliklerden biridir.



Şekil 3.4 GPC kontrol kuralı

3.5.3 Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrolün Kapalı Çevrim Eşdeğeri

Kısıtlamasız Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrolün kapalı çevrim eşdeğeri şekildeki gibi elde edilebilir (Camacho ve Bordons, 2004).



Şekil 3.5 Klasik kutup atama yapısı

Kontrol kuralı yeniden yazılırsa (3.67)'de belirtilen şekilde yazılabilir. Bu denklemde R, T ve S polinomlardır. Bu kontrol kuralı bir geri besleme bileşeni (S/T) ve bir ileri yol bileşeninden (T/R) oluşmuştur.

$$\Delta u(t) = \frac{T(z^{-1})}{R(z^{-1})} w(t) - \frac{S(z^{-1})}{R(z^{-1})} y(t) \quad (3.67)$$

Bu durumda, kontrol kuralı düzenlenerek (3.68)'deki şekilde tekrar yazılabilmektedir.

$$\Delta u(t) = K(w - f) = \sum_{i=N_1}^{i=N_2} k_1 [w(t+i) - f(t+i)] \quad (3.68)$$

Genel durumda serbest yanıtı elde etmek için kullanılan $C(z^{-1})$ polinomu sıfırdan farklı seçilir. Ancak genellikle bu polinom bir sistem tanıma yöntemi ile elde edilmez. Bozucuların zamanla değişen karakteristiklerini modellemek kolay olmadığından dolayı bu durum için bu polinoma sabit gözleyici ya da ön filtre olarak nitelendirilen T polinomu atanacaktır.

Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol için CARIMA modelini tekrar yazılırsa (3.69) elde edilir.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-1) + T(z^{-1}) \frac{e(t)}{\Delta} \quad (3.69)$$

T polinomunu içeren (3.70)'deki Diophantine denklemi ile (3.71)'deki Diophantine denklemi çözülüp serbest yanıt olan f I, F ve T polinomları cinsinden elde edilir.

$$T(z^{-1}) = E_j(z^{-1})\Delta A(z^{-1}) + z^{-j} F_j(z^{-1}) \quad (3.70)$$

$$E(z^{-1})B(z^{-1}) = H(z^{-1})T(z^{-1}) + z^{-j} I(z^{-1}) \quad (3.71)$$

Eşitliği yeniden yazmak gerekirse (3.72) ifadesi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \Delta u(t) = K(w - f) &= \sum_{i=N_1}^{i=N_2} k_1 [w(t+i) - f(t+i)] \\ &= \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i w(t+i) - \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i \frac{I_i(z^{-1})}{T(z^{-1})} \Delta u(t-1) - \sum_{i=N_1}^{N_2} \frac{F_i(z^{-1})}{T(z^{-1})} y(t) \end{aligned} \quad (3.72)$$

R ve S polinomları ise eşitlikteki kontrol kuralı sistem modeli ifadesinde yerine konulursa referansın ve bozucunun fonksiyonu olarak çıkış ifadesi elde edilir.

Bu çıkış ifadesinden karakteristik polinom elde edilerek bilinen yöntemlerle kararlılık incelemesi yapılabilir.

Burada önemli bir nokta ise karakteristik polinomun kökleri ile kontrol parametreleri olan N_1 , N_2 , N_u ve λ arasında doğrudan ilişki kurmak zordur (Camacho ve Bordons, 2004).

Bu noktada T polinomunun seçimi önemlidir. Bu polinomun kapalı çevrim sistemin dayanıklılığına etkisi üzerine çeşitli çalışmalar yapılmıştır (Clarke, 1991).

3.6 Model Algoritmik Kontrol

Öngörülü Kontrol algoritmaları içinde en basit formülasyonu olan yöntemdir. Birkaç küçük fark dışında bu çalışmada da anlatılmış olan Dinamik Matris Kontrol algoritmasına oldukça benzemektedir. Eğer sistem modeli yazılırken bir hata yapılırsa transfer fonksiyon modelleri hatalı sonuçlar verebilmektedir. Diğer yanda ise sistemin darbe girişi cevaplarının tanımlanması kolay olduğundan dolayı sistemin darbe cevapları kullanılarak elde edilen kontrol kuralı oldukça iyi bir seçim olarak gözükmektedir (Richalet vd., 1978).

3.6.1 Sistem Modeli ve Öngörü

t anındaki sistemin çıkışı, (3.73) ifadesinden de görüleceği üzere sistemin darbe yanıtı ile oluşan katsayılarla yakından ilgilidir.

$$y(t) = \sum_{j=1}^N h_j u(t-j) = H(z^{-1})u(t) \quad (3.73)$$

Bu modelden de anlaşılacağı gibi herhangi bir andaki tahmin edilen çıkış değeri, geçmiş giriş değerleri ile sistemin darbe yanıtı olan h_i ağırlıklarının lineer bir kombinasyonu olarak hesaplanmaktadır. Model kullanılarak k adım ötesi için çıkış öngörüsü (3.74)'deki ifade olarak yazılabilir.

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{j=1}^N h_j u(t+k-j) + \hat{n}(t+k|t) \quad (3.74)$$

(3.74)'de kullanılan toplam formülü (3.75)'de gösterildiği üzere ikiye ayrılabilir.

$$\begin{aligned} f_r(t+k) &= \sum_{j=k+1}^N h_j u(t+k-j) \\ f_o(t+k) &= \sum_{j=1}^k h_j u(t+k-j) \end{aligned} \quad (3.75)$$

Bu denklemlerde f_r serbest yanıtı, f_o ise zorlanmış yanıtı göstermektedir. Bu formüllerde gelecekteki bozucuların şu anki t anındaki değerlerinde sabit kalacağı kabul edilmiştir. Bu durumda $\hat{n}(t+k|t) = \hat{n}(t|t)$ ifadesi yazılabilir. Bozucu, ölçülen çıkış değeriyle nominal model kullanılarak öngörülen çıkış değeri arasındaki farktır.

$$\hat{n}(t+k|t) = \hat{n}(t|t) = y(t) - \sum_{j=1}^N h_j u(t-j) \quad (3.76)$$

Öngörü ifadesi ise (3.77)'de ifade edilen şekildedir.

$$\hat{y}(t+k|t) = f_r + f_o + \hat{n}(t|t) \quad (3.77)$$

(3.78) ve (3.79)'da belirtilen matrislerde M öngörü aralığı, u_+ hedeflenen kontrol sinyallerini içeren vektör, u_- geçmiş kontrol sinyalleri içeren vektör, y öngörülen çıkış değerleri, n bozucu değerleri, referans vektörü olan w istenen değere düz bir yaklaşım yörüngesi olarak kabul edilirse sistemin darbe yanıtı katsayılarından oluşan matrisler de (3.80)'de gösterilen şekilde tanımlanabilir (Camacho ve Bordons, 2004).

$$u_+ = \begin{bmatrix} u(t) \\ u(t+1) \\ \vdots \\ u(t+M-1) \end{bmatrix} \quad u_- = \begin{bmatrix} u(t-N+1) \\ u(t-N+2) \\ \vdots \\ u(t-1) \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+1) \\ \hat{y}(t+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+M) \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

$$n = \begin{bmatrix} \hat{n}(t+1) \\ \hat{n}(t+2) \\ \vdots \\ \hat{n}(t+M) \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} w(t+1) \\ w(t+2) \\ \vdots \\ w(t+M) \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \cdots & 0 \\ h_2 & h_1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ h_M & h_{M-1} & \cdots & h_1 \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} h_N & \cdots & h_i & \cdots & h_2 \\ 0 & \cdots & h_j & \cdots & h_3 \\ \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & h_N & \cdots & h_{M+1} \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

Bu durumda öngörü çıkışı (3.81) ifadesi olarak yazılabilir.

$$y = H_1 u_+ + H_2 u_- + n \quad (3.81)$$

3.6.2 Kontrol Kuralının Elde Edilmesi

Kontrolör hesaplanmasındaki temel amaç; referans yörüngesi ile öngörülen çıkış arasındaki farkın karesel toplamının minimum olarak tutulmasıdır.

Model Algoritmik Kontrol algoritmasında kullanılan referans yörüngesi sistemin o andaki değerinden istenen değere doğru düz bir yaklaşım olarak kabul edilmiştir. Bu yörünge birinci dereceden bir sistem olarak (3.82)'deki gibi ifade edilebilir.

$$w(t+k) = \alpha w(t+k-1) + (1-\alpha)r(t+k) \quad k = 1 \dots N \quad \text{with} \quad w(t) = y(t) \quad (3.82)$$

Referans yörüngesinin şekli α değerinin seçilmesine bağlıdır. Referans yörüngesi, istenen noktaya yaklaşma hızını belirlemektedir. Bu durum, uygulamalarda şöyle bir avantaj sağlamaktadır. Referans yörüngesi yani α değeri değiştirilerek algoritmanın cevabının nasıl olacağı ayarlanabilir. Zaman sabitini arttırmak daha yavaş ancak daha dayanıklı bir sistem cevabı verecektir. Bu durumdan da görüldüğü üzere bu parametre sistemin kapalı çevrim dayanıklılığını birebir etkileyen bir faktördür. Model Algoritmik Kontrol yönteminde kullanılan α , diğer model öngörülü kontrol algoritmalarında kullanılan ağırlık katsayıları veya öngörü ufku uzunlukları gibi parametrelerden daha sezgisel ve sisteme doğrudan etkileyen bir parametredir.

Bu algoritmada maliyet fonksiyonu, hem hatayı hem de kontrol sinyalini minimum değere getirmek için elde edilmiştir. Gelecekteki sistem hataları (3.83)'deki şekilde ifade edilebilir.

$$e = w - y = w - H_2 u_- - n - H_1 u_+ = w - f - H_1 u_+ \quad (3.83)$$

f vektörü; geçmişteki girişler, şimdiki zamana ait çıkış ve referans değerleri gibi bilinen değerleri içermektedir. Bu durumda maliyet fonksiyonu (3.84)'de ifade edilen şekilde yazılabilir.

$$J = e^T e + \lambda u_+^T u_+ \quad (3.84)$$

Eğer sistem girişlerinde sınırlamalar yoksa bu durumda çözüm (3.85) şeklinde yazılabilir.

$$u_+ = (H_1^T H_1 + \lambda I)^{-1} H_1^T (w - f) \quad (3.85)$$

Bu algoritmada kayan ufuk yöntemi kullanıldığından dolayı $u(t)$ vektörünün sadece ilk elemanı sisteme uygulanır. Hesaplamaları bir sonraki örnekleme zamanında tekrarlayarak sisteme uygular.

