

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ZAMAN SERİSİ ANALİZİ YÖNTEMİ
ÜZERİNE BİR UYGULAMA**

Fizikçi Sevkan UZEL

FBE Fizik Anabilim Dalında Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof.Dr.Kubilay KUTLU (Yıldız Teknik Üniversitesi)

İkinci Tez Danışmanı : Prof.Dr.K.Gediz AKDENİZ (İstanbul Üniversitesi)

İSTANBUL, 2008

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	iii
ŞEKİL LİSTESİ.....	iv
ÇİZELGE LİSTESİ	v
ÖNSÖZ	vi
ÖZET	vii
ABSTRACT.....	viii
1 GİRİŞ	1
2 KAVRAMLAR.....	3
2.1 Zaman Serisi	3
2.2 Nonlineer Zaman Serisi Analizi.....	5
2.3 Kaotik Dinamik.....	6
2.4 Başlangıç Koşullarına Hassas Bağlılık	7
2.5 Dinamik Sistemler	8
2.6 Kaotik Davranış Örnekleri	9
2.7 Faz Uzaı ve Çeker	11
2.8 Liapunov Üsteli.....	20
2.9 Faz Uzaının Yeniden Yapılandırılması.....	23
3 YÖNTEMLER.....	27
3.1 Otokorelasyon Fonksiyonu ve Karşılıklı Bilgi Yöntemi	27
3.2 Sahte En Yakın Komşu Yöntemi	28
3.3 Çeker Boyutu Hesaplamaları	29
3.4 En Büyük Liapunov Üstelinin Hesaplanması	31
4 YAPILANLAR VE BULGULAR.....	32
5 SONUÇ	40
KAYNAKLAR	42
ÖZGEÇMİŞ	44

SİMGE LİSTESİ

$a(\tau)$	Otokorelasyon fonksiyonu
$C(\varepsilon)$	Korelasyon integrali
D_C	Korelasyon boyutu
D_G	Genelleştirilmiş boyut
D_I	Enformasyon boyutu
D_K	Kapasite boyutu
D_L	Liapunov boyutu
$D(q)$	Genelleştirilmiş boyut
ΔT	Sıcaklık farkı
G_t	Zaman serisindeki uzun dönemli davranış
λ	Liapunov üsteli
m	Yerleştirme boyutu
R_t	Zaman serisindeki rasgele değişken
S_t	Zaman serisindeki rasgele olmayan kısa dönemli çevrimsel etki
T	Sıcaklık
T_t	Zaman serisinin uzun dönemli eğilimi
τ	Yerleştirme (zaman) gecikmesi
Y_t	Zaman serisindeki bir eleman
Z_t	Zaman serisindeki rasgele olmayan uzun dönemli çevrimsel etki

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Zaman serisi verilerinin oluşumundaki etkiler.	4
Şekil 2.2 Sıvılarda konveksiyonun sıcaklık farkına bağlı kaotikleşmesi.....	10
Şekil 2.3 Tek boyutta hareket eden sarkacın faz uzayı.....	12
Şekil 2.4 Yakınsayan çekerler.....	13
Şekil 2.5 Lorenz çekeri.	15
Şekil 2.6 Hénon çekeri.....	16
Şekil 2.7 Nokta, çevrim, torus ve garip çekerlere karşılık gelen örnek zaman serileri.	20
Şekil 2.8 Başlangıç noktaları az farklı iki yörüngeyi iraksaması.....	22
Şekil 2.9 İki yakın yörüngeyi zamanla farklılaşması.....	22
Şekil 2.10 Farklı yerleştirme gecikmesi ve boyutu kullanılarak elde edilen çekerler	25
Şekil 4.1 Kendiliğinden solunum yapan farenin trakesel hava akış değişimleri	32
Şekil 4.2 Deneyisel zaman serisi için otokorelasyon fonksiyonu	33
Şekil 4.3 Deneyisel zaman serisi için karşılıklı bilgi yöntemi.....	33
Şekil 4.4 Deneyisel zaman serisi için sahte en yakın komşu yöntemi.....	34
Şekil 4.5 Deneyisel zaman serisinin çekeri (NDT).....	35
Şekil 4.6 Deneyisel zaman serisinin çekeri (Dataplore)	35
Şekil 4.7 Çekerin kapasite, enformasyon ve korelasyon boyutu (FD3)	36-37
Şekil 4.8 Çekerin korelasyon boyutu (VRA).....	38
Şekil 4.9 Liapunov üstelleri izgesi.....	39
Şekil 4.10 Baskın Liapunov üstelleri izgesi	39

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 2.1 Dört boyutlu bir sistemin olası Liapunov üstelleri ve çekerleri	21
---	----

ÖNSÖZ

Bu tezi hazırlarken yararlandığım kaynakların çoğu İngilizce yazılmış metinlerdi. Her ne kadar bir yazıda kullanılan sözcüklerin, yazının kaleme alındığı dilden seçilmesinden yana olsam da, Türkçede yer etmemiş terimleri kullanırken birkaç seçeneğim olduğunda çoğunlukla en yaygın karşılığı kullandım. Sonuç olarak, abartılı bir örneklemeyle, "doğrusal olmayan süre dizisi çözümlemesi" yerine "nonlineer zaman serisi analizi" gibi ifadeleri yeğledim. Türkçe terim kullandığım yerlerde ise bazı sözcüklerin kaynakta verilmiş özgünlerini (original [ing.]), bazılarının da özgününün (orijinalinin) dilimize uyarlanmış biçimlerini parantez içinde ekledim.

Fizik dersi almaya başladığımdan beri ilk kez bulduğum bu yazılı teşekkür fırsatında, çok değerli hocalarımdan adlarını anmak isterim: lise hocam Fahri Taban, dersane hocam Alparslan Alemdar, lisans hocam Gülsen Önengüt ve yüksek lisans hocalarım Zehra Can, Kubilay Kutlu ve Gediz Akdeniz. Onların öğrencisi olduğuma çok seviniyorum.

Önsözü, bir garip çekerin ortasında yazılmış gibi duran şu alıntıyla noktalıyorum:

« Ayrıntılarda bir şey değişmeyecek, her şey birbirine pek benzeyecek ama genelde yeni ve başka türlü olacak, başka yıldızlar parlayacaktı her şeyin üstünde. Yaşam bir hesap sorunu değil, bir matematik formülü değildir çünkü; bir mucizedir. Ömrüm boyunca da bu özelliğini yitirmemiştir; her şey dönüp dolaşıp yeniden çıkmıştır karşıma, aynı sıkıntılar, aynı sevinçler, aynı ayartılar. Her zaman başımı aynı taşlara vurmuşumdur, aynı devlerle savaşmış, aynı kelebeklerin peşinden koşmuşumdur, aynı konum ve durumlar tekrarlanmış, öyleyken karşımda hep yeni bir oyun bulmuşumdur; yine her zaman güzel, yine her zaman tehlikeli, her zaman heyecan verici. Binlerce kez taşkın davranışlarda bulundum, binlerce kez ölesiye yorgun düştüm, binlerce kez çocuk oldum, binlerce kez yaşlı ve serinkanlı ve hiçbir uzun sürmedi; her şey dönüp dolaştı çıktı karşıma ama hiçbir zaman öncekinin aynısı değildi... »

- Hermann Hesse (çeviri: Kâmuran Şipal)

Mayıs 2008

Sevkan Uzel

ÖZET

Tek boyutlu zaman serisi yöntemi kullanılarak bir sistemin dinamiği hakkında bilgi edinilmesi tekniği gözden geçirilmiştir. Bu amaçla, anestezi altında solunum yapan bir farenin trakesel hava akışının pnömokardiyografi ile kaydedilmiş olan zaman serisi verisi kullanılmıştır.

Çalışmada ilk olarak bazı temel kavramlar özetlenmiştir. Ardından çözümlemede kullanılan algoritmaların temelindeki yöntemler anlatılmıştır. Daha sonra, faz uzayının yeniden yapılandırılması için gereken yerleştirme parametreleri belirlenmiştir. Yerleştirme gecikmesinin hesaplanmasında otokorelasyon fonksiyonu ve karşılıklı bilgi yöntemi kullanılmıştır. Yerleştirme boyutunun hesaplanmasında ise sahte en yakın komşu yöntemi kullanılmıştır. Bu parametrelerle yapılandırılan yerleştirme uzayında sistemi temsil eden çeker çizdirilmiştir. Çeker için yapılan boyut hesaplamalarında kesirli sayı elde edilmiş olup, çekerin fraktal geometrili olduğu bulunmuştur. Son olarak, Liapunov üstelleri incelenmiş ve sistemde kaosu varlığına işaret eden pozitif üstel varlığına rastlanmıştır. Sayısal sonuçların ve grafiklerin elde edilmesinde Dataplore, Nonlinear Dynamics Toolbox (NDT), Visual Recurrence Analysis (VRA) ve FD3 adlı dört ayrı yazılımdan yararlanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Zaman serisi analizi, kaos, kaotik dinamik, garip çeker, yerleştirme kuramı.

ABSTRACT

Nonlinear time series analysis methods were used to get information about the dynamics of a system. A scalar time series that had been obtained by pneumocardiography from the tracheal airways of a rat which is breathing under anesthesia were studied by nonlinear analysis techniques.

First, some basic concepts were reviewed. Then, the techniques that the algorithms originate from were summarized. After that, embedding parameters were determined. In the calculation of time delay, autocorrelation function and mutual information method were used. And in the calculation of embedding dimension, false nearest neighbor method was used. In the embedding space which was reconstructed using these parameters, the attractor of the system was obtained. The dimension of the attractor was calculated. Because of its value is not an integer, it is clear that the attractor has a fractal geometrical structure. Finally, Lyapunov exponents' spectrum was investigated. The presence of positive exponent can be taken as an evidence for the chaotic dynamics. Four different softwares were used to obtain the graphics and numerical results: Dataplore, Nonlinear Dynamics Toolbox (NDT), Visual Recurrence Analysis (VRA) and FD3.

Keywords: Time series analysis, chaos, chaotic dynamics, strange attractor, embedding theorem.

1. GİRİŞ

İnsanlar yazmaya başladıklarından beri deneyimledikleri, gözlemledikleri ya da sözlü gelenekten bildikleri olguların kaydını tutmaya çalışmışlardır. Ellerindeki bilgiyi yenileriyle karşılaştırarak çevrelerinde olup biteni anlamlandırmayı, usa vurmalarla neden-sonuç ilişkisi kurmayı denemişlerdir. Yaşamını sürdürmesi için insanın başlıca aracı olan usun en önemli işlevlerinden biri öngörüde bulunmaktır. Öngörü, insana hazırlanmak için zaman verir ve yeteri kadar zamana sahip olmak usun başarısında çok önemlidir. Örneğin gündüzü gecenin izlediği gibi, kışın ardından yazın geleceğini ve bunun kaç gündüz-gece boyunca süreceğini önceden bilmek, insanın tasarılar geliştirmesini sağlamıştır. Olayların zaman içindeki devinimini kaydetmek, öngörü yapmaya olanak tanımakla kalmayıp, kaydedilen veriyi üreten sistemin çözümlenmesi ve diğer olgularla ilişkisinin ortaya çıkarılmasında da büyük rol oynar. Günümüzde “zaman serisi” olarak adlandırılan bu tür kayıtlar hemen her alanda tutulmakta olup, bilimsel çalışmalar için önemli bir kaynak oluşturmaktadır. Yakın zamana kadar lineer analizlerle sınırlı olan zaman serisi verisi kullanımı, nonlineer tekniklerin geliştirilmesiyle çok geniş bir araştırma alanı hâline gelmiştir. Bu tekniklerin zaman serisini üreten dinamiğin kaotik yapıda olup olmadığını büyük bir doğrulukla yanıtlayabilmesi sayesinde, öngörülebilecek başlıca davranışın uzun dönemde “öngörülemezlik” olduğu sistemlere ilgi artmıştır.

Bu tez çalışmasında, deneysel bir kayıttan elde edilmiş tek boyutlu zaman serisi verisi çözümlenerek, veriyi üreten dinamiğin yapısının anlaşılması amaçlanmıştır. Metinde zaman serisi analiziyle ilgili temel kavramlar tanıtıldıktan sonra, veri analizinde kullanılan yöntemler anlatılmış ve ardından elde edilen deneysel zaman serisi verisinin çeşitli bilgisayar programları aracılığıyla çözümlenmesiyle elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

Çalışmada kullanılan zaman serisi, sonuçları geçtiğimiz yıl yayınlanan bir makale (Zeren vd., 2007) ile paylaşılmış olan bir araştırma için Celal Bayar Üniversitesi'nin Tıp Fakültesi Temel Bilimler Bölümü laboratuvarında kaydedilmiştir (Zeren vd., 2003). Veri pnömokardiyografi (pneumocardiography [ing.]) yöntemi kullanılarak, anestezi altında kendiliğinden (spontan) solunum yapan bir farenin trakeal (tracheal [ing.]) hava akışından elde edilmiştir. Konuyla ilgili zaman serisi teknikleri bir tezde (Yalçın, 2005) gözden geçirilmiş ve bir başka sunumda sistem dinamiği incelenmeye devam edilmiştir (Yalçın ve Akdeniz, 2007).

Bir sonraki bölümde, bu deneysel verinin analizinde kullanılan yöntemlerin anlaşılması için kavranması gereken önemli tanım ve örnekler verilmiştir. Kavramların ardından, analizde kullanılan algoritmaların temel aldığı teknikler özetlenmiştir. Daha sonra, yapılan analiz sonucu elde edilen grafiksel ve sayısal bulgular derlenmiştir.

2. KAVRAMLAR

2.1 Zaman Serisi

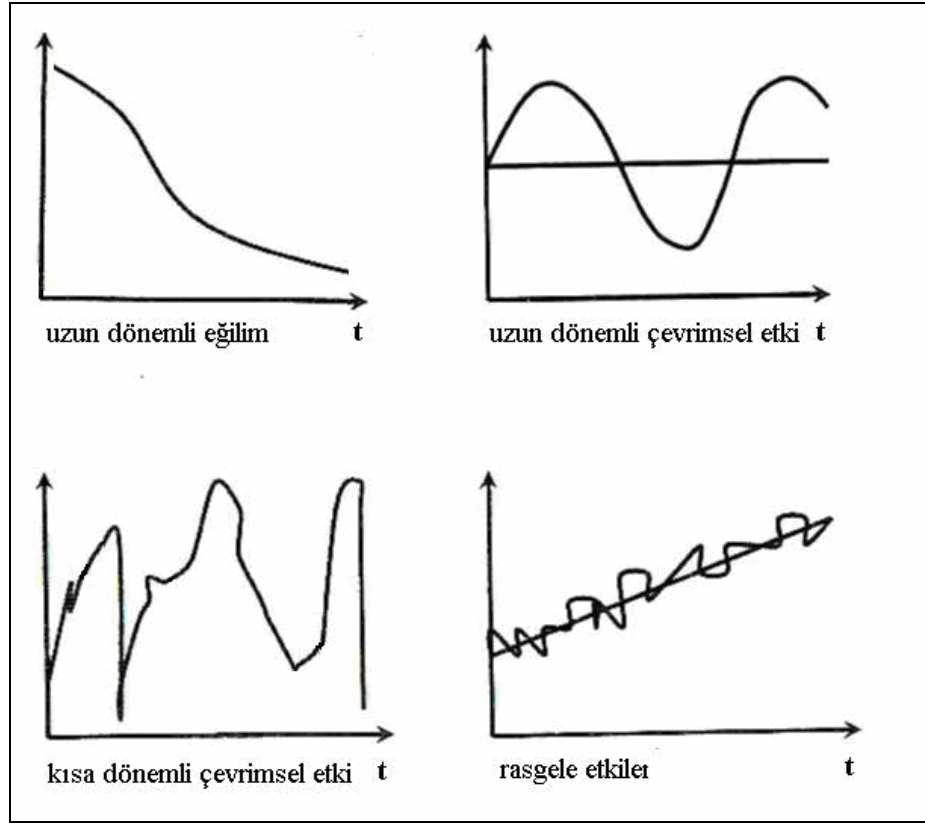
Zaman içinde tekrarlanan ölçümlerle elde edilen bir gözlem dizisine "zaman serisi" denir. Örneğin bir malın, yılın her ayında sahip olduğu perakende satış değerinin ölçümü bir zaman serisi verir. Burada satış fiyatı iyi tanımlıdır ve ölçüm eşit aralıklarla yapılmıştır. Düzensiz biçimde ya da sadece bir kez toplanmış verilerden ise zaman serisi elde edilemez. Çeşitli alanlarda karşılaşılan zaman serisi verilerine şu örnekleri verebiliriz:

- Tarım: yıllık pamuk üretimi ve bunların ton başına fiyatı.
- Ekonomi: günlük borsa değerleri, aylık ithalat ve ihracat rakamları, yıllık enflasyon oranları.
- Meteoroloji: saatlik rüzgâr hızı, günlük en yüksek ve en düşük sıcaklık değerleri, yıllık yağış miktarları.
- Jeofizik: sürekli gözlenen yerküre titreşimleri.
- Tıp: solunum verilerinin pnömokardiyogramla kaydedilmesi, kalp dalgalarının elektrokardiyogramla izlenmesi.
- Sosyal bilimler: yıllık doğum ve ölüm oranları, aylık işsizlik oranları.

