

154371

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

# SONSUZ HACİMLİ EKSTRA UZAYDAKİ ZAR ÜZERİNDE KÜTLEÇEKİMİ

Fizikçi Fatin BAYRAKTAR

F.B.E. Fizik Anabilim Dalı Fizik Programında  
Hazırlanan

MÜHÜRLE İSİME TEZİ

Tez Danışmanı: Yrd.Doç.Dr. Reyhan KAYA (YTÜ)

*Reyhan Kaya*

İSTANBUL, 2004

# İÇİNDEKİLER

Sayfa

|                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| İÇİNDEKİLER.....                                                        | ii  |
| ŞEKİL LİSTESİ.....                                                      | iii |
| ÖNSÖZ.....                                                              | iv  |
| ÖZET.....                                                               | v   |
| ABSTRACT.....                                                           | vi  |
| 1. GİRİŞ.....                                                           | 1   |
| 2. EKSTRA BOYUTLAR.....                                                 | 2   |
| 3. MINKOWSKI UZAYINDA KUANTUM ALAN TEORİSİ.....                         | 15  |
| 3.1 Green Fonksiyonları.....                                            | 16  |
| 4. EKSTRA MINKOWSKI UZAYINDA ZAR ÜZERİNDE KÜTLEÇEKİMİ.....              | 20  |
| 5. ZAR ÜZERİNDE DÖRT BOYUTLU KÜTLEÇEKİMİ.....                           | 22  |
| 5.1 Zar Üzerinde Newton Kütleçekimi.....                                | 22  |
| 5.1.1 Dört – Momentumun Karesinin Sıfır Olduğu Durum, $p^2=0$ .....     | 24  |
| 5.1.2 Dört-Momentumun Karesinin Sıfır Olmadığı Durum; $p^2\neq 0$ ..... | 25  |
| 5.2 Graviton İlerleyicisinin Tansör Yapısı.....                         | 25  |
| 5.2.1 Dört-Momentum Karesinin Sıfır Olduğu Durum, $p^2=0$ .....         | 28  |
| 5.2.2 Dört-Momentum Karesinin Sıfır Olmadığı Durum, $p^2\neq 0$ .....   | 28  |
| 6. SONUÇLAR.....                                                        | 29  |
| KAYNAKLAR.....                                                          | 30  |
| EKLER.....                                                              | 32  |
| Ek 1 Beş Boyutlu Mekanizma.....                                         | 33  |
| Ek 2 Lineerize Alan Denklemleri.....                                    | 34  |
| ÖZGEÇMİŞ.....                                                           | 38  |

## ŞEKİL LİSTESİ

|                                                                                                     |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 2.1 Uzak bir yıldızdan gelen ışığın Güneş yakınından geçerken bükülmesi [3].....              | 4  |
| Şekil 2.2 11. boyut çevresine sarılan zar ve çemberin yarıçapının çok küçük alındığı durum [3]..... | 8  |
| Şekil 2.3 Zar olarak Dünya [2].....                                                                 | 10 |
| Şekil 2.4 Ekstra boyutlar. ....                                                                     | 10 |
| Şekil 2.5 Açık ve kapalı sicimler (graviton modu) [2].....                                          | 11 |
| Şekil 2.6 Kozmozdaki madde ve enerji türleri [3]. ....                                              | 14 |



## ÖNSÖZ

Tezimin konusunu belirleyip çalışmamı yönlendiren ve her aşamasında beni destekleyen, bilgisinden faydalandığım danışmanım Sayın Yard. Doç. Dr. Reyhan Kaya'ya, bana fikir ve eleştirileriyle destek olan, beni yönlendiren bölüm başkanımız Sayın Prof. Dr. Emel Çingir'ya en içten dileklerimle teşekkür ederim.

Ve giderek artan sabırlarını, manevi desteklerini ve sonsuz güvenlerini benden asla esirgemeyen başta annem olmak üzere tüm aileme sonsuz teşekkürler.



## ÖZET

Sonsuzda düz olan,  $D>5$  uzay zaman içine gömülmüş düz ve sıfır olmayan gerilimli bir 3-zar vardır. Zar dünyahacmi üzerinde, dört boyutlu kütleçekimi elde edilir. Ekstra uzayın değişmez hacmi sonsuzdur. Düz, sonsuz hacimli ekstra uzayda delta fonksiyonu tipindeki zar üzerinde gravitasyonun dört boyutlu rölativistik tansör teorisi elde edilebileceğini gösteririz. Aynı zamanda Ref (Dvali vd., 2000)'deki mekanizma kullanılarak, beşden büyük boyut ele alındığında, delta fonksiyonu tipi zar dünyahacmi üzerinde Einstein kütleçekiminin dört boyutlu yasası elde edilebilir. Bu bulgular, hem klasik yöntemler, hem de gravitonun tansör yapısının kullanıldığı yöntemler ele alınarak ortaya konulur. Sonsuz - hacimli ekstra düz uzayın içine gömülmüş tek bir zar üzerinde kütleçekimin dört boyutlu rölativistik teorisi elde edilir. Eğer ekstra boyutun sayısı iki veya ikiden daha büyükse, delta fonksiyonu tipindeki zar üzerindeki indirgenmiş kütleçekim dört boyutlu rölativistik tansör teorisidir. Sonsuz hacim teorileri, kozmolojik sabit ve hiyerarşi problemine yeni bir bakış açısı getirir.

**Anahtar kelimeler:** Zar, Dünyahacmi, Kütleçekim.



## ABSTRACT

There is a flat non-zero tension embedded in  $D > 5$  space time which is also flat at infinity. We obtain four dimensional gravity on the brane worldvolume. Also, the invariant volume of the extra space is infinite. We demonstrate that a four dimensional relativistic tensor theory of gravitation can be obtained on a delta function brane in flat infinite – volume extra space. We show that by using the mechanism in Ref. (Dvali *et al.*, 2000) one can obtain the four dimensional laws of Einstein's gravity on a delta function type brane worldvolume if  $D > 5$ . Here we use either the classical methods or the methods in which we need to study the tensor structure of the graviton propagator. A relativistic 4D theory of gravitation on a singular brane which is embedded in a flat infinite – volume extra space is obtained. If the number of extra dimensions is two or bigger, then the induced gravity on a delta function type brane is a four dimensional relativistic tensor theory. The infinite volume theories give a new way of thinking about the cosmological constant and the hierarchy problem.

**Keywords:** Brane, Worldvolume, Gravity.



## 1. GİRİŞ

Ekstra uzayda, Standart Model parçacıkların tutunmuş olduğu bir zar var ise büzüşmüş ekstra boyutların büyüklüğü bir milimetre kadar olabilir (Arkani-Hamed vd, 1998, 1999, Antoniadis vd., 1998). Kütleçekimi, büzüşmüş, şişman ekstra boyutlara yayılır, ve bu yüzden kütleçekim şiddeti, diğer etkileşimlerin şiddetiyle karşılaştırıldığında zayıftır.

Ekstra uzayın büzüşmediği, fakat sıfırdan farklı eğriliği olan zar evren teorileri elde edildi (Randall ve Sundrum, 1999a; 1999b).

Bu çalışmanın amacı, ekstra boyutların büzüşmüş olmadığı ve sonsuzda düz olduğu modeller aramaktır. Bu durumda ekstra uzayın değişmez (invariant) hacmi sonsuzdur. Madde ve ayar alanları zar üzerine tutunmuştur (Akama, 1982; Rubakov ve Shaposhnikov, 1983; Dvali ve Shifman, 1997).

Standart Model parçacıklarının yaşadığı zar dünyahacmi (worldvolume) üzerinde dört boyutlu kütleçekimi elde edilecektir.

5-boyutlu (5D) düz uzay zamandaki zar üzerinde dört boyutlu kütleçekimi elde edildi (Dvali vd, 2000). Bu çalışmada beşden büyük boyutlu uzay zaman içindeki zar üzerinde referans (Dvali vd, 2000)'nın mekanizması ele alındı. Beşden büyük boyutları ele almanın temel motivasyonu, beş boyutlu uzayın düz ve sonsuz enine uzay içine gömülebilmesidir (Vilenkin, 1983; Ipser ve Sikivie 1984; Linde ve Kaloper, 1999).

Eğer beşden büyük boyut ele alırsak, delta fonksiyonu tipindeki zar dünyahacmi üzerinde Einstein kütleçekiminin dört boyutlu yasası elde edilebilir. Beş boyutlu ve beşden büyük boyutlu teori arasındaki fark şudur: İlkinde zar uzayının enine bileşeni bir boyutludur ve enine Green fonksiyonları orijinde şonludur. İkincisinde Green fonksiyonları orijinde ıraksamaktadır.

Elde edilen sonuçlar şöyle özetlenebilir: Sonsuzda düz olan,  $D > 5$  uzay zaman içine gömülmüş düz ve sıfır olmayan gerilimli bir 3-zar vardır. Böylece, ekstra uzayın değişmez hacmi sonsuzdur. Zar üzerine tutunmuş madde, “kütle” (bulk) kütleçekimi ile çiftleşir. Bu çiftlenimin sonucu olarak, dünyahacmi üzerindeki kuantum halkaları aracılığıyla, gravitonlar için dört boyutlu kinetik terim üretilir. Dört boyutlu gravitonlar, “kütle” gravitonların bir parçasıdır.

Sonsuz – hacimli teoriler, kozmolojik sabit problemi ve karanlık enerji problemine yeni bir bakış açısı getirmektedir.

## 2. EKSTRA BOYUTLAR

Evrenin çıkışı, içeriği, işleyişi, tarihi, geleceği ile artık kozmolojinin ilgi alanındayız. Bu bilim dalı, akıl almaz varlıkların, olağanüstü büyük yapıların yanısıra, atomaltı parçacıkların etkileşimiyle de ilgilidir.

Tüm evrendeki maddeyi 14 milyar yıl önce sonsuz yoğunlukta bir nokta gibi düşünmek oldukça güçtür. Ama bunu esas alan Büyük Patlama, evrenin içeriği, yoğunluğu ve daha birçok konuda bize bilgi verirken, bazı konularda yetersiz kalır. Mesela evrenin büyük ölçekte nasıl bu kadar homojen olduğu ve onda oluşan yoğunluk farklarını açıklamakta o kadar başarılı olmayan Big Bang (Büyük Patlama); evrenin şişme senaryosu ile birleştirilince ortaya Standart Model çıkıyor. Şişme, Büyük Patlama'dan hemen sonra evrenin sadece saniyenin neredeyse sonsuz küçüklükteki kesri boyunca ( $10^{-30}$ s) muazzam hızda genişlediğini söyleyen, mikrodalga fon ışıınımı üzerinde yapılan son gözlem ve ölçümlerle doğrulanan ve Büyük Patlama'nın eksiklerini gideren bir senaryodur.

Standart Modelin öngörmediği evrenin ivmelenen genişleme olgusunu ortaya atanlardan Paul Steinhardt, evrenin bir patlamayla başlayıp çöküşle sona erdiği kozmik evrelerinin birbiri peşisıra, sonsuza kadar sıralandığı “Döngüsel Evren” modelini önerdi. Modelin en can alıcı noktası; karanlık enerji diye tanımlanan itici ve değişken boşluk enerjisini ve başlangıçtaki tekilliği öne sürmeme gibi kusurları taşıyamayışı ve sicim kuramının önerilerini de içeren bir genişleme tablosu çizebilmesidir.

Standart Model'deki şişme evresi yerine Steinhardt her döngüsünde, ağır bir tempoyla ivmelenen bir genişleme ve ardınca gelen bir büzüşme dönemini içeren ve tabii döngü sayısının sonsuz olduğu bir model öngördü. Dolayısıyla bu tablo zamanda bir başlangıca (ve başlangıç koşullarına) gerek bırakmadı. Ve Büyük Patlama'nın tek başına açıklayamadığı evrenin homojenliği, enerjisi, düzlüğü ve ayrıca karanlık madde olgularını da açıkladığı iddiasındadır.

