

57435



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SONLU ELEMANLAR ANALİZİ İLE KASNAK DİZAYNI VE OPTİMİZASYONU

Gemi İnş.ve Mak.Müh.Alper AYDINAY

F.B.E. Gemi İnşaatı Anabilim Dalında Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Prof.Dr.Nihat TEKİN

İSTANBUL 1996

İÇİNDEKİLER

İçindekiler	i
Teşekkür	IV
Türkçe Özet	V
İngilizce Özet	Vi
1.Sonlu Elemanlar Yaklaşımı	1
1.1.Sonlu Elemanlar Yaklaşımının Temel Prensipler	1
1.1.1.Yapısal Analiz İçin Bazı Fiziksel İlişkiler	2
1.1.1.1.Sınırlarda Gerilme Denge Denklemleri	3
1.1.1.2.Deplasman Gerinim İlişkisi	4
1.1.1.3.Gerilme Gerinim İlişkisi	5
1.1.2.Potansiyel Enerji Denklemleri	6
1.1.3.Galerkin Metodu	8
1.1.5.Bir Boyutlu Problemler	12
1.1.5.1.Şekil Fonksiyonları	13
1.1.5.2.Bir Boyutta Potansiyel Enerji Yaklaşımı	16
1.1.5.2.1.Eleman Katılık Matrisinin Oluşturulması	16
1.1.5.2.2.Kuvvet Terimlerinin Oluşturulması	16
1.1.5.2.3.Potansiyel Enerji Denkleminin Oluşturulması	17
1.1.5.3.Bir Boyutta Galerkin Yaklaşımı	18
1.1.5.3.1.Eleman Katılık Matrisinin Oluşturulması	18
1.1.5.3.2.Kuvvet Terimlerinin Oluşturulması	18
1.1.5.3.3.Galerkin Denkleminin Oluşturulması	19
1.1.5.4.Global Katılık Matrisinin Oluşturulması ve Özellikleri	20
1.1.5.5.İkinci Derece Şekil Fonksiyonları	22

1.1.6.İki Boyutlu Problemler	24
1.1.6.1.Şekil Fonksiyonları	25
1.1.6.2.İki Boyutta Potansiyel Enerji Yaklaşımı	30
1.1.6.2.1.Eleman Katılık Matrisinin Oluşturulması	30
1.1.6.2.2.Kuvvet Terimlerinin Oluşturulması	30
1.1.6.2.3.Potansiyel Enerji Denkleminin Oluşturulması	32
1.1.6.3.Bir Boyutta Galerkin Yaklaşımı	33
1.1.6.3.1.Eleman Katılık Matrisinin Oluşturulması	33
1.1.6.3.2.Kuvvet Terimlerinin Oluşturulması	33
1.1.6.3.3.Galerkin Denkleminin Oluşturulması	33
1.1.7.Üç Boyutlu Tetrahedron Elemanlar	34
1.2.Sonlu Elemanlar Ağı	37
1.2.1.Mesh Teknikleri	37
1.2.1.1.Serbest Mesh	37
1.2.1.2.Atamalı Mesh	39
1.2.2.Çeşitli Eleman Tipleri	39
1.2.2.1.Shell Elemanlar	39
1.2.2.2.Solid Elemanlar	40
1.2.2.3.Axisymmetric Elemanlar	40
1.2.3.Mesh Kalite Kriterleri	41
1.2.3.1.Warping	41
1.2.3.2.Distortion	41
1.2.3.3.Stretch	42
1.2.3.4.Normal Yönleri	43
1.2.4.Geometrinin Mesh İçin Hazırlanması	43
1.2.5.Post Processing İşlemi	44
2.Örnek Parça Dizaynı	45
2.1.Dizayn Parametreleri	45

2.1.1.Boyutsal Parametreler	47
2.1.2.Kalıp Kısıtları	48
2.1.3.Malzeme Kısıtları	49
2.2.Matematik Model	52
2.2.1.Temel Prensipler	52
2.2.1.1.Gerginlikler arası ilişki	53
2.2.1.2.Güç - Gerilme Arası ilişki	55
2.2.1.3.Güç - Kontak Yüzey basıncı ilişkisi	56
2.3.Matematik Model için Gerekli Testler	58
2.3.1.Sürtünme Katsayısı Tespit Testi	58
2.3.2.Matematik Model Doğrulama testi	61
2.4.Rakip Ürün Değerlendirme	64
2.5.Kci Profili Seçimi	70
3.Kasnağın Sonlu Elemanlar Analizi ve Optimizasyonu	71
3.1.Sınır Koşulları ve Analizler	71
3.2.SONUÇLAR	74
Ekler	
Referanslar	
Özgeçmiş	

TEŞEKKÜR

Projenin başlangıcından itibaren her türlü desteği gösteren ve ilgilerini esirgemeyen Sayın Prof.Dr.Nihat Tekin 'e , Sayın Y.Doç Dr.Nurten Vardar 'a ,Arçelik A.Ş. Çamaşır Makinası İşletmesi Ürün Geliştirme Bölümü Personeline , Arçelik A.Ş. Ar-Ge Başkanlığına , Sayın Av.Tuba Aykut 'a ve Aileme

Sonsuz teşekkür ve saygılarımı sunarım.

Alper Aydınay

1996

Özet

Bu proje endüstrinin pek çok dalında olduğu gibi çamaşır makinalarında da kullanılan kayış kasnak mekanizmalarında yer alan kasnak parçasının dizaynı ve yine endüstride son yıllarda pek çok uygulama alanı bulan Sonlu Elemanlar Yöntemi ile yapılan Mukavemet analizlerini içermektedir. Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsüne Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanan çalışma aynı zamanda , Yeni Seri Otomatik Çamaşır Makinası Ana projesinin bir Alt Projesi olarak Arçelik A.Ş. için yapılan bir endüstriyel projedir. Projede temel hedef yeni bir makina serisinde kullanılmak üzere CAD ortamında yeni bir kasnak dizayn edilmesi ve mukavemet - ağırlık optimizasyonun yapılarak mevcut kasnağa göre 200 gr/adet alüminyum tasarrufu sağlamaktır.

Bu çalışma başlıca üç ana bölüme ayrılmıştır.Projenin ilk bölümü Sonlu Elemanlar yaklaşımı ile yapısal analizin Matematiksel prensiplerini ve CAD yazılımlarında standart hale gelmiş bazı ağ tekniklerini içerir. Sonlu elemanlar analiz yöntemi bir ucu çok karmaşık matematik hesaplarına , bir ucuysa çok basit mühendislik prensiplerine dayanan bir metoddur. Özellikle bilgisayar donanım ve yazılım sektörlerindeki gelişmeye paralel olarak giderek akademik alandan endüstriyel alana doğru yayılan söz konusu metod dizayn öncesinde mühendislere büyük kolaylıklar sağlamaktadır.

Projenin ikinci bölümü mühendislik dizaynını kapsar.Bu bölümde kasnak dizaynı için dinamik durumda etkiyen yükleri elde edebileceğimiz bir matematik model kurulması ; modelin gerçeğe mümkün olduğunca yaklaşabilmesi için gerekli bazı deneylerin yapılması , dizaynı etkileyen bazı kısıtlar ve rakip ürünler arasında yapılan incelemeler sunulmuştur.

Son bölümde ise CAD ile katı modeli oluşturulan parçanın analizi için gerekli sınır koşulları ile analiz sonrası sonuçların yorumlanması anlatılmıştır.Kol profil seçimi ve kompie kasnak analiz sonuçları proje sonuna eklenmiştir.

Bu proje neticesinde yapılan kasnak dizaynı ile istenilen hedef tutturulmuş ve ağustos 1996 tarihi itibarıyla kalıp siparişleri verilmiştir.

Abstract

This project includes the design of a pulley and its strength analysis by the Finite Elements Method which commonly using at industry. It is a master thesis for Science institute of Yıldız Thecnical University and also it is a subprojet of the new series washing machine main project for Arçelik A.Ş. Target of this work is making a new pulley design, optimizing it and as a result saving aluminum 200 gr. per part

This projet has three main chapters. First of them includes principles of structural analysis by the finite elements method. This chapter also contains the tecniques of finite elements mesh which is installing to a geometry by CAD/CEA softwares. The finite elements is a computitional method that involves both very complex mathematical formulations and very basic engineering principles into itself. This method provides some advantages to designers for comparing some geometries and assuming the behavior of them under some physically conditions.

The second chapter of the project includes the design of new pulley. Mathematical model for obtaining the loads at dynamic conditions is represented in this chapter. Certainly some test setups and results to verify the mathematically model are shown in this part. Second chapter also contains Benchmarkings and design restrictions.

Last chapter is about the boundry conditions of pulley for analysis and the results of both finite elements anaiysis of spokes and entire pulley.

As a result of the project targets are satisfied by the new design of pulley

1.SONLU ELEMENLAR YAKLAŞIMI:

1.1.Sonlu elemanlar yaklaşımlarının temel prensipleri:

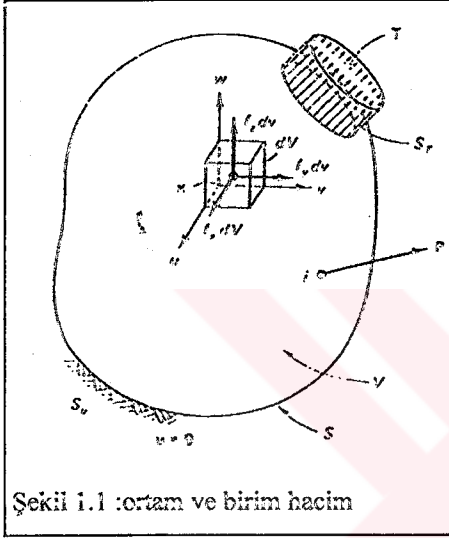
Sonlu elemanlar analizi fiziksel bir etki altındaki herhangi bir sürekli ortamın (Domain) bu etki altında gösterdiği davranışı bulabilmek için geliştirilmiş bir yaklaşım metodudur. Bu metoda göre sürekli ortam her ne kadar kompleks bir geometriye sahip olursa olsun, üzerine aynı geometriye yaklaşan ve basit şekilli elemanların biraraya gelmesiyle oluşan bir ağ oturtulur. Ağ oluşturan parçalara "sonlu elemanlar" adı verilir. Fiziksel etkiyi modelleyen diferansiyel denklemler üzerine fiziksel ilişkiler ve malzeme bilgilerinin eklenmesi ve sınır koşullarının uygulanmasıyla denklem seti oluşur. Her eleman için oluşan bu setin birleştirilerek çözülmesi ile elde edilen sonuçlar bize, sürekli ortamın söz konusu fiziksel etki altındaki yaklaşık davranışını verir.

Sonlu elemanlar yaklaşımı yapısal analiz, ısı analiz, magnetik analiz ve akışkan akımları konularında geniş kullanım alanına sahiptir. Özellikle CAD sistemlerinin gelişmesiyle, fiziksel olayların modellenmesi, mesh yaratma ve çözüm algoritmaları basitleşmiş ve akademik alandan endüstriyel alanlara kadar pek çok konuda yaygınlaşmıştır.

Sonlu elemanlar yönteminin temeli 1941 yılında Hrenikoff'un uçak kanatlarındaki düzlem elastisite problemlerini frame work metodu ile çözmesine dayanır. Daha sonra metodun fikir babası olarak 1943'te Courant'ın üçgenli alt elemanlar yardımı ile St. Venant'ın burulma problemini minimum potansiyel enerji yöntemiyle çözmesini anlattığı makalesi gösterilebilir. 1956 yılında Turner, Clough, Martin ve Topp tarafından yayınlanan bir makalede kirişler için katılık matrisi özellikleri ortaya çıkarılmıştır. Ancak bunların hepsinin biraraya getirilmesi ve ilk kez sonlu elemanlar teriminin kullanılması 1960 yılında Clough tarafından gerçekleştirilmiştir. (Ref:4)

İlk Sonlu elemanlar kitabı 1967 yılında Zienkiewicz ve Chung tarafından yayınlanmıştır. 1972 yılında Sonlu elemanlar analizi Oden tarafından ilk defa nonlinear sürekli ortamlara uygulanmıştır. (Ref:1)Bilgisayar sektöründeki gelişmelere paralel olarak yeni çözüm teknikleri ve yeni elemanlar geliştirme çalışmaları halen devam etmektedir.

1.1.1 Yapısal analiz için bazı fiziksel ilişkiler:



Herhangi bir elementai hacimde gerilme denge denklemleri:

3 boyutlu bir hacim V , ortam yüzeyi S olmak üzere bir dağılı yük uygulanmakta ve yüzeyin su ile gösterilen bölgesi hareket kısıtını sağlamaktadır.

$$U = [u, v, w]^T$$

$$F = [f_x, f_y, f_z]^T$$

$$T = [T_x, T_y, T_z]^T$$

$$P_i = [P_{x_i}, P_{y_i}, P_{z_i}]^T$$

U : Herhangi bir birim hacimde (dV) yer alan bir x noktasının deplasmanı

F : aynı hacme etkiyen bünye kuvvetleri (örn. :ağırlık)

T : yüzeye etkiyen dış kuvvetler (traction forces)

P_i : herhangi bir i noktasına etkiyen kuvvetler

olmak üzere ve gerilme tensörü her ne kadar 3×3 matris olsa da

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yx}, \tau_{xz}, \tau_{yz}]^T$$

olarak ifade edilir. ($\tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{xy} = \tau_{yx}$)

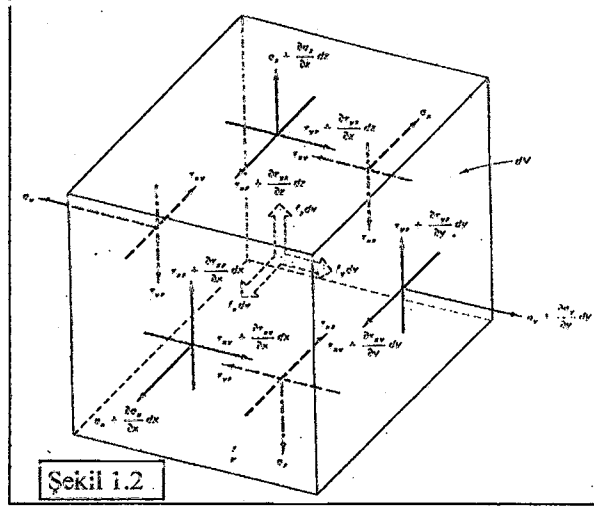
$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0, dV = dx dy dz$ dengeleri geçerlidir.

Buna göre

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y = 0$$

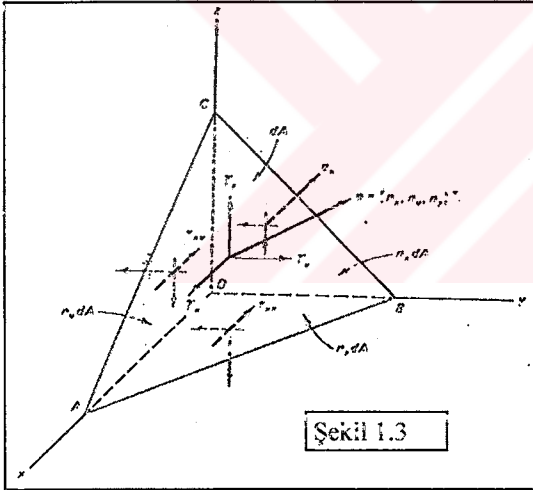
$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z = 0$$



Şekil 1.2

1.1.1.1.Sınırlarda gerilme denge denklemleri:

Deplasman kısıtı olan yüzeyde sınır koşulu $u=0$ dir(s_u da). Bu sınır koşulu elementar bir tetrahedronda düşünülürse $n dA$ alanının normal vektörü olmak üzere



Şekil 1.3

$$n = [n_x, n_y, n_z]^T$$

$$\sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z = T_x$$

$$BDC = n_x dA$$

$$\tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{yz} n_z = T_y$$

$$ABD = n_z dA$$

$$\tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_z n_z = T_z$$

$$ADC = n_y dA$$

Burada görüldüğü üzere bir tetrahedron için incelenen elementer hacim sınırda olduğundan gerilmeyi yaratan kuvvetler *Traction force*'lerdir.

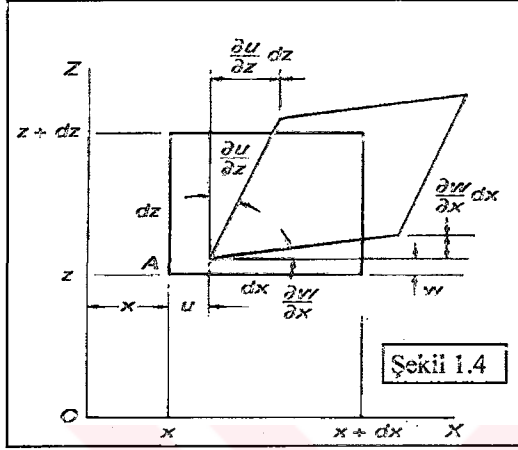
1.1.1.2.Deplasman gerinim ilişkisi

Gerinimi gerilmelere karşılık gelen bir vektörle tanımlarız.

$$\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}]^T$$

ε_x : Normal gerinim γ_{xz} : yüzey gerinim

Şekil 1.4 te küçük deplasmanlar için iki boyut bir gerinim görülmektedir.



Bu şekilden yola çıkarak diğer yüzeyleri de düşünersek:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} ; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\varepsilon = \left[\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]^T$$

şeklinde genişletilmiş olarak yazılabilir.

1.1.1.3. Gerilme-Gerinim ilişkisi:

Lineer elastik malzemelerde bu ilişki genellikle Hooke kanununa göre olur. Buna göre:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} , \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} , \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} , \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

olarak karşımıza çıkar ki burada ν : poisson oranı ve G : kayma modülüdür.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{Buna göre Hooke kanunundaki ilişkiden:}$$

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = \frac{(1-2\nu)}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad \text{bağıntısına ulaşılır.}$$

Bu ifadenin geneli hali $\sigma = D\epsilon$ dir (Hooke). Burada D:malzeme özelliklerini belirleyen isotropik malzemelerin sabit matrisidir.

Eğer gerilme tek boyutlu ise ifade $\sigma = E\epsilon$ şekliini alır.Eğer gerilme iki boyutta inceleniyorsa düzlem gerilme karşımıza çıkar ki bu da:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad \gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\epsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \text{ 'dan oluşan matrisin inversi alındığında}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}}_{\text{isotropic malzemelerin sabit matrisi}} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad \text{bulunur}$$

.Aynı durum üç boyutta incelendiğinde :

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

'dan invers matris

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

olarak $\sigma = D\epsilon$ 'ye ulaşır. Burada operatör matrix 6×6 olarak en geniş halini alır. Bu operatör matrise isotropic malzemeilerin sabit matrisi denir. (Ref:3)

1.1.2. Potansiyel enerji denklemleri:

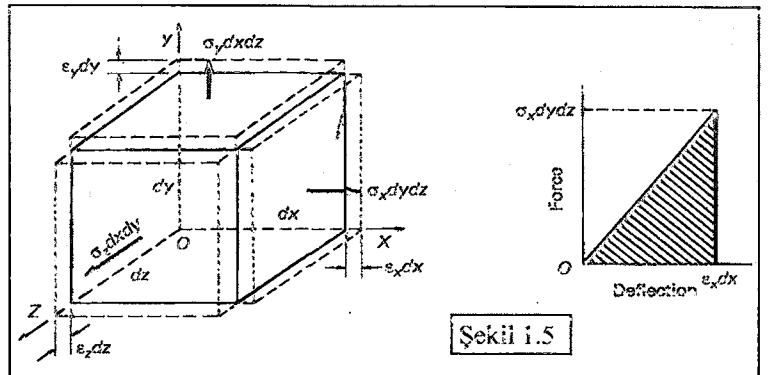
Katıların mekaniğinde deplasman hesabı yukarıda görüldüğü gibi gerinim ve gerilme ile ilişkilidir. Bu hesaplamayı yapmak için genellikle 2. Dereceden bir diferansiyei çözülür. Basit geometriler ve sınır koşullarında kesin çözüm analitik olarak elde edilebilir. Ancak karmaşık geometriler ve yükleme koşullarında yaklaşımlar minimum potansiyel enerji veya varyasyonel metodları kullanır. Buna göre Π : toplam potansiyel enerji olmak üzere U : gerinim enerjisi toplamı ve WP : iş potansiyelinin toplamı olarak ifade edilir.

$$\Pi = U + WP$$

.....(1.1)

Lineer elastik malzemeilerde gerinim enerji birim hacim için:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} \epsilon = \frac{1}{2} \sigma^T \epsilon \quad (1.2)$$



Şekil 1.5

Bu tüm ortam için :

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \epsilon dv = \frac{1}{2} \iiint_V \sigma^T \epsilon dx dy dz$$

WP iş potansiyeli ise

$$WP = - \int_V u^T f dv - \int_S u^T T ds - \sum_i^n u_i^T P_i$$

Burada $\underbrace{\int_V u^T f dv}_{\text{b\u00fcnye kuvvetlerinin yaptığı iş}} \quad \underbrace{\int_S u^T T ds}_{\text{dış kuvvetlerin sınırlarda yaptığı iş}} \quad \underbrace{\sum_i^n u_i^T P_i}_{\text{noktasal kuvvetlerin yaptığı iş}} \quad \text{olarak}$

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \epsilon dv - \left[\int_V u^T f dv + \int_S u^T T ds + \sum_i^n u_i^T P_i \right] \quad (1.3)$$

Minimum Potansiyel Enerji Teoremi: Kinematik olarak kabul edilebilen deplasman alanlarından sadece denge durumuna karşılık gelenler potansiyel enerjiyi extremize ederler. Bu extremumlardan minimumu kararlı denge durumunu gösterir. (Ref:1)

Rayleigh-Ritz Metodu:

Söz konusu potansiyel enerji denklemini minimize edilerek bir yaklaşık çözüm bulunmasına olanak verir. Bu metod deplasman alanına bir sonlu seri yerleştirme prensibine dayanır. Buna göre:

$$u = [u, v, w]^T \text{ 'da}$$

$$u = \sum a_i \phi_i \quad i = 1 \text{ to } l$$

$$v = \sum a_j \phi_j \quad j = l + 1 \text{ to } m$$

$$w = \sum a_k \phi_k \quad k = m + 1 \text{ to } n \quad n > m > l \quad \text{şekline dönüşür.}$$

($\phi = \phi(x, y, z)$ olmak üzere keyfi bir fonksiyondur. Genellikle polinom olarak seçilir. Bir boyutta $\phi(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2$)

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V [u, v, w]^T \bar{\sigma} dv - \int_V [u, v, w]^T f dv - \int_V [u, v, w]^T T ds + \sum_P U_P^T P_P$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \begin{bmatrix} \sum a_i \phi_i \\ \sum a_j \phi_j \\ \sum a_k \phi_k \end{bmatrix} \bar{\sigma} dv - \int_V \begin{bmatrix} \sum a_i \phi_i \\ \sum a_j \phi_j \\ \sum a_k \phi_k \end{bmatrix} f dv - \int_V \begin{bmatrix} \sum a_i \phi_i \\ \sum a_j \phi_j \\ \sum a_k \phi_k \end{bmatrix} T ds + \sum_P U_P^T P_P$$

$\Pi = \Pi(a_1, a_2, \dots, a_r) \rightarrow \frac{\partial \Pi}{\partial a_i} = 0$ Olacak şekilde r bilinmeyenli r denklemler çözülür.

1.1.3. Galerkin Metodu:

Galerkin metodu ise denklemleri integral forma dönüştürme yöntemini kullanır. Genellikle de ağırlıklı artanlar (weighted residuals) metodu ile birlikte diferansiyel denklemlerin varyasyonel forma getirilmesi yoluyla integral hesaba geçilir.

Örneğin çözüm aradığımız ortam içinde denklemlerimiz $LU = P$ şeklinde olsun. Burada L denklemleri yönlendiren operatördür. Örneğin bir boyutlu rod probleminde $\frac{d}{dx} \left(EA \frac{du}{dx} \right) = 0$ olan deplasman diferansiyel denkleminde

$L = \frac{d}{dx} EA \frac{d}{dx} ()$ şeklindeki diferansiyel operatördür.

Ağırlıklı artan metoduna göre yaklaşık deplasman $\hat{U}$ için toplam hata $\epsilon(x)$ olsun

$\epsilon(x) = L\hat{U} - P$ olacaktır. Bu hatanın bir keyfi ağırlık fonksiyonu ile çarpılıp ortamımız için integre edilmesi ile elde edilen sonuç sıfır olmalıdır ki keyfi fonksiyon bu denklemleri sağlasın. (Ref:1)

$$\boxed{\int_V \phi (L\hat{U} - F) dv = 0} \quad (1.4)$$

burada $\hat{U} = \sum_{i=1}^n Q_i G_i$ olarak bir sonlu seri seçtiğinde G_i keyfi fonksiyon Q_i ise bu fonksiyonun katsayılarıdır. Ağırlık fonksiyonu olarak ise $\phi = \sum_{i=1}^n \phi_i G_i$ seçilebilir. Burada ϕ_i katsayılar ve ϕ fonksiyonu homojen sınır koşulu olan sıfırı sağlamalıdır. G_i fonksiyonu genellikle polinomaldır.

Galerkin metodunu elastisiteye uygularsak

$$\int_V \left[\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x \right) \phi_x + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y \right) \phi_y + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z \right) \phi_z \right] dv = 0 \quad (1.5)$$

$\phi = [\phi_x \phi_y \phi_z]^T$ şeklinde keyfi fonksiyonumuzdur. Bu integral denklemini sınır koşullarını içerecek şekilde düzenleyebilmek için Gauss-Green teoremini kullanıyoruz. Bu teoreme göre $n = [n_x, n_y, n_z]^T$ bir yüzey üzerindeki herhangi bir x noktasındaki normal vektör olmak üzere (α ve θ (x,y,z)ye bağlı herhangi fonksiyonlar)

$$\int_V \frac{\partial \alpha}{\partial x} \theta dv = - \int_V \alpha \frac{\partial \theta}{\partial x} dv + \int_S n_x \alpha \theta ds \quad \text{Green-Gauss} \quad (1.6)$$

Galerkin elastisite denklemini bu ifadeden faydalanarak açtığımızda

$$0 = - \int_V \sigma^T \epsilon(\phi) dv + \int_V \phi^T f dv + \int_S \left[(n_x \sigma_x + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz}) \phi_x + (n_x \tau_{yx} + n_y \sigma_y + n_z \tau_{yz}) \phi_y + (n_x \tau_{xz} + n_y \tau_{yz} + n_z \sigma_z) \phi_z \right] ds \quad (1.7)$$

haline gelir. Burada

$$\varepsilon(\phi) = \left[\frac{\partial \phi_x}{\partial x}, \frac{\partial \phi_y}{\partial y}, \frac{\partial \phi_z}{\partial z}, \frac{\partial \phi_y}{\partial z} + \frac{\partial \phi_z}{\partial y}, \frac{\partial \phi_x}{\partial z} + \frac{\partial \phi_z}{\partial x}, \frac{\partial \phi_y}{\partial x} + \frac{\partial \phi_x}{\partial y} \right]^T \text{ 'dir.}$$

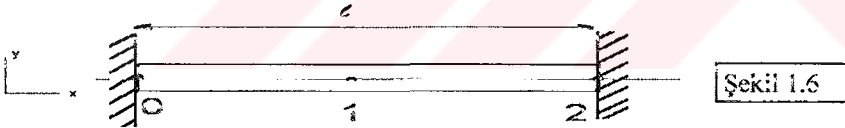
Aynı şekilde $n_x \sigma_x + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} = T_x$ olduğunu hatırlarsak

$$\boxed{\int_V \sigma^T \varepsilon(\phi) dv - \int_V \phi^T f dv - \int_S \phi^T T ds - \sum_i^n \phi^T P = 0} \quad (1.8)$$

olarak Galerkin varyasyonel forma gelir. Buna weak formulation da denir. Burada ϕ keyfi deplasman fonksiyonudur.

Galerkin metodunun kullandığı fizik kuralı "virtüel iş prensibidir." Bu prensibe göre dengedeki bir cismin kabul edilebilir deplasman alanlarında iç virtüel işi, dış virtüel işine eşittir. (Ref:1)

Şimdi bu iki yöntemi karşılaştırmak için basit bir çubuktaki deplasman hesabını ele alalım.



Potansiyel enerjiye göre

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^l EA \left(\frac{du}{dx} \right)^2 dx - 2u_1 \quad u_1 = u_{x=l}$$

$$u = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 \text{ polinomal olsun}$$

Sınır koşulları:

$$\begin{pmatrix} u=0 \\ x=0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} u=0 \\ x=2 \end{pmatrix} \quad u = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 \text{ ise}$$

$$0 = a_1$$

$$0 = a_1 + 2a_2 + 4a_3 \Rightarrow 2a_2 = -4a_3$$

$$a_2 = -2a_3$$

$$u = 0 + (-2a_3)x + a_3x^2$$

$$u = a_3(-2x + x^2) \Rightarrow \frac{du}{dx} = 2a_3(-1 + x) \quad u_1 = u_{x=1}$$

$$x = 1 \text{ için}$$

$$u = a_3(-2.1 + 1^2)$$

$$u = -a_3$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^2 4a_3^2(-1+x)^2 dx + 2a_3$$

$$= 2a_3^2 \int_0^2 (1-2x+x^2) dx + 2a_3$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial a_3} = 4a_3\left(\frac{2}{3}\right) + 2 = 0$$

$$= 2a_3^2 \left[x - x^2 + \frac{x^3}{3} \right]_0^2 + 2a_3$$

$$a_3 = -0,75$$

$$u_1 = -a_3 = 0,75$$

$$\Pi = 2a_3^2\left(\frac{2}{3}\right) + 2a_3 \quad \text{ise}$$

$$\sigma = E \frac{du}{dx} = 1,5(1-x) \quad \text{bulunur.}$$

Aynı problemi Galerkinin weak formuna göre çözersek ;

$$EA\left(\frac{du}{dx}\right)^2 = 0$$

$$\begin{pmatrix} u = 0 \\ x = 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} u = 0 \\ x = 2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{d}{dx} EA \left(\frac{du}{dx} \right) = 0$$

ϕ keyfi test fonksiyonu

$$\int_0^2 -EA \frac{du}{dx} \frac{d\phi}{dx} dx + (\phi EA \frac{du}{dx})_0^1 + (\phi EA \frac{du}{dx})_1^2 = 0$$

$$\begin{pmatrix} \phi = 0 \\ x = 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi = 0 \\ x = 0 \end{pmatrix} \quad \text{olduğundan} \quad \int_0^2 -EA \frac{du}{dx} \frac{d\phi}{dx} dx + 2\phi_1 = 0$$

burada u ve ϕ 'nin $x = 1$ 'deki polinomal değerlerini kullanırsak ;

$$\begin{aligned} u &= (2x - x^2)u_1 \\ \phi &= (2x - x^2)\phi_1 \end{aligned} \Rightarrow \text{ikisi de aynı dereceden}$$

bunları yukarıda yerine koyarsak ($E = 1, A = 1$. olsun)

$$\phi_1 \left[-u_1 \int_0^2 (2-2x)^2 dx + 2 \right] = 0 \Rightarrow u_1 = 0,75$$

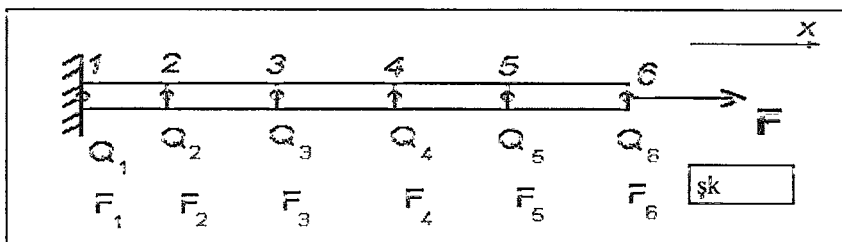
1.1.5. Bir boyutlu problemler :

Bir boyutlu problemlerde bir önceki bölümde anlatılan gerilme gerinim, gerinim deplasman ilişkileri burada özel olarak sonlu elemanlar teknikleri için kullanılacaktır. Bir boyutlu problemdeki işlem iki ve üç boyutlarda da temel olarak aynı olacaktır.

Temel özelliklerimiz $u = u(x), \sigma = \sigma(x), T = T(x), \varepsilon = \varepsilon(x), f = f(x)$ olmak üzere ;

$\sigma = E\varepsilon$ ve $\varepsilon = \frac{du}{dx}$ 'tir. Ortam hacmimiz ise $dv = A dx$ olacaktır.

