

29710

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ELEKTRİK DEVRELERİNİN SAYISAL YÖNTEMLERLE
BİLGİSAYAR DESTEKLİ ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELK.MÜH. ALİ BEKİR YILDIZ

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

İSTANBUL 1993

ÖNSÖZ

Teknolojik alandaki hızlı gelişmeler , bilgisayar kullanımını zorunlu hale getirmiştir. Bir çok kullanım sahasına sahip olan bilgisayar , elektrik devrelerinin çözümünde de önemli yer tutar. Günümüzde devre analizi ile ilgili çeşitli paket programlar mevcuttur. Bu çalışmada genel amaçlı bilgisayar simülasyon programlarının geliştirilmesinde gerekli olan temel kavramlar ve özellikler ile ilgili sayısal yöntemler incelenmiş ve bunlara ilişkin programlar verilmiştir.

Bu tezin hazırlanmasında beni sürekli olarak destekleyen ve yardımlarını esirgemeyen sayın hocam Y.Dç.Dr Nurettin ABUT'a teşekkür ederim.

iÇİNDEKİLER	11
ÖZET	1v
SUMMARY	v
BÖLÜM 1. DEVRE GRAFI VE KIRCHOFF KANUNLARININ BİLGİSAYAR İLE İFADE EDİLMESİ	1
1.1. Graf Matrisleri	2
1.1.1. Temel Çevre Matrisi	2
1.1.2. Temel Kesitleme Matrisi	3
1.1.3. Düğüm Matrisi	4
1.2. Graf Matrisleri ile Eleman Değişkenleri Arasındaki Temel Bağıntılar	5
1.3. A,B ve Q Matrislerinin Bilgisayar ile Oluşturulması	8
1.3.1. Bir Ağaç Bulma	8
BÖLÜM 2. DÜĞÜM DENKLEMLERİ İLE LINEER DEVRE ANALİZİ	11
2.1. Lineer RLC Devrelerinin Düğüm Gerilimleri Yöntemi ile Analizi	11
2.2. Karma Eleman Tanımı ile Düğüm Denklemlerinin Bilgisayar ile ifade Edilmesi	12
2.2.1. Lineer Resistif Devrelerin Analizi	15
2.2.2. Sinüsoidal Sürekli Hal Analizi	19
2.2.3. Düğüm Admitans Matrisi ve Akım Kaynağı Vektörünün Direkt Oluşturulması	23
BÖLÜM 3. LINEER OLMAYAN DİRENÇLİ DEVRELERİN AYRIK EŞDEĞER VE DÜĞÜM DENKLEMLERİ YÖNTEMİ İLE ANALİZİ	28
3.1. Lineer Olmayan Direnç Elemanlarının Newton-Raphson Yöntemine Karşı Düşen Ayrık Lineer Eşdeğerleri	28
3.2. Düğüm Denklemlerinin ifade Edilmesi	37
3.2.1. Newton-Raphson Yöntemi ile Düğüm Denklemlerinin Çözümü	41

BÖLÜM 4. RESİSTİF n-KAPILININ HYBRİD YAKLAŞIMI İLE ANALİZİ	45
4.1. Lineer Resistif n-Kapılı'nın İfade Edilmesi	46
4.2. Kaynak Bulunmayan Lineer Resistif n-Kapılı	50
4.3. Bağımsız Kaynak İçeren Lineer Resistif n-Kapılı	54
4.4. Kontrollü Kaynak İçeren Lineer Resistif n-Kapılı	56
4.4.1. Kontrollü Kaynakların Çıkarılma Metodu	57
4.4.2. Sistematik Eleme Metodu	62
4.5. En Genel Durumda n-Kapılı Matrislerinin İfade Edilmesi	65
BÖLÜM 5. DURUM DENKLEMLERİ YÖNTEMİ İLE LINEER DEVRE ANALİZİ	70
5.1. Durum Denklemlerinin Bilgisayar ile İfade Edilmesi	72
5.2. Durum Denklemlerinin Sayısal Çözümü	80
5.2.1. Geçici Hal Analizi	81
5.2.2. Sürekli Hal Analizi	88
BÖLÜM 6. TRANSFER FONKSİYONLARININ ELDE EDİLMESİ	92
6.1. Souriau-Frame Algoritması	93
6.2. Özdeğer Problemi	95
KAYNAKLAR	102
EKLER	103
ÖZGEÇMİŞ	113

ÖZET

Bu çalışmada , Lineer ve Lineer olmayan elektrik devrelerinin sayısal yöntemler yardımıyla bilgisayar destekli analizi ele alınmıştır. Bu amaçla yazılan bilgisayar simülasyon programlarının , devre denklemlerini oluşturmada ve bu denklemlerin çözümünde kullandıkları teknikler incelenmiştir.

Kirchoff Kanunlarının bilgisayar ile sistematik olarak oluşturulması, Lineer devrelerin düğüm denklemleri yöntemiyle sürekli hal analizi, Durum denklemleri yöntemi ile geçici ve sürekli hal analizi ve sayısal çözümleri, n-kapılı lineer devrelerin Hybrid yaklaşımı ile analizi Lineer olmayan resistif devrelerin Ayrık Eşdeğer yöntemi ve Düğüm denklemleri yöntemi ile analizi ve bir devrenin davranışı ile ilgili olarak Transfer fonksiyonlarının elde edilmesine ilişkin sayısal yöntemler incelenmiştir.

SUMMARY

In this thesis, Computer Aided Analysis of Linear and nonlinear electrical circuits have been examined by using numerical methods. The essential concepts and properties which are required in the development of general-purpose computer simulation programs have been explained.

The steady state analysis of linear circuits by the nodal equations, The transient and steady analysis of linear circuits by the state equations, The nonlinear resistive circuits by the discrete circuit equivalent of Newton-Raphson nodal analysis , Linear n-ports by the Hybrid analysis approach and the obtaining of the transfer functions have been investigated

BÖLÜM 1. DEVRE GRAFI VE KIRCHOFF KANUNLARININ BİLGİSAYAR İLE İFADE EDİLMESİ

Bir elektrik devresi çeşitli devre elemanlarından oluşur. Bu elemanlar bir araya geldiğinde, devrenin davranışını belirlerler. Devre elemanları bir sistem oluşturduğunda, her bir devre elemanı için, bu eleman sistemden ayırık bir durumda tanımlanmış olan ve yalnız o elemana ait uç büyüklükleri, bu devre elemanı sistem içinde bulunurken, artık birbirinden tamamen bağımsız kalamazlar. Devre elemanlarının birbirleriyle bağlanmaları nedeniyle ortaya çıkan bu bağımlılığı Devre Grafi veya Devre Diyagramı adı verilen, uç grafların oluşturduğu geometrik şekil yardımıyla incelemek mümkündür. Herhangi bir devre Kirchoff Gerilim Kanunu (KVL), Kirchoff Akım Kanunu (KCL) ve devre elemanlarının karakteristikleri ile tanımlanır. Bu bölümde, genel amaçlı Bilgisayar Simülasyon Programlarının gelişmesinde gerekli olan temel kavramlar ve özellikler incelenecektir.

Lineer ve lineer olmayan devrelerin büyük bir kısmı 2 uçlu elemanların bağlantıları ile oluşan bir devre ile modellenenbilir. Böyle bir devre modeli, şu bilgileri içermelidir.

1. Elemanların nasıl bağlandığı,
2. Eleman akım ve gerilimlerinin referans yönleri,
3. Eleman karakteristikleri .

Devre ile ilgili 1. ve 2. maddeleri ifade etmenin en iyi yolu, devrenin Yönlü Grafini (G_d) çizmektir. Yol çevre, kesitleme ve ağaç kavramları devre analizinde önemli yer tutar. Örneğin, Bir ağaç bağımsız, KVL ve KCL denklemlerinin sistematik gösterimi için, Yollar Lineer sistemlerin işaret akış diyagramlarında kullanılır.

G_d grafi , devre elemanlarının referans yönlerini ve bağlantılarını tam olarak tanımlamasına rağmen, böyle bir yapı sayısal bilgisayar programları ile işlem yapmak için uygun değildir. incelenecek olan Graf matrisleri bu amaçlar için oldukça uygundur.

1.1. GRAF MATRİSLERİ

Bileşik bir grafta seçilen herhangi bir ağaç yardımıyla oluşturulan başlıca Graf matrisleri: Temel çevre Temel kesitleme ve Düğüm matrisleridir.

1.1.1. Temel Çevre Matrisi

Bileşik bir G_d grafında, seçilen ağaca ilişkin temel çevrelerin belirlediği $(n_e - n_d + 1) \times n_e$ boyutlu matristir.

$$B_t = B = [b_{ij}]$$

Burada ,

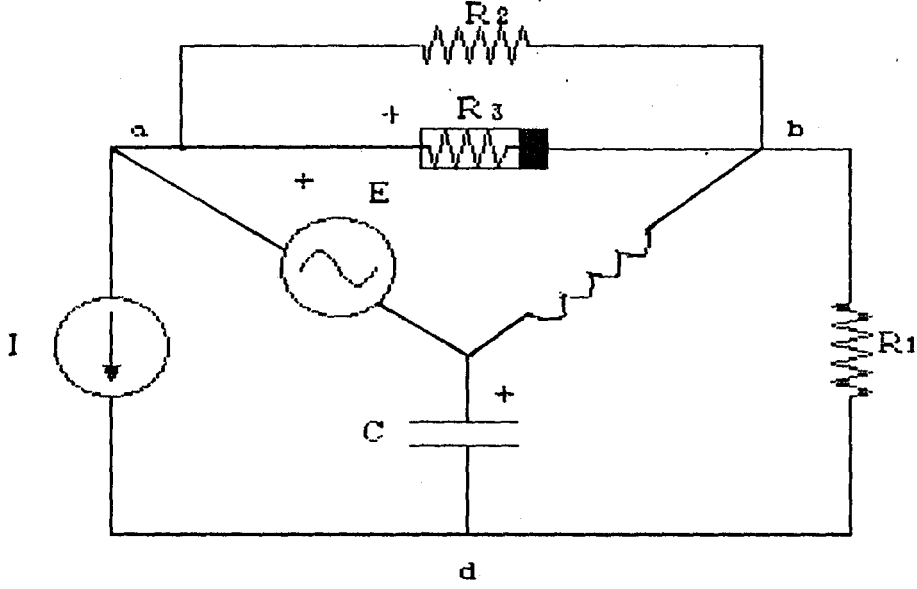
$b_{ij} = +1$ j. eleman i. temel çevrede ve çevre yönleri aynı
 $b_{ij} = -1$ j. eleman i. temel çevrede ve çevre yönleri ters
 $b_{ij} = 0$ j. eleman i. temel çevrede değil

Örnek 1.1 : Şekil 1.1'de verilen devrede $(E,C,R1)$ elemanları dal olarak alındığında B_t matrisi,

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & . & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & . & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & . & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & . & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [B_T \mid U] \quad (1.1)$$

biçiminde olur.



Şekil 1

Kirchoff Gerilim Kanununa göre, bir çevre boyunca gerilimlerin cebirsel toplamı sıfırdır. $v(t)$ gerilim vektörü olmak üzere bu kanun ;

$$\sum B.v(t) = 0 \quad (1.2)$$

şeklinde ifade edilir.

1.1.2. Temel Kesitleme Matrisi

Bileşik bir G_d grafında, seçilen ağaca ilişkin temel kesitlemelerin belirlediği $(n_d-1) \times n_e$ boyutlu matristir.

$$Q_t = Q = [q_{ij}]$$

Burada ;

$q_{ij} = +1$ j. eleman i. temel kesitlemede ve kesitleme yönleri aynı

$q_{ij} : -1$ j. eleman i. temel kesitlemede ve kesitleme yönleri ters
 $q_{ij} : 0$ j. eleman i. temel kesitlemede değil

Örnek 1.2 : Şekil 1.1'de verilen devrede (E,C,R1) elemanları dal olarak alındığında Q_t matrisi;

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & . & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & . & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & . & 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q = [U \mid Q_L] \quad (1.3)$$

biçiminde olur.

Kirchoff Akım Kanununa göre, bir kesitlemeye giren akımların cebirsel toplamı sıfırdır. $i(t)$ akım vektörü olmak üzere bu kanun ;

$$\underset{\sim}{Q} \cdot \underset{\sim}{i}(t) = \underset{\sim}{0} \quad (1.4)$$

şeklinde ifade edilir.

1.1.3. Düğüm Matrisi

G_d grafı ile ilgili tüm bilgileri içeren $(n_d \times n_e)$ boyutlu matristir.

$$A_d = [a_{ij}]$$

Burada ;

$a_{ij} : +1$ j. eleman i. düğüme bağlı ve düğümden ayrılıyorsa
 $a_{ij} : -1$ j. eleman i. düğüme bağlı ve düğüme yaklaşıyorsa
 $a_{ij} : 0$ j. eleman i. düğüme bağlı değilse

Örnek 1.3 : Şekil 1.1'deki devrenin Düğüm matrisi;

$$A_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

biçiminde olur.

A_a matrisinin her sütununda +1 ve -1 olduğundan, A_a n_d satıra sahip olmasına karşın rankı yani bağımsız satır sayısı n_d-1 ' den büyük olamaz. A_a 'nın herhangi bir satırının silinmesi ile elde edilen matrise indirgenmiş Düğüm matrisi (A) denir. Silinen satıra karşı düşen düğüme referans düğüm denir. A matrisinin satırlarının bağımsız olduğu [2]' de gösterilmiştir. Kirchoff Akım Kanunu düğüm matrisi içinde yazılır.

$$A_a \cdot i(t) = 0 \quad \text{veya} \quad A \cdot i(t) = 0 \quad (1.5)$$

~ ~ ~ ~ ~

n_d düğümlü G_d grafında, A matrisinin n_d-1 sütunu ancak ve ancak bu sütunlara karşı düşen elemanlar bir ağaç oluştururlarsa, lineer olarak bağımsızdır [2]. Bu durumda A matrisi ;

$$A = [A_T \mid A_L] \quad (1.6)$$

şeklinde bölmelenebilir. A_T 'nin sütunları seçilen T ağacının dallarına ve A_L 'nin sütunları ise kırıqlara karşı düşer. A matrisi devrenin geometrisini bilgisayara tanıtmakta kullanılan bir matristir

1.2. GRAF MATRİSLERİ İLE ELEMAN DEĞİŞKENLERİ ARASINDAKİ TEMEL BAĞINTILAR

Bileşik bir G_d grafında, seçilen T ağacına ilişkin graf matrisleri ve elemanların akım ve gerilimleri ;

$$\begin{aligned} A &= [A_T \mid A_L] \\ B &= [B_T \mid U] \quad , \quad v = \begin{bmatrix} v_T \\ v_L \end{bmatrix} \quad , \quad i = \begin{bmatrix} i_T \\ i_L \end{bmatrix} \\ Q &= [U \mid Q_L] \end{aligned}$$

şeklinde yazılır.

B ve Q matrisleri arasındaki bağıntılar (1.7) ve (1.8) ile verilmiştir.

$$B_T = -Q_L^t \quad \text{ya da} \quad Q_L = -B_T^t \quad (1.7)$$

$$Q \cdot B^t = 0 \quad \text{ya da} \quad B \cdot Q^t = 0 \quad (1.8)$$

A_T singüler olmadığı için (1.6)'nın her iki yanını A_T^{-1} ile çarpılırsa ,

$$Q = A_T^{-1} \cdot A = [U \mid A_T^{-1} \cdot A_L] \quad (1.9)$$

elde edilir. Bu A_T 'nin sütunlarına karşı düşen ağacın tanımladığı kesitleme matrisidir.

Eleman gerilimleri , dal gerilimlerinin lineer bir kombinasyonu olarak ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} B \cdot v(t) = 0 \\ \sim \quad \sim \quad \sim \end{matrix} \\ [B_T \mid U] \cdot \begin{bmatrix} v_T \\ v_L \end{bmatrix} & \Rightarrow \quad \begin{matrix} v_L = -B_T \cdot v_T \\ \sim \quad \sim \quad \sim \end{matrix} \quad (1.10) \end{aligned}$$

Daha genel olarak $v_T = U \cdot v_T$ alınırsa ,

$$\begin{matrix} \sim \\ v(t) \end{matrix} = \begin{bmatrix} v_T \\ v_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ -B_T \end{bmatrix} \cdot v_T = \begin{bmatrix} U \\ Q_L^t \end{bmatrix} \cdot v_T$$

$$\underset{\sim}{v}(t) = \underset{\sim}{Q}_t \cdot \underset{\sim}{v}_T \quad (1.11)$$

Benzer şekilde eleman akımları giriş akımlarının lineer bir kombinasyonu olarak ifade edilebilir.

$$\underset{\sim}{Q} \cdot \underset{\sim}{i}(t) = \underset{\sim}{0}$$

$$[\underset{\sim}{U} \mid \underset{\sim}{Q}_L] \cdot \begin{bmatrix} \underset{\sim}{i}_T \\ \underset{\sim}{i}_L \end{bmatrix} \Rightarrow \underset{\sim}{i}_T = -\underset{\sim}{Q}_L \cdot \underset{\sim}{i}_L \quad (1.12)$$

Daha genel olarak $\underset{\sim}{i}_L = \underset{\sim}{U} \cdot \underset{\sim}{i}_L$;

$$\underset{\sim}{i}(t) = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{i}_T \\ \underset{\sim}{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underset{\sim}{Q}_L \\ \underset{\sim}{U} \end{bmatrix} \cdot \underset{\sim}{i}_L = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{B}_T \\ \underset{\sim}{U} \end{bmatrix} \cdot \underset{\sim}{i}_L$$
$$\underset{\sim}{i}(t) = \underset{\sim}{B}_t \cdot \underset{\sim}{i}_L \quad (1.13)$$

Özellikle elektronik devrelerin bilgisayar ile analizi için yazılan programlarda kullanılan ve düğüm gerilimleri ile eleman gerilimleri arasındaki ilişkiyi gösteren bağıntı şu şekildedir. $v_n(t)$ düğüm gerilim vektörü olmak üzere ;

$$\underset{\sim}{v}(t) = \underset{\sim}{A}^t \cdot \underset{\sim}{v}_n(t) \quad (1.14)$$

1.3. A , B ve Q MATRİSLERİNİN BİLİGİSAYAR İLE OLUŞTURULMMASI .

Öncelikle A matrisi oluşturulur. Sonra B ve Q matrislerine geçiş yapılır.A matrisi oluşturulken, eğer k elemanı i ve j düğümleri arasına bağlı ise , bu bilgi (k,i,j) üçlüsü ile belirtilir. Bu bilgiye göre A matrisinin sıfır olmayan iki elemanı oluşturulur. $a_{ik}=+1$ ve $a_{jk}=-1$.

B ve Q matrislerini oluşturmak için bilgisayar önce bir T ağacı seçmelidir.Genellikle T , bir grafta bulunan devre elemanlarının öncelik sırasına göre seçilir. Örneğin (Bölüm 5) Durum Denklemlerinin gösteriminde kullanılan özel ağaçtaki eleman tipleri şu sıraya uyması gerekir: Bağımsız gerilim kaynakları , kontrollü gerilim kaynakları kapasiteler, dirençler, bobinler, kontrollü akım kaynakları bağımsız akım kaynakları.

Böylece incelenecek iki problem ortaya çıkar .

- 1- istenen sıraya göre devre elemanlarını kapsayan bir ağaç bulma ,
- 2- Seçilen ağaç ile ilgili B ve Q matrislerini bulma

1.3.1. Bir Ağaç Bulma

A matrisinin sütunları, soldan sağa doğru belirtilen sıraya göre düzenlenir. Örnek bir sıralama ;

$$A = \begin{matrix} & E_1 & C_1 & C_2 & R_1 & R_2 & . & R_3 & L_1 & L_2 & J_1 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ . \\ . \\ n_d-1 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccccccccccc} & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & A_T & & & & & & A_L & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \end{array} \right] \end{matrix}$$

biçiminde verilebilir. Burada amaç, en sol sütundan başla-

rak ağacın elemanlarına karşı düşen lineer olarak bağımsız n_d-1 sütun kümesini bulmaktır. Lineer olarak bağımsız sütun kümesini bulma, elemanter satır işlemleri ile A matrisinin Echelon Forma indirgenmesi ile yapılır. Bu algoritma [2]' de verilmiştir. Örnek bir Echelon matris,

$$A_{ech} = \begin{bmatrix} 1 & X & \dots & \dots & \dots & X \\ 0 & 1 & X & \dots & \dots & X \\ 0 & 0 & 0 & 1 & X & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. A_{ech} 'da 1 ile başlayan sütunlara karşı düşen n_d-1 sütun bir üst üçgen matris oluşturur. Lineer olarak bağımsız olan A_{ech} 'in bu n_d-1 sütununa karşı düşen elemanlar bir ağaç oluşturur. Böylece istenen elemanların öncelik sırasına göre seçimi otomatik olarak sağlanmış olur

Algoritma ile ilgili bilgisayar programı, Ekler Bölümünde Program 1 ile verilmiştir.

Örnek 1.4 : Aşağıda verilen A matrisi Echelon forma indirgenerek uygun ağaç elemanları seçilecektir.

$$A = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{ccccccc} E_1 & C_1 & C_2 & R_1 & L_1 & L_2 & J_1 \\ \left[\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

Yapılan elemanter satır işlemleri ,
(-1) x 2. satır , 3. satır ile 4. satırın yerdeğiştirmesi,
(-1) x 3. satır.

$$A_{ech} = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{ccccccc} E_1 & C_1 & C_2 & R_1 & L_1 & L_2 & J_1 \\ \left[\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right] \end{array}$$

A_{ech} 'dan E_1 , C_1 , R_1 ve L_2 elemanlarının ağacın dalları olduğu anlaşılır.

(1.9) ile Q matrisi ve buna bağlı olarak B matrisi elde edilebilir. Bu metod doğru olmasına karşın, büyük boyutlu matrislerde A_T^{-1} 'in hesabının zorluğundan dolayı pek etkili değildir. Bu amaçla A matrisi Echelon forma indirgindikten sonra, (1.6) şeklinde yeniden düzenlenir. Yeni durumdaki A matrisi kanonik forma getirildiğinde sonuç Q matrisidir.

Örnek 1.5 : Örnek 1.4'deki A matrisinden devre grafına ait B ve Q matrisleri elde edilecektir.

$$A = [A_T \mid A_L] = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{ccccccc} E_1 & C_1 & R_1 & L_2 & C_2 & L_1 & J_1 \\ \left[\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

A matrisi kanonik forma indirgenirse,

$$Q = [U \mid Q_L] = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{ccccccc} \left[\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right] \end{array}$$

$$B = [B_T \mid U] = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{ccccccc} \left[\begin{array}{ccccccc} 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{array}$$

BÖLÜM 2. DÜĞÜM DENKLEMLERİ İLE LINEER DEVRE ANALİZİ

Herhangi bir devre grafi için bağımsız KVL ve KCL denklem sisteminin matrisler yardımıyla bilgisayarda sistematik olarak oluşturulması Bölüm 1'de incelendi. Bu bölümde ise sırasıyla a- Yalnız lineer RLC elemanları ile bağımsız akım ve gerilim kaynakları içeren devreler b- Yalnız RLC elemanları, bağımsız akım ve gerilim kaynakları ile gerilim kontrollü akım kaynaklarını içeren lineer devreler incelenecektir. Bu şekilde bir sınırlama yapılmasının iki nedeni vardır. 1- Bu çeşit devrelerin analizi için direkt olarak, devre analizi programlarının yazılması oldukça kolaydır (örnek Program 2). 2- Program lineer olmayan dirençlere de uygulanması amacıyla kolayca genelleştirilebilir. Bununla ilgili gerekli açıklamalar Bölüm 3'de verilmiştir.

2.1. LINEER RLC DEVRELERİNİN DÜĞÜM GERİLİMLERİ YÖNTEMİ İLE ANALİZİ

Düğüm Gerilimleri Yönteminde temel amaç, devrenin düğüm gerilimlerinin referans olarak seçilen düğüme göre belirlenmesidir. Genel olarak elde edilecek denklemlerde istenen düğüm gerilimleri yanında, gerilim kaynaklarının akımlarında bulunur. Bu amaçla (1.5) ve (1.14) bağıntıları devrede bulunan gerilim ve akım kaynakları ile RLC elemanlarını belirtecek şekilde s domeninde yeniden düzenlenir.

$$\begin{matrix} A_1 & 1(s) & = & 0 \\ \sim & \sim & & \sim \\ \sim & \sim & & \sim \end{matrix}, \quad [A_e \quad A \quad A_j] \cdot \begin{bmatrix} i_e(s) \\ 1(s) \\ J(s) \end{bmatrix} = 0 \quad (2.1)$$

$$\underset{\sim}{v}(s) = \underset{\sim}{A_t} \cdot \underset{\sim}{v_n}(s) , \quad \begin{bmatrix} e(s) \\ v(s) \\ v_j(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_e t \\ A^t \\ A_j t \end{bmatrix} \cdot v_n(s) \quad (2.2)$$

Burada ; A_e gerilim kaynaklarına, A RLC elemanlarına A_j akım kaynaklarına ilişkin alt matrislerdir. iki uçlu RLC elemanının uç denklemi ,

$$\underset{\sim}{i}(s) = \underset{\sim}{Y}(s) \cdot \underset{\sim}{v}(s) \quad (2.3)$$

şeklindedir. (2.2)'nin ikinci kısmı ve (2.3)'te konursa ,

$$\underset{\sim}{i}(s) = \underset{\sim}{Y}(s) \cdot \underset{\sim}{A_t} \cdot \underset{\sim}{v_n}(s) \quad (2.4)$$

elde edilir .Buna göre (2.1) denklemi ,

$$A_e \cdot i_e(s) + A \cdot Y(s) \cdot A_t \cdot v_n(s) + A_j \cdot J(s) = 0 \quad (2.5)$$

olur. ya da ,

$$\begin{bmatrix} A \cdot Y(s) \cdot A_t & A_e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_n(s) \\ i_e(s) \end{bmatrix} = -A_j J(s) \quad (2.6)$$

biçiminde yazılır.(2.6) sisteminde n_d-1 denklem olmasına karşın (n_d-1+n_v) bilinmeyen vardır. Gerekli n_v denklem (2.2)'nin birinci kısmından elde edilir.

$$\begin{bmatrix} A \cdot Y(s) \cdot A_t & A_e \\ A_e t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_n(s) \\ i_e(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -A_j \\ U & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(s) \\ j(s) \end{bmatrix} \quad (2.7.a)$$

(2.7.a) sistemi ;

$$\begin{matrix} K(s) \cdot X(s) = U(s) \\ \sim \quad \sim \quad \sim \end{matrix} \quad (2.7.b)$$

biçiminde yazılırsa, $K(s)$ katsayılar matrisi, $U(s)$ kaynaklara ilişkin matris olmak üzere, $s=j\omega$ alınması ile devrenin sürekli sinüsoidal haldeki çözümü elde edilir.

(2.7) sistemine Değiştirilmiş (=Genelleştirilmiş) Düğüm Denklemi denir. $A.Y(s).A_t$ katsayılar matrisi simetrik ve tersi olan bir matristir. Bu matris devreye bakılarak direkt yazılabilir. Eğer devrede gerilim kaynakları yoksa, $i_e(s)=0$ olacağından (2.7) sistemi ,

$$\begin{matrix} A.Y(s).A_t \cdot v_n(s) = -A_j(s) \\ \sim \quad \sim \quad \sim \quad \sim \quad \sim \end{matrix} \quad (2.8)$$

biçiminde basitleşir. (2.8) denkleminde de Düğüm Denklemleri denir.

Görüldüğü gibi sonuç, kompleks katsayılı lineer denklemler sisteminin çözümüne indirgenmiştir [10] .

Lineer RLC devrelerinin, (2.7) ile verilen sistem yapısında çözümü ile ilgili Program 2 , Ekler Bölümünde verilmiştir.

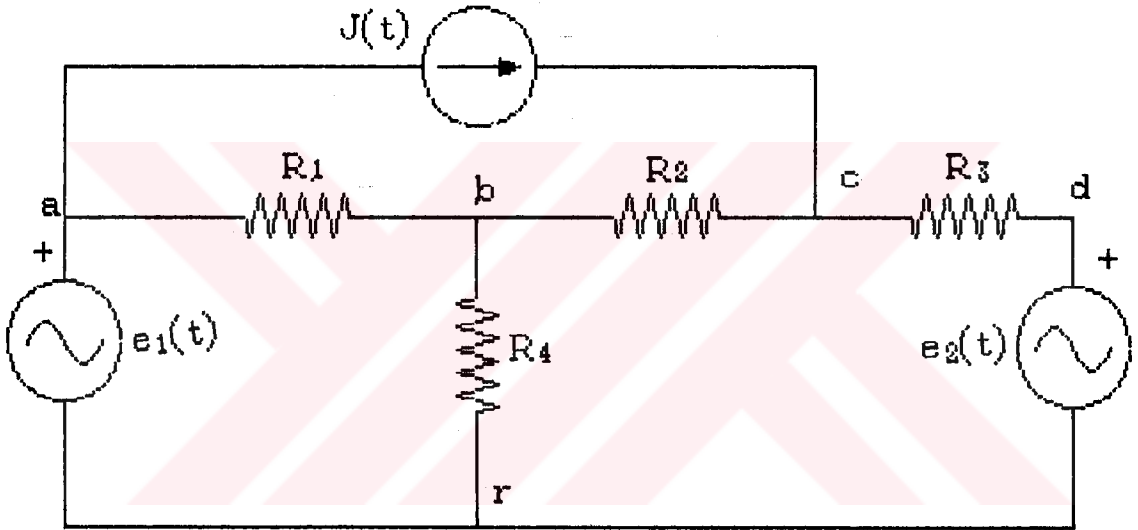
Örnek 2.1 : Şekil 2.1'deki devrenin Değiştirilmiş düğüm denklemleri elde edilecektir.