Steinhardt'ın çizdiği evren resmi, 1930'larda ortaya atılmış olan madde yoğun ve dolayısıyla kütleçekimin genişlemeyi giderek yavaşlatıp, sonunda geri çevirdiği kapalı bir evren düşüncesi üstüne kurulmuş olan “Salınımlı Evren” modellerinin kusurlarından arındırılmış durumdadır. Ayrıca bugün evrenimizin, içinde tanıdığımız, tanımadığımız madde türlerinin, toplam enerji yoğunluğunun küçük bir bölümünü oluşturduğu (maddenin yoğun olmadığı) ve itici bir karanlık bir enerjinin egemenliğinde düz bir evren olduğunu da mikrodalga fon ışıınımı üzerindeki ölçümlerden biliyoruz. Steinhardt'ın modeli, sonsuz ve düz bir evreni

temel alır (kapalı ve sonlu bir evreni değil). Genişleme, son yıllarda farkına varılan genişleme ile örtüşür. Ve döngüsel evren modeli önermelerini kuantum mekaniği ve sicim kuramına dayandırır.

Evrende Büyük Patlama'dan hemen sonraki çok yüksek sıcaklıkta ortaya çıkan kütleli parçacıklar için kütleçekimi itici hale gelir.

Uzayı dolduran bu itici madde, bir skalar alan olarak tanımlanır. Çünkü uzayın farklı noktalarında farklı sayı setleri ile ifade etmek suretiyle ölçülür.

Evrendeki şişme, itici maddenin kararsız hale gelip sonunda şişmenin oluşturduğu enerjiyi ısıtım ve maddeye dönüştürmesi ile sona erdi. Ve artık genişlemesini evren, çok daha ağır ama günümüzde hızlandığını gözlediğimiz bir tempoda sürdürmeye başladı. Guth'un bu modeli, bazı sorunların çıkması ile, yeni şişme modelleri geliştirilmesini sağladı. Guth'un ilk modelinde, itici kuvvetin egemen olduğu dönemden, ısımanın egemen olduğu döneme geçişi sağlayan faz geçişi, suyun kaynamasına benzetilmiştir. Daha ağır bir faz geçişini temel alan Linde ile Steinhardt ve Albrecht, bağımsız olarak birer model geliştirdiler. Daha sonra Steinhardt ve arkadaşları skalar alanların değerinde meydana gelen değişimleri temel alan ve "Yeni Enflasyon" adını verdikleri bir şişme modeli geliştirdiler.

Linde ise, kaotik şişme denen ve rastlantısal olarak skalar alanın farklı farklı değerler aldığı bir model geliştirdi. 1980'li yıllardan beri kuramcılar, açık şişme, iki aşamalı şişme ya da farklı şişme modellerinin bileşimi gibi yeni şişme modelleri geliştirmeye devam etmekte.

Büyük Patlama ve şişmeyi ortadan kaldıran, evrenin bir patlamadan daha doğrusu ateşten doğduğu (ekpirotik evren) bir model geliştirdiler. Bu patlamanın kaynağı, evrenimizin doğuşuna yol açan çok boyutlu boşlukta yan yana duran iki plakanın çarpışmasıdır. Model geliştirilerek çarpışmaların bir değil, sonsuza dek tekrarlandığı, başlangıcı ve sonu olmayan bir döngüsel evren modeli oluşturuldu.

Şimdiye kadar Evren'in nasıl ortaya çıktığı, neden gördüğümüz gibi olduğu, varlığının nedeni, biçimi ve geleceği gibi tam olarak yanıtlayamadığımız sorular artık aydınlanmak üzere. Tek bir Evren mi var? Yoksa sabun köpüğü gibi uçuşan sınırsız sayıda evrenden biri miyiz? Doğada bildiğimiz dördü dışında temel kuvvetler mi var? Barındırdığı sayısız gökadayaya karşın bomboş gibi görünen Evren'i ayakta tutan ne? Sonu daha doğrusu sonsuzluğu, ne biçim alacak göreceğiz. Ve daha evrenin başlangıcındaki kardeş kavgasında neden maddenin kılpayı farkla üstün geldiğini anlayabileceğiz. Karanlık madde de sırlarını

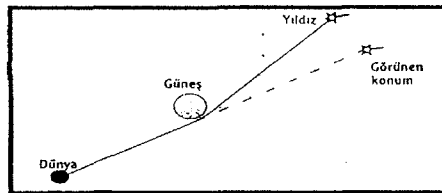
teslim etmek üzere. Kozmolojik ölçülerde geçerli fizik yasalarıyla; atom ve daha küçük ölçeklerdeki yapıları, dinamikleri yöneten ama birbiriyle uyuşmayan iki temel kuramın bağdaştırılması yani doğanın dört temel kuvvetinin özdeşleştirilmesi çalışmaları oldukça gelişmiştir.

20. yüzyıl fizik alanında insanlığa iki altın kuram hediye etti. Biri Einstein'ın geliştirdiği ve kozmolojik ölçekte (yani evrensel boyutlarda) kütleçekim kuvvetinin işleyişini açıklayan genel göreliliktir. Diğeriyse, atomaltı dünyanın kurallarını betimleyen kuantum mekaniğidir.

Kütleçekimi, evrendeki dört temel kuvvetin en zayıfı olmasına karşın, evrenimizin büyük ölçekteki yapısını ve davranışını belirleyen kuvvettir. 17. yüzyılda Isaac Newton, kütleçekimini matematiksel olarak ifade etmeyi başardı.

Buna göre, iki cisim birbirlerini aralarındaki uzaklığın karesi ile ters, kütlelerin çarpımıyla doğru orantılı bir kuvvetle çeker. Kurama göre iki cisim arasındaki çekim kuvveti, birinin konumunda bir değişiklik yapar yapmaz, anında, yani sonsuz bir hızla değişmelidir. Ama özel görelilik kuramına göre ise evrende ulaşılabilecek en yüksek hız; ışık hızıdır. Bu çelişkiyi, Einstein 1915'te genel görelilik kuramıyla çözdü. Buna göre, kütleçekimi aslında bir kuvvet değil, yalnızca maddenin uzay zamanda oluşturduğu bükülmelerdir. Nasıl olduğunu anlamak için bir yatağın üzerine ağırlıklar koyalım. Bu ağırlıklar yatak yüzeyinde çukurluklar oluşturacaktır. Ufak bir bilyeyi bu yatağın üzerinde yuvarlarsak, bilye düz bir çizgi şeklinde ilerlemeye çalışacak, ama yataktaki eğimden dolayı rotası bükülecektir. İşte genel görelilik kuramında uzay zaman bu örnekteki yatağa, gezegen ve yıldızlar da yatağın üzerindeki ağırlıklara benzetilir; bilye Einstein'a göre bir kuvvet tarafından çekildiği için değil, yatak yüzeyindeki bozukluk yüzünden yolundan sapar.

Bu kuram bir çok gözlemle doğrulandı. Uzak bir yıldızdan gelen ışığın Güneş'in yakınından geçerken büküleceğini de önceden bildirdi. (Şekil 2.1)



Şekil 2.1 Uzak bir yıldızdan gelen ışığın Güneş yakınından geçerken bükülmesi [3].

Kütleçekiminin etkisi küçük olduğunda, Einstein'ın kuramından Newton'un kuramına

erişmek mümkündür. İki kuram arası fark ancak çekim etkisi çok büyük olduğu durumda ortaya çıkar.

Kuantum mekaniği ise, bir şeyin aynı zamanda hem parçacık, hem de dalga olabileceğini söyler ve bilimdeki hiçbir şeyin kesin olmadığını öngörür. Ayrıca genel görelilik ve kütleçekim kuvvetinin o rahatlatıcı sürekliliğine karşılık, kuantum dünyası, atlama, sıçrama, delik ve tünellerle dolu karmaşık bir dünyadır.

Doğa kuvvetlerinden şiddetli ve zayıf çekirdek kuvvetleri, etki erimleri çok kısa ( $\sim 10^{-13}$  cm) olan kuvvetlerdir. Elektromagnetik kuvvet ise, uzun erimli; ama evrendeki eksi ve artı yüklerin dengeli dağılmış olmasından dolayı makroskopik olaylarda etkisi yoktur. (Aynı yüklerin birbirine uyguladığı itme kuvveti; zıt yüklerin çekme kuvvetiyle dengelenir.) [2]

Einstein alan denklemleri ilk başta kozmolojik sabiti, Ricci skalerini ve Ricci tansörünü içeriyordu. Daha sonra Einstein kozmolojik sabiti çıkardı. Kozmolojik sabit, adeta Evren'in genişlememesi için konulmuş bir muhafız, kütleçekime ters bir itiş gücüydü. Evren'in genişlediğinin kanıtlanması böyle bir güce gereksinmeyi ortadan kaldırdı. Fakat bugün neden bu kavram tekrar gereklidir. Çünkü yetersiz de olsa maddenin, dolayısıyla kütleçekimin etkisiyle Evren'deki genişlemenin gözlenen değerden daha fazla olması gerekirdi. Bu durumda giderek savunmasız kalan madde yoğun Evren düşüncesinin imdadına yetişmek için, kozmolojik sabit birkaç yıldır denklemlerin temel unsurlarından biri haline geldi, ve boşluk enerjisi yoğunluğu anlamına geliyor. Varlığı kuşku götürmüyor ve fizikçiler bu etkiyi hesapladıklarında, gökbilimciler tarafından hesaplanan değer  $10^{120}$  kat olması gerektiği sonucunu çıkartıyorlar.

Dört temel kuvvetten bu üçünün etkileşimlerini kuantum mekaniğiyle açıklayan Standart Model, bildiğimiz parçacıkları noktasal varlıklar olarak tanımlar. Kozmolojik ölçeğe etkileşen ve Einstein'ın genel görelilik kuramınca açıklanan kütleçekimini ise açıklayamaz. Atomaltı ölçeklerdeki çekirdek kuvvetleriyle, kütleçekimini özdeşleştirebilme iddiasında olan süpersicim kuramına göreyse parçacıklar sıfır boyutlu noktasal varlıklar değil, çok küçük de olsa uzamış ( $10^{-35}$  m), bir boyutlu (çizgi), iki boyutlu (zar) ya da üç boyutlu yapılar olarak tanımlanır. Süpersicim ve sicim kuramından kısaca bahsetmek gerekirse şunlar söylenebilir.

Standart Model'le genel göreliliği birleştirmek ise oldukça zor bir iştir; çünkü kuvvet tanımları birbirinden oldukça farklıdır. İlkinde kuvvet; foton, glüon gibi bozonların değiş tokuşu iken, ikincisinde uzay zamanın geometrisindeki çarpılmalarla açıklanır. İşte bu problemi sicim kuramı çözer. Ana varsayımı, maddenin yapıtaşlarının nokta parçacıklar değil,

1 boyutlu sicimler olduğudur. Bu sicimler, ayakkabı bağı gibi açık ya da bir halka şeklinde kapalı olabilirler. Olağanüstü kısıdırlar (tipik uzunlukları  $10^{-33}$  cm). Bir sicimin farklı titreşim modları (kipleri) vardır. Her bir kip, farklı bir kütle ve kuantum özelliklerine sahiptir. Sonsuz sayıda titreşim kipi olmasına karşın sınırlı sayıda parçacık oluşu bu parçacıkların çoğunun çok yüksek enerjilerde ortaya çıkışındandır.

Temel parçacıklar, fermiyonlar ve bozonlar olarak ikiye ayrılır. Maddeyi oluşturan ögeler (elektron gibi) fermiyon iken, bozonlar kuvvetleri taşırlar. Aynı kuantum özelliklerini taşıyan iki fermiyon birarada bulunamazken, bozonlar için böyle bir kısıtlama yoktur. İki katı cismin birbirini içinden geçememesinin nedeni, bu prensip gereğince fermiyonların birbirini itmesidir.

Bir fizik kuramında, her bozona (fermiyona) karşılık gelen aynı kütleyle sahip bir fermiyon (bozon) varsa buna, “süpersimetri” denir. Eğer sicim kuramında, süpersimetri varsayılırsa, o zaman kuantum mekaniği ile tutarlı olması için uzay zamanın boyut sayısının 10 (9+1) olması gerek. Yani yaşadığımız 4 boyuta ek olarak 6 boyuta daha ihtiyaç var. Peki bu mümkün mü? Bunu yanıtlamak için 1920'lere dönelim. Kaluza ve Klein, kütleçekimi ve elektromagnetizmayı birleştirmek için dahiyane bir yol buldular. Bu, evrenin 3+1 değil, 4+1 boyutlu olduğunu varsaymaktı. buna göre 5 boyutlu evrende yalnızca kütleçekimi var; ama 5. boyuttaki graviton, 4 boyuta indiğimizde iki farklı parçacığa ayrılır. (Bu; 3 boyutlu cismin 2 boyuta inildiğinde bir yüzey üzerinde farklı gölgeler oluşturmaya benzer) Bunlardan biri 4 boyuttaki graviton diğeri ise 4 boyuttaki fotondur. Ve bu parçacıkların sağladığı denklemler, aynen olması gerektiği gibidir. Böylece fazladan bir boyutun varsayılmasıyla elektromagnetizma kütleçekimi ile birleştirilir.

