YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE 5500 DWT'LUK KİMYASAL TANKERİN EKSU KÜTLELİ SERBEST TİTREŞİM FREKANSLARININ HESAPLANMASI VE REZONANS KONTROLÜ

Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisi Ufuk KÜTEN

FBE Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Anabilim Dalında Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Doç.. Dr. Fahri ÇELİK (YTÜ)
İkinci Tez Danışmanı: Prof. Dr.Abdi KÜKNER (İTÜ)

İSTANBUL, 2011

İÇİNDEKİLER

Sayfa

SİMGE LİSTESİ

$\lvert P \rvert$	Dış kuvvetlerin sütun matrisi
$\lvert K \rvert$	Katılık matrisi
$\lvert U \rvert$	Yer değiştirme sütun matrisi
$\{\sigma\}$	Gerilme
$\{\varepsilon\}$	Şekil değiştirme
E	Elastiklik modülü
$\{f\}$	Kütle kuvvetleri
{T}	Yüzey kuvvetleri
[D]	Elastisite matrisi
r,s	Doğal koordinatlar
[D]	Elastisite matrisi
q_x	Deplasman bileşeni
m	Kütle matrisi
c	Sönüm matrisi

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

ÖNSÖZ

Bu tez çalışması sonlu elemanlar modeli Ansys paket programında hazırlanan 5500 DWT'luk kimyasal tankerin eksu kütleli titreşim analiz sonuçları neticesinde elde edilen kritik devir sayılarının saptanmasını kapsamaktadır.

Tez çalışmalarım süresince tez konumun saptanması ve gerçekleşmesinde yardımlarını ve hoşgörüsünü eksik etmeyen; tezimin bu aşamaya gelmesini sağlayan tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Abdi KÜKNER'e, yapıcı eleştirileri ve fikirleriyle beni yönlendiren Sayın Doç. Dr. Fahri ÇELİK'e çok teşekkür ederim.

Çalışmam süresince bana karşı desteklerini esirgemeyen FİGES Mühendislik çalışanlarına ve yetkililerine teşekkür ederim.

Ayrıca, tez çalışmalarımın başlangıcından itibaren manevi desteklerini benden esirgemeyen eşime, anne ve babama teşekkür borçluyum.

ÖZET

Bu proje ile 5500 DWT'luk bir kimyasal yük gemisinin serbest titreşim değerleri sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamalarda geminin sonlu elemanlar modeli hazırlanarak ıslak su kütlesiyle etkileşimi sağlanmıştır. Elde edilen bu değerler ile ek su kütlesiz titreşim değerleri ile karşılaştırılarak suyun sönüm etkisi gösterilmeye çalışılmıştır.

Saptanan eksu kütleli serbest titreşim değerleriyle ana makine, şaft ve pervane frekansları karşılaştırılarak geminin rezonansa sebep olacak kritik devir sayıları hesaplanmıştır.

Hesaplamalar sonucunda 90 d/d, 165 d/d, 210 d/d, 320 d/d, 410 d/d, 530 d/d ve 650 d/d gemi için kritik devir sayıları olarak saptanmıştır.

Anahtar Sözcükler: Kimyasal tankerde titreşim, rezonans kontrolü, sonlu elemanlar yöntemi, ansys, eksu kütleli modal analiz.

ABSTRACT

With this project, free vibration values of a 5,500 DWT chemical cargo ship are calculated using finite element method. In these calculations the finite element model of the ship has been prepared with wet water mass interaction. Vibration damping effect of water is studied comparing these values with the results without the added mass.

The critical revolution per minute values of the ship that can cause resonance were determined by comparing calculated free vibration values of added mass with main engine, shaft and propeller frequencies.

As a result of the calculations 90 rpm, 165 rpm, 210 rpm, 320 rpm, 410 rpm, 530 rpm and 650 rpm was found to be critical revolutions per minute for the ship.

Keywords: Chemical tanker vibration, resonance checking, finite element method, Ansys, modal analysis with added mass.

1. GİRİŞ

1.1 Amaç ve Kapsam

Günümüzde birçok mühendislik problemlerinin çözümlenmesi sayısal yöntemler kullanılarak yapılmaktadır. Bilgisayar teknolojisinin gelişimi ve onunla beraber her geçen gün ilerleme kaydeden paket programlar kullanılarak karşımıza çıkarabilecek problemlerin önceden tayini ve daha tutarlı ve güvenilir hesaplamaların yapılması mümkün olmuştur. Bu kolaylık sayesinde birçok yöntem geliştirilmiş fakat sonlu elemanlar yöntemi modellemede sağladığı esneklikler ve yazılım yönteminin uygulanmasında sağladığı kolaylıklar nedeniyle tercih edilmektedir.

Sonlu elemanlar yönteminin uygulanması birçok paket program vasıtasıyla yapılmaktadır. Bunların içinde en çok kullanılan ise Ansys paket programıdır. Bu tez çalışmasında yapılan sonlu elemanlar hesaplamalarında Ansys kullanılmıştır.

Bu proje ile bir kimyasal yük gemisinin belirlenen draftta serbest titreşim değerleri sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak saptanmıştır. Saptanan bu değerler ana makine, şaft ve pervane frekansları ile karşılaştırılarak geminin rezonansa sebep olacak kritik devir sayıları hesaplanmıştır.

2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Sonlu elemanlar yöntemi ilk olarak yapı analizinde kullanılmaya başlandı. İlk çalışmalar Hrennikoff (1941) ve Mc Henry (1943) tarafından geliştirilen yarı analitik analiz yöntemleridir. Argyis ve Kelsey (1960) virtüel iş prensibini kullanarak bir direkt yaklaşım yöntemi geliştirmiştir. Turner ve diğerleri (1956) bir üçgen eleman için rijidlik matrisini oluşturmuştur. "Sonlu Elemanlar" terimi ilk defa Clough (1960) tarafından çalışmasında telafuz edilmiştir. Metodun üç- boyutlu problemlere uygulanması iki-boyutlu teoriden sonra kolayca gerçeklenmiştir (Argyis, 1964).

İlk gerçek kabuk elemanlar eksenel simetrik elemanlar olup (Grafton ve Strome ,1963)), bunları silindirik ve diğer kabuk elemanları izlemiştir (Gallagher, 1969).

Araştırıcılar 1960'lı yılların başlarında non-lineer problemlerle ilgilenmeye başladılar. Sonlu elemanlar yöntemiyle stabilite analizi ise ilk olarak 1965'li yıllarda tartışılmıştır. Sonraki yıllarda statik problemlerin yanı sıra dinamik problemlerde sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmeye başlandı (Zienkiewicz, 1965).

Yapı alanı dışındaki problemlerin sonlu elemanlar yöntemiyle çözümü 1960 'lı yıllarda başlamıştır. Örneğin Zienkiewicz ve Cheung (1965) sonlu elemanlar yöntemi ile Poisson denklemini çözmüştür. Doctors (1970) ise metodu potansiyel akışa uygulamıştır. 1970'li yılların başında Bathe ve Wilson yaptıkları çalışmalarda Rayleigh-Ritz analizlerinin vektörel iterasyon yöntemleri ile kullanılmasını incelemişlerdir (Bathe, 1976).

Genel amaçlı sonlu elemanlar paket programları 1970'li yıllardan itibaren ortaya çıkmaya başlamıştır. 1980'li yılların sonlarına doğru ise artık paket programlar mikro bilgisayarlarda kullanılmaya başlandı. 1990 yıllarının ortaları itibariyla sonlu elemanlar metodu ve uygulamalarıyla ilgili yaklaşık olarak 40.000 makale ve kitap yayınlanmıştır (Ergin, 2000).

Sonlu Elemanlar Yöntemi'nin temel fikri sürekli bir sistemi sonlu sayıda elemana ayırmaktır. Her elemanın davranışı gerilim veya deformasyon fonksiyonları ile belirlenir. Elemanlar birbirlerine düğüm noktalarında bağlıdırlar. Elemanların ve düğüm noktalarının birleşimi sonlu elemanlar ağı olarak tanımlanır.

Problemin çözümünde, iyi tanımlanmış sonlu sayıda eleman kullanarak yeterli bir model elde edilebilir. Böyle problemler sonlu olarak adlandırılır. Bazı problemler matematiksel sonsuz küçük kurgusuyla tanımlanabilir. Bu tanım diferansiyel denklemlere veya sonsuz sayıda eleman kullanımına götürür. Bu sistemler sürekli olarak vasıflandırılır.

Sonlu elemanlar yöntemiyle bu sonsuz sayıdaki bağlantı sonlu bir sayıya indirgenir. Cisim sanki sadece bu noktalardan birbiriyle bağlıymış gibi düşünülür. Sonlu sayıda bu bağlantı noktalan ne kadar çoğaltılırsa bu yöntem ile yapılan çözümdeki hata oranı o kadar küçülür. Diğer taraftan bu sayının çok fazla artması da sayısal çözümlemede büyük zorluk getirir. Bilgisayarlar yardımıyla bu zorluk bir derece giderilmiştir. Sonlu eleman yönteminin önemli bir özelliği, tüm problemi temsil etmek üzere elemanları bir araya koymadan önce, her bir elemanın ayrı formüle edilebilmesidir. Eğer bir gerilme analizi problemi ile uğraşıyorsak her bir elemana etki eden dış kuvvetler ile elemanın düğüm noktalarının, yer değiştirme bağıntıları bulunduğunda tüm sistem çözülmüş olur. Bu şekilde karmaşık bir problem oldukça basit bir probleme dönüşür. Sonlu elemanlar yönteminde eleman özellikleri değişik yollardan formüle edilir.

Düğüm noktalarında toplanmış farz edilen ve sınır gerilmelerin dengeleyen kuvvetler ile düğüm noktalarının yer değiştirmeleri arasında $|P| = |K|.\{U\}$ bağıntısı bulunur. Burada $|P|$ sütun matris olup dış kuvvetlerin tamamını göstermektedir. Bu matris içinde 3 eksendeki kuvvetler ile momentler bulunabilir, $|K|$ sistemin toplam katılık matrisidir. $|U|$ ise 3 eksen yönündeki düğüm yer değiştirmelerini gösteren sütun matristir, $|P|$ kuvvet matrisi ile $|K|$ katılık matrisi biliniyorsa yer değiştirmeler ve daha sonra gerilmeler hesaplanabilir.

2.1 Bir Boyutlu Problemler

Bir boyutlu problemlerde gerilme $\{\sigma\}$, şekil değiştirme $\{\varepsilon\}$, yer değiştirme $\{u\}$ ve yükleme ($\{T\}$ ve $\{f\}$) yalnızca bir boyut değişkenine (x) bağlıdır. Bu durumda ilgili vektörler aşağıdaki şekilde verilebilir,

$$\{u\} = \{u(x)\} \qquad \{\sigma\} = \{\sigma(x)\} \qquad \{\varepsilon\} = \{\varepsilon(x)\} \tag{1}$$

$$\{T\} = \{T(x)\} \qquad \{f\} = \{f(x)\} \tag{2}$$

Gerilme-şekil değiştirme ilişkisi,

$$\sigma = E\varepsilon \tag{3}$$

dir. Yüklemeler genelde kütle (ağırlık) kuvvetleri ($\{f\}$), yüzey kuvvetleri ($\{T\}$) ve tekil yük ($\{P_i\}$) olmak üzere üç şekilde bulunur. Kütle kuvvetleri, tüm hacme dağılmış kuvvetler olup yerçekimi doğrultusunda cisim üzerinde etkir. Yüzey kuvvetleri cismin yüzeyine dağılmış kuvvetler olup birim yüzey alanına düşen kuvvet olarak ele alınır. Bir boyutlu problemlerde yüzey kuvveti birim boya etkiyen kuvvet olarak da tanımlanabilir. Yüzey kuvveti birim alana düşen kuvvet ile kesit alanın çarpımı olarak ele alınır (Topçu, 1998).

2.2 İki Boyutlu Problemler

İki boyutlu sonlu elemanlar da aynen bir boyutlu problemlerde kullanılan adımları takip etmektedir. İki boyutlu problemlerde şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkisi,

$$\{\varepsilon\} = \left[\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{dv}{dy}, \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] \tag{4}$$

olarak verilir. Gerilmeler ve şekil değiştirmeler arasındaki ilişki ise,

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \tag{5}$$

olarak verilir. Burada D elastisite matrisi olup problemin düzlem şekil değiştirme veya düzlem gerilme olmasına göre değişim gösterir.

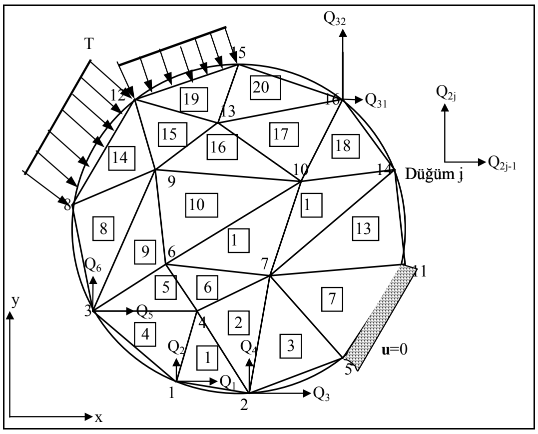
2.2.1 İki ve Üç Boyutlu Elemanlar

Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan iki ve üç boyutlu elemanlar aşağıda verilmektedir.

2.2.1.1 Üçgen Elemanlar

Üçgen elemanlarla modellemeye, çözüm bölgesinin üçgenlere ayrılması ile başlanır. Üçgenlerin köşelerinin birleştiği noktalar düğümleri oluşturmaktadır. Böylece bir üçgen eleman üç düğüm ve üç kenardan meydana gelir. Elemanlar eğriliklere sahip sınırlar dışında bütün bölgeyi kaplamıştır.

Burada göz önüne alınan iki boyutlu problemde her düğüm x ve y yönünde yer değiştirebilir. Bu nedenle, her düğümün iki serbestlik derecesi vardır. Şekilde, düğüm numaraları köşelerde belirtilmiş, eleman numaraları ise; kare içine alınmıştır.

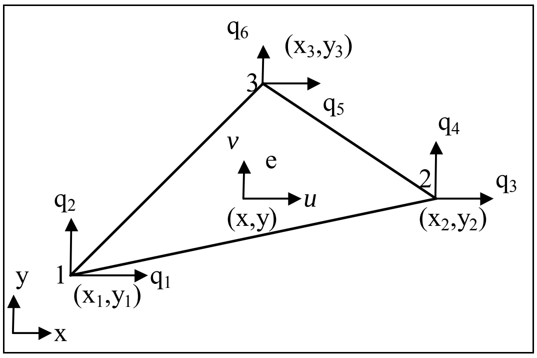


Şekil 2.1 Çözüm bölgesinin üçgen elemanlara ayrılması (Global durum) (Topçu, 1998)

Kafes sisteminde uygulanan numaralandırma yönteminde de görüldüğü gibi j düğümünün yer değiştirme bileşenleri x yönünde Q_{2j-1} ve y yönünde Q_{2j} olarak alınırsa genel yer değiştirme vektörü,

$$\{Q\} = [Q_1,Q_2,Q_3,.......Q_n]^T \tag{6}$$

şeklinde gösterilir. Burada n, toplam serbestlik derecesi sayısıdır. Bilgisayar uygulaması açısından üçgen eleman bilgileri, düğüm noktası koordinatları ve eleman süreklilik bilgileri matrisi şeklinde gösterilebilir. Düğüm noktası koordinatları, toplam düğüm sayısını ve düğümün iki koordinatını gösteren iki boyutlu bir dizi olarak ele alınabilir. Elemanlar arasındaki süreklilik için de eleman numaraları ve her elemanın genel numaralamada sahip olduğu düğümlerin numaralarını gösteren iki boyutlu bir dizi oluşturulabilir.



Şekil 2.2 Üçgen eleman (Lokal durum) (Topçu, 1998)

2.2.1.2 Sabit Şekil Değişimli Üçgen Eleman

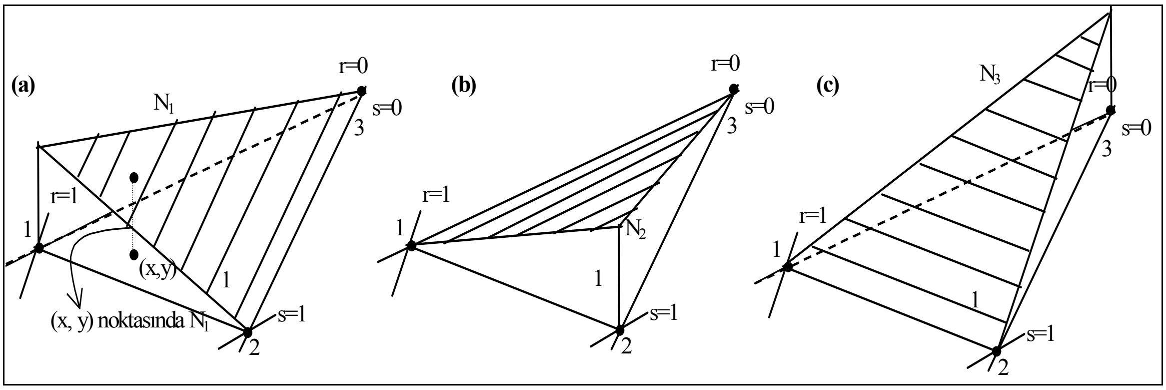
Üçgen elemanda seçilen şekil fonksiyonu eleman içinde şekil değiştirmeyi sabit olacak şekilde modelleme imkânı veriyorsa buna sabit şekil değişimli üçgen eleman denir. Bir eleman içindeki herhangi bir noktanın yer değiştirmeleri, elemanın düğüm noktalarının yer değiştirmelerinden faydalanılarak hesaplanır. Bu da şekil fonksiyonları yardımıyla yapılabilir. Birinci düğümde N_1 şekil fonksiyonunun değeri 1 olup diğer düğümlerde sıfıra doğru lineer olarak azalır. Dolayısıyla N_1 şekil fonksiyonu bir düzlem yüzey belirtir. 2. ve 3. düğümde 1 değeri alarak benzer birer yüzey oluşturan N_2 ve N_3 şekil fonksiyonları da sırasıyla 1-3 ve 1-2 düğümlerinde 0 değerini alır. Bu şekil fonksiyonlarının bütün lineer kombinasyonları da birer düzlem yüzey belirtir. Örneğin, $N_1+N_2+N_3$ şeklindeki bir kombinasyonda düğüm noktalarındaki yüksekliği 1 olan bir yüzey oluşturur ki bu yüzey elemana paraleldir. Bunun sonucu olarak,

$$N_1+N_2+N_3 = 1 \tag{7}$$

yazılabilir. Bunların sadece iki tanesi lineer bağımsızdır. Lineer olarak bağımsız olan şekil fonksiyonları r ve s çiftiyle

$$N_1 = r, \quad N_2 = s, \quad N_3 = 1-r-s \tag{8}$$

olarak bulunur. Burada r ve s doğal koordinatlardır.

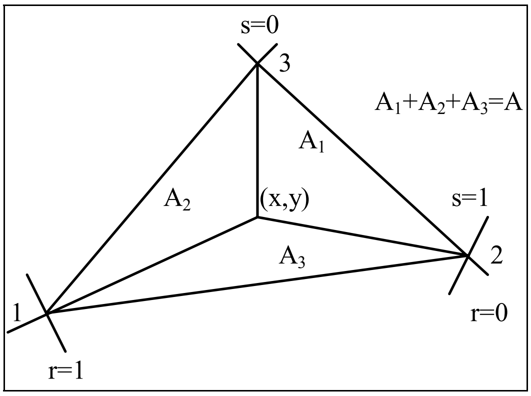


Şekil 2.3 Şekil fonksiyonları (Topçu, 1998)

Şekil fonksiyonları fiziksel olarak alan koordinatları ile gösterilebilir. Şekil 2.4'de gösterildiği gibi üçgen üzerindeki herhangi bir (x,y) noktası üçgeni A_1, A_2 ve A_3 olmak üzere 3 alana böler.

Üçgen içindeki herhangi bir noktada $N_1+N_2+N_3 = 1$ olduğundan, N_1, N_2, N_3 şekil fonksiyonları da bu alan bölmelerine bağlı olarak elde edilebilir. A, elemanın alanı olmak üzere şekil fonksiyonları şu şekilde elde edilir.

$$N_1 = \frac{A_1}{A} \qquad N_2 = \frac{A_2}{A} \qquad N_3 = \frac{A_3}{A} \tag{9}$$



Şekil 2.4 Alan koordinatları (Topçu, 1998)

2.2.1.3 İzoparametrik Gösterim

Eleman içindeki yer değiştirmeler, bilinmeyen yer değiştirme alanının düğüm noktalarındaki değerleri ve şekil fonksiyonları kullanılarak

$$u = N_1\, q_1 + N_2\, q_3 + N_3\, q_5 \tag{10}$$

$$v = N_1\, q_2 + N_2\, q_4 + N_3\, q_6 \tag{11}$$

şeklinde yazılır. (10) yardımıyla doğal koordinatlar cinsinden

$$u=(q_1 - q_5)r + (q_3 - q_5)s+q_5 \tag{12}$$

$$v=(q_2 - q_6)r + (q_4 - q_6)s+q_6 \tag{13}$$

şeklinde de ifade edilebilir. [N] şekil fonksiyonu matrisi ile matris formunda,

$$\{u\} = [N].\{q\} \tag{14}$$

olarak yazılabilir. Şekil fonksiyonları matrisi ise,

$$[N] = \begin{vmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{vmatrix} \tag{15}$$

dir.

