



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Küresel ve Def. Çek. İzotop Koy.

Yüksek Lisans Tezi

AYHAN ÖZTÜRK

210

42

11212

15.000

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

1187

KÜRESEL ve DEFORME ÇEKİRDEKLERDE
İZOTOP KAYMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

AYHAN ÖZTÜRK

İSTANBUL-1989

R-210
42

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



KÜRESEL ve DEFORME ÇEKİRDEKLERDE
İZOTOP KAYMASI

42

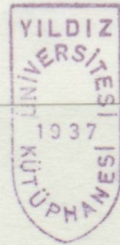
YÜKSEK LİSANS TEZİ
AYHAN ÖZTÜRK



İSTANBUL-1989

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
KÜTÜPHANE DOKÜMANTASYON
DAİRE BAŞKANLIĞI

Kot R 210
:.....42.....
Alındığı Yer :.....Fen.Bilimleri.Enst....
:.....
Tarih :.....20.03.1992.....
Fatura :.....-.....
Fiyatı :.....15.000.-TL.....
Ayniyat No :.....1/1.....
Kayıt No :.....48232.....
UDC :.....530.....
Ek :.....



İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR

ÖZET

	<u>Sayfa No</u>
1- GİRİŞ	1
2- İZOTOP KAYMASI TEORİSİ	2
2-1. KÜTLE ETKİSİ	3
2-2. NÜKLEER HACİM ETKİSİ	6
3- KÜRESEL ÇEKİRDEKLERDE İZOTOP KAYMASI HESABI	10
4- DEFORME ÇEKİRDEKLERDE İZOTOP KAYMASI HESABI	14
4-1. DEFORME ÇEKİRDEKLER	14
4-2. İZOTOP KAYMASI HESABI	22
5- SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ	33
KAYNAKLAR	35
ÖZGEÇMİŞ	37

TEŞEKKÜR

Beni böyle bir çalışmaya yönelten ve tez yöneticiliğimi üstlenen Yrd. Doç. Dr. Mehmet ŞİRİN'e içten teşekkür ederim.

ÖZET

Bu çalışmada atomik çekirdeklerin farklı izotoplarının, elektronik bağlanma enerji düzeylerinde neden olduğu kayma hesaplandı.

Birinci aşamada homojen yük dağılımına sahip sonlu küresel, çekirdeklerin elektronik enerji düzeylerinin, noktasal çekirdeğin enerji düzeylerine göre kayması hesaplandı. İkinci aşamada homojen yük dağılımına sahip deforme çekirdeklerde izotop kayması incelendi. Hesaplarda birinci dereceden pertürbasyon terimi ile yetinildi ve deformasyon parametresi deneysel olarak bilinen bütün izotoplar tarandı.

Elde ettiğimiz kuramsal sonuçların deneysel sonuçlar ile sistematik bir uyum içinde olduğu görüldü.

SUMMARY

In the present work, the shift of the different isotopes of the atomic nuclei on the electronic binding energy levels are calculated.

On the first step, the shift of the electronic energy levels of the finite spherical nuclei which has an uniform charge distribution according to the energy levels of the point nucleus, are calculated. On the second step, isotope shift the deformed nuclei having uniform charge distribution are discussed. In the calculations, only the first order perturbation terms are used and the isotopes are swept whose deformation parameters are known experimentally.

It is seen that, the theoretical results we have found, are in systematical similarity with the experimental results.

1- GİRİŞ

Bir elementin izotoplarının herbirinde olan elektronik etkileşmeler hakkında bilgiler atomik spektrumdan elde edilir. Ağır elementlerin atomik spektrumda kolayca gözlenen izotop kayması, elektronik yapı düzeltmesi yapıldıktan sonra nükleer yapı hakkında bilgi verir.

Bir elementin farklı izotoplarının çekirdek spini, çekirdek magnetik ve kuadrupol momentı genel olarak farklıdır. İzotop kayması atomik spektrumda çok ince yapı ile birlikte gözlenir. Ancak çekirdek spini sıfır olan izotoplarda gözlenen kayma sadece izotop kaymasıdır. İzotop kayması bütünüyle farklı iki nedenden doğar. Farklı izotopların kütlelerindeki fark, hafif elementlerde önemli olan bir izotop kaymasının doğmasına neden olur ve bu kayma artan atom ağırlığı ile hızla azalır (1). Ağır elementlerde gözlenen büyük izotop kayması, farklı izotopların nükleer yük dağılımlarındaki farklılıktan doğar. Hacim ya da alan etkisi denilen bu katkının incelenebilmesi için çekirdeğin şekil ve büyüklüğünün bilinmesine gerek vardır (2,3).

Bir çekirdeğe nötronların eklenmesi ile nükleer yapıda oluşan değişimleri ortaya çıkarmada izotop kayması duyarlı bir yöntemdir.

2- İZOTOP KAYMASI TEORİSİ

İzotop kaymasına neden olan iki temel nükleer özellik, kütle ve nükleer yük dağılımıdır. İzotop kaymasına katkıda bulunan spesifik kütle etkisi (4), nükleer polarizasyon etkisi (5) ve vakum polarizasyonu etkisi (6), dikkate alınmadı. Hesaplamalar için sonsuz kütleli nokta çekirdeğin elektronik enerji düzeyi referans olarak seçildi. Gerçek bir çekirdeğin enerji düzeyleri referans enerji düzeyinden ΔE kadar farklıdır. Ancak nokta çekirdek gerçek olmadığı için birbirini izleyen iki izotopa ilişkin ΔE hesapları arasındaki fark izotop kayması olarak tanımlanır.

$$S = \Delta E_2 - \Delta E_1 \quad (2.1)$$

Hafif izotopun elektronik enerji düzeyleri, ağır izotopun enerji düzeylerinden daha derinde ise S pozitif olur (7). Bir spektrum çizgisindeki izotop kaymasını hesaplamak için bir elektronik geçiş katılan iki düzey için ΔE 'leri hesaplamak gerekir.

2-1. KÜTLE ETKİSİ

Referans enerji düzeyi tanımı sonsuz kütleli küresel çekirdeğin elektronik enerji düzeyi olarak seçilmişti. Oysa gerçek çekirdek kütlesi sonlu bir büyüklüktür. Bundan dolayı sistemin hamiltoniyenine giren kinetik enerji teriminde düzeltme yapmak gerekir. Bir atomun kütle merkezinin durgun kaldığı koordinat sisteminde çekirdeğin momentumu elektronların bileşke momentumuna eşit ve ters yönde olmalıdır. Sonlu kütleli çekirdeği olan bir atomun enerjisi, sonsuz kütleli çekirdeği olan atomdan, çekirdek kinetik enerjisi kadar farklıdır (8,9).

Kütle merkezi koordinat sisteminde atomun toplam kinetik enerjisi

$$T = \frac{\vec{P}_N^2}{2M} + \frac{1}{2m} \sum_i \vec{P}_i^2 \quad (2-1.1)$$

şeklinde tanımlanır. $\vec{P}_N = - \sum_i \vec{P}_i$ koşulu ile kinetik enerji

$$T = \frac{1}{2M} \sum_i \vec{P}_i^2 + \frac{1}{2M} \sum_{i \neq j} \vec{P}_i \cdot \vec{P}_j \quad (2-1.2)$$

formunda yazılır. Sonsuz kütleli çekirdeği olan atomun kinetik enerjisi

$$T = \frac{1}{2m} \sum_i \vec{P}_i^2 \quad (2-1.3)$$

şeklinde ifade edilir. Böylece kinetik enerji farkı

$$\Delta T = \frac{1}{2M} \sum_i \vec{P}_i^2 + \frac{1}{2M} \sum_{i \neq j} \vec{P}_i \cdot \vec{P}_j \quad (2-1.4)$$

ile ifade edilir. $\vec{P}_N$ çekirdek momentumu, $\vec{P}_i$, i. elektronun ve $\vec{P}_j$, j. elektronun momentumunu gösterir. M elektron ve çekirdekten oluşan sistemin indirgenmiş kütlesidir. Denklemdaki ilk terime normal kütle etkisi, ikinci terime spesifik kütle etkisi denir. İki etkinin izotop kaymasına katkısı aynı büyüklük mertebesinde-dir. Normal kütle etkisinin atomik enerji düzeylerine katkısı, sonlu kütleli çekirdeğin atomik enerji düzeylerinin yerini, sonsuz kütleli çekirdeğin enerji düzeylerinin yerine göre M/m oranında değiştirir (10).

