

46991

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİBER OPTİK SİSTEMLERDE LD,LED
KAYNAKLARIN HAT İLE UYUMSUZLUKTAN
KAYNAKLANAN KUPLAJ ETKİSİNİN
OPTİMİZASYONU

Elek.Müh. Mustafa ÖĞÜTCEN

F.B.E. Elektronik Ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalında
hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı :Yrd.Doç.Dr. Cahit CANBAY

İstanbul,1995

YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
TAMANTASYON MERKEZİ

Yüksek lisans eğitimim süresince aldığım derslerde bana destek olan değerli hocam Prof.Dr. Filiz GÜNEŞ'e ,

bu derslerin açılmasında ve biz çalışan öğrencilere gösterdiği yakın ilgi ve yardımlarından dolayı Bölüm Başkanı Prof. Metin YÜCEL'e ;

tez çalışmamda bana her türlü desteği ve imkanı sağlayan danışmanım , değerli hocam Yrd.Doç.Dr.Cahit CANBAY'a ve tüm bölüm personeline teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Özet	III
Abstract	IV

BİRİNCİ BÖLÜM

1.1 Silindirik Fiberde Modal Analiz	1
1.2 Basamak Endisli Fiber İçin Sınır Koşulları Ve Karakteristik Denklem	7
1.3 Basamak Endisli Fiberde Mod Karakteristikleri	9
1.4 Mod Kesim Şartları	9
1.5 Zayıf Kılavuzlanmış Fiberler Ve Karakteristik Eşitlik	11
1.6 Değişen Endisli Optik Fiberde Analiz	13
1.7 Değişen Endisli Optik Fiberde WKBJ Analizi	14
1.8 Değişen Endisli Optik Fiberde Propagasyon Sabitleri	15

İKİNCİ BÖLÜM

2.1 Giriş	18
2.2 Kuplaj Dalga Eşitlikleri	20
2.3 Modların Uzayda Kuplajı	23
2.4 Modların Zamanda Kuplajı	26

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3.1 Sürekli Olmayan Yüzeylerde Yansıma Ve Geçirgenlik	28
3.2 Dalga Matrisi	30
3.3 İki Dalga Kılıvuzu Arasındaki Uyumsuzluk Ve Modal Kuplaj	34
3.4 Sürekli Olmayan Ortamların S Parametreleri İle İncelenmesi	37
3.5 Homojen Olmayan Dielektrik Ortamlarda Eşdeğer S Saçılma Parametreleri	39

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4.1 Sonuçlar	42
Kaynaklar	43
Özgeçmiş	44

ÖZET

Fiber optik iletişim çağımız ihtiyaçlarına uygunluğu ve güvenilirliği nedeniyle hızlı bir gelişme göstermektedir. Bu sebeple fiber optik uygulamaları ile ilgili bir çok çalışma yapılmaktadır.

Bu çalışmada öncelikle silindirik fiberlerde modların analizi yapılmış ;daha sonra mod kuplaj denklemleri çıkarılarak modların uzayda ve zamanda kuplajı incelenmiştir. Buna ilaveten mod kuplajının temel nedenlerinden birisi olan dielektrik süreksizlik durumları için inceleme yapılmış, bu ortam parametreleri S saçılma parametreleri ile ifade edilmiştir.

Netiçede, süreksizlik nedeniyle ortaya çıkan yeni alanlarda mod kuplaj katsayıları elde edilmiş; kuplaj katsayısının süreksizlik ortamının kırılma indisine, ikinci ortamın kırılma indisine ve mesafeye bağlı olduğu ortaya çıkarılmıştır.

ABSTRACT

Fiber optic has shown a rapid development in recently years due to appropriation to the needs of today's communication and reliability. For this reason, many studies have been conducted relate to applications of fiber optic.

In this study, first of all, the analysis of modes in cylindrical fibers was carried out. Second stage, the coupling properties between modes were investigated by being derivated of coupling equation in the space and time. Moreover, the conditions of dielectric non-continuous were conducted because of one of the basic reason of the mode coupling. These parameters conditions of were parameters conditions of were expressed based on the scattering parameters.

In conclusion the coefficients of mode couples were obtained at the new fields which were appeared due to being a non-continuous conditions. The values of coupling coefficient were found to depend on the first index of the non-continuous condition and index for second condition, and distance travelled as well.

BİRİNCİ BÖLÜM

1.1.Silindirik Fiberde Modal Analiz

Herhangi bir silindirik dielektrik dalga kılavuzu içinde +z doğrultusunda yayılan elektromagnetik alanın ifadesi Maxwell denklemleri ve verilen geometride sınır koşullarının uygulanması ile bulunabilir[1].Kılavuz ortamının parametreleri;

$$\mu = \mu_0 \quad (1.1.1a)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon_0 n^2 \quad (1.1.1b)$$

alanların zamanla değişimi

$$e^{j\omega t} \quad (1.1.2)$$

olarak kabul edilecektir.Zamanla harmonik olarak değişim koşullarında Maxwell denklemleri;

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{E} \quad (1.1.3a)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \mu \vec{H} \quad (1.1.3b)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.1.3c)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (1.1.3d)$$

denklemlerinin yardımıyla (1.1.3b)'nin rotasyoneli alınıp (1.1.3a)'yı kullanarak;

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \omega^2 \mu \varepsilon \vec{E} = k^2 \vec{E} \quad (1.1.4)$$

elde ederiz.

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \quad (1.1.5)$$

Vektörel özdeşliğini kullanarak

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (1.1.6a)$$

ve benzer şekilde

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \quad (1.1.6b)$$

elde edilir. Burada k dalga sayısı

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad (1.1.7)$$

dir.

Kılavuzlanmış elektromagnetik dalganın z yönündeki değişimi $e^{+j\beta z}$ biçimindedir. z yönünde ilerleyen alan bileşeni;

$$e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (1.1.8)$$

olarak düşünülebilir.

Dairesel kesitli fiberlerde rotasyonel operatörün silindirik koordinatlardaki ifadesi yardımıyla

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{a}_r & r\vec{a}_\phi & \vec{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_r & rE_\phi & E_z \end{vmatrix} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (1.1.9)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{a}_r & r\vec{a}_\phi & \vec{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_r & rH_\phi & H_z \end{vmatrix} = j\omega\epsilon\vec{E} \quad (1.1.10)$$

(1.1.9) ve (1.1.10) denklemleri açılıp $\partial/\partial z = -j\beta$ yazılarak diğer alan bileşenleri E_z ve H_z 'e bağlı olarak

$$E_r = -\frac{j}{\kappa^2} \left[\beta \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial r} + \omega \mu \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right] \quad (1.1.11a)$$

$$E_\phi = -\frac{j}{\kappa^2} \left[\beta \frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial \phi} - \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \quad (1.1.11b)$$

$$H_r = -\frac{j}{\kappa^2} \left[\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \omega \varepsilon \frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial \phi} \right] \quad (1.1.11c)$$

$$H_\phi = -\frac{j}{\kappa^2} \left[\beta \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \omega \varepsilon \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial r} \right] \quad (1.1.11d)$$

$$\kappa^2 = k^2 - \beta^2 \quad (1.1.11e)$$

i çekirdek ve kılıf bölgelerini veren indis olmak üzere,

$$\begin{aligned} \kappa_i^2 &= k_0^2 n_i^2 - \beta^2 \\ i &= 1, 2 \end{aligned} \quad (1.1.12)$$

dir. Basamak endisli fiberlerde

$$\nabla_i^2 = \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (1.1.13)$$

eşitliğini kullanarak dalga denklemi

$$\left(\nabla_i^2 + \kappa_i^2 \right) \begin{Bmatrix} \vec{E}_{zi}(r, \phi) \\ \vec{H}_{zi}(r, \phi) \end{Bmatrix} = 0 \quad , \quad i=1,2 \quad (1.1.14)$$

şeklinde yazılır. Bu denklemler aşağıdaki koşullar altında çözülebilir.

- $r=0$ için EM alan sonlu olmalı.
- $r \rightarrow 0$ için $E_z = 0$, $H_z = 0$ olmalı.
- E_z, H_z ϕ de 2π ile periyodik olmalı.
- $E_z, H_z, H_r, H_\phi, E_\phi$ ve $n^2 E_r$ sınır yüzeyinde sürekli olmalıdır

(1.1.9) ve (1.1.11) denklem takımlarından ve (1.1.14) dalga denkleminden,

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + \kappa^2 E_z = 0 \quad (1.1.15a)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} + \kappa^2 H_z = 0 \quad (1.1.15b)$$

silindirik koordinat sistemindeki dalga denklemleri elde edilir. E_z 'in ϕ ve r 'ye bağılı olarak çözümü

$$E_z(\phi, r) = A \Phi(\phi) F(r) \quad (1.1.16a)$$

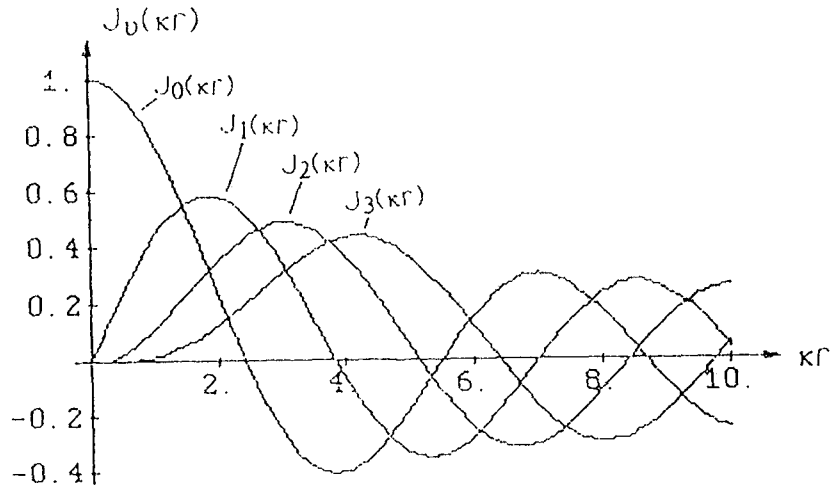
$$\Phi(\phi) = e^{j\nu\phi} \quad , \quad \nu = \mp \text{integer sayı} \quad (1.1.16b)$$

$$E_z(\phi, r) = A e^{j\nu\phi} F(r) \quad (1.1.16c)$$

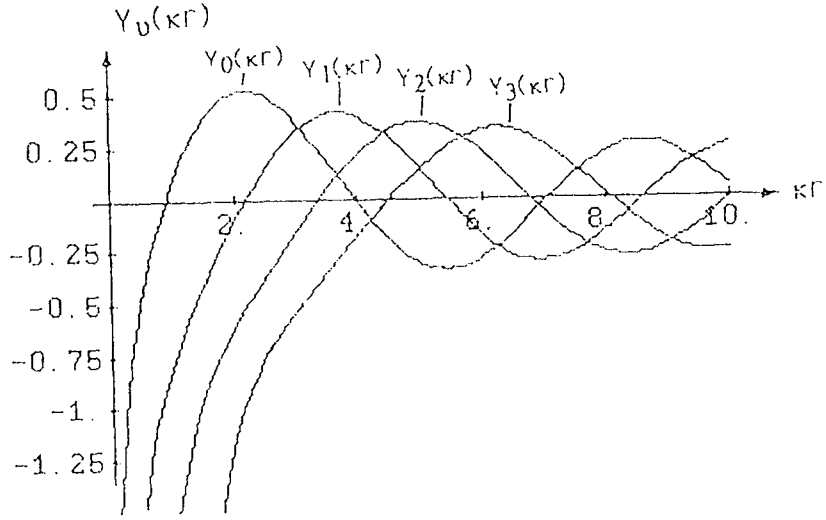
(1.1.16c) denkleminde (1.1.15a) ve (1.1.15b) 'deki terimler türetilip yerine konursa

$$\frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F(r)}{\partial r} + \left(\kappa^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right) F(r) = 0 \quad (1.1.17)$$

Bessel diferansiyel denklemine dönüşür. Diferansiyel denklem ikinci dereceden olduğundan birbirinden bağımsız iki çözümü vardır. (1.1.17) denkleminin çözümleri $J_\nu(\kappa r)$ Bessel fonksiyonu ve $Y_\nu(\kappa r)$ Neumann fonksiyonudur. Şekil 1.1.1 'de görüldüğü üzere Bessel fonksiyonları koordinat ekseninde sonlu bir değer alır.