$u_+ = (H_1^T H_1 + \lambda I)^{-1} H_1^T (w - f)$ kontrol kuralının hesaplanması, $M \times M$ matrisinin tersinin alınması işlemi içermesine rağmen diğer algoritmalarla karşılaştırıldığında oldukça kolay bir yöntem olarak görülmektedir. Bu algortmada dikkat edilmesi gereken bir nokta; eğer gelecekteki sistem girişlerinin sayısı $P < M$ olacak şekilde seçilirse, H_1 matrisi $M \times P$ boyutunda olduğundan dolayı, bu matris $P \times P$ boyutunda olacaktır. Bu durum gerekli hesaplamaları azaltacaktır.

Algoritmanın uygulama kolaylığından ve istenildiğinde sınırlamaların algoritmanın içine eklenebilmesinden dolayı Model Algoritmik Kontrol yöntemi, günümüzde endüstride en çok kullanılan yöntemlerden biri haline gelmiştir.

3.7 Çok Değişkenli Modele Dayalı Öngörülü Kontrol

Bu bölümde DMC ve GPC algoritmalarının çok değişkenli sistemlere uygulanması anlatılmıştır.

3.7.1 Çok Değişkenli Dinamik Matris Kontrol

Bu algoritma çok değişkenli sistemler için genişletilirken ana eşitlikler aynı kalacaktır. Sadece matrislerin ve vektörlerin boyutları büyüyecek ve uygun şekilde bölümlendirilecektir (Camacho ve Bordons, 2004).

Çıktılara ilişkin öngörü değerleri (3.86)'da gösterildiği şekilde ifade edilebilir.

$$\hat{y} = [y_1(t+1|t), \dots, y_1(t+p_1|t), \dots, y_{ny}(t+1|t), \dots, y_{ny}(t+p|t)]^T \quad (3.86)$$

Gelecekteki kontrol işaretleri dizisi, (3.87)'deki şekilde tanımlanabilir.

$$u = [\Delta u_1(t), \dots, \Delta u_1(t+m_1-1), \dots, \Delta u_{nu}(t), \dots, \Delta u_{nu}(t+m_{nu}-1)]^T \quad (3.87)$$

Serbest yanıt ise (3.88)'de tanımlanmıştır.

$$f = [f_1(t+1|t), \dots, f_1(t+p_1|t), \dots, f_{ny}(t+1|t), \dots, f_{ny}(t+p|t)]^T \quad (3.88)$$

G matrisi ise (3.89)'da belirtildiği şekilde olacaktır.

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1nu} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2nu} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{ny1} & G_{ny2} & \cdots & G_{nynu} \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

Bu tanımlamalar kullanılarak öngörü denklemleri aynen kullanılabilir.

3.7.2 Çok Değişkenli Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol

m -girişli, n -çıkışlı çok değişkenli sisteme ait CARIMA modeli (3.90)'da gösterildiği şekilde yazılmaktadır.

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (3.90)$$

(3.91)'de $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ ve $C(z^{-1})$ polinomları açık şekilde ifade edilmiştir (Camacho ve Bordons, 2004).

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= I_{n \times n} + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + \dots + A_{na} z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= B_0 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + \dots + B_{nb} z^{-nb} \\ C(z^{-1}) &= I_{n \times n} + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + \dots + C_{nc} z^{-nc} \end{aligned} \quad (3.91)$$

Aynı şekilde performans ölçütü, çok değişkenli sistemler için (3.92)'de gösterildiği gibi yazılabilir (Camacho ve Bordons, 2004).

$$J(N_1, N_2, N_3) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \|\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)\|_R^2 + \sum_{j=1}^{N_3} \|\Delta u(t+j-1)\|_Q^2 \quad (3.92)$$

Bu denklemde R ve Q kesin pozitif ağırlık matrisleridir. $\hat{y}(t+j|t)$, t anına kadar elimizde olan sistem bilgisini kullanarak j adım ötedeki optimum sistem çıkışı öngörüsüdür. N_1 ve N_2 sırasıyla minimum ve maksimum öngörü ufkudur. $w(t+j)$ ise çıkış vektörü için gelecekte gitmesi istenen referans değeridir.

Eğer beyaz gürültü durumu ele alınırsa, ilk bölümde tek girişli tek çıkışlı sistemler için yazılan Diophantine eşitliği bu bölümde (3.93)'de ifade edildiği şekilde yazılır. Beyaz gürültü durumunda $C(z^{-1}) = I_{n \times n}$ olarak alınır.

$$I_{n \times n} = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad (3.93)$$

Bu denklemden yararlanılarak (3.94)'de yazılan öngörü ifadesi elde edilebilir.

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+j) &= F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-1) \\ \hat{y}(t+j) &= G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-1) + f_j \end{aligned} \quad (3.94)$$

(3.94)'deki ifadelerden yararlanarak N adet öngörülen oluşan bir küme yazalım.

$$\begin{aligned}\hat{y}(t+1|t) &= G_1(z^{-1})\Delta u(t) + f_1 \\ \hat{y}(t+2|t) &= G_2(z^{-1})\Delta u(t+1) + f_2 \\ &\vdots \\ \hat{y}(t+N|t) &= G_N(z^{-1})\Delta u(t+N-1) + f_N\end{aligned}\quad (3.95)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) \\ \hat{y}(t+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+j|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+N|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ G_1 & G_0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{j-1} & G_{j-2} & \cdots & G_0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N-1} & G_{N-2} & \cdots & \cdots & \cdots & G_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+j-1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix}\quad (3.96)$$

Bu ifade ise $y = Gu + f$ şeklinde de yazılabilir.

Kontrol işaretinin N_3 adım sonra sabit tutulduğu durumda ise performans ölçütünü etkileyen öngörü değerleri (3.97)'de gösterilen ifade ile yazılır.

$$y_{N_{12}} = G_{N_{123}} u_{N_3} + f_{N_{12}}\quad (3.97)$$

Bu ifadede (3.98)'de gösterilen eşitlikler kullanılmıştır.

$$y_{N_{12}} = [y(t+N_1|t)^T \cdots y(t+N_2|t)^T], u_{N_3} = [\Delta u(t)^T \cdots \Delta u(t+N_3-1)^T]^T, f_{N_{12}} = [f_{N_1}^T \cdots f_{N_2}^T]^T \quad (3.98)$$

$i < 0$ için $G_i = 0$ olmak üzere (3.99)'da gösterilen $G_{N_{123}}$ matrisi, G 'nin bir alt matrisidir.

$$G_{N_{123}} = \begin{bmatrix} G_{N_1-1} & G_{N_1-2} & \cdots & G_{N_1-N_3} \\ G_{N_1} & G_{N_1-1} & \cdots & G_{N_1+1-N_3} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ G_{N_2-1} & G_{N_2-2} & \cdots & G_{N_2-N_3} \end{bmatrix}\quad (3.99)$$

Performans ölçütü, (3.100)'deki ifade olarak yeniden yazılabilir.

$$J = (G_{N_{123}} u_{N_3} + f_{N_{12}} - w)^T \bar{R} (G_{N_{123}} u_{N_3} + f_{N_{12}} - w) + u_{N_3}^T \bar{Q} u_{N_3}\quad (3.100)$$

Bu ifadedeki $\bar{R} = \text{diag}(R, \cdots, R)$ ve $\bar{Q} = \text{diag}(Q, \cdots, Q)$ olarak ifade edilir.

Kısıtlamaların olmadığı durumda kontrol kuralı (3.101)'de ifade edildiği şekilde yazılabilir.

$$u = (G_{N_{123}}^T \bar{R} G_{N_{123}} + \bar{Q})^{-1} G_{N_{123}}^T \bar{R} (w - f_{N_{12}})\quad (3.101)$$

Kayan ufuk ilkesi gereği sadece $\Delta u(t)$ 'yi hesaplamak yeterli olacaktır. Bu nedenle (3.102)'de ifade edilen matrisin sadece ilk m satırı (K olarak adlandırılсын) hesaplanmalıdır. Uyarlamalı kontrolün yapılmadığı durumlarda önceden “off-line” olarak hesaplamalar yapılabilir. Bu durumda kontrol kuralı $\Delta u(t) = K(w - f)$ olarak ifade edilir.

$$(G_{N_{123}}^T \bar{R} G_{N_{123}} + \bar{Q})^{-1} G_{N_{123}}^T \bar{R} \quad (3.102)$$

Ölçülebilir bozucular da çok değişkenli sistemlerde ele alınabilmektedir. Çok değişkenli bir sistemin (3.103)'de gösterilen CARIMA modelini ele alalım.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + D(z^{-1})v(t) + \frac{1}{\Delta} C(z^{-1})e(t) \quad (3.103)$$

Bu modelde $v(t)$, $n \times 1$ boyutunda t anındaki ölçülebilir bozucuları içeren bir vektör ve $D(z^{-1})$, $n \times n$ boyutunda bir polinom matris olup (3.104)'de ifade edildiği şekilde tanımlanabilir.

$$D(z^{-1}) = D_0 + D_1 z^{-1} + D_2 z^{-2} + \dots + D_{nd} z^{-nd} \quad (3.104)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+1|t) &= G_1(z^{-1})\Delta u(t) + H_j(z^{-1})\Delta v(t+1) + f_1 \\ \hat{y}(t+2|t) &= G_2(z^{-1})\Delta u(t+1) + H_j(z^{-1})\Delta v(t+2) + f_2 \\ &\vdots \\ \hat{y}(t+N|t) &= G_N(z^{-1})\Delta u(t+N-1) + H_j(z^{-1})\Delta v(t+N) + f_N \end{aligned} \quad (3.105)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) \\ \hat{y}(t+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+j|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+N|t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ G_1 & G_0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{j-1} & G_{j-2} & \dots & G_0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N-1} & G_{N-2} & \dots & \dots & \dots & G_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+j-1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} H_0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ H_1 & H_0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{j-1} & \dots & H_1 & H_0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & H_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v(t+1) \\ \Delta v(t+2) \\ \vdots \\ \Delta v(t+j-1) \\ \vdots \\ \Delta v(t+N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.106)$$

Bu durumda öngörüler (3.107)'de ifade edildiği şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}y &= Gu + Hv + f \\f' &= Hv + f \\y &= Gu + f'\end{aligned}\tag{3.107}$$

(3.107) göz önüne alındığında ölçülebilen hatalar ihmal edilerek elde edilen algoritmayla aynı şekle sahip olduğu görülmektedir. Gelecek kontrol sinyali aynı yolla bulunabilir ancak bu durumda serbest yanıt, harici bozucuları da içeren ilk değerlere ve gelecekte bilinen bozuculara sistemin cevabı olarak ele alınması gerekmektedir.

