

57568

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İYONOSFERİN İLETKENLİĞİ
VE MANYETİK ALANLARIN NEDEN OLDUĞU
MAGNETO-AKUSTİK-GRAVİTE
DALGALARININ SÖNÜME
UĞRAMASI

Devrim YAZICI

F.B.E. Fizik Anabilim Dalında
hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Doç.Dr. Oya OĞUZ

57568

İSTANBUL, 1996

İÇİNDEKİLER

Teşekkür	iii
Özet	iv
Abstract	v
GİRİŞ	vi
1. İYONOSFER	1
1.1 İyonosferin Yapısı	2
1.1.1 İyonize Bir Tabakanın Oluşumu	2
1.1.2 İyonosferde Bölgeler	3
1.2 Elektron ve İyon Yoğunlukları	6
1.3 İyonosferde Elektron Yoğunluğunun Hesabı	11
1.4 Çarpışma Frekansları ve İyonosferin İletkenliği	13
1.5 İyonosferin Düzensizlikleri	20
2. GRAVİTE DALGALARI	23
2.1 Atmosferde Yayılan Dalgalar	23
2.2 Gravite Dalgalarının Dispersiyon Bağıntısı	25
2.3 Magneto-Akustik-Gravite Dalgaları	33
3. İYONOSFERİN İLETKENLİĞİ VE MANYETİK ALANLARIN NEDEN OLDUĞU MAGNETO-AKUSTİK-GRAVİTE DALGALARININ SÖNÜME UĞRAMASI	36
3.1 Temel Denklemler	37
3.2 Yatay Manyetik Alan Durumu	41
3.3 Dik Manyetik Alan Durumu	43
3.4 Sınır Tabakası Teoremi	50
3.4.1 Dış Çözüm	50
3.4.2 İç Çözüm	54
3.4.3 Eşleştirme İşlemi	57
SONUÇLAR	60
KAYNAKLAR	61
ÖZELEŞTİRİ	62

TEŞEKKÜR

Tez yöneticiliğimi üstlenen ve çalışmalarım süresince yapıcı eleştirileriyle destekleyen, değerli hocam Doç. Dr. Oya Oğuz'a, tezimin yazımı için olanaklar sağlayan Prof.Dr. Durul Ören'e, tezimin yazımında bana yardımcı olan arkadaşlarıma , çalışmalarımda her zaman beni destekleyen aileme ve nişanlım Berrin Tolongüç'e teşekkür ederim.

ÖZET:

Bu çalışmada, sıkıştırılabilir, eşsıcaklıklı, katmanlı, elektriği iletebilen, kayıpsız bir ortam olan ve düzgün manyetik alan ile yer çekiminin etkisinin göz önüne alındığı atmosferde magneto-akustik-gravite dalgalarının yayılması incelenmiştir. Bu dalgaları açıklayan denklemler, magnetohidrodinamik denklemlere pertürbasyon uygulayarak elde edilmiştir. Dalga yayılım doğrultusunun manyetik alanla yaptığı açıya göre çözümler değişmektedir. manyetik alan yayılma doğrultusuna paralel olduğu zaman, dalgaları temsil eden denklem ikinci mertebeden tekil diferansiyel denklemdir. Alan yayılma doğrultusuna dik olduğu zaman ise dördüncü mertebeden tekil olmayan diferansiyel denklem elde edilmektedir. Ayrıca Kamp tarafından manyetik alanın yayılma doğrultusu ile çok küçük açı yapması durumunda magnetohidrodinamik denklemlerinin çözümünden dördüncü mertebeden tekil olmayan diferansiyel denklem elde edilmiştir. Bu denklem sınır tabakası teoremi kullanılarak çözülmüştür. Tekilliğin olduğu bölgenin dışında ve içinde ayrı ayrı çözümler elde edilmiştir. Tekilliğin olduğu bölge civarında ince bir bant tanımlayıp büyüklüklerimizi bu bandın kalınlığını veren parametreler cinsinden açarak denklemleri çözmek mümkün olmaktadır. Rezonans bandı olarak adlandırabileceğimiz bu bandın dışındaki çözümler elde edilmiş, bandın alt bölgesinden yukarı doğru yayılan akustik-gravite dalgasının bir kısmı yansımakta, bir kısmı da üst bölgeye iletilmektedir. Bu dalgaların bir kısmı da bandın iç bölgesinde yavaş magneto-akustik-gravite dalgalarına dönüşerek, bandın üst kısmına enerji taşımaktadır.

ABSTRACT

In this thesis the propagation of the magneto-acoustic-gravity waves is explored in the atmosphere which is a compressible, isothermal, layered, conducting and lossless medium and where the effects of a uniform magnetic field and gravitation are taken into account. The equation explaining these waves are obtained by applying the method of perturbation to the magnetohydrodynamic equations and the solutions depend on the angle between the direction of propagation and the magnetic field. The governing equation of the waves is a second order singular differential equation when the magnetic field is parallel to the direction of propagation, whereas it becomes a fourth order non-singular differential equation where the direction of the magnetic field and the propagation are perpendicular. However, fourth order non-singular differential equation obtained by Kamp, from the magnetohydrodynamic equations in the case that magnetic field makes a very small angle with direction is solved by employing the boundary layer theory. The solutions are obtained inside and outside the singular region, around which the equations are solved by defining a thin band of the thickness $O(\delta^{\frac{1}{2}})$. The solutions outside this band which we can call resonance band are found out, and it is seen that some part of acoustic-gravity waves moving upward from the bottom region of the band is reflected and some part is transmitted to the upper region. As a consequence of this waves carries energy to the upper region of the band by being transformed to the slow magneto-acoustic-gravity waves in the inner region of the band.

GİRİŞ

Bu çalışmada homojen olmayan ortamlarda dalga yayılmasını inceleyeceğiz. Bilindiği gibi bu ortamlarda dalga yayılmasını veren denklemler ikinci mertebeden yok edilebilir tekilliğe sahip lineer denklemler olmaktadır. Bu da modeldeki büyüklüklerin sonsuz büyük olmasına ve enerjinin süreksiz olmasına yol açmaktadır. Denklemlerin mertebesini ikiden dörde çıkararak bu problemi ortadan kaldırmak mümkün olmaktadır. Bu tezde düzgün manyetik alan ile yerçekimi etkisini de göz önüne alarak yukarı atmosferde magneto-akustik-gravite dalgalarının yayılmasını inceleyeceğiz. Bu tür dalgaların yayılmasını belirleyen denklemin karakteri manyetik alanın yönü ile değişmektedir.

1986 da Kamp tarafından yapılan çalışmada manyetik alanın yatayla çok küçük açı yapması hali incelenmiştir. Bu durumda aynı şekilde magnetohidrodinamik denklemlere pertürbasyon tekniği uygulanarak dalga yayılımını açıklayan dördüncü mertebeden tekil olmayan diferansiyel denklem elde edilmektedir. Bu denklemin terimleri çok küçük bir parametre ile çarpım halinde olduğundan, denklemin sınır tabakası teoremi (Boundary Layer Theory) ile çözmek mümkün olmaktadır. Böylece tekillikler olmadan neredeyse yatay manyetik alan hali için de çözümler elde edilmektedir. Tekilliğin olduğu bölgenin dışında ve içinde ayrı ayrı çözümler elde edilmiştir. Tekilliğin olduğu bölge civarında ince bir band tanımlayıp büyüklüklerimizi bu bandın kalınlığını veren parametreler cinsinden açarak denklemleri çözmek mümkün olmaktadır. Ayrıca bandın kalınlığını veren parametrenin sıfıra gitmesi, yani yatay manyetik alan limitinde tekillik elde edilmektedir. Rezonans bandı olarak adlandırdığımız bu bandın dışındaki çözümler elde edilmiş, bandın alt bölgesinden yukarı doğru yayılan akustik-gravite dalgasının bir kısmı yansımakta, bir kısmı da üst bölgeye iletilmektedir. Bu dalgaların bir kısmı da bandın iç bölgesinde yavaş magneto-akustik-gravite dalgalarına dönüşerek, bandın üst kısmına enerji taşımaktadır.

Bu çalışmada Kamp'ın (1989) önerdiği formülasyon kullanılarak magneto-akustik-gravite dalgalarının yayılımını veren denklemler elde edilerek çözümlerin

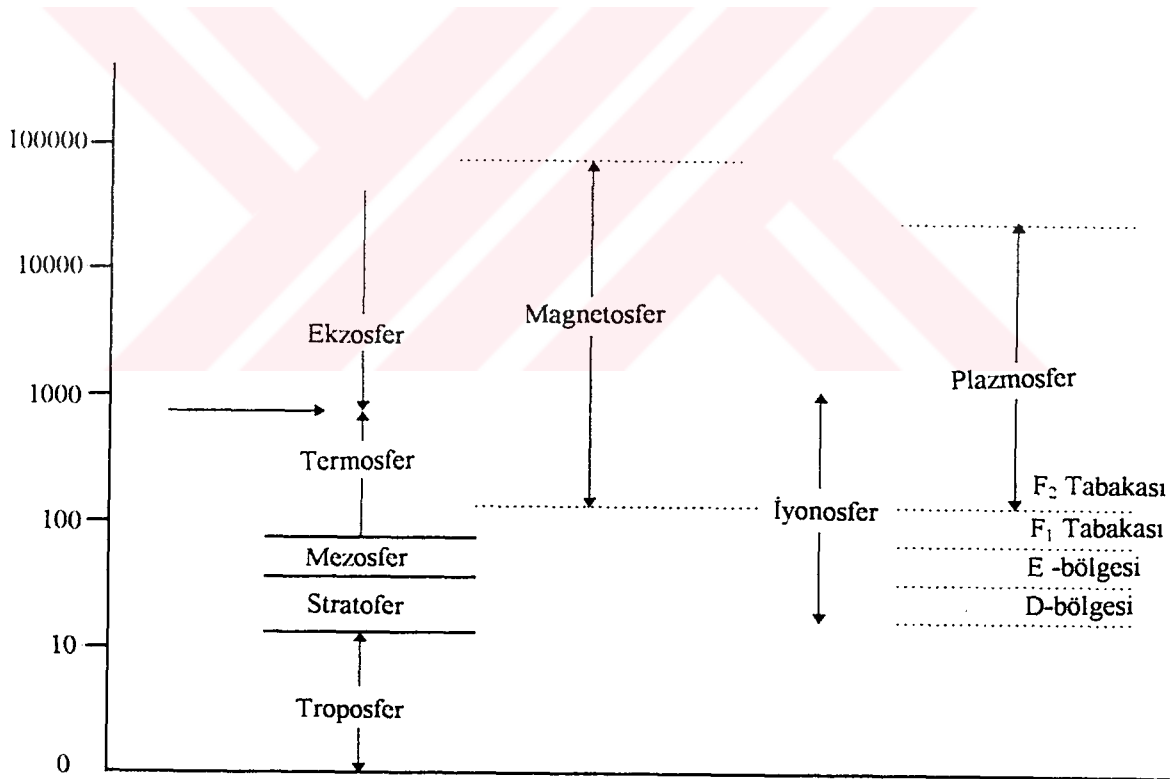
bulunması detaylı olarak incelenmiştir. Bu modelden diğer modellere hangi hallerde geçildiği gösterilmiştir.

Tezin birinci bölümünde, iyonosferin yapısı ve iyonosferde meydana gelen düzensizlikler ele alınmaktadır. İkinci bölümde, atmosferde meydana gelen dalgalar ve akustik-gravite dalgaları için dispersiyon bağıntısı elde edilmektedir. Üçüncü bölümde ise, magneto-akustik-gravite dalgalarını yatay, dik ve hemen hemen yatay manyetik alan durumları için ele alınarak magnetohidrodinamik denklemler çözülmüştür. Ayrıca hemen hemen yatay manyetik alan durumunda elde edilen dördüncü mertebeden diferansiyel denklem yatay manyetik alan limitinde sınır tabakası teoremi (Boundary Layer Theory) kullanılarak çözümler elde edilmektedir.



1. İYONOSFER

İlk defa 1839 da Gauss ve daha sonraları 1878 de B.Stewart tarafından, yeryüzümüzü çevreleyen atmosferin üst kısımlarında iletken bir bölgenin bulunabileceği iddia edilmiştir. Ancak iyonosfer, manyetik alan değişimlerinden değil, elektronların elektromanyetik dalgaları yansıtma özelliğinden yararlanılarak keşfedilmiştir. İlk defa 1925 te Breit, Tuve ve Appleton deneysel olarak 100 km yukarıda serbest elektronlardan oluşan bir bölgenin varlığını ispatlamışlardır (Kertz, 1971). Yer atmosferinin yaklaşık 80-1000 km ler arasındaki iyonosfer (iyon küresi) adı verilen bu bölge serbest iyonların bulunduğu doğal bir plazma ortamıdır. Şekil 1.1 de atmosferin bölgeleri görülmektedir.



Şekil 1.1 Yer atmosferinin bölgeleri (Schmidtke et al,1980).

1.1 İYONOSFERİN YAPISI

1.1.1 İYONİZE BİR TABAKANIN OLUŞUMU

Atmosferimizin 80-1000 km arasında kalan bölgede oldukça seyrelmiş ve yine oldukça düşük bir basınç altındaki bir gaz karışımı güneşin çeşitli dalga boylarındaki radyasyonların etkisi altındadır. Bu bakımdan iyonosferik bir tabakanın oluşumunda en önemli iyonizasyon sebebi güneşten gelen X ve UV ışınlarıdır. Bir atom veya molekül üzerine dalga boyu λ olan bir elektromanyetik dalga düşerse, çekirdek etrafındaki yörüngelerden bir veya bir kaç elektron uzaklaştırabilir. Gelen ışının enerjisi $h\nu$ kadar olup, kuantı adı verilir. Burada h Plank sabiti ve ν titreşim frekansıdır. Eğer ışının enerjisi elektronu dış yörüngeden tamamen koparacak kadar büyükse, elektron atomdan ayrılarak $(-e)$ yüklü serbest bir elektron haline gelir. Elektronunu kaybeden atom ise $(+e)$ yüklü bir iyon haline gelir. Bu olaya fotoiyonizasyon veya ısıma ile iyonizasyon denir. Örnek olarak 300 km yükseklikte bir oksijen atomunu göz önüne alırsak $2.2 \cdot 10^{-18}$ J'lük bir enerji, yörüngeden bir elektron koparmak için yeterlidir. Başka bir deyişle 300 km deki oksijen atomu üzerine dalga boyu 910 Å olan bir ışık düşerse atom iyon haline geçer ve serbest elektron açığa çıkar. Atmosferin bünyesindeki diğer atomlar için başka dalga boyu hesaplanır; fakat, bulunan dalga boyları daima ultraviyoleye karşılık gelir.

İyonosferin iyonizasyonunu açıklamak için, A ile atomu M ile molekülü ve I ile iyonu gösterirsek, $h\nu$ fotonun enerjisi, h Plank sabiti ve ν , fotonun titreşim frekansı olmak üzere bu reaksiyonlar atom için,



molekül için

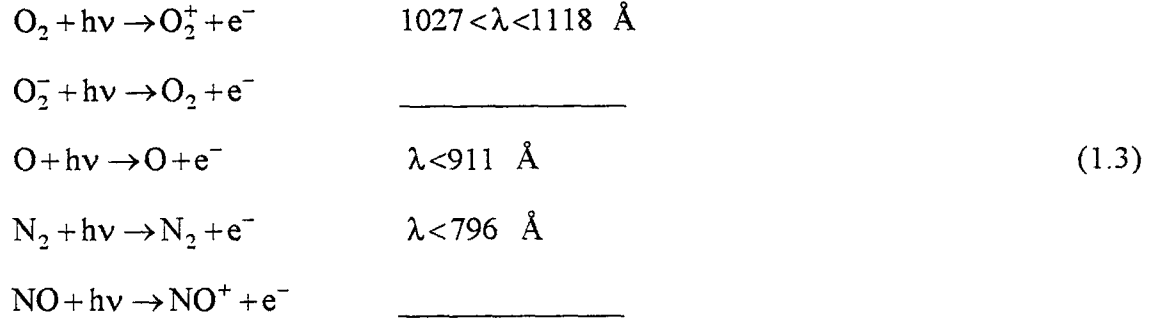


ve iyon için



olarak gösterilir.

(1.1) ve (1.2) etkileşimleri iyonosferde bulunan atomlar ve moleküller için uygulanırsa,



elde edilir (Bates D., 1947).

Ayrıca meydana gelen iyonlar, ortamdaki gaz molekülleri, elektronlar ve iyonlarla reaksiyona girerek,



şeklinde yeni iyonlar oluşur.

1.1.2 İYONOSFERDE BÖLGELER

İyonosferin değişik yüksekliklerinde, birbirinden farklı atom ve moleküller bulunmaktadır. İyonosferi oluşturan temel atom ve moleküller O, O₂ ve N₂ dir (Şekil 1.2). Her molekülün ve atomun farklı fotoiyonizasyon seviyeleri ve kimyasal reaksiyonları dolayısıyla, iyonosferin yüksekliğine veya elektron yoğunluğuna (10¹⁰ e / m³) bağlı

olarak D, E ve F bölgelerine ayrılır. Bu bölgelerde kendi içinde farklı özellikler gösterdiği için E_1, E_2, E_3 ve F_1, F_2 şeklinde tabakalara ayrılır.

D - BÖLGESİ

İyonosferin 50-90 km ler arasında kalan bölgesine D-bölgesi adı verilir. Büyük basınçları ve çarpışmaları ihtiva eden bir bölge olduğundan iyonosferin genel davranış teknikleri bu bölge için uygulanamamaktadır. D-bölgesi oldukça karmaşık bir kimyasal yapıya sahiptir. Bu bölge genel olarak kendi içinde üç alt bölgeye ayrılır. Yukarıdan aşağıya doğru 90-80 km ler arasındaki bölgede 1-10 Å lük X-ışınların oluşturduğu bir iyonizasyon hakimdir. 80-70 km ler arasındaki bölgede iyonizasyon Lyman- α ışınları ile gerçekleşir. Altta kalan bölge ise kozmik ışınların oluşturduğu ince bir iyon tabakasından ibarettir. D-bölgesini NO^+ ve O_2^+ iyonları oluşturmaktadır (Şekil 1.4). Ayrıca metalik iyonlar ve su buharı bileşenleri D-bölgesi için önemli bir yer tutmaktadır. Bu bölgede elektron yoğunluğu hemen öğleden sonra en yüksek değerine erişir ($10^{10} \text{ e} / \text{m}^3$). Gece ise en düşük değerine iner ($10^8 \text{ e} / \text{m}^3$) (Şeki 1.3).

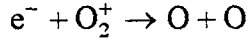
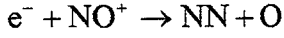
E - BÖLGESİ

İyonosferin 90-120 km'ler arasında kalan bölgeye E-bölgesi adı verilir. Bu katmanı oluşturan temel iyonlar O_2^+ , NO^+ ve O^+ iyonlarıdır (Şekil 1.4). O^+ iyonu sadece bölgenin yüksek kesimlerinde önem kazanır. Son zamanlarda roketlerden yapılan gözlemler hissedilir miktarda Si^+ ve NO^+ gibi metalik ve su buharı komplekslerinin gözlemlendiği gözlenmiştir (Landmark B., 1986). Bu tabakadaki iyonlar 10-100 Å lük X-ışınlarının ve 1000-15000 Å lük EUV ışınlarının oluşturduğu fotoiyonizasyonla meydana gelir.