Şekil 1.1.1. Bessel fonksiyonları



Şekil 1.1.2. Neumann fonksiyonu

Bir başka çözüm seti ise birinci ve ikinci derece Hankel fonksiyonlarıdır. Her iki fonksiyonun $r = 0$ da tekliği söz konusudur. Argüman'ın büyük değerleri için $H_v^{(1)}$, $-r$ doğrultusunda, $H_v^{(2)}$ ise $+r$ doğrultusunda yayılan dalgayı temsil eder. Hankel fonksiyonlarında κ değeri

$$\kappa = j\gamma \quad (1.1.18)$$

olarak tanımlanır.

Argümanın büyük değerleri için $H_v^{(1)}(j\gamma r)$, $e^{-\gamma r}$, $H_v^{(2)}(j\gamma r)$, $e^{\gamma r}$ şeklinde davranır. Çekirdek dışındaki kılavuzlanmış modları tanımlamak için sadece eksponansiyel olarak azalan $H_v^{(1)}(j\gamma r)$ seçilmesi gerekir. Çekirdek bölgesi içindeki çözümler sonlu olmalı kılavuzlanmış mod çözümleri r için çekirdek bölgesi dışındaki çizimler eksponansiyel olarak azalmalıdır.

$$E_z = AJ_v(\kappa r)e^{jv\phi} \quad (1.1.19a)$$

$$H_z = BJ_v(\kappa r)e^{jv\phi} \quad (1.1.19b)$$

Birinci çeşit Hankel fonksiyonu

$$E_z = CH_v^{(1)}(j\gamma r)e^{jv\phi} \quad (1.1.20a)$$

$$H_z = DH_v^{(1)}(j\gamma r)e^{jv\phi} \quad (1.1.20b)$$

Burada A,B,C,D bilinmeyen sabitlerdir.(1.1.11a) ve (1.1.11b) ifadelerinden yararlanarak z için,

$$E_r = \frac{-j}{\kappa^2} \left[\beta A \kappa J'_\nu(\kappa r) + \omega \mu \frac{1}{r} j \nu B J_\nu(\kappa r) \right] e^{j\nu\phi} \quad (1.1.21a)$$

$$E_\phi = \frac{-j}{\kappa^2} \left[\beta \frac{1}{r} j \nu A J'_\nu(\kappa r) - \omega \mu B \kappa J'_\nu(\kappa r) \right] e^{j\nu\phi} \quad (1.1.21b)$$

$$H_r = \frac{-j}{\kappa^2} \left[\beta B \kappa J'_\nu(\kappa r) - \omega \epsilon_1 \frac{1}{r} j \nu A J_\nu(\kappa r) \right] e^{j\nu\phi} \quad (1.1.21c)$$

$$H_\phi = \frac{-j}{\kappa^2} \left[\beta \frac{1}{r} j \nu B J_\nu(\kappa r) + \omega \epsilon_1 A \kappa J'_\nu(\kappa r) \right] e^{j\nu\phi} \quad (1.1.21d)$$

$$\kappa^2 = k_1^2 - \beta^2 \quad (1.1.22)$$

$$k_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_1 \quad (1.1.23)$$

Fiberin kılıf bölgesinde enine alan bileşenini bulmak için (1.1.20a) , (1.1.20b) diferansiyel denklemleri kullanılırsa;

$$E_r = \frac{-1}{\gamma^2} \left[\beta \gamma C H_\nu^{(1)}(j\gamma r) + \omega \mu \frac{\nu}{r} D H_\nu^{(1)}(j\gamma r) \right] e^{j\nu\phi} \quad (1.1.24a)$$

$$E_\phi = \frac{-1}{\gamma^2} \left[\beta \frac{\nu}{r} C H_\nu^{(1)}(j\gamma r) - \omega \mu \gamma D H_\nu^{(1)}(j\gamma r) \right] e^{j\nu\phi} \quad (1.1.24b)$$

$$H_r = \frac{-1}{\gamma^2} \left[\beta \gamma D H_\nu^{(1)}(j\gamma r) - \omega \epsilon \frac{\nu}{r} C H_\nu^{(1)}(j\gamma r) \right] e^{j\nu\phi} \quad (1.1.24c)$$

$$H_\phi = \frac{-1}{\gamma^2} \left[\beta \frac{\nu}{r} D H_\nu^{(1)}(j\gamma r) + \omega \epsilon_2 \gamma C H_\nu^{(1)}(j\gamma r) \right] e^{j\nu\phi} \quad (1.1.24d)$$

elde edilir. Burada;

$$\gamma^2 = \beta^2 - k_2^2 \quad (1.1.25)$$

$$k_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_2 \quad (1.1.26)$$

1.2. Basamak Endisli Fiber İçin Sınır Koşulları Ve Karakteristik Denklem

Çekirdek-kılıf ($r = a$) geçiş bölgesinde alan ifadeleri şu şartları sağlamalıdır;

$$\left. \begin{array}{l} E_{z_1} = E_{z_2} \\ E_{\phi_1} = E_{\phi_2} \\ H_{z_1} = H_{z_2} \\ H_{\phi_1} = H_{\phi_2} \end{array} \right\} r = a \quad (1.2.1)$$

Bu koşul altında (1.1.19a),(1.1.19b),(1.1.20a) ve (1.1.20b) eşitlikleri kullanılarak

$$J_v(\kappa a)A - H_v^{(1)}(j\gamma a)C = 0 \quad (1.2.2a)$$

$$\left(\frac{\beta}{\kappa^2} \frac{\nu}{a}\right) J_v(\kappa a)A + j \frac{\omega\mu}{\kappa} J_v(\kappa a)B + \left(\frac{\beta}{\gamma^2} \frac{\nu}{a}\right) H_v^{(1)}(j\gamma a)C - \frac{\omega\mu}{\gamma} H_v^{(1)}(j\gamma a)D = 0 \quad (1.2.2b)$$

$$J_v(\kappa a)B - H_v^{(1)}(j\gamma a)D = 0 \quad (1.2.2c)$$

$$-j \frac{\omega\varepsilon_1}{\kappa} J_v(\kappa a)A + \left(\frac{\beta}{\kappa^2} \frac{\nu}{a}\right) J_v(\kappa a)B + \frac{\omega\varepsilon_2}{\gamma} H_v^{(1)}(j\gamma a)C + \left(\frac{\beta}{\gamma^2} \frac{\nu}{a}\right) H_v^{(1)}(j\gamma a)D = 0 \quad (1.2.2d)$$

(1.2.2a),(1.2.2b),(1.2.2c) ve (1.2.2d) denklemleri matrisel formda yazılırsa A,B,C,D katsayıları sıfır olamayacağından ve denklemin sağ tarafı sıfıra eşit olduğu için matrisin determinanı sıfır olmalıdır.

$$\begin{vmatrix} J_v(\kappa a) & 0 & -H_v^{(1)}(j\gamma a) & 0 \\ \left(\frac{\beta}{\kappa^2} \frac{\nu}{a}\right) J_v(\kappa a) & j \frac{\omega\mu_0}{\kappa} J_v(\kappa a) & \left(\frac{\beta}{\gamma^2} \frac{\nu}{a}\right) H_v^{(1)}(j\gamma a) & -\frac{\omega\mu_0}{\gamma} H_v^{(1)}(j\gamma a) \\ 0 & J_v(\kappa a) & 0 & -H_v^{(1)}(j\gamma a) \\ -j \frac{\omega\varepsilon_1}{\kappa} J_v(\kappa a) & \left(\frac{\beta}{\kappa^2} \frac{\nu}{a}\right) J_v(\kappa a) & \frac{\omega\varepsilon_2}{\gamma} H_v^{(1)}(j\gamma a) & \left(\frac{\beta}{\gamma^2} \frac{\nu}{a}\right) H_v^{(1)}(j\gamma a) \end{vmatrix} = 0 \quad (1.2.3)$$

Bu sistem determinantı basamak endisli fiber için karakteristik denklemi verir.

$$\left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{a\gamma^2 J'_v(\kappa a)}{\kappa J_v(\kappa a)} + j\gamma a \frac{H_v^{(1)}(j\gamma a)}{H_v^{(1)}(j\gamma a)} \right] \left[\frac{a\gamma^2 J'_v(\kappa a)}{\kappa J_v(\kappa a)} + j\gamma a \frac{H_v^{(1)}(j\gamma a)}{H_v^{(1)}(j\gamma a)} \right] = \left[v \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \frac{\beta k_2}{\kappa^2} \right]^2 \quad (1.2.4)$$

(1.2.1) 'den (1.2.4) 'e kadar olan denklemlerle bilinmeyen A,B,C veD katsayıları arasındaki ilişki,

$$C = \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(j\gamma a)} A \quad (1.2.5a)$$

$$D = \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(j\gamma a)} B \quad (1.2.5b)$$

(1.2.5a) ve (1.2.5b) 'yi (1.2.4) te yerine koyarsak A 'ya bağlı olarak B terimi için çözüm;

$$B = \frac{j \alpha \kappa \gamma \left[\varepsilon_1 \gamma J'_v(\kappa a) H_v^{(1)}(j\gamma a) + j \varepsilon_2 \kappa J_v(\kappa a) H_v^{(1)}(j\gamma a) \right]}{v \omega (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \mu_0 \beta J_v(\kappa a) H_v^{(1)}(j\gamma a)} A \quad (1.2.6)$$

Eğer (1.2.2d) yerine (1.2.2b) kullanılırsa A ve B arasındaki sonuç ilişkisi

$$B = jv \frac{\omega (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \beta J_v(\kappa a) H_v^{(1)}(j\gamma a)}{\kappa \gamma a \left[\gamma J'_v(\kappa a) H_v^{(1)}(j\gamma a) + j \kappa J_v(\kappa a) H_v^{(1)}(j\gamma a) \right]} A \quad (1.2.7)$$

(1.2.6) ve (1.2.7) eşitliklerini basamak endisli fiberde yayılabilen mod tiplerini belirlemede kullanacağız

1.3. Basamak Endisli Fiberde Mod Karakteristikleri

Genelde basamak endisli fiberlerde 6 alan bileşeni mevcuttur. Basamak endisli fiberlerde ışın analizi terimleri olarak hibrid modlar, propagasyon yapan skew ışınlar; TE ve TM modlarında meridyonel yayılan ışınlar uyarlar. Özel bir durum $\nu=0$ için sadece meridyonel ışınlar kılavuz içinde propagasyon yaparlar. Bu durum için (1.2.4) karakteristik denkleminin sağ tarafı sıfıra eşit olur ve TE, TM modlarını tanımlayan iki karakteristik eşitlik elde edilir.

$$\text{TE Modları } (E_z = 0) \quad \left[\frac{\alpha\gamma^2 J'_0(\kappa\alpha)}{\kappa J_0(\kappa\alpha)} + j\gamma\alpha \frac{H_0^{(1)'}(j\gamma\alpha)}{H_0^{(1)}(j\gamma\alpha)} \right] = 0 \quad (1.3.1)$$

$$\text{TM Modları } (H_z = 0) \quad \left[\frac{\varepsilon_1 \alpha\gamma^2 J'_0(\kappa\alpha)}{\varepsilon_2 \kappa J_0(\kappa\alpha)} + \frac{j\gamma\alpha H_0^{(1)'}(j\gamma\alpha)}{H_0^{(1)}(j\gamma\alpha)} \right] = 0 \quad (1.3.2)$$

$$E_z = AJ_\nu(\kappa r) e^{j\nu\phi} \quad (1.3.3)$$

$$H_z = BJ_\nu(\kappa r) e^{j\nu\phi} \quad (1.3.4)$$

$A=0$ iken $E_z=0$ 'a, $B=0$ iken $H_z=0$ dir. (1.2.6) eşitliğinden görüldüğü gibi $\nu \rightarrow 0, B \rightarrow \infty$ ve $A=0$. (1.3.1) eşitliği TE modlarını tanımlıyor demektir. (1.2.7) eşitliğini kullanarak $\nu=0, B=0$ iken (1.3.2) karakteristik denklemi kılavuzlanmış TM modlarıdır.