Normal kütle etkisine bağlı izotop kayması hafif çekirdeklerde önemlidir. Sonsuz kütleli çekirdeği olan hidrojen benzeri bir atomun enerjisi

$$E_n = - \frac{hc Z^2}{n^2} R_\infty \quad (2-1.5)$$

ve sonlu kütleli çekirdeği olan bir atomun enerjisi

$$E_n = - \frac{hc Z^2}{n^2} R_M \quad (2-1.6)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, m elektron kütlesi, M çekirdek kütlesi ve R_{∞} Rydberg sabiti olmak üzere

$$R_M = \frac{M}{m + M} R_{\infty} \quad (2-1.7)$$

ifadesiyle tanımlanır. Bir elementin iki ya da daha fazla izotopu varsa, R_M her izotop için farklı değere sahip olur. İki izotop için enerji düzeyleri

$$\begin{aligned} \Delta E_1 &= E(M_1) - E_0 \\ \Delta E_2 &= E(M_2) - E_0 \end{aligned} \quad (2-1.8)$$

ve izotop kayması

$$S = \frac{hC}{n^2} \frac{Z^2}{m_p} \frac{\Delta A}{A^2} R_{\infty} \quad (2-1.9)$$

olarak bulunur. İzotop kayması A^2 ile ters orantılıdır. Bundan dolayı $A \geq 40$ olan çekirdeklerde kütle etkisinin neden olduğu izotop kayması gözlenemeyecek kadar küçük olur.

Spesifik kütle etkisinin izotop kaymasına katkısını belirlemek için son terimin beklenen değerinin hesaplanması gerekir (11). Bu etkide, normal kütle etkisi gibi artan atom ağırlığı ile azaldığı için çalışmamızda ihmal edilmiştir.

2-2. NÜKLEER HACİM ETKİSİ

İzotop kayması atom ağırlığı küçük olan çekirdeklerde kütle numarası artarken azalmasına karşın, ağır elementlerin atomik spektrumlarında büyük izotop kaymaları gözlenmiştir. Bu izotop kaymalarının nedenini kütle etkisine bağlamak mümkün değildir. Bu kaymalara farklı izotoplar için hafifçe farklı olan nükleer yük dağılımı neden olur (12). İzotoplar arasında yük dağılımının farklılığı, atomik çekim merkezi çevresindeki elektronlara etkiyen elektrostatik alanı değiştirir. Nükleer yük dağılımındaki farklılık izotoplar arasındaki nötron farkına bağlıdır. Ağır izotoplarda alan etkisi, kütle etkisinden çok büyüktür. Bu çalışmada biz asıl olarak bu etkiyi hesaba kattık.

Noktasal çekirdeğin Coulomb alanındaki bir elektronu dikkate alalım. Noktasal çekirdeği, nükleer yükü küçük bir uzay bölgesine düzgün olarak dağılmış sonlu hacimli bir çekirdek ile değiştirdiğimizde sistemin elektronik enerji düzeyleride ΔE kadar değişir. Ancak ΔE gözlenebilir bir nicelik olmadığı için iki farklı izotopun nükleer yük dağılımlarının ürettiği elektronik enerji düzeyleri arasındaki S farkını hesaplamalıyız. Bu çalışmada ΔE birinci mertebeden pertürbasyon teorisiyle hesaplandı.

Nokta çekirdek halinde elektron,

$$V_0(r) = - \frac{Z e^2}{r} \quad (2-2.1)$$

potansiyel enerjisine sahiptir. Nükleer yük, R yarıçaplı küresel hacim içine düzgün olarak dağıldığında, elektronun potansiyel enerjisi,

$$V(r) = - e \phi(r) \quad (2-2.2)$$

olur. $\phi(r)$ çekirdeğin merkezinden r uzaklığındaki potansiyelidir. Herhangi bir yük dağılımının potansiyeli

$$\frac{1}{4\pi} \phi(r) = \frac{1}{r} \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' + \int_r^R \rho(r') r' dr' \quad (2-2.3)$$

bağıntısıyla verilir (13). Sonlu bir üniform yük dağılımı için potansiyel

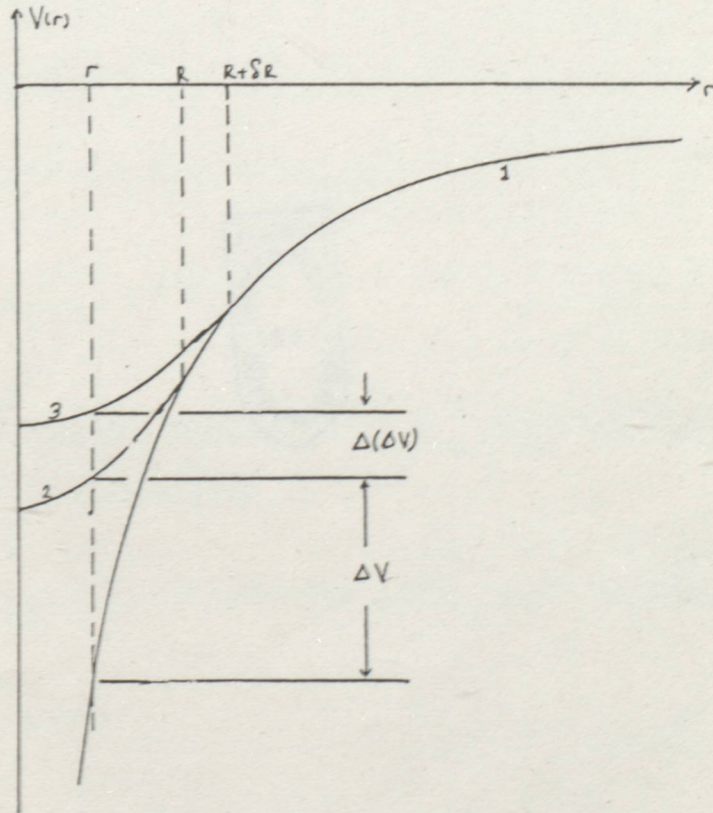
$$\phi(r) = \frac{Ze}{R} \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad r \leq R \quad (2-2.4)$$

elde edilir. R yarıçaplı- üniform yük dağılımına sahip çekirdeğin coulomb alanı içinde, elektronun kazandığı potansiyel enerji,

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{Z e^2}{r} & r > R \\ -\frac{Z e^2}{r} \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] & r \leq R \end{cases} \quad (2-2.5)$$

olarak bulunur.

Noktasal nükleer yük ve sonlu üniform yük dağılımına sahip çekirdeklerin potansiyel enerji fonksiyonlarının merkezden uzaklığın fonksiyonu olarak değişimi Şekil-1'de çizildi.



Şekil-1. Çekirdeklerin potansiyel enerji fonksiyonu.

Şekilde, 1 Nokta çekirdeğin, 2 Kütle numarası A olan çekirdeğin, 3 Kütle numarası $A + \Delta A$ olan çekirdeğin potansiyel enerji eğrileridir.

İzotop kayması, yarıçapı $R + \Delta R$ ve R olan çekirdeklerin potansiyelleri arasındaki değişimden dolayıdır.



3- KÜRESEL ÇEKİRDEKLERDE İZOTOP KAYMASI HESABI

Hidrojene benzer noktasal çekirdekler için, kulomb etkileşmesini içeren

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{Z e^2}{r} \quad (3.1)$$

hamiltoniyeni kullanılarak, Schrödinger denkleminin çözümünden

$$E_n = - \frac{hc Z^2}{n^2} R_\infty \quad (3.2)$$

enerji özdeğerleri ve S-elektronunun

$$\psi(r) = \frac{\gamma^{3/2}}{\sqrt{\pi}} e^{-\gamma r} \quad (3.3)$$

dalga fonksiyonları elde edilir. a_0 Bohr yarıçapı olmak üzere $\gamma = \frac{Z}{a_0}$ formundadır.

Sonlu hacimli çekirdekler için, Hamiltoniyen

$$\begin{aligned} H &= \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(r) \\ &= \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{Z e^2}{r} + \Delta V(r) \end{aligned}$$

$$H = H_0 + \Delta V(r) \quad (3.4)$$

formunda ifade edilir. H_0 çözümleri bilindiği için, $\Delta V(r)$ pertürbasyon terimi olarak alınır. sonlu hacimli çekirdek için enerji özdeğerleri

$$E = E_n + \Delta E \quad (3.5)$$

olarak bulunur.

Bir elektronik durumun enerjisi, çekirdekte oluşan $V(r)$ merkezi kulomb potansiyeli içindeki atomik elektronun enerjisine bağlıdır. S-elektronlarının merkezzel alanının orijine ($r=0$) yakın ve sonuç olarak gerçekten nükleer yarıçap içinde bulunması belli bir olasılıktadır. Nükleer yapının temel etkileri S-elektronlarının enerji düzeylerinde ortaya çıkar (9). En büyük izotop kaymaları genellikle değişik miktarda S-elektronları içeren atomik konfigürasyonlar arasındaki geçişlerde bulunur.