Devrenin ilişkin A matrisi ;

$$A = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & J \\ 1 & 0 & . & 1 & 0 & 0 & . & 1 \\ 0 & 0 & . & -1 & 1 & 0 & 1 & . & 0 \\ 0 & 0 & . & 0 & -1 & 1 & 0 & . & -1 \\ 0 & 1 & . & 0 & 0 & -1 & 0 & . & 0 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Sonuç ;

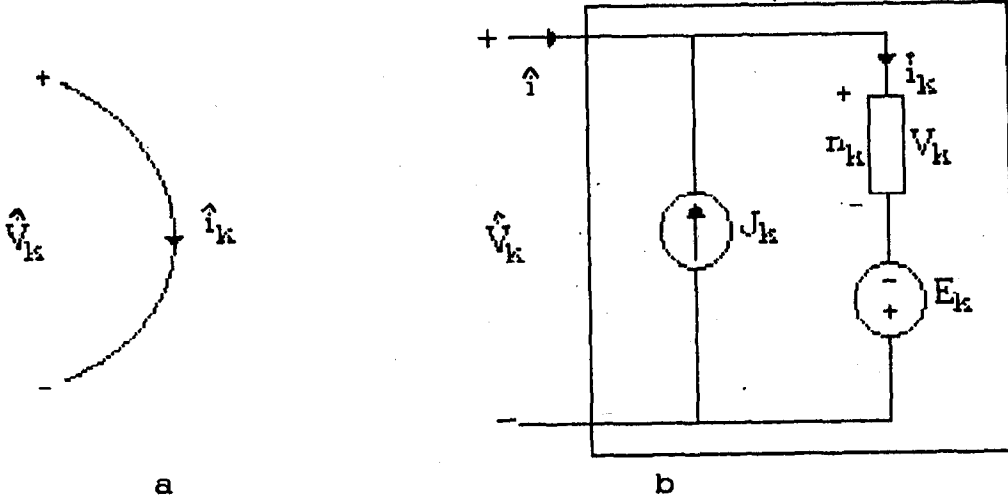
$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -G_1 & G_1+G_2+G_4 & -G_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_2 & G_2+G_3 & -G_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -G_3 & G_3 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_d \\ \dots \\ 1e_1 \\ 1e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$



Şekil 2.1

2.2. KARMA ELEMAN TANIMI İLE DÜĞÜM DENKLEMLERİNİN BİLGİSAYARLA İFADE EDİLMESİ

Devre grafınının her k elemanı Şekil 2.2.b'de gösterildiği gibi 2 uçlu bir n_k elemanı; uç gerilimi E_k olan bağımsız bir gerilim kaynağı ve uç akımı J_k olan bağımsız bir akım kaynağından oluşmuş bir karma eleman yaklaşımı kullanılır.



Şekil 2.2. k elemanı ve eşdeğeri

2 uçlu n_k elemanı ya lineer bir direnç ya da lineer olarak başka bir direncin gerilimine bağlı olan gerilim kontrollü bir akım kaynağıdır. Eğer lineer olarak başka bir direncin akımına bağlı olan kontrollü bir akım kaynağı ise, bu eşdeğer bir gerilim kontrollü akım kaynağı ile yer değiştirebilir. Uç akımı $i_k = \beta_{kj} \cdot i_j$ olan (i_j , değeri R_j olan direnç akımı) n_k elemanı, uç akımı $i_k = g_{kj} \cdot v_j$ olan ($g_{kj} = \beta_{kj} / R_j$) gerilim kontrollü akım kaynağı ile değiştirilir. Dolayısıyla kullanıcı açısından bu küçük ayrıntı dışında, Düğüm analizi formülasyonu hem gerilim hem de akım kontrollü akım kaynaklarına imkan tanır.

2.2.1 Lineer Resistif Devrelerin Analizi

n_e karma elemanlı bileşik bir devrede, gerilim ve akım vektörleri şu şekilde tanımlanır.

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{V}_e \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ v_e \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ E_e \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

ve

$$\hat{i} = \begin{bmatrix} \hat{i}_1 \\ \hat{i}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{i}_e \end{bmatrix}, \quad i = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ i_e \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ J_e \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Şekil 2.2 ' e göre,

$$\hat{v} = v - E \quad (2.11)$$

$$\hat{i} = i - J \quad (2.12)$$

Karma elemanlar için KCL denklemleri,

$$A.\hat{i} = 0 \quad (2.13)$$

$$A.i = A.J \quad (2.14)$$

elde edilir. Her 2 uçlu n_k elemanı, değeri R_k olan lineer bir direnç ise (2.15) ile, kontrol gerilimi v_j ve kontrol katsayısı g_{kj} olan bir akım kaynağı ise (2.16) ile karakterize edilir.

$$i_k = 1/R_k.V_k \quad (2.15)$$

$$i_k = g_{kj}.V_j \quad (2.16)$$

Buna göre eleman karakteristikleri (2.17) ile verilen matris formunda ifade edilir.

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ i_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & Y_{1e} \\ Y_{21} & Y_{22} & & & & Y_{2e} \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ Y_{e1} & Y_{e2} & \cdot & \cdot & \cdot & Y_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_e \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Burada ;

k elemanı eğer lineer bir direnç ise ,

$$Y_{k\alpha} = \begin{cases} 0 & \alpha \neq k \\ 1/R_k & \alpha = k \end{cases} \quad (2.18)$$

k elemanı v_j gerilimine bağlı kontrollü bir kaynak ise,

$$Y_{k\alpha} = \begin{cases} 0 & \alpha \neq k \\ g_{kj} & \alpha = k \end{cases} \quad (2.19)$$

(2.17) ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\begin{matrix} 1 \\ \sim \end{matrix} = \begin{matrix} Y_e \\ \sim \end{matrix} \cdot \begin{matrix} v \\ \sim \end{matrix} \quad (2.20)$$

(2.20), (2.14) ve (2.11) birlikte ele alındığında ,

$$A \cdot Y_e \cdot v = A \cdot J \quad (2.21)$$

$$A \cdot Y_e \cdot \hat{v} = A \cdot (J - Y_e \cdot E) \quad (2.22)$$

elde edilir. (1.14) ile Düğüm denklemi ,

$$\begin{matrix} \hat{v} \\ \sim \end{matrix} = \begin{matrix} A^t \\ \sim \end{matrix} \cdot \begin{matrix} v_n \\ \sim \end{matrix} \quad (2.23)$$

$$(A \cdot Y_e \cdot A^t) \cdot v_n = A \cdot (J - Y_e \cdot E) \quad (2.24)$$

$$\begin{matrix} Y_n \\ \sim \end{matrix} \cdot \begin{matrix} v_n \\ \sim \end{matrix} = \begin{matrix} J_n \\ \sim \end{matrix} \quad (2.25)$$

olarak yazılır. Burada ; Y_n Düğüm Admitans Matrisi , J_n Eş Düğüm Akım Kaynağı vektörüdür.

$$Y_n = A \cdot Y_e \cdot A^t \quad (2.26)$$

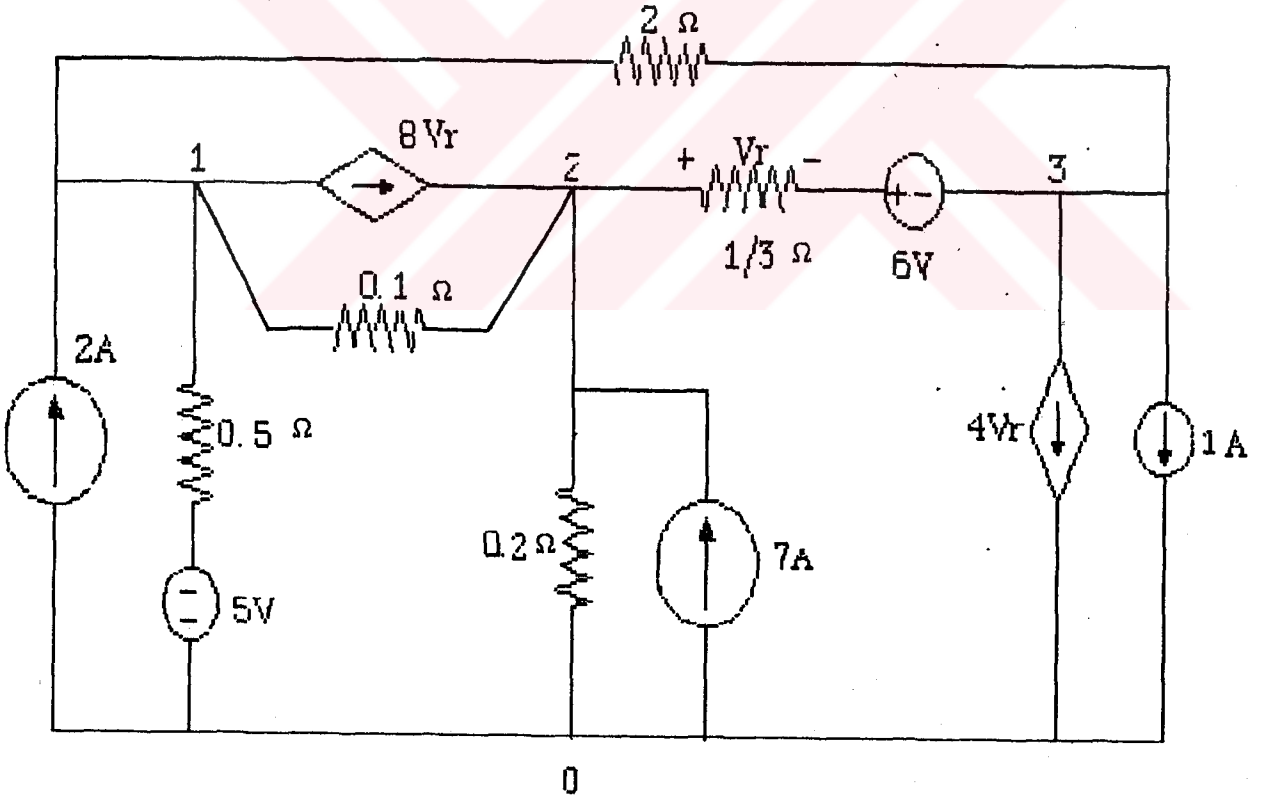
$$J_n = A \cdot (J - Y_e \cdot E) \quad (2.27)$$

Düğüm denklemi adı verilen (2.25)' den v_n 'i bulma işleme Düğüm Analizi denir.

Örnek 2.2 : Şekil 2.3.a'da verilen devre için karma eleman yaklaşımı kullanılarak düğüm denklemi elde edilecektir.

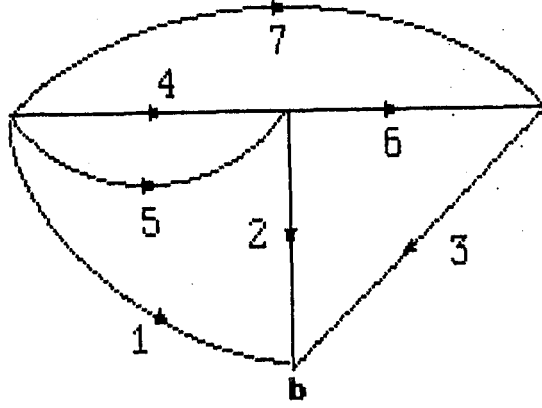
Devreye ait matrisler sırasıyla ,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad Y_e = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$
$$J = [2 \ 7 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$
$$E = [5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -6 \ 0]$$



a

Şekil 2.3



Şekil 2.3

(2.26) ve (2.27)'e göre istenen matrisler elde edilir

$$Y_n = A \cdot Y_o \cdot A_t = \begin{bmatrix} 12.5 & -2 & -8.5 \\ -10 & 10 & 5 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \end{bmatrix} \quad J = A \cdot (J - Y_o \cdot E) = \begin{bmatrix} 40 \\ -23 \\ 5 \end{bmatrix}$$

2.2.2. Sinüsoidal Sürekli Hal Analizi

AC Analiz ile Lineer Resistif devre analizi arasında büyük bir benzerlik vardır. Eğer gösterim ve kavramlarda aşağıdaki dönüşümler yapılırsa, daha önce incelenen bağıntılar AC Analizde de geçerli olur.

Lineer Resistif Devre Analizi	AC Analiz
Direnç, R	Empedans, Z
iletkenlik, G	Admitans, Y
v(t), zaman fonk.	V(w), fazör
i(t), zaman fonk.	I(w), fazör
R, G, v, i reel	Z, Y, V, I kompleks

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \\ \vdots \\ \hat{V}_e \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_e \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_e \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \vdots \\ \hat{I}_e \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_e \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_e \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\hat{V} = V - E \quad (2.30)$$

$$\hat{I} = I - J \quad (2.31)$$

$$A \cdot \hat{I} = 0 \quad (2.32)$$

Eleman akımları I ve gerilimleri V ;

$$I = Y_e \cdot V \quad (2.33)$$

ya da

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1e} \\ Y_{21} & Y_{22} & & Y_{2e} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{e1} & Y_{e2} & \dots & Y_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_e \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Gerilim kontrollü akım kaynakları için kontrol katsayıları, $j\omega$ frekansının fonksiyonu olabilir. Bilgisayar analizi belli bir frekans için yapılır. Analiz sırasındaki tüm matris işlemleri kompleks sayılardır. AC analiz için Y_n ve J_n matrisleri benzer şekilde yazılabilir.

$$\hat{V} = A^t \cdot V_n \quad (2.35)$$

$$(A \cdot Y_e \cdot A^t) \cdot V_n = A \cdot (J - Y_e \cdot E) \quad (2.36)$$

$$Y_n \cdot V_n = J_n \quad (2.36)$$

(2.36)'dan V_n 'i çözmek kompleks katsayılı lineer denklem sistemini çözmeye anlamına gelir. Sonra sırasıyla \hat{V} , V ve I değerleri fazör denklemlerden bulunur. Bu bir çok bilgisayar simülasyon programında kullanılır.

AC analiz arasındaki diğer bir fark, karşılıklı endüktansın kullanımından kaynaklanır.

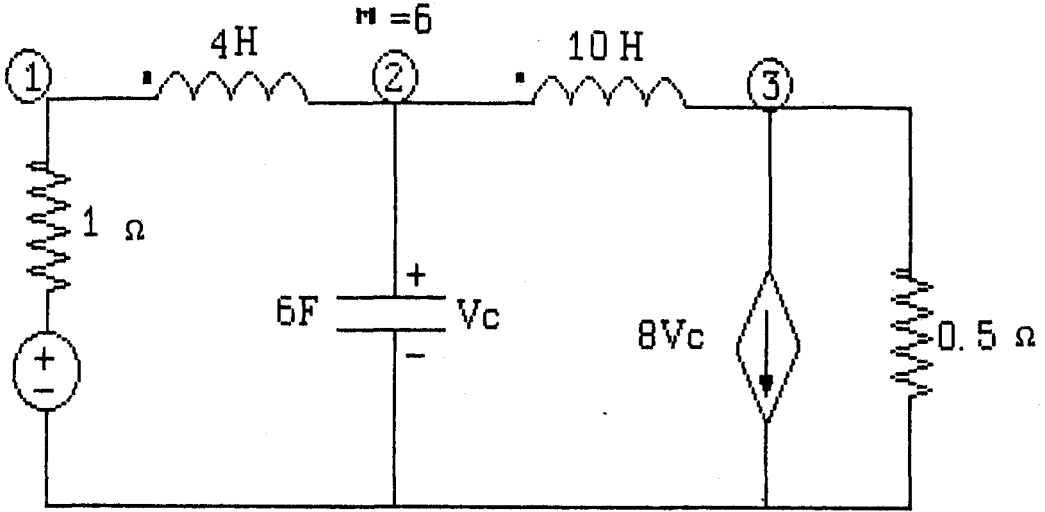
$$V_L = j\omega L \cdot I_L \quad (2.37)$$

Burada; L endüktans matrisi $m \times m$ boyutlu ve simetriktir $\det.L \neq 0$ için ;

$$I_L = 1/j\omega \cdot \Gamma \cdot V_L \quad (2.38)$$

$\Gamma = L^{-1}$, karşılıklı endüktanstır. Bu durumda bu bilgi (2.34)'deki Y_e matrisine girilebilir.

Örnek 2.3 : Şekil 2.4'de verilen devreye ait Y_n ve J_n matrisleri elde edilecektir. $\omega = 0.5$ rd/s



Şekil 2.4

indirgenmiş düğüm matrisi ve Γ matrisi ,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = L^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2.5 & -1.5 \\ -1.5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -j5 & j3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j3 & -j2 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad J = 0$$

istenen matrisler ,

$$Y_n = \begin{bmatrix} 1-j5 & j8 & -j3 \\ j8 & -j10 & j5 \\ -j3 & 8+j5 & 2-j2 \end{bmatrix}, \quad J_n = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

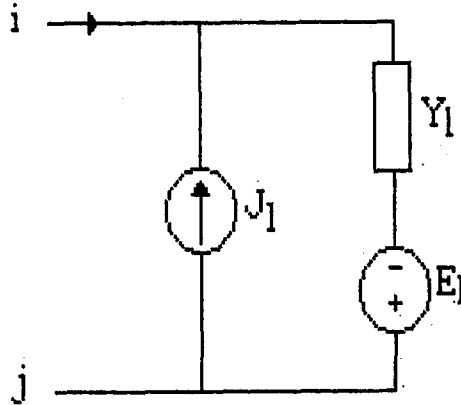
2.2.3. Düzüm Admitans Matrisinin ve Akım Kaynağı Vektörünün Direkt Oluşturulması

A ve Y_e matrisleri genellikle seyrek matris olduklarından, Y_n ve J_n matrislerinin elde edilmesinde, bunların çarpılması tercih edilmez. Bunun yerine her bir karma elemanla ilgili bilgileri içerecek şekilde parça parça oluşturma yoluna gidilir. Bu şekilde tanımlanacak olan metod bir bakıma $Y_n = A \cdot Y_e \cdot A^t$ ve $J_n = A \cdot (J - Y_e \cdot E)$ 'nin eldesi için bir seyrek matris tekniğidir.

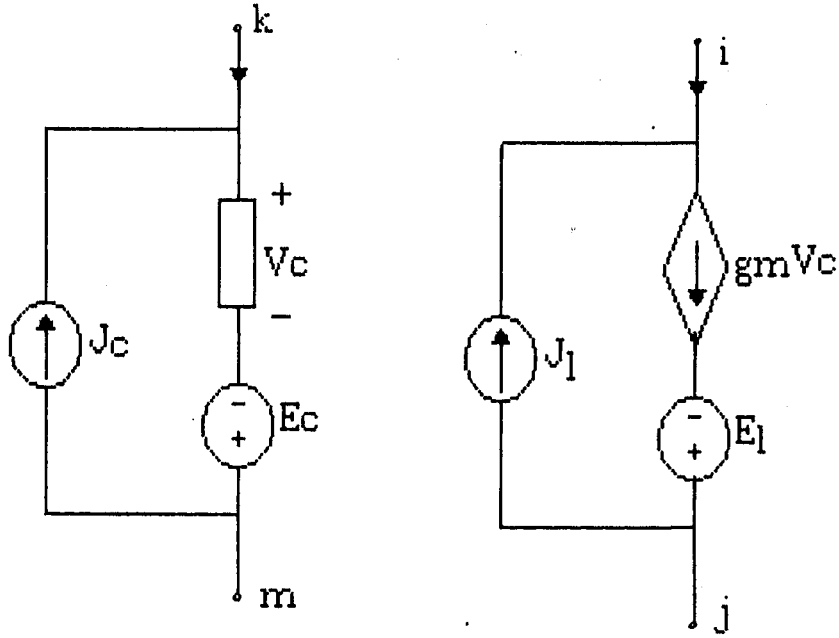
Y_n , n_d . mertebeden bir kare matris, J_n n_d boyutlu bir vektördür. Buna göre herbir karma elemanın Y_n ve J_n matrislerine nasıl katkıda bulunacakları incelenecektir

Tip 1. Admitans Elemanları :

Şekil 2.5 'de gösterildiği gibi, iki uçlu eleman olarak admitansı y_1 olan 1. karma elemanı i . ve j . düğümler arasında bağlı olsun.



Şekil 2.5



Şekil 2.6

$$Y_n = \begin{matrix} & k & m \\ \begin{matrix} i \\ j \end{matrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & g_m & \cdot & \cdot & \cdot & -g_m & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -g_m & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & g_m & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.41)$$

$$J_n = \begin{matrix} i \\ j \end{matrix} \begin{bmatrix} (J_1 - g_m \cdot E_c) \\ \cdot \\ \cdot \\ -(J_1 - g_m \cdot E_c) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

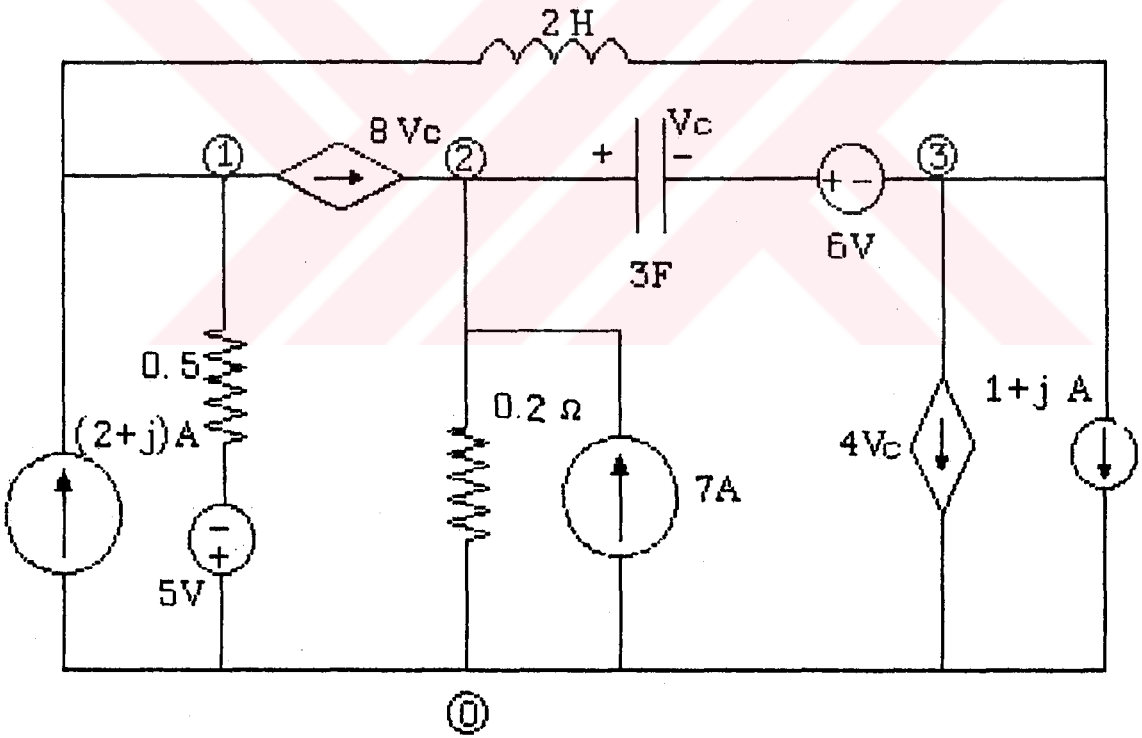
Bu şekildeki gösterime de kontrollü kaynağın mühürü denir. Her bir eleman için bu mühür hesaplandıktan sonra, toplanarak J_n oluşturulur.

Bir devre, L endüktans matrisi verilen m tane kublajlı endüktans içeriyorsa, (2.38)'deki k . skaler denklem aşağıdaki biçimi alır.

$$I_k = \frac{\Gamma_{k1}}{j\omega} V_1 + \dots + \frac{\Gamma_{kk}}{j\omega} V_k + \dots + \frac{\Gamma_{km}}{j\omega} V_m \quad (2.43)$$

Böylece k. kublaj endüktansını, m-1 tane gerilim kontrollü akım kaynağı ile paralel, değeri Γ_{kk} olan yeni bir self olarak ele alabiliriz. Karşılıklı endüktansın bu şekilde modellenmesinden sonra Y_n ve J_n 'i direkt olarak oluşturmak için denklemler aynen uygulanabilir.

Örnek 2.4 : Şekil 2.7'da verilen devre için Y_n ve J_n matrisleri elde edilecektir.



Şekil 2.7

Tablo 2.1 , Y_n ve J_n matrislerinin adım adım elde edilmesini göstermektedir.

istenen Matrisler ,

$$Y_n = \begin{bmatrix} 12-j0.5 & -2 & -8+j0.5 \\ -10 & 7+j3 & 8-j3 \\ j0.5 & 4-j3 & -4+j2.5 \end{bmatrix}, \quad J_n = \begin{bmatrix} 40+j \\ -41+j18 \\ 23-j19 \end{bmatrix}$$

Tablo 2.1

Eleman	Y_n 'e Katkısı	J_n 'e Katkısı
1	(1,1) \longrightarrow 2	(1,1) \longrightarrow (2+j) - 10
2	(2,2) \longrightarrow 5	(2,1) \longrightarrow 7
5	(1,1) ve (2,2) \longrightarrow 10 (1,2) ve (2,1) \longrightarrow -10	0
6	(2,2) ve (3,3) \longrightarrow j3 (2,3) ve (3,2) \longrightarrow -j3	(2,1) \longrightarrow j18 (3,1) \longrightarrow -j18
7	(1,1) ve (3,3) \longrightarrow -j/2 (1,3) ve (3,1) \longrightarrow j/2	0
3	(3,3) \longrightarrow -4 (3,2) \longrightarrow 4	(3,1) \longrightarrow -(1+j) -4.(-6)
4	(1,2) ve (2,3) \longrightarrow 8 (1,3) ve (2,2) \longrightarrow -8	(1,1) \longrightarrow 48 (2,1) \longrightarrow -48

BÖLÜM 3. LINEER OLMAYAN DİRENÇLİ DEVRELERİN AYRIK EŞDEĞER VE DÜĞÜM DENKLEMLERİ YÖNTEMİ İLE ANALİZİ

Lineer olmayan dirençli devrelerin analiz edilmesi, aslında Lineer devrelerde olduğu gibi bağımsız iki problemi içerir. 1- Topolojik formüller yardımıyla Lineer olmayan devre denklemlerini ifade etme. 2- Uygun sayısal tekniklerle bu Lineer olmayan denklemleri çözme. Bu bölümde sırasıyla a- Lineer ve lineer olmayan direnç elemanları (Gerilim veya akım kontrollü) ile Bağımsız kaynakları içeren devrelerin Ayrık Eşdeğer Yöntemi ile, b- Lineer ve gerilim kontrollü lineer olmayan dirençler, bağımsız kaynaklar ile lineer veya lineer olmayan gerilim kontrollü akım kaynaklarını içeren devrelerin Düğüm Denklemleri Yöntemi ile analizi ele alınacaktır. Bu şekilde bir sınırlama yapılmasının nedeni, Bölüm 2'de gösterilen Lineer bir devreye ilişkin Düğüm Denklemleri oluşturma algoritmasının basit bir genellemesinin Lineer Olmayan duruma da uygulanabilmesidir.