1.4. Mod Kesim Şartları

Her propagasyon modu için önemli bir parametre kesim frekansıdır. Kılıftaki alanın yayılma sabiti değeri γ ile gösterilir. Modifiye Hankel fonksiyonunun r 'nin büyük değerleri için asimtotik yaklaşımı; [2]

$$H_\nu^{(1)}(j\gamma r) = \sqrt{\frac{2}{\pi j\gamma r}} \left(e^{-j\left(\frac{\pi\nu}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} \right) e^{-\gamma r} \quad (1.4.1)$$

γ 'nın büyük değerleri için alan çekirdek içinde sınıtlıdır. γ 'nın azalan değerleri ile kılıfta alan daha uzak yerlere gider.Sonuç olarak $\gamma = 0$ için alan kılavuzdan kopar.Bu olaydaki frekans kesim frekansı olarak adlandırılır.Kesimde

$$\gamma = 0 = \sqrt{\beta_c^2 - k_{2c}^2} \quad (1.4.2)$$

veya

$$\beta_c^2 = k_{2c}^2 \quad (1.4.3)$$

burada

$$k_{2c}^2 = \omega_c^2 \mu_0 \varepsilon_2 \quad (1.4.4)$$

kesimde kılavuz özünde

$$\kappa_c^2 = k_{1c}^2 - \beta_c^2 \quad (1.4.5)$$

$$k_{1c}^2 = \omega_c^2 \mu_0 \varepsilon_1 \quad (1.4.6)$$

(1.4.3) 'ü (1.4.5) de yerine koyarsak bir modun kesim frekansı için bir ifade elde ederiz.

$$\kappa_c^2 = k_{1c}^2 - k_{2c}^2 = \omega_c^2 \mu_0 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (1.4.7)$$

(1.4.7) 'den ω_c 'nın çözümü için

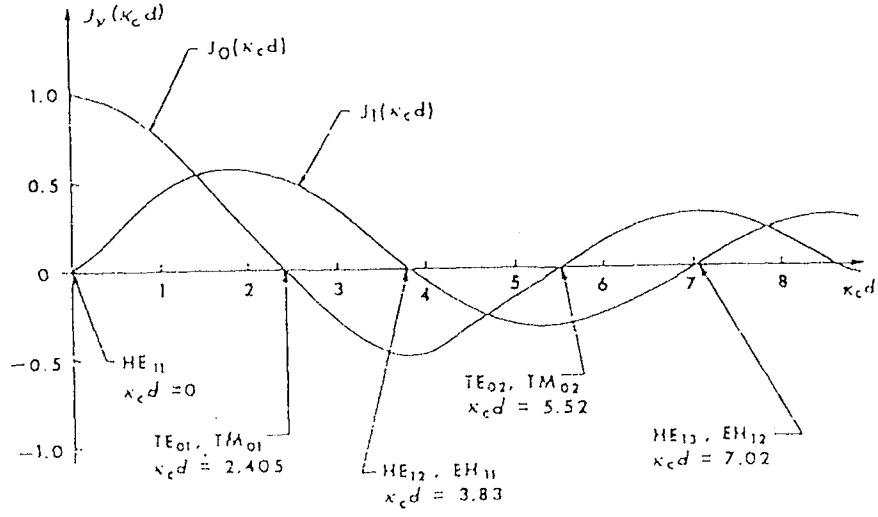
$$\omega_c = \frac{\kappa_c}{\sqrt{\mu_0 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}} \quad (1.4.8)$$

Bir modun kesim frekansı eğer $\kappa_c = 0$ ise sıfır olabilir. $\omega_c = 0$ için bir fiberde sadece bir mod bulunabilir.Bu durum HE_{11} temel modunu oluşturur.Bütün modlar kesimdeyken HE_{11} modu yayılabilir.

$\kappa_c a$ parametresi genellikle V fiber sayısı olarak bililir.

$$V \equiv \kappa_c a = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.4.9)$$

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (1.4.10)$$



Şekil 1.4.1. Bessel fonksiyonu üzerinde modların kesim noktaları

1.5. Zayıf Kılavuzlanmış Fiberler Ve Karakteristik Eşitlik

Telekomünikasyon haberleşmesinde kullanılan basamak endisli fiberlerde çekirdek ile kılıf arasında çok az bir kırılma endis farkı vardır. $\Delta \ll 1$ tipik olarak $\Delta 0,05$ 'den küçük; bu koşul altında zayıf kılavuzlanmış fiberler için karakteristik eşitlik çıkarabiliriz. (1.2.4) karakteristik denkleminde hareket edersek

$$J^+ = \frac{1}{\kappa a} \frac{J_{\nu+1}(\kappa a)}{J_{\nu}(\kappa a)} \quad (1.5.1a)$$

$$J^- = \frac{1}{\kappa a} \frac{J_{\nu-1}(\kappa a)}{J_{\nu}(\kappa a)}$$

$$H^+ = \frac{1}{j\gamma a} \frac{H_{\nu+1}^{(1)}(j\gamma a)}{H_{\nu}^{(1)}(j\gamma a)} \quad (1.5.1b)$$

$$H^- = \frac{1}{j\gamma a} \frac{H_{\nu-1}^{(1)}(j\gamma a)}{H_{\nu}^{(1)}(j\gamma a)}$$

$$J'_{\nu} = \frac{1}{2}(J_{\nu-1} + J_{\nu+1}) \quad (1.5.1c)$$

(1.5.1a),(1.5.1b) ve (1.5.1c) özdeşliklerini (1.2.4) karakteristik denkleminde yerine koyup düzenlersek;

$$\left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{a^2 \gamma^2}{2} (J^- - J^+) + \frac{a^2 \gamma^2}{2} (H^+ - H^-) \right] \left[\frac{a^2 \gamma^2}{2} (J^- - J^+) + \frac{a^2 \gamma^2}{2} (H^+ - H^-) \right] = \left[\nu \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \frac{\beta \kappa_2}{k^2} \right]^2 \quad (1.5.2)$$

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ zayıf kılavuzlama durumunda

$$(J^- - H^-)(J^- - H^+) = 0 \quad (1.5.3)$$

$$J^- = H^- \quad (1.5.4)$$

$$\text{HE modları} \quad \frac{1}{\kappa a} \frac{J_{\nu-1}(\kappa a)}{J_{\nu}(\kappa a)} = \frac{1}{j\gamma a} \frac{H_{\nu-1}^{(1)}(j\gamma a)}{H_{\nu}^{(1)}(j\gamma a)} \quad (1.5.5)$$

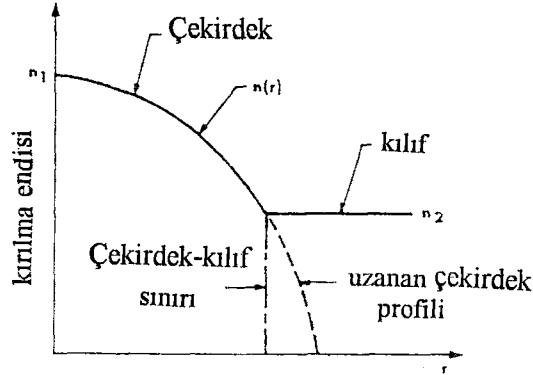
$$J^+ = H^+ \quad (1.5.6)$$

$$\text{EH modları} \quad \frac{1}{\kappa a} \frac{J_{\nu+1}(\kappa a)}{J_{\nu}(\kappa a)} = \frac{1}{j\gamma a} \frac{H_{\nu+1}^{(1)}(j\gamma a)}{H_{\nu}^{(1)}(j\gamma a)} \quad (1.5.7)$$

ifadeleri elde edilir

1.6. Değişen Endisli Optik Fiberde Analiz

Değişen endisli fiberde WKBJ yaklaşım tekniği kullanılarak analiz yapılacaktır. Şekil 1.6.1 'de gösterildiği gibi homojen olmayan bir çekirdeğe sahip multimod bir fiber ele alalım.



Şekil 1.6.1. Değişen endisli fiberde kırılma endis dağılımı

Biz modların elde edilmesi ve özellikle kılavuzda elde edilen modların propagasyon sabitleri β propagasyon sabitinin değeri

$$n_1 k_0 \geq \beta \geq n_2 k_0 \quad (1.6.1)$$

aralığında değişir. Silindirik yapıya sahip kırılma endis profili $n(r)$ olan dalga eşitliğinin çözümünden β bulunur. Dalga eşitliğinin kırılma endis değişimiyle aşağıda gösterildiği gibi yazılabilir.

$$\frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dF(r)}{dr} + \left[k^2(r) - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right] F(r) = 0 \quad (1.6.2)$$

burada

$$k(r) = \frac{2\pi}{\lambda_0} n(r) = k_0 n(r) \quad (1.6.3)$$

ve

$$\kappa^2 = k^2(r) - \beta^2 \quad (1.6.4)$$

kırılma endis dağılımı $n(r)$ ile sınır koşulunda $r = a$ durumundaki süreksizlik nedeniyle aşağıdaki yaklaşımlar yapılacaktır.

1. Kırılma endis profili dairesel simetrik;
2. Fiber multimod bir fiberdir ve çapı $50 \mu m$ veya daha fazladır;
3. Kılavuzun çekirdek bölgesindeki toplam endis değişimi $\Delta \ll 1$ küçüktür;
4. Endis değişimi dalga boyuna oranla çok küçüktür bu nedenle geometrik optik şartları uygulanır.

1.7. Değişen Endisli Optik Fiberde WKBJ Analizi

z yönünde yayılan elektrik alan bileşeni ifadesi;

$$E = AF(r) \begin{pmatrix} \cos \nu\phi \\ \sin \nu\phi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \quad (1.7.1)$$

burada $F(r)$ (1.6.2) eşitliğinde verilen alanın alanın dairesel değişimidir. WKBJ metodunun genel yaklaşımı eğer kırılma endis dağılımı bir sabit veya r 'ye bağlı olarak yavaş değişiyorsa kabul edilir. $F(r)$ in genel çözümü üniform olmayan düzlem dalgalarındaki formu şu şekilde yazılabilir.

$$F(r) = e^{jk_0 S(r)} \quad (1.7.2)$$

(1.7.2) eşitliği (1.6.2) Bessel fonksiyonu eşitliğinde yerine konur ve düzenleme yaparsak,

$$jk_0 \frac{d^2 S(r)}{dr^2} - k_0 \left[\frac{dS(r)}{dr} \right]^2 + \frac{jk_0}{r} \frac{dS(r)}{dr} + \left[k^2(r) - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right] = 0 \quad (1.7.3)$$

r 'e bağlı olarak endis değişimi derece derecedir bu yüzden $S(r)$ dalga boyuyla orantılı olarak yaklaşık sabittir. $S(r) = 1/k_0$ 'ın güç serisine açılımı olarak ifade edilebilir.

$$S(r) = S_0(r) + \frac{1}{k_0} S_1(r) + \frac{1}{k_0^2} S_2(r) + \dots \quad (1.7.4)$$

Bu serinin etkin olan ilk iki terimini alırsak (1.7.2) eşitliğinden

$$\frac{dS(r)}{dr} = \frac{dS_0(r)}{dr} + \frac{1}{k_0} \frac{dS_1(r)}{dr} \quad (1.7.5)$$

$$\left[\frac{dS(r)}{dr} \right]^2 = \left(\frac{dS_0(r)}{dr} \right)^2 + \frac{1}{k_0^2} \left(\frac{dS_1(r)}{dr} \right)^2 + \frac{2}{k_0} \frac{dS_0(r)}{dr} \frac{dS_1(r)}{dr} \quad (1.7.6)$$

$$\frac{d^2 S(r)}{dr^2} = \frac{d^2 S_0(r)}{dr^2} + \frac{1}{k_0} \frac{d^2 S_1(r)}{dr^2} \quad (1.7.7)$$

(1.7.5), (1.7.6) ve (1.7.7) eşitlikleri (1.7.3) 'de yerine koyarsak;

$$jk_0 \frac{d^2 S_0}{dr^2} + j \frac{d^2 S_1}{dr^2} - k_0^2 \left(\frac{dS_0}{dr} \right)^2 - \left(\frac{dS_1}{dr} \right)^2 - 2k_0 \frac{dS_0}{dr} \frac{dS_1}{dr} + j \frac{k_0}{r} \frac{dS_0}{dr} + j \frac{1}{r} \frac{dS_1}{dr} + \left[k^2(r) - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right] = 0 \quad (1.7.8)$$

(1.7.8) eşitliğinde k_0 in eşit kuvvetlerini birbirine eşitlersek

$$-k_0^2 \left(\frac{dS_0}{dr} \right)^2 + \left[k^2(r) - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right] = 0 \quad (1.7.9)$$

$$jk_0 \frac{d^2 S_0}{dr^2} - 2k_0 \frac{dS_0}{dr} \frac{dS_1}{dr} + j \frac{k_0}{r} \frac{dS_0}{dr} = 0 \quad (1.7.10)$$

(1.7.9) denkleminin çözümü $S_0(r)$ için propagasyon sabiti ile ilgili bilgileri verir.