E-bölgesindeki elektron yoğunluğu İ.Ü.F.F İyonosfer Araştırma İstasyonunda yapılan ölçümlere göre,

$$N(E) = 1.33(1 + 0.13R) \cos^{0.46} \kappa 10^{11} \text{ e} / \text{m}^3$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada, κ Güneşin zenit açısı ve R, Züriç güneş leke katsayısıdır. E - bölgesinin elektron kaybolmaları,



denklemleri ile gösterilmektedir. İyonosferde elektron yoğunluğunun zamanla değişimi iyon ve elektron yoğunluğu ile orantılıdır. N_e ile elektron yoğunluğunu, N^+ ile de iyon yoğunluğunu, q üretim miktarını, α ile orantı sabitini gösterirsek,

$$\frac{dN_e}{dt} = q - \alpha N_e N^+$$

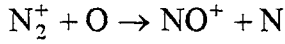
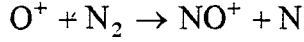
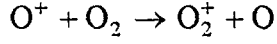
dir. Ortam nötr olduğu için $N_e = N^+$ dır. Bu durumda kayıp terimi N^2 ile orantılıdır. orantı sabitine "elektron ve iyonun birleşme katsayısı (recombination coefficient)" denilmektedir.

F - BÖLGESİ

E - bölgesinin üstünde kalan ve hala üst sınırı tartışılan bölgeye F - bölgesi adı verilir. Üst sınır için herhangi bir plazma sınırı yoktur. Fakat, F-bölgesinin sınırı olarak ağır iyonların özellikle oksijenin, yoğunluğunu yitirdiği bölge ve hafif iyonların (helyum, hidrojen) daha çok yoğunlukta meydana geldiği bölge olarak önerilmiştir (Şekil 1.4).

F - bölgesinde elektron yoğunluğunun gün boyunca iki maksimum değeri olduğundan bu bölge F_1 ve F_2 tabakalarına ayrılmıştır. F_1 'in sınırı genellikle 160-200 km ler arasında oluşurken, F_2 nin maksimum değeri 250-400 km ler arasında oluşur. F_1 tabakasının elektron yoğunluğu, E-bölgesinde olduğu gibi zenit açısı ile değişir ve güneş aktivitesine bağımlılık gösterir. Bu nedenle F_1 tabakası gece ortadan kalkar. F_2 tabakası günün her saatinde sürekli olarak mevcuttur. F-bölgesinin elektron yoğunluğu gündüz 10^{12} e/m^3 e kadar yükselir.

F - bölgesini oluşturan en önemli atomlar O, N₂ ile N, O₂ atomlarıdır. Güneş ışınlarının (170-911 Å) fotoiyonizasyonu sonucu O⁺ ve N₂⁺ iyonları tabakayı oluşturan en önemli iyonlardır (Landmark B.,1986). Yapılan gözlemler sonucu, F-bölgesinde meydana gelen iyonizasyon



reaksiyonlarıyla ifade edilir.

Bu reaksiyonlara göre elektron yoğunluğunun zamana göre değişimi, β orantı katsayısı "elektron ile molekülün birleştirme katsayısı (attachment coefficient)" olmak üzere,

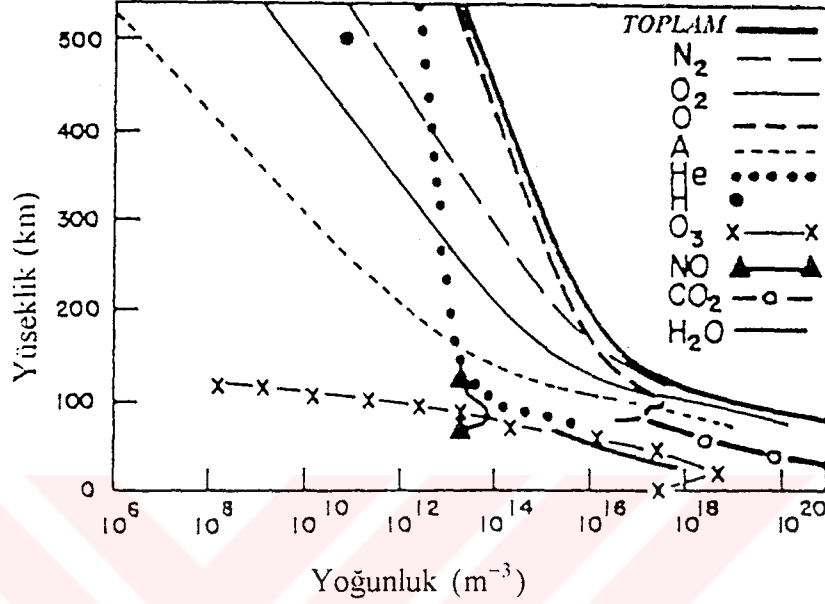
$$\frac{dN_e}{dt} = q - \beta N_e$$

şeklinde ifade edilir.

1.2 ELEKTRON VE İYON YOĞUNLUKLARI

İyonosferde, güneş ışınlarının neden olduğu fotoiyonizasyonla oluşan elektron ve iyon yoğunlukları atmosferde homojen yapı göstermezler. Farklı atom ve moleküller, değişik yüksekliklerde fotoiyonizasyona maruz kalırlar. Bu nedenle atmosferde tabakalaşmalar oluşur. Bu tabakalar D, E ve F bölgeleri olarak adlandırılır. İyonosferde nötral elektron yoğunluğunun yükseklikle değişimi şekil 1.2 de görülmektedir. D, E ve F bölgesindeki iyon yoğunluğu güneşin aktivitesine bağlı olarak değişir. Günün belirli zamanlarında, örneğin yaz gündüzünde iyon yoğunluğu maksimum olur. Buna bağlı olarak kış geceleri iyon yoğunluğu minimumdur (Şekil 1.3). Bu nedenle bazı bölgeler

(örneğin F_2) gündüz sürekli olduğu halde gece ortadan kalkarlar. Şekil 1.2 de görüldüğü gibi iyonosferin değişik yüksekliklerinde egemen nötral moleküller farklıdır. Bunun nedeni her iyonun farklı bir fotoiyonizasyona sahip olmasıdır. Bu nedenle değişik yüksekliklerde egemen olan iyonlarda farklılık göstermektedir.



Şekil 1.2 Üst atmosferde atom ve moleküllerin yükseklikle değişimi (Carrigan et al, 1974)

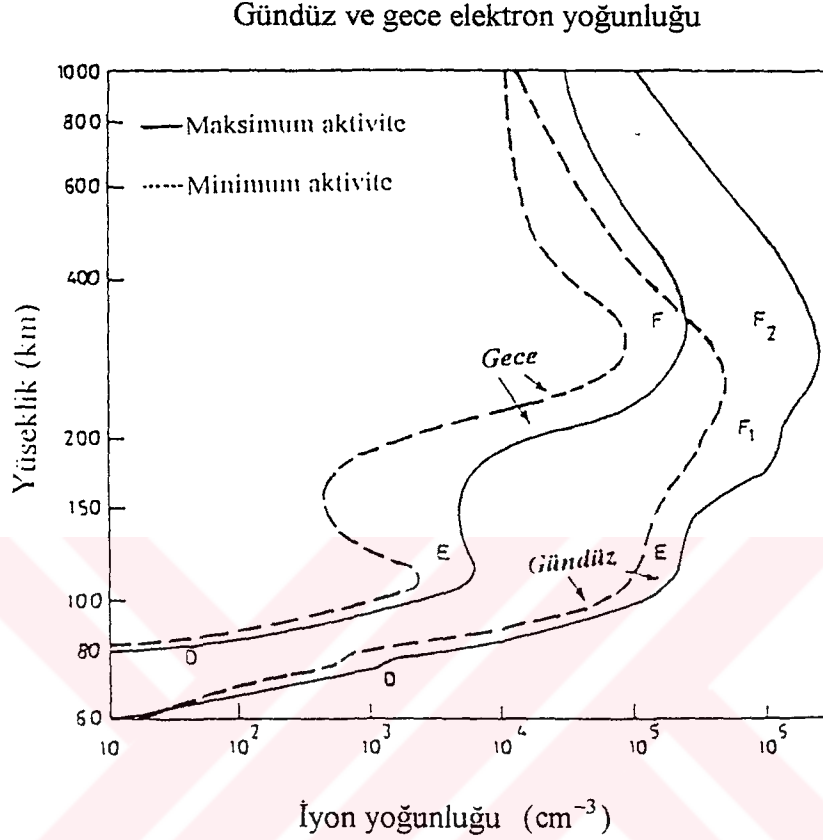
Güneş aktivitesinin maksimum olduğu dönemde elektron yoğunluğu yaklaşık olarak,

Yükseklik	Gündüz ($\approx N_e$)	Gece ($\approx N_e$)
100 km	$2 \cdot 10^{11} \text{ e/m}^3$	$2 \cdot 10^9 \text{ e/m}^3$
170 km	10^{12} e/m^3	
350 km	$2 \cdot 10^{12} \text{ e/m}^3$	10^{11} e/m^3

ve güneş aktivitesinin minimum olduğu dönemde elektron yoğunluğu yaklaşık olarak,

Yükseklik	Gündüz ($\approx N_e$)	Gece ($\approx N_e$)
100 km	10^{11} e/m^3	10^9 e/m^3
100-200 km	$2 \cdot 10^{11} \text{ e/m}^3$	10^{10} e/m^3

olarak hesaplanmış. Şekil 1.3 te güneş aktivitesinin minimum ve maksimum olduğu yıllara göre gündüz ve gece elektron yoğunluğunun yüksekliğe göre değişimi görülmektedir.



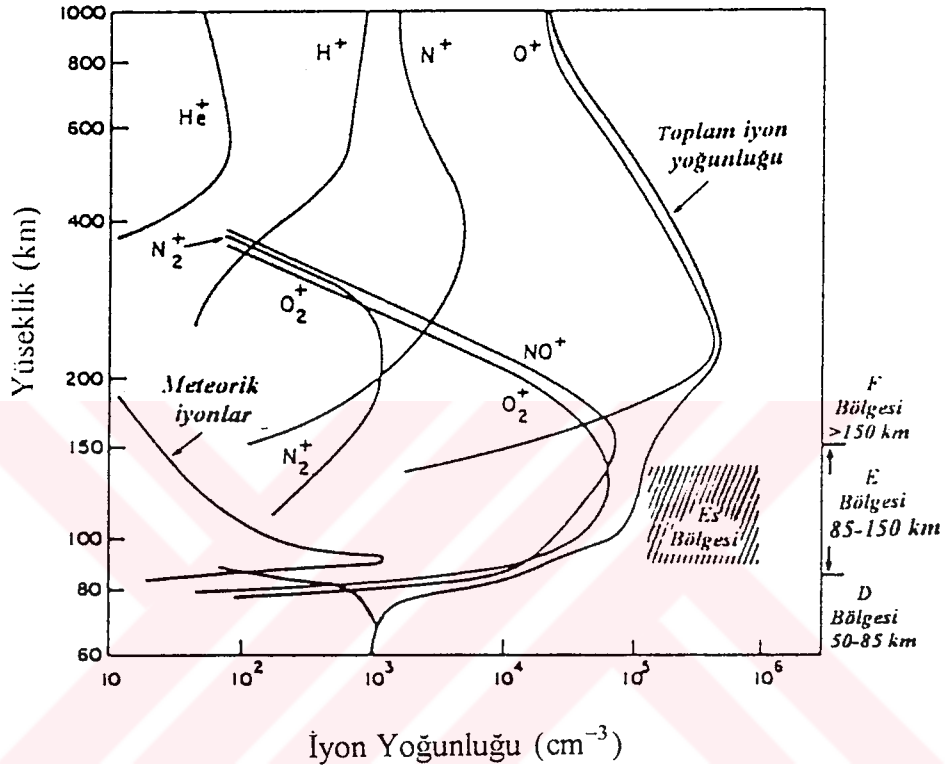
Şekil 1.3 Güneş aktivitesinin maksimum ve minimum olduğu yıllara göre gündüz ve gece için elektron yoğunluğunun yüksekliğe bağlı değişimi (Carrigan et al, 1974).

Şekil 1.4 te iyonosferdeki pozitif iyonların cinsleri ve yüksekliğe göre dağılımı görülmektedir. Şekil 1.4 te görüldüğü gibi en kolay iyonize olan O^+ ve NO^+ iyonları 100 km nin altında egemen olan iyonlardır. O_2^+ ve N^+ iyonları 130 km civarında görülmeye başlamakta ve 150 km ye yakın yüksekliklerde artıp sonra tekrar azalmaktadır. He^+ ve H^+ iyonları 350 km ler de görülmeye başlayıp, yükseklikle artmaktadır.

İyonosferde ki iyon ve elektron yoğunlukları sürekli olarak değişir. Atmosferde meydana gelen TID's , manyetik fırtınalar, rüzgar gibi olaylar bunun başlıca sebebidir.

Ayrıca insanlığın bilimsel araştırma amacı ile gerçekleştirdikleri nükleer denemeler veya savaşlarda kullanılan nükleer silahlar da elektron yoğunluğunu önemli ölçüde etkilemektedir. Yoğunlukların değişmesine neden olan bu tür olaylar pertürbasyon olarak isimlendirilir.

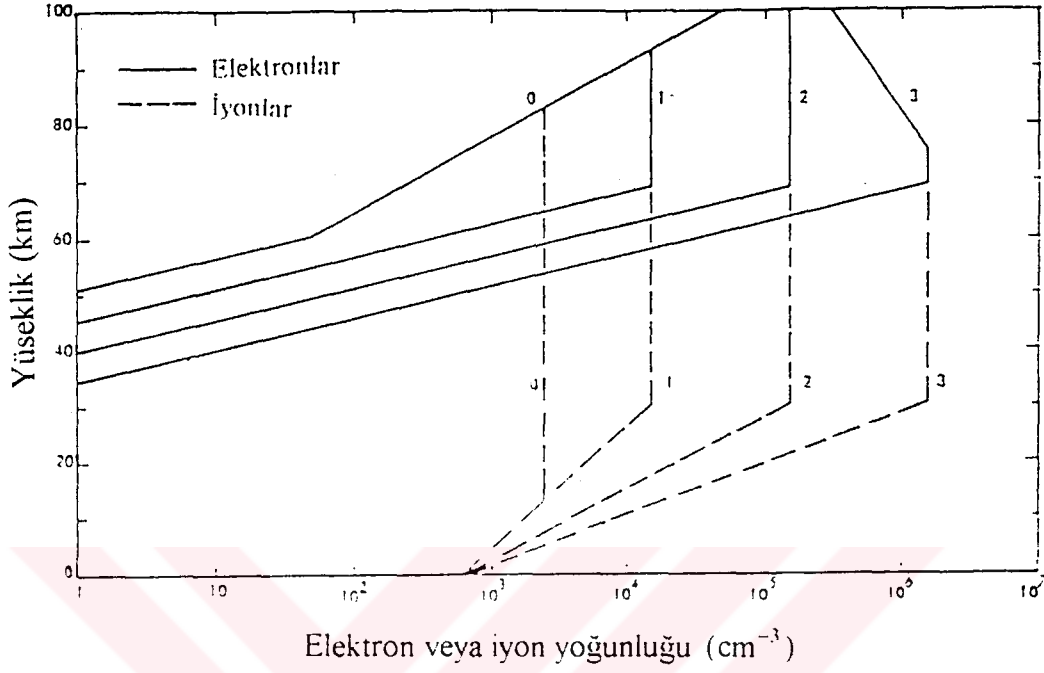
Gündüz İyon Yoğunluğu



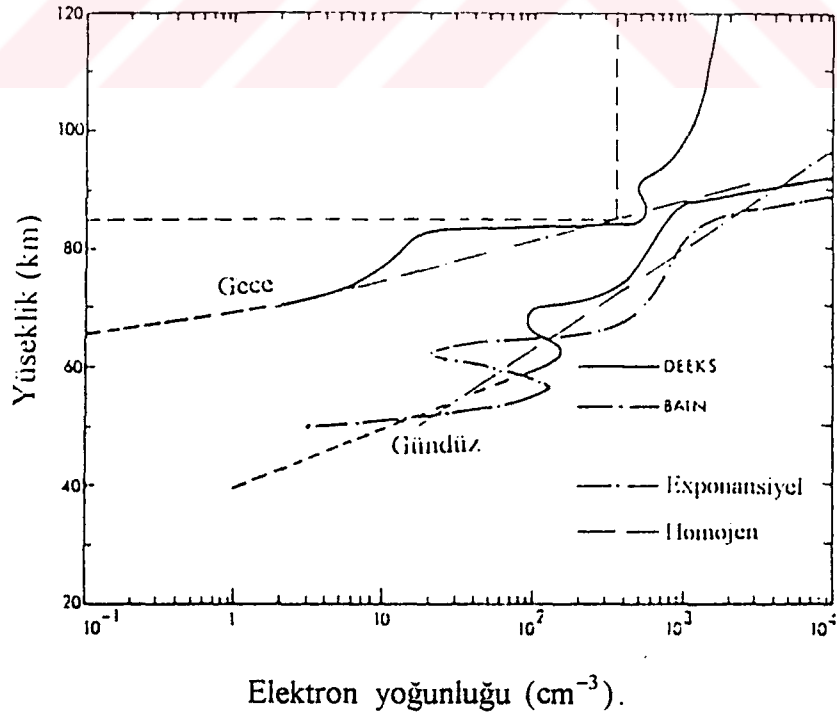
Şekil 1.4 İyonosferde ki iyon yoğunluğunun yüksekliğe bağlı olarak değişimi (Carrigan et al, 1974)

1964 te Crain ve Bockerin, 1966 da Johler ve Bee'nin, 1969 da Field'in yaptıkları çalışmalarda bazı etkilerin neden olduğu elektron ve iyon yoğunluklarının pertürbasyonlarının yüksekliğe bağlı olarak değişimi Şekil 1.5 te gösterilmiştir. Şekil 1.5 te "0" pertürbe olmamış gündüz şartlarını, 1 ve 2 P.C.A(Polar Cap Absorption) olarak isimlendirilen olaylar, yani en şiddetli güneş ışınlarına ve X-ışınlarına maruz kalan bölgelerde oluşan iyon ve elektron pertürbasyonunu gösterir. Bu bölge elektron soğurucu gibi düşünülerek bölgeye P.C.A. denilmektedir. Şekil 1.5 de 3 ise, nükleer denemelerin neden olduğu elektron ve iyon yoğunluklarının pertürbasyonunu göstermektedir.

Elektron yoğunluğuna ait yapılan çalışmalardan bir başkası da Deeks ve Brain' nın 1966 yılın da kışın gece ve yazın gündüz saatlerine ait yaptıkları çalışmalarıdır. Bu çalışmada elde ettikleri sonuçlar şekil 1.6 da gösterilmektedir.



Şekil 1.5 Elektron yoğunluğunun yükseklikle değişimi (Galejs, 1972).



Şekil 1.6 Elektron yoğunluğunun yükseklikle değişimi (Galejs, 1972)

Şekil 1.6 te elektron yoğunluğu 89 km de ani bir değişim gösterdiği görülmektedir. Gece E-bölgesinin elektron yoğunluğu incelenirse, yoğunluğun 100 km de 10^9 e/m^3 , 100-200 km yükseklikleri arasında düzgün bir artışla F-bölgesinin alt kısımlarında 10^4 e/m^3 değerine çıktığı görülür.

1.3 İYONOSFERDE ELEKTRON YOĞUNLUĞUNUN HESABI

İyonosfer de elektron yoğunluğunun hesabı için elektromagnetik dalgalardan faydalanılır. Bu hesabı yapmak için şu yaklaşımları yapalım.

- a-) Ortam izotropik kabul edilsin.
- b-) Ortam elektriksel olarak nötral olsun.
- c-) Termal hareketler ihmal edilsin.
- d-) Lorentz polarizasyon terimi ihmal edilsin.

Ortamdan geçen dalganın genliği E_0 , frekansı f olsun ortamdaki taneciğin yükü e , kütlesi m , hızı v olsun. Bu taneciğin hareket denklemi Newton kanuna göre, $\omega = 2\pi f$ olmak üzere,

$$m \frac{dv}{dt} = e E_0 \sin \omega t \quad (1.5)$$

dir. Bu denklem integre edilirse hız,

$$v = -\frac{e E_0}{m \omega} \cos \omega t \quad (1.6)$$

olarak bulunur.

Ortamdaki birim hacim başına düşen yüklü parçacık sayısı N ise ortamdaki elektrik akımı,

$$I_e = Nev = -\frac{E_0 e^2 N}{2 \pi f m} \quad (1.7)$$

şeklinde yazılır.

