

46963



**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**AÇIKLIK ANTENLERİN
IŞIMA KARAKTERİSTİKLERİNDE
İNTEGRAL GÖSTERİLİM YOLUYLA
KESİN SAYISAL ÇÖZÜM YAKLAŞIMI**

Elek. Müh. Hakan Paşa PARTAL

**F.B.E. Elektrik Mühendisliği Anabilim Dalında
hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Taner Şengör

**YÜKSEKÖĞRETİM ENSTİTÜSÜ
İSTANBUL MERKEZİ**

İSTANBUL, 1995

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
İÇİNDEKİLER	i
SEMBOL LİSTESİ	iii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
TEŞEKKÜR	vi
ÖZET	vii
ABSTRACT	viii
BÖLÜM 1 GİRİŞ	1
1.1.Konunun Tanıtılması.....	1
1.2.Açıklık Antenler	2
1.3.Açıklık Antenlere Uygulanan Eşdeğerlik Teoriminin Basitleştirilmesi	3
1.4 Üç Tip Açıklı Alan Tekniğinin Karşılaştırılması	5
1.5.a.Mikroşerit Antenler	6
1.5.b.Mikroşerit Antenlerde Işıma	8
1.6. Konunun Tarihçesi	10
BÖLÜM 2 DAİRESEL AÇIKLIK ANTENİN RADYASYON ALANININ İNTEGRAL GÖSTERİLİMİ	16
2.1 Problemin Formülasyonu	16
2.2.a.Sınır Koşulları	26
2.2.b. Sınır Koşullarının Uygulanması	28
2.2.b i).Hankel Transformu	30
2.2.b.ii) Fourier Transformu	31
2.2.c. Hankel Fonksiyonundaki Belirsizliğin Kaldırılması.....	47
2.3.Simulasyon Yaklaşımı	48
2.3.i.Yardımcı Denklemler	49
2.4. Denklem Sisteminin Çözümü.....	51
BÖLÜM 3 KESİN SAYISAL ÇÖZÜM	53
3.1. Problemin Sayısal Çözüme Elverişli Hale Getirilmesi	53
3.2. Radyasyon Diyagramları.....	55

3.2.a. Yakın Alanlar.....	55
3.2.b. Uzak Alanlar	66
3.3. Yan Kulak Analizi.....	70
 BÖLÜM 4 SONUÇLAR	74
KAYNAKLAR	75
EKLER.....	78
ÖZGEÇMİŞ	



SEMBOL LİSTESİ

A	:Elektrik vektör potansiyel
E	:Elektrik alan vektörü
F	:Magnetik vektör potansiyel
H	:Magnetik alan vektörü
I	:Akım
J_e	:Elektrik akım yoğunluğu vektörü
J_m	:Magnetik akım yoğunluğu vektörü
a	:Açıklık yarıçapı
b	:Akım Halkası yarıçapı
f	:Frekans
h	:Akım halkası yüksekliği
k	:Dalga sayısı
ρ, ϕ, z	:Silindirik koordinatta alan noktaları
$\bar{\rho}, \bar{\phi}, \bar{z}$	:Kaynak noktaları
$\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z$	: Birim vektörler
$H_v^{(1),(2)}(x)$	: v . Mertebeden 1. ve 2. Cins Hankel Fonksiyonları
$J_v(x)$	: v . Mertebeden 1. Cins Bessel Fonksiyonu
μ	:Magnetik geçirgenlik
ϵ	:Ortamın dielektrik sabiti

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

1.1.	Açıklık Tipleri.....	2
1.2.	Transmisyon Hattı için Eşdeğer Devreler.....	5
1.3	Mikroşerit Anten Yapısı	8
1.4.	Yer Düzlemi ve Açıklıktan saçılan Alan Hesaplamaları ile Yansıyan Alan için Gelen ve Saçılan Alan	9
1.5.	Dielektrik Kaplı Yer Düzlemindeki yarığın saçılma geometrisi	11
1.6.	Halkasal Antenin Geometrik Konfigürasyonu	13
2.1.	Problem Geometrisi	17
2.2.	Anten Yapısının Bölgelere Ayrılması ve Oluşan Dalgalar	21
2.3.	Sınır Yüzeyleri.....	26
2.4.	Hankel Fonksiyonu kesim çizgileri	31
2.5.	Üstel Fonk. Türevi	48
2.6.	1. Bölge sabitleri	52
3.1	$E_{\phi}(\rho,z)$, $\rho \in (0,b)$, $z \in (0,h)$	57
3.2	$E_{\phi}(\rho,z)$, $\rho \in (0,b)$, $z \in (h,2h)$	57
3.3	$E_{\phi}(\rho,z)$, $\rho \in (b,a)$, $z \in (0,h)$	58
3.4	$E_{\phi}(\rho,z)$, $\rho \in (b,a)$, $z \in (h,2h)$	58
3.5	$E_{\phi}(\rho,z)$, $\rho \in (a,2a)$, $z \in (0,h)$	59
3.6	$E_{\phi}(\rho,z)$, $\rho \in (a,2a)$, $z \in (h,2h)$	59
3.7	$H_{\rho}(\rho,z)$, $\rho \in (0,b)$, $z \in (0,h)$	60
3.8	$H_{\rho}(\rho,z)$, $\rho \in (0,b)$, $z \in (h,2h)$	60
3.9	$H_{\rho}(\rho,z)$, $\rho \in (b,a)$, $z \in (0,h)$	61
3.10	$H_{\rho}(\rho,z)$, $\rho \in (b,a)$, $z \in (h,2h)$	61
3.11	$H_{\rho}(\rho,z)$, $\rho \in (a,2a)$, $z \in (0,h)$	62
3.12	$H_{\rho}(\rho,z)$, $\rho \in (a,2a)$, $z \in (h,2h)$	62

3.13	$H_z(\rho, z)$, $\rho \in (0, b)$, $z \in (0, h)$	63
3.14	$H_z(\rho, z)$, $\rho \in (0, b)$, $z \in (h, 2h)$	63
3.15	$H_z(\rho, z)$, $\rho \in (b, a)$, $z \in (0, 2h)$	64
3.16	$H_z(\rho, z)$, $\rho \in (b, a)$, $z \in (h, 2h)$	64
3.17	$H_z(\rho, z)$, $\rho \in (a, 2a)$, $z \in (0, h)$	65
3.18	$H_z(\rho, z)$, $\rho \in (a, 2a)$, $z \in (h, 2h)$	65
3.19	$E_\phi(\rho, z)$, uzak alan.....	67
3.28	$H_\rho(\rho, z)$, uzak alan	68
3.30	$H_z(\rho, z)$, uzak alan.....	69
3.32	$E_\phi(\rho, z)$ radyasyon diyagramında görülen yan kulaklar (Bağıl genlik)	71
3.33	$H_\rho(\rho, z)$ radyasyon diyagramında görülen yan kulaklar (Bağıl genlik)	72
E.1	Argüman $x \in (0, 15)$ için $J_\nu(x)$ ' in değişimi	86
E.2	Argüman $x \in (0, 15)$ için $H_\nu^{(1)}(x)$ reel ve imajiner kısımlarının değişimi	87
E.3	Argüman $x \in (0, 15)$ için $H_\nu^{(2)}(x)$ reel ve imajiner kısımlarının değişimi	88

TEŞEKKÜR

Yazar, bilime ve bilimsel çalışmaya katkıda bulunmayı karakter edinen ve değerli yardımlarıyla bu teze rehberlik eden saygıdeğer ‘bilim adamı’ **Prof.Dr. Taner Şengör’e** teşekkürlerini sunar.

Ayrıca TÜBİTAK-Bilim Adamı Yetiştirme Grubuna (BAYG) da, üniversite lisans üstü burs programı ile destek verdiği için teşekkür eder.



ÖZET

Bu tezde, sonsuz geniş, mükemmel iletken düzlemde dairesel açıklık ve üzerinde bir akım halkası olan bir geometriye sahip “dairesele açıklık anten” problemi ele alınarak ışıma karakteristikleri için integral gösterilim yoluyla kesin sayısal çözüm yaklaşımı sunulmuştur.

Ele alınan dairesel açıklık düzlemi, yukarıdan, daha küçük yarıçaplı bir akım halkası ile uyarılmıştır. Alan ifadelerinin integral gösterilimi için mevcut geometri, uygun bir şekilde bölgelere ayrılmıştır. Bölgelere göre yazılan alan ifadelerinde gözüken bilinmeyen katsayıları bulmak için sınır koşulları kullanılarak, Hankel ve Fourier Transformlarının inversiyonu yardımıyla bir denklem sistemi elde edilmiştir. Analitik olarak elde edilen denklem sistemi, bilinmeyen sayısının çok, dolayısıyla matris boyutunun büyük olması sebebiyle sayısal olarak çözülerek bilinmeyen katsayılar bulunmuştur. Bu katsayılar daha sonra alan ifadelerinde yerlerine yerleştirilerek antenin yakın ve uzak alan için radyasyon diyagramları çizilmiştir. Bu şekilde kesin sayısal çözüme ulaşma yaklaşımı ile, dairesel açıklık antenlerin yakın ve uzak alan için ışıma diyagramlarının elde edilmesinde değişik bir yol sunulmaktadır.

Elde edilen çözümlerle yüksek kazanç sağlama, esas demet sıkıştırma, yan kulak etkilerini azaltma vs. amaçlarına yönelik olarak, anten yarıçapı, halka yarıçapı, akım değeri ve akım halkasının yüksekliği değiştirilerek bir optimizasyon yapılabilmektedir. Sunulan yaklaşım, mikroşerit antenlerde de kullanılabilir.

ABSTRACT

An aperture antenna problem that has a structure includes a circular aperture in an infinite conducting plane and a current ring over the aperture is considered and the exact numerical solution approach for obtaining the radiation pattern by integral representation is presented.

The circular aperture plane is excited by a current ring with smaller radius, respectively, on top. The geometry is divided the regions appropriately for representation of the fields. The boundary conditions is used for finding the unknown coefficients in the field representations, then an equation system is obtained by taking Hankel and Fourier Transforms. The equation system obtained analytically, is solved numerically because of the large size of the matrix. Later, these calculated coefficients are moved into the field representations and the radiation patterns are plotted for near end far zone fields. An alternative way is submitted to obtain the near zone and far zone radiation patterns of circular aperture antennas by exact numerical solution approach.

An optimization can be done by changing radius of the aperture and the current loop and the height of the current loop, to obtain high gain, jam main beam, reduce side lobes, etc. with the obtained solution results in this studying. This approach is also valid in microstrip antennas.

1.GİRİŞ:

1.1.Konunun Tanıtılması:

Antenlerin ışıma diyagramlarının elde edilmesi, haberleşme ve radar sisemlerini içeren uygulamalarda vazgeçilmez bir öneme sahiptir. Radyasyon (ışıma) diyagramlarını elde edilmesi ve bunun sonucunda “esas demet sıkıştırma”, esas demedin sıkıştırılması eşnasında ortaya çıkacak istenmeyen etkileri elimine etmeye çalışmak, açıklık ışımasına ait parametreler ve etkiler gibi problemler konusunda uzun yıllardır değişik yaklaşımlar üzerinde çalışılmaktadır.

Çoğunlukla analitik ayrıntılardan kaçınmak için birtakım varsayımlara dayanarak veya anten geometrisi basit seçilmek suretiyle anten karakteristiklerinin ve ışıma diyagramlarının elde edilmesi yoluna gidilmektedir. Ancak bu tür yaklaşımların kesin çözüme ulaştıramayacağı ortadadır.

İnce antenler esas itibariyle, tek boyutlu ve lineer akım dağılımı olan küçük etkin alanlı ve düşük kazançlı antenlerdir. Pratikte daha yüksek kazançlı ve yönlendiriciliği kuvvetli olan antenler gerekmektedir. Bu yüzden geniş etkin alanı olan antenlere ihtiyaç vardır.

İşımalar genelde metalik iletkenlerdeki elektrik akımı akışından oluşur. İnce antenlerde bu akım dağılımı Moment Metod (MM) (Harrington , 1968) ile birkaç dalga boyuna kadar iyi bir doğrulukla bulunabilir. Fakat radyatörün, akımın boylamsal ve transvers değişiminin bu bulunduğu yüzey formunda olması durumunda, matrisin lineer boyutu, uzunluğu yerine ışıma yüzeyinin alanı olarak artar. Sonuç olarak MM, çoğu bilgisayar yazılımlarındaki matris boyutu sınırlamasından dolayı örneğin yüzeysel akım dağılımlarının söz konusu olması durumunda elle tutulabilir bir bilgiye ulaştırmaz.

Bazı durumlarda metalik yüzey üzerindeki akım dağılımını tahmin etmek, her noktada yüzeyin yerel olarak düzlemsel olması yaklaşımı ile mümkün olabilmektedir. Yani,

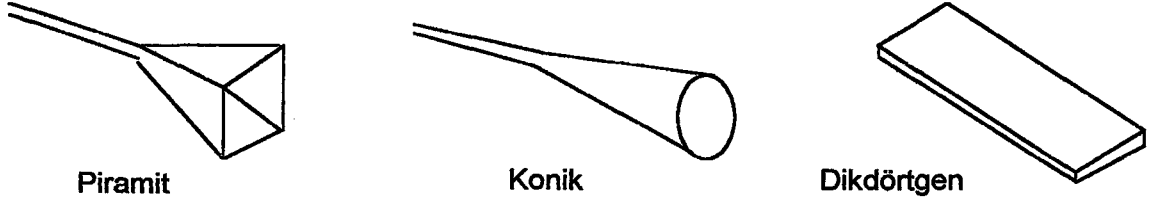
eğrilik yarıçapının sonsuz ve saçıcının sınırsız düzlem alınması varsayımını yapmak gerekmektedir. Geniş paraboloidler için, bu yaklaşım ileri doğrultularda iyi sonuçlar vermektedir. Odak uzunluğunun çapa oranla daha geniş (0.35 gibi) olması halinde eğriliğin küçük olması ve akım dağılımında önemli bir etkiye sahip olan uç etkilerinin mevcut olması gibi durumlar bu sonuçlarda rol oynamaktadır. Fakat, bunun genelde ileri yayılan alanlar için iyi sonuçlar vermesine rağmen, yan kulakların belirlenmesinde doğruluk azalmaktadır. Bunun bir sebebi, paraboloidin arka yüzeyinde akan akımın ihmal edilmesidir. Diğer bir sebep ise beslemeye katkıda bulunan saçılmanındikkate alınmamasıdır.

Uzayın herhangi bir noktasındaki alanı bulabilmek için gerekli bilgilerin ne olduğu sorusunu ele alalım. İnce anten haline benzer olarak sadece metalik iletkenler ele alalım. Tüm yüzey üzerindeki elektrik akımların bilinmesi için, potansiyeller ve alanlar her yerde hesaplanmalıdır. Pratikte bu akımlar tahmin edilebilir. Fakat problem için alternatif bir yaklaşım mevcuttur. Radyasyonun esas kısmı boyunca düzlemsel bir yüzey tasarlamak mümkündür. Örneğin paraboloid hali için bu yüzey açıklık düzlemindeki yüzeydir. Bu yaklaşım üzerinde önemle durulması gerekmektedir. İlk yaklaşım, paraboloidin sadece ön iletken yüzeyi yerini alır ve arka taraftaki yüzey akımlarını ihmal eder. Açıklık düzleminde elektrik akım akışı olmadığından tetkikler, bu düzlemde hangi alanların dışarı doğru ışımayı sağladığı sorusuna yönelik olmalıdır. Bu soru Eşdeğerlik Teoremi yardımıyla çözümlenebilir. Bu teorem kapalı bir yüzeyin, açıklık yüzeyi boyunca ışınması için kesin sonuç vermektedir, (Balanis, 1989), (Maclean, 1986).

1.2.Açıklık Antenler

Mikrodalga frekanslarında sıklıkla rastlanan konulardan olan açıklık anten tipleri değişik geometrilere olabilmekle beraber, başlıcaları Şekil-1.1'de gösterildiği gibi, dalga kılavuzu veya boynuz formunda , açıklığı dikdörtgen, dairesel, küresel şekillerde olabilir. Uzay araçlarının veya uçakların yüzeylerine kolaylıkla yerleştirilebildiklerinden dolayı açıklık

antenler, uzay uygulamalarında oldukça kullanışlıdır. Açıklığın üzerinin çevre koşullarından etkilenmemesi için, genelde bir dielektrik malzeme ile kaplanır. Bu tip montajlar yüksek hız uygulamalarının önemli olduğu uzay araçlarında, aerodinamiğini bozmadığı için tercih edilir.



Şekil-1.1 Açıklık tipleri

Kablo antenlerin yayılma karakteristikleri, kablo iletkeni üzerindeki akım dağılımı bilindiği sürece açıklanabilir. Birçok şekiller için akım dağılımı tam olarak bilinmemektedir. Sadece fiziksel algılama veya deneysel ölçümlerle yaklaşık sonuç sağlanabilir. Bu, açıklık antenlerde (dalga kılavuzları, yarık anten, boynuz, yansıtıcılar lensler vs.) daha belirgin olarak ortaya çıkmaktadır. Bu sebeple antenlerin yayılma karakteristiklerinin hesaplanması için alternatif metotlar kullanılmaktadır. Ağırlık, anten yapısının içindeki veya üzerindeki alanın akım dağılımı ve uygun yaklaşımlarının kullanılabileceği teknikler üzerinedir. Bu tekniklerden önemli birisi, anten ve taşıyıcılar gibi gerçek kaynakların, eşdeğer kaynaklarla yer değiştirilmesi ilkesine dayanan *Alan Eşdeğerlik Prensibidir*. (Balanis 1968, 1982).

1.3.Açıklık Antenlere Uygulanan Eşdeğerlik Teoremi ve Basitleştirilmesi

Açıklık antene uygulanan eşdeğerlik teoreminin en yaygın uygulaması, $+\infty$ ve $-\infty$ 'da kapalı olarak ele alınan düzlemsel bir 'S' yüzeyinin kullanılması esasını içerir. Eğer gerçek bir kaynak, 'S' yüzeyinin sol tarafında bulunursa, sağ taraftaki alan, bu düzlem üzerindeki gerçek kaynaklar tarafından üretilen gelen alanların bilinmesi için $+\infty$ ve $-\infty$ arasındaki yüzey üzerinde dağılan eşdeğer kaynaklar vasıtasıyla, hesaplanabilir. Tersine eğer kaynaklar düzlemin sağ tarafında ise, sol tarafın her yerinde mevcut alanlar benzer şekilde bulunabilir.

Eşdeğerlik prensibinin basitleştirilmesi, tekilite teoremi kullanılarak mümkün olabilmektedir. Bu, eğer kapalı bir 'S' yüzeyi üzerinde yalnızca teğetsel elektrik alan ve teğetsel magnetik alan biliniyorsa, sonuç alanlarının 'S' yüzeyi içinde ve dışında aynı olmasını sağlar. Burada yukarıdaki şekliyle eşdeğerlik prensibi E_t ve H_t teğetsel alanlarının bilinmesini gerektirir. Prensibin Love formu halinde, teoremin uzun açıklamalarını elimine etmek için, 'S' yüzeyinin tam içine veya teğetsel olarak herhangi bir yere mükemmel iletken yüzey yerleştirilir. 'S'in düzlemsel yüzey olması halinde mükemmel iletken malzeme 'S'in kaynak tarafına yerleştirilir. Düzlemsel yüzeyler için bu mükemmel iletkenlerin bir etkisi; kendi üzerinde negatif görüntü oluşumunu üreten J akım yoğunluğundan ışımayı engellemektir.

Magnetik akım yoğunluğu J_m ise, bu iletkenin bulunması halinde ışıma yolu açacaktır. Bu ışıma sadece mükemmel iletken yerleştirilmiş 'S' yüzeyi, sonsuz düzlem formunda iken hesaplanabilir. Yüzeydeki magnetik alanın normal bileşenlerinin sıfır olma şeklindeki sınır koşullarını kullanarak, mükemmel iletkenin varlığı sebebiyle magnetik akım yoğunluğu ikiye katlanır. Burada ışıma yarı uzayda hesaplanır.

Diğer yandan Love'nin eşdeğerlik prensibinin ikinci formunda ise; 'S' yüzeyi içindeki magnetizmanın mükemmel iletkenindeki magnetik etkisini ele alınsın. İletken yüzeyde sağlanacak sınır şartı, magnetik alanın teğetsel ve elektrik alanın normal bileşenlerinin sıfır olması halidir. Önceki gibi sonsuz geniş düzlemsel 'S' yüzeyi hali ele alınırsa, $J_m \rightarrow 0$ ve J_e ise mükemmel magnetik iletkenin varlığından dolayı ikiye katlanacaktır. Burada, yarı uzaydaki ışıma, boş uzaya '2J' ışımasından ibarettir.

Düzlemsel yüzey için:

$$a) \mathbf{J} = \vec{n} \times \mathbf{H}, \quad \mathbf{J}_m = -\vec{n} \times \mathbf{E} \quad \text{veya}$$

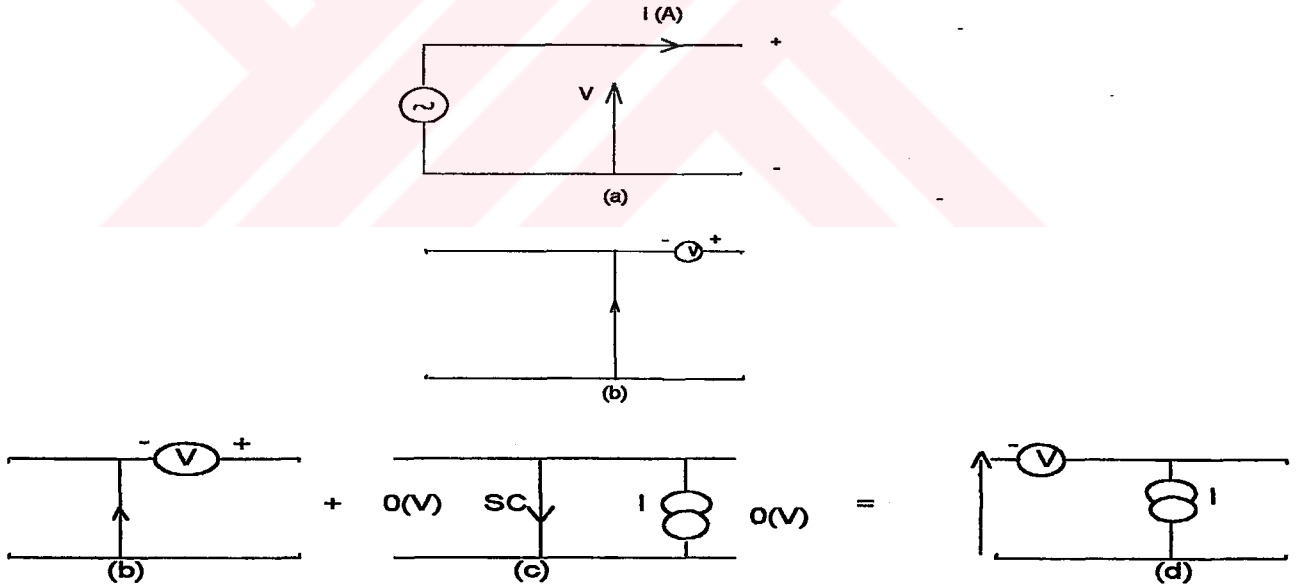
$$b) \mathbf{J}_m = -2\vec{n} \times \mathbf{E} \quad \text{ya da}$$

$$c) \mathbf{J} = 2\vec{n} \times \mathbf{H} \quad \text{şeklinde yazmak mümkündür.}$$

Alanların hesaplanmalarından elde edilen sonuçlara göre boş uzayayüzey akımının tümü ışıma yaparlar. Ama alanlar yalnızca yarı uzayda bulunurlar. 'S' yüzeyi üzerindeki alanlar ölçümlerle elde edilmelidir.

Açıklıktan hesaplanan ileri ışıma ile ilgili yukarıdaki üç teknik, kısa mesafelerle generatör yerleştirilecek olan transmisyon hattının iki ucundaki eşdeğer kaynakların durumuna bazı detaylarla beraber paralellik arzeder. Bu halde, şekil-1.2.a'daki uyarıcı gerçek kaynak Şekil-1.2.b'deki gibi kısa devre olarak bağlanmış bir gerilim generatörü tarafından yerleştirilebilir.

Diğer yandan şekil-1.2.d'de görüldüğü gibi, şekil-1.2.b'deki gerilim generatörü ile şekil-1.2.c'deki akım generatörünün süperpozisyonu beslemeyi yapacak olan generatörlerle ilgili olarak kısa devre oluşturur. Burada şekil-1.2.b yukarıdaki (b) denkleminin, şekil-1.2.d ise (a) denkleminin transmisyon hat formudur. Çünkü transmisyon hatları magnetik akım taşımazlar, (c) denkleminin eşdeğerini bulmak mümkün değildir.



Şekil -1.2 Transmisyon Hattı İçin Eşdeğer Devreler

1.4.Üç Tip Açıklık Alan Tekniğinin Detaylı Karşılaştırılması

Yukarıda verilen açıklık alan hesaplama tekniklerinin her üçü de, teğetsel elektrik alanın ve teğetsel magnetik alanın verildiği yerlerde doğrudur. Her iki alanı kullanan teknikler kapalı herhangi yüzey üzerinde kesin sonuçlar verir Oysa diğer iki metot kesin değildir. Bu iki metot mükemmel elektrik iletken (MEİ) veya mükemmel magnetik iletken (MMİ) yüzeyin ön tarafında ışıma yapmakta olduğunu, arka yüzeyden ışıma olmadığını gösterir. Fakat teğetsel alanları kullanan metot böyle bir yüzeyi kullanmaz ve açıklık sonlu iken geri yönde hesaplanacak alan olmadığı dikkate alınır. Her üç hal için alanlar, sonsuz düzlemin önünde ileri yönde uygun olarak ışıma yaparlar. Üç metot ta aynı sonuçları verecektir. Teğetsel alanlar, sonsuz geniş düzlemin tüm yüzeyi üzerinde kesin olarak bilinmesini sağlayacaktır ve aynı zamanda ışıyan alanların analitik olarak çözülmesini sağlayacaktır.

Maalesef bu pratikte mümkün olamamaktadır ve sonuç olarak sonsuz düzlemin sonlu bölgeleri üzerinde kullanılan teğetsel alanın yaklaşık değerleriyle tam olarak fikir birliği görülmez. Fark, analiz edilen sonlu düzlemsel açıklık küçük olduğu zaman, en çok önem arzeder. Açıklık genişlik olarak birkaç dalga uzunluğunda ise her üç metot ta aynı cevapları verecektir.

Büyük açıklıklar için seçilen üç metodun uygun olanının ele alınması problemi ortaya çıkar. Fakat pratikte, teğetsel magnetik alanı kullanan (c) metodu sıklıkla kullanılmaktadır. Bu anlaşılması kolay bir yargıdır, çünkü deneyle kıyaslama gerektiği yerde, metotta postula olarak ele alındığı gibi, MMİ'ye bindirilmiş olan açıklık oluşturmak mümkün değildir. Teğetsel elektrik alanı ele alan (b) metodu en basitidir ve alanın ölçülen değerleri gereklidir. Kolay bir şekilde deneysel olarak elde edilir. Böylece açıklık dışındaki eşdüzlemsel iletken tabakayı kullandıran düzlemsel açıklık antene tam olarak uygulanabilir. Ancak açıklık geniş ise, açıklık düzlemine yakın bir ışıma vardır ve küçük bir etkiye sahiptir (Maclean ,1986).

Açıklık anten için uygulanacak olan mevcut yaklaşım ve formülasyonlar mikroşerit antenler için de geçerli olabileceğinden aşağıda mikroşerit antenler hakkında kısa tanıtıcı bilgi verilmiştir:

1.5.a.Mikroşerit Antenler

Birçok avantajlarının olması sebebiyle günümüzde, radarlar, uzay araçları, uydu haberleşmesi, biyomedikal mühendisliği, güdümlü mermi, kumanda sistemleri, gibi değişik alanlarda kullanılmakta olan mikroşerit antenler, mikrodalga antenleri arasında popüler bir konu haline gelmiştir. Mikroşerit antenlerin başlıca avantajları arasında şunları sayabiliriz:

- 1- Oldukça ucuza maledilebilmesi,
- 2- Düzlemsel biçimi sayesinde kullanışlı olması,
- 3- Hafifliği, küçük hacimli olması,
- 4- Kalınlığı ihmal edilebilecek kadar az olması sebebiyle uzay araçlarının aerodinamik yapısını bozmaması,
- 5- Düşük saçılma arakesitine sahip olmaları,
- 6- Askeri amaçlı olarak, roketler, güdümlü mermiler, uydular üzerine önemli değişikliklere neden olmaksızın yerleştirilebilirler,
- 7- Besleyici hatları ve uyumlandırma devreleri antenle birlikte aynı zamanda üretilebilir biçimdedir.
- 8- Yükselteç, anahtarlar, osilatör, modülatörler, karıştırıcılar gibi katıhal araçları mikroşerit antenlerin tabanına ilave edilerek birleşik sistemler elde edilebilir.

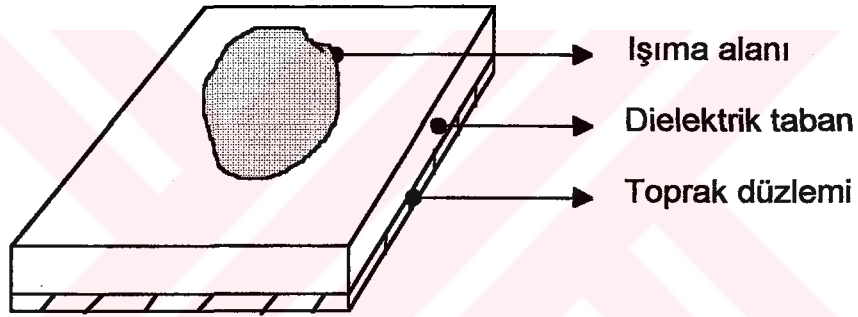
Yaklaşık olarak 100 MHz'den 50 GHz'e kadar geniş bir frekans aralığında kullanılan mikroşerit antenlerindeki mikrodalga antenlerine göre sayılan bu üstünlüklerinin yanısıra bazı dezavantajları da şu şekilde sıralanabilir.

- 1- Kazancın düşük olması ve yaklaşık 20 dB'den yüksek kazançlar elde edilebilmesinde pratik güçlükler olması,
- 2- Çoğunun yarı düzlem içinde ısıma yapması,

- 3- Dar bant genişliğine sahip olmaları,
- 4- Besleme ile ısıma elemanı arasındaki zayıf yalıtım,
- 5- Yüzey dalgalarının uyarımının mümkün olabilmesi,
- 6- Güç kapasitesinin düşük olması.

Ancak bu sayılan dezavantajlarının bazıları tasarım ve üretimde minimuma indirilebilir.

Genel olarak mikroşerit anten yapısı Şekil-1.3'de görüldüğü gibi, bir toprak düzlemi üzerinde aynı taban alanına sahip bir dielektrik taban ve onun üzerinde bulunan ısıma alanından meydana gelir.



Şekil-1.3. Mikroşerit Anten Yapısı

Mikroşerit antenlerin performanslarının yüksek olabilmesi için dielektrik tabana ait ϵ_r 'nin 10'dan küçük olması istenir. Yama iletkeni mükemmel iletken olup, analizi kolaylaştıracak ve istenen performansı sağlayacak şekilde geometri seçilir.

1.5.b.Mikroşerit Antenlerde ısıma

Mikroşerit antenlerden ısıma mikroşerit anten iletkeninin kenarları ve toprak düzlemi arasındaki açıklıkta kenar alanlarından oluşur. Elektrik alanın kalınlıksız iletken yamanın yüzeyinde değişmediği kabul edilebilir. Alanlar yaklaşık yarım dalga boyunda olan yama

uzunluğu boyunca değişir. Radyasyon, yamanın açık devre edilmiş kenarlarındaki kenar alanlarından oluşur. Uçlardaki bu alanlar toprak düzlemine dik ve teğet iki bileşene ayrılabilir. Dik bileşenler aynı fazda değildirler ve bu sebeple uzak alanda birbirlerini yok ederler. Toprak düzlemine paralel olan teğetsel bileşenler aynı fazdadırlar ve uzak alanda antenin yüzeyine dik olarak en yüksek ışıma değerini verecek biçimde toplanırlar. Böylece antenin yarım dalga boyu uzağına yerleştirilmiş, eř fazda uyarılmış ve toprak düzleminin üzerinde yarım uzayda ışıma yapan iki yarık olarak gösterebiliriz. Yamanın genişliği boyunca alanların değiştiği de düşünülebilir. Bu halde mikroşerit yama anten, yamanın kenarlarına yerleştirilmiş dört yarık ile temsil edilebilir. Benzer şekilde, diğer tipteki mikroşerit antenler de eşdeğer yarıkla gösterilebilir.