ΔE pertürbasyon enerjisi katkısının hesabında sistemin dalga fonksiyonu olarak,

$$\psi(r) = \frac{\gamma^{3/2}}{\sqrt{\pi}} e^{-\gamma r} \quad (3.6)$$

alınabilir (12). ΔE pertürbasyon enerjisi katkısı

$$\Delta E = \langle \psi | \Delta V(r) | \psi \rangle$$

$$= \frac{4 Z e^2 \gamma^3}{R} \int_0^R \left[\frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 - \frac{3}{2} + \frac{R}{r} \right] e^{-2\gamma r} r^2 dr \quad (3.7)$$

ile ifade edilir. $\gamma \ll 1$ olduğu için, $e^{-2\gamma r} \approx 1$ olarak alınarak, integrasyondan

$$\Delta E = \frac{4 Z^4 m^3 e^8}{10 \cdot \hbar^6} R^2 \quad (3.8)$$

elde edilir. Nokta çekirdeğin bağlanma enerjisi,

$$|E_0| = \frac{1}{2} Z^2 \frac{m e^4}{\hbar^2}$$

ve Bohr yarıçapı,

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2}$$

ifadeleri kullanılarak, enerji katkısı

$$\Delta E = \frac{4}{5} Z^2 |E_0| \left(\frac{R}{a_0} \right)^2 \quad (3.9)$$

şeklinde ifade edilir.

Görüldüğü gibi sonlu hacimli üniform yük dağılımına sahip çekirdeklerin enerji düzeylerinin referans enerji düzeylerine göre kayması sonlu hacmin yarıçapının karesi ile orantılıdır. Sonlu hacimli üniform yük dağılımına sahip iki izotop için izotop kayması

$$S = \Delta E(R + \Delta R) - \Delta E(R) \quad (3.10)$$

şeklinde tanımlanır. Bu bağıntıyı

$$S = \frac{\delta \Delta E(R)}{\delta R} \Delta R \quad (3.11)$$

şeklinde ifade edebiliriz. $R = r_0 A^{1/3}$ ($r_0 = 1,2F$) ifadesi kullanılarak, küresel çekirdekler için izotop kayması

$$S = \frac{2}{3} \frac{\Delta A}{A} \Delta E \quad (3.12)$$

ile ifade edilir.

4- DEFORME ÇEKİRDEKLERDE İZOTOP KAYMASI HESABI

4-1. DEFORME ÇEKİRDEKLER

Kabuk modelin öngördüğü uyarılmış durumlar, manyetik ve kuadrupol momentler ile bunların ölçülen değerleri arasında ciddi sapmalar vardır. Bu olayın açıklanması için deforme çekirdek modeli geliştirildi. Nükleon sayısı sihirli sayılara eşit olan çekirdeklerde bütün kabuklar doludur ve çekirdeğin şekli küreseldir. Bu çekirdeklerin kuadrupol momentleride sıfırdır. Dolu küresel kabuklara kor denir. Nükleon sayısı sihirli sayılar arasında olan çekirdeklerde kor'un dışındaki nükleonlar ile kor arasındaki etkileşmenin sonucu deforme olur. Kor'un şekli ve açısal momentumu çekirdeklerin özelliklerinin belirlenmesinde önemli rol oynar.

Deforme olmuş çekirdeğin yüzey denklemi,

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{M=-\lambda}^{\lambda} \alpha_{\lambda M} Y_{\lambda M}(\theta, \phi) \right] \quad (4-1.1)$$

ifadesi ile belirtilebilir (13,14). Burada θ ve ϕ keyfi uzay koordinatlarına göre polar açıları, $Y_{\lambda M}$ açısal harmonikleri ve $\alpha_{\lambda M}$ ise sabit uzay eksenlerine göre şekil değişimini belirler. (4-1.1) bağıntısının $\lambda=0$ 'a karşılık gelen terimi çekirdek hacminin değişimine bağlıdır, eğer çekirdeğin hacminin deformasyonla değişmediğini kabul edersek, $\lambda=0$ 'a karşılık gelen terim gözönüne alınmaz. $\lambda=1$ 'e karşılık gelen

terim ise çekirdeğin toplam ötelenmesini temsil eder. Biz bu çalışmada ötelenmelerle ilgilenmediğimizden $\lambda = 1$ 'e karşılık gelen terimi ihmal edebiliriz. Böylece çekirdeğin yüzey denklemi

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda=2}^{\infty} \sum_{M=-\lambda}^{\lambda} \alpha_{\lambda M} Y_{\lambda M}(\theta, \phi) \right] \quad (4-1.2)$$

ile ifade edilir. $\lambda = 2$ olan kuadrupol terimleri spektroskopide oldukça önemlidir. Biz bu çalışmada yalnızca ($\lambda = 2$) kuadrupol deformasyonlu çekirdekleri incelediğimiz için, çekirdeğin yüzey denklemini

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left[1 + \sum_{M=-2}^2 \alpha_{2M} Y_{2M}(\theta, \phi) \right] \quad (4-1.3)$$

ile ifade edebiliriz. Bu bağıntı açık olarak,

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left[1 + \alpha_{2,2} Y_{2,2} + \alpha_{2,-2} Y_{2,-2} + \alpha_{2,1} Y_{2,1} + \alpha_{2,-1} Y_{2,-1} + \alpha_{2,0} Y_{2,0} \right] \quad (4-1.4)$$

şeklinde yazılır. Bu bağıntı kuadrupol şekil deformasyonunu belirler.

Kuadrupol deformasyonlu çekirdeklerin yüzey denklemi, kartezyen koordinatlarda

$$R(x,y,z) = R_0 \left[1 + \alpha_{xx} \frac{x^2}{r^2} + \alpha_{yy} \frac{y^2}{r^2} + \alpha_{zz} \frac{z^2}{r^2} + 2\alpha_{xy} \frac{xy}{r^2} + 2\alpha_{xz} \frac{xz}{r^2} + 2\alpha_{yz} \frac{yz}{r^2} \right] \quad (4-1.5)$$

ile ifade edilir (14). (4-1.4) bağıntısında küresel harmoniklerin kartezyen koordinatlardaki değerleri yerine konduğunda, (4-1.4) ve (4-1.5) bağıntıları aynı yüzeyi temsil ettiklerinden özdeş olmalıdırlar. Bu iki bağıntının eşitlenmesinden

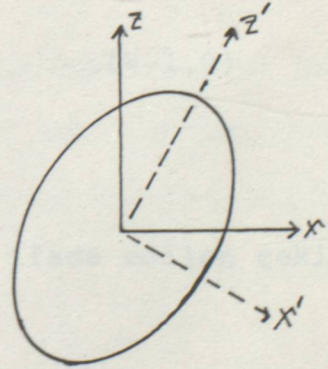
$$\alpha_{2,\pm 2} = \left(\frac{8}{15\pi}\right)^{1/2} \frac{1}{2} (\alpha_{xx} - \alpha_{yy} \pm 2i\alpha_{xy})$$

$$\alpha_{2,\pm 1} = \mp \left(\frac{8}{15\pi}\right)^{1/2} (\alpha_{xz} \pm i\alpha_{yz}) \quad (4-1.6)$$

$$\alpha_{2,0} = \left(\frac{8}{15\pi}\right)^{1/2} \frac{1}{6} \sqrt{6} (2\alpha_{zz} - \alpha_{xx} - \alpha_{yy})$$

oldukları görülür.