Bir bahçe hortumuna çok uzaktan bakarsak, hortumun yüzeyini 2 boyutlu değil, 1 boyutlu algılarız. Aynı şey 4'ten fazla boyut için de geçerli. Eğer bu ek boyutlar bir çember gibi kapalı ve yarıçapı küçük (örneğin  $10^{-33}$  cm) boyutlarsa onları gündelik hayatımızda farketmememiz normaldir.

Kaluza-Klein kuramının kuantum mekaniğiyle birleşmesinde sorunlar olduğu farkedildi. Ve bu kuramda Sicim Kuramı bulunana dek gözden düştü. Süpersimetrik Sicim Kuramı için 10 boyut gerekmektedir. Kendi evrenimizi anlayabilmemiz açısından 10 boyutlu sicim kuramını ise 6 boyutlu bir uzay üzerinde büzüştürmemiz gerekir. (Tabii bu ek boyutlar görünmeyecek kadar küçük olmalıdır). Örneğin 6 boyutlu bir küre veya farklı şekiller de olabilir. (Calabi-Yau uzayları gibi) Yani sicim kuramının denklemleri, 6 büzüşmüş uzay boyutunun şekli olarak çok özel geometrik yapılar gerektirmektedir. Temel parçacıklara karşılık gelen

sicimlerin belli düşük enerjili salınım biçimlerini gösteren Calabi – Yau Uzayı’ndaki farklı çemberlere bağlı olarak sayıları binlerle ifade edilir. Sicim Kuramına göre, evrenin her noktasında çok küçük ölçeklere büzüşmüş, bir Calabi – Yau uzayı bulunur. Bunun anlamı şudur: Siz, herhangi bir hareket yaptığınızda, bu hareket sırasında birçok Calabi-Yau uzayı içinde de hareket etmiş oluyorsunuz. Bir insan büzüşmüş bir Calabi-Yau uzayına göre çok büyük olduğundan herhangi bir Calabi – Yau uzayında serbestçe hareket edemezsiniz, ancak yaptığınız her hareket birçok Calabi - Yau uzayını baştan başa kateder. Evrenimizi verecek, doğru Calabi – Yau uzayını seçmek hâlâ çözümü bulunamamış en önemli problemlerden biridir.

10 boyutta süpersimetrik 5 sicim kuramı var. Ve graviton (dolayısıyla kütleçekimi) içerirler.

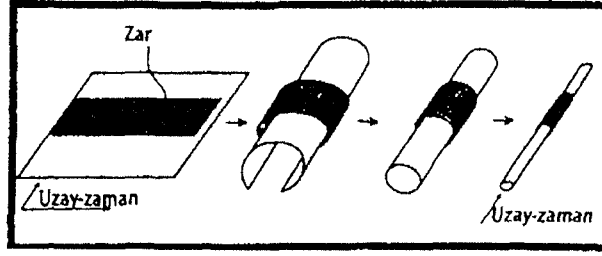
|          | <b>Simetri Grubu</b> | <b>Sağ-Sol Simetrisi</b> | <b>Süpersimetri Miktarı</b> | <b>Sicimin Şekli</b> |
|----------|----------------------|--------------------------|-----------------------------|----------------------|
| Tip I    | SO (32)              | Yok                      | 1                           | Açık ve kapalı       |
| Tip II A | U (1)                | Var                      | 2                           | Kapalı               |
| Tip II B | -                    | Yok                      | 2                           | Kapalı               |
| Melez    | $E_8 \times E_8$     | Yok                      | 1                           | Kapalı               |
| Melez    | SO                   | Yok                      | 1                           | Kapalı               |

Sağ-sol simetrisi var iken, her iki yönde de dönüş mevcut iken, yok iken ise belli yönde fermiyon dönüşü olur. Bu kurama ilişkin çalışmalar, 1984’te Michael Green ve John Schwarz’ın, bu kuramın anomalilerinden arınmış olduğunu (anomalisi olmayan ender model olduğundan) göstermeleriyle ivme kazandı. Anomali, kısaca bir fizik kuramında klasik olarak var olan bir simetrinin hesaplamalara, kuantum mekaniğinin girmesiyle bozulmasına denir. Kuramdaki yerel (yani ele alınan noktanın konumuna bağlı) bir simetrinin anomali nedeniyle kırılması, tutarsızlıklara yol açar ve bu istenmeyen bir durumdur.

Sicim Kuramının amacı, bilinen 4 temel kuvveti birleştirmek ve bunu başarabilen “Herşeyin Kuramı” kuramsal fizikçiye göre bir tek olmalıydı.

1987’de 11 boyutlu süper-zar kuramı geliştirildi. Temel öge, sicim değil zar idi (2boyutlu zar). Kuram bir çember üzerinde 10 boyuta büzüştürüldüğünde Tip II A Sicim Kuramı’na

ulaşılır. Burada zarı 11. boyut çevresinde sarar, çemberin yarıçapının da küçük olduğunu varsayarsak, 10 boyutta bir sicim gibi görünen bir zar elde ederiz. (Şekil 2.2)



Şekil 2.2 11. boyut çevresine sarılan zar ve çemberin yarıçapının çok küçük alındığı durum [3].

11 boyutun önemli bir özelliği de; bazı teknik varsayımlar altında, süpersimetrisinin izin verdiği en yüksek boyut olmasıdır. Böylece 11 boyutun, 10 boyuttan daha temel olduğu düşünülmeye başlandı. Ama süperzar kuramının iki büyük problemi bu kuramın kuantum mekaniğiyle nasıl birleştirileceğinin bilinmeyişi (klasik bir kuram oluşu) ve Standart Modelin aksine sağ-sol simetrisine sahip oluşudur. Yani problem, bu simetrisinin olduğu bir kuramdan olmadığı bir tanesine Kaluza-Klein yöntemiyle nasıl ulaşılabileceğinin bilinmeyişidir. Bu nedenlerden 11 boyuttaki, bu model bir müddet gözardı edildi.

Biraz da 10 veya 11 boyutta düzenlenmiş olan süpersicim teorisinden bahsedelim. Bu teoride Dünya, 1 boyutlu objelerin, sicimlerin etkileşimleri ile nitelenir. Noktasal parçacıkların etkileşimleri ile değil. Ve farklı parçacıkların farklı titreşim modlarına karşılık gelmesi sonucu graviton özelliklerini taşıyan bir modun bu teoride yer alması gravitasyonun otomatik olarak teoride olmasını sağlar.

Süpersicim teorisi (10 boyutlu olduğundan) kuantum mekaniğine çeşitli tekillikler olmadan birleştirilir. Sıkıca sarılmış (tomar yapılmış) veya sıkıştırılmış 6 ekstra boyuta sahip, 4 boyutlu bir dünyamız olduğu fikrini kabul ettiğimiz müddetçe bu teori, kuantum kütleçekiminin bir adayı olur.

Fakat bu teori, neden 9 veya 10 değil de 3 uzay boyutuna sahip olduğumuzu (ve daha pek çok ayrıntıyı) açıklayamaz? Buna da dejenerasyon problemi denir.

Doğada iki enerji ölçeği vardır ki bunlardan biri elektrozayıf ölçek ( $\sim 10^3$  GeV), diğeri ise Planck ölçeği ( $\sim 10^{18}$  GeV)'dir. Eğer uzay zaman  $(4+n)$  boyutlu ise; dört boyutlu indirgenmiş Planck ölçeği,  $(4+n)$  boyutlu Planck ölçeği ve ekstra boyutların geometrisi tarafından

belirlenir. Yüksek boyutlu uzay zaman, dört boyutlu uzay zaman ve  $n$  boyutlu sıkıştırılmış uzayın bir ürünüdür. Zayıf ölçek ve kütleçekimin temel ölçeği arasındaki büyük arasındaki büyük hiyerarşiden sıkıştırılmış uzayı çok geniş almakla kurtulabiliriz.

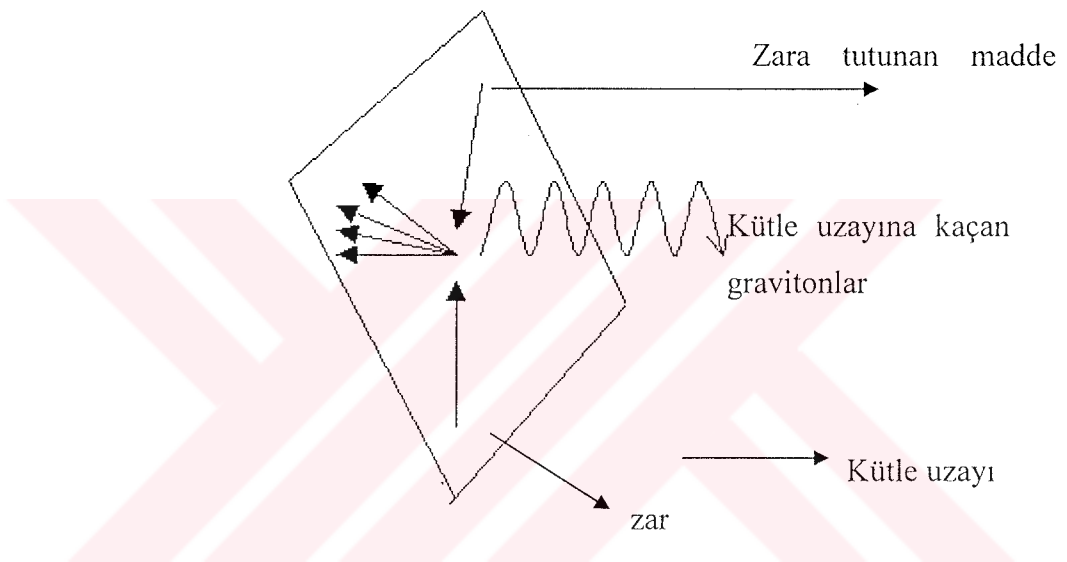
Kütleçekimin zayıf bir kuvvet oluşundan dolayı sicimin tipik uzunluğu yaklaşık atomik boyuttan  $10^{19}$  kat daha küçük olmak üzere (belirtildiği gibi)  $10^{-35}$  m gibi küçük bir sayıdır. Bizim yoklamaya ihtiyaç duyduğumuz enerji ise Planck kütlesine eşit olan bir kütle cinsinden tanımlanan enerjidir.  $1.2 \times 10^{19}$  GeV/c<sup>2</sup> olan Planck kütlesi hayret verici büyük bir rakamdır.

Bunların ışığında; teoriyle ilgilenenler sıkıştırılmış ekstra boyutların tipik sicim ölçeği mertebesinde olduğunu varsaydılar. Eğer bunlar, yeterince geniş olsa idi, biz sicim teorisinin kabul edebilir enerjilerde etkilerinin belirginleştiğini görürdük. Oysa ekstra boyutlar tipik sicim ölçeği mertebesinde olduğundan, bizim parçacık hızlandırıcılarla ancak ulaştığımız enerjinin  $10^{16}$  kat fazlası ; bu teorinin etkilerini gözlemek için gereken enerjidir. Fakat ne yazık ki elektromagnetik, şiddetli ve zayıf kuvvetleri birleştirmede bu model başarısız oldu.