Yukarıda örnekleri verilen zaman serilerindeki her bir eleman dört ayrı bileşenin toplamı olarak düşünülebilir:

$$Y_t = T_t + Z_t + S_t + R_t \quad , \quad (t = 1, 2, \dots, n) \quad (2.1)$$

Burada T_t zaman serisinin uzun dönemli eğilimini gösterir ve "trend" olarak adlandırılır. Z_t rasgele olmayan uzun dönemli bir çevrimsel etkiyi tanımlar; iş yaşamının ünlü "büyüme – kriz – küçülme – durgunluk – iyileşme" çevrimi gibi. S_t yine rasgele olmayan kısa dönemli bir çevrimsel etkiyi tanımlar; mevsimsel bir bileşen gibi. Stokastik olmayan ideal $Y_t = T_t + Z_t + S_t$ modelinden her türlü sapmayı ise rasgele değişken R_t kapsar. Buradaki T_t ve Z_t değişkenleri çoğunlukla $G_t = T_t + Z_t$ biçiminde zaman serisinin uzun dönemli davranışı olarak tanımlanır. O halde zaman serisinde temelde gördüğümüz yapılanmanın, uzun dönemli yönelim, sistematik takvimsel devinimler ve sistematik olmayan kısa dönemli dalgalanmalar sonucu oluştuğu söylenebilir.



Şekil 2.1 Zaman serisi verilerinin oluşumundaki etkiler.

Pek çok durumda zaman serilerinin kaydedilip çözümlenmeye çalışılmasının başlıca nedenleri, verileri üreten mekanizmanın daha iyi anlaşılmasının, gelecek verilerin öngörülmesinin veya sistemin kontrol edilmesinin istenmesidir. Bununla beraber bazen varılan sonuç, sistemin gelecekteki davranışının şu veya bu olacağının tahmini değil, uzun vâdede ne olacağının hiçbir zaman bilinemeyeceğinin kesin olarak anlaşılması olur. İzledikleri denklemler açıkça bilinse bile davranışları kestirilemeyen böyle sistemlerin incelenmesi yeni sayılabilecek bir konudur. Kaotik bir sistem tarafından üretilmiş bir zaman serisine bakıldığında, bunun gürültüden ibaret olduğu sanılabilir. Ama gerçekte, doğru biçimde bakıldığında farkına varılabilen ve incelikle kurgulanmış gibi görünen son derece karmaşık bir desen gizlenmektedir içinde. Bu desenin varlığını onaylamak ve ortaya çıkarmak için nonlineer zaman serisi analizi yöntemleri oldukça kullanışlıdır.

2.2 Nonlinear Zaman Serisi Analizi

Nonlinear zaman serisi analizi kuramı, deneysel olarak gözlenen düzensiz davranış ile kaos kuramı arasındaki boşluğa köprü kuran araçlar sunar. Diferansiyel denklemlerin yardımı olmadan bir zaman serisinde kaosu varlığı sınanmak istendiğinde başvurulabilir. Nonlinear zaman serisi analizi, zaman serisi verilerinin, verideki nonlinearliğe duyarlı hesaplama teknikleriyle incelenmesi yoluyla gerçekleştirilir. Lineer zaman serisi analizinin uzun bir tarihi olmasına karşın, nonlinear yöntemler olgunluğa erişmeye yeni başlamıştır. Bu analiz, belli bir sistemin karakteristik niceliklerinin, yani en büyük Liapunov üsteli gibi değişmezlerinin (invariant [ing.]), değişkenlerden yalnızca bir tanesinin zaman seyrinin analiziyle çıkarılmasını sağlar.

Zaman serisi analizinde sistem dinamiğinin tam olarak bilinmesi veya aynı sistemden daha önce alınmış bir sinyalin var olup, karşılaştırma yapılabilmesi çözümlemede çok yarar sağlasa da, özellikle uzun vâdeli olgularda karşılaşılan durum, kısıtlı zaman aralığında alınmış sinyalin eldeki tek veri olmasıdır. Deneysel durum olarak söz edilen koşullar Urbach (2000) tarafından şöyle özetlenmiştir:

- Sistem uzak bir geçmişte, bilinmeyen koşullarda oluşmuştur ve şimdi başlangıç durumunun belirlediği bir yörüngede devinmektedir.
- Sistemi yöneten denklemler bilinmemektedir.
- Sistemin gerçek faz uzayı ve yörüngeleri gözlenememektedir.
- Eldeki tek veri bir zaman serisidir.

Bu durumda yapılacak iş, zaman serisinde gizlenmiş olan verileri, faz uzayını yeniden yapılandırarak açığa çıkartmaktır. Kuramsal olarak, verilen bir zaman aralığında bir şehrin sıcaklık ölçümlerini biriktirip, havanın kaotik doğasını doğrulamak için nonlinear zaman serisi analizinde kullanmak mümkündür. Bu yönleriyle, nonlinear zaman serisi analizi, kaotik dinamik alanındaki çalışmalarda önemli bir araçtır.

2.3 Kaotik Dinamik

Kaotik dinamik 19.yüzyılın sonunda matematikçi J.H.Poincaré'nin çalışmasıyla başlamış sayılmaktadır. Poincaré, ortak kütleçekim alanında bulunan üç gökssel cismin yörüngeleri probleminde yola çıkmıştır. Tek tek yörüngelere odaklanmak yerine, başlangıç noktaları kümesinden doğan davranışı ele alan Poincaré, şimdilerde kaotik denilen çok karmaşık yörüngelerin mümkün olabildiğini göstermiştir. İlerleyen yıllarda çalışmalar devam etmiştir. Bunlar arasında en dikkat çekenler 1920'lerde G.D.Birkhoff, 1940'larda M.L.Cartwright ve J.E.Littlewood, 1960'larda S.Smale ve A.N.Kolmogorov'un çalışmaları olmuştur. Yine de kaotik dinamik, dijital bilgisayarlarda dinamik sistemlerin sayısal çözümleri yapılmaya başlanana dek pek ilgi görememiştir. Bilgisayarlar önemlidir, çünkü dinamiğin karmaşıklığını bilinmeyen dış etkilere bağlama olanağı yoktur. 1963 yılında E.N.Lorenz, basitleştirilmiş bir konveksiyon modeli üzerine sayısal bir çalışmasını yayınlamıştır. Bu çalışmanın hava tahmini konusunda neye işaret ettiği tartışılmış ve nonlinear dinamiğe ilgi hızla büyümüştür. 1975 yılında R.May tarafından biyolojik nüfus artışında kaosu varlığı saptanmıştır. 1990 yılından itibaren kaos kontrolüne yönelik çalışmalar yapılmaya başlanmıştır.

Kaotik hareket sık karşılaşılan bir olaydır. Birinci mertebe diferansiyel denklem kümesiyle tanımlanan bir dinamik sistem düşünüldüğünde, kaotik hareket için gerekli ve yeterli koşullar şunlardan ibarettir:

- Sistem en az 3 bağımsız değişkene sahip olmalıdır.
- Hareket denklemi, değişkenlerin birkaçını çiftleyen bir nonlinear terim içermelidir.

Kaos için yalnızca üç değişkenin yeterli olduğunun anlaşılması ilk başta şaşkınlıkla karşılanmıştır. Sürekli sistemler için alt sınır budur, çünkü bir ve iki boyutlu uzaylarda yörüngenin kesişim yapmaması topolojik olarak olanaksızdır. Yörüngenin kendisi ile kesişmesi ise belli kesişim noktalarında seçenekler sunması nedeniyle determinizmi yok eder.

Kaotik sistemlerin fiziğin uzun süredir bilinen klasik eşitliklerinin pek çoğu ile tanımlanabilmesine rağmen, konunun kendisinin gelişimi ancak yakın zamanlarda olabilmıştır. Bu durum, bazı birinci mertebe eşitlikler dışında nonlinear diferansiyel denklemlerin analitik olarak çözümlerinin ya zor ya da olanaksız oluşuna bağlanabilir.

Bazen lineerleştirilmiş yaklaşımlar kullanmak mümkün olsa da, nonlinear diferansiyel denklem çözmek için genelde sayısal yöntemlere gerek vardır ki bu da dijital bilgisayar isteyen bir iştir.

Günümüzde kaotik dinamik, disiplinlerarası bir araştırma alanı olarak dünyanın her yanındaki bilimciler tarafından büyük ilgi görmektedir. Fiziğin yanı sıra ekoloji, fizyoloji, dengedışı kimyası gibi alanlarda yeni yaklaşımlar üzerinde çalışmalar devam etmektedir.

2.4 Başlangıç Koşullarına Hassas Bağlılık

Kaos sözcüğünün literatürde ilk belirişi muhtemelen 1975'de yayınlanan "Üçüncü Periyot Kaosa İşaret Eder" adlı makale ile olmuştur (Li ve Yorke, 1975). Bu makalede anlatılan, bir çizgisel aralıktan kendi içerisine olan pek çok gönderim için, periyodu üç olan periyodik bir noktanın varlığının diğer periyotlarda da periyodik noktalar oluşturduğudur (Ruelle, 1994). Bu karmaşık duruma makalede "kaos" adı verilmiştir. Bugün ise kaos sözcüğü başka bir anlamda kullanılır olmuştur: "başlangıç durumuna hassas bağlılık sergileyen deterministik bir sistemdeki uzun dönemli periyodik olmayan davranış". Tanımda kullanılan deterministik sözcüğü hiçbir rasgelelik olmadığına ve geleceğin kesin olarak şimdiki zaman tarafından belirlendiğine işaret eder. Ancak bu nonlinear yasalara bağlı olarak gerçekleşir; yani geçmiş şimdiki zaman tarafından benzersiz olarak belirlenmez. Periyodik olmama durumu ise yörüngelerin uzun dönemde sabit noktalara, periyodik veya periyodiksi yörüngelere oturmadığını belirtir. Kaosun ortaya çıktığı yerlere birkaç örnek olarak sarkaçlar veya titreşen cisimler gibi mekanik salınıcılar, dönen veya ısıtılan akışkanlar ve çeşitli kimyasal tepkimeler verilebilir. En önemli karakteristiği, sistemin geçmişteki davranışını tekrarlamamasıdır. Yeterince karmaşık bir sistemin, daha önce bulunduğu duruma yakın bir noktaya dönebilmesi için gereken süre gerçekten çok uzun olabilir. Açıklayıcı bir örnek, "üstü kapalı bir satranç tahtasının bir karesine konmuş pire" sistemi ile "ilkine özdeş bir satranç tahtasının her bir karesine konmuş birer pire" sistemini karşılaştırmaktır. Tek pireli sistemde, pirenin kareden kareye gezerken başlangıçta bulunduğu kareye tekrar gelmesi olağan bir şeydir. Çok pireli sistemde ise, oradan oraya zıplayan pirelerin her birinin aynı anda başlangıçta bulundukları karede oldukları bir durumu görmek insan ömrüyle kıyaslanamayacak kadar uzun zaman beklemeyi gerektirebilir. Bütün bu karmaşıklıklarına rağmen kaotik dinamik sistemler,

Newton'un 2.yasasından türetilenler gibi deterministik eşitlikleri izlerler. Determinizmin düzenli davranışın ya da öngörülebilirliğin işareti olmadığı gerçeği bilim dünyasını şaşkınlığa düşürmüştür.

Kaotik dinamiğin benzersiz karakterini en açık biçimde görmek için bir sistemi, başlangıç koşullarındaki çok küçük bir farkla iki kez başlattığımızı düşünelim. Bu küçük fark, diyelim bir ölçme hatasından kaynaklanmış olsun. Kaotik olmayan sistemlerde bu küçük hata, zamanla lineer olarak büyüyen bir hataya yol açar sadece. Öte yandan kaotik sistemlerde, hata üstel olarak büyür. Yani çok kısa bir zaman sonunda sistemin durumu bilinmez hâle gelir. Sistemi yöneten denklemler nonlinear olduğunda ortaya çıkan bu görüngenye "başlangıç koşullarına hassas bağıllık" denir. Böylece, öngöründe bulunmanın olanaksızlaşmasıyla, kaotik sistem, stokastik yani rasgele dış kuvvetlere maruz kalan bir sistemi anımsatır. Ancak düzensizliğin kaynağı farklıdır. Kaosta düzensizlik dış etkilerin değıl, sistemin iç dinamiğinin bir parçasıdır.

2.5 Dinamik Sistemler

Bir dinamik sistem, sistemin durumunun zamanla evriminin deterministik bir matematiksel reçetesi olarak tanımlanabilir. Burada zaman, sürekli veya kesikli (ayrık tamsayı değeri) bir değışken olabilir.

Zamanın sürekli bir değışken olduğı dinamik sistemler $d\vec{x}(t)/dt = \vec{F}(\vec{x}[t])$ biçiminde diferansiyel denklemler (differential equations [ing.]) ile ifade edilir. Böyle dinamik sistemler çoğunlukla "akış (flow [ing.])" diye adlandırılır. Zamanın kesikli olduğı dinamik sistemler ise $\vec{x}_{n+1} = \vec{M}(\vec{x}_n)$ biçiminde fark denklemleri (difference equations [ing.]) ile ifade edilir. Bunlar da yaygın olarak "dönüşüm" ya da "harita (map [ing.])" olarak adlandırılır.

N boyutlu sürekli zamanlı bir dinamik sistem ilkesel olarak N–1 boyutlu kesikli zamanlı bir sisteme dönüştürülebilir. Bir akışı bir haritaya dönüştürmek için "Poincaré yüzeyi tekniğı" veya "zaman gecikmesi tekniğı" kullanılabilir. N boyutlu akışın Poincaré haritası N–1 boyutlu

ters çevrilebilir bir harita iken, zaman gecikme haritası ise N boyutlu ters çevrilebilir bir haritadır. Haritanın ters çevrilebilir olması demek, verilen bir $\vec{x}_{n+1}$ için, $\vec{x}_{n+1} = \vec{M}(\vec{x}_n)$ eşitliğinin tek bir çözümü olması demektir. Eğer öyleyse $\vec{x}_n = \vec{M}^{-1}(\vec{x}_{n+1})$ yazılabilir. Burada $\vec{M}^{-1}$, $\vec{M}$ haritasının tersidir.

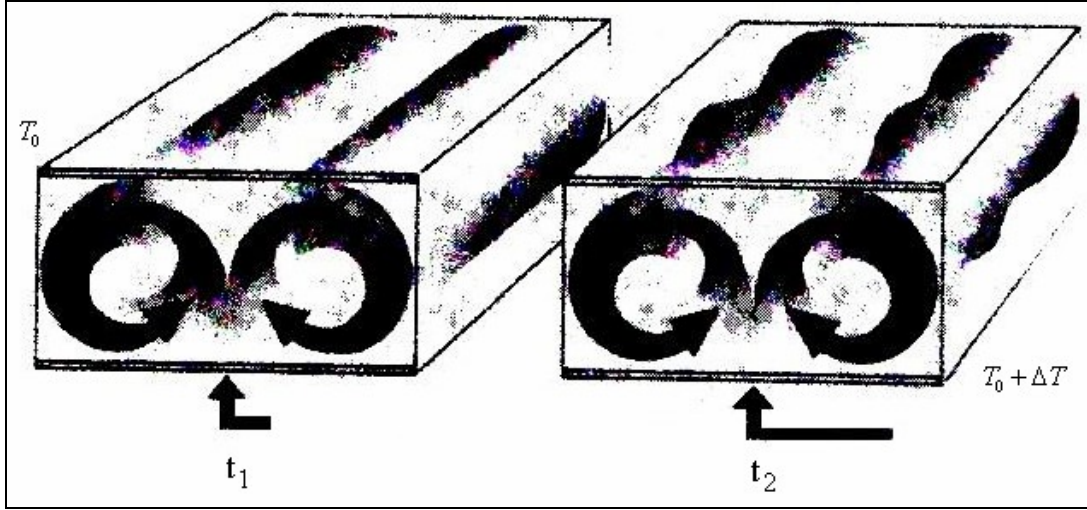
Matematiksel olarak bütünüyle çözümlenebilen dinamik sistemlere çok önem verilir. Böyle dinamik sistemlerde, sistem bir geçiş aralığından sonra ya periyodik harekete (bir limit çevrime) ya da durağan duruma (sistemin kendi devinimini kesmesine) varır. Bunların dışında periyodiksi (quasiperiodic [ing.]) hareket ve kaotik hareket bulunur. Oldukça yaygın olan kaotik yörüngeler, standart analitik fonksiyonlarla temsil edilemez. Kaotik hareketler ne periyodik ne de durağandır. Oldukça karmaşık bir yapı sergileyebilirler.

