

47059



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÜÇ SERBESTLİK DERECELİ
BİR ROBOT KOLU TASARIMI

Elek. Müh. Sırma ÇEKİRDEK

F.B.E. Bilgisayar Bilimleri Mühendisliği Anabilim Dalında
hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Y. Doç. Dr. Selim Akyokuş

İSTANBUL , 1995

İÇİNDEKİLER

SEMBOL LİSTESİ	v	
ŞEKİL LİSTESİ	vi	
TABLO LİSTESİ	vii	
TEŞEKKÜR	viii	
ÖZET	ix	
SUMMARY	x	
BÖLÜM 1. GENEL GİRİŞ		
1.1	Sistemin Tanıtılması	1
1.2	Robot Anatomisi	2
1.3	Manipülâtör Türünün Seçimi	2
1.4	Çalışma Alanının Belirlenmesi	3
1.5	Robot Tasarımı	4
BÖLÜM 2 KİNEMATİK		
2.1	Giriş	5
2.2	Düz Kinematik Çözüm	7
2.2.1	Eksen Takımlarının Yerleştirilmesi	7
2.2.2	Homogen Dönüşüm Matrislerinin Belirlenmesi	8
2.3	Ters Kinematik Çözüm	11
2.3.1	Uç Efektörün Oryantasyonu Gözönüne Alınmadan İlk İki Eklem Açısının Elde Edilmesi	13
2.3.2	Üç Boyutlu Bir Cisim İçin Genel Çözüm	15

BÖLÜM 3 DİNAMİK

3.1	Robot Kolu Dinamiği	18
3.2	Langrange - Euler Formülasyonu	19
3.2.1	Manipülatörün Eklem Hızları	19
3.2.2	Manipülatörün Kinetik Enerjisi	23
3.2.3	Manipülatörün Potansiyel Enerjisi	26
3.2.4	Manipülatörün Dinamik Denklemlerinin Çıkarılması	26
3.2.5	Tasarlanan Manipülatörün Hareket Denklemleri	28
3.3	Manipülatörün Harekatinin Planlanarak Hız Ve İvme Profillerinin Çıkarılması	33
SONUÇLAR VE ÖNERİLER		38
KAYNAKLAR		39
EKLER		40
ÖZGEÇMİŞ		

SEMBOL LİSTESİ

A	Link Transformasyon Matrisi
B	Homogen Transformasyon Matrisi
$q(t)$	Eklem Açıları Vektörü
θ_i	i.Ekleme Ait Açısı
$\dot{\theta}_i$	i. Eklemin Hızı
$\ddot{\theta}_i$	i. Eklemin İvmesi
v_i	i. uzuv üzerindeki bir noktanın taban koordinat sistemine göre hızı
$U_{i,j}$	j. eklemin i. uzuv üzerindeki tüm noktalara hareket etkisini ifade eden matris
K_i	i. uzvun kinetik enerjisi
J_i	i. uzvun atalet moment matrisi
P_i	i. uzvun potansiyel enerjisi
L	Langrange fonksiyonu
τ_i	i. uzva ait tork

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1	Sistemin Genel Modeli	1
Şekil 1.2	Manipülatörün Çalışma Alanı	3
Şekil 2.1	Ters - Düz Kinematik İlişkisi	6
Şekil 2.2	Eksen Takımlarının Yerleşimi	7
Şekil 3.1	Birinci Uzuva Ait Yol - Hız - İvme Profilleri	35
Şekil 3.2	İkinci Uzuva Ait Yol - Hız - İvme Profilleri	36
Şekil 3.3	Üçüncü Uzuva Ait Yol - Hız - İvme Profilleri	37
Şekil E.1-E.5	Robotun Çeşitli Açılardan Görünüşü	

TABLO LİSTESİ

Tablo 1.1	Robotun Geometrik Parametreleri	3
Tablo 1.2	Eklemlerin Hareket Sınırları	3
Tablo 3.1	Uzuvların Ağırlık Ve Boyları	25
Tablo 3.2	Birinci Uzuva Ait Atalet Momentleri	25
Tablo 3.3	İkinci Uzuva Ait Atalet Momentleri	25
Tablo 3.4	Üçüncü Uzuva Ait Atalet Momentleri	26



TEŞEKKÜR

Teknolojik gelişmelerin tüm hızıyla sürdüğü günümüzde robotlar da üretim ve hizmet alanında vazgeçilmez unsurlar haline gelmiştir. Türkiye'de de robotik konusunda önemli adımların atılmaya başlandığı bu günlerde bu tezin robot tasarımı konusunda çalışmak isteyen kişilere yardımcı olmasını diliyorum.

Çalışmalarım sırasındaki yardımları için danışmanım Sayın Y.Doç.Dr Selim Akyokuş'a, bana bu konuda çalışma fikrini veren Bilgisayar Bilimleri Mühendisliği Bölümü Başkanı Sayın Prof .Dr. M.Yahya Karslıgil'e ayrıca bana gösterdikleri sabır ve yardımları için Yük.Makina Müh..M.Selim Yavuz ve diğer arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Sırma Çekirdek



ÖZET

Bu çalışmada tasarlanan sistem döner bir magazin üzerine dik olarak yerleştirilmiş diskler, magazin ile aynı yüksekliğe sahip bir taban üzerine yerleştirilmiş bir robot kolu ve yine magazin ile aynı yüksekliğe sahip bir diskçalardan oluşmaktadır. Kullanıcı bilgisayar yardımı ile disk seçimini yaptıktan sonra magazin seçilen disk robot kolunun alacağı konuma getirmek üzere dönecektir. Diskin uygun konuma gelmesinden sonra robot kolu disk dik olarak alıp bilek yardımı ile 90° döndürecek ve diğer tarafta bulunan disk çalara bırakacaktır.

Böyle bir sistem kütüphanelerde kullanıldığında aranan bilginin nerede olduğu ve bu bilginin bulunduğu diskin seçimi herhangi bir görevlinin yardımı olmadan yapılabilecektir. Bu sistem benzer şekilde müzik disklerinin seçiminde de kullanılabilir.

Sözkonusu robot , istenen görevi gerçekleştirmek üzere üç serbestlikli olarak tasarlanmıştır. Robotun üç eklemi de dönebilir, bilek ucuna yerleştirilen el ise açılır kapanır tiptedir. El , disk yarıçapına kadar kavrayacak yarım daire biçiminde ve iç yüzeyleri kauçuk ile kaplı iki parmakten oluşmuştur. Taşınacak cisim bir disk olduğundan el mekanizmasının hassasiyeti oldukça önemlidir. Bu yapının seçiminden önce detaylı bir inceleme yapılmış ve daha sonra Autocad R12 programı yardımı ile tüm parçaların teknik resimleri oluşturulmuştur.

Robot kolunun yapısının belirlenmesinden sonra, kolun ulaşması gereken yerlere göre robotun çalışma alanı çıkarılmıştır. Kinematik çözümler , Denavit-Hartenberg yöntemine uygun olarak , her bir ekleme ait eksen takımının yerleştirilmesinden sonra ters ve düz kinematik analiz ile elde edilmiştir. Hareketlerin kartezyen koordinat sisteminde gerçekleştirilmesi için eklem konumlarının ne olması gerektiğinin bulunmasında ters kinematik çözüm kullanılmıştır.

Robotun yapımında kullanılan her bir parçanın ağırlığı , ağırlık merkezi ve koordinat merkezine göre atalet momenti tespit edildikten sonra Lagrange-Euler yöntemi ile dinamik denklemler elde edilmiştir. Bu denklemler yardımı ile kolun çeşitli konumlarında her bir ekleme veya uzva etki eden moment ve kuvvetler hesaplanmıştır. Böylelikle robot yapısının olarak verdiği maksimum hız ve ivmeleri aşmayacak şekilde kolun hareketi planlanmıştır.

SUMMARY

The system which designed in this work consist of a magazine where compact discs are placed on vertically , a manipulator which placed on a fixed base which has the same height with the magazine and a disc player which also placed on the same height. First user selects the compact disc by aid of a computer .Then , the magazine starts to rotate to get the selected disc to the position where the manipulator could reach. After all , manipulator will take the disc from magazine and put it into the disc player.

A system like that could be used for libraries or as a juke-box . By this way user would not have to search for the disc he wanted or would not need to someone to help.

The manipulator , designed in this work has three degrees of freedom . All three joints of that manipulator are revolute . The end effector which placed on wrist has the property of opening and closing smoothly . The end effector has two fingers like semi circles which have the same radius with the disc. Because it would carry a compact disc , sensitivity of the end effector is very important . A detailed research is completed before the selectin of the this construction . Then , by aid of the Autocad R12 program , technical drawings of all parts are completed .

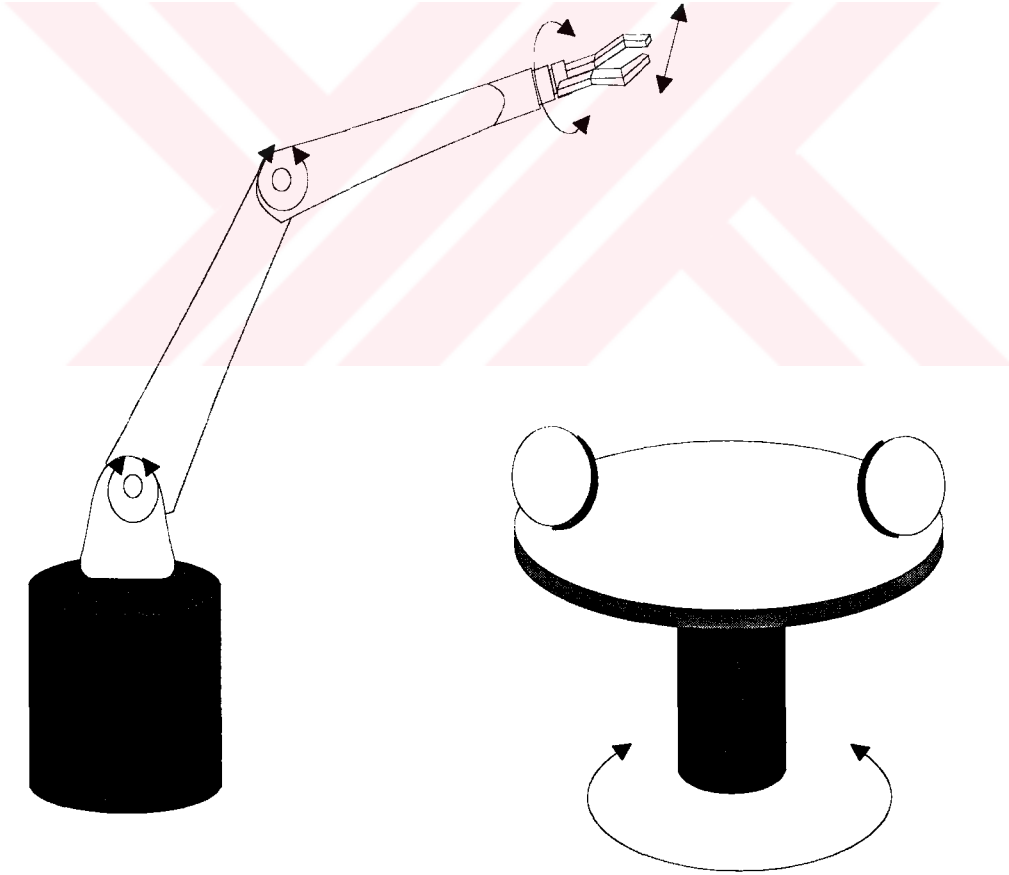
After deciding on construction , the workspace of the manipulator is found . Using the rules defined by Denavit-Hartenberg method ,coordinate frames are placed for each joint and kinematic solutions are found by direct and inverse kinematic analyses . Finding the necessary joint angles to realize the motion in cartezian coordinate system , inverse kinematic solutions are used .

Dynamic equations are found by using Lagrange-Euler formulation , after the detection of masses , masses of gravity and inertia moments of each part of the construction . By using these equations , the moments and forces for each joint or link at any position of the manipulator are computed . By this way , the motion of the manipulator is planed as the maximum velocities and accelerations would not exceed .

BÖLÜM 1. GENEL GİRİŞ

1.1 Sistemin Tanıtılması

Bu çalışmada yer alan manipülatör Şekil 1.1 de görüldüğü gibi döner bir magazin üzerine dik olarak yerleştirilmiş disklerden seçilen bir tanesinin alınarak diskçalara yerleştirilmesinde kullanılmak üzere tasarlanmıştır. Disklerin üzerine yerleştirildiği magazin manipülatörün sağ tarafında ve manipülatörün tabanı ile aynı yüksekliğe sahip döner bir taban üzerine yerleştirilmiştir. Kullanıcı bilgisayar yardımı ile disk seçimini yaptığında öncelikle magazin seçilen disk manipülatörün alabilmesi için uygun konuma getirmek üzere dönecektir. Bundan sonra manipülatör disk olarak sol tarafında yer alan diskçalara yatay bir şekilde bırakacaktır.



Şekil 1.1

1.2 Robot Anatomisi

Genel olarak robot bir taban , eklemlerle birbirine bağlanmış uzuvlar ve bilekten oluşur. Bu uzuvlar endüstriyel robotlarda çoğunlukla açık kinematik zincir meydana getirirler. Eklemlerin hareketleri ise eklem tipine göre dönel veya lineer olabilir. Gövde, kol ve bilek genel olarak manipülatör olarak adlandırılır. Robot anatomisi manipülatörün gövde , kol ve bilek kısımlarının fiziksel konstrüksiyonu ile ilgilenir. Bilek ucuna yerleştirilen el ya da uç efektör ise robot anatomisinin bir parçası sayılmaz. Gövde ve kol eklemleri uç efektörün pozisyonunu belirlemek için , bilek eklemi ise uç efektörün pozisyonunu ayarlamak için kullanılır. Her bir eklemin hareketi serbestlik derecesi olarak adlandırılır [6] .

Tasarlanan sistem üç serbestlik derecesine sahiptir ve sabit bir taban üzerine oturtulmuş dönel eklemlerle iki uzuv ile yine dönel eklemlerle bir bilekten oluşmuştur. Bilek ucuna yerleştirilen el ise açılır kapanır tiptedir.

1.3 Manipülatör Türünün Seçimi

Yapılacak işin belirlenmesinden sonra çalışma alanını sağlayacak uygun bir konfigürasyon seçilmelidir. Robot tasarımında en yaygın olarak kullanılan dört konfigürasyon aşağıda kısaca açıklanmıştır [7]:

1- Polar (küresel) konfigürasyon : Döner bir taban üzerine yerleştirilmiş alçalabilen veya yükselebilen yatay bir koldan oluşmuştur. Çeşitli eklemler robot kolunun küresel bir alanda hareket etmesini sağlarlar.

2- Silindirik konfigürasyon : Dik bir kolon ve bu kolon boyunca yukarı-aşağı hareket edebilen bir parçadan oluşur. Kolonun da döndürülmesiyle bu robotun çalışma alanı silindire benzerdir.

3- Kartezyen koordinat konfigürasyonu : x,y,z eksenlerini oluşturacak şekilde birbirine dik üç tane kayabilir koldan oluşur. Dikdörtgensel bir çalışma alanına sahiptir.

4- Birleşik-kol konfigürasyonu : İnsan koluna benzer bir konfigürasyona sahiptir. Dik bir taban üzerine monte edilmiş iki doğrusal parçadan oluşur, bunlardan biri insandaki altkola diğeri üstkola karşılıktır. Bu parçalar iki dönel eklemlerle birleştirilmiştir ki bu eklemler de insandaki omuz ve dirseğe karşılık gelir.

Bunların dışında kullanılan eklemlerin dönel (revolute) yada prizmatik (lineer) oluşuna göre de manipülatör tipi adlandırılabilir. Örneğin iki dönel ve bir prizmatik ekleme sahip bir manipülatör için 2R1P şeklinde bir isim kullanılır. Dönel robot eklemleri

radyal ve eksenel hareketleri minimum hale getirip yalnızca dönmeye izin verecek şekilde tasarlanır. Robot eklemleri genellikle aynı zamanda moment ilettiklerinden buralarda kullanılacak yataklar seçilirken ortalama yükün yanısıra eğilme ve burulma momentleri gözönüne alınmalıdır [4].

1.4 Çalışma Alanının Belirlenmesi

Çalışma alanı manipülatörün ulaşabileceği noktaların meydana getirdiği küme olarak tanımlanabilir. Robotun fiziksel konfigürasyonu , gövde , kol ve bilek boyutları , eklemlerin hareket sınırları gibi karakteristikler çalışma alanını belirler.

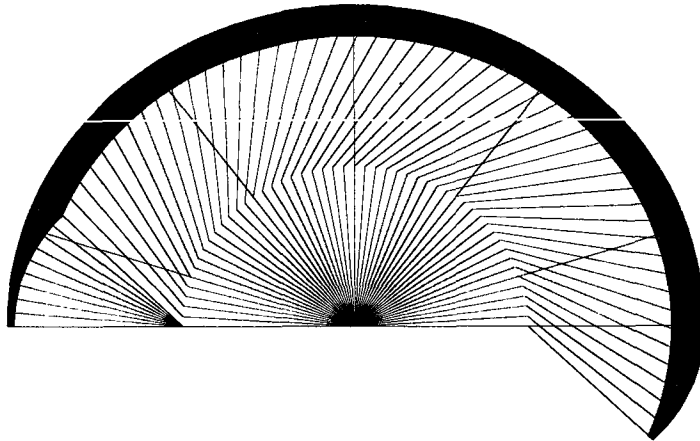
Tasarlanan robotun geometrik parametreleri Tablo 1.1 de , eklemlerin hareket sınırları Tablo 1.2 de ve buna göre belirlenen çalışma alanı Şekil 1.2 de gösterilmiştir.