Ayrıca ortamdaki yüklerin yer değiştirmesi nedeniyle meydana gelen deplasman akımı,

$$I_d = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{dE}{dt} = \varepsilon \frac{E_0}{2} f \cos \omega t \quad (1.8)$$

olarak yazılır. (1.7) denkleminde ε (dielektrik katsayısı) boşluk için 1 dir. Ortamdaki toplam akım ,

$$I = I_c + I_d$$

$$I = \left(\varepsilon - \frac{Ne^2}{\pi m f^2} \right) \frac{E_0 f}{2} \cos \omega t \quad (1.9)$$

dır. Bu denklemde $\varepsilon - \frac{Ne^2}{\pi m f^2}$ teriminin bir sabit olduğu görülmektedir. Bu sabit, ortamın dielektrik katsayısıdır. Bu katsayı ε_i ile gösterilirse ve boşluk için $\varepsilon = 1$ olduğu dikkate alınarak

$$\varepsilon_i = 1 - \frac{Ne^2}{\pi m f^2} \quad (1.10)$$

elde edilir.

Wait 1962 (Galejs, 1972) de saydam ortamlar için dielektrik katsayısı (permittivity) yaklaşık 1 alarak kırılma indisini, ortamın dielektrik katsayısına bağlı olarak

$$n = \sqrt{\varepsilon_i} \quad (1.11)$$

şeklinde verilmiştir. (1.10) denklemini (1.11) denkleminde yerine konulursa;

$$n = \sqrt{1 - \frac{Ne^2}{\pi m f^2}} \quad (1.12)$$

elde edilir. Bu denklemde;

$$\frac{Ne^2}{\pi m f^2} = \left(\frac{W_N}{W} \right)^2 \quad (1.13)$$

dir. (1.13) denklemi (1.12) de yerine konulursa

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{W_N}{W}\right)^2} \quad (1.14)$$

denklemi elde edilir. (1.14) denkleminde $W_N = W$ durumunda $n=0$ olur. Bu, dalganın ikinci, ortama geçmemesi , yani tam yansımaya demektir. (1.14) denklemi f_N e göre çözülür ve sayısal değerleri yerine yazılırsa,

$$N(e / m^3) = \frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} f^2 = 1,24.10^{10} f^2 \quad (1.15)$$

denklemi elde edilir. Bu denklemde frekans mHz olarak alınmıştır.

(1.13) denklemindeki notasyonlar ve anlamları aşağıda verilmiştir.

$N = m^3$ teki elektron sayısı

e = elektronun yükü $(1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C})$

ϵ_i = Ortamın permitivitesi

ϵ_0 = Boşluğun permitivitesi

m = Elektronun kütlesi $(9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})$

W_N = Plazmanın açısal frekansı $\left(= 2\pi f_N = \frac{Ne^2}{m} \right)$

W = Dalganın açısal frekansı $(= 2\pi f)$

1.4 ÇARPIŞMA FREKANSLARI VE İYONOSFERİN İLETKENLİĞİ

Üst atmosferdeki salınımlar, iyonosferik yüksekliklerde yüklü ve nötral taneciklerin hareketlerini içerir. Jeomanyetik alanın varlığından dolayı nötral parçacıkların ortalama hızları, pozitif yüklü iyonlar ve negatif yüklü elektronlarla aynı değildir. İyonosferde meydana gelen yüklü parçacıkların hareketi sonucu, elektriksel akım meydana gelir. Akımı oluşturan hareketler, iyonosferde yüklü parçacıklar üzerine

etki eden değişik kuvvetlerle meydana gelir. Tek bir parçacığa etki eden kuvvetleri içeren hareket denklemi iyonlar için,

$$m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = m_i \vec{g} - \vec{\nabla} \left(\frac{p_i}{N_i} \right) + e(\vec{E} + \vec{V}_i \times \vec{B}) - m_i \nu_{in} (\vec{V}_i - \vec{U}) - m_i \nu_{ie} (\vec{V}_i - \vec{V}_e) \quad (1.16)$$

ve elektronlar için,

$$m_e \frac{d\vec{V}_e}{dt} = m_e \vec{g} - \vec{\nabla} \left(\frac{p_e}{N_e} \right) + e(\vec{E} + \vec{V}_e \times \vec{B}) - m_e \nu_{en} (\vec{V}_e - \vec{U}) - m_e \nu_{ei} (\vec{V}_e - \vec{V}_i) \quad (1.17)$$

şeklinde verilir. (1.16) ve (1.17) denklemlerinde,

$\vec{V}$: elektronların veya iyonların hızı

$\nu_{ie}, \nu_{in}, \nu_{en}$: iyon-elektron , iyon-nötron, elektron-nötron çarpışma frekansları

$\vec{U}$: rüzgarın hızı

olarak verilmektedir. p_i ve p_e kısmi basınçları genel olarak,

$$p = NkT$$

ile verilir. Burada N, iyonların veya elektronların konsantrasyonu k, Boltzman sabiti ve T iyon veya elektron sıcaklığıdır.

(1.16) ve (1.17) denklemlerindeki son iki terim farklı tanecikler arasındaki çarpışmaları temsil etmektedir. Plazma çarpışmalarının oldukça karmaşık olmasından dolayı (Chapman and Cowling 1952) momentum taşınımını ölçerek tanımlanan katsayıya, çarpışma frekansı adı verilmektedir (Beer, 1974). Örnek olarak birim hacimde bulunan a tipi parçacık sistemi, b tipi parçacık sistemi ile çarpışmasıyla oluşan birim hacim başına kuvvet ,

$$\vec{F}_{ab} = -\vec{F}_{ba} = n_a m_a \nu_{ab} (\vec{V}_b - \vec{V}_a) \quad (1.18)$$

şeklinde verilir. Burada n_a, m_a ve ν_{ab} parametreleri sırasıyla; a sistemindeki parçacıkların sayısı, parçacıkların kütlesi ve çarpışma frekanslarıdır. (1.18) denkleminden

$$N\nu_{in} = n\nu_{ie}$$

$$N m_e v_{en} = m_i n v_{ne}$$

$$m_e v_{ei} = m_i v_{ie}$$

eşitlikleri yazılır. 1959 da Chapman tarafından çarpışma frekansları için,

$$v_{in}/n = 2.6 \times 10^{-15} M^{-1/2} \quad (\text{Mks})$$

$$v_{en}/n = 5.4 \times 10^{-6} T^{1/2} \quad (\text{Mks}) \quad (1.19)$$

$$v_{ie}/N = \left[59 + 4.18 \log(T^3/N) \right] 10^{-6} T^{-3/2} \quad (\text{Mks})$$

şeklinde nümerik denklemler elde edilmiştir (Beer, 1974). Bu denklemlerde N elektron veya iyon konsantrasyonu ve n nötral taneciklerin konsantrasyonunu göstermektedir. Burada $m_i = m_n \gg m_e$ kabul edilmiştir. Tam olarak doğru olmamakla birlikte T sıcaklığı bütün parçacıklar için eşit kabul edilmiştir. M ise akb cinsinden iyon ve nötral taneciklerin kütlesi olarak tanımlanmıştır.

İyonosferik iletkenliği incelemek için gravitasyonel, basınç gradiyent kuvvetleri ihmal edilebilir. Ayrıca iletkenliğin önemli olduğu yüksekliklerde v_{ie} ve v_{ei} çarpışma frekansları ihmal edilir. Buna göre herhangi yüklü bir parçacık için hareket denklemi,

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = q\vec{E} + q\vec{V} \times \vec{B} - m\nu(\vec{V} - \vec{U}) \quad (1.20)$$

şekline indirgenir. Burada q, elektronu veya iyonu temsil etmektedir. Bununla beraber tek bir parçacığın sürüklenme hızı $\frac{1}{\nu}$ ve $\frac{1}{\omega}$ ile kıyaslanamayacak kadar büyük olduğundan

$\frac{d\vec{V}}{dt} = 0$ kabul edilir (Beer, 1974). Böylece x, y, z kartezyen koordinatları göstermek

üzere, $\vec{B}$ nin z eksenine paralel olduğu durumda hareket denklemleri,

$$0 = F_x - m\nu V_x + qV_y B$$

$$0 = F_y - m\nu V_y - qV_x B \quad (1.21)$$

$$0 = F_z - m\nu V_z$$

şeklindedir. Burada $\vec{F}$ parçacıklar üzerine etki eden kuvvet,

$$\vec{F} = q\vec{E} + m\nu\vec{U}$$

şeklindedir. (1.21) denklem sistemi $\vec{k}$, (3x3) bir matris olmak üzere,

$$\bar{V} = \bar{k} \bar{F}$$

şeklinde matris formda yazılabilir. (1.21) denklemi daha genel olarak,

$$F_x = a_{11}V_x + a_{12}V_y + a_{13}V_z$$

$$F_y = a_{21}V_x + a_{22}V_y + a_{23}V_z$$

$$F_z = a_{31}V_x + a_{32}V_y + a_{33}V_z$$

şeklinde yazılabilir. Burada a_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$), matris elemanlarını göstermektedir.

Böylece katsayılar matrisi,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

şeklinde yazılarak, $\bar{k}$ matrisi,

$$\bar{k} = \begin{pmatrix} k_1 & \mp k_2 & 0 \\ \pm k_2 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & k_0 \end{pmatrix}$$

olarak elde edilir. $\bar{k}$ matrisindeki üst indisler pozitif iyonları ve alt indisler ise elektronları veya negatif iyonları göstermektedir. $\bar{k}$ matrisinin her elemanı hızın kuvvete oranı olup, birim hacim başına mobiliteye karşılık gelmektedir. k_0 , k_1 ve k_2 daha açık olarak,

$$k_0 = \frac{1}{m v} = \frac{1}{|q| B} \frac{\omega}{v}$$

$$k_1 = \frac{1}{m v} \frac{v^2}{v^2 + \omega^2} = \frac{1}{|q| B} \frac{\omega v}{v^2 + \omega^2} \quad (1.22)$$

$$k_2 = \frac{1}{m v} \frac{\omega v}{v^2 + \omega^2} = \frac{1}{|q| B} \frac{\omega^2}{v^2 + \omega^2}$$

şeklinde yazılabilir. Burada ω gyrofrekansı,

$$\omega = \frac{e|B|}{m}$$

ile verilir. k_0 , k_1 ve k_2 mobilite terimlerini ayrıca,

k_0 = Direk veya boyuna mobilite bileşeni ($// \vec{B}, // \vec{E}$)

k_1 = Pedersen mobilite bileşeni ($\perp \vec{B}, // \vec{E}$)

k_2 = Hall mobilite bileşeni ($\perp \vec{B}, \perp \vec{E}$)

şeklinde tanımlanır. Tablo 1 de pozitif ve negatif iyonlar için yüksekliğe göre mobilitelerin değişimi görülmektedir. Yüklü taneciklerin hareketlerinden dolayı oluşan akım, ortam homojen olmadığından iletkenlik tensörüne bağlı olarak,

$$\vec{J} = \vec{\sigma} \vec{E} = Ne(\vec{V}_i - \vec{V}_e) \quad (1.23)$$

ile verilir. Burada $\vec{J}$, akım yoğunluğunu, N elektron veya iyon konsantrasyonunu ve $\vec{\sigma}$, iletkenlik tensörünü göstermektedir

Tablo 1 İyonosferik taşınım katsayıları (mks) (Beer, 1974).

Yükseklik (km)	V_{in}	V_{en}	k_{1i}	k_{1e}	k_{2i}	k_{2e}
80	1.80E5	2.75E6	1.84E1	5.70E3	1.69E-2	1.82E4
85	7.51E4	1.14E6	4.41E1	2.56E3	9.71E-2	1.97E4
90	3.11E	4.73E5	1.07E2	1.07E3	5.68E-1	1.99E4
95	1.22E	1.91E5	2.74E2	4.36E2	3.75	2.00E4
100	5.28E3	8.45E4	6.40E2	1.92E2	2.05E1	2.00E4
105	2.32E3	3.87E4	1.47E3	8.81E1	1.08E2	2.00E4
110	1.07E3	1.87E4	3.15E3	4.52E1	5.09E3	2.00E4
115	5.12E2	9.73E3	6.12E3	2.22E1	2.09E3	2.00E4
120	2.77E2	5.67E3	9.07E3	1.29E1	5.80E3	2.00E4
125	1.58E2	3.48E3	9.92E3	7.92E0	1.13E4	2.00E4
130	1.00E2	2.34E3	8.46E3	5.32E0	1.53E4	2.00E4
135	6.79E1	1.66E3	6.51E3	3.77	1.76E4	2.00E
140	4.89E1	1.24E3	4.92E3	2.82	1.87E4	2.00E
145	3.52E1	9.18E2	3.62E3	2.09	1.93E4	2.00E4
150	2.71E1	7.28E2	2.80E3	1.66	1.96E4	2.00E4

E1 = 10¹ olduğunu göstermektedir.

İletkenlik tensörünü elde etmek için (1.23) denklemini matris formda, x, y, z kartezyen koordinatları göstermek üzere,

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = N e \begin{pmatrix} V_{ix} - V_{ex} \\ V_{iy} - V_{ey} \\ V_{iz} - V_{ez} \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

şeklinde yazabiliriz. $\vec{V} = \vec{k} \vec{F}$ denkleminde,

$$\begin{aligned} V_{ix} - V_{ex} &= k_{1i}F_{ix} - k_{2i}F_{iy} - k_{1e}F_{ex} - k_{2e}F_{ey} \\ V_{iy} - V_{ey} &= -k_{2i}F_{ix} + k_{1i}F_{iy} - k_{2e}F_{ex} - k_{1e}F_{ey} \\ V_{iz} - V_{ez} &= k_{0i}F_{ix} - k_{0e}F_{ez} \end{aligned} \quad (1.25)$$

denklemleri elde edilir. Burada $\vec{F} = q\vec{E}$ ve $\vec{U} = 0$ kabul edilmiştir. (1.25) denklemleri (1.24) denkleminde yerine konulursa,

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = N e^2 \begin{pmatrix} k_{1e} + k_{1i} & k_{2i} - k_{2e} & 0 \\ k_{2e} - k_{2i} & k_{1e} + k_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & k_{0e} + k_{0i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (1.26)$$

elde edilir. Bu eşitliğin sağlanabilmesi için matris elemanlarının karşılıklı terimleri birbirlerine eşit olmalıdır. Buna göre,

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0$$

$$\sigma_0 = \sigma_{zz} = N e^2 (k_{0e} + k_{0i})$$

$$\sigma_1 = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = N e^2 (k_{1e} + k_{1i})$$

$$\sigma_2 = \sigma_{yx} = -\sigma_{xy} = N e^2 (k_{2e} - k_{2i})$$

şeklinde olmalıdır. Böylece iletkenlik matrisi,

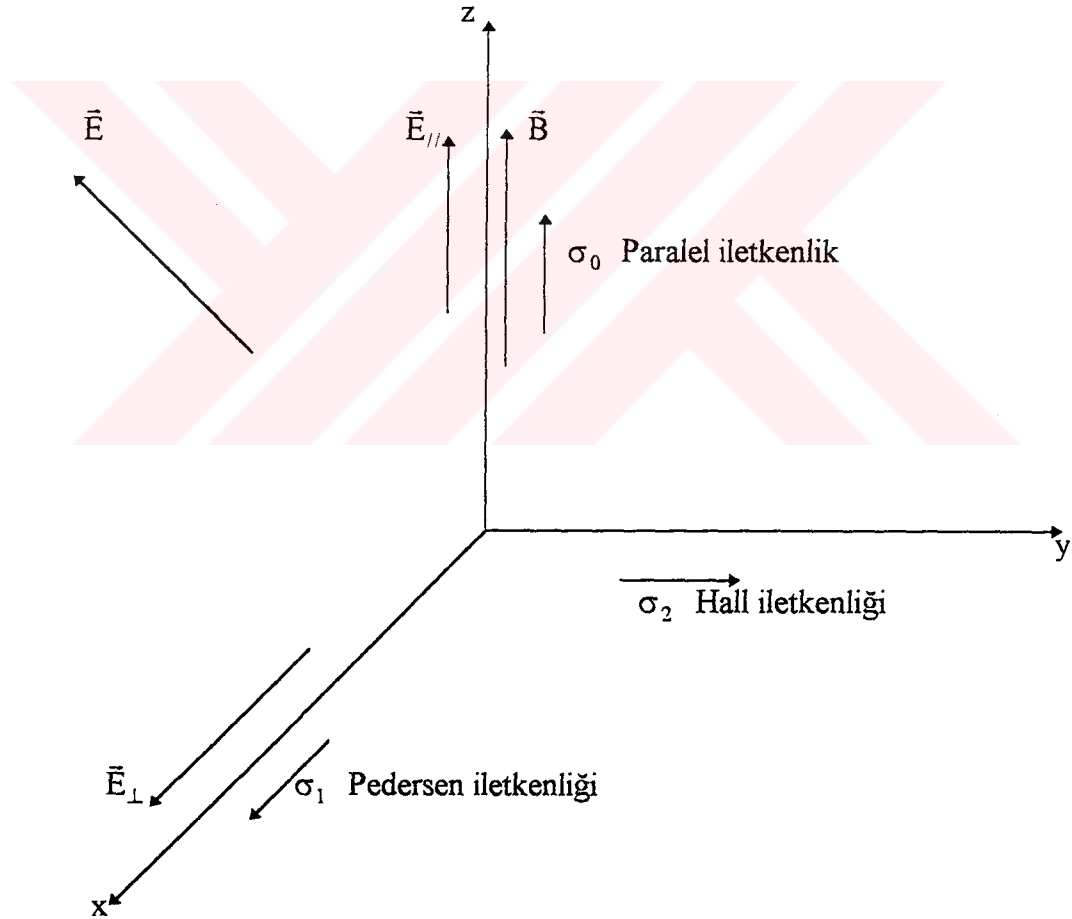
$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & -\sigma_2 & 0 \\ \sigma_2 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

şeklinde elde edilir. Matrisi oluşturan σ_0 , σ_1 ve σ_2 iletkenlik bileşenleri şöyle tanımlanır.

Boyuna iletkenlik: σ_0 , elektrik akımının ve elektrik alanın magnetik alana paralel bileşeni yönündeki iletkenlik bileşenidir(Şekil 1.7). Bu akım genellikle elektronlar tarafından oluşturulmaktadır.

Pedersen iletkenliği: σ_1 , elektrik alan bileşeninin B magnetik alanına normal olduğu yöndeki iletkenlik Pedersen iletkenliğidir(Şekil 1.7). Bu akım daha çok iyonlar tarafından oluşturulur ve 125 km civarında maksimum değerine ulaşır (Şekil 1.8).

Hall iletkenliği: σ_2 veya σ_H , E ve B alanlarına dik yöndeki akımın oluşturduğu iletkenliktir(Şekil 1.7). Bu akım genel olarak elektronlarla taşınır ve iyonosferin büyük bir bölümünü kaplar . Şekil 1.8 den görüldüğü gibi 70-140 km arasında σ_2 maksimum değerine ulaşmaktadır.

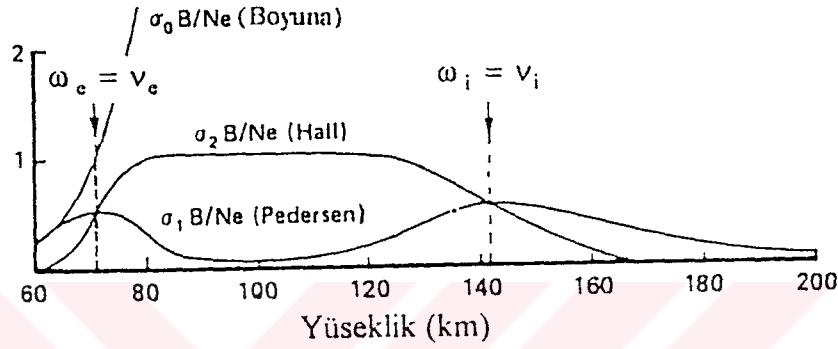


Şekil 1.7 Paralel, Pedersen ve Hall iletkenlikleri (Balcıoğlu, 1984).