Sistemde kaosun varlığı için en az üç bağımsız değişken gerektiğini biliyoruz. Yani, N tane birinci mertebe diferansiyel denklem durumunda kaosun var olabilmesi için $N \geq 3$ olmalıdır. Bu diferansiyel denklem setinin Poincaré haritasının $N-1$ boyutlu olacağını da biliyoruz. Öyleyse kaosun varlığından söz edilecekse, harita boyutu için alt sınır 2 olur. Zaman gecikme haritasının boyutu N olup, zaten alt sınırdan yüksektedir. Yani, ters çevrilebilir haritada kaosun var olabilmesi için $N \geq 2$ olmalıdır. Son olarak, ters çevrilemez haritada kaosun var olabilmesi için $N \geq 1$ olması yeterlidir.

2.6 Kaotik Davranış Örnekleri

Matematiksel olarak, lineer denklemle nonlinear denklem arasındaki temel fark açıktır: lineer denklemin herhangi iki çözümü toplanarak yeni bir çözüm elde edilebilirken, nonlinear denklem için bu yapılamaz. Lineer denklemlerin çoğunu çözmeyi sağlayan sistematik yöntemler de bu ilkeye dayanır. Problemi küçük parçalara ayırıp çözdükten sonra, çözümleri toplayarak lineer denklemin çözümü bulunur. Nonlinear denklemde ise bu işe yaramaz; resmin tümünü bir seferde görmek gerekir. Fiziksel olarak lineer davranış ile nonlinear davranış arasındaki fark, örneklerle daha iyi anlaşılabilir. Rayleigh-Bénard konveksiyonu ve Shaw'ın musluk deneyi iki klasik örnektir. Bu iki olayda ortak olan nokta şudur: p gibi bir

sistem parametresi vardır. Bir $p = p_1$ değerinde devinim kaotik değilken, başka bir $p = p_2$ değerinde kaotik olmaktadır. Musluk örneğinde p akış hızıyken, konveksiyon örneğinde sıcaklık farkıdır.



Şekil 2.2 Sıvılarda konveksiyonun sıcaklık farkına bağlı kaotikleşmesi.

İlk olarak Rayleigh-Bénard konveksiyonunu inceleyelim. Lorenz tarafından 1963 yılında kuramsal olarak çalışılan bu konu, ilerleyen yıllarda deneysel olarak pek çok kişi tarafından incelenmiştir. Deneyde iki sabit plaka arasında kütleçekimine maruz kalan bir sıvı bulunur. Alt plakanın sıcaklığı $T_0 + \Delta T$ olup, üst plakanın T_0 sıcaklığından daha yüksektir. Zamanla alttaki sıcak plakaya yakın sıvı genişler ve yukarı çıkma eğilimi gösterir. Benzer biçimde, soğuk ve daha yoğun sıvı da aşağı inme eğiliminde olur. Sıcaklık farkı ΔT 'nin bir noktaya kadar olan değerleri için deney, akışkanın durağan hücresel bir akış yaptığını gösterir. Daha yüksek bir sıcaklık farkında ise hücreler titreşmeye başlar, akış kaotikleşir. Bu genel davranış Lorenz'in makalesinde öngörülmüştür. Lorenz'in modelindeki üç denklem, konveksiyonu yaklaşık olarak tanımlamanın yanı sıra eski model bir elektrik dinamosunu ve bir tür su tekerleğini tam bir hassaslıkla tanımlamaktadır.

Kaotik harekete bir başka örnek Shaw deneyinde gözlenmiştir. Shaw'ın ifadesiyle musluk, "öngörülebilir davranıştan öngörülemez davranışa geçen sistemlerin basit bir örneğidir"

(Gleick, 1995). 1984 yılında gerçekleştirilen bu deneyde bir musluğa önce yavaş durağan bir su akışı yapılmıştır. Musluktan düşen su damlalarının algılayıcıdan geçtiği anlar kaydedilmiştir. Böylece damlaların algılandığı her bir andan oluşan bir zaman serisi elde edilmiştir: $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$. Bu veriden ardışık damlalar arasındaki zaman farkı hesaplanmıştır: $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$. Musluğa gelen su yeterince yavaşsa Δt_n 'lerin hepsi eşit olmaktadır. Su hızı arttırıldıkça zaman aralıkları, birbirini izleyen hızlı ve yavaş iki farklı aralığa dönüşmektedir: $\Delta t_a, \Delta t_b, \Delta t_a, \Delta t_b, \Delta t_a, \dots$. Yani $\Delta t_n = \Delta t_{n+2}$ olmaktadır. Bu iki periyotlu bir dizidir. Suyun hızı arttırıldıkça, gittikçe uzayan periyotlarda diziler gözlenmektedir. Ve yeterince büyük bir akış hızında dizi $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \Delta t_4, \dots$ durumuna dönüşerek, görünüşte hiçbir düzenliliği kalmamaktadır. Bu periyot katlanması yoluyla kaosa varışın tipik bir örneğidir. Periyot katlanması çağlayanı, M. Feigenbaum tarafından incelenmiş ve periyot katlanması sergileyen tüm sistemlerde evrensel olan bir nicelik bulunmuştur. Feigenbaum 1976 yılında yaptığı çalışma sonucunda, katlanan periyotların geometrik olarak yakınsayan bir dizi oluşturduğunu göstermiştir. Ardışık oranlar neredeyse değişmezdir:

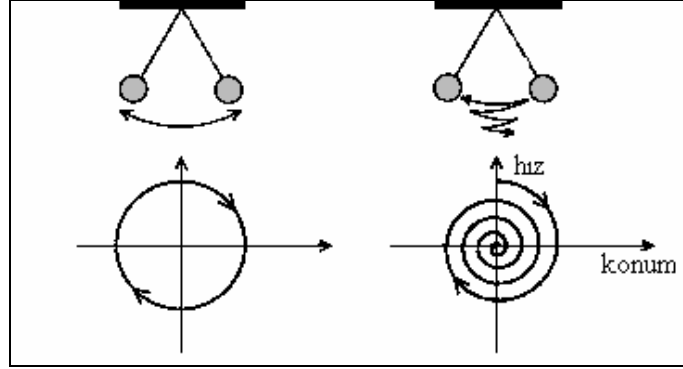
$$\frac{A_1 A_2}{A_2 A_3} \approx \frac{A_2 A_3}{A_3 A_4} \approx \frac{A_3 A_4}{A_4 A_5} \approx \dots \quad (2.2)$$

Bu sayede periyotların ne zaman katlanacağını öngörmek mümkündür. Feigenbaum yakınsama oranını, sınırlı bir duyarlılıkla yaptığı ilk hesaplamasında 4.669 bulmuştur. İlerleyen yıllarda elektronik devreler, kimyasal reaksiyonlar, tavuk kalbi, lazer ve sıvılarla yapılan deneylerde hep bu sayı bulunmuştur (Tufillaro vd., 1992).

2.7 Faz Uzayı ve Çeker

Dinamik sistemlerin davranışlarını görselleştirerek daha iyi bir anlayış sağlaması itibarıyla, faz uzayı kavramı çok önemlidir. Bir dinamik sistemin faz uzayı, sistemin anlık durumunu tanımlamak için gerekli değişkenlerin her birinin, dik koordinat doğrultuları ile temsil edildiği bir matematiksel uzaydır. Durum uzayı olarak adlandırıldığı da olur. Tek boyutta devinen bir parçacığın durumu, konumu ve hızı ile belirlenir. Dolayısıyla faz uzayı iki boyutlu bir düzlemdir. Öte yandan üç boyutta hareket eden bir parçacığın faz uzayı altı boyutlu bir hiperuzay olur. Örneğin Şekil 2.3'te yatay salınım yapan sarkacın sürtünmenin olmadığı (solda) ve olduğu (sağda) durumlar için faz uzayında izlediği yollar gösterilmiştir. Sürtünme

yoksa sarkacın salınımı sürüp gider. Sürtünme varsa, zamanla hız azalır ve sonunda sarkaç denge konumunda durur.

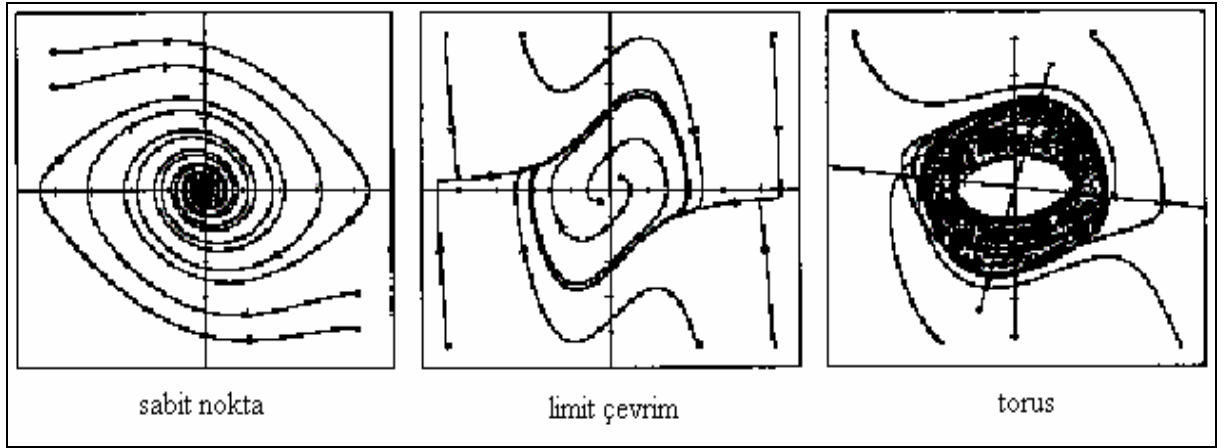


Şekil 2.3 Tek boyutta hareket eden sarkacın faz uzayı.

Faz uzayı yapılandırmanın çeşitli yolları vardır. Örneğin hız yerine momentum kullanılabilir. Söz konusu sistem diyelim bir ekolojik modelse, faz uzayı koordinatları çeşitli türlerin nüfusu gibi değişkenler olabilir.

Dinamik sistemler, faz uzayında hacim değişimi olup olmasına göre korunumlu ve korunumsuz olmak üzere ikiye ayrılır. Korunumsuz durumda zaman ilerlerken hacim daralmaktaysa yani sistem enerji kaybediyorsa, sistemin harcamacı olduğu söylenir. Harcamacı sistemlerde hacmin daraldığı nokta ya da noktalar kümesine "çekir (attractor [ing.])" denir. Korunumlu dinamik sistemlerin çekeri yoktur. Çeker, sistemi çeken ve bırakmayan bir davranış biçimidir; dolayısıyla faz uzayındaki uzun dönemli davranışı tanımlar. Bir dinamik sistemin zaman içinde ilerlerken vardığı son noktadır. Çeker havzasında bulunan başlangıç koşullarından doğan yörüngeler sonuçta çekere yaklaşır. Nesne ya da veri noktası bir kez çekir havzasına girdiğinde, güçlü bir kuvvet uygulanmadıkça terk etmez. Bir dinamik sistemin bir veya daha fazla çekir kümesi faz uzayında temsil edilebilir. Matematiksel anlamda ise bir çekir, bir denklemin çözümünün geçiş evresini takiben vardığı, faz uzayında bulunan bir noktalar kümesidir.

En basit çeker çeşidi sıfır boyutlu sabit bir noktadır. Örneğin Şekil 2.3'te sağ altta bulunan iki boyutlu faz uzayının orijini bir sabit nokta çekerdir. Zaman ilerledikçe, yörünge orijine doğru sarmallaşmaktadır. Yani sarkacın başlangıç koşulu ne olursa olsun, sonuçta sarkaç denge konumunda duruyor olacaktır. Bir diğer çeker çeşidi bir boyutlu limit çevrimidir. Şekil 2.3'te sol altta bir örneğinin görülebileceği bu çeker, sürekli salınıma işaret eder. Sistem limit çevrimin dışında ya da içinde olan bir başlangıç koşulu ile başlatılırsa, yörünge zamanla içeri ya da dışarı sarmallaşarak eğriye oturur ve $t \rightarrow +\infty$ limitinde periyodik hareket yapar. Dolayısıyla, kapalı eğri çekerdir. Farklı periyotlardan oluşan yani periyodiksi davranış ise torus biçiminde bir çekere yol açar. Bu üç çeker çeşidinin "yakınsayan çeker" olarak adlandırıldığı olur. Şekil 2.4'teki çekerlerden birine sahip olan sistem, başlangıç koşullarına hassas bağıllık sergilemez. Dolayısıyla, başlangıçta birbirine yakın olan iki yörünge zaman ilerlerken ıraksamayacaktır.



Şekil 2.4 Yakınsayan çekerler.

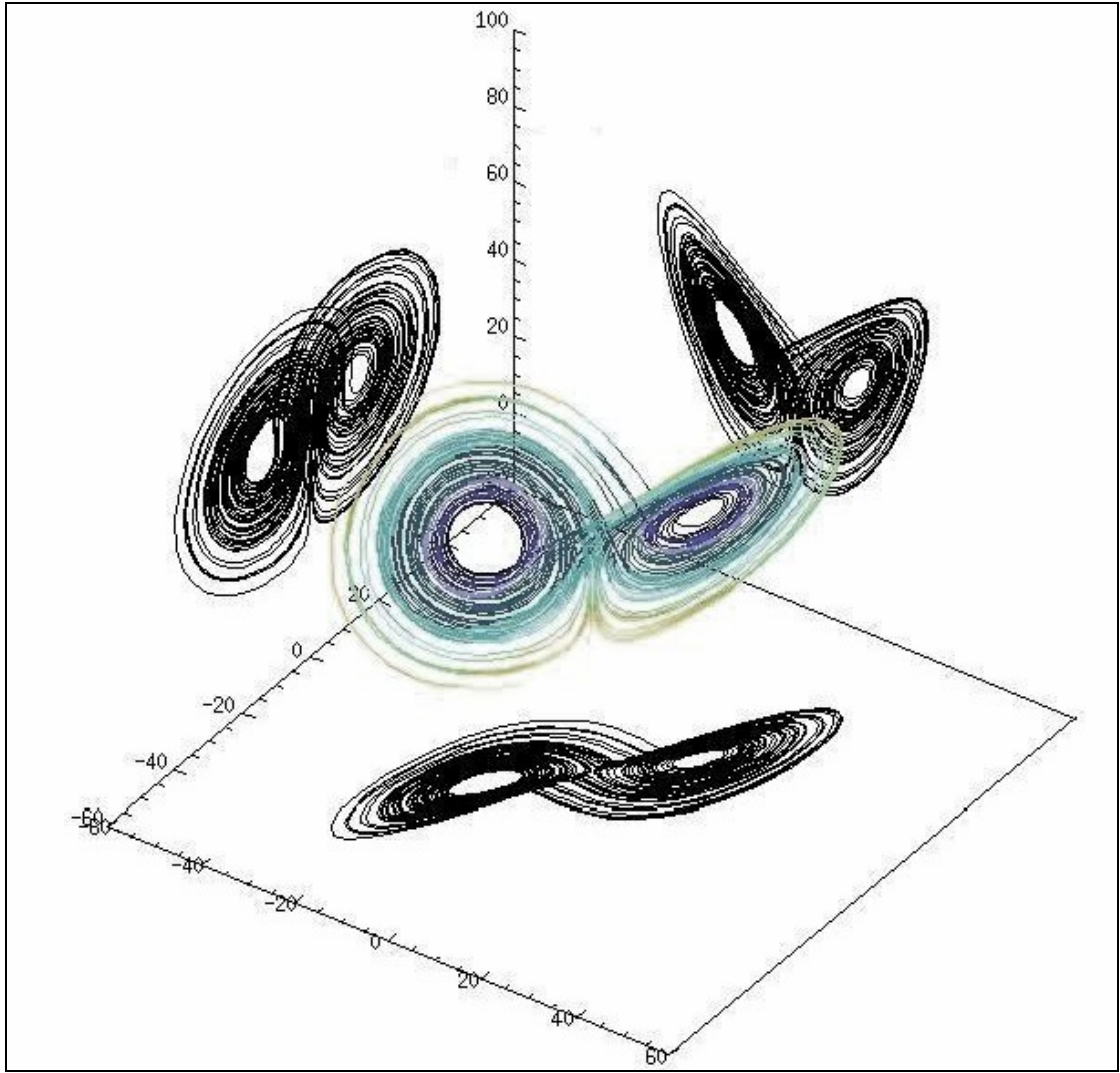
Yukarıda söz edilen çekerler için çeker boyutu, faz uzayının toplamdaki boyutundan küçük bir tamsayıdır. Bunların yanı sıra boyutu kesirli sayı olan çekerler de bulunmaktadır. 1971 yılında F.Takens ve D.Ruelle tarafından bunlara "garip çeker" adı verilmiştir. Garip çekerlerin çoğu kaotik olmakla beraber, kaotik olmayan garip çekerler (başlangıç koşullarına hassas bağıllık yok, boyut kesirli) ve garip olmayan kaotik çekerler de (başlangıç koşullarına hassas bağıllık var, boyut tamsayı) vardır (Petreschi vd., 2003). Bir çekerden bahsederken kullanılan "garip" sözcüğü çekerin geometrisine, "kaotik" sözcüğü ise dinamiğine işaret eder (Ott, 2002). Mandelbrot'un adlandırmasıyla, boyutu kesirli sayı olan çekerlerin geometrisi "fraktal"dır.

