

47073

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DALGALARIN YANSIMADA FAZ DEĞİŞİMLERİNİN KURAMSAL İNCELENMESİ

Gökcan ÖZDEMİR

**F.B.E. Fizik Anabilim Dalında
hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Tez Danışmanı:
Yrd. Doç. Dr. Mehmet ŞİRİN**

**YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

İSTANBUL, 1995

İÇİN DEKİLER

	<u>SAYFA NO</u>
TEŞEKKÜR	I
ÖZET	II
SUMMARY	III
GİRİŞ	IV
1- DALGA DENKLEMİ	1
1.1. Dalga Denkleminin Çözümü	4
2. SINIR ŞARTLARI	7
2.1. Sınır Şartlarından Yansıma ve Kırılma Kanunları	11
3. FRESNEL EŞİTLİKLERİ	14
4. SINIRDAKİ FAZ DEĞİŞİMİ	18
5. SONUÇ	22
KAYNAKLAR	23

TEŞEKKÜR

Bu çalışmayı yapmamda beni yönlendiren ve yardımlarını esirgemeyen Sayın Hocam Yrd. Doç. Dr. Mehmet ŞİRİN'e teşekkür ederim.

ÖZET

Bu çalışmada izotropik dielektrik ortamlara gelen ışık ile yansıyan ve kırılan ışınlar arasındaki faz bağıntıları incelendi.

Elektromagnetik dalga şeklinde yayılan ışığın dalga denkleminin elde edilmesinde Maxwell denklemleri kullanıldı. Elektrik magnetik alanların sınıra paralel bileşenlerinin sürekliliğinden faz bağıntıları elde edildi. Gelen, yansıyan ve kırılan dalgaların faz ilişkileri bu bağıntılar kullanılarak bulundu.

Sınırdaki kırılan dalgada faz değişimi olmamıştır. Yalnızca yansıyan dalgada ortamların kırılma indislerine gelme açısı ile Brewster açısı arasındaki ilişkiye bağlı olarak π kadar faz değişimi olduğu görüldü.

SUMMARY

In this work the phase relations between the incoming light and the reflected and refracted rays from the isotropic dielectric media have been examined.

To obtain the wave equation of the light that has propagated as an electromagnetic wave, Maxwell's equations have been used.

The phase relations of the incoming, reflected and refracted waves have been found through the relations obtained by the continuity of the parallel components of the electric and magnetic fields.

Only a phase change of π has been observed, depending on the relation between the incoming and Brewster angles and the indices of the media; to however, no phase change has been obtained for the wave refracted on the boundary.

GİRİŞ

İzotropik dielektrik malzeme üzerine düşen ışığın doğrultusu yansıma ve kırılma kanunları ile açıklanabilir. Bu kanunlar ışığın şiddeti ve fazları hakkında hiç bir bilgi vermez. Yansıma ve kırılmanın elektromagnetik teori tarafından ele alınması ile birlikte ışığın şiddeti ve fazları hakkında bilgi elde edilir. Maxwell elektrik ve magnetizmadan bilinen Gauss, Amper ve Faraday kanunlarını geliştirerek elektromagnetizmanın teorisini tamamlamıştır. Bu teori Maxwell denklemleri denilen dört tane denklem ile özetlenir. Elektromagnetik teori sınır şartları olarak adlandırılan şartların Maxwell denklemlerine uygulanmasını içerir.

1. DALGA DENKLEMİ

Maxwell denklemleri (Born, 1964) elektrik sabiti ve magnetik geçirgenlik katsayısı konum ve zamana bağılı olmayan ($c = \text{sbt}$, $\mu = \text{sbt}$), izotropik ve dielektrik ($\sigma = 0$, $\rho = 0$) ortamlar için aşağıdaki gibidir.

$$\left. \begin{array}{ll} \text{a.} & \text{rot} \vec{E} = - \frac{\mu}{C} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \text{b.} & \text{rot} \vec{H} = \frac{\epsilon}{C} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{c.} & \text{div} \vec{E} = 0 \\ \text{d.} & \text{div} \vec{H} = 0 \end{array} \right\} \quad (1 - 1)$$

Burada, E elektrik H magnetik alan vektörünü gösterir. Dielektrik malzemenin elektrik ve magnetik özelliklerini karakterize eden ϵ ve μ aynı zamanda E ve H'dan da bağımsızdır. Maxwell denklemlerinde Gauss birim sistemi kullanılmıştır. Bu sistemde elektrik büyüklükler elektrostatik, magnetik büyüklükler ise elektromagnetik sistemlerde ölçülür. (1 - 1) denklemlerinde dielektrik ortamlar için $D = \epsilon E$ ve $B = \mu H$ bağıntıları kullanılır. Burada D elektrik, B magnetik indüksiyon vektörleridir.

Elektromagnetik alan elektromagnetik dalga şeklinde yayılır, yayılma hızı $v = C / \sqrt{\epsilon \mu}$ 'dür. Boşluk için $\epsilon = \mu = 1$ olduğundan $v = C$ olur, yani elektromagnetik dalganın boşlukta yayılma hızı ışık hızına eşit olur. Elektromagnetik dalgalar enine dalgalardır. Işığın elektrik ve magnetik alan vektörleri yayılma doğrultusuna dik olduğu gibi, birbirlerine de diktirler. v hızı ile ilerleyen monokromatik düzlem dalgada E ve H vektörleri titreşirler. E ve H vektörleri gibi harmonik olarak titreşen dalgalara monokromatik dalga denir.