Tablo 1.1 - Robotun Geometrik Parametreleri

Uzuv No	1	2	3
Boy(cm)	$l_1=30$	$l_2=30$	$l_3=12.5$

Tablo 1.2 - Eklemlerin Hareket Sınırları

Eklemler No	1	2	3
Açı(derece)	$\theta_1=45,180$	$\theta_2=0, -45$	$\theta_3=0 - 90$



Şekil 1.2

1.5 Robot Tasarımı

Bir endüstriyel robotun mekanik tasarımı çok çeşitli alanlarda uzman mühendislik uygulamalarını gerektirir.

Robotun çalışma hacminde en yüksek hassasiyet ve tekrarlanabilirlik ile güvenli bir şekilde çalışması için mekanik yapıda kullanılacak yataklar , güç iletim elamanları , uzuvlar ve diğer yapısal elamanlar yüksek mukavemete ve rijitliğe sahip olacak şekilde seçilmelidir.Motorların ise ortalama yer çekimi kuvvetlerini ve ivmelenme momentlerini karşılayabilecek şekilde seçilmesine dikkat edilmelidir.

Artık robotlar özel görevler için üretilmektedir.Robotun genel büyüklüğü, serbestlik derecesi ve temel yapısını görev özelliklerinin çalışma alanınıda bir noktaya nasıl ulaşması gerektiği belirler.

Bütün tasarım kararları seçilen görevi gerçekleyecek şekilde alınır. Robotun yapacağı görevler robotun serbestlik derecesini, konstrüksiyonun ana hatlarını, iş hacmini, bir görev sırasında kaldırabileceği maksimum ağırlığı, hassasiyetini, tekrarlıyabilme özelliğini ve kullanılacak tahrik sisteminin tipini belirler.Alternatif yapılardan birini seçmeden önce detaylı bir inceleme yapılmalıdır.Teknik resimlerin çiziminden önce de seçilen robot yapısının gözden geçirilmesi yararlıdır.

Robot yapılarındaki en önemli performans karakteristiği yapının eğilme ve burulmaya karşı mukavemetidir. Bir robot herşeyden önce kendi ağırlığını taşıyabilmelidir. Bu sebeple kullanılan yapıların mukavemet/ağırlık oranları yüksek olmalıdır.

Bu çalışmada tasarlanan robotun uzuvlarının yapımında 4mm kalınlığında aliminyum plakalar kullanılmıştır. Konstirüksiyon ile ilgili teknik resimler detaylı olarak ekler bölümünde verilmiştir. Robotun dinamik modelinin oluşturulmasında ve hareket denklemlerinin çıkarılmasında da bu parametreler kullanılmıştır. Motor seçiminde ise bilgisayarla kontrolünün kolaylığı ve hareket hassasiyeti nedeniyle step motorlar tercih edilmiştir.

BÖLÜM 2. KİNEMATİK

2.1 Giriş

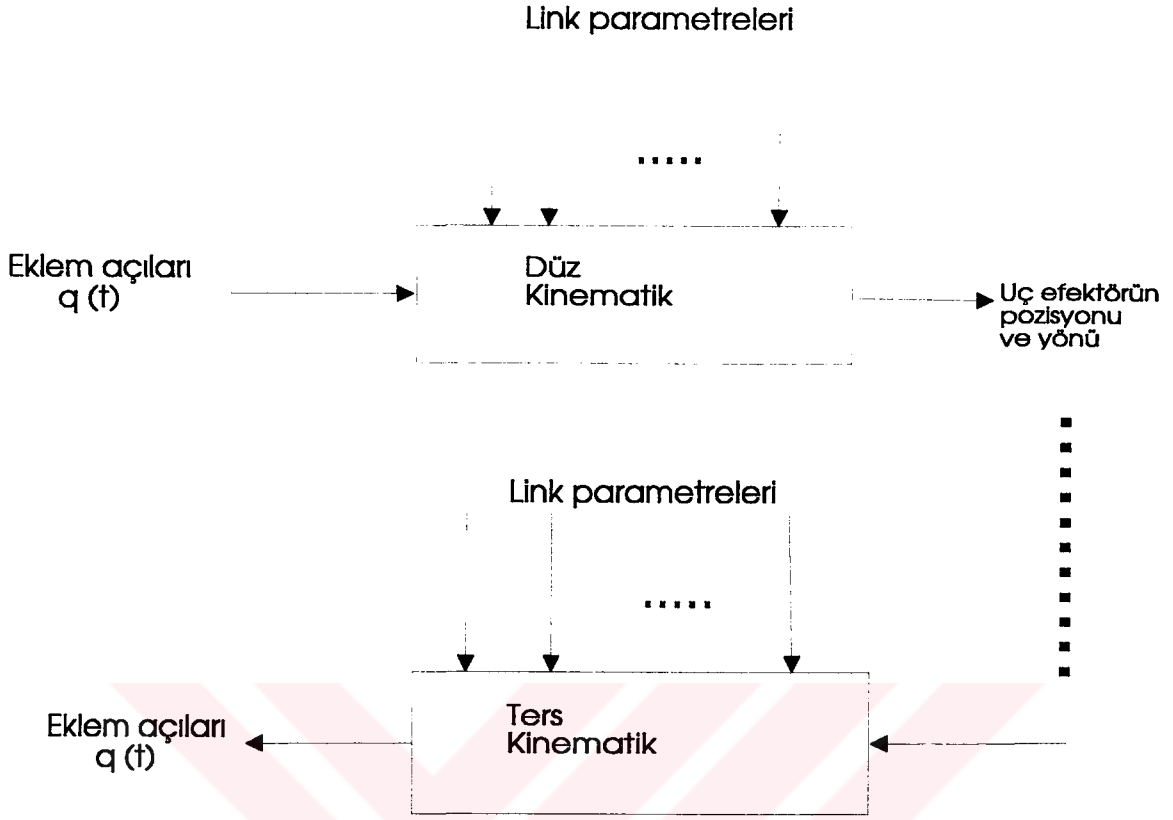
Robot kolu kinematiği sabit bir referans koordinat sistemine göre, harekete neden olan kuvvet veya momentleri dikkate almadan, robot kolunun hareketinin geometrisi ile ilgilenir. Robot kinematiğinin iki temel problemi şunlardır :

1- Serbestlik derecesi n olan bir manipülatör, buna ait $q(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))$ eklem açıları vektörü ve geometrik uzuv parametreleri verilmişken manipülatöre ait uç efektörün (elin) tabandaki referans koordinat sistemine göre pozisyon ve oryantasyonu ne olacaktır ?

2- Manipülatöre ait uç efektörün referans koordinat sistemine göre gelmesi istenen pozisyon ve oryantasyon ile geometrik uzuv parametreleri verilmişken manipülatör istenen pozisyon ve oryantasyona ulaşabilir mi ? Eğer ulaşabiliyorsa bu durumu sağlayan kaç konfigürasyon vardır ve bu konfigürasyonlar için $q(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))$ eklem açıları vektörleri ne olmalıdır ?

Bu problemlerden ilki düz kinematik, ikincisi ise ters kinematik problemi olarak bilinir. Bu iki problem arasındaki ilişkiyi gösteren blok diagram Şekil 2.1 de verilmiştir.

Robot koluna ait bağımsız değişkenler eklem açıları olduğundan ve yapılacak iş için ulaşılması istenen nokta genellikle referans koordinat sistemine göre tanımlandığından ters kinematik çözüm daha çok kullanılır. Bu çalışmada tasarlanan manipülatör üç serbestlik derecesine sahiptir , dolayısıyla ters kinematik çözüm ile elin ulaşmasını istediğimiz noktanın taban koordinat sistemine göre bileşenlerini verdiğimizde üç ekleme ait açıların ne olması gerektiği bulunabilmelidir. Tasarlanan robota ait ters ve düz kinematik çözümler ilerki bölümlerde elde edilmiştir.



Şekil 2.1

Robot koluna ait uzuvlar referans koordinat sistemine göre dönebileceğine veya ötelenebileceğine göre uç efektörün ya da elin toplam yer değiştirmesi uzuvlardaki açısal dönmeler ve lineer ötelemelere göre değişecektir. Bir robotun analizi için en genel yol tabana bağlı global bir kartezyen koordinat sistemi ve her eklem veya uzuva bağlı birer lokal kartezyen koordinat sistemi belirlemektir. Uç elemanın pozisyon ve oryantasyonu eklemlerin yerleştirilen lokal koordinat sistemlerine olan bağıl konumları ile belirlenir.

Tasarımcı analiz için koordinat sistemlerinin merkez ve eksenlerini belirledikten sonra bu koordinat sistemlerinin birbirleri ile ilişkisini belirleyen homojen dönüşüm matrislerini oluşturur. Koordinat sistemleri arasındaki dönüşümler kinematik bağıntıların örnekleridir. Koordinat sistemlerinin bu şekilde sistematik olarak belirlenmesi ilk olarak Denavit-Hartenberg tarafından kendi adlarıyla anılan yöntemle yapılmıştır. Bu çalışmada da bu yöntemden yararlanılmıştır.

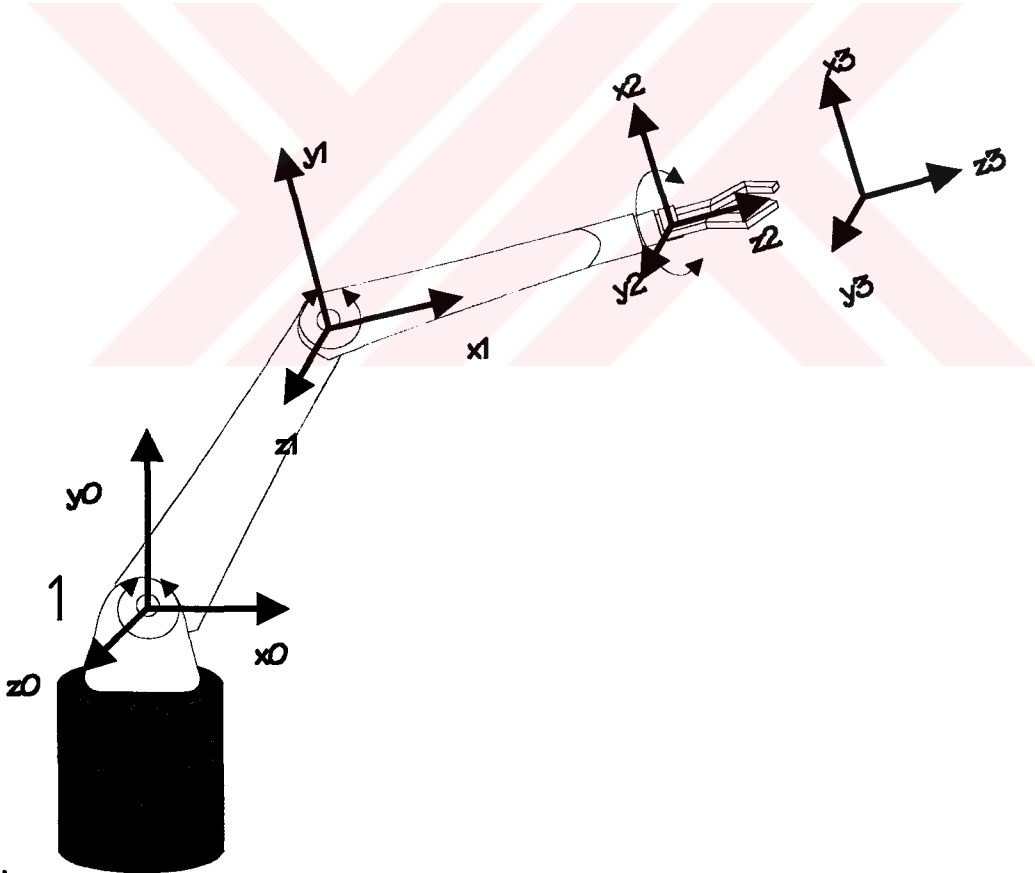
2.2 Düz Kinematik Çözüm

2.2.1 Eksen Takımlarının Yerleştirilmesi

Global ve lokal koordinat sistemlerine ait eksen takımlarının yerleştirilmesinde uyulması gereken kurallar aşağıdaki gibidir .

- 1- Orjin kolun manipülâtör ucuna doğru olan eklemi üzerinde tanımlanır,
- 2- $O_i z_i$ ekseni bir sonraki kolun hareket eksenidir ,
- 3- $O_i x_i$ ekseni $O_{i-1} z_{i-1}$ ile $O_i z_i$ nin ortak normali olup $i-1$ den i ye yönlendirilir ,
- 4- $O_i y_i$ ekseni sağ el kuralına göre tamamlanır.

Bu kurallara uygun olarak tasarlanan manipülâtöre ait eksen takımları Şekil 2.3 deki gibi yerleştirilmiştir.



Şekil 2.2

2.2.2 Homojen Dönüşüm Matrislerinin Belirlenmesi

Eksen takımlarının yukarıda gösterildiği gibi yerleştirilmesinden sonra homojen transformasyon matrislerinin oluşturulmasına geçilebilir. T homojen transformasyon matrisi 2.1 nolu eşitlikte gösterilen forma sahip 4x4 boyutunda bir matristir.

$$T = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & s_{1 \times 1} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Burada sol üst köşede yer alan R matrisi 3x3 boyutundadır ve eksenler etrafındaki dönmeyi temsil eder. 3x1 boyutundaki P matrisi yeni eksen takımının orjininin referansa göre konumunu yani ne kadar ötelendiğini gösterir. f matrisi perspektif transformasyonu temsil eder ,bu çalışmada sıfır olarak alınacaktır. s ise ölçekleme faktörüdür ve 1 olarak alınacaktır.

Yukarıdaki açıklamalar gözönünde tutularak temel homojen döndürme matrisleri (2.2) nolu eşitlikteki gibi oluşturulabilir.

$$\text{Rot}_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Rot}_{y,\phi} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Rot}_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

(2.2) nolu eşitlikte yer alan $\text{Rot}_{x,\alpha}$ matrisi yeni koordinat sisteminin referans koordinat sistemine ait Ox eksen etrafında α açısı kadar döndürülmesini temsil eder. Benzer şekilde $\text{Rot}_{y,\phi}$ ve $\text{Rot}_{z,\theta}$ matrisleri de sırasıyla Oy ve Oz eksenleri etrafında ϕ ve θ açıları kadar dönmeyi temsil ederler.

Temel homojen öteleme matrisleri ise (2.3) nolu eşitlikteki gibi verilir. Bu matrisler ise sırasıyla yeni koordinat sisteminin orjininin referans koordinat sisteminin

orjinine göre Ox eksenini boyunca dx kadar, Oy eksenini boyunca dy kadar ve Oz eksenini boyunca da dz kadar ötelenmesini temsil eder.

$$\begin{aligned} \text{Trans}_{x,dx} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{Trans}_{y,dy} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{Trans}_{z,dz} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & & (2.3) \end{aligned}$$

Temel homojen döndürme ve öteleme matrisleri bileşik homojen transformasyon matrisi T yi oluşturmak üzere çarpılabilirler. Ancak matrislerde çarpma işlemi değişme özelliğine sahip olmadığından bu matrislerin çarpım sıralarına dikkat edilmesi gerekir.

Referans koordinat sistemini OXYZ , dönüştürülmüş koordinat sistemini de OUVW olarak alırsak bileşik homojen transformasyon matrisinin oluşturulmasına ait kuralları aşağıdaki gibi sıralayabiliriz :

- 1- Başlangıçta her iki koordinat sistemi üstüstdür dolayısıyla homojen transformasyon matrisi 4×4 lük bir birim matristir.
- 2- Eğer OUVW koordinat sistemi referans koordinat sistemi OXYZ e ait temel eksenlerden birine göre öteleniyor veya döndürülüyorsa uygun temel döndürme veya öteleme matrisi bir önceki homojen transformasyon matrisine önçarpan olarak getirilir.
- 3- Eğer OUVW koordinat sistemi kendi temel eksenlerinden birine göre öteleniyor veya döndürülüyorsa uygun temel döndürme veya öteleme matrisi bir önceki homojen transformasyon matrisine sonçarpan olarak getirilir.

Tasarlanan robot için eksen takımlarının yerleşimi Şekil 2.3 de gösterilmiştir. Burada $OX_0Y_0Z_0$ referans koordinat sistemi olarak alınmıştır. Bu koordinat sistemleri arasındaki ilişkiler yapılan açıklamalara göre aşağıdaki gibi çıkarılmış ve bileşik transformasyon matrisi T elde edilmiştir.

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$; sırasıyla birinci , ikinci ve üçüncü ekelmlere ait açıları ${}^{i-1}A_i$ ise koordinat sistemleri arasındaki ilişkiyi temsil eden homojen transformasyon matrisi olmak üzere :

$${}^0A_1 = \text{Rot}_{z,\theta_1} \text{Trans}_{x,l_1}$$

$${}^1A_2 = \text{Rot}_{z,\theta_2} \text{Trans}_{x,l_2} \text{Rot}_{x,90} \text{Rot}_{y,90}$$

$${}^2A_3 = \text{Rot}_{z,\theta_3} \text{Trans}_{z,l_3}$$

$$T = {}^0A_3 = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3$$

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 90 & -\sin 90 & 0 \\ 0 & \sin 90 & \cos 90 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 90 & 0 & \sin 90 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin 90 & 0 & \cos 90 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & 0 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Gösterilen çarpımlar yapıldığında sonuç transformasyon matrisleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & l_1 \cdot \cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & l_1 \cdot \sin\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1A_2 = \begin{bmatrix} -\sin\theta_2 & 0 & \cos\theta_2 & l_2 \cdot \cos\theta_2 \\ \cos\theta_2 & 0 & \sin\theta_2 & l_2 \cdot \sin\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & 0 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Burada 0A_1 birinci ekleme ait koordinat sistemi ile taban koordinat sistemi arasındaki ilişkiyi, 1A_2 ikinci ekleme ait koordinat sistemi ile birinci ekleme ait koordinat sistemi arasındaki ilişkiyi ve 2A_3 ise üçüncü ekleme ait koordinat sistemi ile ikinci ekleme ait koordinat sistemi arasındaki ilişkiyi temsil eder. Bu üç matrisin çarpılması ile üçüncü ekleme yani ele ait koordinat sistemi ile taban koordinat sistemi arasındaki ilişkiyi temsil eden T bileşik homojen transformasyon matrisi elde edilebilir.

$$T = {}^0A_3 = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3$$

Sözkonusu çarpımlar yapıldığında T bileşik homojen transformasyon matrisi aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$T = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos\theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin\theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_1 \cdot \cos\theta_1 + (l_2 + l_3) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos\theta_3 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin\theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) & l_1 \cdot \sin\theta_1 + (l_2 + l_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bu transformasyon matrislerinin elde edilmesi ile manipülatör eklemlerine yerleştirilmiş lokal koordinat sistemlerinden herhangi birine göre verilmiş olan bir noktanın koordinatlarını başka bir lokal koordinat sistemine veya referans koordinat sistemine göre ifade etmek mümkündür.