Üçgen bir eleman için x, y koordinatları aynı şekil fonksiyonları kullanılarak düğüm noktası koordinatları cinsinden ifade edilebilir. Yani,

$$x = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 \qquad y = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 \tag{16}$$

dir. Ya da şekil fonksiyonlarının yerleştirilmesi ile,

$$x = (x_1 - x_3)r + (x_2 - x_3)s + x_3 \qquad x = (y_1 - y_3)r + (y_2 - y_3)s + y_3 \tag{17}$$

elde edilir. $x_{ij} = x_i - x_j$ *ve* $y_{ij} = y_i - y_j$ şeklinde bir dönüşüm uygulanırsa,

$$x = x_{13} r + x_{23} s + x_3 \qquad y = y_{13} r + y_{23} s + y_3 \tag{18}$$

olarak bulunur. Görüldüğü gibi u ve v'nin doğal koordinatlardaki ifadesini verirken x ve y'nin doğal koordinatlarla ilişkisini göstermektedir.

Şekil değiştirmelerin hesaplanmasında, u ve v'nin x ve y'ye göre kısmi türevleri gereklidir. (12), (13) ve (18) eşitliklerinden deplasman ve koordinatların r ve s'nin fonksiyonları olduğu görülür. Yani $u = u(x(r,s), y(r,s))$ ve benzer şekilde $v = v(x(r,s), y(r,s))$ dir. u'nun kısmi türevi için zincir kuralı kullanılarak $\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r}$ ve $\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}$ ifadeleri elde edilir, matris notasyonunda ise,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial s} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} \tag{19}$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki (2x2)'lik kare matris dönüşümünün jakobiyeni olarak adlandırılır (Reddy, 2005).

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \tag{20}$$

x ve y'nin türevi alınarak,

$$[J] = \begin{bmatrix} x_{13} & y_{13} \\ x_{23} & y_{23} \end{bmatrix} \tag{21}$$

bulunur.

Denklem (19)'dan,

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial r} \\ \dfrac{\partial u}{\partial s} \end{Bmatrix} \tag{22}$$

yazılabilir. Burada $[J]^{-1}$ ise

$$[J]^{-1} = \frac{1}{\det[J]} \begin{bmatrix} y_{23} & -y_{13} \\ -x_{23} & x_{13} \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\det[J] = x_{13}y_{23} - x_{23}y_{13} \tag{24}$$

dir. Üçgen alan bilgilerinden, det[J]'nin büyüklüğünün; üçgenin alanının iki katı olduğu görülür. Eğer 1, 2, 3 noktaları saat ibresinin tersi yönünde olursa det[J] pozitif çıkar. Bu durumda üçgenin alanını,

$$A = \frac{1}{2}\left|\det J\right| \tag{25}$$

şeklinde yazmak mümkündür.

(23) ve (24)'den,

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{Bmatrix} y_{23}\dfrac{\partial u}{\partial r} - y_{13}\dfrac{\partial u}{\partial s} \\ -x_{23}\dfrac{\partial u}{\partial r} + x_{13}\dfrac{\partial u}{\partial s} \end{Bmatrix} \tag{26}$$

ya da v için,

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial v}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{Bmatrix} y_{23}\dfrac{\partial v}{\partial r} - y_{13}\dfrac{\partial v}{\partial s} \\ -x_{23}\dfrac{\partial v}{\partial r} + x_{13}\dfrac{\partial v}{\partial s} \end{Bmatrix} \tag{27}$$

elde edilir.

Şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkisi ile beraber,

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{Bmatrix} y_{23}(q_1 - q_5) - y_{13}(q_3 - q_5) \\ -x_{23}(q_2 - q_6) + x_{13}(q_4 - q_6) \\ -x_{23}(q_1 - q_5) + x_{13}(q_3 - q_5) \quad + y_{23}(q_2 - q_6) - y_{13}(q_4 - q_6) \end{Bmatrix} \tag{28}$$

elde edilir. x_{ij} ve y_{ij} tanımından $y_{31}= - y_{13}$ ve $y_{12} = y_{13} - y_{23}$ gibi düzenlemeler yapılabilir. Bu durumda

$$\varepsilon = \frac{1}{\det J} \begin{Bmatrix} y_{23}q_1 + y_{31}q_3 + y_{12}q_5 \\ x_{32}q_2 + x_{13}q_4 + x_{21}q_6 \\ x_{32}q_1 + y_{23}q_2 + x_{13}q_3 \quad + y_{31}q_4 + x_{21}q_5 + y_{12}q_6 \end{Bmatrix} \tag{29}$$

elde edilir. Matris formunda ise,

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\} \tag{30}$$

yazılabilir. Burada [B]; üç adet şekil değiştirmenin, altı adet düğüm yer değiştirmeleri ile ilişkisini belirleyen (3x6)'lık eleman şekil değiştirme-deplasman matrisi olup

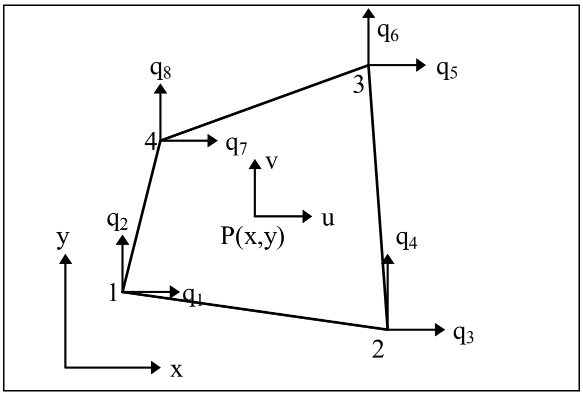
$$[B] = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} y_{23} & 0 & y_{31} & 0 & y_{12} & 0 \\ 0 & x_{32} & 0 & x_{13} & 0 & x_{21} \\ x_{32} & y_{23} & x_{13} & y_{31} & x_{21} & y_{12} \end{bmatrix} \tag{31}$$

şeklinde elde edilir.

2.2.1.4 Kare Elemanlar

Kare elemanlar iki ve üç boyutlu problemlerin çözümünde geniş bir kullanım alanı bulmuş ve deneysel verilerle iyi bir uyum sağlayan sonuçlar elde edilmiş bir eleman türüdür.

Lokal düğüm numaraları saat ibresinin ters yönünde 1, 2, 3, 4 şeklinde verilmiş olup ve düğüm koordinatları, i düğümü



Şekil 2.5 Dört düğümlü dörtgen eleman (Topçu, 1998)

için (x_i,y_i) dir. Düğüm deplasmanları vektörü, $\{q\} = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8]^T$ dir. Eleman içindeki P noktasının deplasmanları ise, $\{u\} = [u(x,y), v(x,y)]^T$ şeklindedir.

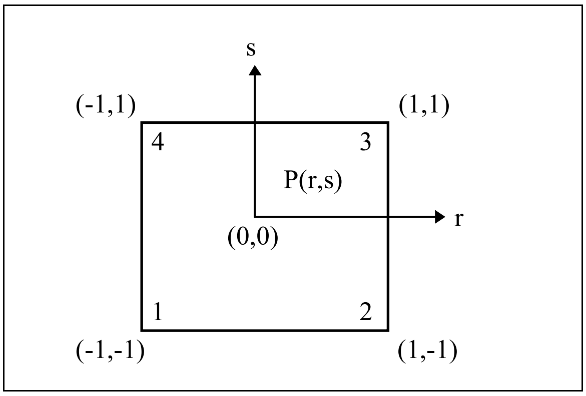
Şekil fonksiyonları öncelikle doğal koordinatlardaki bir temel eleman üzerinde geliştirilir. Temel eleman (r, s) doğal koordinatlarında düzgün bir kare olarak tanımlanabilir. Langrange şekil fonksiyonları i=1, 2, 3, 4 olarak düğüm numaraları olmak üzere N_i şeklinde gösterilir. Her şekil fonksiyonu tanımlı olduğu düğümde 1 diğer düğümlerde ise sıfırdır. Örnek olarak 1. düğüm için,

1. düğümde N_1=1, 2, 3 ve 4. Düğümde, N_1=0 (32)

olarak kısaca gösterilebilir. Buna göre, N_1, r=1 ve s=1 kenarları boyunca sıfır olmak zorundadır. Bu da

$$N_1=c(1-r)(1-s) \tag{33}$$

formunda bir eşitlik verir. Buradaki sabit c katsayısı 1 düğümünde N_1=1 olması şartından



Şekil 2.6 Doğal koordinatlarda temel eleman (Topçu, 1998)

bulunur. Bu durumda 1 düğümünde r=s=-1 olduğundan (33),

$$1=c(2)(2) \tag{34}$$

olur. Buradan c=1/4 olarak elde edilir. Böylece 1 düğümündeki şekil fonksiyonu

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-r)(1-s) \tag{35}$$

olarak elde edilir. Diğer düğümler için de benzer yoldan $N_2 = \frac{1}{4}(1+r)(1-s)$, $N_3 = \frac{1}{4}(1+r)(1+s)$, $N_4 = \frac{1}{4}(1-r)(1+s)$ olarak bulunur. Bilgisayar uygulamasında kolaylık sağlaması açısından şekil fonksiyonları r_i ve s_i ilgili düğümün doğal koordinatlardaki yerini vermek üzere, kısa gösterimde

$$N_i = \frac{1}{4}(1+rr_i)(1+ss_i) \tag{36}$$

olarak yazılabilir.

Eleman içinde herhangi bir noktanın yer değiştirmeleri şekil fonksiyonları yardımıyla,

$$u = N_1 q_1 + N_2 q_3 + N_3 q_5 + N_4 q_7 \tag{37}$$

$$v = N_1 q_2 + N_2 q_4 + N_3 q_6 + N_4 q_8 \tag{38}$$

olarak yazılabilir.

Matris formunda ise,

$$\{u\} = [N]\{q\} \tag{39}$$

Burada [N] şekil fonksiyonları matrisi olup,

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \tag{40}$$

şeklindedir (Taylor, 2000). Kare formülasyonda koordinatlar da aynı şekil fonksiyonları ile gösterilebildiğinden, eleman içindeki herhangi bir noktanın koordinatı,

$$x = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \tag{41}$$

$$y = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4 \tag{42}$$

olarak yazılır. Bundan sonra şekil değiştirmelerin hesabına geçilir. Bunun için r,s koordinatlarında verilen şekil fonksiyonlarının x,y koordinatlarındaki türevlerine ihtiyaç vardır. Buradan zincir kuralı ile (üçgen elemanlardakine benzer şekilde) herhangi bir f=f[x(r,s),y(r,s)] fonksiyonu için

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \tag{43}$$

$$\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s} \tag{44}$$

yazılır. Matris notasyonu ile J jakobiyen matrisi olmak üzere,

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial r} \\ \dfrac{\partial f}{\partial s} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{Bmatrix} \tag{45}$$

yazılır. Jakobiyen matrisi ise

$$[J] = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial r} \\ \dfrac{\partial x}{\partial s} & \dfrac{\partial y}{\partial s} \end{vmatrix} \tag{46}$$

şeklindedir.

(36), (41) ve (42) yardımıyla

$$J = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -(1-s)x_1 + (1-s)x_2 + (1+s)x_3 - (1+s)x_4 & -(1-s)y_1 + (1+s)y_2(1+s)y_3 - (1+s)y_4 \\ -(1-r)x_1 - (1+r)x_2 + (1+r)x_3 + (1-r)x_4 & -(1-r)y_1 - (1+r)y_2 + (1+r)y_3 + (1-r)y_4 \end{bmatrix} \tag{47}$$

$$J = \begin{vmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{vmatrix} \tag{48}$$

elde edilir. f fonksiyonu yerine şekil fonksiyonlarını yazarsak,

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial N}{\partial r} \\ \dfrac{\partial N}{\partial s} \end{Bmatrix} = J \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial N}{\partial x} \\ \dfrac{\partial N}{\partial y} \end{Bmatrix} \tag{49}$$

olur. Şekil fonksiyonlarının x ve y'ye göre türevi gerektiğinden bu eşitliğin tersi alınarak,

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial N}{\partial x} \\ \dfrac{\partial N}{\partial y} \end{Bmatrix} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial N}{\partial r} \\ \dfrac{\partial N}{\partial s} \end{Bmatrix} \tag{50}$$

yazılır. Bu da,

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial N}{\partial x} \\ \dfrac{\partial N}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J}\begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial N}{\partial r} \\ \dfrac{\partial N}{\partial s} \end{Bmatrix} \tag{51}$$

şeklinde ifade edilebilir. Diğer taraftan doğal koordinatlardaki alan ile kartezyen koordinatlardaki alan arasında

$$dA = dxdy = \det J dr.ds \tag{52}$$

şeklinde verilen bir ilişki vardır. Bu ilişki eleman rijitlik matrisi hesaplarında sıklıkla kullanılır.

2.2.2 Eleman Rijitlik Matrisi

Dörtgen elemanlar için rijitlik matrisi elastik enerji ifadesinden hareketle elde edilebilir. Bu eşitlik,

$$U = \int_v \frac{1}{2}\{\sigma\}\{\varepsilon\}dV \tag{53}$$

şeklindedir. Kalınlık sabit alınır ve eleman boyutunda yazılırsa,

$$U = \sum_e t_e \int_e \frac{1}{2}\{\sigma\}\{\varepsilon\}dA \tag{54}$$

olur. Şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkisi ise,

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \tag{55}$$

şeklindedir. (45)'de f = u alınırsa,

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J}\begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial r} \\ \dfrac{\partial u}{\partial s} \end{Bmatrix} \tag{56}$$

olur. Aynı şekilde v için de,

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial v}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J}\begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial v}{\partial r} \\ \dfrac{\partial v}{\partial s} \end{Bmatrix} \tag{57}$$

yazılır.

(55) ve (56) eşitliklerinden,

$$\{\varepsilon\} = [A]\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial r} \\ \dfrac{\partial u}{\partial s} \\ \dfrac{\partial v}{\partial r} \\ \dfrac{\partial v}{\partial s} \end{Bmatrix} \tag{58}$$

elde edilir. Burada [A],

$$[A] = \frac{1}{\det J}\begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_{21} & J_{11} \\ -J_{21} & J_{11} & J_{22} & -J_{12} \end{bmatrix} \tag{59}$$

dir. Bu durumda yer değiştirmelerin şekil fonksiyonları cinsinden verildiği denklem (40) yardımıyla

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial r} \\ \dfrac{\partial u}{\partial s} \\ \dfrac{\partial v}{\partial r} \\ \dfrac{\partial v}{\partial s} \end{Bmatrix} = [G]\{q\} \tag{60}$$

yazılabilir ki burada [G],

$$[G] = \frac{1}{4}\begin{vmatrix} -(1-s) & 0 & (1-s) & 0 & (1+s) & 0 & -(1+s) & 0 \\ -(1-r) & 0 & -(1+r) & 0 & (1+r) & 0 & (1-r) & 0 \\ 0 & -(1-s) & 0 & (1-s) & 0 & (1+s) & 0 & -(1+s) \\ 0 & -(1-r) & 0 & -(1+r) & 0 & (1+r) & 0 & (1-r) \end{vmatrix} \tag{61}$$

şeklinde elde edilir. Şekil değiştirme ve yer değiştirmeler matris formunda {ε}=[B]{q} olarak verildiğinden (58) ve (60)'dan [B]=[A][G] olarak elde edilir. Diğer taraftan {σ}=[D]{ε} olduğundan eleman içindeki gerilmeler,

$$\{\sigma\} = [D][B]\{q\} \tag{62}$$

olur.

Bu durumda şekil değiştirme enerjisi ifadesini,

$$U = \Sigma_e \frac{1}{2}\{q\}^T \left[t\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}[B]^T[D][B]\det J dr.ds \right]\{q\} \tag{63}$$

şeklinde yazılabilir. Bu da

$$U = \Sigma_e \frac{1}{2}\{q\}^T [k]_e \{q\} \tag{64}$$

olup eleman rijitlik matrisi olan $[k]_e$,

$$[k]_e = t\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}[B]^T[D][B]\det J dr.ds \tag{65}$$

şeklindedir. Eleman rijitlik matrisi (8x8) boyutundadır. [B] ve [J]; r ve s ye bağlı olduklarından gerekli integraller nümerik olarak yapılır.

2.2.3 Kuvvet Vektörleri

Kütle kuvvetleri birim hacimdeki kuvvetler olup potansiyel enerji eşitliğindeki kütle kuvveti teriminden elde edilebilir.

$$\int \{u\}^T \{f\} dV \tag{66}$$

$\{u\} = [N]\{q\}$ ve $\{f\} = \left[f_x, f_y\right]^T$ açılımları ile ve eleman içindeki kütle kuvvetinin sabit olduğu kabulu ile,

$$\{f\}_e = t_e \left[\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}[N]^T \det J dr.ds \right] \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} \tag{67}$$

elde edilir. Eleman rijitlik matrisinde olduğu gibi kütle kuvveti vektörü de nümerik integrasyonla hesaplanır.

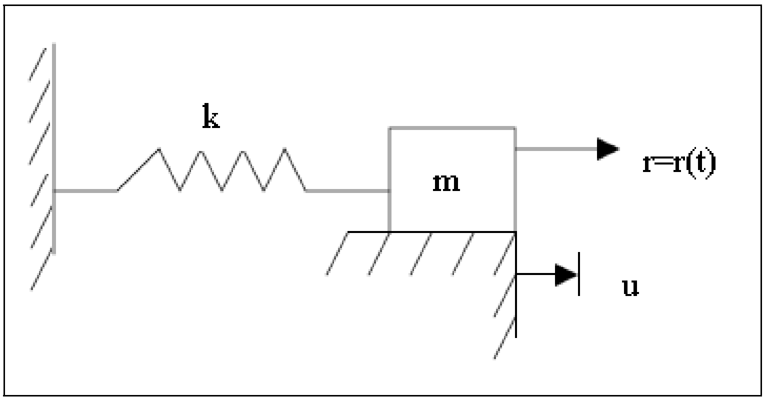
Yüzey Kuvvetleri birim yüzey alanına etkiyen kuvvetlerdir. Dörtgen elemanın 2-3 kenarına $\{T\} = \left[T_x, T_y\right]^T$ şeklinde bir yüzey kuvveti etkir ise, bu kenarda r=1 olduğundan bir kenarda şekil fonksiyonları $N_1=N_4=0$, $N_2=(1-s)/2$, $N_3=(1+s)/2$ olacaktır. Böylece potansiyel enerji eşitliğindeki yüzey kuvveti vektörü,

$$\{T\}_e = \frac{t_e . l_{2-3}}{2}\left[0 \quad 0 \quad T_x \quad T_y \quad T_x \quad T_y \quad 0 \quad 0\right]^T \tag{68}$$

olur. $l_{2\text{-}3}$: 2-3 kenar uzunluğudur. Yüzey yükünün değişken olması durumunda nümerik integrasyon yapılabilir. Tekil kuvvetlerin uygulanmasında daha önce gösterilen durumlar dışında herhangi bir değişiklik yoktur.

3. TİTREŞİM HESAP YÖNTEMLERİ

En basit bir titreşim sistemi tek serbestlik dereceli bir yay-kütle sistemidir. Bu sistemde kütle hareketi tek eksen üzerinde gerçekleşir. Sistemin hareketi Newton'un 2. hareket kanunu ile tarif edilmektedir.



Şekil 3.1 Yay-kütle sistemi (Topçu, 1998)

Newton'un ikinci kanununu uygularsak f = ma, sistemin hareket denklemi sönümsüz titreşim için aşağıdaki şekli alır.

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = 0 \tag{69}$$

Eğer titreşim sistemi için sönüm kuvvetlerini hesaba katarsak genel denklem aşağıdaki formda yazılmalıdır.

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = R \tag{70}$$

Bu denklemde [K] rijitlik matrisini, [C] sönüm matrisini, [M] kütle matrisini ve [R] kuvvet vektörünü temsil etmektedir. Bir dinamik analizde bilinmeyen [U] deplasman vektörünün, $[\dot{U}]$ hız vektörünün ve $[\ddot{U}]$ ivme vektörünün hesaplanması istenmektedir.

3.1 Özdeğer ve Özvektörlerin Elde Edilmesi

Serbest titreşim probleminde esas amaç titreşimin özdeğeri olan λ (ω^2) 'yi elde etmektir. Bununla beraber λ'nın elde edilmesiyle titreşim modunun bir göstergesi olan özvektörler de elde edilir.

Daha önce verildiği şekilde özdeğer problemi

$$[K]\{U\}=\lambda[M]\{U\} \tag{71}$$

şeklindedir. Burada hem rijitlik hem de kütle matrisleri simetrik matrisler olup, uygun sınır şartları altında denklem sistemi pozitif tanımlıdır.