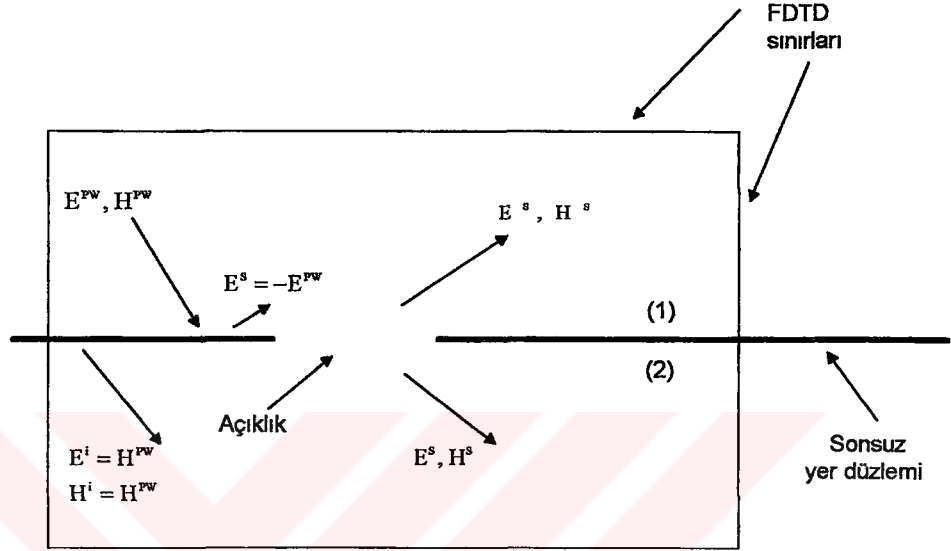
1.6.Konunun Tarihçesi

(Luebbers ve Penney, 1994) şekil.1.4'te görülen geometri ele almışlar, Finite Difference-Time Domain (FDTD)=Sonlu Fark-Zaman Domeni (SFZD) kullanarak sonsuz yer düzlemindeki açıklıklardan saçılma incelemiş ve değişik grafikler vermişlerdir.(şekil-1.4).

Luebbers ve Penney'in formülasyonunda sonsuz yer düzleminde (SYD) yansıyan alanları FDTD ile değil, analitik olarak hesaplamıştır. Bu, FDTD dış sınırlarında, yer düzleminin uçlarından saçılmayı elimine etmek için gereklidir. Aynı zamanda yerden saçılan alanlar genelde, gerekli olan açıklıktan saçılan alanlardan oldukça yüksek bir genliğe sahiptir. Bu formülasyonda bu alanlar, FDTD dış sınırı tarafından absorbe edilmesine gerek yoktur. Bu açıklıktan düşük genlikli saçılmaya ait daha kesin sonuçlar sağlar. Formülasyon, açıklık içinde ve sonsuz yer düzleminin her iki yüzeyinde materyalleri içerebilir. Örneğin, -kayıplı dielektrik dolu- açıklığa oturtulmuş dielektrik kaplama ile bir antenden saçılma bu formülasyonla sağlanabilir.

Sonlu iletken yapılar da açıklıktan saçılma etkilerine vakıf olabilmek için; sonsuz iletken düzlemlerde açıklık saçılmaları yaygın olarak kullanılır. Gerekli sonuç açıklığın

varlığına göre saçılmazdır. Sonsuz geniş iletken düzlemden saçılma sıfır olarak alınır, yani SYD'den saçılma sınırlarını içermez. Literatürde bu tür hesaplama ve ölçümler çok sayıda



Şekil-1.4.Yer düzlemi ve açıklıktan saçılan alan hesaplamaları ile, yansıyan alan FDTD için gelen ve saçılan alanlar

mevcuttur. Örneğin Harrington ve Mautz (1976), SYD 'de küçük bir delikten saçılma için ölçümler ve hesaplamalar verilmiştir ve sonsuz geniş yer düzlemi (SGYD) için elde edilmek üzere kullanılan ölçüm teknikleri tartışılmıştır. Diğer açıklık saçılması üzerine yeni yayınlanan makaleler "Moment Method" (MM) (Harrington, 1968) ve "Finite Elements Method" (FEM)= "Sonlu Elemanlar Metodu" (SEM) uygular. Fakat bu yöntemler yalnızca iki boyutlu geometrilere uygulanmıştır. Daha önceki bir çalışma (H.M., 1976) saçılma problemlerine uygulanabilecek olan, açıklık problemlerini ayrı bölgelere bölmek için genelleştirilmiş bir yaklaşımı içerir.

Özel olarak yer düzleminde açıklıktan saçılma ile ilgili literatür pek yaygın değilken, açıklıklarla ilişkili olarak geniş bir literatür mevcuttur. Örneğin Butler et al, (1986) birçok referansı ve metodu gözden geçirerek bir makale hazırlamışlardır.

L.P. (1994), 3 boyutlu uzayda sonsuz geniş mükemmel yer düzlemindeki açıklıktan saçılmayı FDTD metoduna açılmıştır. Yazar yaklaşımında iki güçlük ortaya çıkacağını yazmaktadır:

1- Dış sınırdan FDTD yer düzleminin uçlarından saçılmanın eliminasyonu,

2-Yer düzleminde saçılan güçlü alanların, FDTD dış sınırlarından yansımasından kurtulma,

Bu iki hata kaynaklarını elimine edecek yaklaşım sunmuştur. Metot, saçılan alanların FDTD'a açılımıdır. Saçılan FDTD alanında gelen düzlemsel dalga analitik olarak ele alınarak bu geometriden saçılan alanlar direkt olarak hesaplanmıştır. Yalnız bu saçılan alanların dış sınır tarafından absorbe edilmesi gerekmektedir. Tüm hesaplama uzayı, yalnız saçılan alanları dikkate almaktadır. Uzayın, toplu ve saçılan alan bölgelerine bölmelenmesine ihtiyaç yoktur, ayrıca saçılan alanlar, saçılma sahasını ve uzak alanları belirlemek için doğrudan kullanılabilir Luebbbers et al,(1991). L.P. (1994), gelen düzlemsel dalga ve yer düzleminde yansıyan düzlemsel dalganın analitik olarak belirlenebilmesi için saçılan alan FDTD ile açmıştır. Açılım, alışılmış saçılan alan FDTD'nin bazı değişikliklerle ele alınması yoluyla gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, iletken malzeme doldurulmuş açıklık içeren değişik açıklıklardan saçılma için sunulmuştur.

Formülasyon, FDTD hesaplama uzayında herhangi bir yere yerleştirilebilecek malzemelere müsaade eder. Örneğin, dielektrik kaplı ve kayıplı dielektrik doldurulmuş rezonatöre konulmuş açıklık antenden saçılma burada sunulan yaklaşım ile hesaplanabilmektedir.

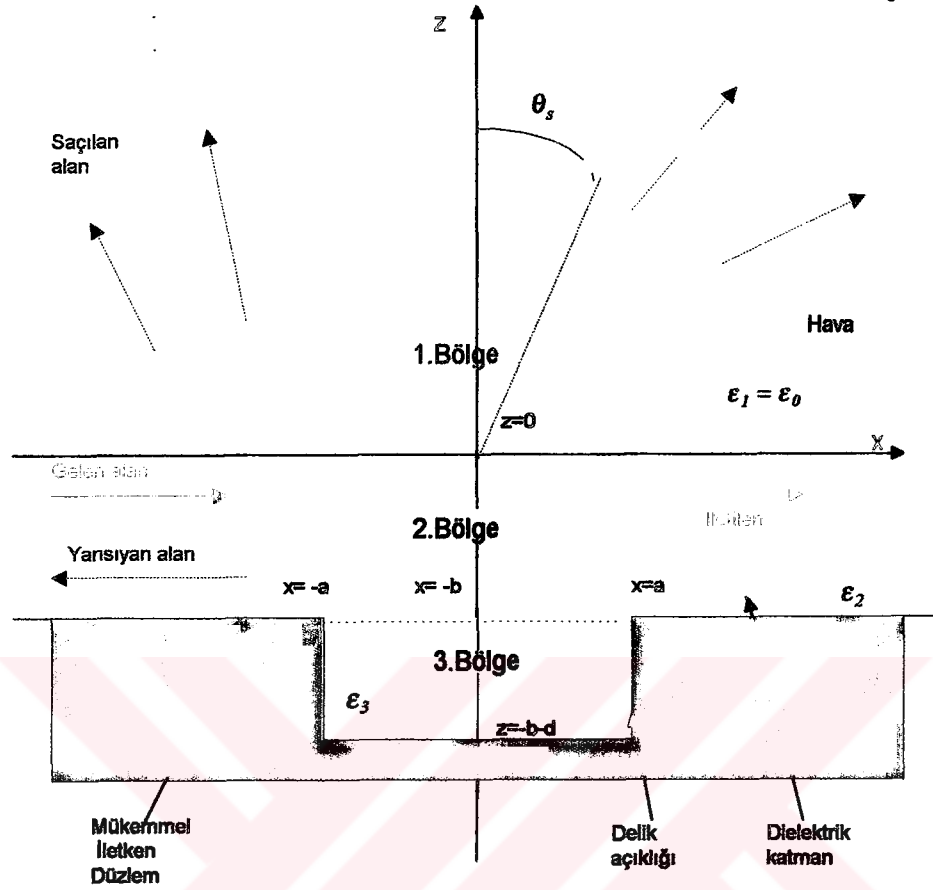
Luebbbers ve Penney'in sonuçları, açıklık bulunan iletken düzlemlerde, düzlemsel dalga düşük açılarda gelen dalga olduğunda, yansımaya FDTD hesaplamaları, yansıyan FDTD hesaplamalarından oldukça iyi doğruluklar sağlamaktadır. Düzlemsel dalga dik gelişirse, formülasyon hemen hemen aynı sonuçlar vermektedir. Bu, yazarın ele aldığı örneklerde asıl önemli hata kaynağının, yer düzleminde saçılan alanların dış sınırlarından yansımalar değil, yansıyan FDTD kodlarında sonlu iletken düzlemin uçlarından saçılma olduğunu göstermektedir.

Park et al (1994), dielektrik kaplı yer düzleminde dikdörtgen açıklıktan saçılan TE mod yüzey dalgası problemi ele almışlardır Paralel levhadalga kılavuzu modları cinsinden spektral domendeki saçılan alanı hesaplamak üzere Fourier transform tekniği kullanılmıştır, (Şekil-1.5). Delik içindeki iletilen alan için simultane denklemler elde etmek üzere yarık açıklığı ve yer düzlemi üzerinde sınır koşulları sağlanmıştır. Simultane denklemleri, hızlı yakınsayan bir seri çözümünü elde etmek ve böylece nümerik işlemleri basitleştirmek için çözmüştür. Transmisyon, yansıma ve saçılma sabitleri delik genişliği artarken, derinliği ise 1 dalga boyuna eşit ve daha büyükken hesaplamıştır. Sınırlı sayıda hesaplamalarında açıklık genişliği 1 dalga boyundan az iken yansıyan güç kaybı nın %2'den az, olduğunu tespit etmiştir.

Park'ın makalesinin amacı açıklıktan saçılma problemini Fourier Transformu ile formüle ederek, yüksek frekans çalışmalarında analitik formu basitleştiren bir seri çözümü elde etmektir. Fourier transformu ve rezidü hesaplamalarını kullanarak yüzey dalgalarının yansıma ve transmisyonunu sayısal olarak etkin bir şekilde hesaplamayı mümkün kılmıştır. Kısaca Fourier transform domeninde saçılan alanı hesaplayarak saçılma, transmisyon ve yansıma sabitleri için tanımlama sunmuştur.

Chesley (1992), dairesel açıklık anten konfigürasyonları ile yan kulak etkilerinin azaltılması üzerine bir çalışma yapmıştır. Chesley'in tasarladığı metot, anten dizaynerlerine yan kulak-esas demet oranı ve dairesel olarak bir arada toplanmış yan kulak şekillerini kontrol eden bir sabit seçme avantajı sağlar.

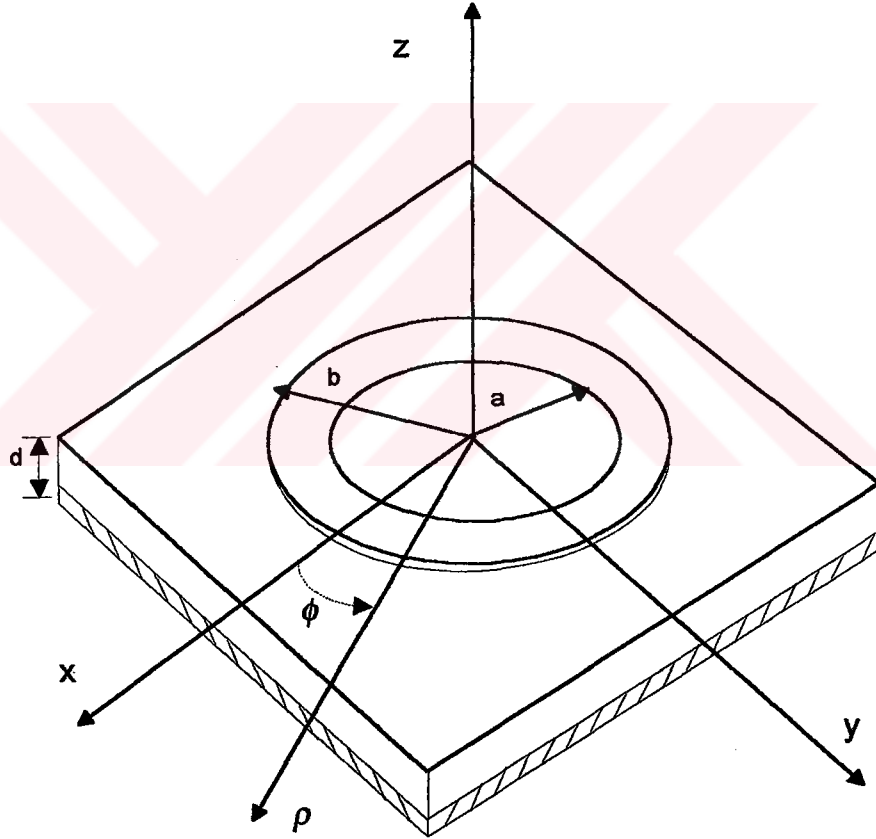
Taylor (1960) yaptığı çalışmasında yalnızca iki bağımsız parametre içeren bir sürekli dairesel açıklık dağılımı ailesi bulmuştur. Bu parametreler, sadece yan-kulak seviye tasarımına bağımlı bir değer ve yan-kulakların üniformluk derecesini kontrol eden bir sayıdır. Üniform yan-kulak durumu için bir asimptotik açılım böylece mümkün hale gelmektedir.



Şekil-1.5. Dielektrik kaplı yer düzlemindeki deliğin saçılma geometrisi

Ali (1982), yer düzlemi üzerindeki dielektrik katman üzerine yerleştirilmiş bir halkasal iletkenin rezonans frekansı karakteristikleri üzerine sunduğu makalesinde mevcut tez geometrisine yakın bir geometri sunmaktadır, (şekil-1.6). Ele aldığı problem, vektör Hankel transformu kullanarak bir vektör-düal integral denklem elde etmeyi amaçlamaktadır. Mikroşerit antenin her iki transvers magnetik modlarının (TM_{11} ve TM_{12}) rezonans frekanslarını hesaplamak için Galerkin metodunu uygulamıştır. TM_{11} modu rezonans frekansının gerçel kısmı TM_{12} modunun aksine dielektrik kalınlığının artışına doğru orantılı olarak artar. TM_{11} modu, yüksek kazançla sahip ise zayıf ısıma modundadır; TM_{12} modu

anten uygulamaları için daha uygundur. Prob besleme durumunda, TM_{11} ve TM_{12} modunun her ikisi için de tek mod yaklaşımını kullanarak giriş empedansı hesaplanmıştır. Ayrıca halkanın TM_{12} modunun, TM_{12} modunun band genişliğinden daha büyük olduğunu da gözlemlemiştir. Ali, daha geniş band genişliğini elde etmek üzere halkasal yapı kullanmanın mümkün olduğunu ortaya çıkarmıştır. Vektör Hankel transformu kullanarak (Chew ve Kong, 1980) yer düzlemindeki dielektrik katman üzerine konuşturılan iletken halkasal daire için karışık sınır değer problemi formüle edilmiştir. Problem düal integral denklem setine indirgenmiştir.



Şekil-1.6.Halkasal Daire Antenin Geometrik Konfigürasyonu

Ardından Galerkin metodu ile halkasal daire rezonatörün transvers modların rezonans frekansları hesaplanmıştır. Elde ettiği sonuçları asimptotik açılım tekniği ve perturbasyon yaklaşımı ile hesaplanmış sonuçlarla karşılaştırmıştır. Anten bir prob ile uyarıldığında mikroşerit antenin giriş empedansı tek mod yaklaşımı ile hesaplanmaktadır ve giriş empedansının gerçel ve imajiner kısımları için değişik grafikler TM_{11} ve TM_{12} modları için verilmektedir.

Ali, ayrıca rezonant dalga sayısı ile iç yarıçap çarpımını dielektrik katman kalınlığının bir fonksiyonu olarak bazı grafiklerle göstermiştir.



BÖLÜM 2

DAİRESEL AÇIKLIK ANTENİN

RADYASYON ALANININ İNTEGRAL GÖSTERİLİMİ

2.1.Problemin Formülasyonu

Sonsuz geniş iletken düzlem üzerinde ' a ' yarıçaplı bir açıklık ve $z=h$ yüksekliğinde üzerinde ' I ' değerinde akım akan bir akım halkası bulunmaktadır. Şekil-2.1'de gösterilen açıklık antenin taralı kısmı sonsuz geniş yer düzlemini ifade etmektedir. Bu açıklık antene ait radyasyon alanı integral reprezentasyonu ile bulunarak $z>0$ yarı uzayındaki ışıma diyagramları elde edilecektir.

Geometriye uygun çözümün aşama aşama oluşturulması için önce, akım halkasını düşünmeden genel olarak mükemmel iletken düzlem üzerindeki dairesel açıklık, $z \in (-\infty, +\infty)$ ve $\rho=a$ da silindir gibi düşünülerek dalga denklemi ele alınacak bu yapı için çözüm oluşturulacaktır.

Dalga denklemi:

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = 0 \quad (2.1.1a)$$

Burada

$$z \neq 0, z \neq h, \rho \neq a, \rho \neq b \quad (2.1.1b)$$

dır.

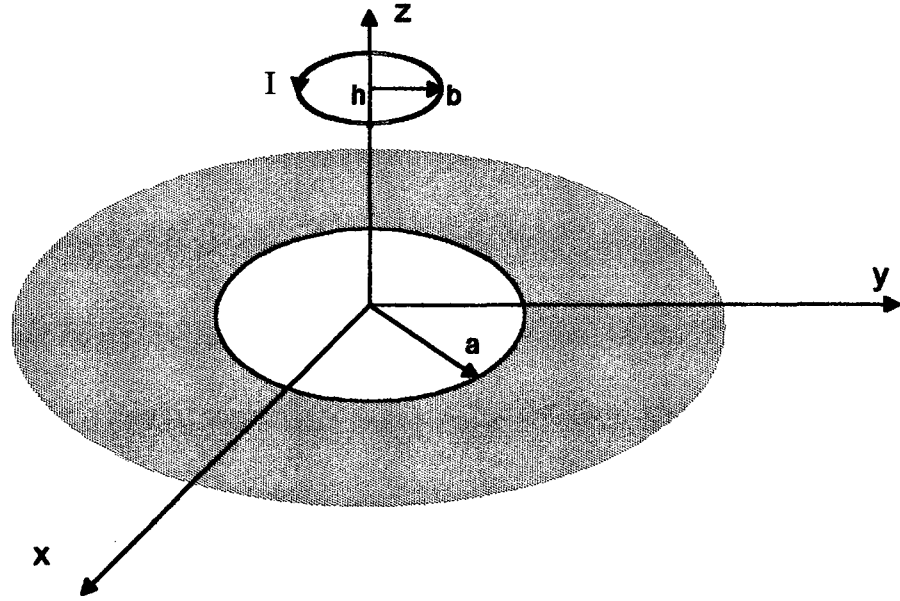
$$\nabla^2 \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.1.2)$$

Akım yoğunluğu ifadesi

$$\mathbf{J} = I \cdot \delta(\bar{\rho} - b) \cdot \delta(\bar{z} - h) \cdot \mathbf{e}_\phi \quad (2.1.3)$$

şeklindedir. (Şekil-2.1)

Problemin konfigürasyonu nedeniyle silindirik simetri mevcuttur. Bu yüzden A, ϕ den bağımsızdır. Dolayısıyla dalga denklemi, aşağıdaki hali alacaktır:



Şekil-2.1. Problem geometrisi

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial A}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + k^2 A = 0$$

$$A(\rho, z) = R(\rho)Z(z) \quad (2.1.4)$$

$$\frac{1}{\rho R} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 = 0$$

Buradan

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\gamma^2 \quad Z(z) = e^{-i\gamma z} \quad (2.1.5)$$

$$\frac{\rho}{R} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) + (k^2 - \gamma^2) \cdot \rho^2 = 0 \quad k^2 - \gamma^2 = \beta \quad (2.1.6)$$

ve (2.1.6) denklemi R ile çarpılarak

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + [\beta^2 \rho^2] R = 0 \quad (2.1.7)$$

elde edilir.

(2.1.6) denklemi klasik Bessel Diferansiyel Denklemi olarak bilinir.

(2.1.5) ve (2.1.7)'nin çözümleri sıra ile

$$Z(z) = C_{11} e^{-i\gamma z} + C_{12} e^{i\gamma z} \quad (2.1.8a)$$

veya

$$Z(z) = C_{21} \cos(\gamma z) + C_{22} \sin(\gamma z) \quad (2.1.8b)$$

$$R_1(\rho) = B_{11} J_\nu(\beta\rho) + B_{12} Y_\nu(\beta\rho) \quad (2.1.9a)$$

veya

$$R_2(\rho) = B_{21} H_\nu^{(1)}(\beta\rho) + B_{22} H_\nu^{(2)}(\beta\rho) \quad (2.1.9b)$$

şeklinde olacaktır.

Burada

$J_\nu(\beta\rho)$ ve $Y_\nu(\beta\rho)$: 1. ve 2. cins Bessel fonksiyonları,

$H_\nu^{(1)}(\beta\rho)$ ve $H_\nu^{(2)}(\beta\rho)$: 1. ve 2. cins Hankel fonksiyonlarıdır.

Burada Bessel ve Hankel fonksiyonlarının mertebelerini gösteren ν , yukarıda açıklanan silindirik simetriden dolayı '0' olmaktadır. Ancak denklem sistemi oluşturuluncaya dek mertebeler ν olarak bırakılacak, denklem sistemi çözümü içinde $\nu=0$ konacaktır. (Bölüm 2.3)

Bu verilen çözümlerin geçerli olmasına rağmen uygun çözüm, probleme bağlıdır. Ele alınan problem dairesel açıklık anten problemi olduğundan, uygun çözümü aşağıdaki şekilde seçmek mümkündür

$$A = R(\rho)Z(z)$$

$$A = [B_{11} \cdot J_0(\beta\rho) + B_{12} Y_0(\beta\rho)] \cdot [C_{11} \cdot e^{-i\gamma z} + C_{12} \cdot e^{i\gamma z}] \quad (2.1.10)$$

Çözümleri seçmede gözönüne alınan kriterler şunlardır:

1-Bessel fonksiyonları duran dalgaları, Hankel fonksiyonları yürüyen dalgaları,

2-Ekspansiyel ifade içeren fonksiyonlar yürüyen dalgaları, trigonometrik ifade içeren fonksiyonlar ise duran dalgaları gösterir.

Eğer silindirik simetri olmasa idi, çözümün içinde gözükecek olan ϕ içeren fonksiyon ise, denklem (2.1.8)'da olduğu gibi benzer bir çözüme sahip olacak ve seçim de aynı şekilde benzer kriterlerle olacaktır.

Silindirik olan problemin geometrisinde duran dalgalar radyal yönde, periyodik dalgalar ϕ yönünde ve yürüyen dalgalar ise z yönünde oluşur.

$\rho=0$ ' da sonlu olacak alanlar için ikinci tip bessel fonksiyonunun tekilliğe sahip olduğu yerde daire içindeki çözüm için (2.1.10) denklemi şu hale indirgenir:

$$A_1(\rho, z) = B_{11} \cdot J_0(\beta\rho) \cdot [C_{11} \cdot e^{-i\gamma z} + C_{12} e^{i\gamma z}] \quad , \quad \rho < a \text{ veya } \rho < b \text{ için} \quad (2.1.11)$$

Daire dışındaki bölgelerde oluşacak alanları göstermek için A 'nın çözümü:

$$A_2(\rho, z) = B_{22} \cdot H_0^{(2)}(\beta\rho) [C_{11} \cdot e^{-i\gamma z} + C_{12} \cdot e^{i\gamma z}] \quad \rho > a \text{ veya } \rho > b \text{ için} \quad (2.1.12)$$

Bessel fonksiyonlarının yerini Hankel fonksiyonlarının almasının sebebi, daire dışında ileriye doğru yürüyen dalga oluşmasıdır. (2.1.11) denklemindeki durum ise, daire içinde duran dalga oluşmasıdır.

$e^{i\gamma z}$ (+z) yönünde, $e^{-i\gamma z}$ ise (-z) yönünde giden dalgaları ifade eder. Problemi ele alırken bu kriterlerle hareket edilecektir.

Alan ifadelerini elektrik ve magnetik vektör potansiyeller cinsinden şu şekilde ifade etmek mümkündür, (Harrington, 1961).

$$\mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{F} - \hat{\mathbf{z}} \mathbf{A} + \frac{I}{y} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) \quad (2.1.13)$$

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A} - \hat{\mathbf{y}} \mathbf{F} + \frac{I}{\hat{\mathbf{z}}} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) \quad (2.1.14)$$

$$\mathbf{A} = A_\phi \vec{e}_\phi, \quad \mathbf{F} = 0 \quad (2.1.15)$$

olarak (2.1.13) ve (2.1.14) denklemlerinden:

$$\mathbf{E} = -\hat{\mathbf{z}} A \vec{e}_\phi + \frac{I}{y} \nabla(\nabla \cdot A \vec{e}_\phi)$$

$$\mathbf{H} = \nabla(A \vec{e}_\phi) \quad (2.1.16)$$

$$\text{Kısaca } A = A_\phi \text{ şeklinde yazılacaktır.} \quad (2.1.17)$$

Burada

$$\hat{\mathbf{z}} = -i\omega\mu \quad (2.1.18)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \sigma - i\omega\epsilon$$

konmuştur.

$$\nabla \times (A \vec{e}_\phi) = \vec{e}_\rho (-A_{,z}) + \frac{\vec{e}_z}{\rho} (\rho A)_{,\rho}$$

olduğundan (2.1.14)'ten

$$\mathbf{H} = \vec{e}_\rho (-A_{,z}) + \vec{e}_z \frac{I}{\rho} (\rho A)_{,\rho} \quad (2.1.19)$$

yazılır.

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) = \nabla \left(\frac{I}{\rho} A_\phi \right) = 0 \quad (2.1.20)$$

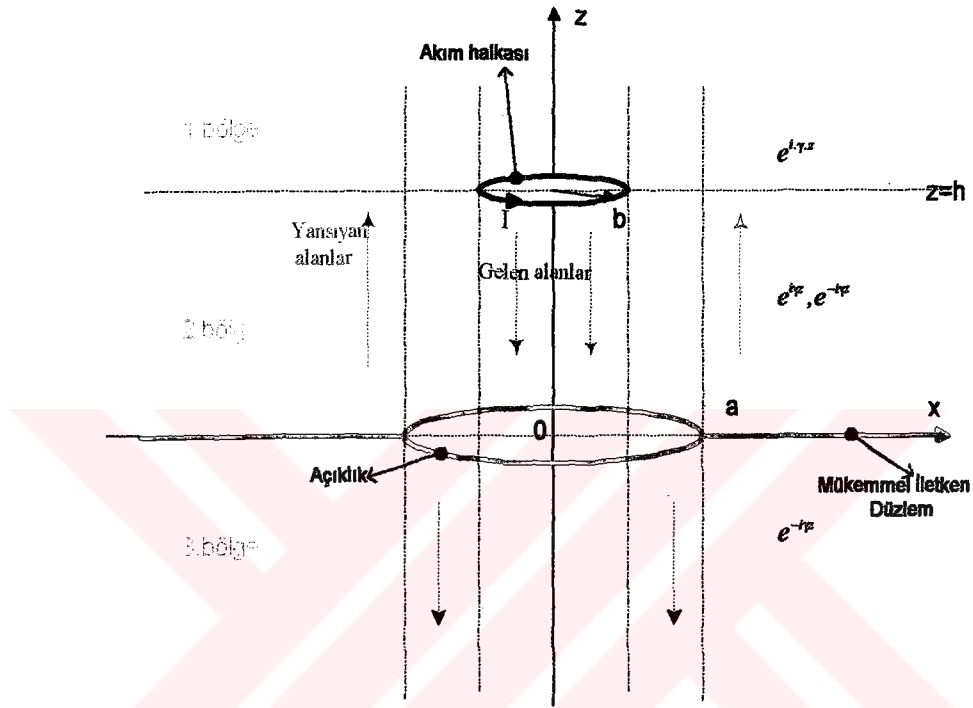
(2.1.20)'dan dolayı (2.1.16) ifadeleri:

$$\mathbf{E} = -\hat{\mathbf{z}} \mathbf{A} \quad (2.1.21)$$

$$\mathbf{H} = \vec{e}_\rho (-A_{,z}) + \vec{e}_z \frac{I}{\rho} (\rho A)_{,\rho} \quad (2.1.22)$$

halini alır.

(2.1.11)-(2.1.12) denklemlerinde elde edilen çözüm buraya taşınarak, şekil-2.2'de görülen her üç bölge için vektör potansiyelleri yazılmalıdır.



Şekil-2. 2 Açıklık Antenin Bölgelere ayrılması

Birinci bölge için akım halkasından yukarıya, $+z$ yönüne doğru giden ve mükemmel iletken düzlemden yansıyarak gene $+z$ yönünde giden dalgalar oluşacağından çözüm ifadelerinde $e^{i\gamma z}$ gözükecektir:

$$A_I = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^b B_1(\beta, \gamma) J_{|v|}(\beta \rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho \in [0, b) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_b^a [C_1(\beta, \gamma) H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_1(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_a^{\infty} F_1(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma & \rho \in (a, \infty) \end{cases} \quad (2.1.23)$$

Burada daha önce açıklanan silindirik simetriden dolayı Hankel ve Bessel fonksiyonlarının mertebeleri $\nu=0$ 'dır. ν , denklemlerde muhafaza edilerek sayısal işlemlere geçilince değeri yerine konacaktır.

Akım halkası ile açıklık düzlemi arasında kalan 2. bölge için ($z \in (0, h)$ hali), akım halkasından $z=h$ 'tan gelen $-z$ yönünde dalgalar ve mükemmel iletken düzlemde yansıyan $+z$ yönünde dalgalar vardır. Dolayısı ile $+z$ ve $-z$ yönünde giden dalgaları gösteren $e^{-i\gamma z}$ ve $e^{i\gamma z}$ gözükcektir:

$$A_2 = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (B_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + B_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) J_{|\nu|}(\beta \rho) d\beta d\gamma & \rho < b \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [C_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + C_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}] H_{\nu}^{(1)}(\beta \rho) + \\ (D_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + D_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) H_{\nu}^{(2)}(\beta \rho)] d\beta d\gamma & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (F_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + F_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) H_{\nu}^{(2)}(\beta \rho) d\beta d\gamma & \rho > a \end{cases} \quad (2.1.4)$$

3. Bölge yani $z < 0$ bölgesi için yalnızca $-z$ yönünde giden dalgalar olacağından $e^{-i\gamma z}$ gözükcektir.

$$A_3 = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} B_3(\beta, \gamma) J_{|\nu|}(\beta \rho) e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho < b \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [C_3(\beta, \gamma) H_{\nu}^{(1)}(\beta \rho) + D_3(\beta, \gamma) H_{\nu}^{(2)}(\beta \rho)] e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} F_3(\beta, \gamma) H_{\nu}^{(2)}(\beta \rho) e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma & \rho > a \end{cases} \quad (2.1.25)$$

Vektör potansiyellerinde olduğu gibi alan ifadelerinin integral gösteriliminde de her üç bölge için ayrı ayrı denklemler yazılmalıdır. (2.1.21) ve (2.1.22) denklemlerinde görüleceği gibi elektrik alanının sadece ϕ bileşeni, magnetik alanın ise ρ ve z bileşenleri mevcuttur.