Fraktallar doğada birbirinden çok değişik (gibi görünen) yer ve durumlarda gözlenmektedir. Sıklıkla sergiledikleri en belirgin özellikleri “kendine benzerlik (self similarity [ing.]”tir. Yani bir fraktalın herhangi bir parçası alınıp defalarca büyütülürse, çoğu zaman fraktalın kendisine çok benzer olduğu görülür; örneğin bulutlar. Temelde, fraktallar iki farklı türde düşünülebilir: somut nesneler ve soyut garip çekerler. İlk tür, bildiğimiz fiziksel uzayda var olan yapıları içerir. Öte yandan ikinci türdekiler, dinamik sistemlerin durum uzayında var olan kavramsal nesnelerdir (Theiler,1990).

Literatürde beliren ilk garip çeker, Lorenz'in 1962'de keşfedip 1963'te yayınladığı ve onun soyadıyla anılan Lorenz çekeridir (Şekil 2.5). Lorenz'in modelinde üç bağımsız değişken olduğundan, çekerin faz uzayı üç boyutludur:

$$\begin{aligned} dx / dt &= -\sigma x + \sigma y \\ dy / dt &= -xz + rx - y \\ dz / dt &= xy - bz \end{aligned} \tag{2.3}$$

Burada $\sigma=10$ (Prandtl sayısı), $r=28$ (Rayleigh sayısı), $b=8/3$ alınmıştır. Parametrelerin belli değerleri için, deterministik sistemlerin uzun dönemde öngörülemez davranışlar sergileyebileceği bu çalışma ile gösterilmiştir. Çeşitli çeker boyutu tanımları ve hesaplama yöntemleri vardır. Örneğin Lorenz çekerinin Hausdorff boyutu 2,06'dır. Sistemin Lorenz çekeri üzerinde hangi noktada bulunacağı öngörülemez. Tek kısıtlama sistemin çeker üzerinde kalmasıdır. Kendisiyle asla kesişmez; zaten bu olduğu anda hareket tarihini tekrarlamaya başlayarak, periyodikleşmelidir. Oysa sonlu mekânda kalan noktalar sonsuz derinliğe sahip bir şekil oluşturmaktadır. Lorenz makalesinde "Her biri bir helezon içeren ve iki güzergâhının birleşmesi de mümkün olmayan iki yüzeyin birbiriyle kaynaşmasını bağdaştırmak çok güçtür," yazmış ve helezonların birleşir gibi görüldüğü bölgede, yüzeylerin bölünmek zorunda kalarak ayrı katmanlar oluşturduğunu fark ettiğini şu sözlerle açıklamıştır: "Her yüzeyin aslında bir çift yüzey olduğunu görüyoruz; böylece birbiriyle birleşir gibi göründükleri yerde aslında dört yüzey olmaktadır. Bu süreci başka bir devrede sürdürünce aslında sekiz yüzey olduğunu ve bunun böyle devam ettiğini görüyoruz. Nihayet, yüzey sayısının sonsuz bir karmaşıklıkta olduğunu, her yüzeyin de birbiriyle birleşen yüzeylerden birine ya da ötekine aşırı derecede yakın olduğu sonucuna varıyoruz" (Gleick, 1995).



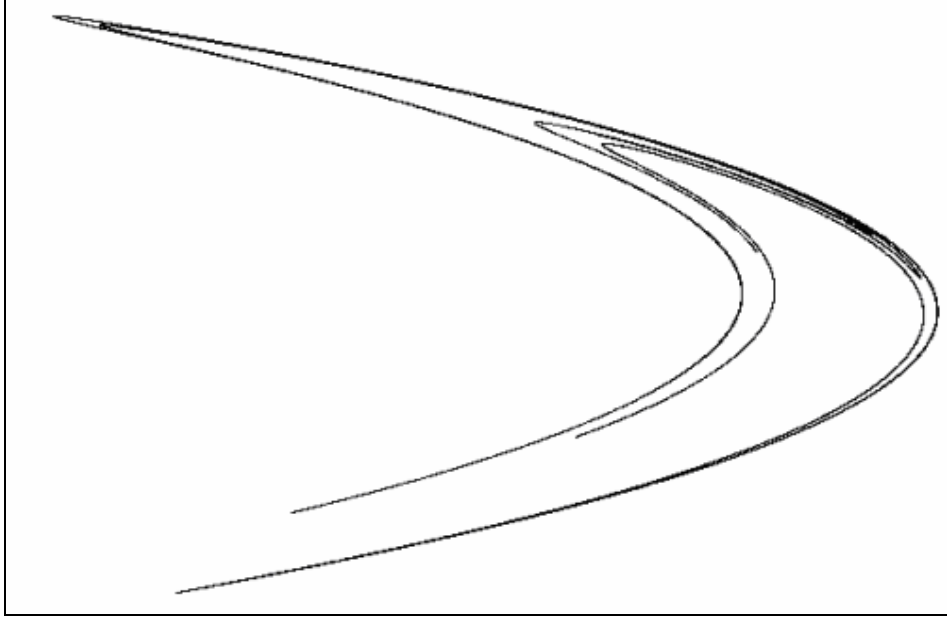
Şekil 2.5 Lorenz çakeri.

Bir diğer garip çeker örneği olarak, iki boyutlu Hénon haritası için elde edilen çakeri ele alalım:

$$\begin{aligned} x_{n+1}^{(1)} &= A - (x_n^{(1)})^2 + Bx_n^{(2)} \\ x_{n+1}^{(2)} &= x_n^{(1)} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Burada $A=1,4$ ve $B=0,3$ alınmıştır. Şekil 2.6 bu eşitliklerin yinelenmesiyle elde edilmiş olup, yörünge'nin çekere oturana dek geçirdiği başlangıç zamanı silindikten sonraki 10^4 ardışık noktanın çizimini göstermektedir. Yatay $x^{(1)}$ eksen, dikey $x^{(2)}$ eksenidir. Sonuç bir çeker

resmidir. Çekerin bir bölgesi büyütüldüğünde daha ince yapılar içerdiği görülür. Sayısal hesaplama, çekerin Hausdorff boyutunun 1 ile 2 arasında olup, yaklaşık 1,26 değerinde olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla bu bir garip çeker örneğidir.



Şekil 2.6 Hénon çeker.

Lorenz çeker ve Hénon çeker kesirli boyuta sahip olup, fraktal geometrilidir. Fraktal boyut sözü genellikle “tamsayı olmayan boyut” anlamında kullanılmakla beraber, bu terim değişik algoritmaların kullanıldığı çeşitli hesaplama yöntemlerini içermektedir. Hausdorff (1919), boyutun, çekerin temel bir özelliği olduğunu ifade etmiştir. Geometrik sezgi ile yaklaşıldığında boyut sayısı D , bir nesnenin cüssesinin (bulk [ing.]), nesneye ait bir büyüklükle orantılanması için kullanılan bir üsteldir: $cüsse \sim büyüklük^D$. Cüsse bir hacme, bir kütleye hatta enformasyon içeriğinin bir ölçüsüne karşılık gelebilir. Büyüklük çizgisel bir uzaklıktır. Dolayısıyla boyutun tanımı çoğunlukla şu biçimde bir eşitlik olur (Theiler, 1990):

$$D = \lim_{büyüklük \rightarrow 0} \frac{\log(cüsse)}{\log(büyüklük)} \quad (2.5)$$

Burada küçük büyüklük limiti, koordinat değişimlerinde değişmezliği garantilemek için alınmıştır. Bu ayrıca boyutun yerel bir nicelik olduğuna ve boyutun her genel tanımının bir tür ortalama gerektireceğine işaret eder.

Bir çekerin boyutunun niceliğini tanımlamak için farklı yollar vardır. Farmer (1983) iki genel tipi ele alarak bu tanımların bir özetini sunar: sadece metrik özelliklere bağlı olanlar ve tipik bir yörünge için çekerin farklı bölgelerini ziyaret sıklığına bağlı olanlar. Kapasite boyutu ve Hausdorff boyutu ilk tiptekilere örnek iken, enformasyon boyutu ve korelasyon boyutu ikinci tipin örnekleridir. Bunlardan başka Liapunov üstellerinden hesaplanan Liapunov boyutu vardır (Kaplan ve Yorke, 1983; Wolf vd.,1985).

Kapasite boyutu “kutu sayma boyutu” olarak da bilinir. Faz uzayındaki yörüngeyi kaplamak için gereken N tane kutunun sayılması kavramından türetilir. Yörünge için her kutuyu ziyaret etme sıklığının bilgisinden yoksundur; karmaşıklığın sadece geometrik bir ölçüsüdür (Theiler, 1990). Kapasite boyutu, sayısal uygulaması çok zor olan Hausdorff ölçüsünün basitleştirilmiş gibi de görülebilir. Farmer (1983) $D_K \geq D_H$ olduğunu göstermiştir. Ama ilgilenilen pek çok fraktal küme için bu boyutlar eşittir. Moon (1992) kapasite boyutunu çeker boyutunun bir ölçüsü olarak kullanmanın iki eleştirisini sunmuştur. Birincisi kuramsaldır; çünkü yörünge için kutu ziyaret sıklığını hesaba katmaz. Diğer eleştiri hesapsaldır; çünkü kutuları sayma süreci çok zaman alır. Kapasite boyutu şöyle tanımlanabilir:

$$D_K = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-\log[N(\varepsilon)]}{\log(\varepsilon)} \quad (2.6)$$

Enformasyon boyutu, kapasite boyutu ölçüsünün, yörüngelerin her bir kaplama kutusunu ziyaret sıklığını hesaba katan bir genelleştirmesidir. Boyut, sistemin serbestlik derecelerini sayan bir ölçü olarak anlaşılabilir. Verilen bir doğrulukta bir noktayı belirtmek için kaç bit enformasyon gerektiğinin değerlendirildiği bir tanım kurmak mümkündür. Genel anlamda, ε doğruluğunda D boyutlu birim kutunun konumunu belirtmek için $I(\varepsilon) = -D \log_2(\varepsilon)$ enformasyon biti gereklidir. Tek bir kutu tanımlamak için gereken ortalama enformasyon için Shannon’un formülü kullanılır (Theiler, 1990):

$$I(\varepsilon) = -\sum_{i=1}^N \Gamma_i(\varepsilon) \log \Gamma_i(\varepsilon) \quad (2.7)$$

Burada Γ_i i .kutudaki olasılık ölçümüdür. Bu ilişki enformasyon boyutu için şu ifadeye götürür:

$$D_I = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-I(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum \Gamma_i(\varepsilon) \log \Gamma_i(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \quad (2.8)$$

Enformasyon, sistemdeki öngörülemezliğin bir ölçüsüdür. Kapasite ölçüsüyle bir ilişki kurmak için şöyle düşünülebilir: Γ_i olasılığının tüm kutular için eşit olduğu varsayıldığında $I(\varepsilon) = \log N$ olur, bu da $D_I = D_K$ anlamına gelir. Yani tüm veri noktaları kutular arasında düzgün dağılmışsa, enformasyon boyutu kapasite boyutuna eşit olur. Genel anlamda, $I(\varepsilon) < \log N$ olduğundan $D_I \leq D_K$ olur (Farmer vd., 1983; Moon, 1992).

Korelasyon boyutu bir başka olasılıksal boyuttur. İlkel olarak Hausdorff boyutuna benzerdir. Ama kutuların yerine sabit yarıçaplı çemberlerle zaman serisini kaplar. Bu ölçü pek çok deneyci tarafından başarıyla kullanılmıştır (Moon, 1992). Şöyle tanımlanır:

$$D_C = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-\log \sum_i G_i^2(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \quad (2.9)$$

Burada G_i iki noktanın korelasyon fonksiyonudur. Dolayısıyla, bu boyut rasgele bir nokta çiftini bulma olasılığını ölçer. Bunun enformasyon boyutundan farklı olduğuna dikkat edilmelidir, çünkü enformasyon boyutu verilen bir kutuda yalnızca bir noktayı bulma olasılığı ile ilgilenir. Grassberger ve Procaccia (1983) ile Takens (1983) $\Sigma_i G_i^2$ için korelasyon integrali $C(\varepsilon, N)$ kullanılmasını önermiştir. Bu algoritma Yöntemler bölümünün 3.başlığında ele alınmıştır.

Genelleştirilmiş boyut kavramı, çeşitli algoritmaların boyut için neden farklı yanıtlar verdiğini anlama gereğinden doğmuştur. Bir başka neden de düzgün olmayan (nonuniform [ing.]) ölçülü fraktalların daha iyi karakterize edilmesi gereksinimidir. Genelleştirilmiş boyut “Renyi boyutu” olarak da bilinir ve şöyle tanımlanır (Balatoni ve Renyi, 1956; Renyi, 1970; Grassberger ve Procaccia, 1983; Hentschel ve Procaccia, 1983):

$$D_G = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-I_G(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \quad (2.10)$$

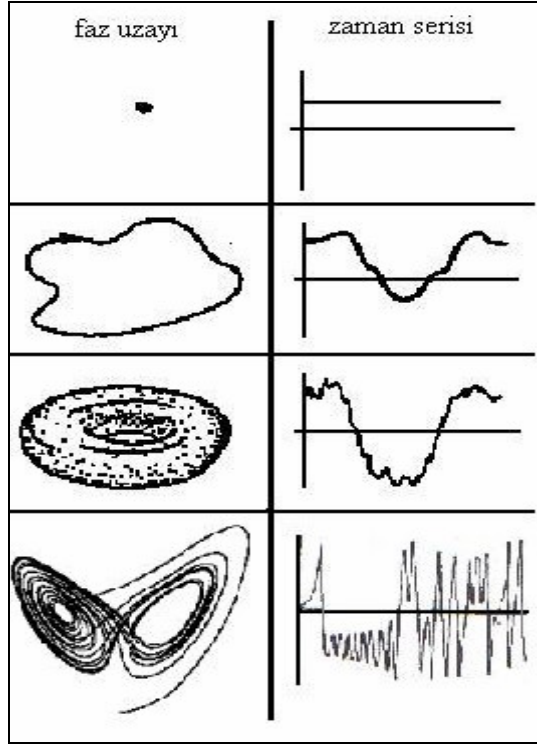
$$I_G = \frac{1}{1-G} \log \sum_{i=1}^N [\Gamma_i(\varepsilon)]^G \quad (2.11)$$

Bu tanımla boyutun ölçüsü, G için varsayılan değere bağlıdır. $G = 0$ olduğunda $I_G = I_0$ olur ve D_G kapasite boyutuna karşılık gelir. $G=1$ olduğunda $\gamma \rightarrow 0$ için $D_G = 1 + \gamma$ olarak enformasyon boyutuyla ilişkili bir ifade tanımlamak olasıdır. $G=2$ olduğunda tanım korelasyon boyutunu temsil eder. Ayrıca, Sarraile ve DiFalco (1992) tarafından önerilen genelleştirilmiş bir fraktal boyut formülü Yöntemler bölümünün 3.başlığında ele alınmıştır.

Liapunov boyutu, Liapunov üstellerinden hesaplanır (Kaplan ve Yorke, 1983). Çekerin dinamik özelliklerini hesaba katar. Böylece Liapunov üstelleri, çekerin fraktal geometrisi ile başlangıç koşullarına hassaslığı arasında önemli bir bağlantı sağlar. Bu ölçü için bir tanım kurmak amacıyla Liapunov üstelleri izgesi (spektrumu) azalan sıralamada düşünülür. Tanım şöyle verilir (Frederickson vd., 1983):

$$D_L = j + \frac{\sum_{i=1}^j \lambda_i}{|\lambda_{j+1}|}, \quad \begin{matrix} \sum_{i=1}^j \lambda_i > 0 \\ \sum_{i=1}^{j+1} \lambda_i < 0 \end{matrix} \quad (2.12)$$

Bir sistemin çekerini bulmak için diferansiyel denklemlerin ya da fark denklemlerinin kullanılması her zaman olanaklı değildir. Bunun yerine, sıklıkla sistem değişkenlerinden birinin gözlenmesi sonucu toplanan zaman serisi verisinden yararlanılır. Çok değişkenli bir sistemin davranışı hakkında, bu değişkenlerden yalnızca birinin kaydı ile bilgi edinilebileceğinin fark edilmesi çok geniş bir araştırma alanı yaratmıştır. J.D.Farmer kullanılan yöntemin altında yatan düşüncayı şöyle açıklamıştır: "Bir değişkeni ele aldığınızda, bu değişkenin evrimi, onun etkileşim hâlinde bulunduğu diğer değişkenler tarafından mutlaka etkilenecektir. Diğer değişkenlerin değerleri elinizdeki değişkenin tarihi içinde bir yerlerde sıkışmış durumda bulunmak zorundadır. En azından izleri olmalıdır" (Packard vd., 1980). Söz konusu yöntemin dayanağı "yerleştirme kuramı" adıyla bilinir ve F.Takens tarafından kanıtlanmıştır (Takens, 1981).