1.8. Değişen Endisli Optik Fiberde Propagasyon Sabitleri

Bir derece endisli fiberde modlar hakkında bilgi elde etmek için denklem (1.7.9) 'dan $S_0(r)$ çözümlenmelidir.

$$S_0(r) = \pm \frac{1}{k_0} \int \left[k^2(r) - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right] dr \quad (1.8.1)$$

$S_0(r)$ sıfırıncı dereceden WKBJ yaklaşımıdır.(1.7.2) denklemindeki $F(r)$ için

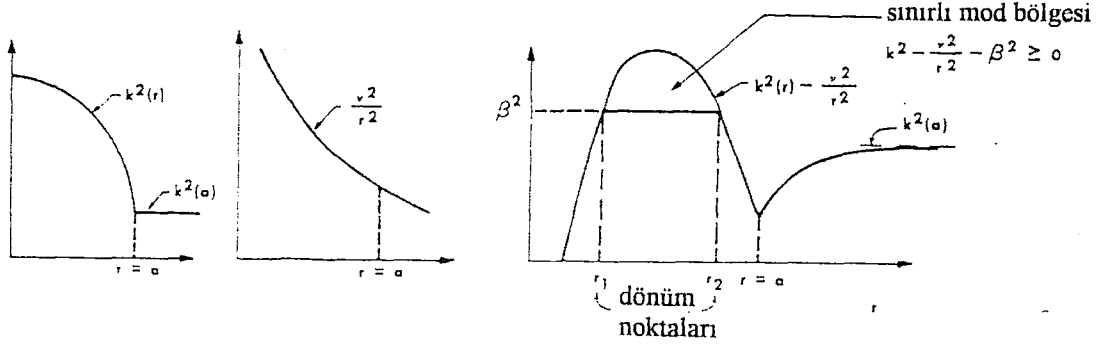
$$F(r) = e^{jk_0 S_0(r)} \quad (1.8.2)$$

buradan bir propagasyon modunun mevcut olması için $S_0(r)$ gerçel olmalıdır.Bu aynı zamanda (1.8.1) integral eşitliğinin gerçel olmasını gerektirir.Bu integralin gerçel olması için

$$k^2(r) - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2} > 0 \quad (1.8.3)$$

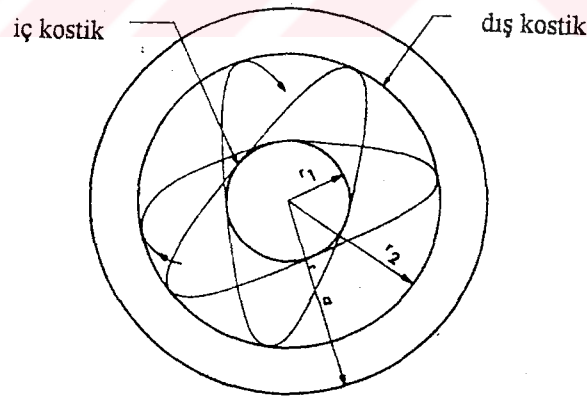
pozitif değerli olmalıdır.

Sınırlı modların fiziksel yorumunu (1.8.3) denkleminin grafik analizini yaparak elde edelim. Şekil (1.8.1a)'da $k^2(r)$ ve v^2/r^2 nin yarıçap r 'nin fonksiyonu Şekil (1.8.1b)' de $k^2(r) - \frac{v^2}{r^2}$ 'nin r nin fonksiyonu olarak çizimidir. Şekil (1.8.1b)' den görüldüğü gibi β 'nin sabit bir değeri için r (r_1 ve r_2) iki değer alır.



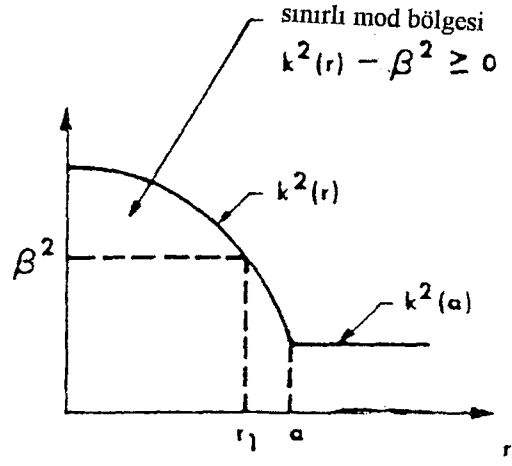
Şekil 1.8.1. Değişen endisli fiber için k 'nin değişimi

Bu iki yarıçap gerçekte olmayıp düzlem dalga çözümlerinin sonucu olarak ışınların hareket ettiği bölgedir. r_1 ve r_2 noktalarına dönüm noktası veya "caustics" adı verilir. Genelde derece endisli optik fiberde sınırlı bir hibrid mod iki dönüm noktası arasında Şekil 1.8.2 'de görüldüğü gibi spiral ve kıvrımlıdır.



Şekil 1.8.2. Derece endisli fiberde ışın gösterilimi

Basamak endisli fiberde $v = 0$ koşulunda TE ve TM modları elde edilir. Bu modlar meridyonel ışınların yerini tutar. Şekil 1.8.3 'de meridyonel ışınli derece endisli fiber için k 'nin değişimi çizilmiştir. Meridyonel ışınların sadece bir $r = r_1$ için dönüm noktası vardır.



Şekil 1.8.3. Değişen endisli optik fiberde meridyonel modlar için k 'nin değişimi

İKİNCİ BÖLÜM

2.1 Giriş

Dielektrik dalga kılavuzlarında sonlu sayıda kılavuzlanmış mod sonsuz sayıda da radyasyon modu vardır. Dalga kılavuzunda sadece bir tane kılavuzlanmış mod olduğu durumda bile sonsuz sayıda radyasyon modu olduğu kabul edilmelidir.

Çekirdek sınır bölgesi (2.1.1) 'deki gibi tanımlı olan zayıfça kılavuzlanmış optik fiberlerin kılavuzlu modları arasındaki kuplaj katsayısını bulalım.

$$r(x, y, z) = a + f(z) \cos(\nu\phi + \psi) \quad (2.1.1)$$

Eğer ν 'i $f(z)$ ve ψ fonksiyonlarına katarsak ve bunların 0 ile ∞ arasında ν üzerinden toplamını alırsak oldukça genel bir biçimde sınır deformasyonu elde edilir. Bu durumda κ_{mn} kuplaj katsayısı

$$\hat{\kappa}_{mn} = \frac{p\omega\epsilon_0 a}{4jp} (n_1^2 - n_2^2) \int_0^{2\pi} E_m^* E_n \cos(\nu\phi + \psi) d\phi \quad (2.1.2)$$

buna bağlı olarak

$$\kappa_{mn} = \hat{\kappa}_{mn} f(z) \quad (2.1.3)$$

yazılır. Zayıf kılavuzlanmış fiber yaklaşımında $\frac{n_1}{n_2} \cong 1$ dir. Ayrıca etkin kırılma endisi

$$n_2 < n_0 < n_1 \quad (2.1.4)$$

koşuluna uymak zorundadır. $n_1 - n_2$ farkının çok küçük olduğu kabulü ile kılavuzlu modlar arasındaki kuplaj için

$$\kappa_{mn} = \frac{e_{mnv}}{(e_m e_n)^{1/2}} \frac{p \gamma_m \gamma_n J_m(\kappa a) J_n(\kappa a)}{2 \text{jank} \left[\left| J_{m-1}(\kappa_m a) J_{m+1}(\kappa_m a) J_{n-1}(\kappa_n a) J_{n+1}(\kappa_n a) \right| \right]^{1/2}} \quad (2.1.5)$$

burada p çarpanı +1 veya -1 dir. Çarpan olarak gelen e_{mnv} ise hangi modların birbiri ile kuplajlandığını gösterir. Tablo 1`de sadece 0,1,2 ve 4 değerleri için verilmiştir. Bu tablonun son sütunu çekirdek deformasyonunun şeklini belirtmektedir.

Incident mode	Spurious mode	Distortion
$\text{Cos} n \phi$	$\text{Cos} m \phi$	$\text{Cos} v \phi$
$e_{mnv} = \begin{cases} 4, & n = m = v = 0 \\ 2, & \begin{cases} n = 0, & m = v \\ m = 0, & n = v \end{cases} \\ 1, & \begin{cases} 0 < m = n \pm v \\ 0 < m = v - n \end{cases} \end{cases}$		
$\text{Sin} m \phi$	$\text{Sin} m \phi$	$\text{Cos} v \phi$
$e_{mnv} = \begin{cases} 0, & n \text{ or } m = 0 \\ 1, & 0 < m = n \pm v \\ -1, & 0 < m = v - n \end{cases}$		
$\text{Cos} n \phi$	$\text{Sin} m \phi$	$\text{Sin} v \phi$
$e_{mnv} = \begin{cases} 0, & m = 0 \\ 2, & n = 0, m = v \\ 1, & m = n + v \\ -1, & 0 < m = n - v \\ 1, & 0 < m = v - n \end{cases}$		
$\text{Cos} n \phi$	$\text{Sin} m \phi$	$\text{Cos} v \phi$
$e_{mnv} = 0$		
$\text{Cos} n \phi$	$\text{Cos} m \phi$	$\text{Sin} v \phi$
$e_{mnv} = 0$		
$\text{Sin} m \phi$	$\text{Sin} m \phi$	$\text{Sin} v \phi$
$e_{mnv} = 0$		

Tablo 1

Çok modlu dalga kılavuzunda kılavuzlanmış modlar arasındaki kuplajın nedeni, kırılma endis dağılımında veya optik dalga kılavuzu geometrisindeki süreksizliklerdir. Çekirdek bölgesi ile kılıf bölgesi arasında düzgün olmayan sınır özellikleri kılavuz içindeki saçılmaya neden olan boşluklar, bükülme ve mikro bükülmeler gibi optik dalga kılavuzu yapısındaki geometrik bozukluklar ve ortam parametrelerindeki düzensizlikler modlar arasında kuplaja neden olurlar.

2.2 Kuplaj Dalga Eşitlikleri

Zayıf kılavuzlanmış fiberlerde çekirdek-kılıf geçiş bölgesinde küçük bir endis farkı koşulu altında; ideal olmayan fiberde endis dağılımı şu şekilde ifade edilir. [2]

$$n^2 = n_0^2(r) + n_p^2(r, \phi, z) \quad (2.2.1)$$

Burada $n_0(r)$ dairesel kesitli ideal fiberin uzunlamasına homojen endis dağılımını, $n_p(r, \phi, z)$ ise pertürbasyon, deformasyon veya geçiş bölgesindeki endis dağılımındaki bozulmayı ifade eder. İdeal olmayan bir fiber için elektrik alanının enine x -bileşeni

$$\nabla^2 E_x + n^2 k^2 E_x = 0 \quad (2.2.2)$$

formülü ile verilir.

(2.2.2) eşitliğinin (2.2.1) eşitliği koşulu altında genel çözümü x yönünde polarize edilmiş elektrik alanının içerdiği bütün mod ifadeleri

$$E_x = \sum_n V_n(z) E_n(r, \phi) \quad (2.2.3)$$

burada $E_n(r, \phi)$ n 'inci modun enine elektrik alan dağılımı, $V_n(z)$ ise bu modun genlik vektörünü göstermektedir. z 'e bağımlılık $e^{\mp \gamma_n z}$ şeklindedir. $\gamma_n = \alpha_n + j\beta_n$, α_n zayıflama ve β_n faz sabitleridir. İfadelere kolaylık getirmesi açısından z -yönünde zayıflamayı ihmal edersek $\gamma_n = j\beta_n$ olur.