Bir çubuğu 5 elemana ayırarak boyutsuzlaştırdığımızı düşünelim. (Şekil 1.7)



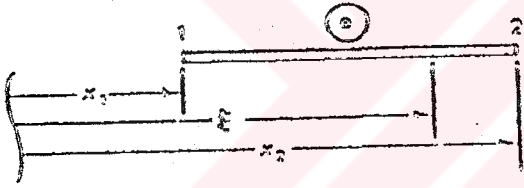
Elemanlar birbirine nodlarla bağılıdır ve her eleman $\pm x$ yönünde deplasmana sahip, her düğüm de sadece 1 serbestlik derecesindedir. 5 eleman için 6 serbestlik derecesi mevcuttur.

$Q_1, Q_2, Q_3 \dots Q_5$ her noddaki deplasmanlar olmak üzere $Q = [Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5]^T$ şeklindedir ve Global deplasman vektörü adı verilir. (Özel olarak $Q_1 = 0$ 'dır.)

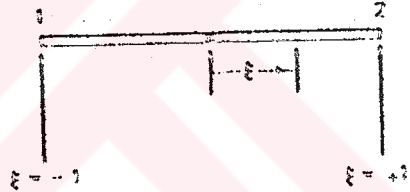
$F_1, F_2 \dots F_5$ her noktaya etkiyen toplam kuvvetler olup $F = [F_1, F_2, F_3, F_4, F_5]^T$ olarak "global yük vektörü" adını alır.

1.1.5.1.Şekil Fonksiyonları :

Herhangi bir elemanın yer değiştirmesi sonlu elemanlar tekniği bakımından şekil fonksiyonları ile tanımlanır. Bu şekil fonksiyonları her eleman için kabul ettiğimiz boyutsuz lokal koordinatlara göre çıkarılır. Buna göre



Şekil 1.8

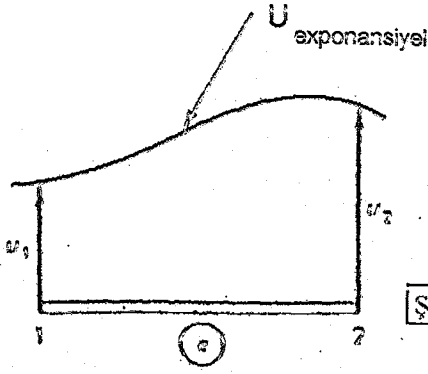


local koordinatlar

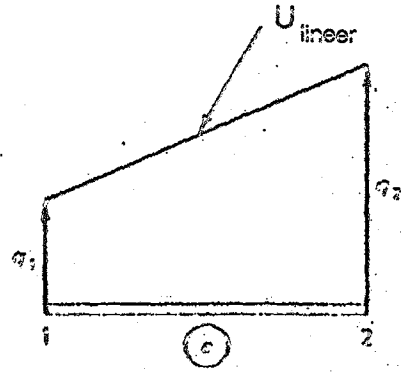
$$\xi = \frac{2}{x_2 - x_1} (x - x_1) - 1 \quad (1.9)$$

şeklinde tanımlanır.

Her elemanın deplasman alanı hesabında kullanacağımız şekil fonksiyonları lineer ya da eksponansiyel olabilir. Bu durumlarda :



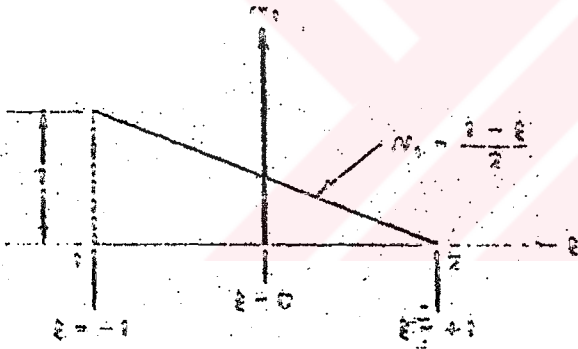
Şekil 1.9



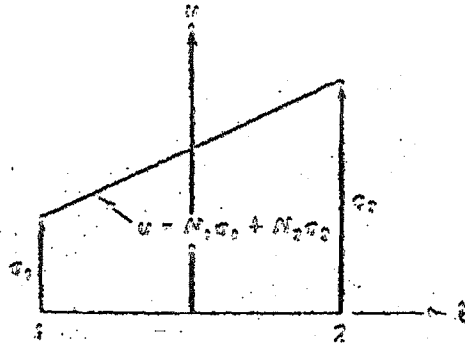
Şeklinde deplasman alanları tanımlanabilir.

Öncelikle lineer deplasman alanı tanımlandığındaki şekil fonksiyonlarını bulalım.

$$N_1(\xi) = \frac{1-\xi}{2} \quad N_2(\xi) = \frac{1+\xi}{2} \quad (1.10)$$



Şekil 1.10



Olmak üzere deplasman alanı bu ikisinin interpolasyonudur. ($u = a_0 + a_1x$)

Burada q_1 ve q_2 nodlardaki deplasman vektörüdür.

Yani $\xi = -1$ 'de $u = q_1$

$\xi = 1$ 'de $u = q_2$

$$N = [N_1 N_2] \quad \boxed{u = Nq} \quad (1.11)$$

Bu ifade global koordinatlarda

$$q = [q_1 q_2]^T \quad x = \frac{1-\xi}{2} x_1 + \frac{1+\xi}{2} x_2 \quad \text{olmak üzere}$$

$$\begin{aligned} x &= N_1 x_1 + N_2 x_2 \\ u &= N_1 q_1 + N_2 q_2 \end{aligned} \quad (1.12)$$

şeklinde ifade edilir. Bu yazılıma izoparametrik formülasyon denir. (Ref:2)

Bu durumda gerinim-deplasman ilişkisi:

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} = \frac{du}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \quad \text{haline gelir.}$$

$$\text{Burada } \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{x_2 - x_1} \text{ dir.}$$

$$u = N_1 q_1 + N_2 q_2 = \frac{1-\xi}{2} q_1 + \frac{1+\xi}{2} q_2 \rightarrow \frac{du}{d\xi} = \frac{-q_1 + q_2}{2} \quad \text{olacağından}$$

$$\varepsilon = \frac{q_2 - q_1}{x_2 - x_1} \quad (1.13)$$

halini alır. Bu ifade

$$\varepsilon = Bq \quad (1.14)$$

şeklinde yazılır ki $B(1 \times 2)$ bir matristir. Bu matrise *element gerinim matrisi*

denir (Ref:1) ve

$$B = \frac{1}{x_2 - x_1} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{şeklinde dir.} \quad (1.15)$$

Buna göre lineer şekli fonksiyonları kullanıldığında $\sigma = EBq$ bulunur. Bu ifadede anlaşılabileceği gibi gerilme eleman boyunca sabittir. Bu değer elemanın merkezindeki değer olarak kabul edilebilir. Bu ifadeler potansiyel enerji ve Galerkin yaklaşımına uygulanabilir.

1.1.5.2.Bir boyutta potansiyel enerji yaklaşımı:

1.1.5.2.1.Eleman katılık matrisinin oluşturulması

Potansiyel enerji yaklaşımından hatırlanacağı gibi gerinim enerjisi

$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \epsilon A dx$ ti. Aynı ifade bir eleman için yazılırsa

$$U_e = \frac{1}{2} \int_e \sigma^T \epsilon A_e dx \text{ olur.} \quad (1.16)$$

$\sigma = EBq$ ve $\epsilon = Bq$ olduğundan

$$U_e = \frac{1}{2} \int_e q^T B^T E B q A_e dx = \frac{1}{2} q^T \int_e (B^T E B A_e dx) q$$

halini alır. Hatırlanacağı gibi A_e elemanın kesit alanı ve B de sabit bir

matristir. Burada $dx = \frac{x_2 - x_1}{2} d\xi = \frac{l_e}{2} d\xi$ (l_e : elemanın uzunluğu = $|x_2 - x_1|$)

Buna göre ifade

$$U_e = \frac{1}{2} q^T \left[A_e \frac{l_e}{2} E B^T B \int_{-1}^1 d\xi \right] q$$
$$U_e = \frac{1}{2} q^T A_e \frac{l_e}{2} E \frac{1}{l_e} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{l_e} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} q \quad (1.17)$$

$$U_e = \frac{1}{2} q^T \frac{A_e E_e}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} q$$

$$U_e = \frac{1}{2} q^T k_e q$$

olur.

$$k_e = \frac{E_e A_e}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Buradaki k_e 'ye eleman katılık matrisi adı verilir. Her elemanın fiziksel özelliklerini belirleyen bu matrisler birleştirilerek Global katılık matrisi oluşturur.

1.1.5.2.2.Kuvvet terimlerinin oluşturulması :

Potansiyel enerji yaklaşımındaki kuvvet terimleri düşünülürse

$\int_e f u^T A dx = A_e f \int_e (N_1 q_1 + N_2 q_2) dx$ 'tir. Burada f eleman boyunca sabit bünye

kuvvetidir. Buna göre Bir boyut için

$$\int_e u^T f A dx = q^T \begin{bmatrix} A_e f \int_e N_1 dx \\ A_e f \int_e N_2 dx \end{bmatrix} \text{ olacaktır.} \quad (1.19)$$

$$\int_e N_1 dx = \frac{l_e}{2} \int_{-1}^1 \frac{1-\xi}{2} d\xi = \frac{l_e}{2}$$

$$\int_e N_2 dx = \frac{l_e}{2} \int_{-1}^1 \frac{1+\xi}{2} d\xi = \frac{l_e}{2}$$

$$\int_e u^T f A dx = q^T \frac{A_e}{2} l_e f \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = q^T f_e \text{ haline gelir.} \quad (1.20)$$

Buradaki f_e 'ye eleman bünye kuvvet vektörü denir.

$$f_e = \frac{A_e l_e f}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Aynı şekilde sınırdaki dış kuvvetler için

$$\int_e u^T T dx = \int_e (N_1 q_1 + N_2 q_2) T dx \text{ 'ten} \quad \int_e u^T T dx = q^T T_e \text{ elde edilir.}$$

$$T_e = \frac{l_e T}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

1.1.5.2.3. Potansiyel enerji denkleminin oluşturulması:

Potansiyel enerji denkleminin en genei halini hatırlarsak

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_L \sigma^T \epsilon A dx - \int_L u^T f A dx - \int_L u^T T dx - \sum_i Q_i P_i \text{ şeklindedir.}$$

Bunu bir boyutlu elemanlar için ifade edersek

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_e \int_e U_e - \sum_e \int_e u^T f A dx - \sum_e \int_e u^T T A dx - \sum_i Q_i P_i \text{ olacaktır.}$$

$$\Pi = \sum_e \frac{1}{2} q^T k_e q - \sum_e q^T f_e - \sum_e q^T T_e - \sum_i Q_i P_i$$

$$\Pi = \sum_e \frac{1}{2} q^T k_e q - \sum_e q^T f$$

f :Bünye ,dış ve noktasal kuvvetleri içeren matris. $(q^T = [Q_1 \quad Q_2])$

$$\Pi = \frac{1}{2} Q^T K Q - Q^T F \quad (1.26)$$

Haline gelir.Burada K ke lerin birleşmesi ile oluşan Global Katılık Matrisi ve F global yük vektörüdür.Potansiyel enerjinin minimum olması şartından

$$KQ - F = 0 \quad (1.27)$$

Aynı işlemleri Galerkin metodu içinde yapabiliriz

1.1.5.3.Bir boyutta Galerkin formülasyonunun oluşturulması:

1.1.5.3.1.Eleman katılık matrisinin oluşturulması:

iç virtüel işi temsil eden ilk terimi düşünürsek bir boyutsuz eleman için,

$$\int_e \epsilon^T E \epsilon(\phi) A dx = \int_e q^T B^T E B \phi A dx \quad \phi \text{ keyfi fonksiyon} \quad \begin{aligned} \phi &= N\varphi \\ \epsilon(\phi) &= B\varphi \\ \varphi &= [\varphi_1, \varphi_2]^T \end{aligned} \quad (1.28)$$

Tüm elemanlar için φ 'lerin toplamı $\varphi = [\varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_n]^T$ n:düğüm sayısı olup Global virtüel deplasman vektörü adını alır.

$$\int_e \epsilon^T E \epsilon(\phi) A dx = q^T \left[E_e A_e \frac{l_e}{2} B^T B \int_{-1}^1 d\xi \right] \varphi \text{ 'den}$$

$$= q^T k_e \varphi = \varphi^T k_e q \quad (1.29)$$

burada k element katılık matrisi olup simetriktir.

$$\begin{aligned} k_e &= E A_e l_e B B^T \\ k_e &= \frac{E_e A_e}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

1.1.5.3.2.Kuvvet terimlerinin oluşturulması :

bünye kuvvetlerinin yaptığı işi ele alırsak

$$\int_e \phi^T f A dx = \int_{-1}^1 \phi^T N^T f A_e \frac{l_e}{2} d\xi = \phi^T f_e$$

burada f_e eleman kuvvet vektörüdür. Aynı yolla dış kuvvet teriminden

$$\int_e \phi^T T dx = \phi^T T_e \text{ olacaktır. } T_e \text{ (eleman dış kuvvet vektörü)}$$

1.1.5.3.3. Galerkin denkleminin oluşturulması :

Hatırlanacağı gibi Galerkinin weak formuna göre $\phi = \phi(x)$, virtüel deplasman

alanı ve $\varepsilon(\phi) = \frac{d\phi}{dx}$ olmak üzere

$$\int_L \sigma^T \varepsilon(\phi) A dx - \int_L \phi^T f A dx - \int_L \phi^T T dx - \sum_i \phi_i p_i = 0 \text{ dir.}$$

bu ifade boyutsuz elemanlar için local koordinatlarda ifade ediliirse

$$\sum_e \int_e \sigma^T \varepsilon(\phi) A_e dx - \sum_e \int_e \phi^T f A_e dx - \int_e \phi^T T dx - \sum_i \phi_i P_i = 0 \text{ haline gelir.} \quad (1.30)$$

Burada $\phi = N\varphi$ ve $\varepsilon(\phi) = B\varphi$ olacaktır. ($\varphi = [\varphi_1, \varphi_2]^T$ elementin local nodal deplasmanı)

iç virtüel iş ve kuvvetlerin yaptığı virtüel işler yerine konursa,

$$\sum_e \varphi^T k_e a^T - \sum_e \varphi^T f_e - \sum_e \varphi^T T_e - \sum_i \varphi_i P_i = 0$$

$$\Psi^T (KQ - F) = 0$$

$$\Psi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi]^T$$

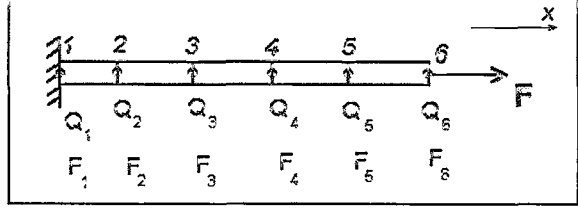
$$\boxed{KQ - F = 0}$$

(1.27)

olarak aynı denkleme ulaşılır. Bu denklemlerin çözülmesi ile Q matrisindeki q_e değerleri bulunur. $u = N_1 q_1 + N_2 q_2$ denkleminde hareketie deplasmanlar $\sigma = EBq$ 'dan hareketie gerilmeler hesaplanabilir.

1.1.5.4.Global Katılık Matrisinin Oluşturulması ve Özellikleri:

Element	düğüm 1	düğüm 2
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	5
5	5	6



Şekil 1.11

Model aldığımız problemde elemanların birbirine bağlantılarını yukarıda görülen bir tablo ile ifade edersek daha kolay anlaşılabilir.

Yukarıda gördüğümüz şekilde herhangi bir elemanın katılık matrisini hatırlarsak

$$k_e = \frac{E_e A_e}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ olacaktır. Eleman gerinim enerji denklemini düşünersek}$$

$$U_i = \frac{1}{2} q^T \frac{E_i A_i}{l_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} q \text{ Buradaki } i \text{ 'inci eleman için } q = [Q_i, Q_{i+1}]^T \text{ olacaktır.}$$

Aynı u_i 'yi tüm elemanları kapsar biçimde yazabilmek için

$$U_i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 & \dots & Q_i & Q_{i+1} & \dots & Q_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \dots & \frac{E_i A_i}{l_i} & -\frac{E_i A_i}{l_i} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \frac{E_i A_i}{l_i} & -\frac{E_i A_i}{l_i} & \dots & \dots \\ \dots & 0 & -\frac{E_i A_i}{l_i} & \frac{E_i A_i}{l_i} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_i \\ Q_{i+1} \\ \dots \\ Q_n \end{bmatrix}$$

haline getirebiliriz.Buna göre i ve $i + 1$ satır ve sütunlar haricinde değerleri sıfır olan bir matris yazılabilir. Aynı şekilde 5 elemanlı modelimiz için Global katılık matrisi

$$\begin{aligned}
K = & \frac{EA_1}{l_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{EA_2}{l_2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{EA_3}{l_3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
& + \frac{EA_4}{l_4} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{EA_5}{l_5} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

halindedir. Bu ifadenin birleşik yazılışı:

$$K = E \begin{bmatrix} \frac{A_1}{l_1} & -\frac{A_1}{l_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{A_1}{l_1} & \left(\frac{A_1}{l_1} + \frac{A_2}{l_2}\right) & -\frac{A_2}{l_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{A_2}{l_2} & \left(\frac{A_2}{l_2} + \frac{A_3}{l_3}\right) & -\frac{A_3}{l_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{A_3}{l_3} & \left(\frac{A_3}{l_3} + \frac{A_4}{l_4}\right) & -\frac{A_4}{l_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{A_4}{l_4} & \left(\frac{A_4}{l_4} + \frac{A_5}{l_5}\right) & -\frac{A_5}{l_5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A_5}{l_5} & \frac{A_5}{l_5} \end{bmatrix}$$

K: Global Katılık Matrisi

Global yük vektörü de aynı düşünce ile

$$f_e = \frac{A_e l_e}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad T_e = \frac{Pl_e}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ 'den}$$

$$F = \begin{bmatrix} \left(\frac{A_1 l_1 f}{2} + \frac{l_1 T_1}{2} \right) \\ \left(\frac{A_1 l_1 f}{2} + \frac{l_1 T_1}{2} \right) + \left(\frac{A_2 l_2 f}{2} + \frac{l_2 T_2}{2} \right) \\ \left(\frac{A_2 l_2 f}{2} + \frac{l_2 T_2}{2} \right) + \left(\frac{A_3 l_3 f}{2} + \frac{l_3 T_3}{2} \right) \\ \left(\frac{A_3 l_3 f}{2} + \frac{l_3 T_3}{2} \right) + \left(\frac{A_4 l_4 f}{2} + \frac{l_4 T_4}{2} \right) \\ \left(\frac{A_4 l_4 f}{2} + \frac{l_4 T_4}{2} \right) + \left(\frac{A_5 l_5 f}{2} + \frac{l_5 T_5}{2} \right) \\ \left(\frac{A_5 l_5 f}{2} + \frac{l_5 T_5}{2} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}$$

şeklinde iki vektörün toplamı haline gelir. (F :Global yük vektörü)

Bu ifadeler: $K \rightarrow \sum_e k_e$ ve $F \rightarrow \sum_e (f_e + T_e) + P$ şeklinde gösterilir.

Katılık Matrisinin özellikleri :

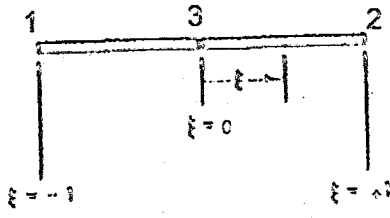
- 1) Bu matris simetriktir.
- 2) $(N \times N)$ kare matris olup N nod sayısıdır.
- 3) Diagonal banded matristir. Diagonal dışındaki tüm elemanlar sıfır olduğundan sadeleştirilerek yazılabilir.

1.1.5.5.İkinci Derece Şekil Fonksiyonları :

Quadratic şekil fonksiyonları ikinci dereceden fonksiyonlardır. En basit olarak 3 nodlu quadratic fonksiyon eleman içerisinde başlangıç ve bitiş düğümlerine ilave olarak bir üçüncüsü yer alır. Bu durumda

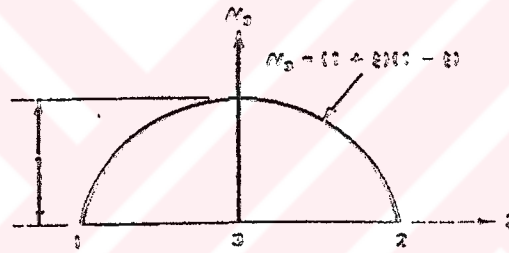
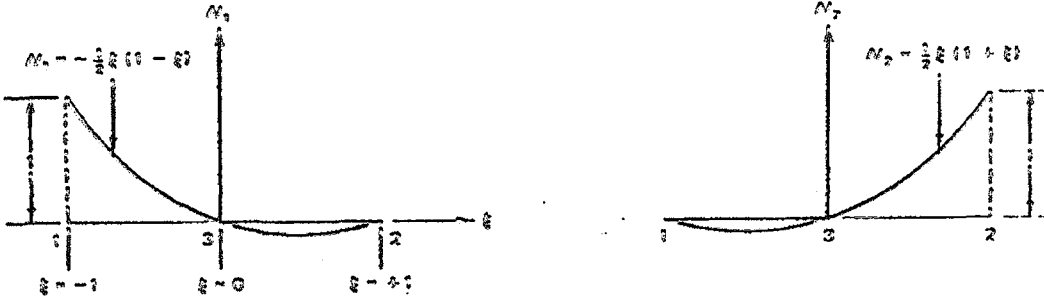
$$q = [q_1, q_2, q_3]^T \text{ ve } \xi = \frac{2(x - x_3)}{x_2 - x_1} \text{ olmak üzere}$$

Lokal koordinatlar



$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= -\frac{1}{2}\xi(1-\xi) \\ N_2(\xi) &= \frac{1}{2}\xi(1+\xi) \\ N_3(\xi) &= (1+\xi)(1-\xi) \end{aligned} \quad (1.31)$$

Şekil 1.12

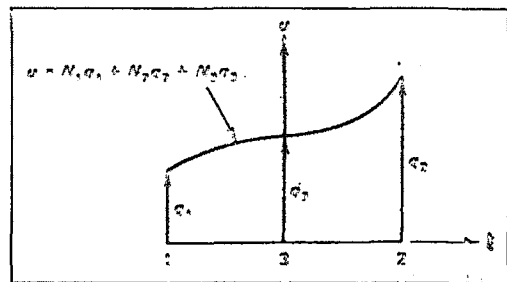


Bu durumda

Şekil 1.13

$$u = N_1 q_1 + N_2 q_2 + N_3 q_3 \text{ olur.} \quad (1.32)$$

buradan $\varepsilon = \frac{du}{dx} = \frac{du}{d\xi} \frac{d\xi}{dx}$ 'ten



Şekil 1.14

$$\varepsilon = \frac{2}{x_2 - x_1} \left[-\frac{1-2\xi}{2} \quad \frac{1+2\xi}{2} \quad -2\xi \right] q \quad (\varepsilon = Bq) \text{ olur.} \quad (1.33)$$

Bu ifadeden yararlanarak potansiyel enerji veya Galerkin denklemlerini ele alırsak, sonuçta

$$k_e = \frac{EA_e}{3l_e} \begin{bmatrix} 7 & 1 & -8 \\ 1 & 7 & -8 \\ -8 & -8 & 16 \end{bmatrix}, \quad f_e = A_e l_e f \begin{bmatrix} 1/6 \\ 1/6 \\ 2/3 \end{bmatrix}, \quad T_e = l_e T \begin{bmatrix} 1/6 \\ 1/6 \\ 2/3 \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

Ancak burada dikkat edilmesi gereken husus lokal ve global koordinatların karıştırılmamasıdır.

Element	1	2	3
1	1	3	2
2	3	5	4

1.1.6. İki boyutlu problemler:

İki boyutlu sonlu elemanlar formülasyonu da bir boyutludaki adımları adımları izleyerek oluşturulur. Burada deplasman, gerilme bünye kuvvetleri, dış kuvvetler ve gerilim aşağıdaki şekilde oluşur.

$$u = [u \quad v]^T, \quad \sigma = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}]^T, \quad f = [f_x \quad f_y]^T, \quad T = [T_x \quad T_y]^T$$

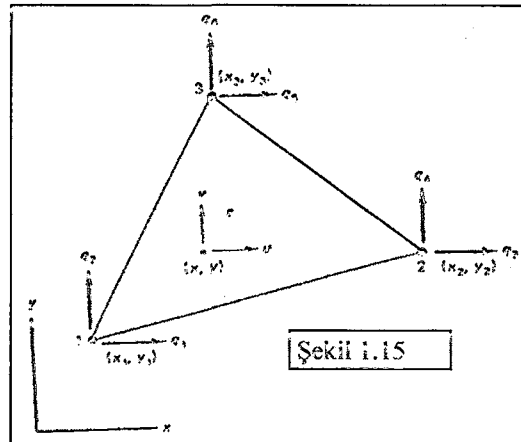
$$\varepsilon = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}]^T = \left[\frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial y} \quad \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]^T$$

Üçgenel bir eleman düşündüğümüzde her nodun iki serbestlik derecesi olacaktır. Dolayısıyla nod basınç deplasman vektörü iki adet olacaktır. Buna göre

$$Q = [Q_1 \quad Q_2 \quad \dots \quad Q_N]$$

$$q = [q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_N]$$

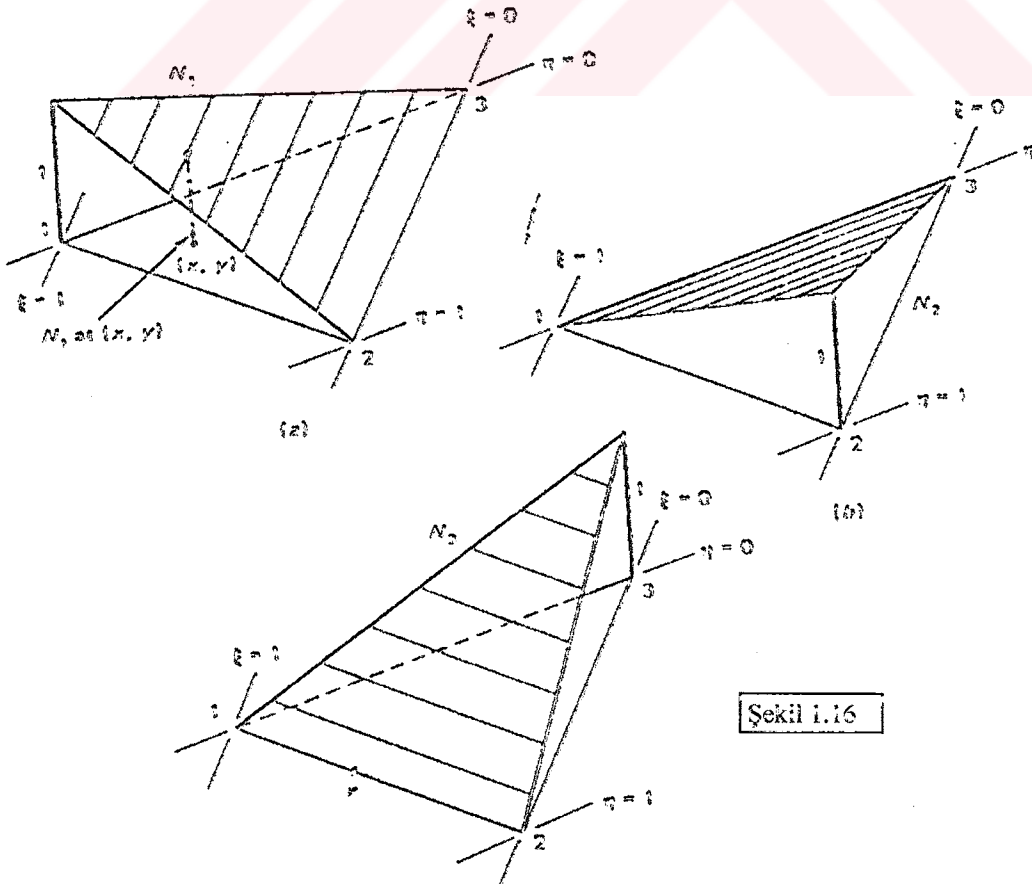
N : serbestlik derecesi (nod $\times 2$)



1.1.6.1. Şekil fonksiyonları

Daha önceki bölümde olduğu gibi nodlardaki deplasmanlar şekil fonksiyonları ile tanımlanır. Boyutsuzlaştırma işleminde bir boyutta global koordinat x lokal koordinat ξ 'ye atanırken iki boyutta x , ξ 'ye ve y de η 'ya atanır.

Aşağıdaki şekilde görüleceği gibi lineer şekil fonksiyonu kullanıldığında 1 nolu nodda N_1 şekil fonksiyonu 1 iken 2 ve 3 nolu nodlarda N_2 ve N_3 şekil fonksiyonları sıfırdır. Benzer şekilde 2 ve 3 nolu nodlarda şekil fonksiyonunun 1 olduğu durumlarda diğer nodlarda şekil fonksiyonunun değeri sıfır olacaktır. Bu sayede $N_1 + N_2 + N_3 = 1$ lineer kombinasyonu yüksekliği 1 olan bir düzlem tanımlar. Şekil fonksiyonlarının tanımladığı bu üçgenlere "sabit gerinim üçgenleri" adı verilir. (Ref: 1)



Şekil 1.16

$$N_1 = \xi \quad N_2 = \eta \quad N_3 = 1 - \xi - \eta \quad (1.35)$$

Fiziksel olarak şekil fonksiyonları alan koordinatları tarafından temsil edilir.

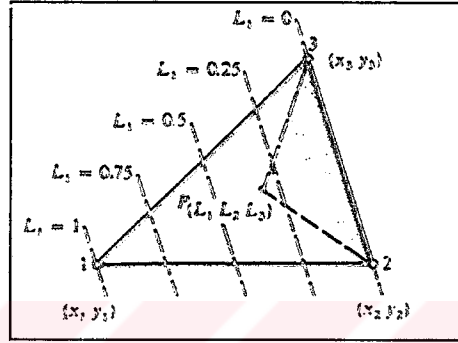
L_1, L_2, L_3 alan koordinatları olarak; şekil fonksiyonları eleman içindeki herhangi bir noktadan nodlara birleşen köşegenlerin oluşturduğu alanların toplam eleman alanına oranıdır.

$$L_1 = \frac{\text{AlanP23}}{\text{Alan123}}$$

$$L_2 = \frac{\text{AlanP13}}{\text{Alan123}}$$

$$L_3 = \frac{\text{AlanP12}}{\text{Alan123}}$$

Şekil 1.17



Lineer üçgen eleman için $N_1 = L_1 \quad N_2 = L_2 \quad N_3 = L_3$ (Ref:2)

İzoparametrik yazılım:

Bu bilgilerin ışığında elemanın deplasman alanı, şekil fonksiyonları ve bilinmeyen deplasman alanının nodlardaki değerlerini temsil eden eleman deplasman vektörleri yardımı ile yazılabilir. Buna göre:

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy$$

$$v = a_5 + a_6x + a_7y + a_8xy$$

olan deplasman alanı (1.36)

$$u = N_1q_1 + N_2q_2 + N_3q_3$$

$$v = N_1q_4 + N_2q_5 + N_3q_6$$

olarak izoparametrik formda yazılır. (1.37)

İzoparametrik yazılımda şekil fonksiyonlarını lokal koordinatlar cinsinden yazarsak

$$u = (q_1 - q_3)\xi + (q_2 - q_3)\eta + q_3$$

$$v = (q_4 - q_6)\xi + (q_5 - q_6)\eta + q_6$$
(1.38)

şekline gelir. İzo parametrik yazılımdaki şekil fonksiyonlarının dağılımı *şekil fonksiyon matrisini* ortaya çıkarır.

$$N = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \Rightarrow u = Nq$$

Deplasman alanına benzer şekilde global koordinatlarda bu şekli fonksiyonları yardımıyla ifade edilebilir. Bu sayede lokal koordinatlarla global koordinatlar arası ilişki sağlanır.

$$\begin{aligned} x &= N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 \\ y &= N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 \end{aligned} \quad (1.39)$$

$$\begin{aligned} x &= (x_1 - x_3)\xi + (x_2 - x_3)\eta + x_3 \\ y &= (y_1 - y_3)\xi + (y_2 - y_3)\eta + y_3 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (x_i - x_j) &= x_{ij} \end{aligned} \quad (1.40)$$

$$\begin{aligned} x &= x_{13}\xi + x_{23}\eta + x_3 \\ y &= y_{13}\xi + y_{23}\eta + y_3 \end{aligned} \quad \text{şeklinde ifade edilir.} \quad (1.41)$$

Gerinim matrisinin oluşturulması :

Gerinimlerin bulunması için u ve v nin türevlerinin alınması gerekir. Ancak u, v ve x, y lokal koordinatlar ξ ve η nin fonksiyonu olduğundan kısmi türevler için zincir kuralı uygulanır.

$$\begin{aligned} u &= u(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) \\ v &= v(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \xi} &= \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} &= \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (1.42)$$

Bu ifadeleri matris formunda yazarsak:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Buradaki 2×2 matris transformasyonun jakobiyenidir. Buna göre :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{13} & y_{13} \\ x_{23} & y_{23} \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

haline gelir. Burada J' nin inversi $J^{-1} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} y_{23} & -y_{13} \\ -x_{23} & x_{13} \end{bmatrix}$ olup

$$\det J = x_{13}y_{23} - x_{23}y_{13} \quad (1.45)$$

Geometrik olarak $\det J'$ nin büyüklüğü üçgen alanının 2 katına eşittir. Bu alan elemanın alanıdır. (Ref:1)

$A = \frac{1}{2} |\det J|$ Eğer 1 2 3 numaralı noktalar saat istikametine ters

yerleştirilmiş ise $\det J'$ nin işareti pozitifdir. Pek çok bilgisayar yazılımı nodların yerleşiminde saatin tersi yönünü kullanır. (Ref:1)

Yukarıda u için yazılan bağıntılar v için de geçerlidir.

Buna göre

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} y_{23} \frac{\partial u}{\partial \xi} & -y_{13} \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ -x_{23} \frac{\partial u}{\partial \xi} & x_{13} \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} y_{23} \frac{\partial v}{\partial \xi} & -y_{13} \frac{\partial v}{\partial \eta} \\ -x_{23} \frac{\partial v}{\partial \xi} & x_{13} \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{bmatrix} \text{ haline gelir.} \quad (1.47)$$

Gerinim deplasman ilişkisi hatırlanırsa

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \text{ ve } \frac{\partial u}{\partial \xi} = q_1 - q_5, \quad \frac{\partial v}{\partial \xi} = q_2 - q_6, \quad \frac{\partial u}{\partial \eta} = q_3 - q_5, \quad \frac{\partial v}{\partial \eta} = q_4 - q_6$$

olduğundan

$$\varepsilon = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} y_{23}(q_1 - q_5) - y_{13}(q_3 - q_5) \\ -x_{23}(q_2 - q_6) + x_{13}(q_4 - q_6) \\ -x_{23}(q_1 - q_5) + x_{13}(q_3 - q_5) + y_{23}(q_2 - q_6) - y_{13}(q_4 - q_6) \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

x_{ij} 'nin tanımından $x_{ji} = -x_{ij}$ yazılabileceği dikkate alınarak matris içindeki ifadeler açılırsa

$$\varepsilon = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} y_{23}q_1 + y_{31}q_3 + y_{12}q_5 \\ x_{32}q_2 + x_{13}q_4 + x_{21}q_6 \\ x_{32}q_1 + y_{23}q_2 + x_{13}q_3 + y_{31}q_4 + x_{21}q_5 + y_{12}q_6 \end{bmatrix} \text{ olur.} \quad (1.49)$$

Yukarıdaki matris sonlu elemanlar tekniğine göre yazıldığında

$$\varepsilon = Bq \rightarrow B = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} y_{23} & 0 & y_{31} & 0 & y_{12} & 0 \\ 0 & x_{32} & 0 & x_{13} & 0 & x_{21} \\ x_{32} & y_{23} & x_{13} & y_{31} & x_{21} & y_{12} \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} \quad (1.50)$$

olarak B gerinim deplasman matrisi (3×6) büyüklüğünde 6 nodal deplasmanı ve 3 gerinimi ifade eder. B matrisinin tüm elemanları sabittir ve lokal koordinatlarda açılabilir.

1.1.6.2.İki boyutta potansiyel enerji yaklaşımı:

1.1.6.2.1.Katılık matrisinin oluşturulması

Potansiyel enerji denklemini düşündüğümüzde elemanın gerinim enerjisini veren terim

$$U_e = \frac{1}{2} \int_e \epsilon^T D \epsilon dA = \frac{1}{2} \int_e q^T B^T DB q dA \quad \text{şeklinde olacaktır.} \quad (1.51)$$

Bir boyutlu problemde elemanın kesit alanı hesaba katılması gibi burada da eleman kalınlığı hesaba katılır. Bu kalınlık eleman boyunca sabit kabul edilir.

$$U_e = \frac{1}{2} q^T B^T DB t_e \left(\int_e dA \right) q \text{ 'dan}$$

$$U_e = \frac{1}{2} q^T t_e A_e B^T DB q$$

$$U_e = \frac{1}{2} q^T k_e q \quad \text{olarak} \quad k_e = t_e A_e B^T DB \quad (1.52)$$

elde edilir. Burada D elemanın malzeme özelliklerini içeren (3×3) operatör matristir.

1.1.6.2.2.Kuvvet terimlerinin oluşturulması

Önceki bölüme bürne kuvveti terimlerini eile alırsak

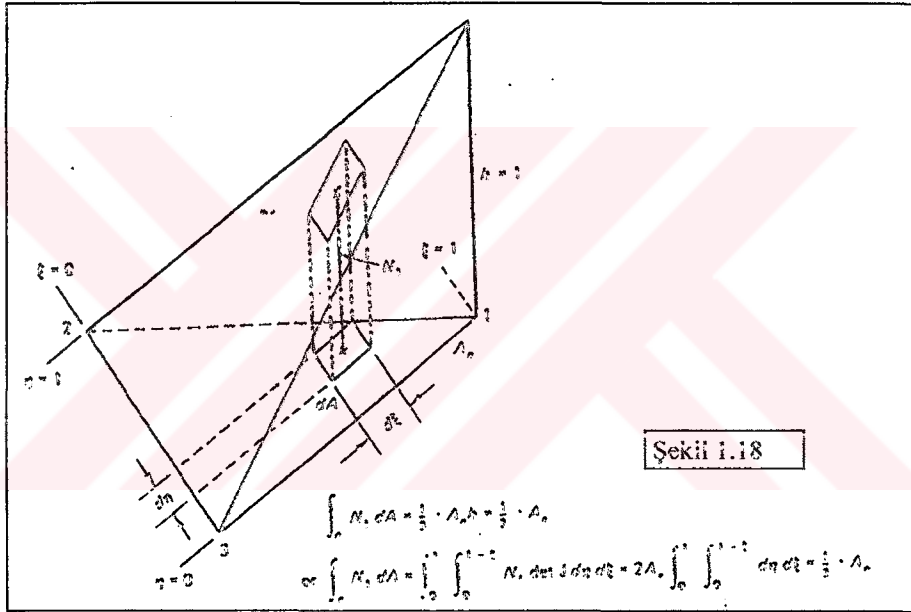
$$\int_e u^T f dA = t_e \int_e (u f_{x_e} + v f_{y_e}) dA \quad (1.53)$$

Şekli fonksiyonların kullanırsak;

$$\int_e U^T f t dA = q_1 \left(t_e f_{x_e} \int_e N_1 dA \right) + q_2 \left(t_e f_{y_e} \int_e N_1 dA \right) + q_3 \left(t_e f_{x_e} \int_e N_2 dA \right) + q_4 \left(t_e f_{y_e} \int_e N_2 dA \right) + q_5 \left(t_e f_{x_e} \int_e N_3 dA \right) + q_6 \left(t_e f_{y_e} \int_e N_3 dA \right) \quad (1.54)$$

şekline gelir. Burada $\int_e N_i dA$ terimi eleman alanı üzerinde bir tetrahedron

hacmi tanımlar. Bu hacim aynı zamanda $\frac{1}{3} * \text{Tabanalanı} * \text{Yükseklik}$ 'le ifade edilebileceğinden, (Ref:1)



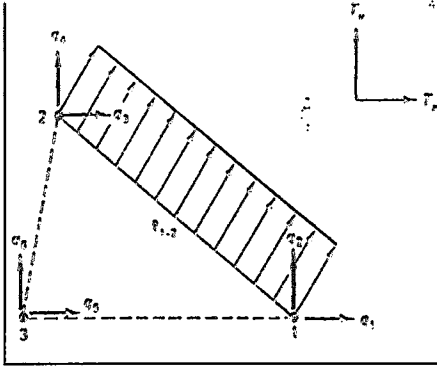
$$f_e = \frac{t_e A_e}{3} \begin{bmatrix} f_{x_e} & f_{y_e} & f_{x_e} & f_{y_e} & f_{x_e} & f_{y_e} \end{bmatrix}^T \quad \text{olur} \quad (1.55)$$

$$\int_e U^T f t dA = q^T f_e$$

Dış kuvvetleri düşündüğümüzde , bünye kuvvetleri alan boyunca hesap edildiği halde dış kuvvetlerin yalnız elemanın bir kenarı boyunca etki ettiği kabul edilir. Düğüm 1 ve düğüm 2 arasındaki kenarı ele alırsak :

$$\int_L U^T T t dl = \int_{l_1-2} (u T_x + v T_y) t dl$$

$$\int_{l_{1-2}} u^T T t dl = q_1 \left(t_e T_x \int_e N_1 dl \right) + q_2 \left(t_e T_y \int_e N_1 dl \right) + q_3 \left(t_e T_x \int_e N_2 dl \right) + q_4 \left(t_e T_y \int_e N_2 dl \right) \quad (1.56)$$



Şekil 1.19

Burada N_3 kenar boyunca sıfır olur. N_1 ve N_2 bir boyutludakine benzer olarak $N_1 + N_2 = 1$ koşulunu sağlar. Yukarıdaki ifadede $\int_e N_i dl$

terimlerinin hepsi de $\frac{1}{2} * l * \text{yükseklik}$ 'e

$$\text{eşittir. } (l_{1-2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}) \quad (1.57)$$

buna göre dış kuvvetler:

$$\int_{l_{1-2}} u^T T t dl = \bar{q}^T T_e \quad \text{halini alır.} \quad (1.58)$$

Burada $\bar{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4]^T$ olarak 1-2 kenarındaki serbestlik derecelerine karşılık gelen nodal deplasman vektörüdür.

$$T_e = \frac{t_e l_{1-2}}{2} [T_x \quad T_y \quad T_x \quad T_y]^T \quad (1.59)$$

Noktasal kuvvetleri düşünürsek ,

$u_i p_i^T = Q_{2i-1} p_x + Q_{2i} p_y$ olarak p 'nin x ve y bileşenleri Global yük vektörü

F 'nin $2i$ ve $2i - 1$ 'inci terimlerine eklenecektir. Buradan hareketle :

1.1.6.2.3. Potansiyel enerjinin denkleminin oluşturulması:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_A \epsilon^T D \epsilon dA - \int_A u^T f t dA - \int_{l_i} u^T T t dl - \sum_i u_i p_i$$

$$\Pi = \sum_e \frac{1}{2} \int_e \varepsilon^T D \varepsilon dA - \sum_e \int_e u^T f dA - \sum_e \int_L u^T T t dl - \sum_i u_i p_i$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_e q^T k_e q - q^T f_e - \bar{q}^T T_e - \sum_i u_i p_i$$

$$\Pi = \frac{1}{2} Q^T K Q - Q^T F$$

Potansiyel enerjinin minimize edilmesi ile, $KQ - F = 0$ bulunur.

1.1.6.3. İki boyutta Galerkin yaklaşımı:

Hatırlanacağı gibi Galerkin metodunda gerinim keyfi virtüel deplasman vektörünün fonksiyonudur.

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_x & \phi_y \end{bmatrix}^T, \quad \phi = N \varphi$$

$$\varepsilon(\phi) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} & \frac{\partial \phi_y}{\partial y} & \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{bmatrix}^T, \quad \varepsilon(\phi) = B \varphi$$

φ : elemanın keyfi nodal deplasmanı

1.1.6.3.1. Katılık matrisinin oluşturulması:

Virtüel iç iş terimini düşünürsek

$$\int_e \varepsilon^T D \varepsilon(\phi) t dA = \int_e q^T B^T D B \varphi t dA \quad (1.60)$$

B ve D sabit matrisler ve t_e ile A_e 'nin eleman boyunca değişmediği kabul edilerek,

$$\begin{aligned} \int_e \varepsilon^T D \varepsilon(\phi) t dA &= q^T B^T D B t_e \int_e dA \varphi \\ &= q^T t_e A_e B^T D B \varphi = q^T k_e \varphi \end{aligned} \quad (1.61)$$

1.1.6.3.2.Kuvvet terimlerinin oluşturulması

kuvvet terimi :

$$\int_e \phi f t dA = \int_e \phi N f t dA = \phi_e^T t_e \int_e N dA$$

formuna gelir. $\int_e N dA$ 'lı terimler potansiyel enerji denklemini bölümünde

anlatıldığı gibidir.Buna göre;

$$\int_e \phi f t dA = \phi_e^T f_e \quad (1.62)$$

Buna göre Galerkin Weak formülasyonunu oluşturabiliriz.

1.1.6.3.3.Galerkin denkleminin oluşturulması

$$\int_A \sigma^T \varepsilon(\phi) t dA - \int_B \phi^T f t dA - \int_L \phi^T T t dl - \sum_i \phi_i^T p_i = 0$$

$$\sum_e \int_e \varepsilon^T D \varepsilon(\phi) t dA - \sum_e \int_e \phi^T f t dA - \int_L \phi^T T t dl - \sum_i \phi_i^T p_i = 0$$

Buna göre virtüel iş denklemleri yerine konursa:

$$\text{İç virtüel iş} : \Psi^T K Q$$

$$\text{Dış virtüel iş} : \Psi^T F \text{ olarak } KQ - F = 0 \text{ 'a ulaşılır.}$$

1.1.7.Üç boyutlu tetrahedron elemanlar

Üç boyutlu problemlerde sıkça kullanılan tetrahedron elemanlar lineer, quadratic veya kübik olabilirler.Bu elemanlar için yer değiştirme alanı ve şekil fonksiyonları aşağıda verilmiştir.Üç boyutta her düğüm 3 adet serbestlik derecesine,dolayısıyla 3'er adet nodal deplasman vektörüne sahiptir.Bu elemanlar için iki boyutlu elemanlardaki alan koordinatlarına benzer hacim koordinatları tanımlanır.Bu koordinatlar eleman içindeki herhangi bir noktanın nodalara birleşmesi ile oluşan hacimlerin toplam eleman hacmine oranıdır.(Ref:2)

Eğer eleman quadratic ise kenarlar üzerinde yer alan düğümleri birleştiren çizgilerin sınırladığı alanın toplam alana oranıdır.(Ref:2)

$$L_1 = \frac{\text{hacim.}P234}{\text{hacim.}1234} \quad (1.63)$$

Buna göre lineer tetrahedronda :

$u = [u \ v \ w]^T$ deplasman alanı olmak üzere

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4z \\ v &= a_5 + a_6x + a_7y + a_8z \\ w &= a_9 + a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z \end{aligned} \quad (1.64)$$

$$\begin{aligned} u &= N_1q_1 + N_2q_2 + N_3q_3 + N_4q_4 \\ v &= N_1q_5 + N_2q_6 + N_3q_7 + N_4q_8 \\ w &= N_1q_9 + N_2q_{10} + N_3q_{11} + N_4q_{12} \end{aligned} \quad (1.65)$$

Şekli fonksiyonları ise :

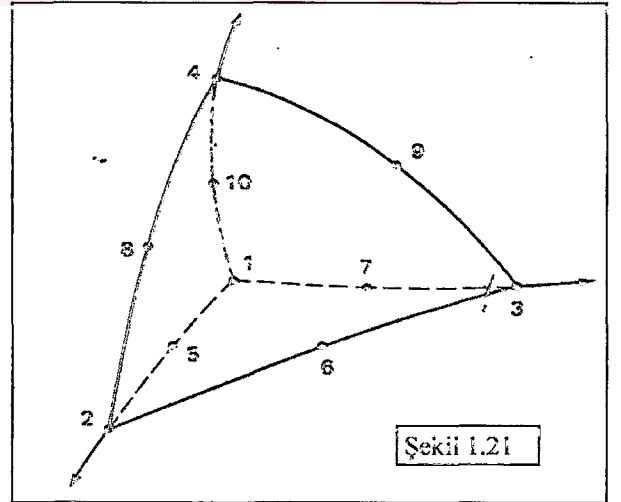
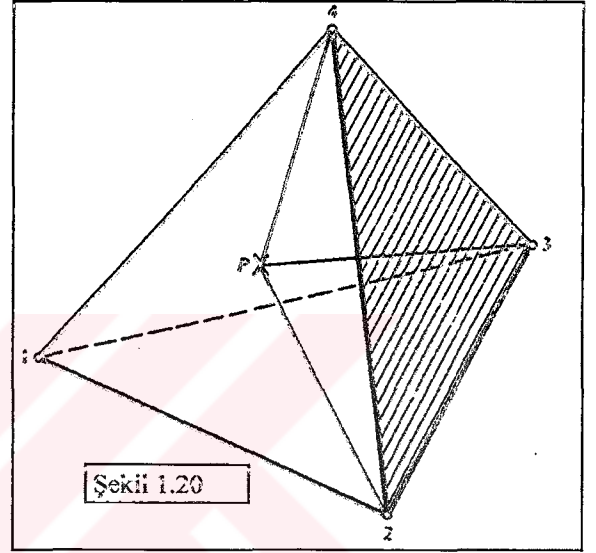
$$N_1 = L_1 = 1 - \xi - \eta - \zeta \quad (1.66)$$

$$N_2 = L_2 = \xi$$

$$N_3 = L_3 = \eta$$

$$N_4 = L_4 = \zeta \quad \text{hâline gelir.}$$

Quadratic tetrahedronlar için ise 10 düğüm toplam 30 serbestlik derecesine sahiptir.



Buna göre deplasman alanı:

$$\begin{aligned}
u &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5xy + a_6yz + a_7xz + a_8x^2 + a_9y^2 + a_{10}z^2 \\
v &= a_{11} + a_{12}x + a_{13}y + a_{14}z + a_{15}xy + a_{16}yz + a_{17}xz + a_{18}x^2 + a_{19}y^2 + a_{20}z^2 \\
w &= a_{21} + a_{22}x + a_{23}y + a_{24}z + a_{25}xy + a_{26}yz + a_{27}xz + a_{28}x^2 + a_{29}y^2 + a_{30}z^2
\end{aligned} \tag{1.67}$$

$$\begin{aligned}
u &= N_1q_1 + N_2q_2 + N_3q_3 + N_4q_4 + N_5q_5 + N_6q_6 + N_7q_7 + N_8q_8 + N_9q_9 + N_{10}q_{10} \\
v &= N_1q_{11} + N_2q_{12} + N_3q_{13} + N_4q_{14} + N_5q_{15} + N_6q_{16} + N_7q_{17} + N_8q_{18} + N_9q_{19} + N_{10}q_{20} \\
w &= N_1q_{21} + N_2q_{22} + N_3q_{23} + N_4q_{24} + N_5q_{25} + N_6q_{26} + N_7q_{27} + N_8q_{28} + N_9q_{29} + N_{10}q_{30}
\end{aligned} \tag{1.68}$$

ve şekli fonksiyonları;

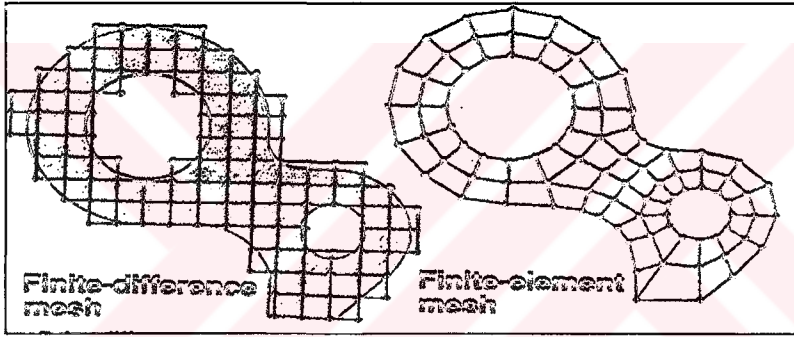
$$\begin{aligned}
N_1 &= (2L_1 - 1)L_1 & N_6 &= 4L_2L_3 \\
N_2 &= (2L_2 - 1)L_2 & N_7 &= 4L_1L_3 \\
N_3 &= (2L_3 - 1)L_3 & N_8 &= 4L_1L_4 \\
N_4 &= (2L_4 - 1)L_4 & N_9 &= 4L_2L_4 \\
N_5 &= 4L_1L_2 & N_{10} &= 4L_3L_4
\end{aligned} \tag{1.69}$$

Buradan yararlanarak:

$$k_e = t_e \int_v B^T DB dv \quad \text{den katılık matrisi bulunabilir.}$$

1.2.Sonlu Elemanlar Ağı :

Sonlu elemanlar yaklaşımında fiziksel etki altındaki sürekli ortamın sonlu sayıda basit geometriye sahip elemanlara ayrıldığı bilinmektedir. İşte birbiriyle ilişkili bu elemanları sürekli ortamın geometrisine uygun şekilde birleşmesiyle oluşan elemanlar topluluğuna sonlu elemanlar mesh'i (ağı) denir. Bu ağ değişken boyutlara sahip sonlu elemanların sürekli ortam geometrisi boyunca yerleştirilmesi ile oluşturulduğunda diğer yaklaşım metotlarındaki mesh'lere göre geometri yaklaşımı çok iyidir.



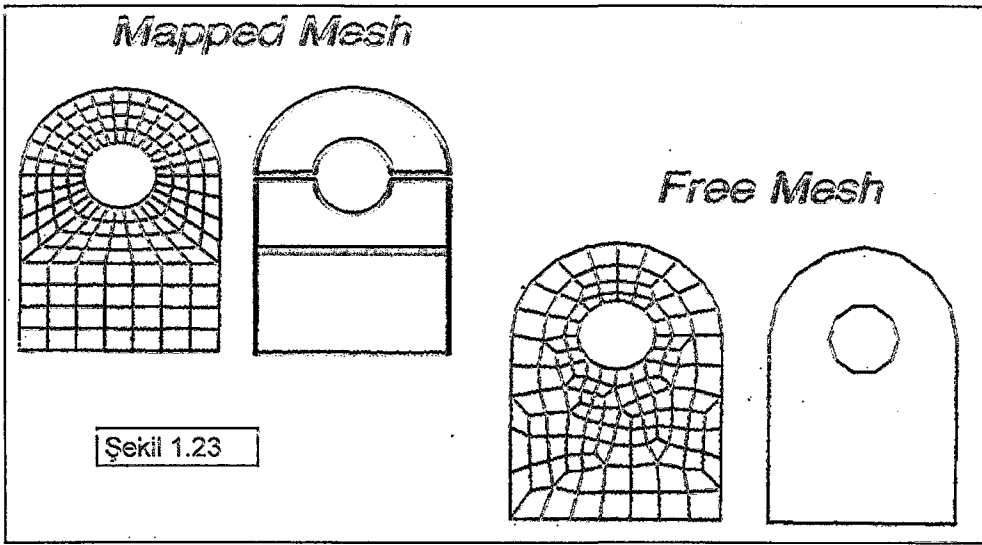
Şekil 1.22

1.2.1.Mesh Teknikleri:

Bir ortamı meshlemek için genellikle iki yöntem kullanılır. Bunlar atamalı (mapped) mesh ve serbest (free) mesh'tir.

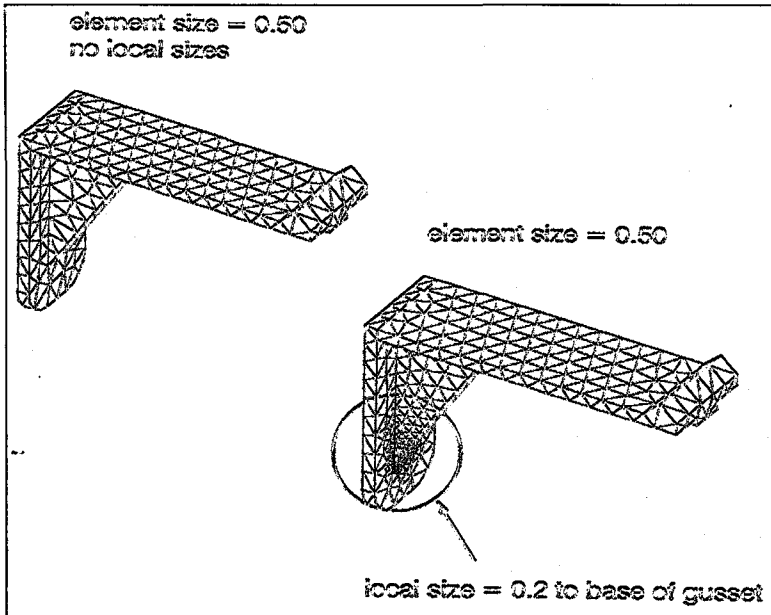
1.2.1.1.Serbest mesh :

Bilgisayarlar yardımıyla sonlu elemanlar çözümleri yapıldığı durumlarda genellikle yazılımlar geometrik mesh yaratıcı programları içerir. Bu programlar öncelikle mevcut geometri için sınırlara nodlar yerleştirir. Daha sonra bu nodları eleman sınırları kabul ederek, diğer bölgeleri elemanlarla donatır. Bu işleme



serbest mesh denir ve genellikle tetrahedron elemanlar kullanılır. Bu mesh oturtma yöntemi kompleks geometriye sahip ortamier için kullanılır. Bu mesh yöntemi kullanılırken yaklaşıık bir eleman kenar uzunluğu ve eleman tipi (lineer veya tetrahedron) tanımlanır.

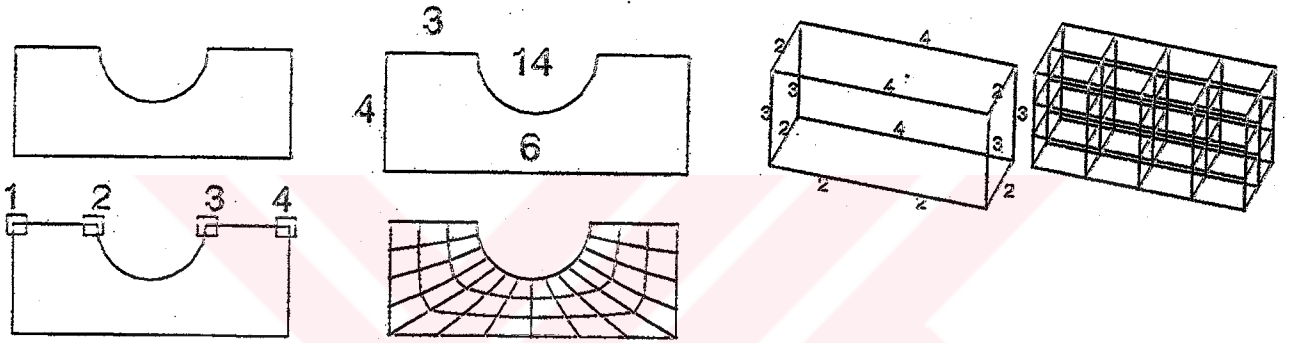
Serbest-lokal-Mesh : Serbest mesh opsiyonu içerisinde geometrinin bazı bölgelerinde farklı büyüklük ve sıklıkta mesh tanımlamak için kullanılan bir araçtır. Bu yöntemde Serbest mesh oturtulan bir geometride örneğin gerilme konsantrasyonunun yüksek olması beklenen bir kenar üzerine oturmasını istediğimiz eleman sayısını tanımlamak sureti ile bölgesel yoğunluk sağlarız. Bu da bize o bölgede yaklaşıımın daha iyi olması sonucunu getirecektir.



Şekli 1.24

1.2.1.2. Atamalı Mesh :

Özellikle düzgün prizmatik geometriler için kullanılan ve kontrollü mesh yaratmayı sağlayan bir yöntemdir. Genellikle hegzahedron (brick) ya da dört kenarlı 2D elemanların kullanıldığı bu yöntemde, Mesh oturtulmak istenen şekil eğer 2 boyutlu ise izafi bir uzaydaki bir dikdörtgene, eğer 3 boyutlu ise bir dikdörtgenler prizmasına atanır. Geometri üzerinde köşe noktaları işaretlemek suretiyle izafi uzaydaki dikdörtgenin köşeleri tanımlanmış olur. Her kenara temas edecek eleman sayısı da bu yöntemde kullanıcı tarafından tanımlanacaktır.



1.2.2. Çeşitli eleman tipleri

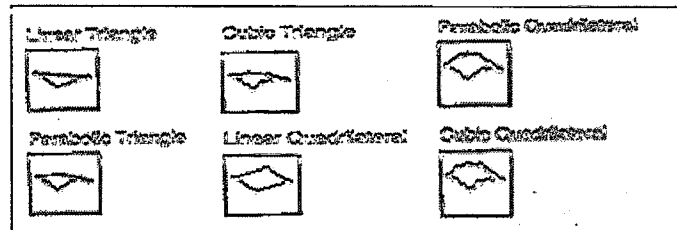
1.2.2.1. Shell elemanlar :

Bu elemanlar kabuk geometrieleri modellemede kullanılır. Genellikle çok ince

et kalınlığına sahip levha , sac parçalar gibi geometriilere eğer

3 boyutlu elemanlar yerleştirilirse, eleman boyutunu çok küçük seçmek gerekir. Bu da eleman sayısını çok fazla arttıracak dolayısıyla çözüm zamanı artacaktır. Bu yüzden 2 boyutlu shell elemanlar kullanılır. Ancak bu elemanlar herhangi bir geometriye oturtulduklarında geometrinin üst ve alt yüzeylerinin boyutları farklı olabileceğinden asıl geometriden uzaklaşma durumu ortaya çıkabilir. Bunu önlemek için mesh oturtma işlemi yapılmadan önce iki yüzeyin

Şekil 1.25

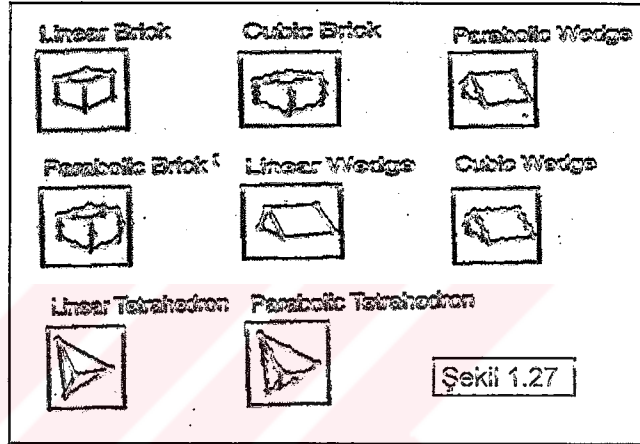


Şekil 1.26

orta noktalarının birleşmesi ile oluşan bir ara yüzey oluşturulur. Bu yüzeye mid-surface denir. Bu sayede kabuk geometri mesh ile daha büyük bir gerçeklikle temsil edilebilir.

1.2.2.2. Solid elemanlar:

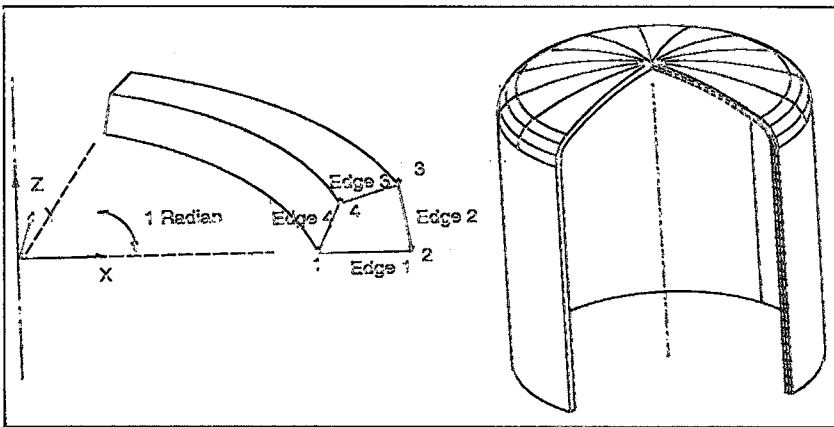
Bu elemanlar üç boyutlu analiz için kullanılır. Özellikle karmaşık geometrilere üç ekseninde boyutları yeterli olan bölgelerde kullanılır. Düzgün geometrilere kontrollü mesh oluşturmak için atamalı mesh tekniği uygulanırken, hegzahedron elemanlar kullanılır. Daha karmaşık geometriler için Serbest mesh tekniği kullanılırken, geometrik yaklaşımların kalitesi için özellikle köşelere eleman yerleşiminin sağlanabilmesi için tetrahedronlar kullanılır.



Şekil 1.27

1.2.2.3. Axisymmetric elemanlar:

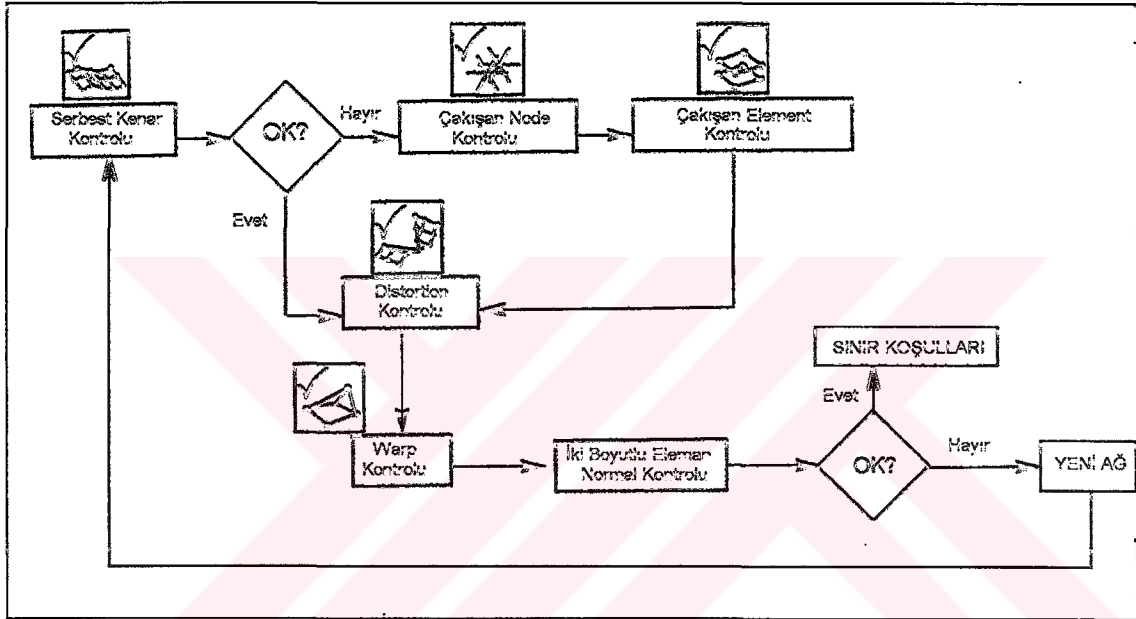
Axisimetrik elemanlar 2 boyutlu elemanların bir eksen etrafında döndürülmesi ve bu döndürme esnasında eleman boyutunun tanımlanması ile oluşur. Özellikle silindirik geometrilere kontrollü mesh yaratılabilmek için uygun bir eleman tipidir.



Şekil 1.28

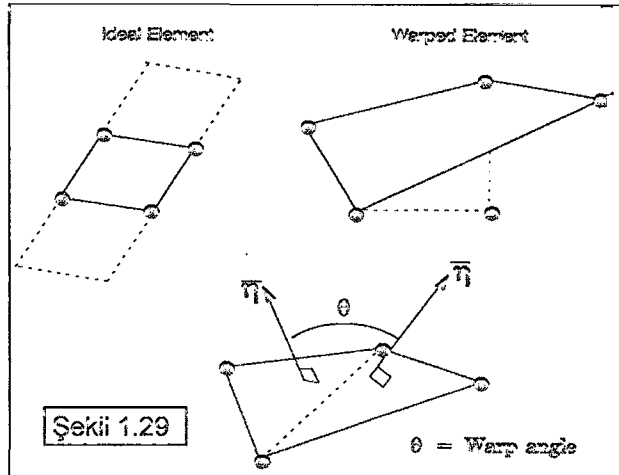
1.2.3.Mesh Kalite Kriterleri

Özellikle kompleks geometrilerde serbest mesh tekniği kullanılırken yazılım söz konusu mesh'i mümkün olduğunca geometriye yaklaştırmaya çalışır. Ancak bu esnada bazı elemanlar ideal boyutlarından saparlar ve algoritmalarda bazı hatalara yol açabilirler. Bu yüzden mesh oluşturulurken ya da oluştuktan sonra bazı kriterler kontrol edilmelidir. Eğer bozuma görülüyorsa otomatik yöntemlerle ya da manuel olarak bu bozukluk giderilir. Bu kontrolleri ifade eden şema aşağıda verilmiştir.



1.2.3.1.Warping :

İki boyutlu elemanlarda görülen bir problemidir. Burada elemanın nodlarından bir veya birkaçının düzlemde sapması söz konusudur. Bu durumda eleman üzerinde birden fazla düzlem ve normal oluşur.

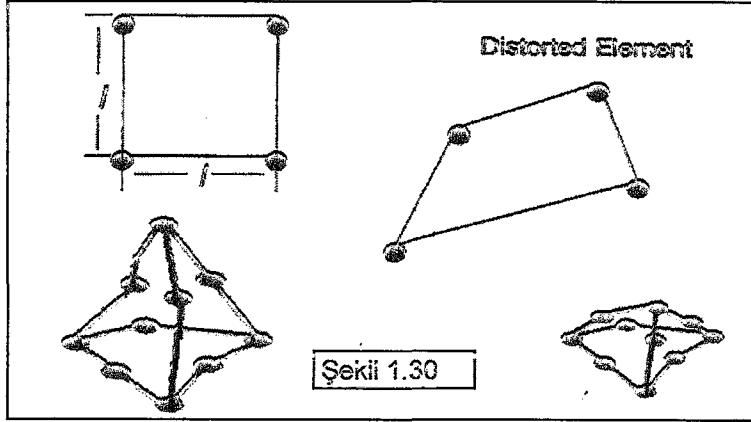


1.2.3.2.Distortion :

Bu hatada eleman kenarlarındaki bozulmadan dolayı hacim ve yüzeyin ideal elemanınkilerle göre sapması söz konusudur.

Distortion oranı: $d = \frac{\min|J|}{Hacim_{distorted}} \times Hacim_{ideal}$

şeklinde hesaplanır. İdeal elemanın distortion oranı 1 olarak kabul edilir. Solid elemanlarda bu oran $0 \leq d \leq 1$ arasındadır. Ancak meshin sağlığı açısından $0.3 \leq d$ değeri kritik değerdir.



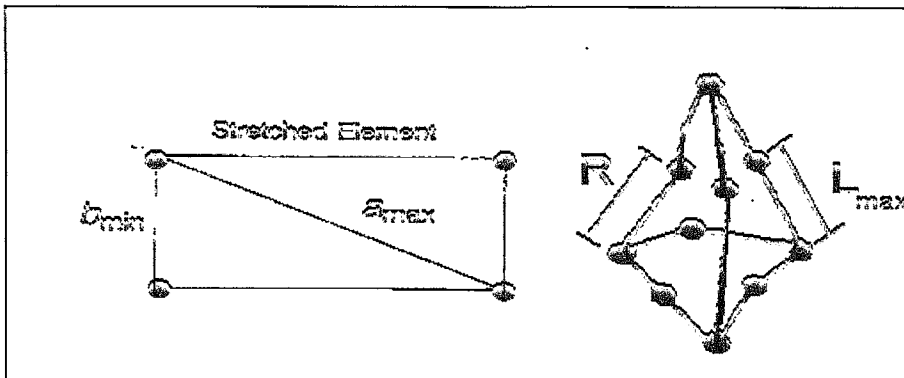
1.2.3.3.Stretch :

Eleman üzerinde herhangi bir nodun yerdeğiştirmesi sonucu eleman köşegenlerinin veya kenarlarının uzamasıdır. Stretch için

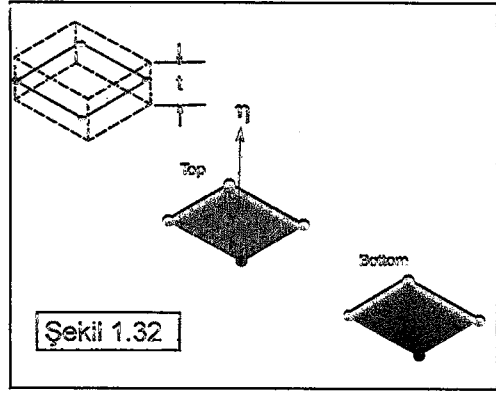
Solid elemanlarda $S = \frac{R}{L_{max}} \sqrt{24}$ ve Shell elemanlarda $S = \frac{b_{min}}{a_{max}} \sqrt{2}$

formülü kullanılır. (R uzayan kenar, L_{max} elemanların max kenar uzunluğu b_{min} iki boyutlu eleman köşegeni, a_{max} :max kenar uzunluğu)

Stretch için kritik değer $0.3 \leq S$ 'dir.

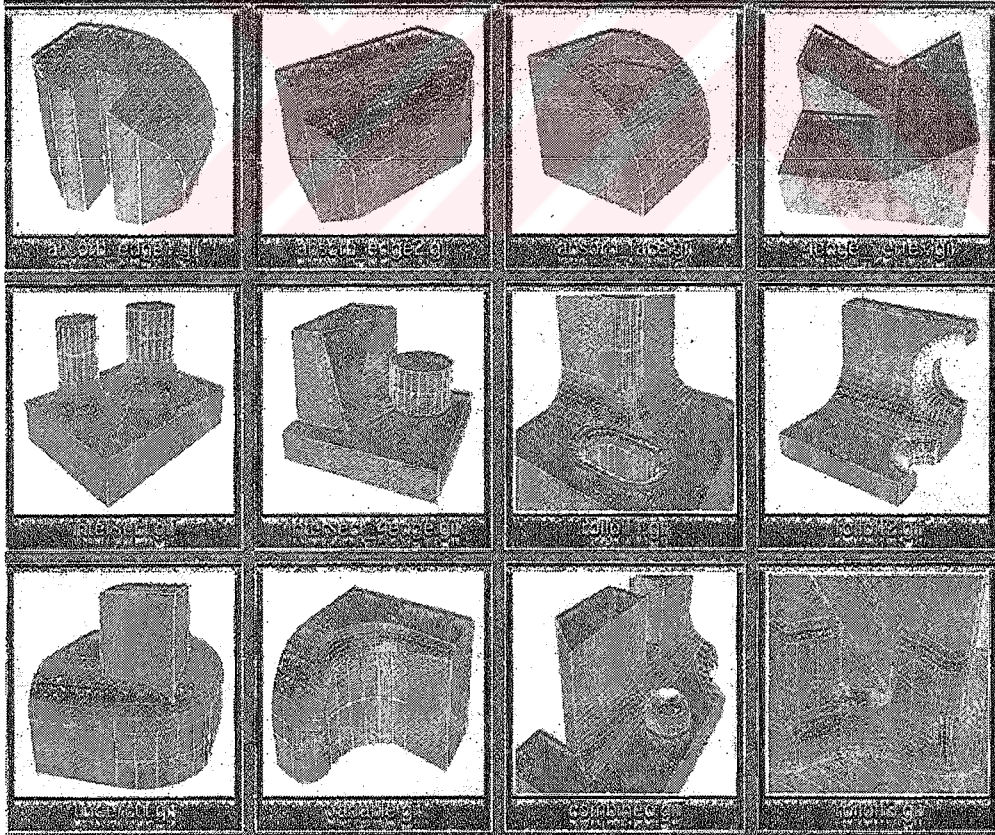


1.2.3.4.Normal Yönleri: İki boyutlu elemanlarda eleman normallerinin farklı yönlerde yerleşmiş olması sınır koşullarının işareti açısından problem yaratabileceği için normal kontrolü yapılır.



1.2.4.Geometrinin Mesh için hazırlanması:

CAD ortamında hazırlanan bir solid parçaya mesh yerleştirirken çok detaylı kısımlar yada fazla eğrisel yüzeyler çeşitli hatalara neden olur.Bu hataların oluşmaması için geometride fillet adı verilen küçük radyuslar olmalıdır. Ayrıca küçük pahtılar ve mukavemete etkisi olmayan küçük çıkıntılar distorted veya stretched elemanlar oluşmasına neden olabilir. Bu yüzden mesh yaratmadan önce parça üzerinden bu kısımlar temizlenmelidir.



Parçanın tüm hacmi mesh yaratmak için çok büyük olabilir. Parça ne kadar küçük hacimlere ayrılırsa o kadar kolay meshlenir. Ancak burada hacimler

arasında mesh elemanlarının birleşiminin iyi olduğu kontrol edilmelidir. Bu parçalama işlemine partitioning denir. Böyle alt hacimlere ayrılmış parçalar meshlenirken her alt hacmin mesh özelliklerine de (örn:eleman boyutu) müdahale etme seçeneğimiz olur.

1.2.5.Post-Processing:

Sonlu elemanlar analizinde çözümler yapıldıktan sonra sonuçların renkli grafikler halinde görüntülenmesi işlemine postprocessing denir. Bu işlem yapılırken görüntülünmek istenen sonuçlar elemandaki değerleri interpolasyon yardımı ile bir renk skalasına oturtulur. Yazılımın kabiliyetine göre ekranda x,y,z yönlerindeki gerilmeler,gerinimler, gerinim enerjileri, deplasmanlar veya hesaplatıldıysa sıcaklıklar görülebilir. Ayrıca gerilmeler sonucu geometride oluşan sehimlerde abartılı olarak ekran genişliğinin yüzdesi cinsinden oluşturulur.

Gerilme görüntülenmesinde gerilme tensörü bir mukayese değeri teşkil edemeyeceğinden von-mises gerilmeleri dikkate alınmalıdır. Bu gerilme :

$$\sigma_{vonmises} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6\tau_{xy} + 6\tau_{yz} + 6\tau_{zx}}{2}}$$

şeklinde ifade edilir ve belli bir emniyet katsayısı ile çarpıldıktan sonra malzeme akma gerilmesi ile mukayese edilir.(Ref:5)

2.Örnek Parça Dizaynı

2.1.Dizayn parametreleri:

Tasarlanan yeni parçanın sıklıkla model değiştirilen ve her modelde benzer özelliklere gereksinim duyan bir makinada yer alıyor olması , dizayn mantığı açısından tasarımcıya belli kısıtlar getirmektedir. Bu kısıtların başlıcası dizaynı yapılan parçanın ana model makine dışındaki diğer modellerde de kullanılabileme yeteneğidir. Söz konusu kullanılabileme yeteneği dizayn aşamasının başlangıcında planlanır ve parçanın dinamik çalışma koşullarının tüm modelleri kapsayacak şekilde seçilmesini gerektirir.

Bilindiği gibi otomatik çamaşır makinalarında tahrik grubuna ait rotasyoneel hareketli parça olan tambur bir kayış kasnak mekanizması ile tahrik edilmektedir. Sistem; motor, poliy-V kayış, kasnak buna bağlı bir mil, miltan tambura güç aktarımını sağlayan flanş ve miltan yataklayan rulmanlardan oluşur. Tahrik grubunun diğer elemanları ise rulman yuvası, rulman yuvası keçesi, tamburu çevreleyen kazan, kazan kapağı, motor askı lastikleri, sistemin statik ve dinamik dengesini sağlayan denge ağırlıkları, tüm sistemi gövdeye bağlı şekilde askıda tutan yay ve sürtünmeli amortisörler, klips, PT vida ve civatalar gibi bağlantı elemanlarından oluşmaktadır.

Dizaynı yapılan parçalardan biri de kasnaktır. Mevcut kasnak beş kolulu alüminyum enjeksiyon bir modelden, herhangi bir analiz yapılmadan üç kolulu hale getirilmiş, bu kasnak üç kolulu durumda dahi beş faz deneylerini¹ geçerek kullanıma alınmıştır. Ancak mevcut kasnağın bu halde de over-design özelliğini sürdürdüğü görülmektedir. Yapılan yeni dizaynda başlıca amaç malzeme ve mukavemet açısından daha optimum bir kasnak ortaya çıkararak tasarruf sağlamaktır.

Dizayn ve analiz aşamasında izlenen prosedür aşağıdaki gibidir:

¹ Beş Faz Deneyleri: Çamaşır makinası prototiplerinin 1000 gr.'den 2500 gr.'ye kadar çeşitli dengesiz yaylı yükler altında toplam 3600 periyot (5dakika tam devir sıkma , 5 dakika durma) çalıştırılarak yapılan hızlandırılmış ömür testi

- 1) Mevcut kasnak üzerine gelen yüklerin tespiti ve matematik olarak modellemesi
- 2) Kasnak dinamik çalışma koşullarının kullanılabilecek tüm modeller için belirlenmesi
- 3) Bilgisayar destekli¹ yeni kasnak tasarımlarının 3D modellerinin oluşturulması
- 4) Oluşturulan yeni tasarım modellerinin, malzeme modellemesi de yapılarak FEM² analizi ile mukavemet özelliklerinin tespit edilmesi
- 5) Analiz sonuçlarına göre yeni kasnak tasarımlarının değerlendirilmesi ve en uygununun seçilmesi
- 6) Kasnak prototipinin yapılması ve gerçek makina üzerinde çalıştırılarak dizaynın doğrulanması

Açıklamalar:

Gerekli literatür taramaları ve üretici firmalarla yapılan temas sonrasında sözkonusu matematik model çıkartılmış ve kayışın kasnağa sarılma açısına, sürtünme katsayısına ve torka bağlı formülasyon oluşturulmuştur.

Bu modelin sağlanması amacıyla iki adet test düzeneği tasarlanmış ve yapılan testler neticesinde modelin uygunluğu tespit edilmiştir.

Benchmarking adı verilen rakip ürün inceleme neticesinde dünyada kullanılan geometriler değerlendirilmiş

Bilgisayar destekli olarak yapılan yeni tasarımlar elde edilen yük dağılımı altında analiz edilerek mukavemet ve malzeme yönünden optimum dizayn aranmış analiz sonuçlarına göre optimize edilen bir tasarım kabul edilmiştir.

¹SDRC I-DEAS CAD/CAM/CAE Sistemi

² FEM :Finite Elements Modeling , I-DEAS Finite Elements Analysis Module ve MARC Analysis software

	Mevcut Tahrik Sistemi	YOÇ için planlanan tah.
Kasnak ağırlığı	590 gr	hedef 400 gr
Kasnak malzemesi	GD Al-Si.12 DIN 1725	Aynı
Kasnak devri (sıkma) ³	800 - 1300 d/d	400 - 1000 d/d
Motor gücü (sıkma)	500 watt	500 watt
Kasnak çevrim oranı	16.7 (331mm /19.8mm)	16.7 veya 17.6
Kayış gerginlik frekansı ⁴	90-100 Hz	100 Hz

Dizaynın tamamlanmasından sonra prototip kasnak yapılması ve kalıp siparişi aşamasına ulaşılmıştır.

Kasnak tasarımı ile ilgili bazı ön bilgiler aşağıda sunulmuştur.

2.1.1.Boyutsal Parametreler:

Yeni dizayn kasnak diğer makina modellerinde de kullanılabilecek özelliğine istinaden belli boyutlarda olmak zorundadır. Bu boyutların başında kasnak çapı gelir. Kayış kasnak mekanizmasındaki çevrim oranının değişmemesi için kasnak çapı 331 mm de sabit tutulmak zorundadır.Çevrim oranının değişmesi ihtiyaç duyulan motor tork değerini değiştirecektir. Ancak bu çevrim oranındaki değişim azalma yönünde olursa motor aynı devir için yüksek tork verecek şekilde dizayn edilecektir. Yüksek torkü motor ilave maliyet getirecektir.

Diğer bir boyutsal kısıt göbek düzlemi ile kasnak çemberi arasındaki yükseklik farkıdır. Bu fark mevcut ve yeni dizayn makinalardaki kazan arka formu ve rulman yuvası yerleşimi ile ilgilidir. Söz konusu yükseklik farkı kasnak koi profilinin izlediği yolun eğimli olmasını gerektirir. Bu eğime ise kollar üzerinde eğme momentinden kaynaklanan gerilmeler oluşturur. İşte bu gerilmeler dizayn açısından kritiktir.

Göbek geometrisi içinde arka rulman iç bileziğine basacak kademe bulunmalıdır. Bu kademe imalatın çapaksız ve belli bir yüzey pürüzlülüğü toleransında

³ YOÇ Kasnağı 1000 d/d 'ye göre tasarlanacaktır.

⁴Kayış monte edildikten sonraki doğal titreşim frekansıdır.

çıkmalıdır. Göbeğin bu kısmı makinelerin farklı modellerinde kullanılan iki değişik tipteki rulmanlar için (6203 Z2 ve 6205 Z2) çift kademeli olmak zorundadır. Bu kademe çapları 33 mm ve 24 mm dir. Emniyetli dönüş için 24 mm lik kademe 0.5 mm yüksekte olmalıdır.

Kasnak çember kalınlığı kullanılan kayış tipine bağlıdır. Kullanılan poly-V kayış kalınlığı 11.7 mm olup üretici firmalar tarafından kayış ön ve arka kısımlarında 3 mm. emniyet payı istenmektedir. Farklı model bazı makinalardaki motor yerleşiminden dolayı kayış basma yüzeyi ± 2 mm kadar farklılık gösterir. Bütün bu kısıtlar göz önüne alınınca çember genişliği 22 mm olmalıdır.

2.1.2.Kalıp Kısıtları:

Doğal olarak parça dizaynında dikkat edilecek en önemli unsur *üretilebilirliktir*. Parçanın kalıptan çıkması için gerekli açıların verilmesi ve kalıp tekniği açısından istenilen geometrinin oluşturulması şarttır. Bu geometrinin kalıp ayırım yerlerinin mümkün olduğunca erkek ve dişi kalıp parçası simetrisini sağlaması gereklidir. Bu hem kalıp hem parça ömrünü uzatacağı gibi hem de zaman ve para tasarrufu getirecektir.

Ayrıca seçilen malzeme ve üretim teknolojisi açısından malzemenin kalıpta poblemsiz yürüyebileceği et kalınlığının bilinmesi gerekir. Bu projede dizayn edilen parça için aliminyum enjeksiyon malzemeilerin 400 tonluk yatay preslerde basılması işleminde parça minimum et kalınlığı 2.0 mm 'dir.

Üretim teknolojisinin bir gereği olarak parçanın kalıptan rahat çıkması için iticiler kullanılmaktadır. Bu iticilerin oturacağı bölgelerin sayısı ve yerleri parçanın boyutlarına ve geometrisine bağlıdır. Söz konusu yerler parçada en az deformasyona yol açacak şekilde tespit edilmelidir. Kasnakta itici yerlerinin yerleşimi göbek bölgesinin rahat çıkışına olanak vermek amacıyla kol altlarına ve göbeğe mümkün olduğunca yakın kısımlara yapılır. Ancak itici kalınlığının 6mm çap olduğu ve kalıp çekirdeğinde kalan metal minimum et kalınlığının 2.5 mm olması

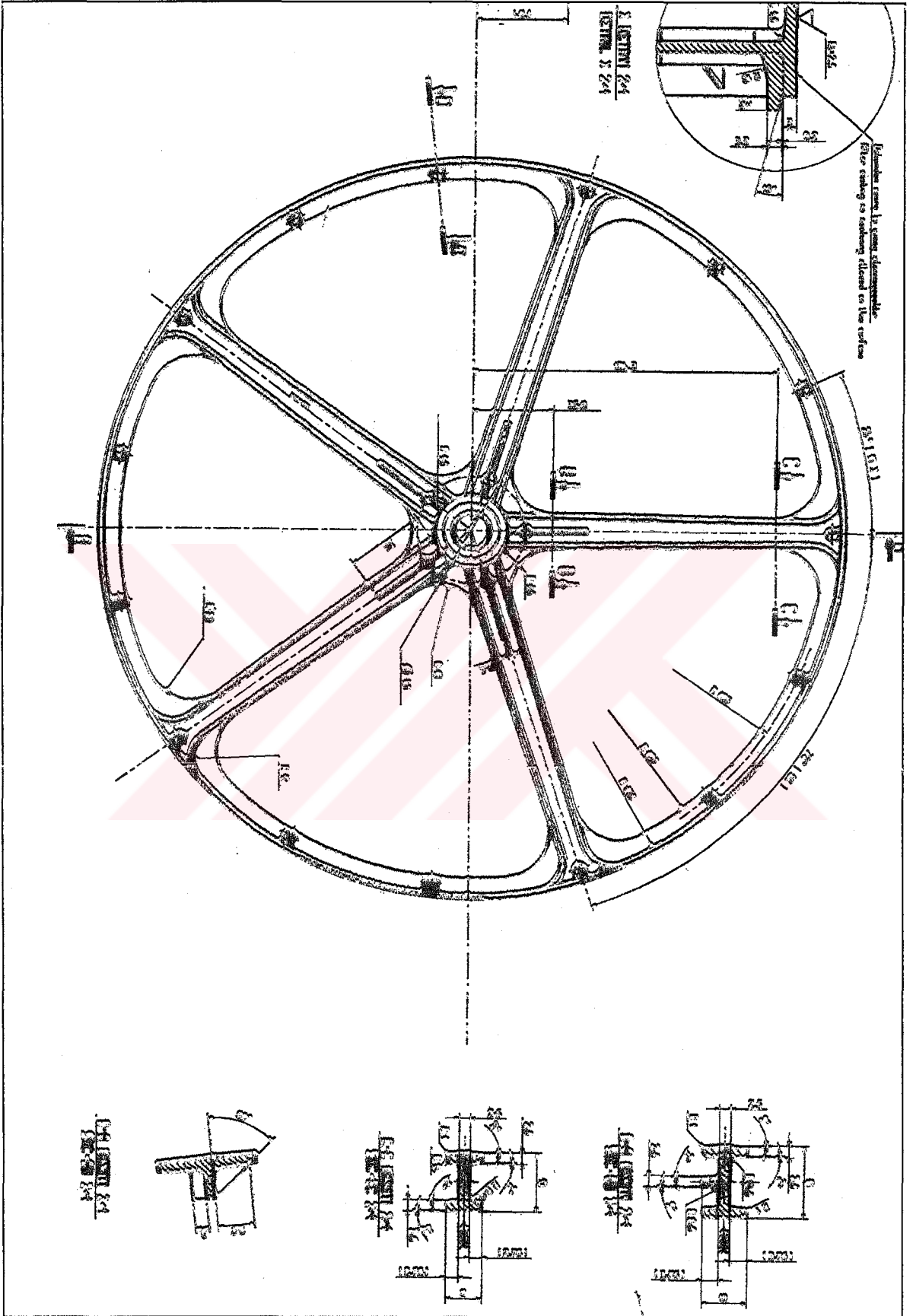
nedeniyle , kolilerin göbeğe birleştiği kısımların minimum genişliği 16 mm olmak zorundadır.

Alüminyum enjeksiyon parçaların imalatında özellikle ince etkililikli parçalarda döküm sonrası soğumaya bağlı çekme problemleri görülür. Bu çekme kasnak gibi dönel parçalarda sağı ve yaipa sorunları yaratır. Yaipa ve sağı için kabul edilebilir tolerans 0.5 ila 0.7 mm olarak tespit edilmiştir. Eski kasnakta söz konusu yaipa ve sağı soğuma sonrası tornalama işlemi ile kısmen giderilir. Ancak yeni dizaynda imalat masrafını minimize etmek için bu tornalama işlemi yapılmayacaktır. Bu yüzden çekme oranı düşürecek bir yapısal tedbir araştırılmış ve sonuçta kasnak kol sayısının üçten beşe çıkarılması kararlaştırılmıştır. Kol sayısının artmasıyla iki kol arasında kalan çember yay uzunluğu kısalacak ve daha rijid bir yapıya kavuşulacaktır.

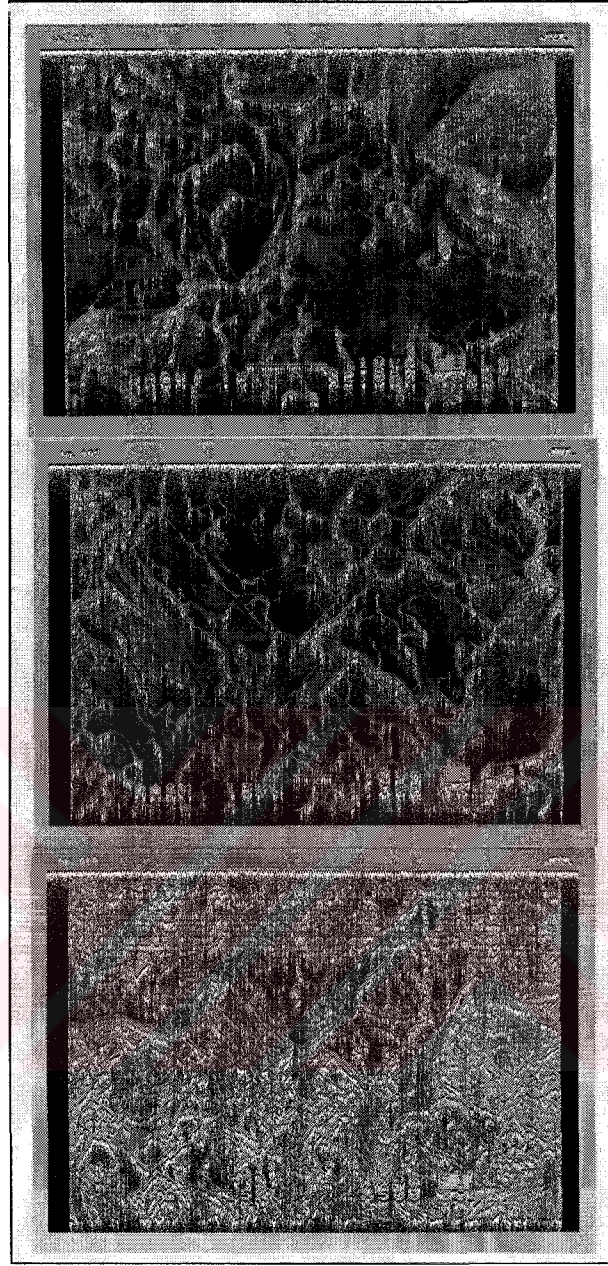
2.1.3.Maizeme kısıtları:

Halen kullanılmakta olan kasnak alüminyum enjeksiyon malzeme olup alman normlarına göre DIN 1725 GD Al-Si 12 adını alır. Yeni dizaynda alternatif malzeme arayışlarına yer verilmemiştir. Bunun başlıca sebebi plastik veya sac gibi malzemelerin yeni üretim teknolojileri gerektirdiği ve bu teknolojilerin firma yan sanayilerinde mevcut olmamasıdır. Ayrıca bu tip malzemelerin kasnak imalatında kullanılması henüz dünya çapında deneme aşamasındadır. Zaman kaynağının daha geniş olacağı projelerde söz konusu alternatif malzemeler değerlendirilecektir.

Kullanılan malzeme GD Al-Si 12'nin diğer bir ismi Etial-150'dir. Malzeme enjeksiyona elverişli ve sünek özellikler gösterir. Sünekliği dolayısıyla mukavemeti iyi olup üretilen parçanın deplasmanı kontrol edilmelidir. Üretim teknolojisi gereği döküm sonrası parça içinde hidrojen sıkışması görülebilmekte zaman zamanda silis oranı yükselebilmektedir. Malzeme kristal yapısı elektron mikroskopundan alınan büyütülmüş resimde görülmektedir.