σ_0 , σ_1 ve σ_2 iletkenliklerinin bileşimi, elektrik alan ile akım yoğunluğu arasında genel bir ilişki verir. Bu ilişkiye iyonosferin Ohm kanunu denir ve,

$$\vec{J} = \sigma_0 \vec{E}_{//} + \sigma_1 \vec{E}_{\perp} + \sigma_2 \frac{(\vec{B} \times \vec{E}_{\perp})}{B} \quad (1.28)$$

ile verilir. Şekil 1.8 de σ_0 , σ_1 , ve σ_2 nin orta enlemlerde, $\sigma B/Ne$ birimsiz büyüklüğü cinsinden, yüksekliğe göre dağılımı gösterilmektedir.



Şekil 1.8 Üç iletkenlik σ_0 , σ_1 , σ_2 nin orta derece yükseklikte, birimsiz değer $\sigma B/Ne$ cinsinden yükseklik dağılımı (Beer, 1974).

1.5 İYONOSFERİN DÜZENSİZLİKLERİ

SPORADİK E-TABAKASI (E_s)

E-bölgesinde 80-130 km yükseklikler arasında meydana gelen, normal E-tabakasına ek olarak çok daha iyonize ve düzenli olmayan ikinci bir tabaka daha bulunur. Bu tabakaya kritik frekansının çok değişken olması sebebiyle sporadik (anormal) E tabakası adı verilmiştir. E_s tabakası sürekli olmayıp, bulut gibi parça parça ve elektron yoğunluğu zaman zaman F_2 tabakasının çok üstüne çıkabilen bir yapı göstermektedir (Smit et al, 1962). Genellikle yüksek enlemlerde oluşur. Kutup bölgelerinde bazen o kadar önem kazanır ki bu tabakanın değişik şekillerini gözlemek mümkündür. E_s tabakasının oluşumu hakkında şimdiye kadar elde edilmiş kesin bir bilgi yoktur (Smit et al, 1980). Bazı araştırmacılara göre, E_s yi E-bölgesinde birbirine zıt yönde esen

rüzgarların sürüklediği elektronlar meydana getirmektedir. Bazı araştırmacılara göre ise, E_s nin gravite dalgaları tarafından oluşturulduğuna inanılmaktadır. İyonizasyon sebebi kesin olarak bilinmediğinden dolayı E_s tabakası değişik bölgelerde ve durumlarda gözlenmektedir. E_s yi genel olarak ekvatoriyel, orta enlemler ve kutup tipi olarak üç ayrı grupta toplamaktayız.

MANYETİK FIRTINALAR

Manyetik fırtınalar, güneşin yaydığı parçacıkların (solar wind) manyetik alana çarpması (etkileşmesi) sonucu meydana gelirler. Bu fırtınalar birkaç gün devam edebilir. İyonosferde bazı düzensizliklere neden olan manyetik fırtınalar ilk etkisini kutup bölgelerinde gösterir ve ekvatora doğru yayılırlar. İyonosferik bölgelerde örneğin, D-bölgesinin iyon yoğunluğunu artırırken F-bölgesinin iyon yoğunluğunu (30° lik enlemlerden büyük olan bölgelerde) azaltmaktadır. Ayrıca radyo dalgalarının yayılmasında oldukça etkili olmaktadır. Kısa dalgalarda yapılan haberleşmelerde birkaç dakika ile günlerce sürebilen kesintilere sebep olurlar (Landmark D., 1986).

HAREKET EDEN BOZUKLUKLAR (TIDs)

TIDs (Traveling Ionospheric Disturbance) iyonosferde yer değiştiren, özellikle haberleşme amacı ile kullanılan elektromanyetik dalgaların yayılmasını ve sönüme uğraması gibi olayları etkileyen, iyonosferik bozukluklardır. TID ler büyük boy ve küçük boy TID ler olmak üzere iki ayrı gruba ayrılır.

Büyük boy TID lerin yatay hızları 400-1000 m/sn, periyodları 30 dakika ile 3 saat arasında değişmektedir (Francis, 1975). Kutuplardan ekvatora doğru yer değiştirirler. Büyük boy TID lerin oluşum sebepleri kesin olarak bilinmemekle beraber, manyetik fırtınalar sırasında oluşan kutupsal akımlardan (polar elektrojet) meydana geldiği sanılmaktadır.

Orta boy TID lerin yatay hızları 100-250 m/sn, periyotları 15 dakika ile 1 saat arasında değişmektedir. Orta boy TID lerin yatay dalga boyları bir kaç yüz kilometre

olabilmektedir. Orta boy TID ler büyük boy TID lerden çok daha sık olarak gözlenirler. Meydana gelişlerinin en önemli sebebi kutupsal kaynaklı halka akımlarıdır.

Orta boy TID ler insan eli ile meydana getirilmiştir. 30 Kasım 1961 de Rusya'da yerden 4 km yükseklikte patlatılan 58 megatonluk atom bombası dünyayı birkaç defa dolaşan TID ler meydana getirmiştir (Wexler et al, 1962).



2. GRAVİTE DALGALARI

Yer atmosferinde dalgalanmaların varlığı meteorolojik olaylarla ilgisi nedeniyle çok eskiden beri incelenmektedir. Atmosferimizdeki dalgalanmaların yerçekimi kuvvetinin etkisi sonucu olabileceği fikri ilk defa Lamb tarafından ortaya atılmıştır (Eckard, 1960). Bunu takiben, Vaisala ve Brunt atmosferde meydana gelen uzun periyotlu salınımların belirli karakteristik frekanslarının mevcut olduğunu göstermişlerdir. Bu dalgalanmalar iyonosferik yüksekliklerde, elektron yoğunluğu pertürbasyonlarına neden olurlar. Meydana gelen dalgalanmalar iyonosferik yüksekliklerde TID(Traveling Ionospheric Disturbance) olarak adlandırılmaktadır(Balcıoğlu, 1984). Meydana gelişleri genellikle manyetik fırtınalara bağlı olduğu kanaati yaygındır. Dalga boyları birkaç kilometreden bir kaç bin kilometreye, periyotları birkaç dakikadan birkaç saate kadar olabilen bu salınımların, atmosferin çok yüksek katlarını ve hatta iyonosferi de etkileyebileceği çok sonraları anlaşılmıştır.

Bu bölümde atmosferde yayılan gravite dalgalarının iyonosfere olan etkisini açıklayabilmek için atmosferde yayılan dalga tiplerine değinip gravite dalgasının dispersiyon bağıntısını çıkartacağız.

2.1 ATMOSFERDE YAYILAN DALGALAR

İyonosfer (+) ve (-) yüklü iyonlardan oluşan bir plazma ortamıdır. Bir akışkan olarak kabul edebileceğimiz iyonosfer, yerçekimi kuvvetinin etkisi altındadır. Bu nedenle, yer atmosferinde pek çok türde dalga türemektedir. Bu dalgaları dört temel grupta toplayabiliriz.

1) Akustik Dalgalar

Bu gruptaki dalgaların yayılma doğrultusu ile moleküllerin hareket doğrultusu aynı olduğundan, bu dalgalara boyuna dalgalar veya basınç dalgaları adı verilir. Bu dalgaların periyotları 270 saniyeden daha küçüktür.

2) Gravite Dalgaları

Yer değiştirmenin yayılma doğrultusuna dik ve dūřey doğrultuda (yerçekimi doğrultusunda) olduğu enine dalga hareketleridir. Periyodları 15 dakika ile 200 dakika arasında değişen bu dalgaların oluşumu şöyle açıklanabilir: Atmosfer yerçekiminin etkisinde olduğundan dolayı, yüksekliğe bağlı olarak iyon yoğunlukları değişmektedir. Herhangi bir etki sebebiyle atmosferdeki gaz kütlesinin, aşağı doğru hareket ettiğini dūřünelim. Alt tabakalarda yerçekimi kuvvetinin daha etkili olmasından dolayı yoğunluk üř tabakalara oranla daha fazladır. Böylece daha yoğun bir ortama girmiş olan gaz kütlesi sıkıştırma kuvveti ile karşılaşarak üř tabakaya doğru hareket edecektir. Bu kuvvet yerçekimi kuvvetiyle dengelenerek, başka bir değişle, geri çağırıcı kuvvetin etkisiyle, gaz kütlesi tekrar aşağı doğru hareket edecektir. Bu olaylar sürekli olarak tekrarlandığında dalga hareketi meydana gelir. Sıkıştırma ve geri çağırıcı kuvvetler aynı mertebede ise oluşan dalga hareketine "Akustik-Gravite dalgaları " veya sadece "Gravite dalgaları " adı verilir.

3) Rosby Dalgaları

Yer değiştirmenin, yayılma doğrultusuna dik ve yeryüzüne paralel doğrultuda olduğu dalga hareketlerine Rosby dalgaları denir. Coriolis kuvvetinin ve yeryüzünün bombeliğinin etkilediği, dalga boyu dünya nın çapı ile karşılaştırılabilir uzaklıkta olan bu dalga hareketlerine zaman zaman "gezegen dalgaları" da denilmektedir. Bu dalga hareketleri meteorolojik olaylarda önem kazanmaktadır (Beer, 1974).

4) Magneto-Akustik-Gravite Dalgaları

Magneto-akustik-gravite dalgaları veya manyeto atmosferik dalgalar, manyetik alanla kaplı ve yerçekiminin etkisinde bulunan, sıkıştırılabilir, katmanlı, elektriği iletebilen, atmosferde meydana gelirler. Bu dalgaların oluşumu sıkıştırma, kaldırma gibi geri çağırıcı kuvvetler ile manyetik alanın bozulmasıyla açıklanabilir.

Gravite dalgalarını ve magneto-akustik-gravite dalgalarını daha ayrıntılı incelemek için sırasıyla gravite dalgalarının dispersiyon bağıntısı ve magnetohidrodinamik denklemler incelenmiştir.

2.2 GRAVİTE DALGALARININ DISPERSİYON BAĞINTISI

Atmosferde meydana genel hidrodinamik ve elektromanyetik dalgalanmaları aşağıdaki temel denklemlerle açıklayabiliriz.

1-) Hareket Denklemleri

$$\frac{D\vec{U}}{Dt} + 2(\vec{\omega}_E \times \vec{U}) = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{g} \quad (2.1)$$

2-) Adyabatik Denklem

$$\frac{Dp}{Dt} = c^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \rho \right) \quad (2.2)$$

3-) Süreklilik denklemi

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \quad (2.3)$$

Ayrıca ses hızı $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ olmak üzere,

$$c^2 = \frac{\gamma p}{\rho} \quad (2.4)$$

şeklinde alınmaktadır.

Bu denklemlerde $\vec{U}$ rüzgar hızını, ρ atmosferin yoğunluğunu, p basıncı, $\vec{g}$ yerçekim ivmesini ve c ses hızına karşılık gelmektedir. $\frac{D}{Dt}$ hareket operatörü olup, $\frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla}$ ile verilir. Dalga hareketinin olmadığı durumlarda yani, statik durumlarda (2.1) denkleminde

$$\rho_0 \vec{g} = -\vec{\nabla} p_0$$

elde edilir, ve (2.4) ile birleştirilirse,

$$\rho_0 = \rho_{00} \exp(-z/L)$$

ve

$$p_0 = \frac{c^2}{\gamma} \rho_{00} \exp(-z/L)$$

elde edilir.

Burada $L = \frac{c^2}{\gamma g}$ olup, “ölçek yüksekliği” (scale height) olarak tanımlanmıştır.

Başlangıçta ideal gaz kabul ettiğimiz atmosferin iyonosfer bölgesinde, gelen enine dalganın meydana getirdiği impuls, bu bölgede bulunan yüklü parçacıkların yoğunluğunu değiştirecektir. Yoğunluktaki pertürbasyona bağlı olarak (2.2) denklemine göre basınçta ve dolayısı ile rüzgar hızında bir pertürbasyon oluşacaktır. (2.1), (2.2), (2.3) denklemlerini lineer hale getirmek için sırasıyla ρ , p , ve $\bar{U}$ nun küçük değişimlerini göz önüne alalım. Sıfır alt indisi pertürbe olmamış durumu, üst indis pertürbasyon büyüklüklerini göstermek üzere, pertürbasyon olduktan sonraki büyüklükler;

$$\rho = \rho_0 + \rho'$$

$$p = p_0 + p' \quad (2.5)$$

$$\bar{U} = \bar{U}_0 + \bar{U}'$$

şeklinde ifade edilirler. Hidrodinamik denklemlere pertürbasyon teorisini uygulamadan önce, hesaplarımızda basitlik sağlamak için aşağıdaki kabulleri yapacağız.

a) Koordinat sistemini x eksenini doğu-batı, y eksenini kuzey-güney doğrultusunu, z eksenini de düşeyi gösterecek şekilde seçiyoruz.

b) Başlangıçta rüzgarsız bir ortam kabul ediyoruz. Yani $\bar{U}_0 = 0$ dır.

c) Sadece sıfıncı ve ikinci mertebe terimleri göz önüne alıyoruz. Yani pertürbasyonların çarpımı ikinci dereceden bir büyüklük olacağından bu terimi ihmal edeceğiz.

d) Viskoziteyi, çarpışmaları ve dünya nın dönmesinden dolayı oluşan Coriolis kuvvetini ihmal edeceğiz.

e) Gravite dalgasının dalga boyu dünya nın yarıçapından yeterince küçük olduğundan, dünya yüzeyini düzlem olarak kabul ediyoruz.

f) Başlangıçta atmosferi eşsıcaklıklı gaz gibi kabul edeceğiz. Yani $T=0$ dır (T =sıcaklık; °K) .

(2.5) denklemlerini hidrodinamik denklemlerde yerleştirip gerekli düzenlemeler yapılırsa, pertürbe olmamış durum için

$$\frac{\partial U_{0x}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{0z}}{\partial t} \quad (2.6a)$$

$$\frac{\partial U_{0z}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{0z}}{\partial t} - g \quad (2.6b)$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \rho_0}{\partial t} \quad (2.6c)$$

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} = 0 \quad (2.6d)$$

ve birinci mertebeden pertürbe olmuş durum için de;

$$\rho_0 \frac{\partial U'_x}{\partial t} = \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (2.7a)$$

$$\rho_0 \frac{\partial U'_z}{\partial t} = -\frac{\partial p'}{\partial t} - g \rho' \quad (2.7b)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + U'_z \frac{\partial p_{0z}}{\partial z} = c^2 \left[\frac{\partial \rho'}{\partial t} + U'_z \frac{\partial \rho_{0z}}{\partial z} \right] \quad (2.7c)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + U'_z \frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \rho_0 \left[\frac{\partial U'_x}{\partial x} + \frac{\partial U'_z}{\partial z} \right] = 0 \quad (2.7d)$$

denklemleri elde edilir.

Hines (1960), Hines ve Pitteway (1963) yapmış oldukları çalışmalarda, atmosferin bir yerinde meydana gelen pertürbasyonun atmosferde daima bir dalga şeklinde yayıldığını kabul etmişlerdir. Hines, A_0 ile dalganın genliğini, K_x ile x eksenini doğrultusundaki

dalga sayısını, K_z ile z eksenini doğrultusundaki dalga sayısı ve P , R , X , Z ile orantı katsayılarını göstermek üzere;

$$\rho' = \rho_0 R A_0 \exp[i(\omega t - K_x x - K_z z)]$$

$$p' = p_0 P A_0 \exp[i(\omega t - K_x x - K_z z)]$$

$$U'_x = X A_0 \exp[i(\omega t - K_x x - K_z z)] \quad (2.8)$$

$$U'_z = Z A_0 \exp[i(\omega t - K_x x - K_z z)]$$

şeklinde tanımlanmıştır. P , R , X ve Z polarizasyon terimleri olarak adlandırılmaktadır. Bu terimler;

$$P = \gamma^2 \omega^2 K_z - i\gamma \omega^2 g$$

$$R = \omega^2 K_z + i(\gamma - 1)g K_x^2 - i\gamma g \omega^2 c^2 \quad (2.9)$$

$$X = \omega K_x K_z c^2 - i g \omega K_x$$

$$Z = \omega^3 - \omega K_x^2 c^2$$

şeklinde ifade edilir (Hines, 1960). (2.8) ifadeleri (2.7) denklemlerinde yerine yerleştirilir ve gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$i\omega U'_x - iK_x g L \frac{p'}{\rho_0} = 0 \quad (2.10a)$$

$$i\omega U'_z + g \frac{p'}{\rho} - g(iK_z L + 1) \frac{p'}{\rho} = 0 \quad (2.10b)$$

$$-iK_x U'_x - (1/L + iK_z) U'_z + i\omega \frac{p'}{\rho} = 0 \quad (2.10c)$$

$$\frac{(\gamma - 1)}{L} U'_z + i\omega \gamma \frac{\rho'}{\rho} + i\omega \frac{p'}{p} = 0 \quad (2.10d)$$

denklemleri elde edilir. Yukarıda ki dört bilinmeyenli denklem sisteminin, sıfırdan farklı çözümünün var olabilmesi için, katsayılar matrisinin determinantının özdeş olarak sıfır olması gerekmektedir. Böylece katsayılar matrisi,

$$\begin{bmatrix} i\omega & 0 & 0 & -iK_x gL \\ 0 & i\omega & g & -iK_z gh - g \\ -iK_x & -\left(\frac{1}{L} + iK_z\right) & i\omega & 0 \\ 0 & \frac{(\gamma - 1)}{L} & i\omega \gamma & i\omega \end{bmatrix} = 0$$

şeklinde yazılır. Bu matrisin determinanı bize,

$$\omega^4 - \omega^2 c^2 (K_x^2 + K_z^2) + (\gamma - 1) g^2 K_x^2 + i\omega g \gamma K_z = 0 \quad (2.11)$$

şeklinde bir dispersiyon bağıntısı verir.