3.1 LINEER OLMAYAN DİRENÇ ELEMANLARININ NEWTON-RAPHSON YÖNTRMİNE KARŞI DÜŞEN AYRIK LINEER EŞDEĞERLERİ

Lineer olmayan bir direnç devresine ilişkin denklem

$$f(x) = 0 \quad (3.1)$$

biçiminde yazılır. Bu denklemin Newton-Raphson yöntemi ile çözümü için $f(x)$ fonksiyonu $x=x^j$ civarında Taylor serisine açılırsa,

$$f(x) = f(x^j) + \frac{df(x)}{dx} \bigg|_{x=x^j} (x-x^j) + \frac{1}{2!} \frac{df^2(x)}{dx^2} (x-x^j)^2 + \dots \quad (3.2)$$

elde edilir. (3.2)'de $x=x^{j+1}$ 'in yaklaşık çözümü olduğu ve $|x^{j+1} - x^j| \ll \epsilon$ olduğu kabul edilirse iki ve daha yüksek mertebeli terimler ihmal edilir.

$$f(x^{j+1}) = f(x^j) + \frac{df(x)}{dx} \Big|_{x=x^j} (x^{j+1} - x^j) \quad (3.3)$$

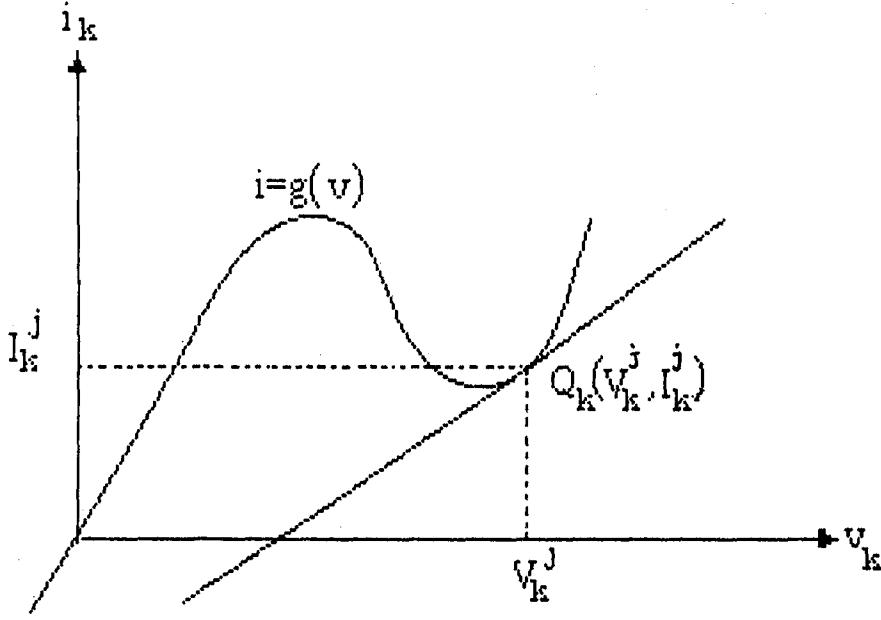
(3.3)' den x^{j+1} çözülürse ,

$$x^{j+1} = x^j - \frac{f(x^j)}{f'(x^j)} \quad (3.4)$$

şeklinde tanımlanan Newton-Raphson formülü, (3.1) denkleminin çözümünde kullanılan iteratif bir ifadedir. Eğer $f(x)$ birden fazla bilinmeyen içeriyorsa (3.4) , (3.5) verilen matris formundaki denklem takımına dönüşür.

$$\underset{\sim}{x}^{j+1} = \underset{\sim}{x}^j - \underset{\sim}{J_F}^{-1}(\underset{\sim}{x}^j) \cdot \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}^j) \quad (3.5)$$

Burada $J_F(x^j)$, $f(x)$ fonksiyonunun $x=x^j$ noktasındaki Jakobiyen matrisidir. Lineer olmayan bir devreye ilişkin (3.1)'de $x^{(0)}$ seçilerek (3.4) ile $x^{(1)}$ bulunur. Gösterilebilir ki [2] , devredeki bir R elemanının öz eğrisi, $x^{(0)}$ in belirlediği çalışma noktasındaki teğetle değiştirilip elde edilen Lineer devrenin çözümü bulunursa $x^{(1)}$ elde edilmiş olur (Şekil 3.1). Bundan sonra öz eğriler $x^{(1)}$ 'in belirlediği çalışma noktalarındaki teğetle değiştirilerek elde edilen lineer devre çözülüp $x^{(2)}$ bulunur. Buna göre k. iterasyon sonunda çözüm elde edilirse, lineer olmayan devrenin çözümü , k defa devrenin lineerleştirilip ,k tane lineer devrenin çözülmesiyle elde edilmiş olur.



Şekil 3.1 Newton-Raphson Yönteminin Uygulaması

Bir R iki uçlusunun tanım bağıntısı $i=g(v)$ ve x^j 'in belirlediği çalışma noktası (i^j, v^j) ise, tanım bağıntısı bu noktada Taylor serisine açılıp, yüksek mertebeli terimler ihmal edilerek ;

$$i=g(v^j) + \left. \frac{dg(v)}{dv} \right|_{v=v^j} (v-v^j) \quad (3.6)$$

elde edilir: $\left. \frac{dg(v)}{dv} \right|_{v=v^j} = G^j$ ve $g(v^j)=i^j$ ve $J^j=i^j - G^j \cdot v^j$

alınırsa ;

$$i = G^j \cdot v + i^j - G^j v^j \Rightarrow i = G^j \cdot v + J^j \quad (3.7)$$

elde edilir:

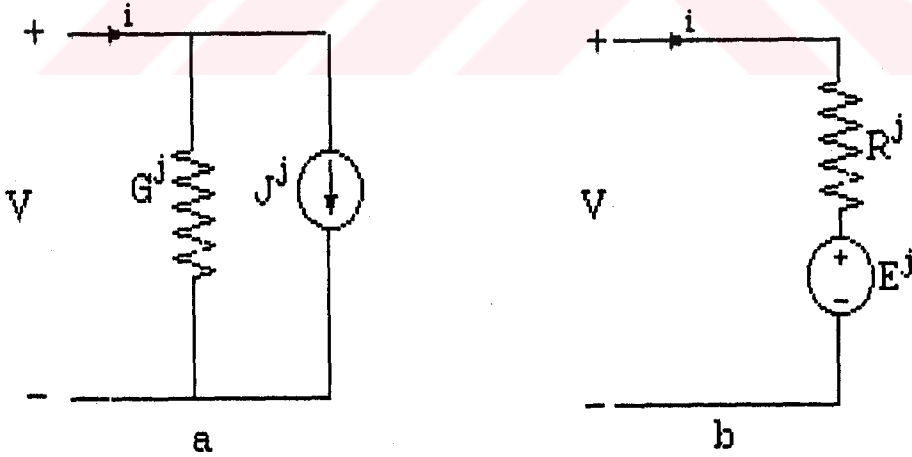
$i=i^{j+1}$ alınır, bulunan değerler bir sonraki iterasyonun değerini verir. (3.7) bir 2 uçlu lineer direnç ve ona paralel bağlı bir akım kaynağının tanım bağıntısıdır. (Şekil 3.2.a). Benzer şekilde akım kontrollü bir R iki uçlusunun $v=f(i)$ tanım bağıntısı Taylor serisine açılıp yüksek terimleri ihmal edilir, Ayrıca

$$v^j=f(i^j), \quad R^j = \left. \frac{df(i)}{di} \right|_{i=i^j} \quad \text{ve} \quad E^j = v^j - R^j \cdot i^j$$

alınır, ,

$$v = v^j + R^j(i - i^j) \quad \Rightarrow \quad v = R^j \cdot i + E^j \quad (3.8)$$

elde edilir. $v=v^{j+1}$ alınır, bulunan değerler bir sonraki iterasyonun değerini verir. (3.8) bir 2 uçlu lineer direnç ve ona seri bağlı bir gerilim kaynağının tanım bağıntısıdır (Şekil 3.2.b). Tabii olarak (3.7) v cinsinden, (3.8) ise i cinsinden hesaplanmalıdır.

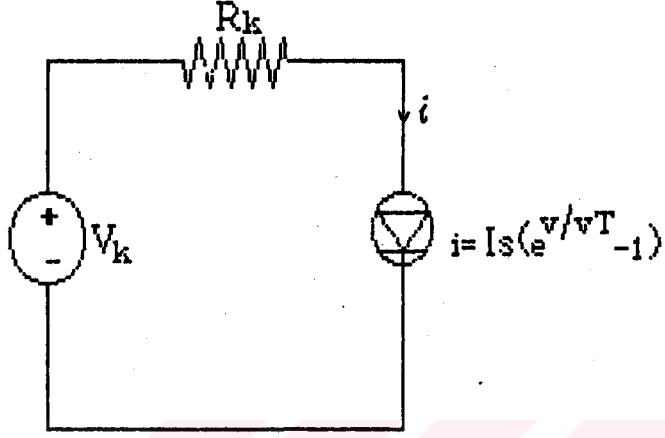


Şekil 3.2 Newton-Raphson Yönteminin Devre Yorumu

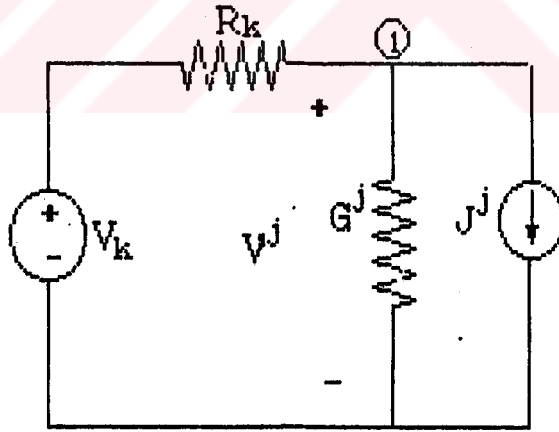
Şekil 3.2.a ve 3.2.b, Lineer olmayan direnç elemanlarının Newton-Raphson yöntemine karşı düşen Ayrık Eşdeğer Devreleridir.

Örnek 3.1 : Şekil 3.3.a'da verilen devre, Ayrık Eşdeğer yöntemi ile çözülecektir.

$$i = I_s \cdot (e^{v/v_T} - 1); \quad V_k = 0.568\text{V}; \quad R_k = 500\Omega; \quad I_s = 10^{-9}\text{A}; \quad V_T = 1/38.6\text{V}$$



a



b

Şekil 3.3

$$G_j = \frac{I_s}{V_T} e^{v_j/v_T}, \quad J_j = I_s \cdot (e^{v_j/v_T} - 1) - G_j \cdot v_j$$

(1) nolu düğüm için ,

$$(V_k - v).G_k - G^j.v - J^j = 0$$

$$v = v^{j+1} = \frac{G_k.V_k - J^j}{G_k + G^j}$$

biçiminde yazılır. j=0 için $v^{(0)} = 0.413$ alınırsa,

$$G^0 = \frac{I_s}{V_T} e^{v^0/V_T} = 0.323$$

$$J^0 = I_s.(e^{v^0/V_T} - 1) - G^0. = -0.125$$

$$v^{(1)} = \frac{G_k.V_k - J^0}{G_k + G^0} = 0.388$$

$$j=1 \text{ için , } G^1 = 0.123 , J^1 = -0.045 , v^{(2)} = 0.369$$

$$j=2 \text{ için , } G^2 = 0.06 , J^2 = -0.02 , v^{(3)} = 0.341$$

$$j=3 \text{ için , } G^3 = 0.02 , J^3 = -0.0063 , v^{(4)} = 0.338$$

$$j=4 \text{ için , } G^4 = 0.0178 , J^4 = -0.0055 , v^{(5)} = 0.3378$$

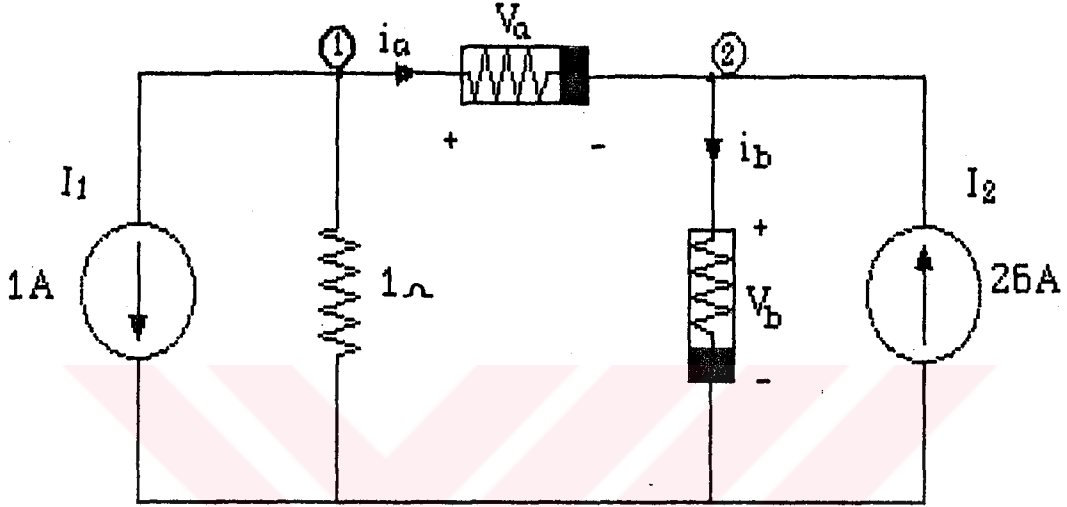
$$j=5 \text{ için , } G^5 = 0.0177 , J^5 = -0.0051 , v^{(6)} = 0.3378$$

$v^{(5)}=v^{(6)}=0.3378$ olduğundan iterasyon durdurulur.

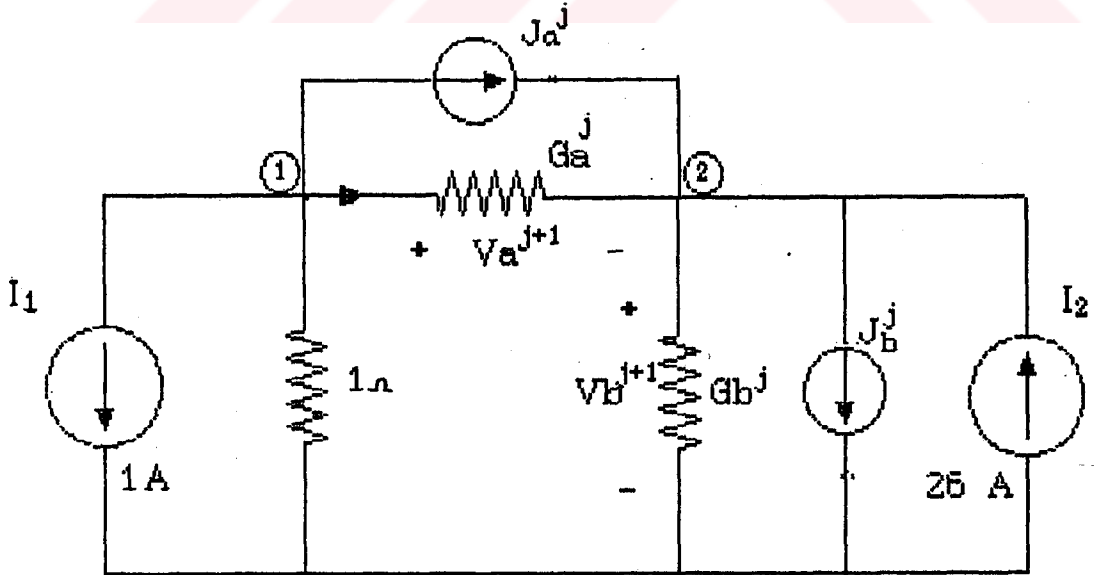
Örnek 3.1'den görüldüğü gibi,Newton-Raphson yöntemine karşı düşen Ayrık Lineer Eşdeğer devrenin kullanılması ve 6 defa lineer direnç devresinin çözümü ile sonuç elde edilmiştir.

Örnek 3.2 : Şekil 3.4'de verilen iki tane lineer olmayan direnç içeren devre, Ayrık Eşdeğer Yöntemi ile çözülecektir.

$$i_a = 2v_a^3 \quad ; \quad i_b = v_b^3 + 10v_b \quad , \quad v^{(0)} = [2 \ 1]^t$$



Şekil 3.4 Lineer Olmayan Devre



Şekil 3.5 Ayrık Lineer Eşdevre

$$G_a^j = 6(v_a^j)^2 \quad , \quad J_a^j = -4(v_a^j)^3$$

$$G_b^j = 3(v_b^j)^2 + 10 \quad , \quad J_b^j = -2(v_b^j)^3$$

(1) nolu düğüm için ,

$$G_1 \cdot V_1 + G_a^j \cdot v_a + J_a^j - I_1 = 0$$

(2) nolu düğüm için ,

$$-G_a^j \cdot v_a - J_a^j + G_b^j \cdot v_b + J_b^j - I_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1+G_a^j & 1 \\ -G_a^j & G_b^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a^{j+1} \\ v_b^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-J_a^j \\ 26+J_a^j-J_b^j \end{bmatrix}$$

biçiminde denklem sistemi elde edilir.

j=0 için ,

$$G_a^0 = 6(v_a^0)^2 = 24 \quad J_a^0 = -4(v_a^0)^3 = -32$$

$$G_b^0 = 3(v_b^0)^2 + 10 = 13 \quad J_b^0 = -2(v_b^0)^3 = -2$$

Buna göre ;

$$v^{(1)} = \begin{bmatrix} v_a^{(1)} \\ v_b^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2407 \\ 1.9828 \end{bmatrix}$$

j=1 için ,

$$v^{(2)} = \begin{bmatrix} v_a^{(2)} \\ v_b^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6643 \\ 1.8393 \end{bmatrix}$$

$$j=2 \text{ için , } \quad v^{(3)} = \begin{bmatrix} v_a^{(3)} \\ v_b^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0854 \\ 1.8610 \end{bmatrix}$$

$$j=3 \text{ için , } \quad v^{(4)} = \begin{bmatrix} v_a^{(4)} \\ v_b^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.8650 \\ 1.9054 \end{bmatrix}$$

$$j=4 \text{ için , } \quad v^{(5)} = \begin{bmatrix} v_a^{(5)} \\ v_b^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6345 \\ 1.8943 \end{bmatrix}$$

$$j=5 \text{ için , } \quad v^{(6)} = \begin{bmatrix} v_a^{(6)} \\ v_b^{(6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5600 \\ 1.8909 \end{bmatrix}$$

$$j=6 \text{ için , } \quad v^{(7)} = \begin{bmatrix} v_a^{(7)} \\ v_b^{(7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5528 \\ 1.8905 \end{bmatrix}$$

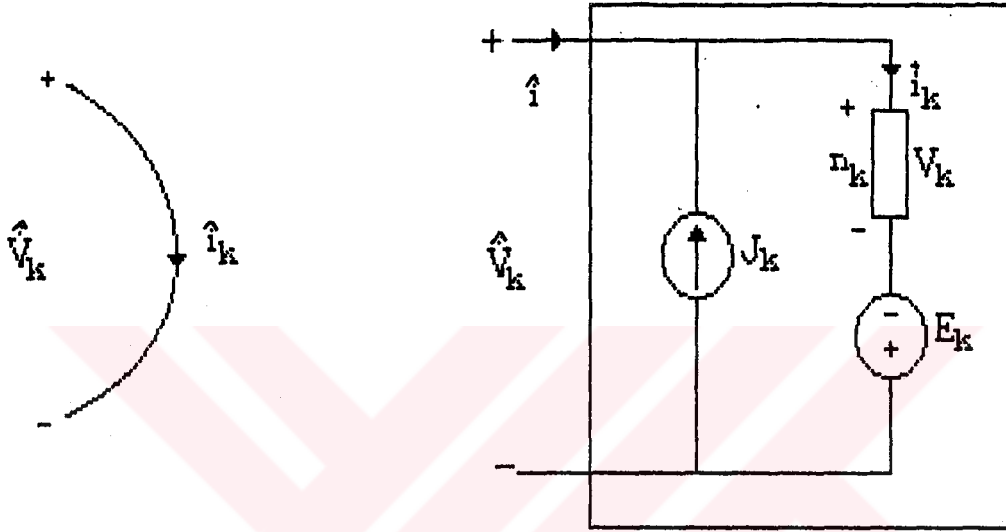
$$j=7 \text{ için , } \quad v^{(8)} = \begin{bmatrix} v_a^{(8)} \\ v_b^{(8)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5528 \\ 1.8905 \end{bmatrix}$$

elde edilir. $v^{(7)}=v^{(8)}$ olduğundan iterasyon durdurulur.

Ayrık Eşdeğer devrenin kullanılması ile çözüm , 8 tane lineer direnç devresinin çözümüne indirgenmiştir.

3.2. DÜĞÜM DENKLEMLERİNİN İFADE EDİLMESİ

Lineer devrelere benzer şekilde, karma eleman ve grafi Şekil 3.6'da verilmiştir. n_k elemanı ya (3.9) ile ifade edilen gerilim kontrollü lineer olmayan bir direnç ya da (3.10) ile ifade edilen gerilim kontrollü bir akım kaynağıdır.



Şekil 3.6 k elemanı ve Eşdeğeri

$$i_k = g_k(v_k) \quad (3.9)$$

$$i_k = g_k(v_j) \quad (3.10)$$

(3.9) ve (3.10) ifadeleri vektör formunda birleştirilebilir

$$i = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1(v_\alpha) \\ g_2(v_\beta) \\ \vdots \\ g_e(v_p) \end{bmatrix} = g(v) \quad (3.11)$$

Burada v_a, v_b, \dots, v_p , herhangi bir elemanın gerilimi v_1, v_2, \dots, v_e olabilir. Eğer hiç kontrollü kaynak olmasaydı, $i_k = g(v_k)$ ve $v_a = v_1, v_b = v_2, \dots, v_p = v_e$ olur.

i için (3.11), (2.14)'e konursa,

$$\begin{array}{ccc} A.g(v) & = & A.J \\ \sim \sim & & \sim \sim \end{array} \quad (3.12)$$

(2.11)'den v , (3.12)'e konursa,

$$\begin{array}{ccc} A.g(\hat{v}+E) & = & A.J \\ \sim \sim & & \sim \sim \end{array} \quad (3.13)$$

(2.23)'ten v (3.13)'e konursa, Lineer olmayan resistif devreler için (3.14) ile verilen Düğüm Denklemi elde edilir

$$A.g(A^t.v_n + E) = A.J \quad (3.14)$$

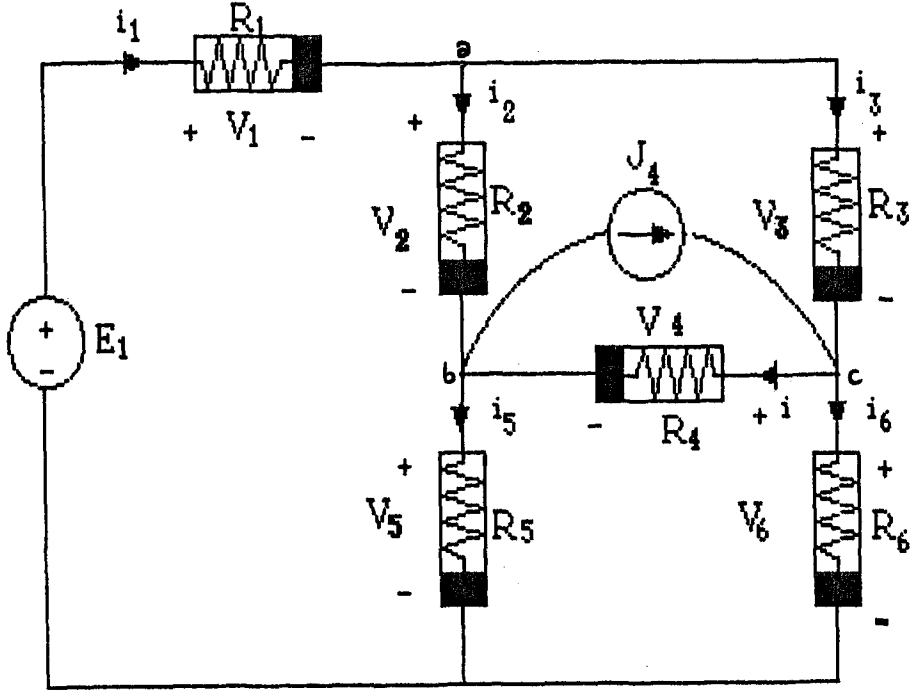
(3.14) referans düğüme göre n_d tane lineer olmayan düğüm denklem sistemini gösterir. v_n vektörü x ile gösterilirse (3.14) ifadesi (3.1)'de olduğu gibi yazılabilir.

$$f(x) = 0 \quad (3.15)$$

$$f(x) = A.g(A^t.v_n + E) - A.J \quad (3.16)$$

Bilgisayar ile (3.15)'in Bölüm 3.1'de anlatılan Newton-Raphson Yöntemi ile yapılabilir.

Örnek 3.3 : Şekil 3.7.a'da verilen devre için (3.16)'daki düğüm denklemi elde edilecektir.



Şekil 3.7 Lineer Olmayan Köprü Devresi

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Herbir direnç gerilim kontrollü bir v_k-i_k eğrisi ile karakterize edilir ve aşağıdaki vektörler tanımlanır.

$$i=g(v) = \begin{bmatrix} g_1(v_1) \\ g_2(v_2) \\ g_3(v_3) \\ g_4(v_4) \\ g_5(v_5) \\ g_6(v_6) \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix}, \quad i = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ J_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_n = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Buna göre ;

$$A^t \cdot v_n + E = \begin{bmatrix} E_1 - v_a \\ v_a - v_b \\ v_a - v_c \\ v_c - v_b \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}, \quad A \cdot J = \begin{bmatrix} 0 \\ -J_4 \\ J_4 \end{bmatrix}, \quad g(A^t \cdot v_n + E) = \begin{bmatrix} g_1(E_1 - v_a) \\ g_2(v_a - v_b) \\ g_3(v_a - v_c) \\ g_4(v_c - v_b) \\ g_5(v_b) \\ g_6(v_c) \end{bmatrix}$$

(3.19)

istenen denklem sistemi ,

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1(E_1 - v_a) \\ g_2(v_a - v_b) \\ g_3(v_a - v_c) \\ g_4(v_c - v_b) \\ g_5(v_b) \\ g_6(v_c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -J_4 \\ J_4 \end{bmatrix}$$

(3.20)

(3.20) üç tane düğüm denkleminde meydana gelir. Daha açık olması amacıyla $v_j - i_j$ eğrilerine belirli fonksiyonlar atayalım. Örneğin; $i_1 = g_1(v_1) = v_1^3$, $i_2 = g_2(v_2) = 1/R_2 \cdot v_2$, $i_3 = g_3(v_3) = e^{-v_3}$, $i_4 = g_4(v_4) = v_4^{-1/5}$, $i_5 = g_5(v_5) = v_5 - v_5^3$, $i_6 = g_6(v_6) = 1/R_6 \cdot v_6$

Birçok pratik devre elemanı basit matematiksel ifadeler sahip olmadıkları için $v_j - i_j$ eğrileri genellikle grafiksel olarak verilir. Örnek olarak seçilen fonksiyonlar (3.20)'de yerine konur.

$$f_1(v_a, v_b, v_c) = -(E_1 - v_a)^3 + 1/R_2 \cdot (v_a - v_b) + e^{-(v_a - v_c)} = 0$$

$$f_2(v_a, v_b, v_c) = -1/R_2 \cdot (v_a - v_b) + (-v_b + v_c)^{1/5} + (v_b - v_b^3) + J_4 = 0$$

$$f_3(v_a, v_b, v_c) = -e^{-(v_a - v_c)} + (-v_b + v_c)^{1/5} + 1/R_6 \cdot v_c - J_4 = 0$$

(3.21)

(3.21) denklem sistemi (3.15) ile aynı yapıdadır. Böyle bir sistem Newton-Raphson yöntemi ile çözülebilir. Bu yöntemle çözüm yaparken, genellikle keyfi bir başlangıç değeri seçilir. Eğer iterasyon ıraksıyorsa yeni bir başlangıç değeri seçilir. Fakat birçok elektronik devre için çözüm hızı genellikle devre elemanının karakteristiği ile belirlenir ve böylece uygun bir başlangıç şartı genellikle belirtilir.

3.2.1 NEWTON-RAPHSON YÖNTEMİ İLE DÜĞÜM DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ

(3.5) ile verilen Newton-Raphson denklemi (3.14) teki lineer olmayan düğüm denklem sistemini çözmek için uygulanırsa ;

$$f(v_n) = A.g(A^t.v_n+E) - A.J = 0 \quad (3.22)$$

$$J(v_n) = A. \frac{dg}{dv} \Big|_{v=(A^t.v_n+E)} \cdot A^t = A. \frac{dg(A^t.v_n+E)}{dv} \cdot A^t \quad (3.23)$$

Buna göre Newton-Raphson Denklemi ;

$$v_n^{j+1} = v^j - \left[\frac{A.dg(A^t.v_n+E).A^t}{dv} \right]^{-1} \cdot [A.g(A^t.v_n+E)-AJ] \quad (3.24)$$

elde edilir . (3.24)'ün devre ile ilgili yorumlarını yapabilmek için şu tanımları yapalım

$$E_Q^j = A^t \cdot v_n^j + E \quad (3.25)$$

$$J_Q^j = g(A^t \cdot v_n^j + E) = g(E_Q^j) \quad (3.26)$$

$$Y_{e_j} = \frac{dg(A^t \cdot v_n^j + E)}{dv} = \frac{dg(v)}{dv} \Big|_{v=E_Q^j} \quad (3.27)$$

$$Y_{e_j} = \begin{bmatrix} \frac{dg_1(v_1)}{dv_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dg_1(v_1)}{dv_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dg_1(v_1)}{dv_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{dg_1(v_1)}{dv_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{dg_1(v_1)}{dv_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{dg_1(v_1)}{dv_1} \end{bmatrix}_{v=E_Q^j}$$

Örnek 3.3'teki köprü devresi ve (3.21) ile verilen düğüm denklemlerine göre (3.25), (3.26) ve (3.27) sırasıyla şu hali alır.

$$E_Q^j = \begin{bmatrix} E_1 - v_a^j \\ v_a^j - v_b^j \\ v_a^j - v_c^j \\ v_c^j - v_b^j \\ v_b^j \\ v_c^j \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$J_Q^j = \begin{bmatrix} (E_1 - v_a^j)^3 \\ 1/R_2 \cdot (v_a^j - v_b^j) \\ e^{-(v_a^j - v_c^j)} \\ (v_c^j - v_b^j)^{1/5} \\ v_b^j - (v_b^j)^3 \\ 1/R_6 \cdot v_c^j \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$Y_e^j = \begin{bmatrix} 3[E_1 - v_a^j]^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -e^{-[v_a^j - v_c^j]} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/5 \cdot [v_c^j - v_b^j]^{-4/5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - 3[v_b^j]^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/R_6 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

E_0^j , J_0^j ve Y_0 basit devre yorumlarına sahiptir. E_0^j vektörü ve J_0^j vektörünün k. elemanları E_{0k}^j ve J_{0k}^j sırasıyla R_k direncinin gerilimi ve akımı olarak yorumlanır. Y_e^j jakobien matrisinin kk. elemanı $v_k = E_{0k}^j$ 'de hesaplanmış olan iletkenlik olarak yorumlanır.

$$Y_{kk}^j = \frac{dg_k(v_k)}{dv_k} \Big|_{v_k = E_{0k}^j} = G_{0k}^j \quad (3.31)$$

Devrede kontrollü kaynak yoksa, Y_e^j her zaman diagonal bir matris olacaktır. Ayrıca (E_{0k}^j, J_{0k}^j) , j. iterasyonda R_k direnci için Q_{0k}^j çalışma noktası olarak tanımlanır.