Bu dalgalar aşağıdaki bağıntılarla ifade edilebilir. (Ditchburn, 1963)

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

Burada $\vec{r}$ dalga yayılma doğrultusunu, $\vec{k}$ dalga vektörünü, ω açısal hızı, E_0 ve H_0 ise genlikleri gösterir. Yukarıdaki dalga fonksiyonları aşağıdaki işlemlerle elde edilir. (1-1a) denkleminde;

$$\left. \begin{array}{l} \text{a.} \quad \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\mu}{C} \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \text{b.} \quad \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{\partial E_x}{\partial x} = -\frac{\mu}{C} \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \text{c.} \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\mu}{C} \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{array} \right\} \quad (1-2)$$

benzer şekilde (1-1b)'den:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a.} \quad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\epsilon}{C} \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \text{b.} \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\epsilon}{C} \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \text{c.} \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\epsilon}{C} \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{array} \right\} \quad (1-3)$$

ifadeleri bulunur. Düzlem dalga yayılma doğrultusunu x ekseninde yayıldığını farz edelim. Elektromagnetik dalga yayılma doğrultusunu z eksenine, H vektörü ise y ekseninde olsun. Bu durumda $E_x = E_y = 0$, $E_z = E(x,t)$, $H_x = H_z = 0$ ve $H_y = H(x,t)$ olur. E_z (1-2 b)'nin x'e göre türevi alınır,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{\mu}{C} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)$$

Eş. (1-3 c)'nin de t'ye göre türevi alınırsa,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) = \frac{\varepsilon}{C} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

elde edilir. $\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial t} = \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial x}$ olduğundan

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{C^2}{\varepsilon \mu} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \quad (1-4 a)$$

bulunur. Benzer çözüm H içinde yapıldığında

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \frac{C^2}{\varepsilon \mu} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad (1-4 b)$$

elde edilir. (1 - 4) denklemlerine dalga denklemleri denir.

1.1. DALGA DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Dalga denkleminin çözümünü yapmak için elektrik alan vektörünün bağımsız x ve t değişkenleri cinsinden aşağıdaki gibi ayrılabilir. (Blanchard, 1969)

$$E(x, t) = E(x) T(t) \quad (1 - 6)$$

(1 - 6) eşitliğini (1 - 4) eşitliğinde yerine yazıp, eşitliğin her iki tarafında $\epsilon\mu E(x) T(t)$ ile bölelim.

$$\frac{1}{\epsilon\mu E(x) T(t)} T(t) \frac{d^2 E(x)}{dx^2} = \frac{1}{\epsilon\mu E(x) T(t)} E(x) \frac{d^2 T(t)}{dt^2}$$

gerekli kısaltmaları yaptığımızda;

$$\frac{1}{\epsilon\mu E(x)} \frac{d^2 E(x)}{dx^2} = \frac{1}{\epsilon\mu T(t)} \frac{d^2 T(t)}{dt^2} \quad (1 - 7)$$

eşitliği elde edilir. (1 - 7) eşitliğinin sol tarafı x 'in sağ taraf ise yalnız t 'nin bir fonksiyonudur. Böyle bir diferansiyel eşitliğin sağlanabilmesi için bunlardan her birinin aynı a sabitine eşit olması gerekir. $a = -\omega^2$ dersek bu denklemden çözümleri sırasıyla aşağıdaki gibi olur. Sağ taraf için

$$\frac{1}{T(t)} \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = a \quad (1 - 8)$$

bu eşitliğin bir çözümü

$$T(t) = e^{i\omega t} \quad (1 - 9)$$

şeklindedir. Çözümün (1 - 9) gibi olduğu kolayca gösterilebilir. İşlemsel kolaylık için kompleks ifadeler kullanıldı. Elektrik ve magnetik alan reel fiziksel büyüklükler olduğu için kompleks ifadenin reel kısmını kullanmak deneysel sonuçları ile çözümleri karşılaştırmak için gereklidir. Çözümlerin reel kısmı olarak $\sin \omega t$, $\cos \omega t$ veya bunların Lineer kombinasyonları alınabilir.

Aynı yöntemle

$$\frac{1}{E(x)} \frac{d^2 E(x)}{dx^2} = -\epsilon \mu \omega^2 \quad (1 - 10)$$

zamandan bağımsız dalga denklemini yazılabilir. Bu denklemin de çözümü aşağıdaki gibidir.

$$E(x) = E_0 e^{-ikx} \quad (1 - 11)$$

Burada $k^2 = \epsilon \mu \omega^2$ dir. (1 - 9) ve (1 - 11) ifadeleri (1 - 6) eşitliğinde yerlerine konduğunda;

$$E(x, t) = E_0 e^{-ikx} e^{i\omega t}$$

$$E(x, t) = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \quad (1 - 12)$$

elde edilir. Doğal olarak E için yazılan ifadeye benzer ifade H manyetik alan içinde yazılabilir.

$$H(x, t) = H_0 e^{i(\omega t - kx)} \quad (1 - 13)$$

Hem x hem t için çözümler periyodiktir.