Gravite dalgalarının atmosferde düşey yönde yayılırken sönüme uğradığı gözlenmektedir (Janes, 1980). Bu durumda dispersiyon bağıntısındaki K_z dalga sayısının kompleks bir sayı olması gerekmektedir. Yani $K_z = k_z + \text{Im}(K_z)$ olmalıdır. K_x tamamen reeldir ve $K_x = k_x$ notasyonu ile gösterilir. Buna göre dispersiyon ilişkisi bağıntısının reel kısmı:

$$\omega^4 - \omega^2 c^2 (k_x^2 + k_z^2 - \text{Im}(K_z)^2) - \omega^2 g \gamma \text{Im}(K_z) + (\gamma - 1) g^2 k_x^2 = 0 \quad (2.12)$$

ve sanal kısmı da,

$$\omega^2 \gamma g k_z - 2 \omega^2 c^2 k_z \operatorname{Im}(K_z) = 0 \quad (2.13)$$

şeklindedir. (2.13) bağıntısından

$$\operatorname{Im}(K_z) = \frac{\gamma g}{c^2} = \frac{1}{2H} \quad (2.14)$$

elde edilir. Böylece;

$$K_z = k_z + \frac{i}{2L}$$

olur. (2.12) dispersiyon bağıntısı ω 'ya göre dördüncü dereceden bir polinomdur. (2.12) denkleminde $\operatorname{Im}(K_z)$ yerine $1/2L$ koyduğumuzda

$$\omega^4 - \omega^2 c^2 (k_x^2 + k_z^2 - 1/4L^2) - \omega^2 g \gamma / 2L + (\gamma - 1) g^2 k_x^2 = 0 \quad (2.15)$$

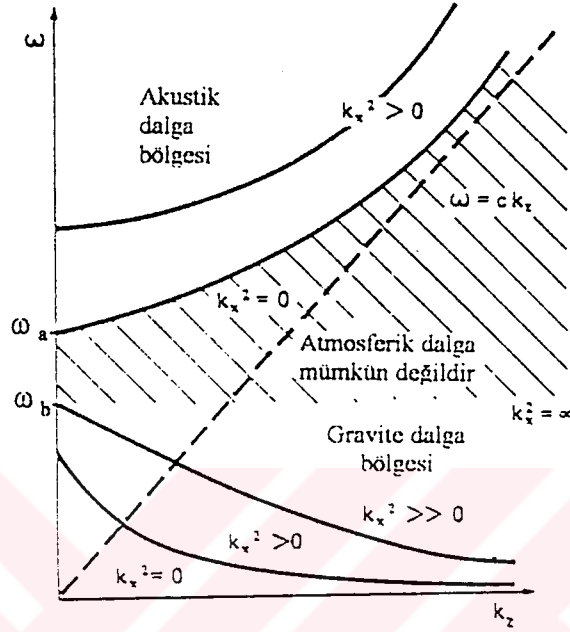
elde ederiz. (2.15) denkleminde k_x, k_z ve ω olmak üzere üç değişken vardır. Şekil 2.1 de k_x sabit alınarak ω 'nın k_z ye göre değişimi, Şekil 2.2 de k_z sabit alınarak ω 'nın k_x e göre değişimi gösterilmektedir. Şekil 2.1 ve 2.2'den gravite dalgalarının x eksenine doğrultusunda faz hızı ile grup hızının aynı yönde olduğunu, z eksenine doğrultusunda faz hızı ve grup hızının zıt yönlerde olduğunu görmekteyiz. Ayrıca denklem (2.16) ve Şekil 2.1 ve Şekil 2.2 den gravite dalgalarının spesifik ısı, yerçekim ivmesi ve ses hızına bağlı iki kesim frekansı olduğu görülmektedir. Bunlar dan biri ω_a akustik kesim frekansı

$$\omega_a = \frac{\gamma g}{2c} = \frac{c}{2H} \quad (2.16)$$

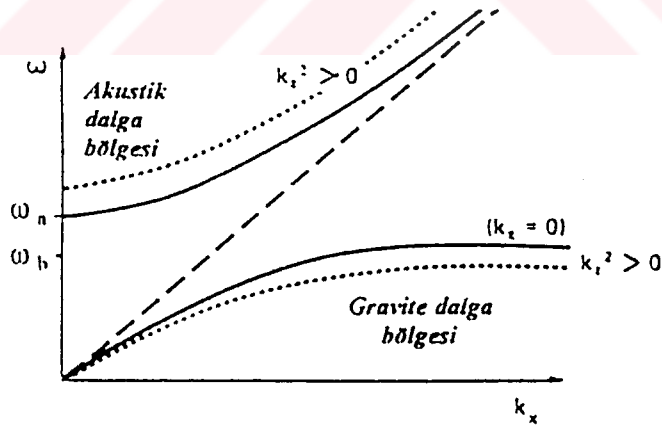
ve diğeri ise ω_b Brunt-Vaisala frekansı

$$\omega_b^2 = \frac{(\gamma - 1) g^2}{c^2} \quad (2.17)$$

şeklindedir. İdeal gaz olduğunu varsaydığımız atmosferde spesifik ısı oranı tek atomlu gazlar için $\gamma = 1.67$, çift atomlu gazlar için $\gamma = 1.4$ dür. Bu durumda (2.16) ve (2.17) denklemlerine göre ω_a daima ω_b den büyüktür.



Şekil 2.1 ω ve k_z ye göre gravite dalgalarının dispersiyon ilişkisinin grafiği (Beer, 1974).



Şekil 2.2 ω ve k_x e göre gravite dalgalarının dispersiyon ilişkisinin grafiği (Beer, 1974).

Gravite dalgaları için (2.12) dispersiyon bağıntısını göz önüne aldığımızda dalga sayısının reel kısmını ω_a ve ω_b cinsinden,

$$k_z^2 = k_x^2 \left(\frac{\omega_b^2}{\omega^2} - 1 \right) + \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{c^2} \quad (2.18)$$

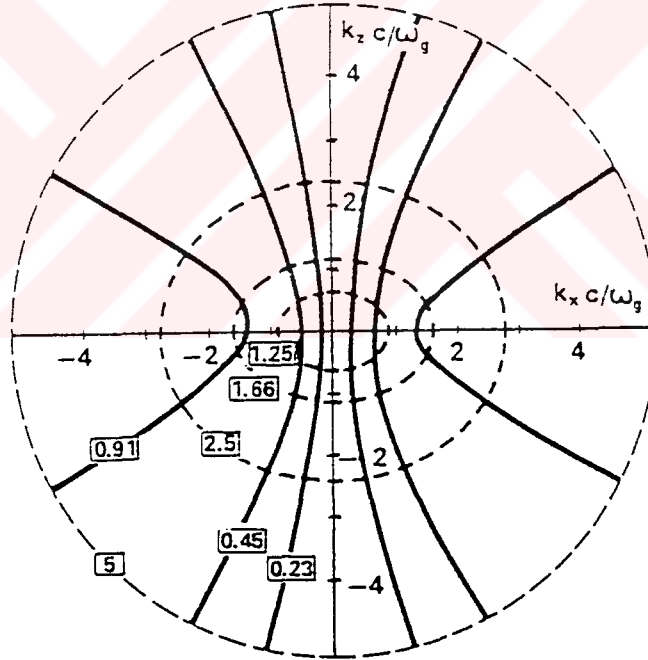
$$k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\frac{\omega^2 - \omega_a^2 - c^2 k_z^2}{\omega^2 - \omega_b^2} \right) \quad (2.19)$$

şeklinde elde ederiz. (2.19) ifadesinde

$$l^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\frac{\omega^2 - \omega_a^2}{\omega^2 - \omega_b^2} \right) \quad \text{ve} \quad m^2 = \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{c^2} \quad \text{kabul ederek,}$$

$$\frac{k_x^2}{l^2} + \frac{k_z^2}{m^2} = 1 \quad (2.20)$$

bulunur.



Şekil 2.3 Model atmosferde dispersiyon yüzeyleri. Kapalı eğriler akustik dalgaları, diğerleri gravite dalgalarını göstermektedir. Periyotlar eğriler üzerinde dakika olarak gösterilmiştir (Beer, 1974).

Dalga'nın yayılma yüzeyleri Şekil 2.3 te çizilmiştir. Dalga'nın ω açısal frekansı, ω_a kesim frekansından büyük olduğu zaman $l^2 > 0$ ve $m^2 > 0$ dir. Bu durumda sabit periyot eğrisi elipstir. Yani dalga sayısı küçüldükçe genlik azalmaktadır. Bu bir basınç dalgasıdır. Bu dalgalara “Akustik dalgalar” adı verilmektedir. Dalga'nın ω açısal frekansı, ω_a kesim frekansından küçük olduğu zaman $l^2 > 0$ ve $m^2 < 0$ dir. Bu durumda, sabit periyot eğrisi hiperboldür. Bu ise bir yerdeğiştirme hareketini belirtmektedir. Bu enine dalgalara “Gravite dalgaları” adı verilmektedir.

$\omega_a > \omega > \omega_b$ kabul edersek (2.20) yi

$$\frac{k_x^2}{|l^2|} + \frac{k_z^2}{|m^2|} = -1$$

şeklinde yazabiliriz. Bu denklemi gerçekleyecek reel k_x ve k_z değerleri mevcut olmadığından, $\omega_a > \omega > \omega_b$ frekans aralığında dalga hareketinin mevcut olmadığını söyleyebiliriz.

2.3 MAGNETO-AKUSTİK-GRAVİTE DALGALARI

Bu gruptaki dalgalar, sıkıştırılabilir, katmanlı, izotermal, elektriği iletebilen ve manyetik alanın etkisi altında bulunan atmosferde yayılırlar. Böyle bir ortamda sıkıştırma (basınç), kaldırma ve manyetik kuvvetleri içeren dalga hareketine Magneto-akustik-gravite dalgaları adı verilir (Thomas H., 1983) . Burada, Hines (1960) tarafından verilen hidrodinamik denklemlerden farklı olarak, magnetohidrodinamik denklemler önem kazanır. Magnetohidrodinamik denklemler, elektromanyetik etkileri içeren terimler ile hidrodinamik denklemlerin bileşiminden oluşur. Magnetohidrodinamik etkileri içeren denklemler,

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \rho \vec{g} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (2.21a)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.21b)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (2.21c)$$

şeklinde verilir. Denklemlerde, elektrostatik yaklaşım için plazmanın yavaş hareket ettiği, fakat Coriolis kuvvetini ihmal edilebilecek kadar da hızlı değiştiği kabul edilmiştir. (2.21) denklem sistemi sırasıyla, magnetik etkileri içeren hareket denklemi, Amper kanunu ve Faraday kanunu dur. (2.21) denklemlerinde kullanılan elektrostatik etkileri içeren parametreler,

$\vec{J}$: Akım yoğunluğu

$\vec{B}$: Manyetik alan

μ_0 : Ortamın permeabilitesi

şeklinde tanımlanmıştır.

Magneto-akustik-gravite dalgaları gaz basıncının hakim olduğu bölgeler de akustik-gravite dalgalarına ve manyetik basıncın hakim olduğu bölgelerde ise Alfeven dalgalarına benzemektedirler. Eğer atmosfer, tamamen yatay manyetik alanın etkisi altında ise, yani dalga yayını doğrultusu manyetik alana dik ise, bu iki bölge arasındaki geçiş hidrodinamik kritik tabakalar içermektedir (Thomas H., 1983). Magnetohidrodinamik denklemleriyle pertürbasyon tekniği kullanılarak yapılan çözümlerde dalga yayını veren ikinci mertebeden diferansiyel denklemler bu kritik tabakalarda düzenli olarak tekillikler(singülerite) ihtiva etmektedir. Bu tür tekillikler veya kritik tabakalar, tekilliğin olduğu bölgede, alan büyüklüklerinin sonsuz olmasına sebep olurlar. Ayrıca bu tabakaya dik olan enerji akısı da süreksiz olmaktadır. Buna karşılık gravite dalgalarının yayını veren lineerleştirilmiş denklemler, manyetik alanın keyfi yönelimlerinde, kritik seviyeler içermezler ve buna bağlı olarak enerji akısında sürekli olmaktadır. Yatay manyetik alan durumunda oluşan tekillikten kurtulmanın bir çok yöntemi vardır. Bu yöntemlerden biri de diferansiyel denklemin mertebesini yükselterek 4.mertebeden tekil olmayan denklem elde etmektir. Bu denklemin çözümleri düzenli fonksiyonlardır. Bu denklemlerden elde edilen çözümlere göre magneto-akustik-gravite dalgasının oluşumu şöyle açıklanabilir: Kritik tabakanın alt bölgesinden yukarı doğru yayılan akustik-gravite dalgasının bir kısmı geri yansımakta bir kısmı da tabaka

tarafından yutulmaktadır. Tabaka içerisinde kalan akustik-gravite dalgası şiddetli manyetik alanın etkisi ile yavaş magneto-akustik-gravite dalgasına dönüşerek, bant içinde biriken enerjiyi bantın üst bölgesine taşımaktadır. Böylece alan büyüklüklerinin sonsuz olması önlenmiş olmaktadır.



3. İYONOSFERİN İLETKENLİĞİ VE MANYETİK ALANLARIN NEDEN OLDUĞU MAGNETO-AKUSTİK-GRAVİTE DALGALARININ SÖNÜME UĞRAMASI

Magneto-akustik-gravite dalgaları veya magneto atmosferik dalgalar, manyetik alanla kaplı ve yerçekiminin etkisinde bulunan, sıkıştırılabilir, katmanlı, elektriği iletebilen, atmosferde meydana gelirler. Bu dalgaların oluşumu sıkıştırma kaldırma gibi geri çağırıcı kuvvetler ile manyetik alanın bozulmasıyla açıklanabilir. Güneş ve dünya atmosferindeki öneminden dolayı magneto-akustik-gravite dalgaları son yıllarda oldukça geniş bir şekilde incelenmektedir.

Burada dalga yayınımlarını etkileyen bütün geri çağırıcı kuvvetler (sıkıştırma, kaldırma, manyetik kuvvetler) ele alınmıştır. Akustik gravite dalgaları, sadece sıkıştırma ve kaldırma kuvvetlerinin etkisiyle oluşur. Literatürde bu konuyla ilgili oldukça geniş araştırmalar vardır (Kamp J.1989). Aynı anda üç geri çağırıcı kuvveti ve manyetik kuvvetleri içeren dalgalara magneto-akustik-gravite dalgaları adı verilir. Magneto-akustik-gravite dalgaları ile ilgili hemen hemen tüm çalışmalarda, dağıtıcı olmayan ortamlarda pertürbasyon tekniği kullanılarak, lineerleştirilmiş dalga yayınımları ele alınmıştır. Lineer olmayan durumlarda problemler çok karmaşık hale gelmektedir. Dalga yayınımları homojen olmayan ve anizotrop ortamlarda incelendiğinden, lineerleştirilmiş denklemler bile, oldukça karmaşık problemler yaratmaktadır. Üniform veya yavaş değişen manyetik alan için, homojen olmama durumu , dalga yayınımlarını, en çok Alfven hızının yükseklikle hızlı değişimi aracılığıyla etkiler.

Magneto-akustik-gravite dalgaları ile ilgili ilk çalışma 1958 de Ferraro ve Plumpton tarafından, yapılmıştır (Thomas H.,1983). Bu çalışmada manyetik alan, üniform ve dik olarak kabul edilmiştir. Bu durumda, dalga yayınımlarını açıklayan 4.mertebeden tekil olmayan diferansiyel denklem elde edilmiştir. Manyetik alanın yatay olması durumunda ise, dalga yayınımlarını veren 2.mertebeden diferansiyel denklem, bazı bölgelerde tekillikler ihtiva etmektedir. Ayrıca bu tabakalara dik yönde enerji akışı da süreksiz olmaktadır. Bu durum, elektromanyetik, akustik plazma fiziği,

magnetohidrodinamik ve hidrodinamik gibi farklı alanlardaki dalga yayılımı incelemelerinde ortak problem olarak ortaya çıkmaktadır (Kamp J.1989).

Bu bölümde, magneto hidrodinamiğin temel denklemlerinden yararlanarak, magnetohidrodinamik etkileri içeren dalga denklemleri, yatay manyetik alan, dik manyetik alan ve meyilli manyetik alan (sonsuz küçük dik bileşeni olan manyetik alan durumu) durumları için incelenecektir.

3.1 TEMEL DENKLEMLER

Sıkıştırılabilir, eş sıcaklıklı, iletken, üniforma manyetik alan ve yer çekimi etkisinde bulunan ortamda magnetohidrodinamik etkileri içerecek, dalga yayılımını veren denklemler;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.1a)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (3.1b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} p = c^2 \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho \right] \quad (3.1c)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.1d)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (3.1e)$$

şeklinde yazılabilir. (3.1a), (3.1b) ve (3.1c) denklemleri magnetohidrodinamiğin temel denklemleridir. Bu denklemler sırasıyla süreklilik denklemi, hareket denklemi ve adyabatik denklemlerdir. (3.1d) ve (3.1e) denklemleri, Maxwell denklemlerinden Faraday ve Amper kanunlarıdır. (3.1) denklemlerinde kullanılan notasyonlar;

ρ : İyonosferin elektron veya iyon yoğunluğu, yükseklikle eksponansiyel olarak azalmaktadır.

$\vec{v}$: Rüzgarın hızı

$\vec{p}$: Sıkışmadan dolayı oluşan basınç

$\vec{g}$: Yer çekimi ivmesi

$\vec{J}$: Akım yoğunluğu

$\vec{B}$: Yeryüzünün manyetik alanı

μ_0 : Ortamın permeabilitesi

c : İzotermal ses hızı, $c^2 = \frac{\gamma p_0}{\rho_0} = \frac{\gamma K_B T}{m}$ şeklinde verilir. Burada γ , spesifik ısıların oranı

$\left(\gamma = \frac{c_p}{c_v} \right)$, K_B Boltzmann sabiti ve T sıcaklığı göstermektedir.

Dalga hareketinin olmadığı durumlarda yani statik durumda (3.1b) den

$$\rho_0 \vec{g} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{p}_0 \quad (3.2)$$

yazılır. (3.2) denklemi izotermal ses hızı ile birleştirilirse, kütle yoğunluğu için,

$$\rho_0 = \rho_{00} \exp(-z/L) \quad (3.3a)$$

ve basınç için,

$$p_0 = \frac{c^2}{\gamma} \rho_{00} \exp(-z/L) \quad (3.3b)$$

yazılabilir. Burada L “ölçek yüksekliği(scale height)”,

$L = \frac{c^2}{\gamma g}$ şeklinde verilir. Ayrıca ρ_{00} , dünyadan herhangi bir L yüksekliğindeki

yoğunluğu göstermektedir.

Başlangıçta ideal gaz kabul ettiğimiz atmosferin iyonosfer bölgesinde, dış etkilerin meydana getirdiği impuls, bu bölgede bulunan yüklü parçacıkların yoğunluğunu değiştirir. Yoğunluktaki pertürbasyona bağlı olarak (3.1b) denkleminde göre başlangıçta

rüzgar hızında dolayı ρ ile rüzgar hızında, basınçta, manyetik alanda ve akım yoğunluğunda pertürbasyon oluşacaktır. (3.1) denklem sistemini lineer hale getirmek için sırasıyla ρ , p , $\vec{v}$, $\vec{B}$ ve $\vec{J}$ nin sonsuz küçük değişimlerini göz önüne alalım. Sıfır alt indisi pertürbe olmamış durumu, bir alt indisi pertürbe olmuş durumu göstermek üzere, pertürbasyon olduktan sonra ki büyüklükler,

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_0 + \rho_1 \\ p &= p_0 + p_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{v}_1 \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 + \vec{B}_1 \\ \vec{J} &= \vec{J}_1\end{aligned}\tag{3.4}$$

şeklinde ifade edilir. (3.1) denklemlerine, pertürbasyon teorisini uygulamadan önce hesaplarda basitlik sağlamak için aşağıdaki kabulleri yapacağız.

a) Koordinat sistemini x eksenini doğu-batı, y eksenini kuzey-güney doğrultusunu, z eksenini de düşeyi gösterecek şekilde seçiyoruz.

b) Başlangıçta rüzgarsız bir ortam kabul ediyoruz. Yani $\vec{v}_0 = 0$ ve $\hat{v} = \hat{v}_1 = (\hat{v}_{1x}, 0, \hat{v}_{1z})$ alınacaktır.

c) İyonosferde ki yük yoğunluğunu bir akışkan gibi düşünüp, akışkanın çok yavaş hareket ettiğini kabul edeceğiz.

d) Çarpışmaları ve yerkürenin dönmesinden dolayı oluşan Coriolis kuvvetini ihmal edeceğiz.

e) Sadece sıfırıncı ve birinci mertebeden pertürbe olmuş terimleri göz önüne alacağız. Yani pertürbasyonların çarpımları ikinci mertebeden bir büyüklük olacağından bu terimi ihmal edeceğiz.

f) Başlangıçta, magnetik alanı, basıncı ve yoğunluğu sabit kabul edeceğiz. Yani

$$\frac{d\vec{B}_0}{dt} = \frac{d\rho_0}{dt} = \frac{dp_0}{dt} = 0 \text{ alınacaktır. Ayrıca başlangıçta atmosferi eş sıcaklıklı bir gaz}$$

$$\text{kabul edip, } \frac{dT}{dx} = \frac{dT}{dz} = 0 \text{ alınacaktır.}$$

Bu kabullere göre (3.4) pertürbasyon terimleri (3.1) denklem sisteminde yerine konulursa birinci mertebeden pertürbe olmuş durum için;

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho_0 \bar{v}_1) = 0 \quad (3.5)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial t} = -\bar{\nabla} p_1 + \rho_1 \bar{g} + \bar{J}_1 \times \bar{B}_0 \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} + \bar{v}_1 \cdot \bar{\nabla} p_0 = c^2 \left[\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \bar{v}_1 \cdot \bar{\nabla} \rho_0 \right] \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \bar{B}_1}{\partial t} = \bar{\nabla} \times (\bar{v}_1 \times \bar{B}_0) \quad (3.8)$$

$$\bar{\nabla} \times (\bar{B}_0 + \bar{B}_1) = \mu_0 \bar{J}_1 \quad (3.9)$$

denklemleri elde edilir. (3.6) denkleminin t ye göre türevi alınarak,

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{v}_1}{\partial t^2} = -\bar{\nabla} \left(\frac{\partial p_1}{\partial t} \right) + \bar{g} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{J}_1}{\partial t} \times \bar{B}_0 \quad (3.10)$$

denklemini elde edilir. (3.5), (3.7), (3.8) ve (3.9) denklemlerinden sırasıyla $\frac{\partial \rho_1}{\partial t}$

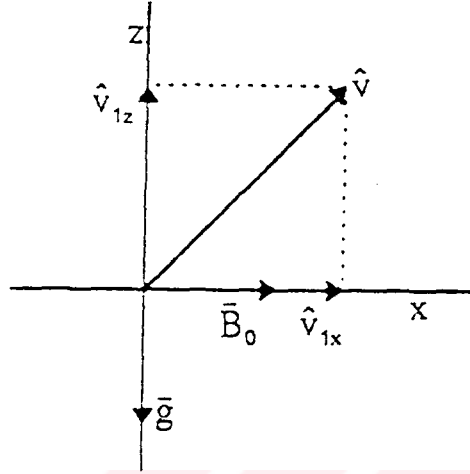
$\frac{\partial p_1}{\partial t}$, $\frac{\partial \bar{B}_1}{\partial t}$ ve $\bar{J}_1$ çözümlü (3.10) denkleminde yerine konulursa, (3.1) denklemleri

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{v}_1}{dt^2} = & c^2 \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \bar{v}_1) + \nabla (\bar{g} \cdot \bar{v}_1) + (\gamma - 1) \bar{g} \bar{\nabla} \cdot \bar{v}_1 \\ & - \frac{1}{\mu_0 \rho_0} \left(\bar{\nabla} \left\{ \bar{B}_0 \cdot \left[(\bar{B}_0 \cdot \bar{\nabla}) \bar{v}_1 - \bar{B}_0 (\bar{\nabla} \cdot \bar{v}_1) \right] \right\} - (\bar{B}_0 \cdot \bar{\nabla}) \left[(\bar{B}_0 \cdot \bar{\nabla}) \bar{v}_1 - \bar{B}_0 (\bar{\nabla} \cdot \bar{v}_1) \right] \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

şeklinde $\bar{v}_1$ pertürbasyon hız vektörüne bağlı lineer bir dalga denklemi elde edilir. Bu denklem, magneto-akustik-gravite dalgalarının birçok incelemelerinde temel denklem olarak kullanılır (Thomas H., 1983).