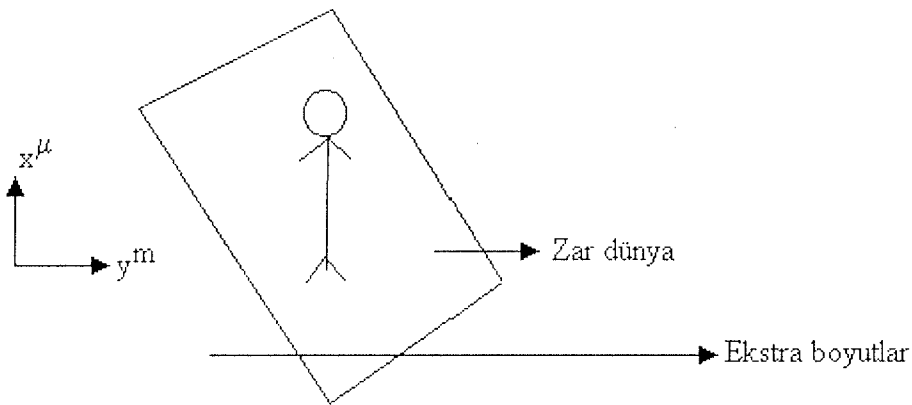
Tanıdığımız, tanımadığımız tüm parçacıkların açık ya da kapalı sicimlerin titreşim biçimlerine göre kimlik kazandıklarını belirttik. Süpersicim ve sonraki versiyonu olan M - Kuramı, kuvvet taşıyan parçacıklar (bozon) ile bunların etkilediği madde parçacıklarını (fermiyon) özdeşleştirecek simetriyi kurabilmek için her iki türden parçacıkların, karşı türden eş parçacıkları olması gerektiğini öne sürüyor. Ancak kuram, bu parçacıkların varlığı için tanıdığımız dört boyutun (3 uzay + 1 zaman) dışında ilave boyutların varlığını da temel alır. Süpersicim ve M – Kuramlarını oluşturan fizikçiler bu ek boyutlardan altısının sicimler içinde akıl almaz küçüklükte yapılar halinde kıvrılmış olduğunu düşünüyorlar. Başkalarına göreyse bu kadar küçük olmaları gerekmiyor. Yani ekstra uzay boyutları “şişman boyutlar” olabilirler, bu da büzüşmüş olmadıklarını öngören bir düşüncedir. Zaten 11 boyutlu süperçekim kuramının şiddetli çiftlenimdeki formu olan M-Kuramı ancak denenmesi ile “Herşeyin Kuramı” olarak kabul edilebilir. Daha doğrusu öngörülleri denenebilir. Örneğin bu kuram için süpersimetri olmazsa olmaz bir nitelik olduğundan süpersimetrinin varlığı test edilmelidir. Yani süpersimetrik parçacıkların gözlenmesi gerekmektedir. Ayrıca başka denebilecek, kuramın öngördüğü düşüncelerden biri de 4 uzay zaman boyutundan başka milimetrik büyüklükte yüksek boyutların olup olmadığıyla ilgilidir. Eğer böyle “şişman boyutlar” var ise (şişman çünkü 1 mm süpersicim boyuna göre çok büyük bir uzunluk birimi) bunlar kendilerini 1 mm’den daha kısa uzunluklarda, Newton’un kütleçekim yasasından bir sapma olarak göstereceklerdir. Şu anda birçok grup, çok kısa uzaklıklarda bu sapmanın olup olmadığını gözleyerek ekstra boyutların varlığını test etmektedir.

Bütün bu ekstra boyutlar, ister kıvrık, ister açık, ister bir arada, ister ayrı olsunlar bir “kütle uzayı” (bulk space) denen boşlukta etkileşiyorlar. M-Kuramı’na dayalı kozmolojik modeller ise, bu uzay içinde bizim tanıdığımız, üç uzay boyutlu zar evrenler olduğunu öne sürüyorlar. Çünkü sicim kuramının çıkarsamalarına göre madde ve boyutlar zarlara hapsedilebilir. [3]

Eğer kütleçekim ekstra boyutları hissedilen tek kuvvet ise; ekstra boyutlar, ne kadar geniş olmalı idi? Dünya (Şekil 2.3)'de gösterildiği gibi ise, elektromagnetik, zayıf ve şiddetli kuvvetler, evrendeki madde gibi üç boyutlu yüzeye tutunmuşlar; tıpkı sabun köpüğündeki toz parçacıkları gibi. Sadece gravitonlar yüzeyi terkedebilir ve tüm hacmin dışına çıkabilir. Bu üç boyutlu yüzey “membrane” den türeyen bir isim olduğundan “brane(zar)” olarak bilinir .



Şekil 2.3 Zar olarak Dünya [2].



Şekil 2.4 Ekstra boyutlar.

Eğer elektromagnetik, zayıf ve şiddetli kuvvetler, zara tutunmuş, yapışmış ise, sadece kütleçekimini hisseden ekstra boyutların büyüklüğü ne kadar olmalı sorusuna cevap, onları

günlük hayatımızda gözleyemediğimizden oldukça ufak olmalı şeklinde hayret vericidir. Biz, 1 mm civarında veya daha az mesafelerde kütleçekiminin nasıl olması gerektiği hakkında da bilgiye sahip değiliz.

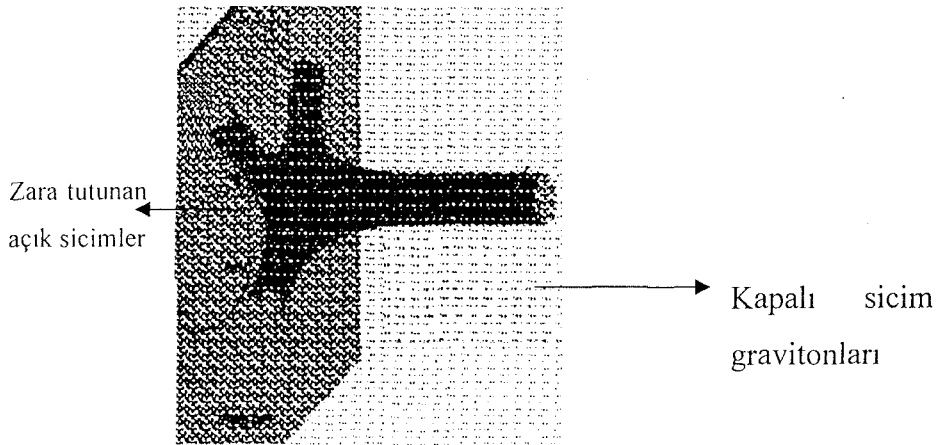
1 mm'nin altında objeler, 5 veya daha fazla boyutta çekilirler. L büyüklüğünde tek ekstra boyut var ise, (zar dünya modelinde) elektromagnetik, şiddetli ve zayıf kuvvetler, 3 boyutlu zara tutunmuş olarak, ekstra boyutların farkında olmayarak, kendi davranışlarını korurlar. Kütleçekim ise farklı davranır. Eğer kütleli bir cisme "L" mesafesinden daha çok yaklaşırsak ( $r < L$ ), 4 uzay boyutlu kuvvet kanununun etkilerini, üçten daha fazla hissederiz ve kütleçekim kuvveti  $1/r^3$  davranışı gösterir. Bununla beraber cisme "L"den daha uzakta isek ( $r > L$ ),  $1/r^2$  davranışı yeniden oluşur.

Şimdi de zara tutunmuş bir kütleli cisimden kaynaklı, kütleçekim kuvvetini düşünelim. Eğer L mesafesinden daha uzakta isek, " $1/r^2$ " davranışını gözleriz.

Başka bir deyimle, kütleçekim kuvvetinin bu derece zayıf oluşunun tek sebebi, ekstra boyutlar tarafından hafifletilmiş olmasıdır.

P; objenin kendine ait uzay boyutu sayısı olmak üzere, genelde zarlar p-zar olarak isimlendirilir. Mesela, 0-zar; normal noktasal parçacık gibi iken, 1-zar; sicim, 2-zar ise zara benzetilmektedir.

Kütleçekimin kuantum teorisine birleşen sicim teori p-zarları, zar dünyalar için iyi birer adaydırlar. Açık sicimlerin; bitiş noktaları zara yapışmıştır. Bu arada iki açık sicimin hızla çarpışması da yüksek boyutlu uzaya yani "bulk" 'a giren kapalı bir sicim oluşturur. Ve bu kapalı sicim modu da gravitondur. (Şekil 2.5)



Şekil 2.5 Açık ve kapalı sicimler (graviton modu) [2].

Ayrıca zarlar enerji (gerilim) taşırlar. Yani kütle uzayda ne kadar boyut olursa olsun, yalnızca bizim tanıdığımız büyük ölçekli üç uzay boyutuna sahip zarlar (evrenler) olabilir. Böyle bir üç boyutlu zara yapışan bir foton, fazladan boyutları inceleyemez. Dolayısıyla bu üç uzay ve 1 zaman boyutlu yani bizimki gibi 4 boyutlu evrenlerde, kütleçekimi dışındaki kuvvetler, öteki boyutları hissetmiyorlar, bunlara etki yapamıyorlar ve bunlardan etkilenmiyorlar. Bir başka deyişle üzerlerinde bulunan zara bağlı durumdalar. Dolayısıyla bunlara (boundary branes) “sınır zarlar” da denir.

Ancak öteki kuvvetleri dört boyutlu zara bağlayan mekanizma (3 uzay + 1 zaman), kütleçekimi için işlemiyor. Çünkü kütleçekimi; tarifi gereği, kütle içinde yani uzay-zamanın tümü içinde bulunmak zorunda.

Daha Büyük Patlama’nın sonsuz küçüklükte bir noktacığı, 200 milyar gökadayı çevirmesini, şişmenin, evreni ışığından çok daha büyük bir hızla akıl almaz boyutlara genişletmesini zihnimizde canlandırmakta güçlük çekerken, 3 boyutlu zarlar, aklımızı biraz daha zorluyor.

Daha önce madde ve boyutların zara hapsedilebileceğini gördük. Çok boyutlu kütle uzayda 4 boyutlu (3 uzay+1 zaman) bir zarın bulunabilmesi için bunların gerilim taşıması gerektiği belirtildi. Önemli bir gereksinim de, kütle uzayda zar üzerindeki gerilimle ayarlı itici bir negatif boşluk enerjisi bulunması. Hatta bazı kuramlara göre kütleçekimi “tuzaklanabilir” ya da tuzağa düşmüş gibi davranabilir [3].

Ayrıca Dimapolous, G. Dvali ve Arkani – Hamed adlı fizikçiler, kısaca ADD modeli diye adlandırılan bir modelde, fazladan boyutların çaplarının Planck ölçeği değil de çok büyük ( $10^{-33}$  m), örneğin 1 mm kadar olması halinde, hiçbir ek parçacık ya da kuvvete gereksinim kalmadan evrenle ilgili tüm gözlemlerin geçerli olacağını öne sürdüler. Bu durumda sadece 5 (4 uzay + 1 zaman) boyutlu bir kütle uzayı içinde bile zar evrenlerin bulunması mümkün. Böyle bir kütle uzayda, kütleçekimi taşıdığı düşünülen parçacık olan graviton, beş boyutu hissedecektir. Ancak bu beş boyutlu gravitonunun, zar üzerinde yoğunlaşmış ve yalnızca 4 boyutu hissediyormuş gibi davranan bir bağlı biçimi de olacaktır. Kütleçekiminin milimetrik, hatta sınırsız boyutta olabileceği, ancak dört boyutlu “zar evren” üzerinde yoğunlaşacağına benzer bir model de Lisa Randall tarafından öneriliyor. Böyle bir geometride evrenin düz olmasına karşılık, uzay zaman bükülmüş görünecektir. Çünkü kütleçekimsel bağlanma şiddetinin her tarafta aynı olmasına karşılık, fiziki kütle ölçekleri zar evrenden uzaklaştıkça katlı biçimde azalacak ve böylece zarın uzaklarında, kütleçekimi zayıf gibi algılanacaktır.

Kütleçekiminin farklı davranış yeteneği ve zar üzerinde yoğunlaşmasının ilginç bir

kozmolojik sonucu da şu: Bir zar modelinde gravitonun 4 boyutlu bir biçim alması nedeniyle zarın yüzeyi ve yakınları 4 boyutlu görünüyor. Ancak kütle uzayın büyük kısmı bu moddaki gravitonla etkileşmediğinden buralarda bulunan canlılar, beş boyutlu bir evren algılayacaktır. Bu düşünceye göre uzay zaman içinde bizler birer “kütleçekim adası”yız. Biz kozmolojik ölçekteki gözlemlerle bile uzayın çok küçük bir kısmını görebiliyoruz ve gördüğümüz yerin 4 boyutlu olması da bulunduğumuz yerin yol açtığı bir rastlantı. Uzayın geri kalan kısmı 5 hatta 10 boyutlu bile olabilir. Ama bunu hiçbir zaman bilmeyebiliriz.