Buna göre 1. bölgedeki alan ifadelerinin integral gösterilimi:

$$E_{i\phi} = -\hat{z} \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} B_1(\beta, \gamma) J_{|v|}(\beta \rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho < b \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [C_1(\beta, \gamma) H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_1(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} F_1(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma & \rho > a \end{cases} \quad (2.1.26)$$

$$H_{iz} = (1/\beta \rho) \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [B_1(\beta, \gamma) \beta \rho (J_v(\beta \rho))]_{,\beta \rho} e^{i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho < b \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [C_1(\beta, \gamma) H_v^{(1)}(\beta \rho) \beta \rho]_{,\beta \rho} + \\ [D_1(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho) \beta \rho]_{,\beta \rho} e^{i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [F_1(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho) \beta \rho]_{,\beta \rho} e^{i\gamma z} d\beta d\gamma & \rho > a \end{cases} \quad (2.1.27)$$

$$H_{i\rho} = - \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} B_1(\beta, \gamma) J_{|v|}(\beta \rho) i\gamma e^{i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho < b \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [C_1(\beta, \gamma) H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_1(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho)] i\gamma e^{i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} F_1(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho) i\gamma e^{i\gamma z} d\beta d\gamma & \rho > a \end{cases} \quad (2.1.28)$$

2. Bölgedeki alan ifadeleri:

$$E_{2\phi} = -\hat{z} \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (B_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + B_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) J_{|v|}(\beta \rho) d\beta d\gamma, & \rho < b \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [(C_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + C_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) H_v^{(1)}(\beta \rho) + \\ (D_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + D_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) H_v^{(2)}(\beta \rho)] d\beta d\gamma, & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (F_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + F_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) H_v^{(2)}(\beta \rho) d\beta d\gamma, & \rho > a \end{cases} \quad (2.1.29)$$

$$H_{2z} = \frac{I}{\beta \rho} \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [B_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + B_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}] \beta \rho J_v(\beta \rho) d\beta d\gamma, & \rho < b \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [(C_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + C_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) H_v^{(1)}(\beta \rho) \beta \rho + \\ (D_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + D_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) H_v^{(2)}(\beta \rho) \beta \rho] d\beta d\gamma, & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (F_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + F_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) H_v^{(2)}(\beta \rho) \beta \rho d\beta d\gamma, & \rho > a \end{cases} \quad (2.1.30)$$

$$H_{2\phi} = - \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (B_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + B_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) J_{|v|}(\beta \rho) i\gamma d\beta d\gamma, & \rho < b \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [(C_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + C_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) H_v^{(2)}(\beta \rho) + \\ (D_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + D_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) H_v^{(2)}(\beta \rho)] i\gamma d\beta d\gamma, & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (F_2^+(\beta, \gamma) e^{i\gamma z} + F_2^-(\beta, \gamma) e^{-i\gamma z}) H_v^{(2)}(\beta \rho) i\gamma d\beta d\gamma, & \rho > a \end{cases} \quad (2.1.31)$$

şeklinde ve

3. Bölgedeki alan ifadeleri ise

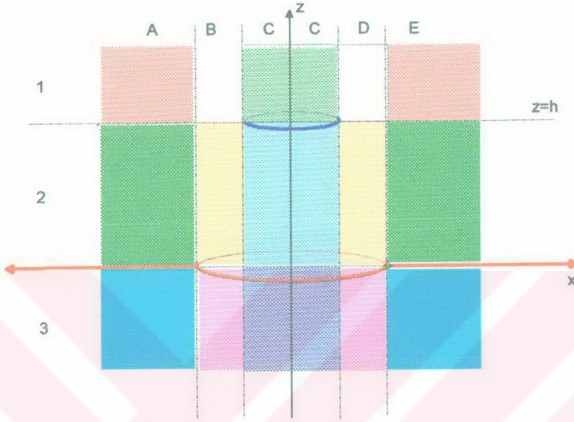
$$E_{3\phi} = \hat{z} \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} B_3(\beta, \gamma) J_{|v|}(\beta \rho) e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho < b \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [C_3(\beta, \gamma) H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_1(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} F_3(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho) e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma & \rho > a \end{cases} \quad (2.1.32)$$

$$H_{3z} = \frac{1}{\beta \rho} \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [\beta \rho B_3(\beta, \gamma) J_v(\beta \rho)]_{,\beta \rho} e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho < b \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [H_v^{(1)}(\beta \rho) C_3(\beta, \gamma) \beta \rho]_{,\beta \rho} + \\ [H_v^{(2)}(\beta \rho) D_3(\beta, \gamma) \beta \rho]_{,\beta \rho} e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [H_v^{(2)}(\beta \rho) F_3(\beta, \gamma) \beta \rho]_{,\beta \rho} e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma & \rho > a \end{cases} \quad (2.1.33)$$

$$H_{3\rho} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} B_3(\beta, \gamma) J_{|v|}(\beta \rho) i\gamma e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho < b \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [C_3(\beta, \gamma) H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_3(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho)] i\gamma e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma, & \rho \in (b, a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} F_3(\beta, \gamma) H_v^{(2)}(\beta \rho) i\gamma e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma & \rho > a \end{cases} \quad (2.1.34)$$

şeklinde olacaktır.

2.2.Sınır Koşulları



Şekil-2.3. Sınır Yüzeyleri

Açıklık ve akım halkasını yukarıdaki gibi $z \in (-\infty, +\infty)$ arasında sonsuz uzun silindir gibi düşünüp, bölgelere ayırarak süreklilik veya sınır koşulları yazılacaktır.

Elektrik alanlar, 'S' yüzeyinin her iki tarafında da değişmeden aynı kalmaktadır. (Süreklilik Koşulu). Magnetik alanlar ise süreksizlikten dolayı (2.2.1) denklemindeki koşulu sağlayacaktır.

2.2.a.Sınır Koşullarının Tesbiti

Sınır koşulları

$$[[n \times H]] = J_s \quad (2.2.1)$$

$$[[n \times E]] = 0 \quad (2.2.2)$$

dır. (2.1.21) ve (2.1.22) denklemlerinden de görüleceği gibi E_ϕ , H_ρ ve H_z alanları mevcuttur. O halde bu alanlara sınır koşulları uygulanacaktır.

$$\begin{aligned} & \underline{z=0'da} \quad \vec{n} = \vec{e}_z \quad \text{olacağından} \\ & \vec{e}_z \times \left[H_\rho \vec{e}_\rho + H_z \vec{e}_z \right] = \left[H_\rho \cdot \vec{e}_\phi \right] \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

$$\text{ve } \vec{e}_z \times \left[\left[E_\phi \vec{e}_\phi \right] \right] = - \left[\left[E_\phi \vec{e}_\phi \right] \right] \quad (2.2.4)$$

elde edilmektedir. Burada elektrik alanın ϕ bileşeni, magnetik alanın ise ρ bileşeni gözükmemektedir.

$$2C-3C \dots \rho \in (0, b) \quad \left[\begin{array}{l} E_\phi(\rho, +0) - E_\phi(\rho, -0) = 0 \quad \rho \in (0, \infty) \end{array} \right] \quad (2.2.5)$$

$$2D-3D \dots \rho \in (b, a) \quad \left[\begin{array}{l} H_\rho(\rho, +0) - H_\rho(\rho, -0) = \begin{cases} J_s, & \rho \in (a, \infty) \\ 0, & \rho \in (0, a) \end{cases} \end{array} \right] \quad (2.2.6)$$

$$3C-3D \dots \rho \in (a, \infty) \quad \left[\begin{array}{l} E_\phi(\rho, 0) = 0 \quad \rho \in (a, \infty) \end{array} \right] \quad (2.2.7)$$

$z=h$ 'ta $z=h+0$, $z=h-0$ için

$$1C-2C \dots \rho \in (0, b) \quad \left[\begin{array}{l} E_\phi(\rho, h+0) - E_\phi(\rho, h-0) = 0 \end{array} \right] \quad (2.2.8)$$

$$2D-2D \dots \rho \in (b, a) \quad \left[\begin{array}{l} H_\rho(\rho, h+0) - H_\rho(\rho, h-0) = \frac{I}{b} \delta(\rho-b) \delta(z-h) \end{array} \right] \quad (2.2.9)$$

3D-3D $\dots \rho \in (a, \infty)$

yazılabilir.

$\rho=b$ 'de $\vec{n} = \vec{e}_\rho$

$$[[\vec{n} \times \vec{E}]] = \vec{e}_\rho \times E_\phi \vec{e}_\phi = E_\phi \vec{e}_z = 0 \quad (2.2.10a)$$

$$[[\vec{n} \times \vec{H}]] = \vec{e}_\rho [H_z \vec{e}_z + H_\rho \vec{e}_\rho] = [[H_\rho]] = J_\phi \quad (2.2.10b)$$

$$1C-1D \dots z \in (h, \infty) \quad \left[\begin{array}{l} E_\phi(b+0, z) - E_\phi(b-0, z) = 0, \quad z \in (-\infty, +\infty) \end{array} \right] \quad (2.2.11)$$

$$2C-2D \dots z \in (0, h) \quad \left[\begin{array}{l} H_z(b+0, z) - H_z(b-0, z) = \begin{cases} 0, & z \neq h \\ -\frac{I}{b}, & z = h \end{cases} \end{array} \right] \quad (2.2.12)$$

$$3C-3D \dots z \in (-\infty, +\infty)$$

$$\underline{\rho=a} \quad \vec{n} = e_{\rho}$$

$$1D-1E \dots z \in (h, \infty) \quad \left[\begin{array}{l} E_{\phi}(a+0, z) - E_{\phi}(a-0, z) = 0 \quad z \in (-\infty, +\infty) \end{array} \right. \quad (2.2.13a)$$

$$2D-2E \dots z \in (0, h) \quad \left[\begin{array}{l} E_{\phi}(a+0, 0) = 0 \quad z \in (-\infty, +\infty) \end{array} \right. \quad (2.2.13 b)$$

$$3D-3E \dots z \in (-\infty, 0) \quad \left[\begin{array}{l} H_z(a+0, z) - H_z(a-0) = \begin{cases} 0, & z \neq 0 \\ J_{\phi}(a), & z = 0 \end{cases} \end{array} \right. \quad (2.2.14)$$

2.2.b. Ayrıt Koşulları

$$\begin{aligned} E_{\phi} &= \theta(\sqrt{a-\rho}), \quad \rho \rightarrow a-0 \text{ iken} \\ H_{\rho} &= \theta((a-\rho)^{-1/2}), \quad \rho \rightarrow a-0 \text{ iken} \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

Yukarıdaki şekilde yazılabilecek sınır koşulları yardımı ile alan ifadelerinde gözüken

$$B_1, B_2^+, B_2^-, B_3, C_1, C_2^+, C_2^-, C_3, D_1, D_2^+, D_2^-, D_3, F_1, F_2^+, F_2^-, F_3 \quad (2.2.16a)$$

sabitleri bulunacaktır.

Toplam 16 adet sabit gözükmemektedir. Bu sabitler, alan gösterilimlerinde de görüleceği gibi β ve γ 'nın fonksiyonlarıdır.

$$B_1 = B_1(\beta, \gamma)$$

$$B_2^+ = B_2^+(\beta, \gamma)$$

$$F_3 = F_3(\beta, \gamma)$$

(2.2.16b)

2.2.c. Sınır Koşullarının Uygulanması:

Alan ifadeleri, şekil-2.2.1'de gösterilen C, D, E bölgelerindeki, (2.1.26)-(2.1.34) integral gösterilimlerinde ifade edilen tanımlarına göre (2.2.5)'teki sınır koşulu için uygulanırsa:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{z} \iint_{\gamma, \beta} [B_2^+(\beta, \gamma)e^{i\gamma z} + B_2^-(\beta, \gamma)e^{-i\gamma z}] J_\nu(\beta \rho) d\beta d\gamma \\ & = -\frac{1}{z} \iint_{\gamma, \beta} [B_3^-(\beta, \gamma)e^{-i\gamma z}] J_\nu(\beta \rho) d\beta d\gamma, \quad \rho \in [0, b) \quad (*) \quad (2.2.17a) \end{aligned}$$

elde edilir. Buradan

$$\frac{1}{z} \iint_{\gamma, \beta} (B_2^+e^{i\gamma z} + B_2^-e^{-i\gamma z} - B_3e^{-i\gamma z}) J_\nu(\beta \rho) d\beta d\gamma = \begin{cases} 0, & \rho \in (0, b) \\ K_1(\rho, 0), & \rho \in (b, \infty) \end{cases} \quad (2.2.17b)$$

şeklinde tek bir integralde toplanabilir. Benzer şekilde

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{z} \iint_{\gamma, \beta} \left\{ [C_2^+(\beta, \gamma)e^{i\gamma z} + C_2^-(\beta, \gamma)e^{-i\gamma z}] H_\nu^{(1)}(\beta \rho) + \right. \\ & \quad \left. [(D_2^+(\beta, \gamma)e^{i\gamma z} + D_2^-(\beta, \gamma)e^{-i\gamma z}) H_\nu^{(2)}(\beta \rho)] \right\} d\beta d\gamma \\ & = -\frac{1}{z} \iint_{\gamma, \beta} [C_3(\beta, \gamma) + D_3(\beta, \gamma)] e^{-i\gamma z} H_\nu^{(2)}(\beta \rho) d\beta d\gamma, \quad \rho \in (b, a) \quad (2.2.18a) \end{aligned}$$

Buradan

$$\frac{1}{z} \iint_{\gamma, \beta} \left[(C_2^+e^{i\gamma z} + C_2^-e^{-i\gamma z} - C_3e^{-i\gamma z}) H_\nu^{(1)}(\beta \rho) \right. \\ \left. + (D_2^+e^{i\gamma z} + D_2^-e^{-i\gamma z} - D_3e^{-i\gamma z}) H_\nu^{(2)}(\beta \rho) \right] d\beta d\gamma = \begin{cases} K_2(\rho, 0), & \rho \in (0, b) \\ 0, & \rho \in (a, b) \\ K_3(\rho, 0), & \rho \in (a, \infty) \end{cases} \quad (2.2.18b)$$

elde edilir. $\rho > a$ için ise

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{z} \iint_{\gamma, \beta} [F_2^+(\beta, \gamma)e^{i\gamma z} + F_2^-(\beta, \gamma)e^{-i\gamma z}] H_\nu^{(2)}(\beta \rho) d\beta d\gamma \\ & = -\frac{1}{z} \iint_{\gamma, \beta} [F_3^-(\beta, \gamma)e^{-i\gamma z}] H_\nu^{(2)}(\beta \rho) d\beta d\gamma, \quad \rho \in (b, a) \quad (2.2.19a) \end{aligned}$$

$$(*) \quad \iint_{\gamma, \beta} : \iint_{L_\gamma L_\beta} : \iint_{-\infty}^{+\infty}$$

şeklindedir. Buradan

$$\hat{z} \iint_{\gamma, \beta} (F_2^+ e^{i\gamma z} + F_2^- e^{-i\gamma z} - F_3 e^{-i\gamma z}) H_v^{(2)}(\beta \rho) d\beta d\rho = \begin{cases} K_4, & \rho \in (0, a) \\ 0 & \rho > a \end{cases} \quad (2.2.19b)$$

elde edilir.

Burada;

$$K_1 = -[E_\phi^{D,E}(\rho, +0) - E_\phi^{D,E}(\rho, -0)]\delta(z), \quad \rho \in (b, \infty) \quad (2.2.20a)$$

$$K_2 = -[E_\phi^C(\rho, +0) - E_\phi^C(\rho, -0)]\delta(z), \quad \rho \in (0, b) \quad (2.2.20b)$$

$$K_3 = -[E_\phi^E(\rho, +0) - E_\phi^E(\rho, -0)]\delta(z), \quad \rho \in (a, \infty) \quad (2.2.20c)$$

$$K_4 = -[E_\phi^{C,D}(\rho, +0) - E_\phi^{C,D}(\rho, -0)]\delta(z) \quad \rho \in (0, a) \quad (2.2.20d)$$

Yukarıdaki integrallerde sabitleri ortaya çıkarmak için integral denklemlerin elverişli olduğu Hankel ve Fourier Transformatları uygulanabilir

2.2.b.i. Hankel Transformatı:

(ρ) da $f(\rho)$ sürekli, $\sqrt{\rho} f(\rho)$ pozitif reel eksen üzerinde parça parça sürekli ve mutlak integralli, $\nu > -1/2$ ise

$$f(\rho) = \int_0^\infty g(\beta) J_\nu(\beta \rho) \beta d\beta \quad (2.2.22a)$$

$$g(\beta) = \int_0^\infty f(\rho) J_\nu(\beta \rho) \rho d\rho \quad (2.2.22b)$$

(Watson, 1944), (Sneddon, 1972), (Akkaya, 1975).

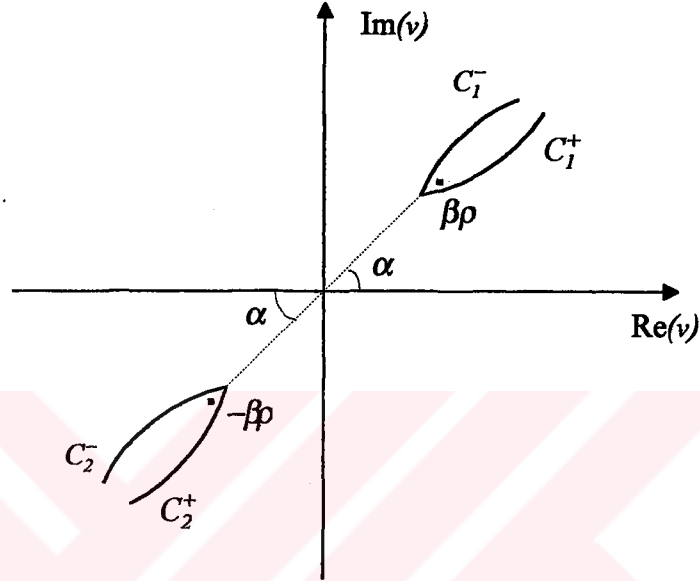
$\rho \in (a, b)$ için ve $\rho > a$ için yazılan integrallerde Hankel fonksiyonları gözükmektedir. Hankel transformunun uygulanabilmesi için Bessel fonksiyonları cinsinden ifade edilmesi gerekmektedir:

$$H_\nu^{(1)}(\beta \rho) = \frac{(-1)^\nu J_{-\nu}(\beta \rho) - e^{-i\nu\pi} J_\nu(\beta \rho)}{i \sin(\nu\pi)} \quad (2.2.23)$$

$$H_v^{(2)}(\beta\rho) = \frac{(-1)^v J_{-v}(\beta\rho) - e^{iv\pi} J_v(\beta\rho)}{-i \sin(v\pi)} \quad (2.2.24)$$

$$J_{-v}(\beta\rho) = (-1)^v J_v(\beta\rho) = J_v(-\beta\rho), \quad v \in \mathbb{Z} \quad (2.2.25)$$

(EK.2), (Balanis, 1989), (Watson, 1944), (Bowman, 1982)



Şekil 2.4. Hankel Fonksiyonu için kesim çizgileri

$$\arg(v + \beta\rho) = \begin{cases} -\pi + \alpha, & C_2^+ \text{ de} \\ \pi + \alpha, & C_2^- \text{ de} \end{cases} \quad (2.2.26a)$$

$$\arg(v - \beta\rho) = \begin{cases} \alpha - 2\pi, & C_1^+ \text{ de} \\ \alpha, & C_1^- \text{ de} \end{cases} \quad (2.2.26b)$$

2.2.b.ii. Fourier Transformu:

Herhangi bir $f(z)$ fonksiyonu $-\infty < z < \infty$ arasında sinüzoidal bir fonksiyonun süperpozisyonu olarak gösterilebilir. Bu halde toplam ifadesi, integrasyon olarak

$$f(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\gamma) e^{i\gamma z} d\gamma \quad (2.2.27a)$$

$$g(\gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z) e^{-i\gamma z} dz \quad (2.2.27b)$$

şeklinde gösterilebilir.

(Harrington, 1961), (Sneddon, 1972), (Wylie, 1975).

$g(\gamma), f(z)$ 'in Fourier transformu olarak adlandırılır. (2.2.27b), ters transformasyon ifadesidir.

$g(\gamma)$ 'nün var olması için yeter koşullar

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(z)| dz < \infty \quad (2.2.27c)$$

ve Dirichlet koşullarını sağlamasıdır. İnversiyon (2.2.27a), sürekliliğin her noktasında ve süreksizliğin orta noktalarında $f(z)$ 'e yakınsar.

(2.2.16)-(2.2.18) denklemlerinde Hankel transformunun uygulanabilmesi için $\frac{\beta}{\rho}$ ile çarpılabilir. Ayrıca aynı denklemler için fourier transformunun geçerli olabilmesi için exponansiyel ifadenin pozitif argüman içermesi ($e^{i\gamma z}$ şeklinde) gerekmektedir. Ancak $B_2^-, B_3, C_2^-, C_3, D_2^-, D_3, F_2^-, F_3$ sabitlerinin $e^{-i\gamma z}$ çarpanı içermesi sebebi ile direkt olarak fourier transformu uygulanamayacaktır. Bunun için $e^{-i\gamma z}$ çarpanı olan kısmı ayırarak integralde $\gamma \rightarrow -\gamma$ konursa

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} B_2^+(\gamma, \beta) J_\nu(\beta \rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma + \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (B_2^-(\gamma, \beta) - B_3(\gamma, \beta)) J_\nu(\beta \rho) e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma \\ = \begin{cases} 0, & \rho \in (0, b) \\ K_1, & \rho > b \end{cases} \end{aligned} \quad (2.2.28a)$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} B_2^+(\gamma, \beta) J_\nu(\beta \rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma - \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (B_2^-(-\gamma, \beta) - B_3(-\gamma, \beta)) J_\nu(\beta \rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma \\ = \begin{cases} 0, & \rho \in (0, b) \\ K_1, & \rho > b \end{cases} \end{aligned} \quad (2.2.28b)$$

şeklinde integralin ve sınırların işaretleri değişmektedir. İntegralin sınırlarının yer değiştirilmesi sonucu ise integral işareti tekrar değişecektir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} B_2^+(\gamma, \beta) J_\nu(\beta \rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma + \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (B_2^-(-\gamma, \beta) - B_3(-\gamma, \beta)) J_\nu(\beta \rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma =$$

$$= \begin{cases} 0, & \rho \in (0, b) \\ K_1, & \rho > b \end{cases} \quad (2.2.28c)$$

(2.2.30) ve (2.2.31.b) denklemlerinin sağ tarafı aynı olduğundan, bu denklemler birbirine eşitlenerek:

$$B_2^-(-\gamma, \beta) = B_2(\gamma, \beta) e^{-2i\gamma z}$$

$$F_3(-\gamma, \beta) = F_3(\gamma, \beta) e^{-2i\gamma z} \quad (2.2.29)$$

şeklinde olacaktır. Bu eşitlikler $z=h'$ ta

$$B_2^-(-\gamma, \beta) = B_2(\gamma, \beta) e^{-2i\gamma h}$$

$$F_3(-\gamma, \beta) = F_3(\gamma, \beta) e^{-2i\gamma h} \quad (2.2.30)$$

$z=0'$ da ise

$$B_2^-(-\gamma, \beta) = B_2(\gamma, \beta)$$

$$F_3(-\gamma, \beta) = F_3(\gamma, \beta) \quad \text{şeklinde olacaktır.} \quad (2.2.31)$$

O halde (2.2.17b) denkleminin sıra ile Hankel ve Fourier transformu alınırsa $|v| \geq 0$ hali

v , tam sayı iken

$$(B_2^+ + B_2^- - B_3) = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\rho=b}^{\infty} K_1 J_\nu(\beta \rho) \rho d\rho e^{-i\gamma z} dz$$

$$B_2^+ + B_2^- - B_3 = T_1(\gamma, \beta), \quad \rho < b \quad (2.2.32)$$

şeklinde ilk denklem elde edilir. Burada

$$T_1(\gamma, \beta) = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_b^{\infty} [E_{\phi}^{D,E}(\rho, +0) - E_{\phi}^{D,E}(\rho, -0)] J_{\nu}(\beta\rho) \rho d\rho e^{-i\gamma z} dz \quad (2.2.33)$$

dir.

Benzer şekilde

$$\begin{aligned} \frac{(-1)^{\nu} - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} (C_2^+ + C_2^- - C_3) + \frac{(-1)^{\nu} - e^{i\nu\pi}}{-i \sin(\nu\pi)} (D_2^+ + D_2^- - D_3) = \\ \frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_0^b K_2 J_{\nu}(\beta\rho) \rho d\rho + \int_a^{\infty} K_3 J_{\nu}(\beta\rho) \rho d\rho \right\} e^{-i\gamma z} dz, \quad \rho \in (a, b) \end{aligned} \quad (2.2.34)$$

$$\frac{(-1)^{\nu} - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} (C_2^+ + C_2^- - C_3) + \frac{(-1)^{\nu} - e^{i\nu\pi}}{-i \sin(\nu\pi)} (D_2^+ + D_2^- - D_3) = T_2(\beta, \gamma)$$

şeklindedir. Burada

(2.2.35)

$$T_2(\beta, \gamma) = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_0^b K_2 J_{\nu}(\beta\rho) \rho d\rho + \int_a^{\infty} K_3 J_{\nu}(\beta\rho) \rho d\rho \right\} \delta(z) e^{-i\gamma z} dz$$

dir.

(2.2.36)

$\rho > a$ için ise

$$\frac{(-1)^{\nu} - e^{i\nu\pi}}{-i \sin(\nu\pi)} [F_2^+ + F_2^- - F_3] = T_3(\gamma, \beta), \quad \rho \in (a, \infty) \quad (2.2.37)$$

$$T_3(\gamma, \beta) = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [E^{D,E}(\rho, +0) - E^{D,E}(\rho, -0)] J_{\nu}(\beta\rho) \rho e^{-i\gamma z} d\rho dz \quad (2.2.38)$$

Denklem (2.2.6)'daki sınır koşuluna alanın reprezentasyonu yerleştirildiğinde

$$\iint_{\gamma, \beta} (B_2^+ e^{i\gamma z} + B_2^- e^{-i\gamma z} - B_3 e^{-i\gamma z}) \frac{\beta}{\beta} (-i\gamma) J_\nu(\beta \rho) d\beta d\gamma = \begin{cases} 0, & \rho \in (0, b) \\ K_5, & \rho > b \end{cases} \quad (2.2.39)$$

$$\iint_{\gamma, \beta} \left\{ \begin{aligned} & (C_2^+ e^{i\gamma z} + C_2^- e^{-i\gamma z} - C_3 e^{-i\gamma z}) \frac{\beta}{\beta} H_\nu^{(1)}(\beta \rho) \\ & + (D_2^+ e^{i\gamma z} + D_2^- e^{-i\gamma z} - D_3 e^{-i\gamma z}) \frac{\beta}{\beta} H_\nu^{(2)}(\beta \rho) \end{aligned} \right\} (-i\gamma) d\beta d\gamma = \begin{cases} K_6, & \rho \in (0, b) \\ 0, & \rho \in (b, a) \\ K_7, & \rho \in (a, \infty) \end{cases} \quad (2.2.40)$$

$$\iint_{\gamma, \beta} \left\{ F_2^+ e^{i\gamma z} + F_2^- e^{-i\gamma z} - F_3 e^{-i\gamma z} \right\} (-i\gamma) \frac{\beta}{\beta} H_\nu^{(2)}(\beta \rho) d\beta d\gamma = \begin{cases} K_8, & \rho \in (0, a) \\ J_\phi, & \rho \in (a, \infty) \end{cases} \quad (2.2.41)$$

Burada

$$K_5 = -[H_\rho^{D,E}(\rho+0) - H_\rho^{D,E}(\rho-0)], \quad \rho > b \quad (2.2.42)$$

$$K_6 = -[H_\rho^C(\rho+0) - H_\rho^C(\rho-0)], \quad \rho < b \quad (2.2.43)$$

$$K_7 = -[H_\rho^E(\rho+0) - H_\rho^E(\rho-0)], \quad \rho > a \quad (2.2.44)$$

$$K_8 = -[H_\rho^{C,D}(\rho+0) - H_\rho^{C,D}(\rho-0)], \quad \rho < a \quad (2.2.45)$$

Bölgelere göre yazılan bu yukarıdaki denklemler için sıra ile Hankel ve Fourier transformları uygulanırsa

(2.2.42) denklemi

$$(B_2^+ + B_2^- - B_3) i\gamma = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_5 J_\nu(\beta \rho) \rho d\rho e^{-i\gamma z} dz \quad (2.2.46)$$

$$(B_2^+ - B_2^- + B_3) i\gamma = T_4(\gamma, \beta) \quad (2.2.47)$$

Burada;

$$T_4 = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_b^{\infty} [H_\rho^{D,E}(\rho, z) - H_\rho^{D,E}(\rho, z)] \delta(z) J_\nu(\beta \rho) e^{-i\gamma z} \rho dz. \quad (2.2.48)$$

dır.

(2.2.43) denklemi için Hankel ve Fourier transformları uygulanırsa

$$(C_2^+ + C_2^- - C_3)(-i\gamma) \frac{(-1)^v - e^{-iv\pi}}{i \sin(v\pi)} + (D_2^+ + D_2^- - D_3)(-i\gamma) \frac{(-1)^v - e^{iv\pi}}{-i \sin(v\pi)} = T_5(\beta, \gamma) \quad (2.2.49)$$

olur. Burada;

$$T_5 = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_0^b [H_\rho^C(\rho, z) - H_\rho^C(\rho, z)] J_v(\beta\rho) \rho d\rho + \int_a^\infty [H_\rho^E(\rho, z) - H_\rho^E(\rho, z)] J_v(\beta\rho) \rho d\rho \right\} \delta(z) e^{iz} dz \quad (2.2.50)$$

dır.

(2.2.44) denkleminin Hankel ve Fourier transformları alınarak

$$(-F_2^+ - F_2^- + F_3) i\gamma \frac{(-1)^v - e^{iv\pi}}{-i \sin(v\pi)} = T_6(\beta, \gamma) \quad (2.2.51)$$

yazılır.

Burada;

$$T_6 = \frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^a K_7 J_v(\beta\rho) \rho d\rho + \int_a^\infty J_\phi J_v(\beta\rho) \rho d\rho \right] \delta(z) e^{iz} dz \quad (2.2.52)$$

konmuştur.

Denklem (2.2.7)'deki sınır koşulu için; mükemmel iletken düzlemde teğetsel elektrik alanının sıfır olma koşulu $z=0$ ve $z=+0$ hallerinin her ikisi için de geçerlidir.

$z=+0$ için sınır koşulunda (E_ϕ) reprezentasyonunu yerleştirerek

$$\iint_{\gamma, \beta} (F_2^+ e^{iz} + F_2^- e^{-iz}) \frac{\beta}{\beta} H_v^{(2)}(\beta\rho) d\beta d\gamma = \frac{1}{z} \begin{cases} K_9, & \rho < a \\ 0, & \rho > a \end{cases} \quad (2.2.53)$$

yazılır. Burada ;

$$K_9 = -[E_\phi^{C,D}(\rho, +0)] \quad (2.2.54)$$

dır. F^+, F^- sabitlerini açığa çıkararak çözebilmek için (2.2.53)'ün Hankel ve Fourier transformları alınarak

$$(F_2^+ + F_2^-) \frac{(-1)^v - e^{iv\pi}}{-i \sin(v\pi)} = T_7(\beta, \gamma) \quad (2.2.55)$$

elde edilir. Burada;

$$T_7(\beta, \gamma) = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^a [E_{\phi}^{C,D}(\rho, +0)] J_v(\beta\rho) \delta(z) e^{-i\gamma z} \rho d\rho dz \quad (2.2.56)$$

olarak tanımlanmıştır.

Benzer şekilde $z = -0$ için E_{ϕ} nin reprezentasyonu yerleştirilirse

$$\iint_{\gamma, \beta} F_3 e^{-i\gamma z} H_v^{(2)}(\beta\rho) d\beta d\gamma = \frac{1}{z} \begin{cases} K_{10}, & \rho < a \\ 0, & \rho > a \end{cases} \quad (2.2.57)$$

Burada ;

$$K_{10} = -[E_{\phi}^{C,D}(\rho, -0)] \quad (2.2.58)$$

dır. (2.2.57)'ye Hankel ve Fourier transformları uygulanırsa

$$F_3 \frac{(-1)^v - e^{-iv\pi}}{-i \sin(v\pi)} = T_8(\beta, \gamma) \quad (2.2.59)$$

elde edilir. Burada;

$$T_8(\beta, \gamma) = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^a [E_{\phi}^{C,D}(\rho, 0)] \delta(z) e^{i\gamma z} J_v(\beta\rho) \rho d\rho dz \quad \text{dır.} \quad (2.2.60)$$

olarak tanımlanmıştır.