3.2 YATAY MANYETİK ALAN DURUMU

(3.11) denklemini verilen $\bar{v}_1$ hız dağılımı için, manyetik alanın farklı yönelimlerinde farklı çözümler vermektedir.



Şekil 3.1 Yatay manyetik alan durumunda, dalga yayınının geometrisi.

Şekil 3.1 görüldüğü gibi yatay manyetik alan durumunda yani $\bar{B}_0 = (\bar{B}_0, 0, 0)$ iken (3.11) denklemini çözmeye çalışalım. $\bar{v}_1$ pertürbasyon hızını sadece x, z ve t ye bağlı bir harmonik fonksiyon olarak;

$$\bar{v}_1 = \bar{v}_1(x, z, t) = \hat{v}_1(z, k, \omega) \exp[i(kx - \omega t)]$$

şeklinde yazabiliriz. Burada $\hat{v}_1 = (\hat{v}_{1x}, 0, \hat{v}_{1z})$ şeklinde verilmiştir. Özel olarak tanımladığımız $\bar{B}_0$ ve $\bar{v}_1$ değerleri (3.11) vektör denkleminde yerlerine konulursa x ve z bileşenlerine bağlı olarak;

$$(\omega^2 - c^2 k^2) \hat{v}_{1x} + ikc^2 \frac{d\hat{v}_{1z}}{dz} - ikg \hat{v}_{1z} = 0 \quad (3.12a)$$

$$ikc^2 \frac{d\hat{v}_{1x}}{dz} - ik(\gamma - 1)g \hat{v}_{1x} + (c^2 + a^2) \frac{d^2 \hat{v}_{1z}}{dz^2} - \gamma g \frac{d\hat{v}_{1z}}{dz} + (\omega^2 - a^2 k^2) \hat{v}_{1z} = 0 \quad (3.12b)$$

denklemleri elde edilir. (3.12a) ve (3.12b) denklem sisteminden $\hat{v}_{1x}$ çözülüp sadece $\hat{v}_{1z}$ e bağlı olarak,

$$\left(\omega^2 \frac{c^2 + a^2}{c^2 a^2} - k^2 \right) \frac{d^2 \hat{v}_{1z}}{dz^2} - \frac{1}{L} \frac{\omega^2}{a^2} \frac{d \hat{v}_{1z}}{dz} + \left[k^2 \frac{\omega_b^2}{a^2} + \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \left(k^2 - \frac{\omega^2}{a^2} \right) \right] \hat{v}_{1z} \quad (3.13)$$

şeklinde 2. mertebeden tekil diferansiyel denklem elde edilir. Bu denklemde a Alfven hızı;

$$a^2 = \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0(z)} = a_0^2 \exp(z/L)$$

ve ω_b Brunt-Vaisala frekansı,

$$\omega_b^2 = (\gamma - 1) \frac{g^2}{c^2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{g}{L} = \frac{\gamma - 1}{\gamma^2} \frac{c^2}{L^2}$$

şeklinde verilmiştir. (3.13) denkleminde $\frac{d^2 \hat{v}_{1z}}{dz^2}$ nin katsayısını sıfır yapan $z = Z_c$ değeri

denklemin tekilliğini göstermektedir. Ayrıca $\omega^2 = k^2 V_c^2$ yazarak tanımlayacağımız frekansa da rezonans frekansı adı verilmektedir. (3.13) denkleminden;

$$V_c^2 = \frac{c^2 a^2}{c^2 + a^2}$$

bulunur. Ayrıca Alfven hızının tanımından rezonans frekansını veren yüksekliği;

$$Z_c = L \ln \frac{\omega^2}{a_0^2 \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)}$$

şeklinde elde edilir. Z_c nin reel olması için logaritmik terimin argümanının pozitif

olması gerekmektedir, yani $k^2 > \frac{\omega^2}{c^2}$ olmalıdır.

3.3 DİK MANYETİK ALAN DURUMU

Alfven Dalgaları: Dik manyetik alan ve tamamen yatay sıkışmasız hareket için; yani,

$\vec{B}_0 = (0, 0, \bar{B}_0)$ ve $\vec{v} = [0, v(z, t), 0]$ için (3.11) denklemi,

$$\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial t^2} = a^2(z) \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial z^2} \quad (3.14)$$

denklemine indirgenir. Bu denklem, sıkışma ve kaldırma kuvvetlerini içermeyen Alfven dalga denklemini tanımlamaktadır. Burada a Alfven hızına karşılık gelmektedir. Alfven hızı, değişen yoğunluktan dolayı yüksekliğe göre değişmektedir. Bu da iyonosferin farklı katmanlardan oluştuğunu göstermektedir. Eğer $\vec{v}(z, t) = \hat{v}_z \exp(i\omega t)$ şeklinde bir salınım kabul edilirse, (3.14) denklemi

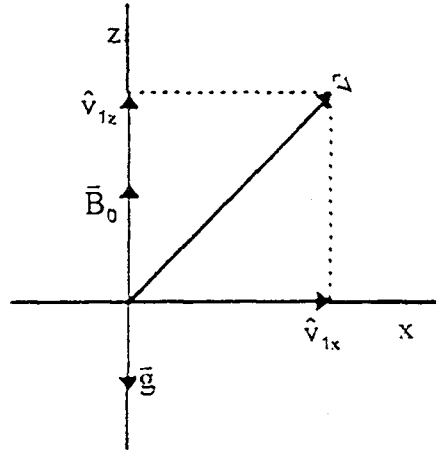
$$\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{a^2} \hat{v} = 0 \quad (3.15)$$

şeklini alır. Bu denklem, dalga genliğinin yükseklikle değişimini göstermek için, $\rho_0(z)$ yoğunluk dağılımının belirli değerleri için çözülebilir. Alfven hızındaki değişimler, Alfven dalgalarının yansımaya sebep olur ve (3.15) denkleminin çözümü, yoğunluğu değişen bölge için yansımaya katsayısını belirlemek amacıyla kullanılabilir.

Bu problem matematik olarak, kırılma indisinin yayılma doğrultusunda değiştiği ortamlardaki, ışığın yayılması olayına benzetilmektedir. ρ_1 ve ρ_2 gibi farklı yoğunluklu tabakaları ayıran sınırlarda, keyfi gelme açısı, üniform ve keyfi yöndeki magnetik alan durumunda, Alfven dalgalarının yansımaya veya kırılması olayları 1945 te Ferraro tarafından hesaplanmıştır(Thomas H.1983).

Tam dalga denklemi: Alfven dalgaları geri çağırıcı kuvvetleri içermektedir. (3.15) denklemi (3.11) in özel bir çözümüdür. Genel bir çözüm veya tam anlamıyla bir dalga denklemi elde etmek için, sıkıştırma, kaldırma ve manyetik kuvvetleri içeren bir dağılım kabul etmeliyiz. Böylece pertürbe olmuş hız vektörünü;

$$\vec{v} = (\hat{v}_x, 0, \hat{v}_z) \exp[i(kx - \omega t)] \quad (3.16)$$



Şekil 3.2 Dik manyetik alan durumunda, dalga yayınının geometrisi.

şeklinde tanımlamalıyız. Şekil 3.2 de görüldüğü gibi $\vec{B}_0 = (0, 0, \vec{B}_0)$ dik manyetik alan durumunda ve (3.16) denkleminde tanımladığımız hız vektörü (3.11) denkleminde yerlerine konularak, x ve z bileşenleri için,

$$a^2 \frac{d^2 \hat{v}_x}{dz^2} + (\omega^2 - k^2 a^2 - k^2 c^2) \hat{v}_x + ikc^2 \frac{d \hat{v}_z}{dz} - ik g \hat{v}_z = 0 \quad (3.17a)$$

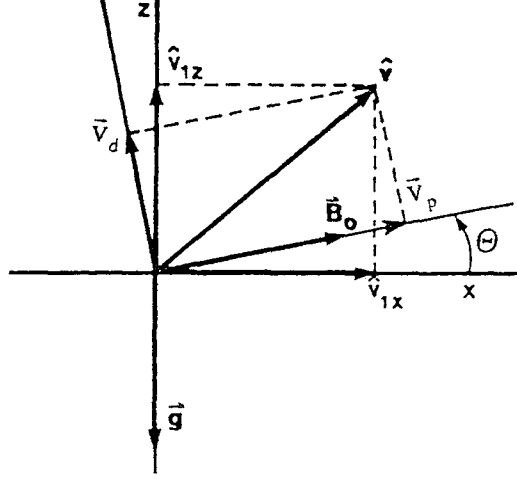
$$ikc^2 \frac{d \hat{v}_x}{dz} + (\gamma - 1) g \hat{v}_x + c^2 \frac{d^2 \hat{v}_z}{dz^2} - \gamma g \frac{d^2 \hat{v}_z}{dz^2} + \omega^2 \hat{v}_z = 0 \quad (3.17b)$$

denklemleri elde edilir. Elde edilen iki denklemden $\hat{v}_z$ çözülüp sadece $\hat{v}_x$ e bağlı olarak

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 \hat{v}_x}{dz^4} + \frac{1}{L} \frac{d^3 \hat{v}_x}{dz^3} + \left(\omega^2 \frac{c^2 + a^2}{a^2 c^2} - k^2 \right) \frac{d^2 \hat{v}_x}{dz^2} - \frac{1}{L} \left[k^2 + \frac{\omega^2}{a^2} \right] \frac{d \hat{v}_x}{dz} + \\ & + \left[k^2 \left(\frac{\omega_b^2 - \omega^2}{a^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) + \frac{\omega^4}{c^2 a^2} \right] \hat{v}_x = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

şeklinde tekil olmayan 4.mertebeden diferansiyel denklem elde edilir. Bu denklemin çözümleri Frobenius yöntemi kullanılarak, seri açılımı olarak B.Leroy ve S.J. Schwartz tarafından elde edilmiştir (Leroy et al, 1982).

Buraya kadar, yapılan incelemelerde manyetik alanın dik ve yatay yönelimleri için (3.11) denklemi çözülmüştür. Son olarak manyetik alanın yatay x eksenine ile çok küçük açı yaptığı veya sonsuz küçük dik bileşeni olduğu durumu inceleyelim.



Şekil 3.3 Meyilli manyetik alan durumunda dalga yayınının geometrisi(Kamp.,1989). Şekil 3.3 görüldüğü gibi $\vec{B}_0$ manyetik alanı x, z düzleminde x eksenine ile çok küçük Θ açısı yapan keyfi bir yönetime sahiptir. $\vec{B}_0$ in x ve z bileşenleri için ;

$$B_{0x} = \left(\frac{1}{\sqrt{1+\delta^2}} \right) |\vec{B}_0| \quad \text{ve} \quad B_{0z} = \left(\frac{\delta}{\sqrt{1+\delta^2}} \right) |\vec{B}_0|$$

şeklindedir. Burada δ .

$$\delta = \tan(\Theta)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Sonsuz küçük Θ açısı için veya hemen hemen yatay manyetik alan için $\delta \ll 1$ dir. (3.11) denkleminde,

$$\vec{B}_0 = (\vec{B}_{0x}, 0, \vec{B}_{0z})$$

ve

$$\vec{v}_1 = \hat{v}_1(x, z, t) \exp[i(kx - \omega t)] = (\hat{v}_x, 0, \hat{v}_z) \exp[i(kx - \omega t)]$$

değerleri yerlerine konulursa, x ve z bileşenleri için sırasıyla ;

$$\delta^2 a^2 \frac{d^2 \hat{v}_{1x}}{dz^2} + \left\{ (1+\delta^2) \omega^2 - k^2 \left[(1+\delta^2) c^2 - \delta^2 a^2 \right] \right\} \hat{v}_{1x} - \delta a^2 \frac{d^2 \hat{v}_{1z}}{dz^2} + ik(1+\delta^2) c^2 \frac{d^2 \hat{v}_{1z}}{dz^2} - \left[ik(1+\delta^2) g - k^2 \delta a^2 \right] \hat{v}_{1z} = 0 \quad (3.19a)$$

$$\left[(1+\delta^2) c^2 + a^2 \right] \frac{d^2 \hat{v}_{1z}}{dz^2} - \gamma (1+\delta^2) g \frac{d \hat{v}_{1z}}{dz} + \left[(1+\delta^2) \omega^2 - k^2 a^2 \right] \hat{v}_{1z} - \delta a^2 \frac{d^2 \hat{v}_{1x}}{dz^2} + ik(1+\delta^2) c^2 \frac{d \hat{v}_{1x}}{dz} - \left[i(\gamma-1) k (1+\delta^2) g - k^2 \delta a^2 \right] \hat{v}_{1x} = 0 \quad (3.19b)$$

denklemleri elde edilir. Burada v_1 hızının y bileşeni hesaplara katılmamıştır. Böylece Alfven dalgalarını denklemlerden ayırarak, sadece gravite dalgalarını içeren dalga hareketini incelemek için bir sınırlama yapılmaktadır. Şekil 3.3 ten $\hat{v}_{1x}$ ve $\hat{v}_{1z}$ için

$$\hat{v}_{1x} = \cos(\theta) v_p - \sin(\theta) v_d \quad (3.20)$$

$$\hat{v}_{1z} = \sin(\theta) v_p + \cos(\theta) v_d$$

dönüşümleri yapılarak , bu dönüşümler (3.19a) ve (3.19b) denklemlerinde yerlerine konulursa;

$$ik\delta \frac{d v_p}{dz} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - ik \frac{\delta}{\gamma L} \right) v_p - \delta \frac{a^2}{c^2} \frac{d^2 v_d}{dz^2} + ik \frac{d v_d}{dz} - ik \frac{1}{\gamma L} v_d - \delta \left[\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{c^2} \right) \right] v_d = 0 \quad (3.21a)$$

$$\left(1 + \frac{a^2}{c^2} \right) \frac{d^2 v_d}{dz^2} - \left(\frac{1}{L} + ik\delta \right) \frac{d v_d}{dz} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \frac{a^2}{c^2} + ik\delta \frac{\gamma-1}{\gamma L} \right) v_d + \delta \frac{d^2 v_p}{dz^2} + \left(ik - \frac{\delta}{L} \right) \frac{d v_p}{dz} - ik \left(\frac{\gamma-1}{\gamma L} - \delta \frac{\omega^2}{c^2} \right) v_p = 0 \quad (3.21b)$$

denklemleri elde edilir. (3.21a) ve (3.21b) denklemlerinden sadece v_d ye bağılı bir çözüm elde etmek için, v_p yi v_d nin türevleri cinsinden çözmek gerekmektedir. Bunun için

öncelikle (3.21a) denkleminin z ye göre türevi alınarak, $\delta \frac{d^2 v_p}{dz^2}$,

$$\delta \frac{d^2 v_p}{dz^2} = \frac{1}{ik} \left\{ \delta \frac{a^2}{c^2} \frac{d^3 v_p}{dz^3} + \left(\delta \frac{a^2}{c^2 L} - ik \right) \frac{d^2 v_d}{dz^2} + \left(\frac{ik}{\gamma L} + \delta \frac{\omega^2}{c^2} \right) \frac{dv_p}{dz} + \delta k^2 \left(1 + \frac{a^2}{c^2} \right) \frac{dv_d}{dz} \right\} + \frac{1}{ik} \left[\frac{\delta k^2}{L} \frac{a^2}{c^2} v_d + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - \frac{ik\delta}{\gamma L} \right) \frac{dv_p}{dz} \right] \quad (3.22)$$

şeklinde çözülür. (3.22) denklemi (3.21b) denkleminde yerine konulursa,

$$\delta \frac{a^2}{c^2} \frac{d^3 v_d}{dz^3} + \frac{a^2}{c^2} \left(ik + \frac{\delta}{L} \right) \frac{d^2 v_d}{dz^2} + \left[ik \frac{1-\gamma}{\gamma L} + \frac{\delta}{c^2} (\omega^2 - k^2 a^2) \right] \frac{dv_d}{dz} - \delta \frac{k^2}{L} \frac{a^2}{c^2} v_d + \left[ik \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \frac{a^2}{c^2} + ik\delta \frac{1-\gamma}{\gamma L} \right) \right] v_d + \left[ik\delta \frac{1-\gamma}{\gamma L} - \frac{\omega^2}{c^2} \right] \frac{dv_p}{dz} + \left(k^2 \frac{1-\gamma}{\gamma L} - ik\delta \frac{\omega^2}{c^2} \right) v_p = 0 \quad (3.23)$$

denklemi elde edilir. v_p li terimleri yok edebilmek için (3.21a) denkleminden $\frac{dv_p}{dz}$,

$$\frac{dv_p}{dz} = \frac{1}{ik\delta} \left\{ \delta \frac{a^2}{c^2} \frac{d^2 v_p}{dz^2} - ik \frac{dv_p}{dz} + \left[\frac{ik}{\gamma L} + \delta \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \left(1 + \frac{a^2}{c^2} \right) \right) \right] v_d - \left[\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - ik \frac{\delta}{\gamma L} \right] v_p \right\}$$