Uygun bir dönüşüm olarak (Şekil-2); Sabit cisim eksenlerini koordinat sistemi olarak seçersek, (4-1.5) bağıntısıyla ifade edilen yüzey denklemi,



Şekil-2

$$R'(x', y', z') = R_0 \left[1 + \alpha'_{xx} \frac{x'^2}{r^2} + \alpha'_{yy} \frac{y'^2}{r^2} + \alpha'_{zz} \frac{z'^2}{r^2} \right] \quad (4-1.7)$$

formuna girer. Bu durumda (4-1.6) bağıntıları,

$$\alpha'_{2, \pm 2} = \left(\frac{8}{15\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{2} (\alpha'_{xx} - \alpha'_{yy} \pm 2i\alpha'_{xy})$$

$$\alpha'_{2, \pm 1} = \left(\frac{8}{15\pi} \right)^{1/2} (\alpha'_{xz} \pm i\alpha'_{yz}) \quad (4-1.8)$$

$$\alpha'_{2, 0} = \left(\frac{8}{15\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{6} \sqrt{6} (2\alpha'_{zz} - \alpha'_{yy} - \alpha'_{xx})$$

ile ifade edilirler. Bu sistemde $\alpha'_{xy} = \alpha'_{yz} = \alpha'_{xz} = 0$ dır. Böylece (4-1.8) bağıntılarından

$$\alpha'_{2,2} = \alpha'_{2,-2}$$

$$\alpha'_{2,1} = \alpha'_{2,-1} = 0 \quad (4-1.9)$$

oldukları görülür. Böylece (4-1.4) ile ifade edilen çekirdeğin yüzey denklemi,

$$R(\theta', \phi') = R_0 \left[1 + \alpha'_{2,0} Y_{2,0} + \alpha'_{2,2} (Y_{2,2} + Y_{2,-2}) \right] \quad (4-1.10)$$

şekline gelir. Bu bağıntıda küresel harmoniklerin ifadeleri yerine yazılmasıyla,

$$R(\theta', \phi') - R_0 = \left(\frac{5}{16\pi} \right)^{1/2} R_0 \left[\alpha'_{2,0} (3\cos^2 \theta' - 1) + \alpha'_{2,2} \sqrt{6} \sin^2 \theta' \cos 2\phi' \right] \quad (4-1.11)$$

formunda ifade edilir. Bütün elipsoidal şekilleri tanımlayacak biçimde

$$\alpha'_{2,2} = \alpha'_{2,-2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \chi$$

$$\alpha'_{2,0} = \beta \cos \chi$$

dönüşümlerini yapmak uygundur (2,14). Burada β şekil deformasyon miktarını belirler; χ 'nin önemi sabit cisim eksenleri boyunca artmalar hesaplanırken ortaya çıkar. Bu dönüşümlerle (4-1.11) bağıntısı

$$R(\theta', \phi') - R_0 = \left(\frac{5}{16\pi}\right)^{1/2} R_0 \beta \left[\cos \gamma (3\cos^2 \theta' - 1) + \sqrt{3} \sin \gamma \sin^2 \theta' \cos 2\phi' \right] \quad (4-1.12)$$

şeklinde yazılır. Sabit cisim koordinat sisteminde, $\theta = 0$ z eksenini, $\theta = 90$, $\phi = 0$ x eksenini ve $\theta = 90$, $\phi = 90$ y eksenini temsil ederler. (4-1.11) denkleminden eksenlerdeki değişimler

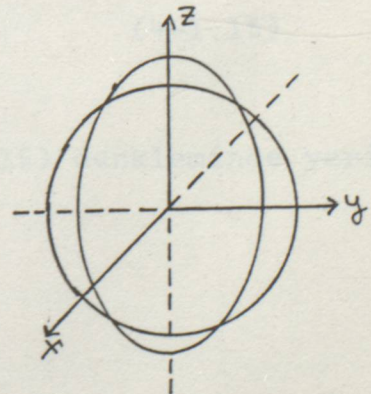
$$\delta R_Z = R(0, \phi) - R_0 = \left(\frac{5}{4\pi}\right)^{1/2} R_0 \beta \cos \gamma$$

$$\delta R_X = R\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) - R_0 = \left(\frac{5}{4\pi}\right)^{1/2} R_0 \beta \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4-1.13)$$

$$\delta R_Y = R\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - R_0 = \left(\frac{5}{4\pi}\right)^{1/2} R_0 \beta \cos\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right)$$

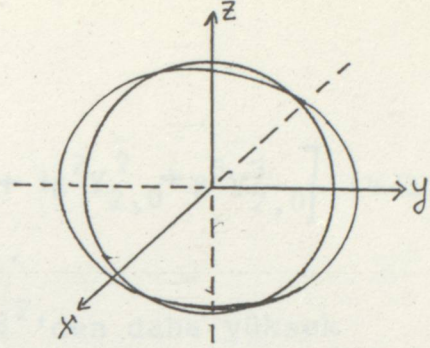
ile ifade edilirler.

Küresel çekirdekler $\beta = 0$ 'a karşılık gelirler. β sıfırdan farklı ise çekirdek elipsoidal bir duruma karşılık gelir. $\gamma = 0, \frac{2\pi}{3}$ ve $\frac{4\pi}{3}$ değerleri prolate duruma, $\gamma = \pi, \frac{\pi}{3}$ ve $\frac{5\pi}{3}$ değerleri ise oblate duruma karşılık gelirler.



Şekil-3a. $\gamma = 0$, prolate

Bu çalışmada $\gamma = 0$ olan çekirdekleri ele aldığımızdan, çekirdeğin yüzey denklemini (4-1.12) bağıntısından



Şekil-3b, $\gamma = \pi$, oblate

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left[1 + \beta Y_{2,0} \right] \quad (4-1.14)$$

formu ile tanımlayabiliriz (15).

Deformasyon çekirdeğin toplam hacminde bir değişikliğe neden olmadığına göre (4-1.13) bağıntısındaki R_0 'ı, küresel çekirdeğin yarıçapı (R) cinsinden ifade edebiliriz.

Toplam hacim değişmediğinden,

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \pi R^3 &= \int_{\text{deforme çekirdek}} dV = \int r^2 dr d\Omega = d\Omega \int_0^{R(\theta, \phi)} r^2 dr \\ &= \frac{1}{3} R^3(\theta, \phi) d\Omega \end{aligned} \quad (4-1.15)$$

formundadır. (4-1.14) ifadesinin (4-1.15) denkleminde yerine yazılmasıyla,

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{R_o^3}{3} \int d\Omega \left[1 + 3\beta Y_{2,0} + 3\beta^2 Y_{2,0}^2 + \beta^3 Y_{2,0}^3 \right] \quad (4-1.16)$$

şekline gelir. β küçük olduğundan β^2 'den daha yüksek mertebedeki terimleri ihmal edersek (4-1.16) bağıntısı,

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{R_o^3}{3} \left[\int d\Omega + 3\beta \int Y_{2,0} d\Omega + 3\beta^2 \int Y_{2,0}^2 d\Omega \right] \quad (4-1.17)$$

formunda yazılır. Burada,

$$Y_{2,0} = \left(\frac{5}{16\pi} \right)^{1/2} (3\cos^2\theta - 1)$$

ifadesiyle tanımlanır ve

$$\int Y_{2,0} d\Omega = 0 \quad , \quad \int Y_{2,0}^2 d\Omega = 1$$

olduğu bilinir. Bu ifadelerin (4-1.17) bağıntısında kullanılmasıyla,

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R_o^3 \left[1 + \frac{3}{4\pi} \beta^2 \right]$$

veya

$$R_0 = R \left[1 + \frac{3}{4\pi} \beta^2 \right]^{-1/3} \quad (4-1.18)$$

formunda yazılır. Bu ifadeyi kuvvet serisine açarak, β^2 'den yüksek mertebedeki terimlerin ihmal edilmesiyle,

$$R_0 = R \left[1 - \frac{1}{4\pi} \beta^2 \right] \quad (4-1.19)$$

olarak ifade edilir. Bu ifadeyi (4-1.14) bağıntısında yerine yazarak, deforme çekirdeğin yüzey denklemini, küresel çekirdeğin yarıçapı cinsinden

$$R(\theta, \phi) = R \left[1 + \beta Y_{2,0} - \frac{\beta^2}{4\pi} \right] \quad (4-1.20)$$

bağıntısıyla ifade edilir.

4-2. İZOTOP KAYMASI HESABI

Küresel çekirdeklerde pertürbasyon enerjisinin (3.9) bağıntısıyla R^2 ile orantılı olduğu hesaplandı.

Bu sonuç deforme çekirdeklerde potansiyel enerji hesabı yapmadan, pertürbasyon enerjisini hesaplamamıza olanak sağlar (1,16).

Bundan dolayı, bu çalışmada pertürbasyon enerjisi, bu çekirdeğe ait eşdeğer yarıçap ifadesinin (3.9) bağıntısında doğrudan kullanılmasıyla elde edildi.

Deforme çekirdeğin eşdeğer yarıçapı,

$$R_{eş}^2 = \frac{5}{3} R_{rms}^2 \quad (4-2.1)$$

şeklinde tanımlanır (17,18). Burada R_{rms} çekirdeğin kare ortalamaları yarıçapıdır.