Denklem (2.2.8)'deki sınır koşuluna alanın reprezentasyonu yerleştirilirse

$$-\frac{1}{z} \iint_{\gamma, \beta} B_1 J_v(\beta\rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma = -\frac{1}{z} \iint_{\gamma, \beta} (B_2^+ e^{i\gamma z} + B_2^- e^{-i\gamma z}) J_v(\beta\rho) d\beta d\gamma, \quad \rho < b \quad (2.2.61a)$$

$$\iint_{\gamma, \beta} [(B_1(\beta, \gamma) - B_2^+(\beta, \gamma)) e^{i\gamma z} J_v(\beta\rho) - B_2^-(\beta, -\gamma) J_v(\beta\rho) e^{i\gamma z}] d\beta d\gamma$$

$$= -\frac{1}{z} \begin{cases} 0, & \rho \in [0, b) \\ K_{11}, & \rho > b \end{cases}$$

$$(2.2.61b)$$

$$\begin{aligned}
& -z \iint_{\gamma, \beta} [C_1 H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_1 H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{i\gamma h} d\beta d\gamma \\
& + z \iint_{\gamma, \beta} [(C_2^+ e^{i\gamma h} + C_2^- e^{-i\gamma h}) H_v^{(1)}(\beta \rho) + (D_2^+ e^{i\gamma h} + D_2^- e^{-i\gamma h}) H_v^{(2)}(\beta \rho)] d\beta d\gamma \\
& = \begin{cases} 0, & \rho \in (b, a) \\ K_{12}(\rho, z=h), & \rho > a \end{cases} \quad (2.2.62)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -z \iint_{\gamma, \beta} F_1 H_v^{(2)}(\beta \rho) e^{i\gamma h} d\beta d\gamma + z \iint_{\gamma, \beta} [F_2^+ e^{i\gamma h} + F_2^- e^{-i\gamma h}] H_v^{(2)}(\beta \rho) d\beta d\gamma = \begin{cases} 0, & \rho > a \\ K_{13}, & \rho < a \end{cases} \\
& \quad (2.2.63)
\end{aligned}$$

Burada

$$K_{11} = -\frac{1}{z} [E_{1\phi}^{D,E}(\rho, h+0) - E_{2\phi}^{D,E}(\rho, h-0)] \quad (2.2.64)$$

$$K_{12} = -\frac{1}{z} [E_{1\phi}^{D,E}(\rho, h+0) - E_{2\phi}^{D,E}(\rho, h-0)] \quad (2.2.65)$$

$$K_{13} = -\frac{1}{z} [E_{1\phi}^{D,E}(\rho, h+0) - E_{2\phi}^{D,E}(\rho, h-0)] \quad (2.2.66)$$

şeklindedir.

(2.2.61)-(2.2.63) ifadelerine sıra ile Hankel ve Fourier transformları uygulanırsa, (2.2.61)'ten

$$B_1(\gamma, \beta) - B_2^+(\gamma, \beta) - B_2^-(-\gamma, \beta) = T_9(\beta, \gamma) \quad (2.2.67a)$$

$$B_1(\gamma, \beta) - B_2^+(\gamma, \beta) - B_2^-(\gamma, \beta) e^{-2i\gamma h} = T_9(\beta, \gamma) \quad (2.2.67b)$$

elde edilir. Burada

$$T_9(\beta, \gamma) = -\frac{\beta}{2\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_b^{\infty} [E_{\phi}^1(\rho, z) - E_{\phi}^2(\rho, z)] J_v(\beta \rho) \delta(z-h) e^{-i\gamma z} \rho d\rho dz \quad (2.2.67c)$$

olarak tanımlanmıştır.

(2.2.62)'ten

$$\begin{aligned} & \left[C_1 - C_2^+ - C_2^-(\beta, -\gamma) \right] \frac{(-1)^\nu - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} + \\ & \left[D_1 - D_2^+ - D_2^-(\beta, -\gamma) \right] \frac{(-1)^\nu - e^{i\nu\pi}}{-i \sin(\nu\pi)} = T_{10}(\beta, \gamma) \end{aligned} \quad (2.2.68a)$$

$$T_{10}(\beta, \gamma) = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^b \int_a^{\infty} \left[E_\phi^1(\rho, z) - E_\phi^2(\rho, z) \right] J_\nu(\beta\rho) \delta(z-h) e^{-i\gamma z} \rho d\rho dz \quad (2.2.68b)$$

Yukarıdaki (2.2.68) denklemini $\rho \in (a, b)$ için geçerli olduğundan ρ yerine bu arada herhangi bir veya birkaç değer konulabilir. Her $\rho \in (a, b)$ için (2.2.8) koşulu sağlanacaktır.

(2.2.63)'den

$$\left[F_1(\beta, \gamma) - F_2^+(\beta, \gamma) - F_2^-(\beta, -\gamma) \right] \frac{(-1)^\nu - e^{i\nu\pi}}{-i \sin(\nu\pi)} = T_{11}(\gamma, \beta) \quad (2.2.69a)$$

yazılabilir. Buradan (2.2.28a)'yı kullanarak

$$(F_1(\beta, \gamma) - F_2^+(\beta, \gamma) - F_2^-(\beta, \gamma) e^{-2i\gamma h}) \frac{(-1)^\nu - e^{i\nu\pi}}{-i \sin(\nu\pi)} = T_{11}(\beta, \gamma) \quad \rho > a \quad (2.2.69b)$$

elde edilir. Burada

$$T_{11}(\beta, \gamma) = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \left[E_\phi^1(\rho, z) - E_\phi^2(\rho, z) \right] J_\nu(\beta\rho) \delta(z-h) e^{-i\gamma z} \rho d\rho dz \quad (2.2.69c)$$

Denklem (2.2.9)'daki sınır koşuluna alanın integral reprezentasyonu yerleştirilirse

$$-\iint_{\gamma, \beta} B_1 J_\nu(\beta\rho) i\gamma e^{i\gamma z} d\beta d\gamma + \iint_{\gamma, \beta} (B_2^+ e^{i\gamma z} - B_2^- e^{-i\gamma z}) i\gamma J_\nu(\beta\rho) d\beta d\gamma = \frac{I}{b} \delta(\rho-b) \delta(z-h)$$

ve

(2.2.70)

$$\iint_{\gamma, \beta} \left\{ \begin{aligned} & [-C_1 e^{i\gamma z} + C_2^+ e^{i\gamma z} - C_2^- e^{-i\gamma z}] H_\nu^{(1)}(\beta\rho) \\ & + [-D_1 e^{i\gamma z} - D_2^+ e^{i\gamma z} + D_2^- e^{-i\gamma z}] H_\nu^{(2)}(\beta\rho) \end{aligned} \right\} i\gamma d\beta d\gamma = \frac{I}{b} \delta(\rho-b) \delta(z-b)$$

(2.2.71)

şeklinde iki denklem yazılabilir.

Yukarıdaki denklemlere Hankel ve Fourier transformu uygulanırsa

$$(+B_1 - B_2^+ - B_2^- e^{-2i\gamma h})(-i\gamma) = \frac{\beta}{2\pi} \int_{z=-\infty}^{\infty} \int_{\rho=0}^{\infty} \frac{I}{b} \delta(\rho-b) \delta(z-h) \rho J_\nu(\beta\rho) e^{-i\gamma z} d\rho dz \quad (2.2.72a)$$

$$(-B_1 + B_2^+ - B_2^- e^{-2i\gamma h})i\gamma = \frac{\beta}{2\pi} I^T \quad (2.2.72b)$$

Burada ;

$$I^T = \frac{I}{b} b e^{-i\gamma h} J_\nu(\beta b) \quad (2.2.72c)$$

Benzer şekilde

$$\iint_{\gamma, \beta} \left\{ \begin{aligned} & [-C_1(\gamma, \beta) + C_2^+(\gamma, \beta) - C_2^-(\gamma, \beta)] \frac{(-1)^\nu - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} \\ & + [-D_1(\gamma, \beta) + D_2^+(\gamma, \beta) - D_2^-(\gamma, \beta)] \frac{(-1) - e^{i\nu\pi}}{-i \sin(\nu\pi)} \end{aligned} \right\} i\gamma J_\nu(\beta\rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma = \frac{I}{b} \delta(\rho-b) \delta(z-h) \quad (2.2.73a)$$

Buradan

$$\begin{aligned} & [-C_1(\gamma, \beta) + C_2^+(\gamma, \beta) - C_2^-(\gamma, \beta) e^{-2i\gamma h}] \frac{(-1)^\nu - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} i\gamma \\ & + [-D_1(\gamma, \beta) + D_2^+(\gamma, \beta) - D_2^-(\gamma, \beta) e^{-2i\gamma h}] \frac{(-1) - e^{i\nu\pi}}{-i \sin(\nu\pi)} i\gamma = \frac{\beta}{2\pi} I^T \end{aligned} \quad (2.2.75)$$

Burada;

$$I^T = \int \int \frac{I}{b} \delta(\rho-b) \delta(z-h) e^{-i\gamma z} \rho J_\nu(\beta\rho) d\rho dz = I e^{-i\gamma h} J_\nu(\beta b) \quad (2.2.76)$$

Denklem (2.2.11)'deki sınır koşuluna alanın reprezentasyonu uygulanırsa akım halkası, $\rho \in (a, b)$, $z \in (-\infty, +\infty)$ şeklinde bir silindir gibi düşünülerek

1. bölge için:

$$\hat{z} \iint_{\gamma, \beta} \{C_1 e^{i\gamma z} H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_1 e^{i\gamma z} H_v^{(2)}(\beta \rho)\} d\beta d\rho = \hat{z} \iint_{\gamma, \beta} B_1 J_v(\beta \rho) e^{i\gamma z} d\beta d\rho, \quad z > h \quad (2.2.77)$$

2. Bölge için:

$$\begin{aligned} \hat{z} \iint_{\gamma, \beta} \{[C_2^+ e^{i\gamma z} + C_2^- e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta \rho) + [D_2^+ e^{i\gamma z} + D_2^- e^{-i\gamma z}] H_v^{(2)}(\beta \rho)\} d\beta d\gamma \\ = \hat{z} \iint_{\gamma, \beta} [B_2^+ e^{i\gamma z} + B_2^- e^{-i\gamma z}] J_v(\beta \rho) d\beta d\gamma, \quad z \in (0, h) \end{aligned} \quad (2.2.78)$$

3. Bölge için:

$$\hat{z} \iint_{\gamma, \beta} \{C_3 H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_1 H_v^{(2)}(\beta \rho)\} e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma = \hat{z} \iint_{\gamma, \beta} B_3 J_v(\beta \rho) e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma, \quad z < 0 \quad (2.2.79)$$

şeklinde yazmak mümkündür.

1. Bölge için yazılan ifadede Hankel fonksiyonlarını (2.2.23), (2.2.24) ve (2.2.25) eşitliklerini kullanarak Bessel fonksiyonları cinsinden ifade ederek elde edilen

$$\iint_{\gamma, \beta} \left[C_1 \frac{(-1)^v - e^{-iv\pi}}{i \sin(v\pi)} + D_1 \frac{(-1)^v - e^{iv\pi}}{-i \sin(v\pi)} - B_1 \right] J_v(\beta b) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma = \begin{cases} 0, & z \in [h, \infty) \\ K_{14}, & z \in (-\infty, h) \end{cases} \quad (2.2.80a)$$

denkleminde hankel transformu, ardından fourier transformu uygulanırsa şu sonuç elde edilir:

$$\left[-C_1 \frac{(-1)^v - e^{-iv\pi}}{i \sin(v\pi)} - D_1 \frac{(-1)^v - e^{iv\pi}}{-i \sin(v\pi)} + B_1 \right] e^{i\gamma z} = T_{12}(\beta, \gamma) \quad (2.2.80b)$$

Burada

$$K_{14} = E_\phi^D(\rho - b + 0, z) - E_\phi^C(\rho - b - 0, z) \quad (2.2.80c)$$

$$T_{12}(\gamma, \beta) = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^h \int_0^\infty \left[E_\phi^D(\rho - b + 0, z) - E_\phi^C(\rho - b - 0, z) \right] J_v(\beta \rho) e^{-i\gamma z} \rho d\rho dz \quad (2.2.80d)$$

şeklindedir.

$$\begin{aligned} & \left[B_2^+ + B_2^-(\beta, -\gamma) - \left[C_2^- + C_2^-(\beta, -\gamma) \right] \frac{(-1)^\nu - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} - \right. \\ & \left. \left[D_2^+ + D_2^-(\beta, -\gamma) \right] \frac{(-1)^\nu - e^{i\nu\pi}}{-i \sin(\nu\pi)} \right] = T_{13}(\gamma, \beta) \end{aligned} \quad (2.2.81a)$$

$$T_{13}(\gamma, \beta) = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^h \int_0^\infty \left[E_\phi^d(\rho, z) \delta(\rho - b - 0) - E_\phi^c(\rho, z) \delta(\rho - b + 0) \right] J_\nu(\beta\rho) e^{-i\gamma z} \rho d\rho dz \quad (2.2.81b)$$

2. Bölge için yazılan (2.2.78) ifadesinde, $e^{i\gamma z}$ ve $e^{-i\gamma z}$ parantezlerine alınarak iki ayrı yardımcı denklem elde edilebilir. (Bölüm 2.3)

$$C_2^+ H_\nu^{(1)}(\beta b) + D_2^+ H_\nu^{(2)}(\beta b) - B_2^+ J_\nu(\beta b) = 0 \quad (2.2.81c)$$

ve

$$C_2^- H_\nu^{(1)}(\beta b) + D_2^- H_\nu^{(2)}(\beta b) - B_2^- J_\nu(\beta b) = 0 \quad (2.2.81d)$$

3. Bölge için (2.2.79)'dan

$$\left[-C_1 \frac{(-1)^\nu - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} - D_1 \frac{(-1)^\nu - e^{i\nu\pi}}{-i \sin(\nu\pi)} + B_3 \right] e^{i\gamma z} = T_{14}(\gamma, \beta) \quad (2.2.82a)$$

ve yardımcı denklem olarak (Bölüm 2.3)

$$C_3 H_\nu^{(1)}(\beta b) + D_3 H_\nu^{(2)}(\beta b) - B_3 J_\nu(\beta b) = 0 \quad (2.2.82b)$$

$$T_{14}(\gamma, \beta) = -\frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^h \int_0^\infty \left[E_\phi^D(\rho - b + 0, z) - E_\phi^C(\rho - b - 0, z) \right] J_\nu(\beta\rho) e^{-i\gamma z} \rho d\rho dz \quad (2.2.82b)$$

şeklinde deklemler elde edilebilir.

Denklem (2.2.13) 'deki sınır koşuluna alanın reprezentasyonu yerleştirilirse

1. Bölge için:

$$\int_{\gamma, \beta}^\wedge \int F_1 H_\nu^{(2)}(\beta\rho) e^{i\gamma z} d\beta d\gamma = \int_{\gamma, \beta}^\wedge \int [C_1 H_\nu^{(1)}(\beta\rho) + D_1 H_\nu^{(2)}(\beta\rho)] e^{i\gamma z} d\beta d\gamma, \quad z > h \quad (2.2.83)$$

2. Bölge için:

$$\begin{aligned} & \hat{z} \iint_{\gamma, \beta} [F_2^+ e^{i\gamma z} + F_2^- e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta \rho) d\beta d\gamma \\ &= \hat{z} \iint_{\gamma, \beta} \{ [C_2^+ e^{i\gamma z} + C_2^- e^{-i\gamma z}] H_v^{(1)}(\beta \rho) + [D_2^+ e^{i\gamma z} + D_2^- e^{-i\gamma z}] H_v^{(2)}(\beta \rho) \} d\beta d\gamma, \quad z \in (0, h) \end{aligned}$$

3. Bölge için:

(2.2.84)

$$\hat{z} \iint_{\gamma, \beta} F_3 H_v^{(2)}(\beta \rho) e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma = \hat{z} \iint_{\gamma, \beta} [C_3 H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_3 H_v^{(2)}(\beta \rho)] e^{-i\gamma z} d\beta d\gamma, \quad z < 0$$

(2.2.85)

(2.2.83)–(2.2.85) denklemlerine hankel ve fourier transformları uygulanırsa:

$$(F_1 - D_1) \frac{(-1)^v - e^{iv\pi}}{-i \sin(v\pi)} - C_1 \frac{(-1)^v - e^{-iv\pi}}{i \sin(v\pi)} \equiv 0, \quad z > h \quad (2.2.86a)$$

veya (2.2.83) denkleminde direkt olarak

$$F_1 H_v^{(2)}(\beta \rho) - C_1 H_v^{(1)}(\beta \rho) - D_1 H_v^{(2)}(\beta \rho) \equiv 0, \quad z > h \quad (2.2.86b)$$

(2.2.84) denkleminde $e^{i\gamma z}$ ve $e^{-i\gamma z}$ parantezlerine alarak iki denklem elde edilebilir.

$$F_2^+ H_v^{(2)}(\beta \rho) - C_2^+ H_v^{(1)}(\beta \rho) - D_2^+ H_v^{(2)}(\beta \rho) = 0, \quad z \in (0, h) \quad (2.2.87)$$

$$\text{ve} \quad F_2^- H_v^{(2)}(\beta \rho) - C_2^- H_v^{(1)}(\beta \rho) - D_2^- H_v^{(2)}(\beta \rho) = 0, \quad z \in (0, h) \quad (2.2.88)$$

veya

$$\begin{aligned} & (F_2^+(\beta, \gamma) + F_2^-(\beta, -\gamma) - D_2^+(\beta, \gamma) - D_2^-(\beta, -\gamma)) \frac{(-1)^v - e^{iv\pi}}{-i \sin(v\pi)} \\ & - (C_2^+(\beta, \gamma) - C_2^-(\beta, -\gamma)) \frac{(-1)^v - e^{-iv\pi}}{i \sin(v\pi)} \equiv 0 \end{aligned} \quad (2.2.89)$$

şeklinde denklemler çıkarılabilir. (2.2.85) denkleminde ise:

$$F_3 H_v^{(2)}(\beta\rho) - C_3 H_v^{(1)}(\beta\rho) - D_3 H_v^{(2)}(\beta\rho) = 0, \quad z < 0 \quad (2.2.90a)$$

veya

$$(F_3(\beta, -\gamma) - D_3(\beta, -\gamma)) \frac{(-1)^v - e^{iv\pi}}{-i \sin(v\pi)} - C_3(\beta, -\gamma) \frac{(-1)^v - e^{-iv\pi}}{i \sin(v\pi)} \equiv 0 \quad (2.2.90b)$$

elde edilir.

Denklem 2.2.12'deki sınır koşulundan

1. Bölge için:

$$\iint_{\gamma, \beta} \left\{ C_1 [H_v^{(1)} + \beta\rho H_v^{(1)'}(\beta\rho)] + D_1 [H_v^{(2)}(\beta\rho) + \beta\rho H_v^{(2)'}(\beta\rho)] \right. \\ \left. - B_1 [\beta\rho J_v'(\beta\rho) + J_v(\beta\rho)] \right\} e^{i\gamma z} d\gamma d\beta = -\frac{I}{b} \delta(\bar{\rho} - b) \delta(\bar{z} - h) \quad z > h \quad (2.2.91)$$

2. Bölge için:

$$\iint_{\gamma, \beta} \left\{ [C_2^+ e^{i\gamma z} + C_2^- e^{-i\gamma z}] [H_v^{(1)}(\beta\rho) + \beta\rho H_v^{(1)'}(\beta\rho)] + \right. \\ \left. [D_2^+ e^{i\gamma z} + D_2^- e^{-i\gamma z}] [H_v^{(2)}(\beta\rho) + \beta\rho H_v^{(2)'}(\beta\rho)] - \right. \\ \left. [B_2^+ e^{i\gamma z} + B_2^- e^{-i\gamma z}] [J_v(\beta\rho) + \beta\rho J_v'(\beta\rho)] \right\} d\gamma d\beta = -\frac{I}{b} \delta(\bar{\rho} - b) \delta(\bar{z} - h) \quad (2.2.92)$$

3. Bölge için:

$$\iint_{\gamma, \beta} \left\{ C_3 [H_v^{(1)}(\beta\rho) + \beta\rho H_v^{(1)'}(\beta\rho)] + D_3 [H_v^{(2)}(\beta\rho) + \beta\rho H_v^{(2)'}(\beta\rho)] \right. \\ \left. B_3 [\beta\rho J_v'(\beta\rho) + J_v(\beta\rho)] \right\} e^{-i\gamma z} d\gamma d\beta = K. \quad (2.2.93)$$

şeklindedir.

Yukarıdaki denklemlerden 1. ve 2. Bölgeler için yazılan ifadeler kullanılabilir. 3. Bölge için yazılan ifade bilinmeyen içerdiğinden işleme almaya gerek yoktur.

Burada, (') işareti (ρ) ya göre türevi göstermektedir.

$Z_n(\beta\rho):J_n(\beta\rho)$ veya $H_n(\beta\rho)$ olmak üzere bessel ve hankel fonksiyonlarının türevleri:

$$\frac{d}{d\rho}[Z_n(\beta\rho)] = \beta Z_{n-1}(\beta\rho) - \frac{n}{\rho} Z_n(\beta\rho) \quad (2.2.94)$$

şeklindedir. (Watson, 1944; Balanis, 1989)

Bu halde türevi gözüken Hankel fonksiyonları için yukarıdaki bağıntıyı kullandıktan sonra Bessel fonksiyonları cinsinden ifade edilerek (2.2.27), (2.2.28); $J_{\nu-1}(\beta\rho)$ içerecek şekilde dönüşen integralleri $J_\nu(\beta\rho)$ parantezinde tek bir integral çatısı altında toplayarak Hankel transformu uygulanacaktır. Bunun için yukarıdaki (2.*.4) ifadesinden dolayı ortaya çıkan $J_{\nu-1}(\beta\rho)$ 'de $(\nu-1)$ mertebeli Hankel Transform ifadesinin (ν) mertebeli transform şekline çevrilmesi gerekmektedir. O halde

$$H_\nu\left[\beta^{\nu-1}\frac{\partial}{\partial\beta}\{\beta^{1-\nu}f(\beta,\gamma)\};\beta\right] = \int_0^\infty \beta^\nu J_\nu(\beta\rho)\frac{d}{d\beta}\{\beta^{1-\nu}f(\beta,\gamma)\}d\beta$$

ifadesinde sağ tarafı: (Sneddon, 1972) (2.2.95)

$$\left[\beta f(\beta,\gamma)J_\nu(\beta\rho)\right]_0^\infty - \int_0^\infty \beta^{1-\nu}f(\beta,\gamma)\frac{\partial}{\partial\beta}\{\beta^\nu J_\nu(\beta\rho)\}d\beta \quad (2.2.96)$$

şeklinde kısmi integrasyon şeklinde ifade etmek mümkündür.

$$\left.\begin{aligned} \lim_{\beta\rightarrow 0} \beta^{\nu+1}f(\beta,\gamma) &= 0 \\ \lim_{\beta\rightarrow 0} \beta^{1/2}f(\beta,\gamma) &= 0 \end{aligned}\right\} \text{koşullarında } \left[\right]_0^\infty = 0 \text{ olur.} \quad (2.2.97)$$

İnversiyon teoreminden, eğer $f(\beta\rho)$ 'nin Hankel dönüşümü var ise 2. Koşulun sağlanacağı söylenebilir. Dolayısıyla ilk koşulun sağlatılması gerekir. Bu da

$$f(\beta,\gamma) = a[\beta^{-\nu-1}], \quad \beta \rightarrow 0 \text{ mertebe koşulu altında sağlanır.} \quad (2.2.98)$$

Sonuç olarak:

$f(\beta,\gamma)$ yukarıdaki mertebe koşuluna uyuyorsa, $\left[\right]_0^\infty = 0$ olur.

Eğer ikinci terimde

$$\frac{\partial}{\partial \beta} [\beta^\nu J_\nu(\beta\rho)] = \rho \beta^\nu J_{\nu-1}(\beta\rho) \text{ rekürans bağıntısı kullanılırsa} \quad (2.2.99)$$

$$-\rho \int_0^\infty \beta f(\beta, \gamma) J_{\nu-1}(\beta\rho) d\beta \text{ sonucuna erişilir.} \quad (2.2.100)$$

Bu sonuç mertebe koşulu sağlanıyor ve $f(\beta, \gamma)$ 'nın ν . ve $(\nu-1)$. mertebeden Hankel transformları mevcut ise doğrudur. Dolayısıyla

$$H_\nu \left[\beta^{\nu-1} \frac{\partial}{\partial \beta} \{ \beta^{1-\nu} f(\beta, \gamma) \}; \beta \right] = -\rho H_{\nu-1} [f(\beta, \gamma); \beta] \quad (2.2.101)$$

$$H_{\nu-1} [f(\beta, \gamma); \beta] = -\frac{1}{\rho} \int_0^\infty \beta^\nu J_\nu(\beta\rho) \frac{\partial}{\partial \beta} \{ \beta^{1-\nu} f(\beta\rho) \} d\beta \quad (2.2.102)$$

şeklinde $(\nu-1)$. mertebeden Hankel transformu, ν . mertebeden hankel transformu cinsinden ifade edilmiş olur. Bu ifade sabitlerin $S_{1,2}(\beta\rho)$ 'ların içinde toplandığı

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \iint_{\gamma, \beta} S_1(\beta, \gamma) \beta J_\nu(\beta\rho) d\beta d\gamma + \frac{1}{\rho} \iint_{\gamma, \beta} S_2(\beta, \gamma) J_{\nu-1}(\beta\rho) \beta d\beta d\gamma \\ = (-I/b) \delta(\rho-b) \delta(z-h) \end{aligned} \quad (2.2.103)$$

şeklinde gösterilebilecek integral içinde yerleştirilerek

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \iint_{\gamma, \beta} \left[S_1(\beta, \gamma) + \frac{1}{\rho} \beta^{\nu-1} \frac{\partial}{\partial \beta} \{ \beta^{1-\nu} S_2(\beta, \gamma) \} \right] \beta J_\nu(\beta\rho) d\beta d\gamma \\ = (-I/b) \delta(\rho-b) \delta(z-h) \end{aligned} \quad (2.2.104)$$

olarak

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{\rho} \iint_{\gamma, \beta} \left[S_1(\beta, \gamma) + \frac{1}{\rho} (1-\nu) \beta^{-1} S_2(\beta, \gamma) + \frac{1}{\rho} S_{2,\beta}(\beta, \gamma) \right] \beta J_\nu(\beta\rho) d\beta d\gamma \\ = (-I/b) \delta(\rho-b) \delta(z-h) \end{aligned} \quad (2.2.105)$$

(2.*.15) ifadesinde $S_{1,2}(\beta, \gamma)$ 'nın β 'ya göre türevleri gözükmemektedir. O yüzden bu denklem sabitlerin çözümü için oluşturulacak denklem sistemine dahil edilemeyecektir. Çünkü dahil edilmesi durumunda sabitlerin türevleri de ayrı bir bilinmeyen teşkil edeceğinden sayısal çözüm için elverişli olmayacaktır.

2.2.c. Hankel fonksiyonundaki belirsizliğin kaldırılması

Silindirik simetriden dolayı dalga denkleminin çözümünün ϕ 'den bağımsız olması sebebi ile tüm denklemlerde $\nu=0$ olduğundan (2.2.27) ve (2.2.28)'de gösterildiği gibi Hankel fonksiyonlarının bessel fonksiyonları cinsinden ifade edilmesi yolu ile ortaya çıkan

$$\left. \frac{(-1)^\nu - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} \right|_{\nu=0} = \frac{0}{0} \quad \text{ve} \quad \left. \frac{(-1)^\nu - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} \right|_{\nu=0} = \frac{0}{0}$$

denklemlerindeki belirsizlik, Hospital kuralı ile kaldırılacaktır.

$$H_0^{(1)}(\beta\rho) = \left. \frac{(-1)^\nu - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} \right|_{\nu=0} \cdot J_0(\beta\rho) \quad \text{için}$$

$$C \left. \frac{(-1)^\nu - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} \right|_{\nu=0} = \lim_{\nu \rightarrow 0} \left(C(\nu=0) \frac{((-1)^\nu - e^{-i\nu\pi})_{,\nu}}{(i \sin(\nu\pi))_{,\nu}} \right) \quad (2.2.106)$$

Burada $(-1)^\nu$ üstel ifadesinin türevi:

$$w = a^\nu$$

$$\ln w = \ln a^\nu$$

$$\ln w = \nu \ln a, \quad \frac{w'}{w} = \ln a$$

$$\frac{d}{d\nu}(a^\nu) = a^\nu \ln a \Rightarrow \frac{d}{d\nu}(-1)^\nu = (-1)^\nu \ln(-1) \quad (2.2.107)$$

$$-1 = e^{-i\pi} \quad (\text{Şekil.2.5}) \quad (2.2.108)$$

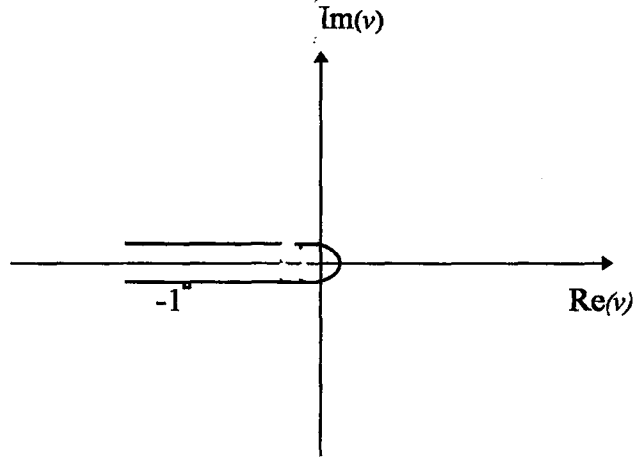
(2.2.108), (2.2.107)'te yerleştirilirse

$$\frac{d}{d\nu}(-1)^\nu = -(-1)^\nu i\pi \quad (2.2.109)$$

(2.2.109), (2.2.106)'te yerleştirilerek:

$$C(\nu=0) \frac{(-1)^\nu - e^{-i\nu\pi}}{i \sin(\nu\pi)} \rightarrow C(\nu=0) \frac{[(-1)^\nu i\pi - i\pi e^{-i\nu\pi}]}{i\pi \cos(\nu\pi)} \rightarrow C(\nu=0)0$$

$$\Rightarrow \frac{(-1)^v - e^{-iv\pi}}{i \sin(v\pi)} \Big|_{v=0} \rightarrow 0 \quad (2.2.110)$$



Şekil.2.5. Üstel fonksiyonun türevi için branş seçimi $(arg(v) \in [-\pi, \pi])$ branşı seçiliyor.

Benzer şekilde

$$H_0^{(2)}(\beta\rho) = \frac{(-1)^v - e^{iv\pi}}{-i \sin(v\pi)} \Big|_{v=0} \cdot J_0(\beta\rho) \quad \text{ için:}$$

$$\frac{(-1)^v - e^{iv\pi}}{-i\pi \cos(v\pi)} \Big|_{v=0} \rightarrow C(v=0) \frac{(-1)^v i\pi + i\pi e^{iv\pi}}{-i\pi \cos(v\pi)} \rightarrow 2 \quad \text{ yazılabilir.} \quad (2.2.111)$$

2.3. Simulasyon Yaklaşımı

Bölüm 2.2’de 16 adet katsayı, 19 adet denklem, 14 adet bilinmeyen fonksiyon mevcuttur. Bu sisteme simulasyon yaklaşımı ile bir çözüm uydurma denenecektir. Bu amaçla simulasyon adımlarında kullanılmaya elverişli bazı yardımcı denklemler türetilecektir. Bu denklemlerden elde edilecek $B_1, \dots, F_3$ katsayılarına ait sayısal sonuçlar, (2.2.26)-(2.1.34) denklemlerinde yerleştirilerek $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ ifadeleri sayısal olarak elde edilecektir. Erişilen bu sonuçlar, bilinmeyen fonksiyonları tanımlayan T ifadelerinin bulunduğu denklemlerde yerleştirilerek T bilinmeyen fonksiyonları sayısal olarak elde edilecektir.