4. MODELE DAYALI ÖNGÖRÜLÜ KONTROL ALGORİTMALARININ SİMULASYONLARI

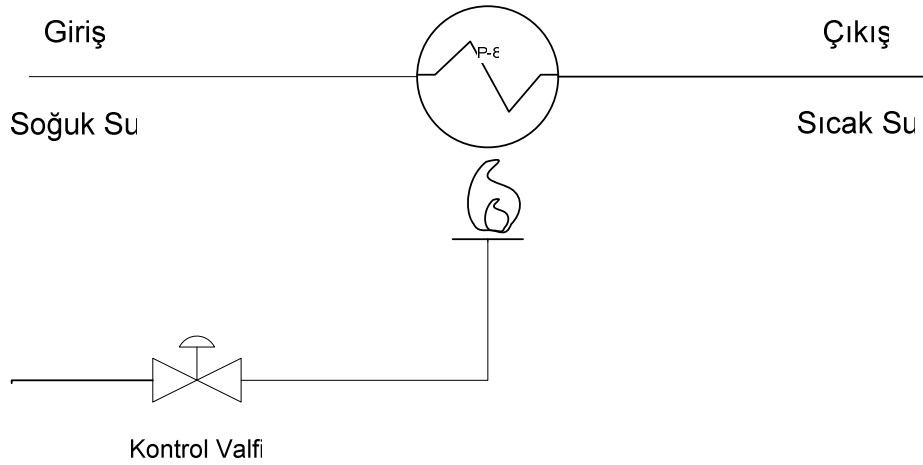
Bu bölümde daha önceki bölümlerde anlatılan algoritmalarından DMC ve GPC yöntemlerinin tek değişkenli ve çok değişkenli prosesler üzerinde simülasyonları yapılmıştır. Simülasyonlar Matlab Simulink ortamında yapılmıştır.

4.1 Tek Girişli-Tek Çıkışlı Sistem Uygulamaları

4.1.1 Dinamik Matris Kontrol Uygulamaları

Bu bölümde DMC algoritmasının su ısıtıcı kontrolü ve Van de Vusse reaktör sıcaklık kontrolü örneklerine uygulaması yapılmıştır.

4.1.1.1 Su Isıtıcı Modeli



Şekil 4.1 Su ısıtıcı

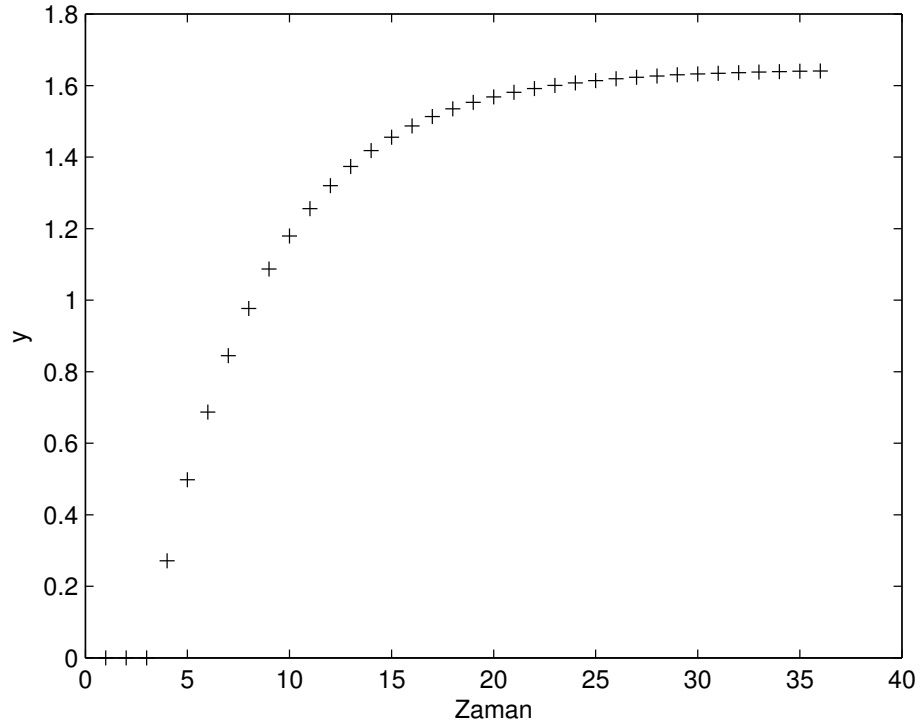
Bu örnekte bir su ısıtıcı modeli ele alınmıştır. Bu su ısıtıcı modelinin Dinamik Matris Kontrol kullanılarak kontrol edilmesi istenmektedir. Örneğimizde çıkış sıcaklığı ısıtıcıdan gelen enerjiyle doğru orantılı olarak değişmektedir. Bu durumda sıcaklık, ısıtıcıya giden gaz akışını ayarlayan valf ile kontrol edilmektedir.

Sistemin basamak cevabını elde etmek için ısıtıcıya giden gaz akış valfine bir basamak fonksiyonu uygulanır ve şekil 4.2'deki basamak cevabı elde edilir.

Ayrık zamanda bu sistemin transfer fonksiyonu (4.1)'de ifade edilmektedir.

$$G(z) = \frac{0.2713z^{-3}}{1 - 0.8351z^{-1}} \quad (4.1)$$

Bu sistemin basamak cevabı Şekil 4.2'de gösterilmektedir.



Şekil 4.2 Basamak cevabı

Basamak cevabından da görüleceği üzere sistem 30 örnekleme zamanı sonunda kalıcı hal durumuna geçmektedir. Bu durumda sistemin modeli (4.2)'de ifade edildiği şekildedir.

$$y(t) = \sum_{i=1}^{30} g_i \Delta u(t-i) \quad (4.2)$$

(4.2)'deki g_i katsayıları Çizelge 4.1'de gösterilen basamak cevabındaki değerlerden elde edilmektedir.

Çizelge 4.1 Basamak cevabı katsayıları

g1 0	g2 0	g3 0.271	g4 0.498	g5 0.687	g6 0.845	g7 0.977	g8 1.087	g9 1.179	g10 1.256
g11 1.320	g12 1.374	g13 1.419	g14 1.456	g15 1.487	g16 1.513	g17 1.535	g18 1.553	g19 1.565	g20 1.581
g21 1.592	g22 1.600	g23 1.608	g24 1.614	g25 1.619	g26 1.623	g27 1.627	g28 1.630	g29 1.633	g30 1.635

$$g_j = -\sum_{i=1}^j a_i g_{j-i} + \sum_{i=0}^{j-1} b_i \quad g_k = 0 \quad \text{for } k \leq 0 \quad (4.3)$$

Aynı zamanda g_i katsayıları (4.3) kullanılarak da elde edilmektedir. (4.3)'de a_i ve b_i sırasıyla ayrık zaman transfer fonksiyonunda paydanın ve payın katsayıları olarak ifade edilmektedir.

Bu örnekte sistem iki örnekleme zamanı boyunca ölü zamana sahip olduğu için basamak cevabının ilk iki katsayısı sıfırdır.

Öngörü ufku 10 ve kontrol ufku 5 seçilirse bu durumda örnek sistem için dinamik matris basamak cevabı katsayılarından (4.4)'de görüldüğü gibi elde edilmektedir.

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.271 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.498 & 0.271 & 0 & 0 & 0 \\ 0.687 & 0.498 & 0.271 & 0 & 0 \\ 0.845 & 0.687 & 0.498 & 0.271 & 0 \\ 0.977 & 0.845 & 0.687 & 0.498 & 0.271 \\ 1.087 & 0.977 & 0.845 & 0.687 & 0.498 \\ 1.179 & 1.087 & 0.977 & 0.845 & 0.687 \\ 1.256 & 1.179 & 1.087 & 0.977 & 0.845 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Dinamik matris elde edildikten sonra $\lambda = 1$ alınması durumunda (4.5)'deki matris hesaplanır.

$$(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T \quad (4.5)$$

Bu durumda kontrol kuralı; elde edilen matrisin ilk satırı ile serbest yanıt ve referans arasındaki farkı içeren vektörün çarpımıyla (4.6)'daki gibi elde edilir.