Enine alan dağılımı $E_n(r, \phi)$ olan modun çözümünün enine dalga eşitliği

$$\nabla_t^2 E_n + (n_0^2 k^2 - \beta_n^2) E_n = 0 \quad (2.2.4)$$

Diğer bir mod E_m için aynı eşitlikler yazılıp birbiri ile çarpılırsa

$$E_m \nabla_t^2 E_n - E_n \nabla_t^2 E_m + (\beta_m^2 - \beta_n^2) E_m E_n = 0 \quad (2.2.5)$$

bu ifadeyi geçiş bölgesi boyunca entegralini alırsak

$$\int_0^{2\pi} \int_0^r (E_m \nabla_r^2 E_n - E_n \nabla_r^2 E_m) r dr d\phi = \int_0^{2\pi} \left(E_m \frac{\partial E_n}{\partial r} - E_n \frac{\partial E_m}{\partial r} \right) r d\phi \quad (2.2.6)$$

(2.2.5) eşitliğinin son terimi'nin entegrali ortanormallik koşulundan $\beta_n \neq \beta_m$ farklı iki mod için normalize edilirse

$$\iint E_m E_n r dr d\phi = \delta_{mn} \quad (2.2.7)$$

elde edilir. İdeal fiberde modlar için dalga eşitliği (2.2.4) ile, bu modlar için ortanormallik koşulu (2.2.7) eşitlikleri ile dalga denklemi (2.2.2) kuplajlı diferansiyel eşitliği şekline dönüşür.

$$\frac{d^2 V_m}{dz^2} + \beta_m^2 V_m = - \sum_n V_n k^2 \iint n_p^2 E_n E_m r dr d\phi \quad (2.2.8)$$

Endis dağılımı düzgün olan ideal fiber için $n_p = 0$, bu durumda diferansiyel denklem

$$\frac{d^2 V_m}{dz^2} + \beta_m^2 V_m = 0 \quad (2.2.9)$$

V_m , m 'inci modun voltaj katsayısıdır. Bu denklemin çözümü

$$V_m = V_m^{(+)} e^{-j\beta_m z} + V_m^{(-)} e^{j\beta_m z} \quad (2.2.10)$$

dir. $n_p \neq 0$ için modlar birbiri ile etkileşir ve denklem sağ tarafı olan diferansiyel denkleme dönüşür. Mod kuplaj katsayısı

$$\kappa_{mn} = \frac{k^2}{j2\beta_m} \iint n_p^2 E_m E_n r dr d\phi \quad (2.2.11)$$

olarak verilebilir.

İlk 5 mod için kuplaj katsayıları hesaplanarak Tablo 2`de verilmiştir.

	TE_{11}	TE_{21}	TE_{01}	TE_{31}	TE_{41}
TE_{11}	x	0.0048	0.0064	0.00463	0.00432
TE_{21}		x	0.0131	0.00946	0.00882
TE_{01}			x	0.0179	0.0167
TE_{31}				x	0.00852
TE_{41}					x

Tablo.2.1: İlk 5 TE modu arasındaki kuplaj katsayıları.

	TM_{01}	TM_{11}	TM_{21}	TM_{02}	TM_{31}
TM_{01}	X	0.0037	0.0048	0.0026	0.0033
TM_{11}		X	0.0095	0.0051	0.0093
TM_{21}			X	0.0044	0.0861
TM_{02}				X	
TM_{31}					X

Tablo.2.2: İlk 5 TM modu arasındaki kuplaj katsayıları.

	TE_{11}	TM_{01}	TE_{21}	TE_{01}	TM_{11}
TE_{11}	X	0.0018	0.0048	0.00645	0.0048
TM_{01}		X	0.0036	0.0023	0.0038
TE_{21}			X	0.013	0.01
TE_{01}				X	0.0134
TM_{11}					X

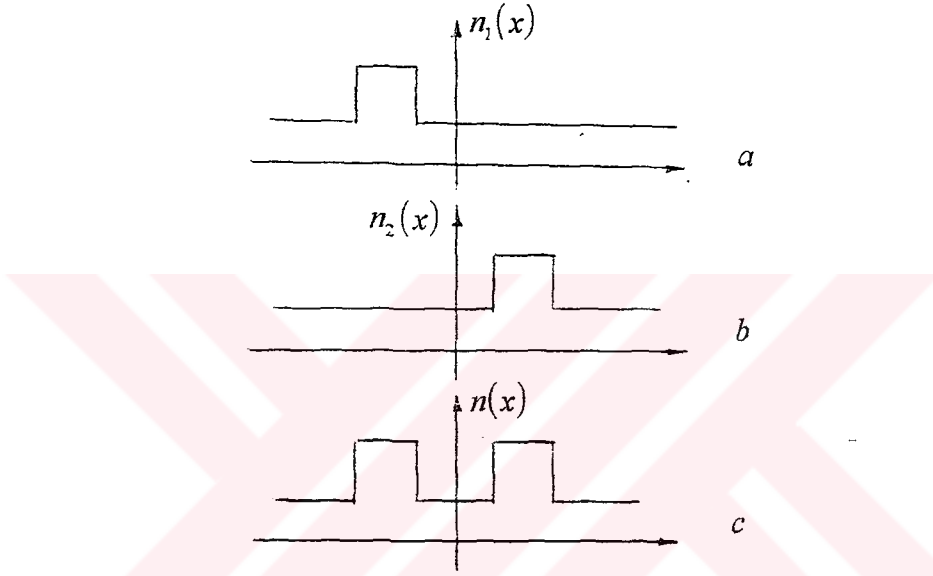
Tablo.2.3: İlk 5 mod arasındaki kuplaj katsayıları.

	HE_{11}	HE_{21}	EH_{11}	HE_{12}	EH_{21}
HE_{11}	X	0.0103	0.0075	0.00721	0.00609
HE_{21}		X	0.00508	0.00488	0.00412
EH_{11}			X	0.0035	0.00298
HE_{12}				X	0.00286
EH_{21}					X

Tablo.2.4: EH ve HE modları arasındaki kuplaj farkları.

2.3 Modların Uzayda Kuplajı

Modların uzayda kuplajına bir örnek olarak yönlü kuplörleri verebiliriz. Bu bölümde bu örnek üzerinde dalga kılavuzunda propagasyon yapan dalgaların analizini yaparak genlik değişimlerini belirleyip mod kuplaj eşitliklerini elde edeceğiz. $n_1(x, y)$ ve $n_2(x, y)$ birbiri ile kuplajlanmış 1 ve 2'inci dalga kılavuzlarının kırılma endis dağılımını gösterebiliriz. Eğer yönlü kuplör basamak endisli iki dalga kılavuzu ise $n_1(x), n_2(x)$ ve $n(x)$ Şekil 2.3.1'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 2.3.1. (a) ve (b) iki ayrı basamak endisli dalga kılavuzu kırılma endis profili, (c) iki dalga kılavuzundan meydana gelen yönlü kuplörün kırılma endis dağılımı

β_1 ve β_2 1 ve 2'inci dalga kılavuzlarındaki modların yayılma sabitlerini gösterirse

$$\nabla_t^2 E_1 + [k_0^2 n_1^2(x, y) - \beta_1^2] E_1 = 0 \quad (2.3.1)$$

$$\nabla_t^2 E_2 + [k_0^2 n_2^2(x, y) - \beta_2^2] E_2 = 0 \quad (2.3.2)$$

$$\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.3.3)$$

eğer $E(x, y, z)$ yönlü kuplör yapısındaki toplam alanı gösterirse

$$\nabla_t^2 E + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k_0^2 n^2(x, y) E = 0 \quad (2.3.4)$$

şimdi $E(x, y, z)$ için şu yaklaşımı yapalım.

$$E(x, y, z) = A(z)E_1(x, y)e^{-j\beta z} + B(z)E_2(x, y)e^{-j\beta z} \quad (2.3.5)$$

Bu ifade iki dalga kılavuzu kuvvetli olarak etkileşmediği zaman geçerlidir.(2.3.5) denkleminde 1 ve 2 'inci dalga kılavuzlarının genliği $A(z)$ ve $B(z)$ z 'in fonksiyonu olarak gösterilmiştir.İki dalga kılavuzu arasındaki kuplaj z yönündeki genliğe bağlıdır.(2.3.5) denklemini (2.3.4) denkleminde yerine koyup ara işlemler yapılırsa

$$-2j\beta_1 \left(\frac{dA(z)}{dz} \right) E_1 e^{-j\beta_1 z} - 2j\beta_2 \left(\frac{dB(z)}{dz} \right) E_2 e^{-j\beta_2 z} = 0 \quad (2.3.6)$$

ikinci dereceden değişimleri $\frac{d^2 A(z)}{dz^2}$, $\frac{d^2 B(z)}{dz^2}$ terimlerini ihmal edersek z 'in fonksiyonu olan $A(z)$ ve $B(z)$ in yavaşça değiştiği görülür.(2.3.6) ifadesinde türevler alınıp elde edilen ifade $e^{j\beta_1 z}$ ile çarpılıp düzenlenirse

$$k_0^2 \Delta n_1^2 A E_1 + k_0^2 \Delta n_2^2 B E_2 e^{-j\Delta\beta z} - 2j\beta_1 \left(\frac{dA}{dz} \right) E_1 - 2j\beta_2 \left(\frac{dB}{dz} \right) E_2 e^{-j\Delta\beta z} = 0 \quad (2.3.7)$$

burada

$$\Delta n_1^2 = n^2(x, y) - n_1^2(x, y) \quad (2.3.8)$$

$$\Delta n_2^2 = n^2(x, y) - n_2^2(x, y) \quad (2.3.9)$$

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 \quad (2.3.10)$$

denklem (2.3.7) yi E_1^* ile çarpıp bütün geçiş bölgesi üzerinden integralini alırsak

$$\iint_{-\infty}^{\infty} k_0^2 \Delta n_1^2 A E_1^* E_1 dx dy + \iint_{-\infty}^{\infty} k_0^2 \Delta n_2^2 B E_2^* E_1^* e^{-j\Delta\beta z} dx dy - \frac{dA}{dz} \iint_{-\infty}^{\infty} 2j\beta_1 E_1^* E_1 dx dy - \frac{dB}{dz} \iint_{-\infty}^{\infty} 2j\beta_2 E_2^* E_1^* dx dy = 0 \quad (2.3.11)$$

$$\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} E_1^* E_2 dx dy \ll \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} E_1 E_1^* dx dy \quad \text{koşulu altında}$$

$$\frac{dA}{dz} = -j \frac{k_0^2}{2\beta_1} \frac{\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \Delta n_1^2 E_1 E_1^* dx dy}{\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} E_1 E_1^* dx dy} A(z) - j \frac{k_0^2}{2\beta_2} \frac{\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \Delta n_2^2 E_2 E_1^* dx dy}{\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} E_1 E_1^* dx dy} B(z) e^{-j\Delta\beta z} \quad (2.3.12)$$

$$\frac{dA}{dz} = -j\kappa_{11} A(z) - j\kappa_{12} B(z) e^{-j\Delta\beta z} \quad (2.3.13)$$

(2.3.7) denklemini E_2^* ile çarpar yukarıdaki işlemleri tekrar edersek ikinci bir denklem

$$\frac{dB}{dz} = -j\kappa_{22} B(z) - j\kappa_{21} A(z) e^{-j\Delta\beta z} \quad (2.3.14)$$

bulunur.(2.3.13) ve (2.3.14) kuplaj denklemleri elde edilir.Eğer $a(z)$ ve $b(z)$ aşağıdaki gibi tanımlanırsa (2.3.13) ve (2.3.14) eşitlikleri değişik bir formda yazılabilir.

$$a(z) = A(z) e^{-j\beta_1 z} \quad (2.3.15)$$

$$b(z) = B(z) e^{-j\beta_2 z} \quad (2.3.16)$$

$$\frac{da}{dz} = -j(\beta_1 + \kappa_{11})a - j\kappa_{12}b \quad (2.3.17)$$

$$\frac{db}{dz} = -j(\beta_2 + \kappa_{22})b - j\kappa_{21}a \quad (2.3.18)$$

κ_{11} ve κ_{22} `ye düzeltme faktörü denir;bu ifadeleri ihmal edersek

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\beta_1 & -j\kappa_{12} \\ -j\kappa_{21} & -j\beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (2.3.19)$$

mod kuplaj eşitlikleri elde edilir.