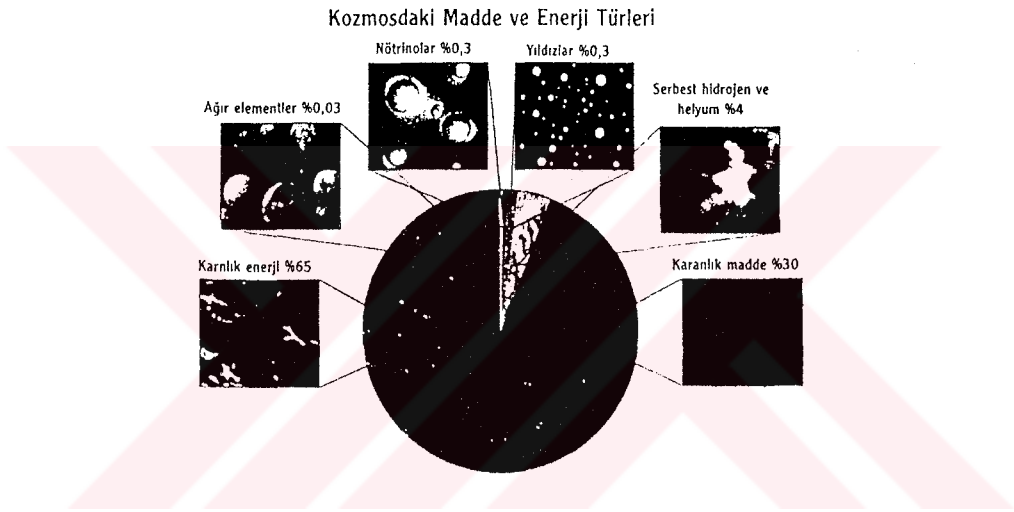
Evrenin düz oluşundan bahsettik. Evrendeki genişlemeyi durduracak kadar kütleçekim için gereken kütlenin yoğunluğu “kritik kütle” adını alır. Ve eğer maddenin toplam yoğunluğu, kritik kütleyle karşılık gelirse, evren genişler ve düz bir geometrik biçim alır. Eğer yoğunluk; kritik kütle denen bu ölçünün üzerinde ise, evren kendi üzerine çökecek olan kapalı (küresel) biçim alır. Yoğunluk, kritik değerin altında ise, açık olarak tanımlanan evren biçimi olan bir eğer yüzeyini andırır. Yapılan gözlemler ise evrenin düz olduğuna işaret eder.

Uzak gökadalardaki süpernova patlamaları üzerine yapılan duyarlı incelemeler, evrenin giderek ivmelenen bir biçimde genişlediğini hiç kuşkusuz ortaya koyuyor. Süpernova patlamaları, normalde Güneş’ten çok daha büyük kütleli yıldızların kısa ömürlerini noktalayan bir sondur. İa süpernovalarının yaydığı ışınının hep aynı şiddette olması onun bir özelliğidir. Yani görünür parlaklığına bakılarak uzaklığı hesaplanır. Peki genişleme nasıl belirlenir? Dünya’ya belli uzaklıkta olması gereken İa süpernovası görünür parlaklığı, olması gerekenden daha düşük çıkıyor. Bu da ya evrenin genişlediğine işarettir ya da bunu kabul etmeyenler için aradaki toz bulutlarından kaynaklı bir solukluktur [3].

Giderek hızlanan bir tempoyla genişleyen bir evrende bile, geçmişte ilk genişlemenin kütleçekim etkisiyle yavaşladığı bir dönem olacaktır. Bizim evrenimizde itici “karanlık enerji”nin madde yoğunluğuna üstün gelmesi son 1-1,5 milyar yılın olayı. Buna göre yapılan ayırım şu şekildedir: Eğer süpernovaları soluklaştıran toz bulutu ise, daha uzakta olanların ışığı, daha soluk görünmelidir. Ama eğer genişlemesi hızlanan bir evrende yaşıyor isek, yaklaşık 10 milyar ışık yılından daha uzak (yani ışıkları kütleçekimin genişlemeyi frenlediği dönemde yola çıkmış) süpernovaların beklenenden daha parlak görülmesi gerekir. 1997ff süpernovası bunu doğrulamaktadır.

Ayrıca evrende yayılan ilk ışığın fon ışınımında yapılan gözlemler, evrenin düz geometrisine işaret eder. Büyük Patlama sonrası ilk 300.000 yıl süresince evren, içinde madde parçacığı ve ışınının bir arada olduğu ve ışığın kaçamadığı bir plazma çorbası halindedir. Çünkü fotonlar,

serbest elektronlara çarpar ve saçılır. Evren yeterince soğuduğunda, atom çekirdeklerine bağlanan elektronlar ve uzay boşluğuna saçılan fotonlar oluştu. Gama ışınları biçiminde çıkan bu ilk ışınım zamanla, evrenin genişlemesi sonunda kırmızıya kayd ve bugün evrenin tümünü dolduran, elektromagnetik tayfin mikrodalga bölgesinde 2,7 K sıcaklığa karşılık gelen bir fosil ışınım halindedir. Ve üzerindeki yoğunluk farkları ile Büyük Patlama Kuramı geçerli kılındı. Ayrıca fon ışınımdaki sıcaklık farkları evrenin düz bir geometriye sahip olduğunu gösterir. Ve evrenin içeriğine ışık tutan verilere göre, evrendeki tanidik madde, toplam enerji yoğunluğunun %4'ü, karanlık madde dahil tüm maddenin payı %35, itici karanlık enerjinin payı ise %65 olduğu belirlenmiştir. (Şekil 2.6)



Şekil 2.6 Kozmosdaki madde ve enerji türleri [3].

Evreni fon ışınımının yol açtığı etkilerle daha da inceleyeceğiz. Ancak temel sorular, (evrenin ne zaman, nasıl ortaya çıkıp nelerden yapıldığı ve olacağı gibi) hâlâ yanıtlanmadı. Belki de pek çok şeyi öğrenmemize çok fazla kalmadı ama yine de şu anda bilmediğimiz bir gerçektir.

### 3. MINKOWSKI UZAYINDA KUANTUM ALAN TEORİSİ

Minkowski uzayındaki kuantum alan teorisinin temel özelliklerini inceleyelim (Birrell ve Davies, 1982). Bu formalizm eğri uzay zamana ve trivial olmayan topolojilere fazla değişiklik yapmadan genelleştirebilmektedir.

Skaler alan:

$n$  boyutlu Minkowski uzayının her noktasında  $(t, \vec{x})$  tanımlı

$$(\square + m^2)\phi = 0 \quad (3.1)$$

denklemini sağlayan bir  $\phi(t, \vec{x})$  skaler alanı ele alalım. Burada  $\square = \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu$  ve  $\eta^{\mu\nu}$  uzayın metrik tansörüdür.  $m$ , teori kuantize edildiğinde alan kuantasının kütlesi olarak yorumlanabilir. Uzay zaman noktası  $(t, \vec{x})$  'i  $x$  olarak kısaltalım.

(3.1) alan denklemi

$$L(x) = \frac{1}{2} (\eta^{\alpha\beta} \phi_{,\alpha} \phi_{,\beta} - m^2 \phi^2) \quad (3.2)$$

Lagrange yoğunluğundan elde edilen

$$S = \int L(x) d^n x \quad (3.3)$$

eylemin alana;  $\phi$ 'ye, göre varyasyonundan

$$\delta S = 0 \quad (3.4)$$

bulunabilir.

(3.1) denkleminin bir çözüm kümesi şöyledir.

$$U_{\vec{k}}(t, \vec{x}) \propto e^{i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\omega t} \quad (3.5)$$

Burada  $\omega \equiv (k^2 + m^2)^{1/2}$

$$k \equiv \left| \vec{k} \right| = \left( \sum_{i=1}^{n-1} k_i^2 \right)^{1/2} \quad (3.6)$$

ve  $\vec{k}$  kartezyen bileşenleri

$$-\infty < k_i < \infty \quad (3.7)$$

$$i=1, \dots, n-1.$$

Skaler çarpım

$$\begin{aligned} (\phi_1, \phi_2) &= -i \int \left\{ \phi_1(x) \partial_i \phi_2^*(x) - [\partial_i \phi_1(x)] \phi_2^*(x) \right\} d^{n-1}x \\ &= -i \int \phi_1(x) \overleftrightarrow{\partial}_i \phi_2^*(x) d^{n-1}x \end{aligned} \quad (3.8)$$

şeklinde tanımlanır.

(3.5)'deki  $U_k$  modları ortagonaldır, Yani

$$(U_{\vec{k}}, U_{\vec{k}'} ) = 0 \quad \vec{k} \neq \vec{k}'. \quad (3.9)$$

$$U_{\vec{k}} = \left[ 2\omega(2\pi)^{n-1} \right]^{-1/2} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\omega t} \quad (3.10)$$

şeklinde  $U_k$  fonksiyonlarını seçersek, bunlar skaler çarpımda normalize olur, yani .

$$(U_{\vec{k}}, U_{\vec{k}'} ) = \delta^{n-1}(\vec{k} - \vec{k}'). \quad (3.11)$$

### 3.1 Green Fonksiyonları

Serbest alan operatörlerinin çarpımlarının vakum beklenen değerleri dalga denkleminin Green fonksiyonları ile tanımlanabilir. Skaler alanlar için pek çok Green fonksiyonu oluşturulmuştur. Örneğin Pauli-Jordan veya Schwinger fonksiyonu olarak bilinen alanların komütatörü:

$$iG(x, x') = \langle 0 | [\phi(x), \phi(x')] | 0 \rangle. \quad (3.12)$$

veya Hadamard fonksiyonu olarak bilinen alanların antikomütatörü:

$$G^{(1)}(x, x') = \langle 0 | \{ \phi(x), \phi(x') \} | 0 \rangle. \quad (3.13)$$

Bu iki Green fonksiyonu pozitif ve negatif enerjili parçalarına ayrılabilir.

$$iG(x, x') = G^+(x, x') - G^-(x, x') \quad (3.14)$$

$$G^{(1)}(x, x') = G^+(x, x') + G^-(x, x') \quad (3.15)$$

$G^+$  ve  $G^-$  de Wightman fonksiyonları olarak tanınır.

$$G^+(x, x') = \langle 0 | \phi(x) \phi(x') | 0 \rangle \quad (3.16)$$

$$G^-(x, x') = \langle 0 | \phi(x') \phi(x) | 0 \rangle. \quad (3.17)$$

Alanların zamana göre sıralanmış çarpımı olarak tanımlanan Green fonksiyonu, Feynman propagatörüdür.

$$\begin{aligned} iG_F(x, x') &= \langle 0 | T(\phi(x) \phi(x')) | 0 \rangle \\ &= \theta(t - t') G^+(x, x') + \theta(t' - t) G^-(x, x'). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Burada  $\theta$  birim adım fonksiyonu olup tanımı şöyledir:

$$\theta(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0. \end{cases} \quad (3.19)$$

İlerlemiş ve gecikmiş Green fonksiyonları:

$$G_R(x, x') = -\theta(t - t') G(x, x') \quad (3.20)$$

$$G_A(x, x') = \theta(t' - t) G(x, x') \quad (3.21)$$

(3.1) alan denklemini kullanarak,  $G$ ,  $G^{(1)}$ ,  $G^\pm$  fonksiyonlar

$$(\square + m^2) G(x, x') = 0 \quad (3.1)$$

denklemini sağlar.

$G_F$ ,  $G_R$  ve  $G_A$  için de aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$(\square + m^2) G_F(x, x') = -\delta^n(x - x') \quad (3.22)$$

$$(\square + m^2) G_{R,A}(x, x') = \delta^n(x - x'). \quad (3.23)$$

$G_{F,R,A}$  Green fonksiyonları bazı sınır koşulları altında alanın değişikliğinin ilerlemesini tanımlar.

Green fonksiyonlarının integral gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$G(x, x') = (2\pi)^{-n} \int \frac{e^{i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{x}') - ik^0(t-t')}}{(k^0)^2 - |\vec{k}|^2 - m^2} d^n k. \quad (3.24)$$

İntegral  $k^0 = \pm(|\vec{k}|^2 + m^2)^{1/2}$  kutup noktalarına sahiptir.

Alanın sınır koşullarına bağlı olarak çeşitli Green fonksiyonları belirlenmiştir.

Örneğin,

$$G_F(x, x') = \frac{-i\pi}{(4\pi i)^{n/2}} \left( \frac{2m^2}{-\sigma + i\epsilon} \right)^{(n-2)/4} H_{\frac{1}{2}^{n-1}}^{(2)} \left\{ [2m^2(\sigma - i\epsilon)]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (3.25)$$

burada

$$\sigma = \frac{1}{2}(x - x')^2 = \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta}(x^\alpha - x'^\alpha)(x^\beta - x'^\beta) \quad (3.26)$$

ve  $H^{(2)}$  ikinci tip Hankel fonksiyonudur (Arfken, 1970).

$$H_\nu^2(x) \approx i \frac{(\nu-1)!}{\pi} \left( \frac{2}{x} \right)^\nu + \dots \quad \nu > 0 \quad (3.27)$$

Dört boyutta, kütsüz limit ( $m \rightarrow 0$ ) için Green fonksiyonu

$$G_F(x, x') = \frac{i}{8\pi^2\sigma} - \frac{1}{8\pi} \delta(\sigma) \quad (3.28)$$

formunu alır.