(3.25), (3.26) ve (3.27) ifadeleri (3.24)'de Newton-Raphson denkleminde konursa ;

$$v_n^{j+1} = v_n^j - [A \cdot Y_e^j \cdot A^t]^{-1} [A \cdot J_0^j - AJ] \quad (3.32)$$

$$[A \cdot Y_e^j \cdot A^t] \cdot v_n^{j+1} = A \cdot [J - J_0^j + Y_e^j \cdot (E_0^j - E)] \quad (3.33)$$

elde edilir.

J . iterasyondaki akım kaynağı vektörü J_0^j ;

$$J_0^j = J - J_0^j + Y_e^j \cdot E_0^j \quad (3.34)$$

şeklinde tanımlanırsa ;

$$[A \cdot Y_e^j \cdot A^t] \cdot v_n^{j+1} = A \cdot [J^j - Y_e^j] \quad (3.33)$$

elde edilir. Bu ifade Newton-Raphson yönteminin Lineer olmayan Düşüm Analizi denklemdir. Bu denklem (2.24) ile karşılaştırıldığında iterasyon işlemi dışında benzer oldukları görülebilir. Eğer devrede yalnızca 2 uçlu dirençler ve bağımsız kaynaklar varsa, bu benzerlik Bölüm 3.1' de gösterildiği gibi her lineer olmayan R_k direncinin Ayrık direnç modeli ile yerdeğiştirilmesine denktir.

Newton-Raphson iterasyonu ile lineer olmayan düşüm analizinde, Ayrık devre yaklaşımı, eğer devre lineer ve lineer olmayan gerilim kontrollü akım kaynaklarını içeriyorsa kullanışlıdır.

Ayrık devre yaklaşımının bir avantajı ; mevcut herhangi bir lineer devre analizi programının düşüm analizi ile çözülebilir herhangi bir lineer olmayan resistif devreyi analiz edebilecek bir lineer olmayan devre analizi programına kolayca dönüştürülebilmesidir. Ayrıca Eşdeğer Devre teorisi bazen analizi ve o suretle hesaplama zamanındaki indirgemeyi açıklamak amacı ile kullanılır. Sakıncası ise hafıza yerinin artması ve programlamasının zor olmasıdır.

BÖLÜM 4 . RESİSTİF n- KAPILININ HİBRİD YAKLAŞIMI İLE ANALİZİ

Resistif devreler için devre denklemlerinin ifade edilmesinde kullanılan metodlardan biriside n-kapılı Hibrid analizi yaklaşımıdır. Bölüm 2.2'te incelenen düğüm analizi metodu basitliği ve programlamadaki kolaylığı sebebiyle oldukça kullanışlıdır. Bununla birlikte bu metod aşğıdaki sakıncaları beraberinde getirmektedir.

- Yalnızca tek tip yani gerilim kontrollü akım kaynaklarına izin verilir. Diğer tip kontrollü kaynaklar ya kullanıcı ya da program tarafından gerilim kontrollü akım kaynağına çevrilir.

- Yalnızca gerilim kontrollü lineer olmayan dirençlere izin verilir. Akım kontrollü neon lamba, SCR gibi pratikte çok kullanılan dirençlerde olduğu için düğüm metodu, genel resistif lineer olmayan devrelerin analizi için uygun değildir.

- Düğüm metodu devre elemanı olarak 0Ω 'luk direnci ele almaz. Çünkü bu durumda (2.17)'deki Dal iletkenlik matrisi sonsuz bir değer içerir.

- Düğüm admitans matrisinde gösterilmeyen çok uçlu elemanlar, Düğüm analizinde güçlük yaratırlar. Örnek; ideal transformatör. Kullanıcı ya da program tarafından bazı devre dönüşümleri düğüm admitans matrisini oluşturmak için gereklidir. Böyle bir işlem genellikle devrenin karmaşıklığını arttırır.

Bu sakıncaların üstesinden gelmek için, n-kapılı Hibrid yaklaşımı kullanılır. Hibrid analizi terimi, n-kapılı tanımlayan denklemlerde bağımsız değişkenler olarak akım ve gerilimin bilinmeyen olarak ortaya çıkmasından kaynaklanmaktadır. Bir n-kapılı yalnızca şu eleman tiplerini içerir: Lineer dirençler, bağımsız akım ve gerilim kaynakları ve sabit kontrol katsayılı dört tip

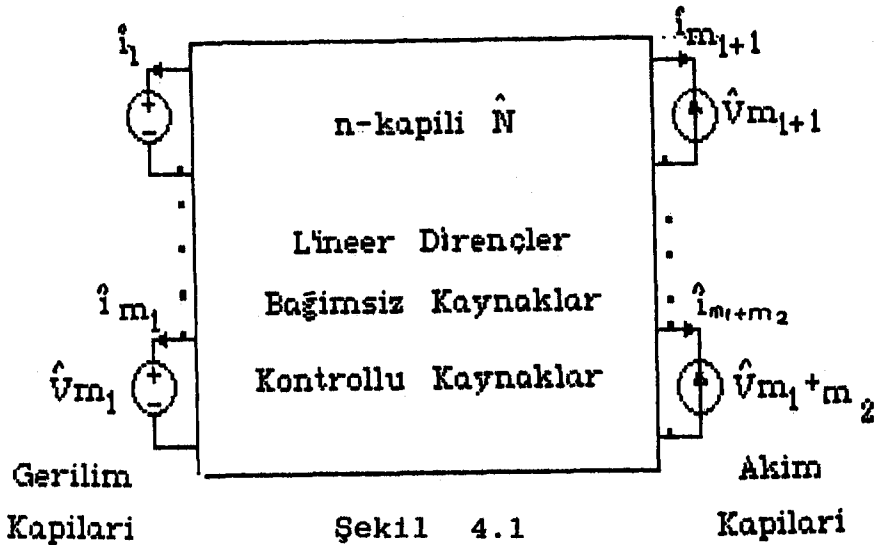
kontrollü kaynak. Böyle bir n-kapılı, lineer ve lineer olmayan RLC devreleri için kullanılan metodlarda önemli bir rol oynar.

4.1 LINEER RESİSTİF n-KAPILININ İFADE EDİLMESİ

Lineer olmayan dinamik bir devre verildiğinde n-kapılı bir devre oluşturmak için ; Lineer olmayan dirençler Endüktans (lineer veya lineer olmayan), Kapasite (lineer veya lineer olmayan) çıkarılır. Böylece n-kapılı \hat{N} doğal olarak resistif olacaktır. Daha sonra, her dışarı çıkarılan 2 uçlu eleman Şekil 4-1'de gösterildiği gibi bağımsız bir kaynakla (\hat{N} dışında) yer değiştirilir. Kaynakların yer değiştirilmesinde genel kurallar şu şekildedir.

- Gerilim kontrollü lineer olmayan dirençler bağımsız gerilim kaynağı ile ;
- Akım kontrollü lineer olmayan dirençler bağımsız akım kaynağı ile ;
- Kapasiteler bağımsız gerilim kaynağı ile ;
- Endüktanslar bağımsız akım kaynağı ile .

Bununla birlikte, Bölüm 5'te görüleceği gibi bu kuralların istisnaları vardır.



Kapı gerilimleri ve akımları ,

$$\hat{V}_a = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \\ \vdots \\ \hat{V}_m \end{bmatrix}, \quad \hat{V}_b = \begin{bmatrix} \hat{V}_{m1+1} \\ \hat{V}_{m1+2} \\ \vdots \\ \hat{V}_{m1+m1} \end{bmatrix}, \quad \hat{i}_a = \begin{bmatrix} \hat{i}_1 \\ \hat{i}_2 \\ \vdots \\ \hat{i}_{m1} \end{bmatrix}, \quad \hat{i}_b = \begin{bmatrix} \hat{i}_{m1+1} \\ \hat{i}_{m1+2} \\ \vdots \\ \hat{i}_{m1+m2} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

\hat{U} , \hat{N} içindeki bağımsız kaynakları gösteren vektör olmak üzere , devre sadece lineer dirençler ile bağımsız ve kontrollü kaynakları içerdiğinden kapı akım ve gerilimleri arasındaki bağıntı (4.2) ile verilir.

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ \hat{V}_b \end{bmatrix} = \hat{H} \cdot \begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} + \hat{M} \cdot \hat{U} = \begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} + \hat{S} \quad (4.2)$$

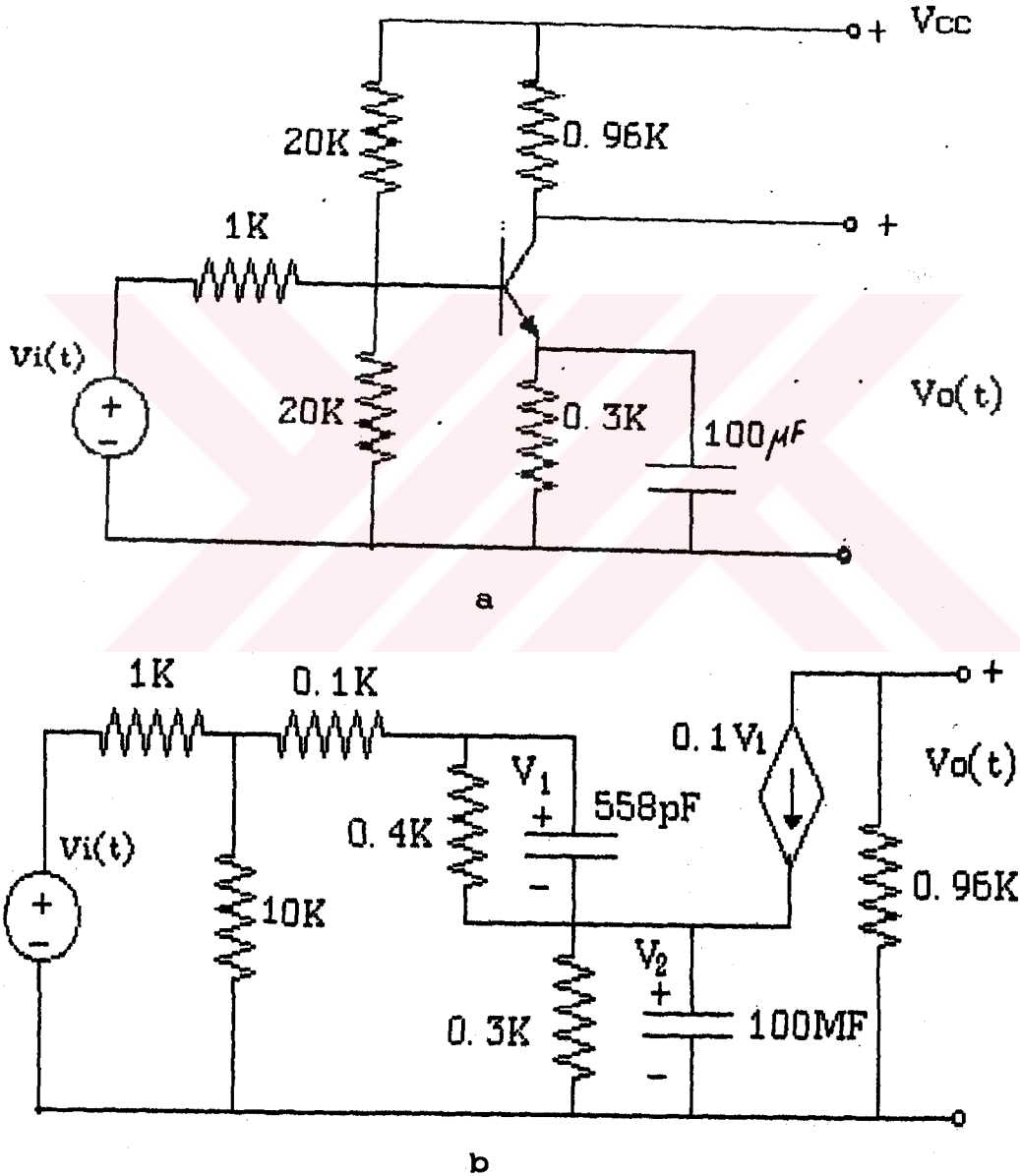
\hat{H} Hibrid matrisi, \hat{S} ise devredeki bağımsız kaynaklar sebebi ile ortaya çıktığı için kaynak vektörü olarak adlandırılır. (4.2)'deki $\hat{H}, \hat{M}, \hat{S}$ matrisleri \hat{i}_a ve \hat{V}_b 'nin boyutlarına göre parçalanabilir.

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ \hat{V}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{H}_{aa} & \hat{H}_{ab} \\ \hat{H}_{ba} & \hat{H}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{M}_a \\ \hat{M}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{H}_{aa} & \hat{H}_{ab} \\ \hat{H}_{ba} & \hat{H}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{S}_a \\ \hat{S}_b \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Şimdi lineer resistif n-kapılı için \hat{H} ve \hat{S} 'nin topolojik tekniklerle elde edilmesi üzerinde durulacaktır. (4.2) elde edildikten sonra, n-kapılı içersindeki elemanlar artık sonraki işlemlerde gerekli değildir. Böylece lineer ve lineer olmayan dinamik devreler için , bu yaklaşım yalnızca dıştaki kapı değişkenleri üzerinde işlem yapıl-

masına imkan tanır. Bu sebepten Hibrid analizi yaklaşımı büyük oranda lineer direnç ve kontrollü kaynak içeren lineer olmayan devreler için özellikle çok kullanışlıdır

Örnek 4.1 : Şekil 4.2.a' daki transistörlü devrenin durum denklemleri elde edilecektir. Transistörün hibrid π modeli ile değiştirilen yeni devre Şekil 4.2.b' de verilmiştir.



Şekil 4.2 Lineer resistif iki kapılı

Bu devrenin hibrid denklemi Bölüm 4.3' de açıklanan yöntemle aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.003491 & -0.000991 \\ 0.09901 & -0.004324 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0009009 \\ 0.0009009 \end{bmatrix} v_i(t) \quad (4.4)$$

Kapasitelerin uç denklemleri ;

$$i_1 = C_1 \cdot \frac{dv_1}{dt} \quad (4.5)$$

$$i_2 = C_2 \cdot \frac{dv_2}{dt} \quad (4.6)$$

V_1 ve V_2 durum değişkeni olarak alındığında durum denklemini elde etmek için (4.5) ,(4.6) ile (4.4) birlikte düşünülürse ;

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ v_1 \\ \dot{v}_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.28 \times 10^7 & -1.792 \times 10^7 \\ 990 & -43 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.613 \times 10^7 \\ 9.009 \end{bmatrix} v_i(t) \quad (4.7)$$

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \quad (4.8)$$

elde edilir.

Bu örnek durum denklemlerinin elde edilmesinde en önemli problemin, resistif n-kapılının hibrid matrisini elde etmek olduğunu göstermektedir. Bununla ilgili açıklamalar Bölüm 5' de verilmiştir.

n- kapılı yaklaşımı lineer olmayan devrelerin çözümün-

de de oldukça kullanışlıdır. Şekil 4.2'deki devrede C_1 ve C_2 lineer olmayan direnç olsalardı ; bilinmeyen değişkenleri v_1 ve v_2 olan iki tane lineer olmayan denklem sistemi elde edilir. Bu denklem de Bölüm 3'te açıklanan Newton-Raphson yöntemi ile bilgisayarda hesaplatılabilir. Bu yaklaşım kullanıldığında iki denklem olmasına karşın, Şekil 4.2'bdeki devre altı düğüm içerdiğinden daha genel bir düğüm analizi metodu beş denklemin çözümünü gerektirecektir.

Hibrid analizi yaklaşımı ayrıca; gerilim kontrollü ve akım kontrollü elemanların birarada bulunmasına imkan tanır. Elemanın cinsine göre akım veya gerilim kapısı olarak çıkarılarak , istenen denklem takımı elde edilir.

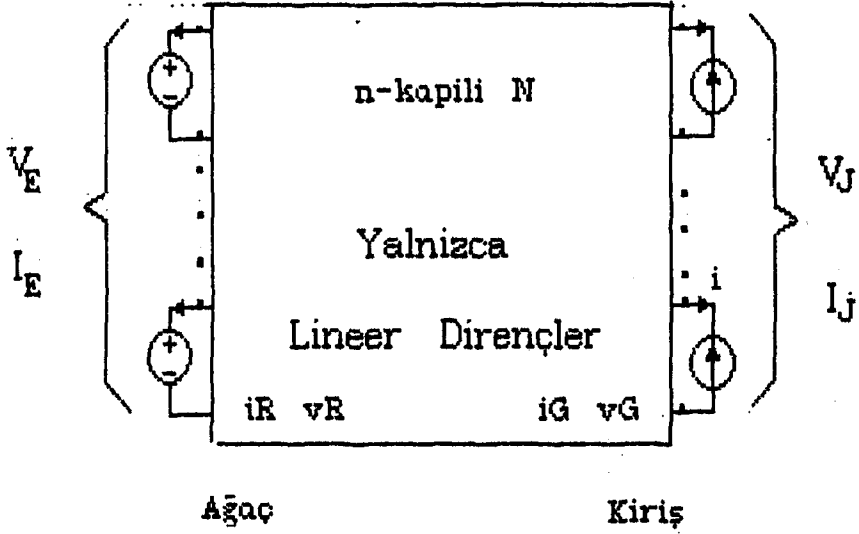
4.2 KAYNAK BULUNMAYAN LINEER RESİSTİF n- KAPILI

Yalnızca lineer direnç içeren n-kapılı devreler incelenecektir. Devrede bağımsız kaynak olmadığı için (4.2)'deki $S=0$ olacaktır. Böyle bir devrede hibrid matrisinin varlığı ile ilgili Teorem 4.1 aşağıda verilmiştir. İspatı [2]'de mevcuttur.

Teorem 4.1 : Yalnızca lineer direnç içeren n-kapılı bir devrede Hibrid matrisini oluşturmak için gerek ve yeter koşul ;

- 1- Gerilim kapılarına karşı düşen elemanlar hiçbir çevre oluşturmamalı,
- 2- Akım kapısına karşı düşen elemanlar hiçbir keleme oluşturmamalı.

Öncelikle tüm gerilim kapı elemanlarının (E alt indisi ile gösterilen) ağaç elemanı ve tüm akım kapı elemanlarının (J alt indisi ile gösterilen) giriş elemanı olduğu durumda bir T ağacı seçilir. Böyle bir ağaç Teorem 2.1 in şartlarının sağlandığı durumda her zaman mevcuttur.



Şekil 4.3

Şekil 4.3'deki devre için Temel kesitleme ve Temel çevre denklemleri şu şekildedir.

$$Q \cdot i = [U \mid Q_L] \cdot i = \begin{bmatrix} E & R & G & J \\ I_{EE} & 0_{ER} & Q_{EG} & Q_{EJ} \\ & & \cdot & \\ 0_{RE} & I_{RR} & Q_{RG} & Q_{RJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_E \\ i_R \\ i_G \\ i_J \end{bmatrix} = 0 \quad (4.9)$$

$$B \cdot v = [B_T \mid U] \cdot v = \begin{bmatrix} E & R & G & J \\ -Q_{EG}^t & -Q_{RG}^t & I_{GG} & 0_{GJ} \\ & & \cdot & \\ -Q_{EJ}^t & -Q_{RJ}^t & 0_{JG} & I_{JJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_E \\ v_R \\ v_G \\ v_J \end{bmatrix} = 0 \quad (4.10)$$

Devre içindeki lineer dirençlerin uç denklemleri,

$$v_R = Z_R \cdot i_R \quad \text{veya} \quad i_R = Y_R \cdot v_R \quad (4.11.a)$$

$$i_G = Y_G \cdot v_G \quad \text{veya} \quad v_G = Z_G \cdot i_G \quad (4.11.b)$$

(4.2)'deki H matrisini elde etmek için i_E ve v_J , v_E ve i_J e göre tanımlanmalıdır. (4.9), (4.10) ve (4.11) denklemlerinden istenen bağıntı aşağıdaki gibi matris formunda elde

edilecektir.

$$\begin{bmatrix} i_E \\ v_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(Q_{EG}.Z^{-1}.Q_{EG}^t) & Q_{EG}.Z^{-1}.Q_{RG}^t.Z_R.Q_{RJ}-Q_{EJ} \\ Q_{EJ}^t-Q_{RJ}^t.Y^{-1}.Q_{RG}.Y_G.Q_{EG}^t & -(Q_{RJ}^t.Y^{-1}.Q_{RJ}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_E \\ i_J \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Burada ;

$$Z = Z_G + Q_{RG}^t.Z_R.Q_{RG} \quad (4.13.a)$$

$$Y = Y_R + Q_{RG}.Y_G.Q_{RG}^t \quad (4.13.b)$$

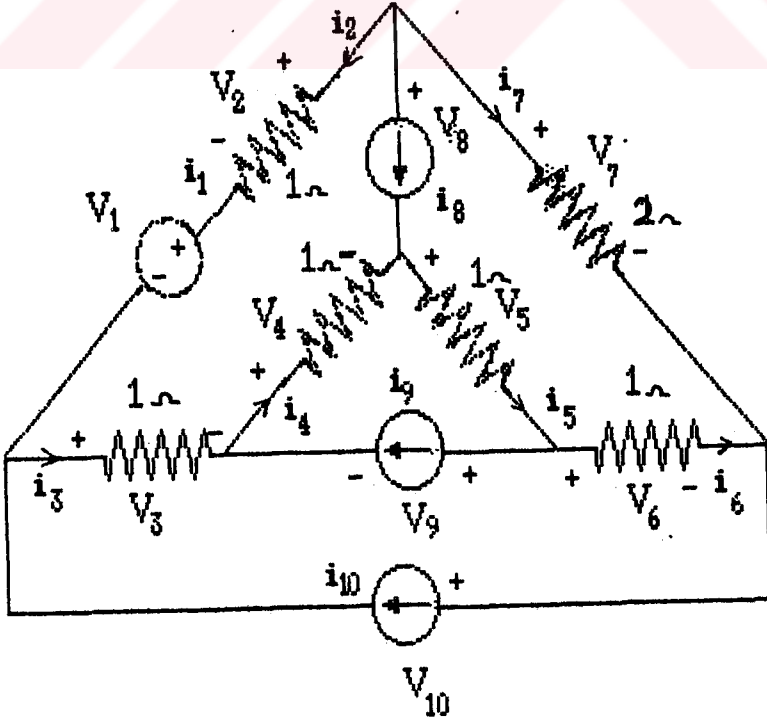
Ayrıca Z^{-1} ve Y^{-1} ile ilgili iki temel bağıntı ;

$$Y^{-1} = Z_R - Z_R.Q_{RG}.Z^{-1}.Q_{RG}^t.Z_R \quad (4.14)$$

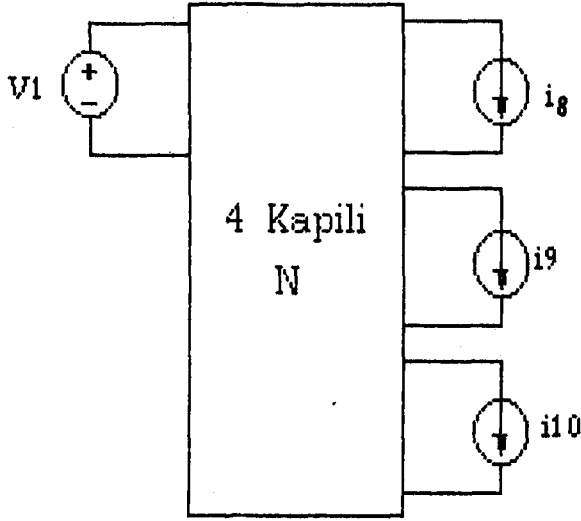
$$Z^{-1} = Y_G - Y_G.Q_{RG}^t.Y^{-1}.Q_{RG}.Y_G \quad (4.15)$$

ile verilir.

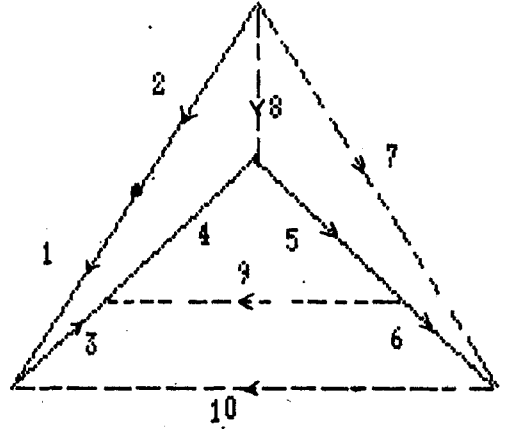
örnek 4.2 ; Şekil 4.4.a'dan elde edilen 4-kapılı devrenin Hibrid matrisi elde edilecektir.



Şekil 4.4.a



b



c

Şekil 4.4

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

(4.16)'dan

$$\begin{aligned} Q_{EG} &= 1 \\ Q_{EJ} &= [1 \ 0 \ 0] \\ Q_{RG} &= [1 \ 1 \ 1 \ 1]^t \end{aligned} \quad Q_{RJ} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}^t \quad (4.17)$$

elde edilir.

Linear dirençler ;

$$\begin{aligned} Z_G &= 2, & Y_G &= 0.5 \\ Z_R &= [U]_{5 \times 5} & Y_R &= [U]_{5 \times 5} \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$Z^{-1} = [2+5]^{-1} = 1/7$$

Buna göre Hibrid matrisi ;

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ \dots \\ v_8 \\ v_9 \\ v_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/7 & \cdot & -4/7 & -2/7 & -4/7 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 4/7 & \cdot & -12/7 & 1/7 & 2/7 \\ 2/7 & \cdot & 1/7 & -10/7 & -6/7 \\ 4/7 & \cdot & 2/7 & -6/7 & -12/7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \dots \\ i_8 \\ i_9 \\ i_{10} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

4.3 BAĞIMSIZ KAYNAK İÇEREN LINEER RESİSTİF n-KAPILI

Yalnız lineer dirençler içeren bir n-kapılı için elde edilen (4.12), bağımsız kaynakların n-kapılıya dahil edilmesi ile kolayca genelleştirilebilir. Bu işlem bağımsız kaynakların önce çıkarılıp kapı olarak ele alınmasından sonra tekrar yerleştirilmesiyle yapılır. Şekil 4.1 deki \hat{N} devresi şu elemanlardan oluşur.

- Lineer dirençler,
- Gerilim ve akımları v_p ve i_p vektörleri ile gösterilen k_1 adet bağımsız gerilim kaynağı,
- Gerilim ve akımları v_q ve i_q vektörleri ile gösterilen k_2 adet bağımsız akım kaynağı.

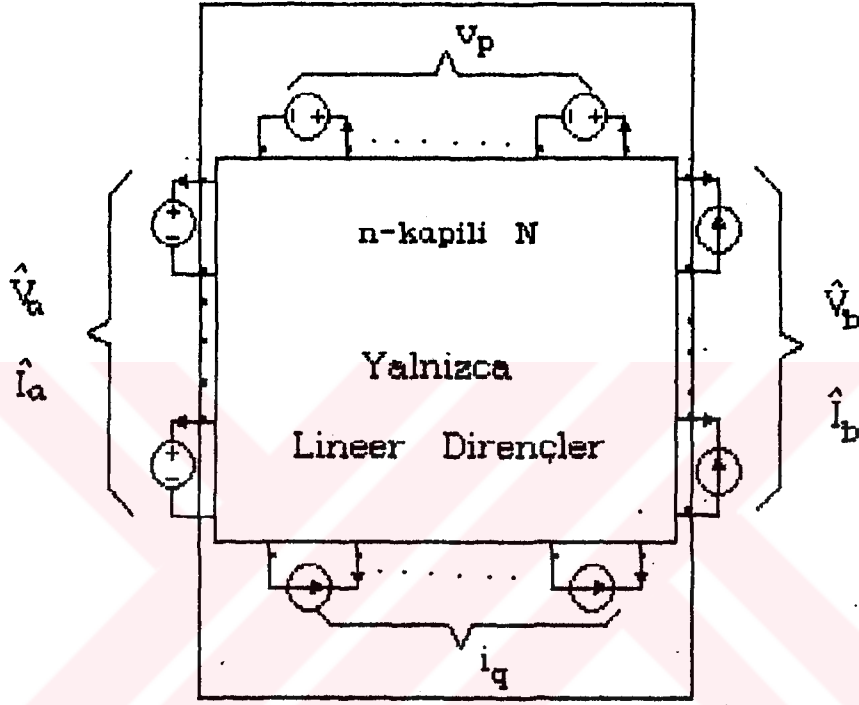
(4.12)'i uygulamak için, bağımsız gerilim kaynakları v_p bağımsız akım kaynakları i_q olmak üzere, Şekil 4.5'te gösterildiği gibi sırasıyla gerilim ve akım kapıları olarak ele alınır.