$\rho(r)$ herhangi bir yük dağılımı fonksiyonu olmak üzere, bir çekirdeğin kare ortalamaları yarıçapı

$$R_{rms}^2 = \frac{\int \rho(r) r^2 dv}{\int \rho(r) dv} \quad (4-2.2)$$

olarak tanımlanır. Üniform bir yük dağılımına sahip deforme çekirdekler için

$$R_{rms}^2 = \frac{3}{5} \frac{\int R^5(\theta, \phi) d\Omega}{\int R^3(\theta, \phi) d\Omega} \quad (4-2.3)$$

formuna gelir. Burada $R(\theta, \phi)$ yerine (4-1.20) bağıntısı kullanılarak ve β küçük olduğu için β^2 'den daha yüksek mertebedeki terimlerinin sıfır olarak alınmasıyla, deforme çekirdeğin kare ortalamaları yarıçapı

$$R_{rms}^2 = \frac{3}{5} R^2 \left(1 + \frac{5}{4\pi} \beta^2\right) \quad (4-2.4)$$

ile ifade edilir. Burada R ($R = 1,2 A^{1/3} F$) küresel çekirdeğin yarıçapıdır.

Deforme çekirdeğin eşdeğer yarıçapı

$$\begin{aligned} R_{es}^2 &= \frac{5}{3} R_{rms}^2 \\ &= R^2 \left(1 + \frac{5}{4\pi} \beta^2 \right) \end{aligned} \quad (4-2.5)$$

formundadır. Bu ifadenin (3.9) bağıntısındaki R^2 'nin yerine yazılmasıyla, Deforme çekirdeğin pertürbasyon enerjisi,

$$\begin{aligned} \Delta E_d &= \frac{4}{5} Z^2 |E_0| \frac{R_{es}^2}{a_0^2} \\ &= \frac{4}{5} Z^2 |E_0| \left(\frac{R}{a_0} \right)^2 \left(1 + \frac{5}{4\pi} \beta^2 \right) \\ &= \Delta E \left(1 + \frac{5}{4\pi} \beta^2 \right) \end{aligned} \quad (4-2.6)$$

ile ifade edilir. Burada ΔE küresel çekirdeğin pertürbasyon enerjisidir. Böyle bir enerji değişimi ifadesi için izotop kayması

$$S_d = \Delta E_d(R + \Delta R) - \Delta E_d(R) \quad (4-2.7)$$

şeklinde tanımlanır. Bu bağıntı

$$S_d = -\frac{\delta \Delta E_d}{\delta R} \Delta R + \frac{\delta \Delta E_d}{\delta \beta^2} \Delta \beta^2 \quad (4-2.8)$$

formu ile ifade edilir. S küresel çekirdeğin izotop kayması ifadesi olmak üzere, Deforme çekirdekler için izotop kayması

$$S_d = S \left(1 + \frac{15}{8\pi} \frac{A}{\Delta A} \Delta \beta^2 \right) \quad (4-2.9)$$

bağıntısıyla verilir.

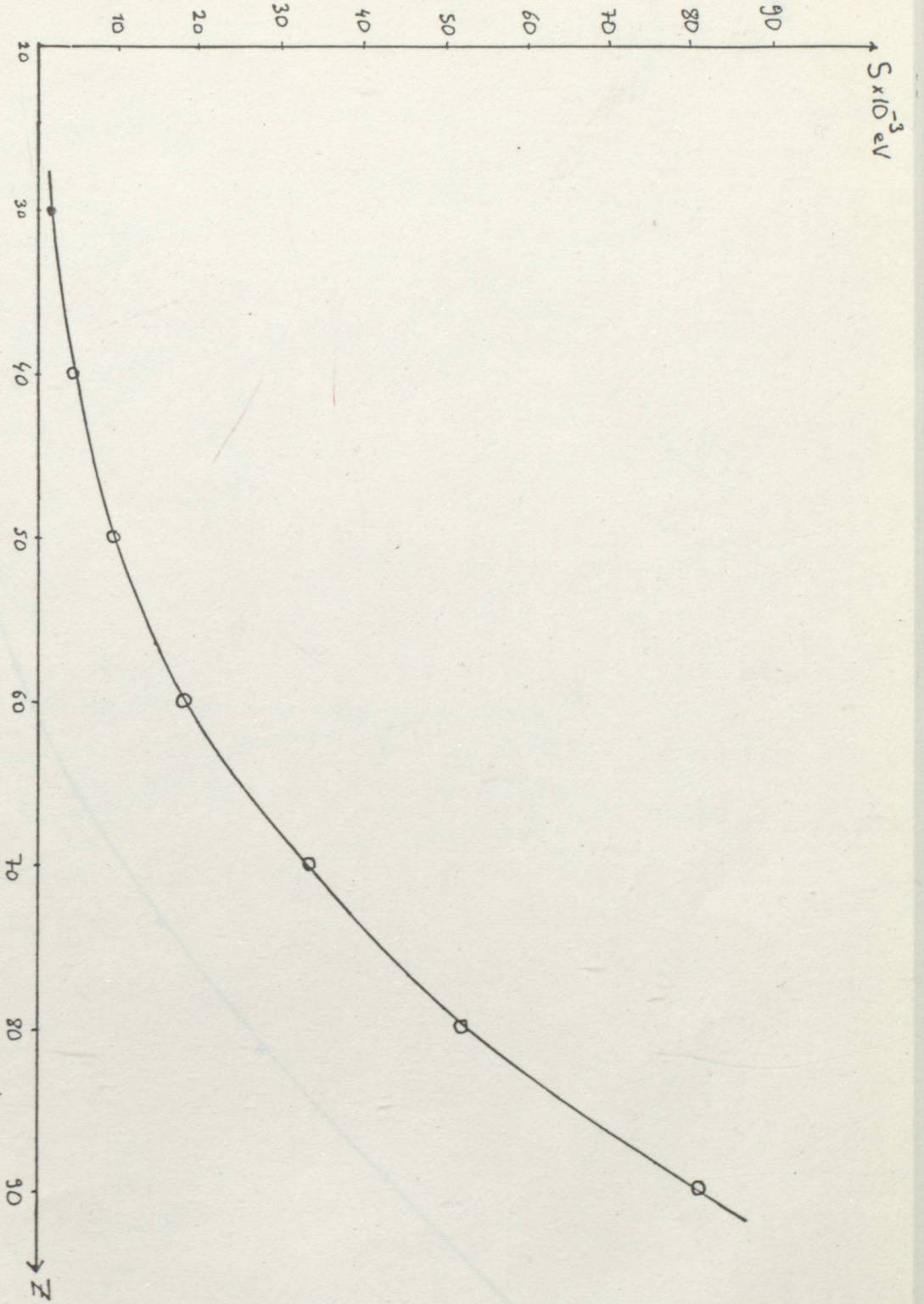
Deforme çekirdeklerin izotop kaymasını hesaplamak için yalnızca, deneysel olarak saptanmış β deformasyon parametrelerinin bilinmesine ihtiyaç vardır. Bu çalışmada

$\Delta A = 2$ olarak alınmıştır. Deformasyon parametreleri bilinen çekirdekler (2) için hesaplar yapılmış, sonuçlar ve grafikler verilmiştir. Şekil-6 , S_d/S 'in deneysel verilerinin nötron sayısına bağlı olarak çizimidir (19).