Şekil 2.7 Nokta, çevrim, torus ve garip çekerlere karşılık gelen örnek zaman serileri.

2.8 Liapunov Üsteli

Liapunov üstelleri, başlangıçta faz uzayında yan yana bulunan yörüngelerin ıraksama veya yakınsama hızını belirler. Genel olarak, m boyutlu bir faz uzayı m tane farklı Liapunov üsteli ile tanımlanır. Her biri faz uzayının bir ana eksenindeki ıraksama-yakınsama ile ilgilidir. Bu üstellerden yalnızca bir tanesi bile sıfırdan büyük ise, sistem kaotik demektir. Örneğin dört boyutlu bir sistemin olası Liapunov üstelleri ve çekerleri Çizelge 2.1'deki gibi özetlenebilir (Sprott, 2003).

Kaotik bir sistemin herhangi iki yakın yörüngesi üstel olarak ıraksar. Zaman ilerlerken, sonuçta bütünüyle farklı faz uzayı bölgelerine giderler. Başlangıç koşullarındaki farklılıklara bu aşırı duyarlılık, kaosun başlıca işaretidir. Kaotik sistemleri öngörülemez yapan bu olgudur. Çok küçük bir farkın bile önemli olduğuna, geleceği bütünüyle değiştirebileceğine işaret eden bu olgu “kelebek etkisi” olarak da bilinir. Adlandırmanın temelinde, bir kelebeğin bulunduğu çiçekten havalanıp ötekine uçuşmasının, bunu yapmamaya karar verdiği durumun geleceğinde dünyanın öbür ucunda gerçekleşmesi olası bir fırtınayı engelleyebileceği veya güçlendirebileceğini anlatarak, havanın kaotik doğasını örneklendirmek amacı vardır.

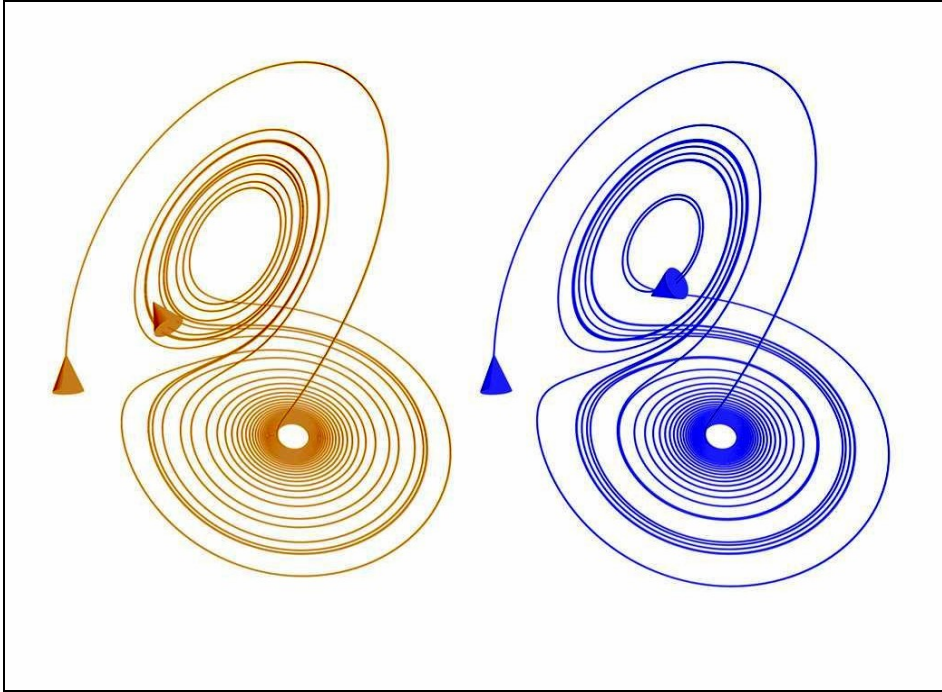
Sonuçta, örneğin dünyanın zamansal sıcaklık değişimlerini kesinlikle tanımlayan tam bir diferansiyel denklem kümesine sahip olursa bile, sıcaklığın binde birlik bir yanlışlıkla ölçümü yanlış tahmine yol açacaktır.

Çizelge 2.1 Dört boyutlu bir sistemin olası Liapunov üstelleri ve çekerleri.

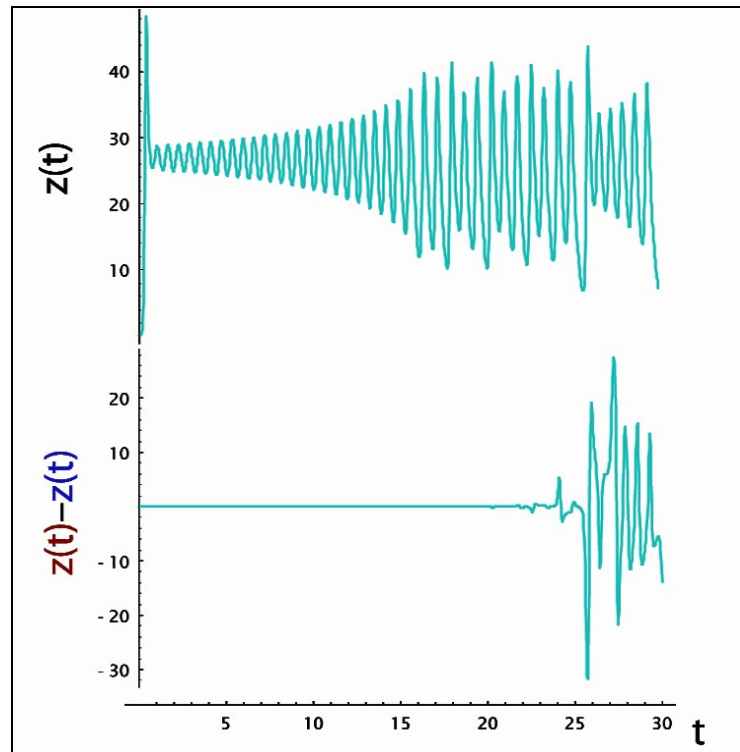
λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	çeker	çeker boyutu
negatif	negatif	negatif	negatif	nokta	0
0	negatif	negatif	negatif	limit çevrim	1
0	0	negatif	negatif	T^2 torus	2
0	0	0	negatif	T^3 torus	3
pozitif	0	negatif	negatif	kaotik	>2
pozitif	pozitif	0	negatif	hiperkaotik	>3

Kaosun tanımı yapılırken, başlangıç koşullarına hassas bağılıktan söz edilmişti; yani bir kelebek kanadı rüzgârının öngörüyü anlamsız kılabileceğinden. Çekerin tanımı yapılırken de, sistemin yeterince zaman geçtikten sonra oturup kalacağı davranış biçimi denmişti. Çelişkili gibi görünen bu iki söylemin kesiştiği noktada, çoğu zaman garip olan bir kaotik çeker belirmektedir. Kelebeğin kararının değiştirdiği şey çeker değil, çeker üzerindeki devinimdir.

Şekil 2.8'de Lorenz sisteminin farklı başlangıç koşullarıyla başlatılıp, eşit süreler boyunca çizdirilmiş çekerleri görülmektedir. Başlangıç koşulları arasında, yalnızca x koordinatında 10^{-5} kadar bir fark vardır. Şekil 2.9'da, birinin z koordinatı (üstte) ile ikisinin z koordinatları farkının (altta) zaman evrimleri çizilmiştir. Alttaki grafikten yörüngelerin evriminin önceleri uyumlu gözüktüğü ama $t=23$ 'ten itibaren farklılaşmaya başladıkları görülmektedir. Üstteki grafikte karşılaştırıldığında, $t=28$ noktası dolayında yörüngeler arası farkın yörünge mertebesine ulaşarak, hiçbir uyum kalmadığı anlaşılmaktadır.



Şekil 2.8 Başlangıç noktaları az farklı iki yörüngenin ıraksaması.



Şekil 2.9 İki yakın yörüngenin zamanla farklılaşması.

2.9 Faz Uzayının Yeniden Yapılandırılması

Zaman serisi analizinde ilk problem verileri durum vektörlerine dönüştürmektir. Bu işlem faz uzayının yeniden yapılandırılması ile gerçekleştirilir. Yeniden yapılandırmanın temel düşüncesi, bir sinyalin gözlenmemiş durum değişkenleri hakkında bilgi içerdiğidir. Dolayısıyla, bir skaler zaman serisini, özgün dinamiğe topolojik olarak eşdeğer bir vektör zaman serisi yapılandırmak için kullanmak mümkündür. Faz uzayını yeniden yapılandırma işlemi, yörüngelerin yapısını yakalamak için bir koordinat sistemi biçimlendirilmesine gerek duyar. Yerleştirme kuramının (embedding theorem [ing.]) sağladığı "gecikme koordinatı yerleştirme" olarak bilinen yöntem, tek bir gözlenen değişkenden sistemin faz uzayını inşa etmeye olanak tanır. Bu yeniden yapılandırılmış faz uzayı genellikle "yerleştirme uzayı" diye adlandırılır.

Lorenz sisteminin bir değişkeninin zaman seyrini ele alarak, diğer iki değişkeni bilmeden sistemin faz uzayını yapılandırmak istiyor olalım. Bunu nasıl yapabileceğimizi düşündüğümüzde sezgisel olarak, bir deterministik dinamik sistemdeki tüm değişkenlerin birbirleriyle bağlantılı olduğunu hatırlarız. Yani, sistem değişkenleri, (2.3) eşitliğinden anlaşılacağı gibi birbirlerini etkilerler. Örneğin x değişkeninin zaman evrimi bir çıkarma ile doğrudan y değişkenine bağlıdır. Ve y değişkeninin zaman evrimi de benzer biçimde x değişkenine bağlı olduğu gibi z değişkenine de bağlıdır. Bu gerçeğin doğrudan sonucu şudur: eğer t anında sadece x değişkeninin değeri biliniyorsa, gelecekteki bir $t + \tau$ anındaki x değişkeni ölçümü kapalı bir biçimde y ve z değişkenleri hakkında da bilgi taşıyacaktır. O halde, x değişkenini ölçmeye $t + 2\tau, t + 3\tau \dots$ anlarında devam edersek, sadece x hakkında bilgi toplamakla kalmayıp, y ve z hakkında da bilgi toplamış oluruz. Eğer τ uygun seçilirse, burada y ve z hakkında elde edilecek bilgi miktarı yeterince büyük olacaktır.

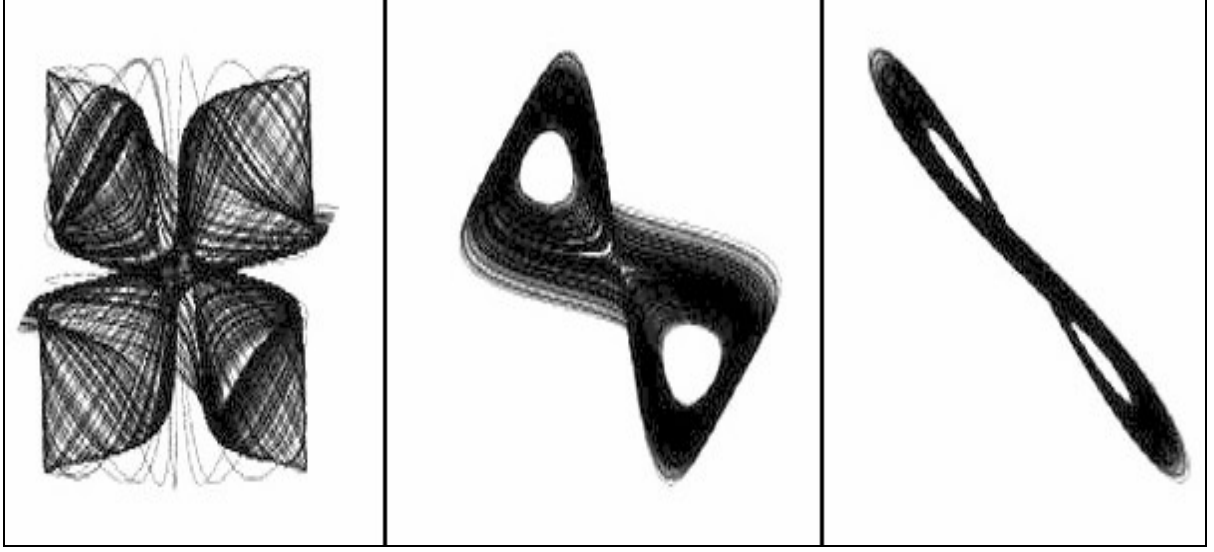
Deneyisel durum söz konusu olduğunda sistemi yöneten denklemler bilinmez. Sayıları hakkında bile bir şey söylenemeyen bir takım diferansiyel denklemlerin yönetimindeki sistemin, tek bir zaman serisi sayesinde anlaşılabilmesi biraz da n .mertebeden tek değişkenli bir tane diferansiyel denklemin, 1.mertebeden n tane diferansiyel denklemden oluşan sisteme indirgenebilmesine benzer. Eğer ölçümler uygun aralıklarla yapılmışsa, deterministik bir kuraldan doğmuş olan eldeki tek boyutlu (tek değişkenli) zaman serisi, türevlemede kullanılabilir. Sistemdeki değerlerin $x_{n+1} = f(x_n, x_{n-1}, x_{n-2}, \dots)$ gibi bir kurala göre bağlantılı

oldukları düşünülürse, ölçüm aralığı $\Delta t \rightarrow 0$ için f fonksiyonunun diferansiyelleri şöyle olur (Sprott, 2003):

$$\begin{aligned}
 \frac{df}{dt} &= \frac{x_n - x_{n-1}}{\Delta t} \\
 \frac{d^2 f}{dt^2} &= \frac{x_n - 2x_{n-1} + x_{n-2}}{(\Delta t)^2} \\
 \frac{d^3 f}{dt^3} &= \frac{x_n - 3x_{n-1} + 3x_{n-2} - x_{n-3}}{(\Delta t)^3} \\
 \frac{d^4 f}{dt^4} &= \frac{x_n - 4x_{n-1} + 6x_{n-2} - 4x_{n-3} + x_{n-4}}{(\Delta t)^4} \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Yerleştirme kuramının titiz bir matematiksel kanıtı Takens tarafından yapılmıştır. Kuram şunu ifade eder: yeterince büyük yerleştirme boyutu m için, $\vec{p}(t) = (x_t, x_{t+\tau}, x_{t+2\tau}, \dots, x_{t+(m-1)\tau})$ gecikme vektörleri özgün sistemle tam olarak aynı değişmez nicelikleri olan bir faz uzayı üretir. Burada τ yerleştirme gecikmesidir. Takens'ın formüle ettiği biçimiyle teorem τ 'ya göre değil, yerleştirme boyutu m 'ye göredir. Lorenz sistemi için uygun yerleştirme boyutunun dinamik sisteme eşit olduğu bilindiğinden böyle kullanılıyor olsa da, genel anlamda bu gerçek bilinmez ve teoremin asıl formülasyonu kullanılmalıdır.

Uygun yerleştirme parametreleri τ ve m 'nin seçimi için en doğrudan yaklaşım, çeşitli τ ve m değerleri için faz portrelerini görsel olarak inceleyip, en iyi görüneni bulmaktır. Seçim yapabilmek için, elbette "en iyi" sıfatı ile ne anlatılmaya çalışıldığını bilmek gerekir. Örneğin, Lorenz sistemi için farklı yerleştirme gecikmesi ve yerleştirme boyutu kullanılarak elde edilen üç tane çekerin resmedildiği Şekil 2.10'u ele alalım. Sağdaki ($\tau=3, m=2$) faz portresinin sorunu, fazlasıyla sıkıştırılmış gibi görünmesidir. Çekerin, iyi evrilmiş katlanma bölgelerine sahip olmadığı söylenebilir. Çekerin iki ucunda güzelce ifade edilmiş yaylar, orta kısımda oldukça şiddetli biçimde çarpışarak, çekerin yapısını küçük ölçeklerde ayırt edilemez bir duruma getirebilirler. Öte yandan, soldaki ($\tau=100, m=4$) faz portresi oldukça karmaşık görünmektedir. Bu durumda, yörünge çok sık olarak katlanır ve döner. Böylece özellikle faz uzayının orta kısmında stokastik bir bileşen de getirir ki bu uygun bir yerleştirme için iyi bir görünüm değildir. Sonuçta ortadaki ($\tau=17, m=3$) faz portresi en iyisidir. Çekerin iyi evrilmiş katlanma bölgeleri vardır, ama hâlâ sıkıştırılmış ve deterministik görünmektedir.