(3.24) ifadesindeki integral değişkenleri  $k^0$  yerine  $K = -ik^0$  ve  $t$  ve  $t'$  yerine de  $\tau \rightarrow -it$  ve  $\tau' = -it'$  yerleştirilsin. Skaler durum için aşağıdaki ifade bulunur:

$$G_F(t, \vec{x}; t', \vec{x}') = -iG_E(i\tau, \vec{x}; i\tau', \vec{x}') \quad (3.29)$$

Burada

$$G_E(\tau, \vec{x}; \tau', \vec{x}') = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{x}') + iK(\tau - \tau')}}{(k^0)^2 + \vec{k}^2 + m^2} dK d^{n-1}k. \quad (3.30)$$

$G_E$  “Euclidean” Green fonksiyonudur ve

$$(\square - m^2) G_E(x, x') = -\delta^n(x - x') \quad (3.31)$$

ifadesini sağlar.  $\square$  eliptik operatördür,

$$\square = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2}{\partial (x^1)^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial (x^{n-1})^2} \quad (3.32)$$

$\square$ ,  $n$  boyutlu Euclidean uzayın d'Alembertian'ıdır. Genellikle Euclidean uzayda çalışmak uygundur, ve (3.29) bağıntısıyla pseudo-Euclidean uzayzamana geçiş yapılır.

#### 4. EKSTRA MINKOWSKI UZAYINDA ZAR ÜZERİNDE KÜTLEÇEKİMİ

“Kütle” eyleminin genel formunu aşağıdaki gibi varsayalım.

$$S_{\text{kütle}} = \int d^{4+N} X \sqrt{|G|} L(G_{AB}, R_{ABCD}, \phi) \quad (4.1)$$

burada büyük harfli Latin indisleri,  $D=4+N$  boyutlu uzay zaman değerlerini alır.  $G_{AB}$ ,  $D$  boyutlu uzay zaman metriğini,  $R_{ABCD}$ ,  $D$  boyutlu Riemann tansörünü ve  $\phi$  diğer “kütle” alanlarını gösterir. 3-zarın bu uzay içine gömüldüğünü varsayalım. Amacımız, sistemin özelliklerini bulmaktır. Ekstra uzaydaki 3-zarın, sonsuzda düz uzaya asimptotik olarak yaklaştığını varsayalım.  $D$  boyutta koordinatları aşağıdaki gibi ayıralım:

$$X^A = (x^\mu, y^m). \quad (4.2)$$

burada Yunan indisleri dört boyutlu zar dünyahacmi,  $\mu = 0,1,2,3$  değerlerini alır. Küçük Latin indisleri enine uzay indisleridir.  $m,n,i,j = 4,5, \dots, 4+N$  değerlerini alır.

Zar için Dirac-Nambu-Goto eylemi aşağıdaki formdadır.

$$S_{3\text{-zar}} = -T \int d^4 x \sqrt{|\det g|}. \quad (4.3)$$

burada  $T$ ; zar gerilimidir  $\bar{g}_{\mu\nu} = \partial_\mu X^A \partial_\nu X^B G_{AB}$ , zar üzerine indirgenmiş (induced) metriktir. Burada zar, ekstra uzayda  $y_m=0$  noktasına yerleştirilmiş delta fonksiyonu tipinde tekil bir kaynak olarak ele alınmıştır ve dalgalanmalar ihmal edilmiştir. Bu yüzden indirgenmiş metrik şu şekilde yazılır.

$$\bar{g}_{\mu\nu}(x) = G_{\mu\nu}(x, y_n = 0). \quad (4.4)$$

Genelde, zar dünyahacmi üzerinde tutunmuş madde alanları vardır. Madde alanları için eylem aşağıdaki gibidir:

$$\tilde{S}_{3\text{-zar}}^{\text{madde}} = S_{3\text{-zar}} + \int d^4 x \sqrt{|\det g|} \tilde{L}(\phi), \quad (4.5)$$

burada  $\tilde{L}$ , dört boyutlu Lagrange yoğunluğudur ve  $\phi$ , bütün lokalize alanları gösterir.

Klasik teoride, 4 boyutlu Ricci skaleri zar dünyahacminde yoktur. Böylece zar üzerinde,  $r$  uzaklığındaki lokalize parçacıklar  $4+N$  boyutlu kütleçekim yasası ile etkileşirler, yani

etkileşme kuvveti  $F \sim \frac{1}{r^{2+N}}$  'dir. Bu klasik teori ele alındığı sürece doğrudur. Fakat kuantum teorisinde, zar dünyahacmi üzerinde 4 boyutlu Ricci skaleri üretilmelidir. Bunun nedeni, zar dünyahacminde tutunmuş madde alanlarının kuantum halkalarıdır (Dvali vd, 2000) (Ek 1). Sonuç olarak, kuantum teorisi ele alındığında aşağıdaki dünyahacmi terimleri ilave edilmelidir:

$$S_{\text{ind}} = \overline{M}^2 \int d^4x \sqrt{|\det \overline{g}|} \left[ \overline{\Lambda} + \overline{R}(x) + \theta(\overline{R}^2) \right] \quad (4.6)$$

burada  $\overline{M}$  dünyahacmi modeline bağlı bazı parametrelerdir. Bazı fenomenolojik nedenlerden dolayı  $\overline{M}$ , 4 boyutlu Planck ölçeği mertebesinde olmalıdır:

$$\overline{M} \sim M_{\text{pl}} \simeq 10^{19} \text{ GeV}. \quad (4.7)$$

Zar teoriye dahil edildikten sonra, zarın enine yönündeki öteleme değişmezliği olmaz. Diğer taraftan, teorideki dört boyutlu ayar (gauge) değişmezliği, zar dünyahacmi koordinatları boyunca korunur. Bu değişmezlik (4.6)'daki indirgenmiş terimlerin 4 boyutlu ayar simetrisinin korunmasını gerektirir. Zar üzerine tutunmuş parçacıklar enine momentumlara sahip olmadıklarından, enine koordinatlara göre türevi olan operatörler delta fonksiyonu tipindeki zarın dünyahacmine indirgenmemiştir.

(4.6)'daki  $\overline{\Lambda}$ , indirgenmiş dört boyutlu kozmolojik sabittir. Bu terim zar için, indirgenmiş metriktir elde edilir.

(4.6)'daki bütün terimler, zar dünyahacminde kırılan konformal değişmezlik ve SUSY simetrisi ile uyumludur. Herhangi bir zar evren modelleri bu özelliklere sahip olmalıdır.

Toplam zar dünyahacim eylemi aşağıdaki formdadır:

$$S_w = -T' \int d^4x \sqrt{|\overline{g}|} + \overline{M}^2 \int d^4x \sqrt{|\overline{g}|} \left[ \overline{R}(x) + \theta(\overline{R})^2 + \dots \right] \quad (4.8)$$

burada  $\overline{g} \equiv \det \overline{g}$ , ve  $T' \equiv T - \overline{\Lambda} \overline{M}^2$ , indirgenmiş dört boyutlu kozmolojik sabiti içeren renormalize zar gerilimidir. İfadedeki noktalar, dünyahacmindeki diğer madde alanlarını ve etkileşimleri gösterir.

## 5. ZAR ÜZERİNDE DÖRT BOYUTLU KÜTLEÇEKİMİ

(4.8) denklemiyle verilen dünyahacimli eyleme sahip olan bir zar üzerindeki kütleçekimi yasasını bulmaya çalışalım. “Kütle” Lagranjiyenin kütleçekim kısmının sadece Einstein terimini içerdiği ve dünyahacimdeki kütleçekimin (4.8) ile verildiği en basit durumu ele alalım:

$$M^{2+N} \int d^{4+N} X \sqrt{|G|} R_{(4+N)} + \bar{M}^2 \int d^4 x \sqrt{|g|} \bar{R}. \quad (5.1)$$

Burada, M “kütle” teorisinin Planck sabitidir. Basitlik için zar gerilim terimini ihmal edelim, yani  $T^I=0$  alalım. Bu beşten büyük boyutlu teoriler ile ilgilenildiğinde gerekli değildir. Bu durumda, sıfır olmayan gerilime sahip statik dünyahacimli zar çözümleri vardır. Bu yüzden, sıfır olmayan T yeniden ele alınabilir.

### 5.1 Zar Üzerinde Newton Kütleçekimi

Zar üzerine tutunmuş kütleler arasındaki Newton potansiyelini bulmaya çalışalım. Graviton iletleyicisinin tansör yapısını şimdi ele almayalım. Bu durum dünyahacim teorisindeki kütsüz skaler modunun değiş tokuşuna eşdeğerdir. Bu skaler için Lagranjiyen aşağıdaki gibidir (Dvali, G. ve Gabadadze, G., 2001):

$$M^{2+N} \int d^{4+N} X (\partial_\Lambda \phi(x, y))^2 + \bar{M}^2 \int d^4 x (\partial_\mu \phi(x, y=0))^2. \quad (5.2)$$

Buradaki birinci ve ikinci terimler sırasıyla (5.1) denklemindeki “kütle” Ricci skaleri,  $R_{4+N}$  ve indirgenmiş 4D Ricci skaleri  $\bar{R}$ ’ye karşı gelir.

Buradaki skaler model, kütleçekiminin çok karışık modelini basit bir şekilde göstermek için kullanıldı.

4 boyutlu dünyahacmi teorisinde etkileşmelerin mesafeye bağlılığını arıyoruz. Bunun için gecikmiş Green fonksiyonunu bulmalıyız ve potansiyeli hesaplamalıyız. Green fonksiyonu denklemi aşağıdaki formdadır:

$$(M^{2+N} \partial_\Lambda \partial^\Lambda + \bar{M}^2 \delta^{(N)}(y_m) \partial_\mu \partial^\mu) G_R(x, y_m; 0, 0) = -\delta^4(x) \delta^N(y_m), \quad (5.3)$$

burada  $G_R(x, y_m; 0, 0) = 0$ ,  $x_0 < 0$ .

Zar dünyahacmi üzerinde r uzaklığındaki, potansiyel aşağıdaki gibi elde edilir:

$$V(r) = \int G_R(t, \vec{x}, y_m = 0; 0, 0, 0) dt, \quad (5.4)$$

burada  $r \equiv \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ . (5.3) denkleminin çözümünü bulmak için, dünyahacmi dört koordinat  $x_\mu$  'ye göre Fourier – dönüşmüş büyüklükleri ele alalım.

$$G_R(x, y_m; 0, 0) \equiv \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{ipx} \tilde{G}_R(p, y_m). \quad (5.5)$$

(5.3) denklemi Euclidean uzayda aşağıdaki formdadır:

$$(M^{2+N}(p^2 - \Delta_N) + \overline{M}^2 p^2 \delta^{(N)}(y_m)) \tilde{G}_R(p, y_m) = \delta^{(N)}(y_m). \quad (5.6)$$

Burada  $p^2$ , Euclidean dört-momentumun karesini gösterir,  $p^2 = p_4^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2$ , ve  $\Delta_N$  N boyutlu enine uzayın Laplasyenidir.

(5.6) denkleminin aşağıdaki formda çözümünü arayalım:

$$\tilde{G}_R(p, y_m) = D(p, y_m) B(p), \quad (5.7)$$

burada  $D(p, y_m)$  şu şekilde tanımlanmıştır:

$$(p^2 - \Delta_N) D(p, y_m) = \delta^{(N)}(y_m). \quad (5.8)$$

$$D(p, y_m) = \left( \frac{p}{|y_m|} \right)^{\frac{N-2}{2}} K_{\frac{N-2}{2}}(p|y_m|) \quad (5.9)$$

burada  $K(P|y|)$  modifiye (değiştirilmiş) Bessel fonksiyonudur ve açıkça ifadesi şu şekildedir (Arfken, 1970):

$$K_{\frac{N-2}{2}}(p|y_m|) = \frac{\pi i}{2} (i)^{\frac{N-2}{2}} H_{\frac{N-2}{2}}^{(1)}(ip|y_m|). \quad (5.10)$$

$B(p)$  fonksiyonu aşağıdaki formdadır:

$$B(p) = \frac{1}{M^{2+N} + \overline{M}^2 p^2(p, 0)}. \quad (5.11)$$

Sonuçta aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\tilde{G}_R(p, y_m) = \frac{D(p, y_m)}{M^{2+N} + \overline{M}^2 p^2 D(p, 0)}. \quad (5.12)$$

$D > 5$  durumunda  $D(p, y_m) \Big|_{y_m=0}$  ıraksar. Zar dünyahacminde, yani  $y_m=0$  olduğunda dört boyutlu teori için aşağıdaki Green fonksiyonu elde edilir:

$$\tilde{G}_R(p, y_m = 0) = \frac{1}{\overline{M}^2 p^2}. \quad (5.13)$$

Beşten büyük boyut içindeki zar üzerinde bulunan iki nokta kaynak arasındaki statik potansiyel ifadesi şu şekildedir:

$$V(r, y_m = 0) = -\frac{1}{8\pi \overline{M}^2} \frac{1}{r}. \quad (5.14)$$

Delta fonksiyonu tipindeki zar yaklaşımında, sonsuz uzaklıklar için bu sonucun geçerli olması beklenir. Fakat, sonlu kalınlıktaki bir zar için dört boyutlu Newton yasası çok büyük mesafelerde (Hubble büyüklüğü mertebesinde) değişebilir.

Zarın dışında, yani  $y_n \neq 0$  olduğunda, iki farklı fiziksel durum ele alınmalıdır. Bu durumlar dört-momentumun karelerinin farklı değerleridir:  $p^2=0$  ve  $p^2 \neq 0$ . Şimdi bu durumları sırasıyla inceleyelim:

### 5.1.1 Dört – Momentumun Karesinin Sıfır Olduğu Durum, $p^2=0$ .

(5.6) denklemi, enine  $N$  boyutlu uzayda Euclidean Green fonksiyonu denklemine indirgenir. Bu iyi bilinen Green fonksiyonudur:

$$\tilde{G}_R(0, y \neq 0) \propto \lim_{p^2 \rightarrow 0} \frac{1}{M^{2+N}} \left( \frac{p}{|y|} \right)^{\frac{N-2}{2}} K_{\frac{N-2}{2}}(p|y|) \quad (5.15)$$

burada  $|y| \equiv \sqrt{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_N^2}$  ve  $K(p|y|)$ , McDonald fonksiyonudur (Yani değiştirilmiş Bessel fonksiyonudur.). Bu fonksiyonun  $p|y| \rightarrow 0$  limiti ise

$$\lim_{p|y| \rightarrow 0} K_{\frac{N-2}{2}}(p|y|) \rightarrow \begin{cases} -(\ln\left(\frac{p|y|}{2}\right) + 0.5772..), & \frac{N-2}{2} = 0 \\ \frac{\Gamma\left(\frac{N-2}{2}\right)}{2} \left(\frac{2}{p|y|}\right)^{\frac{N-2}{2}}, & \frac{N-2}{2} \neq 0 \end{cases} \quad (5.16)$$

olarak verilir. Böylece  $p^2=0$  için bu fonksiyon

$$\sim \frac{1}{|y|^{N-2}}, \quad N > 2 \quad (5.17)$$

ile orantılıdır. D=6 durumunda (N=2) bu fonksiyon,  $p^2=0$ ' da logaritmik tekilliğe sahiptir:

$$\sim \ell n(p|y|) \Big|_{p^2=0} \rightarrow \infty, \quad N = 2. \quad (5.18)$$

$p^2=0$  için N boyutlu Green fonksiyonu (5.15) formunda bir çözüm vardır. Bu demektir ki,  $p^2=0$  modu, dünyahacmi ile “kütle” arasında etkileşim sağlar. Bu mod, dünyahacmi zarı boyunca sıfırdan farklı üç-momentum ile üretilmelidir.

### 5.1.2 Dört-Momentumun Karesinin Sıfır Olmadığı Durum; $p^2 \neq 0$ .

Bu durumda, fizik oldukça farklıdır. Zarın dışında, yani  $y_m \neq 0$  için, Green fonksiyonu yok olur:

$$\tilde{G}_R(p, y_m \neq 0) \Big|_{p^2 \neq 0} = 0. \quad (5.19)$$

$p^2 \neq 0$  modu, lokalize dünyahacmi maddesi ile “kütle” içindeki madde arasında herhangi bir etkileşmeye neden olmaz. Böylece, zar üzerine tutunmuş bir parçacık ile “kütle” içindeki bir parçacık tamamen  $p^2=0$  çözümü tarafından belirlenir ve (5.17) eşitliğindeki forma sahiptir.

## 5.2 Graviton İlerleyicisinin Tansör Yapısı

Bundan önceki bölümde, zar üzerinde 4 boyutlu Newton yasası elde edildi. Fakat bu yeterli değildir. Zar üzerinde rölativistik kütleçekim teorisi, Einstein tansör kütleçekimi ve yüksek türevli terimlerin toplamıdır. Zar dünyahacminin rölativistik modeli, tansör-skaler kütleçekimidir. Beşten büyük boyutlarda, delta fonksiyonu tipindeki zar üzerindeki dört boyutlu teori, 4D tansör kütleçekimi ile uyumludur.

Bunu göstermek için graviton iletleyicisinin tansör yapısını incelemeliyiz. Metrik dalgalanmaları aşağıdaki gibidir:

$$G_{AB} = \eta_{AB} + h_{AB} \quad (5.20)$$

“Kütle” içinde harmonik ayarı seçelim (Ek2)

$$\partial^\Lambda h_{AB} = \frac{1}{2} \partial_B h^\Lambda_c. \quad (5.21)$$

$$h_{\mu m} = 0, \quad m = 4, \dots, 4 + N$$

seçimi (5.1) eyleminin hareket denklemleri ile uyumludur ve  $h_{AB}$ 'nin sıfırdan farklı olan bileşenleri  $h_{\mu\nu}$  ve  $h_{mn}$ 'dir. Bu ayarda Einstein denkleminin  $\{mn\}$  bileşenleri aşağıdaki ifadeyi sağlar:

$$(6 - D) \partial_\Lambda \partial^\Lambda h^m_m = (D - 4) \partial_\Lambda \partial^\Lambda h^\mu_\mu. \quad (5.23)$$

Bütün denklemlerdeki indisler, düz uzayın metrik tansörü ( $\eta_{AB}$ ) ile kaldırılır ve indirilir.

Einstein denkleminin  $\{\mu\nu\}$  bileşenleri aşağıdaki formdadır:

$$\begin{aligned} & M^{2+N} (\partial_\Lambda \partial^\Lambda h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \partial_\Lambda \partial^\Lambda h^\alpha_\alpha - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \partial_\Lambda \partial^\Lambda h^n_n) \\ & + \overline{M}^2 \delta^{(N)}(y_m) (\partial_\alpha \partial^\alpha h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \partial_\beta \partial^\beta h^\alpha_\alpha + \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \partial_\beta \partial^\beta h^n_n - \partial_\mu \partial_\nu h^n_n) \\ & = T_{\mu\nu}(x) \delta^{(N)}(y_m). \end{aligned} \quad (5.24)$$

Burada zar kaynağı üzerinde enerji-momentum tansörü  $T_{\mu\nu}(x) \delta^{(N)}(y_m)$ 'dir. Yukarıdaki eşitliğin solundaki ilk terim “kütle” Ricci skaleri  $R_{(4+N)}$ 'den, diğeri de 4D Ricci skaleri  $\bar{R}$ 'den elde edilmiştir.

Graviton iletleyicisinin tansör yapısını belirlemek için, yukarıdaki eşitliği düzenleyelim.

$$\begin{aligned} & (M^{2+N} \partial_\Lambda \partial^\Lambda + \overline{M}^2 \delta^{(N)}(y_m) \partial_\alpha \partial^\alpha) h_{\mu\nu} = \\ & \left\{ T_{\mu\nu}(x) - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} T^\alpha_\alpha(x) \right\} \delta^{(N)}(y_m) - M^{2+N} \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \partial_\Lambda \partial^\Lambda h^n_n + \overline{M}^2 \delta^{(N)}(y_m) \partial_\mu \partial_\nu h^n_n. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Bu eşitliğin sağ tarafındaki tansör yapısına sahip olan terimler 4 boyutlu Einstein kütleçekimidir:

$$\left\{ T_{\mu\nu}(x) - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} T_{\alpha}^{\alpha}(x) \right\}. \quad (5.26)$$

(5.25) eşitliğinin sağ tarafında iki tane daha terim vardır.

İkinci terim, momentum uzayında  $p_{\mu}p_{\nu}$  çarpımıyla orantılıdır. Bu terimin katkısı, enerji-momentum tansörünün korunumu ile yok olur. İlk terim,  $\eta_{\mu\nu} \partial_{\Lambda} \partial^{\Lambda} h_n^n$ , ayar dönüşümleri ile yok olmaz. Uzay zamanın boyutuna bağlıdır, bu terim 4D kütleçekimine ek bir katkıya neden olur veya olmayabilir. Örneğin (5.23) denkleminde göre, dört boyutlu durumda ( $D=4$ )  $\eta_{\mu\nu} \partial_{\Lambda} \partial^{\Lambda} h_n^n$  ifadesi yok olur. Amacımız, yüksek boyutlarda bu olasılıklardan hangisinin gerçekleştiğini belirlemektir.

Önceki gibi, dört dünyahacmi koordinatlarına göre, Fourier-dönüşümü yapalım. (5.25) denklemi aşağıdaki formda yazılır:

$$\left[ M^{2+N} (p^2 - \Delta_N) + \bar{M}^2 \delta^{(N)}(y_m) p^2 \right] \tilde{h}_{\mu\nu}(p, y_m) \tilde{T}^{\mu\nu} = \left\{ \tilde{T}_{\mu\nu} \tilde{T}^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \tilde{T}_{\alpha}^{\alpha} \tilde{T}_{\beta}^{\beta} \right\} \delta^{(N)}(y_m) - \frac{1}{2} \tilde{T}_{\alpha}^{\alpha} (p^2 - \Delta_N) \tilde{h}^m_m. \quad (5.27)$$

Burada, tilda işareti Fourier-dönüşmüş büyüklükleri gösterir.  $\tilde{T}^{\mu\nu}$  momentum uzayında korunmuş enerji-momentum tansörüdür. Bu denklemin iki farklı tipte çözümü vardır. Zar dünyahacmi üzerindeki ( $y_n=0$ ) çözümü ele alalım (5.23) ve (5.27) denklemleri ve (5.7)'deki metod kullanılırsa

$$\tilde{h}_{\mu\nu}(p, y_m) \tilde{T}^{\mu\nu} \Big|_{y=0} = \left[ \tilde{T}_{\mu\nu} \tilde{T}^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \tilde{T}_{\alpha}^{\alpha} \tilde{T}_{\beta}^{\beta} \right] \frac{1}{\bar{M}^2 p^2} \quad (5.28)$$

ifadesini elde ederiz. Bu 4D çözümüdür. Böylece  $D>5$  içinde yerleştirilmiş delta fonksiyonu tipindeki zar üzerinde graviton ilerleyicisinin tansör yapısı, 4D Einstein kütleçekimi yapısında olduğunu buluruz.

Zarın dışında ( $|y| \neq 0$ ) ne olduğunu araştıralım. Ele alınacak iki farklı fiziksel durum vardır.

### 5.2.1 Dört-Momentum Karesinin Sıfır Olduğu Durum, $p^2=0$ .

Aşağıdaki çözüm elde edilir:

$$\tilde{h}_{\mu\nu}(0, y_m) \tilde{T}^{\mu\nu} \Big|_{p^2=0} = \left[ \tilde{T}_{\mu\nu} \tilde{T}^{\mu\nu} - \frac{1}{D-2} \tilde{T}^\alpha_\alpha \tilde{T}^\beta_\beta \right] D(0, y) \quad (5.29)$$

$$D(0, y) \sim \frac{1}{|y|^{N-2}}, \quad N > 2. \quad (5.17)$$

Bu D boyutlu tansör yapısının N boyutlu bir çözümüdür. Üstelik, bu çözüm zar üzerine tutunmuş madde ile “kütle” içindeki madde arasındaki etkileşmeye neden olur.

### 5.2.2 Dört-Momentum Karesinin Sıfır Olmadığı Durum, $p^2 \neq 0$ .

$$\tilde{h}_{\mu\nu}(p, y_n) \tilde{T}^{\mu\nu} \Big|_{y \neq 0} = 0. \quad (5.30)$$

Böylece,  $p^2 \neq 0$  madde zar “dünyahacmi” maddesi ve “kütle” maddesi arasında etkileşme sağlamaz.

## 6. SONUÇLAR

Sonsuz-hacimli ekstra düz uzayın içine gömülmüş tek bir zar üzerinde kütleçekimin 4 boyutlu rölativistik teorisi elde edildi. Eğer ekstra boyutun sayısı iki veya ikiden daha büyükse, delta fonksiyonu tipindeki zar üzerindeki indirgenmiş kütleçekim dört boyutlu rölativistik tansör teorisidir.

Bu yaklaşım, hiyerarşi problemi ve kozmolojik sabit problemini çalışmak için yeni görüşler sunmaktadır.



**KAYNAKLAR**

- Adler, S.L., (1980a), Phys. Rev. Lett., 44: 1567.
- Adler, S.L., (1980b), Phys. Lett., B95: 241.
- Adler, S.L., (1982), Rev. Mod. Phys., 54:729.
- Akama, K., "In Gauge Theory and Gravitation", Proceeding the International symposium (1982), Nora, Japan.
- Antoniadis, I., Arkani – Hamed, N., Dimopoulos, S. ve Dvali, G. (1998), Phys. Lett., B436:257.
- Arfken, G., (1970), Mathematical Methods for Physicists, Academic Press, Newyork.
- Arkani Hamed, N., Dimopoulos, S. ve Dvali G., (1999), Phys. Lett., D59:0860.
- Arkani Hamed, N., Dimopoulos. ve Dvali, G., (1998); Phps, Lett., B429:263
- Birrell, N.D. ve Davies, P.C. W., (1982), Quantum Fields In Curved Space, Cambridge University Press, Cambridge.
- Capper, D.M., (1975), Nuovo Cim., A25: 29.
- D’Inverno, R., (1992), Introducing Einstein’s Relativity, Clarendon Press, Oxford.
- Dvali, G. ve Shifman, M., (1997), Phys. Lett., B396:64.
- Dvali, G., Gabadadze, G. ve Porrati, M., (2000), Phys. Lett., B485:208.
- Dvali, G. ve Gabadadze, G. (2001), Phys. Rev., D63 : 065007
- Ipsen, J. ve Skivie, P., (1984), Phys. Rev., D30 : 712.
- Kaloper , N. ve Linde, A. (1999), Phys. Rev., D59:101303.
- Randall, L. ve Sundrum, R., (1999b), Phys. Rev. Lett., 83:4690.
- Randall, L. ve Sundrum, R., (1999a), Phys, Rev. Lett., 83:3370.
- Rubakov, V. A. ve Shaposhnikov, M.E. (1983), Phys. Lett., B125:136.
- Vilenkin, A., (1983), Phys. Lett., B133:177.
- Zee, A., (1982), Phys. Rev. Lett., 48:295.

**Internet Kaynakları**

- [1] <http://web.lanl.gov/people/terning>
- [2] <http://physicsweb.org/article/world/13/119>
- [3] <http://physicsweb.org/article/world/13/11/9/2>



**EKLER**

|      |                            |
|------|----------------------------|
| Ek 1 | Beş Boyutlu Mekanizma      |
| Ek 2 | Lineerize Alan Denklemleri |



### Ek 1 Beş Boyutlu Mekanizma

Ele alınacak iki farklı olasılık vardır. Eğer zar “katı” ise zar üzerine tutunmuş madde alanlarının kuantum dalgalanmaları, halka diyagramları ile (4.6) terimine indirgenebilir. Diğer taraftan zar dalgalanmasına izin verilirse, bu zarın dalgalanmalarının spektrumunda en az bir kütleli durum vardır. Bu durum, zarın enine büyüklüğünün moduna karşılık gelir. “Dünyahacim” gözleyicisine göre, bu durum “dünyahacim” teorisinin kütleli modu gibidir. Bu yüzden bu mod halkalarda vardır ve (4.6) terimini üretir. Zar üzerine tutunmuş maddenin durumlarını ele alalım. Enerji-momentum tansörü şöyledir:

$$T_{AB} = \begin{pmatrix} T_{\mu\nu}(x) \delta^{(N)}(y_m) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

D boyutlu metrik dalgalanmalı  $h_{AB}(x,y) \equiv G_{AB}(x,y) - \eta_{AB}$ , lokalize maddenin Lagrangiyen etkileşmesi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$L_{int} = \int d^N y h^{\mu\nu}(x, y_m) T_{\mu\nu}(x) \delta^{(N)}(y_m) = h^{\mu\nu}(x,0) T_{\mu\nu}(x)$$

burada  $\bar{g}_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ ’dür. Bu etkileşme nedeniyle, 4D kinetik terimi, kuantum teorisindeki  $\bar{g}_{\mu\nu}(x)$  için elde edilebilir. Örneğin halka içindeki kütleli skalerler (Capper, 1925), veya fermiyonlar (Adler, 1980a, 1980b, 1982, 1983; Zee 1982) için

$$\int d^4 x d^N y \delta^{(N)}(y_m) \sqrt{|g|} \bar{R}$$

elde edilir.

$\bar{R}$ , dört boyutlu Ricci skaleridir. İndirgenmiş 4D kozmolojik sabit :  $\bar{\Lambda} = \langle 0 | T_{\mu}^{\mu} | 0 \rangle$ ’dür. Bu  $D > 5$  için zar gerilimini renormalize eder, ve statik zar çözümleri olduğunda dünyahacim fiziğini değiştirmez.

## Ek 2 Lineerize Alan Denklemleri

Metriği aşağıdaki gibi alalım.

$$g_{ab} = \eta_{ab} + \varepsilon h_{ab}$$

Burada  $\eta_{ab}$ , Minkowski metriğidir.  $\varepsilon$ , küçük boyutsuz bir parametredir.  $\varepsilon$ 'nin ikinci ve daha yüksek mertebelerini ihmal edelim. Uzay zaman asimptotik olarak düzdür, yani

$$\lim_{r \rightarrow \infty} h_{ab} = 0$$

$$h^{ab} = \eta^{ac} \eta^{bd} h_{cd}$$

olarak alınırsa

$$(\eta_{ab} + \varepsilon h_{ab})(\eta^{bc} - \varepsilon h^{bc}) = \delta_a^c$$

elde edilir ve aşağıdaki ifadeyi buluruz.

$$g^{ab} = \eta^{ab} - \varepsilon h^{ab}$$

$\eta_{ab}$  sabit olduğundan,

$$\Gamma_{bc}^a = \frac{1}{2} g^{ad} (g_{dc,b} + g_{db,c} - g_{bc,d})$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon \eta^{ad} (h_{dc,b} + h_{db,c} - h_{bc,d})$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon (h_{c,b}^a + h_{b,c}^a - h_{bc}^a)$$

ifadesini elde ederiz (D'Inverno, 1992). Bu Christoffel Sembolü'dür.

Riemann tansörünün ifadesi:

$$R_{bcd}^a = \partial_c \Gamma_{bd}^a - \partial_d \Gamma_{bc}^a + \Gamma_{bd}^e \Gamma_{ec}^a - \Gamma_{bc}^e \Gamma_{ed}^a$$

(2.1), (2.2) denklemleri ve Minkowski metriği ile indisler indirilip kaldırılırsa Riemann tansörü için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$R_{abcd} = \frac{1}{2} \varepsilon (h_{ad,bc} + h_{bc,ad} - h_{ac,bd} - h_{bd,ac}).$$

Aşağıdaki Bianchi özdeşlikleri sağlanır.

$$R_{ab}[cd;e] \equiv 0 \quad R_{ab}[cd,e] \equiv 0.$$

Ricci tansörü:

$$R_{ab} = \eta^{cd} R_{cadb} = \frac{1}{2} \varepsilon (h_{a,bc}^c + h_{b,ac}^c - \square h_{ab} - h_{,ab})$$

Burada

$$h \equiv \eta^{cd} h_{cd} = h_c^c$$

ve  $\square$ , d'Alembertian operatörüdür.

$$\square = \eta^{ab} \partial_a \partial_b$$

$$= \partial^a \partial_a$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2.$$

Ricci skaleri;

$$R = \varepsilon (h_{,cd}^{cd} - \square h)$$

olarak elde edilir.

Einstein tansörü,

$$G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} R$$

elde edilir.

### Ayar dönüşümleri:

Aşağıdaki koordinat dönüşümleri altında lineerize denklemlerini ele alalım:

$$x^a \rightarrow x'^a = x^a + \epsilon \xi^a \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial x'^a}{\partial x^b} = \delta_b^a + \epsilon \xi_{,b}^a. \quad (2.16)$$

Yukarıdaki ifade  $g_{ab}$  için dönüşüm formülü

$$g'_{ab}(x') = \frac{\partial x^c}{\partial x'^a} \frac{\partial x^d}{\partial x'^b} g_{cd}(x) \quad (2.17)$$

uygulanırsa,  $h_{ab}$  için aşağıdaki ifade bulunur.

$$h_{ab} \rightarrow h'_{ab} = h_{ab} - 2\xi_{(a,b)}. \quad (2.18)$$

Buna  $h_{ab}$ 'nin ayar dönüşümü denir. Elektromanyetik teorideki ayar dönüşümüne

$$\phi_a \rightarrow \bar{\phi}_a = \phi_a + \partial_a \Psi$$

benzerlik yapılmıştır.  $\Psi$ , herhangi bir skaler alandır.  $\phi^a = (\phi, A)$  4-potansiyeldir.  $\phi$ , skaler potansiyel ve  $A$  vektör potansiyelidir. Ayar dönüşümleri potansiyeli değiştirmesine rağmen,  $F_{ab} = \partial_b \phi_a - \partial_a \phi_b$  ifadesini değişmez bırakır.

Böylece  $\vec{E} = -\text{grad}\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  ve  $\vec{B} = \text{curl} \vec{A}$  ifadeleri değişmez ve bunlar kesin olarak

ölçülebilen büyüklüklerdir. Linearize eğrilik tansörü  $R_{abcd}$  ve  $R_{ab}$  ayar-değişmez büyüklüklerdir, yani (2.18) formülündeki dönüşüm ile değişmezler.

Eğer yeni değişken  $\Psi_{ab}$ ,

$$\Psi_{ab} \equiv h_{ab} - \frac{1}{2} \eta_{ab} h, \quad (2.19)$$

şeklinde tanımlanırsa (2.10) denklemi ve (2.12) denklemi için aşağıdaki ifadeler bulunur:

$$R_{ab} = \frac{1}{2} \epsilon (\Psi_{a,bc}^c + \Psi_{b,ac}^c - \square h_{ab}) \quad (2.20)$$

$$R = \frac{1}{2} \varepsilon (2 \Psi^{cd}{}_{,cd} - \square h) \quad (2.21)$$

Böylece aşağıdaki ifade elde edilir:

$$G_{ab} = \frac{1}{2} \varepsilon (\Psi_{a,bc}^c + \Psi_{b,ac}^c - \square \Psi_{ab} - \eta_{ab} \Psi^{cd}{}_{,cd}). \quad (2.22)$$

Aşağıdaki koşul

$$\Psi_{b,a}^a = 0 \quad (2.23)$$

kabul edilirse, alan denklemi dalga denklemine indirgenir. (2.23) koşulu  $h_{ab}$  cinsinden yazılırsa

$$h_{b,a}^a - \frac{1}{2} h_{,b} = 0 \quad (2.24)$$

ifadesi elde edilir. Buna Einstein, de Donder, Hilbert veya Fock ayarı denir.

**ÖZGEÇMİŞ**

|                           |                                                                                                      |
|---------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Doğum Tarihi</b>       | 14.05.1980                                                                                           |
| <b>Doğum Yeri</b>         | Kerkük                                                                                               |
| <b>Lise</b>               | 1994-1998 Pertevniyal Lisesi                                                                         |
| <b>Lisans</b>             | 1998-2002 İst. Üniversitesi Fen – Edebiyat Fak. Fizik Bölümü                                         |
| <b>Yüksek Lisans</b>      | 2002-2004 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü,<br>(Fizik Anabilim Dalı) Fizik Bölümü. |
| <b>Çalıştığı Kurumlar</b> | 1999-2000 Öğrenci – X Etüd Merkezi<br>2001-2002 İstanbul Üniversitesi ÜNİDER Fizik Öğretmeni         |