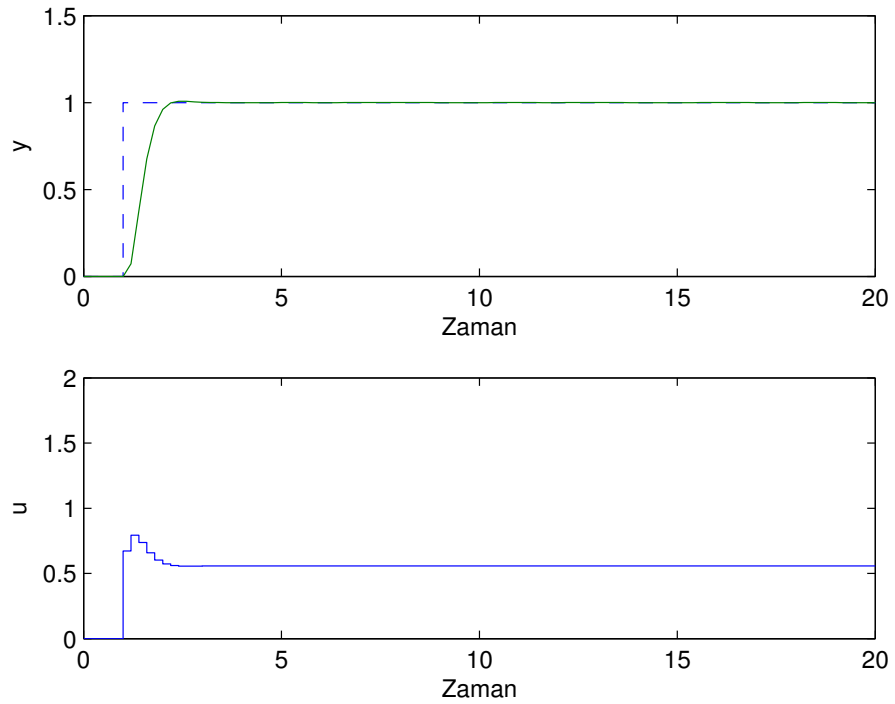
$$\Delta u(t) = K(w - f) \quad (4.6)$$

Bu örnek için kontrol kuralı (4.7)'deki K matrisi elde edilir.

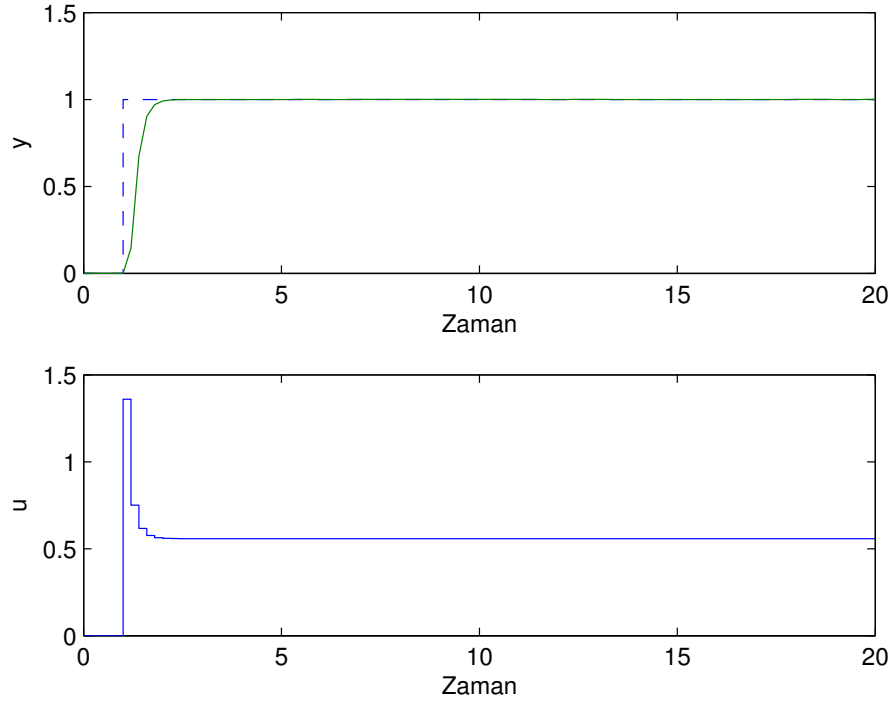
$$K = [0 \ 0 \ 0.1465 \ 0.1836 \ 0.1640 \ 0.1224 \ 0.0780 \ 0.0410 \ 0.0101 \ -0.0157] \quad (4.7)$$

Bu denklemdaki sistemin serbest yanıtı (4.8)'deki formül kullanılarak elde edilmektedir.

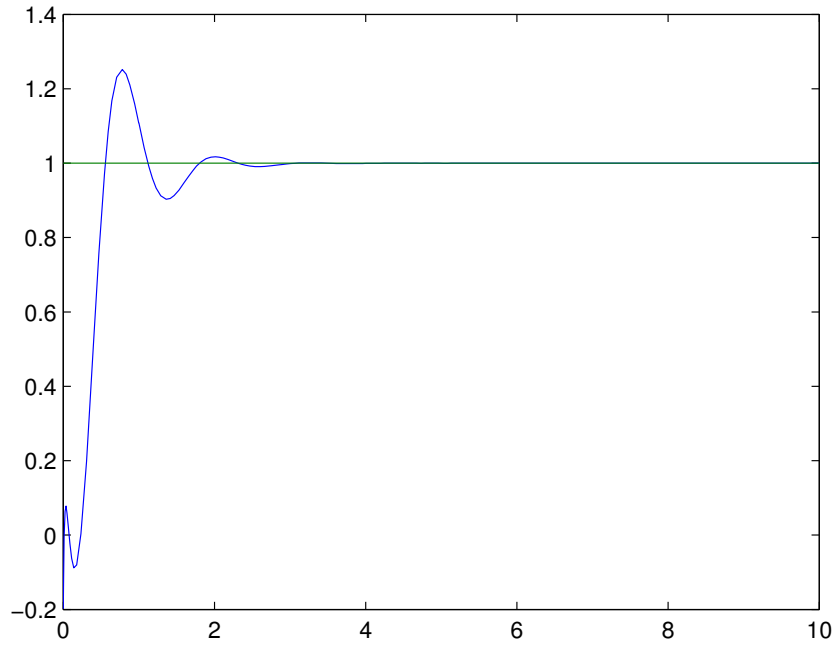
$$f(t+k) = y_m(t) + \sum_{i=1}^{30} (g_{k+i} - g_i) \Delta u(t-i) \quad (4.8)$$



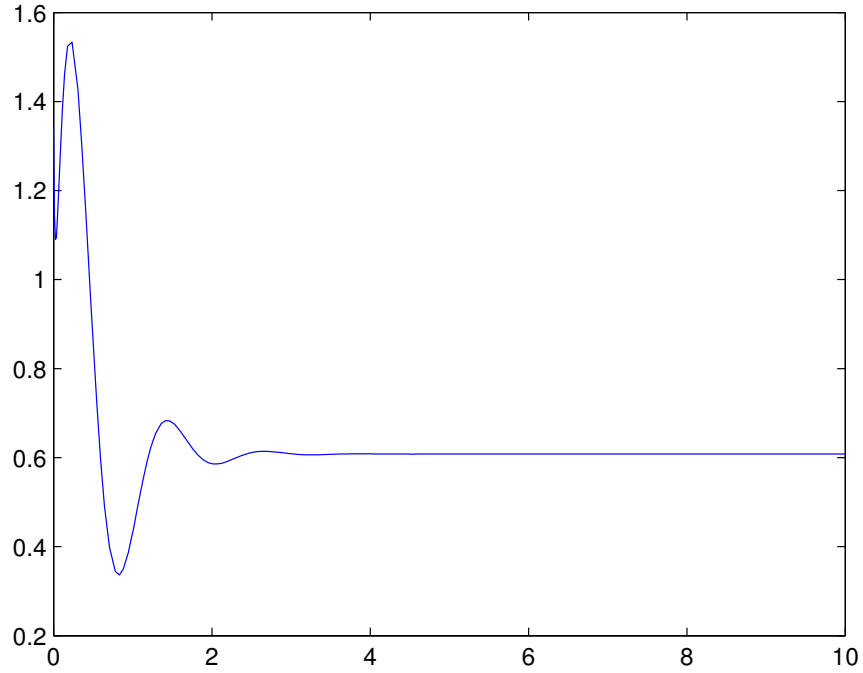
Şekil 4.3 $\lambda = 1$ durumunda sistem çıkışı ve kontrol sinyali



Şekil 4.4 $\lambda = 0.1$ durumunda sistem çıkışı ve kontrol sinyali



Şekil 4.5 PI kontrollü su ısıtıcı modeli çıkışı



Şekil 4.6 PI Kontrollü sistem modeli kontrol sinyali

4.1.1.2 Van de Vusse Reaktörü

Bu örnekte, Van de Vusse reaktör problemi dinamik matris kontrol algoritması kullanılarak çözülmüştür.

Van de Vusse reaktörü durum uzayı formunda (4.9)'da verilmiştir.

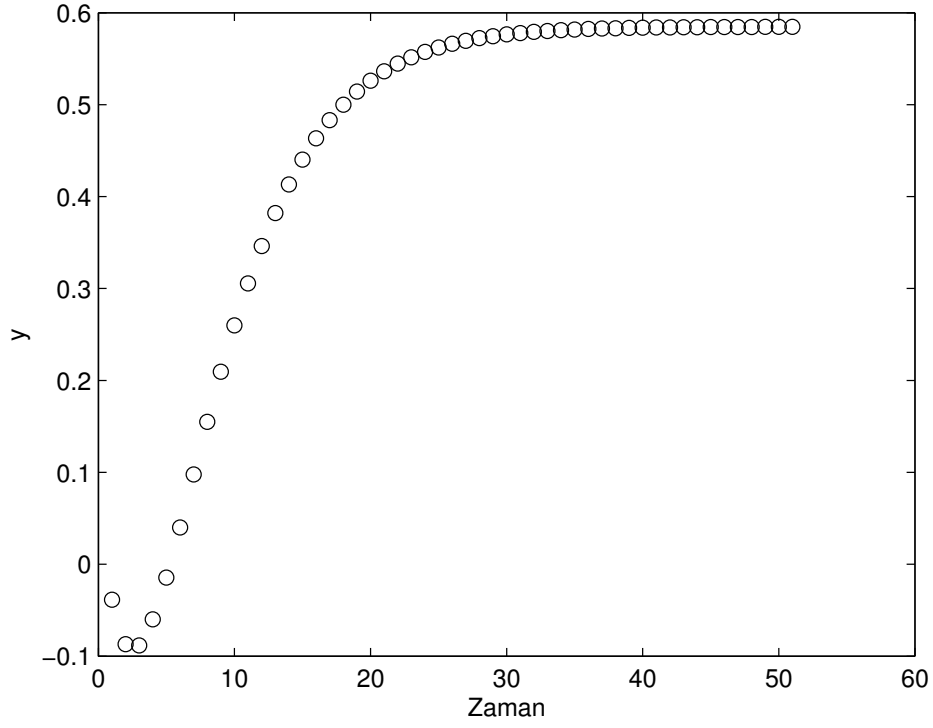
$$A = \begin{bmatrix} -2.4048 & 0 \\ 0.83333 & -2.2381 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 7 \\ -1.117 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$C = [0 \quad 1] \quad D = [0]$$

Van de Vusse reaktör probleminde, sistem çıkışı ikinci bileşen konsantrasyonu, kontrol edilen giriş ise seyreltme oranıdır. Bu durumda sistemin transfer fonksiyonu (4.10)'da ifade edilmiştir.