Şekil 2.10 Farklı yerleştirme gecikmesi ve boyutu kullanılarak elde edilen çekerler.

Hesaplamalara başlamadan önce verileri görsel olarak incelemenin tavsiye edilen hatta gereken bir şey olduğu gerçeğine ve uygun yerleştirme parametrelerini bulmak için yukarıdaki açıklamanın tatminkâr görünmesine rağmen, dikkat edilmesi gereken iki nokta vardır. Öncelikle, Şekil 2.10'daki faz portreleri için kullanılan yerleştirme gecikmesi değerlerini ele alalım. Gecikmeler birbirlerinden oldukça farklı seçilmişlerdir. Bu durumda uygun ve daha az uygun bir yerleştirmeyi ayırt etmek kolaydır. Ancak, değer optimuma yaklaştıkça, aralarından en uygun olanı bulmak gittikçe zorlaşır (Perci, 2006). İkinci olarak, sağdaki $m=2$ alınarak, ortadaki $m=3$ alınarak, soldaki $m=4$ alınarak elde edilmiştir. Bununla beraber, ilk iki yerleştirme koordinatı, yalnızca yerleştirme gecikmesine bağlı olduğuna göre tüm resimler $m=2$ veya $m=100$ ile elde edilmiş olsaydı da fark anlaşılmayacaktı. Elbette eğer ikiden büyük bir yerleştirme gecikmesi seçilmiş ise, devam edip olası başka faz uzayı projeksiyonları incelenebilir. Ancak bu uygun yerleştirmeyi bulma işini gerçekten zorlaştırır. Bu genel uyarıların yanı sıra bir de zaman tüketimi konusu vardır. Pek bilinmeyen bir sistemden kaynaklanan bir zaman serisini analiz etmek istediğimizde, zaman serisini üreten dinamiğin serbestlik derecesinin ne olduğu hakkında hiçbir fikrimiz olmayabilir. Bu yüzden çeşitli τ ve m 'lere göre uygun bir yerleştirme üretebilecek tüm olasılıkları kontrol etmek için gereken zaman çok uzun olacaktır. Öyleyse, yerleştirme gecikmesi τ ve yerleştirme boyutu m 'nin uygun değerlerini verimli biçimde belirlemeyi sağlayacak başka yöntemlere gereksinim

duyulmaktadır. Bu amaçla, uygun yerleştirme gecikmesinin bulunması için "karşılıklı bilgi (mutual information [ing.]) yöntemi" ve uygun yerleştirme boyutunun bulunması için "sahte en yakın komşu (false nearest neighbour [ing.]) yöntemi" sıkla kullanılmaktadır.

.

3. YÖNTEMLER

3.1 Otokorelasyon Fonksiyonu ve Karşılıklı Bilgi Yöntemi

Uygun bir yerleştirme gecikmesi τ 'nın iki kriteri sağlaması gerekir. Birincisi, τ yeterince büyük olmalıdır ki, x değişkeninin $t+\tau$ anında ölçtüğümüz değerinden edindiğimiz bilgi ile t anında ölçülen değer, ilgili ve bariz farklı olsun. Ancak o zaman m 'nin mantıklı bir seçimiyle tüm faz uzayını yeniden inşa etmek için, ölçülen değişkenin değerini etkileyen diğer tüm değişkenler hakkında bilgi edinmek mümkün olur. Genellikle kısa bir yerleştirme gecikmesini daha geniş bir yerleştirme boyutuyla telafi etmek mümkündür. Bu aynı zamanda, orijinal yerleştirme teoreminin m 'ye göre formüle edilip, temelde τ ile ilgili hiçbir şey söylememesinin sebebidir. İkincisi, τ sistemin başlangıç koşuluna dair bilgiyi kaybettiği tipik zamandan daha büyük olmamalıdır. Eğer τ büyük seçilirse, yeniden yapılandırılan faz uzayı az ya da çok rasgele görünecektir; çünkü Şekil 2.10'da solda bulunan resim gibi bağlantısız noktalar içerecektir. Bu koşul özellikle özünde öngörülemez olan kaotik sistemler için önemlidir. Bunlar, zaman ilerlerken, başlangıç durumuna dair bilgiyi yitirmeye yüz tutar. Bu ikinci talep, uygun bir gecikme zamanının aşağıdaki gibi tanımlanan otokorelasyon fonksiyonundan tahmin edilebileceği önerisine götürür:

$$a(\tau) = \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T x_t x_{t+\tau} \quad (3.1)$$

Burada optimal τ , otokorelasyon fonksiyonunun ilk olarak sıfırın altına indiği veya $1/e$ değerine bozunduğu an ile belirlenir. Düzenliye yakın zaman serileri için bu iyi bir yöntem iken, kaotik zaman serileri için sahte sonuçlar doğurabilir. Çünkü yalnızca lineer istatistiği temel alıp, nonlinear bağıntıları hesaba katmaz. Bu yetersizliğin çaresi, optimal yerleştirme gecikmesi olarak x_t ile $x_{t+\tau}$ arasındaki karşılıklı bilginin ilk minimumunu kullanmayı öneren A.M.Fraser ile H.L.Swinney tarafından 1986 yılında önerilmiştir. x_t ile $x_{t+\tau}$ arasındaki karşılıklı bilgi, x_t durumunun bilindiği varsayılarak $x_{t+\tau}$ durumu hakkında sahip olunan bilgi miktarını belirtir. $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_t, \dots, x_\tau\}$ biçiminde bir zaman serisi verildiğinde, önce x_{maks} ve x_{min} değerleri bulunmalıdır. Bunların farkının mutlak değeri $|x_{maks} - x_{min}|$, j tane eşit aralığa paylaştırılır. Burada j yeterince büyük bir tamsayı olmalıdır. Son olarak, şu ifade hesaplanır:

$$I(\tau) = \sum_{h=1}^j \sum_{k=1}^j P_{h,k}(\tau) \ln P_{h,k}(\tau) - 2 \sum_{h=1}^j P_h \ln P_h \quad (3.2)$$

Burada P_h ve P_k sırasıyla h ve k numaralı kaplarda bulunma olasılığı ve $P_{h,k}(\tau)$ ise x_t 'nin h numaralı kapta ve $x_{t+\tau}$ 'nin k numaralı kapta bulunma ortak olasılıklarıdır. Veriler tarafından işgal edilen tüm aralığın bölüşülmesi yeterince iyi olduğu sürece, yani j yeterince büyük seçilirse, karşılıklı bilginin değeri kap büyüklüğüne açık bağlı olmaz. $I(\tau)$ 'nin ilk minimumunun gerçekten optimal yerleştirme gecikmesini ürettiği sıkça gösterilmiş olsa da, bunun kanıtı daha sezgisel, ya da deneysel, bir arkaplana sahiptir. Sıklıkla denir ki, $I(\tau)$ 'nin ilk yerel minimuma sahip olduğu yerleştirme gecikmesinde $x_{t+\tau}$, x_t 'yi bilmekten elde edilen bilgiye, aralarındaki bağıntıyı bütünüyle yitirmeden, en büyük miktarda bilgiyi ekler.

3.2 Sahte En Yakın Komşu Yöntemi

Sahte en yakın komşu yöntemi, çekerin karmaşık yapısını bütünüyle çözmek amacıyla gereken en küçük yerleştirme boyutu m 'yi belirlemek için etkili bir araç olarak önerilmiştir (Farmer vd., 1983; Theiler, 1990; Kennel vd., 1992). Takens'ın yerleştirme teoremi, yeterince büyük her m için, yani gereken en küçük yerleştirme boyutundan büyük olanlar için de, uygun bir yerleştirmeyi garantiler. Bu anlamda, yöntemi, gereken en küçük yerleştirme boyutunu veren bir uygunlaştırma (optimizasyon) süreci olarak görmek mümkündür. Yöntem şu varsayıma dayanır: deterministik bir sistemin çeker, yapısında ani düzensizlikler olmaksızın katlanır ve açılır. Bu varsayımdan faydalanarak şu sonuca varılmaktadır: yeniden kurulan yerleştirme uzayında yakın olan iki nokta, ilerleyen yinelemelerde de yeterince yakın kalmalıdır. Eğer bu koşul sağlanırsa, (orijinal olarak yerleştirme gecikmesine eşit önerilen) yeterince kısa ileri yinelemelerde, yeniden yapılandırılan çekerin $\bar{p}(i)$ ve $\bar{p}(t)$ gibi iki noktası arasındaki mesafe (ki başlangıçta aralarındaki mesafe küçük bir ε kadardır), R_{ir} verilen bir sabit olmak üzere, $R_{ir} \varepsilon$ çarpımından büyük olamaz. Bununla beraber, eğer bir t .nokta bu ölçütü sağlamayan bir yakın komşuya sahipse, o zaman bu t .nokta "sahte bir en yakın komşuya sahip" diye işaretlenir. Yeterince büyük bir m seçilerek, sahte en yakın komşusu olan noktaların kesrini minimize etmek gerekir. Yukarıda zaten izah edildiği gibi, eğer m çok küçük seçilirse, tüm faz uzayını başarılı biçimde yeniden inşa etmek için gereken, ölçülen değişkenin değerini etkileyen tüm diğer değişkenler hakkında yeterli bilgi elde etmek olanaksızlaşır. Geometrik bakış açısından bunun anlamı şudur ki, çekerin iki noktası yakın gibi gözükabilir, ancak yineleme (iteration [ing.]) yapıldığında, bu noktalar yansıtım (projeksiyon) etkilerine bağlı olarak rasgele yerleşir. Rasgele yerleşimin oluşmasının sebebi,

çekerin gerçek faz uzayından daha küçük boyutlu bir biçimde yansıtılması ve noktalar arası mesafenin bu nedenle çarpıtılmasıdır.

Sahte en yakın komşuların kesrini hesaplamak için aşağıdaki algoritma kullanılır. Boyutu m olan yerleştirme uzayında bir $\bar{p}(t)$ noktası verildiğinde öncelikle bir $\bar{p}(i)$ komşusu bulunmalıdır. Böylece $\|\bar{p}(i) - \bar{p}(t)\| < \varepsilon$ olup, burada $\|\dots\|$ kare norm ve ε (genelde verinin standart sapmasından büyük olmayan) küçük bir sabittir. Bundan sonra, aşağıdaki eşitliğe göre $\bar{p}(t)$ ve $\bar{p}(i)$ noktalarının $(m+1)$.yerleştirme koordinatları arasındaki normalize edilmiş mesafe R_i hesaplanır:

$$R_i = \frac{|x_{i+m\tau} - x_{t+m\tau}|}{\|\bar{p}(i) - \bar{p}(t)\|} \quad (3.3)$$

Eğer R_i , verilen bir R_{tr} eşiğinden daha büyükse, $\bar{p}(t)$ sahte bir en yakın komşuya sahip demektir. (3.3) eşitliğinin tüm zaman serisi için ve çeşitli m değerleri için, $R_i > R_{tr}$ olan noktaların kesri ihmal edilebilir olana kadar hesaplanması gerekir. Kennel'e göre $R_{tr}=10$ değerinin pek çok veri kümesi için iyi bir seçim olduğu kanıtlanmıştır; ancak bu sonuç için biçimsel bir matematiksel kanıt bilinmemektedir. Dolayısıyla, eğer $R_{tr}=10$ için yöntem ikna edici olmayan sonuçlar veriyorsa, hesapların farklı R_{tr} değerleri için tekrarlanması tavsiye edilmektedir. Verilmesi gereken parametre değerleri, sahte en yakın komşuların kesrinin belirlenmesi için gerekli en küçük ve en büyük yerleştirme boyutu, önceden elde edilmiş yerleştirme gecikmesi, başlangıçtaki ε değeri, başlangıçtaki ε değerinin artışı için bir çarpan (ε verinin standart sapmasına ulaşana dek artar), R_{tr} eşiği ve harcanmasına izin verilen veri yüzdesidir. Son parametre veriler kıt olduğunda kullanışlıdır; böylece bazı faz uzayı noktalarının izin verilen en büyük ε içinden başka yerde komşusu olma olasılığı olur.

3.3 Çeker Boyutu Hesaplamaları

Deneyisel veriler için hesaplanan fraktal boyut genellikle korelasyon boyutudur. Korelasyon boyutunun tahmini için çeşitli algoritmalar bulunmaktadır. Grassberger-Procaccia algoritması hızı nedeniyle çokça tercih edilmektedir. Bu algoritmayı inceleyelim. Çeker üzerinde bir

yörünge noktaları kümesi olsun: z_k ($k=0,1,2,\dots,K$). Korelasyon integrali şöyle olur:

$$C(\varepsilon) = \lim_{K \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{K^2} \sum_{i,j=1}^K H(\varepsilon - |z_i - z_j|) \right] \quad (3.4)$$

Burada H birim adım fonksiyonu olup, Heaviside fonksiyonu olarak da adlandırılır. Argümanı sıfırdan küçük olduğunda sıfıra eşittir; diğer durumlarda bire eşittir. Burada x_i noktasının ε yarıçapı içinde kalan noktaları sayar. Başka bir deyişle, ε 'dan daha az bir mesafeyle ayrık olan nokta çiftlerini sayar. $C(\varepsilon)$ ise ε içindeki noktaların ortalama kesrini verir. Korelasyon boyutu şöyle ifade edilir:

$$D_C = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln C(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (3.5)$$

Dolayısıyla, $\ln C(\varepsilon)$ 'ye karşı $\ln \varepsilon$ grafiğinin eğimi korelasyon boyutunu verir. Grafik çizdirildiğinde görülen lineer bölge ölçekleme bölgesi olarak eğimin hesaplanmasında kullanılır.

Bir diğer boyut hesaplama yöntemi Sarraile ve DiFalco (1992) tarafından kullanılmıştır. Bu genelleştirilmiş bir fraktal boyut formülüdür. Buradan kapasite, enformasyon ve korelasyon boyutu hesaplanabilir:

$$I(q, e) = \frac{1}{1-q} \log \left\{ \sum_{m=1}^{N(e)} P(m, e)^q \right\} \quad (3.6)$$

$P(m, e)^q$, e büyüklüklü kutularla yapılan minimal kaplamanın i.kutusunda bulunan kümenin noktaları oranının q.kuvvetidir. $N(e)$ böyle bir kaplamada kullanılan kutuların sayısıdır. Bu kutular küp, disk veya küre olabilir. O zaman genelleştirilmiş boyut şöyle tanımlanır:

$$D(q) = \frac{I(q, e)}{\log e} \quad (3.7)$$

$D(q)$, $q=0$ için kapasite boyutunu, $q=1$ için enformasyon boyutunu ve $q=2$ için korelasyon boyutunu temsil eder.

3.4 En Büyük Liapunov Üstelinin Hesaplanması

Liapunov üstelleri sistemin başlangıç koşullarına hassas bağıllığının yani dinamiğinin kaotik olup olmadığının anlaşılmasında büyük önem taşır. En büyük Liapunov üsteli sistemin dinamiğinin belirleyicisi olduğundan, problem çoğu zaman bu en büyük üstelin bulunmasıdır. Bu amaçla geliştirilmiş çok çeşitli algoritmalar bulunmaktadır. Burada bir örnek olarak bu algoritmaların en sağlıklı ve verimli olmasa da kavramsal olarak basit ve doğrudan olan Wolf algoritmasını inceleyelim (Wolf vd., 1985).