3.1.1 Özvektörün Özellikleri

Pozitif tanımlı, nxn boyutlarındaki simetrik bir rijitlik matrisi için n adet gerçek özdeğer ve bunlara karşılık gelen n adet özvektör vardır. Özdeğerler büyükten küçüğe doğru,

$$0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_1 \leq ....\lambda_n \tag{72}$$

şeklinde sıralanabilir. Bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler $\{U\}_1$,$\{U_2\}$,.....$\{U_n\}$, ise, özdeğer eşitliği

$$[K]\{U_i\}=\lambda_\imath[M]\{U_i\} \tag{73}$$

olarak yazılabilir. Özvektörler kütle ve rijitlik matrislerine göre ortogonaldir. Yani:

$$i\neq j \text{ ise} \qquad \{U_i\}^T[M]\{U_j\}=0, \qquad \{U_i\}^T[K]\{U_j\}=0 \tag{74}$$

dır. Özdeğerin boyu genel olarak normaliz edilmiş olup,

$$\{U_i\}^T[M]\{U_i\}=1 \tag{75}$$

dir. Bu normalizasyon da,

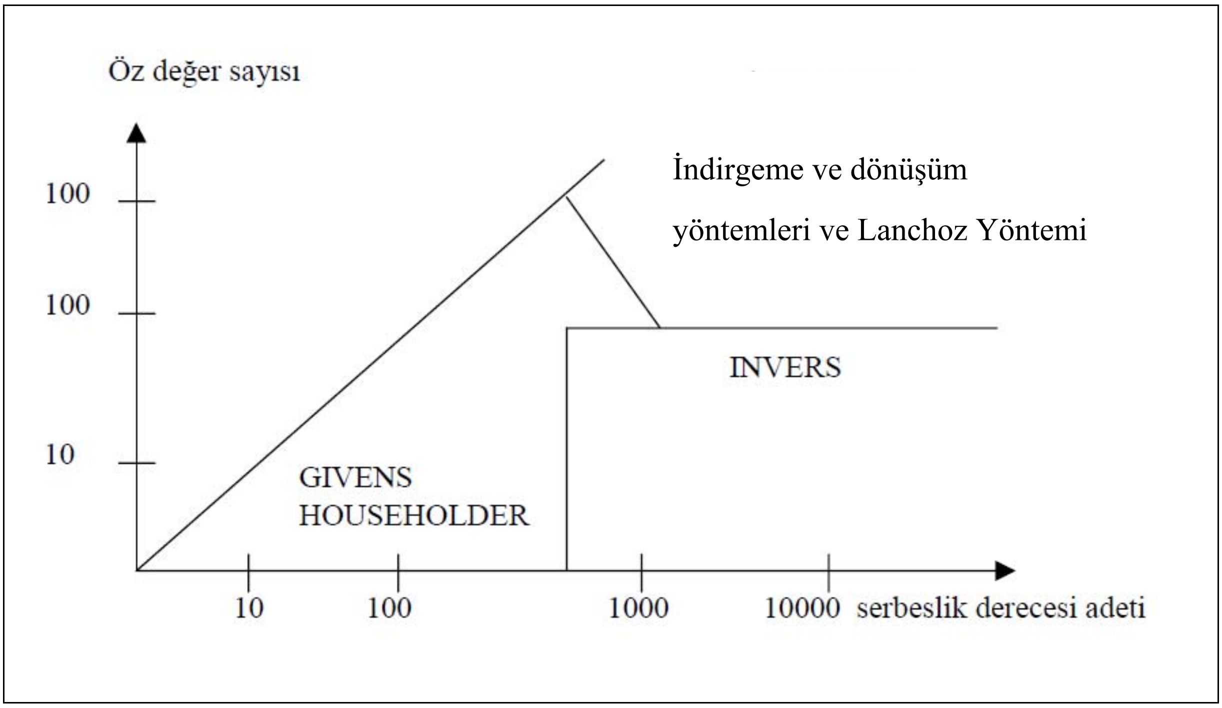
$$\{U_i\}^T[K]\{U_i\}=\lambda \tag{76}$$

eşitliğini verir. Özvektörün boyu önceden tespit edilmiş bir değerle sabitlenebilir.

Öz değer problemi çözümleri için değişik çözüm yöntemleri kullanılabilir. Şekil 3.2' de bu yöntemlerin seçim bölgeleri gösterilmiştir. Bu yöntemler uygulanabilirliği ve efektifliği açısından farklılıklar göstermektedir. Yöntemler tüm modelin serbestlik derecesinin sayısı ve hesaplanması istenen mod sayısına göre değişiklikler göstermektedir. Genellikle çoğu problemlerde az sayıda modun ve bunlarla ilgili frekans değerlerinin hesaplanması pratik açıdan yeterlidir. Genellikle, yapının tüm modlarının %10'u yeterli olmaktadır (Ergin, 2000).

Eğer yapı tamamıyla tespit edilmemişse [K] rijitlik matrisinde tekillikler oluşacak, bu sebeple de her bir rijid cisim titreşim modu için sıfır frekans değerleri elde edilmesine neden olacaktır.

Böyle durumlarda programlar öz değerlerde kayma yaparak, hesaplamaya devam eder. Eğer kütle matrisinin köşegeninde sıfır değeri varsa kütle matrisi [M]' de tekillik olacak ve her bir sıfır kütle değeri için sonsuz frekans değeri bulunacaktır. Bu istenen bir durum değildir.



Şekil 3.2 Öz değer çözüm metotlarının karşılaştırılması (Ergin, 2000)

3.1.2 Özdeğer ve Özvektörlerin Hesabı

Özdeğer ve özvektörlerin hesabında genel olarak üç yol izlenir,

1. Karakteristik Polinom Yöntemi
2. Vektör iterasyon yötemi
3. Transformasyon yöntemi

Bu yöntemler alt başlıklarda açıklanmıştır.

3.1.2.1 Karakteristik polinom Yöntemi

$[K]\{U\}=\lambda[M]\{U\}$ denkleminden

$$([K]-\lambda[M])\{U\}=0 \tag{77}$$

denklemi elde edilir. Sistemin sıfır çözümden başka bir çözümünün bulunabilmesi için

$$\det([K]-\lambda[M])=0 \tag{78}$$

olmalıdır. Bu şartı sağlayan değerlere sistemin karakteristik polinomu denir.

3.1.2.2 Vektör İterasyon Yöntemi:

Çeşitli vektör iterasyon yöntemleri vardır. Bunlardan birçoğu Rayleigh Bölmesi yöntemini kullanır. Ele aldığımız genel serbest titreşim problemi için Rayleigh Bölmesi

$$Q(v) = \frac{\{v\}^T [K]\{v\}}{\{v\}^T [M]\{v\}} \tag{79}$$

şeklinde verilir. Burada {v} rastgele alınmış bir vektördür. Rayleigh Bölmesinden elde edilen değerin temel özelliği sistemin en büyük ve en küçük özdeğerlerinin arasında bulunmasıdır.

$$\lambda_1 \le Q(v) \le \lambda_n \tag{80}$$

Bu yöntem kuvvet iterasyonu, ters iterasyon ve ters yerleştirme iterasyonlarında kullanılmaktadır. Kuvvet iterasyon yönteminde en büyük özdeğer elde edilir. Ters yerleştirme yöntemi büyük sistemler için uygun bir yöntemdir. Ters iterasyon yönteminde ise en küçük özdeğer elde edilir.

Eğer deneme özvektörü olarak seçilen vektör özvektörlerden biri değil ise bu prosedürden en küçük özdeğer elde edilir. Diğer özdeğerler rijitlik matrisinin ötelenmesi yoluyla ya da deneme vektörlerinin kütle matrisinin ortogonal vektörlerinden seçilmesi yoluyla elde edilebilir. Bu konular için uygun sayısal analiz kitaplarına başvurulmalıdır.

3.1.2.3 Transformasyon Yöntemleri

Bu yöntemde temel amaç matrisleri daha basit hale getirerek özdeğerlerin elde edilmesidir. İki temel yöntem kullanılır. Bunlar genelleştirilmiş Jakobi yöntemi ile QR yöntemleridir. Büyük ölçekli problemler için daha uygun olan bu yöntemlerden QR yöntemi matrislerin üst veya alt üçgen matris haline getirilmesi, Jakobi yöntemi ise matrislerin diyagonal haline getirilmesi esasına dayanmaktadır. Bu yöntemlerde bant matris yerine matrislerin tamamı kullanılır ve sonuçda bütün özdeğerler birlikte elde edilir. Burada Jakobi yönteminden bahsedilecektir. İlgili okuyucular daha geniş bilgi için sayısal analiz kitaplarına bakmalıdırlar.

Sistemin bütün özdeğerlerinin **U** kare matrisinin sütunları olduğunu ve özdeğerlerinin de **A** kare matrisinin diyagonaline yerleştiğini kabul edelim. Bu durumda genel özdeğer problemi,

$$[K]\mathbf{U}=[M]\mathbf{U}\mathbf{A} \tag{81}$$

olarak yazılabilir.

Burada

$$\mathbf{U}=[U_1, U_2, \ldots\ldots, U_n] \text{ ve } \mathbf{A}=\begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \cdots & \\ 0 & & & \lambda_n \end{bmatrix} \tag{82}$$

şeklindedir. Özvektörlerin ortonormalliğini kullanısak,

$$\mathbf{U}^T[K]\mathbf{U}=\mathbf{A} \text{ ve } \mathbf{U}^T[K]\mathbf{U}=\mathbf{I} \tag{83}$$

Elde edilir. **I** birim matristir.

3.2 Matris İndirgeme

Dinamik analizde tüm matris sisteminin çözümü yerine çok daha az sayıda serbeslik derecesi kullanılarak, yani daha küçük bir matrisle çözüm yapılabilir. Biz bu işleme matrisin indirgenmesi işlemi diyoruz Bu şekilde dinamik analizler daha az bilgisayar kapasitesi ile gerçeklenebilir. Burada matriste kullanılacak aktif serbestlik derecelerinin seçimi özel bir önem kazanmaktadır. Bu serbestlik dereceleri genelde büyük deplasman nodlardan seçilmesi uygun olacaktır. Çoğu ticari sonlu eleman programlarında bu serbestlik otomatik olarak seçilebilmekte ve "master" serbestlik dereceleri otomatik olarak isimlendirilmektedir. En yaygın olarak kullanılan indirgeme yöntemi Guyan metodudur (Guyan, 1965). Master serbestlik dereceleri için aşağıdaki önerilere dikkat edilmelidir. (Ergin, 2000)

- Master serbeslik dereceleri için kütle/rijitlik oranı büyük olmalıdır.
- Master serbestlik derecelerinin seçimi yapının sadece bir bölgesinden değil, tüm bölgelerinden yapılmalıdır. Aksi halde bazı modlar iyi bazı modlar ise kötü olarak temsil edilecektir.
- Master'lar beklenen hareket doğrultusunda seçilmelidir.

4. SERBEST TİTREŞİM FREKANSLARININ SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE (ANSYS) ANALİZİ

Sonlu elemanlar çözüm yöntemlerinden anlaşılacağı üzere büyük ve karmaşık yapılarda titreşim analizlerinin herhangi bir yardımcı program kullanmadan cebirsel olarak gerçekleştirilmesi oldukça zor hatta imkânsızdır. Bu nedenle bu tezde hesaplamaları yapılan kimyasal tankerin bünyesindeki global titreşimlerinin hesaplamalarında sonlu elemanlar tabanlı çalışan ANSYS paket programı kullanılmıştır.

Sonlu elemanlar çözüm mantığı gereği hesaplamaların gerçekleştirilebilmesi için geminin ağ örgüsü oluşturulmuştur. Oluşturulan sonlu elemanlar ağı ile hem eksu kütlesiz hem de eksu kütleli iki farklı analiz gerçekleştirilmiştir.

4.1 Hesaplamaları Yapılan Kimyasal Tankerin Model Yapısı

Hesaplamaları yapılacak kimyasal tankerin karakteristik bilgileri aşağıda belirtilmiştir.

Boy : 104.8 m

Genişlik : 15.6 m

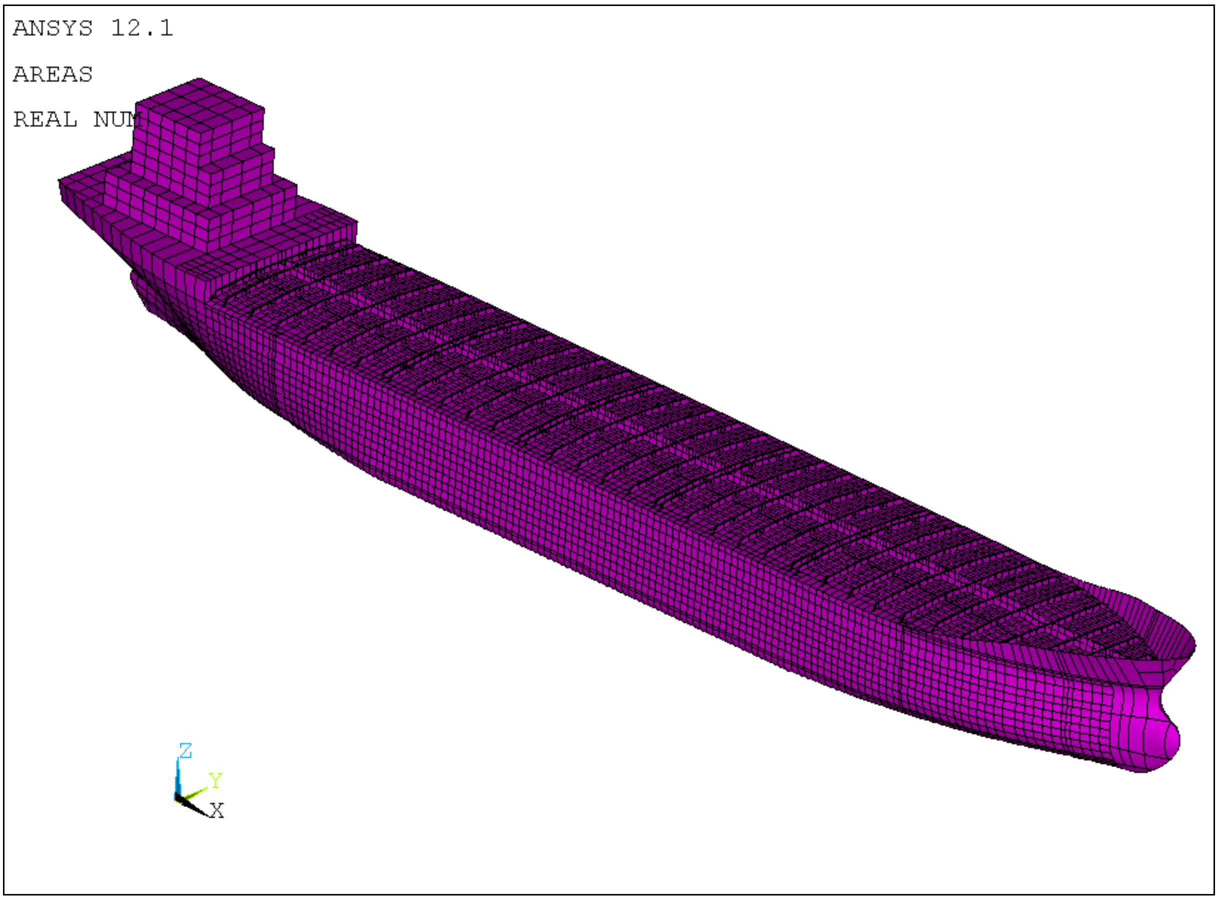
Derinlik : 7.6 m

Draft : 6.02 m

DWT : 5500 ton

Sonlu elemanlar modeli oluşturulmadan önce model kabuk yapı olarak Ansys içinde modellenmiştir. Modelleme yapılırken dış kabuk Ansys içine import edilerek iç kısımlarındaki yapısal elemanlar çizimlerine sadık kalınarak modellenmiştir.

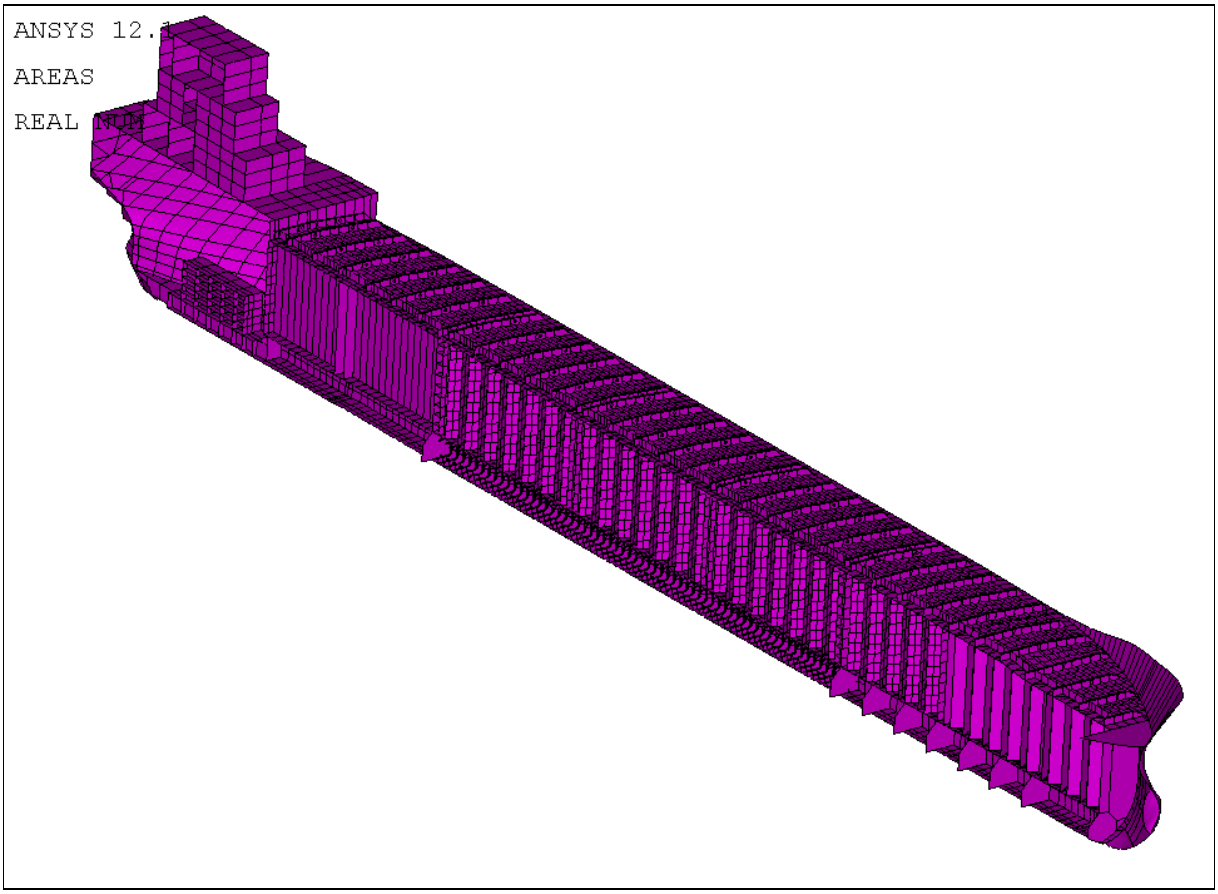
Eksu kütleli yapılacak analizler için gemi model yapısına ek olarak temsili deniz suyu modeli silindirik olarak oluşturulmuştur.



Şekil 4.1 Model alan görünümü

Kimyasal tankerin Ansys içinde modellemesi yapılırken gemi bünyesinde modellemede bazı basitleştirme işlemleri gerçekleştirilmiştir. Bazı küçük yuvarlaklıklar ihmal edilmiş, mukavemete etkisinin olmadığı düşünülen gemi elemanları modellenmemiş, küçük bazı açıklıklar ağ yapısının oluşturulmasında problemler çıkarılacağı düşünülerek kapalı olarak oluşturulmuştur.

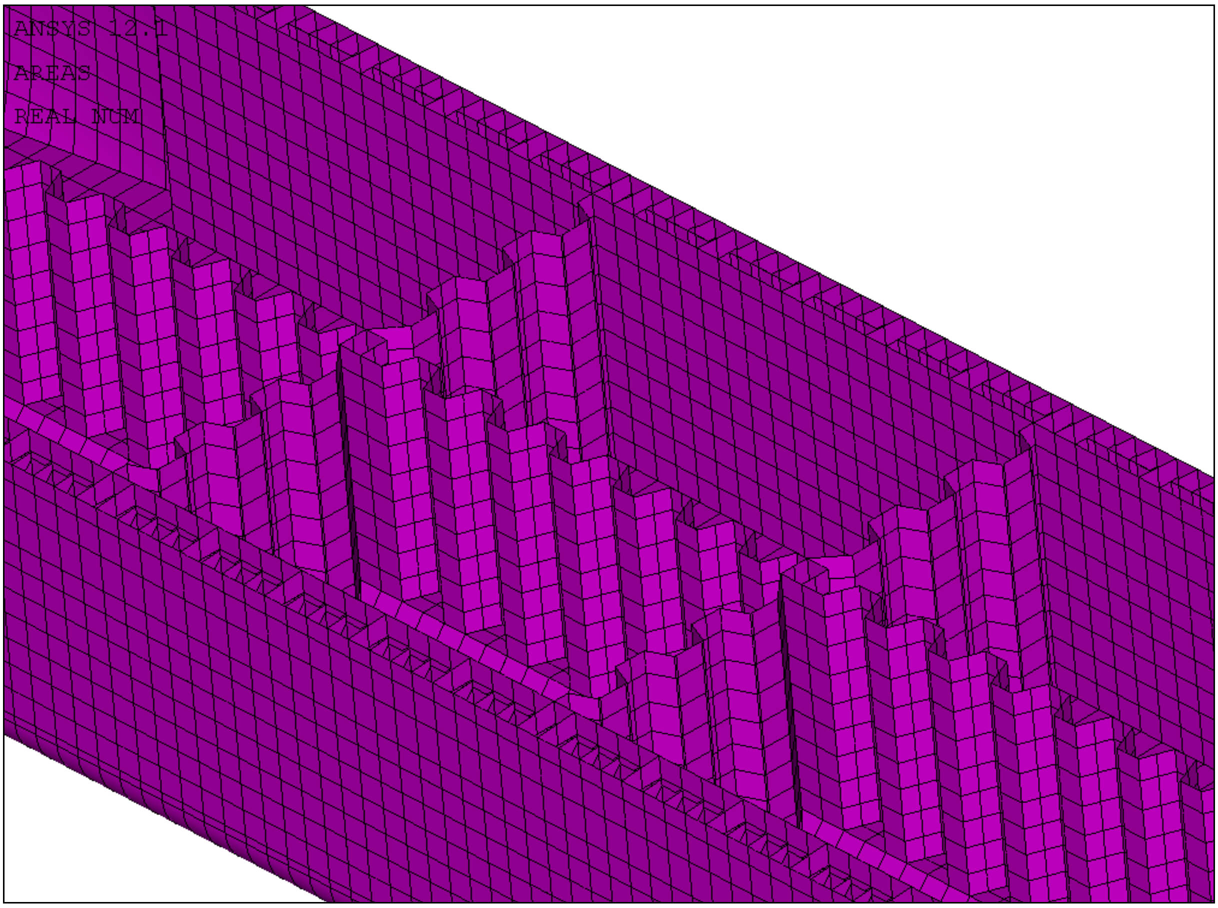
Hazırlanan kabuk modelde eleman sayısının azaltılması ve sınırlı tutulması adına oluşturulan sonlu elemanlar modelinde alın lamaları, şaft, stifner ve stringerler kiriş elamanlar olarak modellenmiştir. Hazırlanan alan modelin perspektiften görünümü Şekil 4.1 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.2 Boy kesit model alan görünümü

Hazırlanan alan model enine ve boyuna ondüle perdelerden oluşmaktadır. Şekil 4.2'de hazırlanan alan modelin boy kesidi ile kimyasal tankerin boyuna perdesi gemi üzerinde gösterilmektedir.

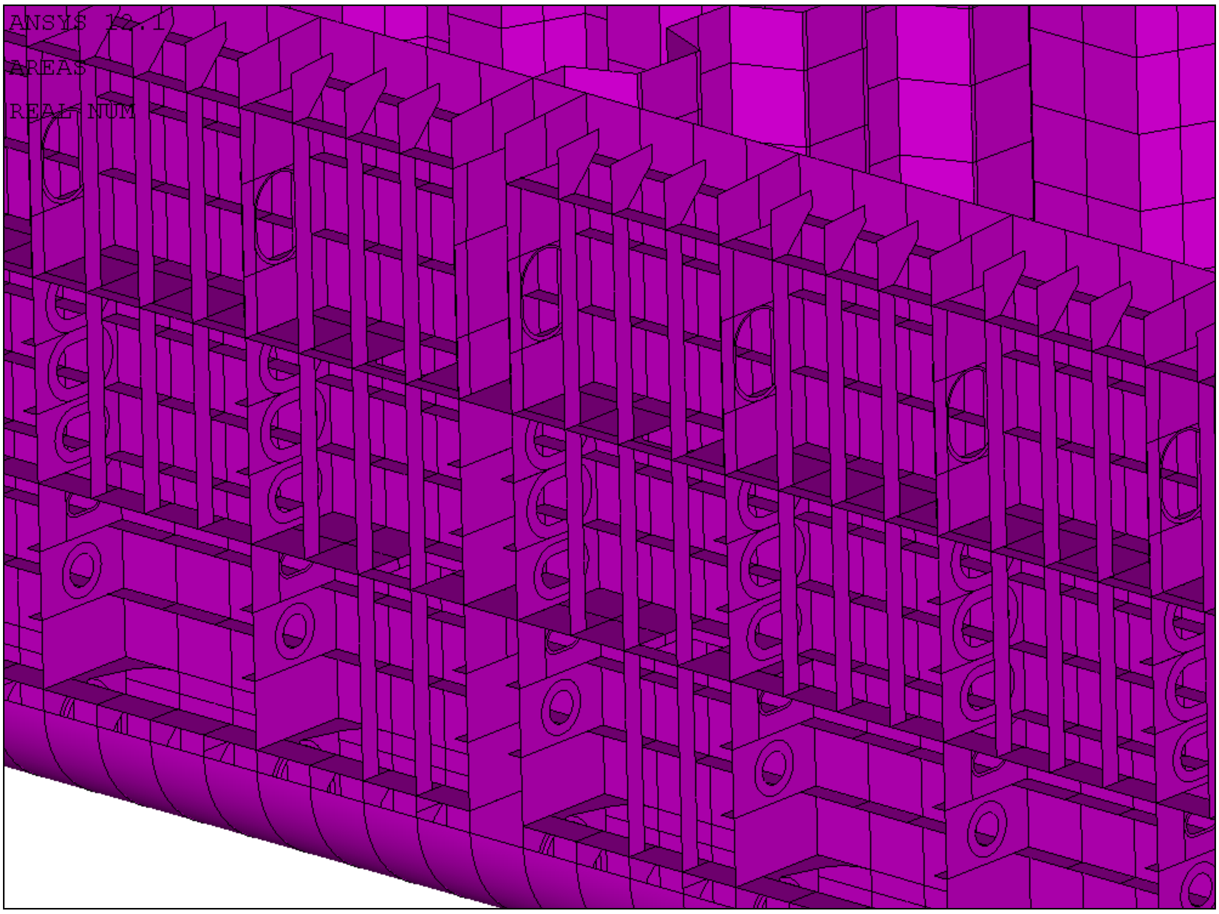
Aynı zamanda Şekil 4.2 ile gösterilen boy kesit ile üst bina kesidi ve sınır hatları alan olarak modellenen ana makine kesidi gösterilmeye çalışılmıştır.



Şekil 4.3 Enine ve boyuna perdeler alan görünümü

Şekil 4.3'de üst güverte bölgesinin kaldırılması ile orta bölgede mevcut olan ondüle enine perdeler ve gemini modellenen çift cidarı gösterilmiştir. Gemi yapısal olarak 10 tanktan oluşmakta ve bu tanklar enine ve boyuna ondüle perdeler ile ayrılmaktadır. Perdelerin ondüle yapısı daha mukavim bir yapının oluşmasını sağlamakta ve rijitliği artırmaktadır.

Modellemesi yapılan tank yapıları tamamen alan olarak modellenmiş ve iç kısımlarında yük olmadığı düşünülmüştür. Bu nedenle analizlerde tanklar boş olarak hesaba katılmıştır.



Şekil 4.4 Çift cidar alan görünümü

Hesaplaması yapılan kimyasal tanker çift cidar olarak modellenmiştir. Şekil 4.4'de borda kaplamasının kaldırılması ile yan duvarlarda mevcut olan çift cidar yapısı gösterilmiştir. Şekilde de gösterildiği gibi cidar tamamen yapısal elemanlar ile desteklenmiş, kaporta ve menhol açıklıkları bire bir modellenmiştir.

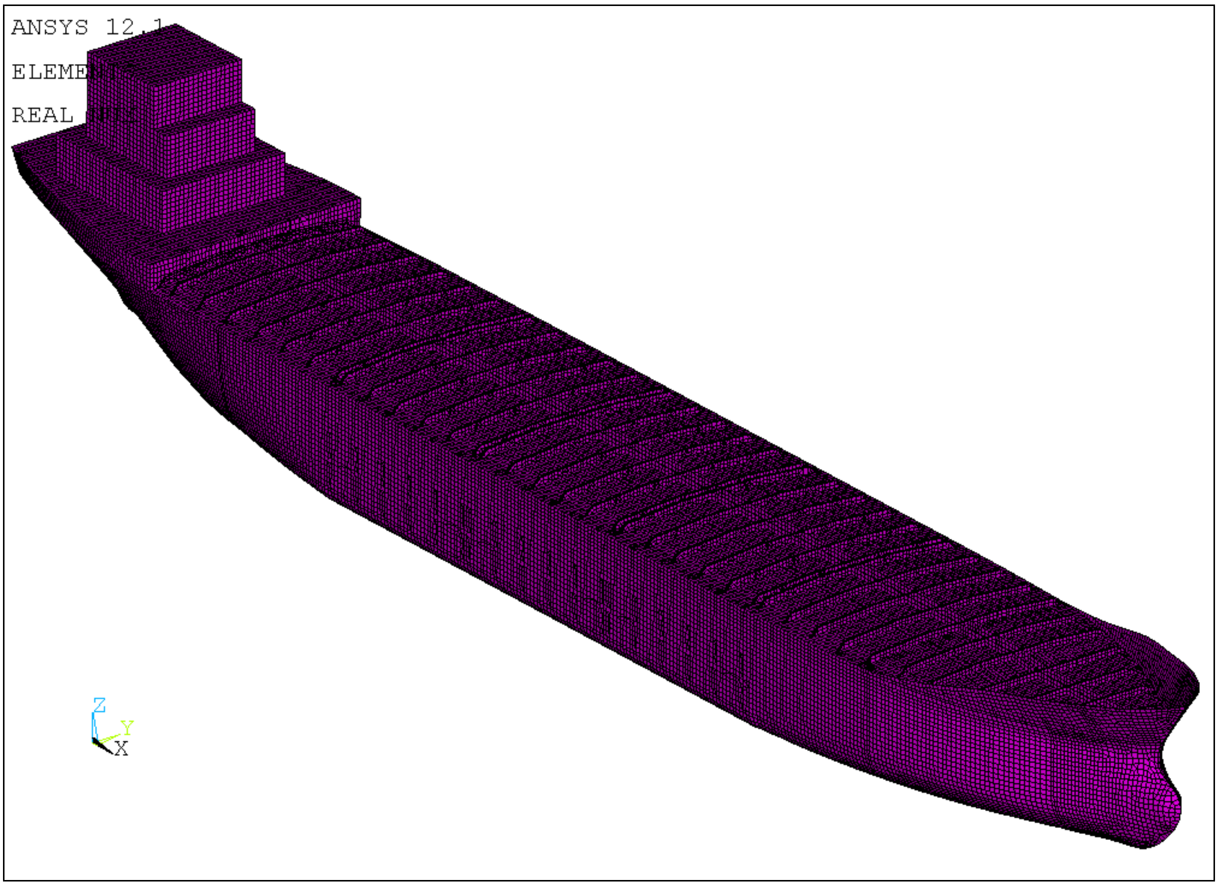
Gemi yapısal olarak cidar yapısı ile kullanılmak üzere birçok balast tankı mevcuttur. Fakat modellemesi yapılan balast tank yapıları tamamen alan olarak modellenmiş ve iç kısımlarında yük olmadığı düşünülmüştür. Bu nedenle analizlerde balast tankları boş olarak hesaba katılmıştır.

4.2 Sonlu Elemanlar Modeli

Hazırlanan gemi modeli üzerinden iki farklı sonlu elemanlar modeli hazırlanmıştır. Bu farklı iki model ile yapılacak analizler ile suyun sönüm etkisinin frekans değerlerinde meydan getirdiği değişimler saptanmıştır.

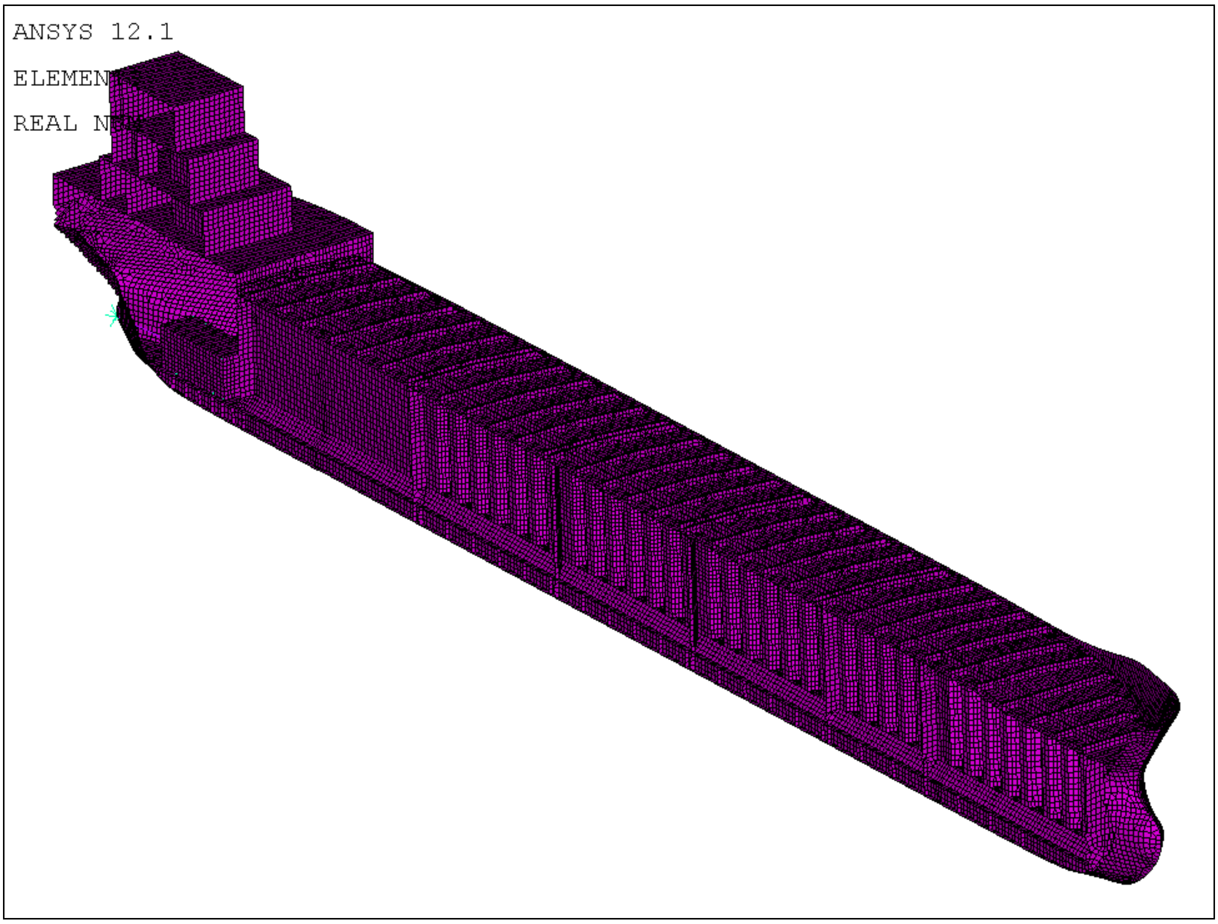
4.2.1 Eksu Kütlesiz Sonlu Elemanlar Modeli

Oluşturulan kabuk model yapısının ardından sonlu elemanlar modeli oluşturulmuştur. Oluşturulan sonlu elemanlar modelinde kabuk yapılar alan olarak şaft, stifner ve stringerler kiriş elamlar olarak modellenmiştir. Ana makine noktasal kütle olarak modele aktarılmıştır.



Şekil 4.5 Eksu kütlesiz sonlu elemanlar modeli

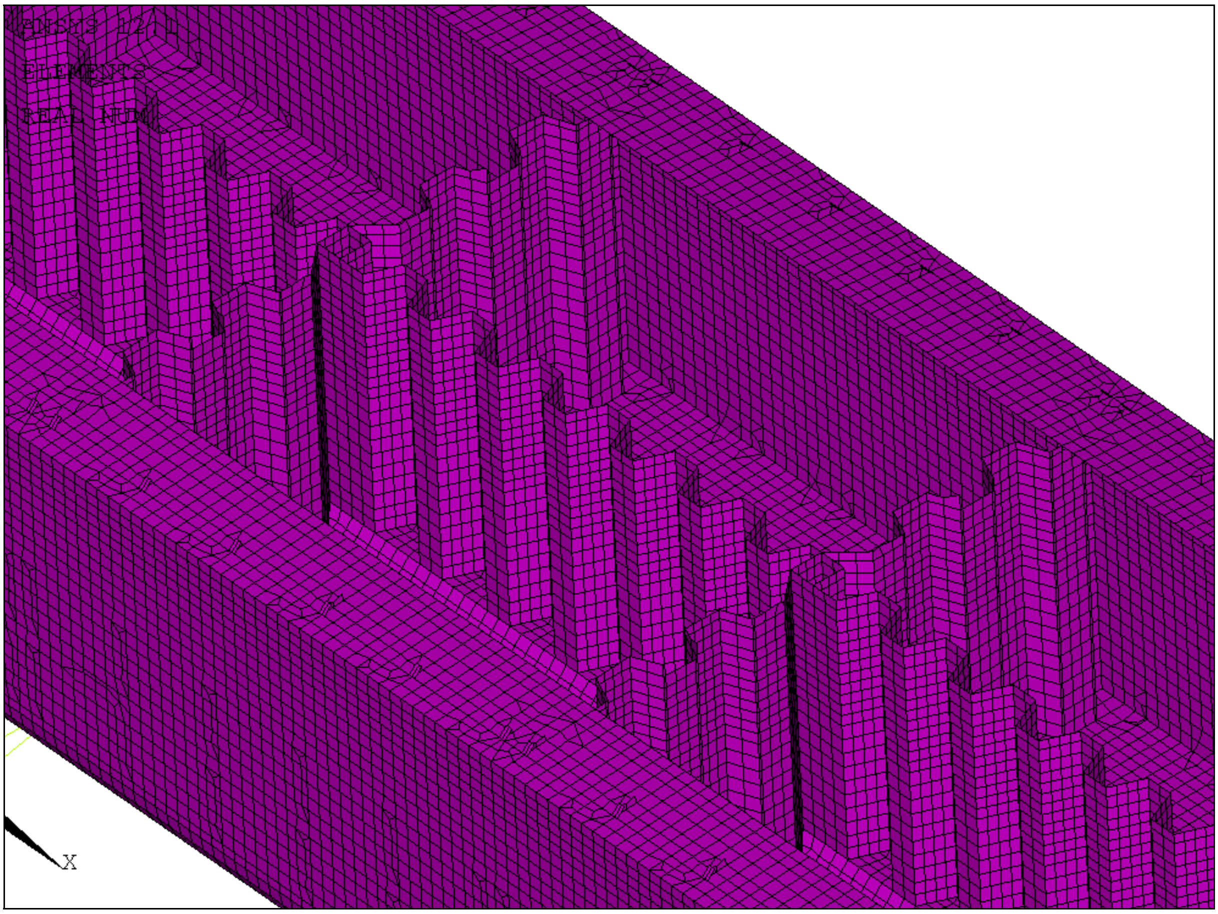
Oluşturulan sonlu elemanlar modelinde 205080 eleman, 191044 nokta kullanılarak çözümler alınmıştır.



Şekil 4.6 Boy kesit eksu kütlesiz sonlu elemanlar modeli

Boy kesitte görüleceği gibi gemi bünyesinde oluşturulan ağ örgüsünü oluşturan eleman boyutları gemi bütününde benzer boyutlarda oluşturulmuştur. Eleman boyutlandırılması yapılırken elde edilecek sonuçlara etkisini en az yansıtacak şekilde eleman boyutları atanmıştır. Hazırlanan sonlu elemanlar ağında eleman sayısı minimum tutulmaya çalışılmıştır. Böylelikle analiz süreleri kısaltılmış ve analiz çözümleri yapılabilir hale getirilmiştir.

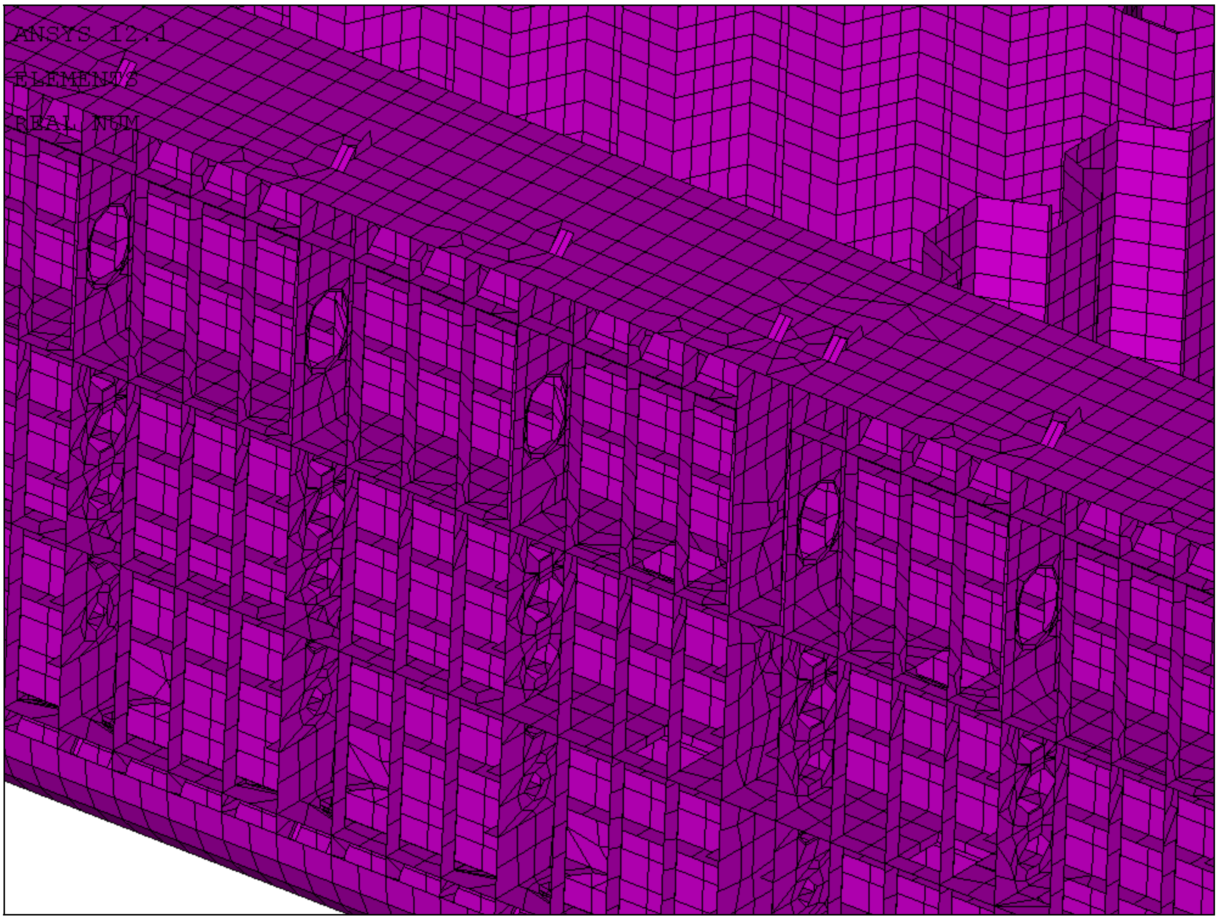
Eleman sayısını olumlu etkileyen bir diğer faktör ise bazı yapısal elemanların kiriş olarak modellenmesidir. Kiriş olarak modellenen yapısal elemanlar alan olarak oluşturulmayıp model yapısı üzerinde mevcut olan line hatları üzerene kesitleri tanımlanarak oluşturulmuştur. Kesit tanımlama işlemiş ile karmaşık profillerin teker teker modellenmesine gerek kalmamıştır. Böylelikle hem modellemede zaman kazanılmış hem de düğüm sayısında oldukça büyük kazançlar elde edilmiştir.