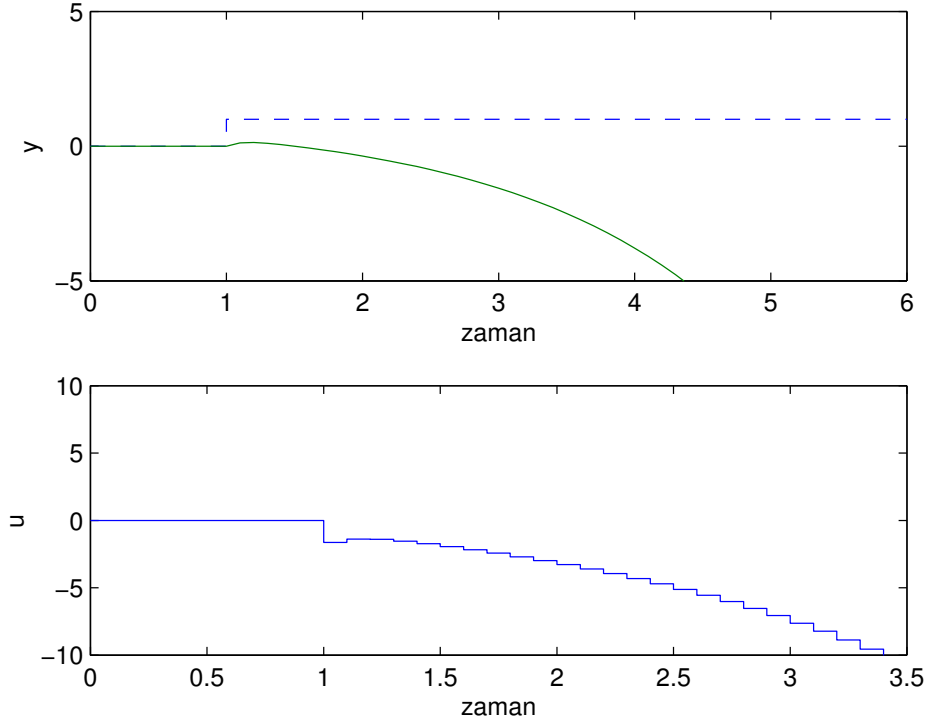
$$g_p(s) = \frac{-1.1170s + 3.1472}{s^2 + 4.6429s + 5.3821} = \frac{0.5848(-0.3549s + 1)}{0.1828s^2 + 0.8627s + 1} \quad (4.10)$$

Sistemin basamak cevabından da görüleceği üzere, sistemin tüm dinamik davranışını göz önünde bulundurmak için model uzunluğunun en az $N = 35$ olarak seçilmesi gerekmektedir.

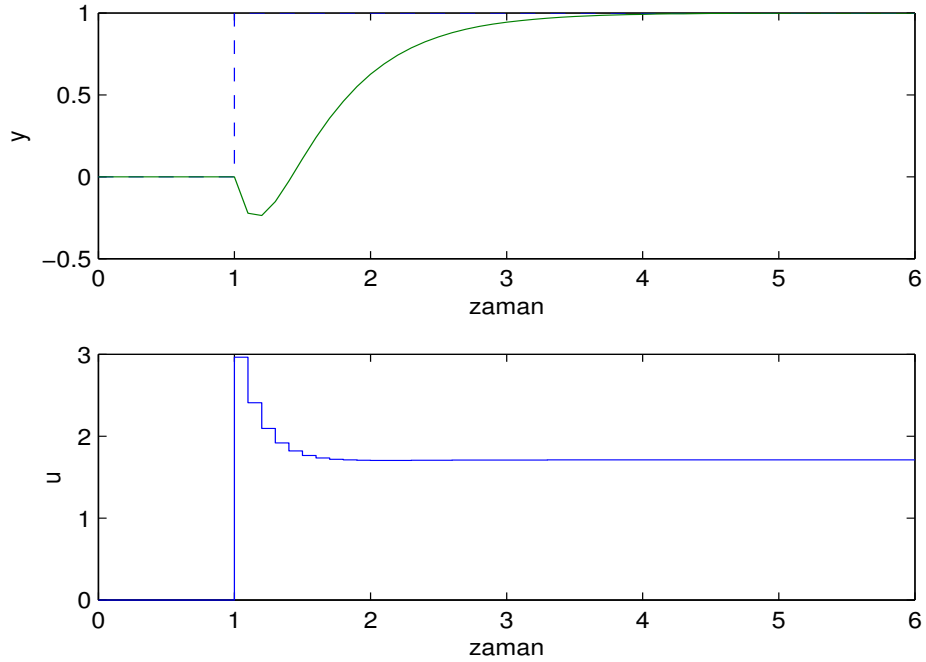


Şekil 4.7 Basamak cevabı

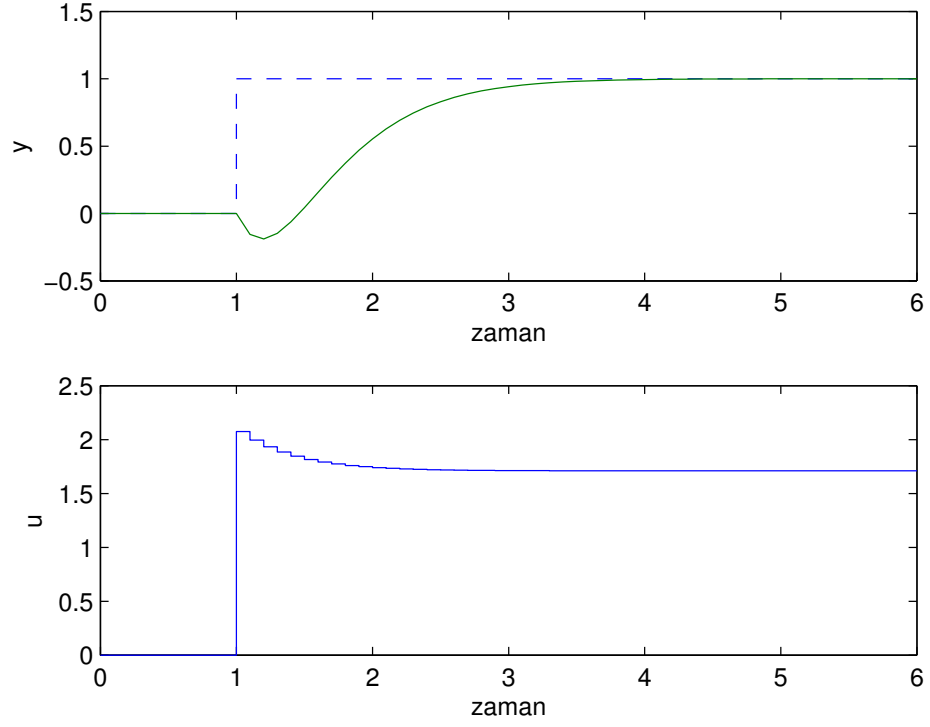
Dinamik matris kontrol algoritması bu örneğe uygulandığında; örnekleme zamanı $T_s = 0.1$ dakika, model uzunluğu $N = 50$, kontrol ufku $M = 1$ olarak seçilmiştir.



Şekil 4.8 Kapalı çevrim cevabı, DMC kontrollü Van de Vusse reaktörü ($P=7$)

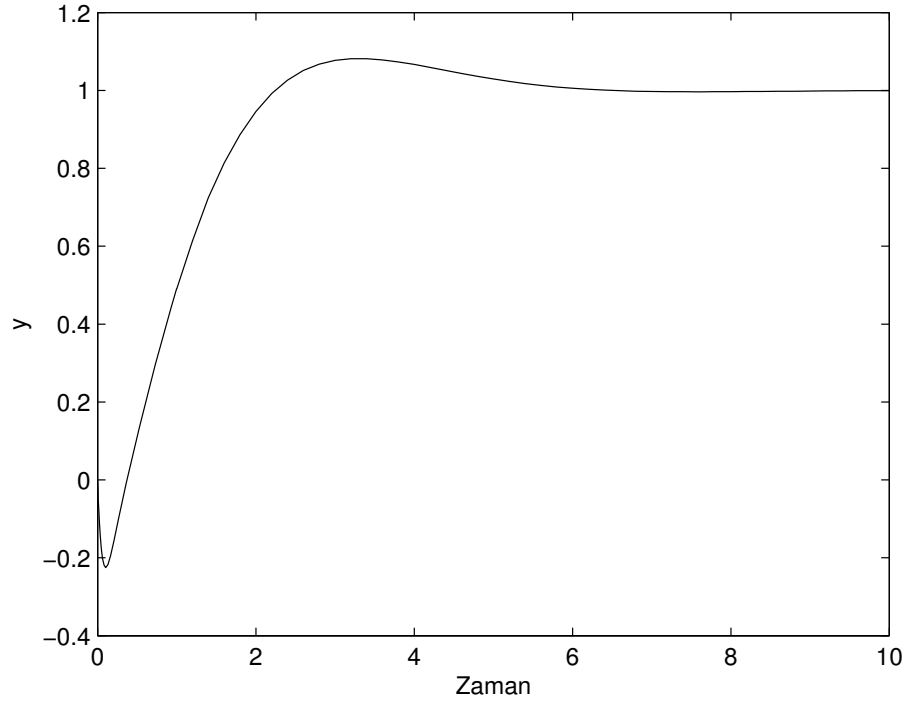


Şekil 4.9 Kapalı çevrim cevabı, DMC kontrollü Van de Vusse reaktörü ($P=10$)