Bu yeni n-kapılı için akım ve gerilim vektörleri,

$$i_E = \begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ i_p \end{bmatrix}, \quad v_E = \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ v_p \end{bmatrix}, \quad i_J = \begin{bmatrix} \hat{i}_b \\ i_q \end{bmatrix}, \quad v_J = \begin{bmatrix} \hat{v}_b \\ v_q \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Buna göre (4.19), (4.21) şeklini alır.

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ i_p \\ \dots \\ \hat{v}_b \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{aa} & H_{ap} & \dots & H_{ab} & H_{aq} \\ H_{pa} & H_{pp} & \dots & H_{pb} & H_{pq} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{ba} & H_{bp} & \dots & H_{bb} & H_{bq} \\ H_{qa} & H_{qp} & \dots & H_{qb} & H_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ v_p \\ \dots \\ \hat{i}_b \\ i_q \end{bmatrix} \quad (4.21)$$



Şekil 4.5

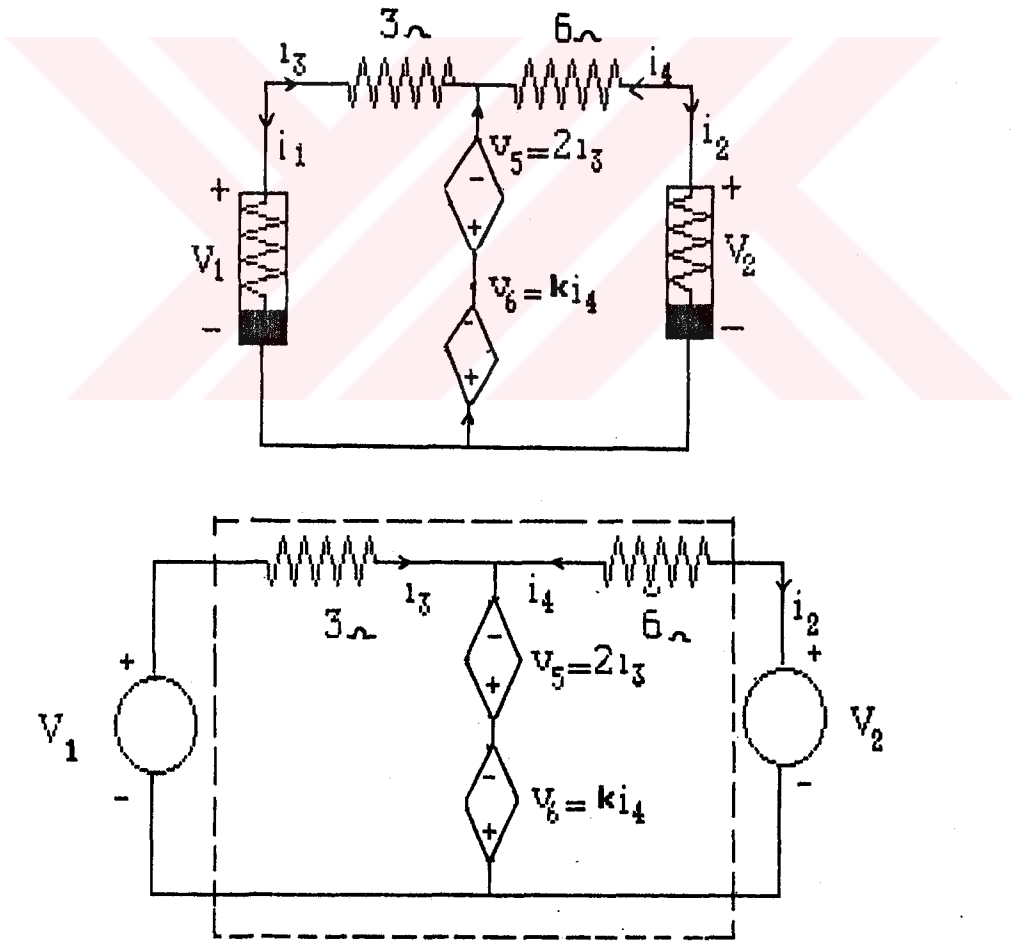
Şekil 4.1'deki \hat{N} 'i elde etmek için v_p ve i_q ile gösterilen bu kapıları tekrar devrede yerine koymak gerekir. Böyle bir işlemin matematiksel karşılığı ise, (v_p, i_q) 'u bilinen değerler olarak ele almak ve (\hat{i}_a, \hat{v}_b) 'i $(\hat{v}_a, \hat{i}_b, v_p, i_q)$ cinsinden ele bulmaktır. Buna göre ;

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ \hat{v}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{aa} & H_{ab} \\ H_{ba} & H_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{ap} & H_{aq} \\ H_{bp} & H_{bq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_p \\ i_q \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Eğer v_p ve i_q bağımsız DC kaynaklar ise \hat{S} sabit bir vektördür.

4.4 KONTROLLÜ KAYNAK İÇEREN LINEER RESİSTİF n-KAPILI

Böyle bir devrede, en önemli problem kapıların durumunun belirlenmesidir. Yalnızca devre topolojisinden bir kapının uygun biçimde ,bir gerilim kapısı veya akım kapısı olup olmayacağı belirlenemez. Bunun cevabı hem devre topolojisine hem de elemanların değerine bağlıdır. Bu duruma örnek bir devre Şekil 4.6.a'da verilmiştir. Genel bir analiz metodu uyarınca , lineer olmayan elemanlar gerilim kapısı olarak çıkarılmıştır. Devrenin Hibrid matrisi (4.23)'de verilmiştir. Görüldüğü gibi $k=2$ için her bir kapı, hem akım hem de gerilim kapısı olarak alınabilir. Ama $k=2$ için her iki kapı gerilim kapısı olarak alındığında, H matrisi mevcut değildir.



Şekil 4.6

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{6-k}{3k-6} & \frac{k}{3k-6} \\ \frac{2}{3k-6} & \frac{1}{3k-6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Bu bölümde incelenecek olan iki metodda, akım ve gerilim kapılarının seçiminin doğru yapıldığı kabul edilerek Hibrid denklemi elde edilecektir. Aksi halde , metod singüler bir matrisin inversinde sonuçlanacaktır.

4.4.1 Kontrollü Kaynakların Çıkarılma Metodu

Metodun temeli, verilen bir n-kapılıdan uygun eleman grubunu çıkarmak ve yalnızca n-kapılı resistif bir devre elde ederek (4.12)'i uygulamaktır. Her bir kontrollü kaynağın ya bir kısa devre elemanındaki akımla ya da açık devre elemanındaki gerilimle kontrollü olduğu kabul edilir. Kontrollü kaynağın bağlı olduğu bir elemana, açık devre paralel olarak, kısa devre seri olarak her zaman eklenebileceği için bu kabul herhangi bir genelliği bozmaz. Ayrıca kısa devre elemanı sıfır değerli bağımsız bir gerilim kaynağı , açık devre elemanı sıfır değerli bağımsız bir akım kaynağı olarak ele alınabilir. Yöntemin uygulanabilmesi ile ilgili şartlar şu şekildedir.

Koşul 1: Kontrollü ve/veya bağımsız gerilim kaynakları (Gerilim kapıları ve kısa devre elemanları dahil) çevre oluşturmamalı

Koşul 2: Kontrollü ve/veya bağımsız akım kaynakları (Akım kapıları ve açık devre elemanları dahil) kesitleme oluşturmamalı

Bu şartlara uymayan bir n-kapılının, bu yöntemle Hibrid matrisi elde edilemez. Bu durumda Bölüm 4.4.2 veya 4.5' açıklanan yöntemler uygulanabilir.

Verilen bir n-kapılıdan çıkarma işlemleri şu şekilde yapılır.

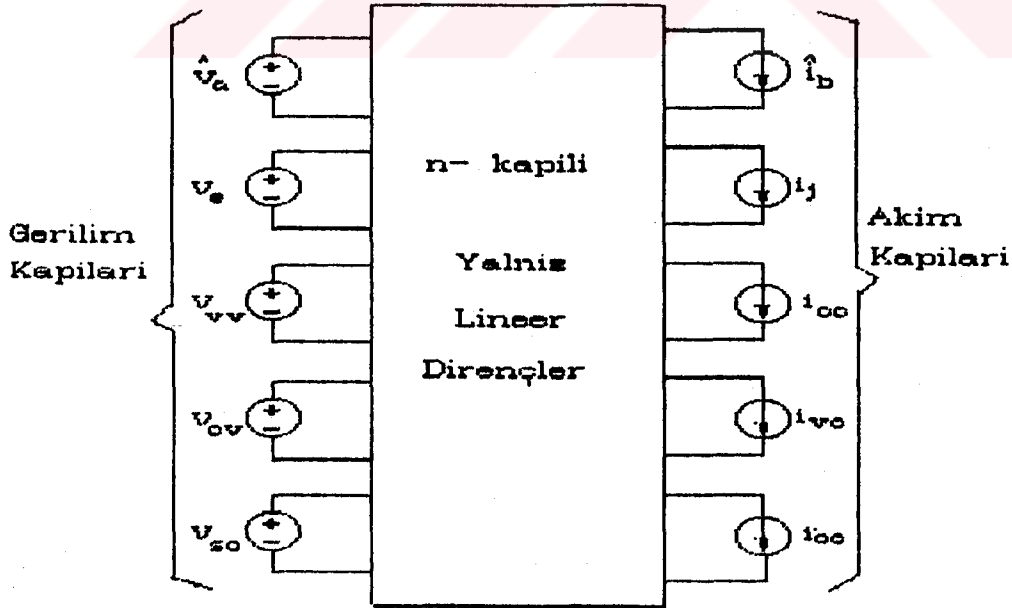
-Bağımsız ve kontrollü gerilim kaynakları gerilim kapısı olarak, bağımsız ve kontrollü akım kaynakları akım kapısı olarak çıkarılır.

-Kontrollü kaynaklar için ,akımları kontrol değişken olan kısa devre elemanları gerilim kapısı , gerilimleri kontrol değişkeni olan açık devre elemanları akım kapısı olarak çıkarılır.

Buna göre devre Şekil 4.7'de gösterildiği gibi olur.Burada kullanılan alt indisler : v gerilim , c akım , s kısa devre o açık devreyi ifade etmektedir.

Bu durumda kapı akım ve gerilimleri ,

$$\begin{aligned} V_E &= [\hat{V}_a \ V_e \ V_{vv} \ V_{ov} \ V_{so}]^t & , & & i_E &= [\hat{i}_a \ i_E \ i_{vv} \ i_{ov} \ i_{so}]^t \\ V_J &= [\hat{V}_b \ V_J \ V_{cc} \ V_{vc} \ V_{oc}]^t & , & & i_J &= [\hat{i}_b \ i_J \ i_{cc} \ i_{vc} \ i_{oc}]^t \end{aligned} \quad (4.23)$$



Şekil 4.7

(4.23), (4.12)'de yerine konursa istenen Hibrid matrisi elde edilebilir. n-kapılının Hibrid denklemini (4.2) formunda elde etmek için, denklemlerden $\hat{i}_a, \hat{v}_a, \hat{i}_b, \hat{v}_b, v_e$ ve i_j hariç tüm geri kalan vektörleri elemelidir. Sonuç şu şekilde olacaktır.

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & H_{34} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} & H_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Burada ;

$$\begin{aligned} W_1 &= \begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ \hat{v}_b \end{bmatrix}, & W_2 &= \begin{bmatrix} i_{vv} \\ v_{vc} \\ i_{cv} \\ v_{cc} \end{bmatrix}, & W_3 &= \begin{bmatrix} i_{sc} \\ v_{oc} \end{bmatrix}, & W_4 &= \begin{bmatrix} i_e \\ v_j \end{bmatrix} \\ X_1 &= \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix}, & X_2 &= \begin{bmatrix} v_{vv} \\ i_{vc} \\ v_{cv} \\ i_{cc} \end{bmatrix}, & X_3 &= \begin{bmatrix} v_{so} \\ i_{oc} \end{bmatrix}, & X_4 &= \begin{bmatrix} v_e \\ i_j \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.25)$$

(4.2)'i elde etmek için W_1, X_1 ve X_4 cinsinden ifade edilmelidir. Ayrıca (4.2)'deki n-kapılı için iki ek bilgi daha vardır.

1- Kısa devre ve açık devre elemanları için ;

$$\begin{aligned} X_3 &= 0 \\ \sim & \quad \sim \end{aligned}$$

2- Kontrollü kaynaklar için ;

$$X_2 = \begin{bmatrix} v_{vv} \\ i_{vc} \\ v_{cv} \\ i_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & K_{vv} \\ 0 & K_{vc} \\ K_{cv} & 0 \\ K_{cc} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sc} \\ v_{oc} \end{bmatrix} = K.W_3 \quad (4.26)$$

Son üç denklemden, istenen bağıntı elde edilir.

$$W_1 = \begin{bmatrix} i_a \\ v_b \end{bmatrix} = [H_{11} + H_{12}(1 - KH_{32})^{-1}KH_{31}]X_1 + [X_1 + H_{12}(1 - KH_{32})^{-1}KH_{34}]X_4 \quad (4.27)$$

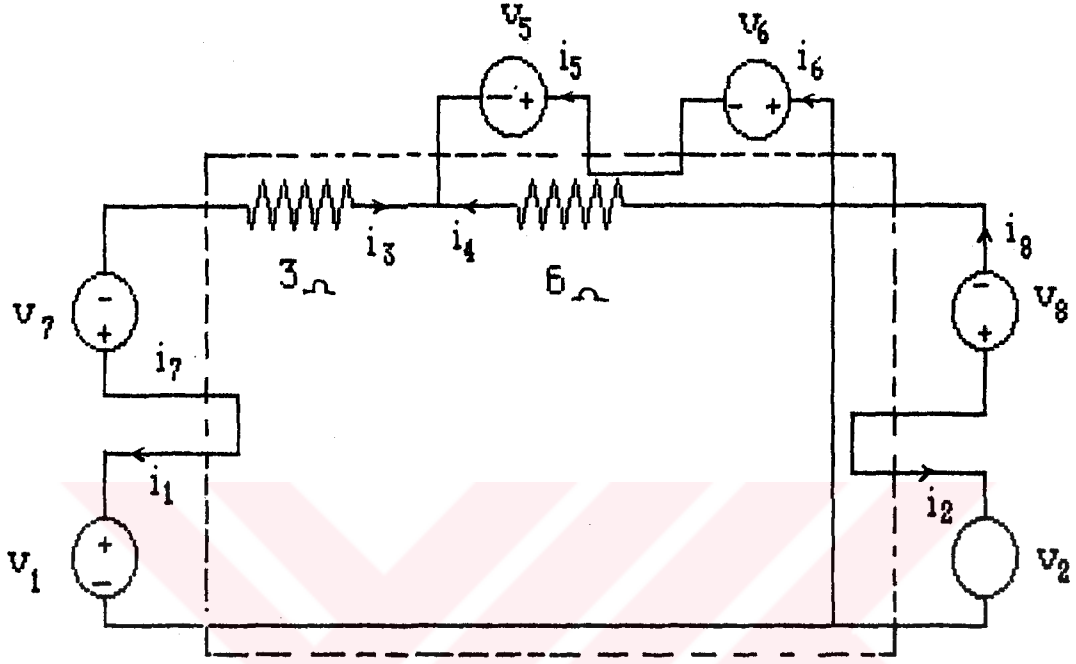
(4.27)'den, \hat{H} ve \hat{S} matrislerinin $F_d = [1 - KH_{32}]$ matrisinin singular olmaması durumunda mevcut olduğu anlaşılır. Singular olduğunda, seçilen akım veya gerilim kapılarının oluşturduğu n-kapılı ya uyumsuzdur ya da tek bir çözüme sahip değildir. (Şartlar sağlanmamış) Bu durumda üç farklı yol izlenebilir. Birincisi, bazı elemanların parametrelerini elemanın toleransı içinde küçük değerlerle değiştirmektir. Bunun sonunda matris artık singular değildir. Böyle bir yaklaşım pratik devrelerin incelenmesinde uygundur, çünkü herşeyden önce hiçbir elemanın tam değerini bilemeyiz. Ancak çözüm yaklaşık olur. İkincisi, Hibrid denklemlerinin mevcut olduğu akım ve gerilim kapılarının değişik bir kombinasyonunu kullanmak Üçüncüsü, Bölüm 4.5'teki daha genel bir metodu uygulamaktır

Örnek 4.3 : Şekil 4.6.b'deki 2 kapılı Hibrid matrisi elde edilecektir. $k=2$, Kapı 1 gerilim kapısı, kapı 2 akım kapısı.

Kontrollü gerilim kanakları ve kısa devre elemanları (7,8) dışarı çıkarılarak Şekil 4.8 elde edilir. Buna göre (4.9),

$$\begin{bmatrix} & E & & R & G & J \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & 0 & . & 1 & . & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & . & 0 & . & 1 & . & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & . & 0 & . & 1 & . & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & . & 0 & . & -1 & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & . & 0 & . & 0 & . & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & 1 & . & 0 & . & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1_1 \\ 1_5 \\ 1_6 \\ 1_7 \\ 1_8 \\ \dots \\ 1_4 \\ \dots \\ 1_3 \\ \dots \\ 1_2 \end{bmatrix} & = & 0 \end{bmatrix}$$

Q matrisinden Q_{EG}, Q_{EJ}, Q_{RG} ve Q_{RJ} alt matrisleri (4.12)'de yerine konarak (4.24)'e karşı düğen matris elde edilir.



Şekil 4.8

$$\begin{bmatrix} 1_1 \\ v_2 \\ \dots \\ 1_5 \\ 1_6 \\ \dots \\ 1_7 \\ 1_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/3 & 0 & -1/3 & -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & -6 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1/3 & 1 & -1/3 & -1/3 & 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1 & -1/3 & -1/3 & 1/3 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 & -1/3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ 1_2 \\ \dots \\ v_5 \\ v_6 \\ \dots \\ v_7 \\ v_8 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

(4.28) ile (4.24) karşılaştırıldığında, H_{ij} altmatrisleri tanımlanabilir. (4.26)'daki K matrisi ise;

$$\begin{bmatrix} v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_7 \\ 1_8 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} 1_7 \\ 1_8 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

(4.27)'e göre \hat{H} matrisi ,

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

olur. İçte bağımsız kaynak olmadığından $\hat{S}=0$.

4.4.2 Sistematik Eleme Metodu

Önceki metodun aksine, kontrollü kaynaklar çıkarılmaz kontrol değişkenleri ile ilgili olarak kısa devre vs açık devre elemanları oluşturulmaz. Tüm gerilim kapılarının ağaç elemanı, tüm akım kapılarının giriş elemanı olduğu bir T ağacı seçilir. z ve y alt indisleri , ağaca ve girişe ait (Bağımsız ve/veya kontrollü kaynaklar dahil) kapı olmayan elemanları gösterebilir. Buna göre Temel kesitleme ve Temel çevre matrisleri ;

$$\begin{bmatrix} a & z & y & b \\ I_{aa} & 0_{az} & Q_{ay} & Q_{ab} \\ 0_{za} & I_{zz} & Q_{zy} & Q_{zb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ i_z \\ i_y \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$\begin{bmatrix} -Q_{ay}^t & -Q_{zy}^t & I_{yy} & 0 \\ -Q_{ab}^t & -Q_{zb}^t & 0 & I_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ v_z \\ v_y \\ \hat{v}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

(4.31) ve (4.32) aşağıdaki gibi yeniden düzenlenir.

$$\begin{bmatrix} i_z \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -Q_{zy} \\ Q_{zy}^t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_z \\ i_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -Q_{zb} \\ Q_{ay}^t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ \hat{v}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -Q_{ay} \\ Q_{zb}^t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_z \\ i_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -Q_{ab} \\ Q_{ab}^t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

m kapı ve l kapı olmayan elemanlar olmak üzere , eleman kanunları $2x(1+m)$ akım ve gerilim aşağıdaki gibi tanımlanır

$$F \cdot \begin{bmatrix} i_z \\ v_y \\ \hat{i}_a \\ \hat{v}_b \\ v_z \\ i_y \\ \hat{v}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} = [F1|F2|F3|F4] \begin{bmatrix} i_z \\ v_y \\ \hat{i}_a \\ \hat{v}_b \\ v_z \\ i_y \\ \hat{v}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} = F1 \begin{bmatrix} i_z \\ v_y \end{bmatrix} + F2 \begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ \hat{v}_b \end{bmatrix} + F3 \begin{bmatrix} v_z \\ i_y \end{bmatrix} + F4 \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} = u \quad (4.35)$$

Burada F, $1x2(1+m)$ boyutlu bir matris, u n-kapılı içindeki bağımsız kaynaklar sebebiyle ortaya çıkan $1x1$ boyutlu bir matristir.

Problem (4.33), (4.34) ve (4.35)'den v_z, v_y, i_z, i_y değişkenlerini yok etmek ve i_a ve v_b 'i v_a, i_b ve u cinsinden ifade etmektir.

$$\begin{bmatrix} v_z \\ i_y \end{bmatrix} = P^{-1} \cdot R \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} + P^{-1} \cdot u \quad (4.36.a)$$

Burada ;

$$P = F_1 \cdot \begin{bmatrix} 0 & -Q_{zy} \\ Q_{zy}^t & 0 \end{bmatrix} + F_2 \cdot \begin{bmatrix} 0 & -Q_{ab} \\ Q_{zb}^t & 0 \end{bmatrix} + F_3 \quad (4.36.b)$$

$$R = F_1 \cdot \begin{bmatrix} 0 & -Q_{zb} \\ Q_{ay}^t & 0 \end{bmatrix} + F_2 \cdot \begin{bmatrix} 0 & -Q_{ab} \\ Q_{ab}^t & 0 \end{bmatrix} + F_4 \quad (4.36.c)$$

(4.36.a), (4.34)'de yerine konursa istenen sonuç elde edilir

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ \hat{v}_b \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -Q_{ay} \\ Q_{zb}^t & 0 \end{bmatrix} P^{-1} R - \begin{bmatrix} 0 & Q_{ab} \\ -Q_{zb}^t & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & Q_{ay} \\ -Q_{zb}^t & 0 \end{bmatrix} P^{-1} u \quad (4.37)$$

Hibrid denkleminin varlığı P matrisine bağlıdır. Singuler olduğu durumda Bölüm 4.4.1.'de yapılan yorumlar geçerlidir.

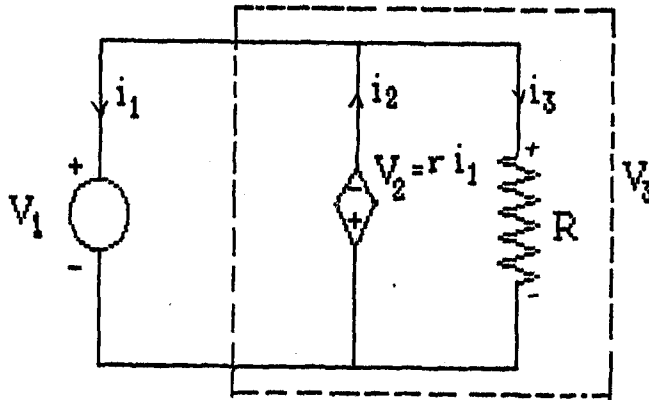
Örnek 4.4 : Şekil 4.9'daki bir kapılı için $i_1=k.v_1$ denklemindeki k bulunacaktır.

Kontrollü kaynak ile bağımsız kaynak çevre oluşturduğundan Bölüm 4.4.1'deki metod görünüşte uygulanamaz.

$$[1 \mid -1 \ 1] \begin{bmatrix} i_1 \\ \dots \\ i_2 \\ \dots \\ i_3 \end{bmatrix} = 0$$

$$Q_{ay}=[-1 \ 1] , \quad Q_{ab}=0 , \quad Q_{zy}=0 , \quad Q_{zb}=0$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & r & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 & \dots & 0 & R & \dots & 0 \\ & & F_1 & & F_2 & & & F_3 & & F_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ \dots \\ i_1 \\ \dots \\ i_2 \\ \dots \\ i_3 \\ \dots \\ v_1 \end{bmatrix} = 0$$



Şekil 4.9

$$P = \begin{bmatrix} r & -r \\ 0 & R \end{bmatrix} , \quad R = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Sonuçlar (4.37)'de konarak istenen sonuçlar elde edilir.

$$i_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r & -r \\ 0 & R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} v_1 = - \frac{1}{r} v_1$$

4.5. EN GENEL DURUMDA n-KAPILI MATRİSLERİNİN İFADE EDİLMESİ

Bölüm 4.4.'de açıklanan iki metodla, her bir kapının (gerilim veya akım) yapısı önceden belirlenir. Eğer verilen bir kapı kombinezonu için Hibrid matrisi mevcut değilse, her iki yöntem singüler bir matrisin tersinin alınmasında sonuçlanır. Bu durumda diğer kapı kombinezonlarının denenmesi gerekir. İki kapılı durum için yalnızca $2^2=4$ muhtemel kapı kombinezonu olmasına karşın, kapı sayısı büyükse böyle bir yaklaşım etkili olmaz. Çünkü her bir kapı kombinezonu için tüm bir devrenin analizinin yapılması gerekir. Yalnız lineer dirençleri içeren durumda geçerli bir kapı kombinezonunun tanımı kolaydır. Çünkü kapılardaki koşullar Teorem 4.1'de ifade edildiği gibi tamamen topolojiktir.

Temel güçlük bir kapının yapısının belirlenmesinde yattığı için çözüm, analiz süresince her bir kapının belirlenmemiş olarak alınmasıdır. Böyle bir kapı, devre şemasında belirlenmemiş kaynak içinde bir ok veya $+$ işareti olmayan daire olarak gösterilir.

Daha basit gösterim amacıyla, içte bağımsız kaynaklar olmayan lineer resistif n-kapılılar için genel durum ele alınacaktır. n-kapılıya bağımsız kaynakları dahil etmek için gerekli ilave, Bölüm 4.3'te açıklandığı gibidir.

Bütün p kapıları belirlenmemiş kapı olmak üzere (4.2)'deki \hat{H} matrisini araştırmak yerine, aşağıdaki formda kapı değişkenleri ile ilgili max. n tane bağımsız denklem bulmaya çalışılır ve bu denklemlerden kapının yapısı belirlenir.

$$C \begin{bmatrix} v_p \\ i_p \end{bmatrix} = 0 \quad (4.38)$$

Burada C nx2p boyutludur. C matrisinin ifade edilmesini kolaylaştırmak için, keyfi bir T ağacı seçilir. Seçilen ağaç ile ilgili olarak, devre elemanları aşağıdaki alt indis gösterimi ile dört kategoriye ayrılabilir.