(1 - 12) ifadesinin t ve x'e göre türevini alırsak,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} &= i\omega E_0 e^{i(\omega t - kx)} \\ \frac{\partial E}{\partial x} &= -ik E_0 e^{i(\omega t - kx)} \end{aligned} \right\} \quad (1 - 14)$$

ifadeleri elde edilir. (1 - 14)'ün kendi içinde çözümünden

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{k}{\omega} \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{1}{v} \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{c} \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1 - 15)$$

olur. Bulunan bu ifade (1 - 2b)'de yerine konursa

$$\begin{aligned} -\frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{c} \frac{\partial E}{\partial t} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t} \\ \sqrt{\epsilon} \frac{\partial E}{\partial t} &= \sqrt{\mu} \frac{\partial H}{\partial t} \end{aligned} \quad (1 - 16)$$

elde edilir. (1 - 12) ifadesi (1 - 16) ifadesinde kullanılırsa,

$$\sqrt{\epsilon} E(x,t) = \sqrt{\mu} (H(x,t) + Sbt) \quad (1 - 17)$$

bulunur. Elektrodinamik olaylarda sabit alanın etkisi olmadığından (1 - 17)'deki sabit terim sıfır kabul edilir. (Jenkins, 1957)

$$\sqrt{\epsilon} E(x,t) = \sqrt{\mu} H(x,t) \quad (1 - 18)$$

olur. Görüldüğü gibi E ve H aynı anda ve uzayın aynı noktasında minimum (veya maksimum) değer alır. Dolayısıyla E ve H vektörleri aynı fazla titreşim yapan vektörlerdir.

2. SINIR ŞARTLARI

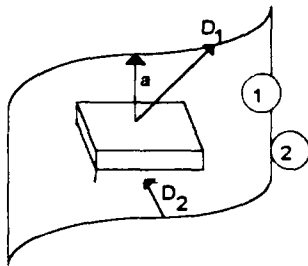
Genel olarak iki ortamı ayıran ara kesit yüzeyde yük yoğunluğu σ ve akım yoğunluğu K ise E , B , D ve H alanları sürekli değildirler. (Griffiths, 1969). Bu süreksizliğin en duyarlı özellikleri (1 - 1)'de verilen Maxwell denklemlerinin integral formundan çıkarılabilir.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a.} \quad \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{a} = Q \\ \text{b.} \quad \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = 0 \\ \text{c.} \quad \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} \\ \text{d.} \quad \oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I + \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{a} \end{array} \right\} \quad (2 - 1)$$

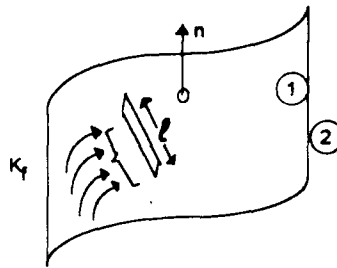
Şekil (2 - 1)'de olduğu gibi (2 - 1a) ifadesi küçük ince bir şerit gözönüne alınarak bu şeridi içine alan Gaussiön hap kutusuna uygulanmasıyla,

$$\bar{D}_1 \cdot \bar{a} - \bar{D}_2 \cdot \bar{a} = \sigma_f a \quad (2 - 2)$$

elde edilir.



Şekil (2 - 1)



Şekil (2 - 2)

Bu ince şeridin kalınlığı sıfıra yaklaştığı limit durumunda (2 - 2) ifadesinden ana kesit yüzeye dik olan D bileşeni

$$D_{1d} - D_{2d} = \sigma_f \quad (2-3)$$

olur. Bu ifade D'nin dik bileşeninin kesikli olduğunu gösterir. Benzer nedenlerle (2 - 1b) ifadesinden de

$$B_{1d} - B_{2d} = 0 \quad (2-4)$$

elde edilir. Bu ifade B'nin ara kesit yüzeyde dik bileşeninin sürekli olduğunu gösterir.

(2 - 1c) ifadesi şekil (2 - 2)'deki yüzeyi delen küçük bir akım çerçevesine uygulandığında

$$E_1 \cdot \ell - E_2 \cdot \ell = -\frac{d}{dt} \int_0^{\ell} B \cdot da$$

(2 - 5)

bulunur.

Fakat limite çerçevenin genişliği sıfıra gittiğinde akı sıfır olur.
Bundan dolayı

$$E_{1t} - E_2 = 0 \quad (2-6)$$

elde edilir. Yani E 'nin yüzeye teğet olan bileşeni sınırdaki sürekli. Aynı gerekçelerle (2.1d) bağıntısından,

$$H_1 \cdot \ell - H_2 \cdot \ell = I \quad (2-7)$$

olur.

Burada I çerçevenin sınırladığı yüzeyden geçen akımdır. Her hangi bir hacim akım yoğunluğunun bir katkısı olmamasına karşın yüzey oluşumundan bir katkı gelir. $\bar{n}$ birim vektör 2. ortamdan birinci ortama

doğru ara yüzeye dik olarak seçilirse $\vec{n} \times \vec{\ell}$ vektörü çerçeve yüzeyine dik olur. Dolayısıyla,

$$I = K_f \cdot (\vec{n} \times \vec{\ell}) \cdot \vec{\ell} = (K_f \vec{x} \vec{n}) \cdot \vec{\ell} \quad (2 - 8)$$

yazılabilir. Buradan (2 - 9) elde edilir.