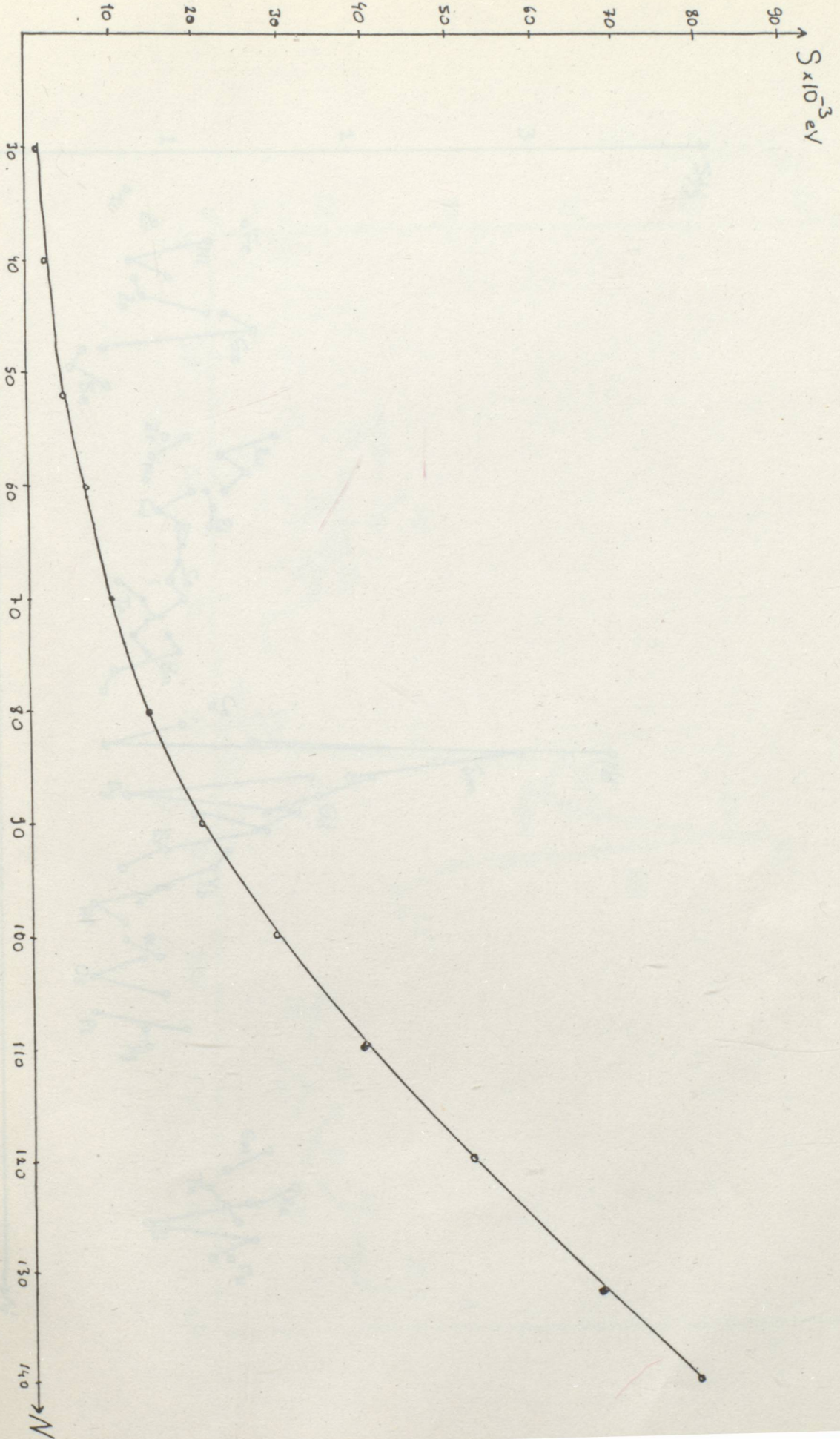
TABLO-1

As	Z	N	S	Sd	Sd/S	(Sd-S)/S
Ti	22	24	0.00049	0.00037	0.75428	-0.24572
Cr	24	28	0.00066	0.00060	0.90845	-0.09155
Fe	26	28	0.00090	0.00127	1.41414	0.41414
Ni	28	30	0.00118	0.00143	1.20943	0.20943
Ni	28	32	0.00117	0.00089	0.76365	-0.23635
Ni	28	34	0.00115	0.00114	0.98890	-0.01110
Zn	30	34	0.00151	0.00116	0.77082	-0.22918
Zn	30	36	0.00149	0.00122	0.82077	-0.17923
Zn	30	38	0.00148	0.00176	1.19481	0.19481
Ge	32	38	0.00189	0.00244	1.28827	0.28827
Ge	32	40	0.00187	0.00275	1.46839	0.46839
Ge	32	42	0.00186	0.00113	0.60914	-0.39086
Se	34	42	0.00235	0.00113	0.48064	-0.51936
Se	34	44	0.00232	0.00099	0.42507	-0.57493
Se	34	46	0.00231	0.00143	0.62042	-0.37958
Zr	40	52	0.00422	0.00398	0.94509	-0.05491
Mo	42	52	0.00509	0.00544	1.07013	0.07013
Mo	42	54	0.00505	0.00444	0.87968	-0.12032
Ru	44	52	0.00608	0.00961	1.57869	0.57869
Ru	44	54	0.00604	0.00746	1.23396	0.23396
Ru	44	56	0.00600	0.00838	1.39689	0.39689
Ru	44	58	0.00596	0.00761	1.27699	0.27699
Pd	46	58	0.00708	0.00833	1.17690	0.17690
Pd	46	60	0.00703	0.00850	1.20877	0.20877
Pd	46	62	0.00699	0.00854	1.22238	0.22238
Cd	48	58	0.00834	0.00923	1.10755	0.10755
Cd	48	60	0.00829	0.00748	0.90331	-0.09669
Cd	48	62	0.00824	0.00886	1.07550	0.07550
Cd	48	64	0.00819	0.00860	1.05013	0.05013
Sn	50	62	0.00964	0.00996	1.03342	0.03342
Sn	50	66	0.00953	0.00982	1.03115	0.03115
Sn	50	68	0.00947	0.00924	0.97535	-0.02465
Sn	50	70	0.00942	0.00999	1.06088	0.06088
Sn	50	72	0.00937	0.00851	0.90898	-0.09102
Te	52	68	0.01102	0.00747	0.67771	-0.32229
Te	52	70	0.01096	0.00896	0.81797	-0.18203
Te	52	72	0.01090	0.00993	0.91119	-0.08881
Te	52	74	0.01084	0.00811	0.74808	-0.25192
Te	52	76	0.01078	0.00922	0.85485	-0.14515
Ba	56	74	0.01443	0.01393	0.96509	-0.03491
Ba	56	76	0.01436	0.01458	1.01576	0.01576
Ba	56	78	0.01429	0.00914	0.64011	-0.35989
Ba	56	80	0.01421	0.00827	0.58198	-0.41802
Ce	58	82	0.01620	0.01931	1.19218	0.19218
Nd	60	84	0.01838	0.01879	1.02235	0.02235
Nd	60	86	0.01829	0.01079	0.59002	-0.40998
Nd	60	88	0.01821	0.06269	3.44235	2.44235