Manipülatörün i . eklemi üzerine yerleştirilen $OX_i Y_i Z_i$ koordinat sistemine göre bir $p_i = (x_i, y_i, z_i, 1)^T$ noktasının koordinatları ve ${}^{i-1}A_i$ homojen dönüşüm matrisi biliniyorsa bu noktanın $OX_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$ koordinat sistemine göre ifadesi olan $p_{i-1} = (x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}, 1)^T$ noktası (2.4) nolu eşitlik yardımıyla bulunabilir.

$$p_{i-1} = {}^{i-1}A_i \cdot p_i \quad (2.4)$$

Tasarlanan sistem için de benzer şekilde eğer $OX_3 Y_3 Z_3$ yani eldeki koordinat sistemine göre bir p noktasının koordinatları ve eklem açıları biliniyorsa T bileşik homojen transformasyon matrisinin p noktasının koordinatları ile çarpımı bize bu noktanın referans koordinat sistemine göre koordinatlarının ne olduğunu verir.

2.3 Ters Kinematik Çözüm

Ters kinematik çözüm uç efektörün ya da elin ulaşması istenen noktanın referans koordinat sistemine göre koordinatları ve uzuvların geometrik parametreleri

verildiğinde bu noktaya ulaşmak için eklem parametrelerinin ne olması gerektiğini bulmak için kullanılır. Robotun hareketlerinin kontrolünde de esas olarak bu çözüm kullanılır. Ters kinematik problemin çözümü çeşitli yöntemlerle elde edilebilir. Bunlardan en çok kullanılanlar matris cebri , iteratif veya geometrik yaklaşımlardır. Uzuvlardaki koordinat sistemlerinin ve manipülatörün konfigürasyonunun kullanılmasına dayanan geometrik yaklaşım döner eklemlili basit manipülatörler için eklem parametrelerinin birbirlerinden bağımsız olarak kapalı formda ifade edilmelerine olanak verebilir. Ancak genellikle bu eklem parametreleri bağımsız olarak elde edilemez ve iterasyon veya matris cebri yöntemlerinin kullanılması gerekir.

Bu çalışma da tasarlanan robot için eklem parametreleri ve uzuvlara ait geometrik parametreler şunlardır :

$q_1 = \theta_1$: Birinci eklemdaki dönme miktarı

$q_2 = \theta_2$: İkinci eklemdaki dönme miktarı

$q_3 = \theta_3$: Üçüncü eklemdaki dönme miktarı

l_1 : Birinci uzuvun boyu

l_2 : İkinci uzuvun boyu

l_3 : Üçüncü uzuvun boyu

Burada tasarlanan manipülatör için elin ulaşacağı noktanın konumunu birinci ve ikinci eklemlerdeki dönmeler belirler, üçüncü eklemdaki (blokdeki) dönme ise sadece elin ya da diğer bir deyişle cismin oryantasyonunu belirleyecektir. Tasarlanan sistem için disk dikey olarak alınacak , ki bu durumda blokdeki dönme $\theta_3 = 0^\circ$ olacaktır , daha sonra da yatay olarak yani $\theta_3 = 90^\circ$ lik bir açıyla bırakılacaktır. Bu nedenle her konum için θ_3 açısının tekrar hesaplanması gereksizdir. Bu yaklaşım yapıldığında 2.3.1 nolu bölümde verilen geometrik yolla elde edilmiş olan çözüm yeterlidir. Ancak daha genel uygulamalar için ve herhangi bir boyuttaki cismin istenen oryantasyona getirilerek taşınabilmesinde kullanılmak üzere bölüm 2.3.2 de verilen çözüm elde edilmiştir , bu durumda geometrik yolla eklem değişkenleri bağımsız olarak elde edilemeyeceğinden iteratif yöntemler kullanılır. Her iki çözümün bulunmasında da düz kinematik çözümle elde edilmiş olan bağıntılardan yararlanılmıştır.

2.3.1 Uç Efektörün Oryantasyonu Gözönüne Alınmadan İlk İki Eklem Açısının Elde Edilmesi

θ_3 açısı sadece bilekdeki dönmeyi temsil eder. Eğer üç boyutlu bir cisim değil de bir nokta göz önüne alırsak θ_3 açısındaki değişimler bu noktanın yeni konumunda bir değişiklik yapmayacak sadece bu noktayı döndürecektir. Tasarlanan kol için θ_3 açısının değeri bellidir ve cismin ne kadar döneceğinden ziyade varılacak konum önemlidir. Bu durumda varılacak noktaya ulaşmak için θ_1 ve θ_2 açılarının ne olması gerektiğini hesaplamak yeterli olacaktır.

Varmak istediğimiz noktanın bileşenlerini yeniden θ_3 açısından bağımsız olarak ifade eder ve buradan θ_1 ve θ_2 açılarını çekersek aşağıdaki ifadeleri elde ederiz :

$$X_p = l_3 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cdot \cos \theta_1$$

$$Y_p = l_3 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cdot \sin \theta_1$$

$$X_p^2 = [l_3^2 + 2 \cdot l_2 \cdot l_3 + l_2^2] \cdot \cos^2(\theta_1 + \theta_2) + 2 \cdot l_1 (l_2 + l_3) \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1^2 \cdot \cos^2 \theta_1$$

$$Y_p^2 = [l_3^2 + 2 \cdot l_2 \cdot l_3 + l_2^2] \cdot \sin^2(\theta_1 + \theta_2) + 2 \cdot l_1 (l_2 + l_3) \cdot \sin \theta_1 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1^2 \cdot \sin^2 \theta_1$$

$$X_p^2 = [l_3^2 + 2 \cdot l_2 \cdot l_3 + l_2^2] \cdot \cos^2(\theta_1 + \theta_2) + 2 \cdot l_1 (l_2 + l_3) \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1^2 \cdot \cos^2 \theta_1$$

$$Y_p^2 = [l_3^2 + 2 \cdot l_2 \cdot l_3 + l_2^2] \cdot \sin^2(\theta_1 + \theta_2) + 2 \cdot l_1 (l_2 + l_3) \cdot \sin \theta_1 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1^2 \cdot \sin^2 \theta_1$$

$$X_p^2 + Y_p^2 = l_1^2 + (l_2 + l_3)^2 + 2 \cdot l_1 (l_2 + l_3) \cdot [\cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) + \sin \theta_1 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

$$X_p^2 + Y_p^2 = l_1^2 + (l_2 + l_3)^2 + 2 \cdot l_1 (l_2 + l_3) \cdot \cos \theta_2$$

Bu ifadeden kolaylıkla ikinci eklemle ait açı aşağıdaki gibi elde edilebilir :

$$\theta_2 = \text{Arc cos} \frac{X_p^2 + Y_p^2 - l_1^2 - (l_2 + l_3)^2}{2.l_1(l_2 + l_3)}$$

Bundan sonra ikinci ekleme ait açı da bilindiğine göre aşağıdaki işlemler yapılarak ilk ekleme ait θ_1 açısı aşağıdaki işlemler sonucunda elde edilebilir.

$$X_p = [(l_2 + l_3). \cos \theta_2 + l_1]. \cos \theta_1 - [(l_2 + l_3). \sin \theta_2]. \sin \theta_1$$

$$Y_p = [(l_2 + l_3). \cos \theta_2 + l_1]. \sin \theta_1 + [(l_2 + l_3). \sin \theta_2]. \cos \theta_1$$

$$A = [(l_2 + l_3). \cos \theta_2 + l_1] \quad , \quad B = [(l_2 + l_3). \sin \theta_2] \quad \text{diyelim ;}$$

$$X_p = A. \cos \theta_1 - B. \sin \theta_1$$

$$Y_p = A. \sin \theta_1 + B. \cos \theta_1$$

$$A.X_p = A^2. \cos \theta_1 - A.B. \sin \theta_1$$

$$B.Y_p = A.B. \sin \theta_1 + B^2. \cos \theta_1$$

$$A.X_p + B.Y_p = (A^2 + B^2). \cos \theta_1$$

$$\cos \theta_1 = \frac{A.X_p + B.Y_p}{A^2 + B^2} = \frac{[(l_2 + l_3). \cos \theta_2 + l_1].X_p + [(l_2 + l_3). \sin \theta_2].Y_p}{(l_2 + l_3)^2 + l_1^2 + 2.l_1.(l_2 + l_3). \cos \theta_2}$$

$$\theta_1 = \text{Arc cos} \frac{[(l_2 + l_3). \cos \theta_2 + l_1].X_p + [(l_2 + l_3). \sin \theta_2].Y_p}{(l_2 + l_3)^2 + l_1^2 + 2.l_1.(l_2 + l_3). \cos \theta_2}$$

O halde diski taşımak istediğimiz noktanın koordinatlarını ve robotun uzuvlarının geometrik parametrelerini bildiğimizde bu ifadeler yardımı ile eklem açılarını kaç dereceye ayarlamamız gerektiğini kolayca bulabiliriz.

2.3.2 Üç Boyutlu Bir Cisim İçin Genel Çözüm

Eğer eni e ,boyu b , yüksekliği h olan bir cisimle ilgileniyorsak kinematik çözümümüze göre cismin eklemlerdeki açılara , kol uzunluklarına ve cismin boyutlarına bağlı olarak bulunacağı konumun bileşenleri şunlardır :

$$X_p = -h.\sin(\theta_1 + \theta_2).\cos\theta_3 + e.\sin(\theta_1 + \theta_2).\sin\theta_3 + b.\cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1.\cos\theta_1 \\ + l_2.\cos(\theta_1 + \theta_2) + l_3.\cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$Y_p = -h.\cos(\theta_1 + \theta_2).\cos\theta_3 - e.\cos(\theta_1 + \theta_2).\sin\theta_3 + b.\sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1.\sin\theta_1 \\ + l_2.\sin(\theta_1 + \theta_2) + l_3.\sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$Z_p = h.\sin\theta_3 + e.\cos\theta_3$$

Burada Z_p ifadesi sadece θ_3 açısına bağlıdır ve θ_3 açısı buradan nümerik metodlarla bulunabilir.

Diğer açılarn bulunması için ise aşağıdaki işlemler yapılır ;

$$X_p = [-h.\cos\theta_3 + e.\sin\theta_3].\sin(\theta_1 + \theta_2) + [b + l_2 + l_3].\cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1.\cos\theta_1$$

$$Y_p = [h.\cos\theta_3 - e.\sin\theta_3].\cos(\theta_1 + \theta_2) + [b + l_2 + l_3].\sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1.\sin\theta_1$$

İşlemlerde kolaylık olması için aşağıdaki gibi iki A ve B katsayısı tanımlanmıştır .

$$A = -h.\cos\theta_3 + e.\sin\theta_3$$

$$B = b + l_2 + l_3$$

θ_3 açısı bulunmuş olduğundan yukarıdaki gibi tanımlanan A ve B ifadeleri bilinen katsayılar olacaktır.

Bundan sonra aşağıdaki işlemlerle $X_p^2 + Y_p^2$ toplamı oluşturulur.

$$X_p = A.\sin(\theta_1 + \theta_2) + B.\cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1.\cos\theta_1$$

$$Y_p = -A.\cos(\theta_1 + \theta_2) + B.\sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1.\sin\theta_1$$

$$X_p = A.\sin(\theta_1 + \theta_2) + B.\cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1.\cos\theta_1$$

$$Y_p = -A.\cos(\theta_1 + \theta_2) + B.\sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1.\sin\theta_1$$

$$X_p^2 = A^2.\sin^2(\theta_1 + \theta_2) + 2.A.B.\sin(\theta_1 + \theta_2).\cos(\theta_1 + \theta_2) + 2.A.l_1.\sin(\theta_1 + \theta_2).\cos\theta_1$$

$$+ B^2.\cos^2(\theta_1 + \theta_2) + 2Bl_1.\cos(\theta_1 + \theta_2).\cos\theta_1 + l_1^2.\cos^2\theta_1$$

$$Y_p^2 = A^2.\cos^2(\theta_1 + \theta_2) - 2.A.B.\sin(\theta_1 + \theta_2).\cos(\theta_1 + \theta_2) - 2.A.l_1.\cos(\theta_1 + \theta_2).\sin\theta_1$$

$$+ B^2.\sin^2(\theta_1 + \theta_2) + 2Bl_1.\sin(\theta_1 + \theta_2).\sin\theta_1 + l_1^2.\sin^2\theta_1$$

$$X_p^2 + Y_p^2 = A^2 + B^2 + l_1^2 + 2.A.l_1.\left[\sin(\theta_1 + \theta_2).\cos\theta_1 - \cos(\theta_1 + \theta_2).\sin\theta_1\right]$$

$$+ 2Bl_1\left[\sin(\theta_1 + \theta_2).\sin\theta_1 + \cos(\theta_1 + \theta_2).\cos\theta_1\right]$$

$$\sin\theta_2 = \sin(\theta_1 + \theta_2).\cos\theta_1 - \cos(\theta_1 + \theta_2).\sin\theta_1$$

$$\cos\theta_2 = \sin(\theta_1 + \theta_2).\sin\theta_1 + \cos(\theta_1 + \theta_2).\cos\theta_1$$

$$X_p^2 + Y_p^2 = A^2 + B^2 + l_1^2 + 2.A.l_1.\sin\theta_2 + 2Bl_1.\cos\theta_2$$

$$X_p^2 + Y_p^2 = \left[-h.\cos\theta_3 + e.\sin\theta_3\right]^2 + \left[b + l_2 + l_3\right]^2 + l_1^2 + 2.\left[-h.\cos\theta_3 + e.\sin\theta_3\right].l_1.\sin\theta_2$$

$$+ 2.\left[b + l_2 + l_3\right].l_1.\cos\theta_2$$

Elde edilen $X_p^2 + Y_p^2$ toplam ifadesi yalnızca θ_2 açısına bağlıdır ve yine nümerik olarak θ_2 açısı buradan çözülebilir.

X_p ifadesini yeniden aşağıdaki gibi yazalım :

$$X_p = [A.\cos\theta_2 - B.\sin\theta_2] \sin\theta_1 + [A.\sin\theta_2 - B.\cos\theta_2 + l_1] \cos\theta_1$$

$$C = A.\cos\theta_2 - B.\sin\theta_2$$

$$D = A.\sin\theta_2 - B.\cos\theta_2 + l_1$$

Yukarıdaki gibi tanımlanan C ve D ifadeleri bilinen katsayılar olduğundan X_p ifadesi sadece θ_1 ' e bağlıdır ve θ_1 değeri de nümerik olarak buradan bulunabilir.

Ters kinematik çözümün yani eklem açılarının bulunmasında kullanılmak üzere Pascal dilinde kodlanmış bir bilgisayar programı kullanılmıştır.

BÖLÜM 3. DİNAMİK

3-1 Robot Kolu Dinamiği

Robot kolu dinamiği robot kolunun hareketine ait denklemler ile ilgilenir. Bir manipülatörün hareketinin dinamik denklemleri manipülatörün dinamik davranışını tanımlayan bir matematiksel denklemler grubudur. Bu hareket denklemleri robot kolunun hareketinin simülasyonu , robot kolu için uygun kontrol mekanizmaları ile kolun kinematik dizayn ve yapısının oluşturulması için çok kullanışlıdır [5].

Manipülatör kontrolünün amacı önceden tanımlanmış olan sistem performansına ve yerine getirilmesi istenen işlere göre manipülatörün dinamik cevabını koruyabilmektir. Genellikle manipülatörün dinamik performansı direk olarak kontrol algoritmalarının etkinliğine ve manipülatörün dinamik modeline bağlıdır. Kontrol problemi , fiziksel robot kolu sisteminin dinamik modelinin oluşturulması , bundan sonra da arzulanan sistem cevabının ve performansının elde edilebilmesi için uygun kontrol stratejilerinin ve kurallarının belirlenmesidir [8].

Robot kolunun gerçek dinamik modeli Newton mekaniği ve Lagrange mekaniği gibi bilinen fizik kurallarından elde edilebilir. Bu şekilde manipülatör eklemlerinin çeşitli hareketlerine ait dinamik denklemler uzuvların bilinen geometrik ve atalet parametreleri cinsinden ifade edilebilir. Daha sonra robot kolunun gerçek hareket denklemlerinin oluşturulması için Lagrange-Euler (L-E) ve Newton-Euler (N-E) gibi formülasyonlar sistematik olarak uygulanabilir . Her iki yöntem de manipülatöre ait dinamik davranışın tanımlanması yönünden eş olmakla birlikte yapıları farklıdır.

L-E formülasyonuna dayanarak manipülatörün dinamik modelinin oluşturulması basit ve sistematiktir. Rijit bir cismin hareketi gözönüne alındığında elde edilecek hareket denklemleri , elektronik kontrol cihazlarının dinamiği , tepkiler ve dişli sürtünmeleri ihmal edildiğinde , ikinci dereceden nonlinear bağımlı diferansiyel denklemlerdir. Ayrıca torklar/kuvvetler manipülatörün fiziksel parametrelerine , anlık eklemler konfigürasyonlarına , eklemler hız ve ivmelerine ve taşıdığı yüke bağlıdır. L-E hareket denklemleri robot dinamiği için açık durum denklemleri elde edilmesini sağlar ve daha üst düzeyde eklemler değişkenli kontrol stratejilerinin analiz edilmesine yardımcı

olabilir. Bir dereceye kadar bu denklemler düz dinamik veya ters dinamik probleminin çözümünde kullanılabilir. Her iki durumda da D_{ik} , h_{ikm} ve c_i dinamik katsayılarının hesaplanması gerekebilir. Ancak bu katsayıların hesabı oldukça fazla aritmetik işlem gerektirir.

Bu nedenle L-E denklemlerinin gerçek zamanlı kontrol amacıyla kullanılması bazı basitleştirmeler yapılmadığı takdirde oldukça zordur .

3-2 Lagrange - Euler Formülasyonu

Bir manipülatörün genel hareket denklemleri konzervatif olmayan sistemlerde L-E formülasyonunun direk uygulanması ile ifade edilebilir. Genellikle kinematik çözüm için komşu uzuvların eksen takımlarının birbirine göre yerleşimlerinin tanımlanmasında Denavit-Hatenberg matris gösterimi kullanılarak daha sonra manipülatörün dinamik denklemlerinin oluşturulması için Lagrange dinamik formülasyonunun Denavit-Hatenberg gösterilimi ile birlikte uygulanması sonunda manipülatörün hareket denklemleri algoritmik bir şekilde tanımlanabilir. Bu algoritma matris operasyonları ile ifade edilir ve hem analiz hem de bilgisayarla gerçekleştirilebilir.

n serbestlikli bir manipülatörün dinamik denklemlerinin elde edilmesi iki temele dayanır . Bunlardan ilki i . ve $(i-1)$. uzuvu ait koordinat sistemleri arasındaki ilişkiyi tanımlayan 4×4 'lük homojen transformasyon matrisidir. Bu matris i . uzuv üzerindeki bir noktanın $(i-1)$. uzuvu göre ifade edilmesini sağlar. Dinamik denklemlerin dayandığı ikinci temel ise (3.1) nolu Lagrange-Euler denklemdir.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

3-2-1 Manipülatörün Eklemler Hızları

Lagrange-Euler formülasyonu fiziksel sistemin kinetik enerjisinin dolayısıyla da her bir eklemdaki hızların bilinmesini gerektirir [1].

${}^i r_i$ i . uzuv üzerinde sabit bir nokta olsun , bu noktanın i . uzuvu ait koordinat sistemine göre homojen koordinatlarda ifadesi (3.2) nolu denklemle ifade edilebilir.

$${}^i r_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} = [x_i \quad y_i \quad z_i \quad 1]^T \quad (3.2)$$

Bu noktanın taban koordinat sistemine göre ifadesi ise (3.3) nolu eşitlikteki gibidir.

$${}^i r_i = {}^0 A_i \cdot {}^i r_i, \quad {}^0 A_i = {}^0 A_1 \cdot {}^1 A_2 \dots \dots {}^{i-1} A_i \quad (3.3)$$

Rijit bir cismin hareketi söz konusu olduğuna göre ${}^i r_i$ noktası gibi i . uzuv üzerindeki diğer tüm noktaların da , üzerinde bulundukları uzuvla birlikte hareket ettiklerinden dolayı , i . koordinat sistemine göre hızları sıfır olacaktır. ${}^i r_i$ noktasının tabana ait koordinat sistemine göre hızı ise (3.4) ve (3.5) nolu eşitliklerle ifade edilebilir.

$${}^0 v_i = v_i = \frac{d}{dt} ({}^0 r_i) = \frac{d}{dt} ({}^0 A_i \cdot {}^0 r_i) \quad (3.4)$$

$$v_i = \left[\sum_{j=1}^i \frac{\partial {}^0 A_i}{\partial q_j} \cdot \dot{q}_j \right] \cdot {}^i r_i \quad (3.5)$$

${}^0 A_i$ 'ın kısmi türevi bir Q_i matrisi yardımıyla kolaylıkla hesaplanabilir .

Döner eklemler için Q_i matrisi $Q_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$,

prizmatik eklemler için ise $Q_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ şeklinde tanımlandığında

bu kısmi türev (3-6) nolu denklemdeki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{\partial {}^{i-1} A_i}{\partial q_i} = Q_i \cdot {}^{i-1} A_i \quad (3.6)$$

O halde n serbestlikli bir robot için (3.7) nolu denklemdeki genel ifadeyi yazmak mümkündür.

$$\frac{\partial {}^0A_i}{\partial q_j} = \begin{cases} {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot \dots \cdot {}^{j-2}A_{j-1} \cdot Q_j \cdot {}^{j-1}A_j \cdot \dots \cdot {}^{i-1}A_i & j \leq i \\ 0 & j > i \end{cases} \quad (3.7)$$

Bu ifade j . eklemin i . eklem üzerindeki tüm noktalara hareket etkisi olarak yorumlanabilir.

Notasyonu basitleştirmek üzere $U_{ij} = \frac{\partial {}^0A_i}{\partial q_j}$ tanımını yaparsak (3-8) nolu eşitliği elde ederiz.

$$U_{ij} = \begin{cases} {}^0A_{j-1} \cdot Q_j \cdot {}^{j-1}A_i & j \leq i \\ 0 & j > i \end{cases} \quad (3.8)$$

Bu notasyon kullanılarak (3.5) nolu denklemdeki hız ifadesi de (3.9) nolu eşitlikteki gibi yazılabilir.

$$v_i = \left(\sum_{j=1}^i U_{ij} \cdot \dot{q}_j \right) \cdot {}^i r_i \quad (3.9)$$

Verilen ifadeler tasarlanan robota uygulanırsa aşağıdaki sonuçlar elde edilir .

Tasarlanan robotun üç eklemi de döner olduğundan ;

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{11} = \frac{\partial {}^0A_1}{\partial \theta_1} = Q_1 \cdot {}^0A_1 = \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 & -\cos\theta_1 & 0 & -l_1 \sin\theta_1 \\ \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & l_1 \cos\theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{12} = \frac{\partial {}^0A_1}{\partial \theta_2} = 0$$

$$U_{13} = \frac{\partial {}^0A_1}{\partial \theta_3} = 0$$

$$U_{21} = \frac{\partial {}^0A_2}{\partial \theta_1} = Q_1 \cdot {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) - l_1 \cdot \sin \theta_1 \\ -\sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_1 \cdot \cos \theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{22} = \frac{\partial {}^0A_2}{\partial \theta_2} = {}^0A_1 \cdot Q_2 \cdot {}^1A_2 = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -\sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{23} = \frac{\partial {}^0A_2}{\partial \theta_3} = 0$$

$$U_{31} = \frac{\partial {}^0A_3}{\partial \theta_1} = Q_1 \cdot {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 = Q_1 \cdot {}^0A_3$$

$$U_{31} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_1 \cdot \sin \theta_1 - (l_2 + l_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_1 \cdot \cos \theta_1 + (l_2 + l_3) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{32} = \frac{\partial {}^0A_3}{\partial \theta_2} = {}^0A_1 \cdot Q_2 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3$$

$$U_{32} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) & (l_2 + l_3) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{33} = \frac{\partial^0 A^3}{\partial \theta_3} = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot Q_3 \cdot {}^2A_3 = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3.2.2 Manipülâtörün Kinetik Enerjisi

Herbir uzuva ait eklem hızları bulunduğundan sonra bu uzuvların kinetik enerjilerinin bulunması gerekir. K_i , i . uzuva ait kinetik enerjinin taban koordinat sistemine göre ifadesi olmak üzere i . uzuv üzerindeki dm diferansiyel ağırlığına sahip bir parçacığın dK_i kinetik enerjisi (3.10) eşitliği ile ifade edilebilir.

$$dK_i = \frac{1}{2} \left(\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2 \right) \cdot dm = \frac{1}{2} \text{Tr}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}^T) \cdot dm \quad (3.10)$$

(3.9) ile verilmiş olan hız ifadesi (3.10) eşitliğinde yerine yazılırsa (3.11) eşitliği elde edilir.

$$dK_i = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\sum_{p=1}^i U_{ip} \cdot \dot{q}_p \cdot {}^i r_i \left[\sum_{r=1}^i \dot{U}_{ir} \cdot q_r \cdot {}^i r_i \right]^T \right] \quad (3.11)$$

$$dK_i = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} \left({}^i r_i \cdot dm \cdot {}^i r_i^T \right) \cdot U_{ir}^T \cdot \dot{q}_p \cdot q_r \right]$$

U_{ij} matrisi q_i değıştikçe i . uzuv üzerindeki ${}^i r_i$ noktalarının tabana göre değışme oranını gösterir. Bu matris i . uzuv üzerindeki kütle dağılımından bağımsızdır ve o uzuv üzerindeki tüm noktalar için aynıdır. $\dot{q}_i$ de uzuv üzerindeki kütle dağılımından bağımsız olduğu için i . uzuva ait toplam kinetik enerji (3.12) ifadesi ile verilebilir.

$$K_i = \int dK_i = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} \left(\int {}^i r_i \cdot {}^i r_i^T \cdot dm \right) \cdot U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] \quad (3.12)$$

(3.12) ifadesinde parantez içindeki integralli terim i . uzuv üzerindeki tüm noktaların ataletini gösterir , böylece bu terimi (3.13) eşitliğinde verilen matrisle göstermek mümkündür [3].

$$J_i = \int {}^i r_i \cdot {}^i r_i^T \cdot dm = \begin{bmatrix} \int x_i^2 \cdot dm & \int x_i \cdot y_i \cdot dm & \int x_i \cdot z_i \cdot dm & \int x_i \cdot dm \\ \int x_i \cdot y_i \cdot dm & \int y_i^2 \cdot dm & \int y_i \cdot z_i \cdot dm & \int y_i \cdot dm \\ \int x_i \cdot z_i \cdot dm & \int y_i \cdot z_i \cdot dm & \int z_i^2 \cdot dm & \int z_i \cdot dm \\ \int x_i \cdot dm & \int y_i \cdot dm & \int z_i \cdot dm & \int dm \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Eğer i, j, k indisleri i . koordinat sisteminin ana eksenlerini ve δ_{ij} de Kroneker deltasını göstermek üzere (3.14) eşitliğinde verilen I_{ij} atalet tensörünü kullanırsak J_i matrisi (3.15) eşitliği ile ifade edilebilir [2].

$$I_{ij} = \int \left[\delta_{ij} \cdot \left(\sum_k x_k^2 \right) - x_i \cdot x_j \right] \cdot dm \quad (3.14)$$

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{xy} & I_{xz} & m_i \bar{x}_i \\ I_{xy} & \frac{I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{yz} & m_i \bar{y}_i \\ I_{xz} & I_{yz} & \frac{I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}}{2} & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Robot kolunun toplam kinetik enerjisi (3.16) eşitliği ile verilir.

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \text{Tr} \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} J_i U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] \quad (3.16)$$

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i \left[\text{Tr} (U_{ip} J_i U_{ir}^T) \dot{q}_p \dot{q}_r \right]$$

Bu eşitliklerde yer alan J_i matrisleri i . uzuvun kütle dağılımına bağlıdır ancak uzuvun pozisyonu veya hareket oranından bağımsızdır. Dolayısıyla robot kolunun kinetik enerjisi bulunurken J_i değerlerinin bir kez hesaplanması yeterlidir.

Tasarlanan manipülâtörün her bir uzvunun ağırlık ve boyları Tablo 3.1 de verilmiştir. Bu parametreler kullanılarak yine her uzva ait atalet momentleri koordinat merkezlerine göre hesaplanmış ve sırasıyla Tablo 3.2 , Tablo 3.3 ve Tablo 3.4 de verilmiştir .

Tablo 3.1 - Uzuvarların Ağırlık Ve Boyları

Uzuv No	1	2	3
Ağırlık(kg)	m1=0.52	m2=0.37	m3=0.055
Boy(m)	$l_1=0.3$	$l_2=0.3$	$l_3=0.125$

Tablo 3.2 - Birinci uzva ait atalet momentleri

Atalet Momenti	Koordinat Merkezine Göre
I_{xx}	$1.57 \times 10^{-3} \text{ Kg} - m^2$
I_{yy}	$16,9 \times 10^{-3} \text{ Kg} - m^2$
I_{zz}	$15.87 \times 10^{-3} \text{ Kg} - m^2$
I_{xy}	0.00 $\text{Kg} - m^2$
I_{yz}	0.00 $\text{Kg} - m^2$
I_{xz}	0.00 $\text{Kg} - m^2$

Tablo 3.3 - İkinci uzva ait atalet momentleri

Atalet Momenti	Koordinat Merkezine Göre
I_{xx}	$0.703 \times 10^{-3} \text{ Kg} - m^2$
I_{yy}	$11.69 \times 10^{-3} \text{ Kg} - m^2$
I_{zz}	$11.21 \times 10^{-3} \text{ Kg} - m^2$
I_{xy}	0.00 $\text{Kg} - m^2$
I_{yz}	0.00 $\text{Kg} - m^2$
I_{xz}	0.00 $\text{Kg} - m^2$

Tablo 3.4 - Üçüncü uzva ait atalet momentleri

Atalet Momenti	Koordinat Merkezine Göre
I_{xx}	$0.076 \times 10^{-3} \text{ Kg} - m^2$
I_{yy}	$0.70 \times 10^{-3} \text{ Kg} - m^2$
I_{zz}	$0.67 \times 10^{-3} \text{ Kg} - m^2$
I_{xy}	$0.00 \text{ Kg} - m^2$
I_{yz}	$0.00 \text{ Kg} - m^2$
I_{xz}	$0.00 \text{ Kg} - m^2$

Daha sonra bu değerler (3.15) nolu denklemde yerine yazılarak her bir uzuv için J atalet tensörleri bulunmuştur.

3.2.3 Manipülâtörün Potansiyel Enerjisi

Robot kolunun toplam potansiyel enerjisi P , i . uzuvun potansiyel enerjisi de P_i olmak üzere (3.17) ve (3.18) bağıntılarını yazabiliriz.

$$P_i = -m_i g {}^0\bar{r}_i = -m_i g ({}^0A_i {}^i\bar{r}_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.17)$$

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = \sum -m g ({}^0A_i {}^i\bar{r}_i) \quad (3.18)$$

Bu bağıntılardaki $g = (g_x, g_y, g_z, 0)$ vektörü taban koordinat sistemine göre ifade edilmiş olan yerçekimi vektörüdür. Yatay düzlemde yer alan bir sistem için $g = 9.8062 \text{ m} / \text{s}^2$ yerçekim sabiti olmak üzere bu vektör $g = (0, 0, -|g|, 0)$ şeklinde yazılabilir. ${}^i\bar{r}_i = (\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i)^T$ ise i . uzuvun ağırlık merkezi vektörüdür ve i . koordinat sistemine göre ifade edilir.

3.2.4 Manipülâtörün Hareket Denklemleri

$L=K-P$ şeklindeki lagrange fonksiyonu (3.16) ve (3.18) bağıntılarından yararlanılarak (3.19) eşitliğindeki gibi yazılabilir.

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \left[\text{Tr}(U_{ij} J_i U_{ik}^T) \dot{q}_j \dot{q}_k \right] + \sum_{i=1}^n m_i g ({}^0 A_i {}^i \bar{r}_i) \quad (3.19)$$

Bu lagrange fonksiyonuna Lagrange-Euler formülasyonu uygulanırsa i . uzuvu ait tork (3.20) eşitliğindeki gibi ifade edilebilir.

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (3.20)$$

$$\tau_i = \sum_{j=i}^n \sum_{k=1}^j \text{Tr}(U_{jk} J_i U_{ji}^T) \ddot{q}_k + \sum_{j=i}^n \sum_{k=1}^j \sum_{m=1}^j \text{Tr}(U_{jkm} J_i U_{ji}^T) \dot{q}_k \dot{q}_m - \sum_{j=i}^n m_j g U_{ji}^j \bar{r}_j$$

Bu ifade basitleştirilerek (3.21) eşitliği elde edilir, daha sonrada tüm uzuvlara ait denklemler matris formunda (3.22) eşitliği ile verilebilir.

$$\tau_i = \sum_{k=1}^n D_{ik} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m + c_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.21)$$

$$\tau(t) = D(q(t)) \ddot{q}(t) + h(q(t), \dot{q}(t)) + c(q(t)) \quad (3.22)$$

Bu bağıntı da yer alan değişkenler n serbestlikli bir robot için aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\tau(t) = [\tau_1(t) \quad \tau_2(t) \quad \dots \quad \tau_n(t)]^T \quad (i = 1, 2, \dots, n. \text{ eklemlere uygulanan genel tork vektörü})$$

$$q(t) = [q_1(t) \quad q_2(t) \quad \dots \quad q_n(t)]^T \quad (\text{kola ait eklem değişkenlerinin oluşturduğu vektör})$$

$$\dot{q}(t) = [\dot{q}_1(t) \quad \dot{q}_2(t) \quad \dots \quad \dot{q}_n(t)]^T \quad (\text{eklem hızları vektörü})$$

$$\ddot{q}(t) = [\ddot{q}_1(t) \quad \ddot{q}_2(t) \quad \dots \quad \ddot{q}_n(t)]^T \quad (\text{eklemlerdeki ivmelerin oluşturduğu vektör})$$

3.2.5 Tasarlanan Manipülatör İçin Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

Tasarlanan manipülatör için tork,açı ve hız vektörleri sırasıyla aşağıdaki gibidir :

$$\tau(t) = \begin{bmatrix} \tau_1(t) \\ \tau_2(t) \\ \tau_3(t) \end{bmatrix}, \quad \theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \theta_3(t) \end{bmatrix}, \quad \dot{\theta}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1(t) \\ \dot{\theta}_2(t) \\ \dot{\theta}_3(t) \end{bmatrix}$$

Torkların hesabında kullanılacak U matrisleri ise şu şekilde elde edilmiştir :

$$U_{111} = \frac{\partial U_{11}}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} -\cos \theta_1 & \sin \theta_1 & 0 & -l_1 \cos \theta_1 \\ -\sin \theta_1 & -\cos \theta_1 & 0 & -l_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{211} = \frac{\partial U_{21}}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_1 \cos \theta_1 \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{221} = \frac{\partial U_{22}}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{222} = \frac{\partial U_{22}}{\partial \theta_2} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{212} = \frac{\partial U_{21}}{\partial \theta_2} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{312} = \frac{\partial U_{31}}{\partial \theta_2} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{313} = \frac{\partial U_{31}}{\partial \theta_3} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{321} = \frac{\partial U_{32}}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{322} = \frac{\partial U_{32}}{\partial \theta_2} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{323} = \frac{\partial U_{32}}{\partial \theta_3} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{331} = \frac{\partial U_{33}}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{332} = \frac{\partial U_{33}}{\partial \theta_2} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{333} = \frac{\partial U_{33}}{\partial \theta_3} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_3 & -\cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(3.21) nolu denklemde yer alan katsayılar üç serbestlikli bir robot için aşağıdaki gibi formüle edilebilir:

$$D_{11} = \text{Tr}(U_{11}J_1U_{11}^T) + \text{Tr}(U_{21}J_2U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{31}J_3U_{31}^T)$$

$$D_{12} = D_{21} = \text{Tr}(U_{22}J_2U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{32}J_3U_{31}^T)$$

$$D_{13} = D_{31} = \text{Tr}(U_{33}J_3U_{31}^T)$$

$$D_{22} = \text{Tr}(U_{22}J_2U_{22}^T) + \text{Tr}(U_{32}J_3U_{32}^T)$$

$$D_{23} = D_{32} = \text{Tr}(U_{33}J_3U_{32}^T)$$

$$D_{33} = \text{Tr}(U_{33}J_3U_{33}^T)$$

$$D(\theta) = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix}$$

$$h_{111} = \text{Tr}(U_{111}J_1U_{11}^T) + \text{Tr}(U_{211}J_1U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{311}J_1U_{31}^T)$$

$$h_{112} = \text{Tr}(U_{212}J_1U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{312}J_1U_{31}^T)$$

$$h_{113} = \text{Tr}(U_{313}J_1U_{31}^T)$$

$$h_{122} = \text{Tr}(U_{222}J_1U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{322}J_1U_{31}^T)$$

$$h_{123} = \text{Tr}(U_{323}J_1U_{31}^T)$$

$$h_{133} = \text{Tr}(U_{333}J_1U_{31}^T)$$

$$h_{211} = \text{Tr}(U_{211}J_2U_{22}^T) + \text{Tr}(U_{311}J_2U_{32}^T)$$

$$h_{212} = \text{Tr}(U_{212}J_2U_{22}^T) + \text{Tr}(U_{312}J_2U_{32}^T)$$

$$h_{213} = \text{Tr}(U_{313}J_2U_{32}^T)$$

$$h_{222} = \text{Tr}(U_{222}J_2U_{22}^T) + \text{Tr}(U_{322}J_2U_{32}^T)$$

$$h_{223} = \text{Tr}(U_{323}J_2U_{32}^T)$$

$$h_{233} = \text{Tr}(U_{333}J_2U_{32}^T)$$

$$h_{311} = \text{Tr}(U_{311}J_3U_{33}^T)$$

$$h_{312} = \text{Tr}(U_{312}J_3U_{33}^T)$$

$$h_{313} = \text{Tr}(U_{313}J_3U_{33}^T)$$

$$h_{322} = \text{Tr}(U_{322}J_3U_{33}^T)$$

$$h_{323} = \text{Tr}(U_{323}J_3U_{33}^T)$$

$$h_{333} = \text{Tr}(U_{333}J_3U_{33}^T)$$

$$H_{1,v} = \begin{bmatrix} h_{111} & h_{112} & h_{113} \\ h_{112} & h_{122} & h_{123} \\ h_{113} & h_{123} & h_{133} \end{bmatrix}$$

$$H_{2,v} = \begin{bmatrix} h_{211} & h_{212} & h_{213} \\ h_{212} & h_{222} & h_{223} \\ h_{213} & h_{223} & h_{233} \end{bmatrix}$$

$$H_{3,v} = \begin{bmatrix} h_{311} & h_{312} & h_{313} \\ h_{312} & h_{322} & h_{323} \\ h_{313} & h_{323} & h_{333} \end{bmatrix}$$

$$h_1 = \dot{\theta}^T \cdot H_{1,v} \cdot \dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{111} & h_{112} & h_{113} \\ h_{112} & h_{122} & h_{123} \\ h_{113} & h_{123} & h_{133} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

$$h_2 = \dot{\theta}^T \cdot H_{2,v} \cdot \dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{211} & h_{212} & h_{213} \\ h_{212} & h_{222} & h_{223} \\ h_{213} & h_{223} & h_{233} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

$$h_3 = \dot{\theta}^T \cdot H_{3,v} \cdot \dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{311} & h_{312} & h_{313} \\ h_{312} & h_{322} & h_{323} \\ h_{313} & h_{323} & h_{333} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

$$h_1 = h_{111} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_1 + h_{122} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2 + h_{133} \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 + 2h_{112} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2h_{113} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 + 2h_{123} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3$$

$$h_2 = h_{211} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_1 + h_{222} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2 + h_{233} \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 + 2h_{212} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2h_{213} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 + 2h_{223} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3$$

$$h_3 = h_{311} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_1 + h_{322} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2 + h_{333} \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 + 2h_{312} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2h_{313} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 + 2h_{323} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3$$

$$h(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}$$

$$c_1 = -(m_1 g U_{11} {}^1\bar{r}_1 + m_2 g U_{21} {}^2\bar{r}_2 + m_3 g U_{31} {}^3\bar{r}_3)$$

$$c_2 = -(m_2 g U_{22} {}^2\bar{r}_2 + m_3 g U_{32} {}^3\bar{r}_3)$$

$$c_3 = -(m_3 g U_{33} {}^3\bar{r}_3)$$

$$g = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad {}^1\bar{r}_1 = \begin{bmatrix} -l_1/2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^2\bar{r}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_2/2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^3\bar{r}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_3/2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$c(\theta) = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

(3.22) nolu denklem yukarıda oluşturulan formülasyonlara göre yeniden düzenlenebilir :

$$\tau(t) = D(\theta)\ddot{\theta}(t) + h(\theta, \dot{\theta}) + c(\theta)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

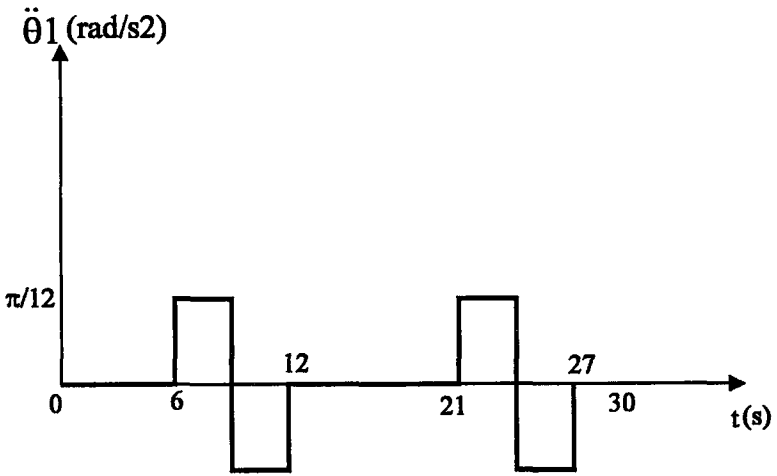
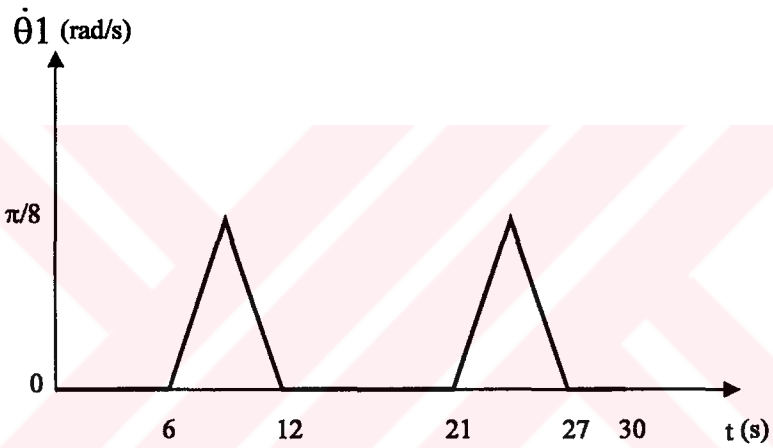
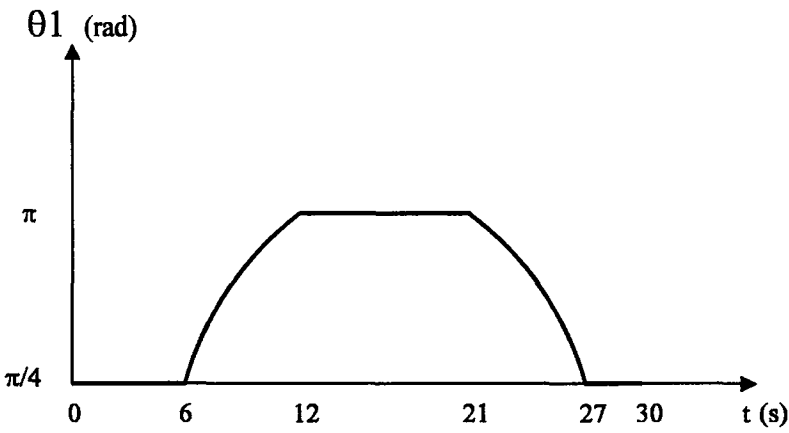
Bu formülasyonların elde edilmesinden sonra Pascal dili ile kodlanan bir program yardımı ile her bir ekleme etki eden torklar değişik konfigürasyonlar için hesaplanmıştır. Değişik hız değerleri için bu program sonucunda elde edilen ivme ve tork değerleri ekler bölümünde verilmiştir.

3.3 Manipülâtörün Hareketinin Planlanılarak Hız Ve İvme Profillerinin Çıkarılması

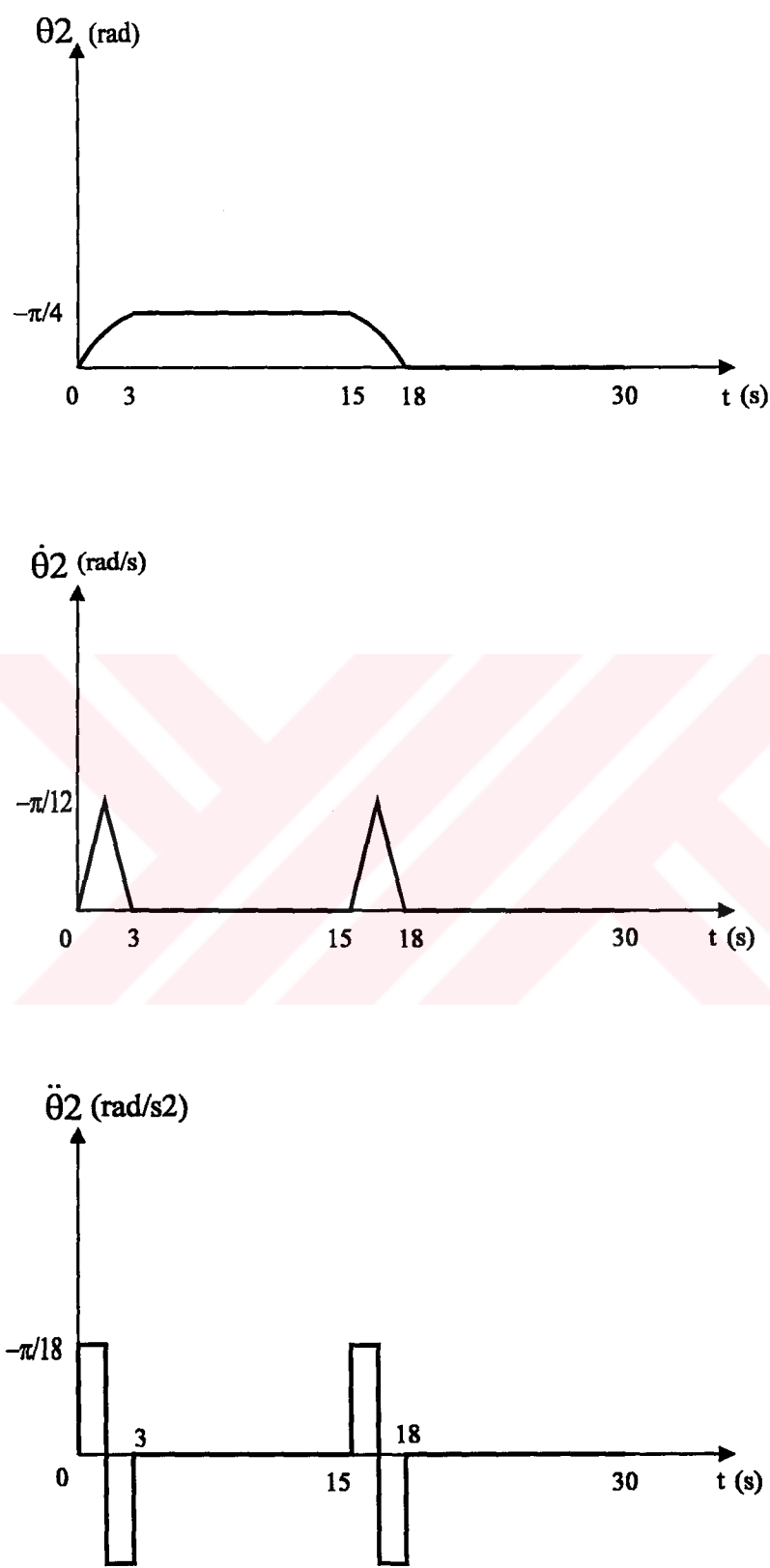
Tasarlanan manipülâtöre ait hareket denklemleri elde edildikten sonra , manipülâtörün hareketine başlayacağı bir konum seçilmiştir. Bu başlangıç konumunda manipülâtörün birinci eklemine ait θ_1 açısının 45° , ikinci ve üçüncü eklemine ait θ_2 ve

θ_3 açılarının ise 0° olacağı kabul edilmiştir .Toplam hareket için , yani manipülatörün başlangıç konumundan diski alıp diskçalara bırakması ve tekrar başlangıç konumuna dönmesi için geçecek sürenin 30 saniye olması planlanmıştır. İlk olarak manipülatör diski almak üzere $\theta_1=45^\circ$, $\theta_2= - 45^\circ$, $\theta_3=0^\circ$ konumuna geçecektir. Manipülatörün diski alma konumuna geçişi sırasında sadece ikinci eklem 45° dönmektedir ve bu hareketini 3 saniye içinde tamamlamaktadır. Diskin kavranması için geçen ikinci 3 saniyelik zamandan sonra bu kez manipülatör diski bırakmak üzere $\theta_1=180^\circ$, $\theta_2= 0^\circ$, $\theta_3=90^\circ$ konumuna geçecektir. Bu konuma ulaşmak için de önce 6 saniyelik bir zaman diliminde ikinci eklem 135° dönecek , sonraki 3 saniye içinde üçüncü eklem 90° dönecek ve son olarak da ikinci eklem 3 saniyede 45° dönecektir. Diskin bırakılması için geçen 3 saniyelik bir zamandan sonra manipülatör birinci eklem açısı 6 saniyede 135° ve üçüncü eklem açısı da 3 saniyede 90° dönerek manipülatör tekrar başlangıç konumuna geçecektir.

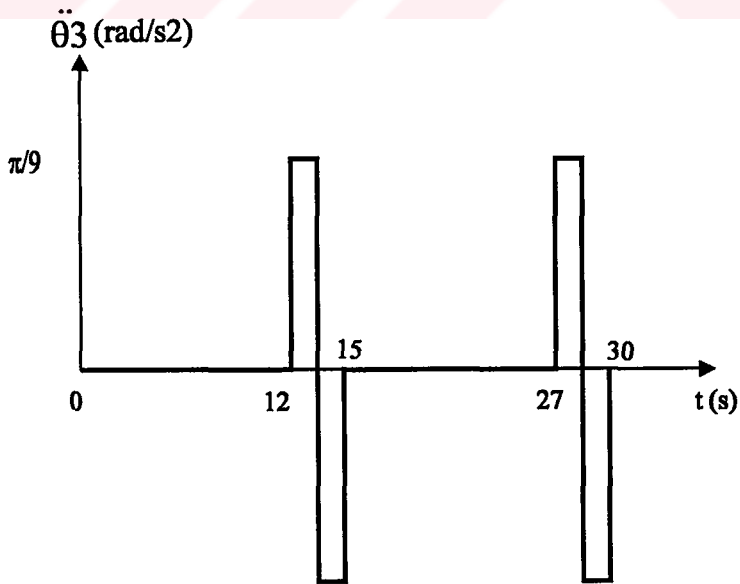
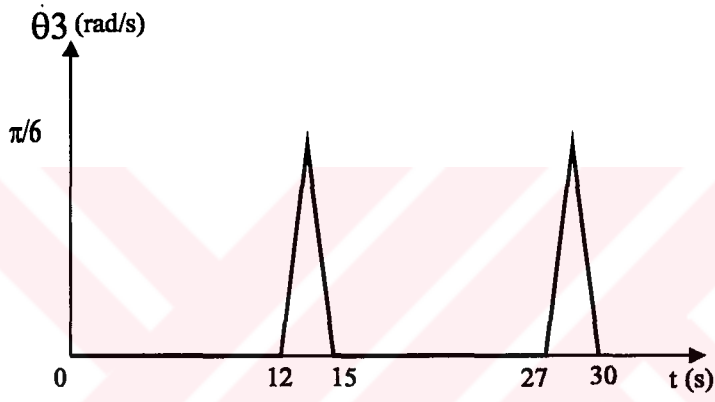
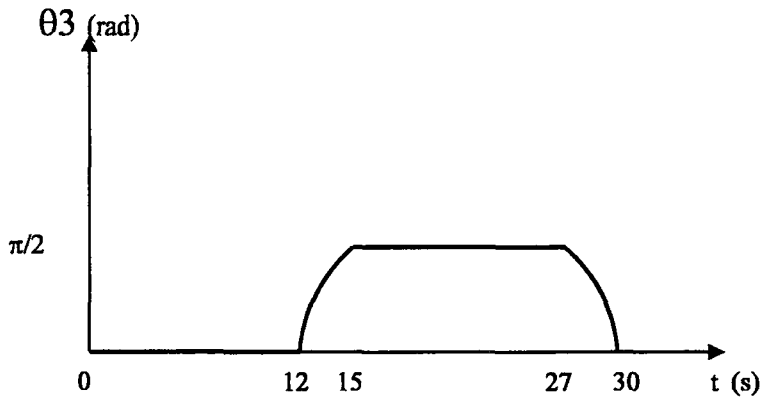
Hareketin bu şekilde planlanmasından sonra eklemlerin her bir dönme hareketini sabit bir ivme ile önce hızlanıp daha sonra aynı ivme ile yavaşlayarak tamamlaması düşünülerek hız ve ivme profilleri çıkarılmıştır. Buna göre birinci , ikinci ve üçüncü ekleme ait çıkarılan yol , hız ve ivme profilleri sırasıyla Şekil 3.1 , Şekil 3.2 ve Şekil 3.3 de gösterilmiştir.



Şekil 3.1



Şekil 3.2



Şekil 3.3

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada robotik konusunda elde edilen teorik bilgilerin belirli bir fonksiyonu yerine getirecek üç serbestlikli bir manipülatörün tasarımında uygulanması hedeflenmiştir. Pratik bilgiler ışığında robotun öntasarımı yapılmıştır. Kinematik çözümlerin çıkarılmasından sonra mekanik aksamın gerçekleştirilmesinde kullanılacak malzeme türü ve manipülatörlerin boyutları da gözönüne alınarak her uzvun atalet momenti, ağırlık merkezi ve ağırlığı hesaplanarak dinamik modeldeki yerlerine konulmuştur. Robotun hareketine ait dinamik denklemlerin elde edilmesinde Langrange-Euler yönteminden yararlanılmıştır. Her ekleme ait hız profilleri belirlenmiş ve buna göre maksimum hız , ivme ve torklar elde edilerek eklemlerde kullanılacak step motorların seçimi yapılmıştır. Motorların seçimi sonucunda özellikle tabandaki motorun yüksek akım çektiği ve dolayısıyla yüksek güçlü bir trafoya ihtiyaç gösterdiği görülmüştür. Ancak bu durum birazda robotun boyutları ile ilgilidir.

Kinematik çözümlerin bulunması, dinamik denklemlerin elde edilerek eklemlerdeki torkların hesabı, robotun çalışma alanının belirlenmesi ve yol, hız, ivme profillerinin çıkarılması için dört ayrı program pascal programlama dili ile yazılmıştır. Ayrıca Autocad R12 programında robotu oluşturan parçaların tümü ölçekli olarak çizilerek 3D Studio programı yardımı ile hareketin animasyonu yapılmıştır.

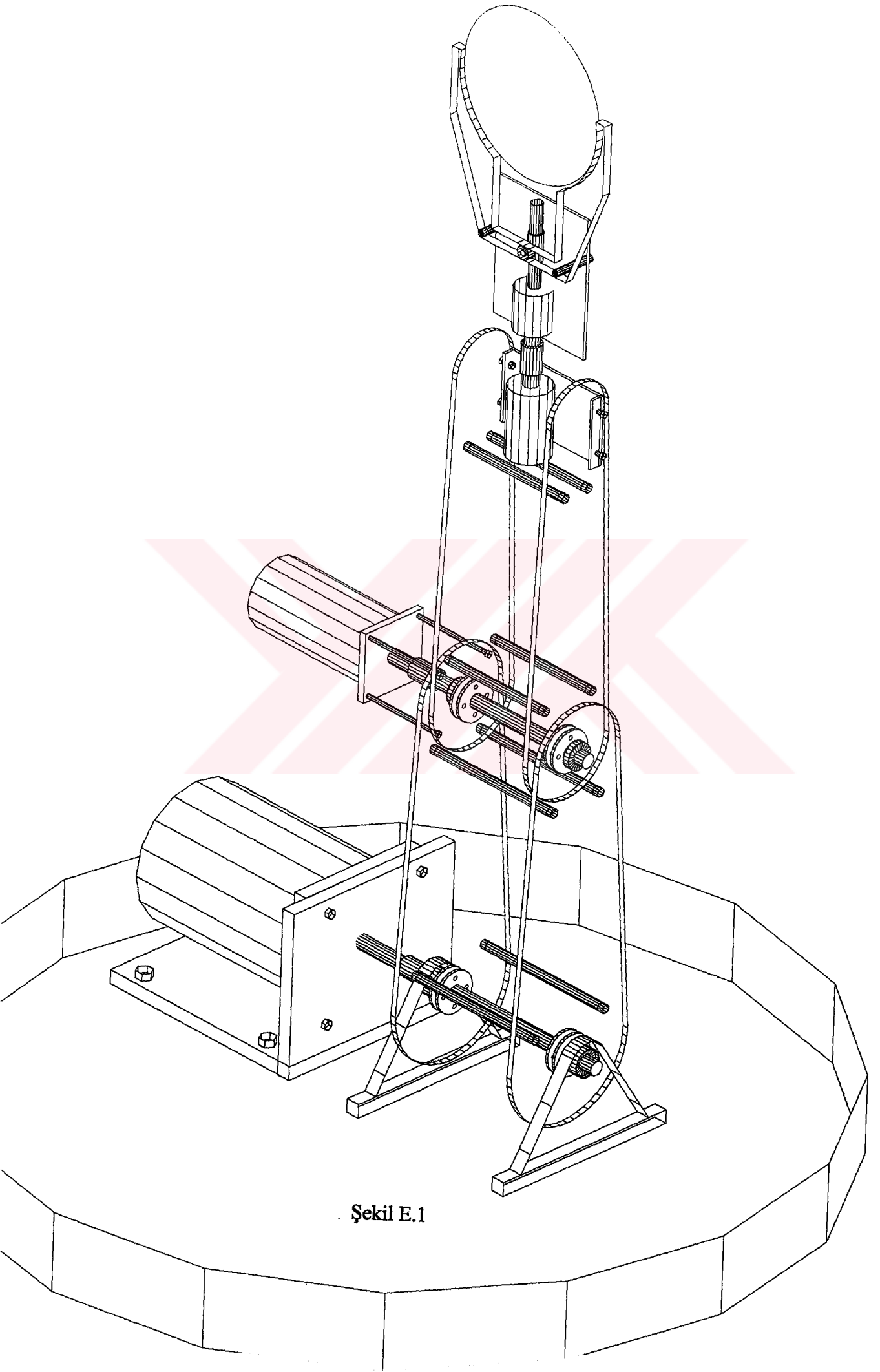
KAYNAKLAR

- 1- Asada H. and Slotine J.J.E. , 1986 . Robot analysis and control . John Willey and Sons.
- 2- Beer F.P. , Johnston E.R. , 1962 . Statics . Mc Graw-Hill , Inc.
- 3- Beer F.P. , Johnston E.R. , 1962 . Vector Mechanics For Engineers : Dynamics. Mc Graw-Hill , Inc.
- 4- Craig John J. , 1986 . Introduction to robotics mechanics and control. Addison-Wesley Publishing Company .
- 5- Fu K.S. , Gonzales R.C. , Lee C.S.G. , 1987 . Robotics : Control , sensing , vision and intelligence . Mc Graw-Hill International Editions.
- 6- Groover Mikell P. , Weiss Mitchell , Nagel Roger N. , Odrey Nicholas G. , 1986 . Industrial robotics technology , programming and applications . Mc Graw-Hill Book Company.
- 7- Paul Richard P. , 1981 . Robot manipulators: mathematics , and control .The MIT Press.
- 8- Spong Mark W. , Vidyasagar M. , 1989 . Robot dynamics and control . John Wiley and Sons.

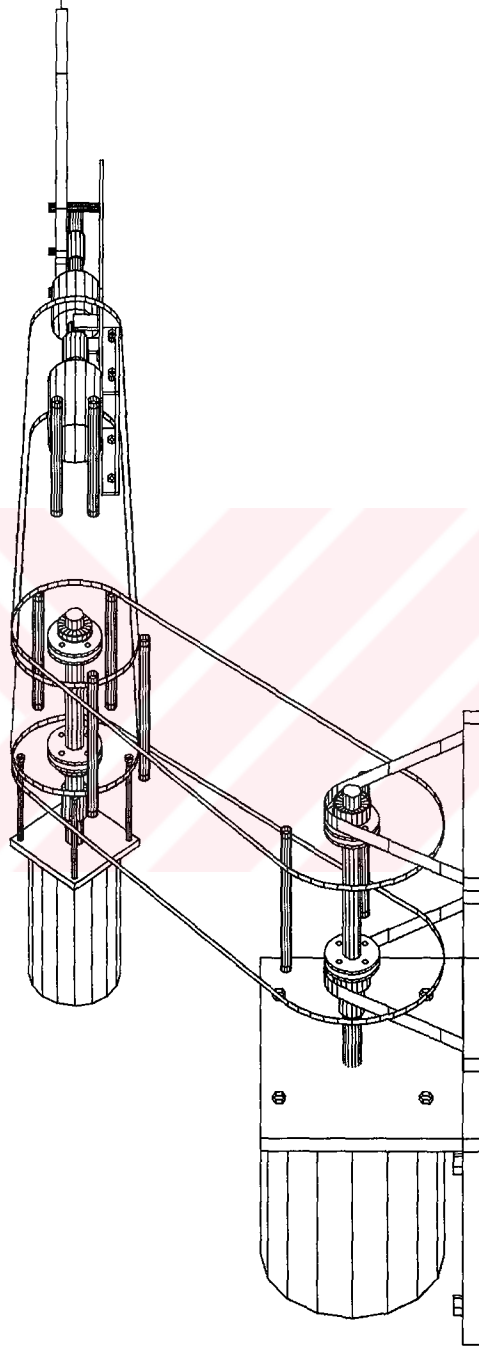
EKLER

Bu bölümde tasarlanan robotun teknik resimlerinin çeşitli açılardan görünüşü ve roboto ait çalışma alanının çıkarılmasında, ters - düz kinematik çözümlerin bulunmasında, dinamik modelin oluşturulmasında kullanılan Pascal diliyle kodlanmış programlar verilmiştir.

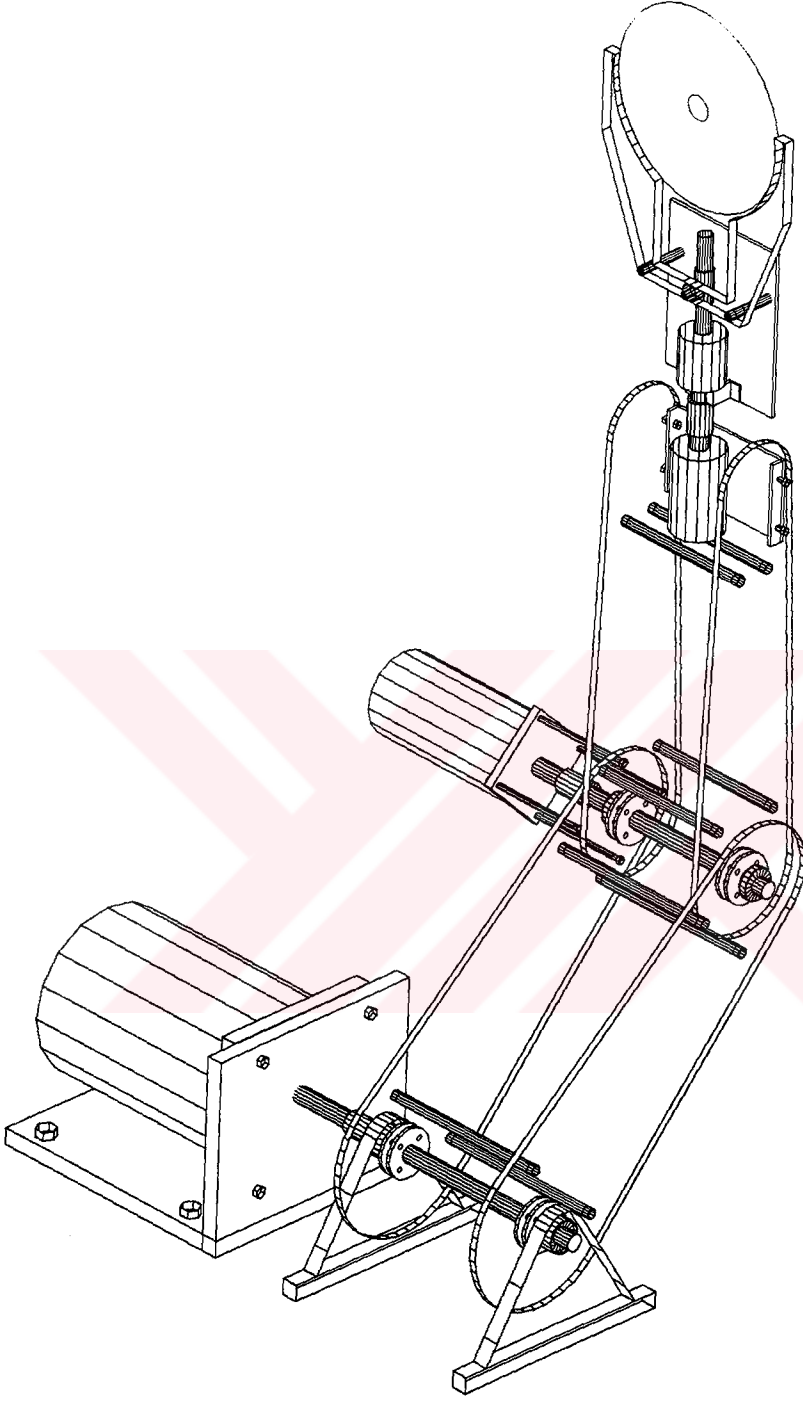




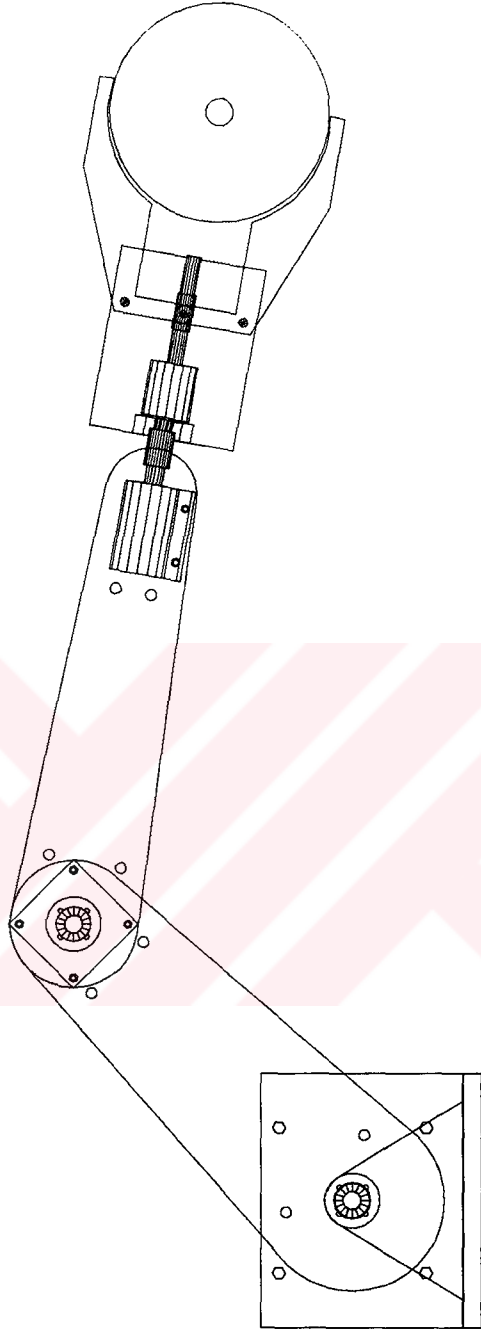
Şekil E.1



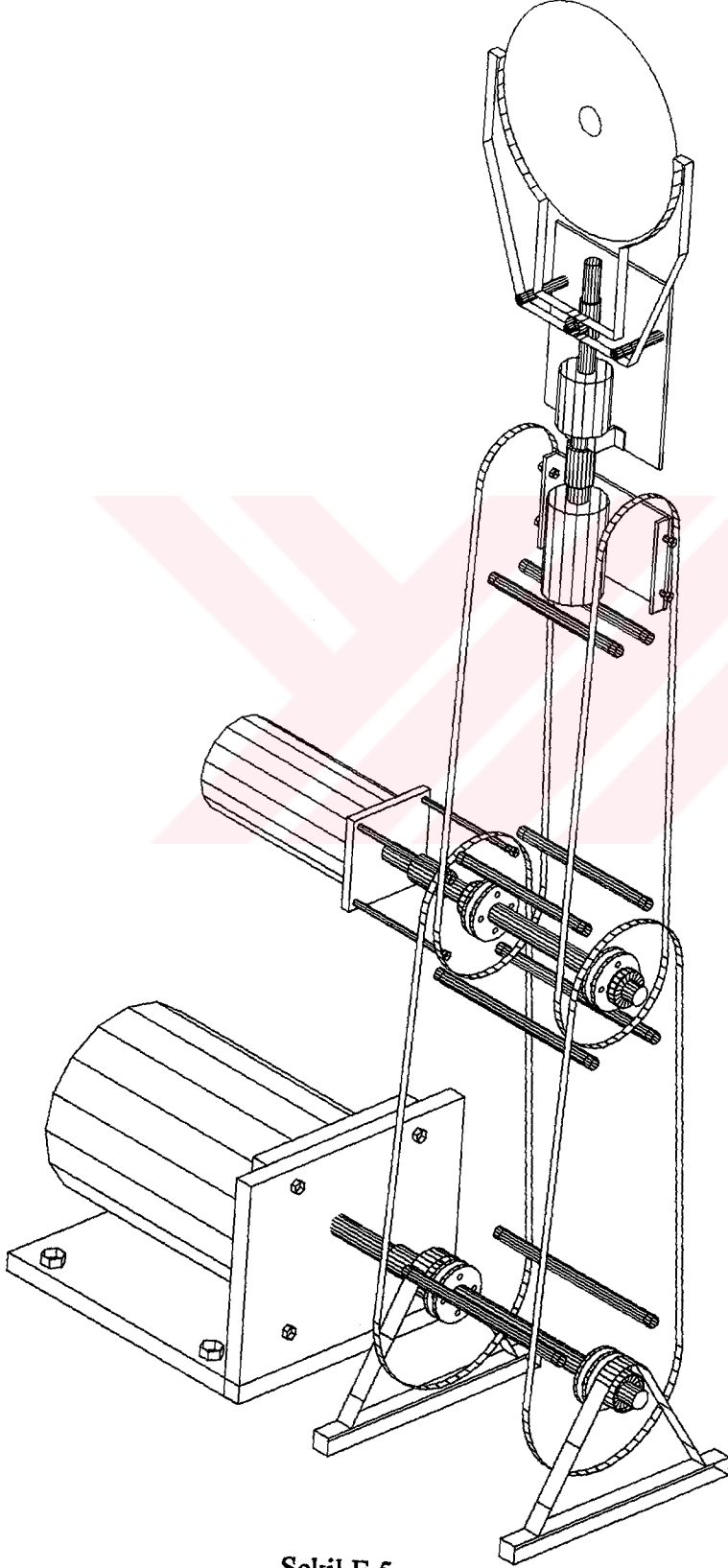
Şekil E.2



Şekil E.3



Şekil E.4



Şekil E.5

```
{ Calsma Alannn Belirlenmesi}
```

```
uses  
  Crt, Graph;
```

```
var  
  Gd, Gm : Integer;  
  Color  : Word;  
  
  l1,l2,l3,teta1,teta2,t12:real;  
  i,j,xpp,ypp:integer;  
  
  Procedure duzkin2;  
  begin  
    Gd := Detect; InitGraph(Gd, Gm, 'c:\tp\bgi');  
    if GraphResult <> grOk then Halt(1);  
    l1:=30;  
    l2:=30;  
    l3:=12.5;  
    for i:=45 to 180 do begin  
      for j:=-45 to 0 do begin  
        teta1:=i*pi/180;  
        teta2:=j*pi/180;  
        t12:=teta1+teta2;  
        xpp:=round(l1*cos(teta1)+l2*cos(t12)+l3*cos(t12))+25  
        ypp:=round(l1*sin(teta1)+l2*sin(t12)+l3*sin(t12))+21  
        putpixel(xpp,ypp,cyan);  
      end;  
    end;  
    readln;  
    closegraph;  
  end;  
  begin  
    duzkin2;  
  end.
```

TEKNOLOJİ KURUMU
EĞİTİM VE ARAŞTIRMA
MERKEZİ

```
{ Dinamik Modelin Olusturulmasi ile ilgili Program }
```

```
uses graph,crt;
```

```
Type
```

```
matr=array [1..4,1..4] of real;  
matr2=array [1..4,1..1] of real;  
matr3=array [1..1,1..4] of real;
```

```
Const
```

```
l1=0.3; l2=0.3; l3=0.125;  
m1=0.7; m2=0.6; m3=0.15;  
gg=9.81;  
g:matr3 =((0,-gg,0,0));  
r11:matr2 =((-l1/2),(0),(0),(1));  
r22:matr2 =((0),(0),(-l2/2),(1));  
r33:matr2 =((0),(0),(-l3/2),(1));  
q1bas=90; { teta1 acisinin baslangc degeri }  
q1al=45; { teta1 acisinin diskin alinisi srasindaki degeri }  
q1bir=180; { teta1 acisinin diskin birakilisi srasindaki  
degeri }  
q2bas=-90;  
q2al=-45;  
q2bir=0;  
{baslangic , diski alma ve birama sirasinda elin koordinatlari  
kinematik cozumden geliyor}  
xbas=45;  
xal=66.213203435;  
xbir=-75;  
ybas=30;  
yal=21.213203436;  
ybir=0;
```

```
Var
```

```
dosya1,dosya2,dosya3:file of real;  
SD:REAL;  
u11,u21,u22,u31,u32,u33,a1,a2: matr;  
dd:array [1..3,1..3] of real;  
u11t,u21t,u22t,u31t,u32t,u33t: matr;  
u111,u211,u221,u222,u212,u311,u312,u313,u321,u322,u323,u331,  
u332,u333:matr;  
j1,j2,j3: matr;  
aa1,gg1:matr3;  
h111,h112,h113,h122,h123,h133,h211,h212,h213,h222,h223,  
h233,h311,h312,h313,h322,h323,h333:real;  
h,c:array [1..3] of real;  
teta1,teta2,teta3,q1,q2,q3,ss,ca,tt:real;  
s1,s2,s3,s12,c1,c2,c3,c12:real;  
d1,d2,d3:real;  
i,j,k,ii,jj,kk,xx,yy:integer;  
x,y,z:array[1..3] of real;  
delta,qq,w,a,t,tork:array[1..3] of real;  
w11,w22,w33,w12,w13,w23:real;
```

```
Procedure Matriscar(a:matr;b:matr;var c:matr);
```

```
var
```

```
d,e,f:integer;
```

```
begin
```

```
ss:=0;
```

```
for d:=1 to 4 do begin
```

```
for e:=1 to 4 do begin
```

```
for f:=1 to 4 do begin
```

```
CA:=A[D,F]*B[F,E];
```

```
SS:=SS+CA;
```



```

        end;
    C[D,E] :=SS;
    SS:=0;
    end;
    end;

    end;

    Procedure Matriscar2(a:matr3;b:matr;var c:matr3);
    var
    d,e,f:integer;
    begin
    ss:=0;
    d:=1;

    for e:=1 to 4 do begin
        for f:=1 to 4 do begin
            CA:=A[D,F]*B[F,E];
            SS:=SS+CA;
        end;
    C[D,E] :=SS;
    SS:=0;
    end;
    end;

    Procedure Matriscar3(a:real;b:matr3;var c:matr3);
    var
    d,e:integer;
    begin
    d:=1;
    for e:=1 to 4 do
    C[D,E] :=a*b[d,e];

    end;

    Procedure Matriscar4(a:matr3;b:matr2;var c:real);
    var
    d,e,f:integer;
    begin
    c:=0;
    d:=1;
    for f:=1 to 4 do begin
        CA:=A[d,f]*B[f,d];
        C:=C+CA;
    end;
    end;

    Procedure Transp(m:matr;var mt:matr);
    var
    g,h:integer;
    begin
    for g:=1 to 4 do
    for h:=1 to 4 do
    mt[g,h] :=m[h,g];
    end;

    Procedure Trace(mm:matr;var tmm:real);
    var
    gg:integer;
    begin
    tmm:=0;
    for gg:=1 to 4 do
    tmm:=mm[gg,gg]+tmm;

```

```

end;

Begin
assign(DOSYA1,'robot1.DAT');
rewrite(dosya1);
assign(DOSYA2,'robot2.DAT');
rewrite(dosya2);
assign(DOSYA3,'robot3.DAT');
rewrite(dosya3);

Clrscr;
{her ekleme ait acilardaki degisimlere gore hiz
ve ivmelerin bulunmasi}

for ii:=1 to 15 do begin {1}
tt:=ii/5;

{kolun baslangic pozisyonundan diski alip player'a
birakarak tekrar ayni baslangic pozisyonuna donmesi
toplam 10 birim zaman suruyor burada her birim zaman
araligi tt saniye alinmistir ve hareket toplam
10*tt saniye surmektedir }
t[1]:=2*tt; { birinci uzvun 45% den 180% ye gelmesi
2 birim zaman suruyor }

t[2]:=tt;
t[3]:=tt;
delta[1]:=135; {180-45}
delta[2]:=-45;
delta[3]:=90;
writeln('ac      ','delta      ','hz      ','ivme      ');

for i:=1 to 3 do begin
qq[i]:=delta[i]*pi/180;
w[i]:=qq[i]/t[i]; {radyan/saniye}
a[i]:=w[i]/t[i];
write(qq[i]:5:2,'      ',delta[i]:5,'      ',w[i]:5:2,'      '
,a[i]:5:2);
writeln;
end;
readln;
w11:=sqr(w[1]);
w22:=sqr(w[2]);
w33:=sqr(w[3]);
w12:=w[1]*w[2];
w13:=w[1]*w[3];
w23:=w[2]*w[3];

{ Dinamik Denklemlerdeki Katsaylarn Hesab }
clrscr;
q1:=90;
q2:=-90;
q3:=30;
teta1:=q1*pi/180;
teta2:=q2*pi/180;
teta3:=q3*pi/180;
s1:=sin(teta1);
c1:=cos(teta1);
s12:=sin(teta1+teta2);
c12:=cos(teta1+teta2);
s3:=sin(teta3);
c3:=cos(teta3);
U11[1,1]:=-s1; U11[1,2]:=-c1; U11[1,3]:= 0;

```

```

U11[1,4] := -l1*s1;
U11[2,1] := c1; U11[2,2] := -s1; U11[2,3] := 0;
U11[2,4] := l1*c1;
U11[3,1] := 0; U11[3,2] := 0; U11[3,3] := 0; U11[3,4] := 0;
U11[4,1] := 0; U11[4,2] := 0; U11[4,3] := 0; U11[4,4] := 0;
U21[1,1] := -c12; U21[1,2] := 0; U21[1,3] := -s12;
U21[1,4] := -l2*s12-l1*s1;
U21[2,1] := -s12; U21[2,2] := 0; U21[2,3] := c12;
U21[2,4] := l2*c12-l1*c1;
U21[3,1] := 0; U21[3,2] := 0; U21[3,3] := 0; U21[3,4] := 0;
U21[4,1] := 0; U21[4,2] := 0; U21[4,3] := 0; U21[4,4] := 0;
U22[1,1] := -c12; U22[1,2] := 0; U22[1,3] := -s12;
U22[1,4] := -l2*s12;
U22[2,1] := -s12; U22[2,2] := 0; U22[2,3] := c12;
U22[2,4] := l2*c12;
U22[3,1] := 0; U22[3,2] := 0; U22[3,3] := 0; U22[3,4] := 0;
U22[4,1] := 0; U22[4,2] := 0; U22[4,3] := 0; U22[4,4] := 0;
U31[1,1] := -c12*c3; U31[1,2] := c12*s3; U31[1,3] := -s12;
U31[1,4] := -l1*s1-(l2+l3)*s12;
U31[2,1] := -s12*c3; U31[2,2] := s12*s3; U31[2,3] := c12;
U31[2,4] := l1*c1+(l2+l3)*c12;
U31[3,1] := 0; U31[3,2] := 0; U31[3,3] := 0; U31[3,4] := 0;
U31[4,1] := 0; U31[4,2] := 0; U31[4,3] := 0; U31[4,4] := 0;
U32[1,1] := -c12*c3; U32[1,2] := c12*s3; U32[1,3] := -s12;
U32[1,4] := -(l2+l3)*s12;
U32[2,1] := -s12*c3; U32[2,2] := s12*s3; U32[2,3] := c12;
U32[2,4] := (l2+l3)*c12;
U32[3,1] := 0; U32[3,2] := 0; U32[3,3] := 0; U32[3,4] := 0;
U32[4,1] := 0; U32[4,2] := 0; U32[4,3] := 0; U32[4,4] := 0;
U33[1,1] := s12*s3; U33[1,2] := s12*c3; U33[1,3] := 0;
U33[1,4] := 0;
U33[2,1] := -c12*s3; U33[2,2] := -c12*c3; U33[2,3] := 0;
U33[2,4] := 0;
U33[3,1] := c3; U33[3,2] := -s3; U33[3,3] := 0; U33[3,4] := 0;
U33[4,1] := 0; U33[4,2] := 0; U33[4,3] := 0; U33[4,4] := 0;
J1[1,1] := m1*sqr(l1)/3; J1[1,2] := 0; J1[1,3] := 0;
J1[1,4] := -m1*l1/2;
J1[2,1] := 0; J1[2,2] := 0; J1[2,3] := 0; J1[2,4] := 0;
J1[3,1] := 0; J1[3,2] := 0; J1[3,3] := 0; J1[3,4] := 0;
J1[4,1] := -m1*l1/2; J1[4,2] := 0; J1[4,3] := 0; J1[4,4] := m1;
J2[1,1] := m2*sqr(l2)/3; J2[1,2] := 0; J2[1,3] := 0;
J2[1,4] := -m2*l2/2;
J2[2,1] := 0; J2[2,2] := 0; J2[2,3] := 0; J2[2,4] := 0;
J2[3,1] := 0; J2[3,2] := 0; J2[3,3] := 0; J2[3,4] := 0;
J2[4,1] := -m2*l2/2; J2[4,2] := 0; J2[4,3] := 0; J2[4,4] := m2;
J3[1,1] := m3*sqr(l1)/3; J3[1,2] := 0; J3[1,3] := 0;
J3[1,4] := -m3*l3/2;
J3[2,1] := 0; J3[2,2] := 0; J3[2,3] := 0; J3[2,4] := 0;
J3[3,1] := 0; J3[3,2] := 0; J3[3,3] := 0; J3[3,4] := 0;
J3[4,1] := -m3*l3/2; J3[4,2] := 0; J3[4,3] := 0;
J3[4,4] := m3;

```

{ D matrisinin bulunmas }

```

matriscar(u11,j1,a1);
transp(u11,u11t);
matriscar(a1,u11t,a2);
trace(a2,d1);
matriscar(u21,j2,a1);
transp(u21,u21t);
matriscar(a1,u21t,a2);
trace(a2,d2);
matriscar(u31,j3,a1);
transp(u31,u31t);

```

```

matriscar(a1,u31t,a2);
trace(a2,d3);
dd[1,1]:=d1+d2+d3;

matriscar(u22,j2,a1);
transp(u21,u21t);
matriscar(a1,u21t,a2);
trace(a2,d1);
matriscar(u32,j3,a1);
{transp(u31,u31t);}
matriscar(a1,u31t,a2);
trace(a2,d2);
dd[1,2]:=d1+d2;
dd[2,1]:=dd[1,2];
matriscar(u22,j2,a1);
transp(u22,u22t);
matriscar(a1,u22t,a2);
trace(a2,d1);
matriscar(u32,j3,a1);
transp(u32,u32t);
matriscar(a1,u32t,a2);
trace(a2,d2);
dd[2,2]:=d1+d2;
matriscar(u33,j3,a1);
{transp(u31,u31t);}
matriscar(a1,u31t,a2);
trace(a2,d1);
dd[1,3]:=d1;
dd[3,1]:=dd[1,3];

matriscar(u33,j3,a1);
{transp(u32,u32t);}
matriscar(a1,u32t,a2);
trace(a2,d1);
dd[2,3]:=d1;
dd[3,2]:=dd[2,3];

matriscar(u33,j3,a1);
transp(u33,u33t);
matriscar(a1,u33t,a2);
trace(a2,d1);
dd[3,3]:=d1;

writeln('D MATRISI');
writeln;
for i:=1 to 3 do begin
for j:=1 to 3 do begin
write(DD[i,j]:4,' ');
end;
writeln;
end;
readln;

{ h matrisinin bulunmas }

U111[1,1]:=-c1; U111[1,2]:=s1; U111[1,3]:= 0;
U111[1,4]:= -l1*c1;
U111[2,1]:=-s1; U111[2,2]:=-c1; U111[2,3]:= 0;
U111[2,4]:=-l1*s1;
U111[3,1]:=0; U111[3,2]:=0; U111[3,3]:= 0;
U111[3,4]:=0;
U111[4,1]:=0; U111[4,2]:=0; U111[4,3]:= 0;
U111[4,4]:=0;
U211[1,1]:=-c12; U211[1,2]:=0; U211[1,3]:=-s12;