$$H_{1t} - H_{2t} = K_f \vec{x} \vec{n} \quad (2 - 9)$$

Böylece H'nin paralel bileşenleri serbest yüzey akımı yoğunluğu ile orantılı olarak süreksiz olacaktır. (2 - 3), (2 - 4), (2 - 6) ve (2 - 9) eşitlikleri elektrodinamiğin genel sınır koşullarını kapsamaktadır. Lineer bir ortam durumunda bu eşitlikler yalnız E ve B cinsinden ifade edilebilir.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a.} \quad \varepsilon_1 E_{1d} - \varepsilon_2 E_{2d} = \sigma_f \\ \text{b.} \quad B_{1d} - B_{2d} = 0 \\ \text{c.} \quad E_{1t} - E_{2t} = 0 \\ \text{d.} \quad \frac{1}{\mu_1} B_{1t} - \frac{1}{\mu_2} B_{2t} = K_f \vec{x} \vec{n} \end{array} \right\} \quad (2 - 10)$$

eğer yüzeyde serbest yükler ve serbest akım yoksa o zaman;

$$\left. \begin{array}{l} \text{a.} \quad \varepsilon_1 E_{1d} - \varepsilon_2 E_{2d} = 0 \\ \text{b.} \quad B_{1d} - B_{2d} = 0 \\ \text{c.} \quad E_{1t} - E_{2t} = 0 \\ \text{d.} \quad \frac{1}{\mu_1} B_{1t} - \frac{1}{\mu_2} B_{2t} = 0 \end{array} \right\} \quad (2 - 11)$$

olur. Bu eşitlikler yansıma ve kırılma için temel bağıntılardır.

(2 - 11)'i önceki bölümün (1 - 18) ifadesine (2 - 16)'i dikkate alarak yazarsak

$$\sqrt{\mu_1} H_{1t} = \sqrt{\varepsilon_1} E_{1t} \quad , \quad \sqrt{\mu_2} H_{2t} = \sqrt{\varepsilon_2} E_{2t} \quad (2 - 12)$$

elde edilir. (Jenkins, 1957) İçinde elektromagnetik dalga yayılan ortamın özelliği kendinin makraskobik karakteristikleri olan ε ve μ ile ilgilidir. Görünür bölgede tüm saydam cisimler için $\mu = 1$ olduğundan (2 - 12) ifadesinden

$$H_{1t} = \sqrt{\varepsilon_1} E_{1t} \quad , \quad H_{2t} = \sqrt{\varepsilon_2} E_{2t} \quad (2 - 13)$$

bulunur.



2.1. SINIR ŞARTLARINDAN YANSIMA ve KIRILMA KANUNLARI

İki saydam ortamın sınır yüzeyine ışık düştüğünde bir kısmı yansır bir kısmı da kırılır. Gelen, yansıyan ve kırılan dalgaların elektrik vektörleri için sırasıyla

$$\left. \begin{array}{l} \text{Gelendalga:} \quad \vec{E} = \vec{E}_o e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \\ \text{Yansıyandalga:} \quad \vec{E}_R = \vec{E}_{OR} e^{i(\omega t - \vec{k}_R \cdot \vec{r})} \\ \text{Kırılandalga:} \quad \vec{E}_T = \vec{E}_{OT} e^{i(\omega t - \vec{k}_T \cdot \vec{r})} \end{array} \right\} \quad (2 - 14)$$

yazılır (2 - 14)'ü (2 - 11c)'de dikkate alırsak

$$E_o e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} + E_{OR} e^{i(\omega t - \vec{k}_R \cdot \vec{r})} = E_{OT} e^{i(\omega t - \vec{k}_T \cdot \vec{r})}$$

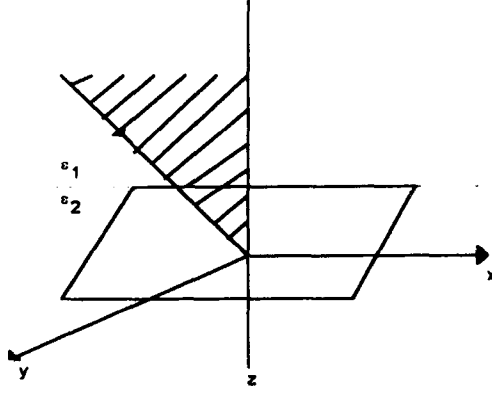
olur. (2 - 15) şartı sınır yüzeyinin her yerinde ve her zaman sağlanmalıdır. Bu şartın yerine gelebilmesi için aşağıdaki eşitlikler gerekmektedir.

$$W = W_R = W_T$$

$$k_x = k_{Rx} = k_{Tx} \quad (2 - 16)$$

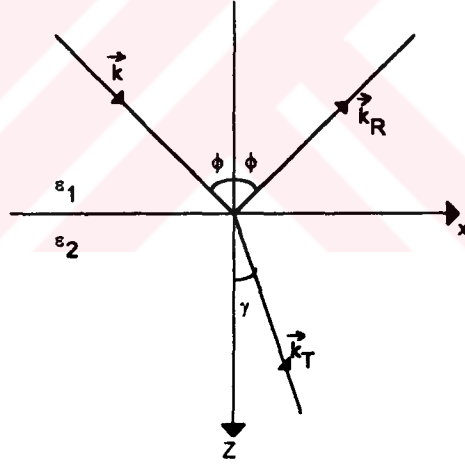
$$k_y = k_{Ry} = k_{Ty}$$

Gelen dalganın dalga vektörü XZ düzlemi içinde olduğundan $k_y = 0$ ve bu sebepten yansıyan ve kırılan dalgalar için $k_{Ry} = k_{Ty} = 0$ olur. (Born, 1964). Yani her iki dalganın gelen, yansıyan ve kırılan dalga vektörleri aynı bir düzlem içindedir. Bu düzleme gelme düzlemi denir. Şekil (2 - 3)'ten taranmış düzlem gelme düzlemidir.



Şekil (2 - 3)

Gelme, yansıma ve kırılma açıları sırasıyla ϕ , ϕ' ve γ olsun. Şekil (2 - 4)'den



Şekil (2 - 4)

$$k_x = k \cdot \sin \phi$$

$$k_{Rx} = k_R \sin \phi'$$

$$(2 - 17)$$

$$k_{Tx} = k_T \sin \gamma$$

elde edilir.

$$k = \frac{w}{v}$$

olduğundan gelen, yansıyan ve kırılan dalga sayıları sırasıyla:

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{w}{v_1} \\ k_R &= \frac{w}{v_1} \\ k_T &= \frac{w}{v_2} \end{aligned} \right\} \quad (2 - 18)$$

olur. Burada v_1 ve v_2 sırasıyla ışığın 1. ve 2. ortamlardaki hızlarıdır. (2 - 16) ve (2 - 18)'den

$$\frac{\sin \phi}{v_1} = \frac{\sin \phi'}{v_1} = \frac{\sin \gamma}{v_2} \quad (2 - 19)$$

bulunur. Buradaki $\phi = \phi'$ 'dür. Dolayısıyla

$$\frac{\sin \phi}{\sin \gamma} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} \quad (2 - 20)$$

olur. Burada n_1 birinci n_2 ise ikinci ortamın kırılma indisleridir.

3. FRESNEL EŞİTLİKLERİ

Dielektrik sabiti ϵ_1 olan ortamdan, dielektrik sabit ϵ_2 olan ortama ışığın geçişinde elektrik vektörünün arakesit yüzeye dik ve paralel bileşenleri süreklidir. Bu süreklilik Bölüm 2'de gösterildi.

Bu şartları uygulamak için dielektrik sabiti ϵ_1 olan ortamda bulunan bir düzlem dalga, ϕ açısı ile Şekil (3.1)'de gösterildiği gibi dielektrik sabiti ϵ_2 olan ortamın yüzeyine gelsin. Işığın gelen, yansıyan ve kırılan elektrik alan vektörlerinin biri gelme düzlemine paralel, (xy düzlemi) diğeri gelme düzlemine dik (yz düzlemi) olmak üzere iki bileşene ayrılabilir.

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_p + \vec{E}_s \\ \vec{E}_R &= \vec{E}_{R_p} + \vec{E}_{R_s} \\ \vec{E}_T &= \vec{E}_{T_p} + \vec{E}_{T_s} \end{aligned} \right\} \quad (3 - 1)$$

burada p indisi gelme düzlemi, s indisi ise gelme düzlemine dik olan düzlemdeki bileşenleri ifade eder. E , E_R ve E_T sembolleri sırasıyla gelen, yansıyan ve kırılan dalğanın elektrik alan vektörleridir. Şekil (3 - 1)'den gelen dalğanın bileşenleri için

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad E_x &= E_p \cos\phi & H_x &= \sqrt{\epsilon_1} E_s \cos\phi \\ \text{(II)} \quad E_y &= E_s & H_y &= \sqrt{\epsilon_1} E_p \\ \text{(III)} \quad E_z &= -E_p \sin\phi & H_z &= -\sqrt{\epsilon_1} E_s \sin\phi \end{aligned} \quad (3 - 2)$$

elde edilir. (Aksoy, 1984)

(3 - 2a)'daki (i) ve (ii) ifadeleri, gelen dalga nedeniyle sınıra paralel olan, E ve H 'nin bileşenleridir. Dalga kısmen yansıtıldığından sınırın

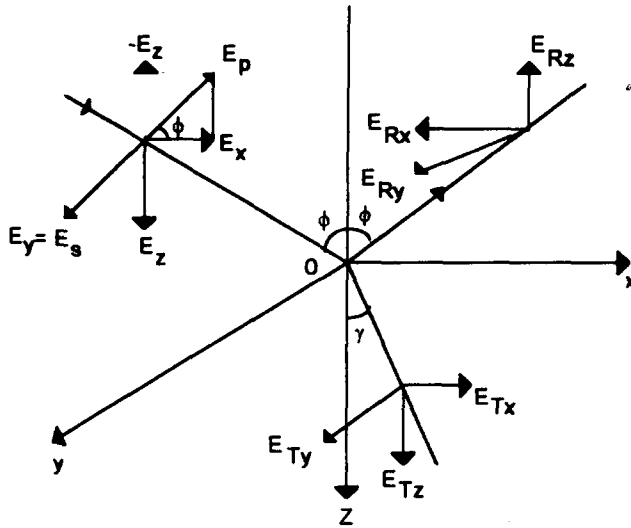
hemen yukarıdaki toplam teğetsel alanları elde etmek için yansıtılan dalganın bileşenlerini bu teğetsel alanlara eklemeliyiz. Yansıtılan dalganın bileşenleri aşağıdaki gibidir.

$$\left. \begin{aligned} \text{(I)} \quad E_{Rx} &= -E_{Rp} \cos \phi & H_{Rx} &= -\sqrt{\epsilon_1} E_{Rp} \cos \phi \\ \text{(II)} \quad E_{Ry} &= E_{Rp} & H_{Ry} &= \sqrt{\epsilon_1} E_{Rp} \\ \text{(III)} \quad E_{Rz} &= -E_{Rp} \sin \phi & H_{Rz} &= -\sqrt{\epsilon_1} E_{Rp} \sin \phi \end{aligned} \right\} \quad (3 - 2b)$$

Sınırının altında kırılan dalga ile ilgili bileşenler ise:

$$\left. \begin{aligned} \text{(I)} \quad E_{Tx} &= E_{Tp} \cos \gamma & H_{Tx} &= \sqrt{\epsilon_2} E_{Tp} \cos \gamma \\ \text{(II)} \quad E_{Ty} &= E_{Tp} & H_{Ty} &= \sqrt{\epsilon_2} E_{Tp} \\ \text{(III)} \quad E_{Tz} &= -E_{Tp} \sin \gamma & H_{Tz} &= -\sqrt{\epsilon_2} E_{Tp} \sin \gamma \end{aligned} \right\} \quad (3 - 2c)$$

şeklinde.



Şekil (3 - 1)

Elektromagnetik alanın magnetik vektörünün bileşenlerini bulurken E , H , v vektörlerinin sağ sistem paymalarından faydalanılmıştır, dolayısıyla magnetik vektörü bileşenlerinin yönleri elektrik vektörü bileşenlerinin uygun yönelmeleri kullanılarak belirtildi. (Friedmann, 1965), (Cook, 1957). p bileşeninin yönü olarak uygun eksenlerin yönleri, s bileşeninin yönü olarak y ekseninin pozitif yönü, (pozitif y sayfa düzleminden dışarı) kabul edildi. Elektrik bileşenlerinin yönünü bilirse magnetik bileşenlerinin de yönü tayin edilebilir. (Friedmann, 1971).

Gelen, yansıyan ve kırılan ışık dalgalarının elektrik ve magnetik vektörlerinin bileşeni arasında (2 - 11)'den aşağıdaki eşitlikler yazılır.

$$\left. \begin{array}{ll} E_x + E_{Rx} = E_{Tx} & H_x + H_{Rx} = H_{Tx} \\ E_y + E_{Ry} = E_{Ty} & H_y + H_{Ry} = H_{Ty} \end{array} \right\} \quad (3 - 3)$$

(3 - 2)'deki ifadeleri (3 - 3)'de yerine yazarsak,

$$\left. \begin{array}{l} (E_p - E_{Rp}) \cos \phi = E_{Tp} \cos \gamma \\ E_s + E_{Rs} = E_{Ts} \\ \sqrt{\epsilon_1} (E_s - E_{Rs}) \cos \phi = \sqrt{\epsilon_2} E_{Ts} \cos \gamma \\ \sqrt{\epsilon_1} (E_p + E_{Rp}) = \sqrt{\epsilon_2} E_{Tp} \end{array} \right\} \quad (3 - 4)$$

elde edilir. Bu eşitliklerin E_{Rp} ve E_{Rs} için, E_p ve E_s 'e bağlı olarak çözümünden

$$E_{Rp} = E_p \frac{n_2 \cos \phi - n_1 \cos \gamma}{n_2 \cos \phi + n_1 \cos \gamma} = E_p \frac{t_g(\phi - \gamma)}{t_g(\phi + \gamma)} \quad (3 - 5a)$$

$$E_{Rs} = E_s \frac{n_1 \cos \phi - n_2 \cos \gamma}{n_1 \cos \phi + n_2 \cos \gamma} = -E_s \frac{\sin(\phi - \gamma)}{\sin(\phi + \gamma)} \quad (3 - 5b)$$

ve E_{Tp} ile E_{Ts} 'in E_p ve E_s göre çözümünden ise

$$E_{Tp} = E_p \frac{2n_1 \cos \phi}{n_2 \cos \phi + n_1 \cos \gamma} = E_p \frac{2 \sin \gamma \cos \phi}{\sin(\phi + \gamma) \cos(\phi - \gamma)} \quad (3 - 5c)$$

$$E_{Ts} = E_s \frac{2n_1 \cos \phi}{n_1 \cos \phi + n_2 \cos \gamma} = E_s \frac{2 \sin \gamma \cos \phi}{\sin(\phi + \gamma)} \quad (3 - 5d)$$

sonuçları elde edilir. Yansıyan ve kırılan dalgaların genliklerini belirten (3 - 5) ifadelerine Fresnel eşitlikleri denir. Fresnel ifadeleri elektrik vektörlerinin bileşenleri için yazıldı.

4. SINIRDAKİ FAZ DEĞİŞİMİ

Şekil (3 - 1)'den görüldüğü gibi E_s , E_{Rs} ve E_{Ts} bileşenlerinin işaretlerinin aynı olması onların aynı fazla, zıt işaretli olmaları da zıt fazla titreşmelerini ifade eder. E_{Tp} ve E_p arasındaki işaretlerin de aynı olması, aynı fazlı olduklarını gösterir. Fakat E_{Rp} ve E_p bileşenlerinin aynı işaretli olmaları zıt fazlı, zıt işaretli olmaları ise aynı fazlı titreşmeleri demektir. Bu sonuçlar Fresnel eşitliklerinden açıklanabilir.

(3 - 5)'den görüldüğü gibi gelme ve kırılma açılarının tüm değerlerinde E_{Tp} ile E_p ve E_{Ts} ile E_s aynı işaretlidirler. Dolayısıyla aynı fazlı titreşirler.

Yansıyan dalga için, gelme açısı ϕ , kırılma açısı γ 'ye ve Brewster açısına (ϕ_B) bağlı olarak farklı durumlar incelendi. $\phi + \gamma = \frac{\pi}{2}$ olduğunda, ϕ geliş açısına Brewster açısı denir.

$$1- \phi + \gamma = \frac{\pi}{2}, \phi = \phi_B \text{ ise } \tan(\phi + \gamma) = \infty \text{ olur.}$$

Bu durumda yansıtılan ışığın elektrik vektörü geliş düzlemine dik (s bileşeni doğrultusunda) doğrultu boyunca titreşir. (Rupaal, 1964) Yansıtılan ışın çizgisel (düzlemsel) kutuplanmıştır.

1.a- $n_2 > n_1$ durumunda $E_{Rp} = 0$ olur. Paralel bileşen yansıtılmamıştır. E_{Rs} ile E_s zıt işaretli olduğundan zıt fazla titreşirler.

1.b $n_2 < n_1$ durumunda $E_{Rp} = 0$ olur. Yine paralel bileşen yansıtılmamıştır. E_{Rs} ve E_s aynı işaretli olduğundan aynı fazla titreşirler.

2. $(\phi + \gamma) < \frac{\pi}{2}$ ve $(\phi + \gamma) > \frac{\pi}{2}$ durumları için

2. a. İkinci ortamın kırılma indisi, birinci ortamın kırılma indisinden büyük olduğunda her zaman $\phi > \gamma$ 'dir. Buna bağlı olarak $\text{tg}(\phi - \gamma) > 0$, $\text{Sin}(\phi - \gamma) > 0$ ve $\text{Sin}(\phi + \gamma) > 0$ olur.

Bu durumda E_{Rs} ve E_s zıt işaretli ve dolayısıyla zıt fazlı olurlar. E_{Rp} ve E_p 'nin faz ilişkisi ise $\text{tg}(\phi + \gamma)$ 'nin işaretine bakılarak bulunur.

Eğer $\phi + \gamma < \frac{\pi}{2}$ ve $\phi < \phi_B$ ise $\text{tg}(\phi + \gamma) > 0$ 'dir ve E_{Rp} ile E_p aynı işaretlidir. Bu nedenle zıt fazlı olurlar.

$\phi + \gamma > \frac{\pi}{2}$ ve $\phi > \phi_B$ olduğunda $\text{tg}(\phi + \gamma) < 0$ 'dir. E_{Rp} ile E_p zıt işaretlidir. Bu durumda aynı fazlı olurlar.

Tablo 4 - 1 $n_2 > n_1$, $\phi_1 > \gamma$ durumu için faz değişimi.

$n_2 > n_1$	$\phi + \gamma < \frac{\pi}{2}, \phi < \phi_B$	$\phi + \gamma > \frac{\pi}{2}, \phi > \phi_B$
$\phi > \gamma$	$\bar{E}_{Rs}$ ve $\bar{E}_s$ zıt işaretli ZIT FAZLI	$\bar{E}_{Rs}$ ve $\bar{E}_s$ Zıt işaretli ZIT FAZLI
	$\bar{E}_{Rp}$ ve $\bar{E}_p$ Aynı işaretli ZIT FAZLI	$\bar{E}_{Rp}$ ve $\bar{E}_p$ Zıt işaretli AYNI FAZLI

2. b. İkinci ortamın kırılma indisi, birinci ortamın kırılma indisinden büyük olduğunda sınır açısından küçük gelme açıları için $\phi < \gamma$ 'dir. Buna bağlı olarak $\text{tg}(\phi - \gamma) < 0$, $\text{sin}(\phi - \gamma) < 0$ ve $\text{sin}(\phi + \gamma) > 0$ 'dir.

Bu durumda E_{Rs} ve E_s aynı işaretlidir ve aralarında faz farkı oluşmaz. E_{Rp} ve E_p arasındaki faz ilişkisi için yine $\text{tg}(\phi + \gamma)$ 'nin işaretine bakmak gerekir.

$\phi + \gamma < \frac{\pi}{2}$ ve $\phi < \phi_B$ ise $\text{tg}(\phi + \gamma) > 0$ 'dır. Bu durumda E_{Rp} ve E_p zıt işaretlidir. Dolayısıyla aralarında faz farkı olmaz.

$\phi + \gamma > \frac{\pi}{2}$ ve $\phi > \phi_B$ olduğunda $\text{tg}(\phi + \gamma) < 0$ olur. O halde E_{Rp} ve E_p aynı işaretlidir. Bundan dolayı zıt fazla titreşirler.

Tablo 4 - 2 $n_2 < n_1$, $\phi < \gamma$ durumu için faz değişimi.