- a- Ağaçtaki kapı elemanları
- b- Kirişteki kapı elemanları
- z- Ağaçtaki kapı olmayan elemanlar
- y- Kirişteki kapı olmayan elemanlar

Temel kesitleme ve çevre denklemleri (4.31), (4.32)'te verilmiştir. Kapı olmayan elemanlar şöyle tanımlanabilir.

$$F_{iz}i_z + F_{vy}v_y + F_{iy}i_y + F_{vz}v_z + F_{ia}i_a + F_{vb}v_b + F_{ib}i_b + F_{va}v_a = 0 \quad (4.39)$$

C matrisini elde etmek için (4.31), (4.32), (4.39)'den i_z, v_y, i_y, v_z vektörlerinin elenmesi gerekir. Bölüm 4.4.2'deki gibi bu vektörlerin açık olarak çözümü yapılırsa sonuçta P matrisinin tersini gerektiren (4.36) elde edilir. Daha önce ele alınan bu tarz güçlüklerden kaçınmak için, herhangi bir matrisin tekil olmamasını gerektirmeyen başka bir yaklaşım seçilmelidir. (4.31), (4.32) ve (4.39) tek matris denklemi olarak aşağıdaki gibi tablo formunda yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & Q_{zy} & 0 & 0 & 0 & Q_{zb} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -Q_{zy}^t & 0 & 0 & 0 & -Q_{ay}^t \\ 0 & 0 & Q_{ay} & 0 & 1 & 0 & Q_{ab} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Q_{zb}^t & 0 & 1 & 0 & -Q_{ab}^t \\ F_{iz} & F_{vy} & F_{iy} & F_{vz} & F_{ia} & F_{vb} & F_{ib} & F_{va} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_z \\ v_y \\ i_y \\ v_z \\ i_a \\ v_v \\ i_b \\ v_a \end{bmatrix} = 0 \quad (4.40)$$

i_z ve v_y vektörleri, ilk iki denklemden çözümlenerek ve son denklemde yerine konarak (4.40)'dan elenebilir.

$$[F_b | F_p] \begin{bmatrix} 1_y \\ v_z \\ 1_a \\ v_b \\ 1_b \\ v_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{ay} & 0 & \dots & 1 & 0 & Q_{ab} & 0 \\ 0 & -Q_{zb}^t & \dots & 0 & 1 & 0 & -Q_{ab}^t \\ \hat{F}_{iy} & \hat{F}_{vz} & \dots & \hat{F}_{ia} & \hat{F}_{vb} & \hat{F}_{ib} & \hat{F}_{va} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_y \\ v_z \\ \dots \\ 1_a \\ v_b \\ 1_b \\ v_a \end{bmatrix} = 0 \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} \text{Burada ; } \hat{F}_{iy} &= F_{iy} - F_{iz}Q_{zy} & \hat{F}_{va} &= F_{va} + F_{vy}Q_{ay}^t \\ \hat{F}_{vz} &= F_{vz} + F_{vy}Q_{zy}^t & \hat{F}_{ib} &= F_{ib} - F_{iz}Q_{zb} \\ \hat{F}_{ia} &= F_{ia} & \hat{F}_{vb} &= F_{vb} \end{aligned} \quad (4.42)$$

(4.41)'den 1_y ve v_z 'nin açık olarak yok edilmesi genelde mümkün değildir. Ancak 1_y ve v_z aşağıda gösterildiği gibi satır indirgeme ile (4.41)'den elenebilir. $[F_b | F_p]$ 'i Echelon forma indirmek için satır işlemleri uyguladıktan sonra sonuç matriste sol bloktaki sıfır satırlara (Orjinal F_b) karşı düşen sağ bloktaki (Orjinal F_p) satırlar C matrisini oluşturur.

$$\begin{array}{l} \text{Elemanter} \\ \text{satır} \\ \text{işlemleri} \end{array} \left[\begin{array}{cccc} \text{Satır Echelon} & \dots & X & \dots & X \\ \text{form} & & \vdots & & X \\ 0 & 0 & \dots & 1 & X \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & C \\ & & & 0 & \dots \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{matrisi} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \quad (4.43)$$

Örnek 4.5 : Şekil 4.6'daki 2 kapılı için C matrisi elde edilecektir. $k=2$

$$1_a = \begin{bmatrix} 1_1 \\ 1_2 \end{bmatrix}, \quad 1_z = \begin{bmatrix} 1_5 \\ 1_6 \end{bmatrix}, \quad 1_y = \begin{bmatrix} 1_3 \\ 1_4 \end{bmatrix}, \quad 1_b = 0$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{aa} & 0 & Q_{ay} \\ 0 & I_{zz} & Q_{zy} \end{bmatrix}$$

Kapı olmayan elemanların tanımları ,

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & . & 1 & 0 & . & -3 & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & 0 & 1 & . & 0 & -6 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & 0 & 0 & . & -2 & 0 & . & 1 & 0 \\ 0 & 0 & . & 0 & 0 & . & 0 & -2 & . & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_5 \\ 1_6 \\ \dots \\ V_3 \\ V_4 \\ \dots \\ 1_3 \\ 1_4 \\ \dots \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = [F_{iz} | F_{vy} | F_{iy} | F_{vz}] \begin{bmatrix} 1_z \\ V_y \\ 1_y \\ V_z \end{bmatrix} = 0$$

(4.41) denklemi,

$$[F_b | F_p] = \begin{bmatrix} 1_z \\ V_y \\ 1_a \\ V_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & . & 0 & 0 & . & 1 & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & 1 & . & 0 & 0 & . & 0 & 1 & . & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -3 & 0 & . & 1 & 1 & . & 0 & 0 & . & 1 & 0 \\ 0 & -6 & . & 1 & 1 & . & 0 & 0 & . & 0 & 1 \\ -2 & 0 & . & 1 & 0 & . & 0 & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & -2 & . & 0 & 1 & . & 0 & 0 & . & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_3 \\ 1_4 \\ \dots \\ V_5 \\ V_6 \\ 1_1 \\ 1_2 \\ \dots \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = 0$$

Katsayılar matrisi satır Echelon forma indirilirse, istenen sonuç elde edilir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & . & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & . & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & . & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & . & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & 0 & 0 & 1 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_3 \\ 1_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ 1_1 \\ 1_2 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = 0$$

Sol bloktaki son iki satır sıfır satırlardır. (4.43) ile 2 kapılı için C denklemi ,

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_1 \\ 1_2 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = 0$$

Son denklemden 1. ve 2. kapıların her ikisinin gerilim kapısı olamayacağı görülebilir. Çünkü i_1 ve i_2 'e karşı düşen kolonlar lineer olarak bağımlıdır ve (i_1, i_2) 'nin (v_1, v_2) cinsinden çözümü mümkün değildir.

Diğer taraftan, 1. kapı gerilim kapısı , 2. kapı akım kapısı olarak alınır. Hibrid matrisini elde etmek için gerekli olan (i_1, v_2) , son denklemden bulunabilir.

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Sonuç, örnek 4.3 ile aynıdır.



BÖLÜM 5 . DURUM DENKLEMLERİ YÖNTEMİ İLE LINEER DEVRE ANALİZİ

Lineer zamanla değişmeyen elektrik devrelerinin incelemesi , iki önemli bilgiyi içerir. 1- Kaynakların durumuna bağlı olarak, devrenin zaman domenindeki cevabı 2- ilgilenilen büyüklükler ile devredeki kaynaklar arasındaki ilişkileri belirleyen devre fonksiyonlarının kutup ve sıfırlarının bölgeleri .

Geniş kapsamlı lineer devrelerde kullanılan düğüm metodu bu iki tip problemin çözümü için iyi bir yaklaşım değildir. Genel olarak lineer devreler, çevre analizi veya düğüm analizi gibi tekniklerle çözüldüğünde integro-diferansiyel denklemler elde edilir. Elektronik devrelerin ve sistemlerin karmaşıklığı arttıkça , devrelerin analizinde daha iyi teknikler ve özellikle bilgisayara uygulanabilen metodlar kullanılmalıdır. Düğüm metodu , Ayrık devre modelleri ve numerik iterasyon teknikleri kullanıldığında, geçici rejim problemlerinin çözümünde etkili olmaktadır.

Durum değişkeni yaklaşımı bilgisayar yardımıyla büyük boyutlu devrelerin analizinde oldukça yaygındır. Lineer zamanla değişmeyen bir devrenin durum modeli şu şekilde tanımlanır.

$$\begin{matrix} \dot{x} \\ \sim \\ \sim \end{matrix} = \begin{matrix} A \\ \sim \\ \sim \end{matrix} x + \begin{matrix} B \\ \sim \\ \sim \end{matrix} u + \begin{matrix} B_1 \\ \sim \\ \sim \end{matrix} \dot{u} + \dots \quad (5.1)$$

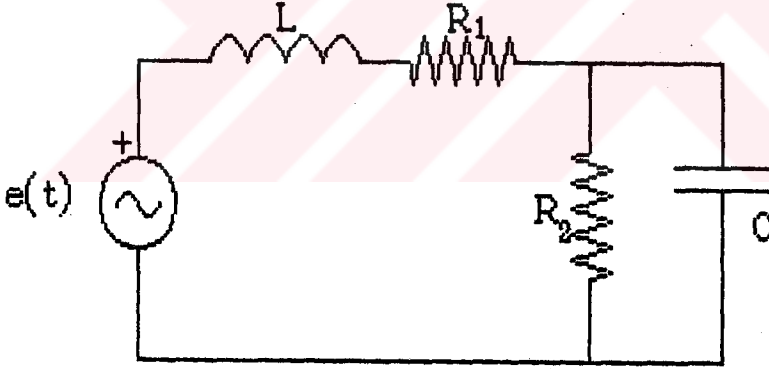
$$\begin{matrix} y \\ \sim \\ \sim \end{matrix} = \begin{matrix} C \\ \sim \\ \sim \end{matrix} x + \begin{matrix} D \\ \sim \\ \sim \end{matrix} u + \begin{matrix} D_1 \\ \sim \\ \sim \end{matrix} \dot{u} + \dots \quad (5.2)$$

Bir devreye ilişkin graftaki, eleman sayısı n_e , durum değişkeni sayısı n ve kaynakların sayısı r ile gösterilirse , (5.1) ve (5.2)'deki matris boyutları ;

$$\begin{aligned}x &: nx1 \\ y &: (2n_e - n) \times 1 \\ u &: rx1 \\ A &: nxn \\ B, B_1 &: nxr \\ C &: (2n_e - n) \times n \\ D, D_1 &: (2n_e - n) \times r\end{aligned}$$

şeklinde olur. Kirchoff akım ve gerilim kanunu ile eleman tanım denklemlerinin oluşturduğu Tablo denklemleri, belli koşullar sağlandığında bir devreye ait olan Durum modelini tanımlar.

Örnek 5.1 : Şekil 5.1'deki devrede, $R_1=2\Omega$, $R_2=1/2\Omega$, $C=1F$ $L=1H$ olduğuna göre olduğunda devrenin durum modeli elde edilecektir.



Şekil 5.1 Lineer RLC Devresi

Durum Modeli ;

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_c \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e(t)$$

$$\begin{bmatrix} V_{R1} \\ V_{R2} \\ i_c \\ V_L \\ i_{e1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & R_1 \\ 1 & 0 \\ -1/R_2 & 1 \\ -1 & R_1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} e(t)$$

5.1. DURUM DENKLEMLERİNİN BİLİGİSAYAR İLE İFADE EDİLMESİ

Öncelikle kontrollü kaynak içermeyen RLCM devrelerinin durum denklemleri elde edilecektir. Ele alınacak devrenin yalnızca bağımsız gerilim kaynaklarını içeren çevrelere ve yalnızca bağımsız akım kaynaklarını içeren kesitlemelere sahip olmadığı kabul edilir. Her ikisinden birinin geçersiz olduğu durumda devre uyumsuz ya da tek bir çözüme sahip değildir. İşleme uygun bir T ağacının (Bölüm 1.3.1) seçimi ile başlanır. Ağaç için τ ve kirişler için l alt indisi kullanılırsa, eleman gerilim ve akım vektörleri ;

$$V = \begin{bmatrix} V_{E\tau} \\ V_{C\tau} \\ V_{R\tau} \\ V_{L\tau} \\ V_{J1} \\ V_{L1} \\ V_{R1} \\ V_{C1} \end{bmatrix} \quad i = \begin{bmatrix} i_{E\tau} \\ i_{C\tau} \\ i_{R\tau} \\ i_{L\tau} \\ i_{J1} \\ i_{L1} \\ i_{R1} \\ V_{C1} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

şeklinde yazılabilir.

Devre için Temel Kesitleme Denklemleri ;

$$Q.i = \begin{bmatrix} E_T & C_T & R_T & L_T & J_1 & L_1 & R_1 & C_1 \\ I_{R_T} & 0 & 0 & 0 & F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} \\ 0 & I_{C_T} & 0 & 0 & F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} \\ 0 & 0 & I_{R_T} & 0 & F_{31} & F_{32} & F_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{L_T} & F_{41} & F_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} .i = 0 \quad (5.4)$$

$B_T = -Q_T^t$ ilişkisine göre , Temel Çevre Denklemleri ;

$$B.V = \begin{bmatrix} E_T & C_T & R_T & L_T & J_1 & L_1 & R_1 & C_1 \\ -F_{11}^t & -F_{21}^t & -F_{31}^t & -F_{41}^t & I_{J_1} & 0 & 0 & 0 \\ -F_{12}^t & -F_{22}^t & -F_{32}^t & -F_{42}^t & 0 & I_{L_1} & 0 & 0 \\ -F_{13}^t & -F_{23}^t & -F_{33}^t & 0 & 0 & 0 & I_{R_1} & 0 \\ -F_{14}^t & -F_{24}^t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{C_1} \end{bmatrix} .V = 0 \quad (5.5)$$

Uygun ağaç tanımına göre, kırışteki bir kapasiteye ait temel çevre hiçbir direnç ve bobin içermeyeceğinden $-F_{34}^t$ ve $-F_{44}^t$ alt matrisleri, benzer şekilde kırışteki bir dirence ait temel çevre hiçbir bobin içermeyeceğinden $-F_{43}^t$ alt matrisi sıfır olacaktır.

RLC elemanlarının tanım bağıntıları ;

$$R : \quad V_{R_T} = R_T . i_{R_T} \quad \text{veya} \quad i_{R_T} = G_T . V_{R_T} \\ i_{R_1} = G_1 . V_{R_1} \quad \text{veya} \quad V_{R_1} = R_1 . i_{R_1} \quad (5.6.a)$$

$$C : \quad \begin{bmatrix} i_{C_T} \\ i_{C_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_T & 0 \\ 0 & C_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{C_T} \\ V_{C_1} \end{bmatrix} \quad (5.6.b)$$

$$L : \quad \begin{bmatrix} V_{L_T} \\ V_{L_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{T_T} & L_{T_1} \\ L_{1_T} & L_{1_1} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{L_T} \\ i_{L_1} \end{bmatrix} \quad \text{veya} \\ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{L_T} \\ i_{L_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{T_T} & \Gamma_{T_1} \\ \Gamma_{1_T} & \Gamma_{1_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{L_T} \\ V_{L_1} \end{bmatrix} \quad (5.6.c)$$

şeklindedir. Amaç (5.4), (5.5) ve (5.6) ile verilen denklemlerden, durum denklemini elde etmektir. Durum değişkeni olarak V_{C1} ve i_{L1} alınır. Bu denklemlerde V_{C1}, i_{L1}, V_E ve i_{J1} dışında tüm akım ve gerilimler yok edilmelidir. Mevcut durumda, RLCM devrelerinde yok etme her zaman mümkündür. V_{C1} ve i_{L1} ile durum denklemleri ifade edildiğinden, başlangıç noktası olarak bu iki grup eleman için (C_1 ve L_1) tanım denklemleri tekrar yazılır.

$$\begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & L_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{C1} \\ i_{L1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{C1} \\ V_{L1} - L_1 \frac{di_{L1}}{dt} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Denklemin sağ tarafındaki i_{C1}, V_{L1} ve i_{L1} durum değişkenleri ve kaynaklar cinsinden ifade edilmelidir. Bu işlem aşağıdaki algoritma ile adım adım yapılır.

Algoritma 3.1 :

Adım 1 : i_{C1} 'i giriş akımları ve V_{L1} 'i dal gerilimleri cinsinden ifade et.

$$i_{C1} = -F_{21} \cdot i_{J1} - F_{22} \cdot i_{L1} - F_{23} \cdot i_{R1} - F_{24} \cdot i_{C1} \quad (5.8)$$

$$V_{L1} = F_{12}^t \cdot V_{E1} + F_{22}^t \cdot V_{C1} + F_{32}^t \cdot V_{R1} + F_{42}^t \cdot V_{L1} \quad (5.9)$$

Adım 2 : i_{L1} 'i (i_{J1}, i_{L1}) cinsinden ve V_{C1} 'i (V_{C1}, V_{E1}) cinsinden ifade et.

$$i_{L1} = -F_{41} \cdot i_{J1} - F_{42} \cdot i_{L1} \quad (5.10)$$

$$V_{C1} = F_{14}^t \cdot V_{E1} + F_{24}^t \cdot V_{C1} \quad (5.11)$$

Adım 3 : V_{L1} 'i (i_{J1}, i_{L1})'nin türevleri, i_{C1} 'i (V_{C1}, V_{E1})'nin türevleri cinsinden ifade et.

$$V_{L1} = L_{11} \frac{di_{L1}}{dt} + L_{11} \frac{di_{L1}}{dt} \quad (5.12)$$

(5.10), (5.12)'de yerine konursa ,

$$V_{Lr} = -L_{rr} \cdot F_{41} \frac{d}{dt} i_{J1} + (L_{r1} - L_{rr} \cdot F_{42}) \cdot \frac{d}{dt} i_{L1} \quad (5.13)$$

$$i_{C1} = C_1 \cdot \frac{d}{dt} V_{C1} = C_1 \cdot F_{14}^t \cdot \frac{d}{dt} V_{Er} + C_1 \cdot F_{24}^t \cdot \frac{d}{dt} V_{Cr} \quad (5.14)$$

elde edilir.

Adım 4 : V_{Rr} ve i_{R1} 'i $(V_{Er}, V_{Cr}, i_{J1}, i_{L1})$ cinsinden ifade et

$$\begin{aligned} i_{Rr} &= -F_{31} \cdot i_{J1} - F_{32} \cdot i_{L1} - F_{33} \cdot i_{R1} \\ V_{R1} &= F_{13}^t \cdot V_{Er} + F_{23}^t \cdot V_{Cr} + F_{33}^t \cdot V_{Rr} \end{aligned} \quad (5.15)$$

(5.15) ve (5.6.a) birlikte düşünülürse ;

$$i_{Rr} = G_r \cdot V_{Rr} = -F_{31} \cdot i_{J1} - F_{32} \cdot i_{L1} - F_{33} \cdot G_1 \cdot (F_{13}^t \cdot V_{Er} + F_{23}^t \cdot V_{Cr} + F_{33}^t \cdot V_{Rr}) \quad (5.16)$$

$$G \cdot V_{Rr} = -F_{31} \cdot i_{J1} - F_{32} \cdot i_{L1} - F_{33} \cdot G_1 \cdot F_{13}^t \cdot V_{Er} - F_{33} \cdot G_1 \cdot F_{23}^t \cdot V_{Cr} \quad (5.17)$$

$$G = G_r + F_{33} \cdot G_1 \cdot F_{33}^t \quad (5.18)$$

$$V_{Rr} = G^{-1} \cdot (-F_{31} \cdot i_{J1} - F_{32} \cdot i_{L1} - F_{33} \cdot G_1 \cdot F_{13}^t \cdot V_{Er} - F_{33} \cdot G_1 \cdot F_{23}^t \cdot V_{Cr}) \quad (5.19)$$

$$R \cdot i_{R1} = F_{13}^t \cdot V_{Er} + F_{23}^t \cdot V_{Cr} - F_{33}^t \cdot R_r \cdot F_{31} \cdot i_{J1} - F_{33}^t \cdot F_{32} \cdot i_{L1} \quad (5.20)$$

$$R = R_1 + F_{33}^t \cdot R_r \cdot F_{33} \quad (5.21)$$

G_r, G_1, R_r ve R_1 bu durumda pozitif tanımlı kabul edildiği için , R ve G 'de pozitif tanımlıdır. Buna göre G singular değildir.

$$1_{R1} = R^{-1} \cdot [F_{13}^t \cdot V_{E\tau} + F_{23}^t \cdot V_{O\tau} - F_{33}^t \cdot R_{\tau} \cdot F_{31} \cdot 1_{J1} - F_{33}^t \cdot R_{\tau} \cdot F_{32} \cdot 1_{L1}] \quad (5.22)$$

Adım 5 : istenen durum denklemlerini elde etmek için, 1-4 adımlarında elde edilen ifadeler (5.7)'de yerine konur. istenmeyen büyüklükler elimine edildikten sonra, sonuç denklemleri aşağıdaki matrisel formda yalnızca dört değişkeni ($V_{O\tau}, 1_{L1}, V_{E\tau}, 1_{J1}$) içerir.

$$M(o) \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{O\tau} \\ 1_{L1} \end{bmatrix} = A(o) \cdot \begin{bmatrix} V_{O\tau} \\ 1_{L1} \end{bmatrix} + B(o) \cdot \begin{bmatrix} V_{E\tau} \\ 1_{J1} \end{bmatrix} + B_1(o) \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{E\tau} \\ 1_{J1} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Burada ;

$$M(o) = \begin{bmatrix} C_{\tau} + F_{24} \cdot C_1 \cdot F_{24}^t & 0 \\ 0 & L_{11} - F_{42}^t \cdot L_{\tau 1} - L_{1\tau} \cdot F_{42} + F_{42}^t \cdot L_{\tau\tau} \cdot F_{42} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$A(o) = \begin{bmatrix} -F_{23} \cdot R^{-1} \cdot F_{23}^t & -F_{22} + F_{23} \cdot R^{-1} \cdot F_{33}^t \cdot R_{\tau} \cdot F_{32} \\ F_{22}^t - F_{32}^t \cdot G^{-1} \cdot F_{33} \cdot G_1 \cdot F_{23}^t & -F_{32}^t \cdot G^{-1} \cdot F_{32} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$$B(o) = \begin{bmatrix} -F_{23} \cdot R^{-1} \cdot F_{13}^t & -F_{21} + F_{23} \cdot R^{-1} \cdot F_{33}^t \cdot R_{\tau} \cdot F_{31} \\ F_{12}^t - F_{32}^t \cdot G^{-1} \cdot F_{33} \cdot G_1 \cdot F_{13}^t & -F_{32}^t \cdot G^{-1} \cdot F_{31} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

$$B_1(o) = \begin{bmatrix} -F_{24} \cdot C_1 \cdot F_{14}^t & 0 \\ 0 & -F_{42}^t \cdot L_{\tau\tau} \cdot F_{41} + L_{1\tau} \cdot F_{41} \end{bmatrix}$$

(5.27)

(5.23)'teki $M^{(o)}$ matrisi singular olmadığı için, denklemin her iki yanını $[M^{(o)-1}]$ ile çarpılırsa ,

$$\begin{matrix} \dot{\hat{x}} \\ \sim \end{matrix} = \begin{matrix} A \cdot \hat{x} \\ \sim \sim \end{matrix} + \begin{matrix} B \cdot u \\ \sim \sim \end{matrix} + \begin{matrix} B_1 \cdot \dot{u} \\ \sim \sim \end{matrix} \quad (5.28)$$

elde edilir. Burada ; $A=(M^{(o)})^{-1}A^{(o)}$, $B=(M^{(o)})^{-1}B^{(o)}$, $B_1=(M^{(o)})^{-1}B_1^{(o)}$. (5.28)'e RLCM devreleri için açık formda Durum denklemi denir. Denklemden giriş vektörü u 'nun türevi mevcutsa ,

$$\begin{matrix} \dot{x} \\ \sim \end{matrix} = \begin{matrix} \hat{x} \\ \sim \end{matrix} - \begin{matrix} B_1 \cdot u \\ \sim \sim \end{matrix} \quad (5.29)$$

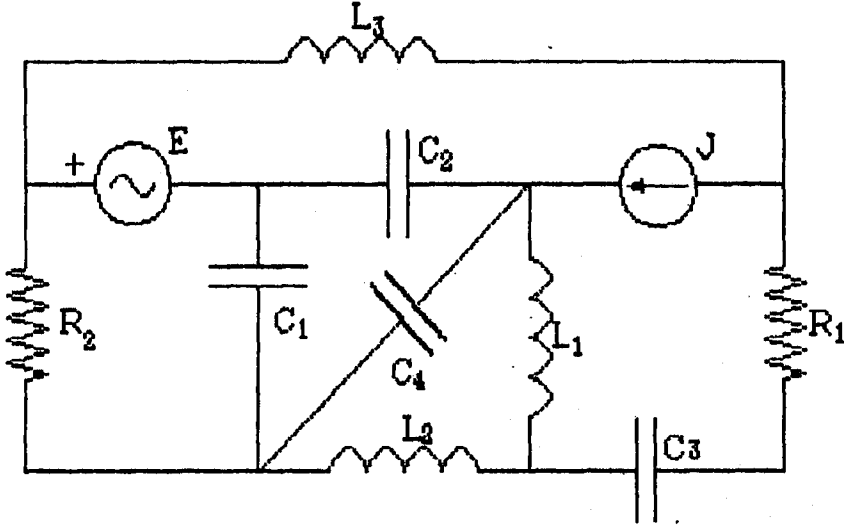
şeklindeki değişken dönüşümü ile yok edilebilir. (5.29), (5.28)'de yerine konursa ;

$$\begin{matrix} \dot{x} \\ \sim \end{matrix} = \begin{matrix} A \cdot x \\ \sim \sim \end{matrix} + \begin{matrix} (B + A \cdot B_1) \cdot u \\ \sim \sim \sim \end{matrix} \quad (5.30)$$

elde edilir.

Örnek 5.2 : Şekil 5.2' deki devrenin Durum denklemleri elde edilecektir.

$$Q = \begin{bmatrix} E_1 & C_1 & C_2 & C_3 & R_1 & L_1 & J_1 & L_2 & L_3 & R_2 & C_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Şekil 5.2

Q matrisinden F alt matrisleri elde edilir. Eleman tanımları ;

$$R_r = R_1 \quad , \quad G_r = G_1 \quad , \quad R_1 = R_2 \quad , \quad G_1 = G_2 \quad , \quad C_1 = C_4 \quad , \quad L_r = L_1$$

$$C_r = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix} \quad , \quad L_1 = \begin{bmatrix} L_2 & 0 \\ 0 & L_3 \end{bmatrix}$$

şeklinde olur. R ve G matrisleri ,

$$G = G_r + F_{33} \cdot G_1 \cdot F_{33}^t = G_1$$

$$R = R_1 + F_{33}^t \cdot R_r \cdot F_{33} = R_2$$

Buna göre A, B, B₁ matrisleri oluşturulursa ;

$$\begin{bmatrix} C_1 + C_4 & -C_4 & 0 & 0 & 0 \\ -C_4 & C_2 + C_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_1 + L_2 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & L_1 & L_1 + L_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}C_1 \\ \dot{V}C_2 \\ \dot{V}C_3 \\ iL_2 \\ iL_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VC_1 \\ VC_2 \\ VC_3 \\ iL_2 \\ iL_3 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -G_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ J_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & L_1 \\ 0 & L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ J_1 \end{bmatrix}$$

Lineer aktif devrelerde durum denkleminin elde edilmesi esasen bir resistif n-kapılı problemine indirgenebilir. Burada temel nokta, devredeki tüm dirençler, bağımsız ve kontrollü kaynaklar kalırken, n-kapılıyı oluşturmak için bütün kapasiteler ve bobinler devreden çıkarılır. Her çıkarılan L,C elemanı bir gerilim kapasitesi veya akım kapasitesi ile yer değiştirilir. Tek şart, kapı kombinasyonunun (4.2) ile verilen Hibrid denklemlerinde sonuçlanmasıdır.

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{H}_{aa} & \hat{H}_{ab} \\ \hat{H}_{ba} & \hat{H}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{S}_a \\ \hat{S}_b \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

Öncelikle (5.31) elde edilir, tüm kapasite akımları ve bobin gerilimleri uç denklemleri yardımıyla yok edilir. Kontrollü kaynak içeren lineer bir devrenin durum denkleminin elde edilmesiyle ilgili bir örnek Bölüm 4.1'de verilmiştir.

Lineer devrede, Hibrid denkleminin oluşma şartı sağlandığı sürece, bir kapının belirlenmesinde genelde büyük bir serbestlik vardır. Bilgisayar programlama açısından aranılan şey, kapı kombinasyonunun belirlenmesinin sistematik ve daha iyi programlanabilir bir metod olmasıdır. Uygun ağaç tanımına dayandırılan bir yaklaşımda ağaca ait kapasite ve bobinler gerilim kapasitesi olarak, ağaca ait olmayan kapasite ve bobinler ise akım kapasitesi olarak alınır. Daha sonra, Hibrid denklemi ifade edilir. Ancak uygun ağaç yardımıyla bir kapı kombinasyonu belirlendikten

sonra, hibrid matrisi oluşturulamıyorsa kapı kombinezonunun değişimi gerekir ve yeni bir analiz uygulanmak zorundadır. Ayrıca RLC devreleri için, kırıktaki kapasiteler ve dallardaki bobinler durum değişkeni olarak alınmamasına karşın bu aktif devrelerde için o kadar önemli değildir.