Şekil 4.7 Enine ve boyuna perdeler eksu kütlesiz sonlu elemanlar modeli

Tank yapısını ve ondüle perdeleri oluşturan ağ yapısını Şekil 4.7’de gösterilmiştir. Bu resim ile oluşturulan ağ yapısının düzenli yapısı gösterilmeye çalışılmıştır. Hazırlanan ağ yapısında kare elemanlar yoğunlukla kullanılmıştır. Kare elemanların yoğunlukla kullanımı ve boyutlarındaki süreklilik elde edilen çözümün doğruluğunu birinci dereceden etkileyen faktörlerdendir.

Eleman atama işlemi esnasında bazı bölgelerde ağ yapısının oluşturulmasında sıkıntılar yaşanırken o bölgelerde üçgen elemanların kullanıldığı bölgelerde mevcuttur. Fakat bu bölgelerin azlığı ve oluşturulan üçgen elemanların açı değerlerinin çok değişken olmamamsı çözümü ihmal edilecek derecede olumsuz etkilemiştir.



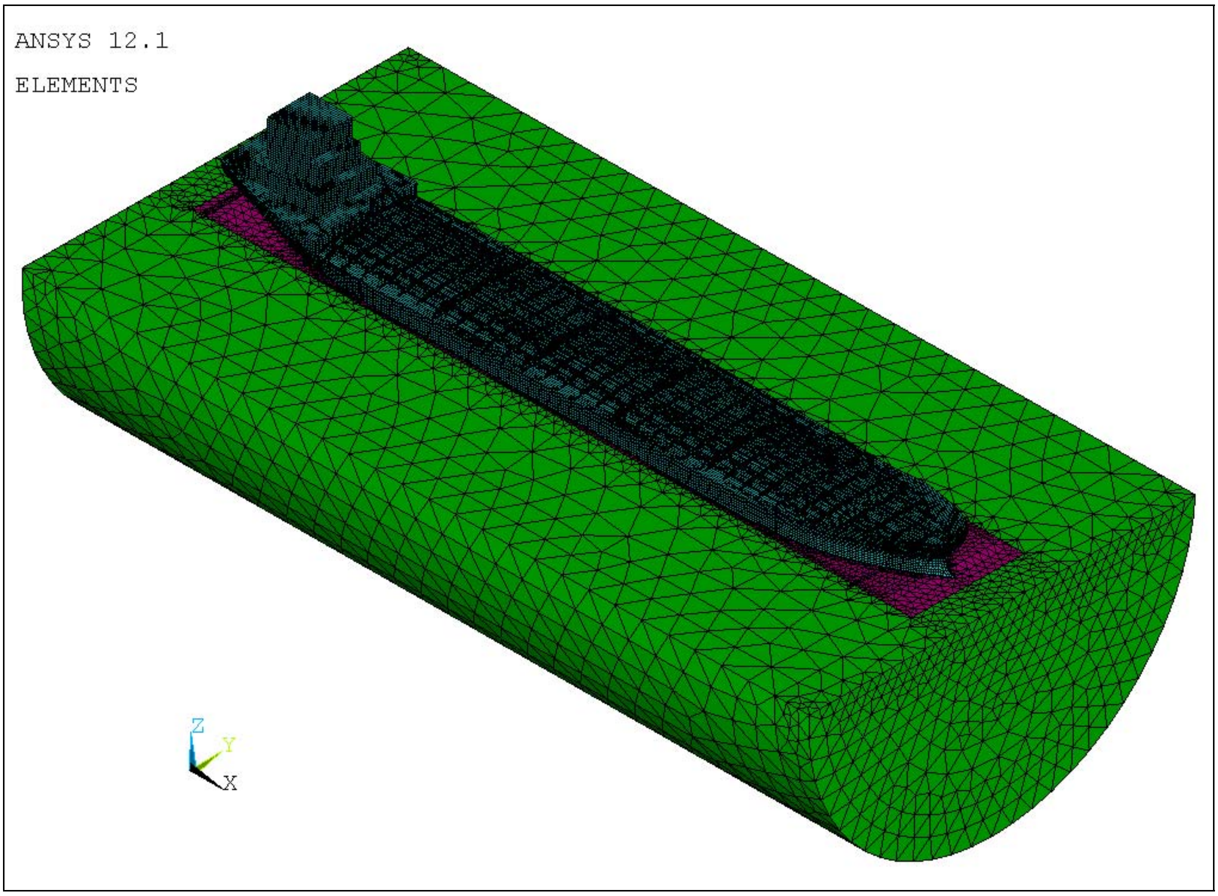
Şekil 4.8 Çift cidar eksu kütlesiz sonlu elemanlar modeli

Cidar yapısında ve diğer tüm yapısal elemanlarda ağ örgüsü oluşturulurken bazı bölgelerde sık eleman kullanımının gerçekleştirildiği Şekil 4.8'de görülmektedir. Ansys yapısı altında oluşturulan küçük ya da karmaşık yapılı alanlarda ağ örgüsünü oluşturma zorluklarından dolayı programın kendisi bu bölgeleri daha sık eleman sayısı ile oluşturmayı tercih eder. Böylelikle o bölgede olumsuz keskin elemanların oluşması engellenmiştir.

Eleman sayısının az olması beraberinde nokta ya da düğüm sayısının az olmasını sağlar. Böylelikle hesaplamalarda kullanılacak düğüm sayısı azalacağı için oluşturulan matrisler ve çözüme katılacak bilinmeyen sayısı azalacak, çözüm süresi de oldukça kısalacaktır.

4.2.2 Eksu Kütleli Sonlu Elemanlar Modeli

Oluşturulan sonlu elemanlar modelinde 434764 eleman, 218658 nokta kullanılarak çözümler alınmıştır.

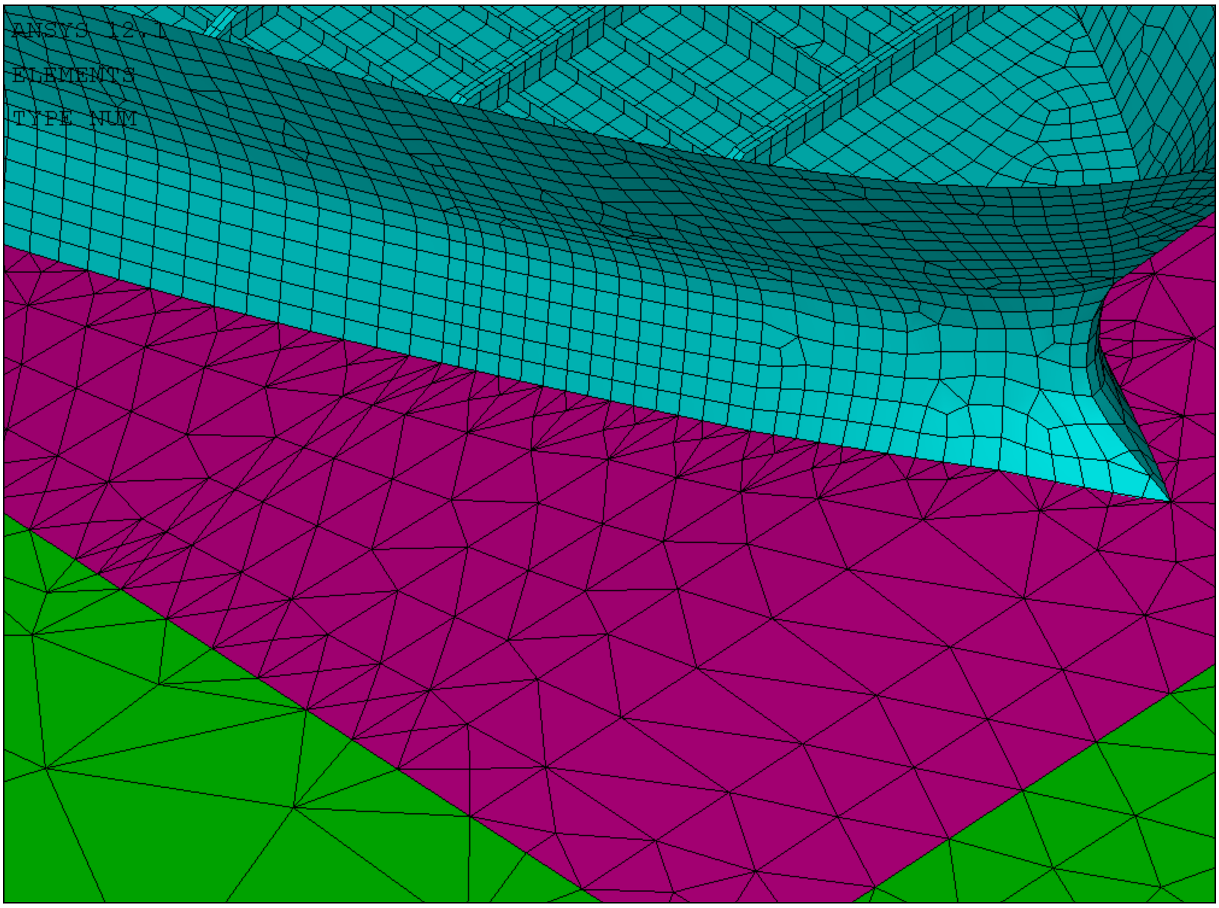


Şekil 4.9 Eksu kütleli sonlu elemanlar modeli

Şekil 4.9 ile hesaplamalarda kullanılan sonlu elemanlar modeli bir bütün olarak gösterilmiştir. Gemi model yapısı sonlu elemanlar modeli mantığı ile oluşturulurken su yapısı sonlu hacimler mantığı ile oluşturulmuştur.

Su modeli oluşturulurken suyu temsile eden bölge hacimsel olarak modellenmiş, Ansys bünyesinde bulunan Fluid elemanlar ile hesaplamalara katılmıştır.

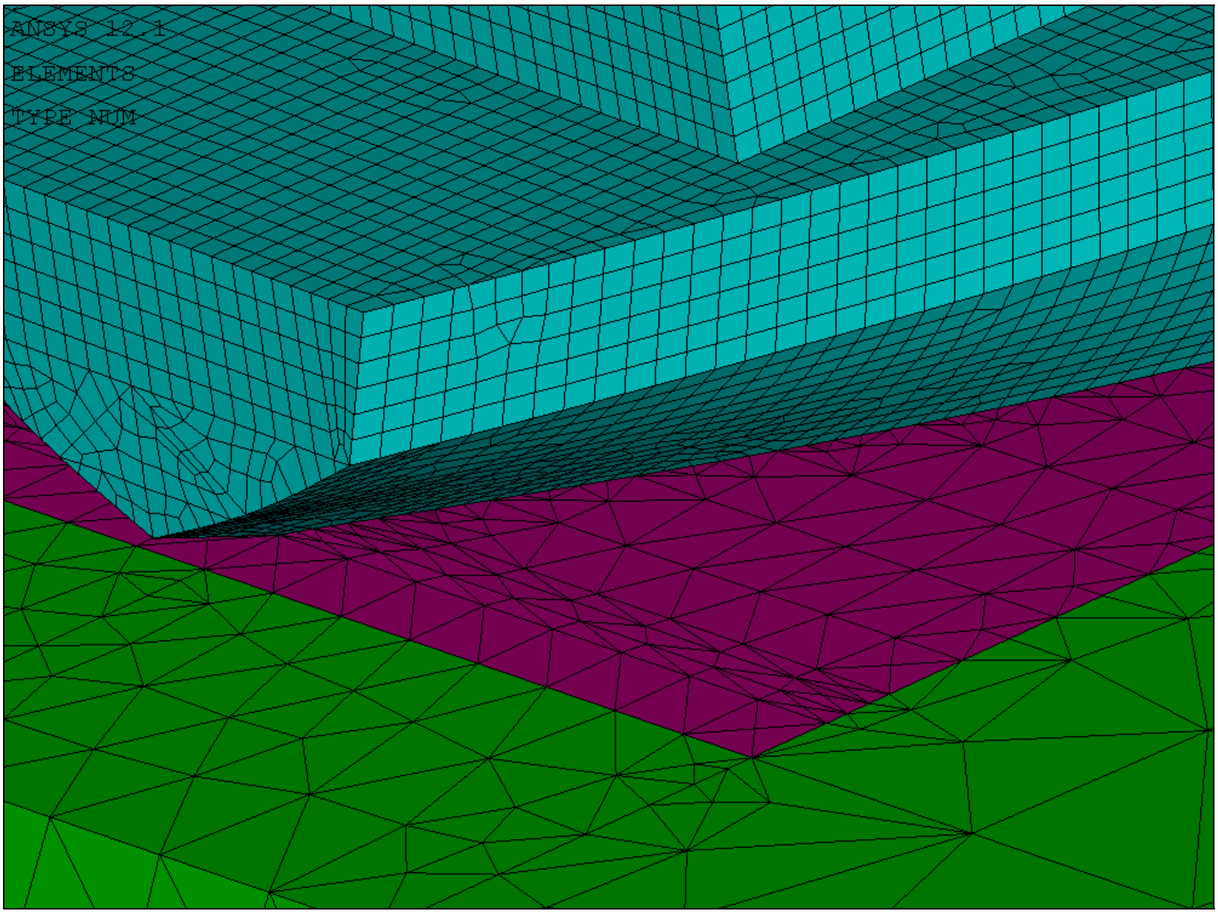
Ağ örgüsü oluşturulurken gemiye yakın bölgelerde eleman boyutları küçük tutulmaya, gemiden uzaklaştıkça eleman boyutları büyütülmeye çalışılmıştır. Böylelikle gemiye yakın olan hassas bölgelerde çözümü etkileyecek değişiklikler yapılmamıştır. Gemiden uzaklaştıkça eleman sayılarındaki artış ile hesaplamalarda kullanılan eleman sayısı minimum tutulmaya çalışılarak çözüm süresi kısaltılmaya çalışılmıştır.



Şekil 4.10 Eksu kütleli sonlu elemanlar modeli baş taraf

Gemi baş ve kıç bölgeleri ile sıvı etkileşimi Şekil 4.10 ve Şekil 4.11 ile gösterilmeye çalışılmıştır. Gösterilen resim ile elemanlar arasındaki etkileşim gösterilmeye çalışılmıştır.

Ansys paket programı ile böyle bir analizi gerçekleştirebilmek için gemi model yapısı ile su hacim yapısı arasında katı – sıvı etkileşimini tanımlanmıştır. Böylelikle su ve gemi etkileşimi sağlanmış, suyun sönüm etkisi kendisini çok bariz bir şekilde göstermiştir.



Şekil 4.11 Eksu kütleli sonlu elemanlar modeli kıç taraf

Kurulan su modelinde suyun dış kısmında basınç sıfır olarak kabul edilerek sınır şartı verilmeye çalışılmıştır. Bu sınır şartı ile hesaba katılan su modeli boyutları çözümü etkiler hale getirilmiştir. Fakat oluşturulan su modeli boyutları çözüm için yeterli olmakta ve sonsuz suyu temsil etmektedir.

4.3 Serbest Titreşim Modu Sonuçları

Sonlu elemanlar modeli hazırlanan geminin analizleri gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlardan geminin ilk iki düşey ve yatay modları ile burulma modu tespit edilmiştir.

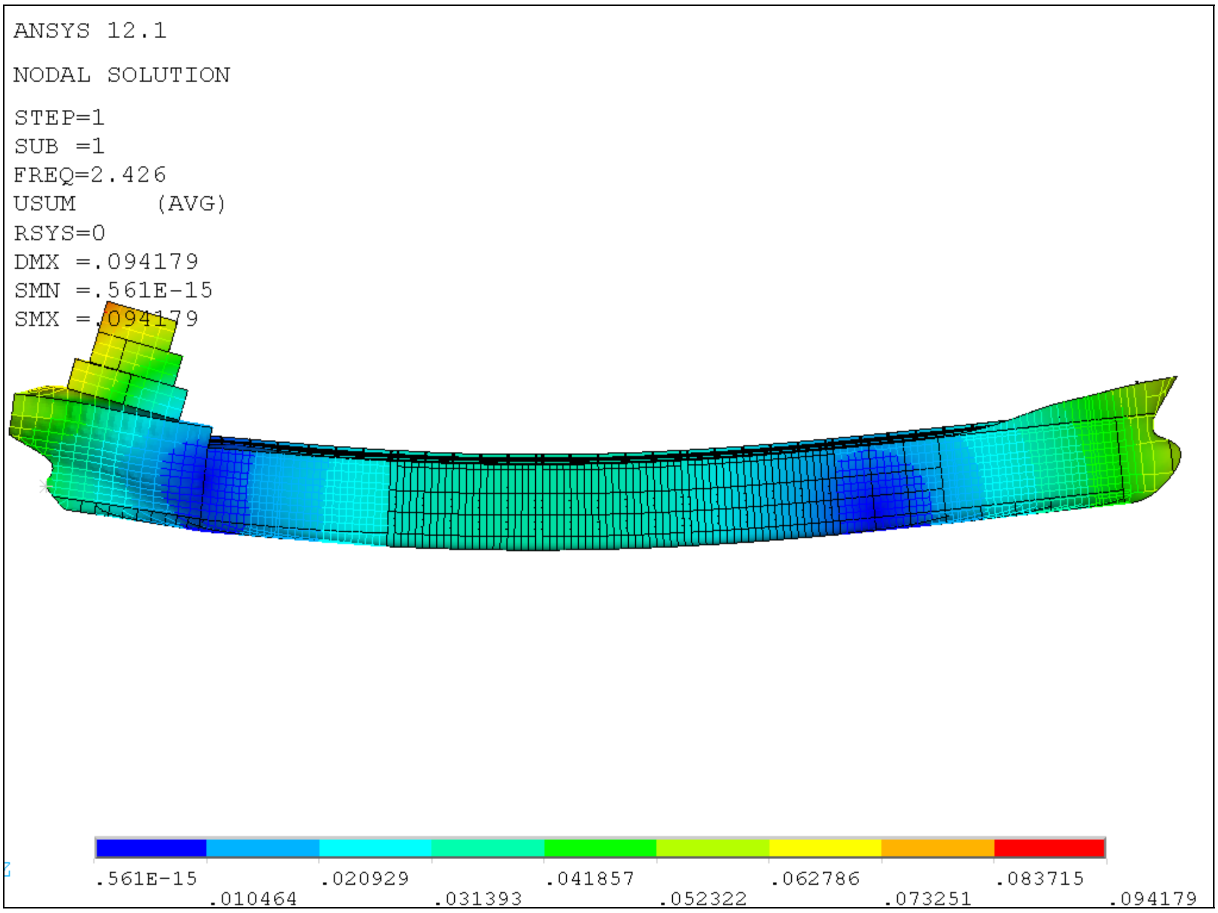
Hesaplamalar farklı iki model için yapılmıştır. Eksu kütleli modelde suyun sönüm etkisi ile frekans değişimi gösterilmeye çalışılmıştır.

4.3.1 Eksu Kütlesiz Serbest Titreşim Modu Sonuçları

Yapılan analiz neticesinde ilk beş mod aşağıdaki gibi bulunmuştur.

Çizelge 4.1 Eksu kütlesiz mod değerleri

Mod	Global Mod Türü	Değer (Hz)
1. Mod	1. Düşey Eğilme Modu	2,426
2. Mod	1. Yatay Eğilme Modu	4,26
3. Mod	2. Düşey Eğilme Modu	5,41
4. Mod	1. Burulma Modu	8,942
5. Mod	2. Yatay Eğilme Modu	10,836

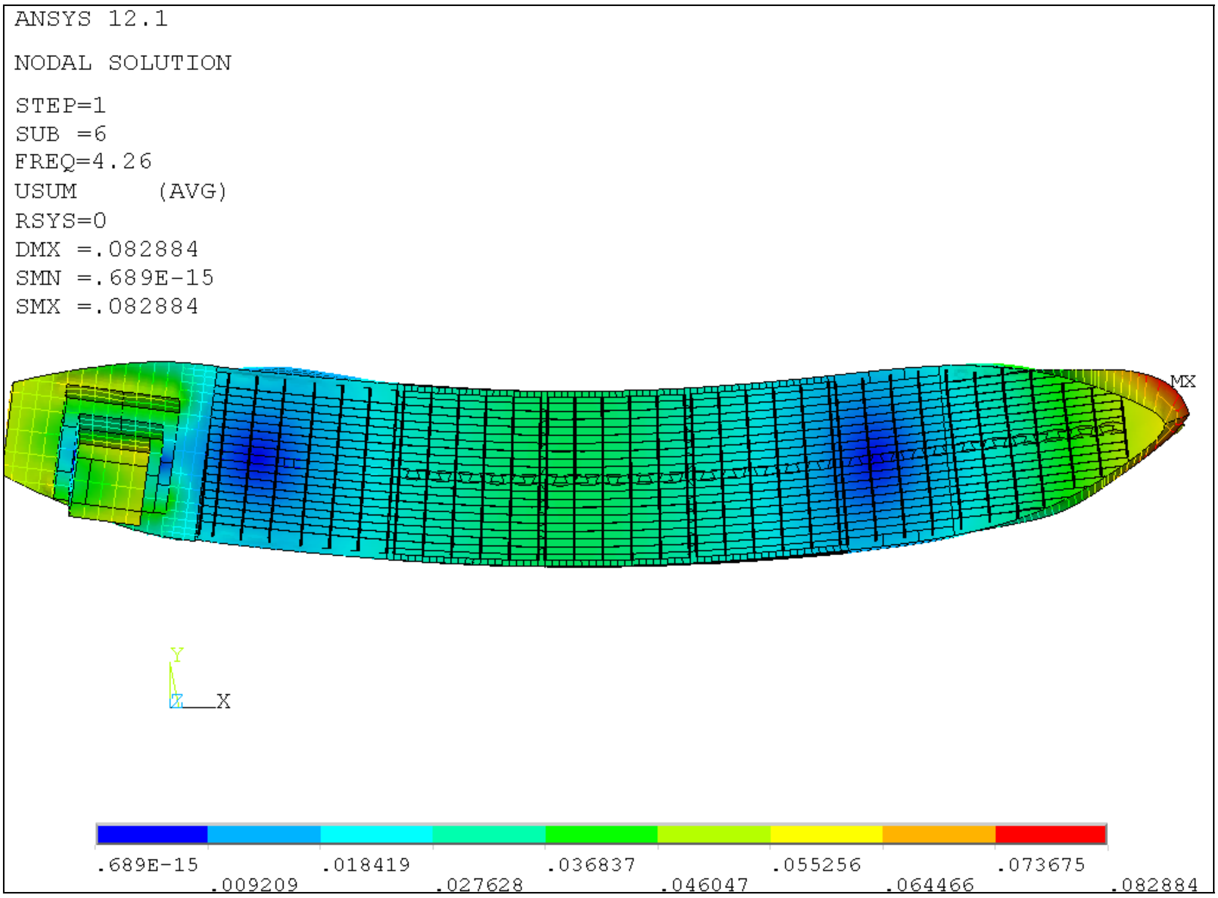


Şekil 4.12 Eksu kütlesiz model yapısı 1. düşey mod sonucu (50000 kat abartılı sonuç)

Eksu kütlesiz model yapısı ile yapılan analizler neticesinde geminin ilk doğal frekans değeri (ilk modu) 2.426 Hz. olarak elde edilmiştir. Şekil 4.12'de görüleceği gibi ilk mod düşey eksende eğilme olarak kendini göstermektedir. Şekilde gemi üzerinde görünen mavi renkler düğüm noktalarını temsil etmektedir. Bu noktalarda model yapısının minimum yer değiştirdiği ve neredeyse sabit kaldığı görülmektedir.

Birinci eğilme modunun gemi bünyesindeki farklı etkisini renk değişimleri ile izlemek mümkün. Resmin alt kısmında belirtilen renk skalası gemi bünyesinde meydana gelen yer değiştirme değerlerini milimetrik değerler olarak göstermektedir.

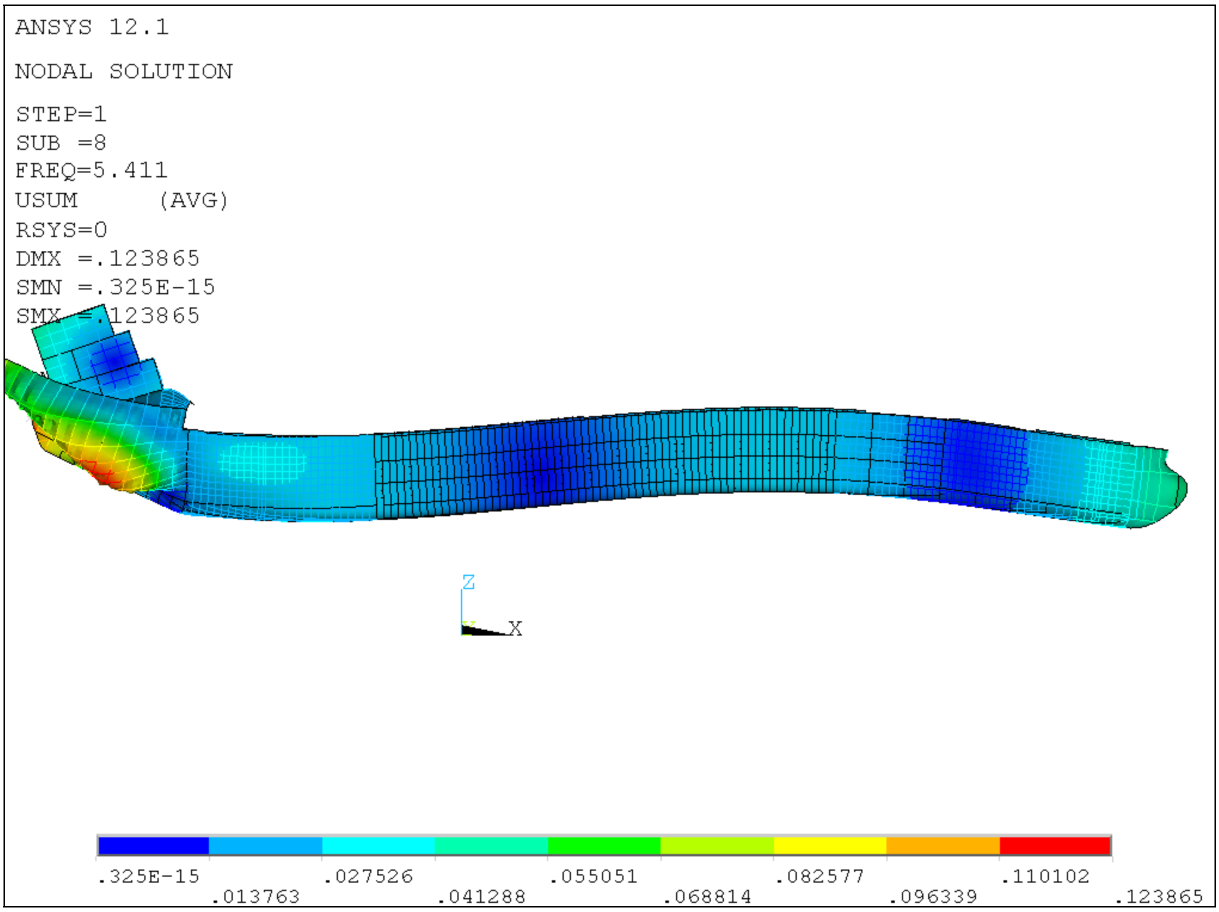
Elde edilen görüntülerde gemi bünyesi üzerinde meydana gelen yer değiştirmenin gözle görülebilmesi için elde edilen sonuçlar 50000 kat abartılarak gösterilmiştir.



Şekil 4.13 Eksu kütlesiz model yapısı 1. yatay mod sonucu (50000 kat abartılı sonuç)

Eksu kütlesiz model yapısı sonuçlarında geminin ikinci doğal frekans değeri 4.26 Hz. olarak elde edilmiştir. Şekil 4.13'de görüleceği gibi ikinci mod yatay eksende eğilme olarak kendini göstermektedir. Bu frekans değerinde gemi bünyesinde 2 düğüm oluştuğu gözükmektedir.

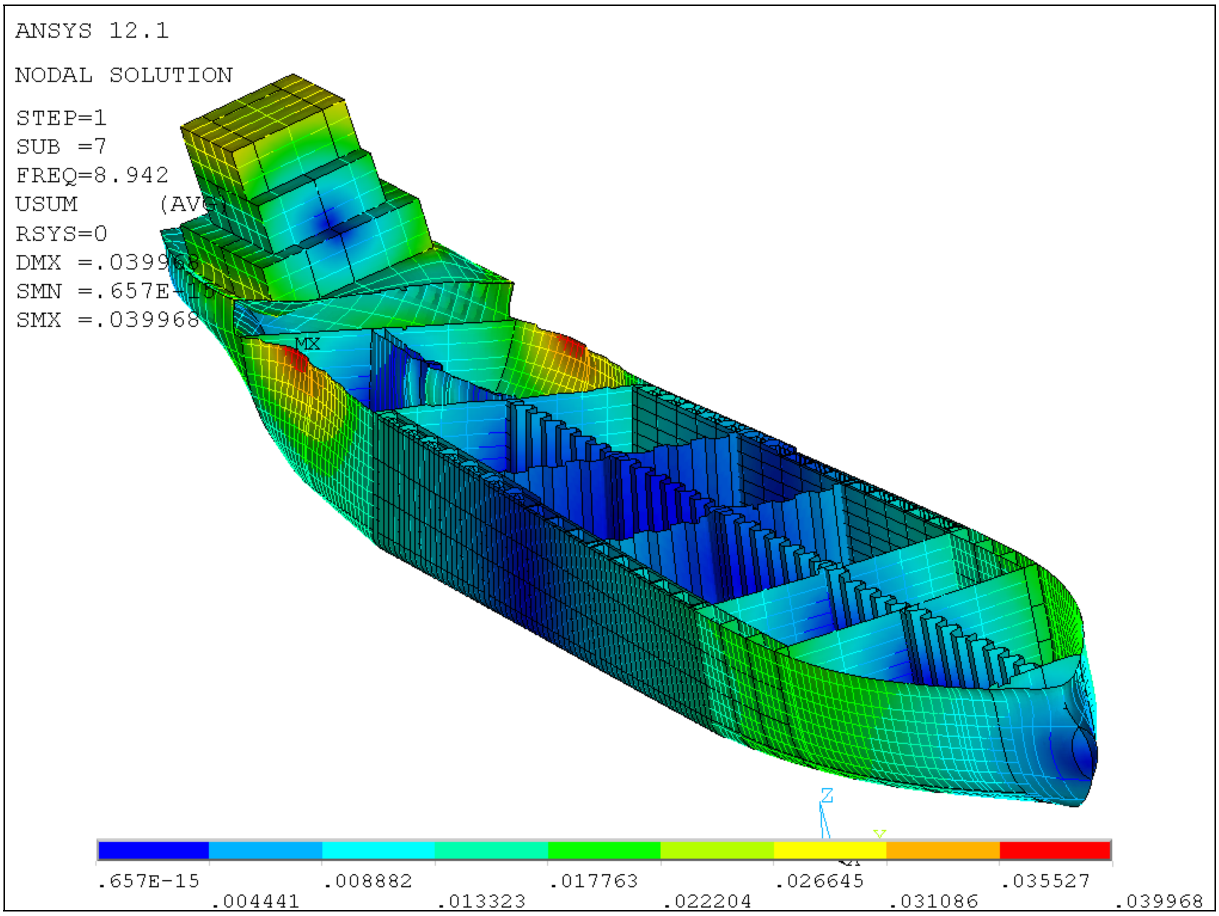
Gemi bünyesinde meydan gelen yer değiştirme değeri yüksek olan lokal değerler sonuç resminden çıkartılarak gemi bünyesindeki renk dağılımının belirgin olmasını sağlanmıştır.



Şekil 4.14 Eksu kütlesiz model yapısı 2. düşey mod sonucu (50000 kat abartılı sonuç)

Eksu kütlesiz model yapısı sonuçlarında geminin üçüncü doğal frekans değeri 5.411 Hz. olarak elde edilmiştir. Şekil 4.14'de görüleceği gibi üçüncü mod düşey eksende eğilme olarak kendini göstermektedir. Bu frekans değerinde gemi bünyesinde 3 düğüm oluştuğu gözükmektedir. Bu düğüm noktaları ortada, baş ve kıç tarafta olmak üzere gemi yapısı üzerinde dağılım göstermiştir.

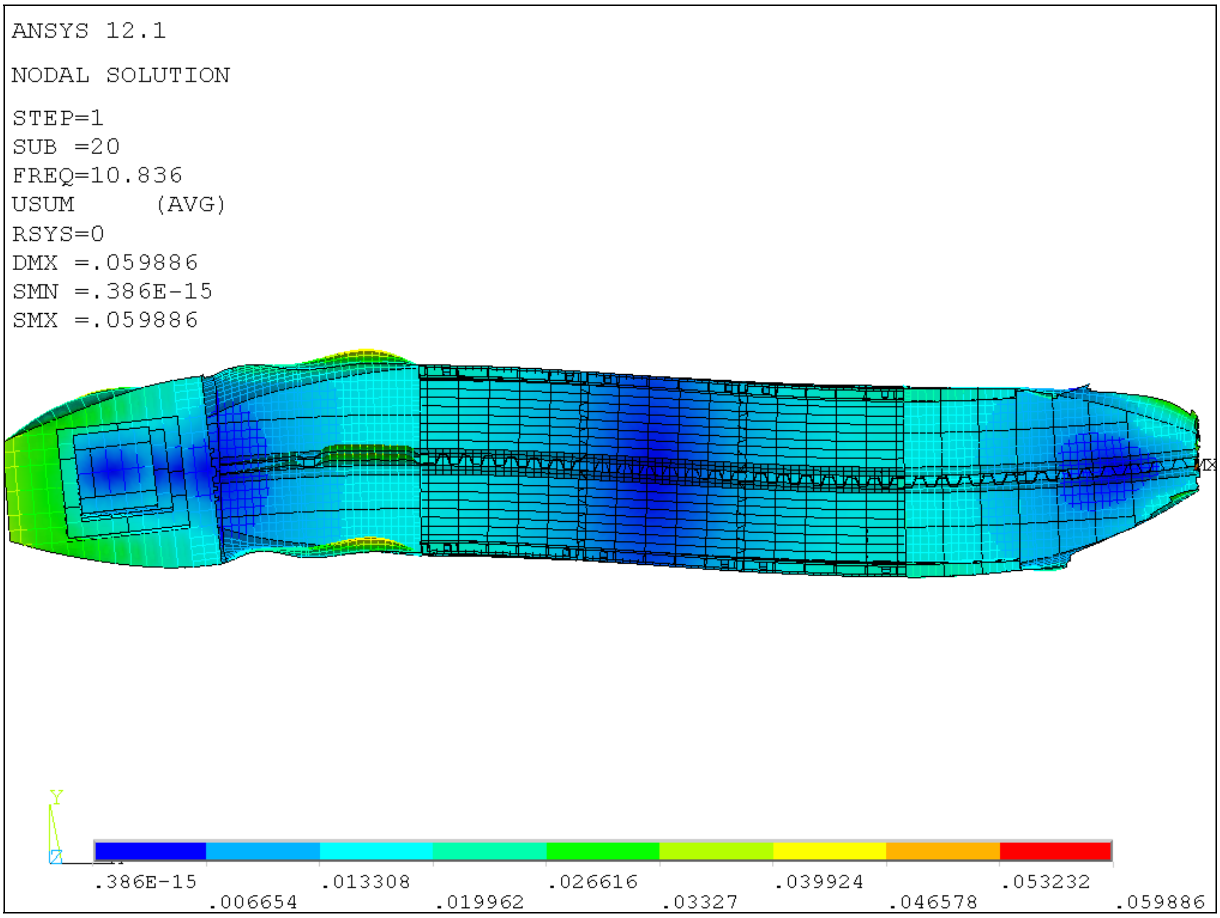
Analiz sonuçları incelendiğinde geminin mavi renkle gösterilen düğüm noktalarından itibaren eğilme yönlerinin değişim gösterdiği ve ters yönde ilerlemeye başladığı gözükmektedir.



Şekil 4.15 Eksu kütlesiz model yapısı 1. burulma modu sonucu (50000 kat abartılı sonuç)

Eksu kütlesiz model yapısı sonuçlarında geminin dördüncü doğal frekans değeri 8.942 Hz. olarak elde edilmiştir. Şekil 4.15'de görüleceği gibi dördüncü mod boy yönünde burulma olarak kendini göstermektedir. Bu frekans değerinde gemi bünyesinde 1 düğüm oluştuğu, geminin bu düğüm noktası etrafında dönmeye başladığı ve geminin bu noktadan sabitlenmiş gibi davrandığı gözükmektedir.

Burulma modu ile geminin baş tarafının sancak tarafa, kıç tarafın iskele tarafa yer değiştirdiği orta bölgenin sabit kaldığı sonuçlarla elde edilmiştir.



Şekil 4.16 Eksu kütlesiz model yapısı 2. yatay mod sonucu (50000 kat abartılı sonuç)

Eksu kütlesiz model yapısı sonuçlarında geminin beşinci ve son doğal frekans değeri 10.836 Hz. olarak elde edilmiştir. Şekil 4.16'da görüleceği gibi beşinci mod yatay yönde eğilme modu olarak kendini göstermektedir. Bu frekans değerinde gemi bünyesinde 3 düğüm oluştuğu gözükmektedir. Bu düğüm noktaları ortada, baş ve kıç tarafta olmak üzere gemi yapısı üzerinde dağılım göstermiştir.

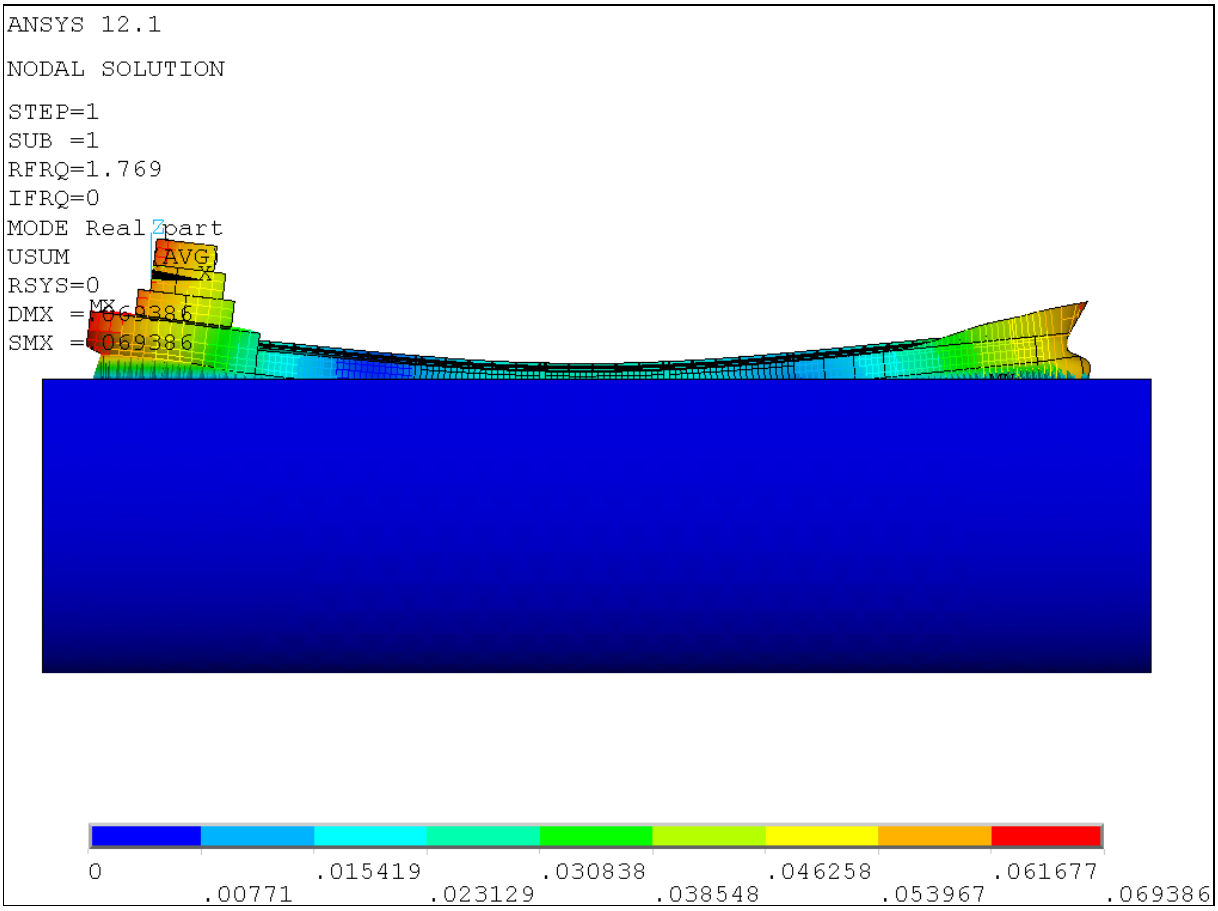
4.3.2 Eksu Kütleli Serbest Titreşim Modu Sonuçları

Yapılan analiz neticesinde eksu kütleli ilk beş mod aşağıdaki gibi bulunmuştur.

Çizelge 4.2 Eksu kütleli mod değerleri

Mod	Global Mod Türü	Değer (Hz)
1. Mod	1. Düşey Eğilme Modu	1,769
2. Mod	1. Yatay Eğilme Modu	3,493
3. Mod	2. Düşey Eğilme Modu	3,751
4. Mod	1. Burulma Modu	6,664
5. Mod	2. Yatay Eğilme Modu	8,761

Elde edilen eksu kütleli ve eksu kütlesiz serbest titreşim modları karşılaştırıldığında suyun sönüm etkisinden dolayı frekans değerlerinde %18-30 oranında azalma görülmüştür.