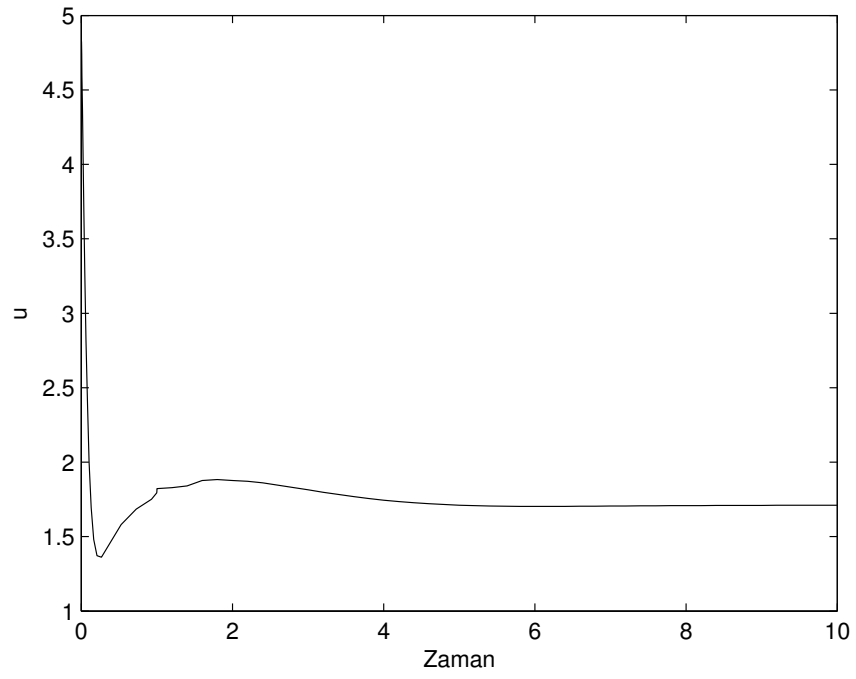


Şekil 4.10 Kapalı çevrim cevabı, DMC kontrollü Van de Vusse reaktörü ($P=25$)

Van de Vusse reaktör örneğine Ziegler-Nichols yöntemiyle elde edilen PID kontrolör uygulandığında ise aşağıdaki sonuçlar elde edilmektedir.



Şekil 4.11a Kapalı çevrim cevabı, PID kontrollü Van de Vusse reaktörü



Şekil 4.11b Kapalı çevrim cevabı, PID kontrollü Van de Vusse reaktörü

4.1.2 Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Uygulamaları

Birinci dereceden bir sistem ayrıklaştırıldığında (4.11) ifadesi yazılabilir.

$$(1 + az^{-1})y(t) = (b_0 + b_1z^{-1})u(t-1) + \frac{e(t)}{\Delta} \quad (4.11)$$

Bu örnek için gecikme zamanı 0 ve gürültü polinomu olan $C(z^{-1})$ 1 olarak alınacaktır. Bu örnek için sayısal değerler (4.12)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} a &= -0.8 \\ b_0 &= 0.4 \\ b_1 &= 0.6 \\ N_1 &= 1 \\ N_2 &= N_u = 3 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Bu örneği çözebilmek için öncelikle öngörü polinomları olan $E_j(z^{-1}), F_j(z^{-1})$ $0 < j < 3$ aralığı için hesaplanacaktır.

$$\tilde{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})(1 - z^{-1}) = 1 - 1.8z^{-1} + 0.8z^{-2} \quad (4.13)$$

Bu örnek için öngörü aralığı çok uzun olmadığından dolayı öngörü polinomları 1'i $\tilde{A}(z^{-1})$ 'ya bölerek kolay hesaplamalar sonucu elde edilebilir. Öngörü aralığının uzun olduğu durumlarda ise bu çalışmada bulunmakta olan algoritma koşturularak istenilen değerler kolaylıkla elde edilebilmektedir.

$$E_1(z^{-1}) = 1 \quad F_1(z^{-1}) = 1.8 - 0.8z^{-1} \quad (4.14)$$

Algoritma iteratif olarak bir kez daha koşturulduğunda ise (4.15) ve (4.16)'daki ifadeler elde edilir.

$$E_2(z^{-1}) = 1 + 1.8z^{-1} \quad F_2(z^{-1}) = 2.44 - 1.44z^{-1} \quad (4.15)$$

$$E_3(z^{-1}) = 1 + 1.8z^{-1} + 2.44z^{-2} \quad F_3(z^{-1}) = 2.952 - 1.952z^{-1} \quad (4.16)$$

Bu değerler kullanılarak (4.17)'deki $B(z^{-1})$ ifadesi elde edilir.

$$B(z^{-1}) = 0.4 + 0.6z^{-1} \quad (4.17)$$

Bu durumda ise $G_i(z^{-1})$ değerleri (4.18)'de elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} G_1 &= 0.4 + 0.6z^{-1} \\ G_2 &= 0.4 + 1.32z^{-1} + 1.08z^{-2} \\ G_3 &= 0.4 + 1.32z^{-1} + 2.056z^{-2} + 1.464z^{-3} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Bu durumda öngörülen çıkışlar (4.19)'da ifade edildiği gibi yazılabilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) \\ \hat{y}(t+2|t) \\ \hat{y}(t+3|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0 \\ 1.32 & 0.4 & 0 \\ 2.056 & 1.32 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \Delta u(t+2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.6\Delta u(t-1) + 1.8y(t) - 0.8y(t-1) \\ 1.08\Delta u(t-1) + 2.44y(t) - 1.44y(t-1) \\ 1.464\Delta u(t-1) + 2.952y(t) - 1.952y(t-1) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Öngörü çıkışları elde edildikten sonra $\lambda = 0.8$ alınarak kontrol kuralının hesaplaması yapılır.

$$(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T = \begin{bmatrix} 0.133 & 0.286 & 0.147 \\ -0.154 & -0.165 & 0.286 \\ -0.029 & -0.154 & 0.1334 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Az önceki örnekte olduğu üzere elde edilen matrisin sadece ilk satırı kullanılarak (4.21)'deki kontrol kuralı yazılır.

$$\Delta u(t) = -0.604\Delta u(t-1) - 1.371y(t) + 0.805y(t-1) + 0.133w(t+1) + 0.286w(t+2) + 0.147w(t+3) \quad (4.21)$$

(4.21)'de $w(t+1)$ referans yörüngesi olup sabit bir değer olarak alınabilir. Bu durumda kontrol sinyali; istenen referans değeri ile geçmiş giriş ve çıkış değerlerinin bir fonksiyonu olarak yazılabilir.

$$\begin{aligned} u(t) &= 0.396u(t-1) + 0.604u(t-2) - 1.371y(t) + 0.805y(t-1) \\ &+ 0.133w(t+1) + 0.286w(t+2) + 0.147w(t+3) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol sinyali Diophantine denklemi kullanılmadan da hesaplanabilmektedir.

Kontrol kuralını hesaplayabilmek için \mathbf{G} matrisinin ve serbest yanıt olan \mathbf{f} 'nin bilinmesi gerekmektedir. Bu durumda kontrol kuralı (4.23)'de gösterildiği gibi hesaplanabilir.

$$u = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f) \quad (4.23)$$

\mathbf{G} matrisi sistemin basamak cevabı katsayılarından oluşmaktadır. Bu durumda bu matrisin ilk sütununun elemanları aşağıdaki denklemin ilk N adet katsayısı olmaktadır.

$$g_j = -\sum_{i=1}^j a_i g_{j-i} + \sum_{i=0}^{j-1} b_i \quad (4.24)$$

b_i : Transfer fonksiyonunun payı

a_i : Transfer fonksiyonunun paydası

Bu durumda (4.25) değerler elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} N &= 3 \\ A &= 1 - 0.8z^{-1} \\ B &= 0.4 + 0.6z^{-1} \\ g_0 &= b_0 = 0.4 \\ g_1 &= -a_1 g_0 + b_0 + b_1 = 1.32 \\ g_2 &= -a_1 g_1 - a_2 g_0 + b_0 + b_1 = 2.056 \end{aligned} \quad (4.25)$$

(4.25)'deki değerler kullanılarak (4.26)'daki G matrisi elde edilmektedir.

$$G = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0 \\ 1.32 & 0.4 & 0 \\ 2.056 & 1.32 & 0.4 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Bu sonuçtan da görüldüğü üzere elde edilen matris, bir önceki metotla elde edilen matrisle aynıdır.

Serbest yanıt Diophantine denklemi kullanılmadan da hesaplanabilmektedir. Serbest yanıt, gelecekteki kontrol girişlerini bir önceki kontrol girişlerine eşit olduğunu ve bozucunun sabit olduğunu kabul eden sistem yanıtıdır.

Bu durumda (4.27)'deki ifadeler toplanıp $y(t+1)$ dışarı çekilirse (4.28)'deki değerler elde edilir.

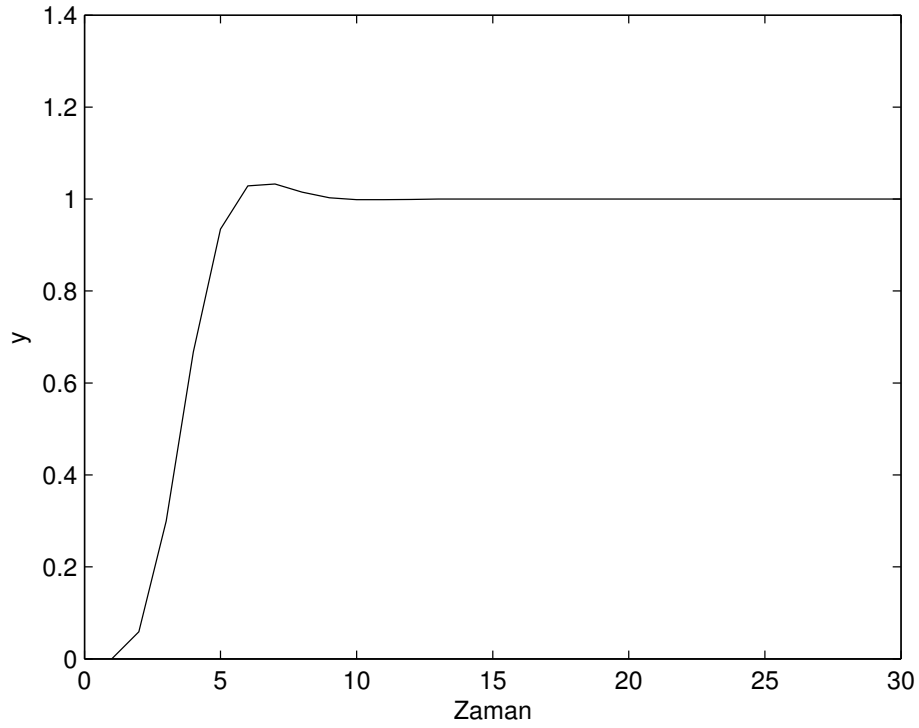
$$\begin{aligned} y(t) &= 0.8y(t-1) + 0.4u(t-1) + 0.6u(t-2) \\ y(t+1) &= 0.8y(t) + 0.4u(t) + 0.6u(t-1) \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$y(t+1) = 1.8y(t) - 0.8y(t-1) + 0.4\Delta u(t) + 0.6\Delta u(t-1) \quad (4.28)$$

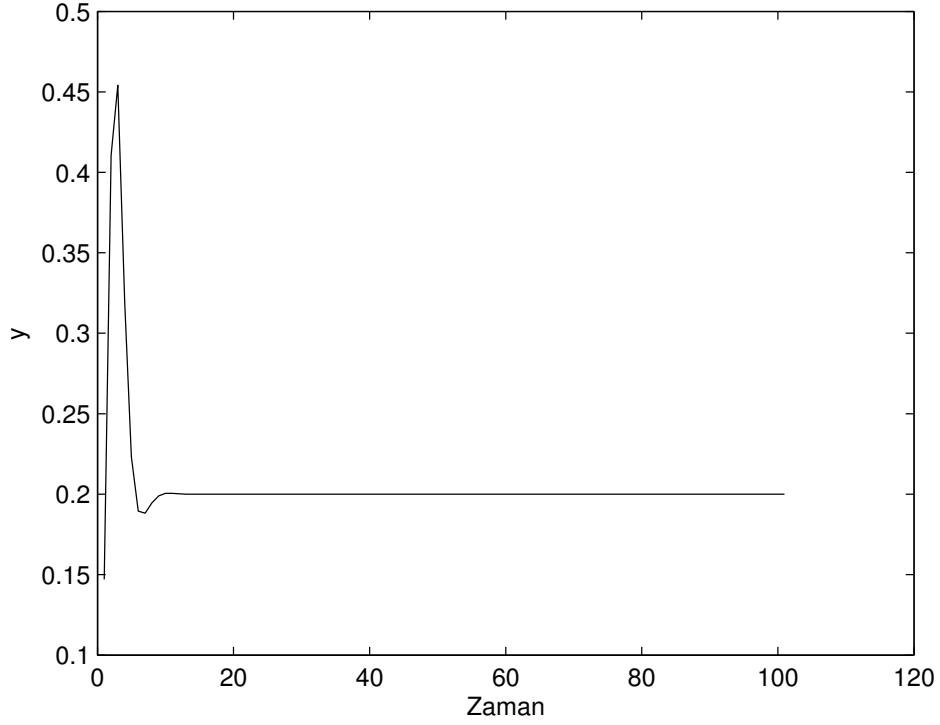
Serbest yanıt denkleminde t anının hemen öncesindeki kontrol sinyal değişimi alındığından dolayı (4.29) yazılabilir.

$$\begin{aligned} f(t+1) &= 1.8y(t) - 0.8y(t-1) + 0.6\Delta u(t-1) \\ f(t+2) &= 1.8f(t+1) - 0.8y(t) = 2.44y(t) - 1.44y(t-1) + 1.08\Delta u(t-1) \\ f(t+3) &= 1.8f(t+2) - 0.8f(t+1) = 2.952y(t) - 1.952y(t-1) + 1.464\Delta u(t-1) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Bu denklemden de görülmektedir ki elde edilen \mathbf{f} vektörü bir önceki metotla elde edilen \mathbf{f} vektörü ile aynıdır. Bu durumda elde edilen kontrol kuralı da aynı olacaktır.



Şekil 4.12a Sistem cevabı



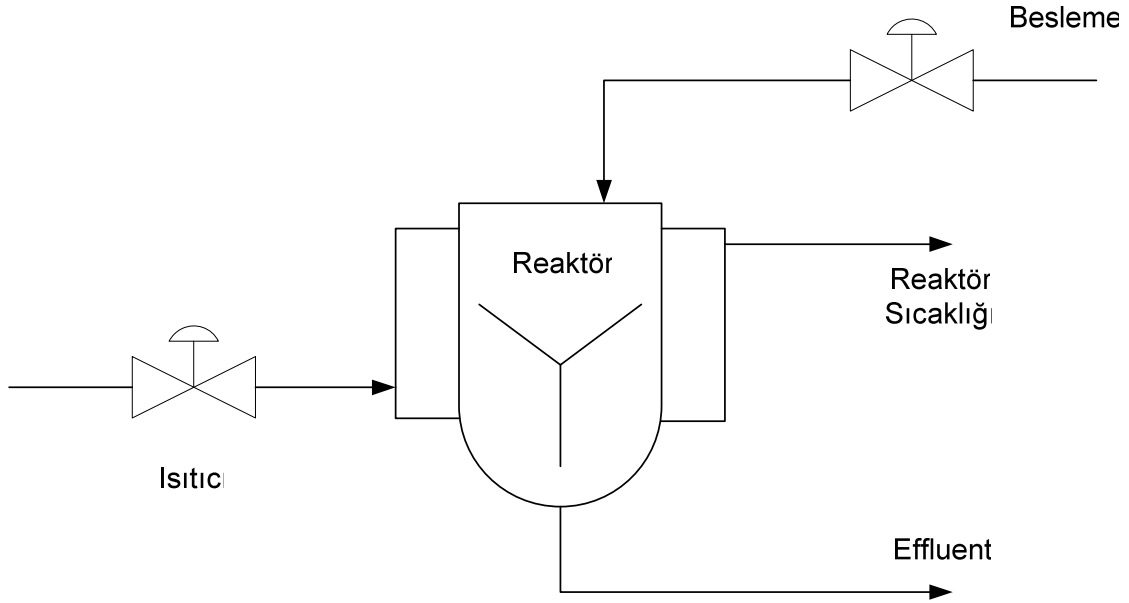
Şekil 4.12b Kontrol sinyali

4.2 Çok Girişli-Çok Çıkışlı Sistem Uygulamaları

4.2.1 Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Uygulamaları

Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol uygulamasının çok girişli çok çıkışlı sistemlere uygulanmasına örnek olması amacıyla karıştırıcı tank modeli incelenmiştir.

Bu uygulamada Ek 1’de anlatılan ‘Transfer Matris Gösterimi’ metodu çözümü kolaylaştırmak için kullanılmıştır.



Şekil 4.13 Karıştırılmalı tank reaktörü

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+0.7s} & \frac{5}{1+0.3s} \\ \frac{1}{1+0.5s} & \frac{2}{1+0.4s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Bu örnekte $U_1(s)$ ve $U_2(s)$ sırasıyla besleme akış hızı ve dış kılıftaki soğutucunun akış hızı olarak ifade edilmiştir. Kontrol edilen çıkışlar $Y_1(s)$ ve $Y_2(s)$ sırasıyla çıkış konsantrasyonu ve reaktör sıcaklığı olarak ifade edilmiştir.

Ayrıklaştırılmış transfer fonksiyonu 0.03 dakikalık örnekleme zamanı için (4.31)'deki şekilde elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.0420z^{-1}}{1-0.9580z^{-1}} & \frac{0.4758z^{-1}}{1-0.9048z^{-1}} \\ \frac{0.0582z^{-1}}{1-0.9418z^{-1}} & \frac{0.1445z^{-1}}{1-0.9277z^{-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$A(z^{-1})$ diyagonal matris olup diyagonal üzerindeki elemanları transfer fonksiyonunun denk gelen satırındaki paydalardaki değerlerin OKEK(Ortak Katlarının En Küçüğü) olarak seçilir.

Bu durumda (4.32) kullanılarak $B(z^{-1})$ ifadesi elde edilir.

$$T(z^{-1}) = A(z^{-1})^{-1} B(z^{-1}) z^{-1} \quad (4.32)$$

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - 1.8629z^{-1} + 0.8669z^{-2} & 0 \\ 0 & 1 - 1.8695z^{-1} + 0.8737z^{-2} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.0420 - 0.0380z^{-1} & 0.4758 - 0.4559z^{-1} \\ 0.0582 - 0.0540z^{-1} & 0.1445 - 0.1361z^{-1} \end{bmatrix}$$

Öngörü aralığı $N_2 = 3$, kontrol aralığı $N_3 = 2$ ve kontrol ağırlığı $\lambda = 0.05$ olarak seçilirse,

(4.34) görüldüğü üzere $G_{N_{123}}$ matrisi elde edilir.

$$G_{N_{123}} = \begin{bmatrix} 0.0420 & 0.4758 & 0 & 0 \\ 0.0582 & 0.1445 & 0 & 0 \\ 0.0821 & 0.9063 & 0.0420 & 0.4758 \\ 0.1131 & 0.2786 & 0.0582 & 0.1445 \\ 0.1206 & 1.2959 & 0.0821 & 0.9063 \\ 0.1647 & 0.4030 & 0.1131 & 0.2786 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

5. SONUÇLAR ve TARTIŞMA

Dinamik Matris Kontrol algoritmasının Van de Vusse reaktör örneğinde uygulanmasında öngörü zamanını arttırmak sistem çıkışı ve kontrol sinyalinde çok daha iyi sonuçlar alınmasını sağlamıştır ancak bu durum matrislerin boyutlarını büyüttüğünden dolayı daha fazla işlem yapılmasını ve işlemlerin daha uzun sürmesine sebep olmuştur.