$n_2 < n_1$	$\phi + \gamma < \frac{\pi}{2}, \phi < \phi_B$	$\phi + \gamma > \frac{\pi}{2}, \phi > \phi_B$
$\phi < \gamma$	$\vec{E}_{Rs}$ ve $\vec{E}_s$ aynı işaretli AYNI FAZLI	$\vec{E}_{Rs}$ ve $\vec{E}_s$ aynı işaretli AYNI FAZLI
	$\vec{E}_{Rp}$ ve $\vec{E}_p$ zıt işaretli AYNI FAZLI	$\vec{E}_{Rp}$ ve $\vec{E}_p$ aynı işaretli ZIT FAZLI

3. Işık sınır yüzeye dik geldiğinde $\phi = \gamma = 0$ olur. Bu durumda Fresnel ifadeleri belirsizliğe gider. Dik geliş için (3 - 4) eşitliklerine bakılmalıdır. $\phi = 0$ için (3 - 4) eşitliklerinden;

$$\left. \begin{aligned} E_p - E_{Rp} &= E_{Tp} \\ E_s + E_{Rs} &= E_{Ts} \\ \sqrt{\epsilon_1}(E_s - E_{Rs}) &= \sqrt{\epsilon_2} E_{Ts} \\ \sqrt{\epsilon_1}(E_p - E_{Rp}) &= \sqrt{\epsilon_2} E_{Tp} \end{aligned} \right\} \quad (4 - 2)$$

bulunur. (2 - 20) eşitliğini dikkate alarak, (4 - 2)'nin kendi içinde çözümünden

$$E_{Rp} = E_p \frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1} \quad E_{Rs} = -E_s \frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1} \quad (4 - 3a)$$

$$E_{\tau_p} = E_p \frac{2}{n_{21} + 1} \quad E_{\tau_s} = E_s \frac{2}{n_{21} + 1} \quad (4 - 3b)$$

elde edilir. (Young, 1970).

$n_2 > n_1$ durumunda (4 - 3b)'den görüldüğü gibi E_{τ_p} bileşeni ise E_s ile aynı işaretli, dolayısıyla aynı fazlıdır. (4 - 3a)'dan E_{τ_s} bileşeni ile E_p 'nin aynı işaretli olduğu görülür. Bu nedenle zıt fazlıdır. E_{τ_p} ve E_s ise zıt işaretli, zıt fazlı olurlar.

$n_2 < n_1$ durumunda yansıyan ışığın p ve s bileşenleri gelen ışığın p ve s bileşenleri ile aynı fazlıdır.

5. SONUÇ

Geliş açısına ve indislerin durumuna göre yansıyan ve kırılan dalgalarda gelen dalgaya göre p ve s bileşenleri arasında π radyan faz kayması meydana gelir.

Işık az yoğun ortamdan daha yoğun ortama gelince ışığın elektrik vektörü, faz kaymasına uğramadan 2. ortama geçer. Yansıyan ışıpta faz kayması için geliş açısı ile Brewster açısı arasındaki ilişkiye bakmak gerekir.

Geliş açısı, Brewster açısından küçük ise yansıyan ışığın elektrik vektörünün fazı π radyan kadar değişir (Goca, 1993). Geliş açısı Brewster açısından büyük olduğu durumda yansıyan ışığın sadece dik bileşeni π radyan faz kaymasına uğrar, paralel bileşen, gelen ışığın paralel bileşeni ile aynı fazlı olur.

Dik geliş halinde; geçen ışığın elektrik vektörü faz kaymasına uğramaz, yansıyan ışığın elektrik vektöründe π radyanlık faz kayması olur. Işık geldiği doğrultuda geri yansır.

Işık optik yoğun ortamdan daha az yoğun ortama geldiğinde geçen ışığın elektrik vektörünün fazında bir değişim olmaz. Yansıyan ışık için yine Brewster açısına bakmak gerekir.

Geliş açısı, Brewster açısından küçük ise yansıyan ışığın elektrik vektöründe faz kayması olmaz, gelen ışıkla aynı fazlıdır. Geliş açısı, Brewster açısından büyük olduğunda ise yansıyan ışığın yalnızca paralel bileşeni π radyanlık faz kaymasına uğrar, dik bileşeninde faz değişimi meydana gelmez.

Dik geliş halinde yansıyan ışığın elektrik vektörü fazını değiştirmez.

KAYNAKLAR

1. Aksoy B. Optik Ders Notları, İstanbul Ün. Fen - Fakültesi Basımevi, 1984, II.Cilt, Sayfa 19.
2. Blanchard C. H., Burnett C.R., Stoner R.G., Weber R.L. Introduction to Modern Physics, Prentice - Hall, 1969, 2nd. p. 109.
3. Born M., Wolf E., Principles of Optics, Pergamon, 1964, 2nd, p. 1 - 41.
4. Cook C.S. Amer. J. Phys. 25, 92, 1957.
5. Ditchburn R.W., Light, Blackie and Sons, Ltd, 1963, 2nd., p. 535.
6. Friedmann G., Sandhu H.S., Amer. J. Phys., 33, 135, 1965.
7. Friedmann G., Sandhu H.S., Amer. J. Phys. 39, 338, 1971.
8. Goca N., Optik, Atatürk Ün. Fen - Ed. Fakültesi, 1993, sayfa 63.
9. Griffiths D.J., Introduction to Electrodynamics, Prentice - Hall, 1969, p. 109.
10. Jenkins F.A., White H.E. Fundamentals of Optics McGraw - Hill Book Co. Inc. 1957 p. 480, 510.
11. Rupaal A.S., Amer. J. Phys. 34, 442, 1966.
12. Young P.A., Amer. J. Phys. 38, 1264, 1970.

ÖZGEÇMİŞ

1972'de Gümüşhane - Şiran'da doğdum. İlkokulu Alıç Köyü'nde, Ortaokulu ve Liseyi İstanbul'da okudum. 1990 yılında Y.T.Ü. Fen - Edebiyat Fakültesi Fizik bölümünden mezun oldum. Milli Eğitim Bakanlığı'nda Fizik öğretmeni olarak çalışmaktayım.

Gökcan ÖZDEMİR