şeklinde çözülerek, bu değer (3.23) denkleminde yerine konulursa

$$\begin{aligned}
& ik\delta^2 \frac{a^2}{c^2} \frac{d^3 v_d}{dz^3} + \frac{a^2}{c^2} \delta \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - ik \frac{\delta}{\gamma L} \right) \frac{d^2 v_d}{dz^2} + \left[ik \frac{\delta^2}{c^2} (\omega^2 - k^2 a^2) + ik \frac{\omega^2}{c^2} \right] \frac{dv_d}{dz} + \\
& \left\{ \left[-k^2 \delta \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \frac{a^2}{c^2} + ik \delta \frac{\gamma - 1}{\gamma L} \right) \right] - i\delta^2 \frac{k^3 a^2}{L c^2} - \left(\frac{\omega^2}{c^2} + ik \delta \frac{\gamma - 1}{\gamma L} \right) \left(\delta \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{ik\delta}{\gamma L} \right) \right\} v_d - \\
& -\delta k^2 \left(1 + \frac{a^2}{c^2} \right) v_d - \left\{ \left[ik \delta \left(ik \delta \frac{\omega^2}{c^2} + k^2 \frac{\gamma - 1}{\gamma L} \right) \right] + \left(\frac{\omega^2}{c^2} + ik \delta \frac{\gamma - 1}{\gamma L} \right) \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - \frac{ik\delta}{\gamma L} \right) \right\} v_p = 0
\end{aligned} \tag{3.24}$$

şeklinde sadece bir tane v_p bileşeni içeren denklem elde edilir. Son olarak bu denklemden v_p ,

$$v_p = \frac{1}{A} \left[\frac{a^2}{c^2} \left(-ik\delta^2 \frac{d^3 v_d}{dz^3} + B \frac{d^2 v_d}{dz^2} + ik^3 \delta^2 \frac{dv_d}{dz} + D v_d \right) - D \frac{dv_d}{dz} + E v_d \right] \tag{3.25}$$

şeklinde çözülür. Burada,

$$A = ik\delta \left(k^2 \frac{\gamma - 1}{\gamma L} + ik\delta \frac{\omega^2}{c^2} \right) + \left(\frac{\omega^2}{c^2} + ik\delta \frac{\gamma - 1}{\gamma L} \right) \left(\frac{\omega^2}{c^2} + k^2 - ik\delta \frac{1}{\gamma L} \right)$$

$$B = \left(\delta \frac{\omega^2}{c^2} - ik\delta^2 \frac{1}{\gamma L} + k^2 \delta \right)$$

$$C = ik \left(\delta^2 \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \right)$$

$$D = - \left(\frac{\omega^2}{c^2} + \frac{ik\delta}{L} \right) - k^4 \delta$$

şeklini almaktadır. (3.25) denklemi (3.21a) da yerine konulursa;

$$\begin{aligned}
& \delta^2 \frac{d^4 v_d}{dz^4} + \delta \left(2ik + \frac{\delta}{L} \right) \frac{d^3 v_d}{dz^3} + \left[(1 + \delta^2) \left(\omega^2 \frac{c^2 + a^2}{c^2 a^2} - k^2 \right) + ik \frac{\delta}{L} \right] \frac{d^2 v_d}{dz^2} - \\
& - \left\{ \frac{1}{L} \frac{\omega^2}{a^2} + 2ik^3 \delta + \delta^2 \frac{1}{L} \left(k^2 + \frac{\omega^2}{a^2} \right) \right\} \frac{dv_d}{dz} + \left[\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \left(k^2 - \frac{\omega^2}{a^2} \right) - ik^3 \frac{\delta}{L} \right] v_d \\
& + \left\{ k^2 \frac{\omega_b^2}{a^2} + \delta^2 \left[k^2 \left(\frac{\omega_b^2}{a^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) + \frac{\omega^4}{c^2 a^2} \right] \right\} v_d = 0
\end{aligned} \tag{3.26}$$

şeklinde 4.mertebeden tekil olmayan diferansiyel denklem elde edilir. (3.26) denklemini daha uygun bir forma sokabilmek için;

$$\xi = 1 - \xi_0 \exp(-z/L), \quad \xi_0 = \frac{\omega^2}{a_0^2 \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)}, \quad v_d = \exp(-kz) \Phi \tag{3.27}$$

şeklinde hem z için koordinat dönüşümü hem de v_d için bir dönüşüm yapılarak (3.26) denklemini;

$$\begin{aligned}
& \delta^2 (1 - \xi)^3 \frac{d^4 \Phi}{d\xi^4} + \delta \left[2ikL + O(\delta) \right] (1 - \xi)^2 \frac{d^3 \Phi}{d\xi^3} - 2kL\Lambda^2 \left\{ \left[\xi + O(\delta) \right] \right\} (1 - \xi) \frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} - \\
& - 2kL\Lambda^2 \left\{ \left[1 - 2(1 + kL)\xi + O(\delta) \right] \frac{d\Phi}{d\xi} - \left[\frac{\omega_b^2}{\omega^2} k^2 L^2 + kL + \frac{\omega^2}{4\omega_a^2} + O\left(\frac{\delta}{1 - \xi} \right) \right] \Phi \right\} = 0
\end{aligned} \tag{3.28}$$

denklemine dönüşür. Burada ω_a akustik kesim frekansı,

$$\omega_a^2 = \frac{\gamma^2}{4(\gamma - 1)} \omega_b^2 = \frac{\gamma}{4} \frac{mg^2}{K_B T} = \frac{c^2}{4L^2}$$

ve

$$\Lambda^2 = \frac{1}{2} kL \left(1 - \omega^2 / k^2 c^2 \right)$$

şeklindedir. (3.26) denklemini sonsuz küçük Θ açısı için ($\delta \rightarrow 0$) yani yatay magnetik alan limitinde (3.13) denklemi elde edilir. $\delta \rightarrow \infty$ limitinde ise, yani dik magnetik alan durumunda (3.26)denklemi (3.18) denklemine indirgenir.

3.4 SINIR TABAKASI TEOREMİ(Boundary Layer Theory)

(3.26) denkleminde, yatay manyetik alan limitinde $\delta \rightarrow 0$ olmaktadır. Böylece sonsuz küçük bir parametrenin diferansiyel denklemin katsayısı olmasından dolayı (3.26) denklemini sınır tabakası teoremiyle çözmek daha uygundur. Sınır tabakası teoremi bu problemde, tekilliğin olduğu tabaka dışında “dış çözüm” ve içinde “iç çözüm” sağlamaktadır. Dış bölgelerde v_d nin hızlı değişimi yerine, yavaş değişimleri önem kazanmaktadır. Bu bölgelerde $\delta \rightarrow 0$ iken v_d' , v_d'' , v_d''' ve v_d'''' sonlu olmakta ve böylece 4.mertebeden diferansiyel denklem bu bölgelerde $\delta = 0$ alınarak daha basit düşük mertebeli diferansiyel denkleme indirgenmektedir. Bununla beraber tekilliğin olduğu bölge civarında yani $z = Z_c$ durumunda bu mümkün olmamaktadır. $z = Z_c$ civarındaki yüksekliklerde $\delta \rightarrow 0$ için çok dar bir alanda hızlı değişimlere sebep olmakla beraber, $\delta = 0$ limitinde bu değişim v_d nin logaritmik tekilliği ile sonuçlanmaktadır. Bölgenin kalınlığı $\delta \rightarrow 0$ için, sıfıra yaklaştığından bu bölgeye sınır tabakası adı verilmektedir (Kamp J.,1989). Bu bölgede (sınır tabakası) dördüncü ve üçüncü mertebeden türevleri ihmal etmek yerine, yüksek mertebeden türevleri almanın zorunluluğu doğmaktadır.

3.4.1 DIŞ ÇÖZÜM

Dış çözüm için, $z = Z_c$ den yeterince uzakta, $\delta = 0$ olduğunda bile v_d nin ve Φ nin hızlı değişimlerinin olmadığı bölgedeki çözüm aranmaktadır. Bu yaklaşımla dış çözüm için

$$\begin{aligned}\Phi &= \Phi^{dis}; \\ \Phi &= \Phi^{dis} = \Phi_0^d + \delta \Phi_1^d + \delta^2 \Phi_2^d + \dots\end{aligned}\quad (2.29)$$

şeklinde ifade edilir. (3.29) denklemini (3.28) denkleminde yerine konulursa Φ_0^d için,

$$\xi(1-\xi) \frac{d^2 \Phi_o^d}{d\xi^2} + [\lambda^2 - (\alpha + \beta + 1)\xi] \frac{d\Phi_o^d}{d\xi} - \alpha\beta\Phi_o^d = 0 \quad (3.30)$$

denklemini elde edilir. Burada

$$\lambda = 1$$

$$\alpha = \frac{1}{2} + kL + iL$$

$$\beta = \frac{1}{2} + kL - iL$$

şeklinde verilir. l efektif dik dalga sayısı

$$l^2 = \frac{\omega_b^2 - \omega^2}{\omega^2} \left(k^2 - \frac{\omega_a^2 - \omega^2}{\omega_b^2 - \omega^2} \frac{\omega^2}{c^2} \right)$$

ile verilmektedir. (3.30) denklemini standart hipergeometrik diferansiyel denklemdir (Caretheodary, 1964). Bu denklemin genel çözümü;

$$\begin{aligned} \Phi_o^d = & [A_1 + A_2 \ln(\xi)] F(\alpha, \beta, 1, \xi) + \\ & + \frac{A_2}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+n)\Gamma(\beta+n)}{(n!)^2} [\Psi(\alpha+n) + \Psi(\beta+n) - \Psi(1+n)] \xi^n \end{aligned} \quad (3.31)$$

şeklindedir (Caretheodary, 1964).

Burada $-1 < \xi < 1$, A_1, A_2 keyfi entegral sabitleri, F hipergeometrik fonksiyon, Γ ve Ψ gamma ve di gamma fonksiyonlarıdır (Caretheodary, 1964). Böylece (3.31) denkleminin çözümünün tekil nokta civarındaki davranışı yani $\xi \rightarrow 0$ limitinde,

$$\Phi_o^d = A_1 + A_2 \ln(\xi) \quad (3.32)$$

şeklindedir. (3.32) denkleminde açıkça görüldüğü gibi $\xi = 0$ için logaritmik tekillik ihtiva etmektedir. Bu durum (3.31) de verilen hipergeometrik seriyi ıraksak yapmaktadır. (3.31) denkleminde verilen çözüm tekilliğin olduğu bölge civarında, $\xi = 0$ ($z = Z_c$) da

ki çözümüdür. Öte yandan $|1 - \xi| > 1$ için rezonans bandının hemen altında ($z < Z_c$) ve $|1 - \xi| > 1$ için rezonans bandının hemen üstündeki ($z > Z_c$) bölgelerdeki çözümlere de ihtiyaç vardır. Bu çözümlerde sırasıyla;

$$\Phi_o^d = D_1(1 - \xi)^{-\alpha} F\left[\alpha; 1 - \beta; \alpha - \beta + 1; \frac{1}{1 - \xi}\right] + D_2(1 - \xi)^{-\beta} F\left[\beta; 1 - \alpha; \beta - \alpha + 1; \frac{1}{1 - \xi}\right] \quad (3.33)$$

$$\Phi_o^d = E_1 F[\alpha, \beta, \alpha + \beta, 1 - \xi] + E_2 (1 - \xi)^{1 - \alpha - \beta} F[1 - \alpha, 1 - \beta, 2 - \alpha - \beta, 1 - \xi] \quad (3.34)$$

şeklinde elde edilir. Bu çözümlerde D_1, D_2, E_1 ve E_2 keyfi entegrasyon sabitleridir. (3.34) denkleminde verilen çözüm $Z \rightarrow \infty, (\xi \rightarrow 1)$ için asimtotik davranışı,

$$\Phi_o^d \approx E_1 + E_2 (1 - \xi)^{1 - \alpha - \beta} \quad (3.35)$$

denklemini ile verilir. (3.35) denklemini (3.28) te verilen v_d denkleminde yerine konulursa,

$$v_d \cong E_1 e^{-kz} + E_2 \xi_o^{-2kL} e^{kz} \quad z \rightarrow \infty \quad (3.36)$$

denklemini elde edilir. Böylece sonlu v_d elde etmek için $E_2 = 0$ olmalıdır. (3.33) denkleminde verilen çözüm $z \rightarrow -\infty, (\xi \rightarrow -\infty)$ için;

$$\Phi_o^d \cong D_1 (1 - \xi)^{-\alpha} + D_2 (1 - \xi)^{-\beta} \quad (3.37)$$

denklemini elde edilir. (3.37) denklemini (3.28) de verilen v_d denkleminde yerine konulursa,

$$v_d \cong D_1 \xi_o^{-\alpha} e^{\left(\frac{1}{2L} + i\ell\right)z} + D_2 \xi_o^{-\beta} e^{\left(\frac{1}{2L} - i\ell\right)z} \quad z \rightarrow -\infty \quad (3.38)$$

elde edilir. Böylece bu sonuçlara göre, kritik tabakanın üstünde ($z > Z_c$) (3.36) denkleminde E_1 genlikli sönüme uğrayan bir dalga hareketi oluşmaktadır. Kritik tabakanın altında ise ($z < Z_c$) hem yukarı hem de aşağı doğru oluşan D_1 ve D_2 genlikli akustik gravite dalgaları oluşmaktadır. Bu dalgalar $a^2 \ll c^2$ olduğundan dış manyetik alandan etkilenmeyecek tir. Böylece yukarı doğru ilerleyen akustik gravite dalgasının yansıma katsayısını;

$$R = \frac{D_2}{D_1}$$

olarak tanımlayabiliriz Bu oran hipergeometrik fonksiyonlar arası ilişkiden,

$$R = -\frac{\Gamma(1+2iL) \Gamma(1/2+kL-iL)}{\Gamma(1-2iL) \Gamma(1/2+kL+iL)} e^{-2\pi i L} \quad (3.39)$$

veya

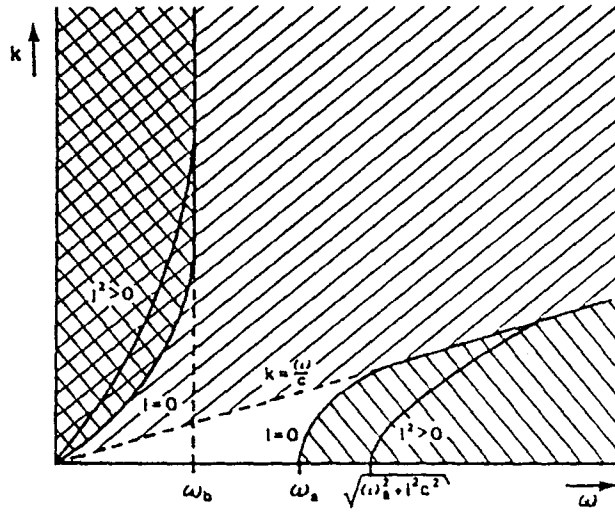
$$R = e^{-2\pi i L} \quad (3.40)$$

şeklinde bulunur(Kamp J.L.,1989). Böylece absorpsiyon katsayısı da,

$$A = 1 - R = 1 - e^{-2\pi i L} > 0 \quad (3.41)$$

ile verilir. Bu sonuca göre akustik gravite dalgalarının bir kısmının yansıtıldığı sonucuna varılmaktadır. Dalganın yansıtılmayan kısmı ise rezonans bandı içerisine tünelleyerek magneto-akustik-gravite dalgalarına dönüşmekte ve enerjiyi bandın üst bölgesine taşımaktadır.

Yukarıda tanımladığımız l efektif dik dalga sayısı; (3.38) denkleminde açıkça görüldüğü gibi reel olmalıdır yani $l^2 > 0$ olmalıdır. Şekil 3.4 te l bir parametre olmak üzere $k = (\omega)$ grafiği görülmektedir. Bu grafik akustik gravite dalgaları için iyi bilinen çift kollu dispersiyon diyagramıdır. Şekil 3.4 e göre akustik gravite dalgaları sadece $l^2 > 0$ ve $k^2 > \omega^2 / c^2$ nin belirlediği karelenmiş bölge içerisinde oluşmaktadır. Diğer bölgelerde akustik gravite dalgaları oluşmamaktadır. Ayrıca akustik gravite dalgalarının sadece Brunt-Vaisala frekansından daha küçük frekanslarda oluştuğu şekil 3.4 ten açıkça görülmektedir.



Şekil 3.4 Akustik-gravite dalgaları için dispersiyon diyagramı(Kamp J.,1989)..

3.4.2 İÇ ÇÖZÜM

(3.31) denkleminden görüldüğü gibi, $z = Z_c$ durumunda denklem logaritmik tekillik sergilemektedir ve dış çözüm ıraksak olmaktadır. Sınır tabakası teoremini kullanarak çözüm bulmak istediğimiz için, şimdide iç bölgede çözüm elde etmeye çalışacağız. İç bölgede v_d 'nin yüksek mertebeden türevlerini ihtiva eden terimler daha büyümekte ve ihmal edilmeleri mümkün olmamaktadır. Öncelikle bu iç bölgenin kalınlığının belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla,

$$\xi = \zeta \delta^v \quad v > 0 \quad (3.42)$$

şeklinde, yeni bir değişken tanımlayalım. Böylece,

$$\frac{d}{d\xi} = \frac{1}{\delta^v} \frac{d}{d\zeta}$$

$$\frac{d^2}{d\xi^2} = \frac{1}{\delta^{2v}} \frac{d^2}{d\zeta^2}$$

$$\frac{d^3}{d\xi^3} = \frac{1}{\delta^{3v}} \frac{d^3}{d\zeta^3}$$

$$\frac{d^4}{d\xi^4} = \frac{1}{\delta^{4v}} \frac{d^4}{d\zeta^4}$$

türevlerini (3.28) denkleminde kullanırsak,

$$\begin{aligned} & \delta^2 (1 - \zeta \delta^\nu)^3 \frac{1}{\delta^{4\nu}} \frac{d^4 \Phi}{d\zeta^4} + \delta [2ikL + O(\delta)] (1 - \zeta \delta^\nu)^2 \frac{1}{\delta^{3\nu}} \frac{d^3 \Phi}{d\zeta^3} - \\ & - 2kL\Lambda^2 \left\{ [\zeta \delta^\nu + O(\delta)] (1 - \zeta \delta^\nu) \frac{1}{\delta^{2\nu}} \frac{d^2 \Phi}{d\zeta^2} - [1 - 2(1 + kL)\zeta \delta^\nu + O(\delta)] \frac{1}{\delta^\nu} \frac{d\Phi}{d\zeta} \right\} + \\ & + 2kL\Lambda^2 \left[\frac{\omega_b^2}{\omega^2} k^2 L^2 + kL + \frac{\omega^2}{4\omega_a^2} + O\left(\frac{\delta}{1 - \zeta \delta^{\frac{1}{2}}}\right) \right] \Phi = 0 \end{aligned} \quad (3.43)$$

denklemini elde edilir. Burada ν değeri birkaç farklı değer alabilir. $\nu = 1$ olduğunda $\delta \rightarrow 0$ limitinde (3.43) denkleminde,

$$\frac{d^4 \Phi}{d\zeta^4} + 2ikL \frac{d^3 \Phi}{d\zeta^3} = 0 \quad (3.44)$$

denklemini elde edilir. $\nu = \frac{1}{2}$ değerini aldığımızda ise,

$$\begin{aligned} & (1 - \zeta \delta^{\frac{1}{2}})^3 \frac{d^4 \Phi}{d\zeta^4} + \delta^{-\frac{1}{2}} [2ikL + O(\delta)] (1 - \zeta \delta^{\frac{1}{2}})^2 \frac{d^3 \Phi}{d\zeta^3} - \\ & - 2kL\Lambda^2 \left\{ \frac{1}{\delta} [\zeta \delta^{\frac{1}{2}} + O(\delta)] (1 - \zeta \delta^{\frac{1}{2}}) \frac{d^2 \Phi}{d\zeta^2} - [1 - 2(1 + kL)\zeta \delta^{\frac{1}{2}} + O(\delta)] \frac{1}{\delta^{\frac{1}{2}}} \frac{d\Phi}{d\zeta} \right\} + \\ & + 2kL\Lambda^2 \left[\frac{\omega_b^2}{\omega^2} k^2 L^2 + kL + \frac{\omega^2}{4\omega_a^2} + O\left(\frac{\delta}{1 - \zeta \delta^{\frac{1}{2}}}\right) \right] \Phi = 0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

denklemini elde edilir. Bu denklemde gerekli işlemler yapılarak denklemin her iki tarafı $\delta^{\frac{1}{2}}$ ile çarpılırsa ,

$$\begin{aligned}
& \delta^{\frac{1}{2}} \left(1 - \zeta \delta^{\frac{1}{2}}\right)^3 \frac{d^4 \Phi}{d\zeta^4} + [2ikl + O(\delta)] \left(1 - \zeta \delta^{\frac{1}{2}}\right)^2 \frac{d^3 \Phi}{d\zeta^3} - \\
& - 2kL\Lambda^2 \left\{ \frac{1}{\delta^{\frac{1}{2}}} [\zeta + O(\delta)] \left(1 - \zeta \delta^{\frac{1}{2}}\right) \frac{d^2 \Phi}{d\zeta^2} - \left[1 - 2(1 + kL)\zeta \delta^{\frac{1}{2}} + O(\delta)\right] \frac{d\Phi}{d\zeta} \right\} \\
& - \delta^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\omega_b^2}{\omega^2} k^2 L^2 + kL + \frac{\omega^2}{4\omega_a^2} + O\left(\frac{\delta}{1 - \zeta \delta^{\frac{1}{2}}}\right) \right] \Phi = 0
\end{aligned} \tag{3.46}$$