5.2. DURUM DENKLEMLERİNİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ

Lineer zamanla değişmeyen RLC devresi için, durum

$$\dot{x} = A.x + B.u \quad (5.32)$$

$$y = C.x + D.u \quad (5.33)$$

şeklindedir. (5.32) ve (5.33) ile karakterize edilen Lineer bir devrede çıkış büyüklüğünün belirlenmesi için, başlangıç durumu $x(t_0)$, giriş büyüklüğü $u(t)$ 'nin bilinmesi gerekir. Durum denkleminde kaynak fonksiyonunun birinci türevi görünürse, (5.29) ile verilen dönüşüm kullanılarak yok edilebilir. Çözüm sayısal tekniklerle elde edileceği için, hem $x(t)$ hem de $y(t)$, t 'nin yalnızca bazı ayırık değerleri için belirlenecektir. (Şekil 5.3)

$$t = t_0, t_0+T, t_0+2T, \dots, kT$$

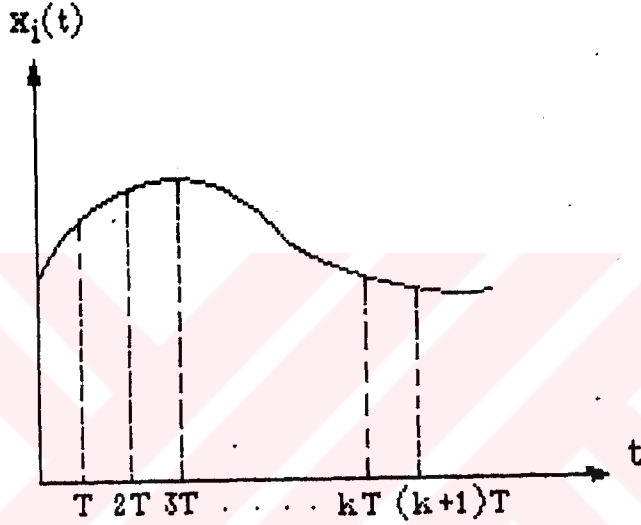
$t = t_0$ için (5.32) ile verilen durum denkleminin genel çözümü,

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}.x(t_0) + e^{At} \int_{t_0}^t e^{-A\tau}.B.U(\tau)d\tau \quad (5.34)$$

şeklindedir. (5.33) ile verilen çıkış denklemi ise,

$$y(t) = C.e^{A(t-t_0)}.x(t_0) + \left\{ C.e^{At} \int_{t_0}^t e^{-A\tau}.B.U(\tau)d\tau + D.U(\tau) \dots \right\} \quad (5.35)$$

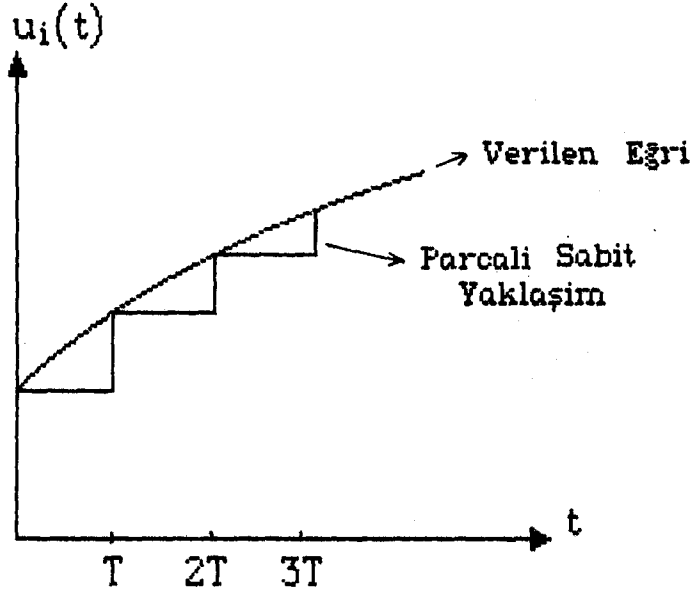
şeklindedir. (5.34)'deki ilk terim Öz çözüm (Zero-Input) ikinci terim ise Zorlanmış çözümdür. (Zero-State)



Şekil 5.3

5.2.1. Geçici Hal Analizi

(5.34) durum denkleminin tam çözümü olmasına rağmen sayısal işlemler için uygun bir formda değildir. Sayısal çözüm için Fark denklemlerine geçiş yapılır. k bir tam sayı ve T seçilen uygun bir zaman aralığı olmak üzere $t=kT$ için $x(t)$ hesaplanır. Bütün k değerleri için giriş $u(kT)$ bilindiği kabul edilirse, gerekli olan $x[(k+1)T]$ ' in $u(kT)$ ve $x(kT)$ ile ilgili olan bir denklem bulunmasıdır. Fark denklem elde etmek için $u(t)$ 'e parçalı sabit bir fonksiyonla yaklaşılr. Yani ele alınan zaman aralıklarında, giriş fonksiyonu sabit bir doğru ile yer değiştirilir. (Şekil 5.4)



Şekil 5.4 Fonksiyona Parçalı Lineer Yaklaşım

(5.34)' de $t_0=kT$ ve $t=(k+1)T$ alınırsa ,

$$x[(k+1)T] = e^{AT}.x(kT) + e^{A(k+1)T} \int_{kT}^{(k+1)T} e^{-A\tau}.B.U(\tau)d\tau \quad (5.37)$$

$u(t)$ parçalı sabit bir fonksiyon olarak alındığında, $u(t)=u(kT)$, $kT \leq t < (k+1)T$ $k=0,1,2,..$ (5.37)'deki interalli ifade ,

$$\int_{kT}^{(k+1)T} e^{-A\tau}.B.U(\tau)d\tau = \int_{kT}^{(k+1)T} e^{-A\tau}.d\tau.B.u(kT)$$

$$= [-e^{-A(k+1)\tau} + e^{-Ak\tau}].A^{-1}.B.u(kT)$$

şeklını alır. Buna göre (5.37) denklemi ,

$$x[(k+1)T] = e^{AT}.x(kT) + [e^{-AT}-I].A^{-1}.B.u(kT) \quad (5.38)$$

$$x[(k+1)T] = e^{AT}.x(kT) + [e^{-AT}-I].A^{-1}.B.u(kT) \quad (5.38)$$

şeklindeki fark denkleme dönüşür. Daha genel olarak,

$$x[(k+1)T] = M.x(kT) + K.u(kT) \quad (5.39)$$

Burada ;

$$M = e^{AT}$$
$$K = [M-I].A^{-1}.B$$

şeklinde yazılır. Eğer $|A| = 0$ ise, e^{AT} 'nin seri açılımından yararlanılarak bu durum halledilir. Şöyleki ,

$$[e^{AT} - I].A^{-1} = [I + AT + A^2T^2/2! + A_nT_n/n! - I].A^{-1}$$

$$= T.\Sigma_{l=0}^{\infty} \frac{(AT)^l}{(l+1)!} \quad (5.40)$$

Buna göre K matrisi ;

$$K = \Sigma_{l=0}^{\infty} \frac{(AT)^l}{(l+1)!} T.B$$

şeklinde olur.

$u(t)$ sürekli olduğunda (5.38), $x(kT)$ 'nin yaklaşık çözümlerini verir. Orjinal fonksiyona yaklaşımda hata olabileceğinden , zaman aralığının (T) yeterince küçük olması hatayı azaltacaktır.

(5.38) ile verilen genel ifadede, e^{AT} durum geçiş matrisinin ($\phi(T)$) hesabı gerekmektedir.Sayısal hesaplamalar açısından seri açılımını kullanmak daha uygundur. $\phi(T)$ 'nin hesaplanmasında yapılacak hatanın istenilen sınırlar içinde

tutulmasını sağlayan ve M.L.Liou tarafından geliştirilen yöntem Algoritma 3.2 ile verilmiştir [8]. Bu durumda istenen bağıl hata değerine göre, serinin ilk k terimi alınır.

$$B = e^{AT} = I + AT + (AT)^2/2! + \dots + (AT)^k/k! + R \quad (5.41)$$

$$B = M + R, \quad b_{ij} = m_{ij} + r_{ij}$$

m_{ij} 'deki doğru hane sayısının istenen hane sayısından küçük olmaması için, k değeri şu şekilde belirlenir

$$|r_{ij}| \ll \sum_{k=k+1}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot [(AT)^k \text{ nin } (i,j) \text{ elemanı}] \quad (5.42)$$

Ayrıca 1 veya ∞ normu kullanıldığında herhangi bir A matrisi için $|a_{ij}| \ll \|A\|$ olduğu göz önüne alınarak,

$$|r_{ij}| \ll \sum_{k=k+1}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot \|AT\|^k \quad (5.43)$$

yazılabilir. Eğer

$$\epsilon = \frac{\|At\|}{k+2} \quad (5.44)$$

olarak alınırsa, $k \gg k+2$ için $(1/k) \cdot \|AT\| \ll \epsilon$ olduğundan (5.43) ifadesi,

$$|r_{ij}| \ll \frac{\|AT\|^{k+1}}{(k+1)!} \cdot (1 + \epsilon + \epsilon^2 + \dots) \quad (5.45)$$

biçimini alır.

T yeteri kadar küçük seçilerek $\|AT\| < 1$ koşulu sağlanırsa

$$|r_{ij}| \leq \frac{\|AT\|^{k+1}}{(k+1)!} \cdot \frac{1}{1-\epsilon} = U \quad (5.46)$$

olur. (5.46), hatanın üst sınırını verir. Herhangi bir x sayısının bağıl hatasının büyüklüğü $0.5 \cdot 10^{-d}$ 'den küçükse x sayısı n haneye kadar doğrudur. Buna göre $|r_{ij}| = |b_{ij} - m_{ij}|$ olduğundan ,

$$\frac{|r_{ij}|}{|m_{ij}|} \ll 0.5 \cdot 10^{-d} \quad \text{veya} \quad |r_{ij}| \ll 0.5 \cdot |m_{ij}| \cdot 10^{-d} \quad (5.47)$$

ise m_{ij} 'deki doğru hane sayısı d olur. $\phi(t)$ 'nin sayısal olarak hesaplanmasında izin verilecek hatayı gösteren d 'nin seçilmesinden sonra , k değeri aşağıdaki algoritma ile bulunur.

Algoritma 3.2 :

Adım 1 : $k > 1$ için keyfi bir ilk değer seç.

Adım 2 : Seçilen k değeri için (5.41) ile M matrisi hesapla.

Adım 3 : ϵ değerini hesapla.

Adım 4 : $|r_{ij}|$ 'nin üst değeri seç.

Adım 5 : $|r_{ij}|$ değeri (5.47)'de yerine konur. Tüm m_{ij} değerleri için eşitsizlik incelenir.

Eşitsizlik sağlanmıyorsa k 'nın değeri bir arttırılarak birinci adıma gidilir. Aksi takdirde k değeri belirlenmiş olur.

Örnek 5.3 : A matrisi için , $T=0.1$ ve 8 anlamlı (doğru) hane olarak $\phi(t)$ matrisi hesaplanacaktır.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$\|A\|=3$, $\|AT\|=0.3 < 1$, $k=10$ alınır (5.41)'e göre ,

$$e^{AT} \approx M = \begin{bmatrix} 8.1873075 \cdot 10^{-1} & 8.1873075 \cdot 10^{-2} & 4.0936538 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 8.1873075 \cdot 10^{-1} & 8.1873075 \cdot 10^{-2} \\ 0 & 0 & 8.1873075 \cdot 10^{-1} \end{bmatrix}$$

elde edilir.

Hatanın üst sınırı $U=0.455 \cdot 10^{-13}$. U ile M 'nin elemanları karşılaştırıldığında en büyük bağıl hata ,

$$0.455 \cdot 10^{-13} / 4.0936538 \cdot 10^{-3} = 0.111147 \cdot 10^{-11}$$

olur. Buna göre M 'nin elemanları on haneye kadar doğrudur.

Durum geçiş matrisinin hesaplanmasına ilişkin başka bir yöntem de Benzerlik Dönüşümü ile ilgilidir.[4]

Bir A matrisinin öz değerleri $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ ve bunlara karşı düşen öz vektörler e_1, e_2, \dots, e_n olsun. P matrisi, birinci sütununa e_1 , ikinci sütununa e_2 , n . sütununa e_n konularak elde edilmiş kare matris olduğunda ,

$$P^{-1} \cdot A \cdot P = \Omega \quad (5.48)$$

olup , Ω köşegen bir matristir ve köşegendeki sayılar A'nın özdeğerleridir [13]. Bir matrisin özdeğerlerinin bulunması Bölüm 6.'da incelenmiştir. Burada özdeğerleri birbirinden farklı bir A matrisine ilişkin e^{AT} 'nin eldesi incelenecektir. Böyle bir matris için aşağıdaki bağıntı geçerlidir. [4]

$$e^{AT} = P.e^{\Omega t}.P^{-1} \quad (5.49)$$

Örnek 5.4 : A matrisinin Benzerlik Dönüşümü ile durum geçiş matrisi hesaplanacaktır.

$$A = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

Öz değerler $\sigma_1=-1$, $\sigma_2=-2$. Bunlara ilişkin P matrisi,

$$P = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} , \quad \Omega = P^{-1}.A.P = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$e^{AT} = P.e^{\Omega t}.P^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-t} & e^{-t}-e^{-2t} \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix}$$

Örnek 5.5 : Durum denklemleri verilen Şekil 5.1'deki devrenin istenen $y(t)$ cevabı $0 < t < 1$ sn için hesaplanacaktır

$$y(t) = \begin{bmatrix} V_{R1} \\ V_{R2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & R_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ i_L \end{bmatrix} , \quad \begin{bmatrix} V_C(0) \\ i_L(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Algoritma 3.2'e göre, $k=10$ alındığında, e^{AT} matrisi,

$$e^{AT} = \begin{bmatrix} 0.8146404 & 0.0817367 \\ -0.0817637 & 0.8146404 \end{bmatrix}$$

$$\text{Hatanın üst sınırı, } U = \frac{(0.3)^{11}}{11!} \frac{1}{1-0.025} = 0.455 \cdot 10^{-13}$$

En büyük bağıl hata , $0.455 \cdot 10^{-13} / 0.0817367 = 0.5566 \cdot 10^{-12}$
Buna göre e^{AT} 'nin elemanları 11 haneye kadar doğrudur.

Çözüm , öz ve zorlanmış çözüm olarak ayrı ayrı ele alınmıştır.

$$X_{öz}[(k+1)T] = e^{AT} \cdot X(kT)$$

$$X_{zor}[(k+1)T] = [e^{AT} - I] \cdot A^{-1} \cdot B \cdot u(kT)$$

Sonuçlar Tablo 5.1'de verilmiştir.

Durum denklemlerinin sayısal çözümü ile ilgili Program 3 Ekler Bölümünde verilmiştir.

5.2.2. Sürekli Hal Analizi

Bir devrenin sürekli sinüsoidal hal analizi için (5.1) ve (5.2) ile verilen durum modelinin Laplace Dönüşümü alınırsa ,

$$\underline{s} \cdot \underline{X}(s) = \underline{A} \cdot \underline{X}(s) + \underline{B} \cdot u(s) + s \cdot \underline{B}_1 \cdot u(s) \quad (5.50)$$

$$\underline{Y}(s) = \underline{C} \cdot \underline{X}(s) + \underline{D} \cdot u(s) + s \cdot \underline{D}_1 \cdot u(s) \quad (5.51)$$

elde edilir.

$s=j\omega$ konarak istenen frekanslarda çözüm bulunur. Buna göre ,

$$\tilde{X}(j\omega) = [\tilde{j\omega.I - A}]^{-1} \cdot [\tilde{B} + \tilde{j\omega.B_1}] \cdot \tilde{u}(s) \quad (5.52)$$

$$\tilde{Y}(j\omega) = [\tilde{C} \cdot (\tilde{j\omega.I - A})^{-1} \cdot (\tilde{B} + \tilde{j\omega.B_1}) + \tilde{D} + \tilde{j\omega.D_1}] \cdot \tilde{u}(s) \quad (5.53)$$

Her bir ω frekansı için, kompleks katsayılı denklem çözümü gerekmektedir.



TABLO 5.1

ÖZ ÇÖZÜM

Vc		iL	
t = .1	4.073202	t = .1	-0.408683
t = .2	3.284791	t = .2	-0.665860
t = .3	2.621498	t = .3	-0.810924
t = .4	2.069296	t = .4	-0.874884
t = .5	1.614222	t = .5	-0.881854
t = .6	1.242931	t = .6	-0.850334
t = .7	0.943037	t = .7	-0.794310
t = .8	0.703312	t = .8	-0.724157
t = .9	0.513756	t = .9	-0.647414
t = 1	0.365609	t = 1	-0.569402

ZORLANMIŞ ÇÖZÜM

Vc		iL	
t = .1	.1094312	t = .1	2.26228
t = .2	.3834883	t = .2	4.096277
t = .3	.7566517	t = .3	5.567927
t = .4	1.180934	t = .4	6.736312
t = .5	1.622069	t = .5	7.653408
t = .6	2.056398	t = .6	8.364471
t = .7	2.46834	t = .7	8.908234
t = .8	2.84837	t = .8	9.317532
t = .9	3.191413	t = .9	9.619901
t = 1	3.495583	t = 1	9.838184

ÇIKIŞ CEVABI

	V _{R1}		V _{R2}
t = .1	3.707193	t = .1	4.182633
t = .2	6.860834	t = .2	3.668280
t = .3	9.515364	t = .3	3.378197
t = .4	11.722855	t = .4	3.25023
t = .5	13.543109	t = .5	3.236291
t = .6	15.028228	t = .6	3.299329
t = .7	16.227848	t = .7	3.441378
t = .8	17.186748	t = .8	3.551683
t = .9	17.944973	t = .9	3.705200
t = 1	18.537562	t = 1	3.861193

BÖLÜM 6 : TRANSFER FONKSİYONLARININ ELDE EDİLMESİ

Lineer zamanla değişmeyen bir devrenin Transfer fonksiyonu $H(s)$, giriş ve çıkış büyüklüklerinin Laplace dönüşümü ile ilgili olan bir matristir.

$$\underset{\sim}{Y(s)} = \underset{\sim}{H(s)} \cdot \underset{\sim}{U(s)} \quad (6.1)$$

Transfer fonksiyonu ile ilgilenilmesinde önemli iki neden şunlardır.

- Transfer fonksiyonunun kutupları, sistemin kararlılığını belirler.
- Frekans cevabı istendiğinde (Sinüsoidal sürekli hal için); $s=j\omega$ alınması ile elde edilen $H(j\omega)$ ile girişe bağlı olarak çıkış elde edilebilir.

Transfer fonksiyonu elde edilirken; Durum modeli (5.1) ve (5.2) ile verilen devrenin Laplace dönüşümü alınır.

$$\underset{\sim}{s} \cdot \underset{\sim}{X(s)} = \underset{\sim}{A} \cdot \underset{\sim}{X(s)} + \underset{\sim}{B} \cdot \underset{\sim}{U(s)} + \underset{\sim}{s} \cdot \underset{\sim}{B_1} \cdot \underset{\sim}{U(s)} \quad (6.2)$$

$$\underset{\sim}{Y(s)} = \underset{\sim}{C} \cdot \underset{\sim}{X(s)} + \underset{\sim}{D} \cdot \underset{\sim}{U(s)} + \underset{\sim}{s} \cdot \underset{\sim}{D_1} \cdot \underset{\sim}{U(s)} \quad (6.3)$$

Bu iki denklemden ;

$$\underset{\sim}{X(s)} = [\underset{\sim}{sI} - \underset{\sim}{A}]^{-1} \cdot [\underset{\sim}{B} + \underset{\sim}{sB_1}] \cdot \underset{\sim}{U(s)} \quad (6.4)$$

$$\underset{\sim}{Y(s)} = [\underset{\sim}{C} \cdot (\underset{\sim}{sI} - \underset{\sim}{A})^{-1} \cdot (\underset{\sim}{B} + \underset{\sim}{sB_1}) + \underset{\sim}{D} + \underset{\sim}{sD_1}] \cdot \underset{\sim}{U(s)} \quad (6.5)$$

elde edilir. Buna göre transfer fonksiyonu ;

$$\underset{\sim}{H(s)} = \frac{\underset{\sim}{Y(s)}}{\underset{\sim}{U(s)}} = \underset{\sim}{C} \cdot (\underset{\sim}{sI} - \underset{\sim}{A})^{-1} \cdot (\underset{\sim}{B} + \underset{\sim}{sB_1}) + \underset{\sim}{D} + \underset{\sim}{sD_1} \quad (6.6)$$

şeklinde olur. Transfer fonksiyonu yalnızca durum denk-
denklemleriyle elde edilmez. Ayrıca devreyi ilk koşulları
sıfır alarak, s tanım bölgesinde ÇAY, KAY, DGY, NGY gibi
yöntemlerden biri ile inceleyerek devrede ilgilenilen
büyüklükler kaynaklar cinsinden ifade edilebilir. Dola-
sıyla transfer fonksiyonu elde edilir.

6.1 SOURIAU-FRAME ALGORİTMASI

(6.6)'nın elde edilmesinde en önemli nokta (sI-A)'nın
tersinin bulunmasıdır.

$$(sI-A)^{-1} = \frac{\text{adj}(sI-A)}{|sI - A|} \quad (6.7)$$

|sI-A|, s'nin bir çok terimlisidir. A nxn boyutlu olduğunda
A'nın özdeğerlerine sahip olan bu karakteristik polinomda
n. mertebededir. adj(sI-A) ise (n-1). mertebededir. Buna
göre A nxn boyutlu olduğu durum için ;

$$(sI-A)^{-1} = \frac{\text{adj}(sI-A)}{|sI - A|} = \frac{B_0.s^{n-1} + B_1.s^{n-2} + \dots + B_{n-1}}{s^n + d_1.s^{n-1} + d_2.s^{n-2} + \dots + d_n} \quad (6.8)$$

yazılabilir. Burada B_0, B_1, \dots, B_{n-1} nxn boyutlu matrisler
ve d_1, d_2, \dots, d_n sabit sayılardır.

Souriau-Frame Algoritması , reel sabit matrislerin
yalnızca toplanması ve çarpılmasına dayanarak ; B_i, d_i 'nin
hesaplanması için kullanılan iteratif bir methodur.

Tanım : A matrisinin izi ;

$$\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii} \quad (6.9)$$

Algoritma 6.1 :

$$\begin{aligned} d_1 &= -\text{tr}(A) & B_0 &= I \\ d_2 &= -\text{tr}(A \cdot B_1)/2 & B_1 &= B_0 A + d_1 \cdot I \\ d_3 &= -\text{tr}(A \cdot B_2)/3 & B_2 &= B_1 A + d_2 \cdot I \\ & \vdots & & \vdots \\ & \vdots & & \vdots \\ & \vdots & & \vdots \\ & \vdots & & \vdots \\ d_n &= -\text{tr}(A \cdot B_{n-1})/n & B_{n-1} &= B_{n-2} A + d_{n-1} \cdot I \end{aligned}$$

ile katsayılar elde edilir. ispatı [5]'da mevcuttur

Örnek 6.1 : Durum modeli verilen devreye ilişkin transfer fonksiyonu elde edilecektir.

$$\begin{bmatrix} \dot{vc}_1 \\ \dot{vc}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vc_1 \\ vc_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot U(t)$$

$$y(t) = [1 \quad -1] \begin{bmatrix} vc_1 \\ vc_2 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad d_1 = -\text{tr}(A) = -1$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$d_2 = -1/2 \cdot \text{tr} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = -2$$

$$(sI-A)^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot s + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}{s^2 - s - 4}$$

elde edilir . (6.6)' a göre ,

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s - 3}{s^2 - s - 4}$$

bulunur .

6.2 ÖZDEĞER PROBLEMİ

Bölüm 6.1 'de bir transfer fonksiyonunun kutup ve sıfırlarının belirlenmesinin, ayrıca (5:51) ile verilen durum geçiş matrisi hesabının özdeğer problemine dayandığı görüldü. Özdeğerlerin bilinmesi, sistemin davranışı hakkında bilgi sahibi olmamızı sağlar.

Özdeğerlerin bulunmasında ,en çok kullanılan ve sayısal bilgisayar uygulamaları için oldukça elverişli olan QR Algoritması ele alınacaktır.

$n \times n$ boyutlu bir A matrisi, (6.10) ile verildiği gibi 1×1 veya 2×2 boyutlu diagonal bloklardan oluşmuş bir üst blok üçgen matris ise , özdeğerlerin bulunması oldukça kolaydır. Bu yüzden bir matrisin bu şekilde indirgenmesi amaçlanır.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} & . & . & . & \tilde{A}_{1n} \\ 0 & \tilde{A}_{22} & . & . & . & \tilde{A}_{2n} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & \tilde{A}_{nn} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Genel bir A matrisi bu formda değildir. QR Algoritması (6.11) ile verilen benzerlik dönüşümü yardımıyla A ile aynı özdeğerlere sahip ,fakat (6.10)'daki gibi bir üst blok üçgen matris elde edilmesine imkan tanır.

$$B = Q^{-1}.A.Q \quad (6.11)$$

Bir A matrisi, (6.12)'deki gibi her zaman bir Q ortogonal matrisi ile U üst üçgen matrise ayrılabilir.[9]

$$A = Q.U \quad (6.12)$$

$$B = U.Q = Q^{-1}.A.Q \quad (6.13)$$

(6.11) ve (6.12)'nin bir defa uygulanmasından sonra genelde B üst-blok üçgen matris formunda değildir.

$$\begin{aligned} A_1 &= Q_1.U_1 \\ A_2 &= U_1.Q_1 = Q_2.U_2 \\ A_3 &= U_2.Q_2 = Q_3.U_3 \\ & \cdot \\ & \cdot \\ A_k &= Q_k.U_k \\ A_{k+1} &= U_k.Q_k \end{aligned} \quad (6.14)$$

biçimindeki tekrar işlemlerinden sonra $k \rightarrow \infty$ için istenen matris yapısı elde edilir. Sonuçta A_k , diagonal blokları 1×1 veya 2×2 boyutlu matrisler olan blok üçgen matrise yakınsar. [9]

$H=Q_k^{-1}.A.Q_k$ ($k=1,2..$) matris dizisinin oluşturulmasında, daha önce oluşturulan sıfırları korumak için, altdiagonalin altındaki elemanların $(3,1),(4,1) . . (n,1),(4,2),(5,2).. (n,2),(n-1,n-3),(n,n-3),(n,n-2)$ sırası ile sıfırlanması gerekir.

Örnek 6.2 : Aşağıdaki A_1 matrisi $H=Q^{-1}.A.Q$ ile Hessenberg forma indirgenecektir.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 2 & -2 \\ 4 & 2 & -1 & 3 \\ 5 & -1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

sırasıyla $(3,1),(4,1),(4,2)$ elemanları sıfıra indirgenecek.

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & -s_1 & 0 \\ 0 & s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} c_1 &= 3/(3^2+4^2)^{1/2} = 0.6 \\ s_1 &= 4/5 = 0.8 \end{aligned}$$

$$A_2=Q_1^{-1}.A.Q_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3.8 & 1.6 & 1 \\ 5 & 2.36 & -2.48 & 1.2 \\ 0 & -2.48 & -0.36 & 3.4 \\ 5 & 2.6 & 3.2 & 2 \end{bmatrix}$$

benzer şekilde işlemlere devam edilir.

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} c_2 &= 5/(5^2+5^2)^{1/2} = 0.707 \\ s_2 &= 1/2^{1/2} = 0.701 \end{aligned}$$

$$A_3=Q_2^{-1}.A.Q_2 = \begin{bmatrix} 2.000 & 3.394 & 1.600 & -1.980 \\ 7.071 & 4.080 & 0.5091 & -0.8800 \\ 0 & 0.6505 & -0.3600 & 4.157 \\ 0 & 0.5200 & 4.016 & 0.280 \end{bmatrix}$$

bir indirgeme işlemi için

$$U = Q_p^{-1} \cdot \dots \cdot Q_2^{-1} \cdot Q_1^{-1} \cdot A_1 \quad (6.20.a)$$

$$A_1 = (Q_1 \cdot Q_2 \cdot \dots \cdot Q_p) \cdot U \quad (6.20.b)$$

$$Q = Q_1 \cdot Q_2 \cdot \dots \cdot Q_p \quad (6.20.c)$$

şeklinde p tane matris işlemi yapılır.

Örnek 6.3 : A_1 matrisinin QR Algoritması ile özdeğerleri bulunacaktır.

$$A_1 = \begin{bmatrix} -5 & -5 & -4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} -0.9806 & -0.1373 & 0.1400 \\ 0.1961 & -0.6865 & 0.7001 \\ 0 & 0.7140 & 0.7001 \end{bmatrix}$$

$$U_1 = \begin{bmatrix} 5.0990 & 4.903 & 3.922 \\ 0 & 1.400 & 0.5492 \\ 0 & 0 & -0.5601 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = U_1 \cdot Q_1 = \begin{bmatrix} -4.038 & -1.265 & 6.893 \\ 0.2746 & -0.5694 & 1.365 \\ 0 & -0.3999 & -0.3921 \end{bmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} -0.9977 & -0.05789 & -0.3540 \\ 0.06787 & -0.8511 & 1.365 \\ 0 & -0.5217 & 0.8531 \end{bmatrix}$$

$$U_2 = \begin{bmatrix} 4.048 & 1.224 & -6.784 \\ 0 & 0.7665 & -1.356 \\ 0 & 0 & -1.289 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = U_2 \cdot Q_2 = \begin{bmatrix} -4.038 & 2.263 & -6.568 \\ 0.05201 & 0.0552 & -1.556 \\ 0 & 0.6726 & -1.100 \end{bmatrix}$$

Eğer 0.05201 sıfır olarak ele alınırsa A_3 , 1x1 ve 2x2 diagonal bloklu bir blok üçgen matris olur. Buna göre A_1 'in özdeğerleri

$$-4.038, \quad 0.5456 + j0.8445$$

elde edilir. Gerçek özdeğerler ;

$$-4, \quad 0.5 + j0.866$$

iterasyon sayısı arttırılırsa , sonuçlar daha doğru olacaktır.

Bazı durumlarda QR Algoritması sonuç vermeyebilir.

$$A_1 = Q_1 \cdot U_1$$

$$A_2 = U_1 \cdot Q_1 = A_1$$

$$A_k = Q_k \cdot U_k = A_1 \quad (6.21)$$

şeklinde A_k 'nin altdiagonal elemanlarının hiçbiri sıfıra yakınsamayabilir. Bu durum Origin Kaydırma (Shift of Origin) tekniği ile önlenabilir. Bu durumda A_k yerine $A_k - p_k \cdot I$ çarpanlarına ayrılır. Şöyleki ;

$$A_k - p_k \cdot I = Q_k \cdot U_k \quad k=1,2 \dots \quad (6.22.a)$$

$$A_{k+1} = U_k \cdot Q_k + p_k \cdot I \quad (6.22.b)$$

Burada p_k keyfi bir sabittir. Eğer tüm k 'lar için $p_k=0$ ise (6.22) ifadesi (6.14)'e dönüşür.