Önce yerleştirme uzayının bir $\vec{p}(t)$ noktası için $\|\vec{p}(i) - \vec{p}(t)\| \leq \varepsilon$ bağıntısını sağlayan bir yakın komşu $\vec{p}(i)$ bulunur. Sonra her iki nokta da, sabit bir evrilme zamanı ν için zamanda ileri doğru yinelenir. Burada ν , yerleştirme gecikmesi τ 'dan birkaç kat büyük olmalı ama $(m\tau)$ çarpımından çok büyük olmamalıdır. Eğer sistem kaotikse, evrilen zamandan sonraki mesafe

$$\|\vec{p}(i + \nu) - \vec{p}(t + \nu)\| = \varepsilon_\nu \quad (3.8)$$

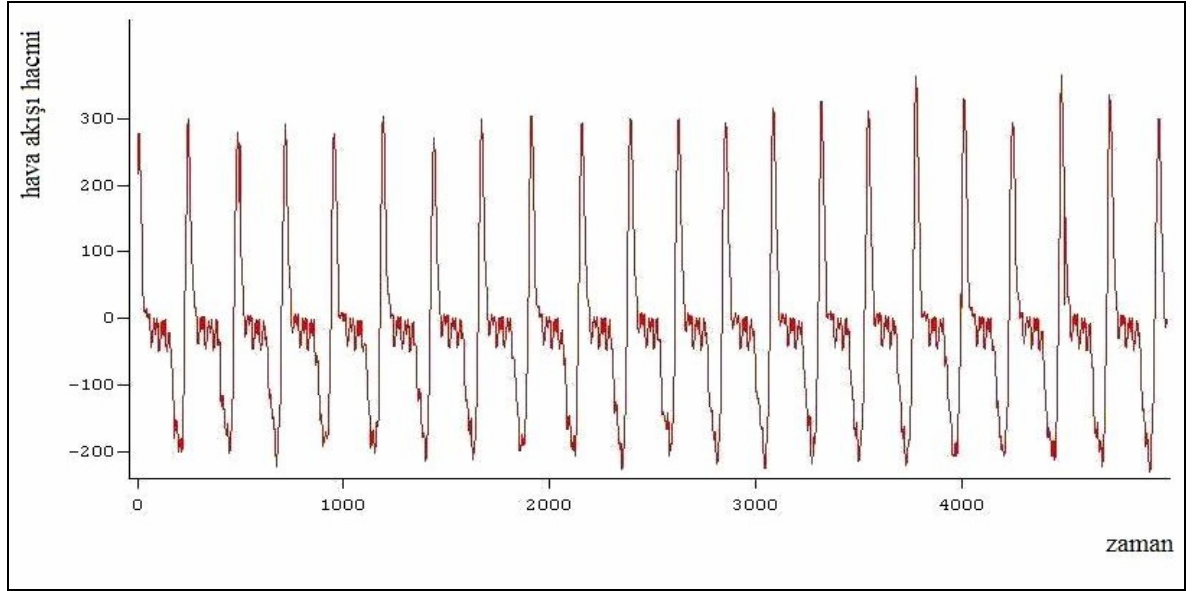
başlangıçtaki ε değerinden büyük olacaktır. Düzenli davranış durumunda $\varepsilon \approx \varepsilon_\nu$ olur. Her bir ν evriminden sonra, yerleştirme uzayında, evrilmiş nokta $\vec{p}(t + \nu)$ 'ye uzaklığı küçük (ε) olması gereken yeni bir $\vec{p}(j)$ noktası aradığımız yerde bir yenileme (replacement [ing.]) adımına girilir. Burada şu koşul vardır: $\vec{p}(t + \nu)$ ve $\vec{p}(i + \nu)$ noktaları ile $\vec{p}(t + \nu)$ ve $\vec{p}(j)$ noktaları tarafından oluşturulan vektörler arasındaki açısal ayrılık küçük olmalıdır. Bu süreç, yörüngenin başlangıç noktası sonuncusuna ulaşana dek tekrarlanır. Sonuçta, en büyük Liapunov üsteli şu eşitliğe göre hesaplanır:

$$\lambda_1 = \frac{1}{M\nu} \sum_{i=1}^M \ln \frac{\varepsilon_\nu}{\varepsilon} \quad (3.9)$$

Burada M yenileme adımlarının toplam sayısıdır. Ardışık yenileme adımları, en büyük Liapunov üstelinin doğru bir tahmini için çok önemlidir. Eğer yerleştirme uzayı uygun biçimde kurulmuşsa ve noktalarla yoğun biçimde doluyorsa algoritma çok iyi işler.

4. YAPILANLAR VE BULGULAR

Bu çalışmada, Sprague-Dawley (rattus norvegicus [lat.]) türü bir farenin anestezi altında kendiliğinden solunumu sırasında kaydedilen trakesel hava akış sinyallerinin oluşturduğu zaman serisi verisi kullanılmıştır. Hem ciğer hem de kalbin mekaniksel değişimlerine bağlı olan trakesel hava akış değişimi ölçümleri bir pnömotakograf (pneumotachograph [ing.]) aracılığıyla yapılmıştır. Eşit zaman aralıklarıyla kaydedilen bu ölçümler sonucunda elde edilen zaman serisinin “Dataplore” adlı bilgisayar programı kullanılarak görselleştirilmiş biçimi Şekil 4.1’de görülmektedir.

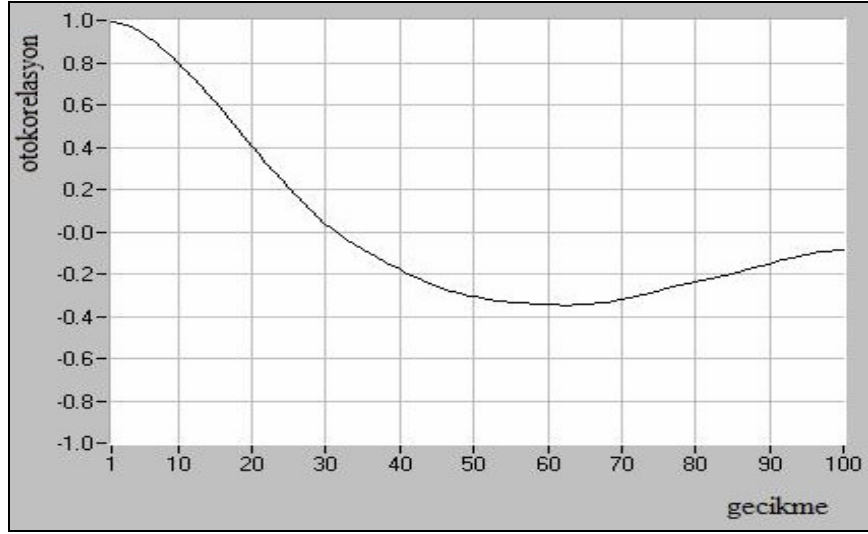


Şekil 4.1 Kendiliğinden solunum yapan farenin trakesel hava akış değişimleri.

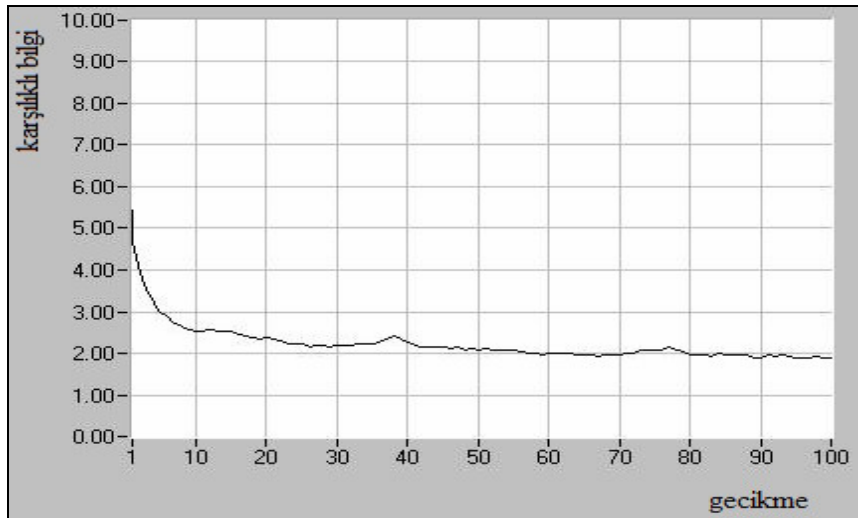
Eldeki bu deneysel zaman serisinin nonlinear çözümlemesini yapmak amacıyla faz uzayını yeniden yapılandırıp, sistemin çekimini incelemek için öncelikle uygun yerleştirme gecikmesi ve yerleştirme boyutu hesaplanmıştır.

Yerleştirme gecikmesi, hem karşılıklı bilgi yöntemi hem de otokorelasyon fonksiyonu kullanılarak, “Nonlinear Dynamics Toolbox (NDT)” adlı bilgisayar programı yardımıyla hesaplanmıştır. Böylece en uygun gecikme zamanı $\tau=31$ bulunmuştur. Şekil 4.2’de

otokorelasyon fonksiyonu ile elde edilen grafik görülmektedir. En uygun τ , otokorelasyon fonksiyonunun ilk olarak sıfırın altına indiği yer ile belirlendiğinden, grafikten de okunabileceği gibi aranan değer yaklaşık olarak 31 olur. Şekil 4.3’de ise karşılıklı bilgi yöntemi ile elde edilen grafik görülmektedir. En uygun τ , karşılıklı bilginin ilk minimumu ile belirlendiğinden, büyütülerek incelenen grafik ile aranan değer yine yaklaşık olarak 31 olduğu anlaşılmıştır.

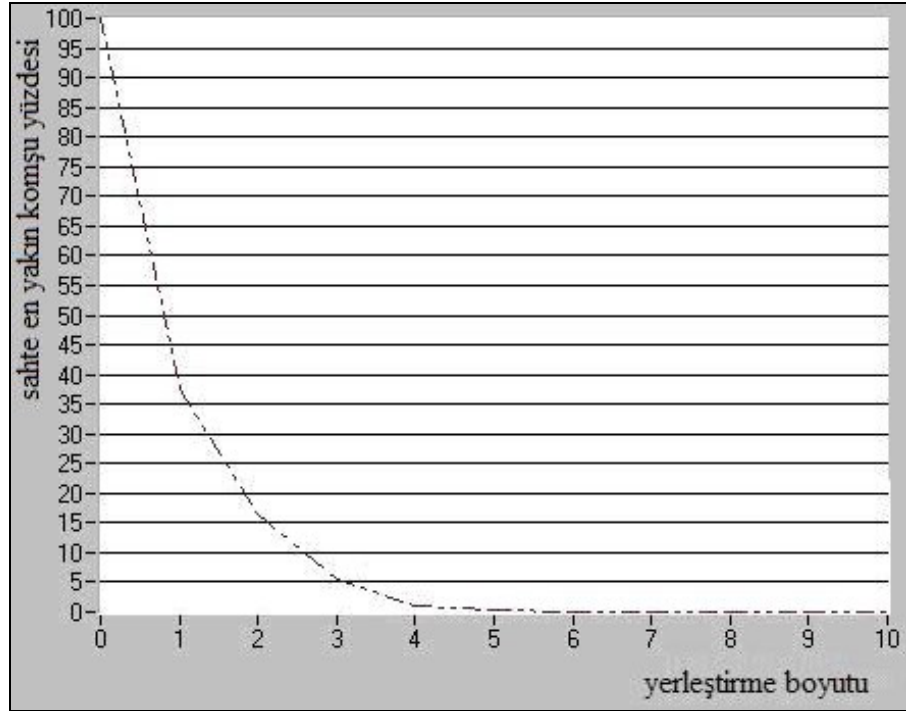


Şekil 4.2 Deneysel zaman serisi için otokorelasyon fonksiyonu.



Şekil 4.3 Deneysel zaman serisi için karşılıklı bilgi yöntemi.

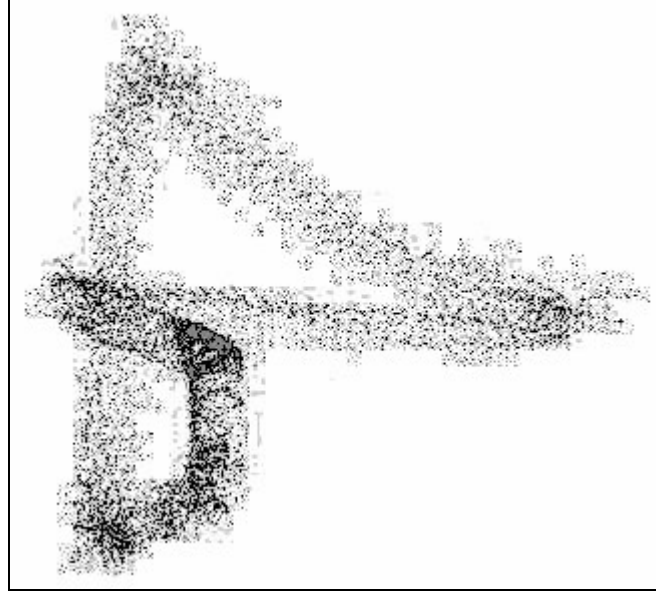
Yerleştirme boyutu, sahte en yakın komşu yöntemi kullanılarak, yine NDT programı yardımıyla hesaplanmıştır. En uygun yerleştirme boyutu $m=4$ bulunmuştur. Şekil 4.4’de sahte en yakın komşu yöntemi ile elde edilen grafik görülmektedir. Bu grafiğin elde edilmesinde çeşitli hata kriterleri denenmiş ve artık dikkate değer bir değişimin olmamaya başladığı noktada görüntü alınmıştır.



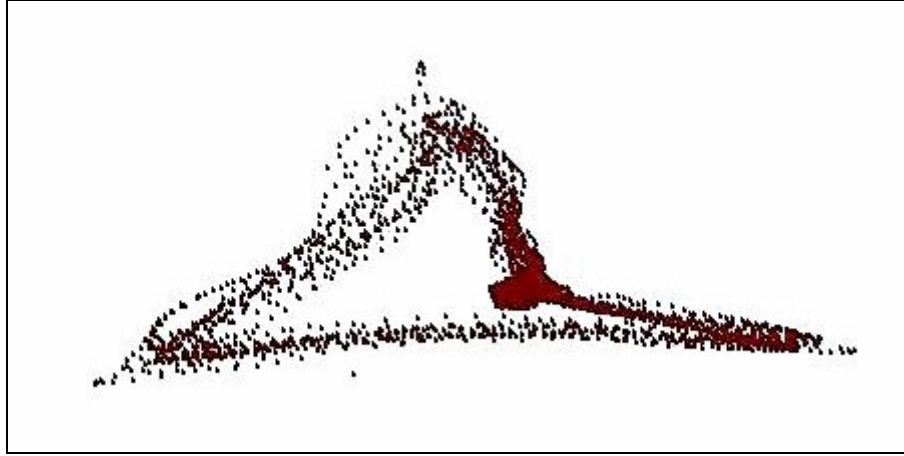
Şekil 4.4 Deneyisel zaman serisi için sahte en yakın komşu yöntemi.

Bulunan yerleştirme gecikmesi ve yerleştirme boyutunun NDT programına yerleştirilmesi ile yeniden yapılandırılan faz uzayında sistemin çekeri çizdirilmiştir (Şekil 4.5).

Aynı çekerin Dataplore programında elde edilmiş portresi farklı bir açıda görüntülenmiş biçimiyle Şekil 4.6’da görülmektedir.



Şekil 4.5 Deneysel zaman serisinin çekeri (NDT).



Şekil 4.6 Deneysel zaman serisinin çekeri (Dataplore).

Fraktal boyut hesabında geliştirilmiş Sarraile-DiFalco algoritmasını kullanan “FD3” programı kullanılarak çekerin kapasite, enformasyon ve korelasyon boyutları incelenmiştir. Kapasite boyutu 0.91241, enformasyon boyutu 0.88428 ve korelasyon boyutu 0.85697 bulunmuştur. Şekil 4.7’de programın hesaplama sonrasında verdiği çıktı görülmektedir.

```

*****
FRACTAL DIMENSION REPORT -- by fd software (DiFalco/Sarrazille)
*****

Reporting on file named: fare1.dat.

Getting the embedding dimension ...
Embedding Dimension taken to be: 1

Finding max and min values in data ...

Minimum value in input file is: -201.000000 ...
Maximum value in input file is: 278.000000 ...

32 different cell sizes will be used ...
Data will be shifted and re-scaled so that minimum coordinate
value is ZERO and maximum coordinate value is: 4294967295 ...

Allocating storage ... Done ...
Initializing queues ... Done ...
Loading data ... Done ...
Sorting the data ... Done ...
Doing sweep to get counts ... Done ...

[log(eps)] [Cellcount] [log(Cellcount)] [informtn] [-log(SumSqrFreqs)]
= [log(e)] = [N(e)] = [logN(e)] = [I(e)] = [-logSSF(e)]

    0      132      7.04439      7.04439      7.04439
    1      132      7.04439      7.04439      7.04439
    2      132      7.04439      7.04439      7.04439
    3      132      7.04439      7.04439      7.04439
    4      132      7.04439      7.04439      7.04439
    5      132      7.04439      7.04439      7.04439
    6      132      7.04439      7.04439      7.04439
    7      132      7.04439      7.04439      7.04439
    8      132      7.04439      7.04439      7.04439
    9      132      7.04439      7.04439      7.04439
   10      132      7.04439      7.04439      7.04439
   11      132      7.04439      7.04439      7.04439
   12      132      7.04439      7.04439      7.04439
   13      132      7.04439      7.04439      7.04439
   14      132      7.04439      7.04439      7.04439
   15      132      7.04439      7.04439      7.04439
   16      132      7.04439      7.04439      7.04439
   17      132      7.04439      7.04439      7.04439
   18      132      7.04439      7.04439      7.04439
   19      132      7.04439      7.04439      7.04439
   20      132      7.04439      7.04439      7.04439
   21      132      7.04439      7.04439      7.04439
   22      132      7.04439      7.04439      7.04439
   23      132      7.04439      7.04439      7.04439
   24      100      6.64386      6.55955      6.47408
   25      71      6.14975      5.92088      5.72247
*****
   26      48      5.58496      5.16343      4.86479
   27      31      4.95420      4.33943      3.98550
   28      16      4.00000      3.40379      3.03486
   29      8       3.00000      2.52902      2.28063
   30      4       2.00000      1.64722      1.43236
*****
   31      2       1.00000      0.71583      0.54866
   32      1       0.00000     -0.00000     -0.00000

```

Two-Point Estimates of FD's:			
[log(e)]	[logN(e)-logN(2e)]	[I(e)-I(2e)]	[logSSF(2e)-logSSF(e)]
0	0.00000	0.00000	0.00000
1	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000
4	0.00000	0.00000	0.00000
5	0.00000	0.00000	0.00000
6	0.00000	0.00000	0.00000
7	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.00000	0.00000	0.00000
9	0.00000	0.00000	0.00000
10	0.00000	0.00000	0.00000
11	0.00000	0.00000	0.00000
12	0.00000	0.00000	0.00000
13	0.00000	0.00000	0.00000
14	0.00000	0.00000	0.00000
15	0.00000	0.00000	0.00000
16	0.00000	0.00000	0.00000
17	0.00000	0.00000	0.00000
18	0.00000	0.00000	0.00000
19	0.00000	0.00000	0.00000
20	0.00000	0.00000	0.00000
21	0.00000	0.00000	0.00000
22	0.00000	0.00000	0.00000
23	0.40054	0.48485	0.57032
24	0.49411	0.63866	0.75161
25	0.56478	0.75745	0.85768

26	0.63077	0.82400	0.87929
27	0.95420	0.93564	0.95064
28	1.00000	0.87477	0.75423
29	1.00000	0.88181	0.84827

30	1.00000	0.93139	0.88370
31	1.00000	0.71583	0.54866

26 is the smallest cell size used in the overall dimension estimates below. The largest cell size is 30. Data above corresponding to this range is between rows of asterisks.