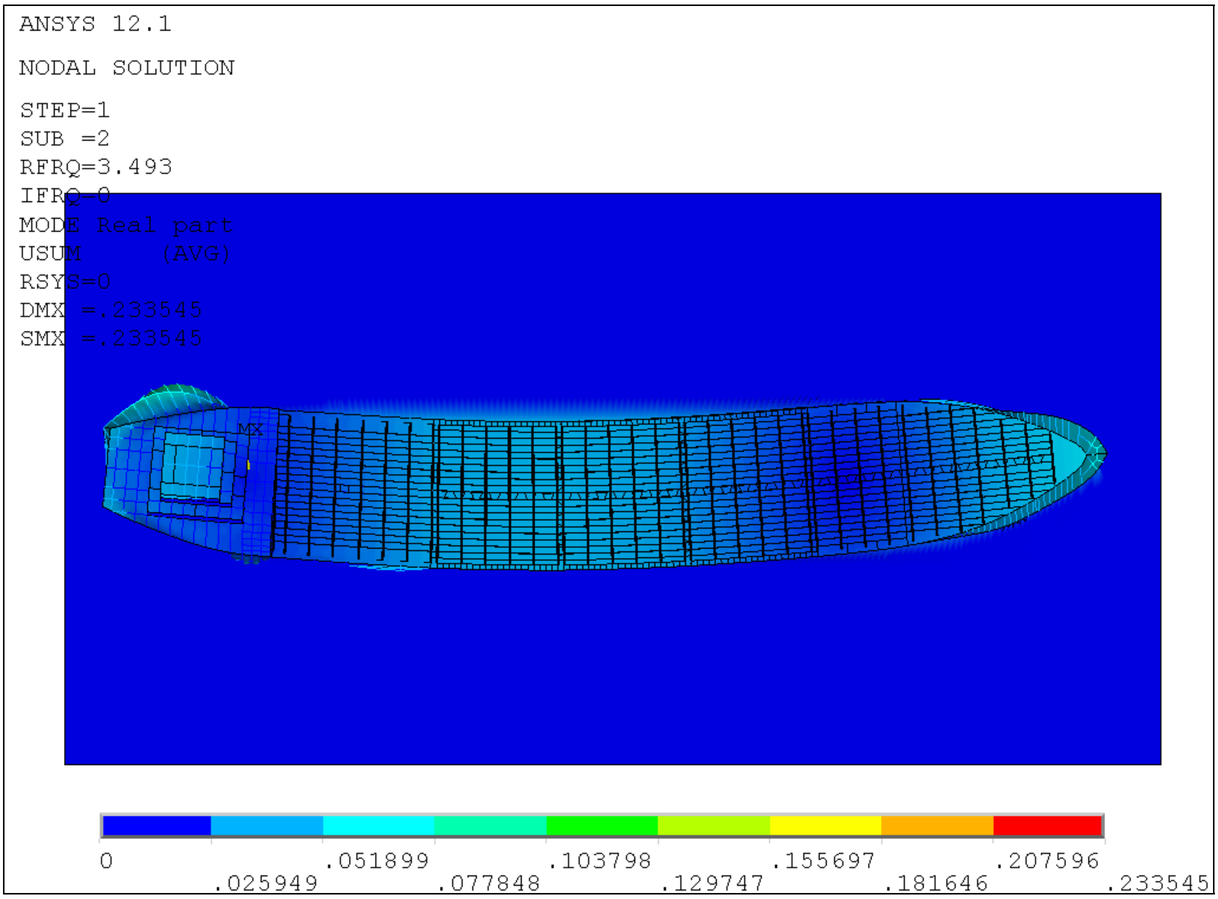


Şekil 4.17 Eksu kütleli model yapısı 1. düşey mod sonucu (50000 kat abartılı sonuç)

Eksu kütleli analizlerde elde edilen analiz sonuçlarında deniz suyunu temsil eden kısımda herhangi bir değişikliğin olmadığı sadece gemi ile temas eden ıslak yüzeyin ortak hareket ettiği gözlemlenmiştir.

Eksu kütleli model yapısı sonuçlarında geminin ilk doğal frekans değeri 1.769 olarak elde edilmiştir. Şekil 4.17'de görüleceği gibi ilk mod düşey yönde eğilme modu olarak kendini göstermektedir. Bu frekans değerinde gemi bünyesinde 2 düğüm oluştuğu gözükmektedir.

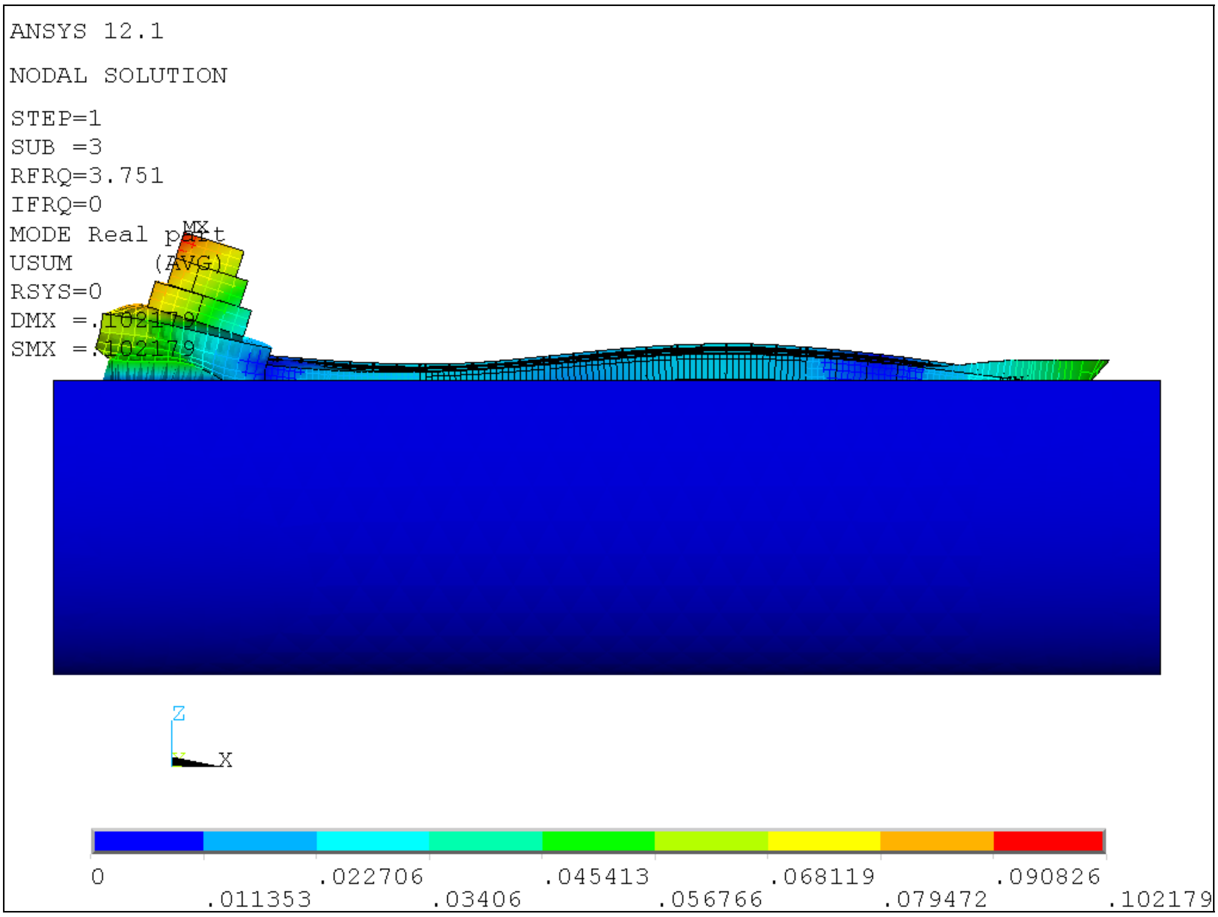
Elde edilen eksu kütleli frekans değerlerinin eksu kütlesiz model yapısı ile elde edilen frekans değerleri ile karşılaştırıldığında suyun meydana getirdiği sönüm etkisinden dolayı frekans değerinde %27.08 oranında bir azalma meydan gelmiştir.



Şekil 4.18 Eksu kütleli model yapısı 1. yatay mod sonucu (50000 kat abartılı sonuç)

Eksu kütleli model yapısı sonuçlarında geminin ikinci doğal frekans değeri 3.493 Hz. olarak elde edilmiştir. Şekil 4.18'de görüleceği gibi ikinci mod yatay yönde eğilme modu olarak kendini göstermektedir. Bu frekans değerinde gemi bünyesinde 2 düğüm oluştuğu gözükmektedir.

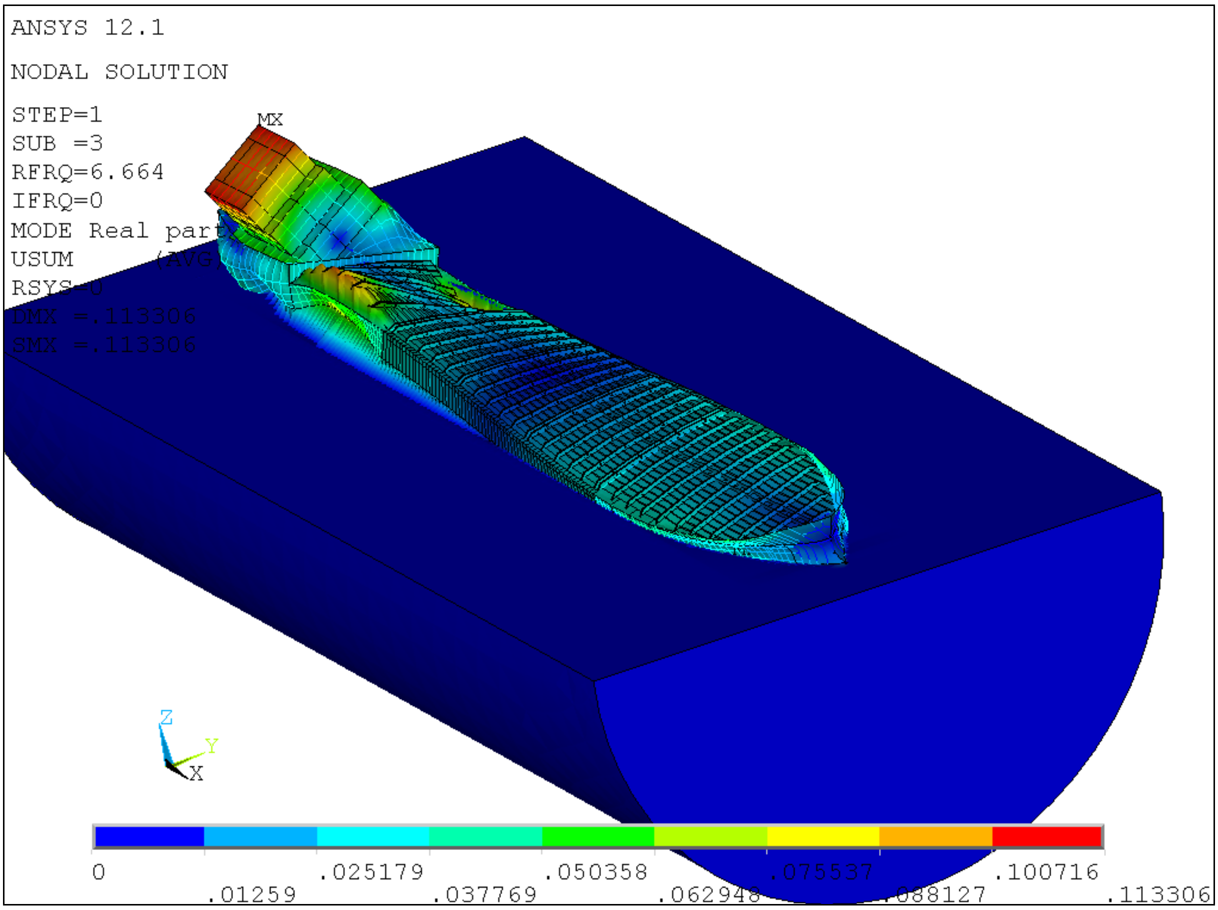
Elde edilen eksu kütleli frekans değerlerinin eksu kütlesiz model yapısı ile elde edilen frekans değerleri ile karşılaştırıldığında suyun meydana getirdiği sönüm etkisinden dolayı frekans değerinde %18 oranında bir azalma meydan gelmiştir.



Şekil 4.19 Eksu kütleli model yapısı 2. düşey mod sonucu (50000 kat abartılı sonuç)

Eksu kütleli model yapısı sonuçlarında geminin üçüncü doğal frekans değeri 3.751 Hz. olarak elde edilmiştir. Şekil 4.19'da görüleceği gibi üçüncü mod düşey yönde eğilme modu olarak kendini göstermektedir. Bu frekans değerinde gemi bünyesinde 3 düğüm oluştuğu gözükmektedir. Bu düğüm noktaları ortada, baş ve kıç tarafta olmak üzere gemi yapısı üzerinde dağılım göstermiştir.

Elde edilen eksu kütleli frekans değerlerinin eksu kütlesiz model yapısı ile elde edilen frekans değerleri ile karşılaştırıldığında suyun meydana getirdiği sönüm etkisinden dolayı frekans değerinde %30.66 oranında bir azalma meydan gelmiştir.

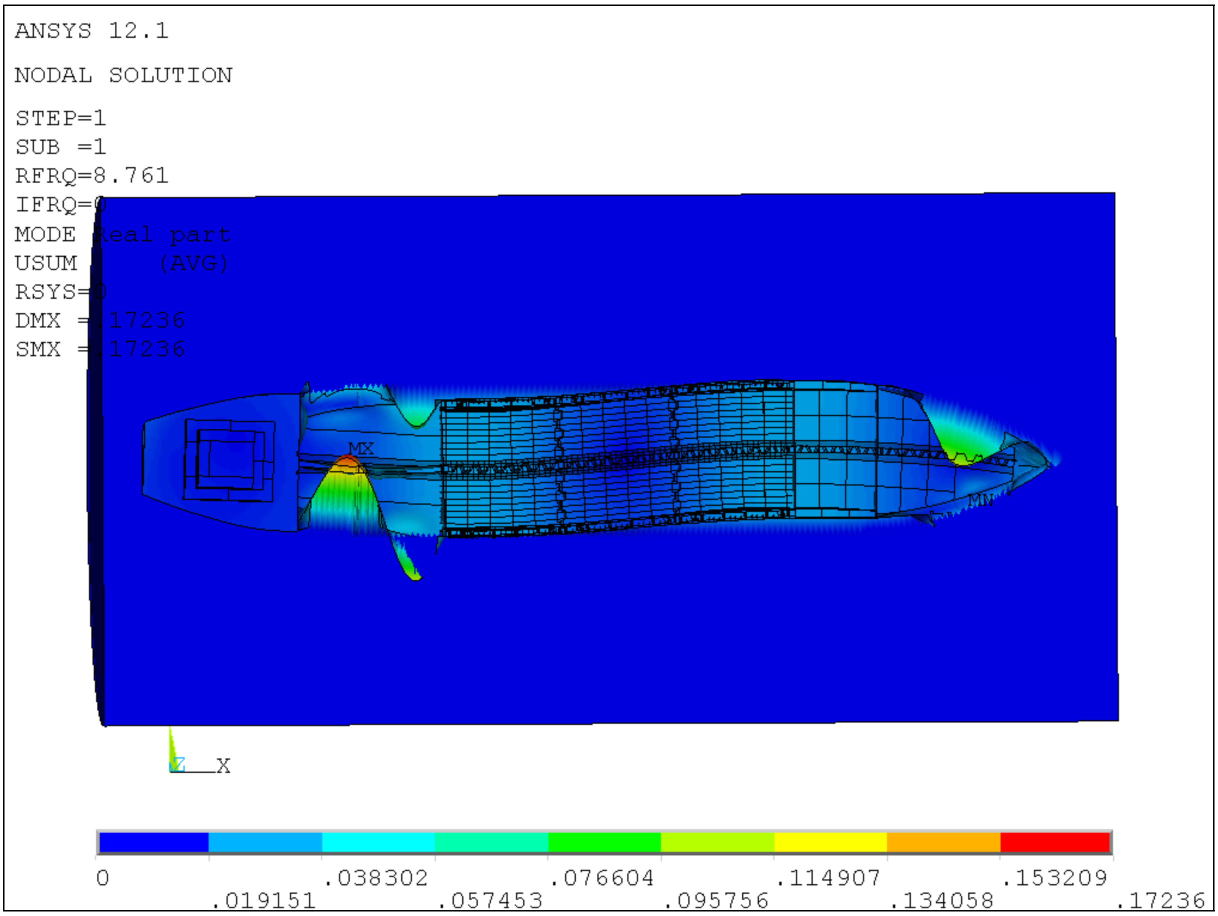


Şekil 4.20 Eksu kütleli model yapısı 1. burulma modu sonucu (50000 kat abartılı sonuç)

Eksu kütleli model yapısı sonuçlarında geminin dördüncü doğal frekans değeri 6.664 Hz. olarak elde edilmiştir. Şekil 4.20’de görüleceği gibi dördüncü mod boy yönünde burulma modu olarak kendini göstermektedir.

Bu frekans değerinde gemi bünyesinde 1 düğüm oluştuğu, geminin bu düğüm noktası etrafında dönmeye başladığı ve geminin bu noktadan sabitlenmiş gibi davrandığı gözükmektedir. Burulma modu ile geminin baş tarafının sancak tarafa, kıç tarafın iskele tarafa yer değiştirdiği orta bölgenin sabit kaldığı sonuçlarla elde edilmiştir.

Elde edilen eksu kütleli frekans değerlerinin eksu kütlesiz model yapısı ile elde edilen frekans değerleri ile karşılaştırıldığında suyun meydana getirdiği sönüm etkisinden dolayı frekans değerinde %25.47 oranında bir azalma meydan gelmiştir.



Şekil 4.21 Eksu kütleli model yapısı 2. yatay mod sonucu (50000 kat abartılı sonuç)

Eksu kütleli model yapısı sonuçlarında geminin beşinci doğal frekans değeri 8.761 Hz. olarak elde edilmiştir. Şekil 4.21'de görüleceği gibi beşinci mod yatay yönde eğilme modu olarak kendini göstermektedir. Bu frekans değerinde gemi bünyesinde 3 düğüm oluştuğu gözükmektedir. Bu düğüm noktaları ortada, baş ve kıç tarafta olmak üzere gemi yapısı üzerinde dağılım göstermiştir.

Elde edilen eksu kütleli frekans değerlerinin eksu kütlesiz model yapısı ile elde edilen frekans değerleri ile karşılaştırıldığında suyun meydana getirdiği sönüm etkisinden dolayı frekans değerinde %19.15 oranında bir azalma meydan gelmiştir.

Aşağıda verilen tablo ile eksu kütleli ve eksu kütlesiz model yapıları ile alınan değerlerin değişim yüzdesi gösterilmiştir.

Çizelge 4.3 Titreşim mod değer değişimleri

MOD	Global Mod Türü	Ek Su Kütlesiz Mod Değerleri (Hz)	Ek Su Kütleli Mod Değerleri (Hz)	Değişim Oranı
1. Mod	1. Düşey Eğilme Modu	2,426	1,769	% 27,08
2. Mod	1. Yatay Eğilme Modu	4,26	3,493	% 18,00
3. Mod	2. Düşey Eğilme Modu	5,41	3,751	% 30,66
4. Mod	1. Burulma Modu	8,942	6,664	% 25,47
5. Mod	2. Yatay Eğilme Modu	10,836	8,761	% 19,15

4.4 Rezonans Kontrolü

Rezonans değerinin saptanabilmesi için ana makinenin, şaftın ve pervanenin kanat frekans değerleri hesaplanmıştır. Bu hesaplarda ana makinenin maksimum değeri olan 720 d/d üst sınır olarak alınmıştır. Hesaplanan değerler ile eksu kütleli serbest titreşim değerleri karşılaştırılmıştır.

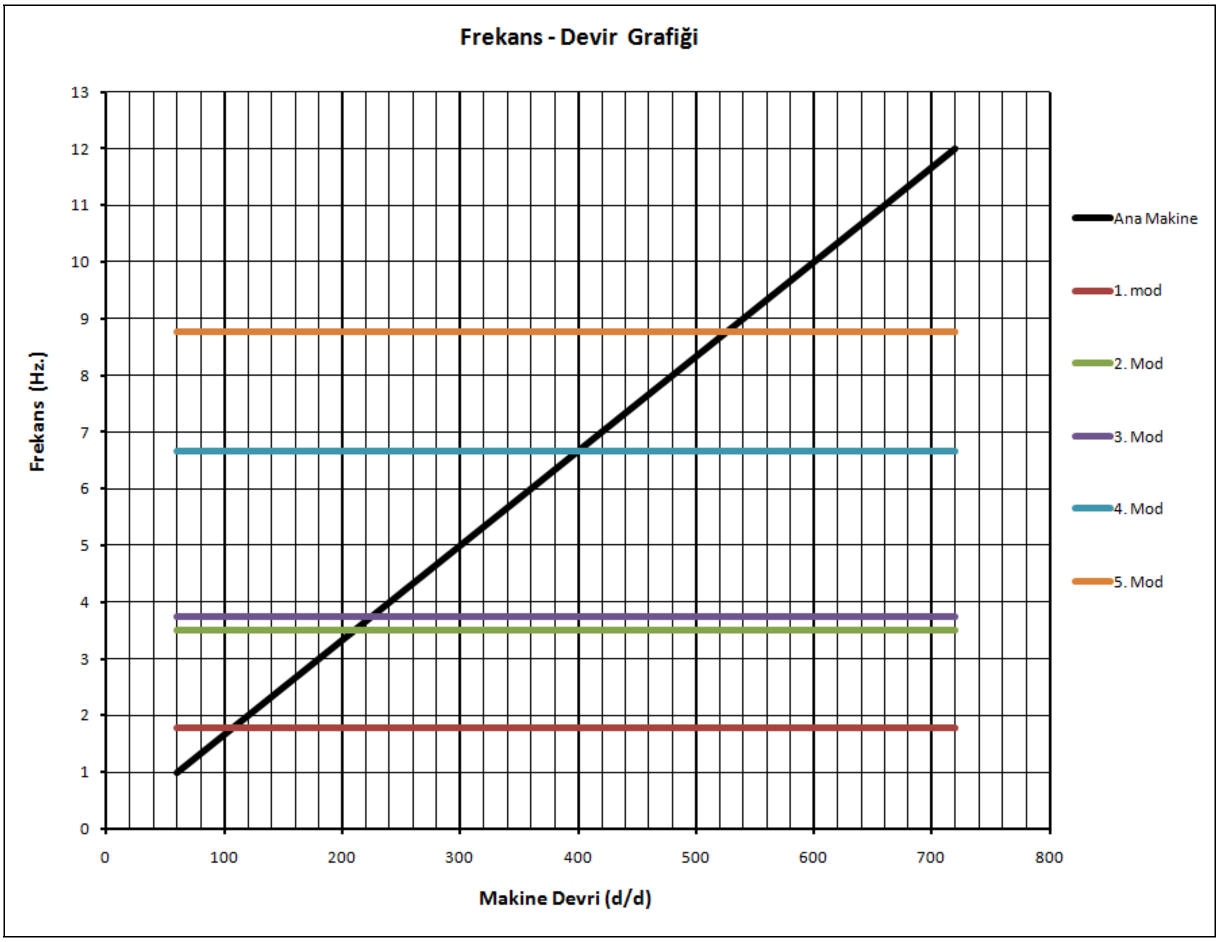
Çizelge 4.4 Makine, pervane ve şaft frekans değerleri

DEVİR	Makine Frekansı (Hz)	Pervane Frekansı (Hz)	Şaft Frekansı (Hz)
60	1	1,28	0,32
120	2	2,56	0,64
180	3	3,85	0,96
240	4	5,13	1,28
300	5	6,41	1,60
360	6	7,69	1,92
420	7	8,97	2,24
480	8	10,26	2,56
540	9	11,54	2,88
600	10	12,82	3,21
660	11	14,10	3,53
720	12	15,38	3,85

Ana makinenin frekans değerleri saniyedeki devir sayısına eşit olarak değişim göstermektedir. Ancak şaft frekans değeri ana makine devrinin 3,12 redüksiyon oran düzeltmesi ile pervane frekans değeri ise her bir kanat için şaft devrinin 4’e bölünmesi ile elde edilmiştir.

4.4.1 Makine Kontrolü

Analiz neticesinde elde edilen 5 frekans değerleri rezonans diyagramına yerleştirilmiş ve aynı diyagrama yerleştirilen ana makine frekans değerleri ile karşılaştırılarak kritik devirler saptanmıştır.



Şekil 4.22 Ana makine rezonans diyagramı

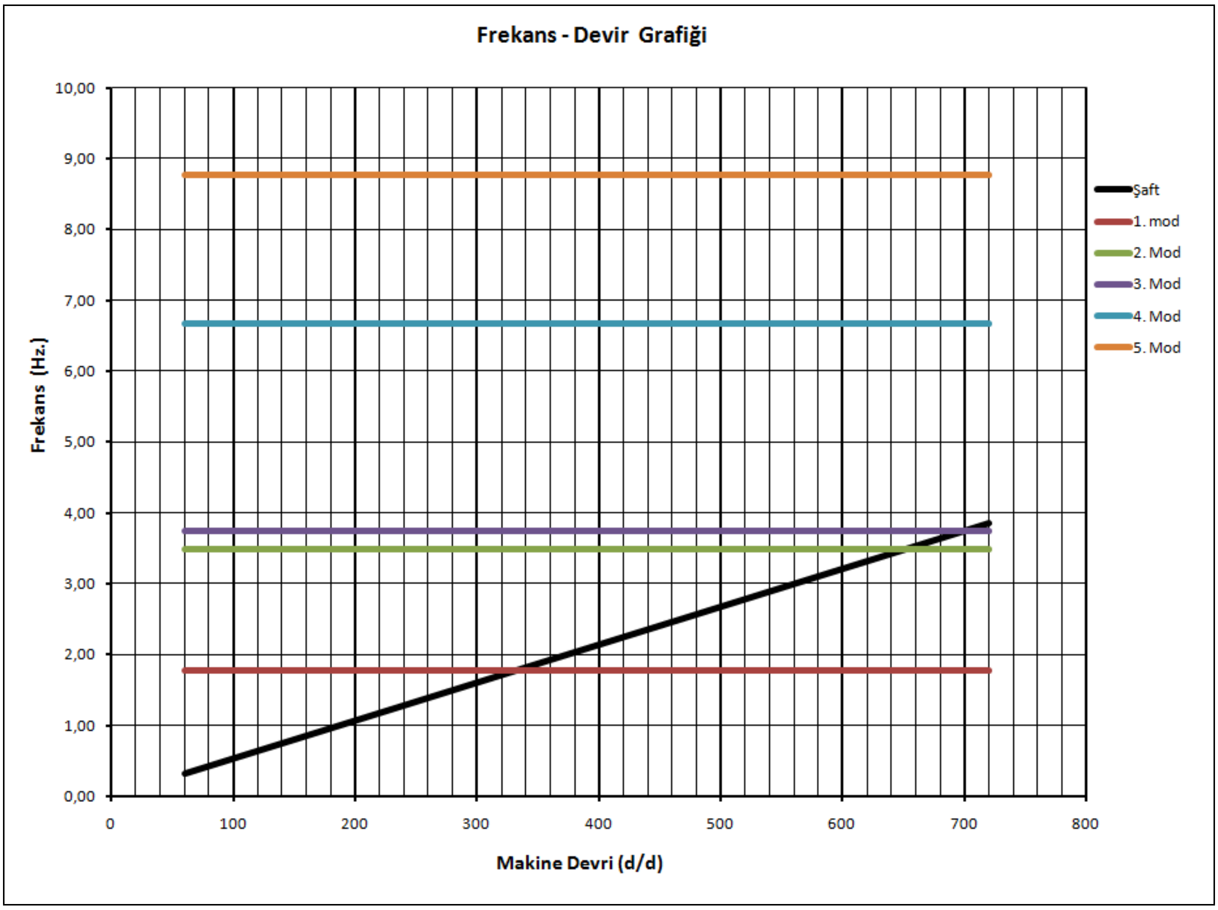
Rezonans kritik devirlerin bulunabilmesi için Şekil 4.22'de makine frekansı ile bulunan mod frekanslarının kesişim yerleri saptanmıştır. Bu devirler makine için mutlak kritik devirler olarak tespit edilmiştir.

Çizelge 4.5 Ana makine rezonans devir noktaları

	1. Mod	2. Mod	3. Mod	4. Mod	5. Mod
Kritik Devir	110 d/d	210 d/d	220 d/d	400 d/d	530 d/d

4.4.2 Şaft Kontrolü

Analiz neticesinde elde edilen 5 frekans değerleri rezonans diyagramına yerleştirilmiş ve aynı diyagrama yerleştirilen şaft frekans değerleri ile karşılaştırılarak kritik devirler saptanmıştır.



Şekil 4.23 Şaft rezonans diyagramı

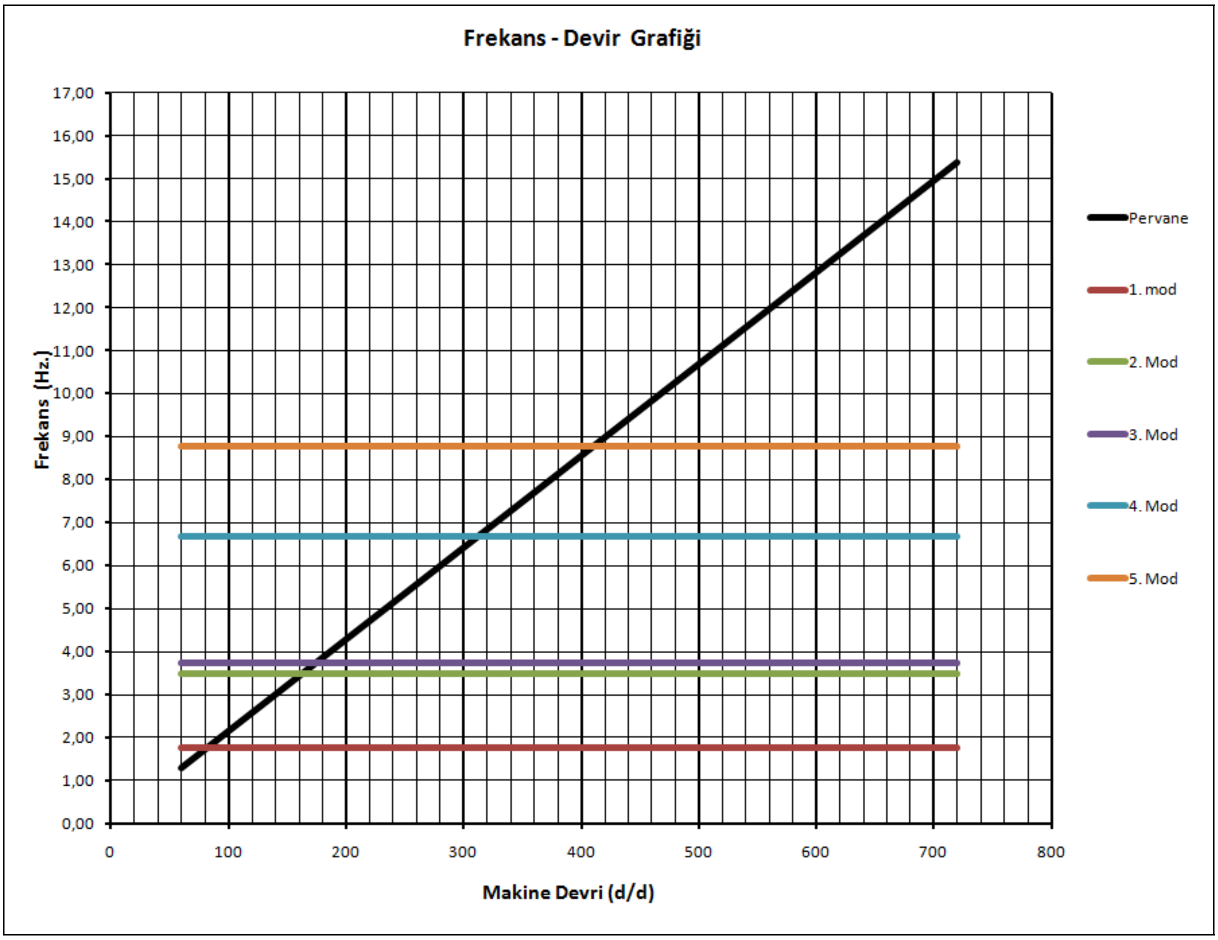
Rezonans kritik devirlerin bulunabilmesi için Şekil 4.23'de şaft frekansı ile bulunan mod frekanslarının kesişim yerleri saptanmıştır. Bu devirler şaft için mutlak kritik devirler olarak tespit edilmiştir.

Çizelge 4.6 Şaft rezonans devir noktaları

	1. Mod	**2. Mod**	**3. Mod**	**4. Mod**	**5. Mod**
Kritik Devir	330 d/d	650 d/d	700 d/d	---	---

4.4.3 Pervane Kontrolü

Analiz neticesinde elde edilen 5 frekans değerleri rezonans diyagramına yerleştirilmiş ve aynı diyagrama yerleştirilen pervane frekans değerleri ile karşılaştırılarak kritik devirler saptanmıştır.



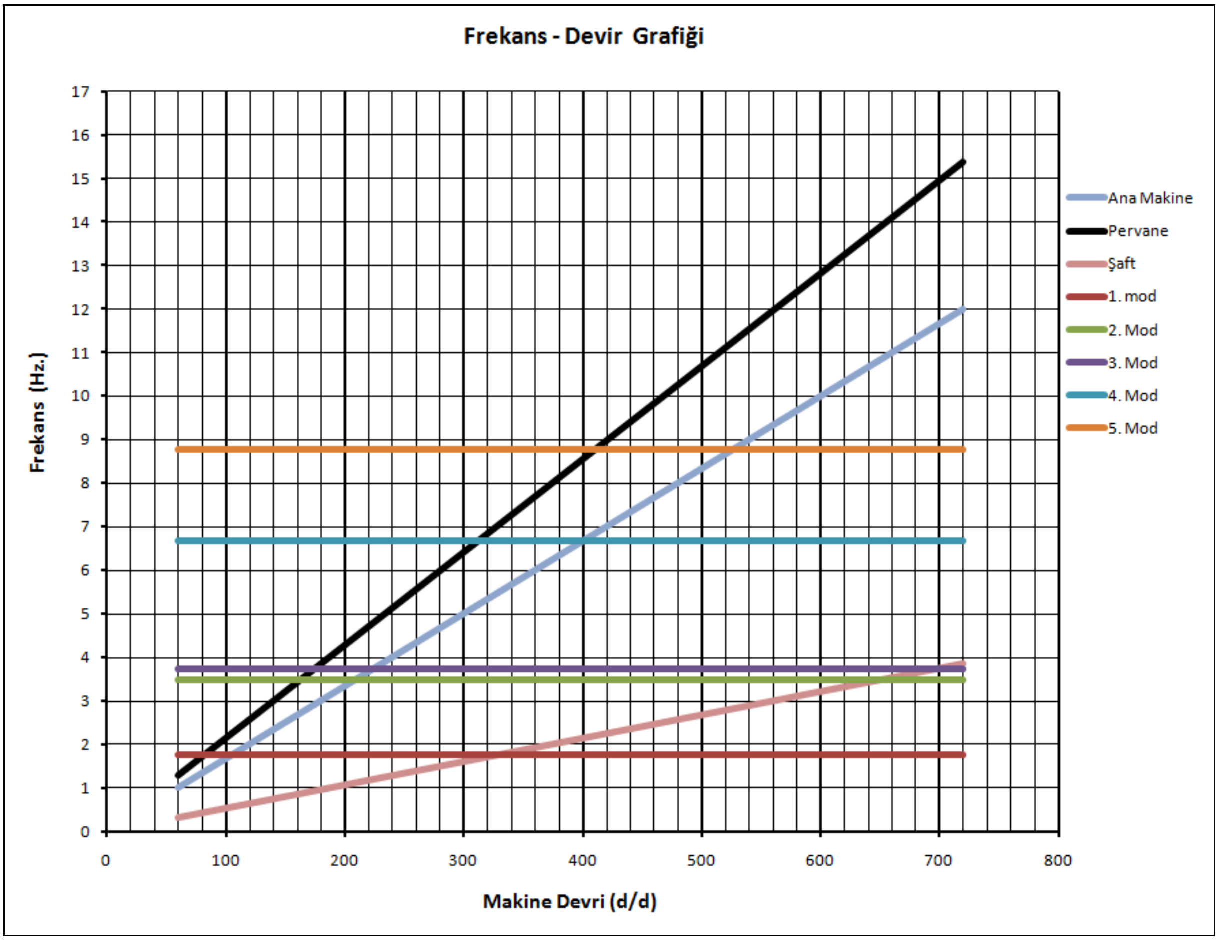
Şekil 4.24 Pervane rezonans diyagramı

Rezonans kritik devirlerin bulunabilmesi için Şekil 4.24'de pervane frekansı ile bulunan mod frekanslarının kesişim yerleri saptanmıştır. Bu devirler pervane için mutlak kritik devirler olarak tespit edilmiştir.

Çizelge 4.7 Pervane rezonans devir noktaları

	1. Mod	2. Mod	3. Mod	4. Mod	5. Mod
Kritik Devir	80 d/d	160 d/d	170 d/d	310 d/d	410 d/d

Gemi bünyesinde rezonans kontrolünün yapıldığı 3 ana ekipmanın aynı grafikte birleştirilmesi ile gemi için kritik ortak devir sayıları saptanır.



Şekil 4.25 Ana makine, pervane ve şaft rezonans diyagramı

Rezonans ortak kritik devirlerin bulunabilmesi için Şekil 4.25'de ana makine, şaft ve pervane ile eksu kütleli gemi yapısı ile elde edilen mod frekanslarının kesişim yerleri saptanmıştır. Bu kesişim bölgeleri gemi için mutlak kritik devirler olarak tespit edilmiştir. Yaklaşık kritik devirlerde ortalamalar dikkate alınmıştır.

Çizelge 4.8 Ortak rezonans devir noktaları

Kritik Devirler	90 d/d	160 d/d	210 d/d	320 d/d	410 d/d	530 d/d	650 d/d

4.5 Sonuç

Ana makine devir sayısıyla değişim gösteren ana makine, şaft ve pervane frekans değerleri sonlu elemanlar hesabından elde edilen mod değerleri ile hem ayrı ayrı karşılaştırılarak hem de ortak gösterilerek rezonans değerleri saptanmıştır.

Yapılan kontroller ardında sadece ana makine ile yapılan kontrollerde 110 d/d, 210 d/d, 220 d/d, 400 d/d ve 530 d/d kritik devir sayıları olarak saptanmıştır. Şaft ile yapılan kontrollerde 330 d/d, 650 d/d ve 700 d/d kritik devir sayıları olarak saptanmıştır. Pervane ile yapılan kontrollerde 80 d/d, 160 d/d, 170 d/d, 310 d/d ve 410 d/d kritik devir sayıları olarak saptanmıştır.

Gemi bünyesinde rezonans kontrolünün yapıldığı 3 ana ekipmanın aynı grafikte birleştirilmesi ile gemi için 90 d/d, 165 d/d, 210 d/d, 320 d/d, 410 d/d, 530 d/d ve 650 d/d kritik ortak devir sayıları olarak saptanmıştır.

Yapılan bu hesaplamalar ve elde edilen değerler sonucunda belirlenen kritik devir sayılarında ana makinenin sürekli seyri halinde gemi bünyesinde rezonans görülecektir. Bu durumda titreşim ve gürültünün meydana geleceği gibi titreşim kaynaklı malzeme deformasyonları ve çatlakları meydana gelecektir. Bu bozulmalar çelik yapının mukavemet özelliğini yerine getirmemesine ve kısa sürede kırılma ve kopmalara neden olacaktır. Bu nedenle seyir esnasında tespit edilen kritik devir sayılarında sürekli seyir yapılmamalı ve bu devirlerden kaçınılmalıdır.

KAYNAKLAR

Ansys v. 12.1 help.

Argyis, J.H. ve Kelsey, S., (1960), Energy Theorems and Structural Analysis, Butterworths.

Argyis, J.H., (1964), Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis, Progr. Aeron. Sci., 4.

Bathe, K. J. ve Wilson, E. L., (1976), Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall, New Jersey.

Clough, R.W., (1960), The Finite Element in Plane Stress Analysis, Proc. 2nd A.S.C.E. Conf. On Electronic Computation, , 345-378, Pittsburgh.

Doctors, L.J., (1970), An Application of the Finite Element Technique for Boundary Value Problems of Potential Flow, Ins. J. Num. Meth. Engng., 2: 243-252.

Ergin, A., Bayraktarkatal, E. ve Ünsan, Y., (Mayıs 2000), Sonlu Elemanlar Metodu ve Gemi İnşaatı Sektöründeki Uygulamaları, Seminer Kitabı, Yapım Matbaacılık, İstanbul.

Gallagher, R.H., (1969), Finite Element Analysis of Plate and Shell Structures, Proc. of A.S.C.E. Synp. on Application of Finite Element Methods in Civil Engineering, Vanderbilt University, 155-205, Nashville, Tennessee.

Grafton, P.E. ve Strome, D.R., (1963), Analysis of Axisymmetrical Shells by the Direct Stiffness Method, J. A.I.A.A., 1: 2342-2347.

Guyan, J.R., (1965), Reduction of Stiffness and Mass Matrices, AIAA Journal, 3(2): 380.

Hrennikof, A., (1941), Solution of Problems in Elasticity by the Framework method, Journal of Applied Mechanics, A8: 169-175.

McHenry, D., (1943), A Lattice Analogy for the Solution of Plane Stress Problems, Journal of Inst. Civil Eng., 21: 59-82.

Reddy, J. N., (2005), Solutıons Manual For an Introduction to The Finite Element Method, 3, New York.

Topçu, M. ve Taşgetiren, S., (1998), Mühendisler için Sonlu Elemanlar Metodu, PAÜ Mühendislik Fakültesi Matbaası, Ders Kitapları Yayın No: 007, ISBN 975-6992-03-4, Denizli.

Turner, M.J., Clough, R.W., Martin, H.C. ve Topp, L.T., (1956), Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures, J. Aero. Sci., 23: 805-823.

Zienkiewicz, O.C. ve Cheung, Y.K., (1965), Finite Elements in the Solution of Field Problems, The Engineer, 220: 507-510.

Zienkiewicz, O. C. ve Taylor, R. L., (2000), The Finite Element Method, Fifth Edition, 1, The Basis.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	13.03.1982	
Doğum yeri	Lice / Diyarbakır	
Lise	1996-1999	Yunus Emre Lisesi
Lisans	2003-2008	Yıldız Teknik Üniversitesi Makine Fak. Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	2009-	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Programı

Çalıştığı Kurumlar

	2007-2008	Delta Marine Mühendislik, Mühendis
	2009-Halen	Figes Mühendislik, Mühendis