şeklini alır. Bu denklem $\delta \rightarrow 0$ limitinde, yani yatay magnetik alan limitinde,

$$2ikL \frac{d^3 \Phi}{d\zeta^3} - 2kL\Lambda^2 \left(\zeta \frac{d^2 \Phi}{d\zeta^2} - \frac{d\Phi}{d\zeta} \right) = 0$$

veya

$$\frac{d^3 \Phi}{d\zeta^3} + i\Lambda^2 \left(\zeta \frac{d^2 \Phi}{d\zeta^2} + \frac{d\Phi}{d\zeta} \right) = 0 \tag{3.47}$$

şeklinde üçüncü mertebeden diferansiyel denklem elde edilir. Bu denklem $\nu = 1/2$ seçilerek elde edilmiştir. Özellikle $\nu = 1/2$ seçilmesi dış çözümle uyum(dış çözümle eşlenebilir) içinde bir denklem olmasından kaynaklanmaktadır. ν nün farklı değerleri için farklı çözümler elde edilerek, hem analitik çözümü olan hem de dış çözümle uyumlu veya uyumlu olmayan denklem elde etmek mümkündür. Örneğin $\nu = 1$ için sınır tabakasının kalınlığı $O(\delta)$ iken $\nu = 1/2$ için $O(\delta^{\frac{1}{2}})$ olmaktadır. Bunun gibi birçok tabaka tanımlanabilir. Bu çalışmada seçtiğimiz uygun ν değeri için elde ettiğimiz (3.47) denklemin genel çözümü,

$$\Phi = \Phi^{is} = B_0 + B_1 \left\{ C \left[\left(\Lambda / \sqrt{\pi} \right) \right] \zeta - iS \left[\left(\Lambda / \sqrt{\pi} \right) \zeta \right] \right\} + B_2 \zeta^2 {}_2F_2 \left(1, 1; \frac{3}{2}, 2; -\frac{1}{2} i \Lambda^2 \zeta \right) \tag{3.48}$$

ile verilir (Abromovitz et al, 1964). Burada C , S ve ${}_2F_2$ sırasıyla; Fresnel entegralleri ve genelleştirilmiş hipergeometrik fonksiyonlardır (Caretheodary, 1964, Rainville, 1960). Ayrıca B_0 , B_1 ve B_3 keyfi entegrasyon sabitleridir. Bundan sonraki bölümde (3.48)

denkleminin $\zeta \rightarrow \pm\infty$ için asimtotik davranışı gerekli olacağından bu denklem daha açık olarak,

$$\begin{aligned} \Phi^{i\epsilon} \approx & B_0 \pm \frac{1}{2} \sqrt{2} \exp\left(-\frac{1}{4}i\pi\right) B_1 - \frac{i}{\Lambda^2} \left(\gamma^* + \frac{1}{2}i\pi + \ln(2\Lambda^2)\right) B_2 - \frac{2i}{\Lambda^2} B_2 \ln(\pm\zeta) \\ & + \frac{i}{\Lambda\zeta} \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} B_1 + \frac{\sqrt{2\pi}}{\Lambda^2} \exp\left(\frac{1}{4}i\pi\right) B_2 \right] \exp\left(-\frac{1}{2}i\Lambda^2 \zeta^2\right), \quad \zeta \rightarrow \pm\infty \end{aligned} \quad (3.49)$$

yazılabilir. Burada γ^* Euler sabitidir.

3.4.3 EŞLEŞTİRME İŞLEMİ (Matching Procedure)

Daha öncede belirtildiği gibi $\xi = 0$ rezonans bölgesinden yeterince uzakta (3.30) denklemini (3.28) denkleminin yaklaşık çözümünü vermektedir. Daha açık olarak

$0 < |\delta| \ll \xi \ll 1$ için $\Phi = \Phi^{dış}$

$$\Phi^{dış} \approx A_1 + A_2 \ln(\xi), \quad \xi \rightarrow 0 \quad (3.50a)$$

ve

$-1 \ll \xi \ll -|\delta| < 0$ için

$$\Phi^{dış} \approx A_1 - i\pi A_2 + A_2 \ln(\xi), \quad \xi \rightarrow 0^+ \quad (3.50b)$$

yaklaşık çözümleri elde edilir. İç çözüm $\Phi^{i\epsilon}$, $\xi = O(\delta^{1/2})$ için geçerli olduğundan, bazı bölgelerde aynı anda dış ve iç çözüm geçerli olmaktadır. Böylece entegrasyon katsayılarını birbiriyle ilişkilendirmek üzere, dış ve iç çözümlerin asimtotik limitlerde eşleştirilerek, dalga yayını veren tek üniform bir çözüm elde edilir. Bunu görmek için, (3.49) denklemini,

$$\Phi^{i\epsilon} \approx B_0 + \frac{1}{2} \sqrt{2} \exp\left(-\frac{1}{4}i\pi\right) B_1 - \frac{i}{\Lambda^2} \left(\gamma^* + \frac{1}{2}i\pi + \ln(2\Lambda^2)\right) B_2 - \frac{2i}{\Lambda^2} B_2 \ln(+\zeta) \quad \xi \rightarrow \infty \quad (3.51a)$$

$$\Phi^{iq} \approx B_0 - \frac{1}{2}\sqrt{2} \exp\left(-\frac{1}{4}i\pi\right) B_1 - \frac{i}{\Lambda^2} \left(\gamma^* + \frac{1}{2}i\pi + \ln(2\Lambda^2)\right) B_2 - \frac{2i}{\Lambda^2} B_2 \ln(-\zeta) \quad \xi \rightarrow -\infty \quad (3.51b)$$

yazarak;

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \Phi^{iq} = \lim_{\xi \rightarrow -\infty} \Phi^{iq}$$

şeklinde eşleştirirsek,

$$B_1 = -\frac{\sqrt{2}}{\Lambda^2} \pi e^{i\pi/4} B_2 \quad (3.52)$$

elde edilir. $\zeta = \xi \delta^{-1/2}$ alınarak ve (3.52) denklemini (3.51a) ve (3.51b) denklemlerinde yerine konulursa,

$$\Phi^{iq} \approx B_0 + \frac{i}{\Lambda^2} \left(\gamma^* + \frac{3}{2}i\pi + \ln\left(\frac{2\Lambda^2}{\delta}\right)\right) B_2 - \frac{2i}{\Lambda^2} B_2 \ln(+\zeta) \quad \xi \rightarrow \infty \quad (3.53a)$$

ve

$$\Phi^{iq} \approx B_0 - \frac{i}{\Lambda^2} \left(\gamma^* + \frac{5}{2}i\pi + \ln\left(\frac{2\Lambda^2}{\delta}\right)\right) B_2 - \frac{2i}{\Lambda^2} B_2 \ln(|\xi|) \quad \xi \rightarrow -\infty \quad (3.53b)$$

yazılır. Bu iki denklemini dış çözüm ile

$$\lim_{\xi \rightarrow 0^+} \Phi^{dis} = \lim_{\zeta \rightarrow \infty} \Phi^{iq}$$

$$\lim_{\xi \rightarrow 0^-} \Phi^{dis} = \lim_{\zeta \rightarrow -\infty} \Phi^{iq}$$

şeklinde asimtotik limitlerde eşleştirirsek,

$$B_2 = -\frac{\Lambda^2}{2i} A_2 = i \frac{\Lambda^2}{2} A_2 \quad (3.54)$$

elde edilir. B_2 değeri (3.53a) denkleminde yerine konularak;

$$B_0 = A_1 - \frac{i}{2} \left[\gamma^* + \frac{3}{2} + \ln\left(\frac{2\Lambda^2}{\delta}\right) \right] A_2 \quad (3.55)$$

elde edilir. Böylece B_0 , B_1 ve B_2 entegrasyon katsayıları A_1 ve A_2 katsayıları cinsinden,

$$\begin{aligned} B_0 &= A_1 - \frac{i}{2} \left[\gamma^* + \frac{3}{2} + \ln(2\Lambda^2/\delta) \right] A_2 \\ B_1 &= \frac{1}{2} i \pi \sqrt{2} \exp(i\pi/4) A_2 = \frac{1}{2} (i-1) \pi A_2 \\ B_2 &= i \frac{\Lambda^2}{2} A_2 \end{aligned} \tag{3.56}$$

olarak elde edilir. Son olarak, iç ve dış çözüm ,

$$\Phi = \Phi^{\text{dış}} + \Phi^{\text{iç}} - \lim_{\xi \rightarrow 0} \Phi^{\text{dış}}$$

şeklinde birleştirilerek en düşük mertebe için tek bir üniform çözüm elde edilir.

SONUÇLAR

Bu çalışmada, sıkıştırılabilir, eşsıcaklıklı, katmanlı, elektriği iletebilen, kayıpsız bir ortam olan ve düzgün manyetik alan ile yer çekiminin etkisinin göz önüne alındığı atmosferde magneto-akustik-gravite dalgalarının yayılması incelenmiştir. Bu dalgaları açıklayan denklemler magnetohidrodinamik denklemlere pertürbasyon uygulayarak elde edilmiştir. Manyetik alanın dalga yayılma doğrultusu ile yaptığı açı elde edilen denklemlerin çözümünde önemli rol oynamaktadır. Manyetik alan yayılma doğrultusuna paralel olduğu zaman, buna alanın yatay olduğu hal de diyoruz, dalgaları temsil eden denklem ikinci mertebeden tekil diferansiyel denklemdir. Alan yayılma doğrultusuna dik olduğu zaman ise tekil olmayan dördüncü mertebeden diferansiyel denklem elde edilmektedir.

Kamp (1989) tarafından manyetik alanın yayılma doğrultusu ile çok küçük bir açı yapması hali incelenmiştir. Bu halde denklemler dördüncü mertebeden tekil olmayan denklemler olmaktadır. Ayrıca sınır tabakası teorisi(Boundary Layer Theory) tekniği kullanılarak çözüm elde etmek mümkün olmaktadır. Böylece tekillikler olmadan neredeyse yatay hal içinde çözümler elde edilmektedir. Tekilliğin olduğu bölgenin dışında ve içinde ayrı ayrı çözümler elde edilmiştir. Tekilliğin olduğu bölge civarında ince bir band tanımlayıp büyüklüklerimizi bu bandın kalınlığını veren parametreler cinsinden açarak denklemleri çözmek mümkün olmaktadır. Rezonans bandı olarak adlandırabileceğimiz bu bandın dışındaki çözümler elde edilmiş, bandın alt bölgesinden yukarı doğru yayılan akustik-gravite dalgasının bir kısmı yansımakta, bir kısmı da üst bölgeye iletilmektedir. Bu dalgaların bir kısmı da bandın iç bölgesinde yavaş magneto-akustik-gravite dalgalarına dönüşerek, bandın üst kısmına enerji taşımaktadır.

Böylece magneto-akustik-gravite dalgalarının yayılımını bu modelle incelemek mümkün olmaktadır. Bu da bize kayıpsız bir ortamda bir dalga yayılma nasıl sönümlü olabileceğini açıklamaktadır. Buna benzer başka modeller de üretmek mümkündür. Hatta detaylı bir şekilde incelediğimiz modele farklı tekniklerle çözümler elde etmekte mümkündür (Zhugzhda et al, 1984)

KAYNAKLAR

- Abramowitz . and Stegun J.A., Handbook of Mathematical Function (Dover, Newyork 1964)
- Balcioğlu(Oğuz) O., 1984, İst.Üniv.Fen.Fak.Mec. Seri C, 49, 13
- Bates D.D., 1947, JATP-Vol 36, 2287-2307
- Beer Tom, 1974, Atmospheric Waves.(Halsted Press Book)
- Caretheodary C., 1964, Theory of Functions (Chelessa, Newyork, 1964) p.p 138 and 155
- Carrigan A.L., and Skrivamet, R.A., 1974, Aerospace Envariment AFGL
- Eckard C., 1960, Hydrodynamics of ocean and atmosphere (Pergamon-Londan) J.Ph.
- Francis S.H, 1975, J. Atmos. Terr.Phys, 37. 1011-1054
- Galejs J., 1972, Terrestrial Propagation of Long Electromagnetic Waves. (Presgaman Press)
- Hines C.D., 1960, Can, J.Phys. 38, 1441-1479
- Hines C.D., and Pitteway, M.L.V., 1963, Can J.Phys. 41, 1935-1947
- Janes T.B., 1980, Agard - CP-295 (Napoli)
- Kamp J.P. Leon, 1989, Phys.Fluids B, Vol 1, No 7
- Kertz W., 1971, Einfuhrung in die Geophysik II (BIB. Insttut Mannheim).
- Landmark B.J., 1968, AGARD (North Atlantic Treaty Organization)
- Leroy B. and Schwatz S.J.; 1982, Astron. Astrophys. 112,84
- Rainville E.D., 1960, Special Function (Chelessa, Newyork, 1960) p.45
- Schmidtke G. Volland, H.Mendillo, M. Döminici P., 1980, Agarad Cp-295
- Smit E.K., and Matsushita, 1962, Ionospheric Sporadic E Pregman Press
- Smit L.G., and Miller, K.L 1980, J.A.T.P., 42, p.45
- Thomas H.J, 1983, Ann.Rev.Fluid Mech.,15, 321-343
- Wexler and Hass, 1962, J.Geophy. Res. 67, 3875
- Zhugzhda Y.D. and Dzhaililov N.S., 1984, Astron. Astrophys. 132, 52

ÖZELEŞTİRİ

Bu çalışmada sıkıştırılabilir, eş sıcaklıklı, iletken , yerçekimi etkisinde ve üniform manyetik alanla kaplı iyonoferde ki magneto-akustik-gravite dalgalarının davranışı yatay, dik ve hemen hemen yatay manyetik alan durumları için ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bu çalışmaya başlamadan önce yukarıda saydığımız özelliklere ek olarak viskoz bir ortamdaki magneto-akustik-gravite dalgalarını incelemek istedik. Bu amaçla magnetohidrodinamik denklemlerinden hareket denklemine, $u_1 \nabla^2 \mathbf{v} + \left(u_2 + \frac{u_1}{3}\right) \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \mathbf{v})$ viskozite terimini katmak zorunluluğu doğmaktadır. Sıkıştırılabilir bir ortam kabul ettiğimiz için u_1 viskozite terimini ihmal ettik. Bu durum için de magnehidrodinamik denklemlerine pertürbasyon teorisini uygulayarak sonuca varmak istedik. Fakat sonuçlar beklediğimiz gibi bilinen formdaki matematiksel denklemlere uymadığı görüldü. Karmaşık katsayılar ihtiva eden dördüncü mertebeden bu denklemleri analitik olarak çözmek için yeteli zamana ve yeterli matematik bilgiye sahip olmadığım için bu çalışmayı bırakmak zorunda kaldım. Fakat ileride belki daha değişik bir matematik model uygulanarak ve daha uzun bir zamana da yapılacak çalışmalarla bir sonuca varılabilir.

ÖZGEÇMİŞ

30.08.1972 de Antakya'da doğdum. İlk öğrenimimi 1978-1983 yılları arasında Yoncakayaköyü İlkokulunda, orta öğrenimimi 1983-1989 yılları arasında İskenderun Atatürk Ortaokul'un da, Lise öğrenimimi 1986-1989 yılları arasında İstanbul Cibali Lisesin de tamamladım. 1989 yılında kaydolduğum Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünden 1993 yılında mezun oldum. 1995 yılında Y.T.Ü Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünde çalışmaya başladım. Halen aynı kuruluştaki çalışmaya devam etmekteyim.

TÜRKÇE ABSTRAKT (en fazla 250 sözcük) :

(TÜBİTAK/TÜRDOK'un Abstrakt Hazırlama Kılavuzunu kullanınız.)

Bu çalışmada, sıkıştırılabilir, ısıtılabilir, elektrikli, iletilebilen, kayıpsız bir ortam olan ve düzgün magnetik alan ile yer çekiminin etkisinin göz önüne alındığı atmosferde magneto-akustik-gravite dalgalarının yayılması incelenmiştir. Bu dalgaları açıklayan denklemler, magneto-hidrokinamik denklemlere pertürbasyon uygulanarak elde edilmiştir. Dalga yayılım doğrultusunun manyetik alanla yaptığı açıya göre çözümler değişmektedir. Manyetik alan yayılma doğrultusuna paralel olduğu zaman, dalgaları temsil eden denklem ikinci mertebeden tekil diferansiyel denklemdir. Alan yayılma doğrultusuna dik olduğu zaman ise dördüncü mertebeden tekil olmayan diferansiyel denklem elde edilmektedir. Ayrıca manyetik alanın yayılma doğrultusu ile çok küçük açı yapması durumunda magneto-hidrokinamik denklemlerin çözümünden dördüncü mertebeden tekil olmayan diferansiyel denklem elde edilmektedir. Bu denklem sınır tabakası teoremi kullanılarak çözülmüştür. Tekilliklerin olduğu bölgenin dışındave içinde aynı ayrı çözümler elde edilmiştir. Tekilliklerin olduğu bölge civarında ince bir band tanımlayıp büyüklüklerimizi bu bandın kalınlığını veren parametreler cinsinden ortak denklemleri çözmek mümkün olmaktadır. Rezonans bandı olarak adlandırabileceğimiz bu bandın dışındaki çözümler elde edilmiş, bandın alt bölgesinden yukarı doğru yayılan akustik-gravite dalgasının bir kısmı yansımakta, bir kısımda üst bölgeye iletilmektedir. Bu dalgaların bir kısmında bandın iç bölgesinde yavaş magneto-akustik-gravite dalgalarına dönüşerek, bandın üst kısmına enerji taşımaktadır.

İNGİLİZCE ABSTRAKT (en fazla 250 sözcük) :

In this work the propagation of the magneto-acoustic gravity waves is explored in the atmosphere which is a compressible, isothermal, layered, conducting and lossless medium and where the effects of a uniform magnetic field and gravitation are taken into account. The equations explaining these waves are obtained by applying the method of perturbation to the magnetohydrodynamic equations and the solutions depend on the angle between the direction of propagation and the magnetic field. The governing equation of the waves is a second order singular differential equation when the magnetic field is parallel to the direction of propagation, whereas it becomes a fourth order non-singular differential equation where the direction of magnetic field and the propagation are perpendicular. However, fourth order non-singular differential equation obtained, from magnetohydrodynamic equations in the case that magnetic field makes a very small angle with direction is solved by employing the boundary layer theory. The solutions are obtained inside and outside the singular region, around which the equations are solved by defining a thin band of the thickness $O(\delta^{1/2})$. The solutions outside this band which we can call resonance band are found out, and it is seen that some part of acoustic-gravity waves moving upward from bottom region of the band is reflected and some part is transmitted to the upper region. As a consequence of this waves carry energy to the upper region of the band by being transformed to the slow magneto-acoustic-gravity waves in the inner region of the band.