KAYNAKLAR

- [1] - DERViŞOğLU, A., Mühendislikte Bilgisayarla Analiz Yöntemleri , Ders notu , İTÜ 1992
- [2] - CHUA,L.O., LIN, P.M., Computer Aided Analysis of Electronic Circuits, Prentice Hall, New Jersey, 1975
- [3] - ARSEVER, Ö., Lineer ve Lineer Olmayan Elektrik Devrelerinin Genelleştirilmiş Düğüm Denklemleri ve Durum Denklemleri Yöntemi ile Bilgisayar Destekli Analizi, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ 1987
- [4] - AKÇAKAYA, E., Devre Analizi Dersleri , Ders Notu İTÜ 1992
- [5] - GÖKNAR, C., Lineer Sistem Teorisi, Ders Notu İTÜ 1992
- [6] - TOKAD, Y., Devre Analizi Dersleri Kısım 1, Çağlayan Yayınevi, İstanbul 1986
- [7] - DEREViŞOğLU, A., ARSEVER, Ö., Bilgisayar Yardımıyla Durum Denklemlerinin Elde Edilmesi, Geçici ve Sürekli Rejim Analizi, Elektrik Mühendisliği Ulusal Kongresi, Adana 1985
- [8] - TOKAD, Y., Devre Analizi Dersleri Kısım 4, Çağlayan Yayınevi, İstanbul 1987
- [9] - WILKINSON, J.H., The Algebraic Eigenvalue Problem, Oxford University Press, New York, 1965
- [10] - ÇAđAL, B., Sayısal Analiz, Seç Yayınları İstanbul 1989
- [11] - ABUT, N., Devre Analizi Dersleri , Ders Notu Yıldız Üniv. Kocaeli Müh. Fak. 1989
- [12] - ÜNAL, A., Örneklerle Durum Denklemlerinin Elde Edilmesi ve Çözümleri, Yıldız Üniv., 1986
- [13] - AKTAŞ, Z., Sayısal Çözümleme , ODTÜ 1981
- [14] - ERSAN, M.İ., Gerçel Matrisler için QR ve QL Algoritmaları, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ 1984

PROGRAM 1

```

10 REM -- matris girişi --
20 SCREEN 2:SCREEN 0:KEY OFF:BEEP:COLOR 7,0:CLS
30 K=0:X=0:Y=0:MX=0:MY=0:I=0:J=0
40 GOSUB 470
50 COLOR 7,0:CLS:CLER:LOCATE 12,30:INPUT"DUGUM SAYISINI GIRINIZ >",N
60 LOCATE 12,30:PRINT" "
70 LOCATE 12,30:INPUT"ELEMAN SAYISINI GIRINIZ >",E
80 GOTO 860
90 DIM A(N,E),AŞ(E),EŞ(E):CLS
100 CLS:GOSUB 940:LOCATE 1,1:PRINT "MATRISI GIRINIZ"
110 LOCATE 3,8:FOR O=1 TO E:PRINT AŞ(O);" ";:NEXT O
120 LOCATE 4,1:FOR I=1 TO N:PRINT I:NEXT I
130 FOR I=1 TO N
140 FOR J=1 TO E
150 LOCATE I+3,J*3+5:PRINT "*"
160 NEXT J:PRINT :NEXT I
170 FOR I=1 TO N
180 FOR J=1 TO E
190 LOCATE I+3,J*3+5:INPUT "" ,A(I,J)
200 NEXT J:PRINT :NEXT I :GOTO 680
210 K=0:MY=MY+1
220 MX=MX+1:IF MX>N THEN 360
230 K=0:IF A(MX,MY)=1 THEN K=-1 ELSE IF A(MX,MY)=-1 THEN K=1 ELSE S=S+1:GOTO 310
240 FOR X=MX+1 TO N
250 IF A(X,MY)<>0 THEN FOR Y=1 TO E:A(X,Y)=A(X,Y)+A(MX,Y):NEXT Y
260 NEXT X
270 FOR Y=1 TO E
280 A(MX,Y)=-K*A(MX,Y)
290 NEXT Y:IF MY=E THEN 360 ELSE 210
300 GOTO 360
310 REM -- 0 elemandan kurtulma --
320 FOR X=MX+1 TO N
330 IF A(X,MY)<>0 THEN FOR Y=1 TO E:SWAP A(MX,Y),A(X,Y):NEXT Y:GOTO 230
340 NEXT X:IF S=>2 THEN MY=MY+1:IF MY>E THEN 360
350 GOTO 230
360 REM -- sonuc matrisi yazdırma --
370 CLS
380 PRINT "SONUC MATRIS"
390 LOCATE 3,8:FOR O=1 TO E:PRINT AŞ(O);" ";:NEXT O
400 LOCATE 4,1:FOR I=1 TO N:PRINT I:NEXT I
410 FOR I=1 TO N
420 FOR J=1 TO E
430 LOCATE I+3,J*3+5:PRINT A(I,J):NEXT J:PRINT :NEXT I
431 ST=ST+1:I=0:IB=0:IF ST>N THEN 440 ELSE 432
432 I=I+1:IF I>E THEN 431
434 IB=IB+1:IF A(ST,IB)=1 THEN RT=RT+1:EŞ(RT)=AŞ(IB):GOTO 431 ELSE 434
440 PRINT "AGACIN ELEMANLARI:"FOR H=1 TO RT:PRINT EŞ(H);" ";:NEXT H
450 COLOR 7,0:LOCATE 1,17:COLOR 30,3:PRINT " PROGRAMI TEKRAR KULLANMAK ISTERMISI
NIZ [E/H] "
460 AŞ=INKEY$:IF AŞ="" THEN 460 ELSE IF AŞ="E" OR AŞ="e" THEN GOTO 10 ELSE COLOR
7,0:CLS:BEEP:END
470 COLOR 30,3:LOCATE 1,30:PRINT " * PROGRAM NASIL KULLANILIR * ":COLOR 7,0
480 PRINT
490 PRINT" BU PROGRAMIN AMACI BIR DEVRENIN GRAFI MATRIS HALINDE DUZENLENDIKTE
N SONRA "
500 PRINT"UYGUN AGACIN BILGISAYAR TARAFINDAN DOGRU OLARAK SECILMESIDIR."
510 PRINT

```

```
520 LOCATE 6,25:COLOR 30,3:PRINT " * PROGRAMDAN ONCE YAPILMASI GEREKENLER * ":CO
LOR 7,0
530 PRINT
540 PRINT" MATRISIN SATIRLARINDA;"
550 PRINT:PRINT" 1° GRAFIN DUGUM NUMARALARININ OLMASI,"
560 PRINT" 2° DUGUME BAGLI OLAN ELEMANIN SUTUNUNA '0' DAN FARKLI BIR BELIRTEC,(
BU BELIR-"
570 PRINT"      TEC, EGER ELEMANDAN GECEN AKIM DUGUME DOGRU ISE (+1) DEGILSE (-1)
OLMAK "
580 PRINT"      ZORUNDADIR."
590 PRINT
600 PRINT" MATRISIN SUTUNLARINDA;"
610 PRINT:PRINT" 1° GRAFIN ELEMAN BELIRTECLERININ OLMASI,"
620 PRINT" 2° (+1) VEYA (-1)' LERDEN EN AZ BIRININ BULUNMASI, AMA AYNI BELIRTEC
TEN YAL-"
630 PRINT"      NIZ BIR TANE KULLANILMASI GEREKIR."
640 PRINT
650 COLOR 30,0:PRINT" * DIKKAT !":COLOR 7,0:LOCATE 21,13:PRINT " « DUGUM SAYISI E
LEMAN SAYISINDAN FAZLA OLAMAZ. »"
660 LOCATE 23,34:COLOR 30,3:PRINT " BIR TUSA BASINIZ "
670 A$=INKEY$:IF A$="" THEN 670 ELSE COLOR 7,0:CLS:RETURN
680 CLS:REM - 0. sutun bulma -
690 FOR J=1 TO E:K=0
700 FOR I=1 TO N
710 IF A(I,J)<>0 THEN K=K+1 ELSE 720
720 NEXT I
730 IF K=0 THEN 750
740 NEXT J:GOTO 770
750 CLS:LOCATE 12,20:COLOR 31,3:PRINT" GIRILEN MATRISTE 0 OLAN SUTUN VAR "
760 COLOR 7,0:FOR H=1 TO 3500:NEXT H:GOTO 100
770 CLS:REM - 0 satir bulma -
780 FOR I=1 TO N:K=0
790 FOR J=1 TO E
800 IF A(I,J)<>0 THEN K=K+1 ELSE 810
810 NEXT J
820 IF K=0 THEN 840
830 NEXT I:GOTO 210
840 CLS:LOCATE 12,20:COLOR 31,3:PRINT" GIRILEN MATRISTE 0 OLAN SATIR VAR "
850 COLOR 7,0:FOR H=1 TO 4000:NEXT H:GOTO 100
860 CLS:REM - dugum ve eleman sayilarinin kontrolu -
870 IF N=0 THEN 880 ELSE IF E=0 THEN 900 ELSE IF N>E THEN 920 ELSE 90
880 CLS:LOCATE 12,22:COLOR 31,3:PRINT" MATRISIN DUGUM SAYISI 0 OLAMAZ ! "
890 COLOR 7,0:FOR H=1 TO 4000:NEXT H:GOTO 50
900 CLS:LOCATE 12,21:COLOR 31,3:PRINT" MATRISIN ELEMAN SAYISI 0 OLAMAZ ! "
910 COLOR 7,0:FOR H=1 TO 4000:NEXT H:GOTO 50
920 CLS:LOCATE 12,15:COLOR 31,3:PRINT" MATRISIN DUGUM SAYISI ELEMAN SAYISINDAN B
UYUK OLAMAZ ! "
930 COLOR 7,0:FOR H=1 TO 4000:NEXT H:GOTO 50
940 LOCATE 3,5:COLOR 23,3:PRINT " BU BOLUMDE SIZDEN GRAF ELEMANLARININ ADLARINI
GIRMENIZ ISTENECEKTIR ":COLOR 7,0
950 LOCATE 12,20:INPUT "KAC ADET GERILIM KAYNAGI VAR > ",G
960 LOCATE 12,20:PRINT " "
970 LOCATE 12,20:INPUT "KAC ADET KAPASITE VAR > ",CA
980 LOCATE 12,20:PRINT " "
990 LOCATE 12,20:INPUT "KAC ADET DIRENC VAR > ",D
1000 LOCATE 12,20:PRINT " "
1010 LOCATE 12,20:INPUT "KAC ADET SELF VAR > ",SL
1020 LOCATE 12,20:PRINT " "
1030 LOCATE 12,20:INPUT "KAC ADET AKIM KAYNAGI VAR > ",AK
```

```
1040 LOCATE 12,20:PRINT "  
1050 CLS:IF (G+CA+D+SL+AK)<>E THEN LOCATE 12,15:COLOR 23,3:PRINT " ELEMEN SAYILA  
RINI YANLIS GIRDINIZ ":COLOR 7,0:FOR Q=1 TO 4000:NEXT Q:CLS:GOTO 940  
1060 M=0:DIM S$(9):FOR I=1 TO 9:S$(I)=CHR$(48+I):NEXT I  
1070 IF G<>0 THEN FOR MG=1 TO G:M=M+1:A$(M)="E"+S$(MG):NEXT MG  
1080 IF CA<>0 THEN FOR MC=1 TO CA:M=M+1:A$(M)="C"+S$(MC):NEXT MC  
1090 IF D<>0 THEN FOR MD=1 TO D:M=M+1:A$(M)="R"+S$(MD):NEXT MD  
1100 IF SL<>0 THEN FOR MSL=1 TO SL:M=M+1:A$(M)="L"+S$(MSL):NEXT MSL  
1110 IF AK<>0 THEN FOR MAK=1 TO AK:M=M+1:A$(M)="I"+S$(MAK):NEXT MAK  
1120 RETURN
```



PROGRAM 2

3 CLS

DIM GD(20,20), AE(20,20), A(20,20), T(20,20), AJ(20,20)
DIM TŞ(20), D1(20), D2(20), V(20) ED1(20), VE1(20), V E2(20),
AD1(20)

DIM AD2(20), VA1(20), VA2(20), C(20), D(20), P(20),
Q(20), E(20), F(20,20), B(20,20), L(20,20)

DIM DI(20), I(20), DEG(20), DA(20)

LOCATE 4, 10: INPUT "REFERANS DÜĞÜM HARIÇ DÜĞÜM SAYISI": DS

LOCATE 5, 10: INPUT "ELEMEN SAYISI"; ES

LOCATE 6, 10: INPUT "AÇILI GERİLİM KAYNAĞI SAYISI"; AGKS

LOCATE 7, 10: INPUT "AÇIZIZ GERİLİM KAYNAĞI SAYISI" LOCATE

8, 10: INPUT "AÇILI AKIM KAYNAĞI SAYISI"; AAKS

LOCATE 9, 10: INPUT "AÇISIZ AKIM KAYNAĞI SAYISI"; NAKS

GKS = AGKS + NGKS: AKS = AAKS + NAKS: PI = 3.141592654#

12 CLS

PRINT "ELEMEN TIP DÜĞÜMDEN DÜĞÜME DEĞERİ PRINT "
/R,L,C/"

FOR I = TO ES

LOCATE I + 3, 1: PRINT I

1 LOCATE I + 3, 16: INPUT TŞ(I)

TŞ = LEFTŞ(TŞ(I),1)

IF TŞ <> "C" AND TŞ <> "L" AND TŞ <> "R" THEN GOSUB 200:

GOTO 1

LOCATE I + 3, 28: INPUT D1(I)

LOCATE I + 3, 45: INPUT D2(I)

IF D1(I) > DS OR D2(I) > DS THEN GOSUB 200: GOTO 1

LOCATE I + 3, 62: INPUT V(I)

L(I, D1(I)) = 1

L(I, D2(I)) = -1

NEXT I

LOCATE 20, 20: PRINT "VERİLER DOĞRUMU": INPUT CEVS

IF CEVS = "H" OR CEVS = "h" THEN 12

FOR I = 1 TO GKS

4 CLS

LOCATE 5, 10: PRINT "E"; I; "KAYNAĞI .DÜĞÜMDEN DÜĞÜME
BAĞLI

LOCATE 5, 22: INPUT ED1(I)

LOCATE 5, 35: INPUT ED2(2)

IF ED1(I) > DS OR ED2(I) > DS THEN GOSUB 200: GOTO 4

AE(ED1(I), I) = 1

AE(ED2(I), I) = -1

IF I > AGKS THEN GOSUB 300: GOTO 100

LOCATE 6, 10: PRINT "E"; I; "KAYNAĞININ DEĞERİ[V]"

LOCATE 6, 35: INPUT V

LOCATE 7, 10: PRINT "E"; I; "KAYNAĞININ AÇISI"

LOCATE 7, 30: INPUT A: A = (A * PI) / 180

VE1(I) = V * COS(A): VE2(I) = V * SIN(A)

100 NEXT I

FOR I = 1 TO AKS

5 CLS

LOCATE 5, 10: PRINT "A"; I; "KAYNAĞI DÜĞÜMDEN DÜĞÜME
BAĞLI"

```
LOCATE 5, 22: INPUT AD1(I)
LOCATE 5, 35: INPUT AD2(I)
IF AD1(I) > DS OR AD2(I) > DS THEN GOSUB 200: GOTO 5
AJ(AD1(I), I) = -1
AJ(AD2(I), I) = 1
IF I > AAKS THEN GOSUB 400: GOTO 500
LOCATE 6, 10: PRINT "A"; I; "KAYNAĞININ DEĞERİ[A]"
LOCATE 6, 33: INPUT V
LOCATE 7, 10: PRINT "KAYNAK AÇISI"
LOCATE 7, 30: INPUT A: A= (A * PI) / 180
VA1(I) = V * COS(A): VA2(I) = V * SIN(A) .
500 NEXT I
LOCATE 8, 10: PRINT "FREKANS DEĞERİ [Hz]"
LOCATE 8, 30: INPUT VF
CLS
REM R NÜN MATRİSİNİ OLUŞTURMAK
FOR I = 1 TO ES
T$ = LEFT$(T$(I), 1)
IF T$ = "C" OR T$ = "L" THEN 20
D1 = D1(I): D2 = D2 (I): G= 1 / V(I)
IF D2 = 0 THEN 2
GD(D2, D2) = GD(D2, D2) + G
GD(D2, D1) = GD(D2, D1) - G
GD(D1, D2) = GD(D1, D2) - G
2 GD(D1, D1) = GD(D1, D1) + G
20 NEXT I
REM C VE L NÜN MATRİSİNİ OLUŞTURMAK
W = 6.28318 * VF
FOR I = 1 TO ES
T$ = LEFT$(T$(I), 1)
D1 = D1(I): D2 = D2(I)
IF T$ = "R" THEN 50
IF T$ = "C" THEN Y = W * V(I): GOTO 30
Y = -1 / (W * V(I))
30 GOSUB 40
50 NEXT I
REM TOPLAM MATRİSİNİN OLUŞTURULMASI(R İÇİN)
FOR I = 1 TO DS
FOR J= 1 TO DS
A(I,J) = GD(I, J)
NEXT J
NEXT I
FOR I = DS + 1 TO GKS + DS
FOR J= 1 TO GKS + DS
A(I, J) = AE(J, I - DS)
A(J, I) = AE(J, I - DS)
NEXT J
NEXT I
REM KARŞI MATRİSİNİN OLUŞTURULMASI
FOR I = 1 TO DS
FOR J = GKS + 1 TO AKS + GKS
T(I, J) = AJ(I, J - GKS)
NEXT J
NEXT I
```

```
J = 0
FOR I = DS + 1 TO DS + GKS
J = J + 1
T(I, J) = 1
NEXT I
FOR I = 1 TO GKS + AKS
IF I > GKS THEN C(I) = VA1(I - GKS): D(I) = VA2(I - GKS): GO-
TO 11
C(I) = VE1(I)
D(I) = VE2(I)
11 NEXT I
FOR I = 1 TO DS + GKS
FOR J = 1 AKS + GKS
P(I) = P(I) + T(I, J) * C(J)
Q(I) = Q(I) + T(I, J) * D(J)
NEXT J
NEXT I
FOR I = 1 TO 2 * (DS + GKS)
IF I > DS + GKS THEN E(I) = Q(I - DS - GKS): GOTO 13
E(I) = P(I)
13 NEXT I
X = DS + GKS
FOR I = 1 TO 2 * X
FOR J = 1 TO 2 * X
IF I > X AND I < X THEN F(I, J) = -B(I, J - X)
IF I <= X AND J <= X THEN F(I, J) = A(I, J)
IF I > X AND J < X THEN F(I, J) = B(I - X, J)
IF I > X AND J > X THEN F(I, J) = A(I - X, J - X)
NEXT J
NEXT I
FOR I = 1 TO 2 * X
F(I, 2 * X + 1) = E(I)
NEXT I
REM KANONİK FORMA GETİRME
FOR I = 1 TO 2 * X
IF F(I, I) = 0 THEN GOSUB 600
Z = F(I, I)
FOR J = 1 TO 2 * X + 1
F(I, J) = F(I, J) / Z
NEXT J
FOR K = 1 TO 2 * X
IF K = I THEN 111
Y = F(K, I)
FOR J = 1 TO 2 * X + 1
F(K, J) = F(K, J) - Y * F(I, J)
NEXT J
111 NEXT K
NEXT I
FOR I = 1 TO 2 * X
IF I > X THEN IM(I - X) = F(I, 2 * X + 1): GOTO 112
RE(I) = F(I, 2 * X + 1)
112 NEXT I
REM HER ELEMANIN GERİLİMİNİN BULUNMASI
FOR I = 1 TO ES
```

```
      FOR J = 1 TO DS
        Q(I) = Q(I) + L(I, J) * RE(J)
        Q2(I) = Q2(I) + L(I, J) * IM(J)
      NEXT J
    NEXT I
    FOR I = 1 TO ES
      Q = Q(I): Q2 = Q2(I)
      E(I) = SQR(Q ^ 2 + Q2 ^ 2)
      RAD = ATN(Q2 / Q)
      DEG(I) = RAD * 180 / PI
      IF Q < 0 AND Q2 > 0 THEN DEG(I) = 180 + DEG(I)
      IF Q < 0 AND Q2 > 0 THEN DEG(I) = 180 + DEG(I)
    NEXT I
    FOR I = 1 TO DS
      FOR J = 1 TO AKS
        AJ2(J, I) = -AJ(I, J)
      NEXT J
    NEXT I
    FOR I = 1 TO AKS
      FOR J = 1 TO DS
        K(I) = K(I) + AJ2(I, J) * RE (I)
        K2(I) = K2(I) + AJ2(I, J) * IM(J)
      NEXT J
      K= K(I): K2 = K2(I)
      K3(I) = SQR(K ^ 2 + K2 ^ 2): DA(I) = ATN(K2 / K) * 180
    PI
  NEXT I
  CLS
  FOR I= 1 TO ES
    LOCATE I + 5 , 5: PRINT T$(I);" ELEMANIN
    GERİLİMİ";E(I);"V", "AÇISI"; DEG(I); "DERECE"
  NEXT I
  INPUT " ELEMANLARIN AKIMLARI İÇİN ENTERE BASINIZ";IOS
  CLS
  FOR I = 1 TO ES
    T$ = LEFT$(T$(I),1)
    IF T$ = "R" THEN I(I) = E(I) / V(I): DI(I) = DEG(I)
    IF T$ = "C" THEN I(I) = E(I) * W * V(I): DI(I) = DEG(I)
    +90
    IF T$ = "L" THEN I(I) = E(I) / (W * V(I)): DI(I) = DEG(I) -90
    LOCATE I + 5, 4: PRINT T$(I); " ELEMANIN AKIMI"; I(I); "A",
    "AÇISI"; DI(I); "DERECE"
  NEXT I

  INPUT " GERİLİM KAYNAĞI AKIMLARI İÇİN ENTER ";IOS
  CLS
  FOR I=DS+1 TO X
    AK= F(I,2*X+1):AK2 =F(I+DS+1,2*X+1):AK3=SQR(AK^2+ AK2^2):
    AA=ATN(AK2/AK)*180/PI
    LOCATE 9-DS+5,4: PRINT "E";I-DG;" GERİLİM KAYNAĞININ AKIM
    ";AK3 ; "A", "AÇISI";AA;"DERECE"
  NEXT I
  INPUT "AKIM KAYNAĞININ GERİLİMİ İÇİN ENTER";IOS
  CLS
```

```
FOR I=1 TO AKS
LOCATE I-DS+5,4 : PRINT "A";I;"AKIMM KAYNAĞININ GERİLİMİ "
;"v","AÇISI";DA(I);"DERECE"
LOCATE 20,10 :INPUT "BAŞKA İŞLEM YAPILACAK MI ";CEVS^
IF CEVS="E" THEN RUN

END

40 IF D2=0 THEN 60
    B(D2,D2) = B(D2,D2) + Y
    B(D2,D1) = B(D2,D2) - Y
    B(D1,D2) = B(D2,D2)
60 B(D1,D1) = B(D2,D2) + Y
RETURN

200 LOCATE 20,10 :COLOR 16, : PRINT "HATALI GİRİŞ":COLOR 7,
0 : INPUT "ENTER " ;Z
LOCATE 2*,10 : COLOR 16,7 : PRINT"
PRINT "
"
LOCATE I+3 ,16 . PRINT "
"
RETURN
300 LOCATE 6,10 : PRINT "E";I;"KAYNAĞININ DEĞERİ "
LOCATE 6,30 : INPUT VE1(I)
RETURN
400 LOCATE 6,10 : PRINT "A";I;"KAYNAĞININ DEĞERİ "
LOCATE 6,30 : INPUT VA1(I)
RETURN

600 H=2*X
WHILE F(H,I) = 0
H =H-1
WEND
FOR L=1 TO 2*X +1
SWAP F(I,L),F(H,L)
```

```

5 CLS : KEY OFF
7 LOCATE 5,10 :PRINT " Durum Denklemi "
10 LOCATE 10,20 : PRINT " d "
20 LOCATE 11,19 : PRINT " ---- x(t) = A. x(t) + B.u(t) "
25 LOCATE 12,20 : PRINT " dt ";CHR$(126);TAB(38);CHR$(126);TAB(51);CHR$(126)
30 LOCATE 20,5 :INPUT "DEVAM ";DEVŞ
40 INPUT " A Matrisinin Boyutu (nxn) için N değeri "; N
50 INPUT " B Matrisinin Boyutu (nxr) için R değeri"; R
75 DIM A(N,N), B(N,R), BAS(N,1), EAT(N,N), C(N,N), D(N,N), NORM1(N), NORM2(N)
78 DIM EATI(N,N), U(R,1), EATINV(N,R)
80 CLS
85 FOR I=1 TO N
90 FOR J=1 TO N
95 PRINT "A(";I;J;") Elemanını Girin ";
100 INPUT " "; A(I,J)
105 NEXT J,I
110 FOR I=1 TO N
115 FOR J=1 TO R
120 PRINT "B(";I;J;") Elemanını Girin ";
130 INPUT " "; B(I,J)
135 NEXT J,I
137 INPUT " Seri Hesabında Alınacak Adım Uzunluğu "; H
140 INPUT " Seri Hesabında Alınacak Terim Sayısı "; M
145 INPUT " Seri Hesabında İstenen Doğru Hane Sayısı "; D
150 REM **** SERİ HESABI ****
160 FOR I= 1 TO N
170 EAT(I,I)=1
180 BIR(I,I)=1
190 NEXT I
200 FOR I=1 TO N
210 FOR J=1 TO N
220 EAT(I,J)= EAT(I,J) + H*A(I,J)
230 NEXT J,I
240 IF M=2 THEN 500
250 FOR I=1 TO N
260 FOR J=1 TO N
270 C(I,J)=A(I,J)
280 NEXT J,I
290 FAK=1 : IJ=1 : II=2
300 II = II + 1
310 FOR I=1 TO N
320 FOR J=1 TO N
330 D(I,J)=0
340 FOR K=1 TO N
350 D(I,J)=D(I,J)+A(I,K)*C(K,J)
360 NEXT K
370 NEXT J
380 NEXT I
390 IJ=IJ + 1
400 FAK=FAK*IJ
410 FOR I=1 TO N
420 FOR J=1 TO N
430 EAT(I,J)= EAT(I,J) + ((H^IJ)*D(I,J))/FAK
440 NEXT J,I
450 FOR I=1 TO N
460 FOR J=1 TO N
470 C(I,J)=D(I,J)

```

```
480     NEXT J,I
490     IF II <= M THEN GOTO 300
500     REM ***** HATA HESABI *****
505     ENK=ABS(EAT(1,1))
510     FOR I= 1 TO N
520         FOR J= 1 TO N
530             NORM1(I) =NORM1(I) + ABS(A(I,J))
540             NORM2(I) =NORM2(I) + ABS(A(J,I))
542             IF EAT(I,J) <> 0 AND ENK > ABS(EAT(I,J)) THEN ENK=EAT(I,J)
550         NEXT J,I
560     REM EN BUYUGU BULMA
570     ENB1=NORM1(1) : ENB2=NORM2(1)
580     FOR I=1 TO N
590         IF ENB1 < NORM1(I) THEN ENB1=NORM1(I)
600         IF ENB2 < NORM2(I) THEN ENB2=NORM2(I)
605     NORM1(I) = 0 : NORM2(I) = 0
610     NEXT I
620     IF ENB1 => ENB2 THEN ENB=ENB1 ELSE ENB=ENB2
630     EPS=(ABS(ENB)*H)/(M+2)
635     HATAUST=((ABS(ENB)*H)^(M+1))/(FAK*(M+1)*(1-EPS))
640     HATA=HATAUST/ENK
642     D1=FIX(ABS(LOG(ABS(2*HATA))*.43423))
645     IF D1 < D THEN M=M+1 : GOTO 300
647     INPUT " DEVAM İÇİN ENTER ";DEVŞ
648     CLS
660     LOCATE 5,5 : PRINT "exp(At) ="
670     PRINT :PRINT
680     FOR I=1 TO N
690         FOR J=1 TO N
700             PRINT " " ; EAT(I,J),
710         NEXT J
720     PRINT
730     NEXT I
740     PRINT :INPUT "DEVAM İÇİN BİR TUŞA BASIN ";DEVŞ
745     CLS
750     REM ***** ÖZ ÇÖZÜM *****
760     PRINT "BAŞLANGIÇ KOŞULLARI "
770     FOR I=1 TO N
780         PRINT "X(0) (;I;"1) Elemanını Girin ";
790         INPUT BAS(I,1)
800     NEXT I
810     INPUT "HESAPLANACAK SON DEĞER ";SOND
820     CLS
830     ADIM = SOND / H
840     FOR F=1 TO ADIM
850         FOR I=1 TO N
860             FOR J=1 TO 1
870                 C(I,J)=0
880                 FOR K=1 TO N
890                     C(I,J)=C(I,J)+EAT(I,K)*BAS(K,J)
900                 NEXT K
902             PRINT " t =", LEFT$(STR$(H*F),4); " " ;C(I,J)
910         NEXT J
920     NEXT I
922     PRINT
930     FOR L=1 TO N
940         FOR M=1 TO 1
950             BAS(L,M)=C(L,M)
960         NEXT M,L
970     NEXT F
980     INPUT "DEVAM İÇİN ENTER ";DEVŞ
990     END
```

ÖZGEÇMİŞ

Ali B. YILDIZ . 1970 yılında Sapanca'da doğdu. Orta öğrenimini izmit Endüstri Meslek ve Teknik Lisesi Elektronik bölümünde tamamladıktan sonra, 1987 yılında Yıldız Üniversitesi Kocaeli Mühendislik Fakültesini kazandı. 1991 yılında elektrik mühendisi olarak mezun oldu. Aynı yıl Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde Yüksek Lisansa ve Kocaeli Üniversitesinde Araştırma görevliliğine başladı. Halen bu görevini sürdürmektedir.

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**