2.4. Modların Zamanda Kuplajı

Zayıf olarak kuplajlanmış iki mod `dan birinci modun zaman bağımlılığı $e^{j\omega_1 t}$ genliği a_1 , ikinci modun zaman bağımlılığı $e^{j\omega_2 t}$ genliği a_2 olsun. Bunlar elektrik alan ifadelerinin pozitif bileşenleridir. Ve diferansiyel denklemlere uyar.

$$\frac{da_1}{dt} = j\omega_1 a_1 \quad (2.4.1)$$

$$\frac{da_2}{dt} = j\omega_2 a_2 \quad (2.4.2)$$

İki mod kuplajlandığı zaman, zaman bağımlılığı değişir. Kuplajlama zayıf olduğunda

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega_1 & j\kappa_{12} \\ j\kappa_{21} & j\omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (2.4.3)$$

mod kuplaj denklemleri elde edilir. Modların ortogonal ve enerjilerinin pozitif olduğu durumda;

$$W = |a_1|^2 + |a_2|^2 \quad (2.4.4)$$

a_1 ve a_2 elektrik alan genliklerini normalize ettik ki bunların kareleri modlardaki enerjilere eşit olsun. Kuplajlama'nın kayıpsız olduğu durum için enerjinin korunumundan

$$\frac{d}{dt} (|a_1|^2 + |a_2|^2) = j\kappa_{12} a_1^* a_2 + j\kappa_{21} a_2^* a_1 - j\kappa_{12}^* a_1 a_2^* - j\kappa_{21}^* a_1^* a_2 = 0 \quad (2.4.5)$$

burada denklem (2.4.3) kullanıldı. Başlangıç koşulları kayıpsız olarak seçilebileceğinden denklem (2.4.5) 'e sadece

$$\kappa_{12} = \kappa_{21}^* \quad (2.4.6)$$

olduğu zaman uyulur. Bu durum kayıpsız olarak kuplajlanmış iki modun kuplajlama sabitlerine bir sınırlama getirir. (2.4.6) eşitliği (2.4.3) denkleminde uygulandığında

$$\omega^2 \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_1 & \kappa \\ \kappa^* & \omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (2.4.7)$$

$e^{j\omega t}$ şeklinde bir zaman bağımlılığı varsayılır ve ω çözülürse

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)^2 + |\kappa|^2} \quad (2.4.8)$$

elde edilir. İki frekans gerçeldir çünkü pozitif enerjili iki mod birleştiğinde enerjinin korunması gereği vardır.



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

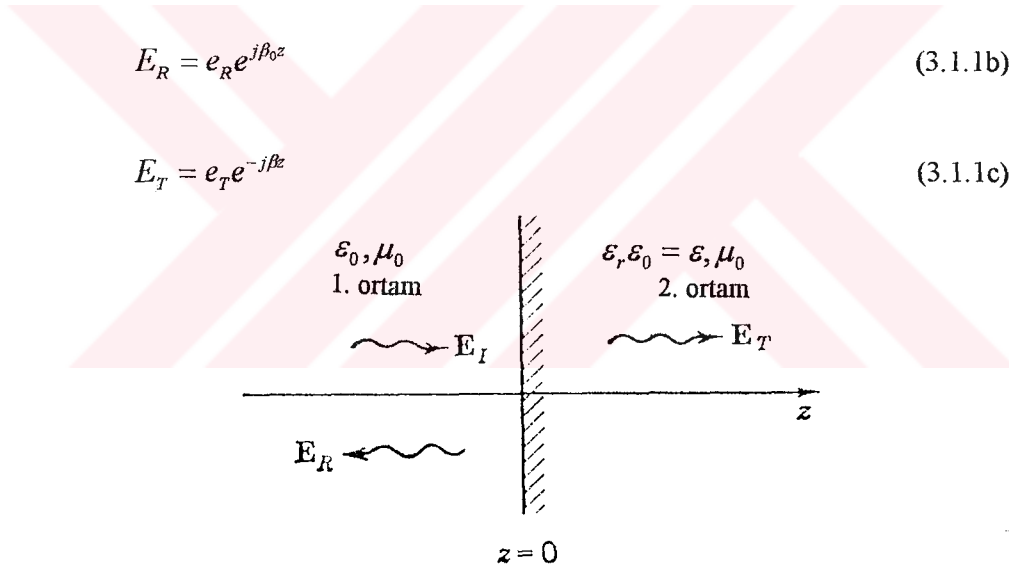
3.1 Sürekli Olmayan Arayüzlerde Yansıma Ve Geçirgenlik

Farklı karakteristik empedansa sahip iki ortamın Şekil 3.1.1'deki gibi birbiri ile irtibatlandırıldığını farzedelim. $z < 0$ için birinci ortamın dielektrik sabiti ϵ_0 , $z > 0$ için ikinci ortamın dielektrik sabiti $\epsilon_r \epsilon_0$ olsun. Birinci ortamdan süreksizlik yüzeyine doğru TEM dalgası geldiğinde bu dalga'nın bir kısmı süreksizlik yüzeyinden yansır, bir kısmında ikinci ortama geçer. burada gelen, yansıyan ve geçen dalga eşitlikleri

$$E_I = e_I e^{-j\beta_0 z} \quad (3.1.1a)$$

$$E_R = e_R e^{j\beta_0 z} \quad (3.1.1b)$$

$$E_T = e_T e^{-j\beta z} \quad (3.1.1c)$$



Şekil 3.1.1. Süreksiz arabağlantı

burada $\beta_0 = \omega(\mu_0 \epsilon_0)^{1/2} = 2\pi/\lambda_0$, $\beta = \omega(\mu_0 \epsilon)^{1/2} = \epsilon_r^{1/2} \beta_0 = 2\pi/\lambda$ dir. Enine magnetik alan bileşenleri

$$h_I = Y_0 e_I \quad (3.1.2a)$$

$$h_R = -Y_0 e_R \quad (3.1.2b)$$

$$\vec{h}_T = Y \vec{e}_T \quad (3.1.2c)$$

burada

$$Y_0 = \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} \quad (3.1.3a)$$

$$Y = \epsilon_r^{1/2} \quad (3.1.3b)$$

Dalga admitansları ve dalga empedansları sırasıyla Y_0, Y ve Z_0, Z değerleridir. \vec{e} ve \vec{h} vektörel eşitlikleri enine alanları ifade ettiğinden propagasyon ifadesi içermez.

$$\vec{e}_T = \vec{e}_I + \vec{e}_R \quad (3.1.4a)$$

$$\vec{h}_T = \vec{h}_I + \vec{h}_R \quad (3.1.4b)$$

Geçiş bölgesinde (3.1.2), (3.1.3) eşitliklerini (3.1.4b) eşitliğinde yerine koyarsak

$$Y_0 \cdot (\vec{e}_I - \vec{e}_R) = Y \cdot \vec{e}_T \quad (3.1.5a)$$

$$Y_0 \cdot \left(\vec{e}_I - \vec{e}_R - \epsilon_r^{1/2} \vec{e}_T \right) = 0 \quad (3.1.5b)$$

Gelen elektrik alan genliğinin yansıyan elektrik alanı genliğine oranı yansımaya katsayısı Γ_i , ikinci ortama geçen elektrik alan genliğinin birinci ortamdan gelen dalgaya oranı geçirgenlik katsayısını ise T_{ij} ile ifade edersek ($z = 0$ 'da)

$$\vec{e}_R = \Gamma_1 \vec{e}_I \quad (3.1.6a)$$

$$\vec{e}_T = T_{12} \vec{e}_I \quad (3.1.6b)$$

bu tanımlar altında (3.1.6) eşitlikleri (3.1.5) ve (3.1.4) eşitliklerinde yerine konup düzenlenirse

$$1 + \Gamma_1 = T_{12} \quad (3.1.7a)$$

$$1 - \Gamma_1 = \epsilon_r^{1/2} T_{12} \quad (3.1.7b)$$

veya

$$Y_0(1 - \Gamma_1) = YT_{12} \quad (3.1.8)$$

(3.1.7) eşitliğinden Γ_1 ve T_{12} çözümlerse

$$\Gamma_1 = \frac{Y_0 - Y}{Y_0 + Y} = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{1 - \epsilon_r^{1/2}}{1 + \epsilon_r^{1/2}} \quad (3.1.9a)$$

$$T_{12} = \frac{2Y_0}{Y_0 + Y} = \frac{2Z}{Z_0 + Z} = \frac{2}{1 + \epsilon_r^{1/2}} \quad (3.1.9b)$$

1 indisini birinci ortamı, 2 indisini ise ikinci ortamı ifade etmektedir. İkinci ortamdan gelen bir dalga içinde benzer ifadelerden yararlanarak

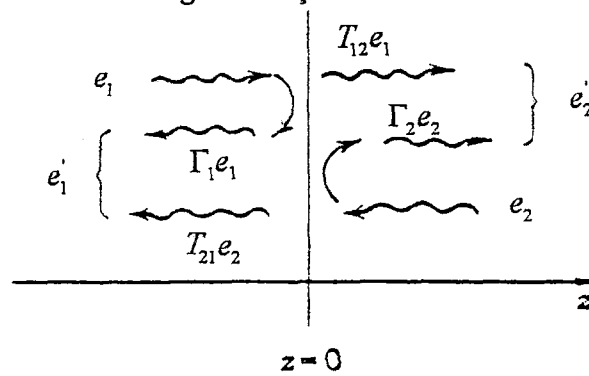
$$\Gamma_2 = \frac{Y - Y_0}{Y + Y_0} = -\Gamma_1 \quad (3.1.10a)$$

$$T_{21} = 1 + \Gamma_2 = \frac{2Y}{Y + Y_0} \quad (3.1.10b)$$

elde edilir.

3.2 Dalga Matrisi

Şekil 3.1 'i referans alarak süreksizlik yüzeyine birinci ortamdan genliği e_1 ,ikinci ortamdan genliği e_2 olan TEM dalgaların gelmesi durumunu inceleyelim. $z < 0$ için birinci ortamdan süreksizlik yüzeyine gelen dalganın bir kısmı yansıyor bir kısmı ise ikinci ortama geçerek propagasyon yapacaktır. $z > 0$ 'da ikinci ortamdan gelen dalga içinde aynı durum geçerlidir. Şekil 3.2.1 'de bu durum gösterilmiştir.



Şekil 3.2.1 Süreksizlik yüzeyinde yansıyan ve yayılan dalgalar

Şekil 3.2.1`den aşağıdaki ifadeleri yazabiliriz.

$$\vec{e}_1' = \Gamma_1 \vec{e}_1 + T_{21} \vec{e}_2 \quad (3.2.1a)$$

$$\vec{e}_2' = \Gamma_2 \vec{e}_2 + T_{12} \vec{e}_1 \quad (3.2.1b)$$

veya

$$\vec{e}_1' = \left(T_{21} - \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{T_{12}} \right) \vec{e}_2 + \frac{\Gamma_1}{T_{12}} \vec{e}_2' \quad (3.2.2a)$$

$$\vec{e}_1 = -\frac{\Gamma_2}{T_{12}} \vec{e}_2 + \frac{1}{T_{12}} \vec{e}_2' \quad (3.2.2b)$$

burada Γ_1 , Γ_2 süreksizlik yüzeyi yansımaya katsayıları T_{12} ve T_{21} geçirme (transmisyon) katsayılarıdır.

$$\begin{vmatrix} e_1' \\ e_1' \end{vmatrix} = \frac{1}{T_{12}} \begin{vmatrix} 1 & -\Gamma_2 \\ \Gamma_1 & T_{12} T_{21} - \Gamma_1 \Gamma_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} e_2 \\ e_2' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} e_2 \\ e_2' \end{vmatrix} \quad (3.2.3)$$

Eşdeğer yansımaya ve geçirgenlik katsayıları

$$\left. \frac{e_1'}{e_1} \right|_{e_2=0} = \Gamma_1 \quad (3.2.4a)$$

$$\left. \frac{e_2'}{e_2} \right|_{e_1=0} = \Gamma_2 \quad (3.2.4b)$$

$$\left. \frac{e_2'}{e_1} \right|_{e_2=0} = T_{12} \quad (3.2.4c)$$

$$\left. \frac{e_1'}{e_2} \right|_{e_1=0} = T_{21} \quad (3.2.4d)$$

Bu eşitlikler (3.2.3) eşitlikleri ile birlikte A_{ij} matris elemanlarını tanımlar. Matris elemanları

$$A_{11} = \frac{1}{T_{12}} = \frac{Z + Z_0}{2Z} \quad (3.2.5a)$$

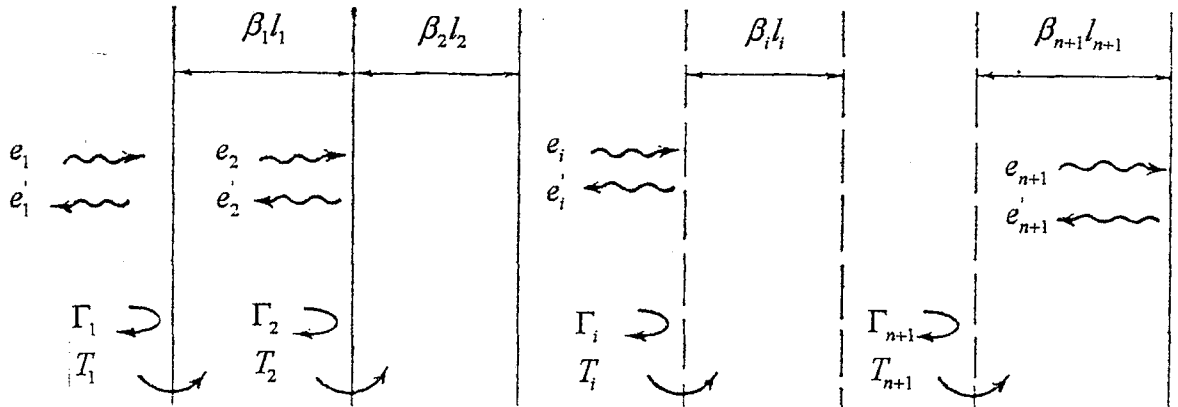
$$A_{12} = -\frac{\Gamma_2}{T_{12}} = \frac{Z - Z_0}{2Z} = \frac{\Gamma_1}{T_{12}} \quad (3.2.5b)$$

$$A_{21} = \frac{\Gamma_1}{T_{12}} \quad (3.2.5c)$$

$$A_{22} = \frac{T_{12}T_{21} - \Gamma_1\Gamma_2}{T_{12}} = \frac{1}{T_{12}} \quad (3.2.5d)$$

$\Gamma_2 = -\Gamma_1, 1 + \Gamma_1 = T_{12}, 1 + \Gamma_2 = T_{21}$. Bu durumda (3.2.3) denklemini yeniden yazılabilir.

$$\begin{vmatrix} e_1 \\ e_1' \end{vmatrix} = \frac{1}{T_{12}} \begin{vmatrix} 1 & \Gamma_1 \\ \Gamma_1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} e_2 \\ e_2' \end{vmatrix} \quad (3.2.6)$$



Şekil 3.2.2. Kaskat bağlı n kısım

Kaskat bağı n birleşim bölgesi için Şekil 3.2.2 'den yararlanarak aynı analizi yaparsak;[4]

$$\begin{pmatrix} e_1' \\ e_1' \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^n \frac{1}{T_i} \begin{pmatrix} e^{j\beta_i l_i} & \Gamma_i e^{-j\beta_i l_i} \\ \Gamma_i e^{j\beta_i l_i} & e^{-j\beta_i l_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{n+1}' \\ e_{n+1}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{n+1}' \\ e_{n+1}' \end{pmatrix} \quad (3.2.7)$$

elde edilir.

Benzer bir inceleme yansıyan dalga genlikleri e_1', e_2' ile gelen dalga genlikleri e_1, e_2 arasında kurulursa $[S]$ saçılma matrisi olarak bilinen forma geçilir.

$$\begin{pmatrix} e_1' \\ e_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} \quad (3.2.8)$$

S_{11} birinci ortamın yansıma katsayısı , S_{22} ikinci ortamın yansıma katsayısı , S_{12}, S_{21} ikinci ortamdaki birinci ortama ve tersi durum için transmisyon katsayılarıdır.

$$S_{11} = \left. \frac{e_1'}{e_1} \right|_{e_2=0} \quad (3.2.9a)$$

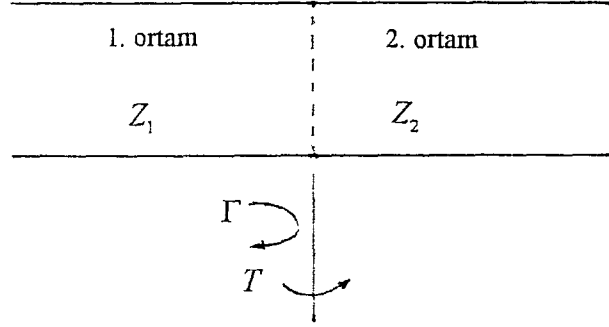
$$S_{12} = \left. \frac{e_1'}{e_2} \right|_{e_1=0} \quad (3.2.9b)$$

$$S_{21} = \left. \frac{e_2'}{e_1} \right|_{e_2=0} \quad (3.2.9c)$$

$$S_{22} = \left. \frac{e_2'}{e_2} \right|_{e_1=0} \quad (3.2.9d)$$

3.3 İki Dalga Kılavuzu Arasındaki Uyumsuzluk Ve Modal Kuplaj

Birinci dalga kılavuzundan süreksizlik yüzeyine gelen elektrik alanın genliği e_1 , yüzeyden yansıyan elektrik alanın genliği e_1' , süreksizlik yüzeyinden dielektrik sabiti ϵ_1 olan ikinci dalga kılavuzuna geçen elektrik alanın genliği e_2 olsun. Bu durum Şekil 3.3.1 'de gösterilmiştir.



Şekil 3.3.1. İki dalga kılavuzu arasındaki elektrik alanlar

Denklemler (3.2.3) 'den yararlanılarak analiz yapılacaktır. İkinci dalga kılavuzunun uygun yüklerle sonlandırılması durumu için Şekil 3.3.1 'den de anlaşıldığı gibi $e_2 = 0$ yansıma yoktur. Bu durumda denklem (3.2.3) şu şekli alır.

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_1' \end{pmatrix} = \frac{1}{T_{12}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \Gamma_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_2 \\ e_2' \end{pmatrix} \quad (3.3.1)$$

(3.3.1) denkleminden görüldüğü gibi ikinci ortama geçen elektrik alan genliği

$$e_2 = T_{12} e_1 \quad (3.3.2)$$

elde edilir.

Denklemler (2.2.11) kuplaj eşitliğinden birinci dalga kılavuzu için kuplaj katsayısı κ_{1mn} ile ikinci dalga kılavuzu için κ_{2mn} ile gösterirsek;

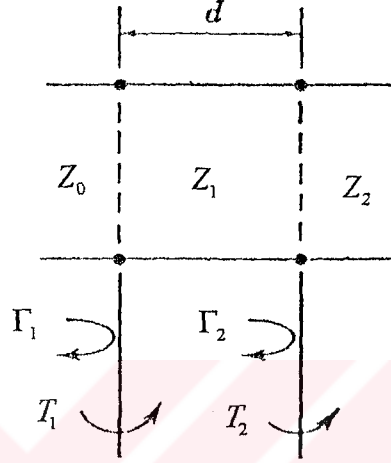
$$\kappa_{1mn} = \frac{k_1^2}{2j\beta_{1m}} \iint n_p^2 E_{1m} E_{1n} dx dy \quad (3.3.3a)$$

$$\kappa_{2mn} = \frac{k_2^2}{2j\beta_{2m}} \iint n_p^2 E_{2m} E_{2n} dx dy \quad (3.3.3b)$$

elde edilir.(3.3.2) denkleminin yardımıyla iki kuplaj katsayısı arasındaki ilişki

$$\frac{\kappa_{2,m}}{\kappa_{1,m}} = T_{12}^2 \frac{k_2^2 \beta_{1m}}{k_1^2 \beta_{2m}} \quad (3.3.4)$$

olarak elde edilir.



Şekil 3.3.2. İki dalga kılavuzunun bağlanması

Benzer bir analizi Şekil 3.3.2`de gösterildiği gibi iki dalda kılavuzu arasına dielektrik sabiti diğerlerinden farklı olan bir dielektrik olması durumu için yaparsak,birinci ortamdan gelen dalganın genliği e_1 , yansıyan dalganın genliği e_1' ve dielektrik sabiti ϵ_2 olan ortama geçen dalganın genliği e_3 olsun.Denklem (3.2.7) `yi kullanarak

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_1' \end{pmatrix} = \frac{1}{T_1 T_2} \begin{pmatrix} e^{j\beta_1 d} & \Gamma_1 e^{-j\beta_1 d} \\ \Gamma_1 e^{j\beta_1 d} & e^{-j\beta_1 d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \Gamma_2 \\ \Gamma_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.3.5)$$

iki matrisin çarpımından transmisyon katsayısı A_{11} , eşdeğer matrisin birinci satır birinci sütun elemanı

$$A_{11} = \frac{e^{j\beta_1 d} + \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-j\beta_1 d}}{T_1 T_2} \quad (3.3.6)$$

bu terim bize birinci ortamdan üçüncü ortama geçen elektrik alanın genliğini verir.

$$e_3 = A_{11} e_1 \quad (3.3.7)$$

Burada

$$\Gamma_1 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \quad (3.3.8a)$$
$$\Gamma_2 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

$$T_1 = 1 + \Gamma_1 \quad (3.3.8b)$$
$$T_2 = 1 + \Gamma_2$$

olarak tanımlanmıştır.

Birinci ortamın mod kuplaj katsayısı $\kappa_{1_{mn}}$, üçüncü ortamın mod kuplaj katsayısı $\kappa_{3_{mn}}$ ise (3.3.3) denklem takımı kullanılarak kuplaj katsayıları arasındaki ilişki

$$\kappa_{1_{mn}} = \frac{k_1^2}{\beta_{1m}} \iint n_p^2 E_{1m} E_{1n} dx dy \quad (3.3.9a)$$

$$\kappa_{3_{mn}} = \frac{k_3^2}{\beta_{3m}} \iint n_p^2 E_{3m} E_{3n} dx dy \quad (3.3.9b)$$

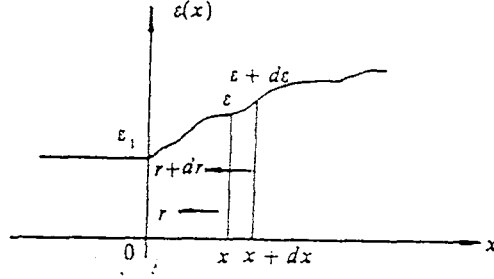
(3.3.7) 'yi (3.3.9) 'da yerine koyarsak

$$\frac{\kappa_{3_{mn}}}{\kappa_{1_{mn}}} = A_{11}^2 \frac{k_3^2 \beta_{1m}}{k_1^2 \beta_{3m}} \quad (3.3.10)$$

olarak elde edilir.

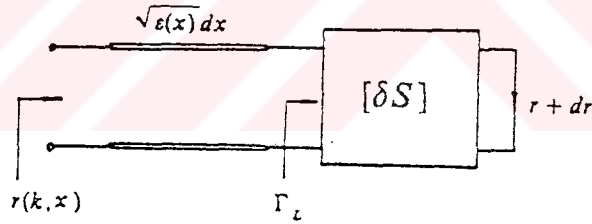
3.4 Sürekli Olmayan Ortamların S Parametreleri İle İncelenmesi

Dielektrik-serbest uzay süreksizlik yüzeyinde serbest uzayı katmanlı yüzey olarak kabul edip her katmanlı yüzeyide bir S saçılma matrisi ile tanımlıyabiliriz. Musade edilen serbest uzay x uzaklığının bir fonksiyonu olsun. Dalga sayısı k olan TEM dalga dielektrik sabiti ε_1 olan ortamdan Şekil 3.4.1`de gösterildiği gibi serbest uzaya doğru gelsin.



Şekil 3.4.1. Katmanlı ortam

$x \geq 0$ bölgesinde $x, x+dx$ noktalarındaki yansımalarını sırasıyla $r(k, x)$ ve $r(k, x)+dr(k, x)$ olarak kabul edelim. $[x, x+dx]$ bölgesinde ortamı eşdeğer bir transmisyon hattı ve bu hattın eşdeğer devresi Şekil 3.4.2`de gösterilmiştir. Burada $[\delta S]$ eşdeğer transmisyon hattının S saçılma matrisidir.