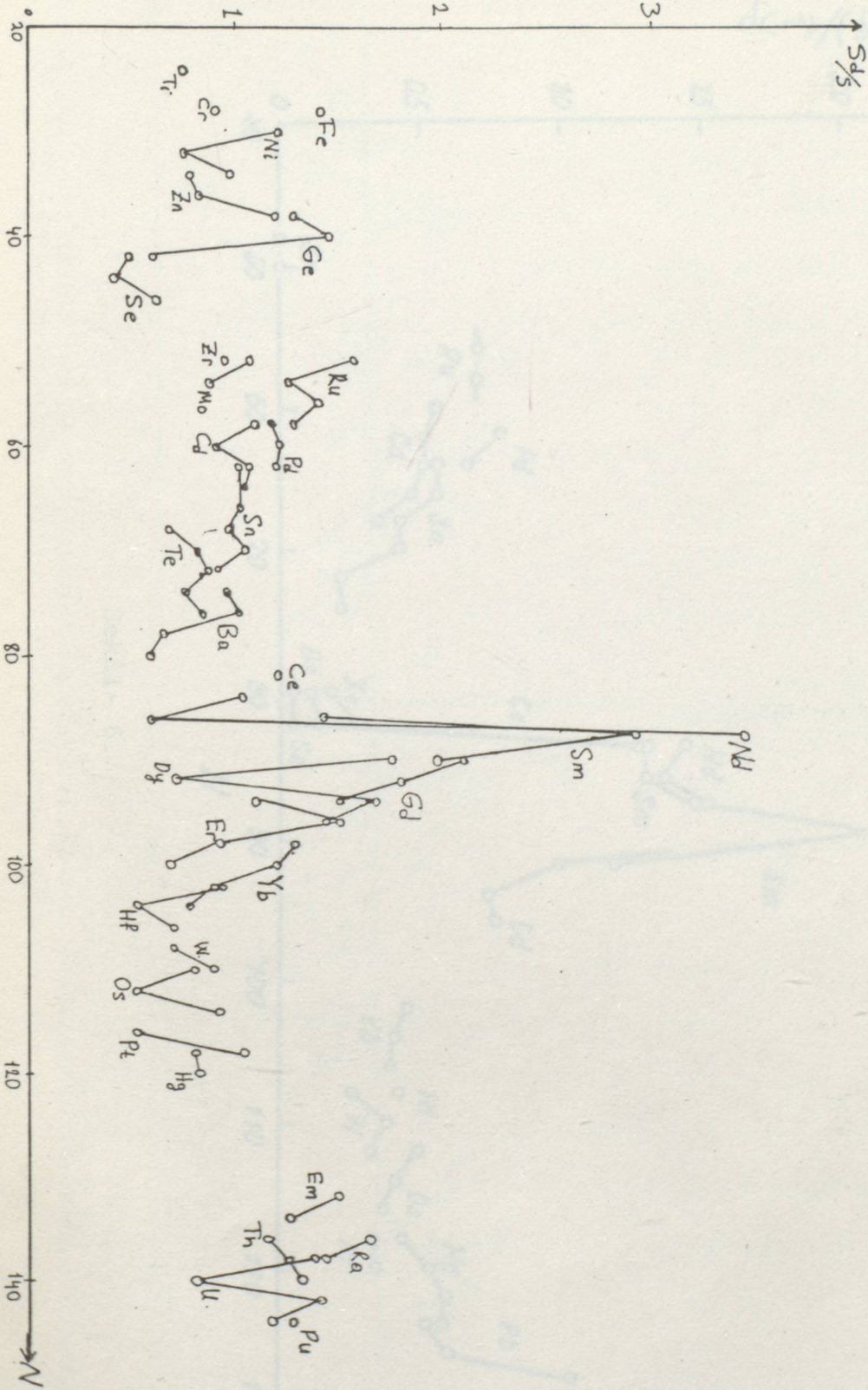
Ac	Z	N	S	Sd	Sd/S	(Sd-S)/S
Sm	62	86	0.02076	0.02966	1.42841	0.42841
Sm	62	88	0.02067	0.06083	2.94269	1.94268
Sm	62	90	0.02058	0.04056	1.97069	0.97069
Gd	64	90	0.02327	0.04893	2.10294	1.10294
Gd	64	92	0.02317	0.04182	1.80536	0.80536
Gd	64	94	0.02307	0.02840	1.23103	0.23103
Dy	66	90	0.02620	0.04571	1.74485	0.74485
Dy	66	92	0.02609	0.01859	0.71239	-0.28761
Dy	66	94	0.02598	0.04062	1.56341	0.56341
Dy	66	96	0.02587	0.03738	1.44476	0.44476
Er	68	94	0.02915	0.03169	1.08702	0.08702
Er	68	96	0.02903	0.04381	1.50898	0.50898
Er	68	98	0.02892	0.02663	0.92074	-0.07926
Er	68	100	0.02880	0.01956	0.67914	-0.32086
Yb	70	98	0.03234	0.04207	1.30080	0.30080
Yb	70	100	0.03222	0.03924	1.21814	0.21814
Yb	70	102	0.03209	0.02913	0.90761	-0.09239
Yb	70	104	0.03197	0.02483	0.77673	-0.22327
Hf	72	102	0.03578	0.03262	0.91173	-0.08827
Hf	72	104	0.03564	0.01823	0.51155	-0.48845
Hf	72	106	0.03551	0.02476	0.69723	-0.30277
W.	74	108	0.03933	0.02758	0.70129	-0.29871
W.	74	110	0.03919	0.03531	0.90116	-0.09884
Cs	76	110	0.04344	0.03500	0.80573	-0.19427
Os	76	112	0.04329	0.02240	0.51752	-0.48248
Os	76	114	0.04314	0.03996	0.92629	-0.07371
Pt	78	116	0.04753	0.02441	0.51370	-0.48630
Pt	78	118	0.04737	0.04903	1.03509	0.03509
Hg	80	118	0.05224	0.04180	0.80029	-0.19971
Hg	80	120	0.05206	0.04265	0.81916	-0.18084
Em	86	132	0.06756	0.09995	1.47945	0.47945
Em	86	134	0.06735	0.08460	1.25604	0.25604
Ra	88	136	0.07340	0.12050	1.64171	0.64171
Ra	88	138	0.07318	0.10329	1.41140	0.41140
Th	90	136	0.08006	0.09194	1.14837	0.14837
Th	90	138	0.07983	0.09992	1.25174	0.25174
Th	90	140	0.07960	0.10582	1.32945	0.32945
U.	92	138	0.08691	0.12270	1.41181	0.41181
U.	92	140	0.08666	0.06866	0.79230	-0.20770
U.	92	142	0.08641	0.12382	1.43294	0.43294
U.	92	144	0.08617	0.10195	1.18311	0.18311
Pu	94	144	0.09365	0.11958	1.27699	0.27699



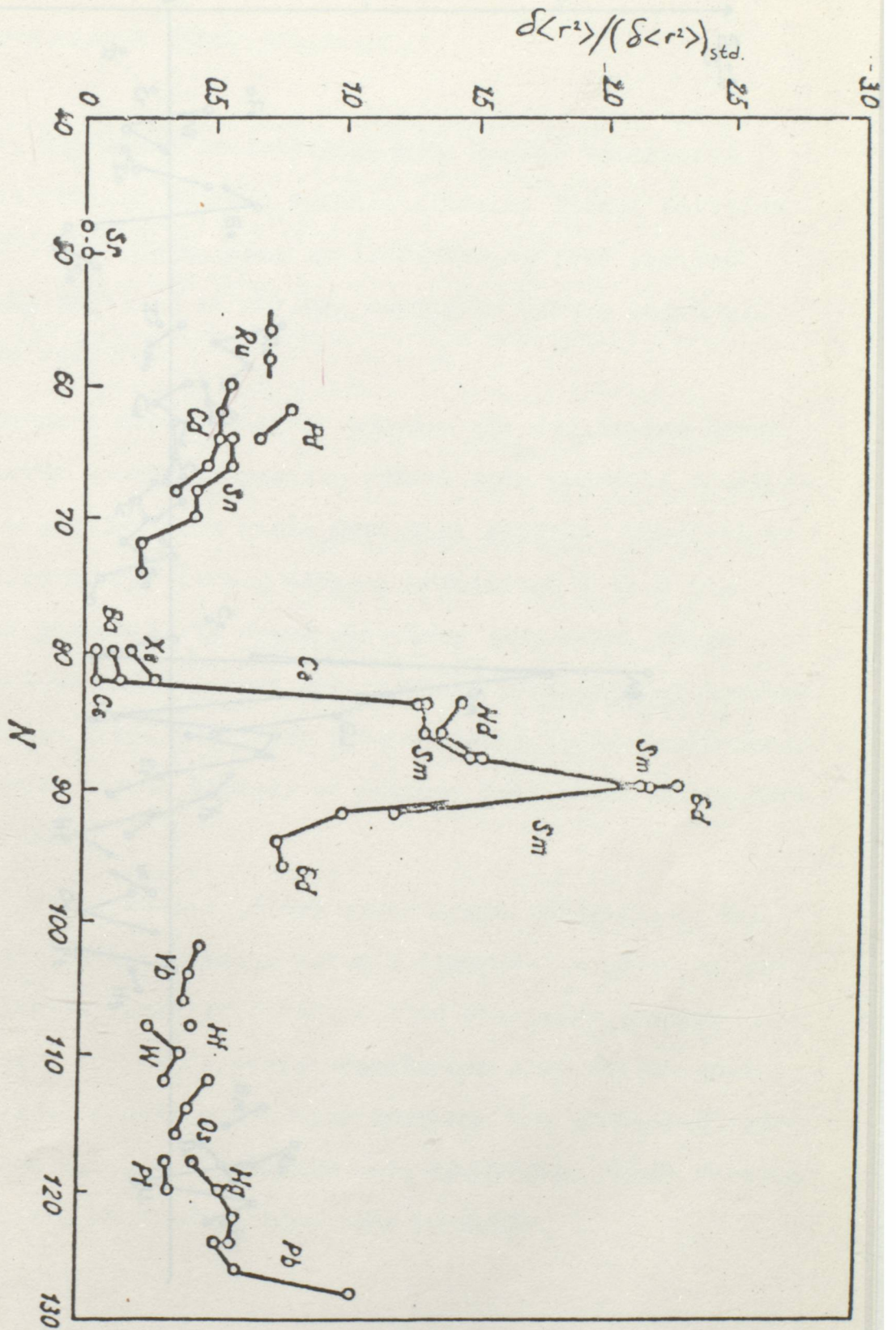
Şekil- 4a. Homojen yük dağılımına sahip küresel çekirdekte izotop kayması.