```

```

U211[1,4]:=-l2*c12-l1*c1;
U211[2,1]:=-c12; U211[2,2]:=0; U211[2,3]:=-s12;
U211[2,4]:=-l2*s12+l1*s1;
U211[3,1]:=0; U211[3,2]:=0; U211[3,3]:= 0;
U211[3,4]:=0;
U211[4,1]:=0; U211[4,2]:=0; U211[4,3]:= 0;
U211[4,4]:=0;
U221[1,1]:=c12; U221[1,2]:=0; U221[1,3]:=-c12;
U221[1,4]:=-l2*c12;
U221[2,1]:=-c12; U221[2,2]:=0; U221[2,3]:=-s12;
U221[2,4]:=-l2*s12;
U221[3,1]:=0; U221[3,2]:=0; U221[3,3]:= 0; U221[3,4]:=0;
U221[4,1]:=0; U221[4,2]:=0; U221[4,3]:= 0; U221[4,4]:=0;
for i:=1 to 4 do
for j:=1 to 4 do begin
U222[i,j]:=U221[i,j];
U212[i,j]:=U221[i,j];
end;
U311[1,1]:=s12*c3; U311[1,2]:=-s12*s3; U311[1,3]:=-c12;
U311[1,4]:=-l1*c1-(l2+l3)*c12;
U311[2,1]:=-c12*c3; U311[2,2]:=c12*s3; U311[2,3]:=-s12;
U311[2,4]:=-l1*s1-(l2+l3)*s12;
U311[3,1]:=0; U311[3,2]:=0; U311[3,3]:= 0; U311[3,4]:=0;
U311[4,1]:=0; U311[4,2]:=0; U311[4,3]:= 0; U311[4,4]:=0;
U312[1,1]:=s12*c3; U312[1,2]:=-s12*s3; U312[1,3]:=-c12;
U312[1,4]:=-(l2+l3)*c12;
U312[2,1]:=-c12*c3; U312[2,2]:=c12*s3; U312[2,3]:=-s12;
U312[2,4]:=-(l2+l3)*s12;
U312[3,1]:=0; U312[3,2]:=0; U312[3,3]:= 0; U312[3,4]:=0;
U312[4,1]:=0; U312[4,2]:=0; U312[4,3]:= 0; U312[4,4]:=0;
for i:=1 to 4 do
for j:=1 to 4 do begin
U321[i,j]:=U312[i,j];
U322[i,j]:=U312[i,j];
end;
U313[1,1]:=c12*s3; U313[1,2]:=c12*c3; U313[1,3]:=0;
U313[1,4]:=0;
U313[2,1]:=s12*s3; U313[2,2]:=s12*c3; U313[2,3]:=0;
U313[2,4]:=0;
U313[3,1]:=0; U313[3,2]:=0; U313[3,3]:= 0; U313[3,4]:=0;
U313[4,1]:=0; U313[4,2]:=0; U313[4,3]:= 0; U313[4,4]:=0;
for i:=1 to 4 do
for j:=1 to 4 do begin
U323[i,j]:=U313[i,j];
U331[i,j]:=U313[i,j];
U332[i,j]:=U313[i,j];
end;
U333[1,1]:=s12*c3; U333[1,2]:=-s12*s3; U333[1,3]:=0;
U333[1,4]:=0;
U333[2,1]:=-c12*c3; U333[2,2]:=c12*s3; U333[2,3]:=0;
U333[2,4]:=0;
U333[3,1]:=-s3; U333[3,2]:=-c3; U333[3,3]:= 0; U333[3,4]:=0;
U333[4,1]:=0; U331[4,2]:=0; U333[4,3]:= 0; U333[4,4]:=0;

matriscar(u111,j1,a1);
matriscar(a1,u11t,a2);
trace(a2,d1);
matriscar(u211,j1,a1);
matriscar(a1,u21t,a2);
trace(a2,d2);
matriscar(u311,j1,a1);
matriscar(a1,u31t,a2);
trace(a2,d3);
h111:=d1+d2+d3;

```

```
matriscar(u212,j1,a1);
matriscar(a1,u21t,a2);
trace(a2,d1);
matriscar(u312,j1,a1);
matriscar(a1,u31t,a2);
trace(a2,d2);
h112:=d1+d2;
```

```
matriscar(u313,j1,a1);
matriscar(a1,u31t,a2);
trace(a2,h113);
```

```
matriscar(u222,j1,a1);
matriscar(a1,u21t,a2);
trace(a2,d1);
matriscar(u322,j1,a1);
matriscar(a1,u31t,a2);
trace(a2,d2);
h122:=d1+d2;
```

```
matriscar(u323,j1,a1);
matriscar(a1,u31t,a2);
trace(a2,h123);
```

```
matriscar(u333,j1,a1);
matriscar(a1,u31t,a2);
trace(a2,h133);
```

```
matriscar(u211,j2,a1);
matriscar(a1,u22t,a2);
trace(a2,d1);
matriscar(u311,j2,a1);
matriscar(a1,u32t,a2);
trace(a2,d2);
h211:=d1+d2;
```

```
matriscar(u212,j2,a1);
matriscar(a1,u22t,a2);
trace(a2,d1);
matriscar(u312,j2,a1);
matriscar(a1,u32t,a2);
trace(a2,d2);
h212:=d1+d2;
```

```
matriscar(u313,j2,a1);
matriscar(a1,u32t,a2);
trace(a2,h213);
```

```
matriscar(u222,j2,a1);
matriscar(a1,u22t,a2);
trace(a2,d1);
matriscar(u322,j2,a1);
matriscar(a1,u32t,a2);
trace(a2,d2);
h222:=d1+d2;
```

```
matriscar(u323,j1,a1);
matriscar(a1,u32t,a2);
trace(a2,h223);
```

```
matriscar(u333,j2,a1);
matriscar(a1,u32t,a2);
trace(a2,h233);
```

```

matriscar(u311,j3,a1);
matriscar(a1,u33t,a2);
trace(a2,h311);

matriscar(u312,j3,a1);
matriscar(a1,u33t,a2);
trace(a2,h312);

matriscar(u313,j3,a1);
matriscar(a1,u33t,a2);
trace(a2,h313);

matriscar(u322,j3,a1);
matriscar(a1,u33t,a2);
trace(a2,h322);

matriscar(u323,j3,a1);
matriscar(a1,u33t,a2);
trace(a2,h323);

matriscar(u333,j3,a1);
matriscar(a1,u33t,a2);
trace(a2,h333);
{writeln(h111,' ',h112,' ',h113,' ',h122,' ',h123);
writeln(h133,' ',h211,' ',h212,' ',h213,' ',h222);
writeln(h223,' ',h233,' ',h311,' ',h312,' ',h313);
writeln(h322,' ',h323,' ',h333);
readln;
}
writeln('h1= ',h111:4,'.w1.w1+',h122:4,'.w2.w2+',h133:4,
'.w3.w3+',2*h112:4,'.w1.w2+',2*h113:4,'.w1.w3+',
2*123:4,'.w2.w3');
writeln('h2= ',h211:4,'.w1.w1+',h222:4,'.w2.w2+',
h233:4,'.w3.w3+',2*h212:4,'.w1.w2+',2*h213:4,'.w1.w3+',
2*h223:4,'.w2.w3');
writeln('h3= ',h311:4,'.w1.w1+',h322:4,'.w2.w2+',
h333:4,'.w3.w3+',2*h312:4,'.w1.w2+',2*h313:4,'.w1.w3+',
2*h323:4,'.w2.w3');
readln;
writeln('w matrisi');
for i:=1 to 3 do writeln(w[i]);
readln;
writeln;

h[1]:=h111*w11+h122*w22+h133*w33+2*h112*w12+2*h113*w13
+2*h123*w23;
h[2]:=h211*w11+h222*w22+h233*w33+2*h212*w12+2*h213*w13
+2*h223*w23;
h[3]:=h311*w11+h322*w22+h333*w33+2*h312*w12+2*h313*w13
+2*h323*w23;

writeln('h matrisi');
for i:=1 to 3 do writeln(h[i]);
readln;
writeln;

clrscr;

{ c katsayilarinin hesabi }

matriscar3(m1,g,gg1);
matriscar2(gg1,u11,aa1);
matriscar4(aa1,r11,d1);

```

```

matriscar3(m2,g,gg1);
matriscar2(gg1,u21,aa1);
matriscar4(aa1,r22,d2);
matriscar3(m3,g,gg1);
matriscar2(gg1,u31,aa1);
matriscar4(aa1,r33,d3);
{writeln(d1,' ',d2,' ',d3);}
c[1]:=-1*(d1+d2+d3);

```

```

matriscar3(m2,g,gg1);
matriscar2(gg1,u22,aa1);
matriscar4(aa1,r22,d2);
matriscar3(m3,g,gg1);
matriscar2(gg1,u32,aa1);
matriscar4(aa1,r33,d3);
{writeln(d2,' ',d3);}
c[2]:=-1*(d2+d3);

```

```

matriscar3(m3,g,gg1);
matriscar2(gg1,u33);
matriscar4(aa1,r33,d3);
{writeln(d3);}
c[3]:=-1*d3;
writeln('c1=',c[1]);
writeln('c2=',c[2]);
writeln('c3=',c[3]);
writeln;

```

```

tork[1]:=dd[1,1]*a[1]+dd[1,2]*a[2]+dd[1,3]*a[3]+h[1]+c[1];
tork[2]:=dd[2,1]*a[1]+dd[2,2]*a[2]+dd[2,3]*a[3]+h[2]+c[2];
tork[3]:=dd[3,1]*a[1]+dd[3,2]*a[2]+dd[3,3]*a[3]+h[3]+c[3];

```

```

writeln('tork1=',tork[1]);
writeln('tork2=',tork[2]);
writeln('tork3=',tork[3]);
write(dosya1,w[1]);
write(dosya1,a[1]);
write(dosya1,tork[1]);
writeln;
write(dosya2,w[2]);
write(dosya2,a[2]);
write(dosya2,tork[2]);
writeln;
write(dosya3,w[3]);
write(dosya3,a[3]);
write(dosya3,tork[3]);
writeln;

```

```

readln;
end; {1}
close(dosya1);
close(dosya2);
close(dosya3);

```

```

writeln('ss');
readln;
end.

```


Birinci UzuV Icin Cesitli Hizlardaki Tork Degerleri

HIZ	IVME	TORK
5.8904862255E+00	1.4726215564E+01	2.5400812491E+00
2.9452431127E+00	3.6815538909E+00	1.6972593748E+00
1.9634954085E+00	1.6362461737E+00	1.5411812499E+00
1.4726215564E+00	9.2038847273E-01	1.4865539062E+00
1.1780972451E+00	5.8904862255E-01	1.4612692500E+00
9.8174770425E-01	4.0906154344E-01	1.4475343750E+00
8.4149803221E-01	3.0053501150E-01	1.4392526785E+00
7.3631077818E-01	2.3009711818E-01	1.4338775390E+00
6.5449846950E-01	1.8180513042E-01	1.4301923611E+00
5.8904862255E-01	1.4726215564E-01	1.4275563750E+00
5.3549874777E-01	1.2170426086E-01	1.4256060434E+00
4.9087385212E-01	1.0226538586E-01	1.4241226562E+00
4.5311432504E-01	8.7137370200E-02	1.4229682322E+00
4.2074901611E-01	7.5133752876E-02	1.4220522321E+00
3.9269908170E-01	6.5449846950E-02	1.4213132500E+00

Ikinci UzuV Icin Cesitli Hizlardaki Tork Degerleri

HIZ	IVME	TORK
-3.9269908170E+00	-1.9634954085E+01	1.9462275962E+00
-1.9634954085E+00	-4.9087385212E+00	1.5487959615E+00
-1.3089969390E+00	-2.1816615650E+00	1.4751975107E+00
-9.8174770425E-01	-1.2271846303E+00	1.4494380529E+00
-7.8539816340E-01	-7.8539816340E-01	1.4375151038E+00
-6.5449846950E-01	-5.4541539125E-01	1.4310384402E+00
-5.6099868814E-01	-4.0071334867E-01	1.4271332162E+00
-4.9087385212E-01	-3.0679615758E-01	1.4245985757E+00
-4.3633231300E-01	-2.4240684055E-01	1.4228608345E+00
-3.9269908170E-01	-1.9634954085E-01	1.4216178385E+00
-3.5699916518E-01	-1.6227234781E-01	1.4206981619E+00
-3.2724923475E-01	-1.3635384781E-01	1.4199986725E+00
-3.0207621669E-01	-1.1618316027E-01	1.4194543053E+00
-2.8049934407E-01	-1.0017833717E-01	1.4190223666E+00
-2.6179938780E-01	-8.7266462600E-02	1.4186739004E+00

Ucuncu UzuV Icin Cesitli Hizlardaki Tork Degerleri

HIZ	IVME	TORK
7.8539816340E+00	3.9269908170E+01	1.2565393877E-01
3.9269908170E+00	9.8174770425E+00	3.1413484694E-02
2.6179938780E+00	4.3633231300E+00	1.3961548753E-02
1.9634954085E+00	2.4543692606E+00	7.8533711734E-03
1.5707963268E+00	1.5707963268E+00	5.0261575510E-03
1.3089969390E+00	1.0908307825E+00	3.4903871882E-03
1.1219973763E+00	8.0142669734E-01	2.5643660974E-03
9.8174770425E-01	6.1359231515E-01	1.9633427934E-03
8.7266462600E-01	4.8481368111E-01	1.5512831948E-03
7.8539816340E-01	3.9269908170E-01	1.2565393877E-03
7.1399833036E-01	3.2454469562E-01	1.0384623039E-03
6.5449846950E-01	2.7270769562E-01	8.7259679705E-04
6.0415243338E-01	2.3236632053E-01	7.4351443062E-04
5.6099868814E-01	2.0035667434E-01	6.4109152436E-04
5.2359877560E-01	1.7453292520E-01	5.5846195011E-04

```

{ Ters - Duz Kinematik }

uses crt;
type
matr=array [1..4,1..1] of real;
const
p:matr=((0),(0),(0),(1));
l1=30;
l2=30;
l3=15;
l23=45;
aa=2*l1*(l23);

var
xp,yp,zp,teta1,teta2,teta3,bb,q1,q2,q3,ca,ss:real;
s12,c12,s1,c1,s2,c2,s3,c3,sss1,sss2,sss3:real;
i,j,k,ii,jj,kk,tt,pp,ll:integer;
t:array [1..4,1..4] of real;
tet1,tet2:array[1..10] of real;
c:matr;

```

```

procedure matriscar;
begin
ss:=0;
    for i:=1 to 4 do begin
        for j:=1 to 1 do begin
            for k:=1 to 4 do begin
                ca:=T[i,k]*P[k,j];
                ss:=ss+ca;
            end;
            C[i,j]:=ss;
            ss:=0;
        end;
    end;
end;

```

{Ters kinematik cozumle teta acilarinin bulunmasi}

```

Procedure Terskin;
Begin
writeln('cismi tasimak istediginiz noktann koordinatlari');
write('x :');
readln(xp);
write('y :');
readln(yp);
write('z :');
readln(zp);
c2:=(sqr(xp)+sqr(yp)-sqr(l1)-sqr(l23))/aa
;{ teta2 nin cosins }
kk:=0;
for ii:=-360 to 360 do begin
bb:=cos(ii*pi/180);
if abs(bb-c2)<0.00001 then begin
kk:=kk+1;
tet2[kk]:=ii;
end;
end;
writeln;
write('olas teta2 acilari : ');
for tt:=1 to kk do begin
write(tet2[tt]:4,' ');
end;
writeln;

```

```

for tt:=1 to kk do begin
pp:=0;
c2:=cos(tet2[tt]*pi/180);
s2:=sin(tet2[tt]*pi/180);
c1:=((l23*c2+l1)*xp+l23*s2*yp)/(sqr(l1)+sqr(l23)+aa*c2);
for jj:=-360 to 360 do begin
bb:=cos(jj*pi/180);
if abs(bb-c1)<0.00001 then begin
pp:=pp+1;
tet1[pp]:=jj;
end;
end;
if pp>0 then begin
writeln;
write('teta2= ',tet2[tt]:4,' iken olas teta1 degerleri : ');
for ll:=1 to pp do
write(tet1[ll]:4,' ');
end;
end;
readln;
end;

```

```

Procedure Duzkin;
begin
writeln('eklem acilarini giriniz');
write('teta1= ');
readln(q1);
teta1:=q1*pi/180;
write('teta2= ');
readln(q2);
teta2:=q2*pi/180;
write('teta3= ');
readln(q3);
teta3:=q3*pi/180;
s12:=sin(teta1+teta2);
c12:=cos(teta1+teta2);
s1:=sin(teta1);
c1:=cos(teta1);
s3:=sin(teta3);
c3:=cos(teta3);
t[1,1]:=-s12*c3;
t[1,2]:=s12*s3;
t[1,3]:=c12;
t[1,4]:=l1*c1+l23*c12;
t[2,1]:=c12*c3;
t[2,2]:=-c12*s3;
t[2,3]:=s12;
t[2,4]:=l1*s1+l23*s12;
t[3,1]:=s3;
t[3,2]:=c3;
t[3,3]:=0;
t[3,4]:=0;
t[4,1]:=0;
t[4,2]:=0;
t[4,3]:=0;
t[4,4]:=1;
matriscar;
xp:=c[1,1];
yp:=c[2,1];
zp:=c[3,1];
writeln;
writeln('xp=',', ',xp);
writeln('yp=',', ',yp);

```

```
writeln('zp=', ' ', zp);  
readln;  
end;
```

```
Begin  
clrscr;  
duzkin;  
terskin;  
end.
```



ÖZGEÇMİŞ

Sırma Çekirdek 1969 yılında Sarıkamış'da doğdu. İlk öğrenimini İstanbul'da tamamladı. 1986 yılında İstanbul Erenköy Kız Lisesi'nden mezun olduktan sonra aynı yıl Yıldız Teknik Üniversitesi Elektrik Mühendisliği bölümüne girdi. Haziran 1990 tarihinde lisans derecesini aldı. Şubat 1991 tarihinde Yıldız Teknik Üniversitesi Bilgisayar Bilimleri Mühendisliği bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı ve halen aynı görevini sürdürmektedir. Yine aynı yıl Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Bilgisayar Bilimleri Mühendisliği bölümünde yüksek lisans programına başladı.