Least-Square Estimates based on Indicated Cell Range:

Fractal Dimension (Capacity) = 0.91241
Fractal Dimension (Information) = 0.88428
Fractal Dimension (Correlation) = 0.85697

Şekil 4.7 Çekerin kapasite, enformasyon ve korelasyon boyutu (FD3).

Ayrıca çekerin korelasyon boyutu, Grassberger-Procaccia algoritmasını kullanan “Visual

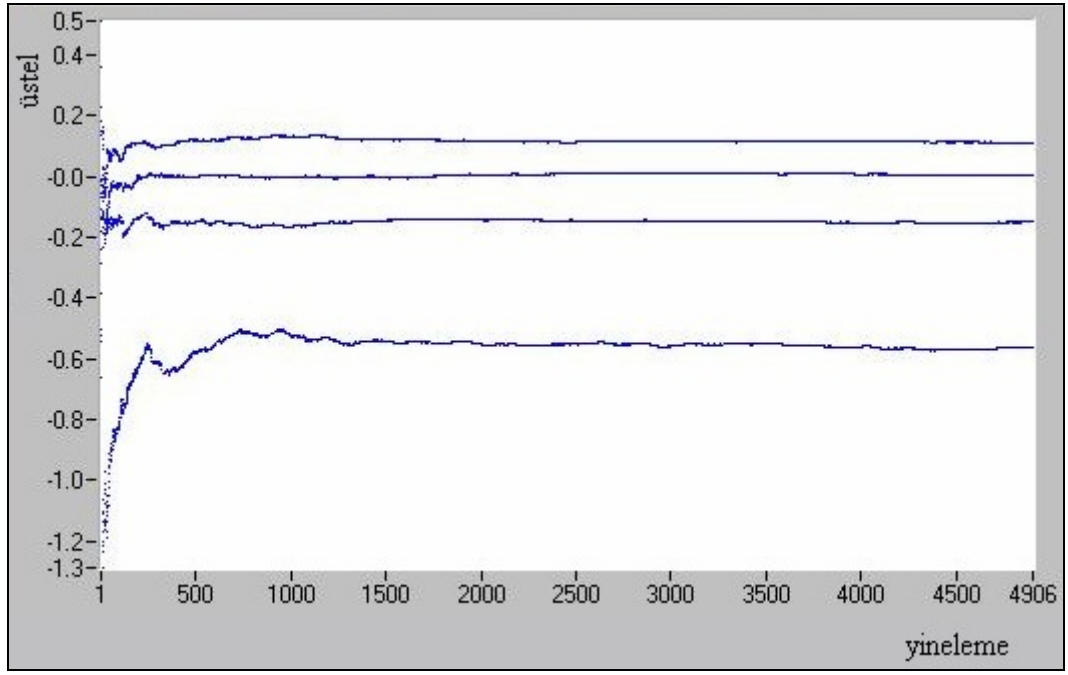
Recurrence Analysis (VRA)” adlı bilgisayar programı yardımıyla yaklaşık 0,85 olarak bulunmuştur. Farklı algoritmayla yapılan bu hesaplama, FD3 programından alınan sonuçla uyumludur. Şekil 4.8’de ilgili hesaplama sonucunda elde edilen grafik görülmektedir.



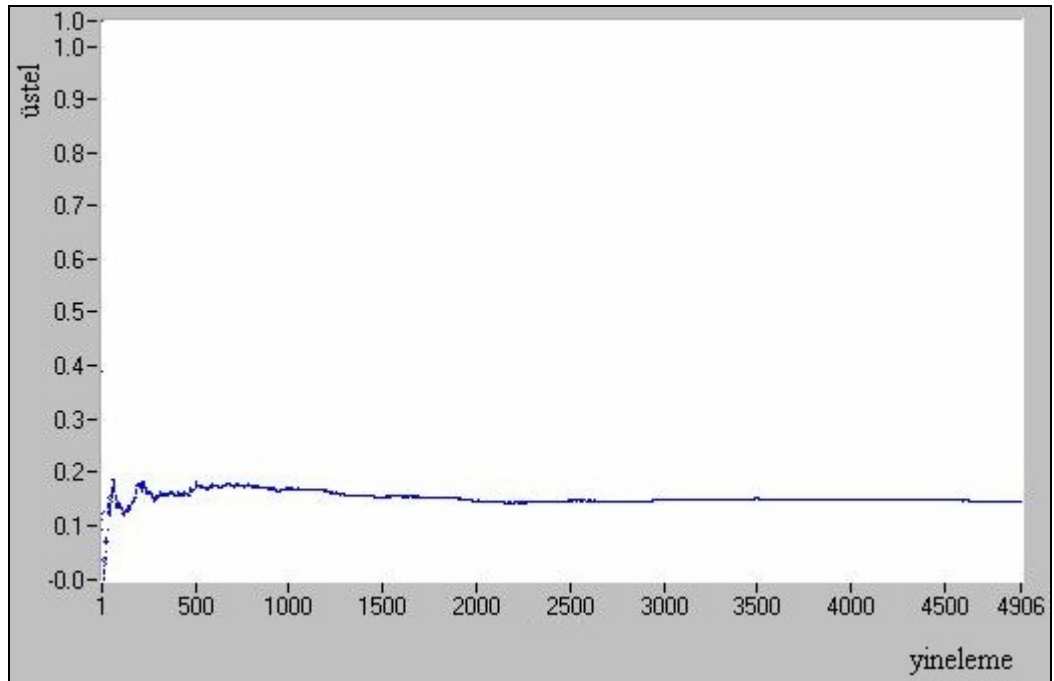
Şekil 4.8 Çekerin korelasyon boyutu (VRA).

Boyutların tamsayı olmaması, çekerin fraktal geometrisine işaret etmektedir. Fraktal geometri çoğu zaman kaotik dinamikle birlikte görülüyor olsa da, sisteme kaotik diyebilmek için en büyük Liapunov üstelinin pozitif olması gerekir. Sistemin Liapunov üstelleri izgesi NDT programı kullanılarak hesaplanmıştır (Şekil 4.9). Grafikten görülebileceği gibi izge pozitif değerler içermektedir.

NDT programı ile elde edilmiş olan yalnızca baskın (dominant) Liapunov üstellerini gösteren bir başka grafik ise Şekil 4.10’da görülmektedir. Pozitif üstellerin varlığı kaotik dinamiğe işaret etmektedir.



Şekil 4.9 Liapunov üstelleri izgesi.



Şekil 4.10 Baskın Liapunov üstelleri izgesi.

5. SONUÇ

Çözümleme sonucunda, anestezi altındaki farenin pnömokardiyografi yöntemiyle kaydedilen trakesel hava akış değişiminden elde edilen zaman serisinin altında yatan dinamiğin kaotik bir yapı sergilediği anlaşılmıştır.

Tez metninde öncelikle konuyla ilgili en temel kavramlar hatırlatılmıştır. Ardından, analizde kullanılacak algoritmaların dayandığı teknikler açıklanmıştır. Son olarak çözümleme basamakları sırasıyla anlatılarak, alınan grafiksel ve sayısal sonuçlar verilmiştir.

Yapılan işlemler ve bulgular şöyle özetlenebilir:

- NDT programı aracılığıyla, otokorelasyon fonksiyonu kullanılarak uygun yerleştirme zamanı $\tau=31$ olarak belirlendi. Grafik Şekil 4.2’de sunuldu.
- NDT programı aracılığıyla, karşılıklı bilgi yöntemi kullanılarak zaman gecikmesi belirlenip, karşılaştırıldı. Otokorelasyon fonksiyonunun önerdiği değerle uyumlu olduğu görüldü. Grafik Şekil 4.3’te sunuldu.
- NDT programı aracılığıyla, sahte en yakın komşu yöntemi kullanılarak uygun yerleştirme boyutu $m=4$ olarak belirlendi. Grafik Şekil 4.4’te sunuldu.
- Belirlenen yerleştirme gecikmesi ve yerleştirme boyutu kullanılarak, NDT programı aracılığıyla faz uzayı yeniden yapılandırıldı.
- Yerleştirme uzayında NDT ve Dataplore programları aracılığıyla sistemin çekeri çizdirildi. Grafikler Şekil 4.5 ve Şekil 4.6’da sunuldu.
- Çekerin FD3 programı aracılığıyla hesaplanan korelasyon boyutu 0.85697 bulunarak, tamsayı olmadığı görüldü. Fraktal geometrili olduğu anlaşıldı. Yanı sıra, kapasite ve enformasyon boyutları hesaplandı. Kapasite boyutu 0.91241 ve enformasyon boyutu 0.88428 bulundu. Program çıktısı Şekil 4.7’de sunuldu.
- Çekerin korelasyon boyutu VRA programı aracılığıyla hesaplanarak, 0,85 değeri bulundu. FD3 programının verdiği değerle tutarlı olduğu görüldü. Grafik Şekil 4.8’de sunuldu.

- NDT programı aracılığıyla, sistemin Liapunov üstelleri izgesi çizdirildi. İçerdiği sıfırdan büyük değerler sayesinde sistemde kaosu varlığından söz edilebileceği anlaşıldı. İzge Şekil 4.9'da sunuldu. Ayrıca sistemin baskın Liapunov üstelleri izgesi de Şekil 4.10'da verildi.

KAYNAKLAR

- Baker, G.L. ve Gollub, J.P., (1996), Chaotic Dynamics, Cambridge University Press, Cambridge.
- Balatoni, J. ve Renyi, A., (1956), Publications of the Math. Inst. of the Hungarian Acad. of Sci. 1, 9. The Selected Papers of A.Renyi, 1, Akademia Budapest 1976, Budapest.
- Farmer, J.D., Ott, E. ve Yorke, J.A., (1983), "The Dimension of Chaotic Attractors", Physica D, 7: 153-180.
- Fraser, A.M. ve Swinney, H.L., (1986), "Independent Coordinates for Strange Attractors from Mutual Information", Physical Review, 33: 1134-1140.
- Frederickson, P., Kaplan, J., Ott, E. ve Yorke, J.A., (1983), "The Lyapunov Dimension of Strange Attractors", Journal of Differential Equations, 49: 185.
- Gleick, J., (1995), Kaos, TÜBİTAK Yayınları, 15, Ankara.
- Grassberger, P. ve Procaccia, I., (1983), "Characterization of Strange Attractors", Phys. Rev. Lett., 50: 346.
- Hausdorff, F., (1919), "Dimension und Äusseres Mass", Math. Annalen, 9: 157.
- Hentschel, H.G.E. ve Procaccia, I., (1983), "The Infinite Number of Generalized Dimension of Fractals and Strange Attractors", Physica D, 8: 435-444.
- Kaplan, J.L. ve Yorke, J.A., (1983), "The Lyapunov Dimension of Strange Attractors", Journal of Differential Equations, 49: 185.
- Kennel, M.B., Brown, R. ve Abarbanel H.D.I., (1992), "Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction Using a Geometric Construction", Physical Review A, 45: 3403-3411.
- Li, T.Y. ve Yorke, J.A., (1975), "Period Three Implies Chaos", Amer. Math. Monthly, 82: 985-992.
- Lorenz, E.N., (1963), "Deterministic Nonperiodic Flow", Journal of the Atmospheric Sciences, 20: 130-141.
- Mandelbrot, B.B., (1982), The Fractal Geometry of Nature, W.H. Freeman, New York.
- Moon, F.C., (1992), Chaotic and Fractal Dynamics: An Introduction for Applied Scientists and Engineers, John Wiley and Sons, New Jersey.
- Ott, E., (2002), Chaos in Dynamical Systems, Cambridge University Press, Cambridge.
- Packard, N.H., Crutchfield, J.P., Farmer, J.D. ve Shaw, R.S., (1980), "Geometry from a time series", Physical Review Letters, 45: 712-716.
- Perci, M., (2006), "Introducing Nonlinear Time Series Analysis in Undergraduate Courses", Fizika A, 15: 91-112.

- Petreschi, R., Persiano, G. ve Silvestri R., (2003), "Algorithms and Complexity" , CIAC 2003, 5th Italian Conference Proceedings, May 2003, Rome.
- Renyi, A., (1970), Probability Theory, North Holland, Amsterdam.
- Ruelle, D., (1994), Rastlantı ve Kaos, TÜBİTAK Yayınları, 7, Ankara.
- Sarraille, J. ve DiFalco, P., (1992), "How To Use FD3", Computer Science Department, CSU Stanislaus, California.
- Small, M., (2005), Applied Nonlinear Time Series Analysis, World Scientific Publishing Company, Singapore.
- Sprott, J.C., (2003), Analysis of Chaotic Time Series, Cambridge University Pres, Cambridge.
- Takens, F., (1981), "Detecting Strange Attractors in Turbulence", Lecture Notes in Math, Rands&Young (Eds.), Springer-Verlag, New York.
- Takens, F., (1983), "Invariants Related to Dimension and Entropy", 13.Colóquio Brasileiro de Matemática – IMPA, Rio de Janeiro.
- Theiler, J., (1987), "Efficient Algorithm for Estimating the Correlation Dimension from a Set of Discrete Points", Physical Review A, 36: 4456-4462.
- Theiler, J., (1990), "Estimating Fractal Dimension", Journal of Optical Society of America, 7: 1055-1073.
- Tufillaro, N.B., Abbott, T. ve Reilly, J.P., (1992), An Experimental Approach to Nonlinear Dynamics and Chaos, Addison-Wesley, New Jersey.
- Urbach, R.M.A., (2000), Footprints of Chaos in the Markets, Prentice Hall, London.
- Wolf, A., Swift, J.B., Swinney, H.L. ve Vastano, J.A., (1985), "Determining Lyapunov Exponents from a Time Series", Physica D, 16: 285-317.
- Yalçın, G.Ç., (2005), Kaotik Fiziksel Sistemler ve Acayip Çekiciler, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Yalçın, G.Ç. ve Akdeniz K.G., (2007), "Lyapunov Exponents and Chaotic CLDW Physiological System", International Congress Nonlinear Dynamical Analysis, June 2007, Saint Petersburg.
- Zeren, T., Özbek, M., Ekerbiçer, N. ve Akdeniz, K.G., (2003), "An Observation on the Rat Pneumocardiogram with Nonlinear Structure", Turkish Journal of Biochemistry, 28 (3),194.
- Zeren, T., Özbek, M., Ekerbiçer, N., Yalçın, G.Ç. ve Akdeniz, K.G., (2007), "Sensitively Recorded Breathing Signals of Rats and Their Nonlinear Dynamics", J. Biochem. Biophys. Methods, 70: 573–577.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 06.07.1981

Doğum yeri İstanbul

Lise 1995-1999 Maçka Anadolu Teknik Lisesi

Önlisans 1999-2001 Uludağ Üniversitesi Teknik Bilimler M.Y.O.
Bilgisayar Programlama Bölümü

Lisans 2002-2005 Çukurova Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi
Fizik Bölümü

ONAY SAYFASI

Tezin teslim edildiği enstitü: Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü

Tez başlığı: Zaman Serisi Analizi Yöntemi Üzerine Bir Uygulama

Teslim eden: Sevkan Uzel

Tez savunma tarihi: 11.Haziran.2008

Tez danışmanları: Prof.Dr.Kubilay Kutlu ve Prof.Dr.K.Gediz Akdeniz

Diğer jüri üyeleri: Prof.Dr.Emine Rızaoğlu, Prof.Dr.Hasan Tatlıpınar ve Prof.Dr.Mehmet Şirin