Şekil 2.1 kaskak teknik resminden bir bölüm



Şekil 2.2 Etal 150 kesiti (X500 , X1000 ; X2000)

Malzememiz Etal -150 nin mekanik mukavemet değerleri DIN normlarına göre bir tablo halinde verilmiştir. GD - AlSi 12 element kompozisyonu (% kütle)

Akma gerilmesi N/mm ²	Kopma gerilmesi N/mm ²	Elastisite modülü N/mm ²	Poisson oranı	Brinell sertliği. HB 5/250	Yoğunluğu (kg/dm ³)
140-180	220-300	75000	0.332	60-100	2.65

Si	Mn	Cu	Fe	Mg	Ti	Zn	Al	diğer
10.5-13.5	0.001-0.4	0.1	1.0	0.05	0.15	0.1	kalan	0.05

2.2 Matematik model:

2.2.1.Temel prensipler :

Kayış kasnak mekanizmasında

D_1 : Tahrik eden kasnak çapı

D_2 : Tahrik edilen kasnak çapı

W_1 : Tahrik eden kasnak açısal hızı

W_2 : Tahrik edilen kasnak açısal hızı

C_1 : Tork

T : dönüş yönündeki çekme

t : dönüş yönüne ters çekme olmak üzere $k=0,96:0,97$ kabulu ile

$$\frac{W_2^0}{W_1^0} = \frac{D_1}{D_2} \quad ; \quad \frac{W_2^0}{W_1^0} = k \frac{D_1}{D_2} \quad (2.1)$$

kaçınılmaz kayganlık kayıplarından dolayı

Statik halde gerilmeler:

$C_1 = 0$ (Tork) $T_A = T_B = T_0$ T_A ve T_B kollarındaki statik çekme ve T_0 başlangıç çekmesi

$$W_1 = 0 \quad \left(T_A - T_B \right) \frac{D_1}{2} = 0 = C_1 \quad (2.2)$$

Hareket halinde gerilmeler :

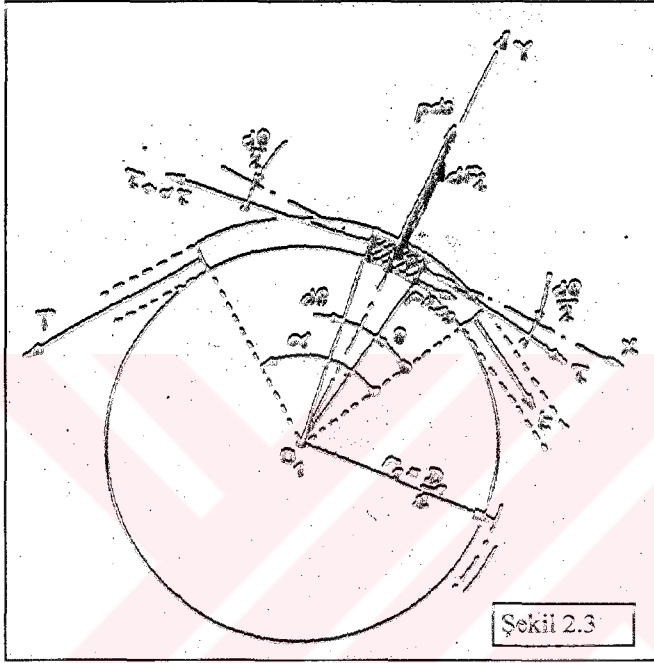
$$T = T_0 + F \quad (2.3)$$

$$t = T_0 - F \quad (2.4)$$

$$F = \frac{C_1}{D_i} \quad (T + t = 2T_0) \quad (2.5)$$

$$C_1 = (T - t) \frac{D_i}{2} \quad (2.6)$$

2.2.1.1.T ve t arası ilişki:



kayış üzerine etkiyen santrifüj kuvveti (F_i)

$$dF_i = dm \frac{V^2}{r_i} \quad W: \text{kayış ağırlığı} \quad (2.7)$$

$$dm = \frac{W}{g} r_i d\theta \quad V: \text{çizgisel hız} \quad V = W_i r_i \quad (2.8)$$

$$dF_i = \frac{W}{g} \frac{V^2}{r_i} r_i d\theta \quad \text{ise} \quad dF_i = \frac{W}{g} V^2 d\theta \quad (2.9)$$

Denge denklemleri: $\sum F = 0$ 'dan (f :sürtünme katsayısı) ve τ :birim hacme etkiyen gerilme olmak üzere:

$$x \text{ yönünde : } p f d s + \tau \cos \frac{d\theta}{2} - (\tau + d\tau) \cos \frac{d\theta}{2} = 0 \quad (2.10)$$

$$y \text{ yönünde : } p d s + \frac{W}{g} V^2 d\theta - \tau \sin \frac{d\theta}{2} - (\tau + d\tau) \sin \frac{d\theta}{2} = 0 \quad (2.11)$$

$$\sin \frac{d\theta}{2} \cong \frac{d\theta}{2} \quad ; \quad \cos \frac{d\theta}{2} \cong 1 \text{ kabul edilirse}$$

$$x : p f d s = d\tau$$

$$y : p d s = (2\tau + d\tau) \frac{d\theta}{2} - \frac{W}{g} V^2 d\theta = \left(\tau - \frac{W}{g} V^2 \right) d\theta \quad \left(\tau + \frac{d\tau}{2} \cong \tau \right)$$

x ve y yönündeki denklemleri oranlarsak :

$$\frac{p f d s}{p d s} = \frac{d\tau}{\left(\tau - \frac{W}{g} V^2 \right) d\theta} \quad f d\theta = \frac{d\tau}{\tau - \frac{W}{g} V^2}$$

$$\int_0^\alpha f d\theta = \int_0^T \frac{d\tau}{\tau - \frac{W}{g} V^2} \Rightarrow \ln \left(\tau - \frac{W}{g} V^2 \right) \Big|_t^T = f\theta \Big|_0^\alpha \quad (2.12)$$

$$\ln \frac{\left(T - \frac{W}{g} V^2 \right)}{\left(t - \frac{W}{g} V^2 \right)} = f\alpha$$

$$\left(T - \frac{W}{g} V^2 \right) = e^{f\alpha} \left(t - \frac{W}{g} V^2 \right) \Rightarrow \boxed{T = t e^{f\alpha}} \quad e^{f\alpha} > 0 \quad (2.13)$$

santrifüj inmai

2.2.1.2.Güç - gerilme ilişkisi :

$$P \text{ motor gücü olmak üzere ; } P = C_I W_1^0 \quad (2.14)$$

$$P = \frac{C_1}{D_1 / 2} \cdot W_1^0 \frac{D_1}{2} \Rightarrow P = (T-t)V \quad (2.15)$$

$$T-t = \frac{P}{V} \quad T = \frac{P}{V} + t \quad \text{bu } T \text{ aşağıda yerine yazılırsa}$$

$$T-te^{f\alpha} = \frac{W}{g} V^2 (1 - e^{af}) \quad (2.16)$$

$$\text{Aynı yolla ; } P = (T-t)V \text{ den } t = T - \frac{P}{V}$$

$$t(1-e^{f\alpha}) = \frac{P}{V} - \frac{W}{g} V^2 (1-e^{f\alpha}) \quad (2.17)$$

$$T - (T - \frac{P}{V}) e^{f\alpha} = \frac{W}{g} V^2 (1 - e^{af}) \quad (2.18)$$

$$t = \frac{P}{V} \frac{1}{e^{f\alpha}} + \frac{W}{g} V^2 \quad (2.19)$$

$$T(1-e^{f\alpha}) + \frac{P}{V} e^{f\alpha} = \frac{W}{g} V^2 (1 - e^{af}) \quad (2.20)$$

$$T = \frac{P}{V} \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha}} + \frac{W}{g} V^2$$

$$T = -\frac{P}{V} \frac{e^{f\alpha}}{1 - e^{f\alpha}} + \frac{W}{g} V^2 \quad (2.21)$$

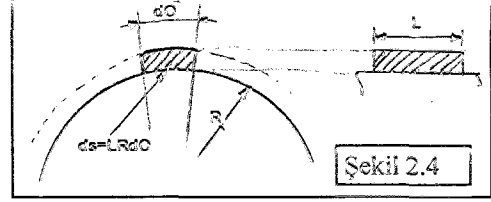
$$T_0 = \frac{T+t}{2} \quad \text{olduğundan} \quad T_0 = \frac{1}{2} \frac{P}{V} \frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1} + \frac{W}{g} V^2 \quad (2.22)$$

Burada f dinamik sürtünme katsayısı olup , deneysel yöntemler dışında

$$f \cong \frac{Wl^2}{8T_0} \text{ ' dan bulunabilir. } \quad (2.23)$$

2.2.1.3.Güç - Kontak yüzey basıncı ilişkisi :

$$Pds = \left(\tau - \frac{W}{g}V^2\right)d\theta \text{ olduğu biliniyor.}$$



$$P.L.R.d\theta = \left(\tau - \frac{W}{g}V^2\right) \quad (2.24)$$

$$\frac{d\tau}{\tau - \frac{W}{g}V^2} = f d\theta \text{ olduğundan } \int_t^\tau \frac{d\tau}{\tau - \frac{W}{g}V^2} = \int_t^\tau f d\theta$$

$$\ln\left(\tau - \frac{W}{g}V^2\right)\bigg|_t^\tau = f\theta\bigg|_0^\alpha \Rightarrow \frac{\tau - \frac{W}{g}V^2}{t - \frac{W}{g}V^2} = e^{f\theta}$$

$$\tau - \frac{W}{g}V^2 = \left(t - \frac{W}{g}V^2\right)e^{f\theta} \quad (2.25)$$

$$\tau - \frac{W}{g}V^2 = \left(\frac{P}{V} \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}\right)e^{f\alpha} \quad (21. no.lu formülden)$$

$$P = \frac{1}{LR} \left(\tau - \frac{W}{g}V^2\right) \quad (2.26)$$

P: Yüzey basıncı ve P:Motor gücü olmak üzere

$$P = \frac{1}{LRV} \frac{P}{e^{f\alpha} - 1}$$

(2.27)

$$T_0 = 3,8.l^2.f.m$$

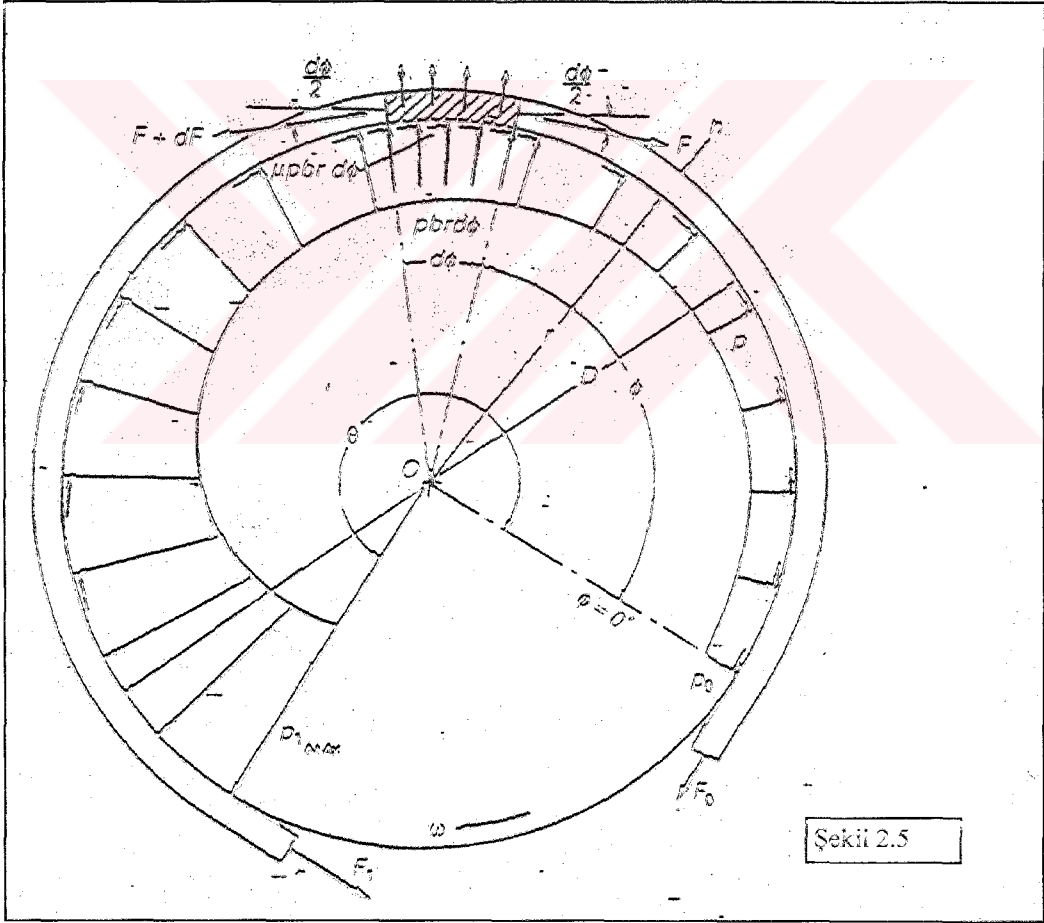
(2.28)

l :boşta kalan kayış uzunluğu (metre)

f :frekans (Hiz)

m :birim kütle $\text{kg/cm}^3 \cong 0,037$

(Hutchinson)



2.3. Matematik Model İçin Gerekli Testler

2.3.1 Sürtünme katsayısı tespit testi:

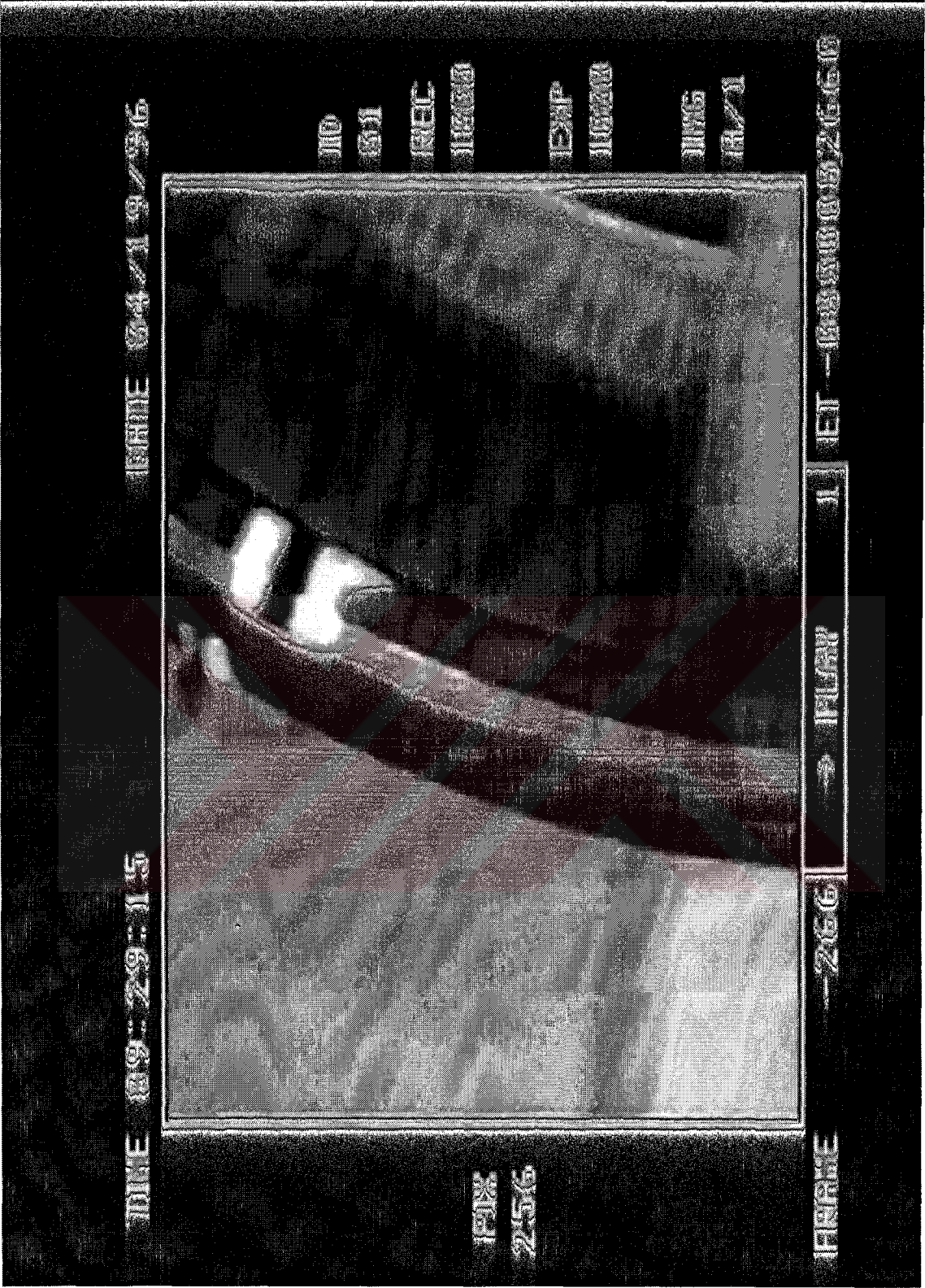
Bir önceki bölümde kasnak üzerine etkiyen dinamik kuvvetleri veren denklemler çıkarılmıştır .Bu denklemlerde yer alan sürtünme katsayısının statik veya dinamik sürtünme katsayısı olması araştırılmış,bunu tespit etmek için kayış ile kasnak arasında relatif bir hareket olup olmadığının belirlenmesi gerekmiştir. Kayış ile kasnak arası kayma bir hızlı kamera test düzeneği kurulumuyla incelenmiştir. Bu inceleme neticesinde söz konusu katsayının statik sürtünme katsayısı olması kararlaştırılmıştır. Test sonucu elde edilen görüntülerden kaymanın sıkma ya kalkış anında relatif olarak sadece 4 mm olduğu tespit edilmiştir.Dolayısıyla kasnak kayış arasında dinamik bir hareket olmadığı kabul edilmiştir.Konu ile ilgili görüntüler ektedir.(şekil -2.6 ve şekil -2.7) Söz konusu düzeneğe bir çamaşır makinasının kasnağının üzerine bir optik boya sürülmesi ve kayış üzerine de relatif hareket kontrolü için ince bir bant yapıştırılması ndan sonra çalışma esnasında kayıt yapacak hızlı kameradan oluşur.

Şekil - 2.6 de Kayış-kasnak mekanizması 1900 gr. dengesiz yük altında sıkma ya kalkıyor.Bu durumda kayda başlama zamanı olarak -1.000 saniye kabul edilmiş ve hareket başlama zamanı -0.345 saniyedir.Kasnak taki beyaz üzerine siyah çizgi ile kayış üzerindeki ince bant rölatif hareket referansı için kullanılmaktadır.

Şekil-2.7 Hareket anından 0.079 sn sonra maksimum kayma aralığıdır.Bu noktada kayma 4 mm ye ulaşıyor ve bundan sonra kayma gerçekleşmiyor.

(ya da hızlı kameranın tespit limitleri dışında kayma oluyor.) Bu nedenle kayış-kasnak arası kayma ihmal edilerek statik sürtünme katsayısı hesaba dahil edilmiştir.

Statik sürtünme katsayısı Poliy-V kayış ve aliminum için 0.25 kabul edilmiştir.(ref:6)



Şekil 2.7

2.3.2. Matematik model doğrulama testi:

Bu testin amacı Kayışın kasnağı terk ettiği ayrılma noktalarında radyal kuvvetin sıfır yada minimum/maksimum olduğunu tespit etmektir. Kayışın kasnağa uyguladığı yük dağılımında gerçek dinamik koşullar için kayış ayrılma noktalarında radyal kuvvetin sıfır olabileceği düşünülmüş bunu test ederek matematik model ile uygunluğunu kontrol etmek için bir test tasarlanmıştır.

Bu testte Çamaşır makinası kayış-kasnak mekanizmasını simüle eden bir düzenek kurulmuş (şekil - 2.8) ve FSR adı verilen bir kuvvet ölçer kasnak üzerine bağlanmıştır.Daha sonra kayış kasnağa geçirilerek torksuz durumdaki gerginlik değeri sağlanmıştır. Kayışın her iki yönünde farklı gerilmeler oluşturmak için (dinamik haldeki torklu durumu temsil etmek için) bir tork kolu ucuna ağırlık asılmıştır. Torklu durumda kasnak üzerine açısal olarak işaretlenen 9 noktadan ölçü alınmıştır.

Ölçümde uygulanan adımlar:

- 1- FSR bağlı kasnağı istenilen açıya getirme
- 2- Kasnağı dönmeyecek şekilde kilitleme
- 3-Tork kolunu motor mili üzerine bağlayıp ağırlık uygulama (her sefer aynı noktadan)
- 4- Ohm metreden direnç okuma
- 5- Tork kolu ve kasnak kilidini çözme
- 6- FSR bağlı kasnağı istenilen açıya getirme

FSR nin özellikleri:

FSR şekil - 2.9 de görülen bir kuvvet ölçerdir.(Force Sensing Resistor) Herhangi bir arabirim gerektirmeksizin ohm metreye bağlanabilir.Üzerine kuvvet uygulandığında direnci düşer.Kuvvet arttıkça direnç azalır.Ancak oldukça non-lineer bir ölçme cihazıdır.Bu yüzden kesin sonuç almak istenildiğinde kalibre edilerek kuvvet-direnç eğrisi çıkartılmalıdır.Ancak bu tesette amaç sadece ayrılma noktalarındaki radyal kuvvetlerin sıfır olup olmadığını tespit etmek olduğundan kalibrasyon işlemi yapılmamıştır.

Test Ölçüm Değerleri:

ölçüm no	1	2	3	4	5	6	7	8	9
direnç kohm	19.8	7.50	5.60	5.43	5.33	5.29	5.19	5.08	5.06

* ölçümler torklu kayışın gergisi az olan tarafından başlamıştır.

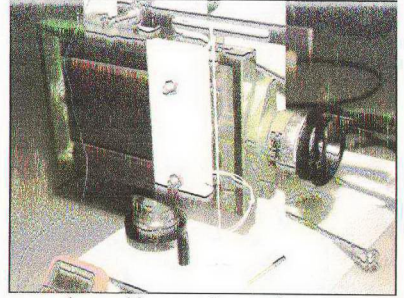
Sonuç: 1 nolu ölçüm kayış ayrılma noktasından d0 kadar ileriden yapılmıştır.Bunun sebebi FSR nin tamamen kayış altında kalmasını sağlamaktır. Söz konusu 1 nolu nokta da direnç en yüksektir.FSR teorisine göre bunun anlamı o noktaya gelen radyal kuvvetin diğer noktalardan daha küçük olduğudur. 9 nolu noktaya kadar düşüş gösteren direnç radyal kuvvetin giderek arttığını ifade etmektedir. 9 nolu noktada ise minimum direnç yani maksimum kuvvet görülmektedir.

Buna göre kasnak kayış mekanizmalarında torklu durumda maksimum yüzey basıncı çekme tarafındaki ayrılma noktasında , minimum yüzey basıncı ise boşta kalan taraftaki ayrılma noktasında oluşmaktadır.

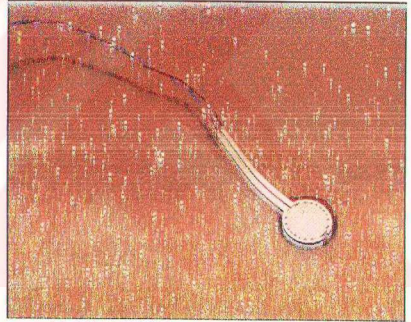
Bu sonuç Yük dağılımını veren matematik modeli doğrulamaktadır.



Sekii 2.8 FSR bagianti Duzenegi



kasnakiar arasi mesafe ayar
mekanizmasi



Sekil 2.9 FSR

2.4.Rakip Ürün Değerlendirme:

Dizaynı yapılan parçanın eşdeğerinin sektör içinde pek çok rakip firmanın makinelerinde kullanılıyor olması tasarımcıya belli avantajlar sağlar. Bu avantajların en önemlisi farklı firmalarca daha önceden yapılan dizaynların geometri , malzeme ağırlık ve boyutlar gibi parametreler yönünden incelenebilir olmasıdır. Söz konusu inceleme *Benchmarking* denir. Bu inceleme rakip firmaların yaptığı bir sözleşmeye bağlıdır. Her firma benchmarking vereceği kuruluşla hangi özelliklerin incelenerek kendi parçasıyla karşılaştırılacağına dair bir plan hazırlar. Hazırlanan plan komple makina için olabileceği gibi ayrı ayrı parçalar içinde olabilir. Benchmarking teknik konular dışında pazar payı ve maliyet gibi unsurları da kapsayabilir.

Proje çerçevesinde Yeni tasarlanan makina temel alınarak benzer özelliklere sahip çamaşır makineleri incelenmiştir. Makina seçiminde kasa ve açısından alüminyum malzemeye sahip ve bizim planladığımız devir sayısında sıkma yapanlar tercih edilmiştir.

Toplam Yedi adet makinada yapılan değerlendirmede boyutlar, ağırlık , malzeme, ve geometri özellikleri dikkate alınmıştır. Geometrik özelliklerde öncelikle koi sayısı , koi profili ve federlerin yerleşimi göz önünde bulundurulmuş ve illici sayılarında tespit edilmiştir. Değerlendirmesi yapılan makina markaları aşağıdadır.

- 1-) AEG Lavamat LV43
- 2-)BOSCH WFB 2000
- 3-)HOOVER AC 178
- 4-)BAUKNECHT WA 9882
- 5-)SİLTAL T1-480 Y
- 6-)WHIRPOOL AWM - 835
- 7-)BLOMBERG WA 1260

MAKİNA MARKA/TİP	kasnak çapı	motor kas.çapı	kasnaklar arası mesafe	kasnak genişliği
AEG Lavamat LV43	288	20	370	22.1
BOCH WFB 2000	264	18.06	345	22.76
HOOVER AC 178	261	19.62	319	22.86
BAUKNECHT WA 9882	306	22.79	345	22.16
SILTAL T1-480 Y	273	43.31	353	17.19
WHIRPOOL AWM - 835	338	19.48	345	18.85
BLOMBERG WA 1260		24.33	343	24.25
kas malzemesi	kayış tipi / genişliği	mot.dış sayısı / genişliği	kas,kayış kalınlık farkı	göbek yüksekliği
Alüminyum	Optibelt 5PJ 1270 / 11.66	7 / 2.53	4/6.458	91.54
Alüminyum	Gates 1184 J5 / 11.53	11 / 2.56	3.777	30.79
Plastik	Hoover 1141 EJ6 / 14.14	5 / 2.54	4.98/3.74	55.55
Alüminyum	Bauknecht 1254 5PJ/11.88	7 / 2.7	3.73/6.31	50
Alüminyum	Megadyne EL 1235 J4	9 / 2.50	1.61 / 6.46	düz
Alüminyum	Hutchinson 1306 J	10 / 2.53	1.1 / 5.29	43.59
Alüminyum	Blomberg 1309 J5	7 / 2.67	5.93 / 5.80	59.3
kol profili	kol profil et kal/ şekil	flat surface et kalınlığı	kasnak ağırlığı	itici kırılgı / kol sayısı
U 37.09-25.33	3.5 / çift yarım feder	3.41 + orta federe radyus	510	75 / 3
H 23.83-13.04	2.56 / tek yarım feder	2.22 + orta federe radyus	sökülemedi	65 / 3
U 34.17-19.75	3.8 / çift tam feder	6.37 orta federsiz	440	itici yok / 7
U 15.39-11.96	2.13 / ters profil federsiz	2.34 + orta federe radyus	sökülemedi	75 / 5
H 16.40 - 14.15	2.57 / federsiz	3.3 + orta federe radyus	244	80 / 5
U 17.75 - 10.84	2.59 / federsiz	2.4 + orta federe radyus	350	87.4 / 5
T 26.53 - 16.07	2.75 / tek feder	3.41 + orta federe radyus	sökülemedi	83 / 6



AEG LAVAMAT LV43

Kasnak Çapý: 288

Motor Kas. Çapý: 20

Kasnaklar arasy: 370

Ađýrlýk: 510



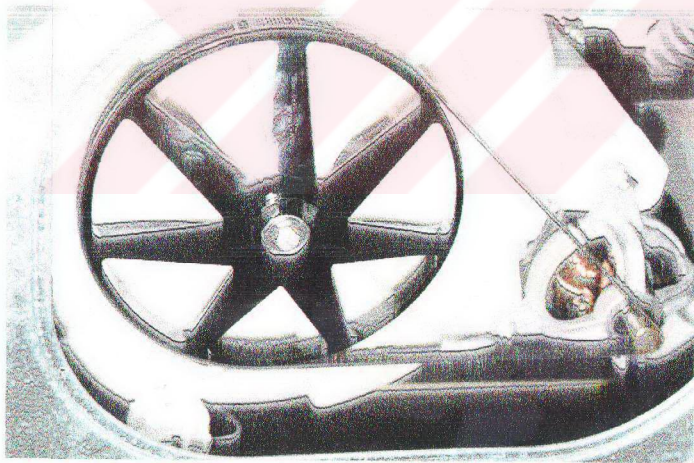
BOSCH WFB 2000

Kasnak Çapý: 264

Motor Kas. Çapý: 18.06

Kasnaklar arasy: 345

Ađýrlýk: sökülemedi



HOOVER AC 178

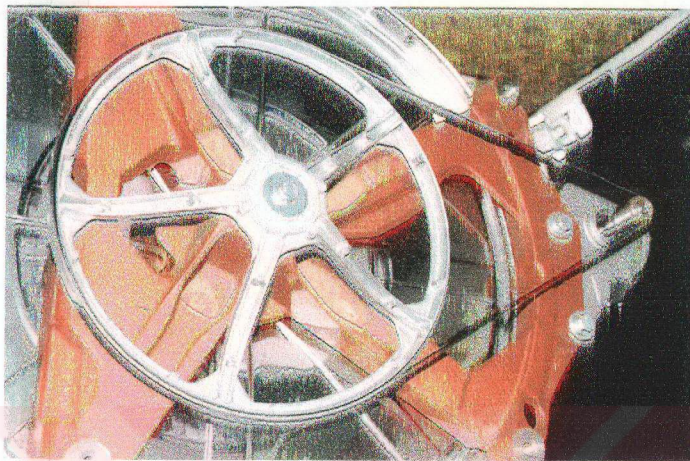
Kasnak Çapı: 261

Motor Kas. Çapı: 19.62

Kasnaklar arası: 319

Ağırlık:

440 (PLASTİK)



BAUKNECHT WA 9882

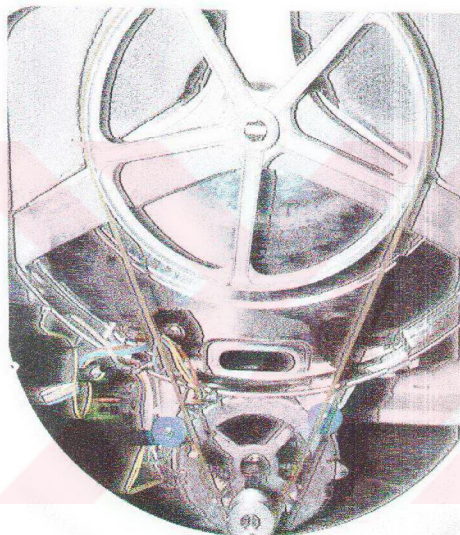
Kasnak Çapı: 306

Motor Kas. Çapı: 22.8

Kasnaklar arası: 345

Ağırlık:

sökülemeli



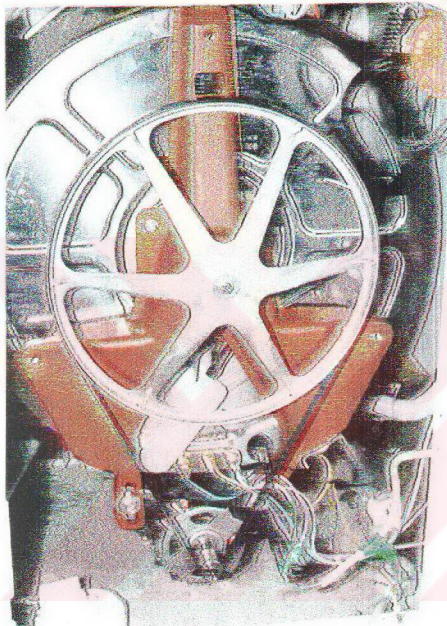
SÝLTAL T1 480 Y

Kasnak Çapý:	273
Motor Kas. Çapý:	43.31
Kasnaklar arasy:	353
Ađýrlýk:	244



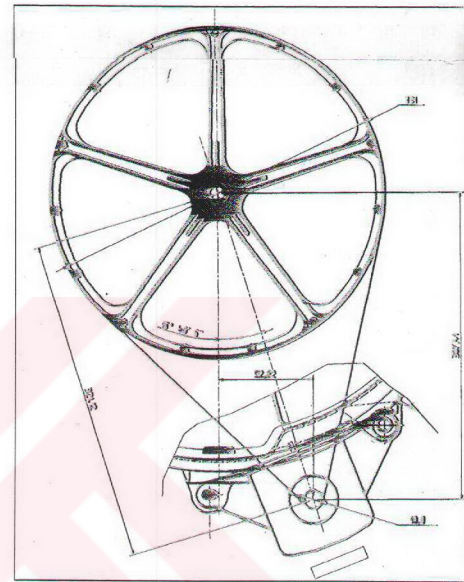
WHIRPOOL AWM 835

Kasnak Çapý:	338
Motor Kas. Çapý:	19.48
Kasnaklar arasy:	345
Ađýrlýk:	350



BLOMBERG WA 1260

Kasnak Çapý: 320
 Motor Kas. Çapý: 24.33
 Kasnaklar arasy: 343
 Ađýrlýk: sökülemegi



ARÇELÝK YOÇ SERÝSÝ MODEL1

YENÝ TASARIM

Kasnak Çapý: 331
 Motor Kas. Çapý: 19.8
 Kasnaklar arasy: 321.1
 Ađýrlýk: 380-400

2.5. Koi Profili Seçimi İçin Sonlu Elemanlar Analizi:

Dizayn yapmak için gerekli verilerin toplanmasından sonra gelen adım geometrik tasarıma başlamaktır. Bu tasarım incelenen rakip ürünlerden edinilen bilgilerin ve makina gereksinimlerinin ışığında gerçekleştirilmiştir. Ayrıca üç boyutlu parça modeli oluşturulurken üretim tekniklerinden gelen ve bölüm 2.1 'de anlatılan kısıtlar göz önüne alınarak genel bir dizayn planı oluşturulmuştur.

Bölüm 2.1 de anlatılan kısıtlardan dolayı Kasnak parçasının göbek ve çember kısmında pek fazla alternatif dizayn olamayacağı görülmüştür. Bu yüzden göbek rulman basma yüzeyi ile sınırlı tutulmuş , çember ise çekmeyi önleyici orta feder ile " T " kesit olarak tasarlanmıştır. Ancak kasnak kolu kesitinde oldukça fazla seçenek mevcuttur. Bu seçenekler koi kesitinin şekli ve boyutlarını içerir.

Kasnak için hangi kesitin daha uygun ve stabil olduğunu tespit etmek amacıyla bir dizi Sonlu Elemanlar Analizi yapılmıştır. Söz konusu analizler aynı malzemi sağlayacak boyutlarda , aynı eğimli hatlı takip eden beş ayrı koi modeli için gerçekleştirilmiştir.

Analiz ile aranan sonuçlar aynı şartlar altında deplasman ve gerilme değerleri ile gerilmelerin dağılımıdır. Sınır koşulu olarak koi uç yüzeylerine dik ve teğet olmak üzere 300 'er N 'luk kuvvet uygulanmıştır. Koi dip kısımları ise tam ankastre tutulmuştur. Analiz sonuçları ekte verilmiştir.

Sonuç :

Analiz neticesinde U ve H profile sahip profiller hem deplasman hemde maksimum gerilme değerleri açısından T, ters U , ve istovroz profile göre daha iyi sonuçlar vermiştir. Bu iki profilden U olan 3.04 N/mm^2 maksimum gerilme ile 4.05 mm maksimum deplasman meydana getirirken . H profili 3.76 N/mm^2 gerilme ve 3.75 mm maksimum deplasman oluşturmuştur. Ancak kalıp kısıtları ve parçanın kalıptan kolay çıkması da düşünülerek H profili seçilmiştir. Ayrıca H profili olduğunda çember feder ile göbek braketleri H kolun orta yüzeyi ile aynı düzlemde yer alarak bir mukavemet devamlılığı sağlamaktadır.

3. Kasnağın Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Analizi ve Optimizasyonu:

3.1 Sınır koşulları ve analizler

Kasnak üzerine gelen yüklerin gerçek koşullarda deneysel olarak tespiti mümkün olmamıştır. Çünkü söz konusu kayış kasnak mekanizmasına dinamik durumda (çalışma anında) her hangi bir strain-gage yada trasducer bağlanamamaktadır. Ancak mevcut şartları iyi bir yaklaşımla simüle eden matematik modelimiz analiz yapmak için gerekli verileri oluşturmaya yeterlidir.

Önceki bölümlerde görüldüğü gibi kasnak üzerine gelen yükler kayış sarıma açısının fonksiyonu olarak etki etmektedir. Bu fonksiyon kasnak analizinde sınır koşullarının uygulanmasında kullanılmıştır. Fonksiyona bağlı ve kayışı temsil eden bir veri yüzeyi oluşturularak radyal ve teğetse kuvvetler bu yüzey üzerinden uygulanmıştır.

Formülasyonda yer alan tork değeri için Arçelik A.Ş. Ürün Geliştirme laboratuvarlarında yapılmış ve Y-18 kodlu çamaşır makinasının tork tespit deneyi sonuçları değerlendirilmiştir.Söz konusu makina çalışma şartları kasnağın yer alacağı yeni dizan makina şartlarına çok benzemektedir. Bu tork değerlerinin incelenmesiyle maksimum noktanın 800 d/d sıkma ya kalış anında 5 kg çamaşır yüklü durum olduğu tespit edilmiştir. Maksimum tork 21.5 Nm dir ve 3.5 saniyelik bir zaman zarfında etkilidir. Çamaşır makinası tork karakteristiklerinde yüksek torkların yıkamada (52 d/d) düşük devirlerde meydana geldiği görülmektedir.Yüksek devirlerde ise sıkma stabli hale geçtikten sonra yaklaşık 5 Nm civarındadır

Ancak dizaynı yapılan kasnak 1000 d/d 'da sıkma yapabilecek şekilde dizayn edilmiştir.Sınır koşulu olarak yapay aşırı zorlamalı bir durum tesis edilmiş

ve maksimum tork ve maksimum devir uygulanırken göbekte mil bağlantı kısmı tam ankastre tutulmuştur. Bu şekilde yorulma , malzeme hatası, v.b. konularda karşılaşılabilecek istenmeyen durumlara karşı emniyet payı bırakılmış olmaktadır.Çünkü bu sınır koşulu gerçek çalışma şartlarında görülmemektedir.

Yapılan analiz sonucu deplasman ve gerilmelerin iyileştirilmesi için bir izayn değişikliğine gidilmiş ve iyileştirilmiş dizaynın aynı koşullarda analizini takiben yıkama , sadece tork, sadece devir etkilerini görmek için ilave analizler yapılmıştır.

Bu bilgilerin ışığında

- 1-) 1000 d/d ve 21.5 Nm tork altında aşırı zorlamalı durumda
- 2-) 52 d/d ve 21.5 Nm tork altında yıkama prosesini simüle ederken
- 3-) 1000 d/d da sadece devir etkisini simüle ederken
- 4-) 21.5 Nm torkta sadece tork etkisini simüle ederken

Analizler yapılmıştır.

Ayrıca kol eğimindeki değişimi görmek açısından yeni bir dizayn değişikliği yapılmış ve kolun çembere yukarıdan bağlanması durumunda gerilme ve deplasmanlara bakılmıştır.

Zorlamalı durumda kasnak üzerine gelen teorik yükler ve analiz sonuçları grafiksel olarak verilmiştir.

Kasnak Üzerine Gelen Yükl Dağılımı (teorik)

kasnağa gelen max tork N.m	21.500	theta (derece)	radyal basınç	teğetsel kuvvet
kasnak çapı (milimetre)	331.000	(basınç etkiyen nokta)	N/mm ²	N/mm ²
sürtünme katsayısı	0.250	0	0.0363	0.00908
kasnak devri rpm	52.000	24	0.0403	0.01003
kasnak açısal hızı	5.443	48	0.0448	0.01119
e ^Λ (f°alpha)	2.848	72	0.0497	0.01242
e ^Λ (f°alpha)/1 · e ^Λ (f°alpha)	1.541	96	0.0552	0.01379
kayış genişliği (mm)	11.700	120	0.0613	0.01532
		144	0.0680	0.01701
dönüş tarafındaki çekme	200.201	168	0.0755	0.01888
		192	0.0839	0.02097
		216	0.0931	0.02328
boşta kalan tarafındaki çekme	70.292	240	0.1034	0.02585

3.2 Sonuçlar:

Yapılan analizler neticesinde kasnak ilk halinde 139 N/mm^2 'lik maksimum gerilme yük altında kalan kolun eğime başladığı noktada görülmüştür. Bu gerilme kayış basma yüzeyi ile göbek merkezi arasındaki yükseklik farkından oluşan eğme momentinden kaynaklanır. Deplasman ise çemberde kayıştan boşta kalan kısımlarda maksimum bileşke 1.64 mm 'dir. Bunun sebebi çember dönme merkezinin merkezciil kuvvet etkisiyle göbek dönme merkezi hizasına çıkmaya çalışırken , aynı anda kayışın basması neticesinde çemberde meydana gelen ovalleşmedir. Analiz neticesinde kasnak kolunun uzama ve eğimini düzleştirme eğiliminde olduğu gözlenmiştir. Beklenildiğı gibi çember ile göbek arasındaki yükseklik farkı esas gerilme ve deplasman problemi oluşturmuştur.

Bu analizin ışığı altında detaylı incelemeye gerek görmeden göbek kol genişliği daha fazla olan ve kol diplerinin rijidliğini arttırmak için 38 mm uzunluğunda feder eklenmiş yeni bir model yapılmıştır. Kol genişliği itici genişliğide göz önünde bulunarak belirlenmiştir.

Yeni model aynı sınır şartlarında analiz edilince gerilme ve deplasmanların aynı noktalarda yoğunlaştığı görülmüştür. Ancak alınmış olan yapısal önlemler maksimum gerilmeyi 122 N/mm^2 'ye ve deplasmanı 1.52 mm ye düşürmüştür. Kol kalınlaşması ile malzeme artışı 25 gr. civarında olup ihmal edilebilir. Bu gerilme değerleri malzeme akma gerilmesinin altında olup , sınır şartlarının aşırı zorlamalı verildiğı düşünülürse emniyetli bögededir. Deplasman ise kabul edilebilir sınır olan 1.5 mm 'ye çekilmiştir.

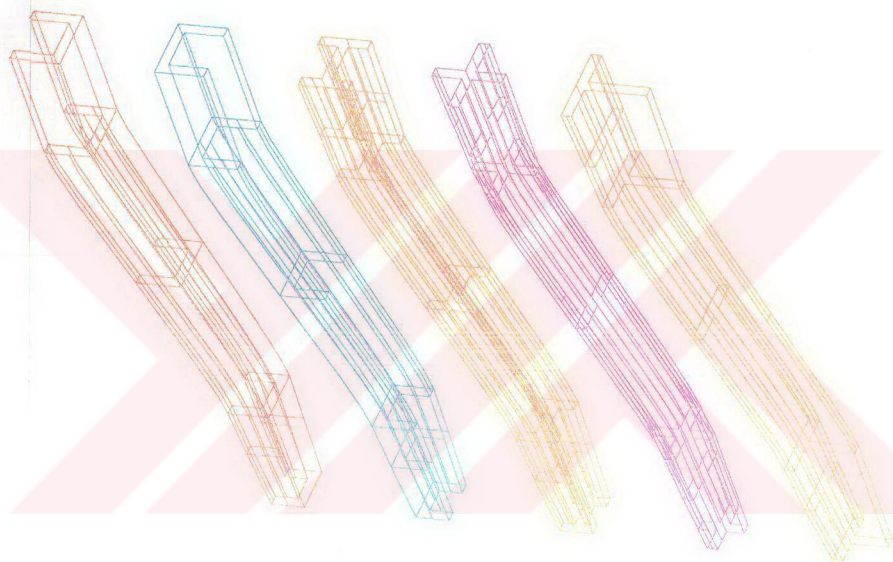
Kol eğiminin azaltılması yönünde bir çalışma olarak kasnak kolunun çembere orta noktadan bağlanması yerine üst kısımdan bağlanması ile oluşan bir model yapılarak analiz edilmiştir. Ancak bu durumda gerilmelerden sadece 1 N/mm^2 kazanç sağlanabilmiş .deplasmanda ise kötüleşmeye rastlanmıştır.

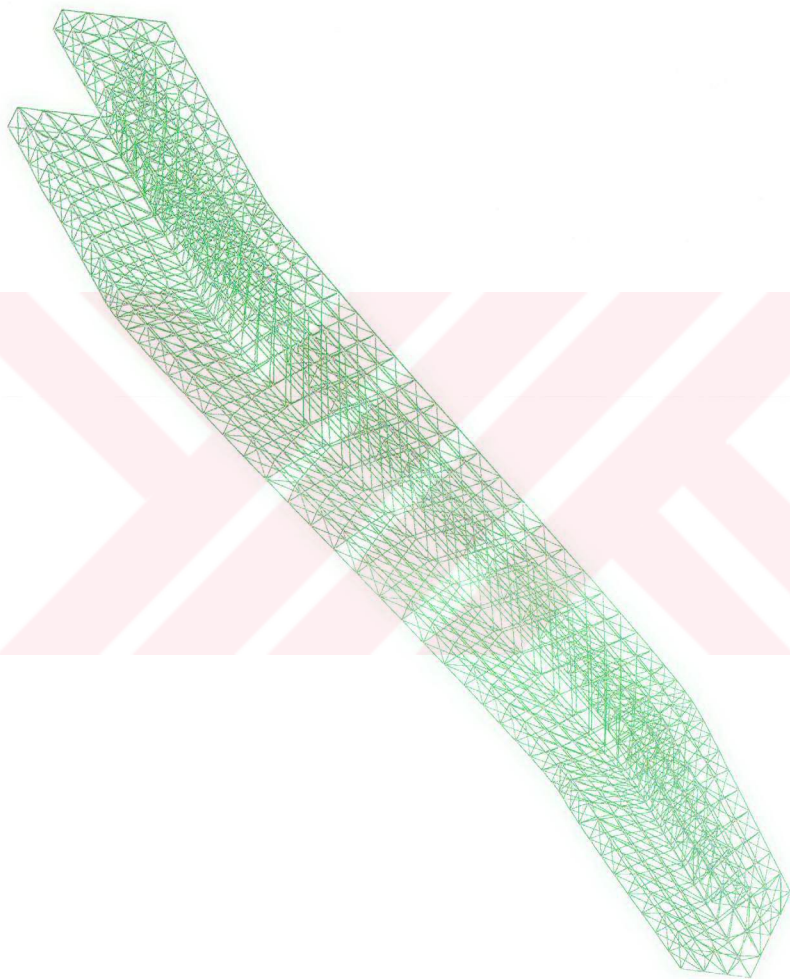
Bu sonuçlara göre Otomatik Çamaşır makinası kasnak dizaynı kabul edilerek prototip yapılmasına karar verilmiştir.Dizaynın bu aşamasında kalıp rasimleri tamamlanarak siparişleri verilmiştir.

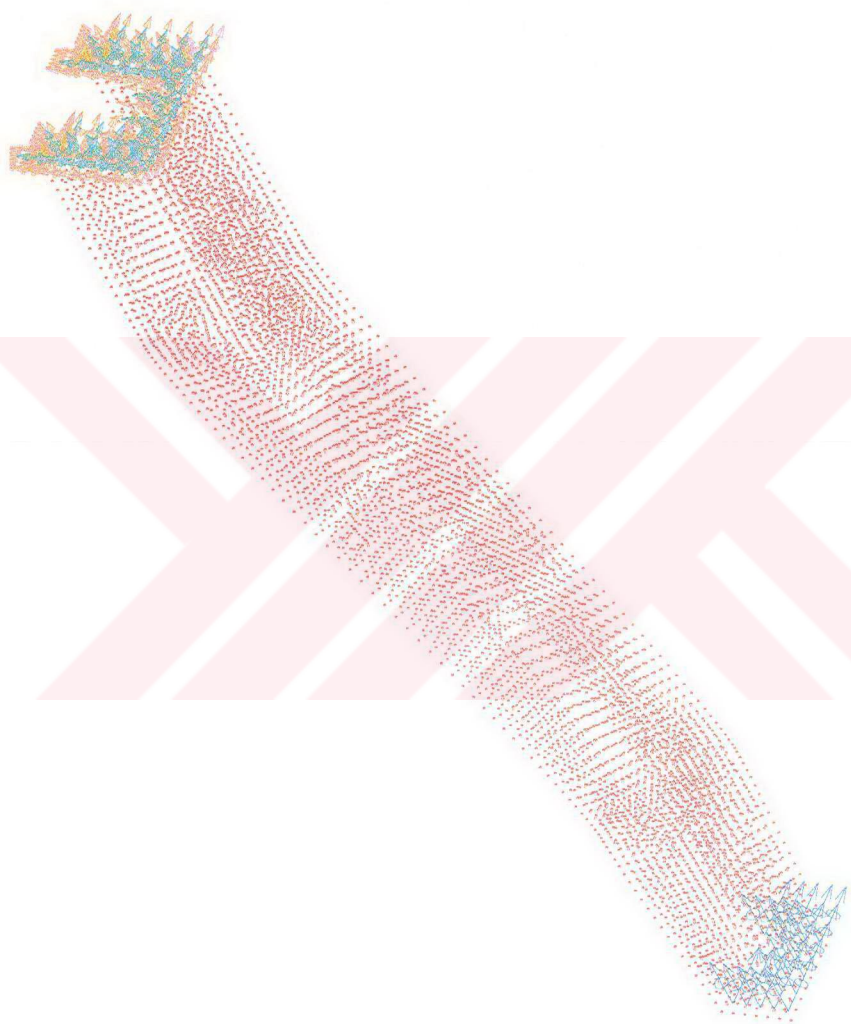
Yeni dizayn kasnak Arçelik A.Ş. Yeni otomatik Çamaşır Makinası ana projesi altında bir alt proje olarak 700.000 adet/yıl lık üretimde sadece malzeme maliyetinden 462000 DM tasarruf sağlamaktadır. Üretim sonrası tornalama işlemininde kaldırıldığı hesaplanırsa 199500 DM daha ilave edilerek toplam kazanç 661500 DM 'ye ulaşmaktadır.

EKLER

- U kesitli koi profili meshi
- U kesitli koi profili sınır şartları ve düğüm noktaları
- U kesitli koi profili gerilme dağılımı
- ters U kesitli koi profili meshi
- ters U kesitli koi profili sınır şartları ve düğüm noktaları
- ters U kesitli koi profili gerilme dağılımı
- H kesitli koi profili meshi
- H kesitli koi profili sınır şartları ve düğüm noktaları
- H kesitli koi profili gerilme dağılımı
- cross kesitli koi profili meshi
- cross kesitli koi profili sınır şartları ve düğüm noktaları
- cross kesitli koi profili gerilme dağılımı
- T kesitli koi profili meshi
- T kesitli koi profili sınır şartları ve düğüm noktaları
- T kesitli koi profili gerilme dağılımı
- Kasnak sınır koşulları
- Kasnak meshi
- Kasnak düğüm noktaları
- Kasnak hem tork hem devir altında gerilme dağılımı
- Kasnak hem tork hem devir altında deplasman dağılımı
- Kasnak hem tork hem devir altında gerilme enerjisi dağılımı
- Optimizasyondan önceki kasnak gerilme dağılımı
- Koi eğimi azaltılmış kasnak gerilme dağılımı

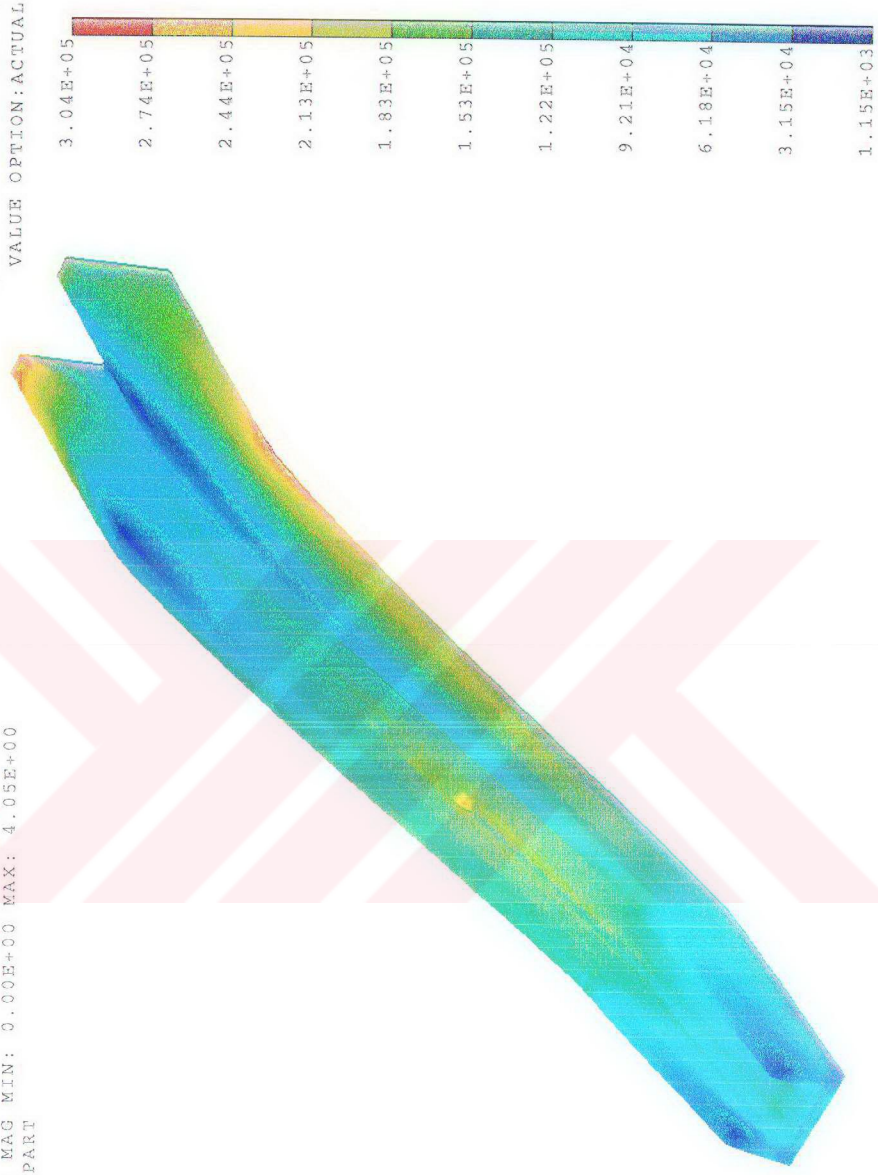






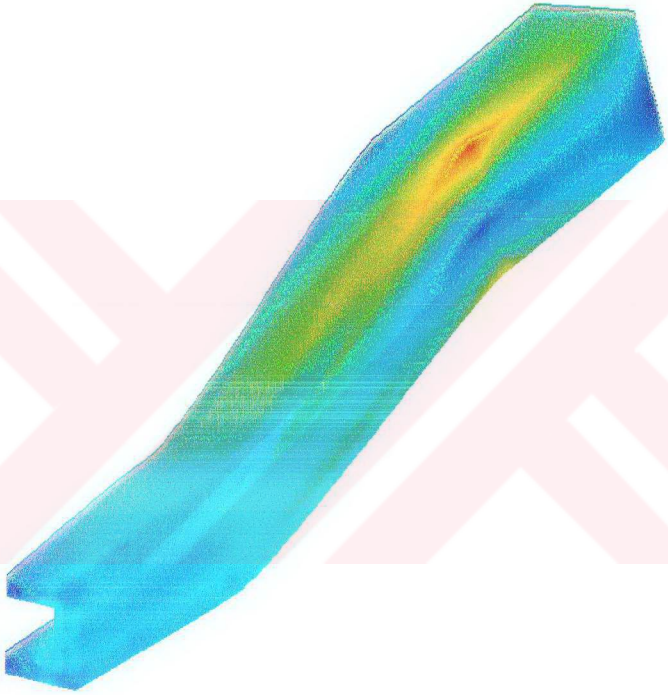
/users/ideaal3/kasnak_kol_profil_etudu.mfl

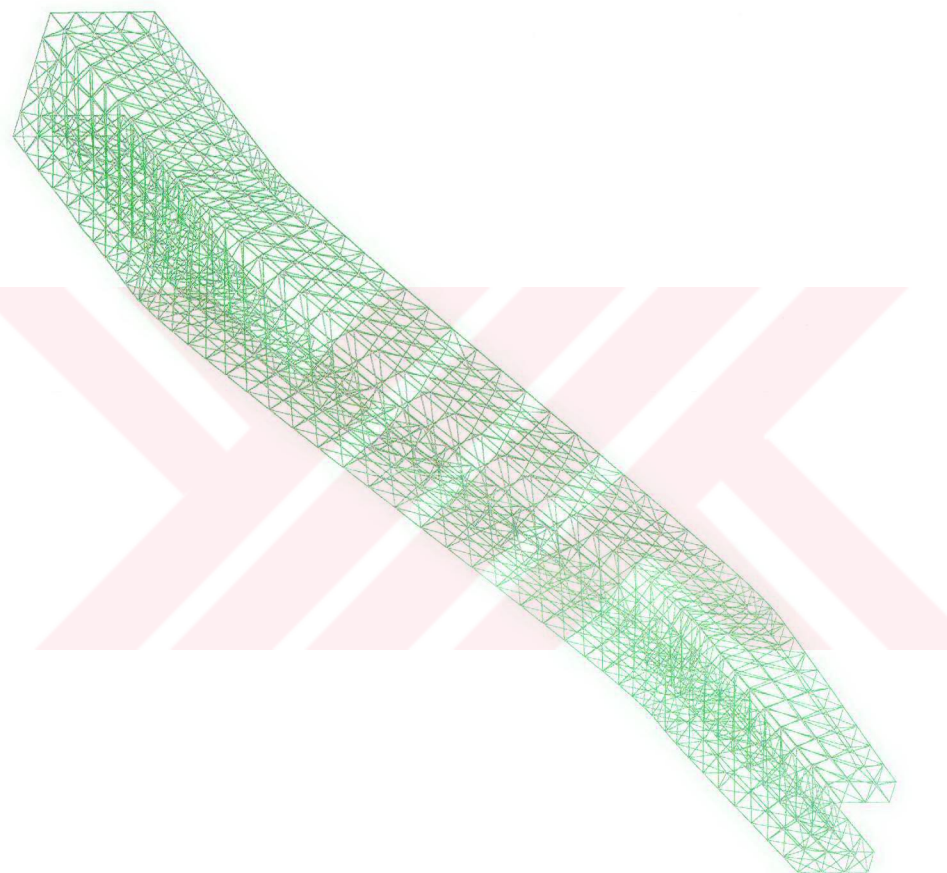
RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
STRESS - VON MISES MIN: 1.15E+03 MAX: 3.04E+05
DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 4.05E+00
FRAME OF REF: PART

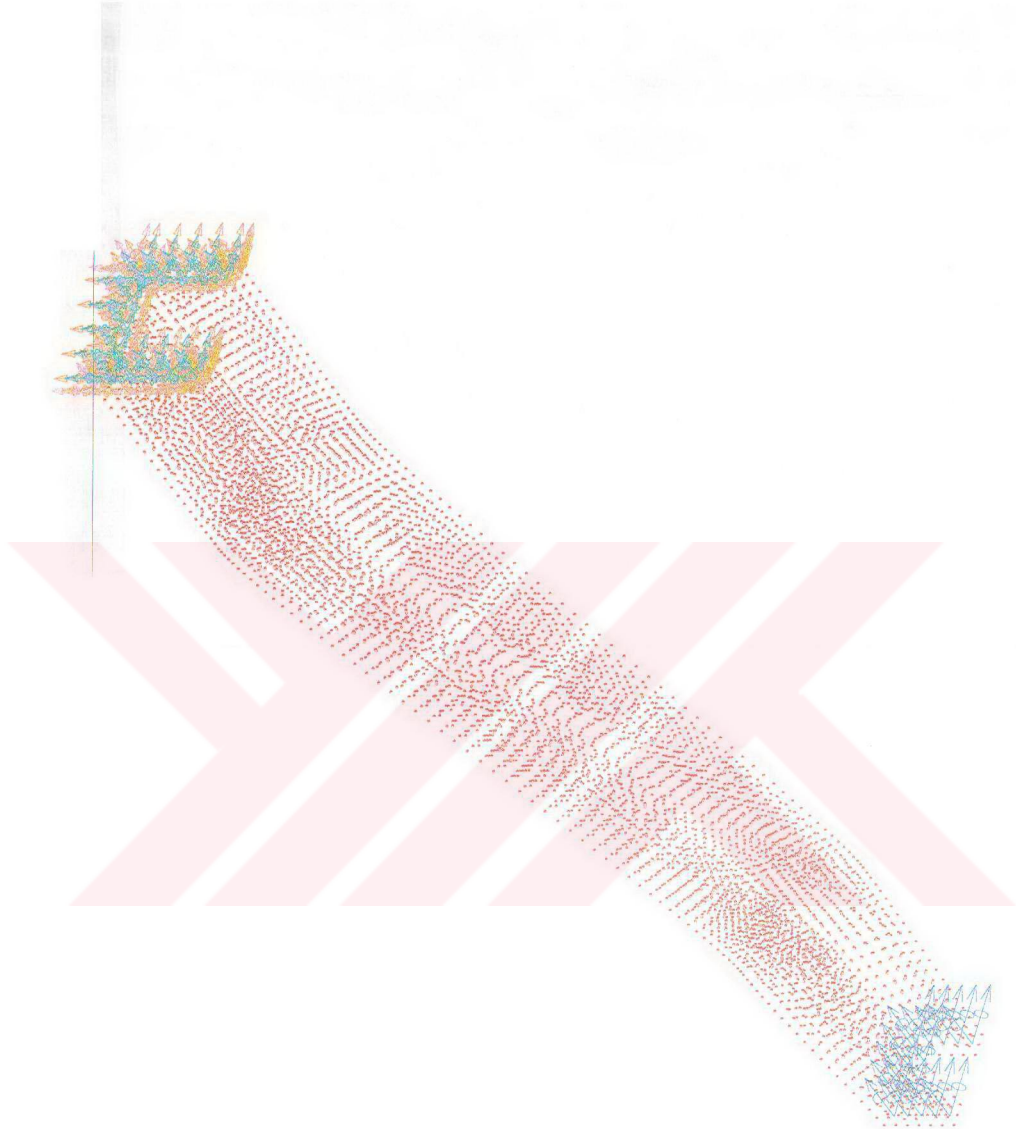


RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
 STRESS - VON MISES - MIN: 1.15E+03 MAX: 3.04E+05
 DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
 DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 4.05E+00
 FRAME OF REF: PART

VALUE OPTION: ACTUAL





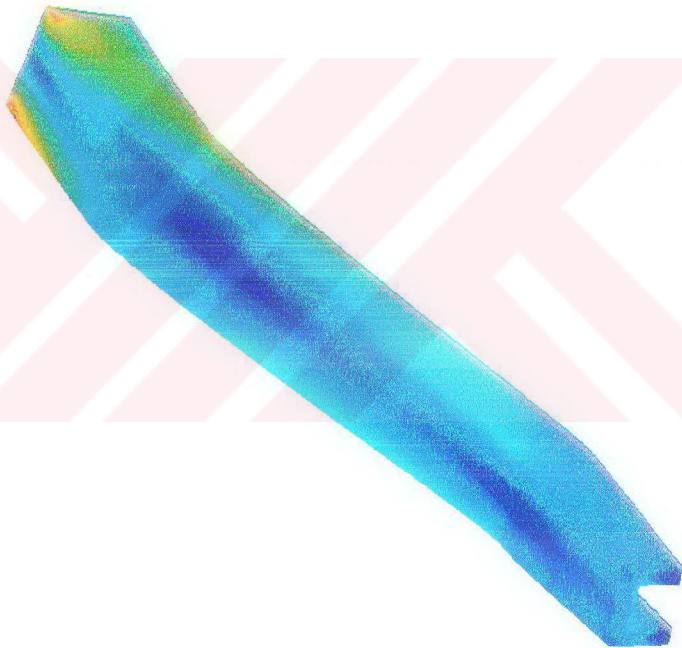


/users/ideas13/kasnak_kol_profil_etudu.mf1

RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
STRESS - VON MISES MIN: 2.31E+03 MAX: 4.07E+05
DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 3.43E+00
FRAME OF REF: PART

VALUE OPTION: ACTUAL

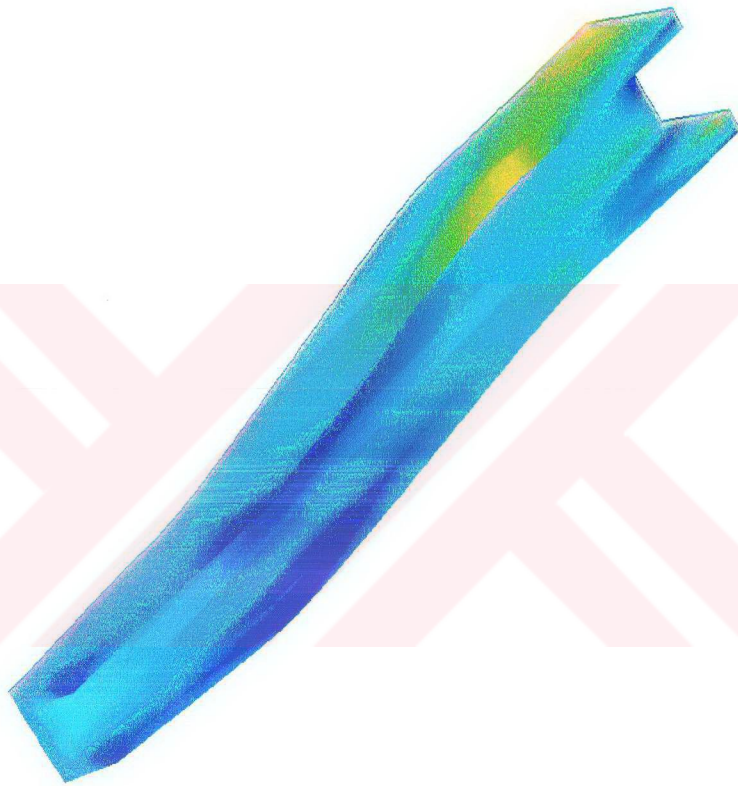
4.07E+05
3.67E+05
3.26E+05
2.86E+05
2.45E+05
2.05E+05
1.64E+05
1.24E+05
8.36E+04
4.32E+04
2.81E+03

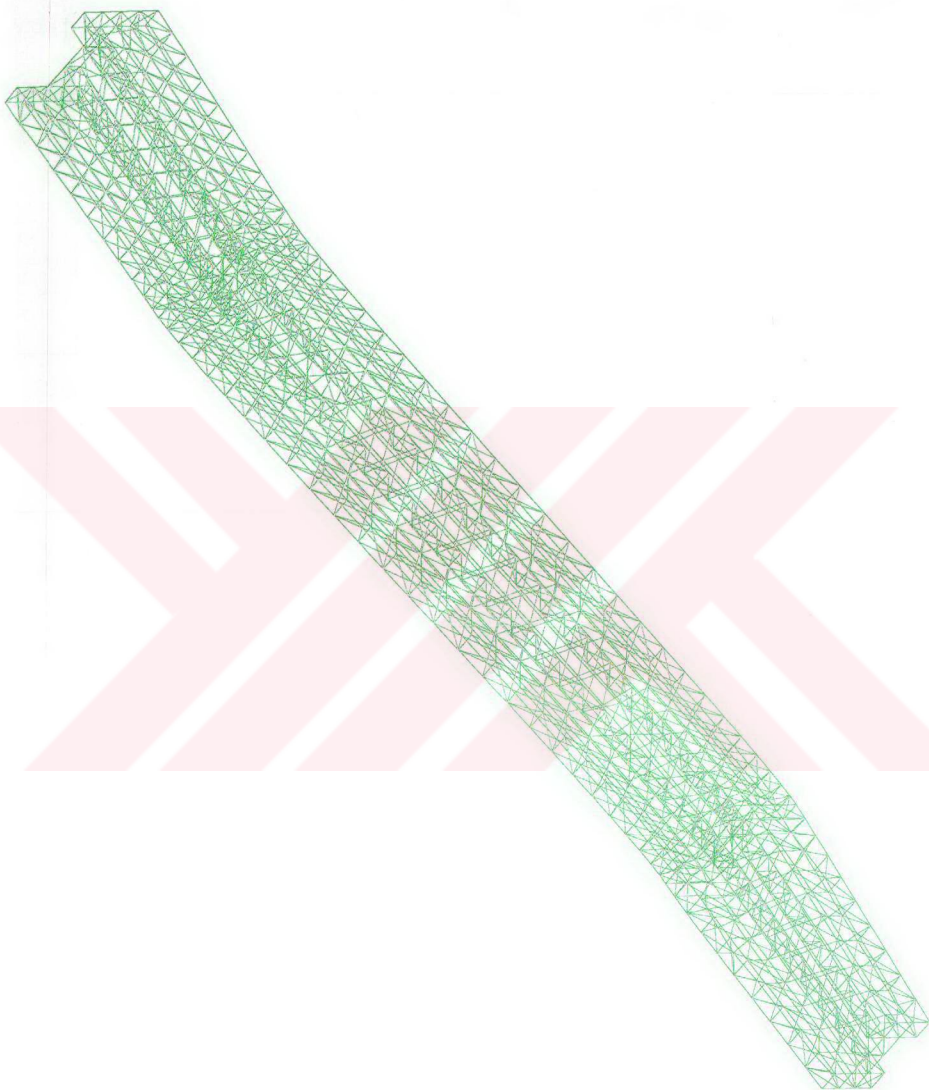


/users/ideas13/kasnak_kol_profil_etudu.mf1

RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
---STRESS--- VON-MISES-MIN: -2.81E+03 MAX: 4.07E+05
DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 3.43E+00
FRAME OF REF: PART

VALUE OPTION: ACTUAL





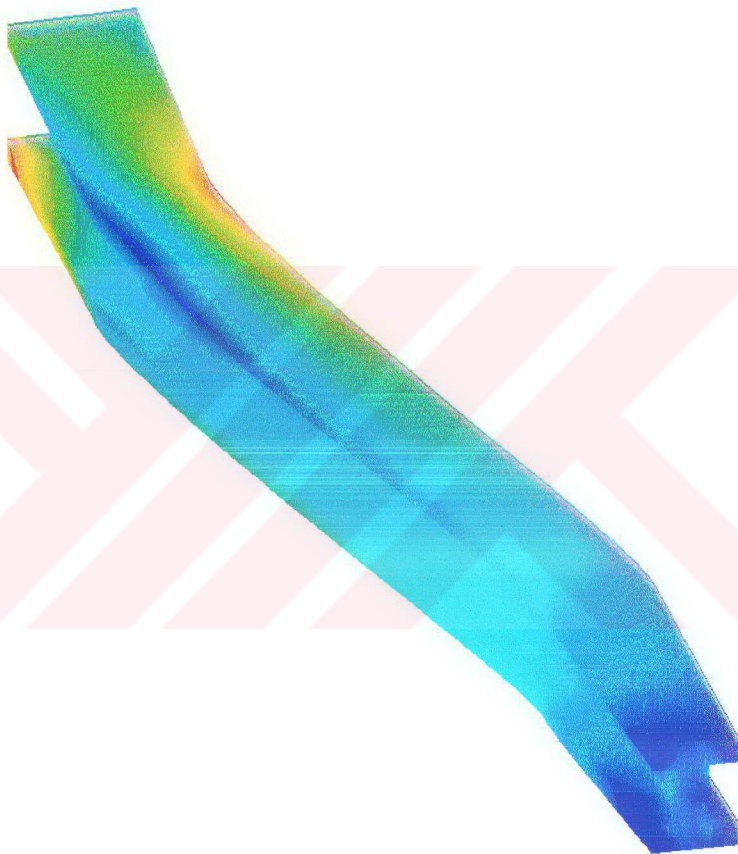


/users/ideas13/kasnak_kol_profil_etudu.mfl

RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
STRESS - VON MISES MIN: 2.30E+03 MAX: 3.76E+05
DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 3.75E+00
FRAME OF REF: PART

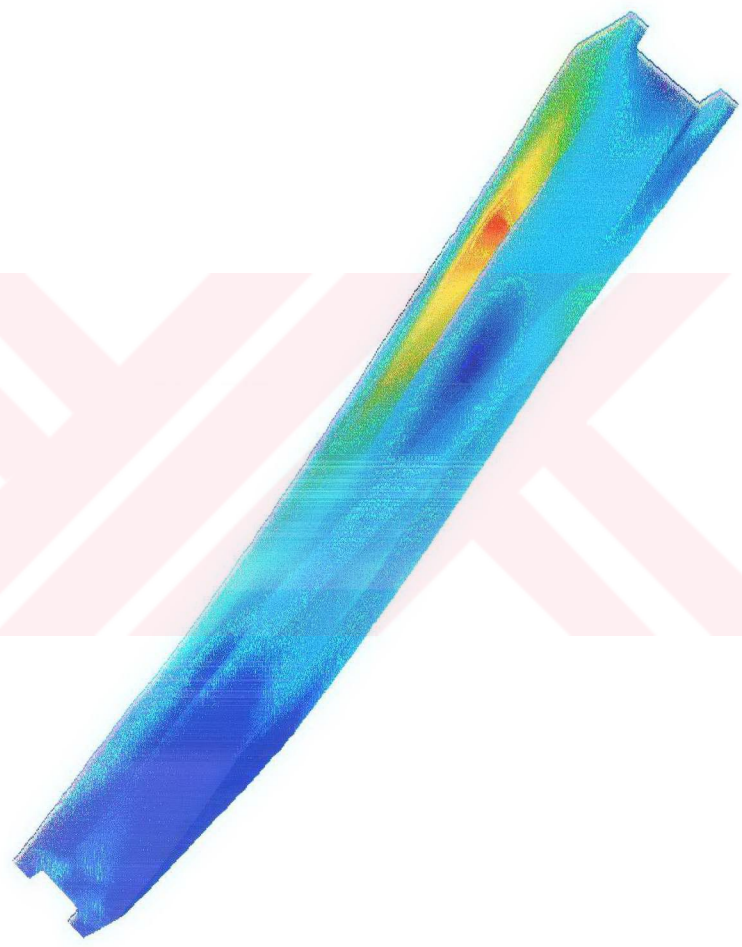
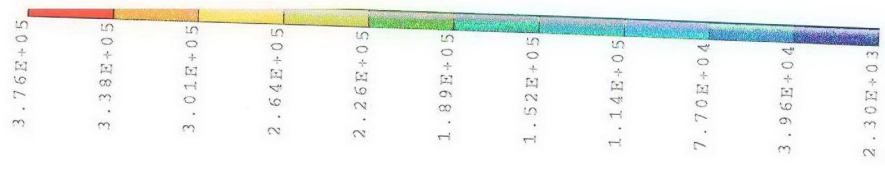
VALUE OPTION: ACTUAL

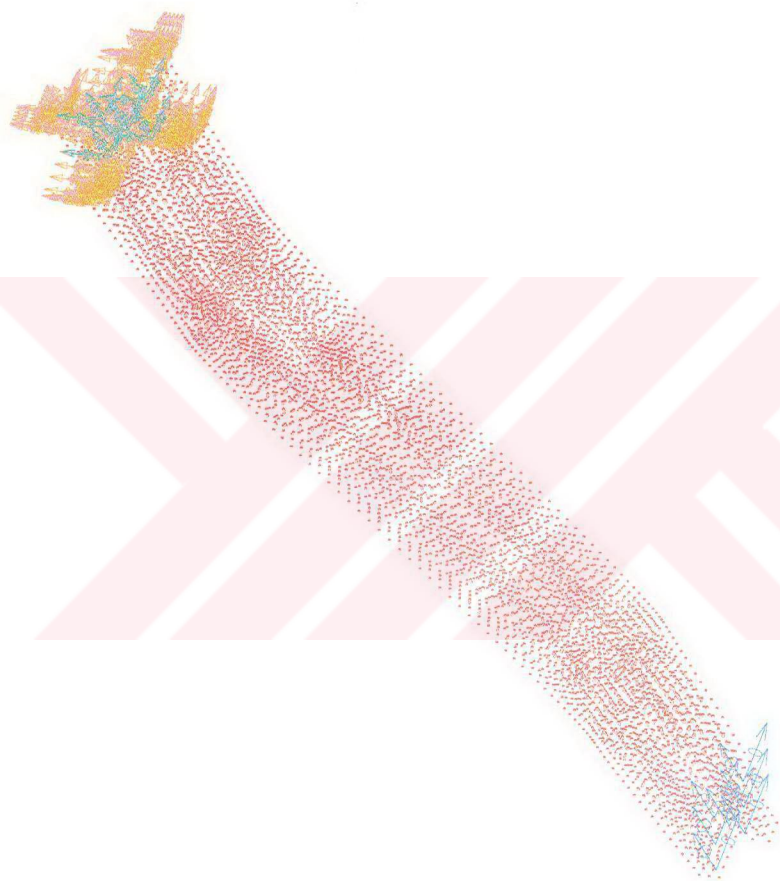
3.76E+05
3.38E+05
3.01E+05
2.64E+05
2.26E+05
1.89E+05
1.52E+05
1.14E+05
7.70E+04
3.96E+04
2.30E+03



RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
STRESS - VON MISES MIN: 2.30E+03 MAX: 3.76E+05
DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 3.75E+00
FRAME OF REF: PART

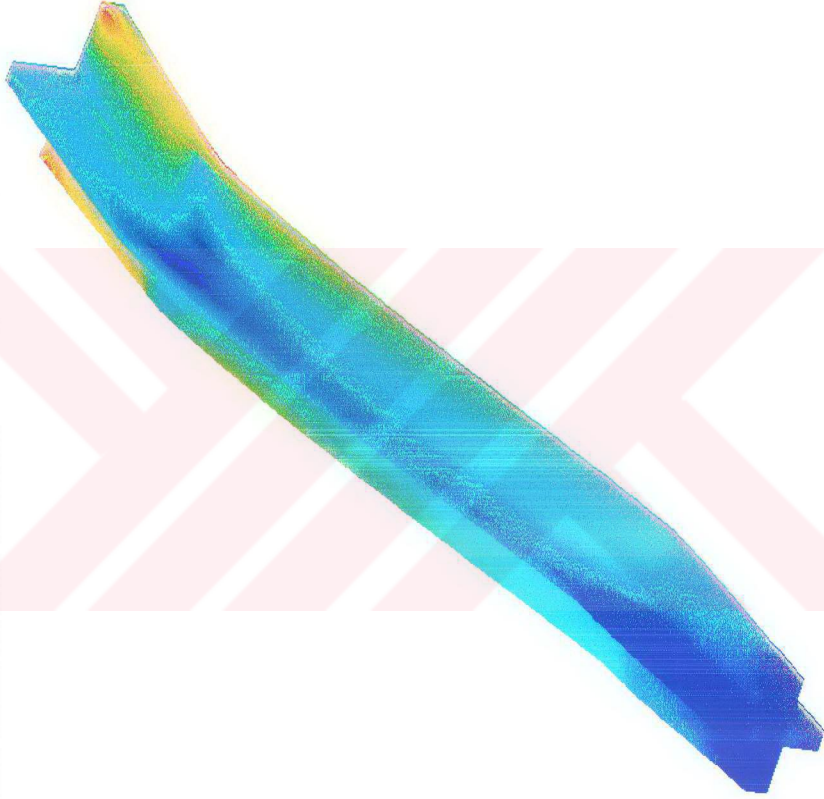
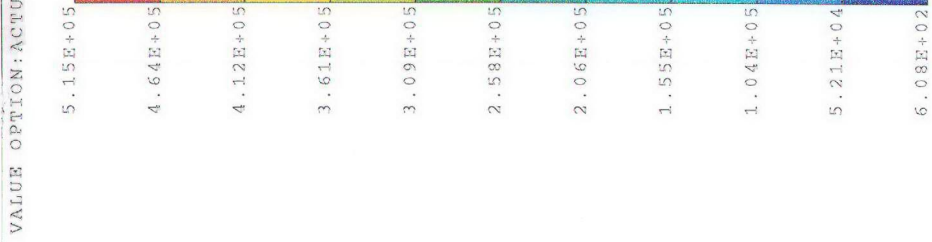
VALUE OPTION: ACTU





/users/ideas13/kasnak_kol_profil_etudu.mf1

RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
STRESS - VON MISES MIN: 6.08E+02 MAX: 5.15E+05
DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 5.58E+00
FRAME OF REF: PART



/users/ideas13/kasnak_kol_profil_etudu.mfl

RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2

STRESS - VON MISES MIN: 6.08E+02 MAX: 5.15E+05

DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1

DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 5.58E+00

FRAME OF REF: PART

VALUE OPTION: ACTU.

5.15E+05

4.64E+05

4.12E+05

3.61E+05

3.09E+05

2.58E+05

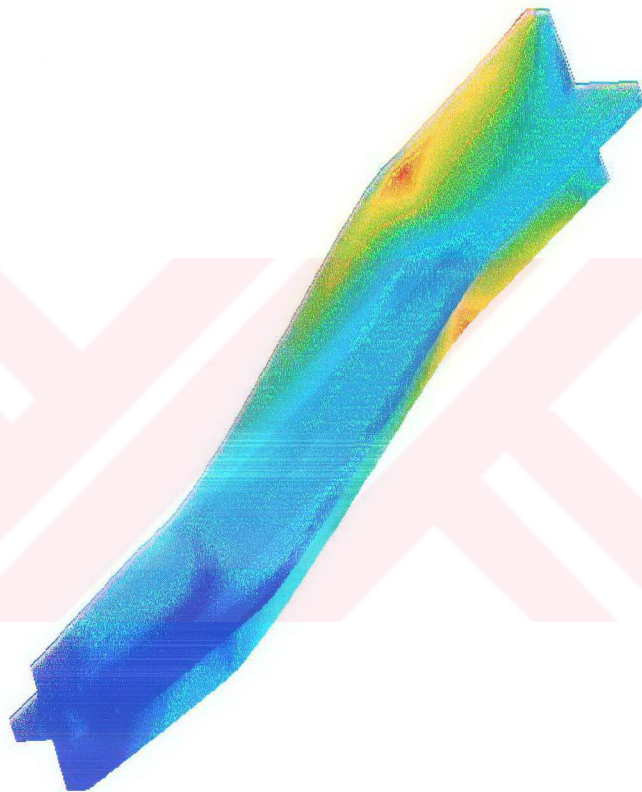
2.06E+05

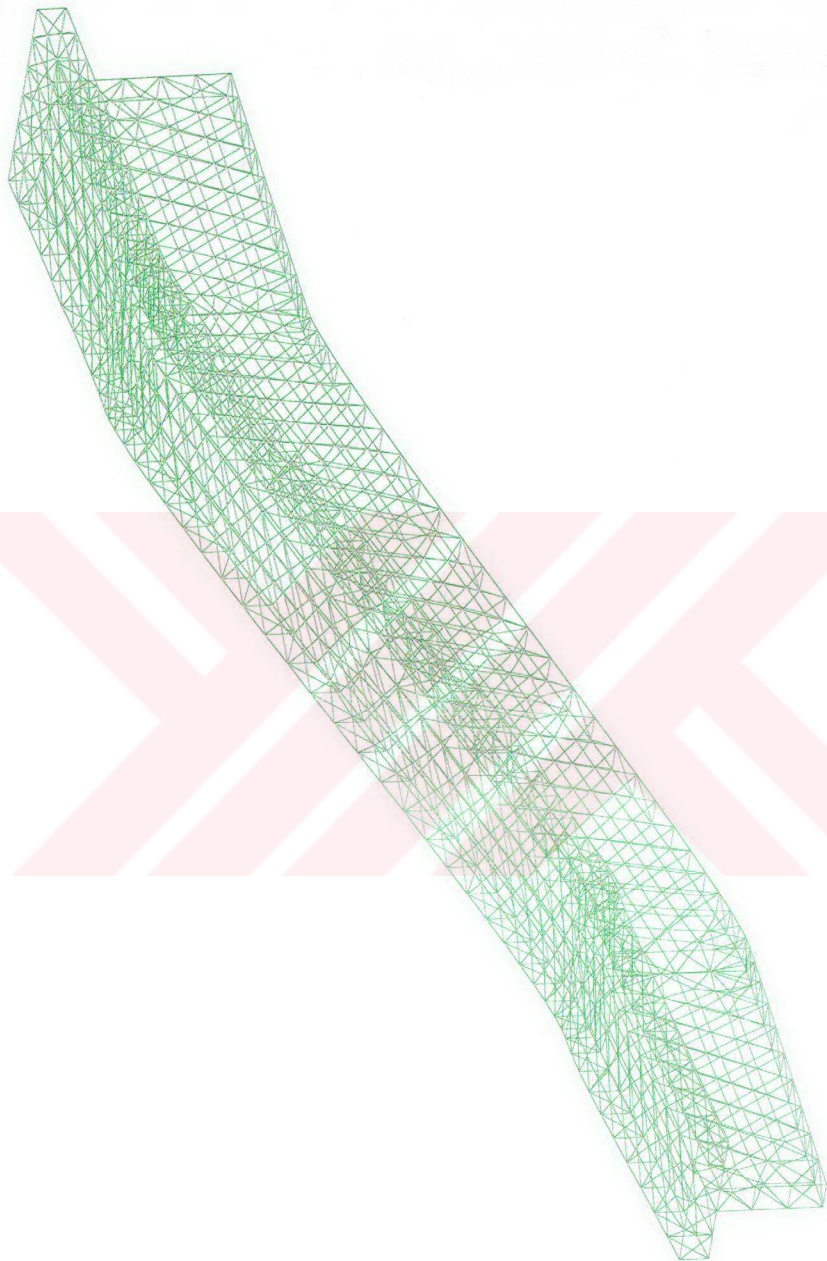
1.55E+05

1.04E+05

5.21E+04

6.08E+02

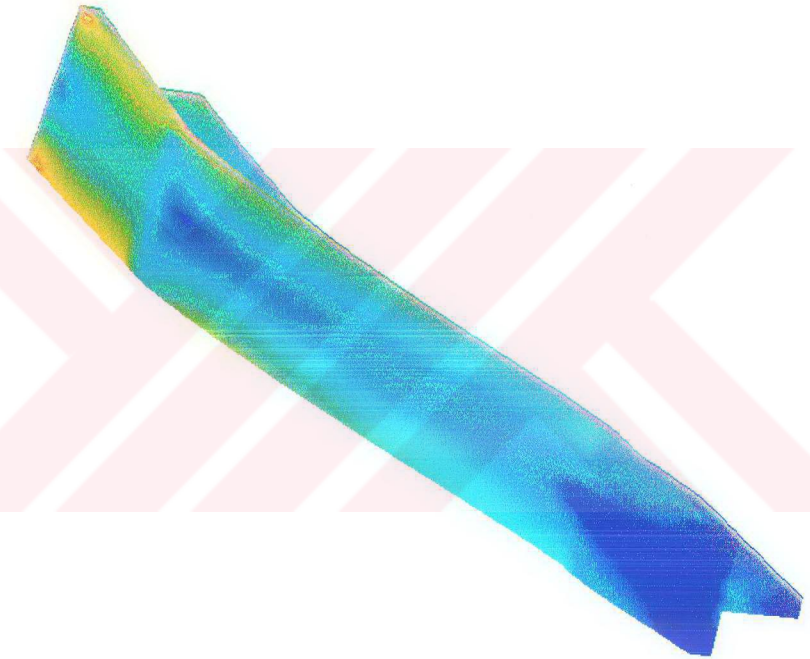
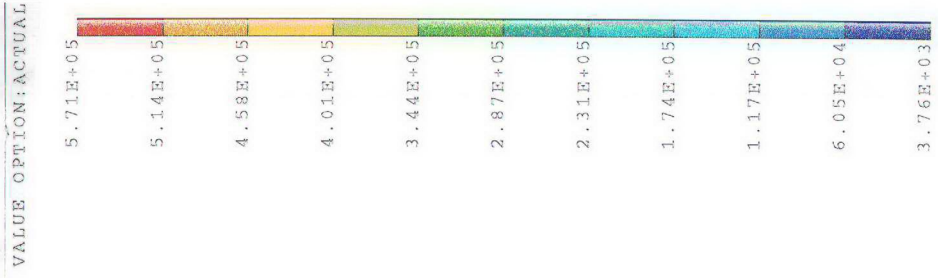






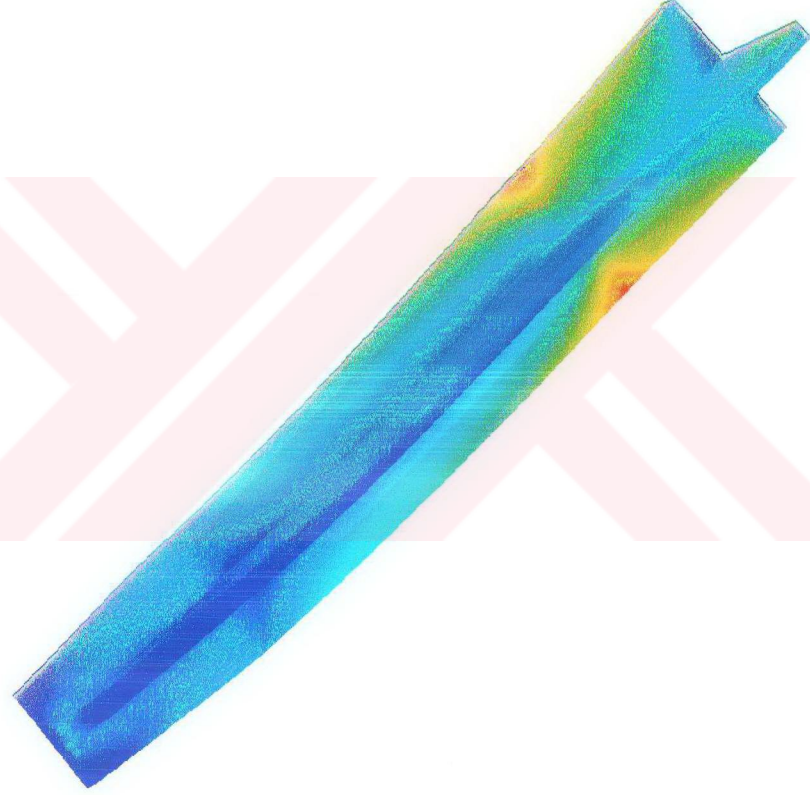
/users/ideas13/kasnak_koi_profil_etudu.mf1

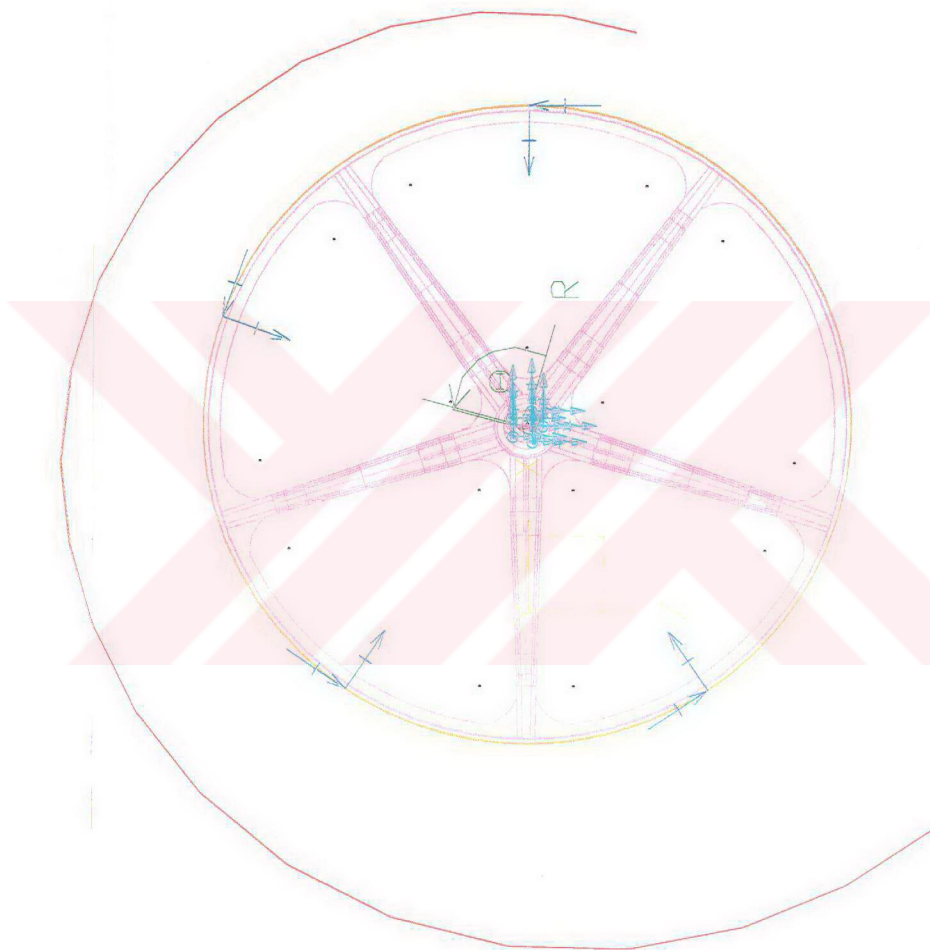
RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
STRESS - VON MISES MIN: 3.76E+03 MAX: 5.71E+05
DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 6.22E-00
FRAME OF REF: PART

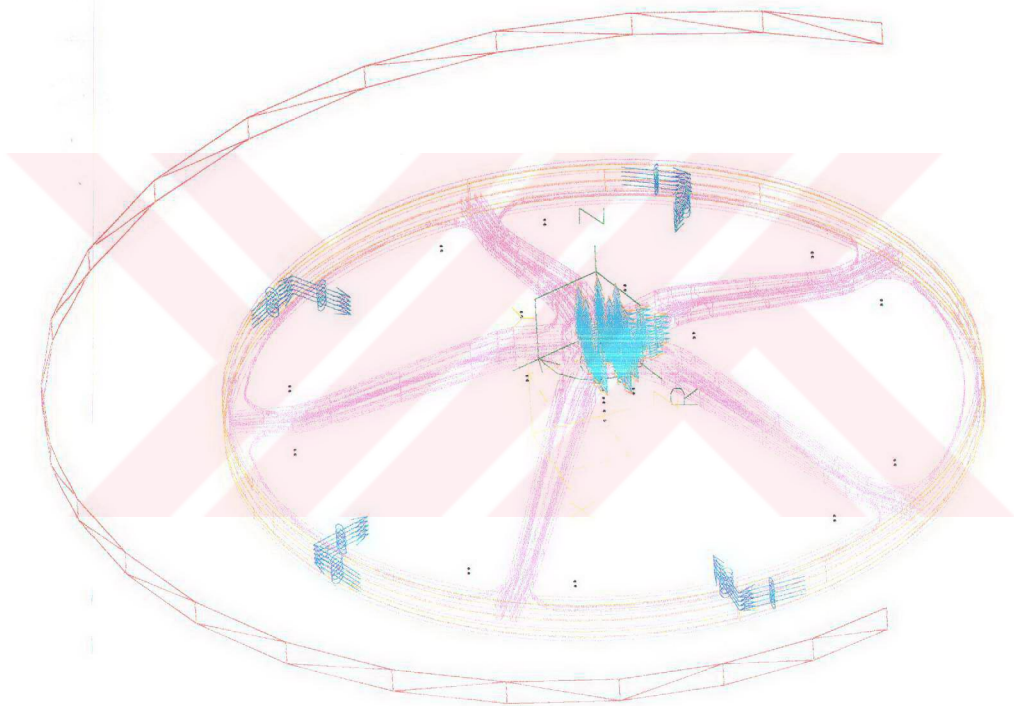


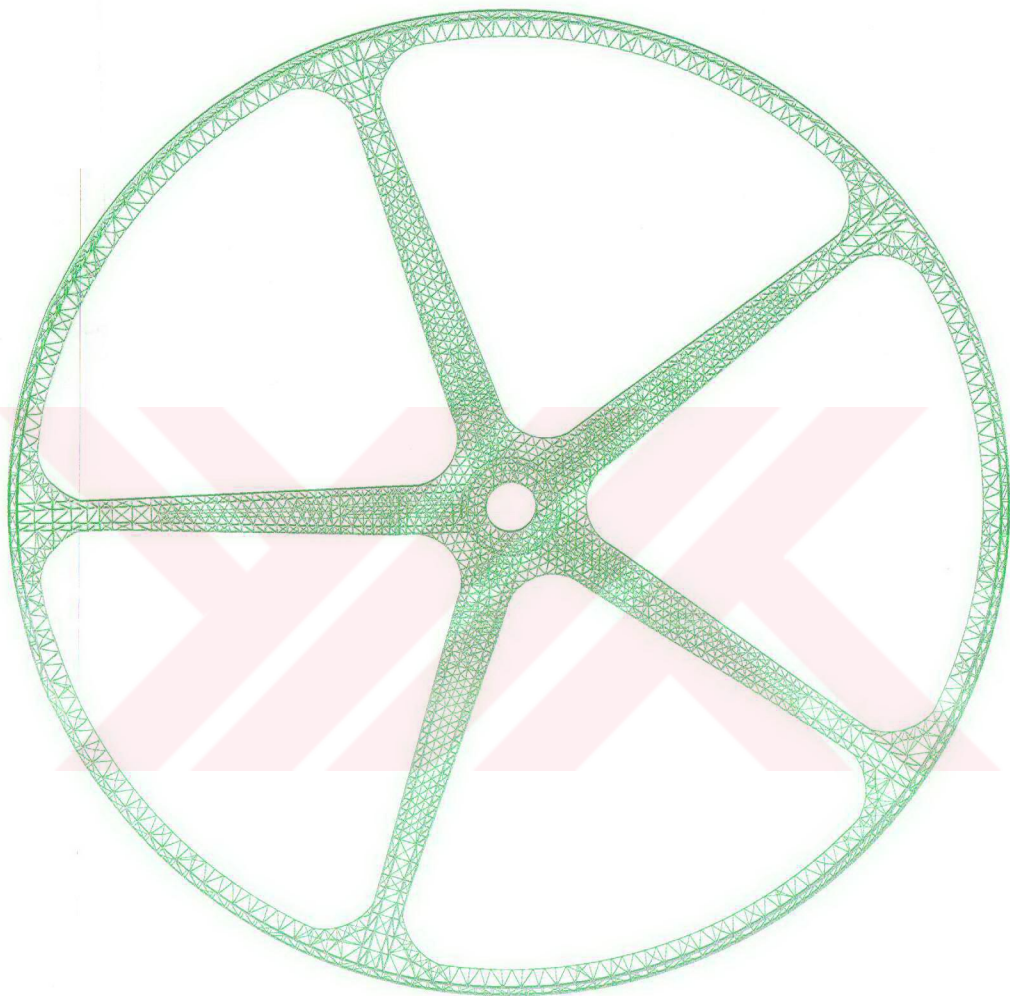
RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
 STRESS - VON MISES MIN: 3.76E+03 MAX: 5.71E+05
 DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
 DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 6.22E+00
 FRAME OF REF: PART

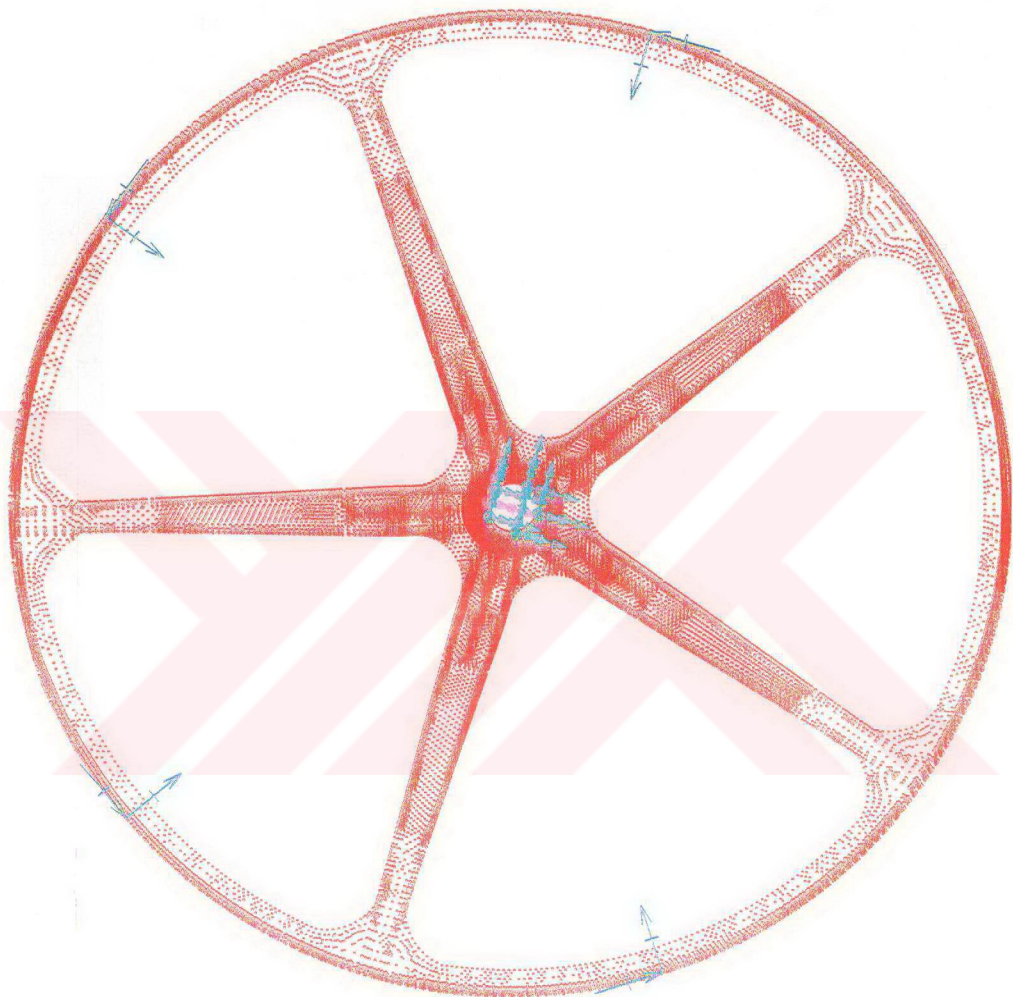
VALUE OPTION: ACTU









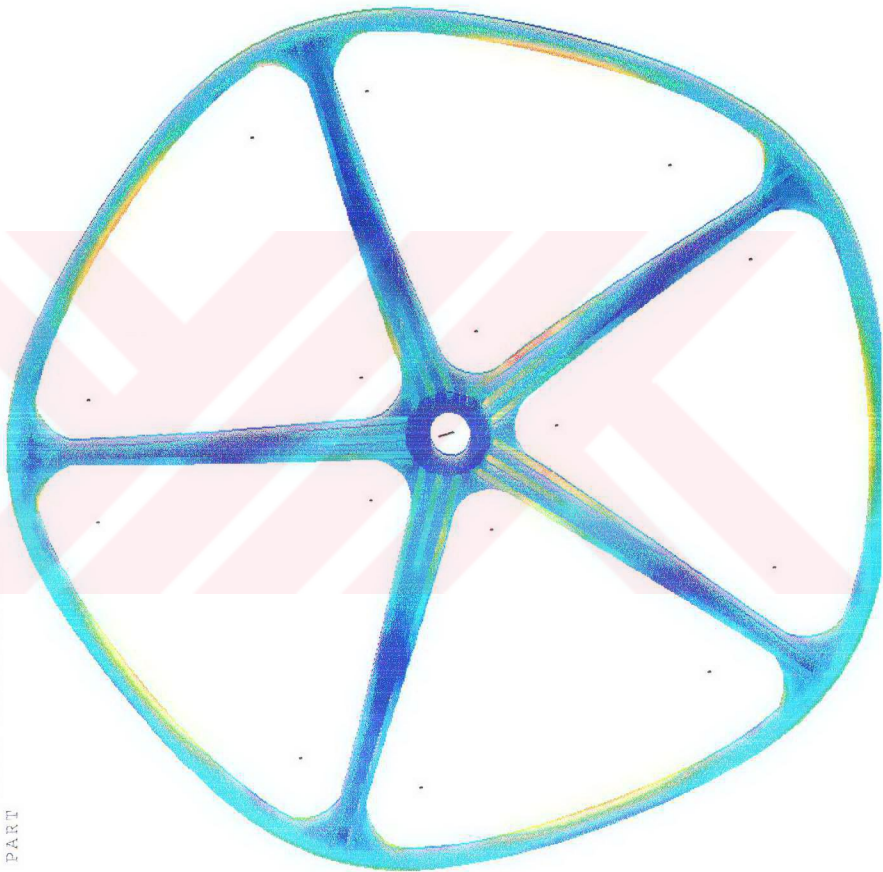


/users/ideas13/kasnak_fea_0derece.mf1

RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
STRESS - VON MISES MIN: 1.82E+02 MAX: 1.22E+05
DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.52E+00
FRAME OF REF: PART

VALUE OPTION: ACTUAL

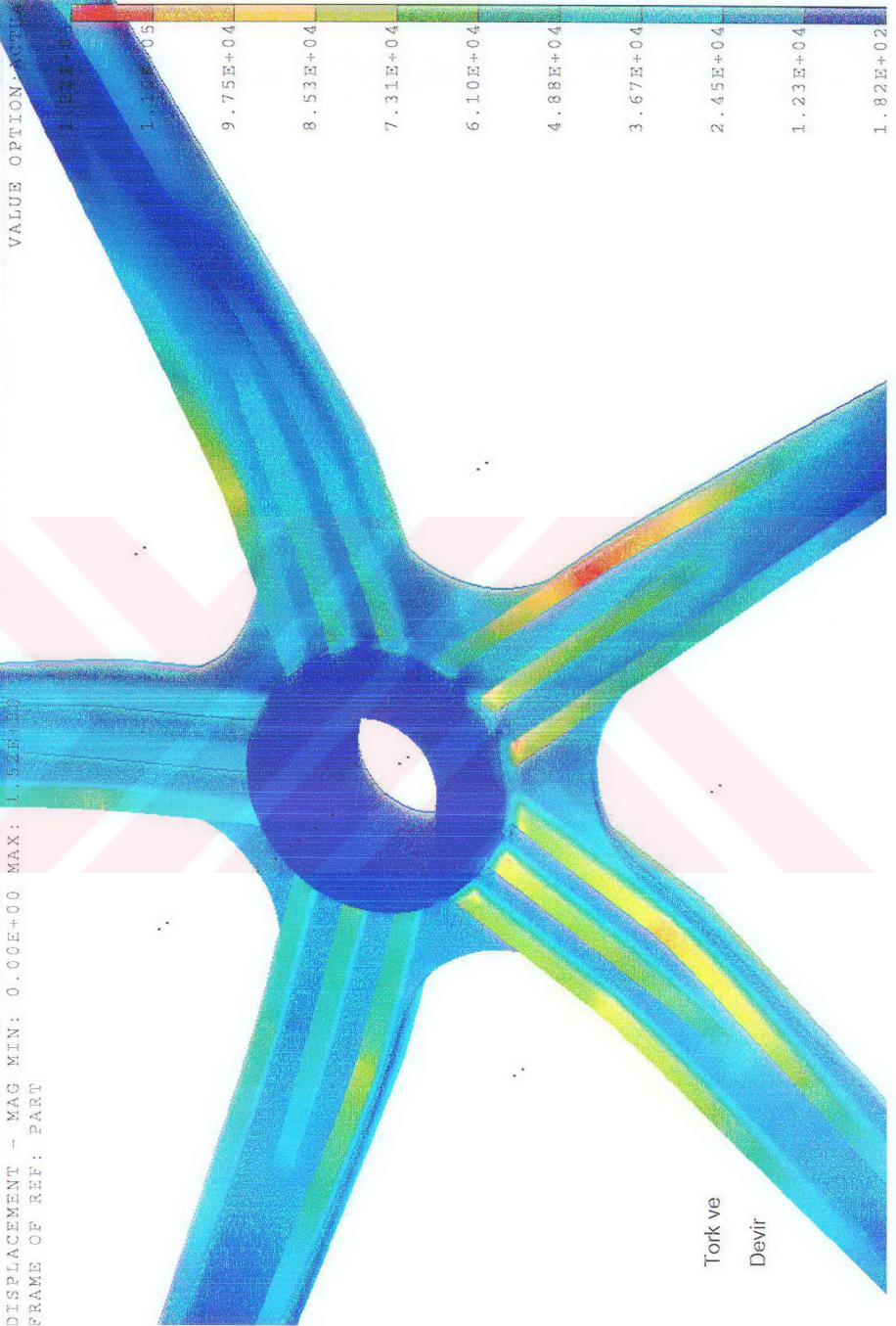
1.22E+05
1.10E+05
9.75E+04
8.53E+04
7.31E+04
6.10E+04
4.88E+04
3.67E+04
2.45E+04
1.23E+04
1.82E+02



Tork ve
Devir

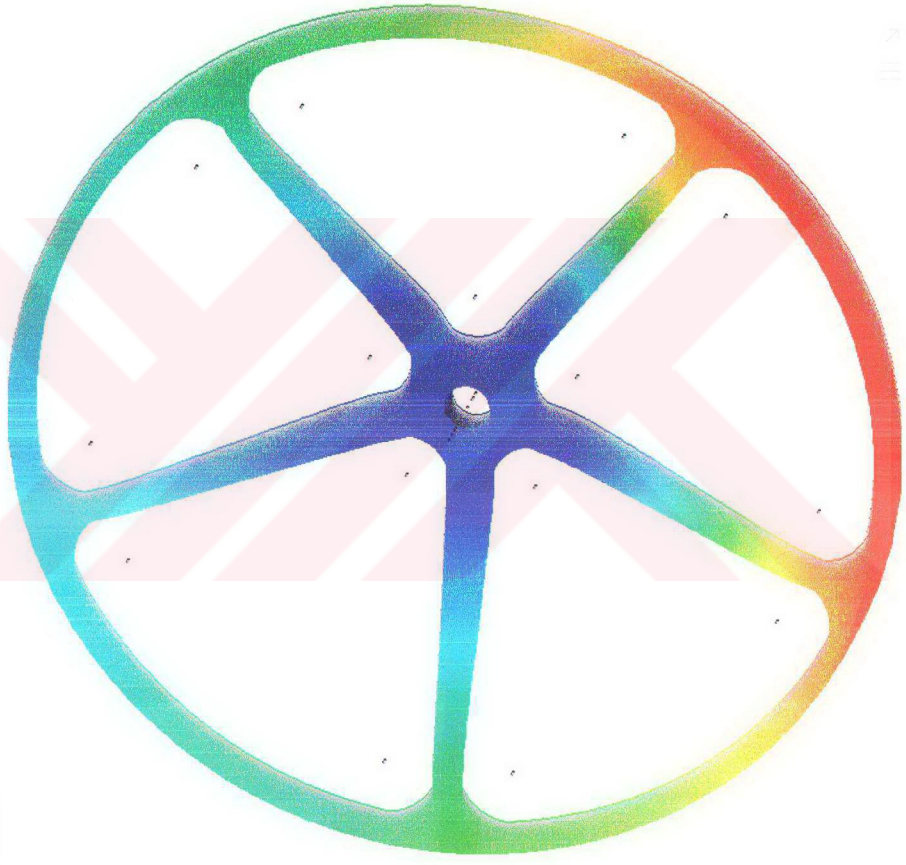
nak_fea_0derece.mf1

```
RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
STRESS - VON MISES MIN: 1.82E+02 MAX: 1.22E+03
DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.52E+00
FRAME OF REF: PART
```



/users/ideas13/kasnak_fea_0derece.mfl
RESULTS: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.52E+00
FRAME OF REF: PART

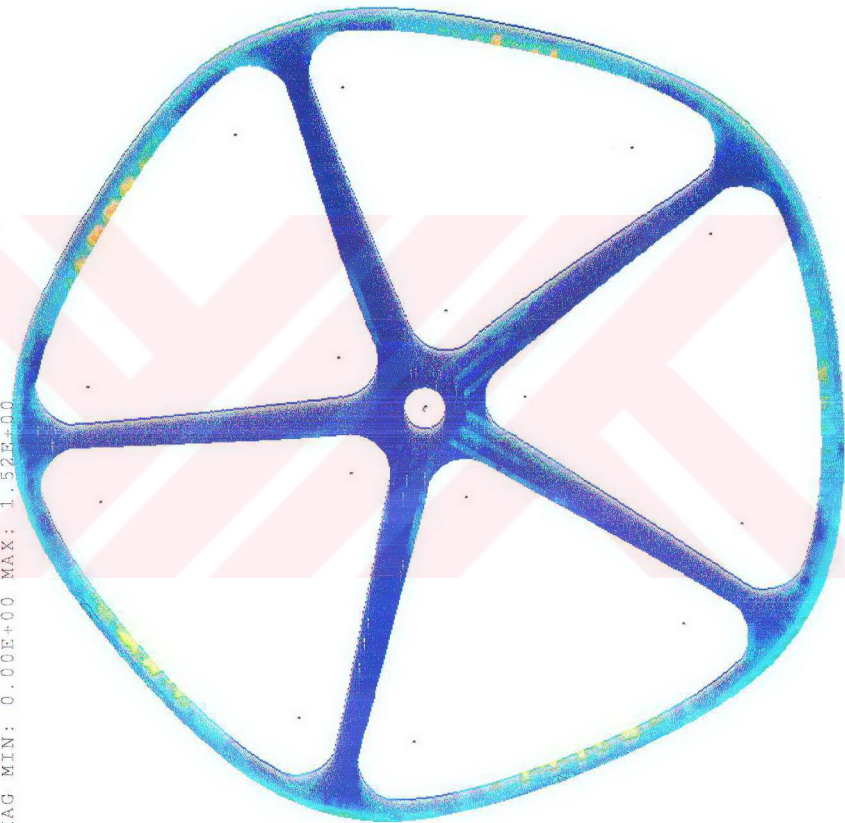
VALUE OPTION: ACTUAL



Depasman

RESULTS: 3- B.C. 1, LOAD 1, STRAIN ENERGY_3
 STRAIN ENERGY - MAG MIN: 9.72E-03 MAX: 6.00E+02
 DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
 DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.52E+00

VALUE OPTION: ACTUAL



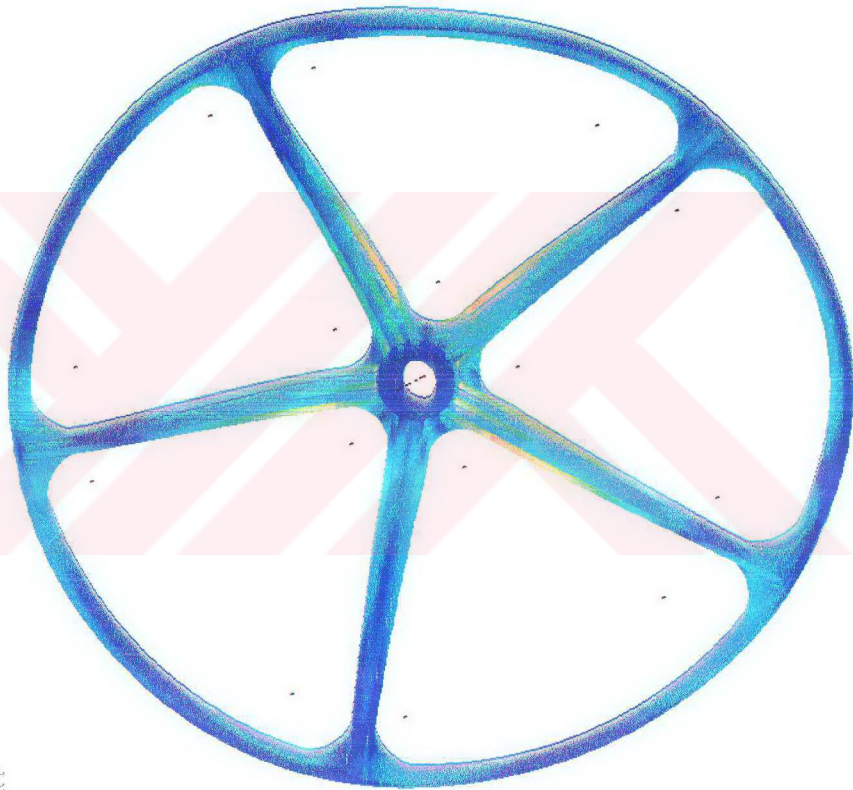
Gerinim
 Enerjisi

/users/ideas13/kasnak_fea_0derece.mfl

RESULTS: 5- B.C. 2, LOAD 2, STRESS_5
STRESS - VON MISES MIN: 4.57E-01 MAX: 3.08E+04
DEFORMATION: 4- B.C. 2, LOAD 2, DISPLACEMENT_4
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 5.71E-01
FRAME OF REF: PART

VALUE OPTION: ACTUAL

3.08E+04
2.77E+04
2.46E+04
2.16E+04
1.85E+04
1.54E+04
1.23E+04
9.26E+03
6.19E+03
3.12E+03
4.57E+01

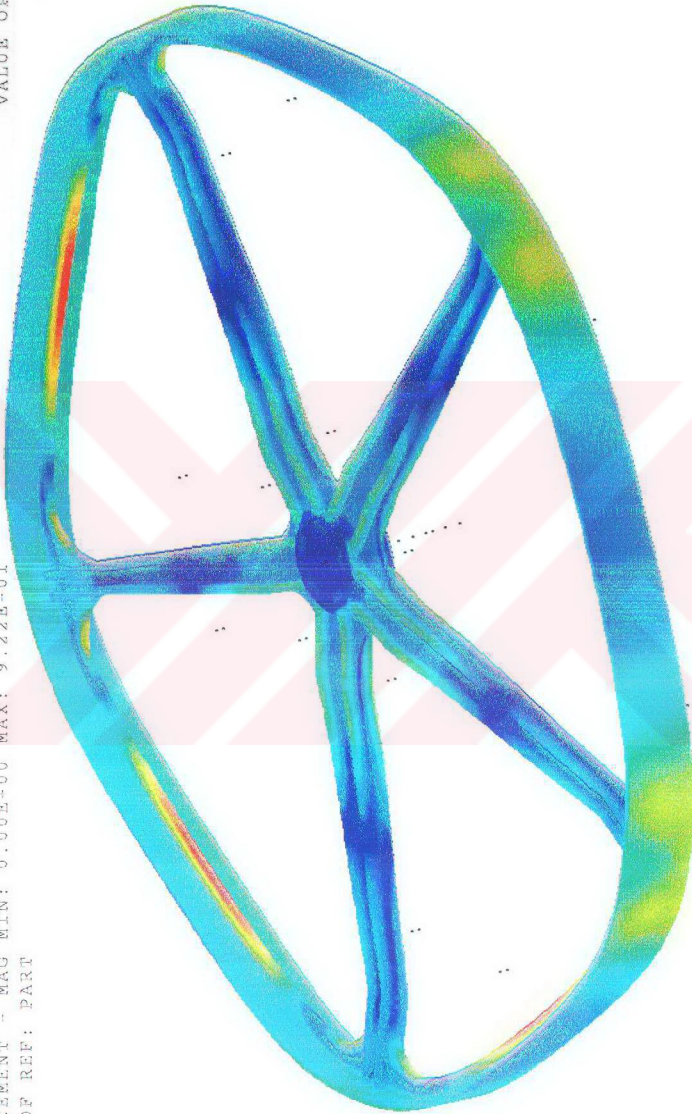


Y/kama

/users/ideas13/kasnak_fea_0derece.mfl

RESULTS: 8- B.C. 3, LOAD 3, STRESS_8
STRESS - VON MISES MIN: 1.03E+02 MAX: 1.06E+05
DEFORMATION: 7- B.C. 3, LOAD 3, DISPLACEMENT_7
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 9.22E-01
FRAME OF REF: PART

VALUE OPTION: ACTUAL



1.06E+05
9.57E+04
8.51E+04
7.45E+04
6.38E+04
5.32E+04
4.26E+04
3.20E+04
2.13E+04
1.07E+04

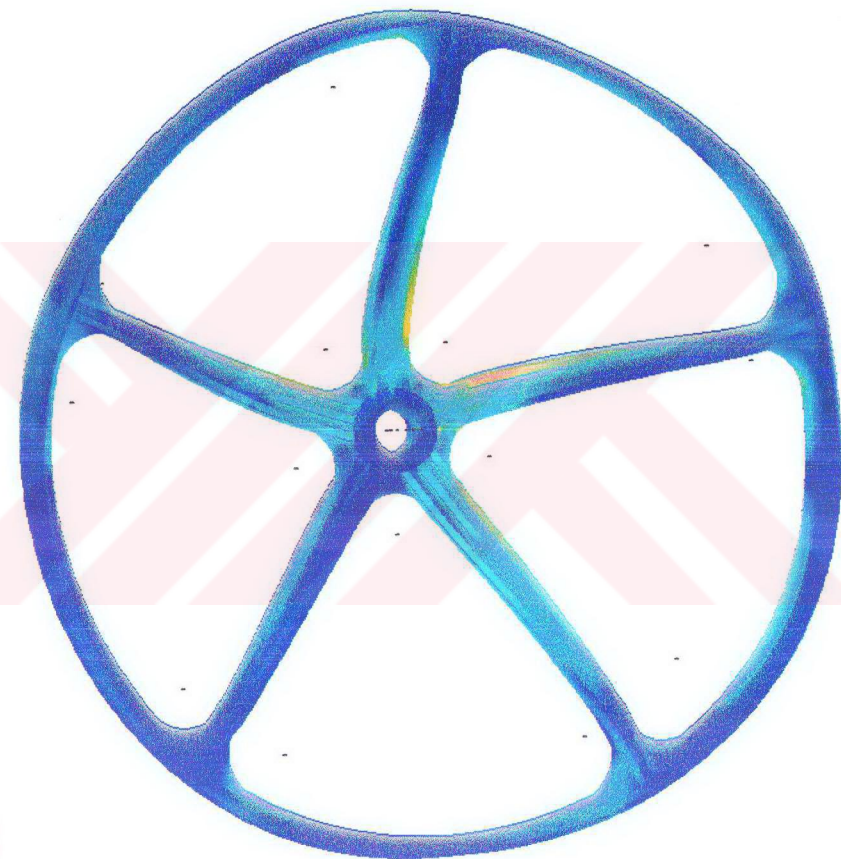
Sadece

Devir

/users/ideas13/kasnak_fea_0derece.mf1

RESULTS: 11- B.C. 4, LOAD 4, STRESS_11
STRESS ~ VON MISES MIN: 2.92E+01 MAX: 5.75E+04
DEFORMATION: 10- B.C. 4, LOAD 4, DISPLACEMENT_10
DISPLACEMENT ~ MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 7.44E-01
FRAME OF REF: PART

VALUE OPTION: ACTUAL



5.75E+04
5.17E+04
4.60E+04
4.02E+04
3.45E+04
2.87E+04
2.30E+04
1.73E+04
1.15E+04
5.77E+03

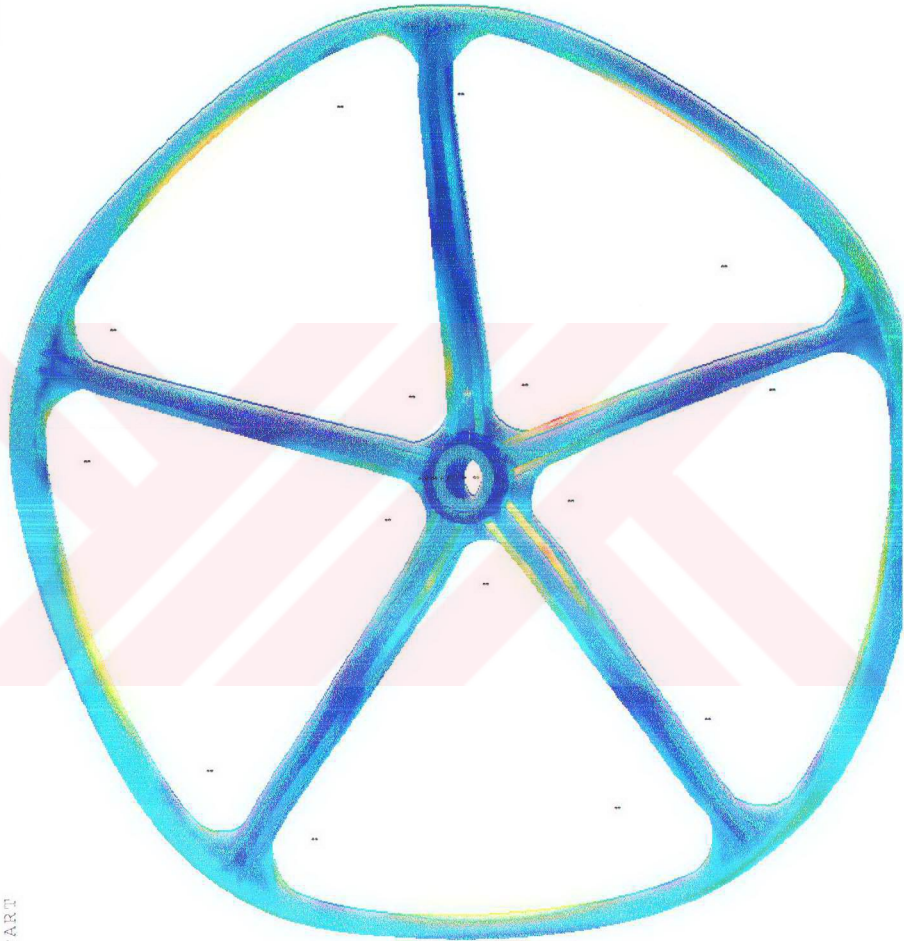
Sadece

Tork

/users/ideas13/kasnak_fea_optimizasyondan_once.mfl

RESULTS: 2- B.C. 1,LOAD 1,STRESS_2
STRESS - VON MISES MIN: 2.54E+02 MAX: 1.39E+05
DEFORMATION: 1- B.C. 1,LOAD 1,DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.64E+00
FRAME OF REF: PART

VALUE OPTION:ACTUAL



1.39E+05

1.25E+05

1.11E+05

9.72E+04

8.34E+04

6.95E+04

5.57E+04

4.18E+04

2.80E+04

1.41E+04

/users/ideast3/kašnak_fea_candy.mf1

RESULTS: 2- B.C. 1, LOAD 1, STRESS_2
STRESS - VON MISES MIN: 1.99E+02 MAX: 1.23E+05
DEFORMATION: 1- B.C. 1, LOAD 1, DISPLACEMENT_1
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.71E+00
FRAME OF REF: PART

VALUE OPTION: ACTUAL

1.23E+05
1.11E+05
9.86E+04
8.63E+04
7.40E+04
6.17E+04
4.94E+04
3.71E+04
2.48E+04
1.25E+04



REFERANSLAR

1-INTRODUCTION TO FINITE ELEMENTS IN ENGINEERING

CHANDRUPATLA PhD
GMI Engineering Institute
BLEGUNDU PhD
The Pennsylvania State University
Prentice-Hall Int. Inc. 1991

2-THE FINITE ELEMENT METHOD Vol-I

O.C. ZIENKIEWICZ, CBE, FRS
Unesco Professor of Numerical Methods in Eng.
International Centre for Numerical Methods in Eng. Barcelona
Director of Institute of Numerical Methods in Eng.
University of Wales, Swansea.
R.L. TAYLOR
Professor of Civil Engineering
University of California at Berkeley, CA.
Mc Graw Hill Co. 1989

3-FINITE ELEMENT PROCEDURES IN ENGINEERING ANALYSIS

KLAUS JURGEN BATHE
Dept. of Mechanical Engineering
Massachusetts Institute of Technology
Prentice-Hall Int. Inc. 1982

4-AN INTRODUCTION TO THE FINITE ELEMENT METHOD

J.N. REDDY
Professor of Engineering Science and Mechanics
Virginia Polytechnic Institute and State University
Mc Graw Hill Co. 1984

5-MECHANICAL ENGINEERING DESIGN

JOSEPH EDWARD SHIGLEY

Professor Emeritus The University of Michigan

LARRY D. MITCHELL

Professor of Mechanical Engineering

Virginia Polytechnic Institute and State University

Mc Graw Hill 1983

6- DESIGN OF MACHINE ELEMENTS

M.F.SPOTS

Mechanical Engineering Dept.

The Technological Institute Northwestern University

Prentice-Hall Int.Inc. 1976

7- MECHANICAL ANALYSIS AND DESIGN

ARTHUR H. BURR

Late Hiram Sibley Professor of Mechanical Engineering .Emeritus

Cornell University

JOHN B. CHEATHAM

Chairman ,Dept. of Mechanical Engineering and Materials Science

William Marsh Rice University

Prentice-Hall Int.Inc. 1996

8- DIN 111 PULLEYS FOR FLAT TRANSMISSION BELTS

Deutsche Norms 1982

9- DIN 1725 / 2 ALUMINIUM ALLOYS

Deutsche Norms 1986

10- I-DEAS MASTER SERIES STUDENT GUIDE

MARK H. LAWRY

Structural Dynamics and Research Corporation 1996

11- I-DEAS MASTER SERIES SIMULATION GUIDE

Structural Dynamics and Research Corporation 1996

12-DYNAMIC METHOD FOR CONTROLLING TENSION OF ADAPTED MODULUS (M.A.) BELTS

Hutchinson Transmission Company 1996

13- ISO 9982 STANDARDS OF PULLEYS AND GROOVED PULLEYS WITH ADAPTED MODULUS BELTS

14- FEA FOR PRODUCTION

MACHINE DESIGN MAGAZINE EYLÜL 1989 sy 66

Penton Publication

15- STEPPING THROUGH FEA

MACHINE DESIGN MAGAZINE Kasım 1989 sy 48

Penton Publication

16- USING FEA EVERY DAY

MACHINE DESIGN MAGAZINE Nisan 1989 sy 151

Penton Publication

17- USING FEA FOR INDUSTRIAL EQUIPMENT DESIGN

MACHINE DESIGN MAGAZINE Nisan 1990 sy 77
Penton Publication

18- FINITE ELEMENT ANALYSIS

MACHINE DESIGN MAGAZINE Kasım 1991 sy 42
Penton Publication

19- UNRAVELING THE MYSTERIES OF FEA

MACHINE DESIGN MAGAZINE Mart 1992 sy 64
Penton Publication

20-AUTOMAKER LEADS WAY IN FEA

MACHINE DESIGN MAGAZINE Aralık 1988 sy 99
Penton Publication

21- NEW HORIZONS FOR FEA

MACHINE DESIGN MAGAZINE Eylül 1988 sy 72
Penton Publication

22- GETTING BETTER RESULTS FROM LINEAR FEA

MACHINE DESIGN MAGAZINE Şubat 1992 sy 123
Penton Publication

ÖZGEÇMİŞ

Adı : Alper

Soyadı : Aydınay

Doğum yeri ve tarihi : Eskişehir - 1972

Tahsili : Yüksek

Son mezun olduğu okulu : Yıldız Teknik Üniversitesi Makina Fakültesi
Gemi İnşaatı ve Makinaları Mühendisliği Bölümü

Mezuniyet yılı ve derecesi: 1993 yılı 71/100 derece ile Bölüm ikincisi

Önceki çalışma alanları : Gemi makinalarında yağlama ve triboloji

İş yeri : Arçelik A.Ş. Çamaşır Makinası İşletmesi

Ünvanı : Ürün Geliştirme Mühendisi

İlgi alanları : Su aleti sporları , ortaçağ tarihi