

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜZEN CİSİMLERDE YÜZEY PÜRÜZLÜLÜĞÜ
SİMÜLASYONU**

Gemi İnş. Ve Mak. Müh. Serkan TÜRKMEN

**FBE Gemi İnşaatı Mühendisliği Anabilim Dalında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Nurten VARDAR

İSTANBUL, 2006

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTMA LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	vii
ÖNSÖZ	viii
ÖZET	ix
ABSTRACT	x
1. GİRİŞ	1
2. HIZ - BASINÇ	3
3. DİRENÇ	4
3.1 Direnci Etkileyen Faktörler	6
3.2 Sürtünme Direnci	7
4. SINIR TABAKA	12
5. ANALİZ YÖNTEMLERİ	14
6. DENETİM HACMİ ÇÖZÜMLENMESİ	15
6.1 Reynolds Transport Teoremi	16
6.2 Kütlenin Korunumu	16
6.3 Doğrusal momentum	17
6.4 İvme Alanı	17
7. DİFERANSİYEL ANALİZ	19
7.1 Süreklilik denklemi	19
7.2 Momentum diferansiyel denklemi	21
7.3 Navier-Stokes Denklemleri	25
7.4 Enerji Denklemi	27
8. YÜZEN CİSİMLERDE YÜZEY PÜRÜZLÜLÜĞÜ SİMİLASYONU	32
8.1 Sınır koşulları	32
8.2 Akım Fonksiyonu	32
8.3 Akım Çizgisi	33

8.4	Yüzen Cisimler Etrafındaki Akımın Modellenmesi	35
8.5	Türbülans Modeli Seçimi	36
8.6	Standart k- ϵ Modeli	36
8.7	Sonlu Elemanlar Yöntemi	38
8.7.1	Sonlu Elemanlar Metodunun Tarihsel Gelişimi	38
8.7.2	Sonlu Elemanlar Yönteminin Diğer Metotlara Göre Üstünlükleri.....	39
8.7.3	Sonlu Elemanlar Metodunun Yararları.....	39
8.8	Kullanılan Hesaplama Akışkanlar Mekaniği Paket Programı.....	40
8.8.1	FLUENT	40
8.8.2	GAMBİT	40
8.9	Ağ Oluşturma (Meshleme)	41
8.10	Mesh Çeşitleri Ve Uygunluğu:	41
9.	UYGULAMALAR, SONUÇ VE TARTIŞMA.....	45
9.1	Katı Modeller.....	45
9.2	Uygulama 1.....	46
9.3	Uygulama 2.....	50
9.4	Uygulama 3.....	51
9.5	Uygulama 4.....	52
9.6	Uygulama 5.....	56
9.7	Bu Konuda Yapılmış Çalışmalardan Birkaçı:	59
9.7.1	Applied Computational Fluid Dynamics (2002) (Instructor: André Bakker)	59
9.7.2	Köpek Balığı Derisinden Örnek Alınarak Hazırlanan Mayolar ve Suyun Yüzey Direnci	61
9.7.3	THE BOUNDARY LAYER OF SWIMMING FISH	62
	KAYNAKLAR.....	64
	ÖZGEÇMİŞ.....	65

SİMGE LİSTESİ

$\vec{V}$, P	Hızın skaler büyüklüğü (m/s), Basınç (N/m ²)
$\forall$	Hacim (m ³)
ρ	Yoğunluk (kg/m ³)
T	Sıcaklık (C°)
m	Kütle (kg)
t	Zaman (s)
a	İvme (m/s ²)
n	Yüzey normali
τ	Yüzey gerilmesi (N/m ²)
σ	Yüzeye dik basınç (N/m ²)
x,y,z	Konum vektörleri (m)
u,v,w	Hız bileşenleri vektörleri (m/s)
μ , ν	Mutlak viskozite ($\frac{kg}{m \cdot s}$), Dinamik viskozite (m ² /s)
R	Direnç (N)
S	Toplam yüzey alanı (m ²)
A	Yüzey alanı (m ²)
Re	Reynolds Sayısı
C_f	Boyutsuz sürtünme direnci katsayısı
R_f	Sürtünme direnci (N)
δ	Sınır tabaka kalınlığı (m)
∇	Gradyen operatörü (1/m)
B	Bir sistemin herhangi bir değişken özelliği (kütle, moment enerji)
β	B' nin birim kütle başına değişim miktarı
Q	Sistemin net ısısı (cal, KW)
W	Sistemin net işi (cal, KW)
E	Toplam enerji (cal, KW)
k	Isı iletkenlik katsayısı
q	Birim alan başına düşen ısı miktarı (cal/m ² , kW/m ²)
e	Birim kütlenin toplam enerjisi (kW/kg)
Φ	Disipasyon (N/s m ²)
μ_t	Türbülans viskozitesi (kg/ms)

KISALTMA LİSTESİ

2B	İki Boyutlu
3B	Üç Boyutlu
CFD	Computational Fluid Dynamics
HAM	Hesaplamalı Akışkanlar Mekanği
RANS	Reynolds averaged Navier–Stokes

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1	Cisim üzerindeki viskoz basınçlar ve teğetsel gerilmeler	4
Şekil 3.2	Bir eğri yüzey üzerinde laminar ve türbülanslı akım	11
Şekil 4.1	Laminer akımda sınır tabaka	13
Şekil 7.1	Kartezyen sistemde x doğrultusunda giren-çıkan kütle akışı	19
Şekil 7.2	Denetim hacmi üzerindeki gerilmelerin gösterilmesi	23
Şekil 7.3	x doğrultusunda cisme etkiyen yüzey kuvvetleri	23
Şekil 8.1	Dairesel şekli etrafındaki akım çizgileri	33
Şekil 8.2	Akım çizgisinin iki boyutlu geometrik gösterimi	34
Şekil 8.3	Potansiyel ve türbülanslı akımın yüzen bir cisim etrafındaki görünümü	35
Şekil 8.4	Kontrol noktası	41
Şekil 8.5	2B düzlemde üçgen ve dörtgen ağ yapıları	42
Şekil 8.6	3B sistemde üçgen ve dörtgen yüzeyli ağ yapıları	42
Şekil 8.7	Cismin yüzeyinden uzaklaştıkça ağ içindeki eleman sıklığı azalır	43
Şekil 8.8	Dairesel bir modelin meshlenmiş gösterimi	43
Şekil 8.9	Üçgen mesh yapılmış bir model ve çevresi	44
Şekil 9.1	Deformasyonlu bir küre ve kübik modeller	45
Şekil 9.2	Üçgen mesh kullanılarak modellenmiş bir sonlu hacim	46
Şekil 9.3	Kübik cisim etrafındaki akış	47
Şekil 9.4	Akım hatlarındaki ani değişim cismin şekliden kaynaklanır	47
Şekil 9.5	Sonlu hacim içerisindeki hız vektörleri dağılımı	48
Şekil 9.6	Cisim etrafındaki basınç dağılımı	48
Şekil 9.7	Cisim etrafındaki basınç dağılımı	49
Şekil 9.8	Basınç düşüşünün görüntülenmesi	49
Şekil 9.9	Üzerinde üç adet silindirik çukur açılmış kübik cisim	50
Şekil 9.10	İterasyon yapılırken değişimin izlenmesi	50
Şekil 9.11	Küre ve ucuna yapılan eklentinin ağ yapısı	51
Şekil 9.12	Küresel cisim üzerindeki hız vektörleri	51
Şekil 9.13	Küresel cisim etrafındaki türbülans kinetik enerji dağılımı	52
Şekil 9.14	Dikdörtgen prizmadaki girinti ve çıkıntı halinde deformasyonların meshli hali ...	53
Şekil 9.15	Başka bir görünüşten, meshlenmiş model	53
Şekil 9.16	Cisim üzerinde hız değişimi ve hız vektörleri	54
Şekil 9.17	Deforme bölgedeki hız vektörleri	54
Şekil 9.18	Cisim yüzeyindeki basınç değişimi ve akım izi	55
Şekil 9.19	Cisim Yüzeyinde Türbülans Enerji dağılımı	55
Şekil 9.20	Yanal yüzeyine deformasyon yapılmış cismin ağ örülmüş hali	56
Şekil 9.21	Cisim üzerinde hız vektörleri	57
Şekil 9.22	Hız vektörlerinin başka bir yönden görünüşü	57
Şekil 9.23	Cisim yüzeyindeki basınç değişimi	58
Şekil 9.24	Türbülans enerji değişimi	58
Şekil 9.25	Dış akımda Türbülans viskozitesi değişimi	59
Şekil 9.26	Cisimden çıkış noktasında hız vektörleri düzensiz	60
Şekil 9.27	Dikişli topta hız çizgileri daha düzgün	60
Şekil 9.28	Köpekbalığı derisi modelini yüzücü giysisine uyarlanması	61
Şekil 9.29	U yönünde yüzen balığın hızının dijital cihaz yardımıyla ölçümü	62
Şekil 9.30	Balığın düzenek içinde görünüşü	62

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 3.1 Froud'un Yüzey-Sürtünme Katsayıları	8
Çizelge 3.2 Yüzey sürtünme çizgileri, türbülanslı ve laminar akım	10

ÖNSÖZ

Bu çalışma, durağan haldeki cisimler üzerinden geçen akımların hareketini inceleme amacıyla yapılmıştır. Böylelikle ideal dış yapıya sahip taşıtlar geliştirmeyi hedefliyorum.

Çalışmalarım sırasında yardımlarını esirgemeyen başta sevgili hocam Doç. Dr. Nurten VARDAR' a ve tüm hocalarıma, oda arkadaşlarım Gemi İnş. Yüksek Mühendisi Bekir ŞENER'e ve Gemi İnş. Müh. Osman ÇETİN'e, tüm asistan arkadaşlarıma, gece geç gelmelerime anlayış gösteren annem İlkay TÜRKMEN' e ve babam Ali TÜRKMEN' e, bana desteklerini esirgemeyen aileme, değerli arkadaşım Elif GÜLTEKİN' e çok teşekkür ederim.

ÖZET

Bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler sayesinde birçok sektör, tasarımını yaptıkları ürünlerinin üretimden önce nasıl çalıştığını simüle edebilmesi fikrinden yola çıkarak yüzen cisimlerin hareketlerini inceleme üzerine çalışılmıştır.

Çalışmanın amacı, akışkan içerisinde dalmış cisimlerin geometrisinde yapılacak değişiklikler yardımıyla toplam direnci düşürmektir.

Çalışmada üzerinde durulan konular: mekaniğin temel kanunlarından yola çıkarak akım içerisinde cisme etkiyen kuvvetler, türbülanslı akış, sınır tabaka koşulları olup çeşitli uygulama ve örneklerin desteği ile de yeni fikirler sunulmuştur.

Anahtar kelimeler: Reynolds sayısı, Hız Vektörü, Navier Stokes, $k-\epsilon$ Türbülans Modeli, Direnç , Yüzen cisim, Pürüzlülük

ABSTRACT

Cause of developments in the computer technology, most of the sectors use the simulation of their product to see how they run before manufacturing. Starting from this point, we worked on the research of floating bodies.

The aim of this research is to reduce the total resistance of immersed bodies in the fluid environment through the deformation made on the body.

The main subjects concentrated in this research are fluid forces on the body, turbulence energy, boundary layer conditions founded through the common equations of mechanics, and putting forward new ideas supported by some related applications and examples.

Keywords: Reynolds Number, Velocity Vector, Navier Stokes, $k-\epsilon$ Turbulence Model, Resistant , Floating Bodies, Roughness

1. GİRİŞ

Akışkan içerisinde ilerlemeye çalışan ya da akışa karşı direnç uygulayan cisimlerin şekil yapısını incelemek cismin dış yapısı hakkında yorum yapılmasını sağlar. Akışkanın hareketlerini incelemek için matematiksel modelleme ya da deneysel yöntemler kullanılır.

Dünyanın her yerinde akışkanlar mekaniğinde problemlerin simülasyonlu çözümü kullanılmaktadır. Bu çalışmaya başlamadan önce hesaplamalı akışkanlar mekaniği (HAM) veya uluslararası tanımıyla computer fluid dynamics (CFD) konusunda yapılmış ulusal ve uluslararası çalışmalardan bazıları şunlardır:

S. H. RHEE ve F. STERN, “Unsteady Rans Method For Surface Ship Boundary Layer And Wake And Wave Field” adlı çalışmalarında gemi hareketlerini ortalananmış Reynolds Navier Stokes yöntemi kullandılar. Hareket halindeki bir geminin baştan gelen dalgalara karşı uyguladığı direnci ve ilerleme hareketinden dolayı oluşan dümen suyunun yapısını 2 boyutlu olarak görüntülediler. Geminin dalgalı ortamdaki hareketleri, türbülanslı akışta etkisi ve lineer olmayan etkileşim içeren sonuçları içeren bilgiler ile potansiyel akış sonuçlarından değerler ortaya koydular.

CARRICA, WILSON VE STERN, “Unsteady RANS Simulation Of The Ship Forward Speed Diffraction Problem “ başlıklı çalışmalarında sınır tabakada türbülans enerjisini ve kaybını bulmak için $k-\epsilon$ ve $k-\omega$ türbülans modellerini kullanarak, aynı genlikteki iki farklı hız ve boydaki dalganın ilerleyen bir geminin kıçındaki akışkan hareketlerini bilgisayar desteği ile görüntülediler.

KOÇYİĞİT N. ve ÜNAL M.F.,” Askı Ve İleri Uçuştaki Bir Helikopter Gövdesinin Aerodinamik Katsayılarının Fluent® Kullanılarak Hesaplanması “ adlı çalışmalarında, askı ve ileri uçuş hallerinde helikopter gövdesi etrafındaki akımın ve buna karşı gelen yüzey basınç dağılımının sayısal olarak incelediler.

Çalışmalarının amacını şu şekilde açıkladılar: Hava araçlarının tasarımında istenen ölçütlerin en başında genellikle sürüklemenin azaltılması amaçlandığının, buradan hareketle, atmosfer içinde hareket eden bir cismin aerodinamik sürüklemesi teğetsel ya da yüzey sürtünme kuvvetleri ile normal ya da cismin yerel normal vektörüne paralel fakat ters yöndeki basınç kuvvetlerinin toplamı olarak tanımlanabilir. Çok az taşıma üreten ya da hiç üretmeyen, akışın yüzeyden çoğunlukla ayrılmadığı cisimlerde sürüklemenin temel kaynağı yüzey sürtünmesidir. Kısaca tanımlama yaparsak; akış içindeki her hangi bir cisim üstünde oluşan toplam sürüklenme kuvveti, yüzey sürtünme kuvveti ile yüzey üstündeki basınç kuvvetinin

birleşmesinden meydana geldiğini belirttiler. Bu havacılık sektöründe bir görüş olmasına karşın akışkanlar mekaniğinin aynı koşulları sağladığı farklı bir alanında da (örneğin denizcilik gibi) uygulanabilir.

Yüzey yapısının etkileri ile ilgili çalışmalar arasında bu çalışmanın amacına en uygun olanlardan biri Andre Bakker'in bir futbol topu civarındaki akımı incelediği çalışmadır. BARKER, bu çalışmasında amerikan futbol topunun dikişli ve dikişsiz olmak üzere iki farklı durumu için top çevresindeki akımı modellemiş ve bunu simüle etmiştir.

Bu konudaki diğer bir çalışma da ANDERSON ve arkadaşları tarafından balıklar için yapılmış olduğu çalışmadır. Bu çalışmada özel bir balık türü seçmişler ve bu balığın üzerindeki kuvvet değişimini hazırladıkları düzenekte kaydetttiler. Bu sayede balığın formunun direnç üzerindeki etkisini incelemişlerdir.

Bu çalışmada tamamen akışkan içinde bulunan bir cismin yüzeyindeki akım hareketlerini (dış akım) incelenmiştir. Çalışmada akışkanlar mekaniğinin görselliğinden yararlanılmıştır. Cisim yüzeyindeki akımda belli bölgelerdeki hız, basınç, sıcaklık, viskozite ve türbülans enerjisi gibi değişken değerlerin okunması ve yorumlanması ile çalışma tamamlanmıştır.

Hesaplamalı akışkanlar mekaniği (HAM) olarak ifade edilen yöntemleri kullanırken, bir paket program olan fluent programından yardım alınmıştır.

2. HIZ - BASINÇ

Teorik veya deneysel akım problemlerinde, akışkana ait fiziksel büyüklükler zamanın ve konumun fonksiyonun olarak yazılır ve böylece akım problemi çözülür hale gelir.

Problemleri incelemek ve çözmek için iki farklı görüş vardır: İlk görüş olan Euler tanımlama yöntemidir. Akış alanındaki parçacıkların hareketleri süresince uğradıkları basınç değişimleri $p(t)$ yerine akışa $p(x, y, z, t)$ basınç alanını hesaplarız.(WHITE, 2003)

İkinci görüş olan Lagrange tanımlama yöntemi akış alanında hareket eden akışkan parçacıklarının izlenmesi prensibine dayalı bir yöntemdir. Bu yöntemde akışkanın tümü değil sadece belirlediğimiz parçacığı için sonuçlar elde ederiz. Akışkanın bütünü için bir çözüm yapmak, akışkanlar mekaniği problemleri için daha uygun olduğundan, Euler yöntemi akım problemleri çözmeye daha uygun bir yöntemdir.

Akışkanlar mekaniğinde kullanılan en önemli iki fiziksel büyüklük hız ve basınçtır. Akımın yapısı hakkında fikir veren hız fonksiyonu, konumun zamana göre birinci dereceden türevidir. Zamanın ve konumun vektörel fonksiyon olan hız $\vec{V}(x, y, z, t)$, akışkanın en önemli özelliğidir.

$$\vec{V}(x, y, z, t) = \vec{i}u(x, y, z, t) + \vec{j}v(x, y, z, t) + \vec{k}w(x, y, z, t) \quad (2.1)$$

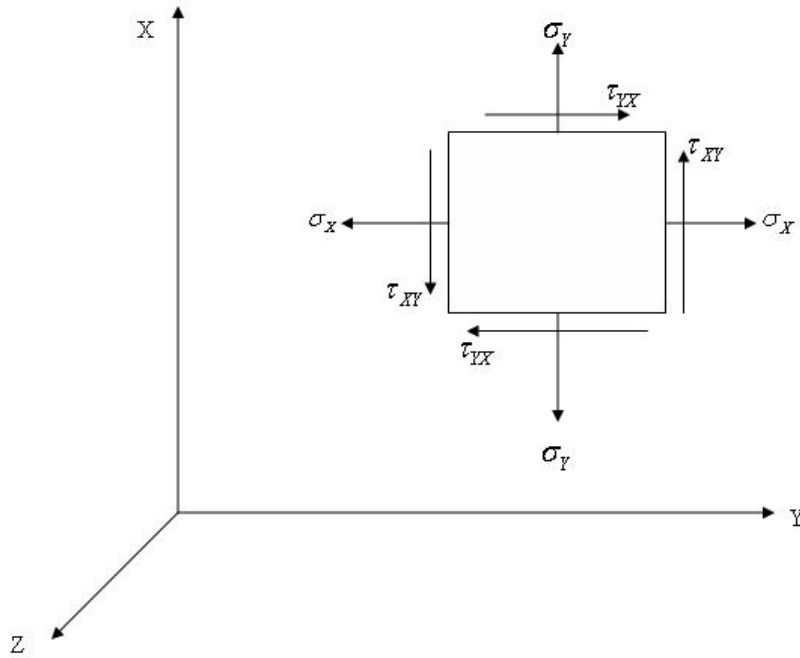
İvmeden açısal hıza, kesme gerilmesinden viskoz basınçlara kadar birçok kinematik özellik olarak tanımlanmış büyüklüklerin matematiksel yazılımında hız vektörü kullanır. Bunlardan başka hız vektörü akışkanın basınç (p), sıcaklık (T) ve yoğunluk (ρ), başta olmak üzere termodinamik özellikleriyle de ilişkilidir.

Basınç en basit tanımıyla birim alana etkiyen kuvvettir. Kuvvet vektörel bir büyüklük olmasına karşın basınç skaler bir büyüklüktür. Basıncın önemi cisim üzerindeki kuvvetlerin hesabı için gereklidir. Akışkan içersinde bulunan hareketli bir cisme etkiyen basınç ya da bir akım içerisinde durağan halde bulunan bir cisme etkiyen basınç, cisim üzerinde kuvvetler oluşmasına neden olur. Kısaca bu kuvvetlere akışkanın direnci denir.

3. DİRENÇ

Sakin bir sıvı içersinde yüzen bir cismin akışkana değen yüzeyine hidrostatik basınç kuvvetleri etkir. Üç boyutlu uzayda, yatay yönde etkiyen kuvvetler birbirini dengelediğinden bu kuvvetlerin toplamı sıfır olur. Düşey yönde ise etkiyen kuvvetler ise akışkan içindeki hacmin merkezine etkir .

Cisim ya da etrafındaki akışkan belli bir hızla hareket ettiğinde, cismin akışkana değen yüzeyinde akışkanın viskozitesi etkisiyle harekete ters yönde etki eden ve yüzeye teğet kuvvetler oluşur. Cisim üzerinde iki farklı kuvvet etkimiş olur: Akım içerisindeki hareketi sırasında, cismin yüzeyine akışkan basıncı ve viskozite etkisi ile oluşan kuvvetler etki eder. (şekil 3.1)



Şekil 3.1 Cisim üzerindeki viskoz basınçlar ve teğetsel gerilmeler

Akım içinde bulunan cisme etkiyen teğetsel gerilmeleri şu şekilde matematiksel olarak ifade edebiliriz:

$$\begin{aligned}\tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \tau_{zx} = \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)\end{aligned}\tag{3.1}$$

Şekilde ve denklemlerde τ olarak gösterilen ifade yüzeye paralel gelen ve akışkanın ya da cismin hareketli olmasından kaynaklanan kesme gerilmesidir. Bir akışkana kayma gerilmesi uygulandığında, akışkan viskozite katsayısı (μ) olarak adlandırılan bir şekil değiştirme hızında hareket etme başlar. Kısaca viskoziteyi akmaya karşı gösterdiği direnç olarak ifade ederiz. μ gerilme ve zaman boyutuna sahiptir. Birimi $\frac{\text{kütle}}{\text{yol.zaman}}$ olarak yazılır ve SI birim sisteminde

$\frac{\text{kg}}{\text{metre.saniye}}$ 'dir. Gerilme denkleminde (τ) uyan akışkanlara, bu direnç yasasını ilk defa

öneren Sir Isaac Newton'a ithafen, Newton tipi akışkan denilmektedir. (WHITE, 2004)

Konum vektörleri x, y, z ve hız u, v, w vektörleri olarak ifade edilir.