Dinamik Matris Kontrol algoritmasının $p=25$ için Van de Vusse reaktör problemine uygulanmasının ardından aynı probleme Ziegler-Nichols yöntemi kullanılarak bir PID kontrolör tasarlanmıştır. Elde edilen kontrol sinyali ve sistem çıkışı grafiklerinden de anlaşılacağı üzere Dinamik Matris Kontrol algoritması PID kontrolöre göre hem oturma zamanı hem de aşım oranı gibi parametreler açısından daha iyi sonuç vermiştir. Ayrıca kontrol sinyali grafiklerinde dinamik matris kontrol sinyali 2 değerinin üzerine çıkmazken PID kontrol sinyalinin 5 değerine kadar çıktığı görülmüştür. Böylece dinamik matris kontrol algoritması kullanılarak gereken kontrol sinyalinin de azaldığı gözlemlenmiştir.

Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol algoritmasının tek girişli tek çıkışlı sistemlere ve çok girişli çok çıkışlı sistemlere uygulanmasında, kullanılan ve elde edilen matris boyutlarının arttığı gözlemlenmiştir. Bu durumun sebebi ise sistem giriş ve çıkışlarının sayılarının artması sonucu, elde edilen kontrol matrislerinin bulunmasında kullanılan giriş ve çıkış vektörünün boyutunun artmasıdır.

KAYNAKLAR

- Bequette B. W., (2003), Process Control: Modelling, Design and Simulation, Prentice Hall
- Camacho E. F. and Bordons C., (2004), Model Predictive Control Second Edition, Springer-Verlag London Berlin Heidelberg
- Clarke D. W., (1988), "Application of Generalized Predictive Control to Industrial Processes", IEEE Control Systems Magazine, 122:49-55
- Clarke D. W., (1991), "Designing Robustness into Predictive Control", Department of Engineering Science Parks Road, Oxford OXI 3PJ, UK
- Clarke D. W., Mohtadi C. and Tuffs P. S.,(1987a), "Generalized Predictive Control . Part I. The Basic Algorithm", Automatica, 23(2):137-148
- Clarke D. W., Mohtadi C. and Tuffs P. S.,(1987b), "Generalized Predictive Control . Part II. Extensions and Interpretations", Automatica, 23(2):137-148
- Clarke D. W., Mohtadi C., (1989), "Properties of Generalized Predictive Control", Automatica, 25(6):859-875
- Clarke D. W. and Scattolini R., (1991), "Constrained Receding-horizon Predictive Control", Proceedings IEE, 138(4):347-354
- Cutler C. R. and Ramaker B. C., (1980), "Dynamic Matrix Control- A Computer Control Algorithm", In Automatic Control Conference, San Francisco
- Froisy J. B. and Matsko T., (1990), "IDCOM-M Application to the Shell Fundamental Control Problem", In AIChE Annual Meeting
- Garcia C. E., Prett D. M. and Morari M., (1989), "Model Predictive Control: Theory and Practice-a Survey" Automatica, 25(3):335-348
- Kouvaritakis B., Rossiter J. A. and Chang A. O. T., (1992), "Stable Generalized Predictive Control: An Algorithm with Guaranteed Stability", Proceedings IEE, Part D, 139(4):349-362
- Maciejowski J. M., (2002), "Predictive Control with Constraints", Pearson Education Limited
- Morari M., (1994), "Advances in Model-Based Predictive Control, chapter Model Predictive Control: Multivariable Control Technique of Choice", In the 1990s Oxford University Press
- Morari M. and Lee J. H., (1999), "Model Predictive Control: Past, Present, Future", Comp. Chem. Eng., 23, 667-682
- Muske K.R. and Rawlings J., (1993), "Model Predictive Control with Linear Models", AIChE Journal, 39:262-287
- Qin S. J. and Badgwell T. A., (1997), "An Overview of Industrial Model Predictive Control Technology in Chemical Process Control: Assessment and New Directions for Research", In AIChE Symposium Series 316
- Peterka V., (1984), "Predictor-based Self-tuning Control", Automatica, 20(1):39-50
- Richalet J., Rault A., Testud J. L. and Papon J., (1976), "Algorithmic Control of Industrial Processes", In 4th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation. Tbilisi USSR

Richalet J., Rault A., Testud J. L. and Papon J., (1978), "Model Predictive Heuristic Control: Application to Industrial Processes", *Automatica*, 14(2):413-428

Söeterboek R., (1992), *Predictive Control: A Unified Approach*, Prentice Hall

EKLER

Ek 1 Transfer Matris Gösterimi

Ek 2 Karesel Form

Ek 1 Transfer Matris Gösterimi

Transfer matrisi, çok değişkenli sistemlerin gösterilmesinde oldukça popüler olan bir metottur. Transfer matrislerinin; frekans analizi yapılarak veya Reaksiyon Eğrisi(Reaction Curve) yönteminde olduğu gibi sisteme basamak veya darbe sinyal girişleri uygulanarak rahatlıkla elde edilmesi bu yöntemin çok kullanılmasına sebep olmuştur.

Sanayideki pek çok endüstriyel sistemde sistem transfer matrisinin herhangi bir sütunu, o sütuna karşılık gelen sistem girişine basamak sinyali uygulayarak ve her çıkış için statik kazanç, zaman sabiti, gecikme zamanı gibi değerler ölçülerek elde edilebilir. Eğer tüm bu işlemler bütün girişler için uygulanırsa bu durumda transfer matrisinin tamamı elde edilebilmektedir (Camacho ve Bordons, 2004).

CARIMA çok değişkenli modelinde verilen $n \times m$ boyutlarındaki transfer matrisi şu şekildeydi

$$T(z^{-1}) = A(z^{-1})^{-1} B(z^{-1}) z^{-1}$$

$T(z^{-1})$ matrisi yukarıdaki denklemden de görüldüğü üzere $A(z^{-1})$ ve $B(z^{-1})$ polinom matrislerinden oluşmaktadır. Bu matrisleri elde etmenin en kolay yolu; $A(z^{-1})$ matrisini diyagonal matris olarak seçip, diyagonal üzerindeki elemanları $T(z^{-1})$ transfer matrisinin denk gelen satırındaki paydalardaki değerlerin OKEK'i(Ortak Katlarının En Küçüğü) olarak seçmektir. Bu durumda $B(z^{-1})$ yukarıdaki denklemden dolayı

$$B(z^{-1}) = A(z^{-1})^{-1} T(z^{-1}) z^{-1} \text{ olarak elde edilecektir.}$$

Bu yöntemle elde edilen $A(z^{-1})$ ve $B(z^{-1})$ matrislerinin genellikle 'left coprime' olması gerekmektedir.

Ek 2 Karesel Form

$x^T Qx$ ve $u^T Ru$ gibi denklemler karesel form olarak adlandırılırlar. Genellikle $\|x\|_Q^2$ ve $\|u\|_R^2$ şeklinde yazılırlar. Bu tür denklemlere şu şekilde bir örnek verilebilir.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ ve } Q = \begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \text{ ise}$$

$$x^T Qx = [x_1 \quad x_2] \begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ olarak elde edilir.}$$

Eğer her x değeri için $x^T Qx > 0$ ise bu karesel form kesin pozitifdir. Bir karesel formun kesin pozitif olduğu ancak ve ancak Q matrisinin öz değerlerinin hepsi 0'dan büyükse gösterilebilir (Maciejowski, 2002).

Bunu matematiksel ifade olarak yazmak gerekirse;

$$\left\{ \begin{array}{l} x^T Qx > 0 \\ Q > 0 \end{array} \right\} \text{ olarak ifade edilebilir.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^T Qx \geq 0 \\ Q \geq 0 \end{array} \right\} \text{ olarak ifade yazılırsa bu durumda karesel ifade pozitif yarı-tanımlı olarak}$$

adlandırılır.

Yukarıdaki örnekte; Q matrisinin her iki özdeğeri de pozitif değerdedir. Bu durumda karesel ifade kesin pozitif tanımlıdır. Bu durumda x_1 ve x_2 değişkenlerinin tüm değerleri için karesel ifadenin değerinin pozitif olduğu görülmektedir(Maciejowski, 2002).

Eğer $Q = I$ ise $x^T Qx = x^T x = \|x\|^2$, bu durumda bu ifade karesel öklid normu olarak adlandırılır. Eğer $Q \neq I (Q \geq 0)$ ise bu durumda karesel ifade, $x^T Qx = \|Q^{1/2} x\|^2$ olduğundan dolayı, 'ağırlaştırılmış norm'un karesi olarak düşünülebilir.

Karesel ifadenin gradyanının bulunması ise şu şekilde ifade edilebilir.

$$\left\{ \begin{array}{l} V = x^T Qx \\ x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \end{array} \right\} \text{ ve } Q \text{ matrisi, } n \times n \text{ bir matris olarak ifade edilir.}$$

Bu durumda gradyan şu şekilde yazılabilir(Maciejowski, 2002):

$$\nabla V = \left[\frac{\partial V}{\partial x_1}, \frac{\partial V}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial V}{\partial x_n} \right] = 2x^T Q$$

Burada gradyan satır vektörü olarak ifade edilmiştir. Bazı durumlarda ise gradyan sütun vektör olarak ifade edilebilir. Bu durumda ise gradyan $2Qx$ olarak gösterilir.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	15.08.1982	
Doğum yeri	İstanbul	
Lise	1993-2001	Kadıköy Anadolu Lisesi
Lisans	2001-2005	Yıldız Üniversitesi Elektrik-Elektronik Fak. Elektrik Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	2005-	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik Müh. Anabilim Dalı Kontrol ve Otomasyon Programı

Çalıştığı kurum(lar)

2005-	YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Araştırma Görevlisi
-------	---