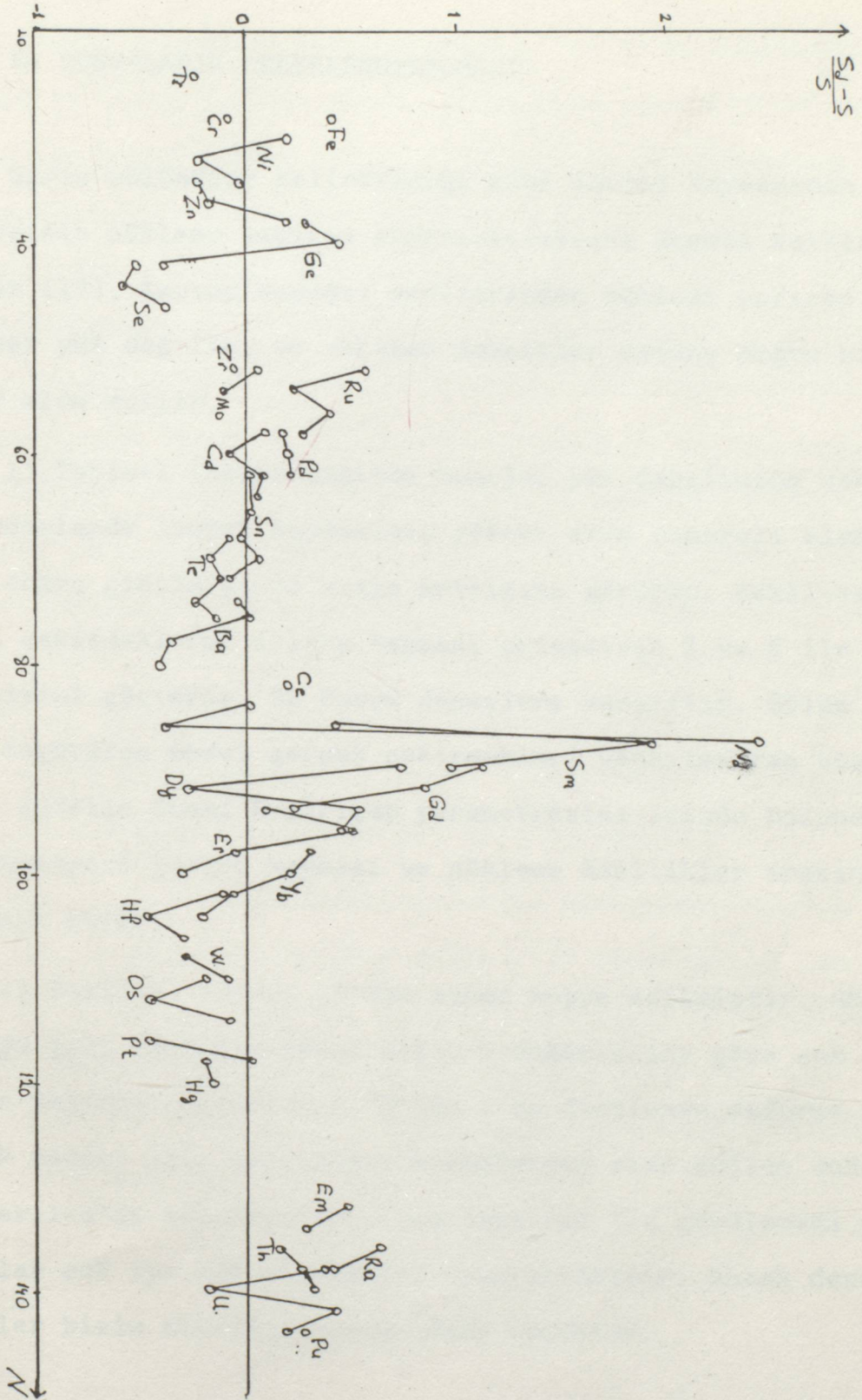
Şekil- 4b. Homojen yük dağılımına sahip küresel çekirdeklere izotop kayması.



Şekil- 5. Deforme çekirdeklerdeki izotop kaymasının küresel çekirdeğin izotop kaymasına oranı.



Sekil- 6.



Şekil- 7. Çekirdek deformasyonundan kaynaklanan izotop kaymasının küresel çekirdeğin izotop kaymasına oranı.

5- SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

Giriş bölümünde belirtildiği gibi izotop kaymasının bilinmesinin nükleer yapının aydınlatılmasına önemli katkılar sağlar (17). İzotop kayması verilerinden nükleer yarıçap, nükleer yük dağılımı ve nükleer momentler üstüne doğru bilgiler elde edilir.

1) Tablo-1 incelendiğinde homojen yük dağılımına sahip çekirdeklerde izotop kaymasının yüksek atom numaralı elementlere doğru gidildiğinde hızla arttığını görürüz. Şekil-4a ve 4b bu çekirdeklerde izotop kayması artmasının Z ve N ile değişimini gösterir. Bu durum deneylere karşıttır. Bölüm 3'de öngörülen model gerçek çekirdekleri yansıtmaktan uzaktır. Ancak modelin önemi R-yarıçap parametresini içinde bulundurur. R parametresi izotop kayması ve nükleer özellikler arasındaki ilişkiyi kurar.

2) Şekil-6, kaynak 19'dan aynen kopye edilmiştir. Görüldüğü gibi izotop kayması artan N değerlerine göre çok değişken değerler olmaktadır. Bölüm 4'de özetlenen deforme çekirdek modeli için yaptığımız hesaplardan elde edilen sonuçlar Şekil-5'de sunulmuştur. Karşılaştırma ile görüleceği gibi sonuçlar çok iyi bir sistematik uyum içindedir. Ancak deneysel değerler bizim sonuçlarımızdan daha küçüktür.

İzotop kaymasına katkıda bulunan ancak bu çalışmada ihmal edilen terimler ve daha yüksek mertebeden pertürbasyon teriminin katkısı ile daha iyi bir uygunluğun sağlanacağına inanıyoruz. Ayrıca hesaplarda relativistik etkiler dikkate alınmadığı için 3-6 dalga fonksiyonu yerine relativistik dalga fonksiyonunun kullanılması gerekir. Nükleer alan elektron dalga fonksiyonunun önemli ölçüde bozar (15). Bunun sonucu olarak gerçek alan coulomb alanından daha az çekici olur ve çekirdek içinde elektron bulunması olasılığı azalır. Nükleer yarıçaptaki artmanın neden olduğu çekirdek-elektron potansiyelindeki değişme elektronun enerji düzeylerine daha az etkili olur. Dalga fonksiyonunun bozulmasından kaynaklanan etkininde hesaplara girmesi gerekir. Bu etki birinci mertebeden pertürbasyon terimine girmez. İzotop kayması problemi bizimele aldığımız biçimden çok daha karmaşıktır.

Son olarak sadece deformasyondan kaynaklanan izotop kayması hesaplanmış ve sonuçlar Şekil-7'de sunulmuştur. Bazı çekirdeklerde (Ru, Nd, Sm, Gd gibi) deformasyon izotop kaymasına pozitif yönde katkıda bulunmasına karşılık, bazı çekirdeklerde (Se, Ba, Hf, Os gibi) negatif yönde katkıda bulunduğu görülmüştür.

KAYNAKLAR

- 1) BARTLET R.C., Rep. Prog.in Phy., Part I, (1974).
- 2) STACEY D.N., Rep. Prog.in Phy., Part I, (1966).
- 3) BRIX P. and KOPFERMANN H., Rev. Mod. Phy., 41, 517, (1958).
- 4) MACAGNO E.R., et al., Phy. Rev.C., 1202, (1970).
- 5) BREIT G., ARFKEN G.B., and CLENDENIN W.W., Phy. Rev., 78, 390, (1950).
- 6) HILL D.L. and FORD W.K., Phy. Rev., 94, 1617 (1954).
- 7) WU C.S. and WILETS L., Ann. Rev. Nuc. Sci. 19, 527,(1969).
- 8) LORENZEN C.J., and NIEMAX K., J. Phy. B, 15, L139,(1982).
- 9) de CLERCQ E. et al., J. Phy. B, 14, L183, (1981).
- 10) WILETS L., HILL D.L, and FORD W.K., Phy Rev, 91, 1488, (1953).
- 11) MARTENSSON A.M. and SALOMONSON S. J. Phy.B, 15,2115, (1982).
- 12) SELTZER E.C., Phy. Rev., 188, 1916, (1969).
- 13) PRESTON M.A. and BHADURI R.K., Structure of the Nucleus, Addison - Wesley, (1975).
- 14) EISENBERG J.M. and GREINDER W., Nuclear Theory, Volume: 1, Nort-Holland Pub. Com., (1975).
- 15) de SHALIT A. and FESBACH H., Theorical Nuclear Physics, John Wiley - Sons, New York, (1974).

- 16) FORD W.K., and HILL D.L., Phy. Rev. 94, 1630, (1954).
- 17) NOWICKI G. et al., Phy. Rev. C., 18, 2369, (1978).
- 18) EHRLICH R.D., Phy. Rev., 173, 1088, (1968).
- 19) BOHR A. and MOTTELSON B.R., Nuclear Structure, Volum:1,
W.A. Benjamin, London, (1975).

ÖZGEÇMİŞ

1965 yılında Tunceli'de doğdu. İlk ve Orta öğrenimini Tunceli'de tamamladı. 1986 yılında İ.Ü. Fen Fakültesi Fizik Bölümünü bitirdi. 1987 yılından beri Y.Ü. Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.