Şekilde gösterilen ve cisim üzerine etkiyen dik basınçların matematiksel ifadesi ise aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -P - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \\ \sigma_y &= -P - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \\ \sigma_z &= -P - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}\end{aligned}\tag{3.2}$$

Denklemlerde yüzey üzerindeki dik basınç σ olarak ifade edilir. Kesme gerilmesinden farklı

olarak P ısı transferinin olduğu uygulamalar için termodinamik basınç olarak ifade edilebilir. Isıl değişimlerin olmadığı bu çalışmada hesaba katılması gerekmeyken bir ifadedir. (KAYS, CRAWFORD -1993)

Bir cismin akışkan içerisindeki hareketi sırasında, cismin yüzeyine akışkan basıncı ve viskozitenin etkisi ile gerilme kuvvetleri etki eder. Cismin hareketi veya akışkanın hareketi sırasında, cisim üzerinde akışkan etkisiyle oluşan kuvvetler; cisim yüzeyine dik ve teğet doğrultuda bileşenlere ayrılabilir. Teğetsel bileşenler kesme kuvvetlerinden oluşur ve bunların yüzey boyunca integrasyonu, yüzeye teğet yatay bir kuvvet verir ki, buna sürtünme direnci denir. Yüzeye dik kuvvetlerin hareket doğrultusundaki yatay bileşenine basınç direnci denir. Cisim yüzeyine dik ve teğet bu iki kuvvet birlikte, cismin toplam direnci oluşturur.

Denetim yüzeyleri üzerinde net kuvvete neden olan ve diferansiyel olarak yukarıda gösterilen gerilmeler dalmış cisimlerin etrafındaki akımın çözülmesinde kullanılacak diferansiyel denklemlerin çıkarılmasında tekrar görülecektir.

Sürtünme direnci, sınır tabakada su ile cisim yüzeyinin sürtünmesine bağlı bir kuvvet (kesme kuvveti), viskoz basınç direnci ise, akıntı yönünde hareket eden girdabın oluşmasındaki enerji kaybı ile ilgili kuvvet şeklinde açıklanabilir. Girdap ve sürtünme dirençleri sadece viskoz ortamlarda yani gerçek akışkan halinde oluşur, ideal akışkan halinde oluşmazlar.

3.1 Direnci Etkileyen Faktörler

Direnç, cismin etrafındaki akışkanın hareket doğrultusuna ters yönde etki eden kuvvetler toplamı tanımlanmıştır. Viskoz olmayan ideal bir akışkan içerisine dalmış bir cisim hareket edince, etrafındaki akışkan parçaları da hareketlenecektir. Cisim etrafında oluşacak basınç değişimleri, akışkanın ideal olmasından dolayı bir dirence neden olmaz. Bunu önceden verilen denklemlerde viskozite yerine sıfır değeri verdiğimizde kesme gerilmesinin ve viskoz basıncın sıfır olmasıyla da anlaşılır.

Cisim akışkan içerisine tamamen batırıldığından serbest yüzey yoktur. Bu sebeple direnç hesaplarında serbest yüzeyden kaynaklanan (dalga direnci gibi) dirençler dikkate alınmaz.

Gerçek bir akışkan içerisinde, yeterli bir derinlikte akışkanın viskozitesi nedeniyle sadece viskoz direnç oluşur. Gerçek bir akışkan içerisinde yüzen bir cisim, hem sürtünme direnci hem de artık direnç oluşur.

Artık direnç, akışkan viskozitesi ve türbülans etkisiyle oluşan yüzeye dik gerilmelerin

entegrasyonu ile bulunan viskoz basınç direncinin toplamıdır. Diğer bir deyişle toplam dirençten sürtünme direncinin çıkarılmasıyla geriye kalan dirençtir.

Eğer serbest yüzey olması durumunda (örneğin gemi etrafında oluşan dalga direnci) direnç viskoz basınç direnci ve dalga yapma direncinin toplamıdır. (BAYKAL, DİKİLİ 2002)

$$\text{Toplam Direnç} = \text{Sürtünme Direnci} + \text{Artık Direnç} \quad (3.3)$$

3.2 Sürtünme Direnci

Akışkanın cisim etrafındaki hareketi boyunca cismin yüzeyine yakın bölgede ve akımın giriş noktasından çıkışa kadar artan türbülans hareketleri gözlenir. Deneyler sürtünme direncinin yavaş gemilerde toplam direncin neredeyse %80-85'i ve süratli teknelerde %50'si olduğunu göstermektedir.

Froude'un sürtünme üzerine yaptığı deneylerinde 0,61 metre ile 15,2 metre arasında düz ahşap levhalar kullanmıştır ve 0,5 m/s hız ile 4,1 m/s hızlarda incelemiştir. Sonuç olarak direnç için aşağıda gösterilen deneye dayalı formülü verildi:

$$R = fSV^n \quad (3.4)$$

Burada $R(N)$ direnci, $S (m^2)$ toplam yüzey alanı, $V (m/s)$ hızı ifade eder. f ve n cismin boyuna ve şeklinin tipine bağlı değişkenler olup çizelge 3.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 3.1 Froud'un Yüzey-Sürtünme Katsayıları

Yüzey Tipi	f	$\frac{2}{n}$	k	/	$\frac{8}{n}$	k	/	$\frac{20}{n}$	k	/	$\frac{50}{n}$	k
Vernik	0.004	2.000	0.004	0.005	1.880	0.004	0.004	1.850	0.003	0.004	1.830	0.003
Parafin	0.004	1.950	0.004	0.004	1.940	0.003	0.003	1.930	0.003	—		
Patiska	0.010	1.930	0.008	0.008	1.920	0.006	0.007	1.890	0.006	0.006	1.870	0.006
İnce kumlu	0.008	2.000	0.007	0.006	2.000	0.005	0.005	2.000	0.004	0.004	2.060	0.003
Orta kumlu	0.009	2.000	0.007	0.006	2.000	0.005	0.005	2.000	0.005	0.005	2.000	0.005
Kalın Kumlu	0.010	2.000	0.009	0.007	2.000	0.005	0.006	2.000	0.005	—	—	—

Sonuçlar, Torquay'da su içinde ve ahşap plakalar içindir. (Britanya 1872 ve 1874)

Not: k olarak gösterilen değer ilk sütunda verilen f değerinin bir yüzey için ft cinsinden uzunluğuna eşittir.

Çizelge 3.1'de gösterilen n katsayısı plakalarımızın ft birim sistemine göre hangi katsayılar kullanılacağını gösterir. Örneğin 50ft(15,2m) vernikli bir plaka için $n = 1,83$ 'dür. (Principles of Naval Architecture,1988)

Uluslararası model deney tankları konferansında (ITTC) kabul edilen esaslara göre, bir cismin toplam direnci R_T birbirini etkileyen bileşenleri yüzeye dik veya teğet kuvvetlere, viskoz veya ağırlık kuvveti etkisiyle oluştuğuna, Reynolds veya Froude benzerliğinin gerçekleşmesi durumuna göre belirtilir. (BAYKAL, DİKİLİ 2002)

Newton tipi akışkanlarda akışkanın viskoz davranışlarının incelenmesinde kullanılan başlıca değişken boyutsuz Reynolds Sayısıdır. Bir fizik profesörü olan *Osbourne REYNOLDS* (1842–1912) hidrolik ve hidrodinamik alanlarında çalışmalar yapmıştır. Katı ve sıvı cisimler Akımlar birçok yönden sınıflandırılabilir, ancak kayıpların hesaplanması açısından akımın laminer ya da türbülanslı oluşu önem artırır. Bu ayırım, akışkan taneciklerinin bağımsız

hareketlerine bağlıdır ve bu iki tip akımı ayırmak için kullanılan ölçüt, ilk defa *Osbourne Reynolds* tarafından hesaplanan Reynolds sayısıdır. Isı transferi üzerine çalışmalar yapan Reynolds, sıra dışı tipte yoğunlaştırıcı tasarımı üzerinde durmuştur. Türbin pompaları üzerine yaptığı çalışmalar, hızlı akışla ilgili geliştirdiği fikirlerinin temelini oluşturmuştur.

Atalet kuvvetlerin viskoz kuvvetlerine oranıyla elde edilmiş bu değişkenin matematiksel ifadesi şu şekildedir:

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} \quad (3.5)$$

Burada ρ ($\frac{kg}{m^3}$) özgül kütle, V ($\frac{m}{s}$) hız, μ ($\frac{kg}{m s}$) mutlak viskozitedir. Dinamik viskozite olan $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ olarak denklemde kullanılabilir.

Reynolds sayısına bağlı olarak akım hatlarının (ilerde açıklanacak) ve direncin değişir ve boyutsuz sürtünme direnci katsayısı C_f ' in Reynolds sayısının fonksiyonu olduğu kabul edilir. Baker(1915) uzun tahtalar kullanarak yaptığı çalışmaların sonucunda aşağıdaki bağıntıyı açıklamıştır:

$$C_f = \frac{R_f}{\frac{1}{2}\rho S V^2} \quad (3.6)$$

R_f (N) sürtünme direnci, ρ ($\frac{kg}{m^3}$) özgül kütle, V ($\frac{m}{s}$) hız, S (m^2) akışkana değen yüzey alanı olarak tanımlanır. $\frac{1}{2}$ çarpanı sürtünmesiz akıştaki basınç, hız ve yükseklik arasındaki daimi akış enerji denklemi olan Bernoulli Denkleminden gelir. Reynolds sayısının düşük değerleri dışında Froude'un sonuçlarına yakınlık gösterir. Laminer akımda, Reynolds sayısı ve sürtünme katsayısı bağıntısı Blasius (1908) şu denklemle göstermiştir:

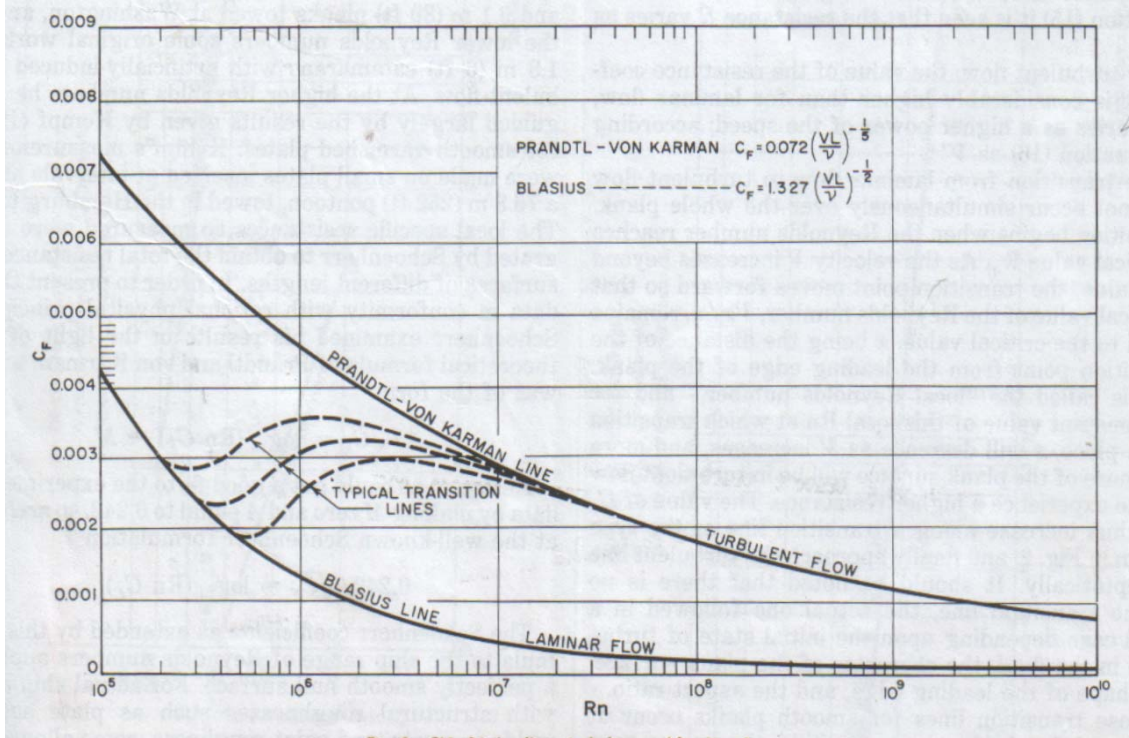
$$C_f = 1,327 \left(\frac{VL}{\nu} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

Prandtl-Von KARMAN (1921) sürtünme katsayısını türbülanslı akım için düzenledi:

$$C_f = 0,0072 \left(\frac{VL}{\nu} \right)^{-\frac{1}{5}} \quad (3.8)$$

Çizelge 3.2’de türbülanslı ve laminar akımda sürtünme katsayısı ve Reynolds sayısı arasındaki ilişki gösterilmiştir. (Principles of Naval Architecture, 1988)

Çizelge 3.2 Yüzey sürtünme çizgileri, türbülanslı ve laminar akım



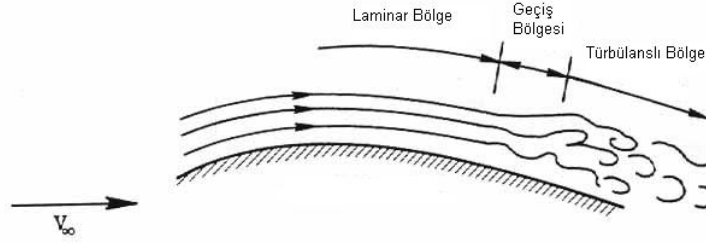
Akım içersindeki akışkan parçacıklarının yörüngesi düzgün olduğu durumlardaki akım için laminar tanımlıdır. Düşük Reynolds sayılarında bu durum görülebilir. Yine aynı şekilde Reynolds sayısının artmasına bağlı olarak akımın türbülanslı akışa dönüştüğü görülmektedir.(Şekil 3.2)

$$Re < 3 \times 10^5$$

Akım Laminar

$$Re > 3 \times 10^5$$

Akım Türbülanslı



Şekil 3.2 Bir eğri yüzey üzerinde laminar ve türbülanslı akım

Cisim veya akışkanın artan hızı ile Reynolds sayısı büyür ve sınır tabaka içinde akım çizgilerinin düzgünlüğü bozulur. Sınır tabakanın tanımını bir sonraki bölümde açıklanmıştır. Akım çizgileri düzensiz bir hale gelince türbülanslı hale dönüşür. Sınır tabaka içinde akışkanın cinsine, cisim veya akışkanın hızına, akışkan içindeki cismin biçimi, boyu ve yüzey durumu ile suyun derinliğine bağlı olarak laminar, geçiş bölgesi (laminer-türbülans) karışımı veya tamamen türbülanslı akım hali oluşur. Akım hatlarının bozulmaya başladığı konumdaki Reynolds sayısına kritik Reynolds Sayısı denir.

4. SINIR TABAKA

Cisimler etrafındaki akışa dış akış denir. Cismin yüzeyinin yakınlarında ve art izinde viskoz etkisi olur. Viskoz tabakalar denilen bu akım hatlarının kalınlıkları sınırlı olmasına karşın genişlemesinde bir sınır yoktur. (WHITE, 2004)

Ludwig Prandtl (1875–1953) yüzeye yakın yerlerde sınır tabakanın (1904) etkili olduğunu onun dışında ise sürtünme kuvvetlerinin olmadığı durumlarda Bernoulli denkleminin uygulanabileceğini göstermiştir. Gerçek (viskoz) bir akışkanın katı bir cismin yüzeyi ile temasında iki farklı akım bölgesinin oluştuğunu belirtmiştir. İlk bölge hızın oldukça çabuk değiştiği ve içinde kesme gerilmelerinin oluştuğu (viskoz etkilerin görüldüğü) yüzey civarındaki ince sınır tabaka ile diğeri sınır tabaka dışında viskoz olmayan ve hızın cıdardan uzaklaşma ile değişmediği sabit hızlı akış bölgesidir. Cisim yüzeyine değen akışkanın hızı daima cisme göre sıfır olur. Viskozitenin çok küçük olduğu ve yüzeyin pürüzsüz olduğu durumlarda bile böyledir.

Cisim yüzeyi ile temas eden akışkanın hızı sıfırdır ve yüzeyden uzaklaştıkça akışkan tabakalarının birbirini yavaşlatma etkisi azalır ve akışkan cisim yüzeyinin etkisinden kurtularak sabit bir hızda akar. Akışkan hızının cismin yüzeyindeki sıfır değerinden, üniform akım hızına eriştiği kısma kadar olan hız değişim bölgesine sınır tabaka denir.

Sınır tabaka kalınlığı şekil 4.1’de de görüleceği üzere cismi dış yüzeyi ile üniform akımın başlangıcına olan mesafe olarak gösterilir.

Çevresinden akım gecen bir cismin yüzeyindeki sınır tabakaların çok ince olmasından dolayı sürtünmesiz dış tabaka üzerinde yer değiştirme etkisi yok sayılır. Bundan şu anlaşılır; dış yüzey boyunca basınç dağılımı sınır tabaka dikkate alınmadan sürtünmesiz akış kabul edilerek hesaplanır. Bu durum yüzey boyunca momentum denklemleri yazmamızı sağlar.

Sınır tabaka içinde yüzeye dik doğrultuda, laminar akım halinde lineer olan hız dağılımı, türbülanslı akışa dönüşür ve parabolik bir hız dağılımı gösterir. Sınır tabaka kalınlığı şu iki ampirik formüle göre hesaplanabilir:

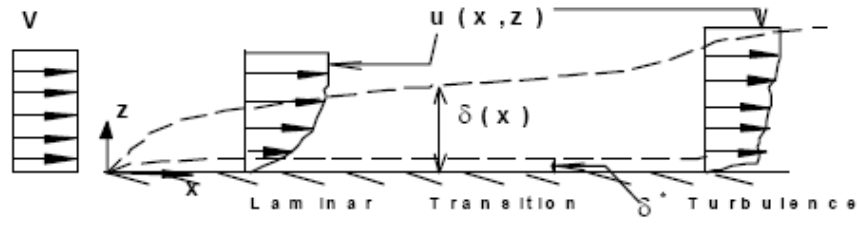
$$\text{Barker formülü : } \delta^2 + 1,5\delta = 0,02x$$

$$\text{Allen formülü : } \delta^2 + 4\delta = 0,065x$$

δ : Sınır tabaka kalınlığıdır (ft)

x : Sınır tabaka kalınlığının hesaplandığı konumun cismin akışkanın akış yönüne temas ettiği

mesafeye olan uzaklıktır.



Şekil 4.1 Laminer akımda sınır tabaka

5. ANALİZ YÖNTEMLERİ

Durağan (statik) haldeki bir akışkan problemini çözmek için serbest yüzeyin konumu ve akışkanın yoğunluğu gibi kolay ulaşılabilen bilgiler yeterli olacaktır. Akışkanın hareketli olduğu problemler yani akış problemleri çoğunlukla mekaniğin yasaları, cismin-sistemin geometrisi, sınır koşulları belli olan bir akım hareketinin herhangi bir anda ve konumdaki çözümlenmesine ihtiyaç duyar.

Cisim etrafındaki akımın çözümlenmesi ve dış akış görüntülemesinde, akışkanın viskoz, sürekli ve sıkıştırılmaz olarak kabul ettiğimiz koşullarda, cismin yüzey formunun, ortam şartlarının iyi analiz edilmesi gerekir.

Akışkanı görüntülemeye matematiksel ve deneysel yöntemler kullanılır. Başlıca üç yöntem şunlardır:

1. Denetim hacmi çözümlenmesi
2. Diferansiyel çözümleme
3. Deneysel çözümleme

Bu üç yöntem sırasıyla büyük ölçek analizi, küçük ölçek analizi ve boyut analizi olarak da geçmektedir.

Yöntemlerin tarihçelerine bakılırsa diferansiyel çözüm yöntemi ilk olarak 18. yüzyılda Euler ve Lagrange ile başladı. Deneysel çözümleme 19. yüzyılın sonunda Lord Rayleigh ile gelişmiştir. Eulerin önerdiği denetim hacmi yöntemi yirminci yüzyılın ilk yarısında başlamıştır. Denetim hacmi yöntemi en çok kullanılan yöntemdir. Bunun sebebi kısa sürede ve maliyet gerektirmeyen bir yöntem olmasıdır. Diferansiyel çözümler oldukça zaman almaktadır. Bilgisayarların işlem gücünün artmasıyla bu yöntem daha kullanışlı hale gelmiştir. Deneysel çözümlemede zaman, para eksikliği ve ölçeklendirme sorunlarıyla karşılaşılır.

6. DENETİM HACMİ ÇÖZÜMLENMESİ

Sistem, mekaniğin yasalarının özellikleri bilinen ya da bilinmeyen bir kütlenin herhangi bir miktarı ile tanımlanan bölgeye denir. Bu bölge dışında kalan her şeye çevre denir. Sistem ve çevresi arasındaki etkileşim mekanik yasaları ile olur.

Kütlenin korunumu olarak geçen mekanik yasası, sistem içersindeki kütlenin sabit olduğunu ifade eder. Matematiksel gösterimi şu şekildedir:

$$\begin{aligned} m_{\text{sist}} &= \text{sabit} \\ \frac{dm}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Sistem üzerine etkiyen net kuvvet Newton'un ikinci yasası kütlenin ivmeleneceğini ifade eder. Kuvvetin (F) matematiksel ifadesi şu şekildedir:

$$F = m \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (6.2)$$

Burada $\frac{d\vec{V}}{dt}$ diferansiyel denklemi skaler V hızının zamana göre birinci türevi olan ivmeyi göstermektedir. m ise kütledir.

Akışkan elemanı basınç, yerçekimi ve viskoz kuvvetler dengede tutar. Tüm bu kuvvetlerin toplamı akışkan elemanına etkiyen net kuvvettir:

$$\rho a = \sum f = \sum f_{\text{basınç}} + \sum f_{\text{yerçekimi}} + \sum f_{\text{viskoz}} = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 V \quad (6.3)$$

Bu denklemden sürtünmeli sıkıştırılmaz akışkanın diferansiyel denklemi görülüyor. Akışkanlar mekaniğinde Newton Yasasına doğrusal momentum bağıntısı denir. Vektörel bir yasadır ve üç skaler bileşeni vardır:

$$\begin{aligned} F_x &= ma_x \\ F_y &= ma_y \\ F_z &= ma_z \end{aligned} \quad (6.4)$$

Kütle merkezine göre moment uygulanması durumunda, bir dönme etkisi olur. Bunu matematiksel ifadesi şu şekilde olacaktır:

$$M = \sum \frac{dH}{dt} \quad (6.5)$$

$$H = \sum (r \times \vec{V}) \delta m \quad (6.6)$$

H, sistemin kütle merkezine göre açısal momentumudur. Skaler değişken olduğundan, moment denklemi üç koordinat için de yazılmalıdır.

Sisteme eğer bir ısı verilirse (Q) ve sistem bir iş yaparsa (W) , sistemin enerjisi (E) termodinamiğin birinci yasasına göre değişir:

$$dE = \delta Q - \delta W \quad (6.7)$$

6.1 Reynolds Transport Teoremi

Denetim hacmi ya da yüzeyi olarak adlandırılan bölge içinde akışkan problemleri çözülür. Mekanikğin temel yasalarının zamana göre türevleri alınarak belli bir denetim bölgesine uygulanır ve akışkanın değişen özellikleri incelenir. Reynolds Transport Teoremi akışkan özelliklerinin değişiminin izlenmesinde kullanılır.

Teoremin uygulaması denetim hacminin yapısına, durağan veya hareketli olmasına göre değişir. Örneğin bir geminin hareketinin incelenmesi gibi hareketli denetim hacmi ya da bir vanadaki akışın incelenmesi sabit denetim hacmi için farklı bağıntılara ihtiyaç vardır.

Denetim hacminin yüzeyleri, hacim integrali ve sistemin hızı arasındaki bağıntıyı Reynolds Transport teoremiyle yaparız. Akışkanlar mekaniğinin temel yasalarının integralleri bazı Kütle, doğrusal momentum açısal momentum ve enerji gibi matematiksel ifadelerle denk gelir.

6.2 Kütlenin Korunumu

Genel matematiksel ifadesi:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_{DH} \rho d\forall \right) + \int_{DY} \rho (V_b \cdot n) dA = 0 \quad (6.8)$$

Burada $\forall$ hacim, V_b bağıl hız, ρ yoğunluk, DH denetim hacmi, DY denetim yüzeyi, A denetim hacminin yüzeyini, m kütleyi ve t zamanı ifade eder. Eğer denetim hacmine belirli miktarda kütle giriş çıkışı varsa:

$$\int_{DH} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\forall + \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{çıkan} - \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{giren} = 0 \quad (6.9)$$

Olarak yazılır. Akışkanın yoğunluğu zamana göre değişmiyorsa denklem iyice sadeleşir. Sıkıştırılmaz akışkan diye adlandırılan bu kavramın matematiksel gösterimi şöyledir:

$$\sum_i (\rho_i A_i V_i)_{çıkan} = \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{giren} \quad (6.10)$$

6.3 Doğrusal momentum

Doğrusal momentum Newton yasasına göre hız (V) ile kütlenin (m) çarpımıdır. İfade incelenecek olursa momentum denkleminin zamana göre türevi Newton'un ikinci kanunu yani $F=ma$ şeklinde karşımıza çıkacaktır.

Reynolds Transport Teoremine bunu uygulanması yani momentum denkleminin zamana göre türevi alınarak denetim hacmindeki doğrusal momentum denklemi bulunur:

$$\frac{d}{dt}(m\vec{V}) = \sum F = \frac{d}{dt} \left(\int_{DH} \vec{V} \rho d\forall \right) + \int_{DY} \vec{V} \rho (\vec{V}_b \cdot \vec{n}) dA \quad (6.11)$$

Burada “n” yüzey normalidir. $\vec{V}$, ivmelenmeyen koordinat sistemine göre akışkanın mutlak hızı ifade eder. Denetim hacmi için tek boyutlu akım girişi ve çıkışı yapılrısq denklem şu şekilde basit bir hal alır:

$$\sum F = \frac{d}{dt} \left(\int_{DH} \vec{V} \rho d\forall \right) + \sum (\dot{m}_i V_i)_{çıkan} - \sum (\dot{m}_i V_i)_{giren} \quad (6.12)$$

Net kuvvet, denetim hacmi momentum vektörünün değişim hızının çıkan momentum akısının ile toplamı, eksi çıkan momentum akısına eşit olduğunu ifade eder.

6.4 İvme Alanı

Newton'un ikinci yasasına göre ivme vektör alanını ifade etmek için hızın zamana göre birinci türevi alınır.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = i \frac{du}{dt} + j \frac{dv}{dt} + k \frac{dw}{dt} \quad (6.13)$$

Hızın skaler bileşenleri olan u, v, w konumun (x, y, z) zamana göre türevleridir. İvmeyi skaler değişkenlerin zamana göre türevleri şeklinde ifade edilirse:

$$\frac{du(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (6.14)$$

Burada x yönündeki değişim görülmektedir. ∇ gradyen operatörüdür ve şu şekilde gösterilir:

$$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \quad (6.15)$$

İfade u hızının tam türevi olarak yazılırsa aşağıdaki hali alır:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) u \quad (6.16)$$

Bu ifade v, w skaler hızları içinde aynı şekilde yazılır. Tek vektör içinde toplanırsa ivme vektörü şu genel denklemle yazılır:

$$a = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \quad (6.17)$$

$\frac{d\vec{V}}{dt}$ yersel ivme olarak gösterilen ve akışkanın zamana bağlı değişimini ifade eden denklemdir. Genel denklemin kalan ifadeleri taşınım ivmesidir ve hızın konuma bağlı değişimini gösterir.

7. DİFERANSİYEL ANALİZ

Denetim hacmindeki kütle, kuvvet enerji gibi etkileri sonsuz küçük bir akışkan bölgesini inceleyerek akıştaki değişimleri nokta nokta inceleyebilir. Bu yöntemle diferansiyel analiz denir.

7.1 Süreklilik denklemi

Üç boyutlu koordinat sisteminde, sonsuz küçük kübik bir denetim hacmi için alanı diferansiyel ifade edilirse (örneğin) x doğrultusundaki sonsuz küçük alan $dydz$ olarak ifade edilir. Aynı şekilde diğer alanlar için de bu bu şekilde hız doğrultuya göre alan diferansiyel olarak ifade edilir. Hacim integrali denetim hacminin çok küçük olmasından dolayı şu şekilde basit bir diferansiyel ifadeyle gösterilir:

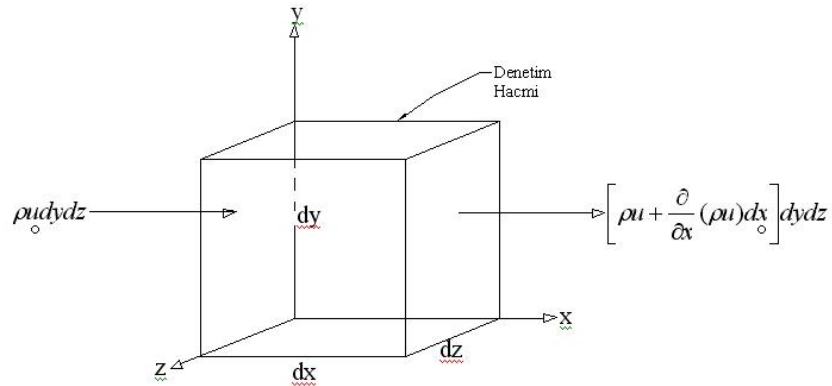
$$\int_{DH} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \approx \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz \quad (7.1)$$

Kütlenin korunumunu giriş kütle debisi ve çıkış kütle debisi olarak iki şekilde diferansiyel olarak ifade edilirse x doğrultusu yani $dydz$ yüzeyine dik doğrultudaki kütle aktarımı (Şekil 7.1) için giren kütle debisi ve çıkan kütle debisi sırasıyla:

$$\left(\rho u + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u dx) \right) dy dz \quad (7.2)$$

$$\rho u dy dz \quad (7.3)$$

olarak ifade edilir.



Şekil 7.1 Kartezyen sistemde x doğrultusunda giren-çıkan kütle akışı

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_{DH} \rho dV \right) + \int_{DY} \rho (V_b \cdot n) dA = 0, \text{ kütlenin korunumu denkleminde giriş ve çıkış debileri}$$

yerine koyulursa denklem şu hali alır:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dx dy dz + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) dx dy dz + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) dx dy dz = 0 \quad (7.4)$$

Hacim değişkeni denklemden çıkartılarak sadeleştirilirse süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0 \quad (7.5)$$

ifadesi ile yazılır.

Yoğunluk ve hızın daimi olduğu bu diferansiyel denklem süreklilik denklemi olarak adlandırılır. Gradyen operatörünü ile süreklilik denklemini daha sade biçimde yazarız.

Gradyen operatörünü denklemden kullanılabılır başka bir değişle skaler hız değişkenlerinin olduğu terimler ρV 'nin diverjansıdır. Süreklilik bağıntısını son hali :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (7.6)$$

olarak gösterilir.

Sürekli ve sıkıştırılabilir bir akımda $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ olur ve akımın sürekliliği konumun fonksiyonu olur:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0 \quad (7.7)$$

Sürekli ve sıkıştırılamaz bir akımda yoğunluk değişimleri ihmal edilir. Bu durumda

$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ olur ve süreklilik denkleminde çıkartılır. Böylece süreklilik denklemi:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (7.8)$$

ifadesi ile en sade ve basit halini alır.

Kartezyen koordinat sistemde doğrusal süreklilik denklemi şu şekilde gösterilir:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7.9)$$

7.2 Momentum diferansiyel denklemi

Aynı akımın sürekliliği denkleminde olduğu gibi doğrusal momentum denklemi de çok küçük bir denetim hacminin incelenmesinde doğrusal momentum denklemleri kullanılır.

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt} \left(\int_{DH} \vec{V} \rho d\forall \right) + \sum (\dot{m}_i V_i)_{çıkan} - \sum (\dot{m}_i V_i)_{giren} \quad (7.10)$$

Hacim integrali türev biçiminde yazılışı:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{DH} \vec{V} \rho d\forall \right) \approx \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) dx dy dz \quad (7.11)$$

şeklde olur. Momentum akıları, kübik bir denetim hacminde x,y, z koordinatlarında giriş ve çıkış olmak üzere altı yüzey için diferansiyel olarak ifade edilir.

x yönünde yani dydz yüzeyi için giriş momentum akısı:

$$\rho u \vec{V} dy dz \quad (7.12)$$

çıkış momentum akısı:

$$[\rho u \vec{V} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \vec{V}) dx] dy dz \quad (7.13)$$

olarak ifade edilir. Diğer yönler için aynı işlem uygulanır.

$\sum F$ olarak ifade edilen toplam kuvvet denkleminde giren ve çıkan momentum akıları yerine koyulursa:

$$\sum \vec{F} = dx dy dz \left[\frac{\partial}{\partial t} \rho \vec{V} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \vec{V}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \vec{V}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \vec{V}) \right] \quad (7.14)$$

olur. Denklemi daha basit yazmak için dx dy dz hacim denklemini parantez içine dağıtıp, denklemi hem hız değişimi hem de yoğunluk değişiminin bir arada bulunduğu tek bir denklem şeklinde ifade edilirse:

$$\sum \vec{F} = \vec{V} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) \right] + \rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \right] \quad (7.15)$$

olur. Denklemin sağ tarafındaki parantezin içi ivmeyi gösterir. Sol tarafındaki parantezin içi de süreklilik denklemdir.

$$\text{İvme: } a = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \quad (7.16)$$

$$\text{Süreklilik denklemi: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V})$$

$$\text{Net kuvvet: } \sum \vec{F} = \rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} dx dy dz \text{ olarak en basit haliyle ifade edilir.}$$

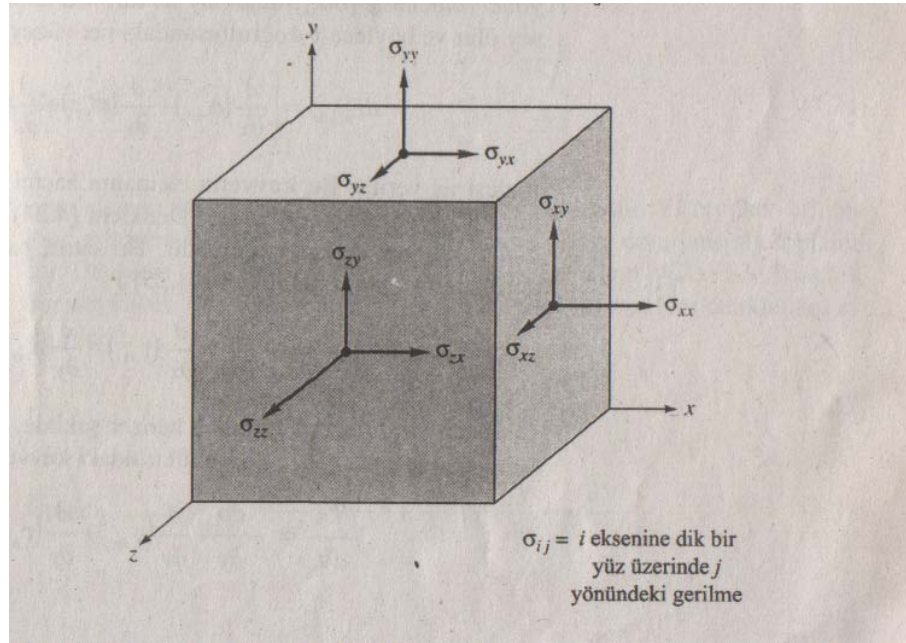
Üzerinden akım geçen bir cisim üzerindeki kuvvetleri çalışmanın en başında yüzeye teğet ve dik gelen olarak ifade edilmişti. Bunlardan başka üçüncü bir kuvvet olan yerçekimi kuvveti de denetim hacmine etkiyen kuvvetlerden biridir. Yer çekimi kuvveti yerçekimi ivmesinin kütleyle çarpımıdır. Denetim hacmine etkiyen yerçekimi kuvvetinin diferansiyel gösterimi şu şekilde olacaktır:

$$d\vec{F}_{\text{yerçekimi}} = \rho \vec{g} dx dy dz \quad (7.17)$$

Denklemden $\vec{g}$ yerçekimi ivmesinin vektörel gösterilmesi denetim hacmine herhangi bir yönden etkiyebileceğini ifade eder.

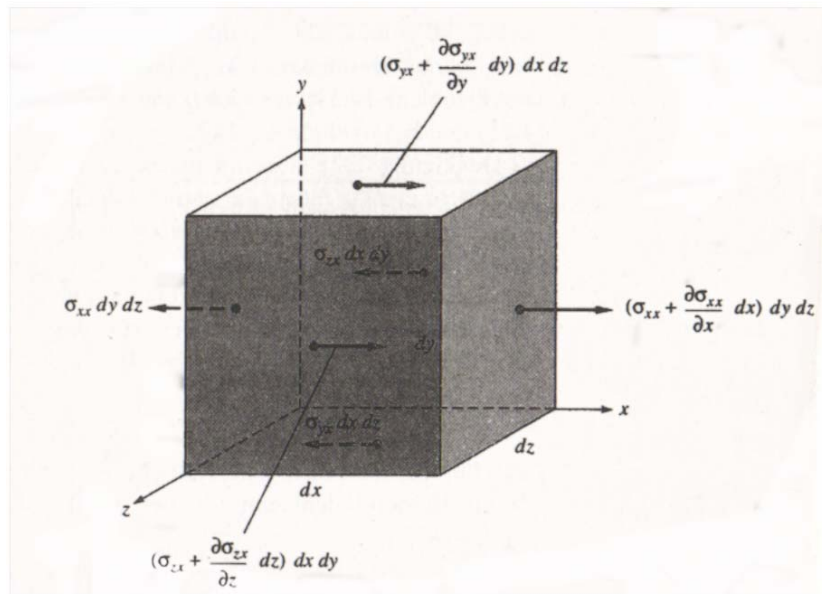
Denetim hacmi yüzeyine etkiyen hidrostatik basınç ve teğetsel viskoz gerilmenin genel gösterimi iki boyutlu olarak Şekil 3.1'deki gibidir. Denetim hacmine etkiyen dik ve teğetsel gerilmeler Şekil 7.2'de üç boyutlu olarak tekrar gösterilmiştir. Yüzey gerilmeleri farklı sembollerle kullanılabilir. Örneğin τ_{xy} , σ_{xy} olarak gösterilebilir. Her tipteki akışkan için gerilmeler toplamı şu şekilde olur:

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} -p + \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & -p + \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & -p + \tau_{zz} \end{vmatrix} \quad (7.18)$$



Şekil 7.2 Denetim hacmi üzerindeki gerilmelerin gösterilmesi

Diferansiyel denetim yüzeylerine etkiyen gerilmelerin gradyeleri toplamı net kuvveti verir. İfadeyi x doğrultusu boyunca gösterimi Şekil 7.3'deki gibi olur.



Şekil 7.3 x doğrultusunda cisme etkiyen yüzey kuvvetleri

Şekilden aynı doğrultudaki kuvvetlerin bir denge kurduğu görülüyor. “x” doğrultusundaki kuvvetlerin toplamını yani x yüzeyine etkiyen net kuvvetin diferansiyel gösterimi şu şekilde olur:

$$d\vec{F}_{x \text{ yüzeyi}} = \left[\frac{\partial}{\partial x}(\sigma_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\sigma_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z}(\sigma_{zx}) \right] dx dy dz \quad (7.19)$$

Bu denklemi basınç gerilmesi ve viskoz gerilmenin toplamı şeklinde ifade edip denklemi hacme böldüğümüzde x,y ve z yönündeki net kuvvet vektörünü şu şekilde gösterilir:

$$\frac{d\vec{F}_x}{dV} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zx})$$

$$\frac{d\vec{F}_y}{dV} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yy}) + \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zy}) \quad (7.20)$$

$$\frac{d\vec{F}_z}{dV} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zz})$$

Net yüzey kuvvetinin genel ifadesi şu şekilde olur:

$$\left(\frac{d\vec{F}}{dV} \right)_{\text{yüzey}} = -\nabla p + \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial V} \right)_{\text{viskoz}} \quad (7.21)$$

Viskoz gerilmelerin toplamın diverjens gösterilişi şöyledir:

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

Tüm denetim hacmine etkiyen gerilmelerin diverjansı ve yerçekimi kuvvetinin toplarsak doğrusal momentum denklemini elde edilir:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho g - \nabla p + \nabla \tau_{ij} \quad (7.23)$$

7.3 Navier-Stokes Denklemleri

Denklem 7.23 için birim hacme düşen kuvvet (yoğunluk x ivme) diye bir tanım da yapılabilir. Bu durumda denklemin sağ tarafı için, birim hacme etkiyen ivme + birim hacme etkiyen basınç kuvveti + birim hacme etkiyen viskoz gerilme kuvveti denir.

$\frac{d\vec{V}}{dt}$ ivmenin diferansiyel eşiti olduğuna göre daha önceden de belirtildiği gibi şu şekilde açılabilir:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \quad (7.24)$$

Momentum denklemi x,y,z koordinatları için düzenlenirse sırasıyla :

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\tau_{zx}}{\partial z}$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\tau_{zy}}{\partial z} \quad (7.25)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\tau_{zz}}{\partial z}$$

olur.

Eğer akış sürtünmesiz olsaydı doğal olarak viskoz gerilmeden söz edilemez ve denklem:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho g - \nabla p \quad (7.26)$$

şeklinde yazılırdı. Akışkanımız Newton tipi akışkan olduğundan çalışmanın başında gösterilen basınç ve viskoz gerilme denklemleri geçerlidir:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (3.1)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= -P - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \\
\sigma_y &= -P - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} \\
\sigma_z &= -P - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + 2\mu\frac{\partial w}{\partial z}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

P termodinamik basınç olup uygulamalardaki farz edilen sayısal farktır. $-\frac{2}{3}\mu$ 'lü terimler ise daha çok gaz gibi düşük viskoziteli akışkanların sıkıştırılabilir durumlarında kullanılır. (KAYS, CRAWFORD,1993)

Daimi ve sıkıştırılmaz akışkanlar için bu terimin olduğu kısım sıfır olur. Bu durumda yüzeylere dik basınçlar:

$$\sigma_x = 2\mu\frac{\partial u}{\partial x}, \sigma_y = 2\mu\frac{\partial v}{\partial y}, \sigma_z = 2\mu\frac{\partial w}{\partial z} \tag{7.29}$$

olarak ifade edilir. Viskozite katsayısı μ 'ün de denkleme girmesiyle değişmeyen yoğunlukta ve viskoz Newton tipi akışkan için momentum denklemleri şu şekilde yazılır:

$$\begin{aligned}
\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) &= \rho\frac{\partial u}{\partial t} \\
\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) &= \rho\frac{\partial v}{\partial t} \\
\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) &= \rho\frac{\partial w}{\partial t}
\end{aligned} \tag{7.30}$$

Navier-Stokes denklemleri olarak bilinen bu denklemler, ikinci dereceden doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemlerdir. Genel yazılımı şu şekilde olur:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)\vec{V} = -\left(\frac{1}{\rho}\right)\nabla p + g + \nu(\nabla^2 \vec{V}) \tag{7.31}$$

Burada ν olarak gösterilen ifade dinamik viskozitedir ve mutlak viskozitenin (μ) yerçekimi ivmesine (g) bölünmesiyle bulunur.

7.4 Enerji Denklemi

Üniform bir akımda Reynolds Transport teoreminin diferansiyel ifadesi:

$$\frac{d}{dt}(B_{sistem}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{DH} \beta \rho d\forall \right) + \int_{DY} \beta \rho V dA_{çıkan} - \int_{DY} \beta \rho V dA_{giren} \quad (7.32)$$

şeklinde olur. Burada B, bir sistemin herhangi bir değişken özelliği (kütle, moment enerji) olabilir. β ise B'nin birim kütle başına değişim miktarıdır:

$$\beta = \frac{dB}{dm} \quad (7.33)$$

B yerine E koyulursa birim kütle başına düşen enerji değişim miktarı bulunur.

$$\beta = \frac{dE}{dm} = e \quad (7.34)$$

Bu durumda termodinamiğin birinci kanununa göre denklem düzenlenirse, birim zamanda sisteme giren ısı ile birim zamanda sistemin yaptığı işin farkı:

$$\frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta W}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}(B_{sistem}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{DH} e \rho d\forall \right) + \int_{DY} e \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA \quad (7.35)$$

olarak gösterilir.

$$\frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta W}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}(B_{sistem}) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{DH} e \rho d\forall \right) + \int_{DY} e \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA \quad (7.36)$$

Sonsuz küçük bir denetim hacmi içinde diferansiyel enerji denklemi şu şekilde düzenlenir:

$$\frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta W}{dt} = \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho u \zeta) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho v \zeta) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho w \zeta) \right] dx dy dz$$

$$\zeta = e + \frac{p}{\rho} \quad (7.37)$$

Denklemin diverjansı yazıldığında genel diferansiyel enerji denklemi bulunur:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \left(\rho \frac{de}{dt} + \vec{V} \cdot \nabla p \right) dx dy dz \quad (7.38)$$

Birim alan başına düşen q ısı akısı sıcaklık gradyeni “ ∇T ” ile ısı iletkenlik katsayısı “ k ” çarpımıdır. İletim ile ısı geçişi Fourer ısı iletim yasası olarak bilinir ve şu şekilde ifade edilir:

$$\vec{q} = -k\nabla T \quad (7.39)$$

Skaler olarak yazılırsa:

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}, q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}, q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (7.40)$$

olur. Viskozite nasıl akışkanın hızı nedeniyle oluşan gerilmenin şekil değiştirme hızı ise “ q ” da aynı şekilde sıcaklık değişiminden kaynaklanan ısı değişimdir. Kübik bir sonsuz küçük denetim hacmi için giren ve çıkan ısı akıları şu şekilde olur:

x yüzeyinde giren ve çıkan ısı akısı:

$$q_x dydz, \left[q_x + \frac{\partial}{\partial x}(q_x) dx \right] dydz \quad (7.41)$$

y yüzeyinde giren ve çıkan ısı akısı:

$$q_y dx dz, \left[q_y + \frac{\partial}{\partial y}(q_y) dy \right] dx dz \quad (7.42)$$

x yüzeyinde giren ve çıkan ısı akısı:

$$q_z dy dx, \left[q_z + \frac{\partial}{\partial z}(q_z) dz \right] dy dx \quad (7.43)$$

Giren ısıdan çıkan ısı çıkartılırsa:

$$\dot{Q} = - \left[\frac{\partial}{\partial x}(q_x) + \frac{\partial}{\partial y}(q_y) + \frac{\partial}{\partial z}(q_z) \right] dx dy dz \quad (7.44)$$

olur.

$$\nabla \vec{q} = \left[\frac{\partial}{\partial x}(q_x) + \frac{\partial}{\partial y}(q_y) + \frac{\partial}{\partial z}(q_z) \right] \quad (7.45)$$

Isı akısı hacimle birlikte doğru orantılıdır. Denkleme Fourier yasasını da eklenirse:

$$\dot{Q} = -\nabla \vec{q} dx dy dz$$

$$\dot{Q} = -\nabla(k\nabla T) dx dy dz \quad (7.46)$$

olarak denklem son halini alır. Bu denklem birim zamanda elemana eklenen net ısıdır. Birim zamanda yapılan iş gerilme bileşenine denk gelir. Gerilme bileşeni birim zamanda birim yüzeye yapılan viskoz iş ($\bar{w}$) ile yüzey alanı çarpımıdır. Birim zamanda birim x yüzeyine yapılan viskoz iş ($\bar{w}_x$) Birim zamanda sisteme giren iş x yüzeyi için şu şekilde yazılır:

$$W_v = w_x dy dz$$

$$w_x = -(u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz}) \quad (7.47)$$

Sistemden çıkan iş ise:

$$\left(w_x + \frac{\partial}{\partial x}(w_x) dx \right) dy dz \quad (7.48)$$

Birim zamanda yapılan net iş giren ve çıkan işlerin farkıdır. Bu durumda net işi üç boyutu olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\dot{W}_v = - \left[\frac{\partial}{\partial x}(u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y}(u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z}(u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz}) \right] dx dy dz \quad (7.49)$$

Denklem hız gradyeniyle şu şekilde yazılır:

$$\dot{W}_v = -\nabla(\vec{V}\tau_{ij}) dx dy dz \quad (7.50)$$

Birim zamanda elemana giren ve çıkan ısı:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \left(\rho \frac{de}{dt} + \vec{V}\nabla p \right) dx dy dz \quad (7.51)$$

Olarak veriliştii. Bu eşitlik eleman net ısı ve net iş toplamıyla eşitlenirse:

$$\rho \frac{de}{dt} + \vec{V}\nabla p = \nabla \cdot (k\nabla T) + \nabla(\vec{V}\tau_{ij}) \quad (7.52)$$

“e” , akım içerisinde bulunan herhangi bir elemanın iç enerji, potansiyel enerji ve kinetik enerjisinin toplamıdır:

$$e = \hat{u} + \frac{1}{2}V^2 + gz \quad (7.53)$$

Newton tipi sıkıştırılmaz bir akım için genel diferansiyel denkleminde kinetik ve potansiyel enerji yoktur. Viskoz gerilmelerin olduğu denklemleri akışkan newtonien yani daimi ve sıkıştırılmaz olduğu için şu şekilde yazılır.

$$\nabla(\vec{V}\tau_{ij}) \equiv \vec{V}(\nabla\tau_{ij}) + \Phi \quad (7.54)$$

Burada Φ , disipasyon (dissipation) olup mekaniğin kurallarının görüldüğü tipik türbülans veya sürtünme hareketlerinden kaynaklanan dinamik sistemlerde (dalga, salınım, enerji kaybı vb.) görülür.

Termodinamiğin ikinci yasasına uyumlu olarak Akış enerjisini disipasyon nedeniyle kaybeder. Disipasyonun diferansiyel gösterimi şu şekilde olur:

$$\Phi = \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (7.55)$$

Doğrusal momentum denklemini:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho g - \nabla p + \nabla \tau_{ij} \quad (7.56)$$

enerji denklemine yerleştirilirse sistemden $\nabla \tau_{ij}$ terimi ve potansiyel–kinetik enerjiler gider:

$$\rho \frac{d\hat{u}}{dt} + p(\vec{V}\nabla) = \nabla \cdot (k\nabla T) + \Phi \quad (7.57)$$

Newton tipi akışkanlar için çoğu koşulu için kullanılır. Işınım ile ısı transfer, kimyasal veya nükleer tepkimelerden oluşan ısı kaynakları denklemden ihmal edilir.

Burada $d\hat{u}$ akım elemanının iç enerjisi olup sıcaklığın fonksiyonudur:

$$d\hat{u} \approx c_v dT \quad (7.58)$$

Burada c_v özgül ısıdır.

Akışkan hareketsiz ya da dikkate alınmayacak kadar düşük hızda hareket etmesi durumunda viskoz gerilmeler olmazdı. Dolayısıyla disipasyon ihmal edilirdi ve denklem oldukça basit bir hal alırdı:

$$\rho c_v \frac{dT}{dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (7.59)$$

8. YÜZEN CİSİMLERDE YÜZEY PÜRÜZLÜLÜĞÜ SİMİLASYONU

Simulasyon yani görüntüleme birçok diferansiyel denklemin mekaniğin kanunlarıyla itere edilmesi ile olur. Bu denklemler bazı koşullarda geçerlidir. Çevresinden akım geçen bir cisimin yüzeyinde ve çevresinde çözülecek bu denklemlerin tümü sınır koşullarını oluşturur.

8.1 Sınır koşulları

Akım problemini çözerken kullanılacak yöntemlerde sınır koşulları dikkate alınacaktır. Temel diferansiyel denklemleri bu konudaki en büyük araçtır. Denklemleri çıkarılış sırasına göre yazılırsa:

$$\text{Süreklilik denklemi: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) = 0$$

$$\text{Momentum Denklem: } \rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho g - \nabla p + \nabla \tau_{ij}$$

$$\text{Enerji denklemi: } \rho \frac{d\hat{u}}{dt} + p(\vec{V}\nabla) = \nabla \cdot (k\nabla T) + \Phi$$

Akışkan parçacıkları temas ettiği yüzeye tutunduğu için sınır koşulları için akışkanın hızı cismin hızına eşit ve akışkanın ısısı cismin ısisına eşittir denilebilir. Sabit ρ, μ, k değerlerindeki hareket denklemleri şu şekilde yazılır:

$$\text{Süreklilik denklemi: } \nabla \vec{V} = 0$$

$$\text{Momentum Denklem: } \rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho g - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V}$$

$$\text{Enerji denklemi: } \rho \frac{d\hat{u}}{dt} + p(\vec{V}\nabla) = \nabla \cdot (k\nabla T) + \Phi$$

8.2 Akım Fonksiyonu

Sıcaklık değişimine bakmadan basınç ve hızdaki değişimleri beraber dikkate alındığı akım problemlerinde süreklilik ve momentum denklemlerini kullanır. Akım fonksiyonu (Ψ) süreklilik denkleminin matematiksel değerini sıfır yapar ve momentum denklemini tek bağımlı şekilde çözülmesini sağlar. Akım fonksiyonu şu şekilde yazılır:

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (8.1)$$

Sıkıştırılmaz akışı bu denkleme göre yazılırsa denklemde zamana göre yoğunlukda bir değişim olmayacağına ilk terim yok edilir. Eşitlikte yoğunluklar birbirlerini götürür ve 2 boyutlu düzlem için akım fonksiyonu şu hali alır:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (8.2)$$

Denklemin akım fonksiyonu ile ifade edilirse:

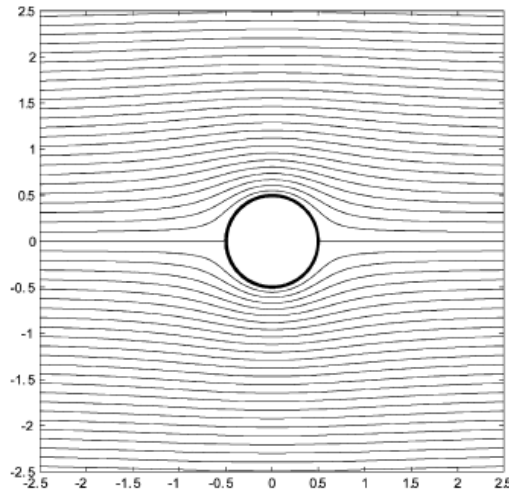
$$d\Psi = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = 0 \quad (8.3)$$

olur. Bu durumda şu hız bileşenlerinin akım fonksiyonu olarak yazılımı:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (8.4)$$

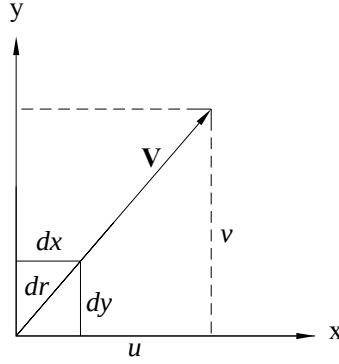
8.3 Akım Çizgisi

Akım içerisinde bulunan cismin yüzeyindeki viskoz etkileri ve sürtünmesiz hareketle ilişkisini analiz etmekte sınır tabaka yöntemi kullanılır. Yüzey boyunca akım çizgilerinin yapısını inceleme, akışkanlar mekaniğinde görüntüleme için en sık kullanılan matematiksel sonuçtur. Şekil 8.1'de akım çizgisi kümesi görülmektedir.



Şekil 8.1 Dairesel şekli etrafındaki akım çizgileri

Akım çizgisinin herhangi bir anındaki hız vektörüne teğettir. Matematiksel ifade edersek elemansal yay uzunluğu dr olan bir elemanın, hıza(V) paralel olması için bileşenlerin (Şekil 8. 2) orantılı olması gerekir.



Şekil 8.2 Akım çizgisinin iki boyutlu geometrik gösterimi

Şekilden de anlaşılacağı gibi basit bir üçgen benzerliği yaparsak akım çizgisini şu şekilde ifade elde edilir:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dr}{V} \quad (8.5)$$

Sürekli akıslarda akım çizgisini bulmak için, hızların yeri ve zamanı fonksiyon olarak ifade edilebilmeli ve denklem herhangi bir başlangıç noktası için integre edilebilmelidir. Bu durumda yer değiştiren akışkan parçacığının 2 boyutlu koordinat ekseninde yerini matematiksel gösterilirse:

$$x = \int u dt \quad y = \int v dt \quad (8.6)$$

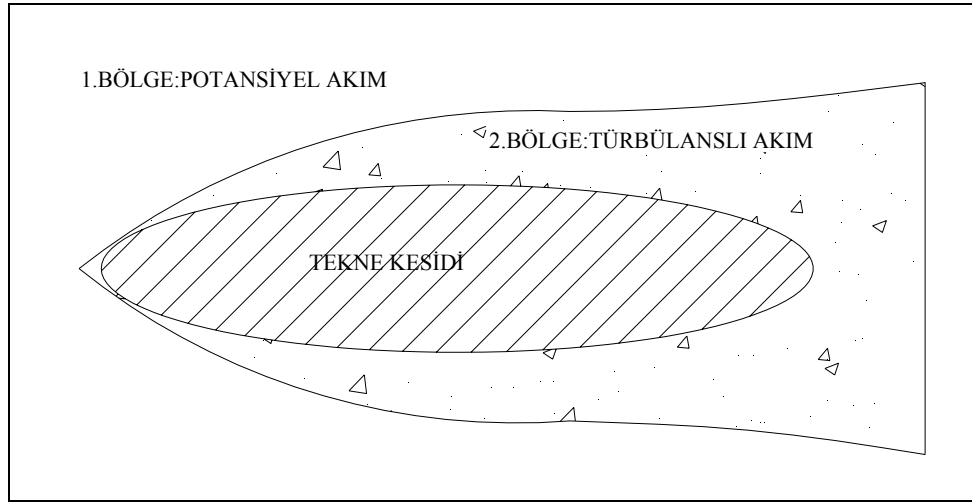
Burada x ve y yörünge denilen konum değişkenleridir. “u ve v” konuma ve zamana bağlı fonksiyonlar olarak girilen başlangıç koşuluna göre integrasyon yöntemleri kullanılarak bulunur. Bu işlem çoğunlukla girilen parametreler ve işlemin hassasiyetine göre oldukça uzun vakit alabilmektedir.

Katı cisim etrafındaki akım moleküler etkileşime neden olur. Yani akım viskoz ve türbülanslı olur. Akışkanın yüzey ile momentum ve enerji dengesi oluşturmaya çalışmasına yol açar.

Buna denge koşulu da denilebilir. Seyreltilmiş gazlar hariç tüm akışkanlar temas ettikleri yüzeyin hızını ve sıcaklığını alır. Bu değerler çok önemlidir. Çünkü değerler, akışkan analizinde kullandığımız sınır koşullarıdır.

8.4 Yüzen Cisimler Etrafındaki Akımın Modellenmesi

Dış akım olarak adlandırılan yüzen cisimler etrafındaki akım yüzeyin çok yakınında ve art izi içinde viskoz etkiler oluşturur. Ayrıca cisimden uzaklaştıkça akım nedeysse sürtünmesiz bur hareket izler. Bu durumda, akışkan içine dalmış cisim etrafında iki tip akış vardır: Potansiyel akım ve türbülanslı akım (Şekil 8.3)



Şekil 8.3 Potansiyel ve türbülanslı akımın yüzen bir cisim etrafındaki görünümü

Akımın viskoz davranışını incelemekte kullanılan başlıca değişken Reynolds sayısı'dır. Atalet kuvvetlerin viskoz kuvvetlerine oranıyla elde edilmiş bu değişkenin matematiksel ifadesi şu şekildedir:

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (8.7)$$

Burada ρ ($\frac{kg}{m^3}$) özgül kütle, V ($\frac{m}{s}$) hız, μ ($\frac{kg}{m s}$) mutlak viskozitedir. Reynoldsun azalması halinde viskoz bölge genişler.

Cisim etrafındaki akım ve akımın neden olduğu diren kuvvetleri ilk bölümde detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Cisim etrafındaki türbülanslı akımın modellenmesi için birkaç yöntem vardır. Türbülansın modellenip enerjisinin bulunması ile cisim etrafındaki toplam enerji dengesi ne şekilde dağıldığı yorumlanabilir.

8.5 Türbülans Modeli Seçimi

Yükselen ve alçalan hız değerlerinden dolayı akımda değişen türbülans değerleri oluşur. En uygun modelin seçilmesi eldeki bilgilere, modelin karmaşıklığına, modelin sonuçlarının doğruluğuna bağlıdır. Bu modeller çeşitli olup bu çalışmada $k - \varepsilon$ türbülans modeli kullanılacaktır.

Modeller kısaca yazılırsa:

- . Spalart-Allmaras modeli
- . $k - \varepsilon$ modeli
- . $k - w$ modeli
- . $v^2 - f$ modeli
- . Reynolds stress model (RSM)
- . Detached eddy simulation (DES) model
- . Large eddy simulation (LES) model

8.6 Standart $k - \varepsilon$ Modeli

En çok kullanılan ve en basit model olan $k - \varepsilon$ modeli, k ve ε olmak üzere taşınım denklemlerinin çözüldüğü iki denklemlilik bir modeldir. Jones ve Launder (1972) Standart $k - \varepsilon$ modelini geliştirmiş kabul edilir, Launder ve Sharma (1974) ise model sabitleri için geliştirilmiş değerleri sağlamışlardır. Türbülanslı hız ve uzunluk ölçeklerinin bağımsız olarak belirlenebilmesine izin veren iki ayrı taşınım denkleminin çözüldüğü iki denklemlilik modeller türbülansın en basit tam modelleridir.

Türbülanslı akışların geniş bir kısmında sağlamlık, ekonomiklik ve makul bir doğruluk sunması endüstriyel akış ve ısı transferi simülasyonlarındaki popüleritesini açıklamaktadır. Yarı deneysel bir modeldir ve model denklemlerinin elde edilmesi fenomenolojik faktörlere ve deneyciliğe bağlıdır. $k - \varepsilon$ modeli sabitlerinin değerleri genel kabul görmüş değerler olup, herhangi özel bir akış için sabitlerin değiştirilmesi doğruluğu artırabilir. (ÖZDEMİR, ONBAŞIOĞLU, 2004)

$k - \varepsilon$ modeli üç çeşittir:

- Standart k- ε modeli
- Renormalization-group (RNG) k- ε modeli
- Realizable k- ε modeli

Çalışmada kullanılacak standart k- ε modeli türbülans kinetik enerjisi(k) , türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı (ε) ve viskoz kaybolma terimleri kullanılmaktadır.

Akım türbülans kinetik enerjisi denklemi:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (8.8)$$

türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + G_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - G_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (8.9)$$

Denklemdaki değişkenleri ve sabitler, G_k ortalama hız eğilimine bağlı kinetik enerji üretimini gösterir. Nasıl hesaplandığı görmek için Fluent 6.2 Documentation Chapter 11.4.4: Modeling Turbulent Production in the k- ε _ Models bakılabilir.

G_b akışkanın kaldırma gücünden kaynaklanan kinetik enerji üretimini gösterir. Nasıl hesaplandığı görmek için Fluent 6.2 Documentation Chapter 11.4.5: effects of Buoyancy on Turbulence in the k- ε Models bakılabilir.

Y_M sıkıştırılabilir durumdaki akışkandan eksilen enerjidir Nasıl hesaplandığı görmek için Fluent 6.2 Documentation Chapter 11.4.6: Effects of Compressibility on Turbulence in the k- ε Models bakılabilir.

$C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, and $C_{3\varepsilon}$ sabitlerdir. σ_k ve σ_ε , k ve ε için türbülans Prandtl numaralarıdır; sırasıyla respectively. Kullanıcıya bağlı olarak da S_k ve S_ε şeklinde gösterilebilir.

Sabitlerin değerleri şunlardır:

$$C_\varepsilon = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92, C_{3\varepsilon} = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (8.10)$$

μ_t türbülans viskozitesidir:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (8.11)$$

8.7 Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sonlu elemanlar yöntemi mühendisliğin her alanında karşılaşılan birçok problemin çözümünde kullanılan en yaygın ve etkin sayısal yöntemlerden biridir. Sonlu elemanlar metodu matematikçilerden ziyade daha çok mühendisler tarafından geliştirilmiştir. Metot ilk olarak gerilme analizi problemlerine uygulanmıştır. Tüm bu uygulamalarda bir büyüklük alanının hesaplanması istenmektedir. Gerilme analizinde bu değer deplasman alanı veya gerilme alanı; ısı analizinde sıcaklık alanı veya ısı akışı; akışkan problemlerinde ise akım fonksiyonu veya hız potansiyel fonksiyonudur. Hesaplanan büyüklük alanın almış olduğu en büyük değer veya en büyük gradyen pratikte özel bir öneme sahiptir.

Bu metoda sonlu elemanlar denilmesinin sebebi, sonlu sayıda çok küçük kontrol noktası, yüzeyi veya hacminden oluşan bir yapının analizinden dolayıdır. Sonlu elemanlar metodunda yapı, davranışı daha önce belirlenmiş olan birçok elemana bölünür. Elemanlar "nod" adı verilen noktalarda tekrar birleştirilirler Bu şekilde cebri bir denklem takımı elde edilir. Gerilme analizinde bu denklemler nodlardaki denge denklemleridir. İncelenen probleme bağlı olarak bu şekilde yüzlerce hatta binlerce denklem elde edilir. Bu denklem takımının çözümü ise bilgisayar kullanımını zorunlu kılmaktadır.

8.7.1 Sonlu Elemanlar Metodunun Tarihsel Gelişimi

Sonlu elemanlar metodu ilk olarak yapı analizinde kullanılmaya başlandı. İlk çalışmalar Hrennikoff (1941) ve Mc Henry (1943) tarafından geliştirilen yarı analitik analiz metotlarıdır. Argyis ve Kelsey (1960) virtuel is prensibini kullanarak bir direkt yaklaşım metodu geliştirmiştir. Turner ve diğerleri (1956) bir üçgen eleman için rijitlik matrisini oluşturmuştur. "Sonlu Elemanlar" terimi ilk defa Clough (1960) tarafından çalışmasında telâffuz edilmiştir. Metodun üç boyutlu problemlere uygulanması iki boyutlu teoriden sonra kolayca gerçekleştirilmiştir.(Örneğin,Argyis(1964)).

İlk gerçek kabuk elemanlar eksenel simetrik elemanlar olup (Grafton ve Strome (1963)), bunları silindirik ve diğer kabuk elemanları izlemiştir (Gallagher (1969)). Araştırmacılar 1960'li yılların başlarında non-lineer problemlerle ilgilenmeye başladılar. Turner ve diğerleri (1960) geometrik olarak non-lineer problemler için bir çözüm tekniği geliştirdi. Sonlu elemanlar metoduyla stabilize analizi ise ilk Martin (1965) tarafından tartışılmıştır. Statik problemlerin yanı sıra dinamik problemlerde sonlu elemanlar metoduyla incelenmeye başlandı (Zienkiewicz ve diğerleri (1966) ve Koenig ve Davids (1969)). 1943 yılında Courant bölgesel sürekli lineer yaklaşım kullanarak bir burulma problemi için çözüm üretmiştir.

Yapı alanı dışındaki problemlerin sonlu elemanlar metoduyla çözümü 1960 'li yıllarda başlamıştır. Örneğin Zienkiewicz ve Cheung (1965) sonlu elemanlar metodu ile Poisson denklemini çözmüştür. Doctors (1970) ise metodu potansiyel akışa uygulamıştır. Sonlu elemanlar metodu geliştirilerek ısı transferi, yeraltı sularının akışı, manyetik alan ve diğer bir çok alana uygulanmaktadır.

8.7.2 Sonlu Elemanlar Yönteminin Diğer Metotlara Göre Üstünlükleri

Sonlu eleman metodunu diğer metotlara üstün kılan başlıca hususlar şunlardır:

1. Sonlu elemanlar, boyutları ve şekillerinin esnekliği nedeniyle, verilen bir cismi temsil edebilir, hatta karmaşık şekilli bir cisimde daha güvenilir olabilir.
2. Çok bağlantılı bölgeler (yani bir veya çok delikli cisimler) veya köseleri olan bölgeler zorluk çekilmeksizin incelenebilir.
3. Değişik malzeme ve/ya geometrik özellikleri bulunan problemler ek bir zorluk göstermez. Geometri ve malzeme nonlineariteleri, kalıtsal olsa bile (örneğin zamana bağlı) malzeme özellikleri kolaylıkla göz önüne alınabilir.
4. Sebep-sonuç bağıntılarına ait problemler tümel direngenlik matrisi ile birbirine bağlanan genelleştirilmiş "kuvvetler" ve "yer değiştirmeler" cinsinden formüle edilebilir. Sonlu eleman metodunun bu özelliği problemin anlaşılmasını ve çözülmesini hem mümkün kılar hem de basitleştirir.
5. Sınır şartları kolayca uygulanır.
6. Sonlu eleman metodunun çok yönlülük ve esnekliği karmaşık yapılarda, sürekli ortam, alan ve diğer problemlerde sebep sonuç ilişkilerini hesaplamak için çok etkin bir şekilde kullanılabilir. Analitik ve deneysel metotlardan daha hassas sonuç verir.

8.7.3 Sonlu Elemanlar Metodunun Yararları

Sonlu elemanlar yönteminin günümüzdeki uygulamaları oldukça fazladır ve diferansiyel eşitliklerle düzenlenen fiziksel tüm problemleri kapsar. Sonlu elemanlar yönteminin yararları, genişçe kullanılmasına yardımcı olmaktadır. Bunların bazıları:

1. Bitişik elemanlardaki malzeme özellikleri aynı olmayabilir. Bu özellik bir kaç malzemenin birleştirildiği cisimlerde uygulanabilmesine olanak sağlar.

2. Düzgün olmayan sınırlara sahip şekiller, eğri kenarlı elemanlar kullanılarak analiz edilebilirler.
3. Eleman boyutları kullanıcı tarafından değiştirilebilir. Böylece önemli değişiklikler beklenen bölgelerde daha küçük elemanlar kullanılarak hassas işlemler yapılabilirken, aynı parçanın diğer bölgeleri büyük elemanlara bölünerek işlem hızı artırılabilir.
4. Süreksiz yüzey yüklemeleri gibi sınır durumları yöntem için zorluk oluşturmaz. Karışık sınır durumları kolaylıkla ele alınabilir.

8.8 Kullanılan Hesaplamalı Akışkanlar Mekaniği Paket Programı

Sonlu elemanlar yönteminin uygulanmasında en önemli yardımcı belki de bilgisayardır. Bilgisayarda kullanılacak bir yazılım ya da paket programlar sayesinde problemler çözülür. Foltran, Mathlab, basic, C++ gibi yazılım programlarının yanı sıra Fluent , Flowmaster, , Ansys gib paket programlar sayesinde bu işlemler yapılabilir. Bu çalışmada Fluent 6.2 hesaplamalı akışkanlar dinamiği paket yazılımı kullanılmıştır.

8.8.1 FLUENT

Fluent sonlu hacimler yöntemini kullanan bir Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yazılımıdır. 1983' ten bu yana dünya çapında birçok endüstri dalında kullanılan ve günden güne gelişerek tüm dünyadaki HAD piyasasında en çok kullanılan yazılım durumuna gelen Fluent, en ileri teknolojiye sahip ticari HAD yazılımı olarak kullanıcılarının en zor problemlerine kolay ve kısa sürede elde edilen çözümler sunmaktadır.

Fluent, genel amaçlı bir HAD yazılımı olarak, otomotiv endüstrisi, havacılık endüstrisi, beyaz eşya endüstrisi, turbomakine (fanlar, kompresörler, pompalar, türbinler v.b.) endüstrisi, kimya endüstrisi, yiyecek endüstrisi gibi birbirinden farklı bir çok endüstriye ait akışkanlar mekaniği ve ısı transferi problemlerinin çözümünde kullanılabilir. Bu özelliği sayesinde kullanıcılarına birbirinden farklı birçok probleme aynı arayüzü kullanarak çözüm alma olanağı sağlar.

8.8.2 GAMBIT

Gambit, Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) ve Sonlu Elemanlar (SE) analizlerinde kullanılabilen genel amaçlı bir ön işlemdir.

Gambit, HAD ve SE analizlerinin üzerinde en fazla vakit harcanan kısmı olan model hazırlama ve sayısal ağ oluşturma işlemlerini, bünyesinde barındırdığı araçların da

yardımıyla, kolaylaştırma ve hızlandırmayı amaçlayan bir yazılımdır. Gambit, sunduğu araçlarla, kullanıcıya kaliteli bir çözüm için gerekli ilk şart olan kaliteli sayısal ağa sahip olma imkanı tanır.

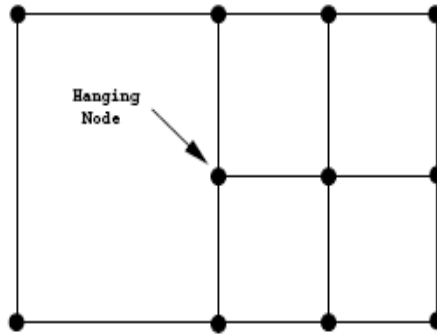
Gambit, iki boyutta dörtgen ve üçgen elemanların, üç boyutta ise altı yüzlü, dört yüzlü ve geçiş elemanları olarak kama tipi ve piramit tipi elemanların kullanımına izin vererek istenilen tipteki sayısal ağın basit ve hızlı bir şekilde oluşturulmasına imkan verir

8.9 Ağ Oluşturma (Meshleme)

Sonlu elemanlar metodunu kullanarak yapılan bir analiz işleminde ağ oluşturma işlemi sonlu elemanlar metodunun belkemiğini oluşturur. Termal, yapısal, mekanik, akışkan ve elektromagnetik gibi mühendisliğin temel alanlarında sayısal analiz işlemleri esnasında ağ oluşturma işlemi vazgeçilmez bir adımdır.

8.10 Mesh Çeşitleri Ve Uygunluğu:

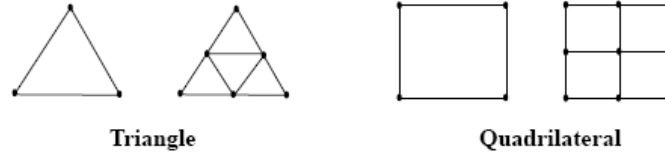
Ağ oluşturma işlemi düğüm noktalarının ve elemanların koordinatlarını oluşturur. Aynı zamanda kullanıcı tarafından girilen minimum bilgiye karşılık uygun değer sürede otomatik olarak düğüm noktalarını ve elemanları sıralar, numaralanmasını sağlar. Meshleme işlemi sonlu elemanlar yönteminde kullanılan, incelenecek model çevresinde ya da içinde düğüm noktaları (Şekil 8.4), alanları veya hacimleri oluşturma işlemidir. Bunların çok olması demek daha ayrıntılı ve yakınsaması daha iyi sonuçlar elde etmek anlamına geliyor.



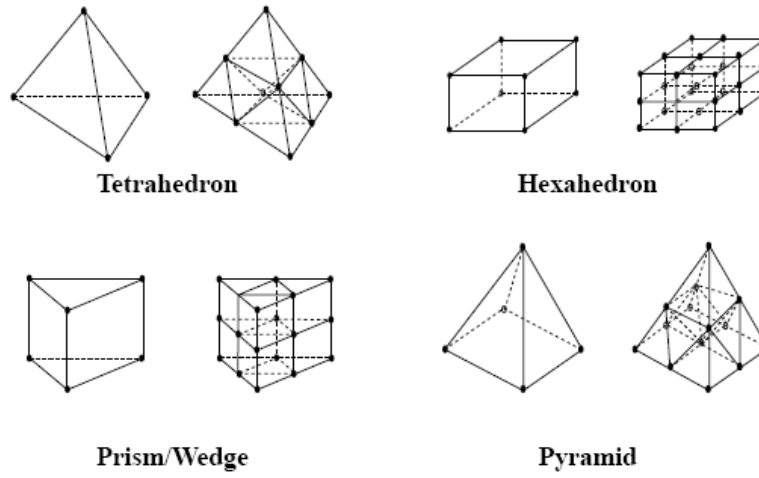
Şekil 8.4 Kontrol noktası

Şekil 8.4’de görüleceği üzere 3 ya da 4 alan bir düğüm noktası ile kesişir. Böylelikle üçgen ve

dörtüzlü elemanlardan için sayısal ağ oluşturulur.(Şekil 8.5)

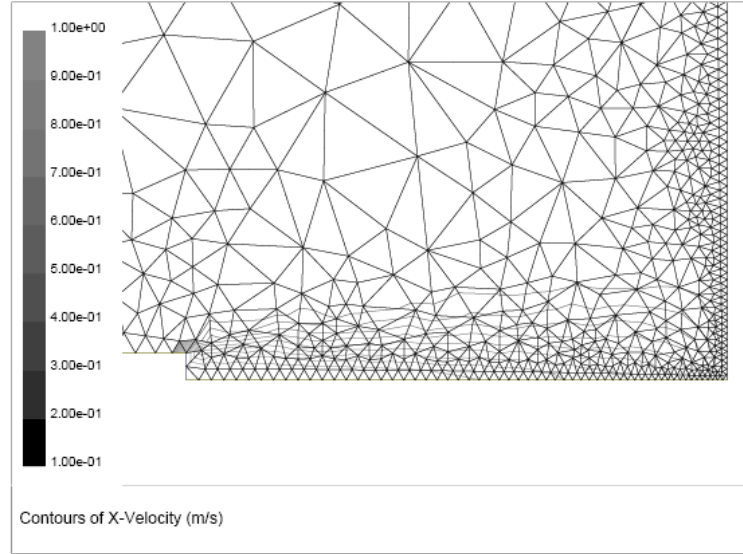


Şekil 8.5 2B düzlemde üçgen ve dörtgen ağ yapıları

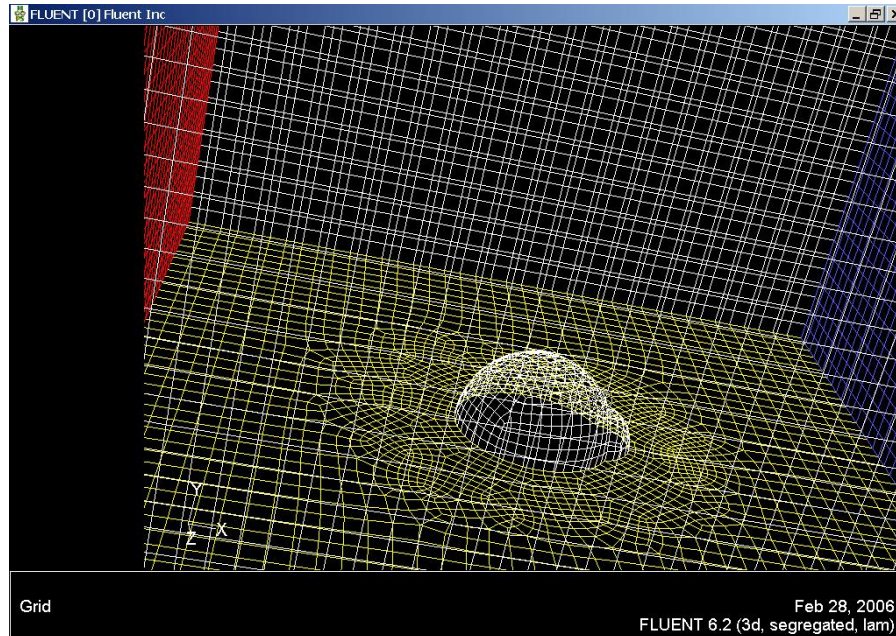


Şekil 8.6 3B sistemde üçgen ve dörtgen yüzeyli ağ yapıları

Modelleri üzerine yapılan deformasyonun sıklığı, adeti ve geometrisi ayrıca model çevresinde oluşturacağımız elemanların sıklığı meshleme denilen işlemin yapım süresini ve kalitesini artırır veya azaltır. Meshin yoğunluğu sınır tabakadan uzaklaştıkça azalmaktadır.(Şekil 8.7) Böylece iterasyon zamanı azalmaktadır. Cisim etrafındaki akım cisimden uzaklaştıkça potansiyel akıma dönüştüğünden o civardaki değerlerde ani değişiklikler gözlenmemektedir.

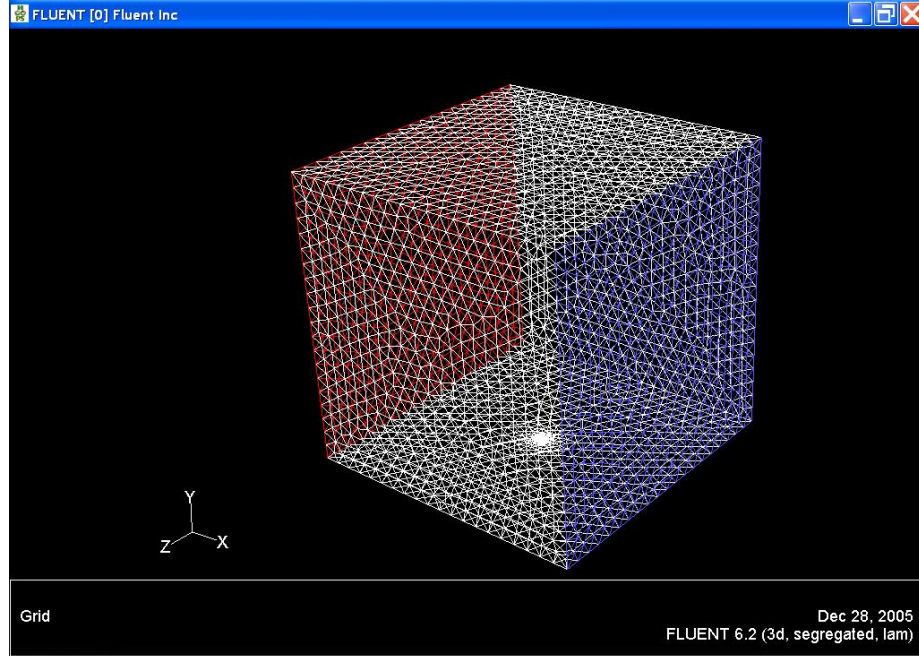


Şekil 8.7 Cismin yüzeyinden uzaklaştıkça ağ içindeki eleman sıklığı azalır



Şekil 8.8 Dairesel bir modelin meshlenmiş gösterimi

Burada (Şekil 8.8) denetim bölgelerinin geometrisi dörtkenar olarak yapılmıştır. Kare mesh denilen bu türden meshlemenin bir de üçgen mesh adı verilen biçimi de vardır. (Şekil 8.9)



Şekil 8.9 Üçgen mesh yapılmış bir model ve çevresi

Üçgen mesh kullanmak zamandan oldukça kazandırmaktadır. Bunun sebebi geometrinin detaylı olmasının kare meshe olan uygunluğu azaltması ve meshleme işlemini zaman olarak uzatmasıdır.

9. UYGULAMALAR, SONUÇ VE TARTIŞMA

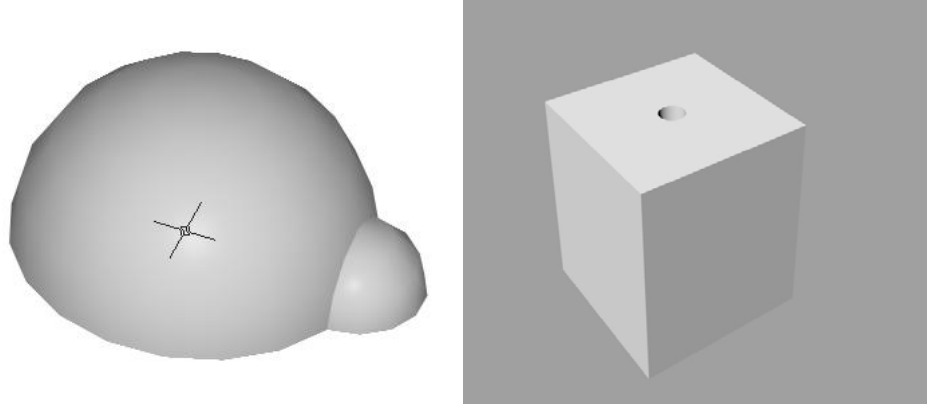
Tüm uygulamalar sistem sabit sıcaklıkta ve sabit giriş hızla yapılmıştır. Ortalama 100.000 elemanla çözümler yapıldı. Tüm uygulamalarda akışkan olarak su seçildi.

Suyla ilgili bilgiler:

Yoğunluğu $998,2 \text{ kg/m}^3$, C_p ısıl katsayısı 4182 J/kg K , viskozitesi $0,001003 \text{ kg/m s}$

9.1 Katı Modeller

Çevresinden akım geçen üç boyutlu modellerimiz başlangıç olarak dikdörtgen prizma ve küre şeklindeki cisimlerden oluşur. (Şekil 9.1) Kullanılan program üzerindeki hâkimiyet arttıkça gemilerin su altı formuna benzer şeklindeki cisimler üzerine çalışma devam etti. Yüzen cisimlere uygun olması için modellerimizin boyutları gerçeğe uygun olarak boyutlandırıldı.

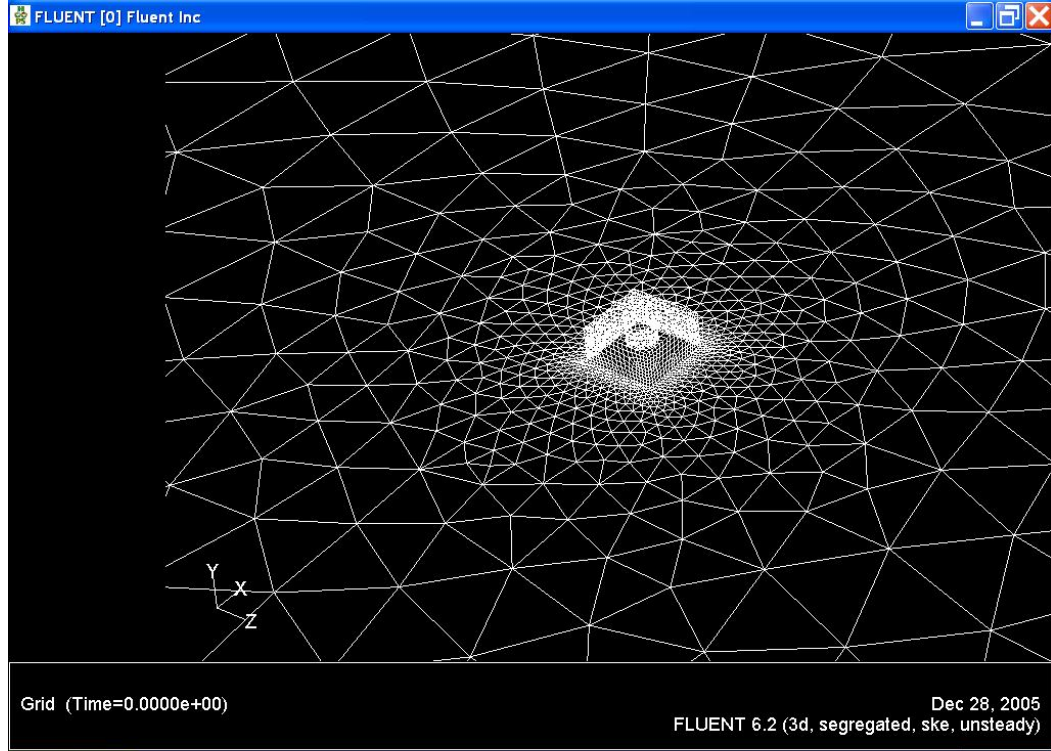


Şekil 9.1 Deformasyonlu bir küre ve kübik modeller

Modellerin yüzeylerine girinti ve çıkıntı şeklinde basit deformasyonlar yapıldı. Deforme bölge ve çevresindeki akımın hareketindeki değişiklikler incelendi

9.2 Uygulama 1

10x10x5 birim boyutlarında (Gambitte birim olarak metre, santim vb. yoktur, boyutlandırma yaparken sadece rakam girilir) kübik bir cisim üzerine 2 birim derinliğinde ve 4 birim çapında bir çukur açıldı. (Şekil 9.2)

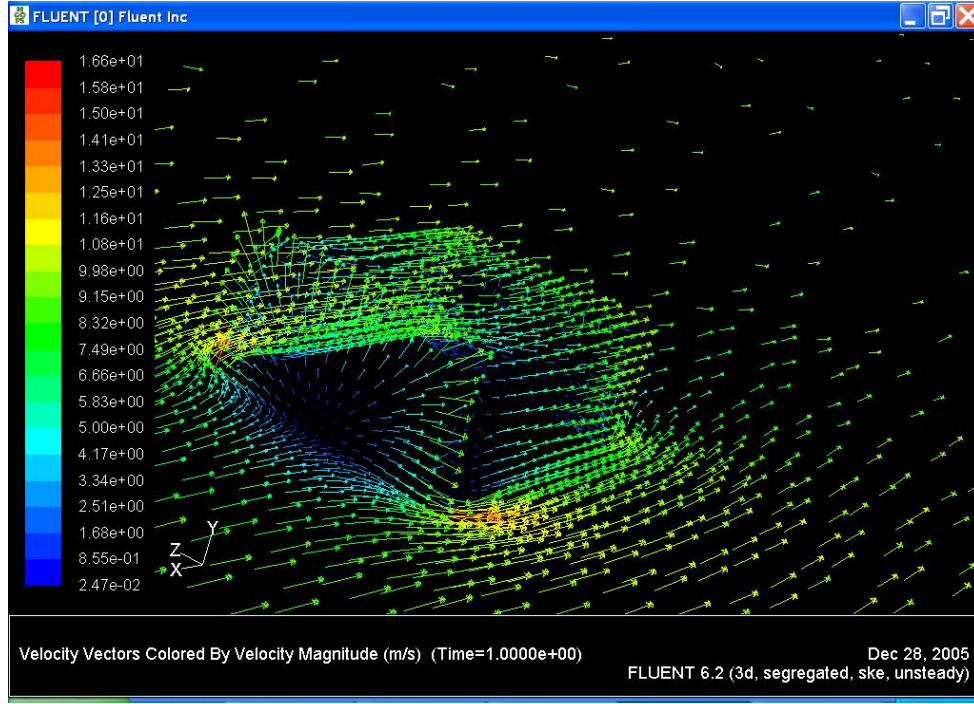


Şekil 9.2 Üçgen mesh kullanılarak modellenmiş bir sonlu hacim

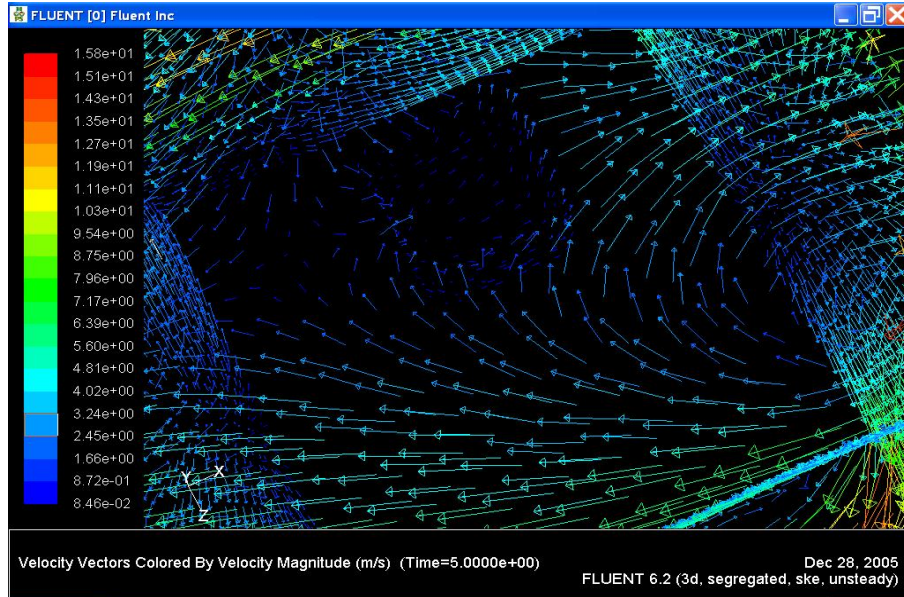
Cisim etrafındaki sonlu hacim ne kadar büyük olursa o kadar iyi yakınsama yapar. Bu durum bir deniz içinde yüzen balık gibi düşünülebilir. Balık, incelenen cisim ve deniz de balığa göre sonlu hacim olmaktadır.

Modellenen cismin çevresine daha sonra şekilde görüldüğü gibi ağ örülüyor yani meshleniyor. Ağların yoğunluğu cisimden uzaklaştıkça azalıyor. Daha önemli olan cisim yüzeyi ve yakınındaki akışın hareketleri böylelikle daha iyi analiz edildi. İterasyonunu fluentte yaptığımız cisim etrafındaki akış hareketleri Şekil 9.3’de verilmiştir. Akışkan, 20°C’de ve x doğrultusunda 5m/s hızla akmaktadır. Akım hatları vız vektörleriyle teğet olduğundan akışkanın hareketi oldukça net görülüyor. Akımın cisimle temas ettiği yüzeydeki

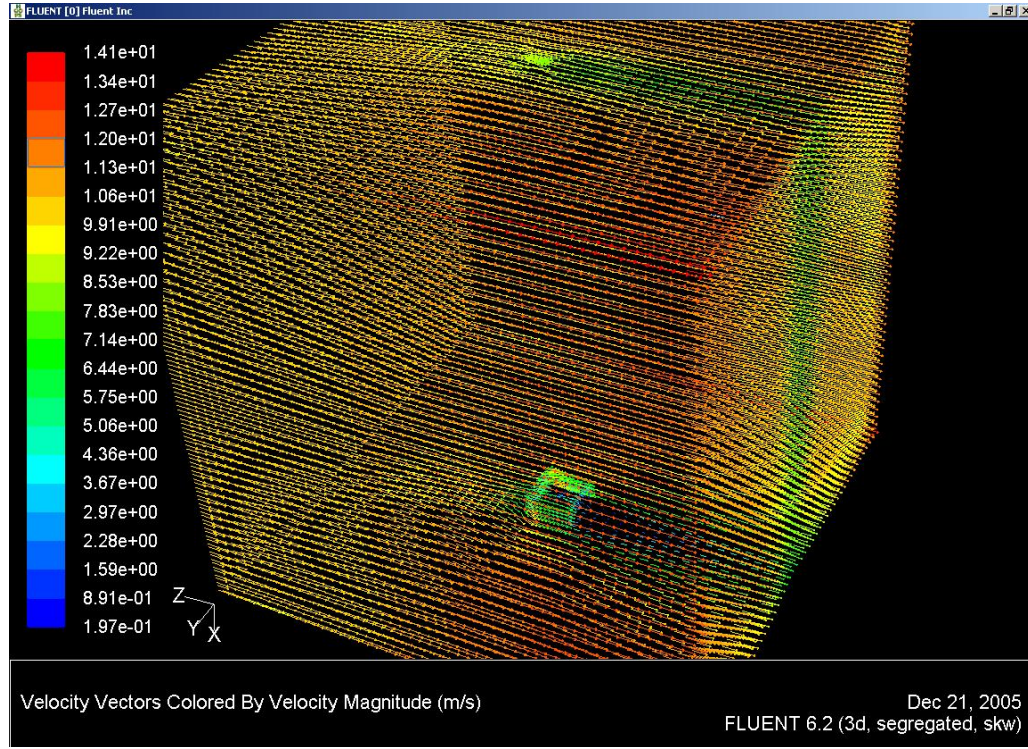
hidrodinamik etkiden dolayı oluşan direnç akım hatlarının neredeyse cisme dik konuma getiriyor (Şekil 9.4). Sonlu hacim içerisinde hız vektörlerinin dağılımı şekil 9.5’ de gösterildi.



Şekil 9.3 Kübik cisim etrafındaki akış

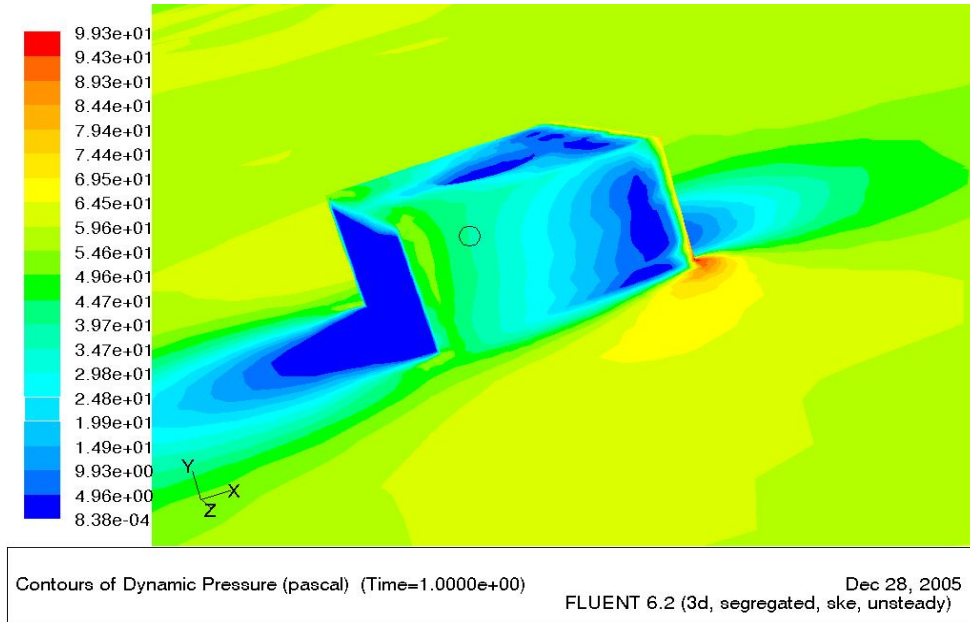


Şekil 9.4 Akım hatlarındaki ani değişim cismin şekliden kaynaklanır



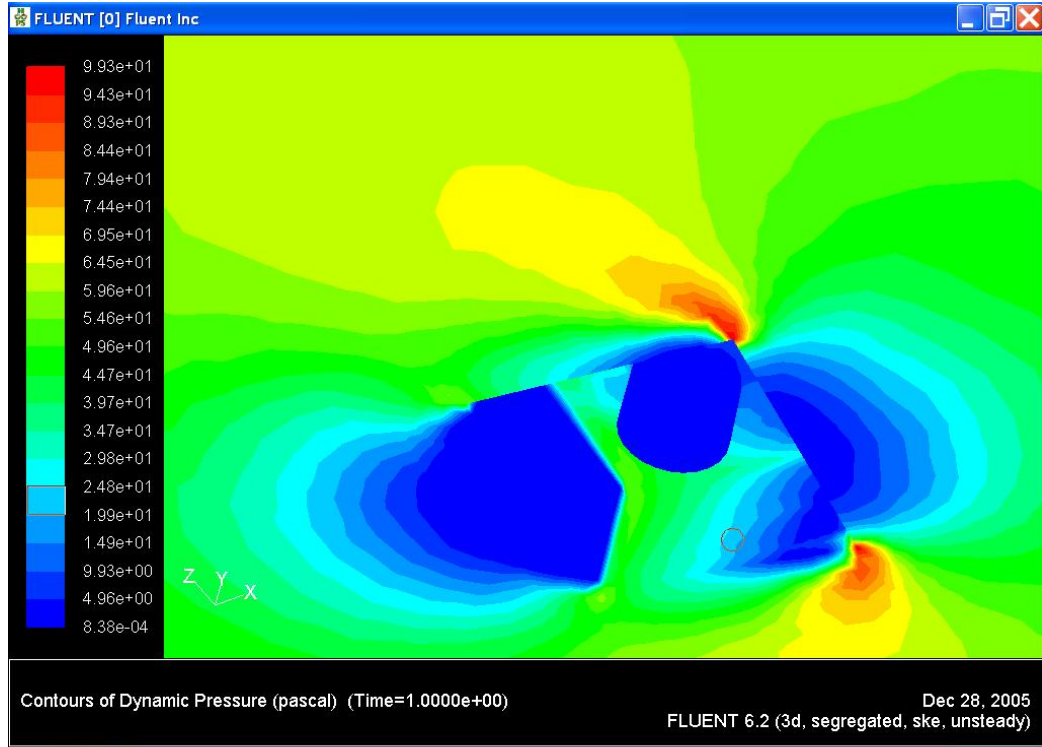
Şekil 9.5 Sonlu hacim içerisindeki hız vektörleri dağılımı

Aynı cismi etrafındaki basınç değişimi Şekil 9.6'da gösterildi.

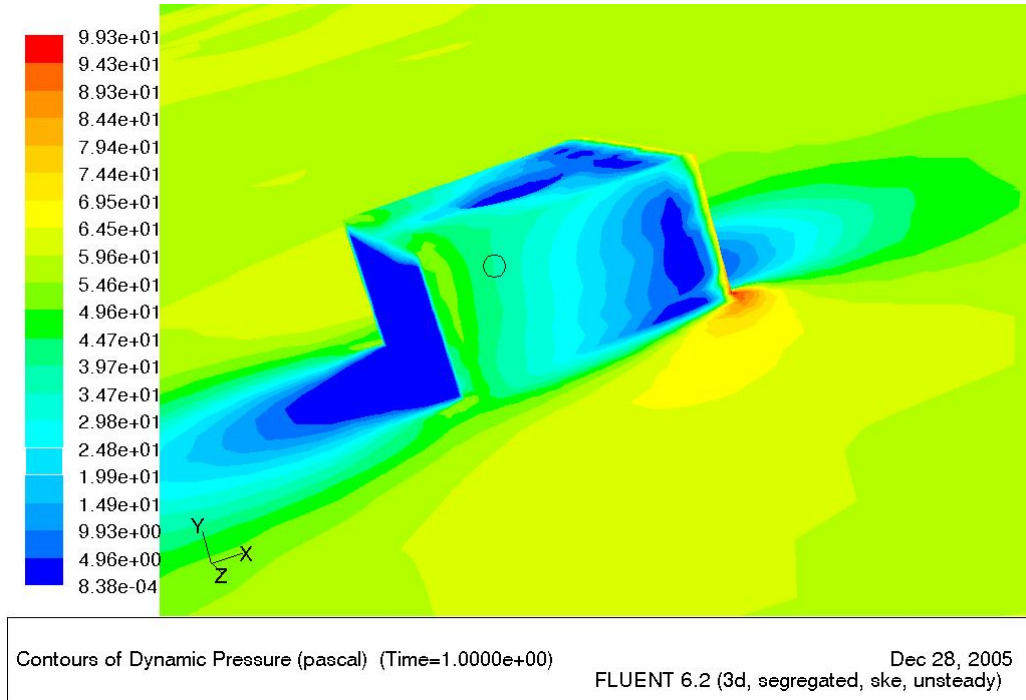


Şekil 9.6 Cisim etrafındaki basınç dağılımı

Cisme içinden bakıldığında çukurluktaki basıncı düşüşü dikkat çekmektedir. (Şekil 9.7 –9.8)



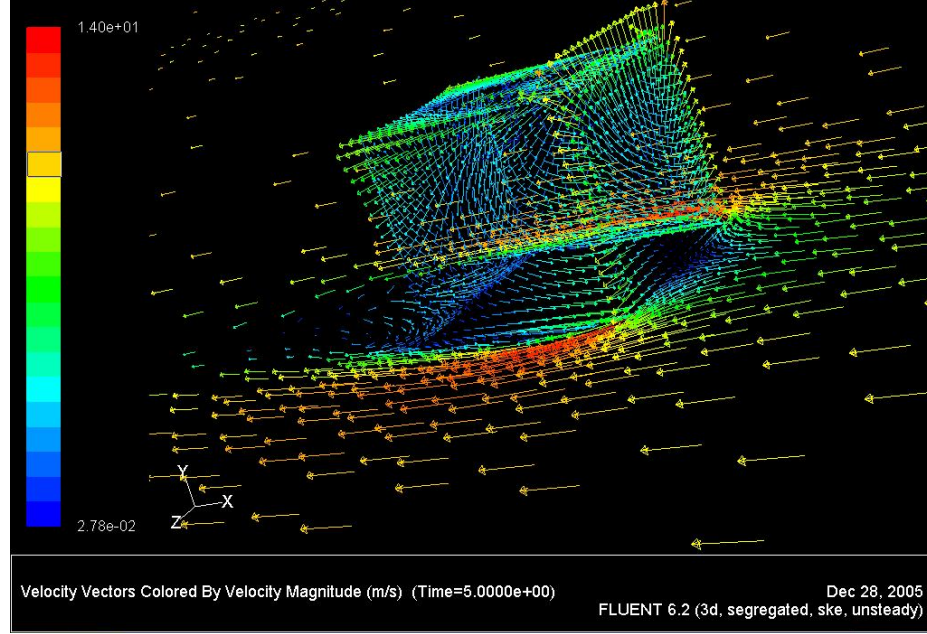
Şekil 9.7 Cisim etrafındaki basınç dağılımı



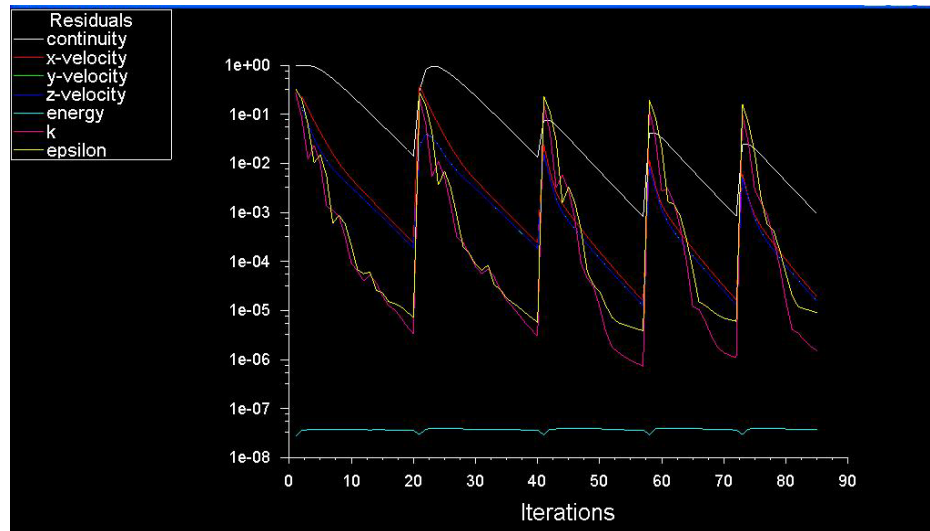
Şekil 9.8 Basınç düşüşünün görüntülenmesi

9.3 Uygulama 2

Şekil 9.9 'de gösterilen diğer bir modelin ana ölçüleri uygulama 1'deki gibi ancak üzerine bu kez 3 ayrı silindirik çukur açıldı. Akım hareketleri, hız, basınç, enerji gibi değişkenler incelendi. Hesaplar yapılırken türbülans modeli olarak k- ϵ seçildi. Şekillerden de anlaşıldı üzere tüm çözümler 3 boyutlu olarak zamana bağımlı yapıldı.



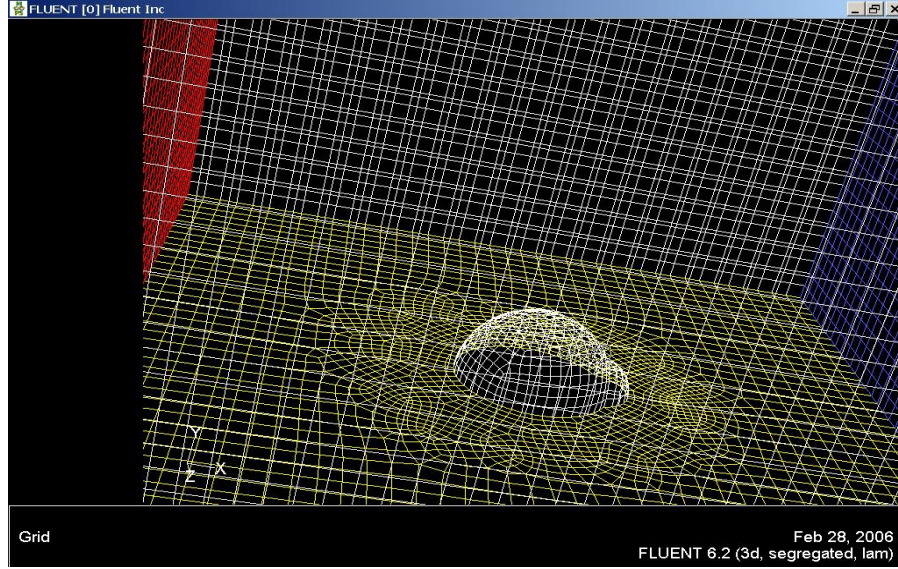
Şekil 9.9 Üzerinde üç adet silindirik çukur açılmış kübik cisim



Şekil 9.10 İterasyon yapılırken değişimin izlenmesi

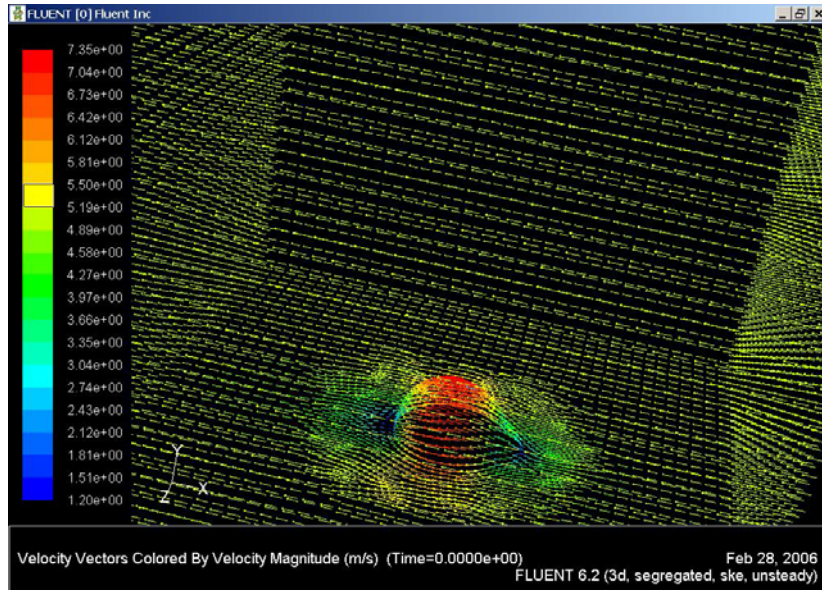
9.4 Uygulama 3

5 birim yarıçapında bir kürenin ucuna 2 birim çapında bir kürecik ekleniyor ve ikiye bölünüyor. Bu bölünme yüzeyi simetri yüzeyi olarak tanımlanıyor. Böylelikle analiz sırasında program tam bir küre olarak sonuçlar verecek. Ağ yapısı kare meshlerden oluşmaktadır. (Şekil 9.11)



Şekil 9.11 Küre ve ucuna yapılan eklentinin ağ yapısı

Şekil köşeliden yuvarlak bir hale geçtikçe hız vektörleri daha düzgün ilerliyor(Şekil 9.32).



Şekil 9.12 Küresel cisim üzerindeki hız vektörleri

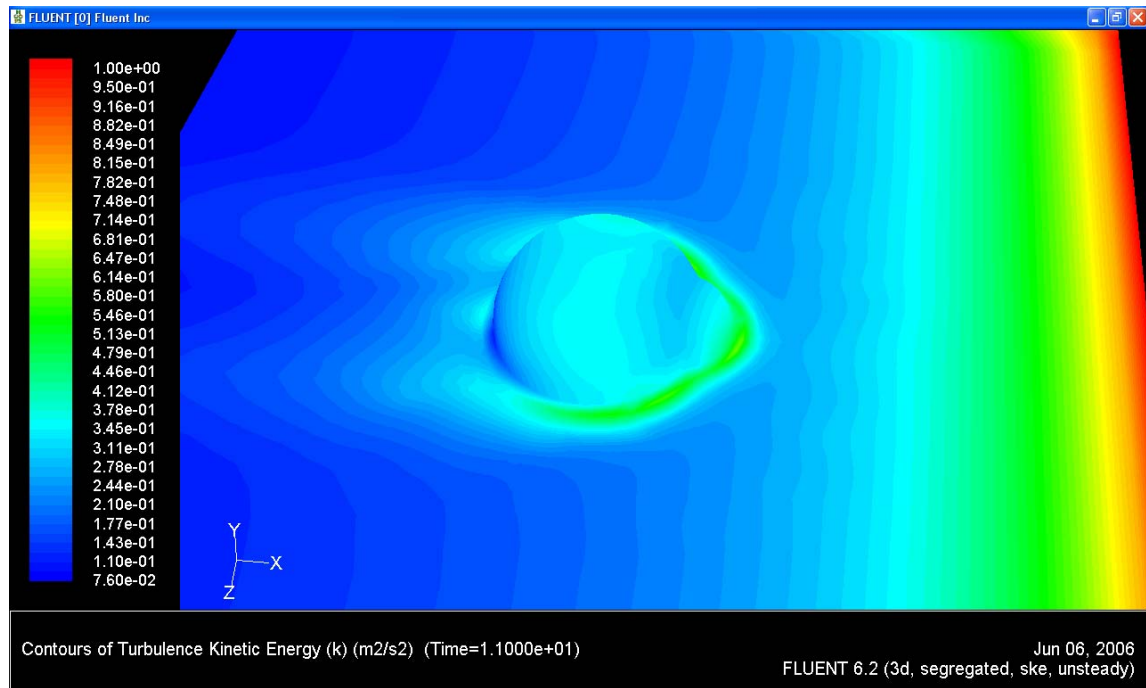
Yarım küresi cismimiz üzerindeki kuvvetlerin büyüklükleri şu şekilde bulundu.

Basınç kuvveti: 168,3573 N

Viskoz kuvvet: 7,1305323 N

Cisim üzerine gelen akımın zamana bağlı olarak değişen hareketlerini www.yildiz.edu.tr/~sturkmen adresinden ulaşılabilir. Bu zamana bağlı değişimin sebebi cisim etrafındaki akımın modellenmesinde yapılan iterasyon sırasındaki kuvvetler, moment ve enerji değerlerinin sabit değerlere ulaşması sırasında görülen değişimlerdir.

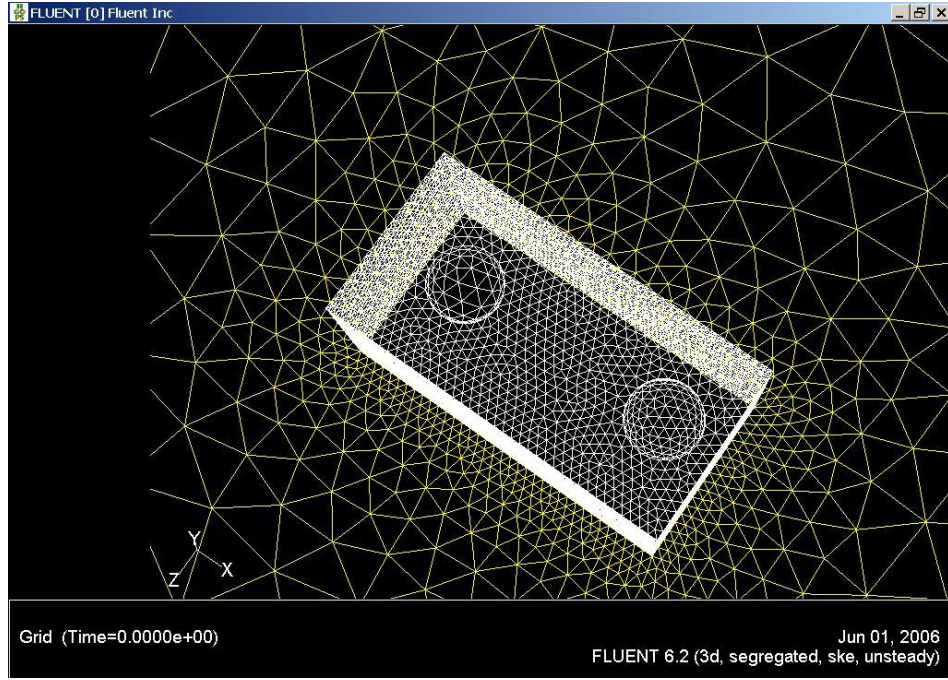
Türbülans kinetik enerji dağılımı Şekil 9-13'de gösterildi.



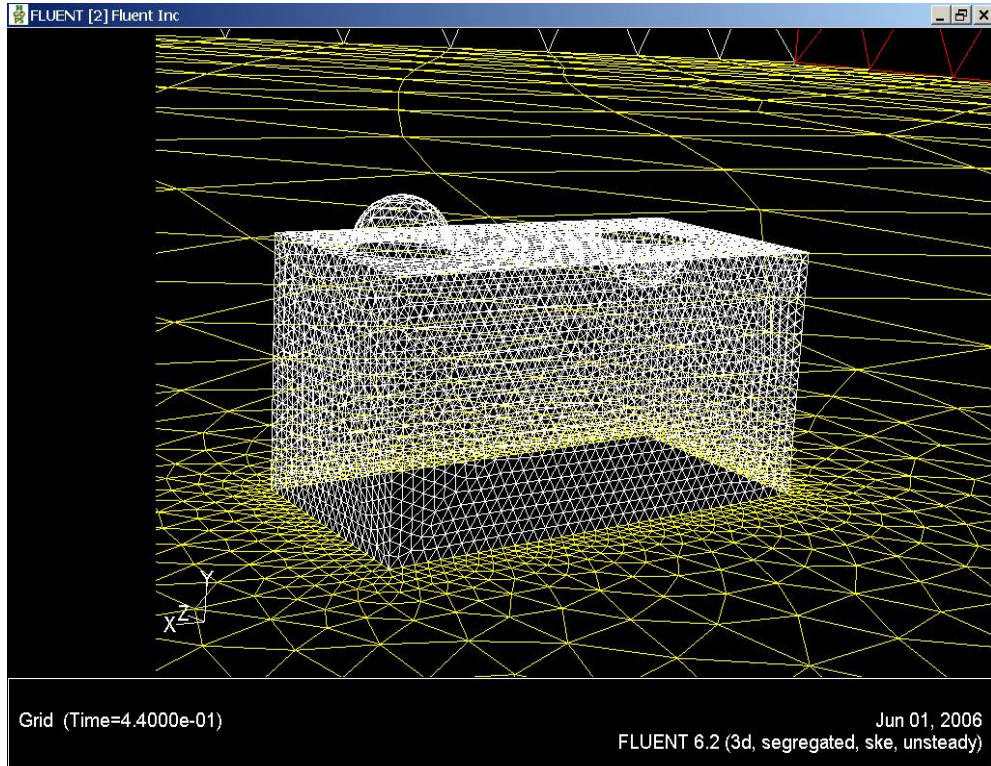
Şekil 9.13 küresel cisim etrafındaki türbülans kinetik enerji dağılımı

9.5 Uygulama 4

20x10x10 birim³ büyüklüğünde bir kutunun yüzeyinden içe doğru 2 birim derinliği ve 4 birim çapı olan yarım küre ve yüzeyinden 2 birim yükseklik ve 4 birim çapı olan yarım küre konuldu. (Şekil 9.14–9.15)

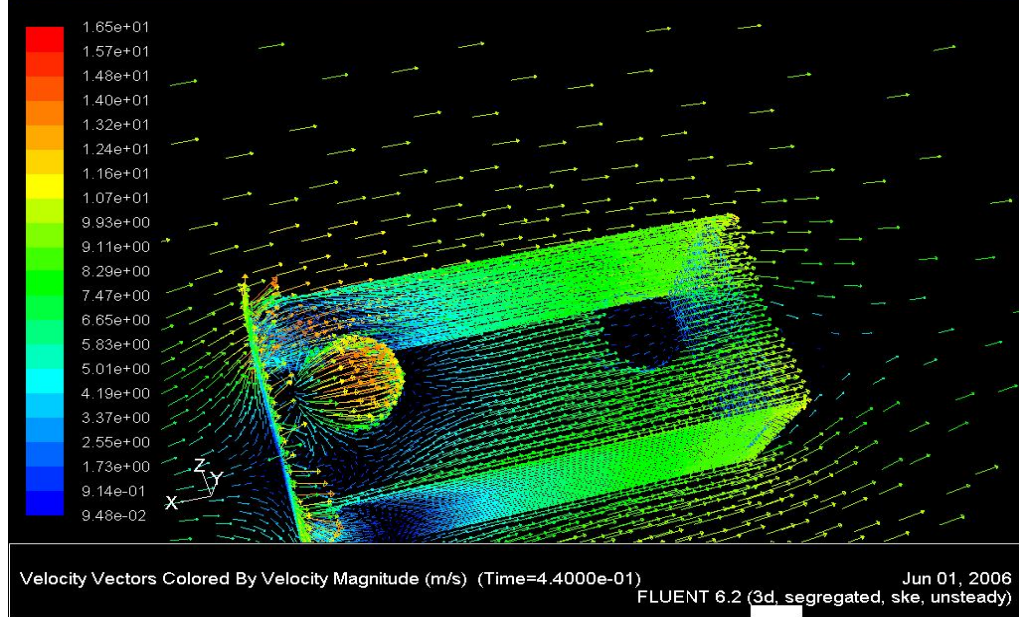


Şekil 9.14 Dikdörtgen prizmadaki girinti ve çıkıntı halinde deformasyonların meshli hali

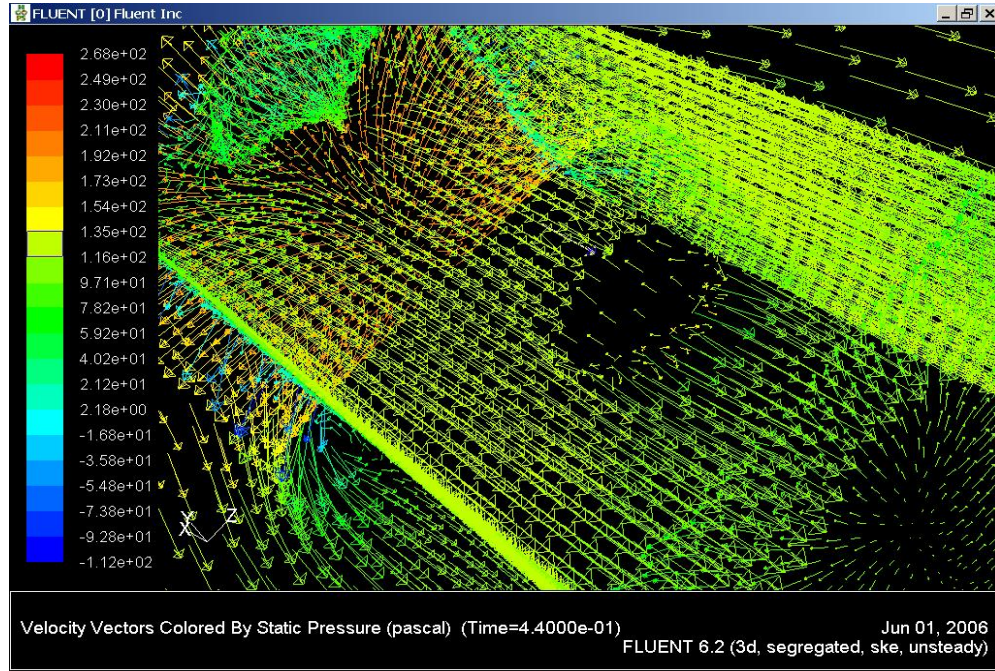


Şekil 9.15 Başka bir görünüşten, meshlenmiş model

Model üzerine x yönünden 5m/s hızla akım gönderildi. Sınır şartlarında k-ε türbülans modeli seçildi. Hız vektörlerinin cisim yüzeyindeki hareketleri Şekil 9.15 ve Şekil 9.16'da gösterildi.

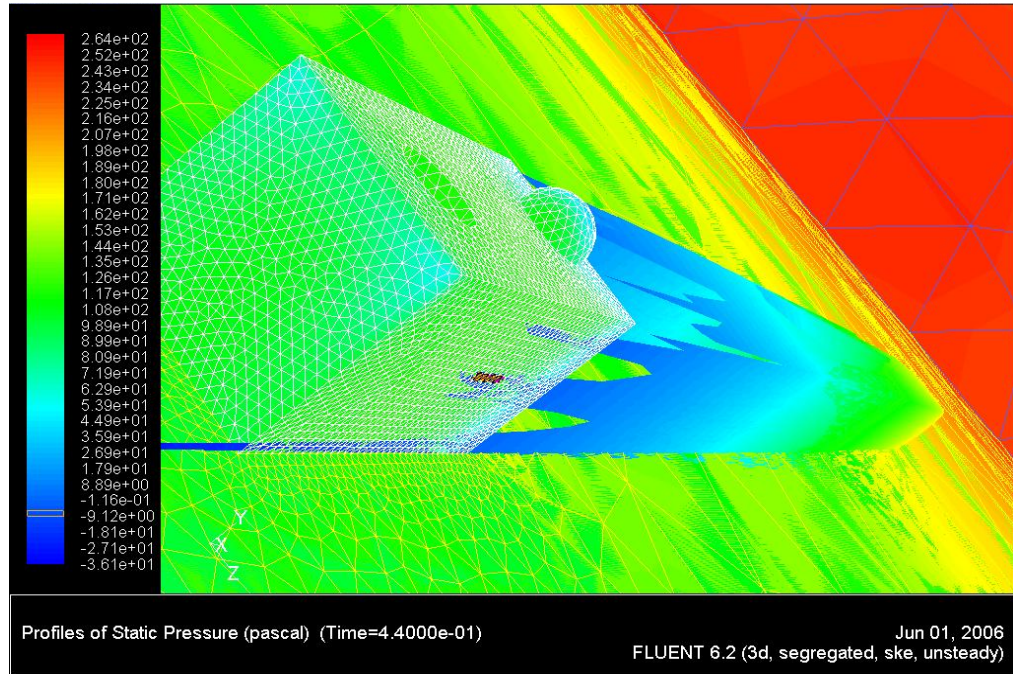


Şekil 9.16 Cisim üzerinde hız değişimi ve hız vektörleri

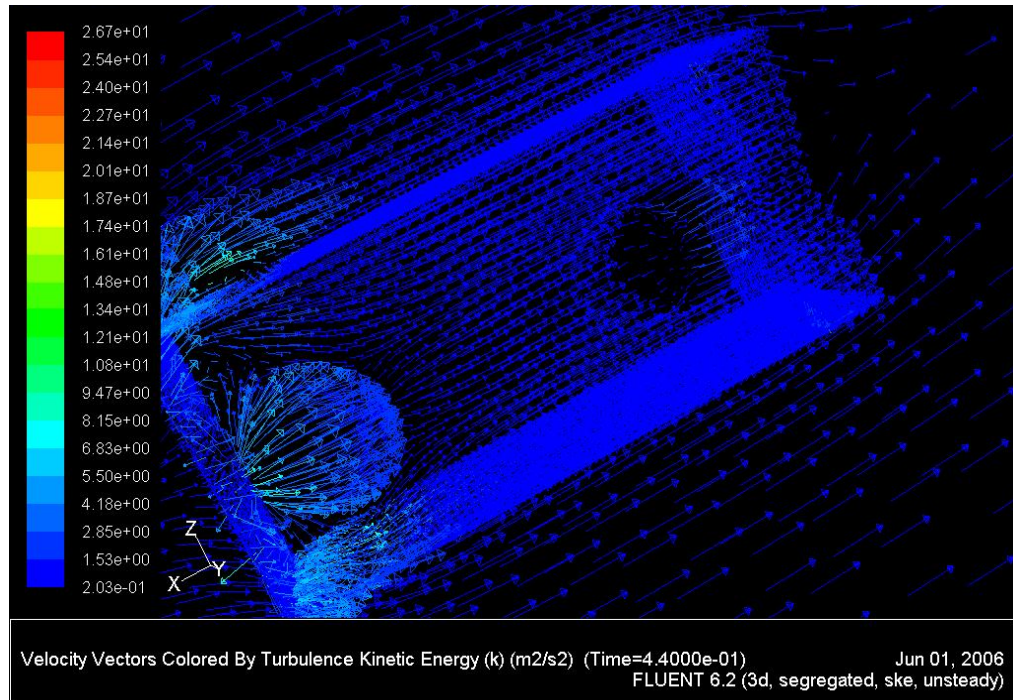


Şekil 9.17 Deforme bölgedeki hız vektörleri

Akımdan dolayı cisim yüzeyindeki basınç değişimi Şekil 9.17 'de verildi. Türbülans kinetik enerjisiindeki değişim Şekil 9.18'de gösterildi.



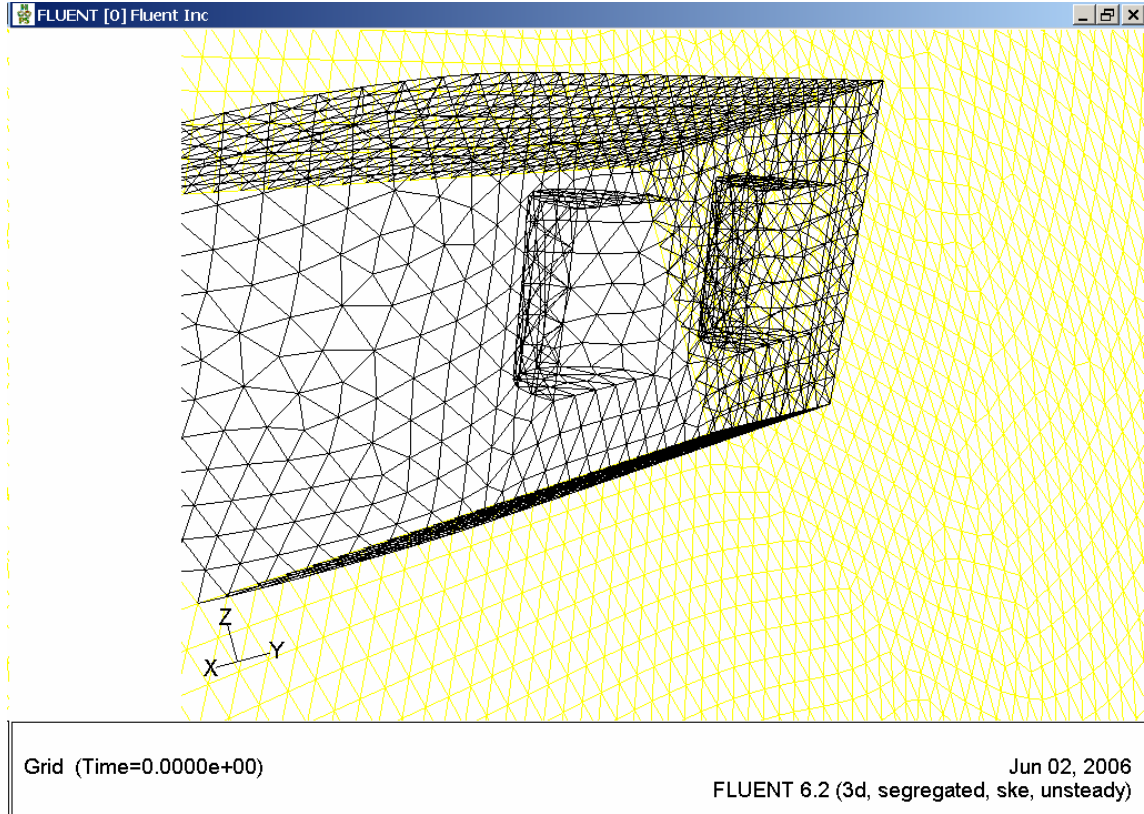
Şekil 9.18 Cisim yüzeyindeki basınç değişimi ve akım izi



Şekil 9.19 Cisim Yüzeyinde Türbülans Enerji dağılımı

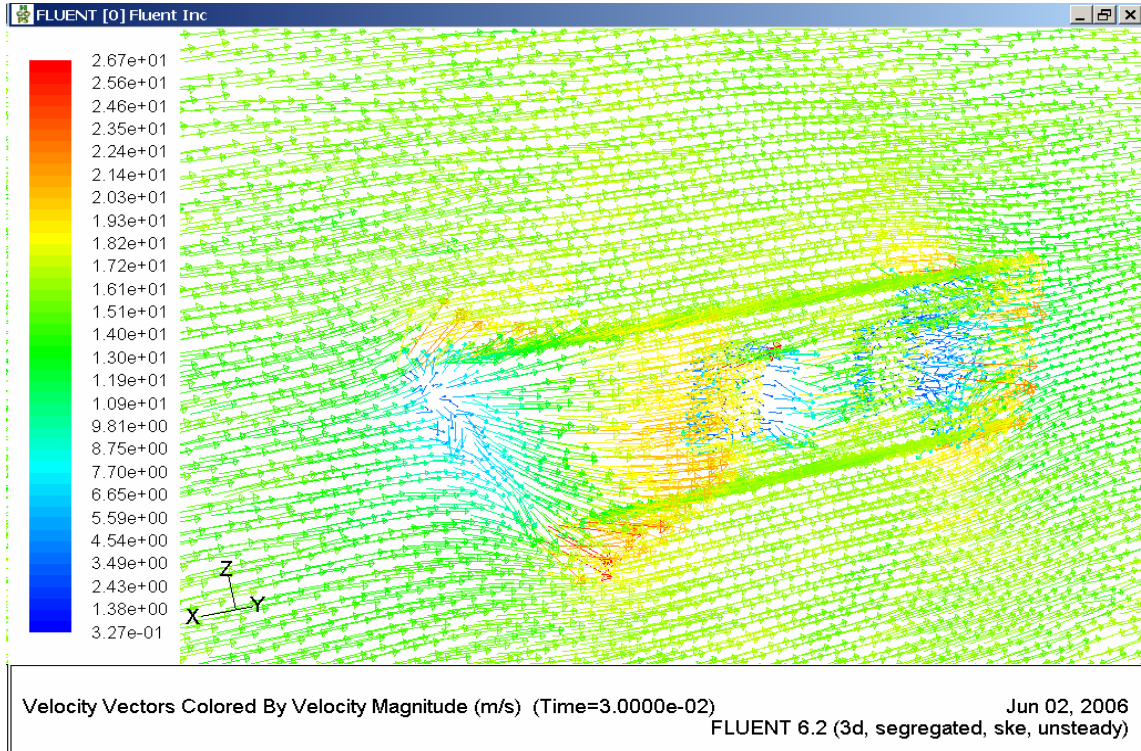
9.6 Uygulama 5

Gemi tipine çok yakın olan bu model yan yüzeyinde deformasyonlar yapılmış yarı elipstik bir cisimdir.(Şekil 9.20)

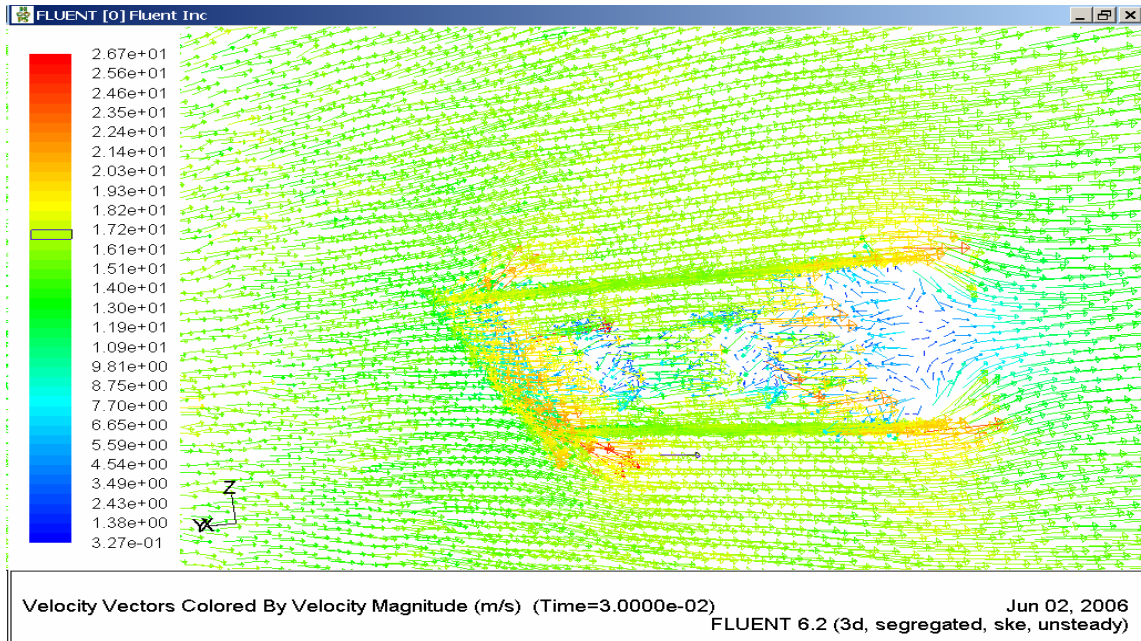


Şekil 9.20 Yanal yüzeyine deformasyon yapılmış cismin ağ örülmüş hali

Cisim üzerine 10m/s hızda akım gönderildi. (Şekil 9.21- 9.22).

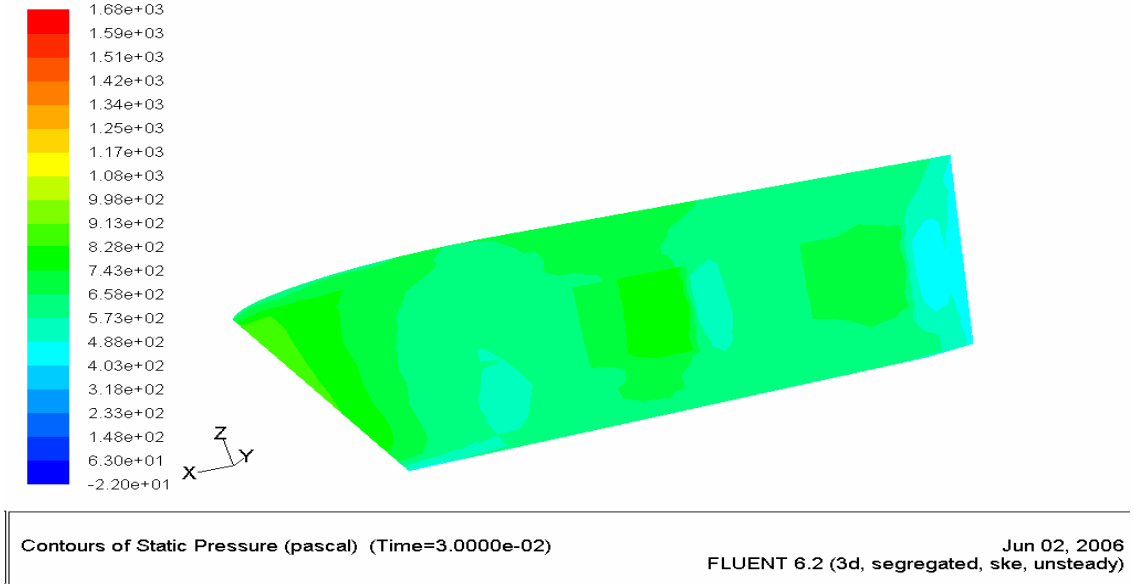


Şekil 9.21 Cisim üzerinde hız vektörleri

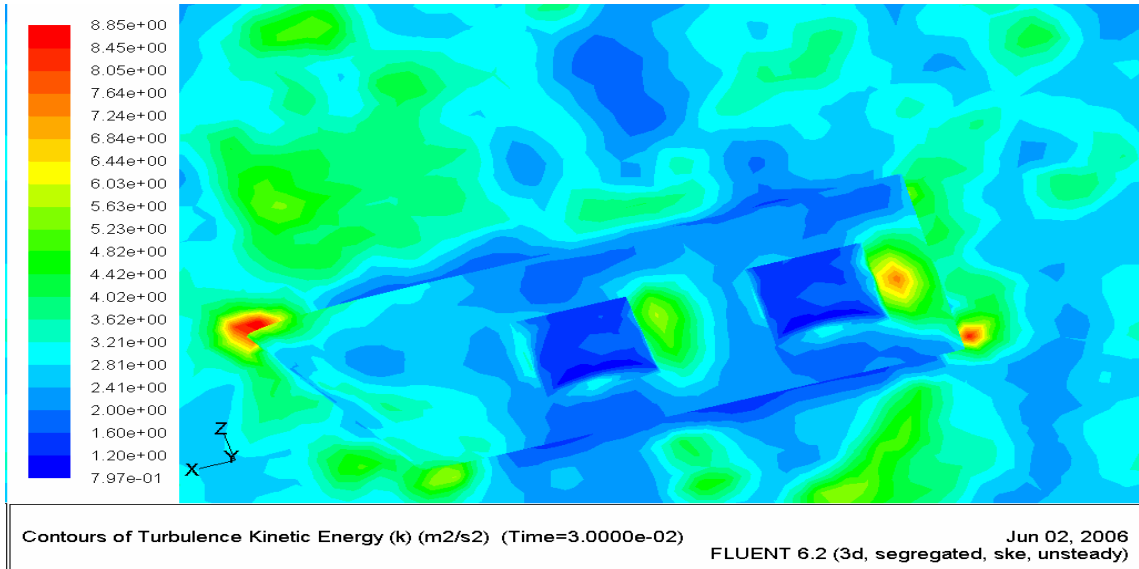


Şekil 9.22 Hız vektörlerinin başka bir yönden görünüşü

Cisim yüzeyindeki basınç dağılımı Şekil 9.23’de gösterildi. Cisim üzerindeki türbülans enerji değişimi Şekil 9.24’de gösterildi. Türbülans enerjisinin cisim yüzeyindeki deformasyonlu bölgeden hemen sonra arttığı gözlenmektedir.

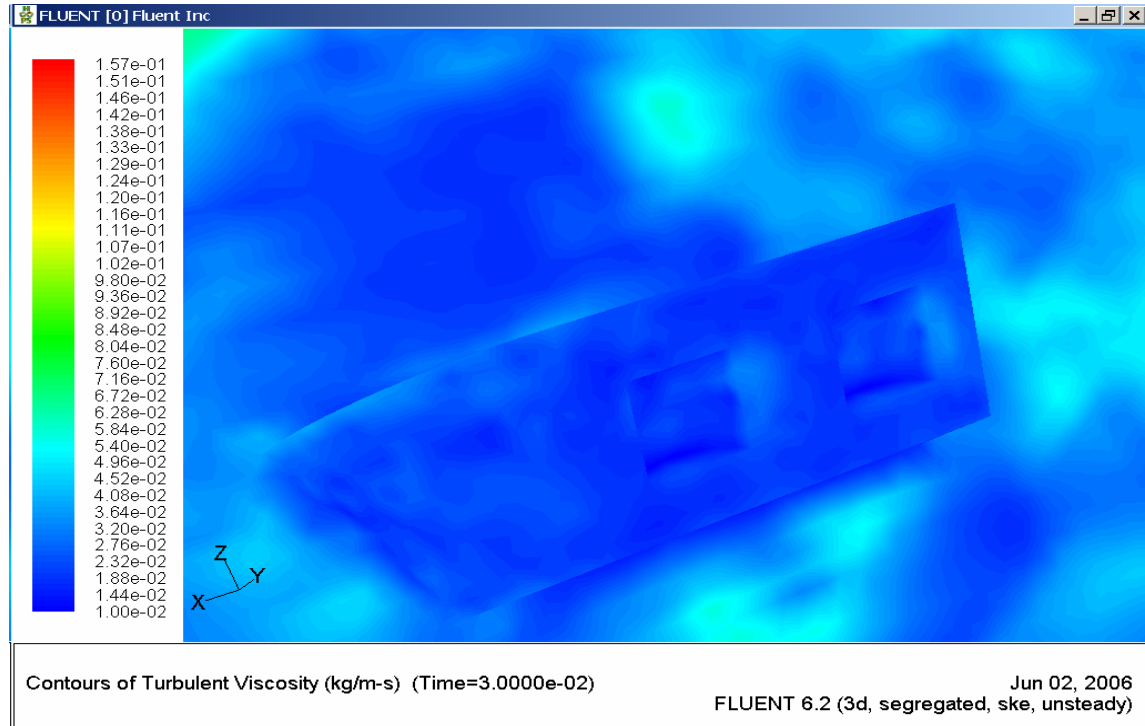


Şekil 9.23 Cisim yüzeyindeki basınç değişimi



Şekil 9.24 Türbülans enerji değişimi

Dış akımdaki türbülans viskozite değişimi Şekil 9.25’de gösterildi.



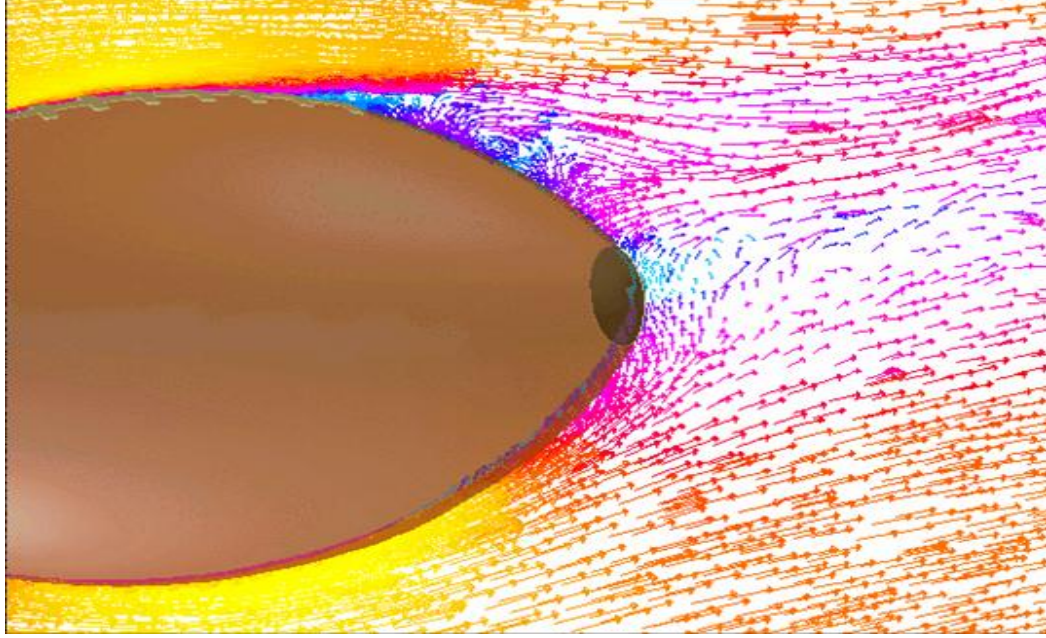
Şekil 9.25 Dış akımda Türbülans viskozitesi değişimi

9.7 Bu Konuda Yapılmış Çalışmalardan Birkaçı:

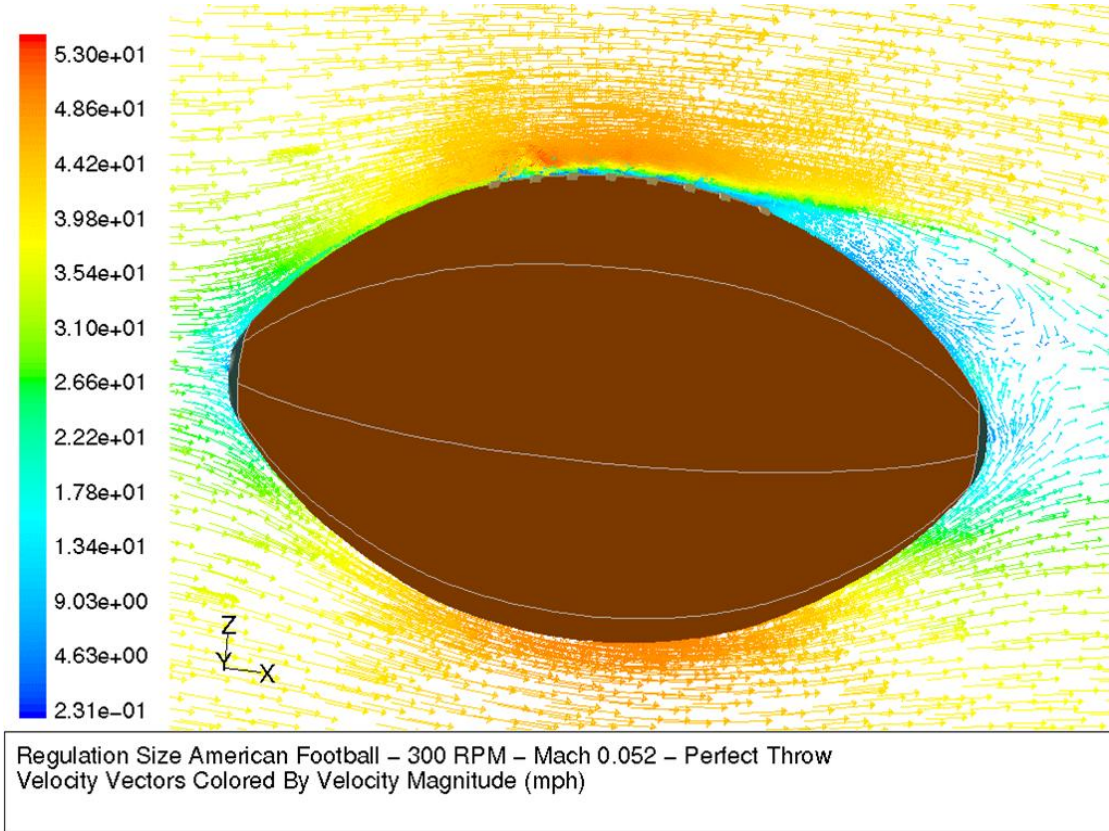
9.7.1 Applied Computational Fluid Dynamics (2002) (Instructor: André Bakker)

Temel mekanik yasalarını kullandığı bu çalışmada futbol topundan, gemiden, yuvarlak bir cisimden ve karıştırıcıdan yararlanılmış.

Futbol topu üzerinde yaptığı çalışmada ilginç sonuçlara ulaşmıştır. Top üzerindeki dikişlerin topun performansı üzerinde etkilerini Şekil 9.26’da görülmektedir. Takımın topun çıkış noktasında girdaplı daha sonra dikişli top üzerinde yapılan aynı çalışmada hız vektörlerinin düzenli olması dikkat çekmektedir.(Şekil 9.27)



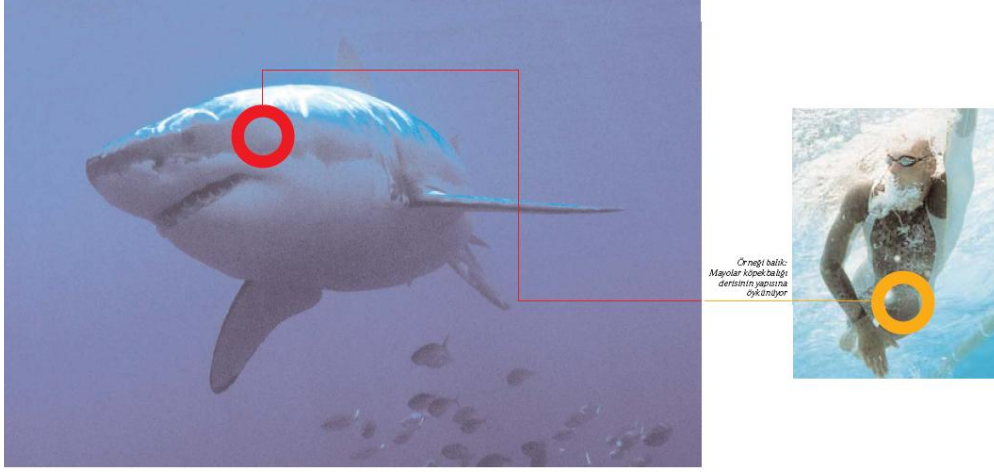
Şekil 9.26 Cisimden çıkış noktasında hız vektörleri düzensiz



Şekil 9.27 Dikişli topta hız çizgileri daha düzgün

9.7.2 Köpek Balığı Derisinden Örnek Alınarak Hazırlanan Mayolar ve Suyun Yüzey Direnci

Verilebilecek en ünlü örnekler köpekbalığı derisi ilkesi. Köpekbalığı derisinin özel yapısı suda sürtünme direncini azaltıyor ve yüzücü giysileri için örnek oluşturuyor (Şekil 9.28)



Şekil 9.28 Köpekbalığı derisi modelini yüzücü giysisine uyarlanması

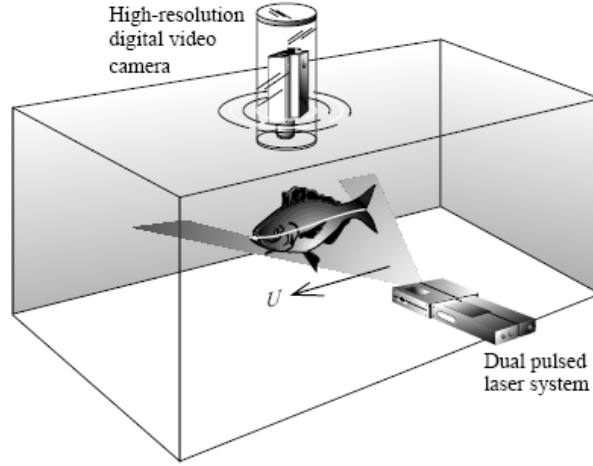
1/100 saniyenin altın madalyayı belirlediği olimpiyat yarışmalarında, yarışmacılar açısından suyun vücutlarının üzerinde oluşturduğu sürtünme direnci oldukça önemlidir. Bu nedenle birçok yüzücü, sürtünme direncini en aza indirecek yeni mayoları tercih etmektedir. Bu mayolar yüzücüde olabildiğince geniş bir yüzeyi kaplar ve vücuda sımsıkı yapışır. Mayonun kumaşı, dikey reçine şeritleri üstüne köpek balığı derisinin özelliklerini taşıyan bir dokumadan ibarettir.

Köpek balıkları üzerinde taramalı elektron mikroskopuyla yapılan incelemelerde, balığın derisinin şeritler içerdiği görülmüştür. Şeritler, dikey su girdapları veya su spiralleri oluşturarak suyu balığın vücuduna daha çok yapıştırır ve suyun yüzmeye karşı direncini azaltır. Şeritlerin bu etkisi "Ribblet etkisi" olarak bilinir ve bu konu ile ilgili NASA'nın Langley Araştırma Merkezi'nde Ribblet deri araştırmaları yapılmaktadır. Son on yıldır da bu etki mayolar üzerinde uygulanmaktadır.

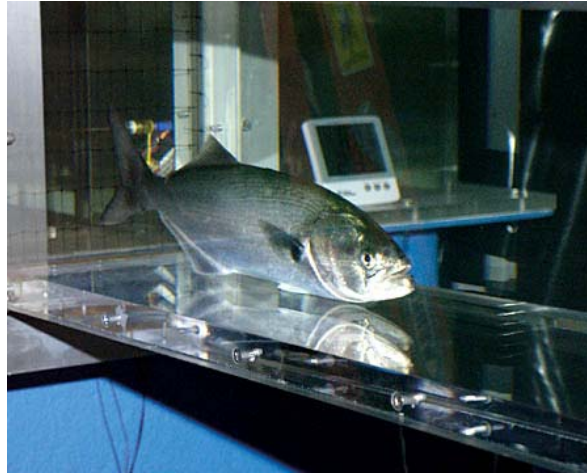
Yeni lifler ve yeni dokuma teknikleri ile yapılan mayolar, yüzücünün vücudunu sararak suya en az direnç gösterecek şekilde üretilmektedir. Nitekim yapılan araştırmalar bu mayoların diğer mayo tiplerine oranla sürtünme direncini %8 azalttığını göstermiştir.

9.7.3 THE BOUNDARY LAYER OF SWIMMING FISH

Bu çalışmada Anderson, Mcgillis ve Grosenbaugh yine küçük köpek balıkları üzerinde yaptığı çalışmalarda, balıkların hareketleri incelenerek direnç üzerine değerler bulmuştur. Bu çalışmayı yaparlarken özel bir akvaryum kurdular (Şekil 9.29 ve Şekil 9.30).



Şekil 9.29 U yönünde yüzen balığın hızının dijital cihaz yardımıyla ölçümü



Şekil 9.30 Balığın düzenek içinde görünüşü

Balıkların yüzeylerinde sınır tabaka teorisinden yararlanarak hesaplamalı akışkanlar mekaniğinin kurallarını uyguladılar. Balık hareketlerinin direnç üzerindeki etkilerini

inceledikleri çalışmada balıkların boyutlarına, ağırlıklarına, hızlarına ve akışkana bağlı sonuçlar elde ettiler. (ANDERSON, MCGILLIS, GROSENBAUGH, 2000)

Cisim üzerinde yaptığımız bilinçli deformasyonlar sonucu tüm bu şekle bağlı değişkenleri kontrollü olarak cisim üzerinde dağılımını ve etki doğrultusunu düzenleyebiliriz.

Amerikan futbol topu ve balıklar üzerinde yapılan çalışmalar bu teoride kanıtlar niteliktedir. 2000 Yılı Sydney olimpiyat neticelerine bakıldığında uzun zamandır kırılmayan 50 metre erkekler rekorunu Avustralyalı Aleksandr'ın 21.64 sn.ye indirmiştir. Bu sadece sporcunun başarısı değildir. Giydiği köpek balığından esinlenilerek üretilmiş özel mayo sayesinde bu dereceyi yakalamıştır.

Yapılan uygulamalar sabit sıcaklık ve hızdaki akım içinde duran cisimlerin şekillerinin hız vektörlerini dolayısıyla hız vektörlerine teğet akım hatlarını etkilediği görülmüştür. Ayrıca cisim üzerindeki basınç dağılımı da aynı hızda olduğu gibi cismin şekline göre değişmektedir.

Hıza ve basınca bağlı olan viskoz enerji, direnç gibi değerlerinde cisim yüzeyinde bölgeden bölgeye farklılık gösterdiği görülmektedir.

Amerikan futbol topu ve balıklar üzerinde yapılan çalışmalar bu teoride kanıtlar niteliktedir. 2000 Yılı Sydney olimpiyat neticelerine bakıldığında uzun zamandır kırılmayan 50 metre erkekler rekorunu Avustralyalı Aleksandr'ın 21.64 sn.ye indirmiştir. Bu sadece sporcunun başarısı değildir. Giydiği köpek balığından esinlenilerek üretilmiş özel mayo sayesinde bu dereceyi yakalamıştır.

Cisim etrafındaki akışın yapısı ve cismin şekli iyi analiz edilip cisme gerekli fiziksel değişiklikler yapıldığında cisim üzerindeki toplam direnç azalıyor. Böylece modelimizden daha iyi performans elde ederiz. Modelimiz yüzücüden, deniz altıya ya da bir uzay mekiğine kadar geniş yelpazede olabilir. Mekanğin kanunlarını uygulayabildiğimiz her bilim alanında ve her sektörde bilinçli deformasyonlar sayesinde üstün özellikli araçlar geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

ANDERSON, E.J., MCGILLIS, W.R., GROSENBAUGH, M.A.,(2000), Department of Applied Ocean Physics and Engineering, USA

BAYKAL, R., DİKİLİ A.C, (2002),Gemi Direnci ve Makine Gücü, İstanbul Teknik Üniversitesi Rektörlüğü, İstanbul

Bilim ve Teknik, Ekim 2000,TUBİTAK Yayınları, İstanbul

CRAWFORD, W.M., KAYS, M.E, (1993), Convenctive Heat and Mass Transfer, USA

Edward V. L., (1990), Principles of Naval Architecture Volume II . Resistance,Propulsion and Vibration , USA

Fluent 6.2 Documentation,(2005), Effects of Compressibility on Turbulence in the k- ϵ Models, England

KOÇYİĞİT, N. ve ÜNAL, M.F.,(2005), Askı Ve İleri Uçuştaki Bir Helikopter Gövdesinin Aerodinamik Katsayılarının Fluent® Kullanılarak Hesaplanması , Havacılık ve Uzak Teknolojileri Dergisi, İstanbul

ÖZDEMİR, M. A., ONBAŞIOĞLU, S., 2004, F-4 Phantom II Uçağının Etrafındaki Akışın Had Analizi Kısım 1: Kanat Kök Profili Naca 0006, Havacılık ve Uzak Teknolojileri Dergisi, İstanbul

RHEE S.H., STERN,S.,2001, Unsteady RANS Method For Surface Ship Boundary Layer And Wake And Wave Field, International Journal For Numerical Methods In Fluids,USA

White, M. F., (2004), Fluid Dynamics, USA

İNTERNET KAYNAKLARI

[1] www.ichmt.org/dimensionless/dimensionless.html

[2] <http://en.wikipedia.org/wiki/Dissipation>

[3] <http://analiz.infotron.com.tr/faq.php#01>

[4] <http://www.anova.com.tr>

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 29.06.1980

Doğum yeri İstanbul

Lise 1995–1998 Ö. Ahmet Şimşek Fen Lisesi

İngilizce Hazırlık 1998–1999 Yıldız Teknik Üniversitesi İngilizce Hazırlık

Lisans 1999–2003 Yıldız Teknik Üniversitesi Makine Fakültesi
Gemi İnşaatı Mühendisliği Bölümü

Çalıştığı Kurumlar

2003-2005 Şahin Çelik Tersanesi

2005- YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Araştırma Görevlisi