$B_1, \dots, F_3$ katsayıları için yardımcı denklemlerden elde edilen sayısal sonuçlar ile T 'ler için yardımcı denklemlerden elde edilen sayısal sonuçlar (2.2.32), (2.2.35), (2.2.37), (2.2.47), (2.2.49), (2.2.51), (2.2.55), (2.2.59), 2.2.67b), (2.2.68a), (2.2.69b), (2.2.72b), (2.2.75), (2.2.80b), (2.2.81a), (2.2.82a) denklemlerinde yerleştirilerek bu temel denklemlerin sağlanıp sağlanmadığına bakılacaktır. Erişilen sayısal sonuçlar söz konusu temel denklemleri sağlıyorsa bu değerler kesin sayısal sonuçlara karşılık düşmüş olacaktır. Aksi durumda yardımcı denklemlerin ürettiği ilk çözüm civarında bu çözümlerden yeni çözümler üretilerek yukarıdaki çevrim, temel denklemler sağlatılana kadar tekrarlanacaktır.

2.3.i. Yardımcı Denklemler

(2.2.11) sınır koşulundan elde edilen (2.2.77) denklemi için

$$C_1 H_1^{(1)}(\beta b) + D_1 H_v^{(2)}(\beta b) - B_1 J_v(\beta b) = 0 \quad (2.3.1)$$

yazılabilir. (2.2.78) den $e^{i\eta z}$ ve $e^{-i\eta z}$ parantezlerine alarak

$$C_2^+ H_v^{(1)}(\beta b) + D_2^+ H_v^{(2)}(\beta b) - B_2^+ J_v(\beta b) = 0 \quad (2.3.2)$$

ve

$$C_2^- H_v^{(1)}(\beta b) + D_2^- H_v^{(2)}(\beta b) - B_2^- J_v(\beta b) = 0 \quad (2.3.3)$$

şeklinde iki denklem yazmak mümkün olabilir.

(2.2.79)'dan ise

$$C_3 H_v^{(1)}(\beta b) + D_3 H_v^{(2)}(\beta b) - B_3 J_v(\beta b) = 0 \quad (2.3.4)$$

şeklinde bir yardımcı denklem oluşturulabilir.

(2.2.13) denklemindeki sınır koşuluna alanın integral reprezentasyonu uygulanarak elde edilen (2.2.83) denklemi için

$$F_1 H_v^{(2)}(\beta a) - C_1 H_v^{(1)}(\beta a) - D_1 H_v^{(2)}(\beta a) \equiv 0 \quad (2.3.5)$$

(2.2.84) denkleminde $e^{i\eta z}$ ve $e^{-i\eta z}$ parantezlerine alarak

$$F_2^+ H_v^{(2)}(\beta a) - C_2^+ H_v^{(1)}(\beta a) - D_2^+ H_v^{(2)}(\beta a) \equiv 0 \quad (2.3.6)$$

ve

$$F_2^- H_v^{(2)}(\beta a) - C_2^- H_v^{(1)}(\beta a) - D_2^- H_v^{(2)}(\beta a) \equiv 0 \quad (2.3.7)$$

şeklinde iki denklem ve (2.2.85)'ten

$$F_3 H_v^{(2)}(\beta a) - C_3 H_v^{(1)}(\beta a) - D_3 H_v^{(2)}(\beta a) \equiv 0 \quad (2.3.8)$$

şeklinde bir yardımcı denklemler kullanılabilir.

(2.2.8)'deki sınır koşulu için yazılan (2.2.61a)'dan

$$B_1(\gamma, \beta) - B_2^+(\gamma, \beta) - B_2^-(\gamma, \beta) e^{-2i\gamma h} = 0 \quad (2.3.9)$$

(2.2.62)'den

$$\begin{aligned} C_1 e^{i\gamma h} H_v^{(1)}(\beta \rho) + D_1 e^{i\gamma h} H_v^{(2)}(\beta \rho) \\ - (C_2^+ e^{i\gamma h} + C_2^- e^{-i\gamma h}) H_v^{(1)}(\beta \rho) + (D_2^+ e^{i\gamma h} + D_2^- e^{-i\gamma h}) H_v^{(2)}(\beta \rho) = 0 \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

yazılabilir. Bu denklem $\forall \rho \in (b, a)$ için geçerli olduğundan denklem içinde ρ yerine bu aralıkta değişik değerler konarak genişletilebilir.

(2.2.69a)'dan

$$F_1(\beta, \gamma) - F_2^+(\beta, \gamma) - F_2^-(\beta, \gamma) e^{-2i\gamma h} = 0 \quad (2.3.11)$$

şeklinde denklem oluşturulabilir.

(2.2.5) sınır koşulundan yazılan (2.2.17)-(2.2.19) denklemlerinden

$$(B_2^+ e^{i\gamma z} + B_2^- e^{-i\gamma z} - B_3 e^{-i\gamma z}) = 0 \quad (2.3.12)$$

$$\begin{aligned} (C_2^+ e^{i\gamma z} + C_2^- e^{-i\gamma z} - C_3 e^{-i\gamma z}) H_v^{(1)}(\beta \rho) \\ + (D_2^+ e^{i\gamma z} + D_2^- e^{-i\gamma z} - D_3 e^{-i\gamma z}) H_v^{(2)}(\beta \rho) = 0 \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

ve

$$(F_2^+ e^{i\gamma z} + F_2^- e^{-i\gamma z} - F_3 e^{-i\gamma z}) = 0 \quad (2.3.14)$$

şeklinde yardımcı denklemler oluşturulabilir.

2.4. Denklemler Sisteminin Çözümü

Bölüm 2.3.i’de elde edilen (2.3.1)–(2.3.14) yardımcı denklemleri ele alınarak çözülecek ve bilinmeyen

$B_1(\gamma, \beta), C_1(\gamma, \beta), \dots, F_3(\gamma, \beta), T_1(\gamma, \beta), T_2(\gamma, \beta), \dots, T_8(\gamma, \beta)$ sabitler tesbit edilecektir. T bilinmeyen fonksiyonlarını içeren 8 adet denklem, denklem sistemine dahil edilmiştir. Bu sayede denklem sistemini oluşturan -teklik içermemekle beraber- matris sisteminin determinantının sıfırdan farklı olmasını sağlayacaktır.

(2.2.11) sınır koşulundan elde edilen denklemler yukarıda sayılan denklem sistemine dahil edilmemiştir. Çünkü, $B_1(\gamma, \beta), C_1(\gamma, \beta), \dots, F_3(\gamma, \beta)$, sabitlerinin β ’ya göre türevleri gözükmektedir. Dolayısıyla (2.2.11)’den elde edilen denklemlerin denklem sistemine dahil edilmesi durumunda bilinmeyen sayısı ikiye katlanacaktır (2.3.10) denklemi $\rho \in (a, b)$ için geçerli olduğundan, bu denklemde gözüken ρ yerine (a, b) aralığında birkaç değer konarak denklem sistemi beslenebilir.

Denklemler sisteminin elde edilmesi aşamasına kadar analitik işlemler yapılmıştır. Denklem sistemi (24x24)lük bir matris sistemi oluşturmaktadır. Yukarıda anılan sabitlerin analitik olarak çözülmesi yolu ile sonuca ulaşılabilir. Ancak (24x24)’lük matris sisteminin analitik olarak çözümlenmesi için determinantı, adjantı, inversi gibi işlemler gerekeceğinden çözüm uzaklaşacaktır. Dolayısıyla analitik olarak elde edilen denklem=matris sistemi nümerik olarak çözüm yoluna gidilerek kesin sayısal çözüm bulunabilecektir.

Denklemler sisteminde, alan ifadelerinin integral gösteriliminde gözüken 16 adet γ ve β ‘nın fonksiyonu olan bilinmeyen sabitler sınır koşulları uygulanarak bulunmaktadır. Sınır koşullarının uygulanması ile kendi bölgesinde bilinen alan ifadelerinin, diğer bölgelerde bilinmeyen ters transform $T(\gamma, \beta)$ ifadeleri de ayrıca 8 adet bilinmeyen olarak gözükmektedir.

Toplam 24 adet olan bilinmeyen sayısı

$$[A]_{(24 \times 24)} \cdot [X]_{(24 \times 1)} = [B]_{(24 \times 1)} \quad (2.4.1)$$

şeklinde bir matris sistemine yerleştirilerek sayısal çözüm aranacaktır.

Burada

$[A] = [A(\gamma, \beta)]:$

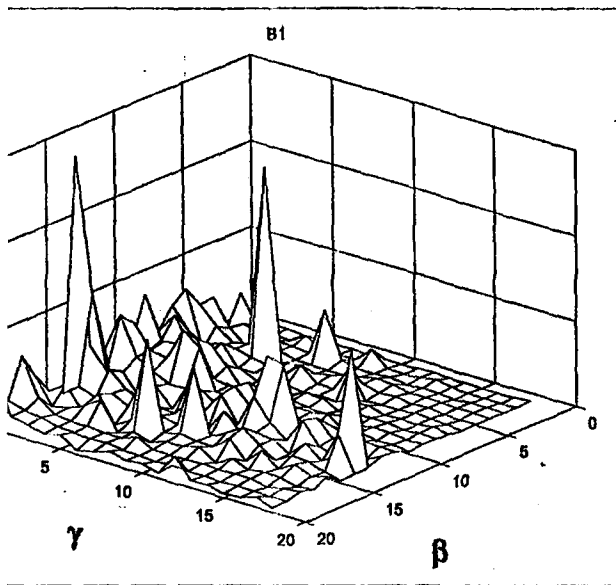
$B_1(\gamma, \beta), C_1(\gamma, \beta), \dots, F_3(\gamma, \beta), T_1(\gamma, \beta), T_2(\gamma, \beta), \dots, T_8(\gamma, \beta)$ bilinmeyenlerinin katsayılar matrisini

$[X]:$

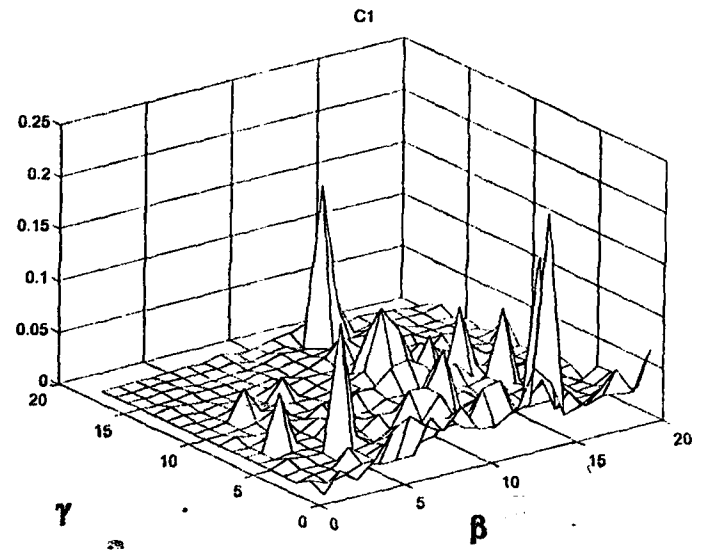
$B_1(\gamma, \beta), C_1(\gamma, \beta), \dots, F_3(\gamma, \beta), T_1(\gamma, \beta), T_2(\gamma, \beta), \dots, T_8(\gamma, \beta)$ bilinmeyenlerinin sütun matrisini

$[B]:$ Denklem sisteminin sağ tarafındaki bilinenleri (akım ifadelerini) içeren sütun matrisini göstermektedir.

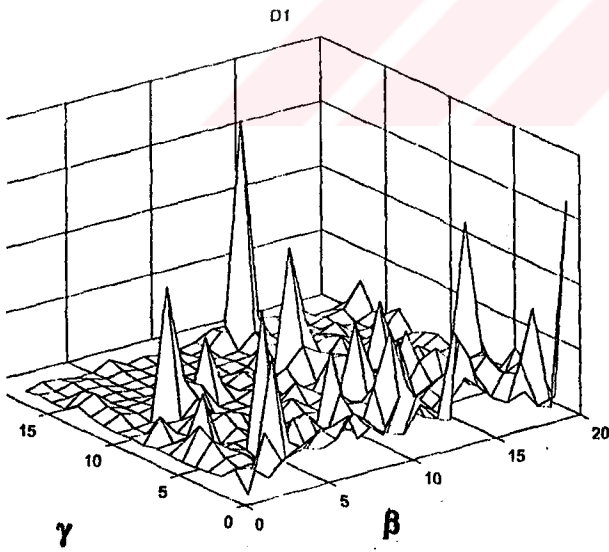




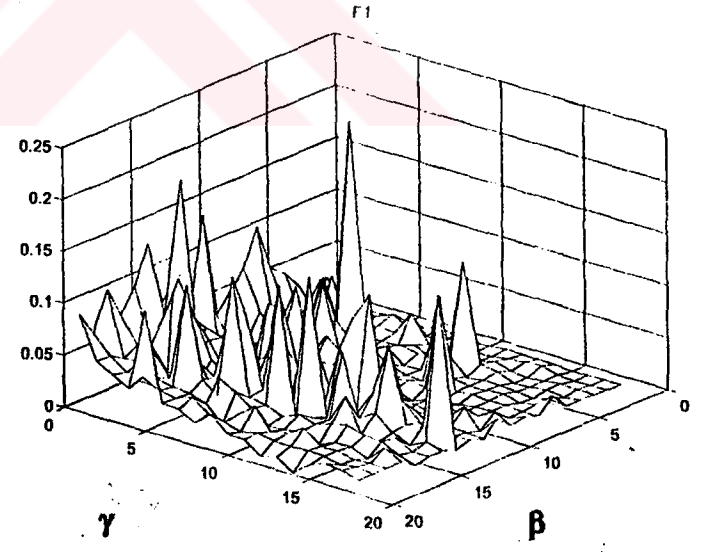
a) $B_1(\gamma, \beta)$



b) $C_1(\gamma, \beta)$



c) $D_1(\gamma, \beta)$



d) $F_1(\gamma, \beta)$

Şekil 2.6 1.Bölge sabitleri a) $B_1(\gamma, \beta)$ b) $C_1(\gamma, \beta)$ c) $D_1(\gamma, \beta)$ d) $F_1(\gamma, \beta)$

BÖLÜM 3

KESİN SAYISAL ÇÖZÜM

3.1. Problemin Sayısal Çözümüne Elverişli Hale Getirilmesi

Alan ifadelerine sınır koşulları uygulanarak analitik olarak elde edilen 24 adet denklemden oluşan denklem sistemi, analitik çözümün güçlüğü sebebi ile sayısal yaklaşımla çözülecektir. Bu tür problemler için “Kesin Sayısal Çözüm Yaklaşımı” sunulacaktır.

(2.4.1)’deki denklem sistemi

$$[A]_{(24 \times 24)} \cdot [X]_{(24 \times 1)} = [B]_{(24 \times 1)} \text{ şeklindedir.}$$

Bu matrisel ifadeden bilinmeyenlerin çözümüne ulaşmak için denklemin her iki tarafı $[A]$ matrisinin inversi ile çarpılarak

$$[X] = [B][A]^{-1} \quad (3.1.1)$$

şeklinde $[X]$ vektörünün yalnız bırakılması ile sayısal çözüm aranacaktır.

$[X]$ vektörü γ ve β nın fonksiyonu olduğundan, γ nın $(-\infty, \infty)$ ve β nın $(0, \infty)$ arasında değerlerine göre sayısal sonuçların bulunması olanaklıdır. Burada $(0, 20)$ aralığında γ ve β nın değişimine göre

$B_1(\gamma, \beta), C_1(\gamma, \beta), \dots, F_3(\gamma, \beta), T_1(\gamma, \beta), T_2(\gamma, \beta), \dots, T_8(\gamma, \beta)$ nın sayısal sonuçları bulunarak bu sabitlerin γ ve β ya göre değişimini gösteren eğriler elde edilmektedir.

Sayısal çözümleri elde edilen

$B_1(\gamma, \beta), C_1(\gamma, \beta), \dots, F_3(\gamma, \beta), T_1(\gamma, \beta), T_2(\gamma, \beta), \dots, T_8(\gamma, \beta)$ ifadeleri (2.1.26)-(2.1.31)’deki alan ifadelerinde yerine konulacaktır. ρ ve z e göre olan integrallerde her

ρ ve z için yukarıdaki sabitlerin 20'ser adet (toplam 400 adet) γ ve β üzerinden toplamı bulunarak alan ifadelerinin her bölge için ayrı ayrı radyasyon diyagramları elde edilmektedir.

Burada $B_1(\gamma, \beta), C_1(\gamma, \beta), \dots, F_3(\gamma, \beta), T_1(\gamma, \beta), T_2(\gamma, \beta), \dots, T_8(\gamma, \beta)$ sabitleri

$$\begin{array}{ccc}
 B_1(1,1), & B_2^+(1,1), & \dots, & T_8(1,1) \\
 B_1(1,2), & B_2^+(1,2), & \dots, & T_8(1,2) \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 B_1(2,1), & B_2^+(2,1), & \dots, & T_8(2,1) \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 B_1(20,20), & B_2^+(20,20), & \dots, & T_8(20,20)
 \end{array} \quad (3.1.2)$$

şeklinde elde edilerek bu değerler

$$\begin{aligned}
 E_\phi \Big|_{\substack{\rho \in (0,b) \\ z \in (h,\infty)}} &= \sum_{\gamma=1}^{20} \sum_{\beta=1}^{20} B_1(\gamma, \beta) J_0(\beta \rho) e^{i\gamma z} \Big|_{\substack{\rho \in (0,b) \\ z \in (h,\infty)}}, \quad \rho \in (0,b), \quad z > h \\
 H_\rho \Big|_{\substack{\rho \in (0,b) \\ z \in (h,\infty)}} &= \sum_{\gamma=1}^{20} \sum_{\beta=1}^{20} [C_1(\gamma, \beta) H_0^{(1)}(\beta \rho) + D_1 H_0^{(2)}(\beta \rho)] e^{i\gamma z} \Big|_{\substack{\rho \in (0,b) \\ z \in (h,\infty)}} \\
 &\quad \rho \in (0,b), \quad z > h \\
 &\quad \vdots \\
 &\quad \vdots
 \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

$$\begin{aligned}
 H_z \Big|_{\substack{\rho > a \\ z > h}} &= \sum_{\gamma=1}^{20} \sum_{\beta=1}^{20} [F_2^+(\gamma, \beta) e^{i\gamma z} + F_2^-(\gamma, \beta) e^{-i\gamma z}] H_0^{(2)}(\beta \rho) \Big|_{\substack{\rho \in (0,b) \\ z \in (0,h)}} \\
 &\quad \rho \in (a, \infty), \quad z \in (0,h)
 \end{aligned}$$

olarak ifade edilen E_ϕ , H_ρ , H_z alan ifadelerinde toplam halinde yerleştirilerek, $\rho < b$, $\rho \in (b,a)$, $\rho > a$, ve $z \in (0,h)$, $z > h$ olarak tanımlanan 6 bölgede ρ ve z e göre değişimlerini gösteren radyasyon diyagramları çizilmektedir.

$B_1(\gamma, \beta), C_1(\gamma, \beta), \dots, F_3(\gamma, \beta), T_1(\gamma, \beta), T_2(\gamma, \beta), \dots, T_8(\gamma, \beta)$ sabitleri ve bölge bölge alan ifadeleri "MATLAB 4.0 with Simulink" programı yardımı ile bulunarak (EK.1), "mesh" grafikleri = "radyasyon diyagramları" çizilmiştir.

Hesaplamalarda akım halkasının yarıçapı $b=3.2$ cm alınmıştır. Açıklık yarıçapı $a=2b$, $h=b/2$ akım değeri ise 50 mA olarak alınmıştır.

3.2.Radyasyon Diyagramları

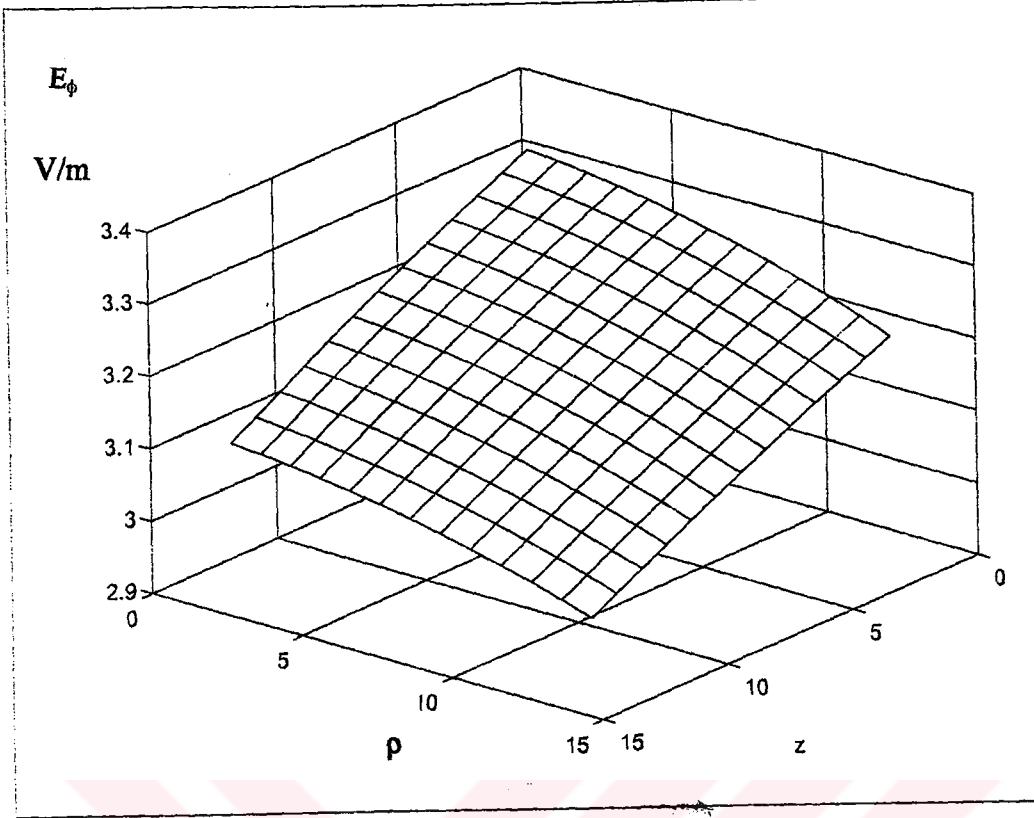
Yukarıda anılan radyasyon alanları, $\phi=0$ düzleminde, ' ρ ' ve ' z ' eksenlerindeki değişimlerine göre bölge bölge şekil.3.1-3.18'de gösterilmiştir.

3.2.a.Yakın Alanlar

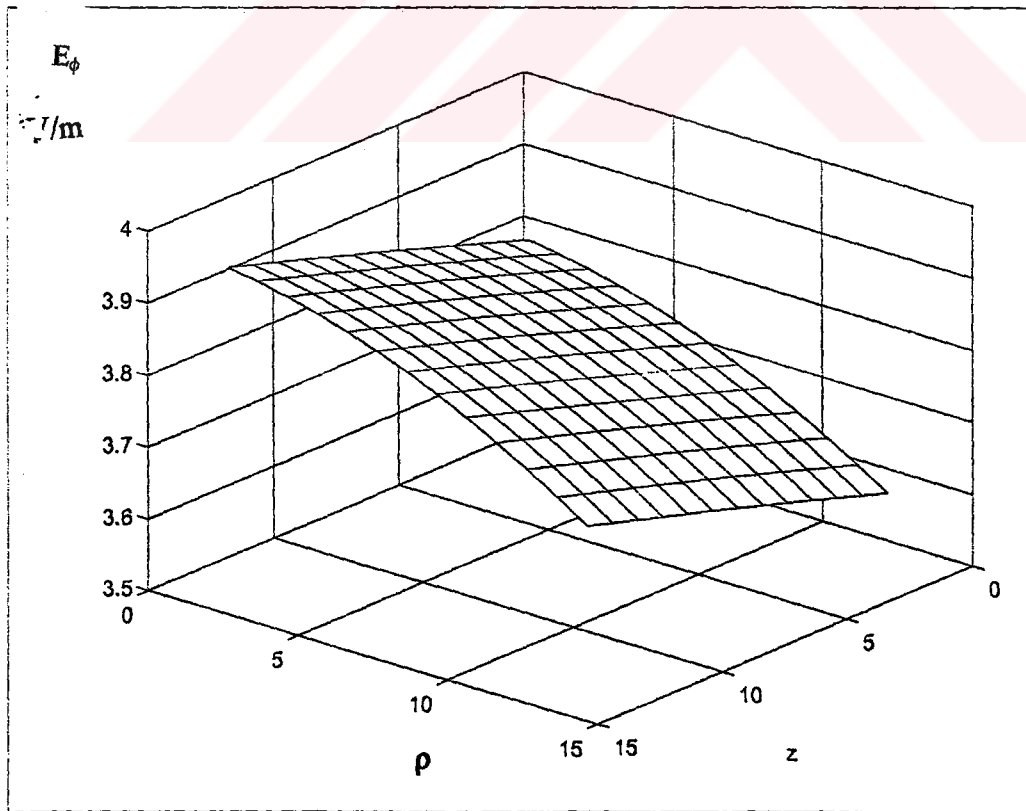
Şekil.3.1-3.6.'da $E_\phi(\rho, z)$ radyasyon diyagramları gösterilmiştir. Elektrik alan şiddetinin $\rho \in (0,a)$, $z \in (0,2h)$ arasında yaklaşık $(2-7) \cdot 10^6$ V/m aralığında azalan bir seyir izlediği gözlemlenmektedir. Diyagramlarda, bu bölge içindeki z eksenini boyunca değişim bu bölgede en yüksek mertebededir. Gözlem noktası $z=0$, $\rho=0$ 'dan uzaklaştıkça ρ ve z eksenlerine göre azalma yönündeki değişim grafiklerden izlenebilmektedir.

Şekil.3.7-3.12’de $H_p(\rho, z)$ radyasyon diyagramları görülmektedir. H_p ’nın $\rho \in (0, a)$ ve $z \in (0, 2h)$ arasında yaklaşık 6-32 V/m arasında değiştiği görülmektedir. E_ϕ ’ye benzer şekilde ρ ’ya bağlılık her yerde yüksek, ‘z’ye bağlılık ise özellikle $z \in (0, h)$ iken yüksek (şekil.3.7, 3.9, 3.11) diğer bölgelerde ise daha düşük olduğu görülmektedir. $\rho \in (0, b)$, $z \in (0, h)$ iken magnetik alan şiddetinin en yüksek değerlerde seyrettiği görülmektedir şekil (3.7). $\rho \in (b, a)$ ve $\rho \in (a, 2a)$ bölgelerinde radyal yönde alan azalış oranı $\rho \in (0, b)$ bölgesine göre düşmektedir (şekil. 3.9-3.12).

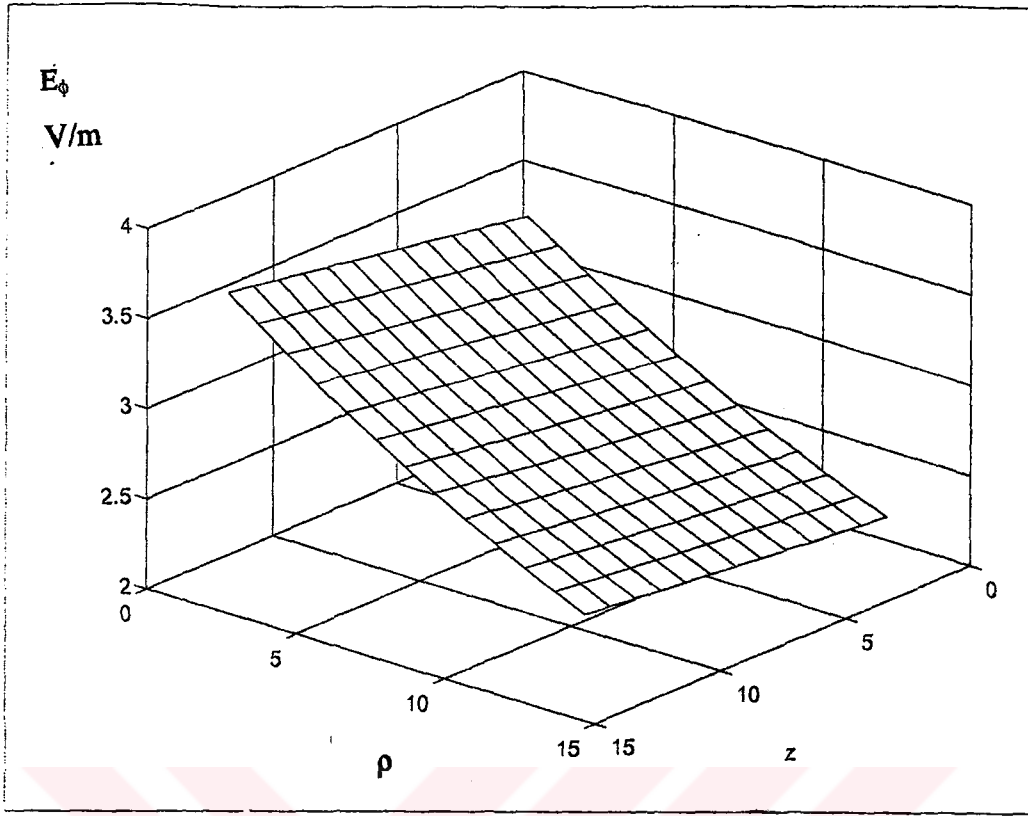
Şekil.3.13-3.18’de $H_z(\rho, z)$ ışıma diyagramları verilmiştir. H_z ’nin $\rho \in (0, a)$ ve $z \in (0, 2h)$ arasında dalgalı bir şekilde yükselme göstermektedir. Diğer alanlardan farklı olarak orijinde düşük değer ile başlayarak $\rho=4a$ ’ya kadar yükselme göstermektedir. $\rho=4a$ ’dan sonra dalgalanarak azalmaktadır. Uzak alan diyagramında bu durum açıkça görülecektir (şekil.3.21).



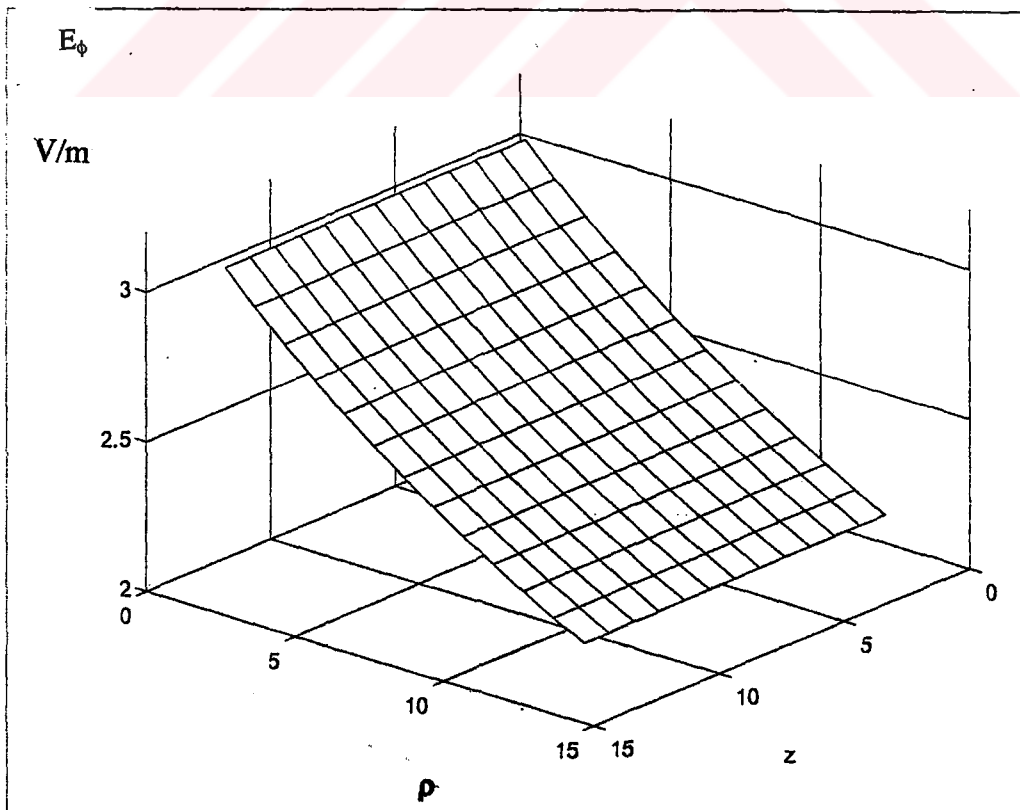
Şekil 3.1 E_ϕ , $\rho \in (0, b)$, $z \in (0, h)$.



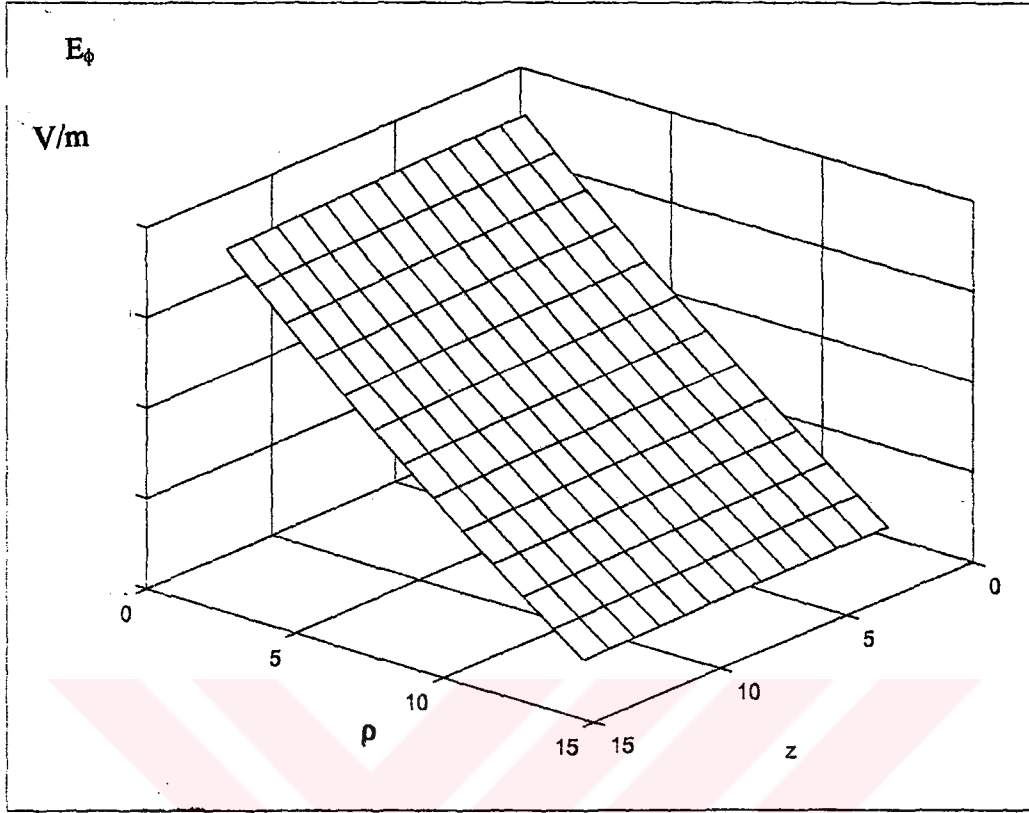
Şekil 3.2 $E_\phi(\rho, z)$, $\rho \in (0, b)$, $z \in (h, 2h)$



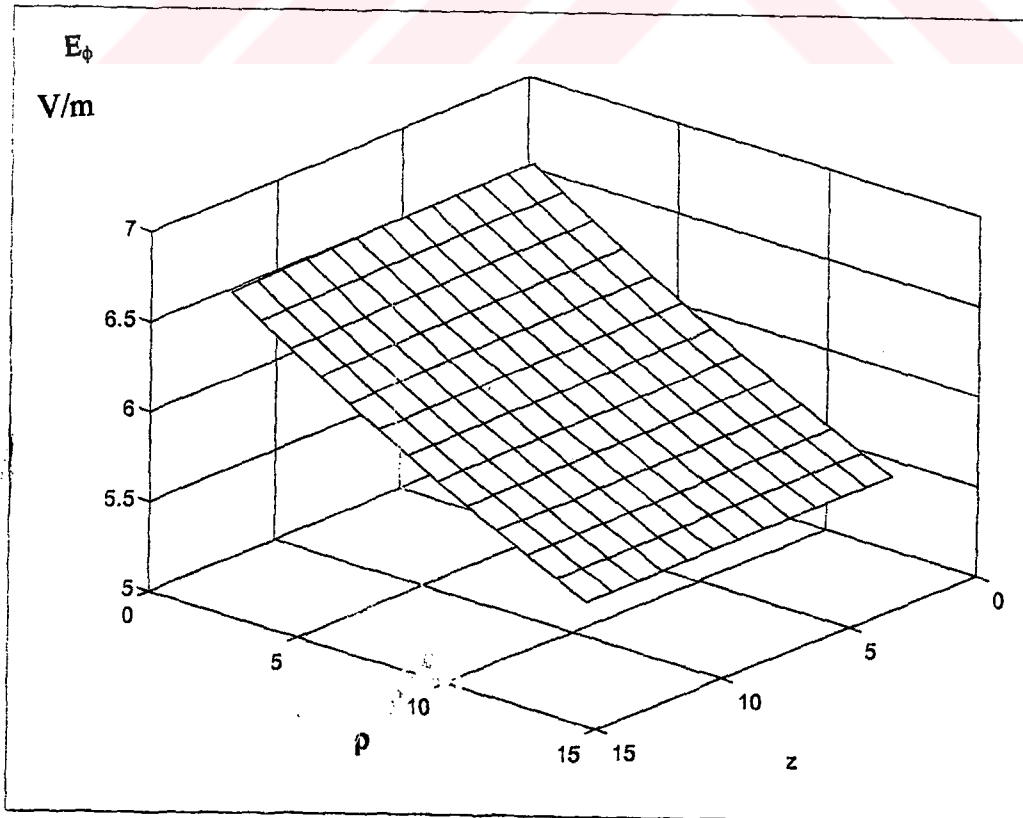
Şekil 3.3 $E_\phi(\rho, z)$, $\rho \in (b, a)$, $z \in (0, h)$



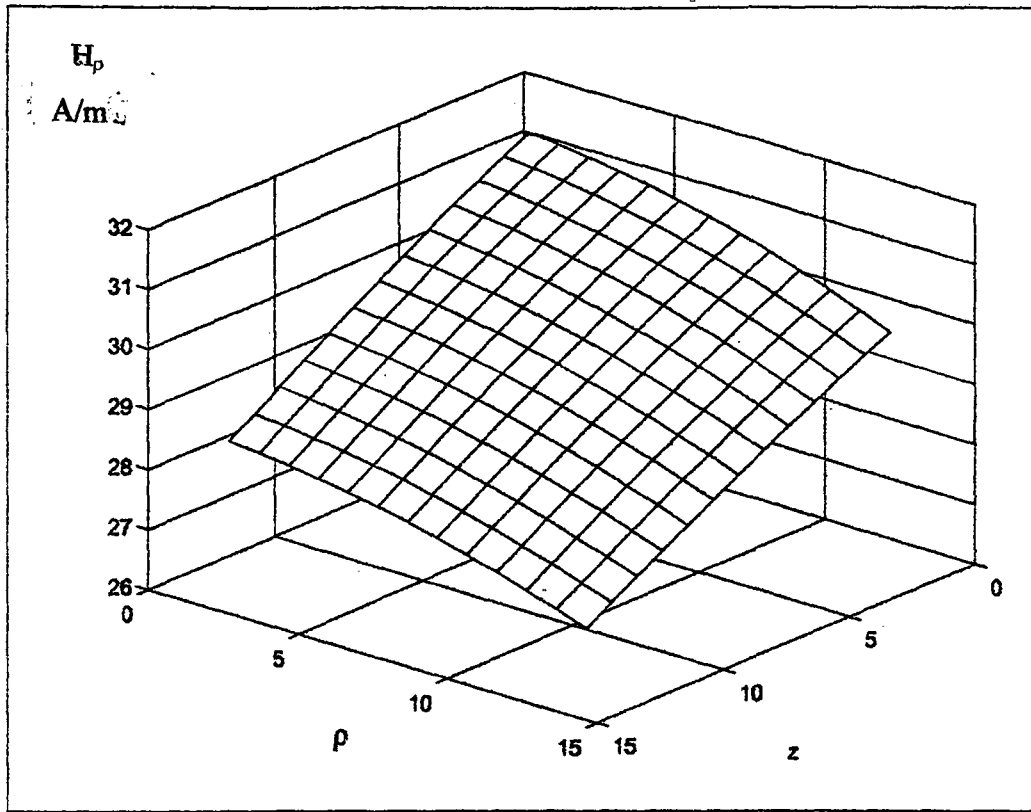
Şekil 3.4 $E_\phi(\rho, z)$, $\rho \in (b, a)$, $z \in (h, 2h)$



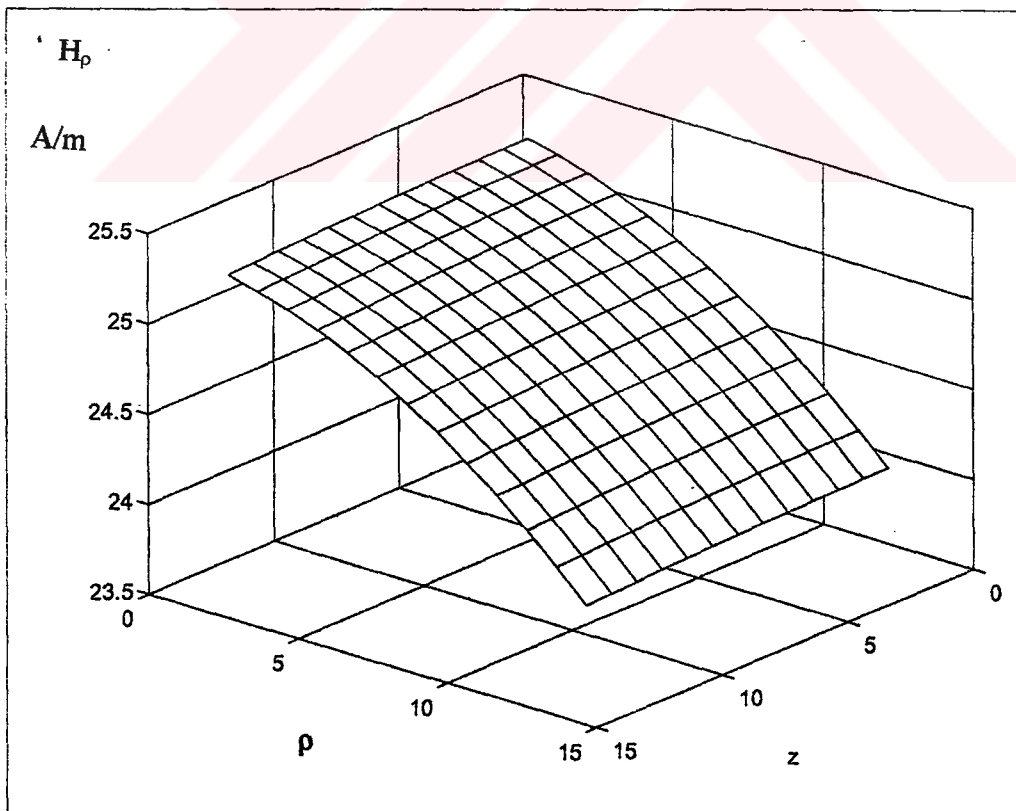
Şekil 3.5 $E_\phi(\rho, z)$, $\rho \in (a, 2a)$, $z \in (0, h)$



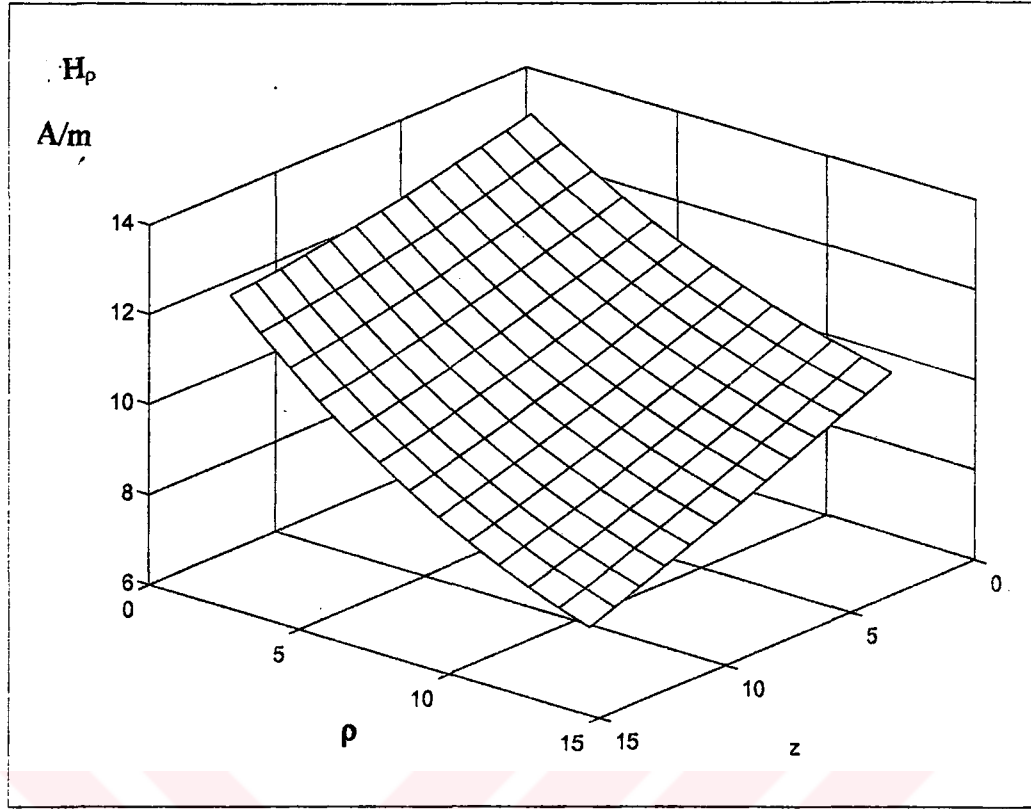
Şekil 3.6 $E_\phi(\rho, z)$, $\rho \in (a, 2a)$, $z \in (h, 2h)$



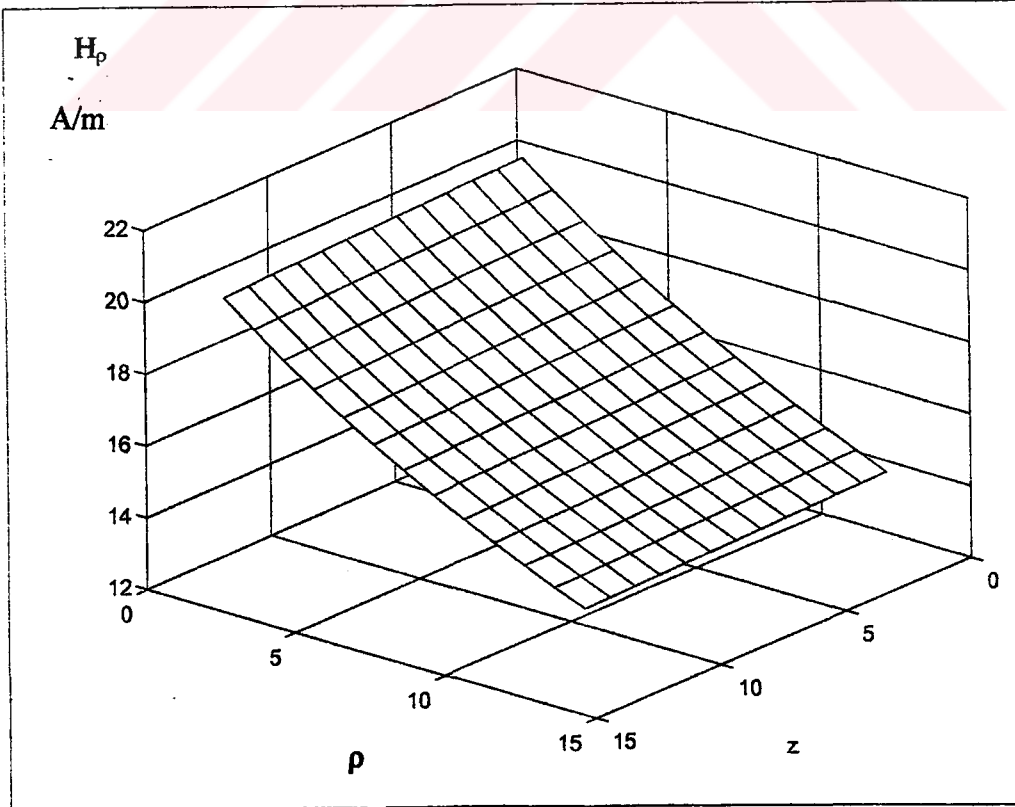
Şekil 3.7 $H_p(\rho, z)$, $\rho \in (0, b)$, $z \in (0, h)$



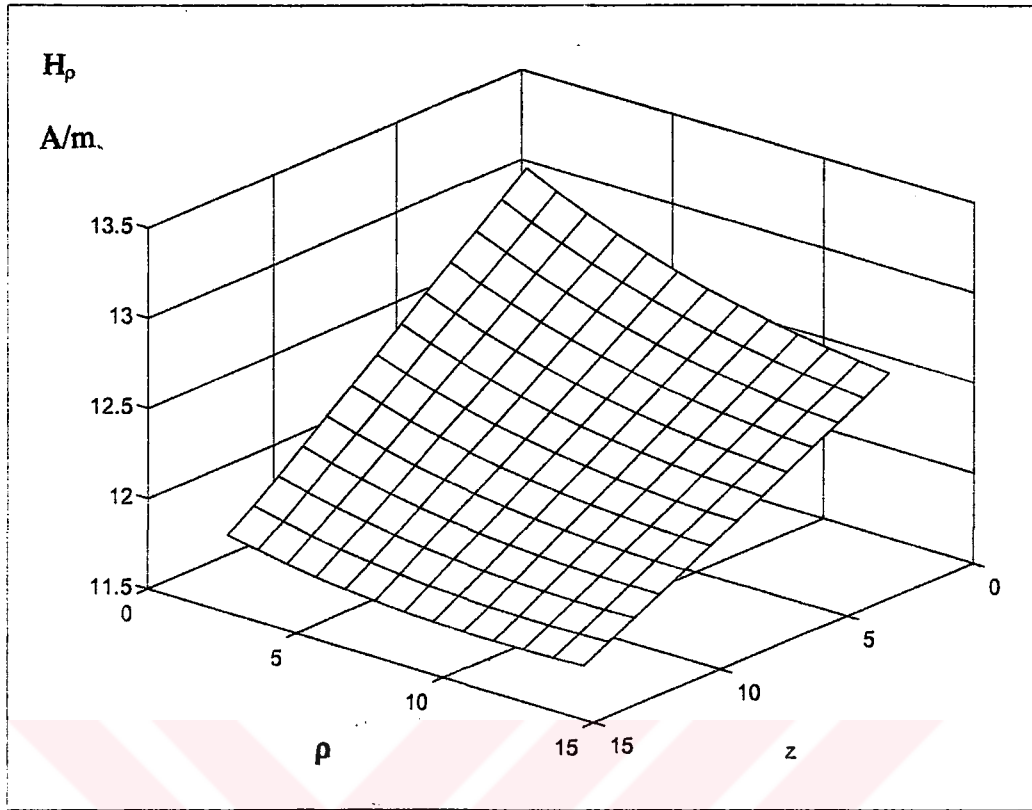
Şekil 3.8 $H_p(\rho, z)$, $\rho \in (0, b)$, $z \in (h, 2h)$



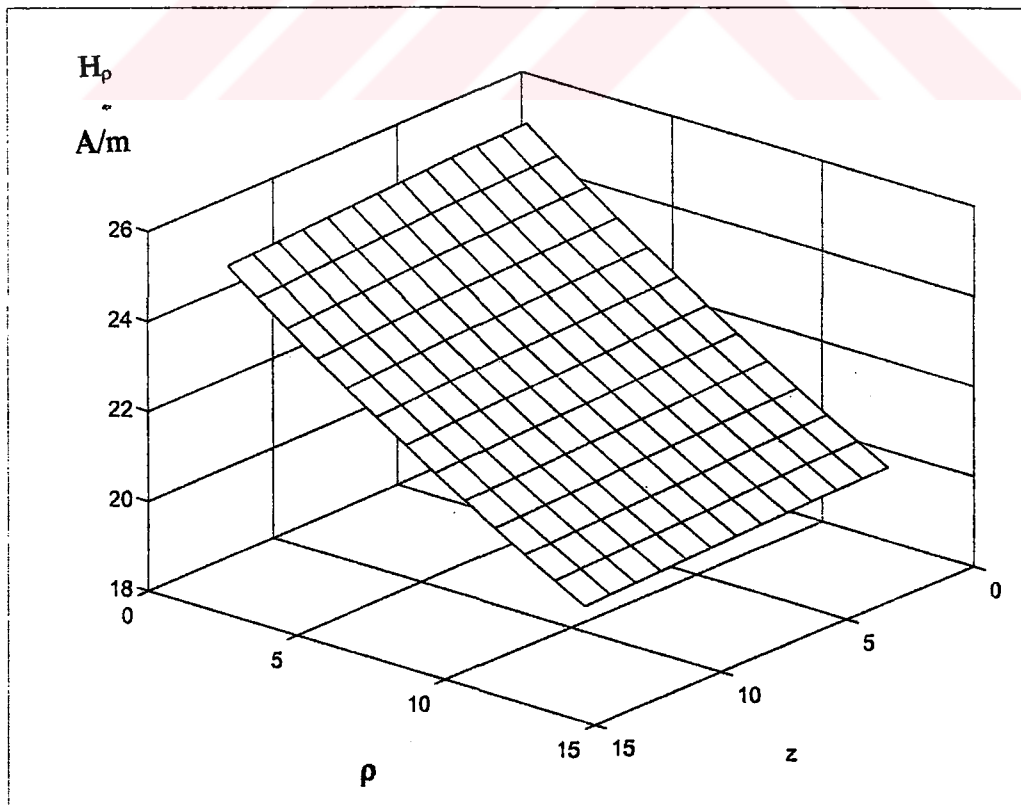
Şekil 3.9 $H_\rho(\rho, z)$, $\rho \in (b, a)$, $z \in (0, h)$



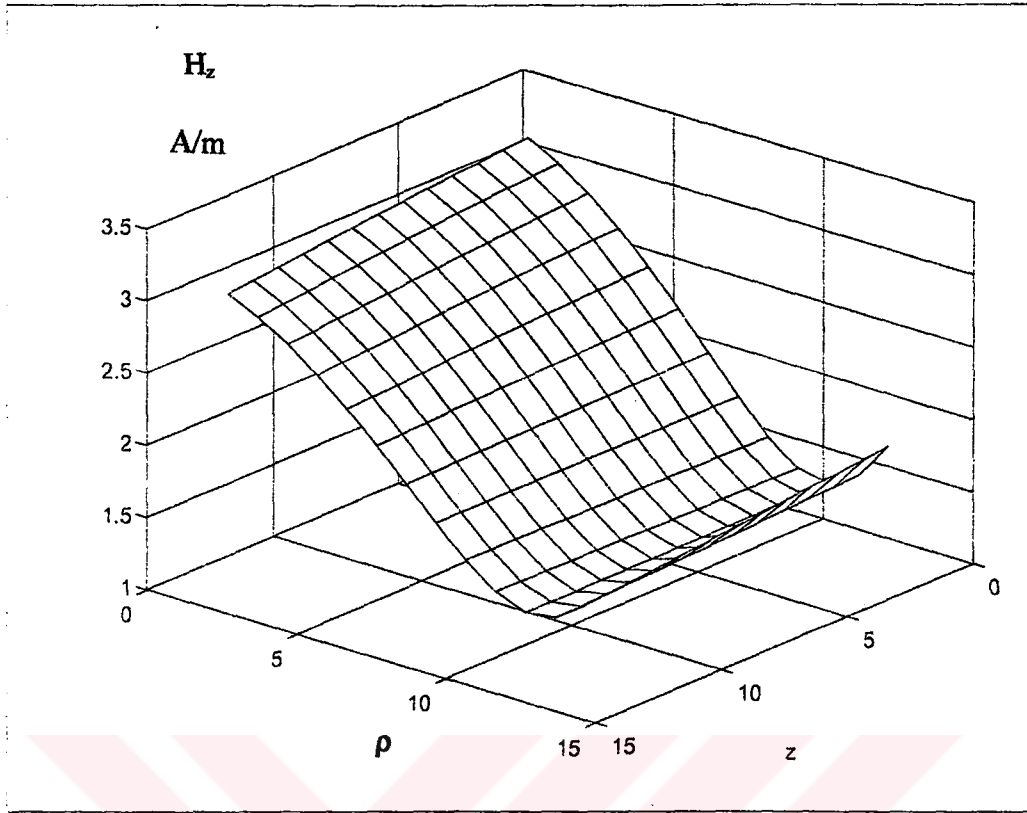
Şekil 3.10 $H_\rho(\rho, z)$, $\rho \in (b, a)$, $z \in (h, 2h)$



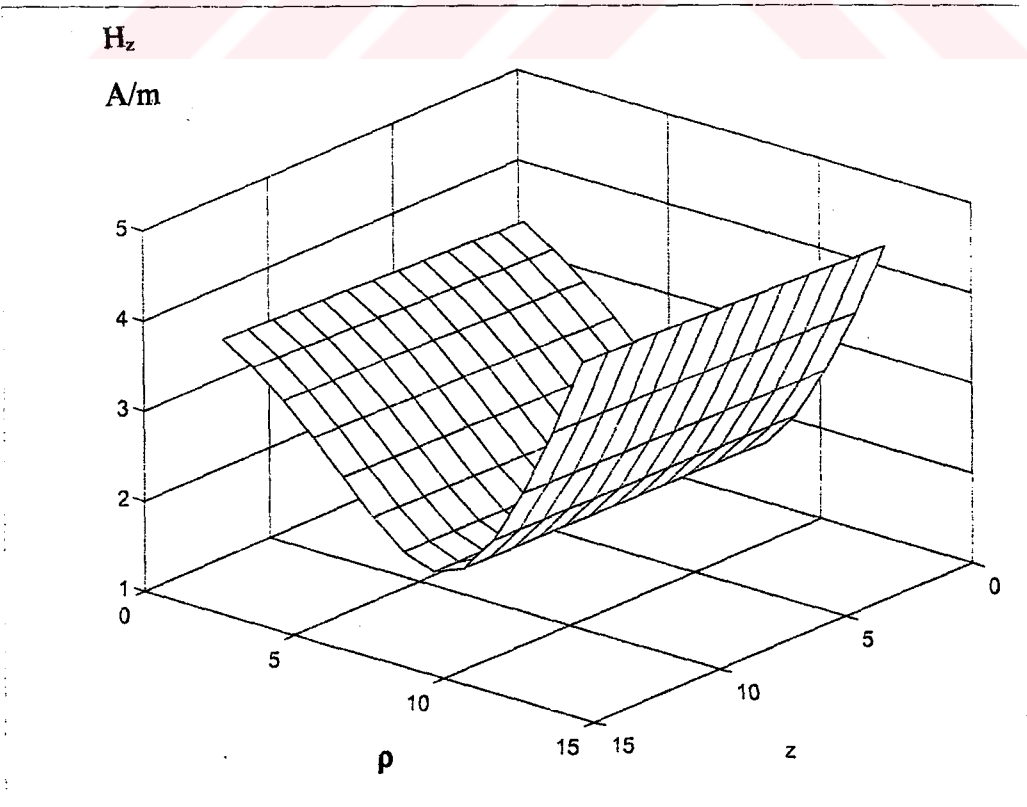
Şekil 3.11 $H_\rho(\rho, z)$, $\rho \in (a, 2a)$, $z \in (0, h)$



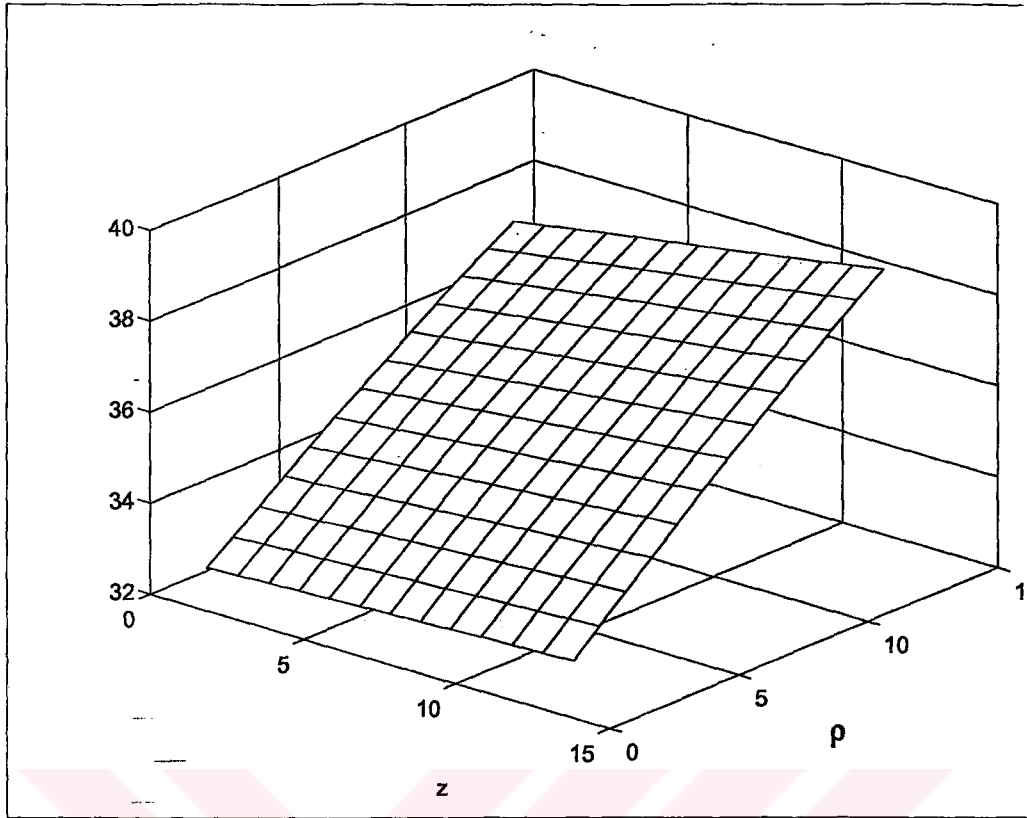
Şekil 3.12 $H_\rho(\rho, z)$, $\rho \in (a, 2a)$, $z \in (h, 2h)$



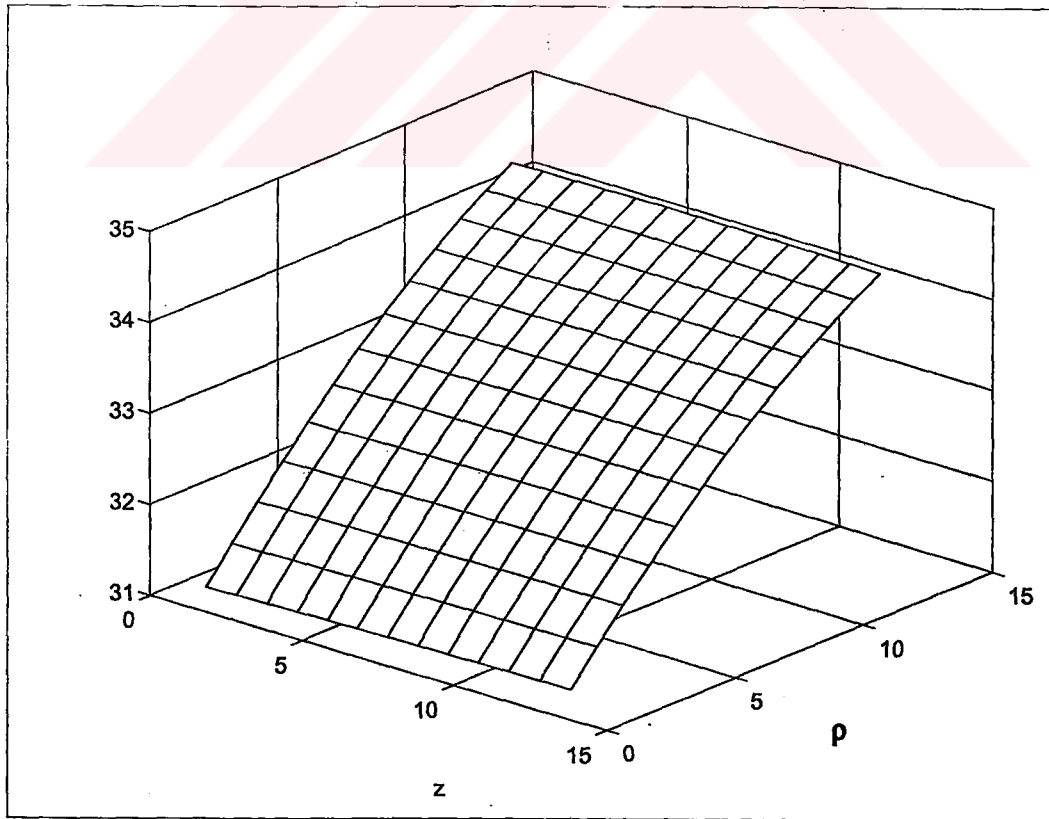
Şekil 3.13 $H_z(\rho, z)$, $\rho \in (0, b)$, $z \in (0, h)$



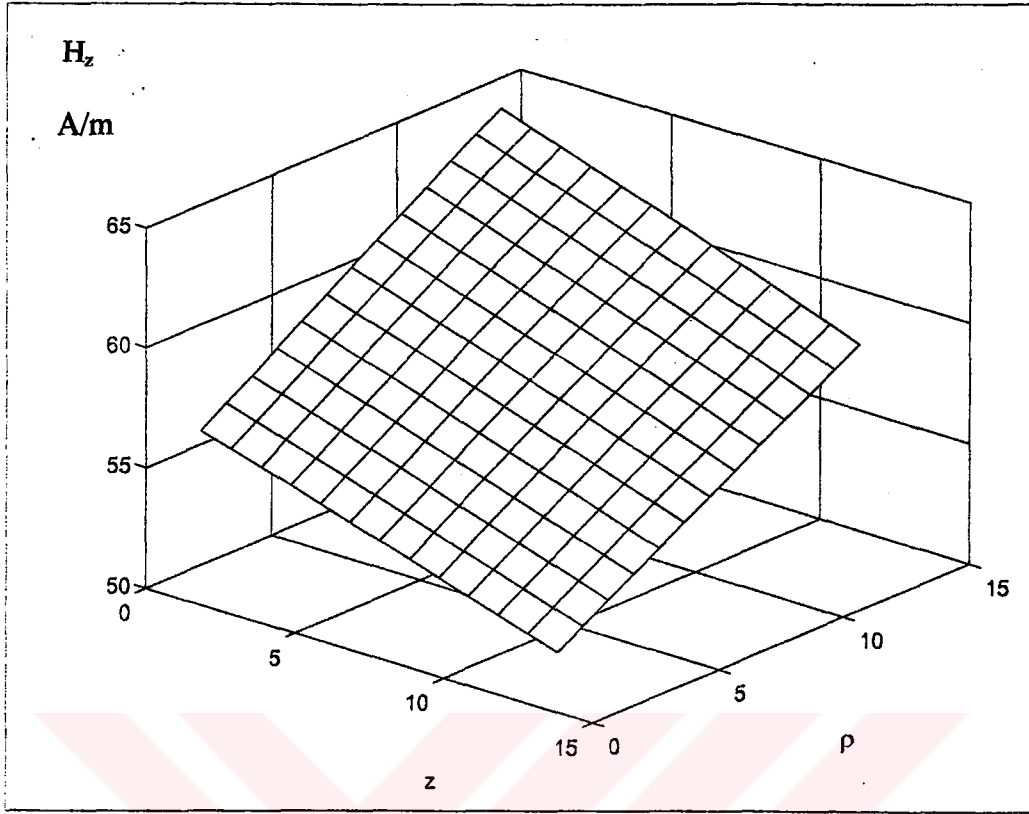
Şekil 3.14 $H_z(\rho, z)$, $\rho \in (0, b)$, $z \in (h, 2h)$



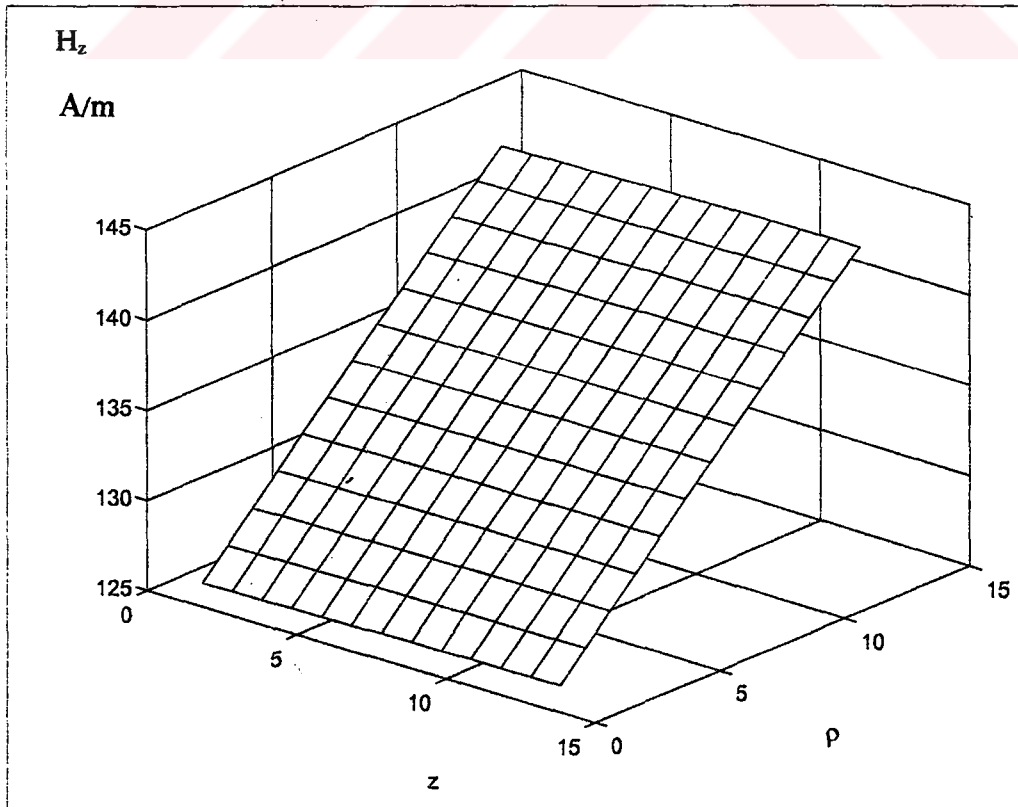
Şekil 3.15 $H_z(\rho, z)$, $\rho \in (b, a)$, $z \in (0, h)$



Şekil 3.16 $H_z(\rho, z)$, $\rho \in (b, a)$, $z \in (h, 2h)$



Şekil 3.17 $H_z(\rho, z)$, $\rho \in (a, 2a)$, $z \in (0, h)$



Şekil 3.18 $H_z(\rho, z)$, $\rho \in (a, 2a)$, $z \in (h, 2h)$

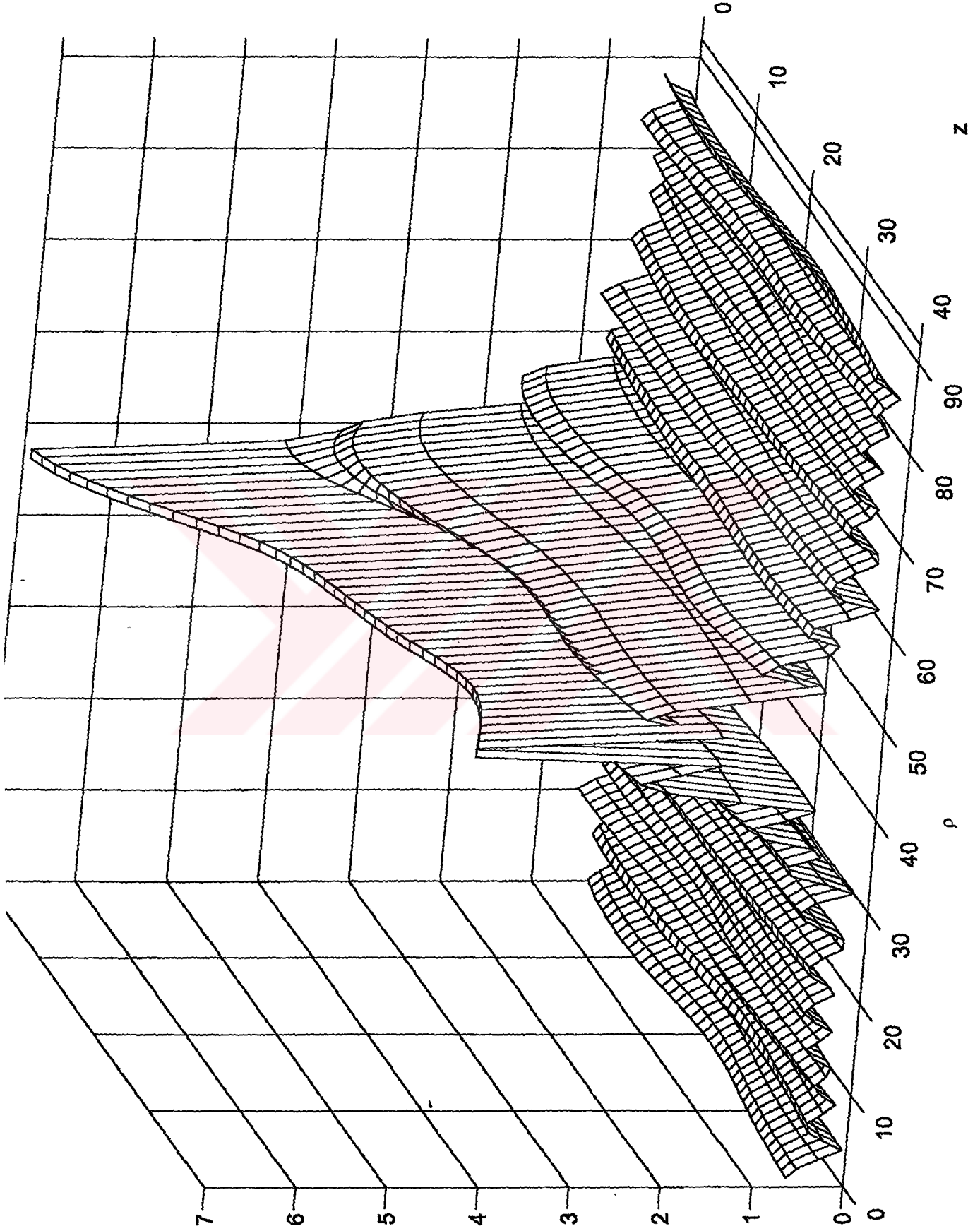
3.2.b. Uzak Alanlar

Şekil.3.19-3.21’de $\phi=0$ ve $\phi=2\pi$ düzlemi için $\rho \rightarrow \infty$ ve $z \rightarrow \infty$ iken, ($z > 0$) yarı uzayındaki uzak alan radyasyon diyagramları verilmiştir.

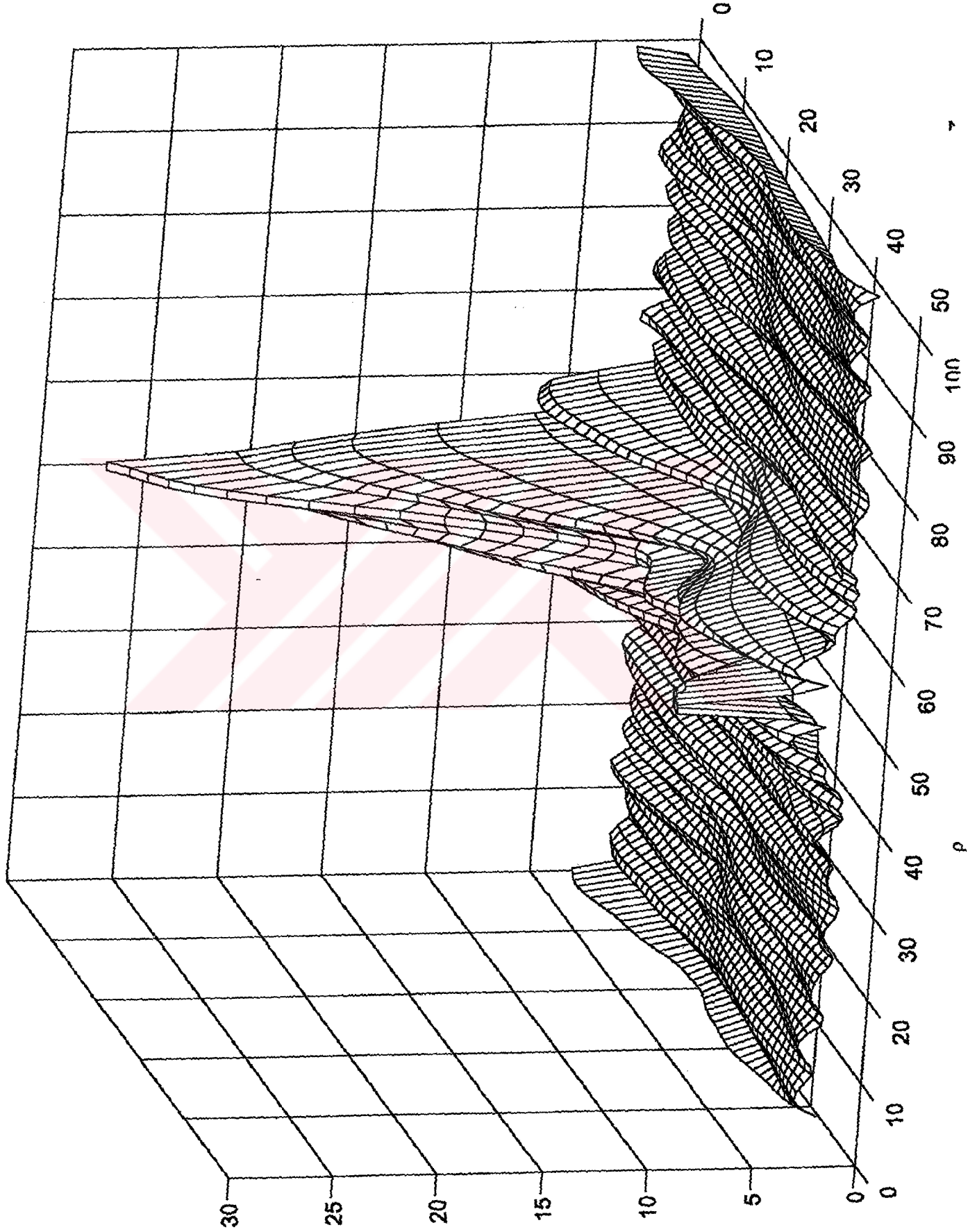
Şekil.3.19’da $\rho \in (0,44a)$, $z \in (0,40h)$ için verilen E_ϕ radyasyon diyagramında görüldüğü gibi $\rho \rightarrow 0$ ’da maksimum ışıma gerçekleşmektedir. $z \gg 0$ iken esas demedin genliği azalmaktadır. Ancak diyagramdan da görüleceği gibi alanın genliği, $\rho \rightarrow 10a$ iken oldukça hızlı bir şekilde azalmaktadır. Gözlem noktası radyal yönde arttıkça genlik değeri %10’lar mertebesine inmektedir. z yönünde ise gözlem noktası $40h$ ’a kadar ilerlemesine rağmen genlik değeri -azalma göstermekle beraber- yüksek değerlerde seyretmektedir. $\rho=10a$ ’dan sonra yan-kulaklar ortaya çıkmaktadır.

Şekil 3.20’de H_ρ için genlik ve bağıl genlik ışıma diyagramları $\rho \in (0,50a)$, $z \in (0,40h)$ aralığında verilmiştir. E_ϕ ’ye benzer şekilde $\rho \rightarrow 0$ ’da maksimum ışıma gerçekleşmektedir. Gözlem noktası radyal yönde $15a$ ’ya kadar ilerledikçe genlik değeri hızlı bir şekilde düşmekte ve ardından yan-kulaklar başlamaktadır. Burada z yönünde de hızlı bir değişim vardır. $z \rightarrow 20h$ iken genlik, radyal bileşende olduğu gibi hızla düşmekte ve yüksek yan-kulaklar başlamaktadır.

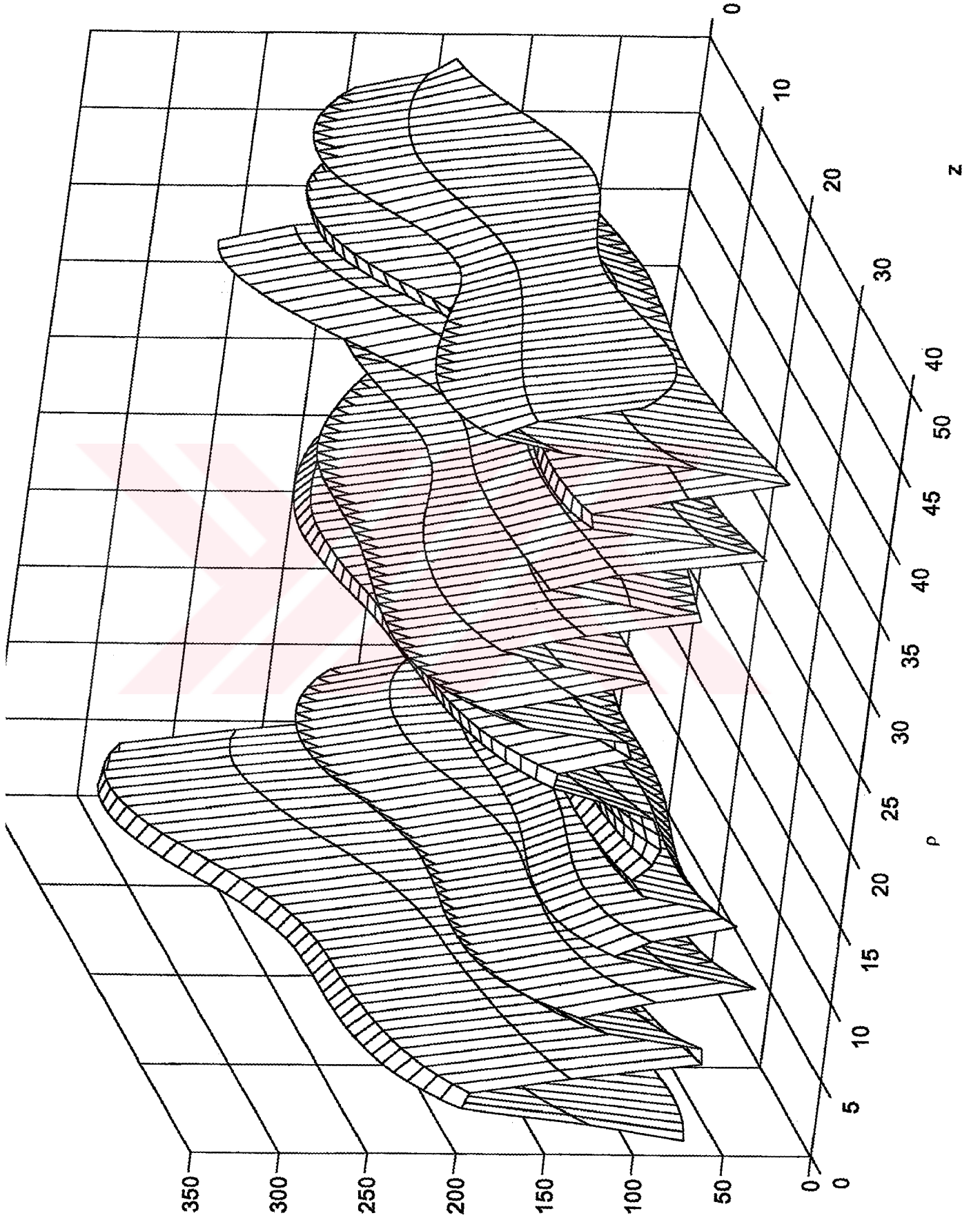
Şekil 3.19’da ise H_z için genlik ve bağıl genlik radyasyon diyagramları $\rho \in (0,50a)$, $z \in (0,40h)$ aralığında verilmiştir. H_z diğer alanlardan farklı olarak dalgalı bir seyir izlemektedir. $\rho \rightarrow 0$ iken düşük bir değerde genlikle başlayarak gözlem noktası gerek z gerekse ρ yönünde ilerledikçe $\rho \approx 4a$ aralıklarıyla dalgalanmaktadır. Maksimum genlik ise $\rho=4a$ ’da gerçekleşmektedir ve gözlem noktası $\rho \gg 0$ ve $z \gg 0$ için gittikçe azalmaktadır.



Şekil 3.19 $E_\phi(\rho, z)$ radyasyon diyagramı (V/m), $\rho \in (0, 44a)$, $z \in (0, 40h)$, $\phi \in 0, \phi = \pi$ düzlemleri



Şekil 3.20 $H_p(\rho, z)$ radyasyon diyagramı (A /m), $\rho \in (0, 50a)$, $z \in (0, 40h)$, $\phi \in 0, \phi = \pi$ düzlemleri



Şekil 3.21 $H_x(\rho, z)$ radyasyon diyagramı (A/m), $\rho \in (0, 50a)$, $z \in (0, 40h)$, $\phi \in 0, \phi = \pi$ düzlemleri

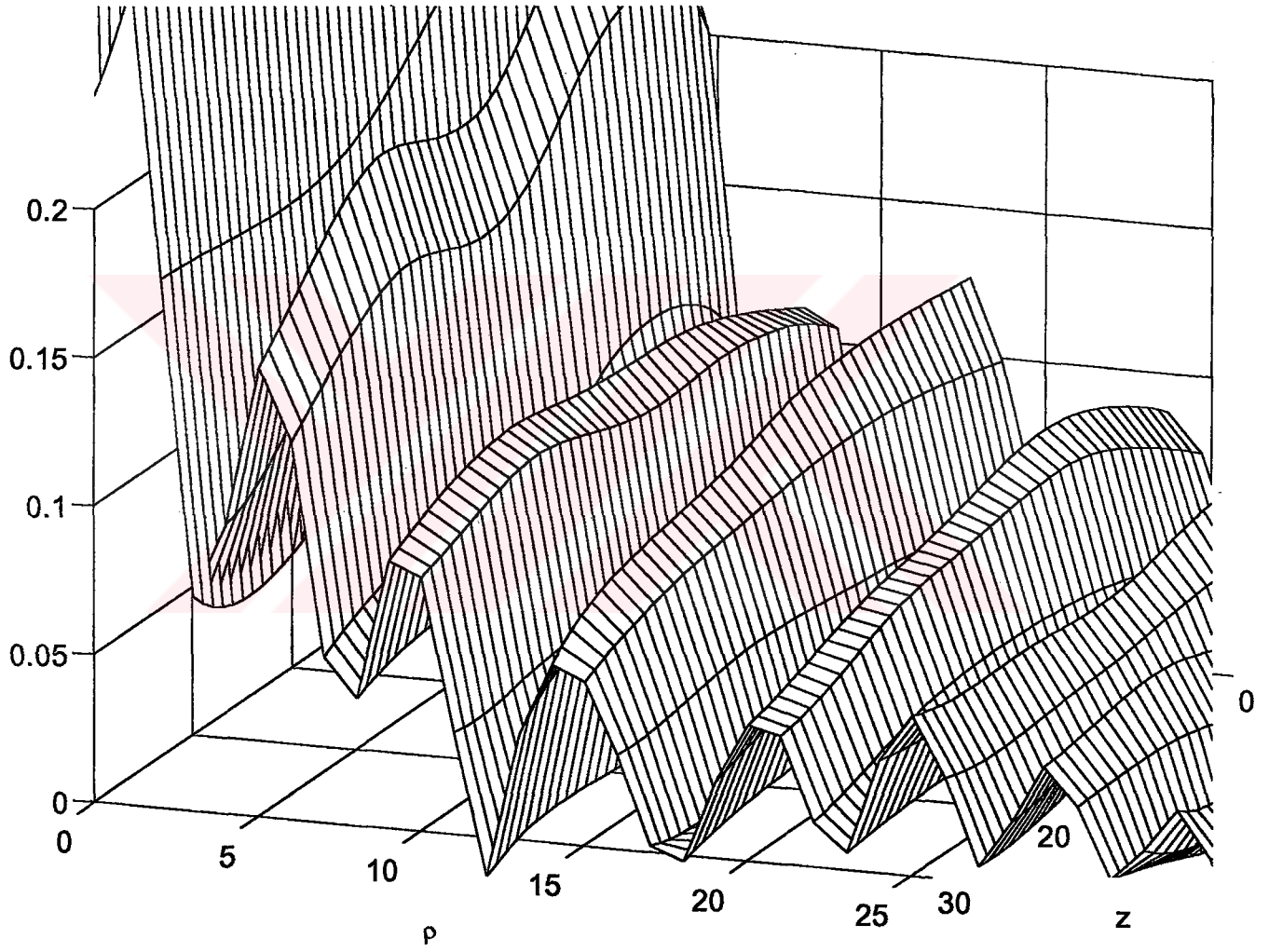
3.3. Yan-kulak Analizi

Şekil (3.22-23) E_ϕ ve H_ρ için radyasyon diyagramları büyütülerek yan-kulak oranlarını gösteren grafikler verilmiştir.

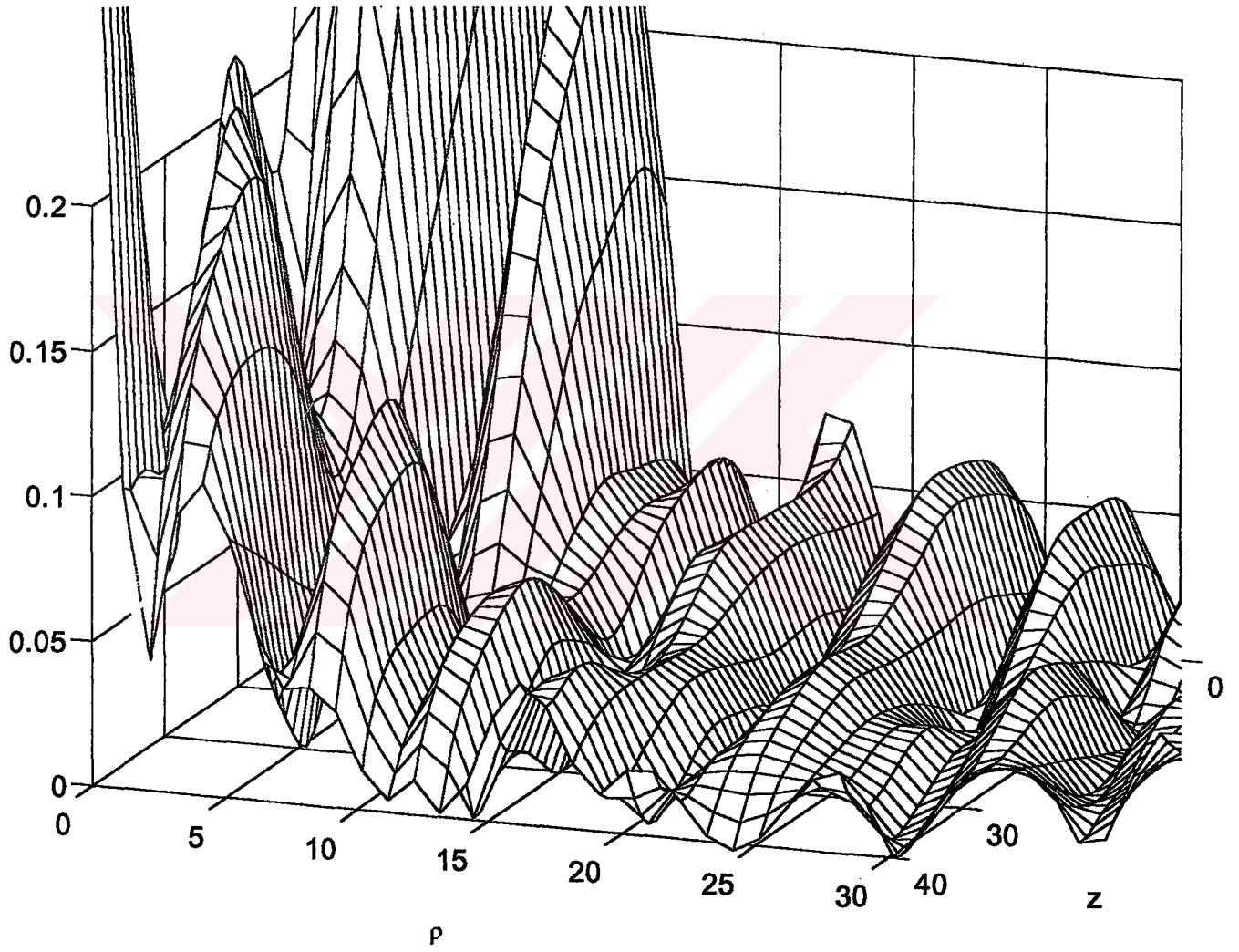
Şekil 3.22’de E_ϕ radyasyon diyagramında görülen yan-kulaklar, diyagramın %20’si alınarak açık bir şekilde gözlemlenmektedir. En yüksek yan-kulak genlik değeri yaklaşık %20 mertebelerinde gerçekleşmektedir. Esas demedin ise $\rho \in (0, 10a)$ arasında sıkışmış olduğu gözlemlenmektedir.

Şekil 3.23’te H_ρ ışıma diyagramında görülen yan kulaklar, büyütülmüş halde gösterilmektedir. Burada, radyal yönde en yüksek yan-kulaklar %20-5’ler seviyelerinde seyrettiği görülmektedir. z yönünde ise %20’ler seviyesinde yan-kulak oluşmaktadır. Esas demedin ise yaklaşık $\rho \in (0.5a)$ arasına sıkışmış olduğu görülmektedir.

Son olarak H_z ışıma diyagramı, $\rho \approx 10a$ aralıklarla sönüme giden sinüzoidal dalga gibi bir seyir izlemektedir.



Şekil 3.22 $E_\phi(\rho, z)$ radyasyon diyagramında görülen yan-kulaklar (Bağıl genlik olarak)



Şekil 3.23 $H_p(\rho, z)$ radyasyon diyagramında görülen yan-kulaklar (Bağıl genlik olarak)

BÖLÜM 4

SONUÇLAR

Sonsuz geniş iletken düzlem üzerinde ‘a’ yarıçaplı dairesel açıklık ve açıklıktan ‘h’ kadar yükseklikte ‘b’ yarıçaplı akım halkası bulunan bir yapıya sahip bir açıklık anten ele alınmıştır. Açıklık antenlerin ışıma karakteristiklerinde değişik bir yaklaşım olarak “İntegral Gösterilim Yolu ile Kesin Sayısal Çözüm Yaklaşımı” sunulmuştur. Söz konusu yaklaşımda, alanların integral gösterilimlerindeki sabitlerin bulunması için sınır koşulları uygulanmıştır. Hankel ve Fourier Transformları uygulanarak elde edilen denklem sistemi, sayısal olarak ‘MATLAB 4.0 with Simulink’ programı yardımı ile çözülmüş ve integral gösteriliminde yer alan katsayılar tesbit edilmiştir. Daha sonra alanların $\phi=0$ düzlemindeki grafikleri çizilerek antenin ışıma diyagramları elde edilmiştir.

İşıma diyagramlarında yan-kulakların düşük seviyelerde olduğu gözlemlenmiştir. Açıklık yarıçapı küçültülünce yankulaklar azalacaktır. Ancak bu defa esas demet genişleyecektir. Açıklık yarıçapının artırılması halinde ise yankulaklar artmakla beraber seviyeleri düşecektir. Esas demette ise istenen sıkıştırılma sağlanacaktır.(Balanis ,1989, 1982)

Akım halkasında akıtılan akım değeri de artırılınca antende esas demet daha da uzayacaktır.

KAYNAKLAR

1. Akkaya, İ., 1975, "Anten Problemlerinde Fourier Dönüşümleri". İTÜ., İstanbul: 127-131, 205-223
2. Ali, S.M., Chew, W.C., Kong, J.A. July.1982, "Vector Hankel Transform Analysis of Annular-Ring Microstrip Antenna", IEEE- Trans Antennas and Propagation vol -30, no.4: pp. 637-644
3. Balanis C.A., 1982. "Antenna Theory Analysis and Design", John Wiley & Sons, Newyork
4. Balanis C.A.,1989."Advanced Engineering Electromagneticss", John Wiley & Sons, Newyork.
5. Bowman, F., "Introduction to Bessel Functions" Dover Publications, Newyork: pp.108-121.
6. Butler, C.M., Rahmat-Sami, Y., and Mittra, R. Jan.1978. "Electromagnetic penetration through apertures in conducting surfaces.", IEEE- Trans Antennas and Propagation vol 26: pp.82-93.
7. Chesley D.E. Oct.1992. " Design of a low sidelobe double difference beam for a circular apertures", IEEE- Trans Antennas and Propagation vol -40, no.10: pp.1187-1192
8. Chew, W.C, and Kong, J.A., Oct.1980. "Rezonzance of non-axial symetric nodes in circular microstrip rezonartors." J.Appl. Phys., vol.21, no.10: pp. 2590- 2598

9. Dominek A.K., and Peters, Jr., Oct. 1988. "RCS measurements of small circular holes", IEEE-Trans. Antennas and Propagation vol.38, no.10 : pp.1495-1497.
10. Harrington, R.F, 1961. "Time-Harmonic Electromagnetic Fields" McGraw-Hill Book Company, Newyork: 198-254 , 456-464
11. Harrington, R.F., 1968. "Field Computations by Moment Method", McMillan, Newyork.
12. Harrington R.F. and Mautz J.R., Nov. 1976. "A generalized network formulation for aperture problems" IEEE-Trans. Antennas and Propagations vol-24: pp.870-873
13. Leubbers, R., Kunz, K., Svhneider, M., Hunsberger, F. Apr. 1991. "A finite difference time domain near zone to far zone transformation." IEEE- Trans Antennas and Propagation vol 39 n0. 4: pp. 429-433
14. Leubbers,R. and Penny,C., May 1994., "Scattering From Apertures in Infinite Ground Planes", IEEE- Trans. Antennas and Propagation vol-42, no.5: pp.731-736.
15. Maclean T.S.M., 1986 "Principles of Antennas-Wire and Aperture", Cambridge Un. Press: pp.189-243
16. Park K.H., Eom H.J., Park T.J. Feb.1994. "Surface wave scattering from a notch in a dielectric-covered ground plane:TE mode Analysis." IEEE- Trans. Antennas and Propagation vol -42, no.2: pp 286-288

17. Pinsky, M.A., 1991. "Partial differential equations and boundary value problems with applications". McGraw-Hill Book Company: 188-193.
18. Sneddon, I.N., 1972, "The use of Integral Transforms", McGraw-Hill Book Comp. pp.7,36-42,80-82, 298-352, 447.
19. Taylor, T.T., 1960 "Design of circular apertures for narrow beamwidth and low sidelobes."IRE- Trans Antennas and Propagation vol-8. Pp. 17-22.
20. Watson., G.N., 1944. "Theory of Bessel Functions", Cambridge, pp. 450 476.
21. Wolff, E.A., 1988. "Antenna Analysis", Norwood MA. Artech House, pp.110-138
22. Wylie, C.R., 1975".Advanced Engineering Mathematics", McGraw-Hill, pp.252, pp.410-412.

EK.1

```

%   Denklem sisteminin matrisel hale dönüştürülmesinden sonra
%   katsayılar matrisinin inversini hesaplayan "k24.m" dosyası ve
%   sağ taraftaki sütun matrisi hesaplayan "sm.m" dosyası  $\gamma : g$ 
%   ve  $\beta : b$  'nin (1,20) arasındaki değişimine göre  $B_1 \dots F_3$ 
%   sabitlerini hesaplayarak bu sabitlere göre alan ifadelerini
%   bulan MATLAB 4.0 program akışı
clear
for g=1:20
    for b=1:20
        m=k24(g,b)*sm(g,b);
        if isinf(m) == 0;yukle;clear m;
        else
            m=k24(g,b+1)*sm(g,b+1);yukle;clear m;
        end
    end
end
save sabit

```

```

function yukle
b1(g,b)=m(1);c1(g,b)=m(2);d1(g,b)=m(3);f1(g,b)=m(4);
ba(g,b)=m(5);be(g,b)=m(6);ca(g,b)=m(7);ce(g,b)=m(8);
da(g,b)=m(9);de(g,b)=m(10);fa(g,b)=m(11);fe(g,b)=m(12);
b3(g,b)=m(13);c3(g,b)=m(14);d3(g,b)=m(15);f3(g,b)=m(16);
t1(g,b)=m(17);t2(g,b)=m(18);t3(g,b)=m(19);t4(g,b)=m(20);
t5(g,b)=m(21);t6(g,b)=m(22);t7(g,b)=m(23);t8(g,b)=m(24);

```

```

%  $E_\phi(\rho, z)$  hesaplamaları
load veri;load sabit
r1=1;r2=1;r3=1;r4=1;r5=1;r6=1;
z1=1;z2=1;z3=1;z4=1;z5=1;z6=1;
for r=(1.5*aa)/15:(1.5*aa)/15:(1.5*aa)
    for z=(2*h/8):(2*h/8):(2*h)
        if (r <= bb)
            if (z > h )
                ef1by(r1,z1)=ef1b(r,z);
                z1=z1+1;if (z==2*h)
                    r1=r1+1
                    z1=1;end
            else
                ef2by(r2,z2)=ef2b(r,z);
                z2=z2+1;if (z==h)
                    r2=r2+1
                    z2=1;end
            end
        elseif ( r <= aa )
            if (z > h )

```

```

        ef1ay(r3,z3)=ef1a(r,z);
        z3=z3+1;if (z==2*h)
            r3=r3+1
            z3=1;end

        else
            ef2ay(r4,z4)=ef2a(r,z);
            z4=z4+1;if (z==h)
                r4=r4+1
                z4=1;end
            end
        else
            if (z > h )
                ef1uy(r5,z5)=ef1u(r,z);
                z5=z5+1;if (z==2*h)
                    r5=r5+1
                    z5=1;end
            else
                ef2uy(r6,z6)=ef2u(r,z);
                z6=z6+1;if (z==h)
                    r6=r6+1
                    z6=1;end
            end
        end
    end;disp('ef')
end
save ef ef1ay ef1by ef1uy ef2ay ef2by ef2uy

```

```

% $E_\phi$  ( $\rho > a$ ,  $z > h$  için)

function f=ef1u(r,z)
load sabit;load veri;
n=1;
for g=1:20
    k(g)=sum(f1(g,[1:20]).*hankely(v,[1:20].*r).*exp(i*g*z));
end
f=sum(k);

```

```

% $H_\rho$  ( $\rho > a$ ,  $z > h$  için)

function f=hr1u(r,z)
load veri;load sabit
for g=1:20
    k(g)=-sum(f1(g,[1:20]).*hankely(v,[1:20].*r).*exp(i*g*z)*i*g);
end
f=sum(k);

```

```

% $H_z$  ( $\rho > a$ ,  $z > h$  için)

```

```

function f=hr1u(r,z)
load veri;load sabit
for g=1:20
    k(g)=-sum(f1(g,[1:20]).*hankely(v,[1:20].*r).*exp(i*g*z)*i*g);
end
f=sum(k);
function f=ef1a(r,z)

```

% E_ϕ alan hesabı $\rho < b$ $z < h$ için

```

function f=ef1b(r,z)
load sabit;load veri
for g=1:20
    k(g)=sum(b1(g,[1:20]).*besselj(v,[1:20].*r).*exp(i*g*z));
end
f=sum(k);function f=hr1b(r,z)

```

% H_ρ alan hesabı $\rho < b$ $z < h$ için

```

load sabit;load veri
n=1;
for g=1:20
    k(g)=-sum(b1(g,[1:20]).*besselj(v,[1:20].*r).*exp(i*g*z)*i*g);
end
f=sum(k);

```

% H_z alan hesapları $\rho < b$ $z < h$ için

```

function f=hz1b(r,z)
load sabit;load veri
for g=1:20
    k(g)=sum(b1(g,[1:20]).*[besselj(v,[1:20].*r)+[1:20].*r.*besseljt(v,[1:20],r)].*exp(i*g*z)
);
end
f=sum(k);

```

%Katsayılar matrisinin inversini hesaplayan MATLAB Programı

```
function invers=k24(g,b)
load veri
h1a=hankelj(0,b*aa);en=exp(-j*g*h);
ep=exp(j*g*h); ...
e2g=exp(-2*j*g*h);zb=j*2*pi*2e+9*4*pi*1e-7;
h1b=(hankelj(0,b*bb));h2a=(hankely(0,b*aa));tb=-b/(2*pi); ...
tp=-1/(pi*2);h2b=(hankely(0,b*bb));
b1b=(besselj(0,b*bb)); h1ab=hankelj(0,b*(bb+aa)/2);
h1h=2;ph1h=2*pi*h1h;
h2ab=hankely(0,b*(bb+aa)/2);h2bb=hankely(0,b*(3*bb+aa)/4);
h2h=0;ph2h=2*pi*h2h;h1bb=hankelj(0,b*(bb*3+aa)/4);

k=[ep 0 0 0 -ep -en 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%1
0 ep*h1a ep*h2a 0 0 0 -ep*h1a -en*h1a ep*h2a en*h2a 0 0 0 0 ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%2
0 ep*h1b ep*h2b 0 0 0 -ep*h1b -en*h1b ep*h2b en*h2b 0 0 ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%3
0 ep*h1ab ep*h2ab 0 0 0 -ep*h1ab -en*h2ab ep*h2ab en*h2ab ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%4
0 0 0 ep 0 0 0 0 0 0 ep -en 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%5
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -h1a -h2a h2a 0 0 0 0 0 0 0 0;%6
0 -h1a -h2a 0 h2a 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%7
0 0 0 0 0 0 -h1a 0 -h2a 0 h2a 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%8
0 0 0 0 0 0 0 -h1a 0 -h2a 0 h2a 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%9
-b1b h1b -h2b 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%10
0 0 0 0 -b1b 0 h1b 0 -h2b 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%11
0 0 0 0 0 -b1b 0 h1b 0 -h2b 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%12
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -b1b h1b -h2b 0 0 0 0 0 0 0 0;%13
-i*g 0 0 0 i*g*e2g -i*g 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%14
0 -i*g*h1h -i*g*h2h 0 0 0 i*g*h1h -i*g*h1h*e2g ...
i*g*h2h -i*g*h2h*e2g 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%15
%0 0 0 -ep 0 0 0 0 0 0 ep -en 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%16
0 ep*h1bb ep*h2bb 0 0 0 -ep*h1bb -en*h1bb ep*h2bb ...
en*h2bb 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%16

0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 -tb/zb 0 0 0 0 0 0 0 0;%17
0 0 0 0 0 0 h1h h1h h2h h2h 0 0 0 -h1h -h2h 0 0 -tb/zb ...
0 0 0 0 0 0;%18
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 h2h h2h 0 0 0 -h2h 0 0 -tb/zb 0 0 0 0 0 0;%19
0 0 0 0 i*g -i*g 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%20
0 0 0 0 0 0 h1h*i*g -h1h*i*g h2h*i*g -h2h*i*g 0 0 0 ...
h1h*i*g i*g*h2h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%21
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 i*g*h2h -i*g*h2h 0 0 0 i*g*h2h 0 0 0 0 ...
0 0 0 0 0 0;%22
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 h2h h2h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%23
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 h2h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;%24
invers=inv(k);
```

EK.2

1. CİNS BESSEL FONKSİYONUNU HESAPLAYAN MATLAB 4.0 PROGRAMI

```

function b = besselj(alpha,xx)
%BESELJ Bessel functions of the first kind.
%   J = BESELJ(ALPHA,X) computes Bessel functions of the first kind,
%   J_sub_alpha(X) for real, non-negative order ALPHA and argument X.
%   In general, both ALPHA and X may be vectors. The output J is
%   an m-by-n matrix with m = length(X), n = length(ALPHA) and
%   J(i,k) = J_sub_alpha(k)(X(i)).
%   The elements of X can be any nonnegative real values in any order.
%   For ALPHA, however, there are two important restrictions: the
%   increment in ALPHA must be one, i.e. ALPHA = alpha:1:alpha+n-1,
%   and the values must satisfy 0 <= alpha(k) <= 1000.
% Check for real, non-negative arguments.
if any(imag(xx)) | any(xx < 0) | any(imag(alpha)) | any(alpha < 0)
    error('Input arguments must be real and nonnegative.')
end
if isempty(alpha) | isempty(xx)
    bk = [];
    return
end
% Break alpha into integer and fractional parts,
% and initialize result array.
nfirst = fix(alpha(1)); nb = fix(alpha(length(alpha))) + 1;
if ~(nb <= 1001)
    error('Alpha must be <= 1000.')
end
if length(alpha) > 1
    if any(abs(diff(alpha)-1) > 4*nb*eps)
        error('Increment in alpha must be 1.')
    end
end
resize = (length(alpha) == 1);
if resize, resize = size(xx); end
xx = xx(:); b = NaN*ones(length(xx),nb); alpha = alpha(1) - nfirst;
% Two-term ascending series for small x.
v = find(xx < 1.e-4);
if any(v)
    x = xx(v); tempa = ones(size(x)); alpem = 1 + alpha; halfx = 0.5*x;
    if (alpha ~= 0)
        tempa = halfx.^alpha/(alpha*gamma(alpha));
    end
    tempb = -halfx.*halfx; b(v,1) = tempa + tempa.*tempb/alpem;
    if (nb ~= 1)
% Calculate higher order functions.
        tempc = halfx;
        for n = 2:nb
            tempa = tempa/alpem; alpem = alpem + 1;
            tempa = tempa.*tempc; b(v,n) = tempa + tempa.*tempb/alpem;
        end
    end
end
end
%
```

```

% Asymptotic series for large x when nb is not too large.
%
v = find((xx > 25) & (nb <= xx+1));
if any(v)
    x = xx(v); xc = sqrt(2./(pi*x)); xin = (1./(8*x)).^2; m = 11;
if all(x >= 35), m = 8; end
    if all(x >= 130), m = 4; end
    xm = 4*m;
% Argument reduction for sin and cos routines.
% twopi1 + twopi2 = 2 * pi to extra precision.
twopi1 = 201/32; twopi2 = 0.001935307179586476925286767;
t = round(x/(2*pi));
z = (x-t*twopi1) - t*twopi2 - (alpha+0.5)*pi/2;
vsin = sin(z); vcos = cos(z); gnu = alpha + alpha;
for i = 1:2
    s = ((xm-1)-gnu)*((xm-1)+gnu)*xin*0.5; t = (gnu-(xm-3)).*(gnu+(xm-3));
capp = s.*t/prod(1:2*m); t1 = (gnu-(xm+1)).*(gnu+(xm+1));
    capq = s.*t1/prod(1:2*m+1); xk = xm; k = m + m; t1 = t;
for j = 2:m
    xk = xk - 4; s = ((xk-1)-gnu).*((xk-1)+gnu);
t = (gnu-(xk-3)).*(gnu+(xk-3)); capp = (capp+1/prod(1:k-2)).*s.*t.*xin;
capq = (capq+1/prod(1:k-1)).*s.*t1.*xin; k = k - 2; t1 = t;
end
    capp = capp + 1; b(v,i) = xc.*(capp.*vcos-capq.*vsin);
    capq = (capq+1).*(gnu*gnu-1).*(1./(8*x));
if (nb == 1), break, end
    t = vsin; vsin = -vcos; vcos = t; gnu = gnu + 2;
end
    gnu = alpha + alpha + 2;
    for j = 3:nb
        b(v,j) = gnu*b(v,j-1)./x - b(v,j-2); gnu = gnu + 2;
    end
end
% For most x, use three-term recurrence.
v = find((xx >= 1.e-4) & ((xx <= 25) | (nb > xx+1)));
if any(v)
    x = xx(v); ncalc = 0; magx = max(x); nbmx = nb - floor(magx);
n = floor(magx) + 1; en = n+n + (alpha+alpha); plast = 1; p = en/magx;
% Calculate general significance test.
test = 2/eps;
if (nbmx >= 3)
% Calculate p*s until n = nb-1. Check for possible overflow.
tover = eps*realmax;
nstart = floor(magx) + 2; nend = nb - 1; en = nstart+nstart - 2 + (alpha+alpha);
for k = nstart:nend
    n = k; en = en + 2; pold = plast; plast = p; p = en*plast/magx - pold;
if p > tover
% To avoid overflow, divide p*s by tover.
% Calculate p*s until abs(p) > 1.
tover = realmax; p = p/tover; plast = plast/tover;
psave = p; psavel = plast; nstart = n + 1;
while p <= 1
    n = n + 1; en = en + 2;
pold = plast; plast = p; p = en*plast/magx - pold;
end

```

```

    tempb = en/magx;
%    Calculate backward test and find ncalc, the highest n
%    such that the test is passed.
    test = pold*plast*(0.5-0.5/(tempb*tempb)); test = eps*test;
p = plast*tover; n = n - 1; en = en - 2;
nend = min(nb,n); ncalc = nend;
    for l = nstart:nend
        pold = psavel; psavel = psave; psave = en*psavel/magx - pold;
if psave*psavel > test
        ncalc = l - 1;
        break
    end
    end
    break
end
end
if ncalc == 0
    n = nend; en = n+n + (alpha+alpha);
%    Calculate special significance test for nbmx > 2.
    test = max(test,max(sqrt(plast/eps)*sqrt(p+p)));
    end
end
%    Calculate p*s until significance test passes.
if ncalc == 0
    ncalc = nb;
    while p < test
        n = n + 1; en = en + 2; pold = plast;
        plast = p; p = en*plast/magx - pold;
    end
end
%    Initialize the backward recursion and the normalization sum.
n = n + 1; en = en + 2; tempb = zeros(size(x));
tempa = ones(size(x))/p; m = 2*n - 4*fix(n/2);
sum = zeros(size(x)); em = fix(n/2);
    alpem = (em-1) + alpha; alp2em = (em+em) + alpha;
if (m ~= 0), sum = tempa*alpem*alp2em/em; end
nend = n - nb;
if (nend > 0)
%    Recur backward via difference equation, calculating (but not
%    storing) b(:,n), until n = nb.
    for l = 1:nend
        n = n - 1; en = en - 2; tempc = tempb; tempb = tempa;
tempa = (en*tempb)./x - tempc;
        m = 2 - m;
        if (m ~= 0)
            em = em - 1;
            alp2em = (em+em) + alpha;
            if (n == 1), break, end
            alpem = (em-1) + alpha;
            if (alpem == 0), alpem = 1; end
            sum = (sum+tempa*alp2em)*alpem/em;
        end
    end
end
end
%    Store b(:,nb).

```

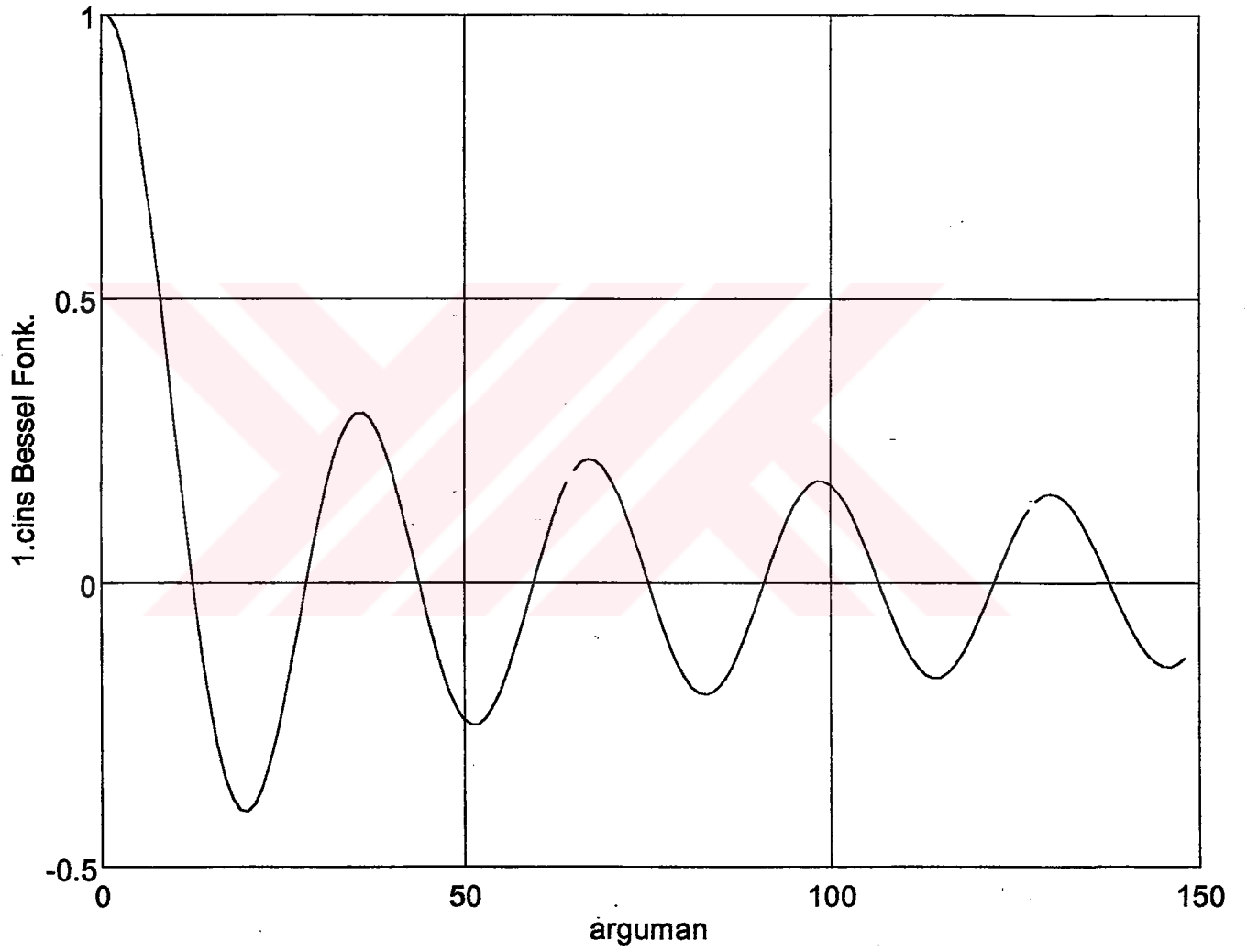
```

    b(v,n) = tempa;
    if (nend >= 0)
        if (nb <= 1)
            alp2em = alpha;
            if ((alpha+1) == 1), alp2em = 1; end
            sum = sum + b(v,1)*alp2em;
        else
            % Calculate and store b(:,nb-1).
            n = n - 1;
            en = en - 2;
            b(v,n) = (en*tempa)./x - tempb;
            if (n == 1), m = 2; end; m = 2 - m;
            if (m == 0)
                em = em - 1;
                alp2em = (em+em) + alpha; alpem = (em-1) + alpha;
                if (alpem == 0), alpem = 1; end
                sum = (sum+b(v,n)*alp2em)*alpem/em;
            end
        end
    end; nend = n - 2;
    if (nend > 0)
        % Calculate via difference equation and store b(:,n), until n = 2.
        for l = 1:nend
            n = n - 1; en = en - 2; b(v,n) = (en*b(v,n+1))./x - b(v,n+2); m = 2 - m;
            if (m == 0)
                em = em - 1; alp2em = (em+em) + alpha; alpem = (em-1) + alpha;
                if (alpem == 0), alpem = 1; end
                sum = (sum+b(v,n)*alp2em)*alpem/em;
            end
        end
    end
    % Calculate b(:,1), i necessary.
    if nb > 1,
        if n > 1
            b(v,1) = 2*(alpha+1)*b(v,2)./x - b(v,3);
        end
        em = em - 1;
        alp2em = (em+em) + alpha;
        if (alp2em == 0), alp2em = 1; end
        sum = sum + b(v,1)*alp2em;
    end
    % Normalize. Divide all b(:,n) by sum.
    if alpha > eps
        sum = gamma(alpha)*sum.*(x*0.5).^(-alpha);
    end
    for n = 1:nb
        b(v,n) = b(v,n)./sum;
    end
    % Return the requested index range
    b = b(:,nfirst+1:nb);
    if resize
        b = reshape(b,resize(1),resize(2));
    end

```

BESSEL FONKSİYONLARI

Aşağıda sıfırıncı mertebeden 1. cins Bessel fonksiyonunun $x \in (0,15)$ arasındaki değişimi görülmektedir.

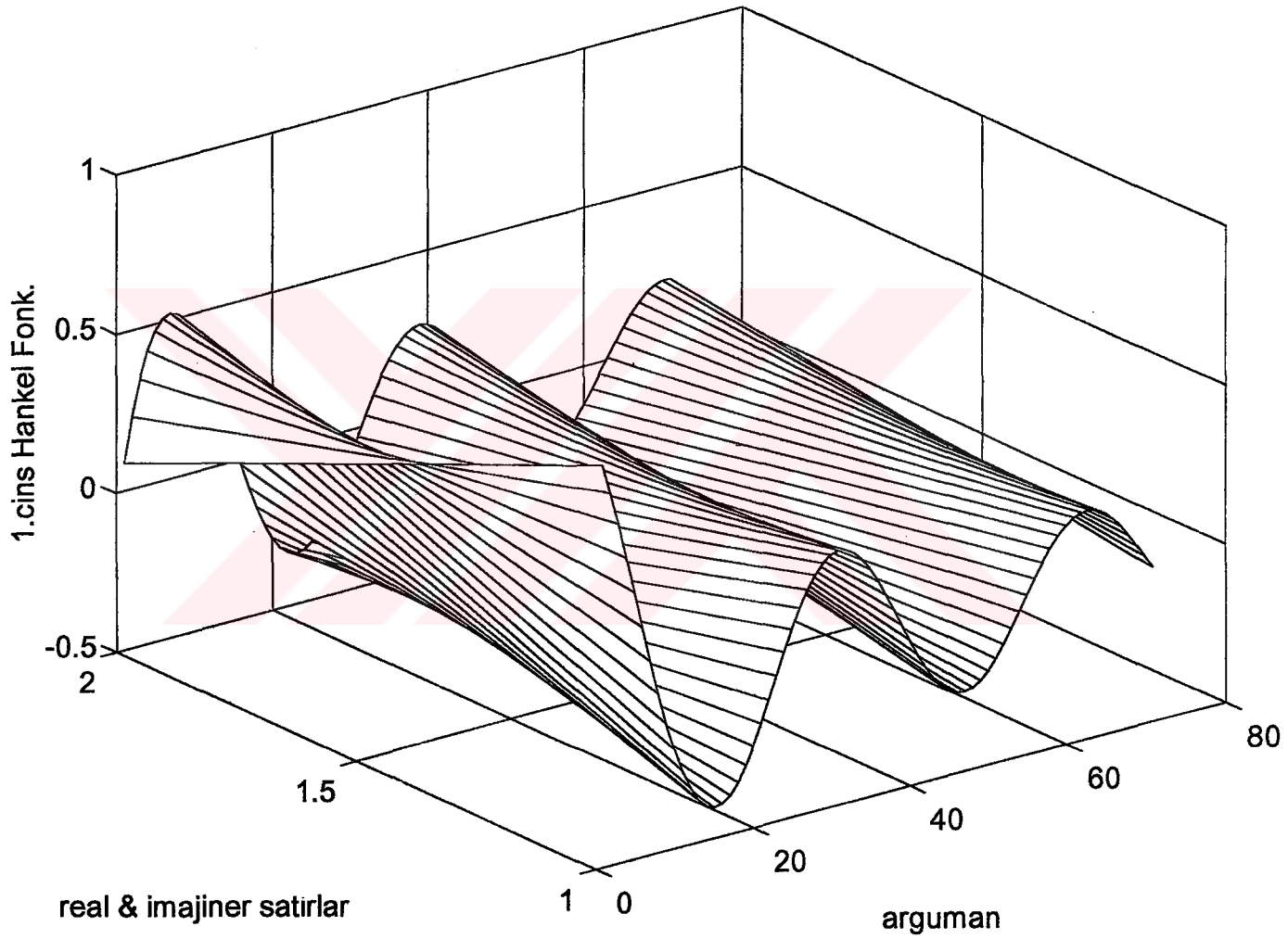


Şekil E.1 Argüman $x \in (0,15)$ için $J_0(x)$ 'in değişimi

EK 3

HANKEL FONKSİYONLARI

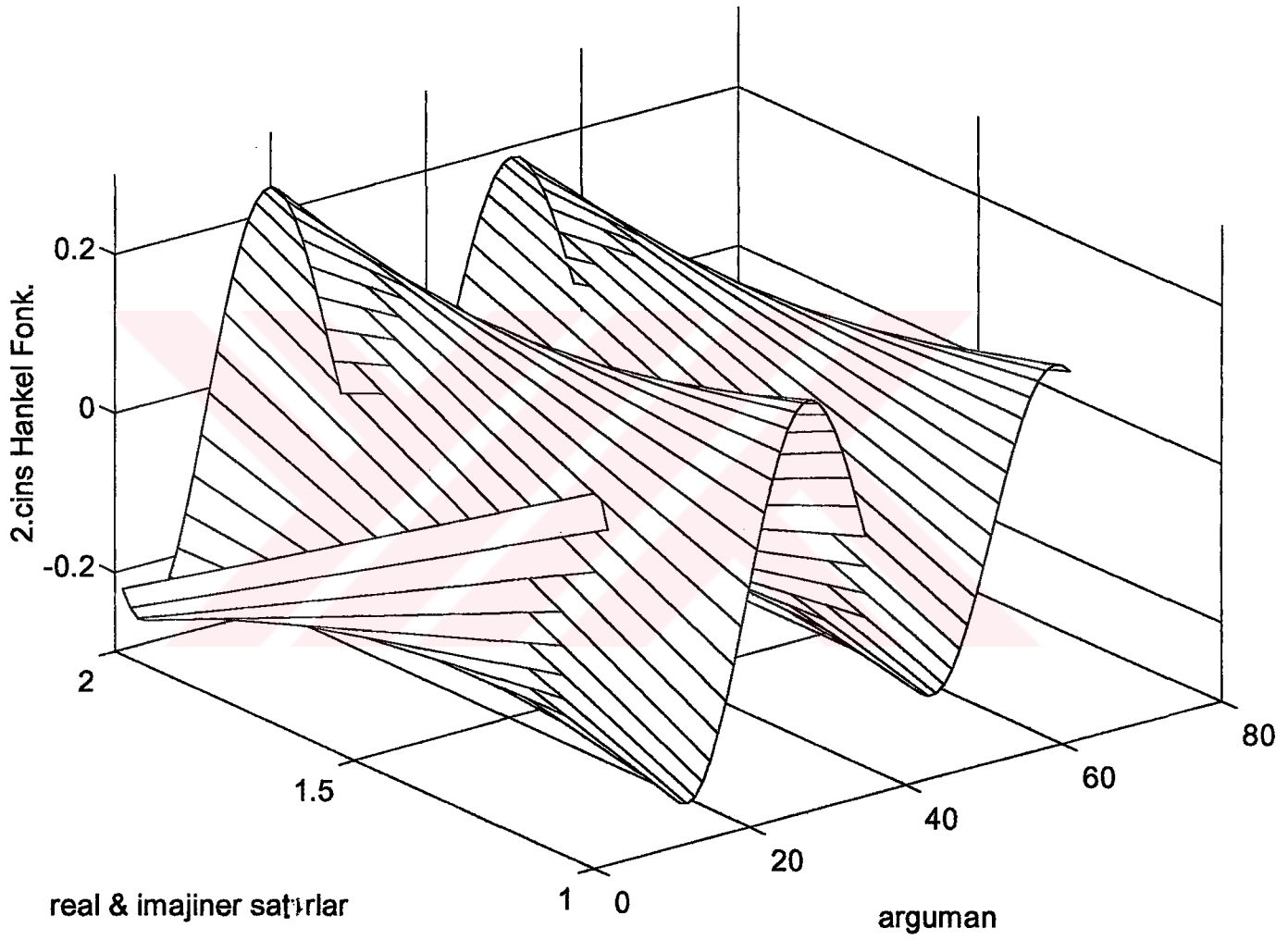
Aşağıda sıfırıncı mertebeden 1. cins Hankel fonksiyonunun reel ve imajiner kısımlarının argüman $x \in (0,1,30)$ arasındaki değişimi görülmektedir.



Şekil E.2 Argüman $x \in (0,15)$ için $H_0^{(1)}(x)$ ' in reel ve imajiner kısımlarının değişimi

HANKEL FONKSİYONLARI

Aşağıda sıfırıncı mertebeden 2. cins Hankel fonksiyonunun reel ve imajiner kısımlarının argüman $x \in (0,1,30)$ arasındaki değişimi görülmektedir.



Şekil E.3 Argüman $x \in (0,15)$ için $H_0^{(2)}(x)$ 'in reel ve imajiner kısımlarının değişimi

ÖZGEÇMİŞ

1970 yılında Malatya'nın Yeşilyurt ilçesinde doğan **Hakan Paşa Partal**, ilk ve orta okulu Yeşilyurt'ta, liseyi ise İstanbul-Bakırköy'de tamamladı(1987). Aynı yıl "Yıldız Üniversitesi - Mühendislik Fakültesi - Elektrik Mühendisliği Bölümü" nı kazanan Partal, 1991 yılında bu bölümden mezun oldu.

1992 yılı Mart ayında aynı bölümün Elektrik Makinaları Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevliliğini, Eylül ayında ise aynı üniversitenin Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisansı kazanarak akademik çalışmaya başlamıştır.

"Mikroşerit Antenlerin Rezonans Frekanslarının Teorik ve Deneysel Analizi" konusunda lisansüstü öğrencisi olarak "Fen Bilimleri Enstitüsü" bünyesinde seminer vermiştir.

Mersin Üniversitesi'nde Nisan 1994 tarihinde düzenlenen "Çevre ve Enerji Sempozyumu"nda, *"Nükleer Santralların Çevreye Etkileri Bakımından Konvansiyonel Santrallarla Karşılaştırılması"* konulu bildirisi vardır.

The Institute of Electrical and Electronics Engineers (*IEEE*) ve Elektrik Mühendisleri Odası (*EMO*) üyesi olup, İngilizce bilmektedir.