Şekil 3.4.2. $[x, x+dx]$ bölgesinin eşdeğer devresi

$$[\delta S] = \begin{bmatrix} d\Gamma & \sqrt{1-(d\Gamma)^2} \\ \sqrt{1-(d\Gamma)^2} & -d\Gamma \end{bmatrix} \quad (3.4.1)$$

$$d\Gamma = \frac{Z(x+dx) - Z(x)}{Z(x+dx) + Z(x)} \quad (3.4.2)$$

Burada $Z(x)$ ve $Z(x+dx)$, x ve $x+dx$ notalarındaki dalga emdedanslarıdır.

$$Z(x) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon(x)}} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon(x)}} \quad (3.4.3a)$$

$$\epsilon(x+dx) = \epsilon(x) + \frac{d\epsilon(x)}{dx} dx \quad (3.4.3b)$$

yüksek dereceli terimler ihmal edilirse (3.4.2) eşitliği

$$d\Gamma = \frac{\sqrt{\epsilon(x)} - \sqrt{\epsilon(x+dx)}}{\sqrt{\epsilon(x)} + \sqrt{\epsilon(x+dx)}} = -\frac{d\epsilon(x)}{4\epsilon(x)} \quad (3.4.4)$$

olarak yazılabilir. Burada $\eta_0 = 120\pi\Omega$ serbest uzay dalga empedansıdır. Şekil 3.4.2 'de gösterilen eşdeğer devreden mikrodalga devre teorisinde kullanılan bağıntıları elde ederiz.

$$\Gamma_L^- = d\Gamma + \frac{[1 - (d\Gamma)^2](r + dr)}{1 + (r + dr)d\Gamma} \quad (3.4.5)$$

burada Γ_L yansımaya katsayısı $r(k, x)$ ile orantılı bir ara değişkendir.

$$r = \Gamma_L e^{-2jk\sqrt{\epsilon(x)}dx} \quad (3.4.6)$$

sonsuz küçük yüksek dereceli terimler ihmal edilirse (3.4.5), (3.4.6) dan

$$dr + (1 - r^2)d\Gamma - 2jk\sqrt{\epsilon(x)}r dx = 0 \quad (3.4.7)$$

(3.4.4) 'de yerine konulursa

$$\frac{dr(k, x)}{dx} - 2jk\sqrt{\epsilon(x)}r(k, x) = \frac{1}{4\epsilon(x)} [1 - r^2(k, x)] \frac{d\epsilon(x)}{dx} \quad (3.4.8)$$

katmanlı ortamlar için yansımaya katsayısını ifade eden nonlinear Riccati diferansiyel eşitliği bulunur. (3.4.8) 'in genel çözümü [15]

$$r(k, x) = - \int_x^{+\infty} \frac{1-r^2(k, u)}{4\varepsilon(u)} \frac{d\varepsilon(u)}{du} e^{\{-2jk[y(u)-y(x)]\}} du \quad (3.4.9)$$

burada

$$y(x) = \int_0^x \sqrt{\varepsilon(x')} dx' \quad (3.4.10)$$

$x = 0$ için sınır koşulunda yansımaya katsayısı $r(k, 0) = r(k)$;

$$r(k) = - \int_0^{+\infty} \frac{1-r^2(k, x)}{4\varepsilon(x)} \frac{d\varepsilon(x)}{dx} e^{-2jk y(x)} dx \quad (3.4.11)$$

elde edilir.

3.5 Homojen Olmayan Dielektrik Ortamlarda Eşdeğer S Saçılma parametreleri

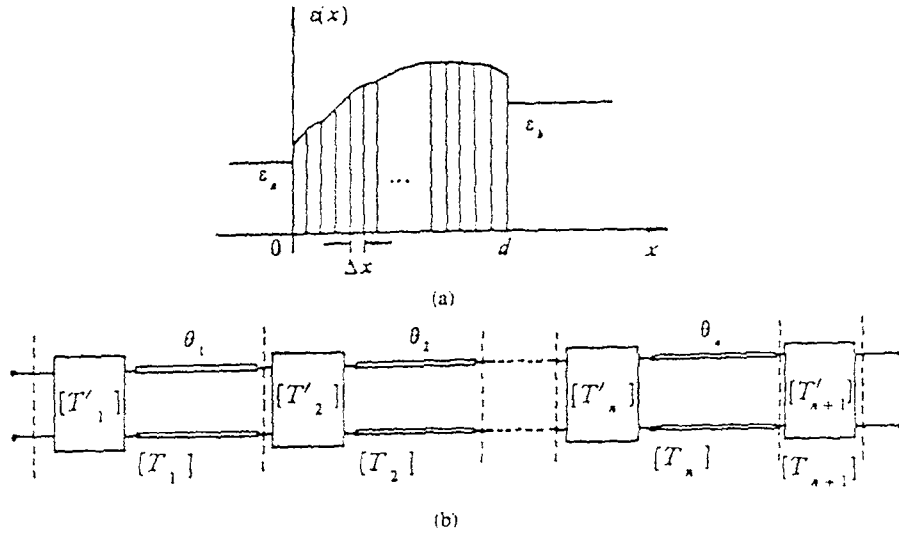
Homajen olmayan dielektrik ortam için S saçılma matrisi bölüm 3.4 `de ifade edildi. Şekil 3.5.1 `de görüldüğü gibi d kalınlığında homojen olmayan dielektrik için serbest uzayda

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} \varepsilon_a, & x < 0, \\ \varepsilon(x), & 0 \leq x \leq d \\ \varepsilon_b, & x > d \end{cases} \quad (3.5.1)$$

Şekil 3.5.1 (a) görülen nümerik teknik kullanılarak eşdeğer saçılma matrisi elde edilecektir. $[0, d]$ aralığı n parçaya bölünerek inceleme yapılacaktır. Herbir ortam için

$$\varepsilon_m = \varepsilon \left[\left(m - \frac{1}{2} \right) \Delta x \right] \quad m = 1, 2, \dots, n \quad (3.5.2)$$

n yeteri kadar büyük tutulursa orjinal ortama yaklaşır.



Şekil 3.5.1. n parçaya bölünmüş dielektrik ortam ve eşdeğer devresi

n parçaya ayırdığımız ortamı n tane transmisyon hattının kaskat bağlanmış olarak Şekil 3.5.1 (b) düşünelim. Burada $\theta_m = k\Delta x\sqrt{\epsilon_m}$, $m = 1, 2, \dots, n$; $[T_m]$ devrenin T matrisidir.

$$[T_m] = \begin{bmatrix} T_{11}^m & T_{12}^m \\ T_{21}^m & T_{22}^m \end{bmatrix} \quad (3.5.3)$$

buradaki T_{ab}^m matris elemanları

$$T_{11}^m = \frac{Z_m + Z_{m-1}}{2\sqrt{Z_{m-1}Z_m}} \quad T_{12}^m = \frac{Z_m - Z_{m-1}}{2\sqrt{Z_{m-1}Z_m}} \quad (3.5.4)$$

$m = 1, 2, \dots, n+1$; $Z_m = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_m}} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_m}}$ m inci tabakanın dalga empedansidir. (3.5.4) 'de bu ifadeyi yerine koyarsak

$$T_{11}^m = \frac{\sqrt{\epsilon_{m-1}} + \sqrt{\epsilon_m}}{2\sqrt{\epsilon_{m-1}\epsilon_m}} \quad T_{12}^m = \frac{\sqrt{\epsilon_{m-1}} - \sqrt{\epsilon_m}}{2\sqrt{\epsilon_{m-1}\epsilon_m}} \quad (3.5.5)$$

$m=1$ için $\varepsilon_{m-1} = \varepsilon_a$, $m=n+1$ için $\varepsilon_m = \varepsilon_b$ dir. Çünkü m 'inci transmisyon hattı için T matrisi

$$[T_m] = \begin{bmatrix} T_{11}^m & T_{12}^m \\ T_{21}^m & T_{22}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\theta_m} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^m e^{j\theta_m} & T_{12}^m e^{-j\theta_m} \\ T_{21}^m e^{j\theta_m} & T_{22}^m e^{-j\theta_m} \end{bmatrix} \quad (3.5.6)$$

n katmanlı ortamın toplam T matrisi

$$[T] = \prod_{m=1}^{n+1} [T_m] \quad (3.5.7)$$

burada bulunan T matrisinden orjinal ortamın S saçılma parametreleri

$$S_{11} = \frac{T_{21}}{T_{11}} \quad S_{12} = \frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{11}} \quad (3.5.8a)$$

$$S_{21} = \frac{1}{T_{11}} \quad S_{22} = -\frac{T_{12}}{T_{11}} \quad (3.5.8b)$$

olarak elde edilir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4.1.Sonuçlar

Bu çalışmada ideal modların kuplaj mod teorisi yardımıyla kuplaj katsayısı tayin edilmiş;buradan hareketle süreksizlikten kaynaklanan durumlarda Bölüm 3.3 `de ifade edildiği gibi kuplaj katsayısı bulunmuştur.

Bölüm 3.4 `de süreksizlik ortamının S parametreleri cinsinden ifadesi çıkarılarak sınır koşulu için yansıma katsayısı bulunmuştur.Bölüm 3.5 `de ise homojen olmayan bir ortamı n adet kaskat bağlı katmanın birbiri ardına bağlandığı kabul edilerek bu devreye ait eşdeğer T matris ifadesi çıkarılmıştır.Buradan hareketle T matris ifadesinden eşdeğer devrenin S saçılma matrisi bulunmuştur.

Sonuç olarak elde edilen (3.3.2) ve (3.3.10) ifadelerinden homojen olmayan ortamlarda modal kuplaj katsayısının, ortamın kırılma indisi ve süreksizlik ortamının uzaklığı arasındaki oran bulunmuştur.

KAYNAKLAR

- 1 . Allen H. Cherin , " An Introduction To Optical Fibers " ,Mc Graw-Hill Book Company, Japan, 1983 .
- 2 . Dietrich Marcuse , " Theory Of Dielectric Optical Waveguides " ,Academic Press, New York, 1974 .
- 3 . Gerd Keiser , " Optical Fiber Communications " ,Mc Graw-Hill Book Company, Japan, 1983 .
- 4 . Robert E. Collin , " Guided Waves " ,IEEE Press, 1991 .
- 5 . Herman A. Haus , Weiping Huang , " Proceedings of IEEE " , vol. 79 , 1991 .
- 6 . N.Özlem Ünverdi , " Optik Fiberde Propagasyon Özelliklerinin İncelenmesi ve Bükülme Kaybı Analizi " , Yüksek Lisans Tezi , Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü , İstanbul , 1991 .
- 7 . S.E. Miller , " Coupled Wave Theory And Waveguide Applications " , B.S.T.J. Vol. 33 , 1954 .
- 8 . Frederich C. Allord , " Fiber Optics Handbook " , Torino FIB , 1989 .
- 9 . A. Yariv , " Coupled-Mode Thoery For Guided-Wave Optics " , IEEE J. Quantum Electronics , Vol. QE 9 , No. 9 SEP , 1973 .
- 10 . A.W. Snyder , " Coupled-Mode Thoery For Optical Fibers " , Journal Opt.Soc.Am. Vol. 62 , No. 11, 1972 .
- 11 . A. Cardama , E. T. Kornhavser , "Modal Analaysis Of Coupling Problems In Optical Fibers " , IEEE Transactions On Microwave Thoery And Techniques , Vol. MTT-23 No. 1 , JAN. 1975 .
- 12 . Robert E. Collin , " Foundations For Microwave Engineering " , Mc. Graw-Hill , 1966 .
- 13 . H. G. Unger , " Planar Optical Waveguides And Fibers " , Clarendon Press , 1977 .
- 14 . T. J. Cui , C. H. Liang , " Reconstruction Of The Permittivity Profile Of An Inhomogeneous Medium Using An Equivalent Network " , IEEE Transaction On Antennas And Propogation Vol. 41 , 1993 .
- 15 . F. T. Ulaby , R. K. Moore ,A. K.Fung , " Microwave Remote Sensing " , Artech House, 1981 .

ÖZGEÇMİŞ

Mustafa Ögütçen , 1961 yılında Zonguldakta doğdu.1984 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi , Mühendislik Mimarlık Fakültesi Elektronik Ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü ' nden mezun oldu.Aynı yıl PTT Genel Müdürlüğü bünyesinde görev aldı.

1992 senesinde Yıldız Teknik Üniversitesi , Fen Bilimleri Enstitüsünde , Haberleşme Mühendisliği Bölümü ' nde yüksek lisans programına başladı.

1994 yılında PTT ' deki görevinden ayrılarak Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektronik Ve Bilgisayar Eğitimi Bölümü ' nde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı.