

85010

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GEMİ FORMUNUN B-SPLINE İLE MODELLENMESİ VE FORM ETRAFINDAKİ POTANSİYEL AKIM HIZLARININ BULUNMASI

Gemi İnşaatı ve Gemi Mak. Mühendisi Yaşar GÜL

F.B.E. Gemi İnşaatı Mühendisliği Anabilim Dalı Gemi İnşaatı Mühendisliği Programında
Hazırlanan

85010

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

Tez Danışmanı : Doç.Dr. Ahmet Dursun ALKAN

Doç.Dr. Ahmet D. ALKAN
[Signature]

Doç.Dr. Mesut Güne
[Signature]

İSTABUL,1999

Doç.Dr. Kadir Sarıöz
[Signature]

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	I
ABSTRACT.....	II
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Tarihsel Gelişim	1
1.2 Amaçlar	2
1.3 CAD Sistemleri.	3
2. GEMİ EĞRİLERİ DİZAYNI	8
2.1 Endaze Planı	8
2.2 Form Geliştirme	9
2.2.1 Form parametrelerinden gemi formunun oluşturulması	9
2.2.2 Form deformasyonu yaklaşımı	10
2.2.2.1 CB Deformasyonu	11
2.2.2.2 LCB Deformasyonu	12
2.2.3 Standart seriler yaklaşımı	13
2.2.4 Serbest form dizaynı	14
3. EĞRİ TANIMLAMASI	15
3.1 Giriş	15
3.2 Parametrik Kübik Eğriler	15
3.3 B-Spline Eğrileri	22
4. YÜZEY TANIMLAMASI	30
5. BİLGİSAYAR PROGRAMI (B_SURF)	33
5.1 Program Algoritması	33
5.2 Bilgisayar Programında Kullanılan Komutlar ve İşlevleri	37

5.5.1	Modelleme komutları	37
5.5.2	Ekran görüntüsü komutları	39
5.5.3	Hesaplama ve kesit alma komutları	41
5.5.4	Modisfikasyon komutları	42
5.5.5	Çıktı komutları	43
6.	GEMİ ETRAFINDA POTANSİYEL AKIM HIZLARININ BULUNMASI	44
6.1	Potansiyel Akımlar	44
6.2	Potansiyel Akımın Genel Denklemleri	45
6.3	Gemi Etrafındaki Potansiyel Akım	47
6.4	Gemi Yüzeyinin Panellere Bölünmesi (Mesh)	48
6.5	Potansiyel Akım Analizi Sonuçlarının Grafik Gösterimi	49
7.	SONUÇLAR	51
	KAYNAKLAR	52
	EKLER	54
	ÖZGEÇMİŞ	64

ÖZET

1700 lü yıllardan beri gemi inşaatı mühendislerinin uğraşı alanlarından biri olan gemi formunun matematiksel yöntemlerle modellenmesi konusu, bilgisayarların mühendislik alanlarında yaygın bir şekilde kullanılmaya başlayıncaya kadar fazla itibar görmedi. Bilgisayarların mühendislik hesaplamaların yapılmasında kullanılmaya başlamasıyla birlikte gemi hatlarının matematiksel yöntemlerle modellenmesi önem kazanmaya başladı. Bilgisayarların dizayn ve üretim alanlarında da kullanılmaya başlanması bu önemi ivmelendirerek artırdı.

Bu çalışmada gemi formunun matematiksel modelleme yöntemlerine genel bir bakış yaptıktan sonra seçilen bir yöntemle (B-spline yüzeyleri) gemi formu geliştirmeye yönelik bir bilgisayar destekli tasarım programı yazılımı amaçlanmıştır. B-spline yüzeylerinin seçilmesi bu fonksiyonların hem estetik hem de fonksiyonel ihtiyaçlara dayanan yüzey dizaynı probleminin çözümü için çok uygun olmasıdır. Basit formüle edilebilmesiyle beraber karmaşık yüzeyleri bile çok rahat modelleyebilecek etkin bir yapıya sahip olmaları nedeniyle, çoğu CAD programında yüzey modelleme çekirdeği olarak kullanılmışlardır. Geliştirilen yazılımla modellenen gemi yüzeylerinde tatmin edici neticeler alınmıştır.

Çalışmanın diğer bir parçası modellenen geometri etrafındaki potansiyel akım hızlarının bulunmasıdır. Bunun için üç aşamada çalışma yapılmıştır. Birincisi su altında kalan geometrinin uygun bir şekilde mesh edilmesi; ikincisi mesh edilmiş geometride potansiyel akım denkleminin çözülerek hızların bulunması, üçüncüsü ise akım hatlarını görebilmek için hızların model üzerinde grafik olarak gösterilmesi. Bu çalışmada birinci ve üçüncü bölümler için programlar geliştirilmiş olup ikinci bölüm için Hess-Smith 'in üç boyutlu cisimler etrafındaki potansiyel akımı çözen program kodu kullanılmıştır.

ABSTRACT

Since 1700's, one of the subjects that marine-architectures were interested; modelling hull forms by mathematical methods, did not seem to be considered much until computers became widespread in engineering world. When the computers began to be used in engineering calculations, the modelling of ship lines by mathematical methods gained importance. When the computers enter the fields of design and manufacturing this importance grew with an acceleration.

In this paper, after having a view on the mathematical methods of ship hull form modelling, using a chosen method (B-spline surfaces), a software development of a computer aided design program directed at improving a hull form is aimed. The reason for the choice of B-spline surfaces is that they are convenient to solve the problems of the surface design that are based on the aesthetic and functional needs. Because they are formulated simply although they have an effective structure for modelling complex surfaces smoothly, they constitute the core of surface modelling in many CAD programs. In the ship hull surfaces modelled with the improved program satisfactory results have been reached.

Another part of the study is to find the speed of the potential flow around the modelled geometry. To do this the studies passed through three stages: In the first stage, the underwater part of the geometry is meshed appropriately; in the second, the potential flow equation is solved and the velocities are found on the meshed geometry and in the last step, the velocities are showed as a plot on the model for them to become comprehensible. In this study, programs are improved in the first and third stages and the program code of Hess-Smith which solves the potential flow around three dimensional bodies is used for the second stage.

1. GİRİŞ

1.1 Tarihsel Gelişim

Gemi tekne formlarının matematiksel tanım anlamında dizayn ve gösteriminin uzun bir geçmişi vardır. Çemberler, elipsler, paraboller veya sinüs eğrileri gibi basit geometrik formlar eski ve ortaçağ gemilerinde görülebilir. Bu tür basit formları üretmek ve çoğaltmak kolaydır.

Gemi endaze planı; serbest form tekne yüzeyinin gelişimi ve ampirik dokümantasyonu anlamında elastik trizlerin bir fairing aracı olarak kullanıldığı çizim yöntemleri ile birlikte, 1700'li yıllar civarında karşımıza çıkar. Bu teknolojinin sonuçları dikkat çekicidir ve güvenle üretilebilecek başarılı gemi geometrileri oluşturmuştur. Başlangıçta geleneksel olarak kullanılan gemi hatlarının matematiksel ifadesi ilgi çekmemiştir.

İsveçli gemi inşacı Chapman, 1760 yıllarında ünlü kitabı “ A Treatise On Ship Building” (Gemi Yapımında bir Bilimsel İnceleme) 'da su hattı ve diğer gemi eğrileri için bir parabol ailesi kullanımını anlatır. Sonraları matematiksel gemi hatları üzerine öncü bir çalışma D.W. Taylor tarafından hemen bu yüz yılın ardından yapıldı; ve o çağdaki geleneksel tekne formlarını tanımlamak için matematiksel fonksiyonları kullanmaya başladı. Taylor kesit alanları eğrisi ve suhatlarını beşinci dereceden açık polinomlarla sundu.

$$y(x) = \sum_{i=0}^5 a_i x^i$$

Bu formül ona , aynı tipten yarı-gövde eğrisini tanımlamayı ve sistematik olarak altı serbest form parametresini üretmeyi sağladı. Bunlar;

- Eğrinin başlangıç ve bitiş koordinatları
- Eğrinin başlangıç ve bitiş eğimleri
- Eğrilik (örneğin gemi ortasındaki)
- Eğri altında kalan alan (prizmatik katsayı)

Bu yaklaşımla Taylor kendi klasik sistematik gemi formu serilerinde (Taylor serileri) incelenen ana gemi formlarını geliştirdi. Böylece Taylor, bir form parametreleri ailesi ile sistematik olarak değişen gemi formları için matematiksel gösterimleri kullanan ilk gemi inşaatı mühendisi unvanını kazandı. Bu yaklaşım daha sonraları pek çok araştırmacı tarafından sistematik araştırmalarda kullanıldı.

Sounders matematiksel gemi hatlarının erken tarihi hakkında pek çok bilgi verir. Weinblum ise ellilerdeki sistematik gemi formu gelişiminde geline noktaı özetler.

Ellilerin başından itibaren bilgisayarların gemi yapımında kullanılmaya başlamasıyla birlikte matematiksel gemi formlarının tanımının metodolojisi, stili ve bakış açısı çarpıcı biçimde değişti. Bu günse, bütün dünyada, bilgisayarların yoğun kullanımı ve gemi geometri tanımının hesaplamalı metodları olmadan modern gemi yapımı düşünölemez. Gemi geometrisi dizaynındaki yeni teknikler bugün bilgisayarlarla desteklenmektedir. Gemi parçalarının üretimi nümerik kontrollü makinelerle yapılmaktadır. Bu makineler girdi olarak doğru ve kesin bilgiye ihtiyaç duyar. Bu ise bilgisayar tabanlı gemi geometrisi ile mümkündür. Gemi geometri dizaynı ve üretim parçaları geliştirmek için pek çok yazılım vardır.

1.2 Amaçlar

Son on beş yıl içinde hesaplamalı geometrinin matematiksel metodlarında daha fazla ilerleme kaydedildi ve pek çok mühendislik alanında başarıyla uygulandı. Bu çalışma gemi geometrisi için modern hesaplama metodlarına bir bakış olacaktır. Gemi geometrisi dizaynı ve üretiminde modern bilgisayar sistemlerinde kullanılan metodları anlamak için gerekli matematiksel geçmişe bir bakış yapılacaktır.

Bu notlardaki kullanılan bilgiler farklı bakış ve motivasyonlardan çıkan ve sonuçta farklı uygulamalara götüren birkaç gelişmeye odaklanacaktır. Temel perspektif şunları içerir:

- Endaze tanımlaması :

Elle yapılan gemi mühendisliği pratiğine yakın eğri üretme metoduna dayanan prosedürler.

- Gemi yüzeyi tanımlaması :

Eğri ağı yaklaşımına dayanan metotlar. B- Spline metodu ile form ifadesi.

- Form parametre dizaynı:

Özel form parametrelerinden direk yüzey üretimi.

1.3 CAD Sistemleri

Bilgisayar destekli dizayn sistemleri üretim dizaynı konularında dizaynere hizmet etmeyi amaçlamaktadır. Bu sistemler insan ve makine arasında iyi tasarlanmış bir iş bölümü gerektirmektedir. Otomatik dizayn çalışmasını amaçlamazlar, yani insan-makine ilişkisine dayanmalıdırlar. İnsan ve makine arasındaki doğal rol bölüşümü bir ürünün üç gelişme safhasına benzer.

1. Konsept safhası, fikir safhası :

Yaratıcı çalışma, insan gücü

2. Gelişim safhası :

Hesaplama ve analitik çalışma, bilgisayar gücü

3. Karar safhası :

Değerlendirme çalışması , insan gücü

CAD sistemlerinin iki temel amacı vardır:

- Ürün dizayn işlemini desteklemek

- CAD sistemi için dahili ürün tanımını üretmek

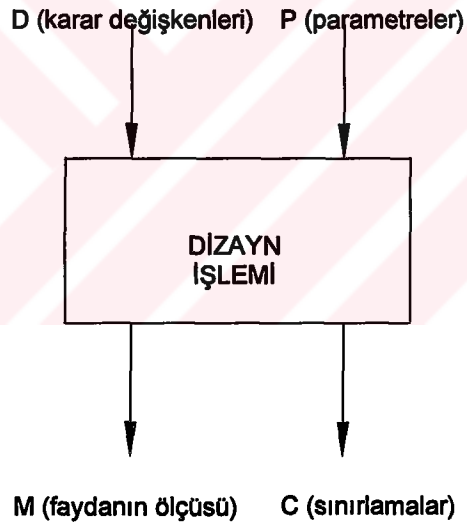
Dizayn işlemi; bir grup gereklilikten başlayıp teknik ve ekonomik amaçlarla kesişen bir ürün çözümüne kadar geçen oluşturulmuş karar işlemidir. Aşağıdaki bileşenlerle karakterize edilir.

D = Karar değişkenleri (serbest değişkenler, tasarımcının kontrolü altında)

P = Parametreler (değişken girdiler, tasarımcının kontrolü altında olmayanlar)

M= Faydanın ölçüsü (temel dizayn amacı için bir kriter)

C = Sınırlamalar (ürünün ulaşması gereken yan şartlar, eşitlikler ve eşitsizlikler)



Şekil 1.1 Dizayn işlemi modeli

Bir tekne yüzeyi elemanının geometrik dizaynında, örneğin yüzeyin serbest form parametreleri dizayn değişkenleridir. Yüzeyden alınan doğru bir ölçü faydalı ölçü (M) olarak seçilebilir veya sınır koşulları sınırlamalar olarak düşünülebilir.

Dizayn problemini oluşturulmuş bir karar işlemi olarak formüle etmek dizaynerin görevidir. CAD sisteminin rolü ise bu işlemin aşamalarını desteklemek ve sonuç

ürünü kendi data tabanı ile doküman haline getirmektir. Ürün tanımını depolamak için uygun ve mükemmel bir data yapısı gereklidir.

Bir CAD sistemi yazılımı , aşağıdaki temel mimariye sahiptir. (şekil 1.2) :

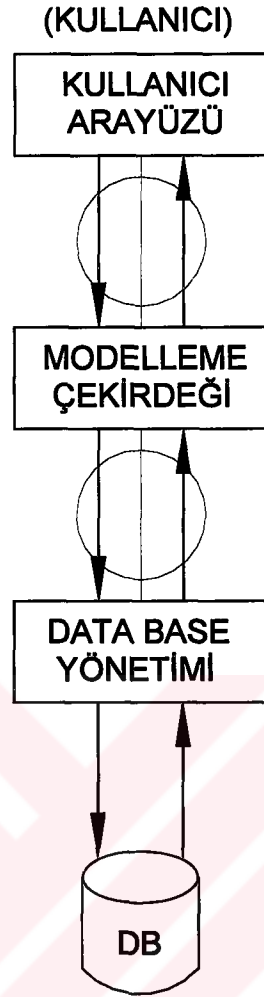
- Kullanıcı ara birimi modülü :

Alfanümerik girdi/çıkı , komut ve/veya menu yorumlaması ve CAD işlemleri için yönetim kontrolü ile kullanıcı ve sistem arasındaki iletişimi destekler

- Modelleme çekirdeği :

Modelleme fonksiyonları çekirdeği, bilgisayar modeli elemanlarını oluşturur ve hesaplama ve analiz amaçları doğrultusunda modeli sorgular





Şekil 2. CAD sisteminin temel yazılım mimarisi

- Database yönetimi

Database erişimi yönetimi (depolama / güncelleme) seçilen ürün data yapısına dayanır.

Bu fonksiyonlar pek çok farklı şekilde gerçekleştirilebilir. Gemi geometrisi tanımlamak için geliştirilen sistemlerin içeriğinde, modelleme işlemi, geometri tanımlaması ,idaresi ve sorgulanması için gerekli fonksiyonlara odaklanır. Bu çalışmanın içeriğinde bu sistemlerde kullanılan popüler modelleme çekirdeklerinden bazılarının matematiksel temelleri açıklanmış , B-spline yöntemi çekirdek olmak

üzere basit bir gemi yüzeyi modelleme yazılımının nasıl geliştirilebileceğinden söz edilmiş ve geliştirilen yazılım ile modellenen yüzeylerden örnekler sunulmuştur.



2. GEMİ EĞRİLERİ DİZAYNI

2.1 Endaze Planı

Gemi yüzeylerinin geometrisi, geleneksel olarak endaze planı olarak adlandırılan bir grup eğri ile dizayn ve temsil edilir. Endaze planı öncelikle suhatları kesitler ve batok hatlarından oluşan düzlemsel eğrileri içerir ve koordinat eksenlerine paralel ortogonal düzlemlerdedirler. Ek olarak diyagonaller (eğimli yüzeylerle gemi yüzeyinin ara kesiti) kontrol amaçlı olarak kullanılırlar. Bundan başka birkaç uzaysal, genellikle düzlemsel olmayan eğriler (güverte kenarı , çene hattı ve parampet gibi), gemi yüzeyini sınırlandırmak için gereklidir. Bazen kenar eğim hattı ve dip eğim hatlarının eğrileri de verilir. Endaze planındaki bütün hatlar bir eğriler ağı oluşturur ve gemi yüzeyindeki herhangi bir nokta interpolasyonla elde edilebilir.

Bu geleneksel yaklaşım birkaç yüzyıl önce gemi dizaynerleri ve endazecileri tarafından geliştirilmişti. Onlar elastik trizler gibi çizim ve fairing araçlarına dayanarak çalışıyorlardı. Bu şekilde düzgün şekilli düzlemsel eğriler çizilebiliyordu. Bununla birlikte bugün, yüzey tanımlamalarının yapılabildiği bilgisayar sistemlerinde bile ,dizayner ,direkt yüzey üretme teknikleri yerine kendi inisiyatifi kullanabildiği eğri ağıyla yüzey dizaynını tercih etmektedir.

Gemi eğrileri dizaynında, ulaşılması gereken amaç istenilen form parametrelerini ve geometriyi sağlayan yüzeyin oluşturulmasıdır. Bunun için çizim tekniği açısından iki temel metot vardır. Birincisi geleneksel olarak kullanılan düzlemsel eğrilerden oluşturulan eğri ağıdır. Geliştirilen ilk bilgisayar programları da bu yöntemi kullanmışlardır. İkincisi gemi yüzeyini, yüzey fonksiyonları ile tanımlayarak. Tamamen bilgisayar ortamında gerçekleştirilebilen ve son zamanlarda geliştirilen yazılımlarda popüler kullanım alanı bulan bu yöntem bu çalışmanın da temelini oluşturmaktadır.

2.2 Form Geliştirme

Bir gemi formunu geliştirmek için genel olarak aşağıdaki yöntemlerden biri seçilir :

2.2.1 Form parametrelerinden gemi formunun oluşturulması

Gemi formu, formu genel olarak karakterize ve kontrol edebilen az sayıda temel eğrilerle geliştirilebilir. Bu temel eğriler aşağıdaki gibi seçilebilir :

- Kesit Alanları Eğrisi (SAC)
- Dizayn Yüklü Suhattı Eğrisi (LWL)
- Ana Güverte Plan Görünüşü
- Yan Plan (güvertenin yan görünüşü , baş ve kış profil, omurga)

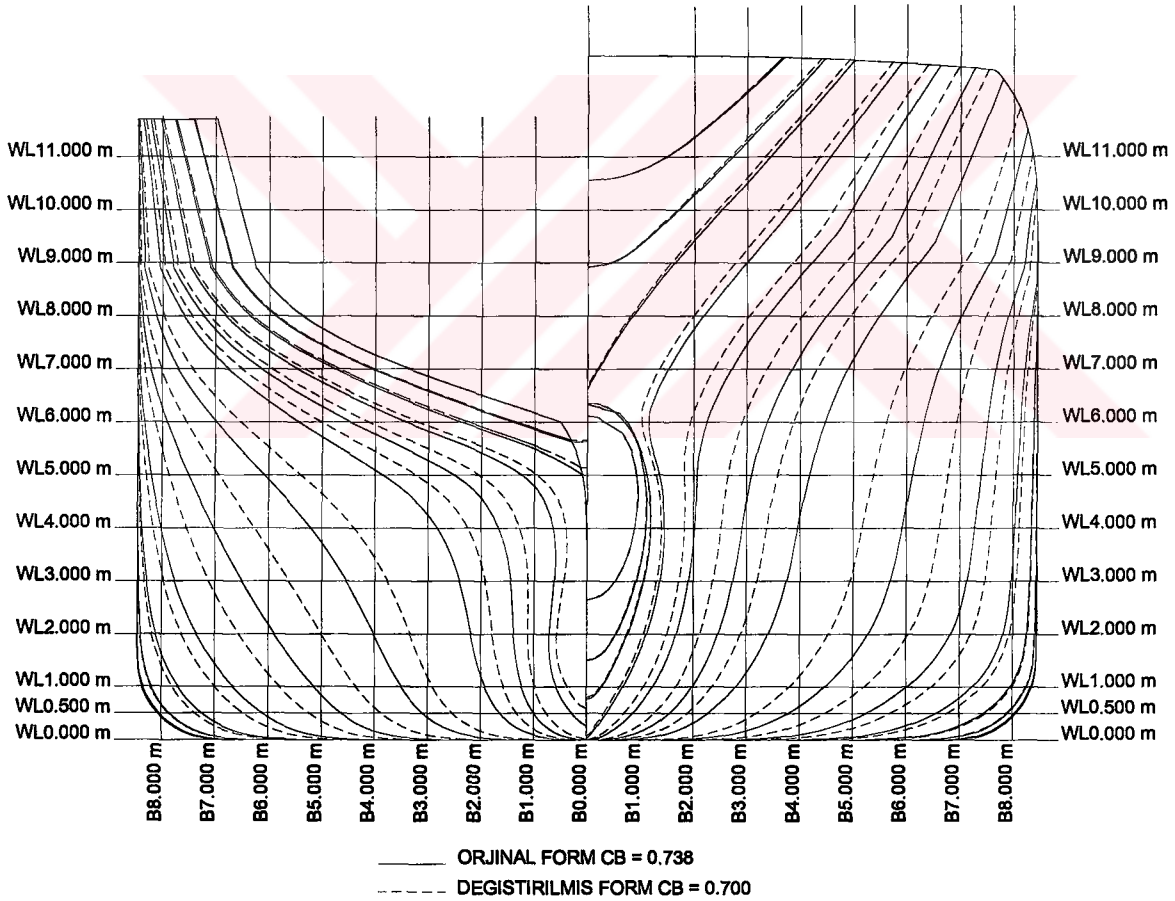
Bu eğrilerin dizaynı için aşağıdaki form parametreleri geçerlidir.

- Global form parametreleri
 - Temel boyutlar (boy, genişlik, yükseklik vs.)
 - Eğrinin alanı (deplasman, suhattı alanı, güverte alanı v.s)
 - Eğrinin merkezi (LCB,LCF vs.)
- Parça form parametreleri
 - Parça boyu (verilen giriş ve çıkış boyları)
 - Parça genişliği (verilen genişlik değerleri)
 - Parça alanı (giriş ve çıkış alanları)
 - Parça merkezleri (giriş ve çıkış bölümlerinin ağırlık merkezleri)
- Lokal form parametreleri
 - Parça son noktalarının tanımı

- Eğimler , eğim vektörleri
- Eğrilikler

2.2.2 Form deformasyonu yaklaşımı

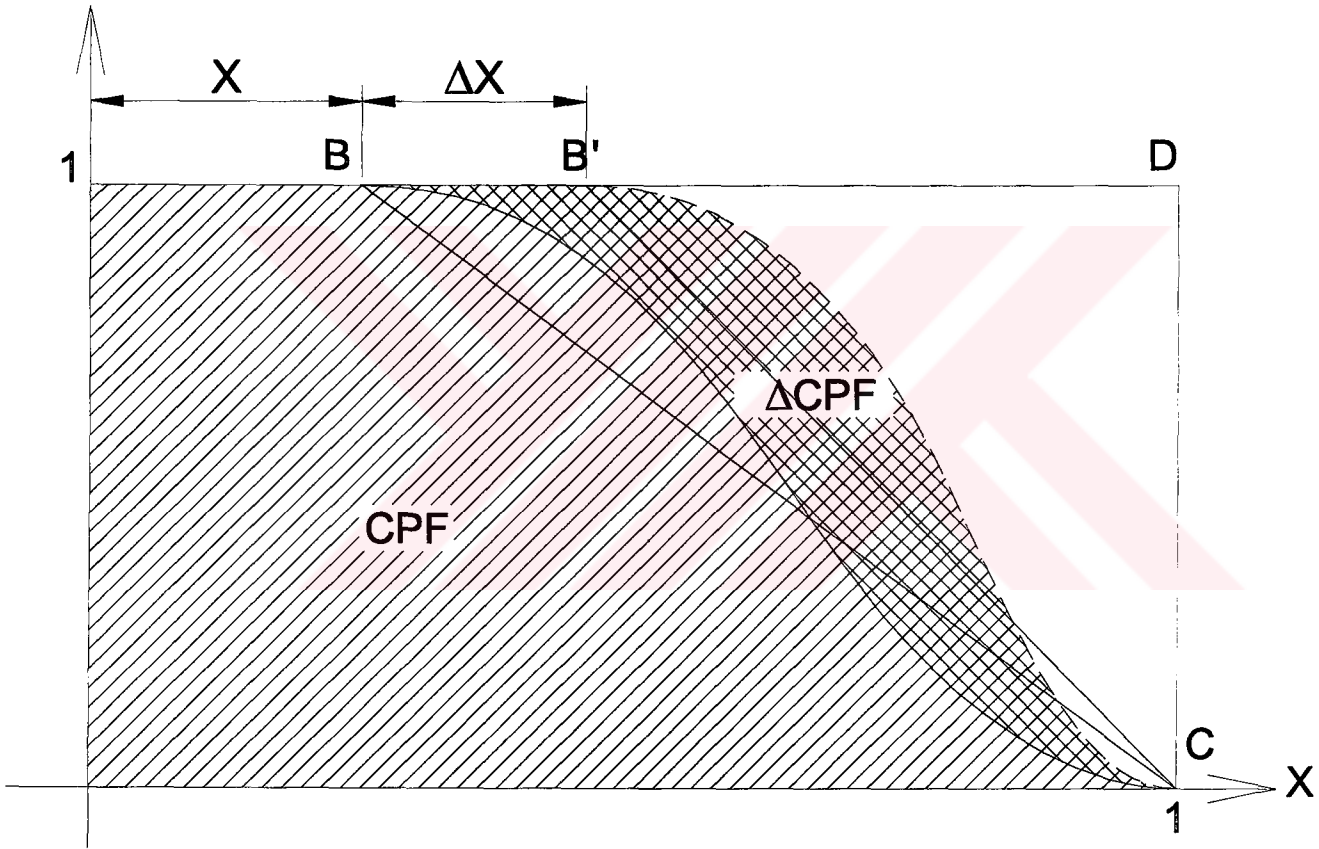
Tekne formu tanımı, mevcut bir formun deformasyon dönüşümüyle türetilebilir. Bu deformasyon yaklaşımı, genellikle verilen kesit alanları eğrisini , yeni alan ve/veya alan merkezi oluşturmak için gemi boyunca eğri koordinatları yer değiştirerek yeni eğri elde eder. Bu dizaynerler tarafından sıkça kullanılan ve Lackenby tarafında geliştirilen ,blok katsayısı (CB) değiştirme ve hacim merkezini boyuna yerini (LCB) değiştirme yöntemidir.



Şekil 2.1 CB deformasyonu yapılmış bir form

2.2.2.1 CB deformasyonu

Deformasyon yaklaşımında orta kesit alan katsayısı değiştirilmediğinden CB deformasyonuna CP deformasyonu da diyebiliriz. Deformasyon yöntemi de CP esas alınarak geliştirilmiştir. Yöntem endazenin baş yarısı ve kış yarısı için ayrı ayrı uygulanır. CP deki toplam değişim miktarı ΔCP ise baş yarı için değişim miktarı $\Delta CPF = \Delta CP/2$, kış yarı için değişim miktarı $\Delta CPA = \Delta CP/2$ dir. Yöntemi izah



Şekil 2.2 CB deformasyonu için Δx fonksiyonunun türetilmesi

için Şekil 2.2' deki en kesit alanları eğrisi baş yarısına bakalım. Yönteme göre BC doğrusu B'C doğrusuna getirilmek istenmektedir. B'CD ve BCD alanları için aşağıdaki eşitlikleri yazabiliriz :

$$\frac{B'CD}{BCD} = \frac{1 - (CPF + \Delta CPF)}{1 - CPF} = 1 - \frac{\Delta CPF}{1 - CPF} = \frac{1 - (x + \Delta x)}{1 - x} = 1 - \frac{\Delta x}{1 - x}$$

Buradan

$$\Delta X = \frac{\Delta CPF}{1 - CPF} (1 - X)$$

Elde edilir. Bu formülle her posta kesiti, bulunduğu konuma göre Δx kadar ötelenerek istenen CB ye sahip yeni form elde edilir.

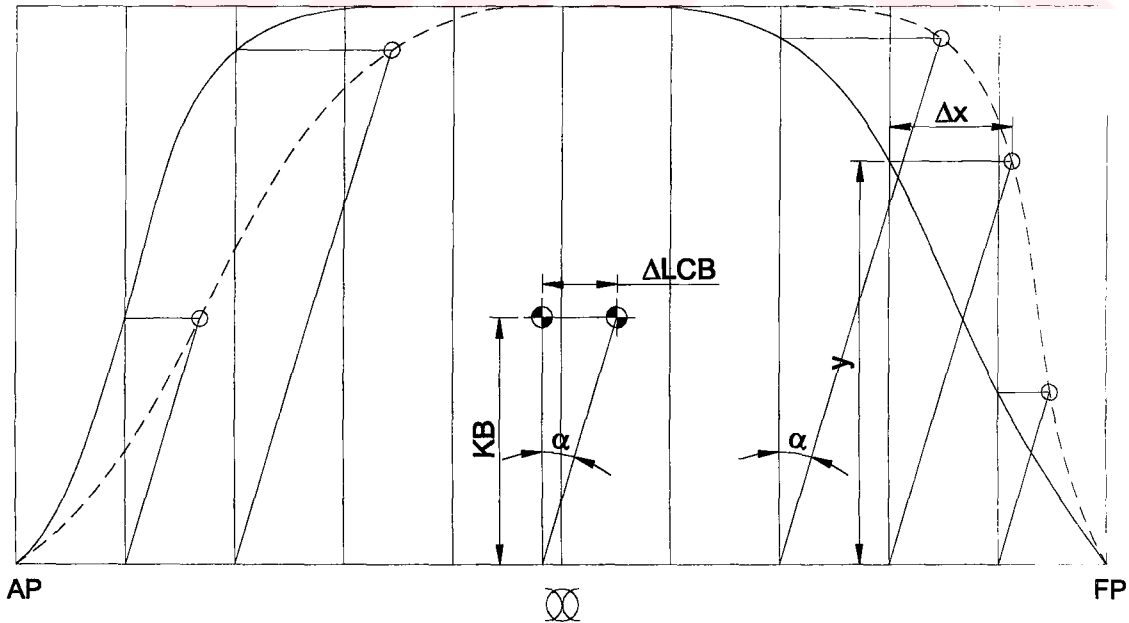
Şekilden de görüleceği gibi dönüştürme yaklaşımı doğrusaldır. Dönüştürülen ise bir eğridir. Bu durumda belli bir miktar hata kaçınılmaz olacaktır.

2.2.2.2 LCB Deformasyonu

Şekil 2.3' de görüldüğü gibi enkesit alanları eğrisinin boyuna ağırlık merkezini (LCB) ΔLCB kadar ötelemek için eğriyi oluşturan bütün koordinatları

$$\Delta x = \frac{\Delta LCB}{KB} \cdot y$$

Kadar ötelemek yeterli olacaktır. Bu durumda eğri altında kalan alan değerinde (su altı hacmi) ve alan merkezini yüksekliğine konumunda (KB) bir değişiklik



Şekil 2.3 LCB deformasyonu için Δx fonksiyonunun türetilmesi

olmayacaktır.

2.2.3 Standard seriler yaklaşımı

Standart seri yaklaşımı fikri basitçe, sistematik tekne formu içindeki çeşitli dizayn olasılıklarından istenen yeni tekne formunu interpolasyonla elde etmektir. Tekne formu dizaynları bu yolla gelişti, çünkü direnç veya sevk test serileri belli bir anda gerekli tekne formu parametresini çeşitleme avantajı verdi. Serilere bakış açısından bu özellik yeni parametre kombinasyonları için interpolasyonu kolaylaştırdı diyebiliriz.

Bazı seriler tek bir ana formdan , bazıları da birkaç ana formdan türetildi. Ana formdan varyasyonlar çıkarmak, genellikle bir önceki bölümde anlatılan sistematik form deformasyonu metoduyla yapıldı. Ana dizaynlar ve sonucunda çıkan varyasyonlar, endaze planı, kesit alan eğrileri , stabilite çapraz eğrileri ve/veya ofset tablosu şeklindeki bilgiler yayınlanarak belgelendi.

Serilerdeki değişimler belli sınırlamalara maruzdurlar. Ne yazık ki her seride sadece birkaç form parametresi bağımsız olarak değiştirilebildiği halde pek çoğu bağımlı değişken olarak ele alınır. Bu durumda da interpolasyon sadece bağımsız değişkenlerle sınırlıdır ve dizayner bağımlı değişkenlerin sonucunu olduğu gibi kabul etmek zorundadır. Örneğin Taylor 'ın standart serisi aşağıdaki endaze bilgilerini verir:

- Bağımsız değişkenler : CP, B/T , CW
- Bağımlı değişkenler : L/B
- Sabitler : CM, LCB
- Ana form sayısı : Bir
- Dökümantasyon : Kesit alanları eğrisi, stabilite çapraz eğrileri , baş ve kış profil

Çok açıktır ki standart seri yaklaşımı, ana boyutların oranları, narinlik ve bazen de sephiye merkezi gibi sadece tekne formundaki bazı basit değişimleri içerir. Diğer bir

sınırlama ise pek çok serinin sadece yüklü suhattı altı geometrisini tanımlaması ve üstte kalan bölüm ile ilgilenmemesidir. Önemi başka bir deyişle, ana formların her zaman yeterince benzer olmaması veya dökümanite edilmiş varyasyonların interpolasyon yapılmış hatların düzgünlüğüne güvenilebilecek kadar hassas olmamasıdır. Bu da ekstra bir çaba gerektiren elle düzeltmeyi zorunlu kılar.

Standart seri yaklaşımın en büyük avantajı ise basitliğidir. Erken dizayn aşamasının fizibilite çalışmalarında, istenen temel form karakteristiklerine yaklaşım gösteren taslak endaze planı yeterlidir. Daha mükemmel bir endaze planı yapıncaya kadar bu taslak endaze pek çok ön dizayn hesaplarını yapmak için kullanılabilir. Ek olarak başarılı varyasyonlardan biri üretilebilirse, son dizaynın ulaşılması istenen hidrodinamik özellikler sahip olma şansı vardır.

2.2.4 Serbest form dizaynı

Etkileşimli form dizaynı yazılımlarının gelişmesiyle gündeme gelen bu metotta dizayner form parametrelerinden geometriye değil, geometriden form parametrelerine ulaşmaya çalışır. Geometriyi üzerinde yaptığı her değişikten sonra form parametreleri kontrol edilir. Geometrinin düzgünlüğü önce değişimler yapılırken gözle kontrol edilir, daha sonra matematiksel düzgünlük şartları programda verilen araçlar yardımıyla sağlanır.

3. EĞRİ TANIMLAMASI

3.1 Giriş

Bu çalışmada uygulaması yapılan yüzeyler yardımıyla gemi formunun tanımlamasıdır. Ancak eğriler yüzeyler için temel teşkil ettiklerinden eğriler hakkında detaylı bilgi verilecektir. Bu bölümün amacı eğrilerin matematiksel tanımlamaları için bazı temel tekniklere giriş yapmaktır. Anlatılan teknikler tekne formlarının eğriler ile modellenmesinde kullanılabilecek yöntemleri içerir. Kullanım uygunluğu açısından sadece parametrik eğriler incelemiştir. Bu ve diğer bölümlerde sadece kartezyen koordinat sistemleri kullanılacaktır.

3.2 Parametrik kübik eğriler

Çoklu çizgiler ve çokgenler sırasıyla eğri ve yüzeylere birinci dereceden parçalı lineer yaklaşımlardır. Yaklaşım yapılan eğril ve yüzeyler de parçalı lineer değilse anlamlı bir kesinliğe ulaşabilmek için çok sayıda son nokta koordinatları yaratılmalı ve saklanmalıdır. Bir şeklin yaklaşımı için etkileşimli veri üretimi biktırıcıdır. Çünkü pek çok nokta tam olarak belirlenmelidir.

Bu bölümde, parçalı düzgün eğrilerin daha kısa ve daha uygulanabilir bir tanımlaması geliştirilecektir. Bir sonraki bölümde matematiksel yöntem yüzeylere genelleştirilecektir. Genel yaklaşım lineer fonksiyonlardan daha yüksek dereceli fonksiyonların kullanılmasıdır. Bu fonksiyonlar da genel olarak sadece istenen şekillere yaklaşır ama daha az depolama kullanır ve lineer fonksiyonların yaptığından daha basit etkileşimli üretim önerir.

Yüksek dereceli yaklaşımlar üç metottan birine dayanır. Birinci metotta y ve z x 'in açık fonksiyonları olarak ifade edilir. Dolayısıyla $y=f(x)$, $z=g(x)$ dir. Burada karşılaşılan zorluklar

1. Tek bir x için y 'nin çok sayıda değerini elde etmek mümkün değildir, dolayısıyla çemberler ve elipsler çok sayıda eğri parçacıkları ile ifade edilir.
2. Böyle bir tanımlama rotasyonel değişmez değildir.(Eğrinin döndürülmüş halini anlatmak çok fazla çalışma gerektirir ve genelde bir eğri parçasını pek çok başka eğrilere bölmeyi zorunlu kılar)
3. Eğrilerde dik eğimler ifade etmek, sonsuz bir eğimin gösterilmesi anlamına geldiğinden zordur.

İkinci metot olarak eğrileri $f(x,y,z)=0$ formunda kapalı denklemlerin çözümleri olarak modellemeyi tercih edebiliriz. Bu da çok sakıncalı bir metottur. Birinci olarak verilen bir denklemin bizim istediğimizden daha çok sayıda çözümü olabilir. Örneğin bir çemberi modellerken, $x^2+y^2=1$ denklemini kullanmak isteyebiliriz, ki bu uygundur. Ama yarım çemberi nasıl modelleyeceğiz? Kapalı denkleme yerleştirilemeyecek $x \geq 0$ gibi sınırlamalar getirmek zorundayız. Ayrıca eğer kapalı denklemlerle tanımlanmış iki eğri parçası birleştirilirse, birleşme noktasında tanjant doğrultularının aynı olup olmayacağına bakmak zorunda kalırız. Pek çok uygulamada tanjant sürekliliği önemlidir.

Bu iki matematiksel form, bir noktanın eğri üzerinde olup olmadığını veya eğrinin hangi tarafında olduğunu çabucak saptamamızı sağlar. Eğrinin normalleri de bu metotlarla kolaylıkla belirlenebilir.

Eğrilerin parametrik ifadeleri($x=x(t)$ $y=y(t)$ $z=z(t)$), fonksiyonel kapalı formlarda ortaya çıkan problemlerin üstesinden gelir ve bu bölümde göstereceğimiz başka çekici yanları da vardır. Parametrik eğriler (sonsuz olabilecek) geometrik eğimlerin kullanımını (hiçbir zaman sonsuz olmayan) parametrik tanjant vektörleriyle değiştirir. Burada bir eğriye, geçen bölümde kullanılan parçalı lineer eğri yerine parçalı polinom eğrisiyle yaklaşılr. Tüm eğrinin her Q parçası, t parametresinde kübik polinomlar olan üç fonksiyonla (x, y, z) ifade edilir.

Genellikle kübik polinomlar kullanılır çünkü daha az dereceli polinomlar eğrinin şeklini kontrol etmek için çok az esneklik sağlar, daha yüksek dereceli polinomlarsa istenmeyen salınımlara sebep olabilir ve ayrıca daha fazla hesaplama gerektirir. Daha az dereceli hiçbir tanımlama, bir doğru parçasının belirlenen iki son noktadan

geçmesine (interpole etmesine) ve her iki noktada da belirlenen türevlere sahip olmasına olanak vermez. Dört katsayı ile verilen bir kübik polinomun dört bilineni, bilinmeyen katsayıları çözmek için kullanılır. Bu dört bilinen, iki son nokta ve son noktadaki türevler olabilir. Benzer şekilde, birinci dereceden bir polinomun (doğrunun) iki katsayısı iki son nokta ile bulunur. Bir doğru için her iki son noktadaki türevler doğrunun kendisinden çıkarılır ve bağımsız olarak kontrol edilemez. Quadratik (ikinci derece) polinomlarla ve dolayısıyla üç katsayıyla, iki son noktaya ek olarak eğim veya başka bir nokta gibi bir koşul daha belirlenebilir.

Ayrıca, parametrik kübikler 3 boyutta düzlemsel olmayan (nonplanar) en düşük dereceli eğrilerdir. Bunu, ikinci derece bir polinomun üç katsayısının üç noktayla tamamen belirlenebileceğini ve bu üç noktanın polinomun üzerinde bulunduğu bir düzlem oluşturacağını kabul ederek görebiliriz.

Daha yüksek dereceli eğriler katsayıları belirlemek için daha çok koşul gerektirirler ve kontrol edilmesi güç bir şekilde ileri geri salımın yaparlar. Buna rağmen (araba ve uçak dizaynı gibi) uygulamalarda, aerodinamik olarak verimli yüzeyler yaratabilmek için daha yüksek dereceli eğriler kullanılır ve bu eğrilerin yüksek dereceli türevlerinin kontrol edilmesi gerekir. Gerçekte genel olarak parametrik eğrilerin ve yüzeylerin matematiksel gelişimi rastgele bir dereceye, n 'e dayanılarak verilir. Bu bölümde n 'i 3'e sabitleyeceğiz.

$Q(t) = [x(t) \ y(t) \ z(t)]$ eğri parçasını tanımlayan kübik polinomlar aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} x(t) &= a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x \\ y(t) &= a_y t^3 + b_y t^2 + c_y t + d_y \\ z(t) &= a_z t^3 + b_z t^2 + c_z t + d_z \quad 0 \leq t \leq 1 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Eğrinin sonlu parçalarını anlatmak için, genel kullanımdan bir şey yitirmeyecek şekilde, t 'yi $[0,1]$ aralığı ile sınırladık.

$$T = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

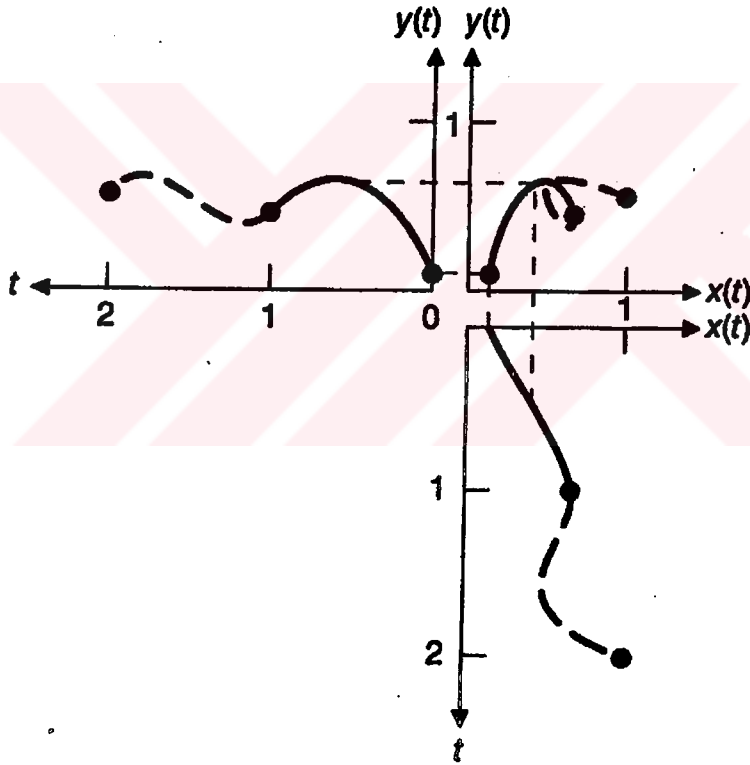
Yukarıdaki T tanımını kullanarak ve üç polinomun katsayılar matrisini aşağıdaki gibi tanımlayarak

$$C = \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \\ d_x & d_y & d_z \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Denklem (2.1) tekrar yazabiliriz:

$$Q(t) = [x(t) \quad y(t) \quad z(t)] = T.C \quad (2.4)$$

Bu denklem (2.1) i ifade etmek için kısa bir yol sağlar .



Şekil 2.1 Birleştirilmiş iki 2 boyutlu parametrik eğri parçası ve tanımlayan fonksiyonları. (x,y) grafiği ile x(t) ve y(t) grafikleri arasındaki noktalı çizgiler (x,y) eğrisi üzerindeki noktalarla tanımlayan kübik fonksiyonlar arasındaki ilişkiyi gösterir. Eğrinin birleşme noktasındaki sürekliliğini göstermek için ikinci parçadaki x(t) ve y(t) grafikleri t=0 yerine t=1 den başlayacak şekilde taşınmıştır.

Şekil 2.1 birleştirilmiş iki parametrik kübik eğri parçasını ve bunların polinomlarını gösteriyor; ayrıca parametriklerin kendileri tek değerli olan polinomları ile tek bir x değeri için çok sayıda y değerini kolayca ifade edebilme yeteneklerini de ortaya koyuyor. (Bu eğri çizimi bu bölümdeki tüm diğer çizimler gibi $[x(t) y(t)]$ ile ifade edilen iki boyutlu eğriler gösteriyor.)

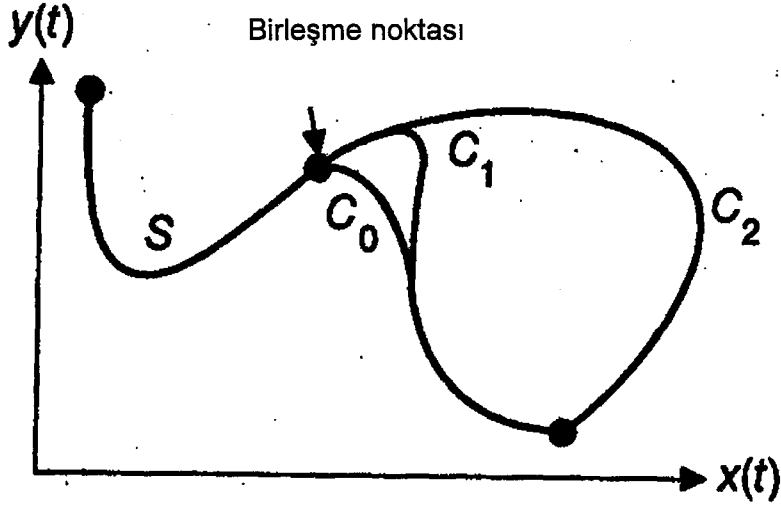
$Q(t)$ nin türevi, eğrinin parametrik eğim vektörüdür. Bu tanımlamayı (2.4) denkleminde uygularsak :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}Q(t) = Q'(t) &= \left[\frac{d}{dt}x(t) \quad \frac{d}{dt}y(t) \quad \frac{d}{dt}z(t) \right] = \frac{d}{dt}T \cdot C = \begin{bmatrix} 3t^2 & 2t & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot C \\ \frac{d}{dt}Q(t) = Q'(t) &= \begin{bmatrix} 3a_x t^2 + 2b_x t + c_x & 3a_y t^2 + 2b_y t + c_y & 3a_z t^2 + 2b_z t + c_z \end{bmatrix} \quad (2.5)\end{aligned}$$

Eğer iki eğri parçası birleştirilirse, eğri G^0 geometrik sürekliliğine sahip olur. Eğer iki parçanın eğim vektörlerinin yönü (değerlerinin eşitliği zorunlu değildir) bir birleşme noktasında eşitse eğri G^1 sürekliliğine sahip olur. Nesnelerin bilgisayar destekli tasarımında, genellikle eğri parçaları arasındaki G^1 sürekliliği gereklidir. G^1 sürekliliği, birleşme noktasında parçaların geometrik eğimlerinin eşit olması anlamına gelir. İki eğim vektörü EV_1 ve EV_2 nin aynı yöne sahip olabilmesi için birinin, diğerinin skaler çarpımı olması zorunludur. $EV_1 = k \cdot EV_2$ ve $k > 0$.

Eğer parçanın birleşme noktasında, iki kübik eğri parçasının eğim vektörleri eşitse (yani yönleri ve değerleri eşitse), eğri t parametresinde birinci derece sürekliliğe veya parametrik sürekliliğe sahiptir ve bu durumda C^1 süreklidir denir. Eğer birleşme noktasında n' inci türevinin de $(d^n / dt^n [Q(t)])$ yönleri ve değerleri eşitse eğriye C^n sürekli adı verilir. Şekil 3.2'de üç değişik derece süreklilikteki eğriler gösterilmektedir. Bu arada parametrik eğri parçasının kendisinin her yerde sürekli olduğuna dikkat edelim, burada ilgilenilen süreklilik birleşme noktalarındakidir.

$Q'(t)$ eğim vektörü bir noktanın t parametresine göre eğri üzerindeki hızıdır. Benzer şekilde $Q''(t)$ ivmedir. Eğer bir fotoğraf makinesi parametrik kübik bir eğri üzerinde eşit zaman aralıklarındaki basamaklarla hareket ediyorsa ve her basamakta bir

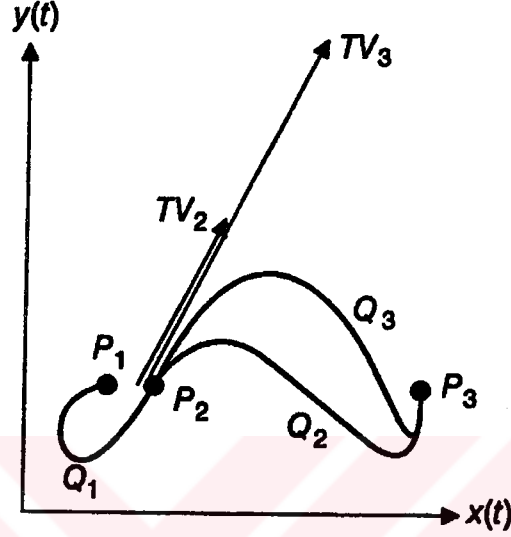


Şekil 3.2 S eğri parçası (0,1 ve 2 sırasıyla parametrik sürekliliğin derecesini göstermek üzere) C_0 , C_1 ve C_2 parçalarıyla birleştirilmiştir. C_1 ve C_2 arasındaki görsel fark birleşme noktasında fazla görülmemekle birlikte birleşme noktasından uzakta açık bir şekilde görülür.

fotoğraf çekiyorsa, eğim vektörü bu fotoğraf makinesinin eğri üzerindeki hızını verir. Sonuçta oluşturulan animasyon serisindeki ani hareketleri engellemek için birleşme noktalarındaki hız ve ivmeler sürekli olmalıdır. Şekil 3.2 de son noktaya doğru kıvrılmadan önce C_2 eğrisinin C_1 den sonra sağa doğru hareketini sürdürmesine sebep olan şey birleşme noktasındaki bu ivme sürekliliğidir.

Genellikle C^1 sürekliliği G^1 sürekliliğini gösterir ama tersi her zaman doğru değildir. Yani G^1 sürekliliği genelde C^1 sürekliliğinden daha az sınırlayıcıdır. Dolayısıyla eğriler G^1 sürekli oldukları halde zorunlu olarak C^1 sürekli değildirler. Buna rağmen

Şekil 3.3’de görüldüğü gibi G^1 sürekliliğine sahip birleşme noktaları C^1 sürekliliğine sahip olanlar kadar düzgündür.



Şekil 3.3 Q_1 , Q_2 , Q_3 eğri parçaları P_2 noktasında birleşir ve P_2 noktasındaki eğim vektörleri dışında aynıdır. Q_1 ve Q_2 eşit eğim vektörlerine sahiptirler, dolayısıyla P_2 noktasında hem G^1 hem C^1 süreklidirler. Q_1 ve Q_3 ün P_2 deki eğim vektörleri aynı yönlüdür ama Q_3 ün eğim vektörü büyüklüğü Q_1 nkinin iki katıdır. Dolayısıyla P_2 noktasında sadece G^1 süreklidirler. Q_3 ün daha büyük eğim vektörüne sahip olması, eğrinin P_3 e doğru dönmeden önce eğim vektörü yönünde daha fazla çekilmesi demektir.

Parametrik eğrinin grafiği, bağımsız değişkenin x ekseninde ve bağımlı değişkenin y ekseninde gösterildiği sıradan bir fonksiyonun grafiğinden tamamen farklıdır. Parametrik eğri grafiklerinde bağımsız değişken t hiçbir yerde gösterilmez. Bu şu demektir: Sadece bir parametrik eğri grafiğine bakılarak eğrinin eğim vektörü bulunamaz. Vektörün yönünü bulmak mümkündür ama değerini bulmak mümkün değildir. Bu şu şekilde görülebilir : Eğer $\gamma(t)$, $0 \leq t \leq 1$ parametrik bir eğri ise, 0 anındaki eğim vektörü $\gamma'(0)$ dir. Eğer $\eta(t) = \gamma(2t)$, $0 \leq t \leq 1/2$ dersek γ ve η nın

parametrik grafikleri aynıdır. Diğer taraftan $\eta'(0) = 2\gamma'(0)$ dır. Dolayısıyla aynı parametrik grafiğe sahip iki eğri farklı eğim vektörlerine sahip olabilir. İşte bu, geometrik süreklilik tanımının gerekliliğini gösterir: İki eğrinin düzgün birleşmesi için eğim vektörlerinin değerlerinin değil sadece yönlerinin uyması yeterlidir.

Bir $Q(t)$ eğri parçası son noktalar ve eğim vektörlerindeki sınırlamalarla ve eğri parçaları arasındaki süreklilikle tanımlanır. (2.1) denklemindeki her kübik polinom dört katsayıya sahiptir, Dolayısıyla dört bilinmeyenli dört denklem oluşturulmasını ve bilinmeyenlerin çözülmesini sağlayacak sınırlamalara ihtiyaç vardır. Bu şartlar altında oluşturulabilen temel üç eğri tipi şunlardır. İki son nokta ve iki son nokta eğim vektörüyle tanımlanan Hermite Eğrileri ; iki son nokta ve son nokta eğim vektörlerini kontrol eden iki başka noktayla tanımlanan Bezier Eğrileri ve her biri dört kontrol noktasıyla tanımlanan bir çok çeşit Spline' lar. Spline' lar birleşme noktalarında C^1 ve C^2 sürekliliğine sahiptirler ve kontrol noktalarına yaklaşırlar ama genel olarak noktalara interpolasyon yapamazlar. Spline' ların çeşitleri uniform B-spline' ları, nonuniform B-spline' ları ve β -Spline' larıdır.

Bu çalışmada B-spline yüzeyleri ile gemi formunun modellenmesi uygulaması yapılacağından B-spline yüzeylerinin temeli olan B-spline eğrileri incelenecek ve daha sonra B-spline yüzeylerine geçiş yapılacaktır.

3.3 B-Spline Eğrileri

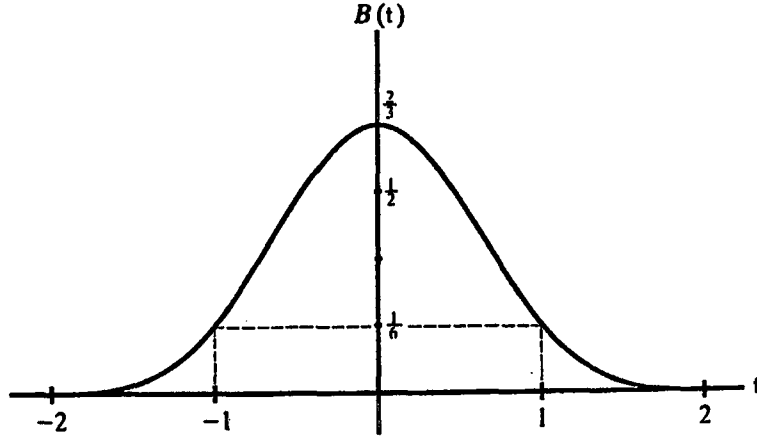
3.3.1 B-spline eğrilerinin özellikleri

- Geometriden bağımsızlık özelliği (global) : B-spline eğrisinin şekli sadece kontrol noktaları ve düğüm vektörleriyle elde edilir ve koordinat sisteminden bağımsızdır.
- Değişimin yok olma özelliği (global) : Herhangi bir düzlemle B-spline eğrisinin kesişimlerinin sayısı düzlemle eğriyi tanımlayan çokgenin kesişimlerinin sayısından fazla değildir. Dolayısıyla B-spline eğrisi çokgen şeklini belirleyen eğri formunun düzeltilmiş halini alır.

- Mertebeden bağımsızlık özelliği (global): Eğrinin mertebesi k (derecesi $p = k-1$) ve poligon köşeleri sayısı ($N = n+1$) birbirlerinden bağımsız olarak seçilebilir. Tek koşul $N > k$ dır.
- İçbükey kabuk özelliği (lokal): B-spline baz fonksiyonları hiçbir zaman negatif değer almadığı ve toplamı 1 'i verdiği için B-spline eğrisinin üzerindeki her $P(t)$ noktası, çokgen köşeleri V_i ' lerin içbükey kombinasyonlarıdır.
- Geometrinin lokal kontrol özelliği: B-spline eğrisi kontrol eden kontrol noktalarından sadece biri oynatıldığında, eğri üzerinde o kontrol noktasının komşuluğunda sadece lokal bir deformasyon oluşur.
- Son noktalar özelliği (lokal): Genel olarak bir B-spline eğrisi kontrol noktalarından geçmez . Oysa özel durumlarda B-spline eğrisini son noktalardan geçmeye zorlayabiliriz. Bu katlı noktalar özelliği sayesinde olur. İki son düğüm noktasında 3 katlı düğüm varsa bu durumda tanımlayan çokgenin son noktaları ile B-spline eğrisi çakışır.
- Katlı kontrol noktası özelliği (lokal) : i 'nci kontrol noktasının katlılığı artarda m_i kontrol noktasının çakışması anlamına gelir. Kontrol noktası katlılığının etkisi katlılık derecesi m_i ye bağlıdır. Eğer $m_i = 3$ ise katlı kontrol noktasında B-spline eğrisi ile kontrol noktası değerleri çakışır. Bu özellik gemi formu oluştururken yüzeydeki süreksizlik noktalarını (çene vs.) modellemek açısından çok önemlidir.

3.3.2 B-Spline eğrilerinin matematiksel formu

Temel olarak B-spline fonksiyonu üçüncü mertebeden blending fonksiyonları ile kontrol noktalarının çarpımının toplamı olarak ifade edilebilirler. Buradan da anlaşılacağı gibi B-spline eğrilerinin iki ana yöneticisi vardır; blending fonksiyonları ve kontrol noktaları.



Şekil 3.4. B- spline blending eğrisi simetrik bir çan şeklindedir.

Şekil 3.4 üçüncü mertebe B-spline blending fonksiyonunu gösterir. Bu fonksiyon tipik bir çan şekline sahiptir ve $|t| > 2$ için 0 değerini alır. Parçalı bir eğridir ve beş

$$\begin{aligned}
 B(t) &= \frac{1}{6}(2+t)^3 \\
 &= \frac{1}{6}(4-6t^2-3t^3) \\
 &= \frac{1}{6}(4-6t^2+3t^3) \\
 &= \frac{1}{6}(2-t)^3 \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

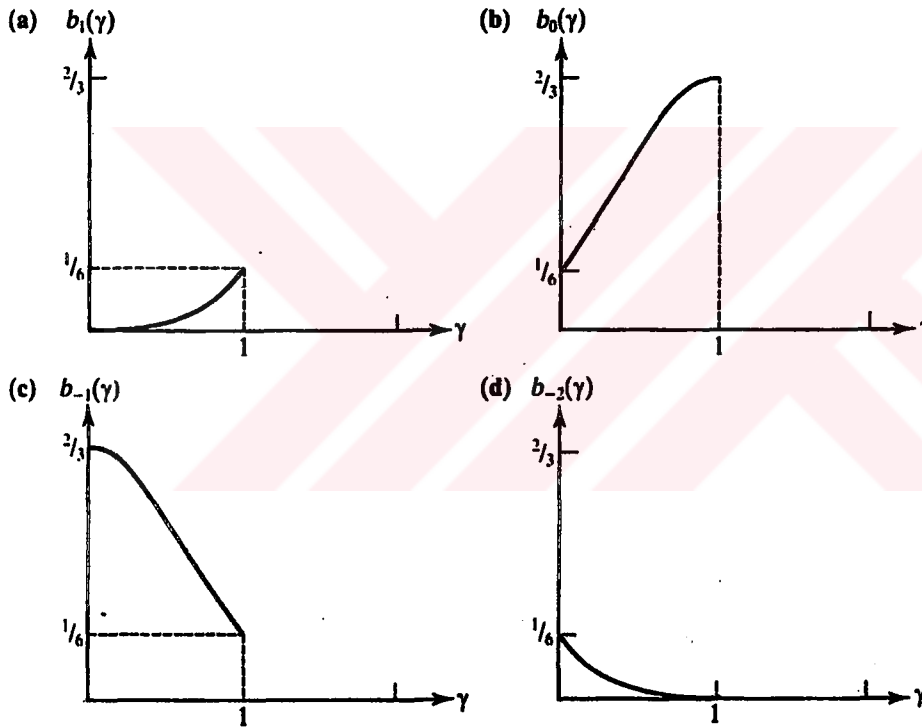
denklem kullanılarak yazılabilir.

Bu denklemler bazen $[0,1]$ aralığında tanımlanan ayrı kübik polinomlar olarak da yazılabilir :

$$\begin{aligned}
 b_{-2}(\gamma) &= \frac{1}{6}\gamma^3 & -2 \leq t \leq -1 \\
 b_{-1}(\gamma) &= \frac{1}{6}(1+3\gamma+3\gamma^2-3\gamma^3) & -1 \leq t \leq 0 \\
 b_0(\gamma) &= \frac{1}{6}(4-6\gamma^2+3\gamma^3) & 0 \leq t \leq 1 \\
 b_1(\gamma) &= \frac{1}{6}(1-3\gamma+3\gamma^2-\gamma^3) & 1 \leq t \leq 2 \\
 & & 2 \leq |t|
 \end{aligned}$$

Bu γ' nın ayrı kübik fonksiyonları Şekil 3.5'de $[0,1]$ aralığında gösterilmiştir. Bu fonksiyonlar $B(t)$ yi anlatan beş denklemleri verecek şekilde aşağıdaki gibi birleştirilir:

$$\begin{aligned}
 B(t) &= b_{-2}(t+2) & -2 \leq t \leq -1 \\
 &= b_{-1}(t+1) & -1 \leq t \leq 0 \\
 &= b_0(t) & 0 \leq t \leq 1 \\
 &= b_1(t-1) & 1 \leq t \leq 2 \\
 &= 0 & 2 \leq |t|
 \end{aligned} \tag{3.3}$$



Şekil 3.5 Üçüncü merteye B-spline blending eğrisi her biri birer kübik denklemlerle tanımlanmış dört parçadan oluşur. Herhangi γ için $b(\gamma)$ nın dört değerinin toplamı 1 i verir.

Üçüncü merteye eğri üç önemli özelliğe sahiptir:

1. $t=0$ etrafında simetriktir, dolayısıyla $B(-t) = B(t)$
2. Birinci ve ikinci mertebeden türevleri parçaların birleştiği yerlerde sürekliliği haizdir. (C^2 sürekliliği) ($t=2,-2,1,-1,0$)

3. Çok önemli bir özellik olarak, herhangi bir γ değeri için

$$b_{-2}(\gamma) + b_{-1}(\gamma) + b_0(\gamma) + b_1(\gamma) = 1$$

Veya bunu gerçek blending fonksiyonu ile ilişkilendirirsek

$$B(t-2) + B(t-1) + B(t) + B(t+1) = 1 \quad 0 < t \leq 1$$

Üçüncü koşul, tüm noktaların aynı olması durumunda ($P_i = P_0$), μ nün bütün değerleri için spline'ın da P_0 a eşit olmasını sağlar. Burada $\mu = i/N$ dir. ($N + 1$ kontrol noktası olmak üzere). Kullanılan tüm spline'lar bu koşulu sağlamalıdır.

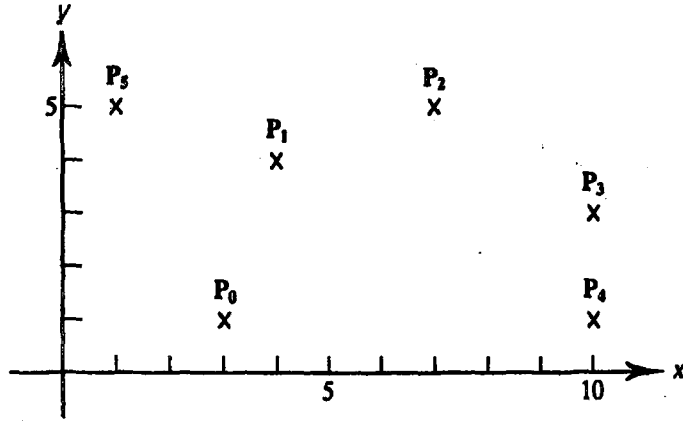
B-spline blending fonksiyonunu etkili bir şekilde kullanabilmek için kontrol noktalarının parametrenin eşit aralıklarına yerleştirilmesini benimsemek gerekir. Dolayısıyla $N+1$ noktadan P_i noktası için parametrenin uygun değeri :

$$\mu = \frac{i}{N}$$

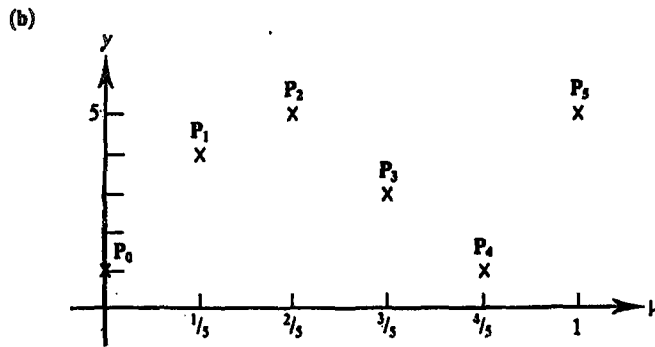
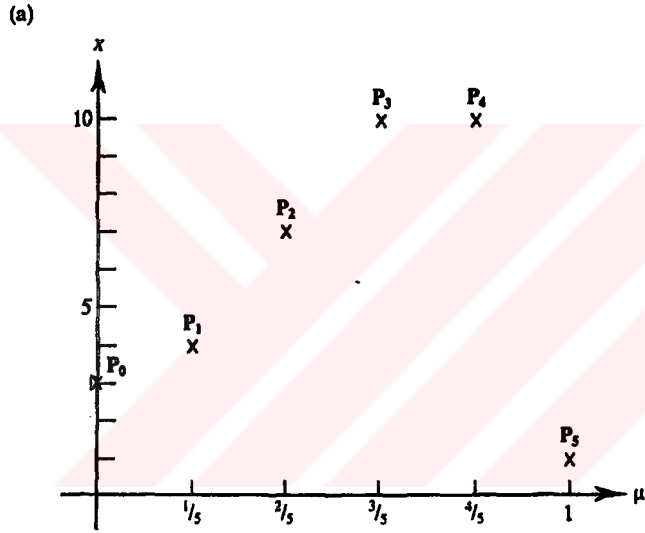
Olacaktır. Bunu bir örnekle netleştirelim. Eğer bir spline eğrisi Şekil 3.6'da gösterilen altı kontrol noktasından oluşturuluyorsa, her bir kontrol noktası parametreye göre Şekil 3.7'de gösterildiği gibi çizilebilir. Bu örnekten de kolayca görülebileceği gibi herhangi bir kontrol noktaları kümesi benzer şekilde μ parametresinin eşit aralıklarıyla çizilebilir.

Şimdi blending fonksiyonu noktalar arası uzaklık t nin 1 birimine eşit olacak şekilde eğriyle ilişkilendirilebilir. Bu seçimin etkisi eğri üzerinde verilen bir μ değeri için bir noktayı hesaplarken tam olarak dört ve sınır durumlarda üç kontrol noktasının dikkate alınmasıdır. Bu, μ' ye göre x grafiği ile blending eğrisi aynı yatay eksen üzerinde çizildiğinde görülebilir. (Şekil 10) eğriyi merkezi $\mu = 1/2$ de olacak şekilde göstermektedir. Her çizilişinde sıfırdan farklı bölümü en fazla dört kontrol noktasını kapsayacaktır.

Spline eğrisini çizmek için μ değıştikçe $[x,y]$ konumu hesaplanmalıdır. Her ordinat ayrı ayrı hesaplanmalıdır. Örnek olara x 'i alırsak, verilen bir μ değeri için blending eğrisi kontrol noktalarının μ' ye göre x ordinatlarının grafiğine hizalanır. Bu $\mu = 1/2$



Şekil 3.6 Spline eğrileri normalde kartezyen uzayda tanımlanmış kontrol noktaları kullanılarak yapılandırılır.



Şekil 3.7 Spline fonksiyonları parametrik uzayda tanımlanmıştır. Burada her kontrol noktası μ parametresinin eşit aralıklarında yerleştirilmiştir.

için Şekil 3.8’de yapılmıştı. Her bir kontrol noktası için o noktadaki blending eğrisinin değeri okunur ve kontrol noktasının x değeri bununla çarpılır. Dolayısıyla Şekil 3.8 için bu değerler aşağıdaki tabloda gösterildiği gibidir.

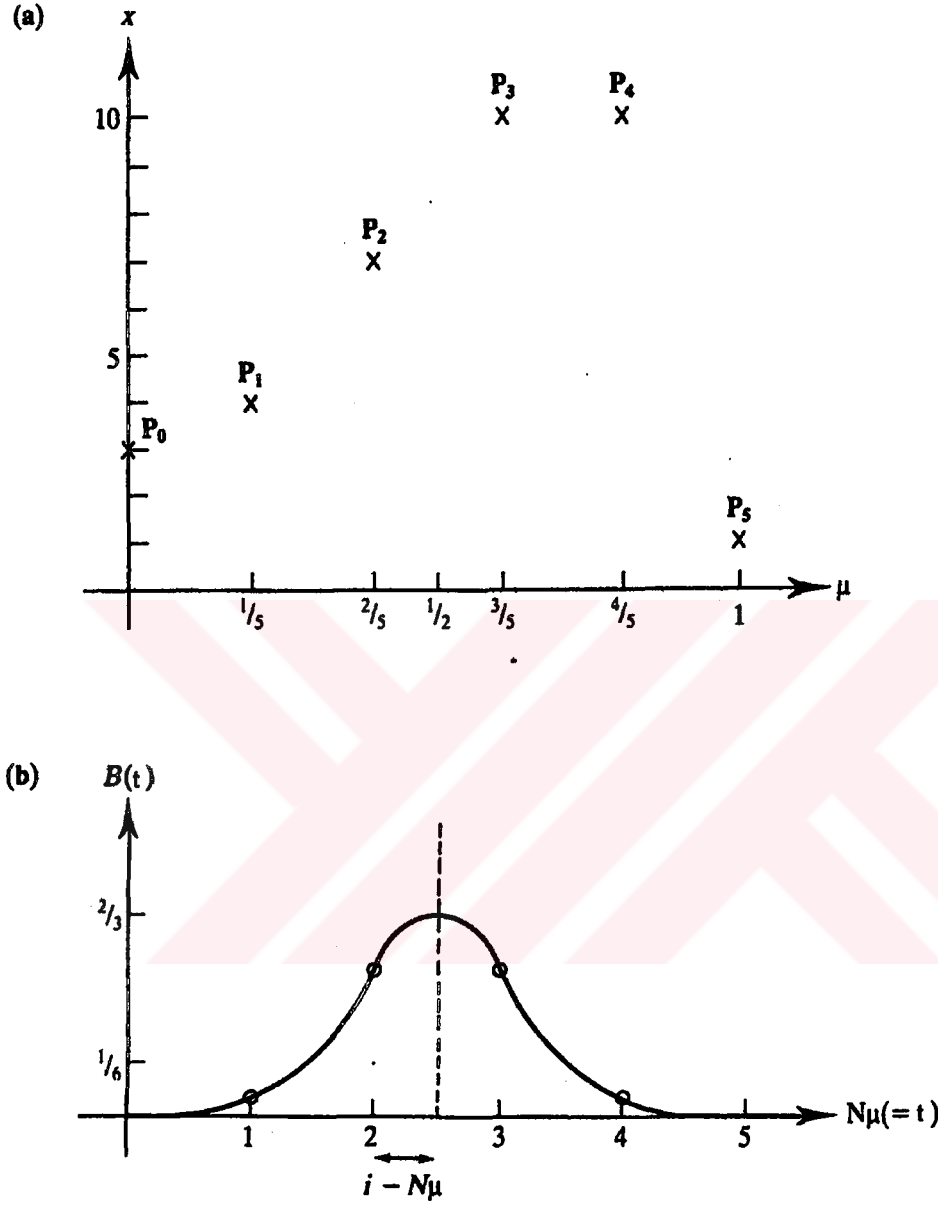
Kontrol Noktası	X koordinatı	Blending fonksiyon Değeri	x.B
P ₀	3	0	0
P ₁	4	1/48	4/48
P ₂	7	23/48	161/48
P ₃	10	23/48	230/48
P ₄	10	1/48	10/48
P ₅	1	0	0

Son kolonun toplamı $\mu=1 / 2$ olduğu nokta için x koordinat değeri olan 405/48 i verir. y ordinatı da aynı şekilde bulunur.

Bu metot ağırlıklar uzaklığa bağlı olacak şekilde hesaplanan eğri üzerindeki konuma en yakın dört noktanın karışımını (blend’ini) üretir. Bu gerekli lokal kontrol özelliklerini sağlar. Metot aşağıdaki tek denklemlerle özetlenebilir.

$$P(\mu) = \sum_{i=0}^N P_i B(i - N\mu) \quad (3.4)$$

$i-N\mu$ genellikle kafa karıştırıcı bir terimdir. Bu terim her bir kontrol noktasının blending eğrisinin merkezine uzaklığını hesaplamak için ve böylece ağırlığını bulmak için kullanılır. Tekrar şekil 3.8’e dönersek, eğrinin merkezinin $\mu=1/2$ ve $N_\mu = 2.5$ olduğu noktaya yerleştirildiğini görürüz. Dolayısıyla örneğin ikinci kontrol noktasına olan uzaklık $-1/2$ ve blending fonksiyonunun değeri, denklem (3.1) de tanımlandığı gibi $B(-1/2)$ dir.



Şekil 3.8 Spline eğrisi üzerindeki noktaları hesaplamak için blending eğrisi uygulanmıştır. $\mu = 1/2$ deki noktayı hesaplamak için eğrinin merkezi $\mu = 1/2$ ye yerleştirilmiştir. Eğrinin ölçeği Şekil 3.4 deki kontrol noktaları arası uzaklık t nin bir birim olacak şekilde ayarlanmıştır. Her kontrol noktası için ağırlık blending eğrisinden okunur.

4. YÜZEY TANIMLAMASI

Yüzeyler, şimdiye kadar anlatılanlara benzer tekniklerle modellenebilir ama bu işlem ortogonal kabul edilen iki parametre ile yapılır. Daha önce de olduğu gibi, dikdörtgensel dizi veya tensör olarak bir kontrol noktaları kümesi karışımı ele alınacaktır. Bir B-spline yüzeyi için, B blending fonksiyonları kullanılır, yaklaşılan yüzeyin konumu için tensör çarpımı yapılırsa:

$$P(\mu, \nu) = [B(N\mu), B(N\mu-1), \dots, B(N\mu-N)] \cdot \begin{bmatrix} P_{0,0} & P_{0,1} & \dots & P_{0,M} \\ P_{1,0} & P_{1,1} & \dots & P_{1,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{N,0} & P_{N,1} & \dots & P_{N,M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B(M\nu) \\ B(M\nu-1) \\ \vdots \\ B(M\nu-M) \end{bmatrix}$$

Tensör formülasyonu bir çift toplam olarak da yazılabilir.

$$P(\mu, \nu) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M P_{i,j} B(N\mu - i) B(M\nu - j) \quad (4.1)$$

B-spline eğrileri ile birlikte kontrol noktaları matrisine uygulanan bir blending fonksiyonu düşünülebilir. Ama bu sefer blending fonksiyonu iki B fonksiyonunun çarpımıyla verilen iki boyutlu bir yüzeydir. Genelde spline sıfırdan farklı on altı terim içerir ama eğer μ ve ν değerleri bir kontrol noktası pozisyonunu gösteriyorsa ($\mu=i/N$, $\nu=j/M$) sadece dokuz terim sıfırdan farklı olacaktır. Spline değerinin kontrol noktaları pozisyonları için gereken hesaplamaları göstermek için bir matris / vektör çarpımı kullanmak daha uygundur:

$$P\left(\frac{i}{N}, \frac{j}{M}\right) = \left[\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}\right] \cdot \begin{bmatrix} P_{i-1,j-1} & P_{i-1,j} & P_{i-1,j+1} \\ P_{i,j-1} & P_{i,j} & P_{i,j+1} \\ P_{i+1,j-1} & P_{i+1,j} & P_{i+1,j+1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/6 \\ 2/3 \\ 1/6 \end{bmatrix}$$

Bu da şunu verir:

$$P\left(\frac{i}{N}, \frac{j}{M}\right) = \frac{1}{36}(P_{i-1,j-1} + P_{i-1,j+1} + P_{i+1,j-1} + P_{i+1,j+1}) + \frac{1}{9}(P_{i-1,j} + P_{i+1,j} + P_{i,j-1} + P_{i,j+1}) + \frac{4}{9}P_{i,j} \quad (4.2)$$

Tek boyutta son noktaların yarattığı problemle buradaki kenar noktaların yarattığı problemler aynıdır. Yüzey, kenarlardan uzakta kontrol noktaları pozisyonunu takip edecektir. Ama kenarlardaki özellikle de köşelerdeki konum için söylenebilecek çok az şey vardır.

Yüzeyi kenarda kontrol edebilmek için B-spline eğrilerinde kullanılan metotların benzerleri uygulanabilir. Çift son nokta metoduna karşılık gelecek şekilde, tüm kenar kontrol noktalarını çiftleyen iki ekstra satır ve sütuna ihtiyaç vardır. Dolayısıyla tensör şu formu alır:

$P_{-1,-1}$	$P_{-1,0}$	$P_{-1,1}$	...	$P_{-1,M}$	$P_{-1,M+1}$
$P_{0,-1}$	$P_{0,0}$	$P_{0,1}$	...	$P_{0,M}$	$P_{0,M+1}$
$P_{1,-1}$	...	...	...	...	$P_{1,M+1}$
...	...	...	...	...	...
$P_{N,-1}$	$P_{N,0}$	...	...	$P_{N,M}$	$P_{N,M+1}$
$P_{N+1,-1}$	...	...	...	...	$P_{N+1,M+1}$

Çift son nokta metodu iki ekstra satır ve sütundaki değerlere kendilerine komşu satır ve sütundakilerle aynı değerleri verir, yani :

$$P_{-1,j} = P_{0,j} \quad P_{N+1,j} = P_{N,j} \quad P_{i,-1} = P_{i,0} \quad P_{i,M+1} = P_{i,M}$$

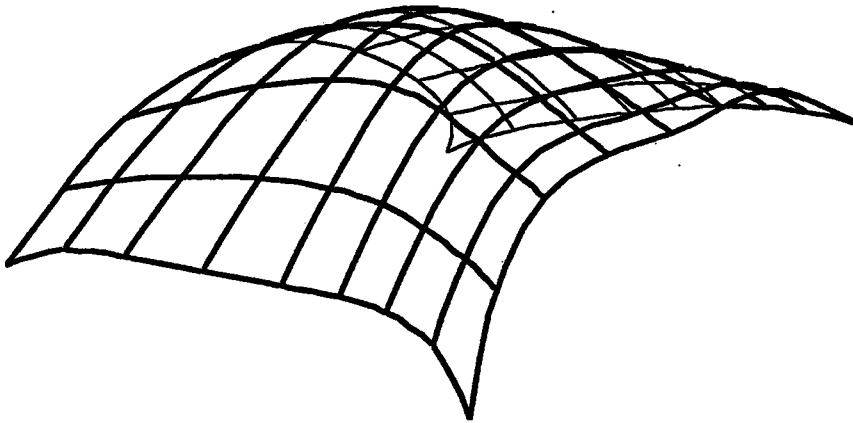
Bu durumda köşe kontrol noktası konumunda ($P_{0,0}$) denklem (4.2) uygulanır ve $j=-1$ kolonu ile $i=-1$ satırı için çiftlenmiş son değerler yerleştirilirse aşağıdaki ifade elde edilir.

$$P(0,0) = \frac{1}{36}(P_{-1,-1} + P_{0,1} + P_{1,0} + P_{1,1}) + \frac{1}{9}(P_{0,0} + P_{1,0} + P_{0,0} + P_{0,1}) + \frac{4}{9}P_{0,0}$$

Buradan da $P_{-1,-1}$ şu şekilde ifade edilebilir :

$$P_{-1,-1} = 12P_{0,0} - 5P_{0,1} - 5P_{1,0} - P_{1,1}$$

Bu denklem $P_{-1,-1}$ in hesaplanması için hayali bir nokta verir ve bu da yüzeyin köşe noktasının $P_{0,0}$ dan geçmesine sebep olur. Benzer konumdaki diğer noktalar için aynı şekilde bulunan ifadeler, yüzeyi dört köşe kontrol noktasından geçmeye zorlar. Kontrol noktalarının çiftlenmesinden dolayı, yüzey kenar kontrol noktalarını daha yakından takip edecektir. Ama yine bunlardan geçmeyecektir. Köşeleri tesbit edilmiş bir yüzey Şekil 4.1'de gösterilmiştir. Yüzey kenarlarının kontrol noktalarından geçmesini sağlayan daha etkili bir yöntem ise kenar kontrol noktalarını üçlemektir. Bu durumda geometrik kontrol noktaları matrisine ekstra dört satır ve dört kolon ilave edilecektir.



Şekil 4.1 Dört köşenin köşe noktalarına uymaya zorlandığı bir yüzey gösterimi

5. BİLGİSAYAR PROGRAMI (B_SURF)

5.1 Program Algoritması

B-spline yüzeyleri, çekirdek modelleme aracı olarak hazırlanan yüzey modelleme programı, bilgisayar destekli tasarım programlarının hazırlanış biçimine uygundur.

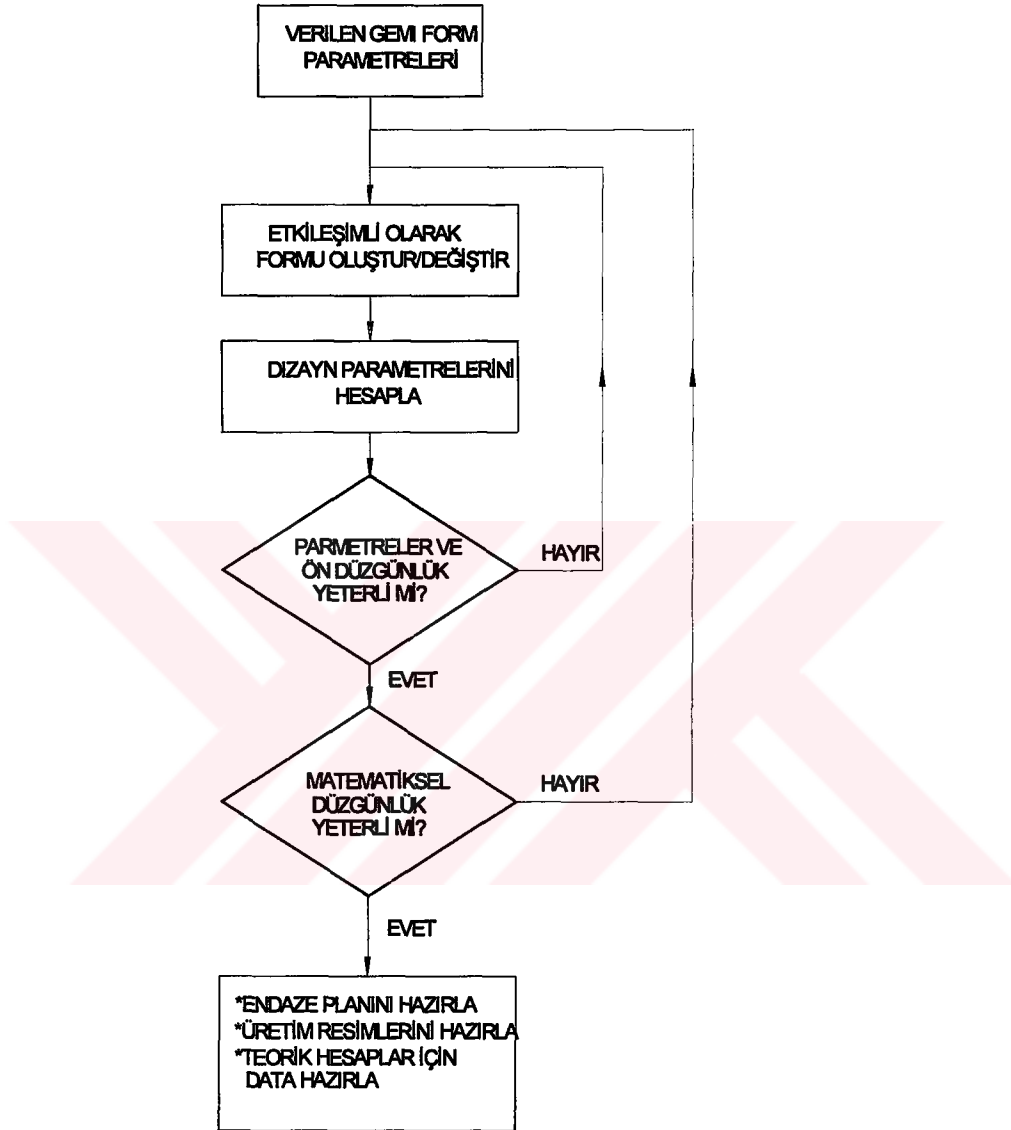
Programın amacı genel olarak faydalanılabilir yüzey (özel olarak gemi yüzeyi) modellemektir. Bir gemi yüzeyi modellenirken, modeli şekillendiren bazı parametreler vardır. Öncelikle yüzeyin düzgün ve görsel olarak estetik (matematiksel süreklilik anlamında değil) bir yapıya sahip olması gerekir. Bununla beraber dizaynerin karar verdiği form parametrelerini de sağlaması gerekir. Bunlar ; boy, genişlik, yükseklik, deplasman , LCB' nin yeri vs.dir. Bu parametreler sağlandıktan sonra formun üretimine geçilebilecek derecede düzgün ifade edilebilmesi gerekmektedir. (Matematiksel düzgünlük şartı.) Son olarak parametreleri sağlayan ve yeterli düzgünlüğe sahip geometriden üçüncü parti programlara(gemi teorisi hesapları yapan programlar, diğer CAD programları, CAE programları v.s) bilgi aktarmak gereklidir.

Yukarıdaki işlemleri yapan program temel olarak dört bölümden oluşmaktadır:

1. Kullanıcı arabirimi bölümü : Klavye, fare, ekran (monitör)

Bu bölüm etkileşimli olarak çalışan bir sistemde insan-bilgisayar ilişkisini kurar. Komutlar klavyeden yazılarak veya (varsa) menülerden fare ile seçilerek komut yorumlayıcısına aktarılır. Ekranda ise klavyeden veya fare ile girilen komutalar karşı programın verdiği cevap izlenir. Grafik sistemlerde ekrandaki görüntünün önemi büyüktür. Dizayner kararlarını ekrandaki bilgi ve görüntüye göre verir. Örneğin geliştirilen bu programda parametrelerin kontrolü ekrana yansıtılan rakamlar veya grafiklerle yapılır. Görsel düzgünlük ve estetiğin sağlanması tamamen dizaynerin ekranda gördüğü görüntü ile ilgilidir. Matematiksel düzgünlük ise yine ekrana

yansıtılan bazı grafiksel bilgilere göre değerlendirilir. Bütün bunlardan anlaşılan etkileşimli yüzey dizaynında ekran çözünürlüğü ve büyüklüğünün dizaynı etkileyen faktörlerden olduğudur.



Şekil 5.1 B_SURF programında yüzey dizaynı işlemi

2. Komut yorumlayıcısı bölümü :

Klavyeden girilen veya menüden seçilen komutun hangi alt programı çalıştıracağına karar veren bölümdür.

3. Çekirdek bölümü :

Değiştirilen kontrol noktalarından sonra yeni yüzeyi hesaplayan, gösterime ve yüzey üzerinde hesap yapmaya uygun hale getirmek için matematik işlemler yapan bölümdür. Programda, çekirdek işlemcisi olarak 4. Bölümde detayı anlatılan

$$P(\mu, \nu) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M P_{i,j} B(N\mu - i) B(M\nu - j)$$

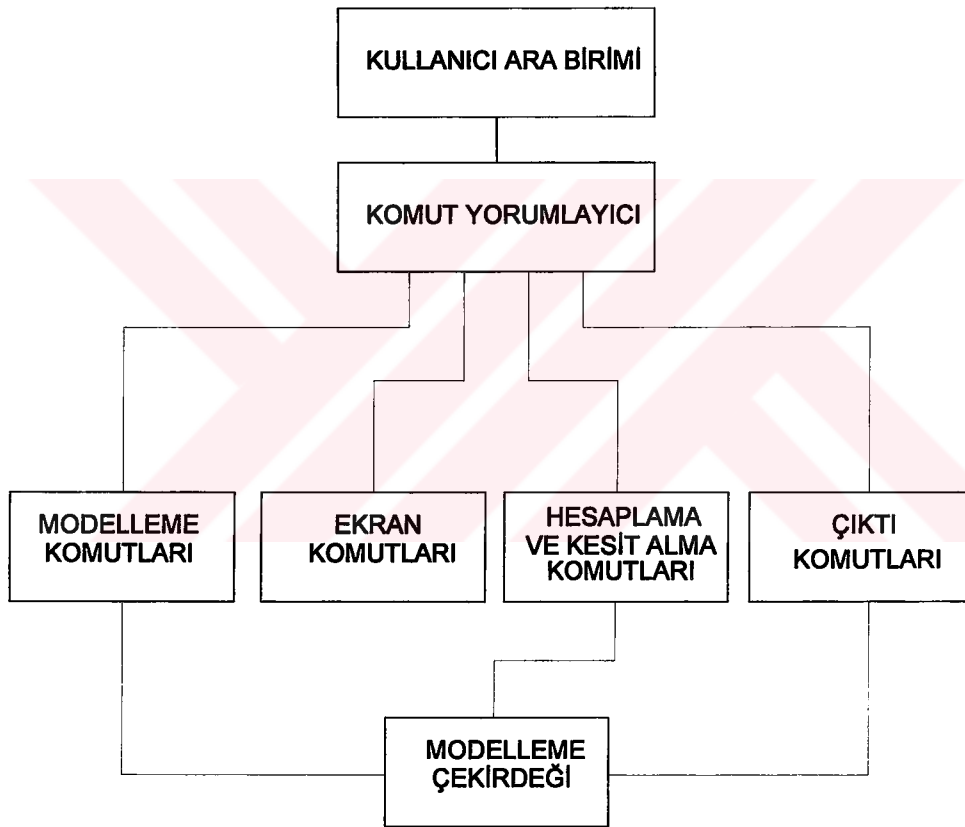
B-spline yüzey fonksiyonları kullanılmıştır.

4. Komutlar bölümü

Bu bölüm şu altı alt bölümden oluşur.

1. Modelleme komutları : Bunlar kontrol noktalarının yer değiştirmesini sağlayan, kontrol noktası ilave edip çıkartabilen, bir kontrol noktası gurubunu beraber hareket ettirebilen, çene hatlarındaki katlı kontrol noktalarını ayarlayan , kontrol noktaları arasında geçiş yapmayı sağlayan komutlarıdır. Bu komutlar modelleme sırasında devamlı kullanıldıklarından tek tuşla veya fareyi hareket ettirerek çalıştırılabilirler.
2. Ekran görüntüsü ile ilgili komutları : Ekrandaki görüntüye yakınlaşıp uzaklaşmaya, görüntü hassasiyeti ayarlamaya, hangi grafiklerin ekranda gösterileceğini, hangi düzlemde çalışılacağını ayarlayan komutlardır. Bunlar çoğu CAD sisteminden bilinen “zoom”, “pan” , “layer on/off” komutlarının benzerleridir. Farklı olarak, ekrandaki görüntünün orantılı veya orantısız olması kontrol edilebilmektedir. Gemi gibi boy/genişlik veya boy/yükseklik oranları büyük olan nesnelerin oranları bozularak ekranda gösterildiğinde genişlik veya yükseklik yönündeki yüzeysel bozuklukların gözle tespiti kolaylaşmakta ve dizayn işlemlerinde zaman kazandırmaktadır.
3. Hesaplama ve kesit alma komutları : Geleneksel olarak bir gemi dizayneri tasarladığı geminin ortogonal düzlemlerdeki kesitlerini (suhattı, posta ve batok) görmek ister. Hesaplama gerektiren form parametrelerinin

hesabı için de kesitlere ihtiyaç vardır. Matematiksel düzgünlük şartı da kesitler üzerinde aranmaktadır. Bütün bu isteklerden dolayı ortogonal düzlemlerde kesit çıkarabilen bir kesit alma motoru geliştirilmiştir. Kesit alma işleminde lineer interpolasyon kullanılmıştır. Bunun için hesaplanan yüzey noktaları ne kadar sık olursa o kadar hassas kesit eğrileri elde edilmektedir. Bu da yüzeydeki nokta sayısını belirleyen (μ ve ν) parametrelerinin sayısını büyütmeyle elde edilir. Matematiksel düzgünlüğe, alınan kesitlerin eğim eğrisine ve eğrilik yarıçapları eğrisine bakılarak karar verilir.



Şekil 5.2 B_SURF programı bölümleri ve aralarındaki ilişki

4. Modifikasyon komutları : Bir ana formdan değişik formlar üretmeyi sağlayan komutlardır. Modifikasyon birbirinden bağımsız üç değişik biçimde yapılabilmektedir. Bunlar, eksenler yönünde ölçeklendirme, CB değişikliği ve LCB değişikliğidir.
5. Çıktı komutları : Program hazırlanan geometriyle ilgili herhangi bir kağıt çıktı vermemektir. Bunun için çıktı konusunda daha profesyonel CAD sistemleri (AutoCAD) tercih edilmiştir. Program AutoCAD sisteminin işleyebileceği komutlar dizisi (“script” dosya) üreterek gerekli çizimlerin AutoCAD ortamında yapılmasını sağlamaktadır. AutoCAD ortamına iletilebilen çıktılar şunlardır:
 - Endaze planı : Geleneksel olarak hazırlanan endaze planı normlarına uygun, suhatları, posta kesitleri, batoklar, güverte hatları ve offset tablosunu içeren plan
 - Üç boyutlu endaze planı : Ortogonal düzlemlerden alınan kesitlerin bu düzlemlerde ve kesit alındıkları koordinatlarda gösterimi
 - Yüzey gösterimi : B-spline yüzeyinin matematiksel oluşum tarzıyla aktarılması. (Formu gölgelendirerek izleme ve sunuş resimleri hazırlamak için kullanılır.)
 - Konstrüksiyon posta kesitleri: Üretime esas olacak ve AutoCAD ‘de konstrüksiyon modelinin üretilbileceği tarzdaki posta kesit eğrileri.

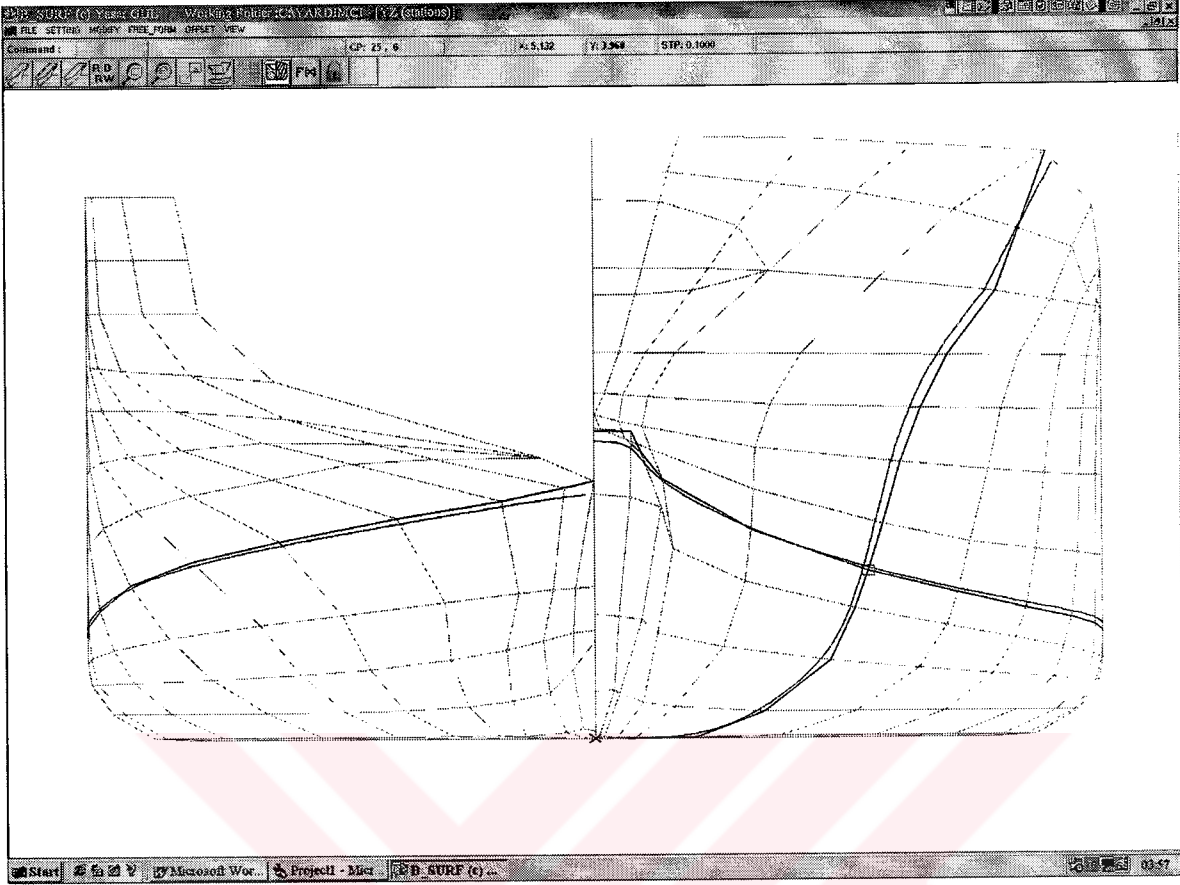
5.2 Bilgisayar Programında Kullanılan Komutlar ve İşlevleri

5.5.1 Modelleme komutları

Workframe :Gemi boyutlarına ve seçilen satır/sütun sayısına göre modelleme ağı oluşturur.

Yön tuşları :Bir kontrol noktasını aşağı, yukarı, sağa ve sola hareket ettirir.

Home tuşu	: Üstteki kontrol noktasına geçişi sağlar
End tuşu	: Alttaki kontrol noktasına geçişi sağlar
Delete tuşu	: Soldaki kontrol noktasına geçişi sağlar
Pg Down tuşu	: Sağdaki kontrol noktasına geçişi sağlar
F2 tuşu	:Üzerinde bulunan kontrol noktası koordinatlarını hafızaya alır
F3 tuşu	:F2 ile hafızaya alınan koordinatları üzerine bulunan kontrol noktasına aktarır.
Insertr	:Üzerine bulunan satırdan bir tane daha oluşturur
Insertc	:Üzerine bulunan sütundan bir tane daha oluşturur
Offinp	:Mevcut bir form modellenmek isteniyorsa, ofset tablosu girişi için hazırlamış formu görüntüler
Offload	:Girilmiş ofset tablosu değerlerini kontrol noktaları kabul ederek ham form oluşturur.



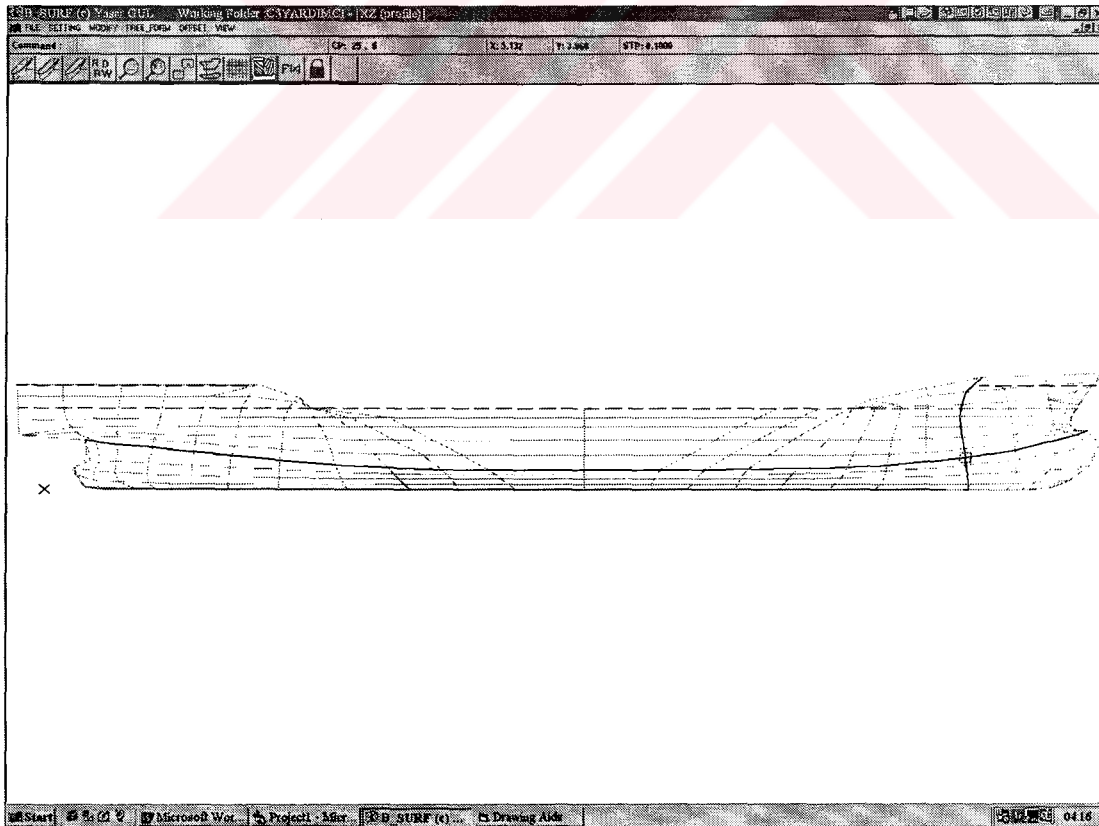
Şekil 5.3 Kontrol noktaları ağının YZ düzlemindeki görüntüsü

5.5.2 Ekran görüntüsü komutları

Zoomw	:Ekranı iki noktayla belirtilen pencere içinde kalan görüntüyü tüm ekrana büyütür.
Zoomp	: Bir önceki görüntüye tekrar getirir.
Pan	:Ekrandaki görüntüyü seçilen iki nokta doğrultusunda kaydırır.
XY	: Kontrol noktalarının suhattı düzleminde görüntüsünü verir.
XZ	: Kontrol noktalarının profil düzleminde görüntüsünü verir.
YZ	: Kontrol noktalarının posta düzleminde görüntüsünü verir.
Frameoff	: Kontrol noktalarının oluşturduğu ağı görünmez hale getirir.
Frameon	: Kontrol noktalarının oluşturduğu ağı görünür hale getirir.

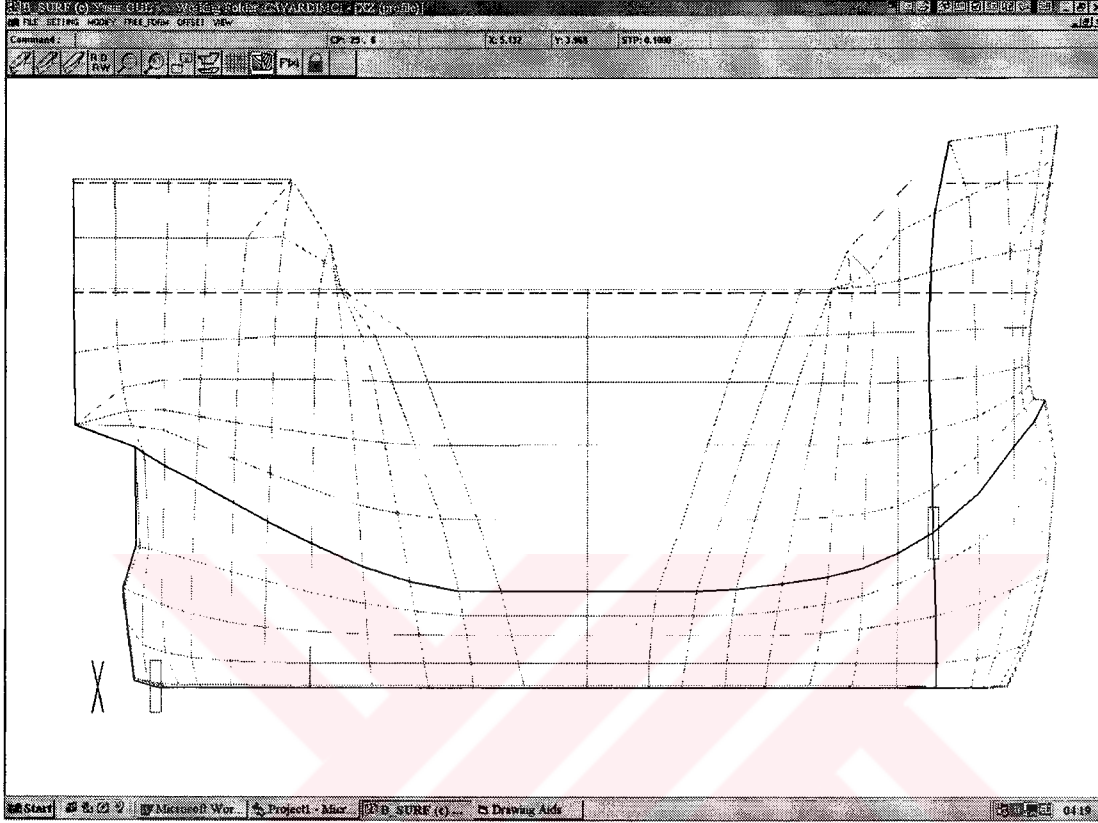
- Secoff** :Yüzeyden alınan kesitleri görünmez hale getirir.
- Secon** :Yüzeyden alınan kesitleri görünür hale getirir.
- Diffon** :Su hattı ve posta kesitlerinin matematiksel düzgünlüğünü kontrol etmek üzere hesaplanan birinci türev ve eğrilik yarıçapı grafiklerini görünür hale getirir.
- Diffoff** :Birinci türev ve eğrilik yarıçapları eğrilerini görünmez hale getirir.
- Scaleon** :Ekrandaki görüntünün ekranın boyu ve yüksekliğine göre ölçeklendirilerek çizilmesini sağlar
- Scaleoff** :Görüntünün ölçeklendirilmeden ekrana çizilmesini sağlar.

Yukarıda anlatılan ekran görüntüsü ile komutlar model ekranındaki bir araç çubuğundan da çalıştırılabilmektedirler.



Şekil 5.3 “scaleon” Komutu aktif iken kontrol noktaları ağının XZ düzlemindeki görüntüsü

F5 tuşu :Aktif kontrol noktasına bağlı satır ve sütunlardaki kontrol noktalarının oluşturduğu uzay B-Spline eğrisini çizer.

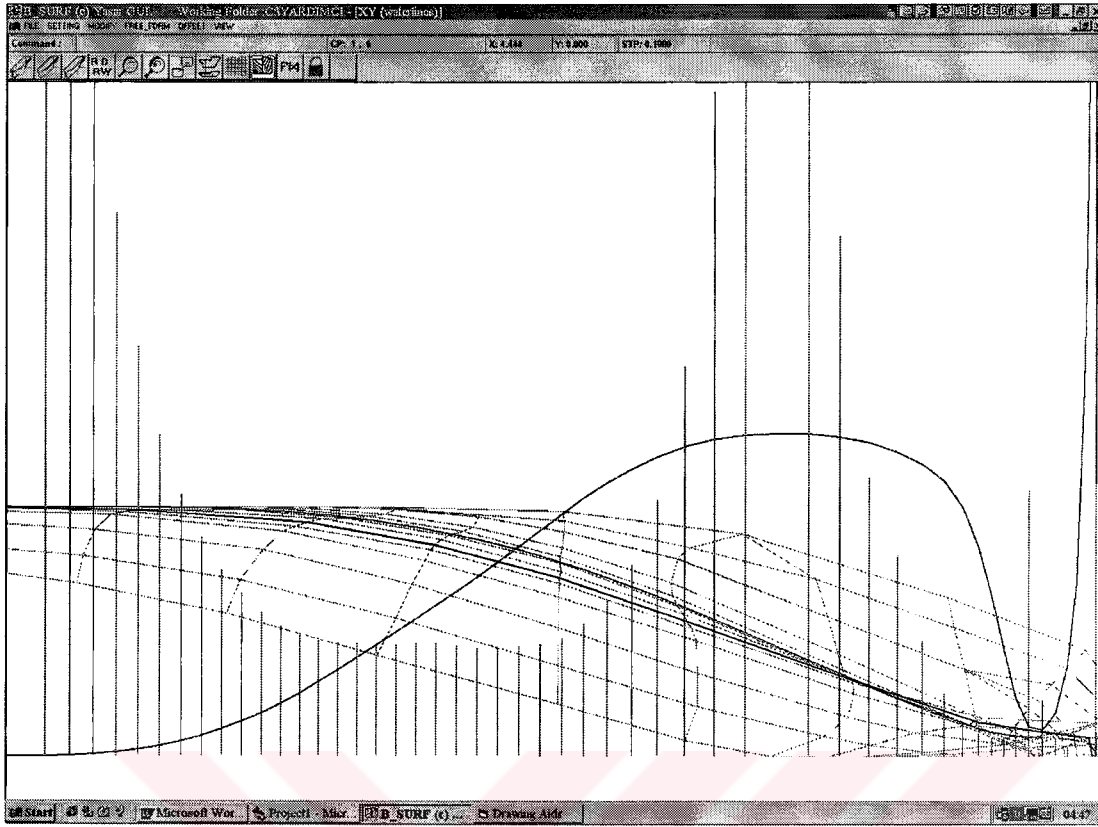


Şekil 5.4 “scaleoff” Komutu aktif iken kontrol noktaları ağının XZ düzlemindeki görüntüsü

5.5.3 Hesaplama ve kesit alma komutları

Hydro :Modellenen formun istenen dizayn kriterlerini sağlayıp sağlamadığını kontrol etmek için dizayn su çekiminde hidrostatik değerleri hesaplar ve en kesit alanları eğrisini çizer.

Section :Tanımlanan ortogonal düzlemler ile yüzeyin arakesit eğrilerini çıkarır. Ortogonal düzlemler; hangi düzlem olduğu, düzlem sayısı ve düzlemler arasındaki mesafe olarak tanımlanır. Özel olarak konstrüksiyon posta kesitlerini de çıkarır.



Şekil 5.5 Bir su hattının birinci türev ve eğrilik yarıçaplarının gösterimi

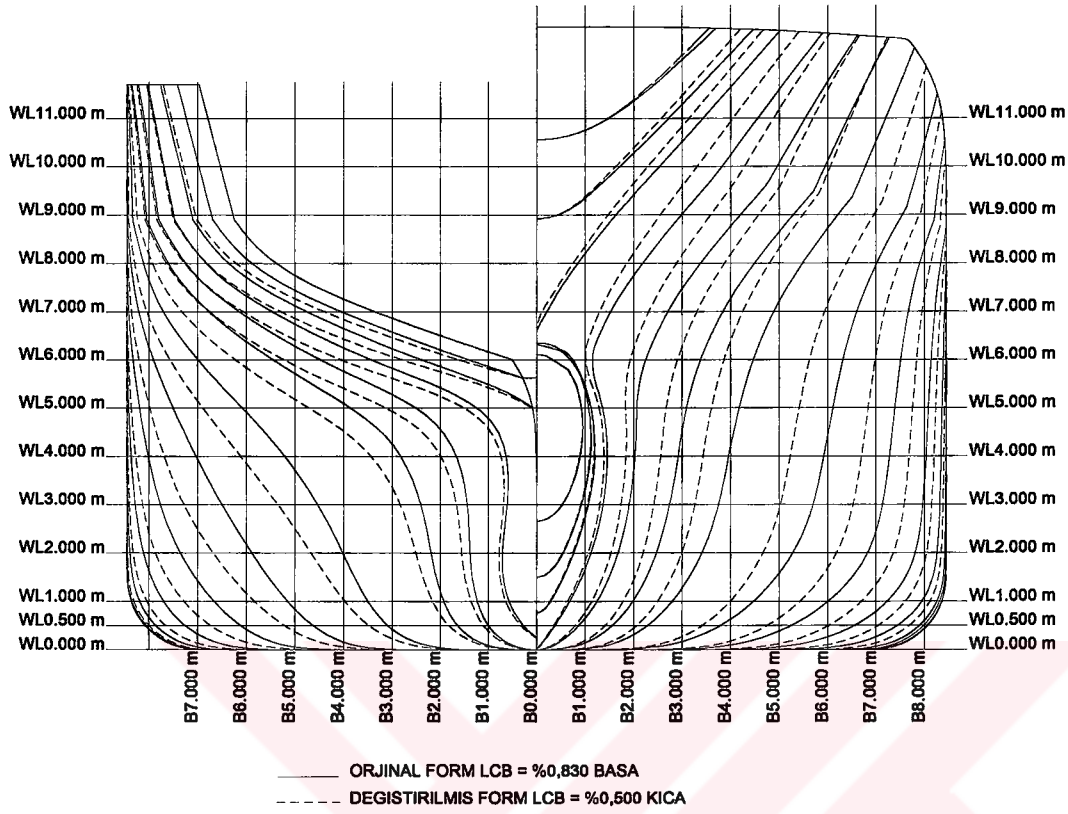
5.5.4 Modifikasyon komutları

Scale :Mevcut modelden X,Y ve Z yönündeki ölçekleri farklı olabilecek şekilde değişik modeller üretir.

DCB :Modeli, Bölüm 2.2.2.1 de anlatılan CB deformasyon yöntemini kullanarak istenen CB değerini verecek şekilde değiştirir.

DLCB :Modeli, Bölüm 2.2.2.2 de anlatılan LCB deformasyon yöntemini kullanarak istenen LCB değerini verecek şekilde değiştirir.

Bu üç modifikasyon komutu kullanılarak hatları düzeltilmiş bir ana formdan istenen özellik ve sayıda yeni modeller üretmek mümkündür.



Şekil 5.6 “DLCB” Komutu kullanılarak LCB ye göre modifiye edilmiş form

5.5.5. Çıktı komutları

Lines :Geleneksel anlamda endaze planı hazırlar. Seçilen suhattı ,batok ve posta kesitlerini çıkarır ve ofset tablosunu hazırlar.

Acad3d :B- spline yüzeyini AutoCAD ‘deki “3DMESH” formuna uygun olarak script dosyasına yazar

Frame : Konstrüksüyon posta kesitlerini hazırlar.

6. GEMİ ETRAFINDAKİ POTANSİYEL AKIM HIZLARININ BULUNMASI

6.1. Potansiyel Akımlar

Sıkışmaz akışkanlarda potansiyel akımlar hız vektörünün bir potansiyelden türediği, yani

$$\mathbf{v} = \nabla \phi(x, t)$$

Olacak şekilde bir $\phi = \phi(t)$ skaler fonksiyonunun var olduğu akımlardır. Dolayısıyla böyle akımlarda

$$\omega = \nabla \times \mathbf{v} = \nabla \times \nabla \phi = 0$$

Olduğundan çevri vektörü her yerde sıfırdır. Bu yüzden potansiyel akımları *çevrisiz* yada *irrotasyonel* akımlar adı da verilir. Bir hız potansiyelinin varlığının kabul edilmesi biraz ileride ayrıntısı ile göreceğimiz gibi problemin çözümlenmesini büyük ölçüde basitleştirir. Potansiyel hareket varlığını tümüyle Lagrange – Cauchy teoremine borçludur. Bildiğimiz gibi bu teoreme göre yetkin bir akışkanın barotropik bir akımı çevri bulunmayan bir bölgeden başlarsa akışkan bu özeliğini bütün hareketi boyunca korur.

Her hangi bir akışkanın geçmişinde sükunette kaldığı bir durumun var olması akla yakın gözükmemektedir. Dolayısıyla mükemmel akışkanların bütün hareketlerinin akım sınıfına girmesinin gerekli olduğu gibi bir sonuca varılabilir. Gerçekte ise çok nadir durumların dışında potansiyel akımı doğada bulmak mümkün değildir. Bunun nedeni matematik olarak incelediğimiz akışkanın matematik bir soyutlama ile oluşturduğumuz ideal bir model olmasından kaynaklanır. Tüm gerçek akışkanlarda az da olsa bir viskozite ve sıkışma özeliği vardır. Özellikle viskozite nedeniyle akışkanın sınırlayıcı yüzeylere yapışması ve sıkışmadan kaynaklanan şok dalgaları akışkanda çevre oluşmasına yol açmaktadır. Bununla beraber bir çok hallerde oluşan çevrilerin belli bir düzensizlik bölgesinin içinde kaldığı ve bu bölgenin dışında büyük bir yaklaşıklıkla potansiyel karakterini koruduğu kabul edilebilmektedir. Bilinçli bir

şekilde kullanıldığı takdirde potansiyel akım varsayımına dayanarak elde edilen çözümlerin de pratikte çok yararlıdır. Ancak uygulama alanında tam olarak kullanılabilir çözümler elde edebilmek için potansiyel akımın geçerlik bölgesi dışında akışkan davranışını yeterli yaklaşıklıkla belirleyecek yöntemler geliştirmek yeterli olur.

6.2. Potansiyel Akımın Genel Denklemleri.

Bir potansiyel akımda hız dağılımını karakterize eden

$$\mathbf{v} = \nabla \phi \quad \text{veya} \quad v_i = \phi_{,i} \quad (6.1)$$

bağıntısı

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

süreklilik denklemine yerleştirilirse $\phi(x, t)$ fonksiyonunun sağladığı denklemi elde ederiz:

$$\nabla \cdot \nabla \phi = \phi_{,ii} = \nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 x_2^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 x_3^2} = 0 \quad (6.2)$$

Bu denklem Laplace diferansiyel denklemidir ve lineer bir denklemdir. Buna göre nonlineer hareket denklemleri hız alanını belirleyen lineer bir denkleme indirgenmiştir. Bu özellik sıkışmaz akışkanlarda potansiyel akım varsayımının ne ölçüde bir basitleşmeye yol açtığını açıkça gösterir.

Akımı çevreleyen hareketli bir S yüzeyi üzerinde akışkan hızı

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = v_i n_i = u_n$$

bağıntısını gerçeklemedir. u_n yüzeyin normali doğrultusundaki hızıdır. Öte yandan gradyan operatörünün tanımından v_n hız bileşeni

$$v_i n_i = \frac{\partial \phi}{\partial x_i} n_i = \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad (6.3)$$

olur. Yani v_n , potansiyel fonksiyonunun S yüzeyinin normalı doğrultusundaki türevidir. Buna göre (6.2) denklemini sağlayan ϕ fonksiyonu

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = u_n(x, t) , S \text{ üzerinde} \quad (6.4)$$

bağıntısı gerçekleşecek şekilde belirlenmelidir. Akışkan sabit bir yüzeyle sınırlanmışsa sınır üzerinde

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$$

olmak zorundadır. Hız alanı elde edildikten sonra basınç Bernouli denkleminde bulunabilir.

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 - \Omega + f(t) \quad (6.5)$$

$f(t)$ yalnız zamanın bir fonksiyonu olup belli bir anda bütün akışkan bölgesinde aynı değeri alır. Bu fonksiyonu belirleyebilmek için akışkanın herhangi bir noktasında basıncın zamanla değişiminin verilmiş olması yeter. (6.5) denklemi serbest yüzlü yani yüzey üzerinde basıncın verildiği akımlarda potansiyel fonksiyonun sınır koşullarını yazmakta da kullanılabilir. Ancak bu tür bir sınır koşulunun ϕ cinsinden nonlineer olması nedeniyle problemin lineer karakterini artık yitireceğine dikkat edilmelidir.

Akımın daimi olması halinde (6.5) denkleminin

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + \Omega = \text{sabit}$$

Şekline basitleşeceği de açıktır.

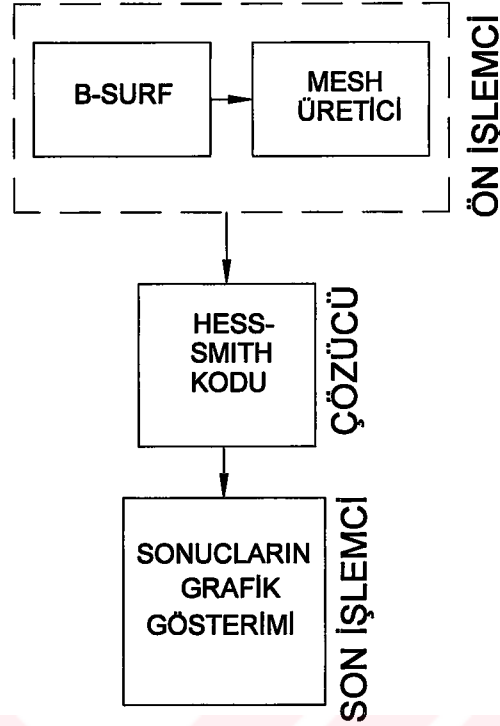
Bu arada potansiyel akımın şu özelliğine de dikkati çekmek yerinde olur. ϕ fonksiyonunun sağladığı (6.2) diferansiyel denklemi yalnız uzay değişkenlerini içerir. Dolayısıyla bu fonksiyonun zamana bağlılığı ancak sınır koşulları aracılığıyla ortaya çıkar. Buna göre sınır koşulları zamana bağlı olmayan potansiyel akımlar daimi olmak zorundadır.

6.3 Gemi Etrafındaki Potansiyel Akım

Gemi etrafındaki akımın potansiyel akım olduğu kabul edilerek yapılan çözümler bize;

- Gemi etrafındaki hız dağılımı
- Gemi etrafındaki basınç dağılımı
- Gemi etrafındaki akım hatları

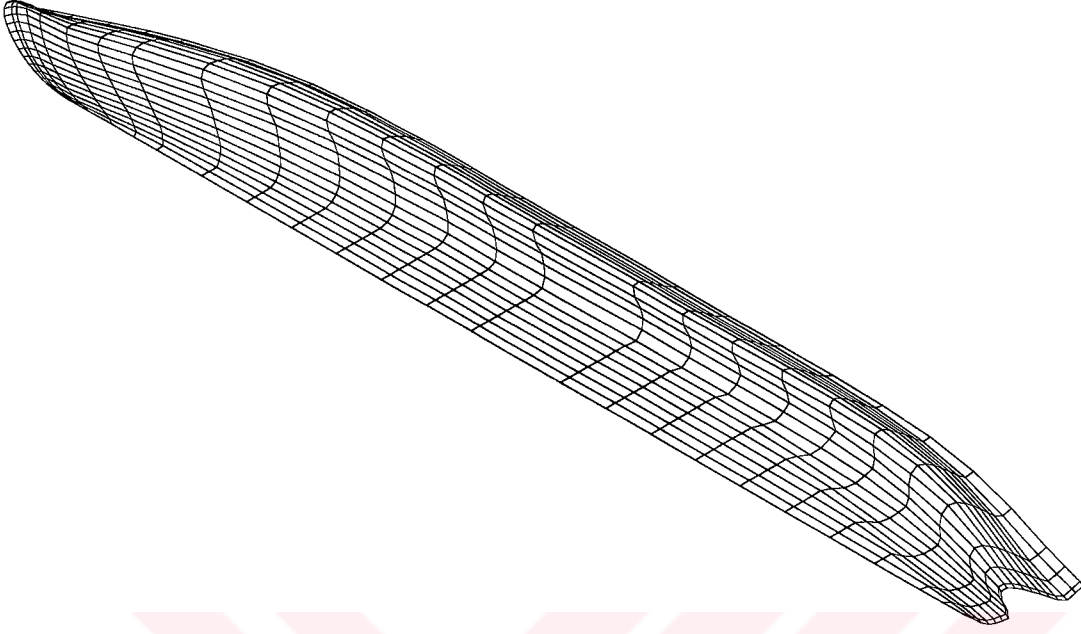
Hakkında faydalı bilgiler vermektedir. Gemi etrafındaki hız ve basınç dağılımı oluşacak dalga deformasyonları, dolayısıyla dalga direnci hakkında bilgi vermektedir. Gemi etrafındaki akım hatları ise gemi dış yüzeyine eklenen ve takıntı oluşturan eklentilerin akıma paralel yerleştirilebilmesi dolayısıyla sürtünme haricinde direnç oluşturmamasını engeller. Özellikle yalpa omurgası ve baş pervane koruma ızgaraları gibi takıntı dizaynlarında akım hatlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Gemi etrafındaki potansiyel akımı çözmek için çeşitli programlar geliştirilmiştir. Bu amaçla hazırlanan programlar genellikle gemi yüzeyini sonlu sayıda elemanlara (panel) bölerek , her eleman üzerindeki hızları bulma metoduna dayanır. Gemi formu dizaynı yapılırken gemi dalga direncinin bulunabilmesi ve direnci minimize edebilmek için formda değişiklik yapmak formun başarısını artıracaktır. Bu çalışmada, hazırlanan programla elde edilen gemi yüzeyini, istenen sayıda panellere bölerek mesh işlemini yapan bir alt program geliştirilmiştir. Hess-Smith tarafından geliştirilen 3 boyutlu cisimler etrafındaki potansiyel akım hızlarını bulan programın giriş datası formatına göre bir dosyaya yazdırılan mesh koordinatları, çözücü olarak bu program kullanılarak, modellenen gemi etrafındaki hız dağılımı bulunmuştur. Elde edilen bu hız vektörleri başka bir programla gemi yüzeyinde gösterilmiştir.



Şekil 6.1 Gemi etrafındaki hızları bulma işlemi

6.4 Gemi Yüzeyinin panellere Bölünmesi (Mesh)

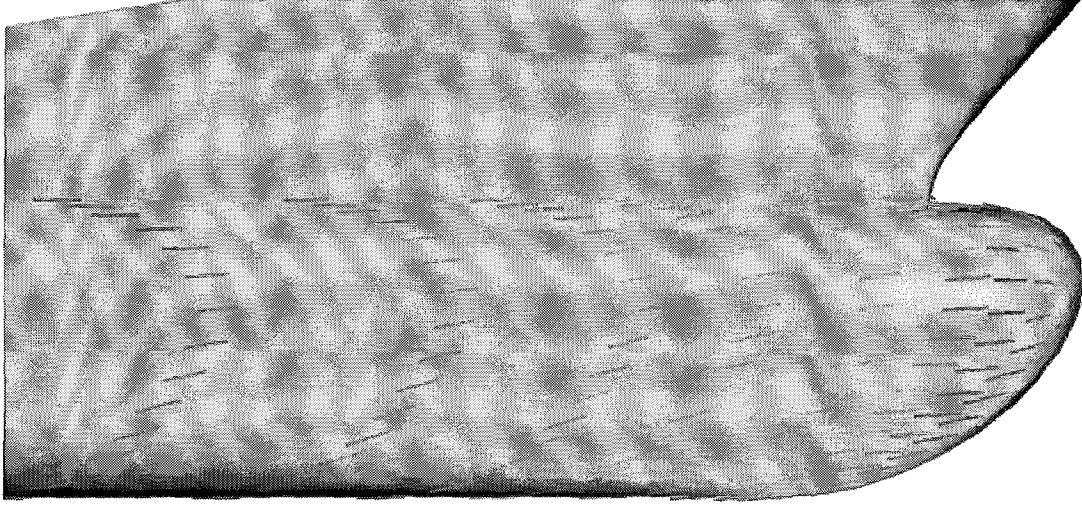
Herhangi bir geometri üzerinde bir diferansiyel denklemi sayısal olarak çözmek için geometriyi sonlu sayıda elemana bölmek genel olarak tercih edilir. Seçilen elemanların geometrisi , kritik bölgelerdeki elemanların büyüklüğü ve genel olarak elemanların sayısı sonuçların doğruluğu açısından önemlidir. Çözücü olarak kullanılan program için elemanların bir matris oluşturması ve oluşturulan elemanların alan değerlerinin sıfırdan farklı olması gerekmektedir. Hazırlanan mesh programı referans alınan draftın altında kalan yüzeyi yukarıdaki şartlara mümkün olduğu kadar uyacak şekilde su hattı ve posta kesiti eğrilerinin uzunluklarını kullanarak panellere bölmekte ve çözücü programa uygun data formatında dosya oluşturmaktadır. Şekil 6.2’de mesh edilmiş bir gemi yüzeyi görülmektedir.



Şekil 6.2 Potansiyel akım hızı analizi için mesh edilmiş model

6.5 Potansiyel Akım Analizi Sonuçlarının Grafik Gösterimi

Çözücü program, sonlu sayıdaki panellerin alan merkezlerindeki hız bileşenlerini bulur. Bu hız bileşenleri gemi formu direnç optimizasyonunda gemi bünyesine eklenen takıntıların (yalpa omurgası, baş pervane ızgarası v.s) sürtünme direncinden başka ek direnç oluşturmasını engellemek için kullanılabilirler. Bunun için gemi etrafındaki akım hatlarının görselleştirilmesi gerekir. Bu yöntemle yapılan bir yalpa omurgası dizaynının etrafındaki akım hatlarının deneysel gözlemlerde de yalpa omurgasına paralel olduğu gözlenmiştir. Şekil 6.3’de hız vektörlerinin gemi bünyesinde gösterilişi görülmektedir.



Şekil 6.3 Double model olarak çözülmüş potansiyel akım hızları

7. SONUÇLAR

Gemi mühendisliği alanında form tanımlamak için geliştirilen ilk yazılımlar, verilen bir ofset tablosunun eğriler ile gemi hatlarının matematiksel ifadesinden ibaretti. Bu tür programlar ile gemi teorisi hesapları yapmak ve üretim için gerekli çizim ve NC kodları çıkarmak mümkündü. Ancak bu tür yazılımlar bilgisayar destekli tasarım olgusundan çok bilgisayar destekli mühendislik olgusu taşıyorlardı. Bilgisayar destekli tasarım, tasarımı, başka hiçbir alet ve gerece ihtiyaç duymadan bilgisayar ortamında geliştirmektir. Özellikle gemi, uçak ve otomobil gibi karmaşık yüzey geometrilerine sahip cisimlerin tasarımlarını yapmak için geliştirilen yazılımların en önemli kısımları modelleme çekirdeğini oluşturan matematiksel yöntemlerdir. Yazılım başarısı için seçilen yöntem bazı kısıtlar içermemelidir. Örneğin yazılım sadece yük gemilerine özel olmamalı ya da form ile ilgili olarak ayna kıç , yumrubaş ve çene hattı gibi geometrileri de modelleyebilmelidir.

Bu çalışmada modelleme çekirdeği B-spline yüzeyleri olan bir yüzey tasarımı yazılımı (B_SURF) geliştirilmiş olup farklı gemi geometrilerine uygulanmış ve başarılı neticeler alınmıştır. Tecrübeli bir dizayner B_SURF ile bir gemiyi 4-5 saat gibi bir süreyle modelleyerek imalata hazır hale getirebilir. B_SURF yazılımı ile tasarlanan gemi yüzeylerinden 9 tanesinin imalatı yapılmış olup herhangi bir sorunla karşılaşılmamıştır. EK'ler bölümünde B_SURF ile modellenmiş değişik gemi endazeleri görülmektedir. Yazılımın eksik tarafı ise tek bir yüzey üzerinde çalışıyor olmasıdır. Bunun dezavantajı iki veya daha fazla yüzeyin kesişimiyle oluşan formların modellenmesinde ortaya çıkan zorluktur. Örneğin yumrubaşsız bir baş forma takılan silindirik bir yumrubaş veya uçak gövdesine saplanan bir kanat gibi . Çalışmaya bu dezavantajları ortadan kaldırmak yönünde devam edilecektir.

Form optimizasyonunda önemli bir konu olan gemi etrafındaki potansiyel hızların bulunması sadece double-model kabulüyle mümkün olmuştur. Bilindiği gibi double-model uygulamasında serbest su yüzeyi deformasyonu yok sayılmaktadır. Bunun sonucu olarak dalga direncine ulaşılamamaktadır. Ancak serbest su yüzeyinde yeterince uzak su altında kalan kısım için doğru neticeler alınmaktadır. Bu yolla tasarımı yapılan yalpa omurgası formu akım görüntüleme deneyleriyle bire-bir uygunluk göstermiştir.

KAYNAKLAR

1. BARSKY, A. and GREENBERG, Donald P.,(1982), "Interactive Surface Representation System Using a B-Splines Formulation With Interpolation Capability" Computer Aided Design, Vol.14, N.4, July 1982
2. BURGER, Peter and GILLIES, Duncan ,(1993) , "Interactive Computer Graphics – Functional, Procedural and Device-Level Methods"
3. CARDO, Antonio ,(1986) , "Computer Aided Design Fairing For Small Craft And Sailing Yacht" Technica Italiana , N.5, 1986
4. CREUTZ, G. and SCHUBERT, Chr.,(1978) , "Interactive Curve Creation from Form Parameters by Means of B-Splines" Schiffstechnik, Bd.25, 1978
5. FARIN, Gerald ,(1982) , "Visually C^2 Cubic Splines" Computer Aided Design, Vol.14, N.3, May 1982
6. FOG, Nils GjersØe,(1984) , "Creative definition and fairing of ship hulls using a B-Spline surface" Computer Aided Design , Vol.16 , 1984
7. FOLEY, James ; DAM, Andreis van ; FREINER, Steven K. ; HUGHES, John F. ,(1990) , "Computer Graphics – Principles and Practice"
8. HYODO, Yoshihiro, "A Programming System For Numerical Control" Computer Languages For Numerical Control
9. IZUMIDA, Koji and MATIDA, Yukio,(1979) , "Ship Hull Definition By Surface Techniques For Production Use" Computer Applications in the Automation of Shipyard Operation and Ship Design III
10. KOUCH, Jen-Shiang, (1987), "Darstellung von Schiffsoberflächen mit rationalen kubischen Splines" Schiffstechnik , Bd.34, 1987
11. KUIPER, G., (1970), "Preliminary Design of Ship Lines by Mathematical Methods" Journal of Ship Research, March 1970
12. MACK, Dun-Pok, (1972), "Calculation of Potential Flow About Arbitrary Three Dimensional Lifting Bodies – Users Manual"

13. MILLER, N.S. and KUO C., (1963) , “The Mathematical Fairing of Ship Lines”
European Shipbuilding , N.4, 1963
14. MUNRO-SMITH, R., (1975) , “Elements of Ship Design”
15. NOWACKI, H. ; BLOOR, M.I.G. ; OLEKSIEWICZ, B., (1995), “Computational
Geometry For Ships”
16. REED, Arthur M. and NOWACKI, Horst, (1974) , “Interactive Creation of Fair
Ship Lines” Journal of Ship Research , Vol.18 , N. 2 , June 1974, pp.96-112
17. ŞUHUBİ,Erdoğan , (1993), “Akışkanlar Mekaniği” İTÜ Fen-Edebiyat Fakültesi
18. TRAN-THONG, (1983) , “Ellipse, Arc of Ellipse and Elliptic Spline” Computer.
& Graphics , Vol.7 , N.2 , pp.169-175 , 1983
19. YUILLE, I.M., (1979) , “Interactive Programme For The Design of Ship Hull
Forms” Computer Applications in the Automation of Shipyard Operation and
Ship Design III

EKLER

EK 1 : 25.00 m’lik yat endazesi

EK 2 : EK 1’deki yatın parametrik eğrilerden oluşturulmuş perspektif görüntüsü

EK 3 : Ro-Ro gemisi endazesi

EK 4 : 1600 TEU’luk konteyner gemisi endazesi

EK 5 : EK 4’deki geminin parametrik eğrilerden oluşturulmuş perspektif görüntüsü

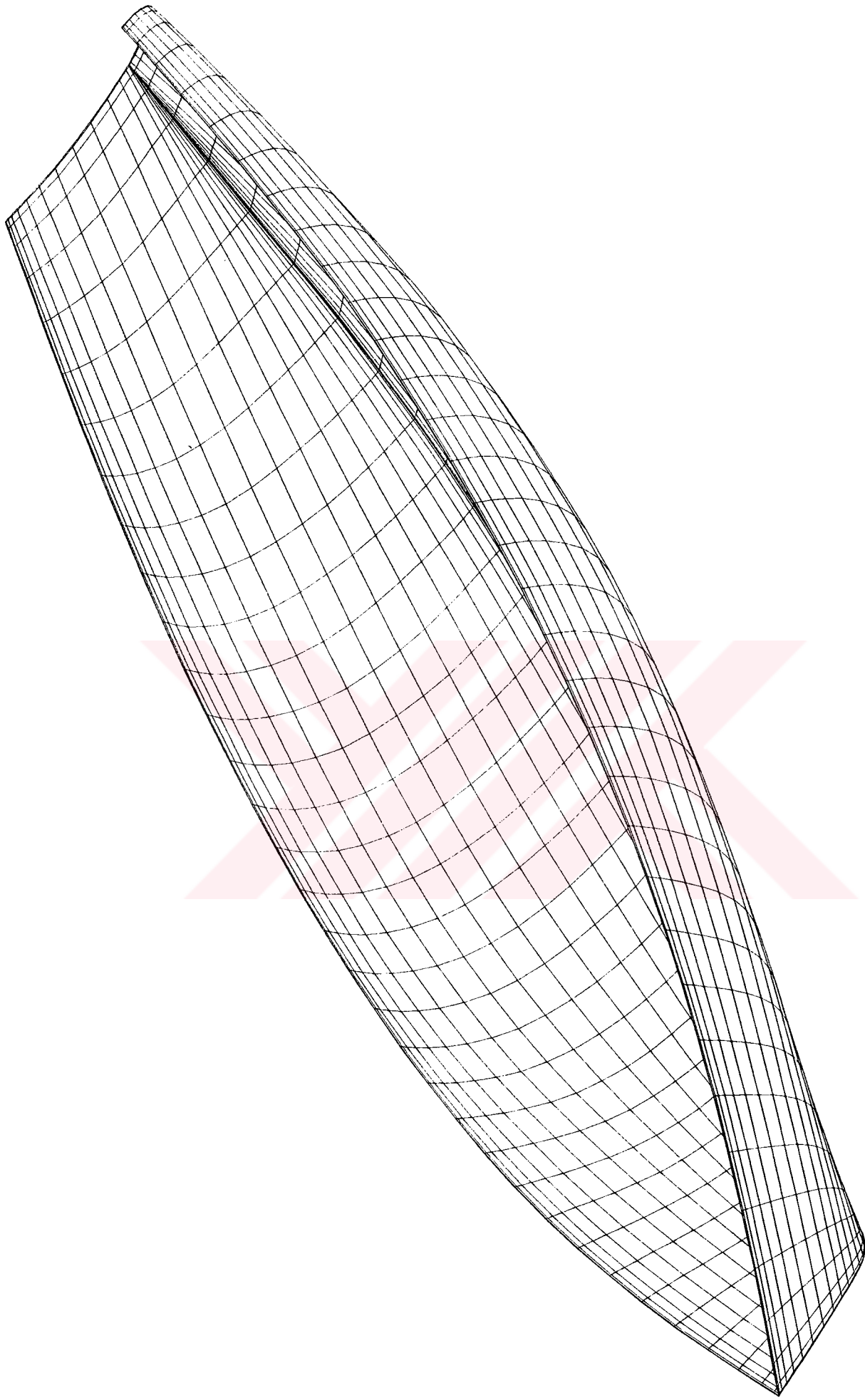
EK 6 : Uçak gövdesi endazesi

EK 7 : EK 6’daki uçak gövdesinin parametrik eğrilerden oluşturulmuş perspektif görüntüsü

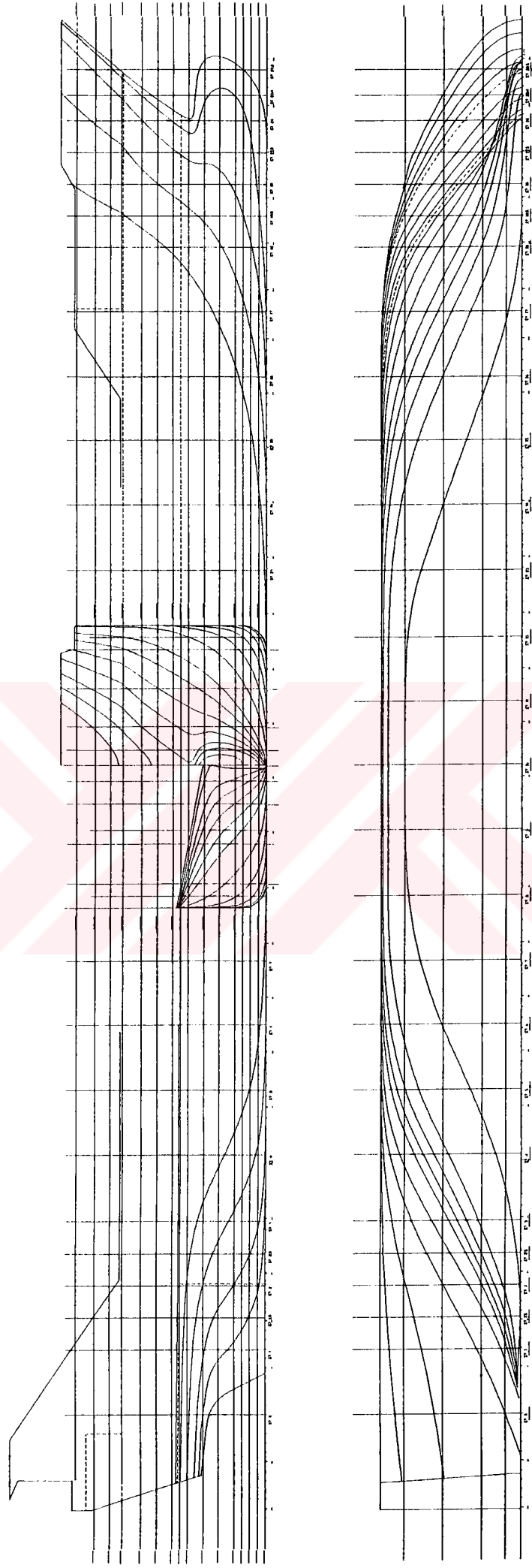
EK 8 : 5150 DWT’luk genel kargo gemisinin endazesi

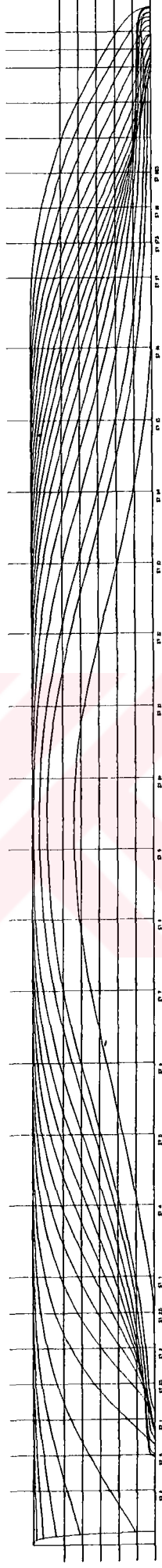
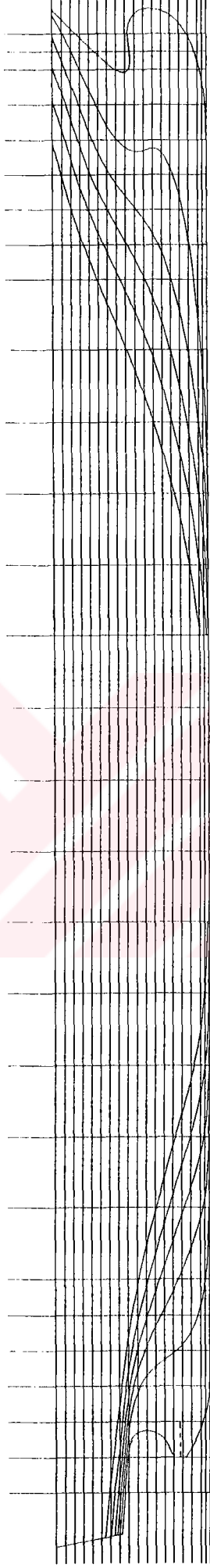
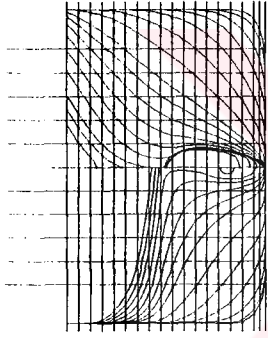
EK 9 : EK 8’deki geminin kış gövde konstruksüyon postaları

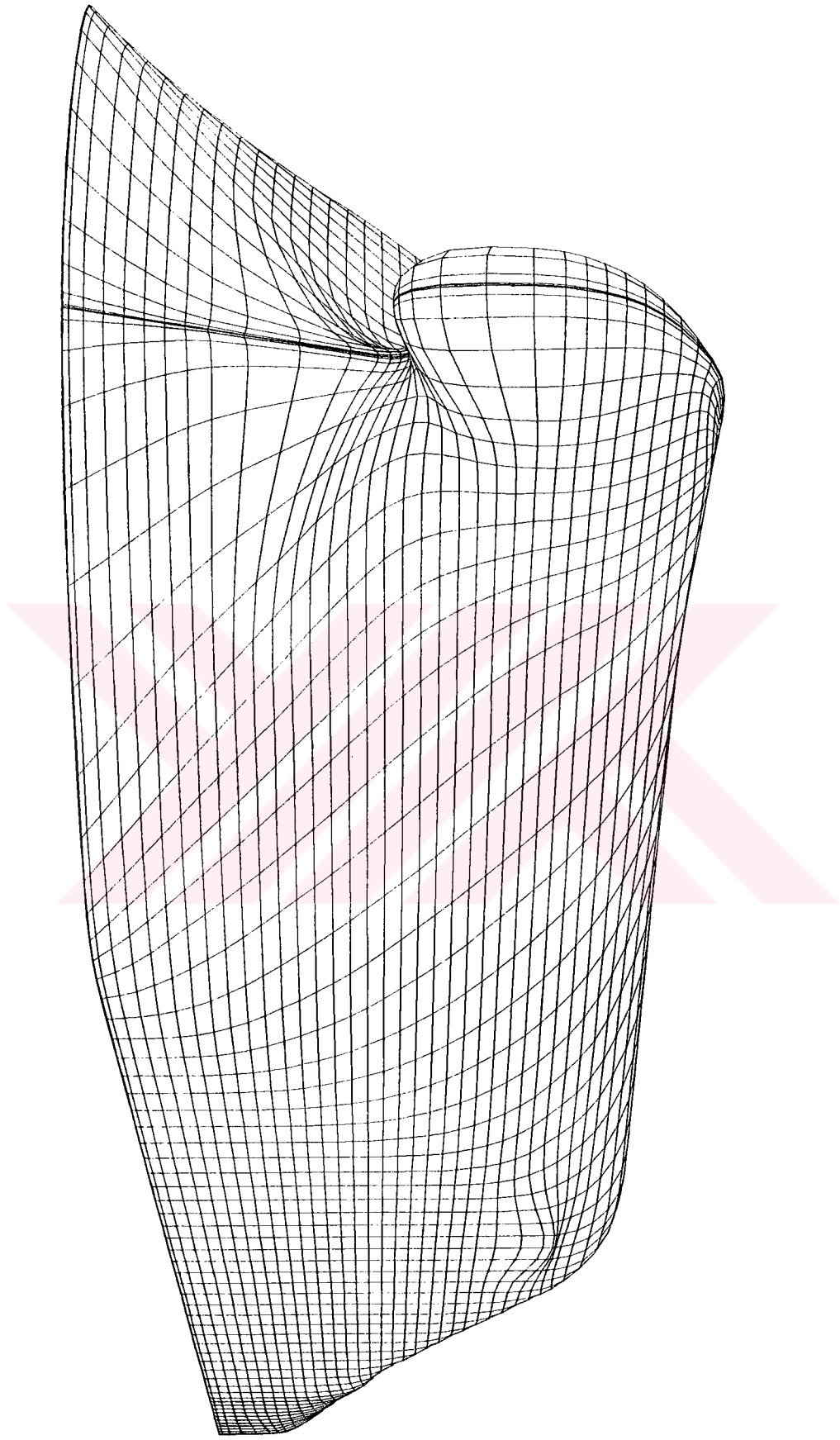
EK 10 : EK 8’deki geminin baş gövde konstruksüyon postaları



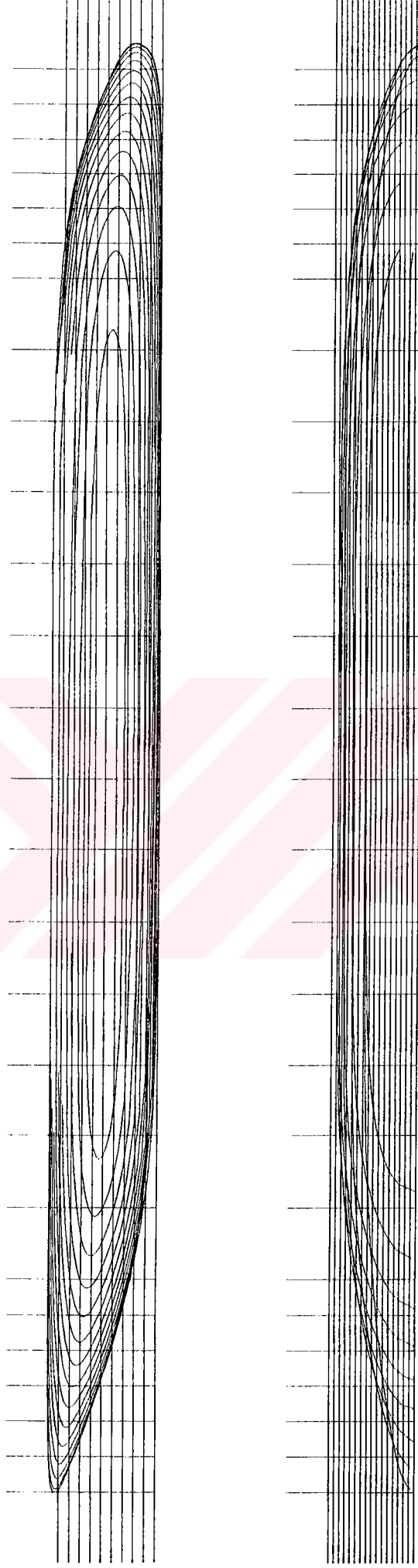
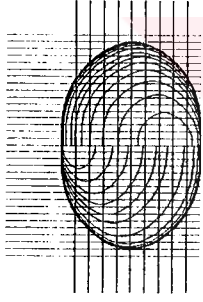
EK 2

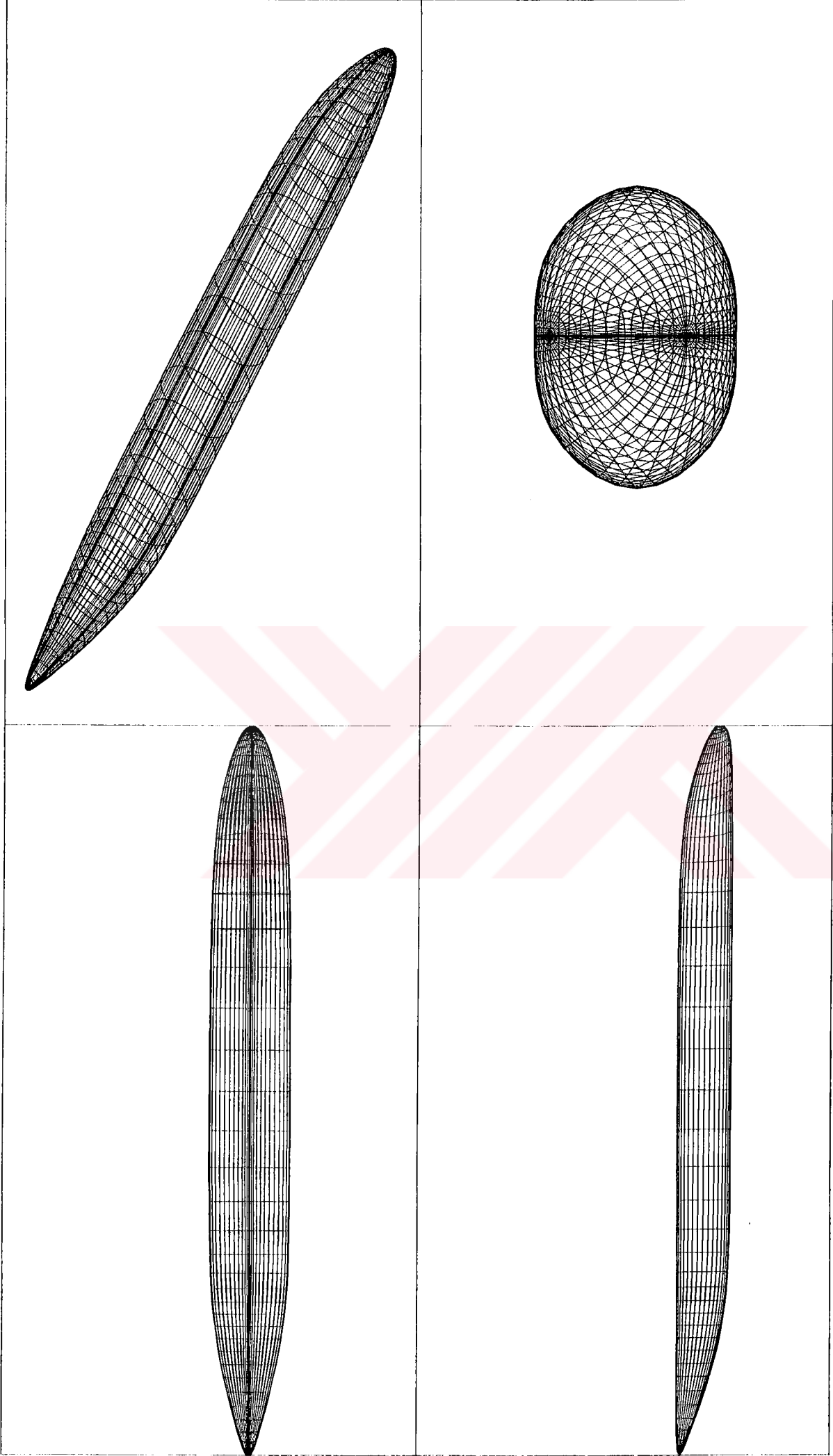


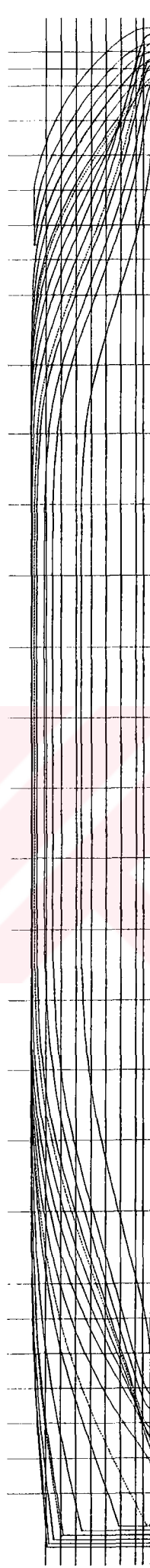
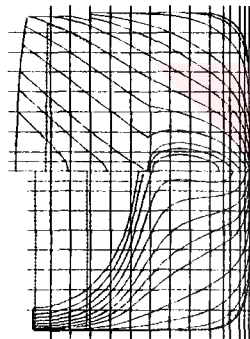


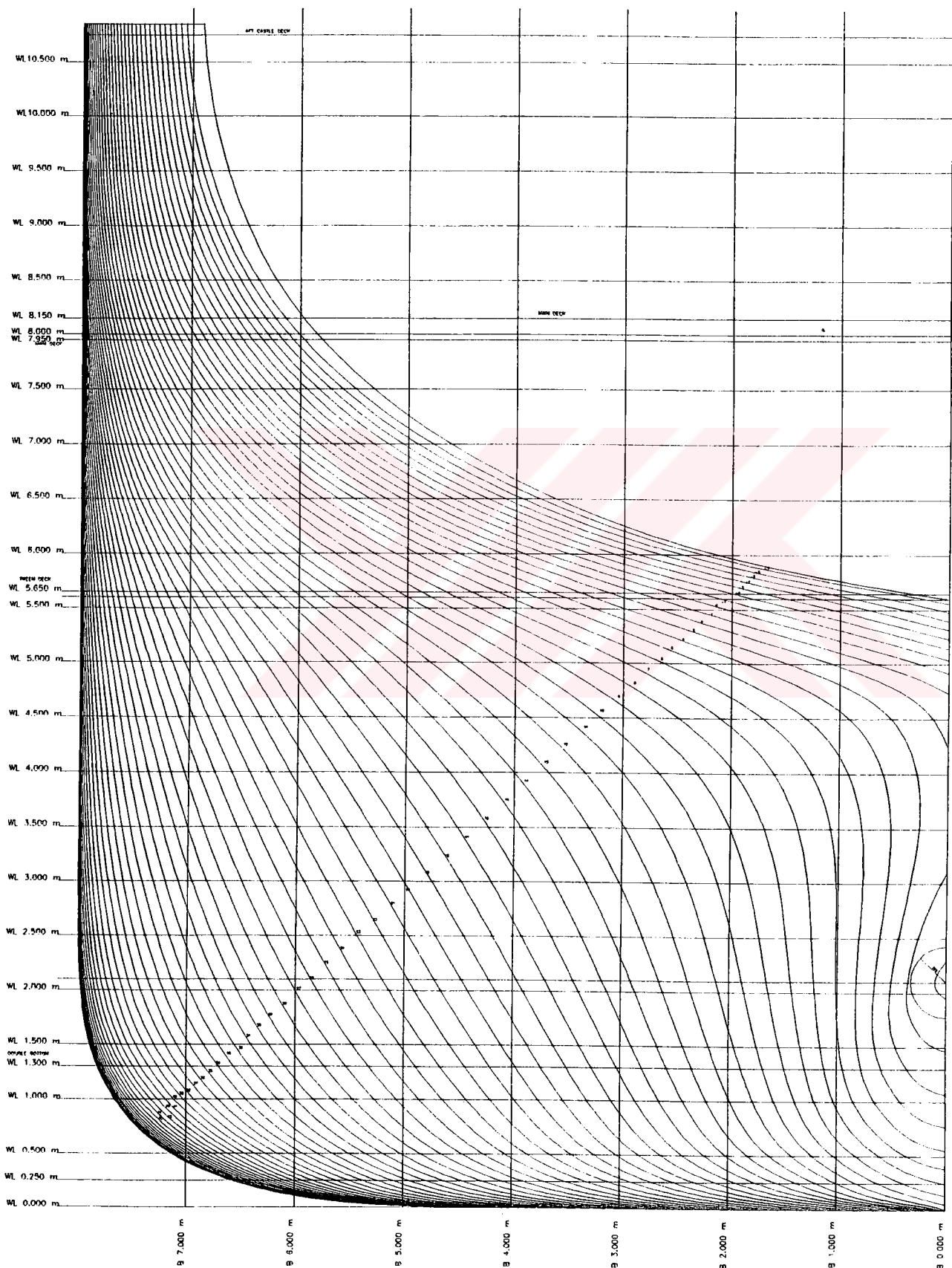


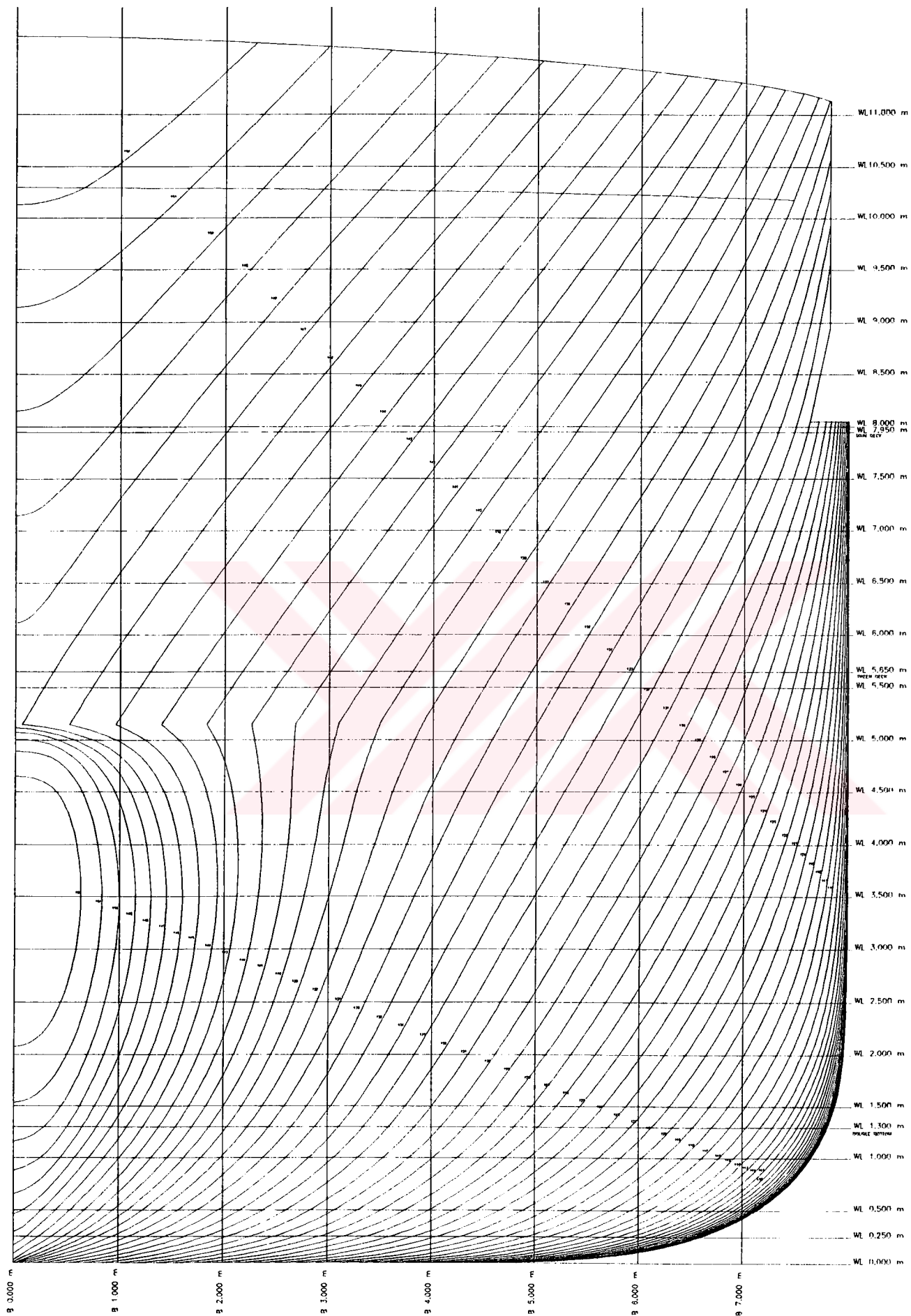
EK 5











EK 10

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	01.01.1965	
Doğum Yeri	Tokat	
Lise	1977-1984	Tokat İmam Hatip Lisesi
Lisans	1984-1988	İstanbul Teknik Üniversitesi Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi Gemi İnşaatı Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	1993-1999	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Gemi İnşaatı Mühendisliği Anabilim Dalı, Gemi İnşaatı Mühendisliği Programı
Çalıştığı Kurum(lar)	1989	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde araştırma görevlisi.
	1989-1991	Teşel Form Ltd.Şti.
	1993-Devam	Delta Denizcilik Mühendislik A.Ş.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMAN