

84987

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İNCE DÖNEL KABUKLARIN SONLU FARKLAR
YÖNTEMİ İLE STATİK ANALİZİ**

İnşaat Müh. Koças ELAM

**F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez danışmanı: Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER (YTÜ)

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

İSTANBUL, 1999

ÖNSÖZ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
1. GİRİŞ	1
2. İNCE DÖNEL KABUKLARIN DOĞRUSAL TEORİSİ	3
2.1 Varsayımlar	3
2.2 Geometri ve Denge Denklemleri	3
2.3 Kinematik Bağlılıklar	8
2.4 Kesit Tesirleri İle Yer Değiştirmeler Arasındaki Bağlılıklar	10
3. SONLU FARKLAR YÖNTEMİ	14
3.1 Sonlu Fark Yönteminin Dönel Simetrik Yükleme Altındaki Dönel Kabuklara Uygulanması	16
4. SAYISAL UYGULAMALAR	20
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER	34
KAYNAKLAR	35
EKLER	36
ÖZGEÇMİŞ	51

ÖNSÖZ

Bu araştırmaya başladığım andan itibaren yardım ve ilgisini esirgemeyen, özellikle bilgisayar programının yazılım evresinde bana büyük destek veren Hocam Sn. Prof. Dr. R. Faruk Yükseler' e teşekkürü bir borç bilirim.

Yüksek lisans öğrenimim boyunca bana daima yardımcı olan meslektaşım İnş. Müh. Mehmet Suat Özgür' e her zaman minnettar kalacağım.

Bana her zaman çalışmayı ve doğruluğu öğreten aileme sonsuz şükranlarımı sunuyorum.



ÖZET

Bu çalışmada, dönel simetrik dış yük etkisi altındaki dönel kabukların mambran ve eğilmeli sayısal çözümleri sonlu farklar yöntemi yardımıyla yapılmıştır. İlk aşamada dönel kabukların keyfi yükler altında denge denklemleri, bünye denklemleri ve kinematik bağıntıları (diferansiyel ve cebirsel denklemler) yazılmış, daha sonra bu çalışmanın asıl konusu olan dönel simetrik yükleme altındaki dönel kabukların içerdiği özel haller ve yaklaşımlar için alan denklemleri elde edilmiştir. Alan denklemlerinde diferansiyel denklem olanlar, ileri farklar formülleri ile cebirsel denklemlere dönüştürülmüştür. Böylelikle, alan denklemlerinin hepsi cebirsel hale getirilmiştir. Söz konusu cebirsel denklemlerdeki bilinmeyenlerin (kesit tesirleri ve yerdeğiştirmeler) Gauss eliminasyon sayısal yöntemi yardımıyla ve Fortran 77 yazılım dilinde hazırlanmış bir bilgisayar programı kullanılarak hesaplanması yoluna gidilmiştir. Konuyla ilgili çeşitli problemlerin sayısal çözümü yapılmıştır.



ABSTRACT

In this study, the numerical membrane and bending solutions of shells of revolution under axisymmetrical external loads are made by using the method of finite differences. Firstly, the equilibrium equations, constitutive equations and the kinematical equations, some of which are differential equations and some of which are algebraical equations are written. Then, the field equations corresponding to special cases and approximations are obtained. The differential equations, among the field equations, are converted to algebraical equations by using forward differences. Thus, all of the field equations have been expressed in algebraical forms. The unknowns, stress-resultants and displacements, in the mentioned algebraical equations are aimed to be determined by using the Gaussian elimination method through a computer programme which is prepared by Fortran 77. Various illustrative problems about the subject have been solved numerically.



1. GİRİŞ

Kabuk sistemler mühendisliğin her alanında kullanılmaktadır. Örneğin kuleler, çatı tonozları, su depoları, silolar, buhar kazanları, uçaklar, birer kabuk sistemdir.

Sayar (1969) Hamilton ilkesi yardımı ile eğilme teorisinin altı kanonik diferansiyel denklemini elde etmiş ve bu diferansiyel denklem takımlarını bir başlangıç değer yöntemi olan Runge-Kutta- Fehlbeg yöntemi ile çözmüştür. Parnell (1984) lineer dönel kabuk problemlerinin çözümü için analitik ve sayısal metodu birlikte kullanmış ve ilk yaklaşım olarak asimptotik çözümü ve gereken bölgelerde (asimptotik çözümün geçerli olmadığı bölgelerde) integral matris yöntemini uygulamıştır. Taber (1988) integral matris yöntemini, iç basınç etkisinde sonlu şekil değiştirme yapan ankastre dairesel bir silindire uygulamıştır. Elde ettiği sonuçları analitik yol ile ve deneysel yol ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırmış ve genelde yakın sonuçlar olduğunu görmüştür. Kalnins (1964), başlangıç değer yöntemiyle sayısal hesapta aralık uzunluğunun artmasıyla kritik bir uzunluktan sonra çözüm hassaslığının kaybolduğunu ifade etmiş ve bu kritik uzunluğu $\beta = 3 - 5$ olarak göstermiştir. Burada β , uzunluk faktörünü göstermektedir ve Kalnins (1964) kararlı sonuçlar elde etmek için meridyen uzunluğunun β 'yı geçmeyen parçalara ayrılmasını önermiştir. Yükseler ve Dikmen (1989) ' de bu kararsızlığı gözlemiş ve kararlı sayısal sonuç elde edebilmek için kuvvet yöntemini ve deneme-yanılma yöntemini önermişlerdir. Yükseler (1986) ince kabuk diferansiyel denklemlerinin stif olduğundan bahsetmiş ve başlangıç değer formüllerini kullanarak uzun integrasyon aralıklarında da kararsızlık oluşmadan çözümleri yapabilmek için klasik başlangıç değer formüllerine alternatif bir çözüm önermiştir. Başar (1974) ince dönel kabuk problemlerini çözmek için Fourier serilerini ve sonlu farklar yöntemini kullanmıştır.

Bu çalışmada, dönel simetrik yük altında dönel kabuk sistemlerinin kesit tesirleri ve yerdeğiştirmeleri sonlu farklar yöntemiyle hesaplanmıştır. Çözümlere ulaşılırken sonlu fark formüllerinden ileri fark formülü kullanılmıştır. Kullanılan kabuk denklemleri birinci dereceden diferansiyel ve cebirsel denklemlerdir. Bu diferansiyel denklemler yardımıyla membran ve eğilmeli çözümler yapılmıştır. İleri fark yöntemi diferansiyel denklem sistemini cebirsel denklem sistemine çeviren bir yöntemdir. Bu cebirsel denklem takımının Gauss eliminasyon yöntemi kullanarak çözülmesiyle elde edilen sonuçlar Tümen (1995) tarafından integrasyon matrisleriyle ulaşılan sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Uygulamalarda, özellikle adım uzunluğunun sonuçların hassasiyetini önemli ölçüde etkilediği görülmüştür. Daha kısa adım aralıkları

seçildiğinde daha doğru sonuçlar elde edilmektedir. Ancak uygulamalarda, belli bir adım aralığından küçük adım aralıkları alındığında sonuçlarda büyük değişiklik olmadığı görülmüştür.

Bu çalışmanın birinci bölümünde ince dönel kabuklarla ilgili daha önceden yapılan çalışmalar ve çalışmaların içeriklerinden bahsedilmektedir. İkinci bölümde ince dönel kabukların doğrusal teorisinden bahsedilmektedir. Üçüncü bölümde ince dönel kabukların diferansiyel denklemleri yazılmış ve sonlu farklar yöntemiyle cebirsel denklem takımına dönüştürülmüştür. Dördüncü bölümde sayısal uygulamalar verilmiştir. Beşinci bölümde ise sonuçlar ve öneriler yer almaktadır.



2. İNCE DÖNEL KABUKLARIN DOĞRUSAL TEORİSİ

2.1. Varsayımlar

İnce ve dönel kabukların doğrusal teorisinde aşağıda verilen varsayımlar yapılmaktadır:

1. Kabuk kalınlığı eğrilik yarıçapları yanında çok küçüktür.
2. Ortalama yüzeye etkiyen normal gerilmeler, diğer gerilmeler yanında çok küçüktür.
3. Kabuk ortalama yüzeyine dik doğrultudaki normal gerilmeler, diğer gerilmeler yanında çok küçüktür. ($\sigma_z \approx 0$)
4. Ortalama yüzeye normal doğru parçasının boyu şekil değişimiyle değişmez.
5. Yer değiştirmeler kabuk kalınlığına göre küçüktür.
6. Hooke yasası geçerlidir (Billington, 1975).

2.2. Geometri ve Denge Denklemleri

Düzlemsel bir A eğrisinin, düzleminde bulunan bir B doğrusunun etrafında dönmesiyle meydana gelen yüzeye dönel yüzey, A eğrisine yüzeyin meridyen eğrisi ve B doğrusuna da dönme eksenı adı verilir. Dönme esnasında A eğrisinin her noktası, merkezi dönme eksenı üzerinde olan bir çember çizer. Bu çembere paralel çember adı verilir (Billington, 1975).

Kabuklar, kalınlıkları diğer boyutlarına göre ve eğrilik yarıçaplarına göre küçük olan yüzey taşıyıcılarıdır. Kabuk kalınlığını ortalayan yüzeye orta yüzey adı verilir. Bu yüzeyi ve kabuğun her noktadaki h kalınlığını belirtmek suretiyle kabuğun geometrisi tanımlanmış olur (Billington, 1975).

Kabuklar, meridyen ve paralel çemberlerin eğrilik yarıçaplarına göre sınıflandırılabilirler. Buna göre kabuklar üçe ayrılırlar. İlk gruptaki kabuklar pozitif Gauss eğrilikli yüzeyler olarak anılırlar. Bu tip kabuklarda meridyen ve paralel çemberin eğrilikleri aynı yöndedir. İkinci grubu sıfır Gauss eğrilikli yüzeyler oluşturur. Bu tipte dönel yüzey sadece tek bir eğri ile ifade edilir (örneğin; silindirik yüzeyler vb). Son grupta ise negatif Gauss eğrilikli yüzeyler mevcuttur. Bu tip kabuklarda meridyen ve paralel çemberin eğrilikleri zıt yöndedir (örneğin; hiperbolik paraboloidler vb) (Billington, 1975).

İki komşu meridyen eğrisi ve paralel çember ile sınırlanmış sonsuz küçük bir ortalama yüzey elemanı Şekil 2.1 de gösterilmektedir. Burada,

ϕ : Ortalama yüzey normalinin dönme eksenine yaptığı açı.

θ : Paralel çember merkez açısı.

R_ϕ : Meridyen eğrisinin eğrilik yarıçapı.

R_θ : Yüzeyin paralel çemberine ait normal eğrilik yarıçapı.

r : Yüzeyin herhangi bir noktasının meridyen eğrisine olan uzaklığı.

t : Kabuğun kalınlığı.

z : Kabuk üzerindeki bir noktanın ortalama yüzey normali doğrultusundaki uzaklığı.

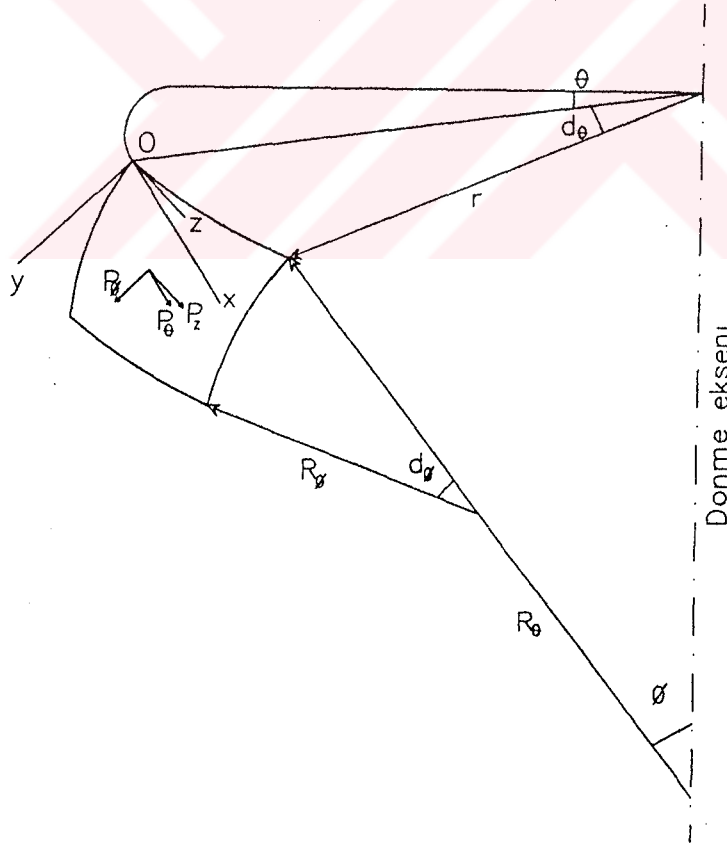
σ_ϕ : ϕ yüzündeki normal gerilme.

σ_θ : θ yüzündeki normal gerilme.

$\tau_{\phi\theta}, \tau_{\phi z}$: ϕ yüzündeki kayma gerilmeleri.

$\tau_{\theta\phi}, \tau_{\theta z}$: θ yüzündeki kayma gerilmeleri.

dir.



Şekil 2.1: Sonsuz küçük ortalama yüzey elemanı

Kabuk orta yüzeyinin birim uzunluğuna etkiyen gerilmelerin kabuk kalınlığı boyunca integralleri alınarak kesit tesirleri hesaplanmaktadır (Billington,1975)

$$N_{\phi} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{\phi} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) dz \quad , \quad N_{\theta} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{\theta} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) dz \quad (2.2.1a,b)$$

$$N_{\phi\theta} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\phi\theta} \left(1 + \frac{z}{R_{\theta}}\right) dz \quad , \quad N_{\theta\phi} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\theta\phi} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) dz \quad (2.2.1c,d)$$

$$M_{\phi} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{\phi} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) z dz \quad , \quad M_{\theta} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{\theta} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) z dz \quad (2.2.1e,f)$$

$$M_{\phi\theta} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\phi\theta} \left(1 + \frac{z}{R_{\theta}}\right) z dz \quad , \quad M_{\theta\phi} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\theta\phi} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) z dz \quad (2.2.1g,h)$$

$$Q_{\phi} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\phi z} \left(1 + \frac{z}{R_{\theta}}\right) dz \quad , \quad Q_{\theta} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\theta z} \left(1 + \frac{z}{R_{\phi}}\right) dz \quad (2.2.1i,j)$$

Bölüm 2.1' deki varsayımlardan ilkinde kabuk kalınlığının eğrilik yarıçapları yanında çok küçük olduğu belirtilmişti. Bu duruma göre $z/R_{\phi}=0$ ve $z/R_{\theta}=0$ alınabilir. Ayrıca kabuk elemanındaki iki kesit birbirine dik olduğundan mukavemetten bilinen $\tau_{\phi\theta}=\tau_{\theta\phi}$ bağıntısı kullanılabilir. Bu durumda (2.2.1c,d) ve (2.2.1g,h) denklemlerinden $N_{\theta\phi}=N_{\phi\theta}$ ve $M_{\theta\phi}=M_{\phi\theta}$ ifadeleri yazılabilir. Şekil 2.2a' da gösterilen P_{ϕ} , P_{θ} , P_z değerleri ortalama yüzeyin birim alanına etkiyen P dış yükünün sırasıyla meridyen teğeti, paralel çember teğeti ve ortalama yüzey normali doğrultularındaki bileşenlerini göstermektedir. Şekil 2.2' de görülen kabuk elemanı kendisine etkiyen iç ve dış kuvvetler altında dengededir. Kuvvetlerin ve momentlerin dengesinden aşağıdaki denge denklemleri yazılabilir;

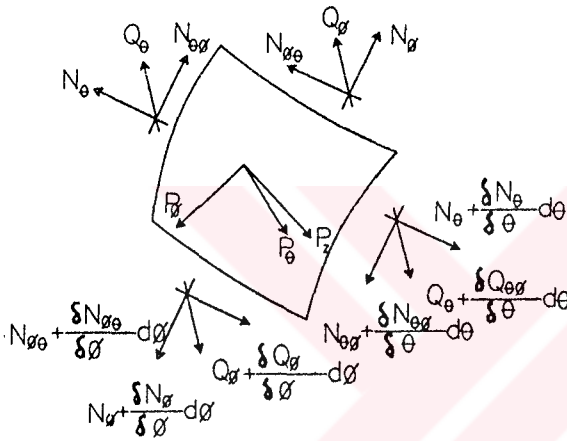
$$\frac{\partial}{\partial \theta} (N_{\theta} R_{\phi}) - N_{\phi} \frac{\partial R_{\phi}}{\partial \theta} + N_{\theta\phi} \frac{\partial r}{\partial \phi} + \frac{\partial}{\partial \phi} (N_{\phi\theta} r) - Q_{\phi} \frac{R_{\phi} r}{R_{\theta\phi}} - Q_{\theta} \frac{r R_{\phi}}{R_{\theta}} + P_{\theta} r R_{\phi} = 0 \quad (2.2.3a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \phi} (N_{\phi} R_{\phi}) - N_{\theta} \frac{\partial r}{\partial \phi} + N_{\phi\theta} \frac{\partial R_{\phi}}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \theta} (N_{\theta\phi} R_{\phi}) - Q_{\theta} \frac{r R_{\phi}}{R_{\theta\phi}} - Q_{\phi} \frac{r R_{\phi}}{R_{\phi}} + P_{\phi} r R_{\phi} = 0 \quad (2.2.3b)$$

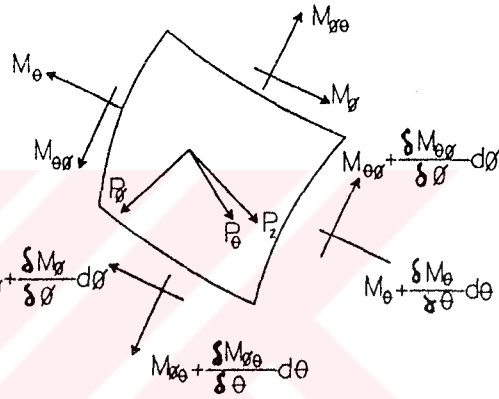
$$\frac{\partial}{\partial \theta} (Q_{\theta} R_{\phi}) + \frac{\partial}{\partial \phi} (Q_{\phi} R_{\theta}) + N_{\theta} \frac{r R_{\phi}}{R_{\theta}} + N_{\theta\phi} \frac{r R_{\phi}}{R_{\theta\phi}} + N_{\phi\theta} \frac{r R_{\phi}}{R_{\theta\phi}} + N_{\phi} \frac{r R_{\phi}}{R_{\phi}} + P_z r R_{\phi} = 0 \quad (2.2.3c)$$

$$-\frac{\partial}{\partial \phi} (M_{\phi} r) + M_{\theta} \frac{\partial r}{\partial \phi} - M_{\phi\theta} \frac{\partial R_{\phi}}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \theta} (M_{\theta\phi} R_{\phi}) + Q_{\phi} r R_{\phi} = 0 \quad (2.2.3d)$$

$$-\frac{\partial}{\partial \theta} (M_{\theta} R_{\phi}) + M_{\phi} \frac{\partial R_{\phi}}{\partial \theta} + M_{\theta\phi} \frac{\partial r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \phi} (M_{\phi\theta} r) + Q_{\theta} r R_{\phi} = 0 \quad (2.2.3e)$$



Şekil 2.2: a) Kesit tesirleri ve dış kuvvetler



Şekil 2.2: b) Momentler

(2.2.3) denge denklemleri, döneş kabuklar için;

$$R_{\phi} \frac{\partial N_{\phi}}{\partial \phi} + N_{\theta\phi} \frac{\partial r}{\partial \phi} + \frac{\partial (N_{\phi\theta} r)}{\partial \phi} - Q_{\theta} R_{\phi} \sin \phi + P_{\theta} r R_{\phi} = 0 \quad (2.2.4a)$$

$$\frac{\partial (N_{\phi} r)}{\partial \phi} - N_{\theta} \frac{\partial r}{\partial \theta} + R_{\phi} \frac{\partial N_{\theta\phi}}{\partial \theta} - Q_{\phi} r + P_{\phi} r R_{\phi} = 0 \quad (2.2.4b)$$

$$R_{\phi} \frac{\partial Q_{\phi}}{\partial \theta} + \frac{\partial (Q_{\theta} r)}{\partial \theta} + N_{\theta} R_{\phi} \sin \phi + N_{\phi} r + P_z r R_{\phi} = 0 \quad (2.2.4c)$$

$$-\frac{\partial(M_\phi r)}{\partial \phi} + M_\theta \frac{\partial r}{\partial \phi} + R_\phi \frac{\partial M_{\theta\phi}}{\partial \theta} + Q_\phi r R_\phi = 0 \quad (2.2.4d)$$

$$-R_\phi \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} + M_{\theta\phi} \frac{\partial r}{\partial \phi} - \frac{\partial(M_{\phi\theta} r)}{\partial \phi} + Q_\phi r R_\phi = 0 \quad (2.2.4e)$$

ifadelerine indirgenir (Billington, 1975).

Yüklerin dönel simetrik olması halinde θ 'ya göre türevler ve $P_\theta, N_{\phi\theta}, M_{\phi\theta}$ sıfıra eşit olur. Bu durumda (2.2.4) denklemleri şu hale girer;

$$\frac{\partial(N_\phi r)}{\partial \phi} - N_\theta R_\phi \cos \phi - Q_\phi r + P_\phi r R_\phi = 0 \quad (2.2.5a)$$

$$\frac{\partial(Q_\phi r)}{\partial \phi} + N_\theta R_\phi \sin \phi + N_\phi r + P_z r R_\phi = 0 \quad (2.2.5b)$$

$$-\frac{\partial(M_\phi r)}{\partial \phi} + M_\theta R_\phi \cos \phi + Q_\phi r R_\phi = 0 \quad (2.2.5c)$$

Burada r ve $\frac{dr}{d\phi}$ değerleri kutupsal koordinatlar yardımıyla ,

$$r = R_\theta \sin \phi \quad (2.2.5d)$$

$$\frac{dr}{d\phi} \cong R_\phi \cos \phi \quad (2.2.5e)$$

şeklinde yazılabilir(Billington,1975)

(2.2.5) Denklemleri; momentleri ve enine kesme kuvvetlerini ihmal eden mambran gerilme haline göre yeniden düzenlenerek aşağıdaki şekilde yazılabilir (Billington, 1975):

$$\frac{d(N_\phi r)}{d\phi} - N_\theta \frac{dr}{d\phi} + P_\phi r R_\phi = 0 \quad (2.2.6a)$$

$$\frac{N_{\theta}}{R_{\theta}} + \frac{N_{\phi}}{R_{\phi}} + P_z = 0 \quad (2.2.6b)$$

2.3. Kinematik Bağlılıklar

Kabuk ortalama yüzeyi üzerindeki bir noktanın yer değıştirmesi aşağıdaki bileşenler yardımıyla ifade edilebilir;

w : Ortalama yüzeye normal doğrultudaki yer değıştirme.

v : Meridyen teğeti doğrultusundaki yer değıştirme.

u : Paralel çember teğeti doğrultusundaki yer değıştirme.

β_{ϕ} : Referans olarak alınan noktanın üzerinde bulunduğu ortalama yüzey normalinin paralel çember teğeti etrafındaki dönme miktarı.

β_{θ} : Referans olarak alınan noktanın üzerinde bulunduğu ortalama yüzey normalinin meridyen eğrisi teğeti etrafındaki dönme miktarı.

Yüklerin dönel simetrik olması durumunda u ve β_{θ} sıfır olur. β_{ϕ} ve β_{θ} , yer değıştirmeler cinsinden şu şekilde ifade edilebilirler (Billington, 1975).

$$\beta_{\phi} = \frac{v}{R_{\phi}} + \frac{\partial w}{R_{\phi} \partial \phi} \quad (2.3.1)$$

$$\beta_{\theta} = \frac{u}{R_{\theta}} + \frac{\partial w}{R_{\theta} \partial \theta} \quad (2.3.2)$$

Ortalama yüzeyin şekil değıştirme bileşenleri:

ϵ_{ϕ} = Meridyen teğeti doğrultusundaki şekil değıştirme.

ϵ_{θ} = Paralel çember teğeti doğrultusundaki şekil değıştirme.

$\gamma_{\phi\theta}$ = Kayma açısı.

Şekil değıştirmeleri yer değıştirmeler cinsinden ifade etmek istersek,

$$\varepsilon_{\phi} \cong \frac{w}{R_{\phi}} + \frac{\partial v}{R_{\phi} \partial \phi} \quad (2.3.4a)$$

$$\varepsilon_{\theta} \cong \frac{u \cos \phi}{R_{\theta}} + \frac{w \sin \phi}{R_{\theta}} + \frac{\partial u}{R_{\theta} \partial \theta} \quad (2.2.4b)$$

$$\gamma_{\phi\theta} = \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{\partial v}{\partial \phi R_{\theta}} + \frac{\partial u}{\partial \theta R_{\phi}} - \frac{u \cos \phi}{R_{\theta}} \quad (2.3.3c)$$

ifadeleri kullanılabilir (Billington, 1975).

Orta yüzeyden z kadar uzaklıktaki bir noktanın yer değiştirmeleri, ortalama yüzey üzerinde tanımlanan yer değiştirmeler cinsinden yazılabilir (Billington, 1975).

$$v^{(z)} = v + z\beta_{\phi} \quad (2.3.4a)$$

$$u^{(z)} = u + z\beta_{\theta} \quad (2.3.4b)$$

$$w^{(z)} = w \quad (2.3.4c)$$

(ϕ, θ, z) noktasındaki şekil değiştirmeler (2.3.3) ve (2.3.4) denklemleri kullanılarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\varepsilon_{\phi}^{(z)} = \varepsilon_{\phi} + \frac{z}{R_{\phi}} \frac{\partial \beta_{\phi}}{\partial \phi} \quad (2.3.5a)$$

$$\varepsilon_{\theta}^{(z)} = \varepsilon_{\theta} + \frac{z}{R_{\theta}} \left(\beta_{\phi} \cos \phi + \frac{\partial \beta_{\phi}}{\partial \phi} \right) \quad (2.3.5b)$$

$$\gamma_{\phi\theta}^{(z)} = \gamma_{\phi\theta} + z \left[\left(\frac{\partial \beta_{\phi}}{\partial \phi} - \beta_{\phi} \cos \phi \right) \frac{1}{R_{\theta}} + \frac{1}{R_{\phi}} \frac{\partial \beta_{\theta}}{\partial \phi} \right] \quad (2.3.5c)$$

Meridyen eğriliğindeki şekil değişimi ile meydana gelen değişim K_ϕ , enine eğrilikteki şekil değişimi ile meydana gelen değişim K_θ ve yüzey burulması $K_{\phi\theta}$ ise,

$$K_\phi = \frac{\partial \beta_\phi}{\partial \phi} \frac{1}{R_\phi} \quad (2.3.6a)$$

$$K_\theta = \frac{1}{R_\theta} \beta_\phi \cos \phi + \frac{1}{R_\theta} \frac{\partial \beta_\theta}{\partial \theta} \quad (2.3.6b)$$

$$K_{\phi\theta} = \frac{\partial \beta_\phi}{\partial \phi} \frac{1}{R_\theta} - \frac{\beta_\phi \cos \phi}{R_\theta} + \frac{\partial \beta_\theta}{\partial \phi} \frac{1}{R_\phi} \quad (2.3.6c)$$

denklemleri elde edilir (Billington, 1975).

2.4 Kesit Tesirleri İle Yer Değiştirmeler Arasındaki Bağlıntılar

Hooke Kanunu' nun geçerli olduğu varsayımı ile gerilme ve şekil değiştirmeler arasında aşağıdaki bağıntılar yazılabilir (Billington, 1975).

$$\varepsilon_\phi = \frac{1}{E} (\sigma_\phi - \nu \sigma_\theta) = \frac{1}{Et} (N_\phi + \nu N_\theta) \quad (2.4.1a)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu \sigma_\phi) = \frac{1}{Et} (N_\theta - \nu N_\phi) \quad (2.4.1b)$$

$$\gamma_{\phi\theta} = \frac{1}{G} \tau_{\phi\theta} = \frac{2(1+\nu)}{Et} N_{\phi\theta} \quad (2.4.1c)$$

Burada;

E: Elastisite modülü

G: Kayma modülü

ν : Poisson oranı

ifade etmektedir.

(2.4.1) Denkleminden σ_ϕ ve σ_θ normal gerilmeleri ve $\tau_{\phi\theta}$ kayma gerilmesi şekil değiştirmeler cinsinden elde edilebilir ve (2.4.2) denklemindende yararlanılarak (2.2.1) denklemine yerlerine konulur. Bölüm 2.1' deki birinci varsayımdan ötürü z/R_ϕ ve z/R_θ ifadeleri ihmal edilir ve elde edilen denklemlerin kabuk kalınlığı boyunca integrali alınırsa aşağıdaki bünye denklemleri yazılabilir (Billington, 1975).

$$N_\theta = K(\epsilon_\theta + \nu\epsilon_\phi) \quad (2.4.2a)$$

$$N_\phi = K(\epsilon_\phi + \nu\epsilon_\theta) \quad (2.4.2b)$$

$$N_{\theta\phi} = N_{\phi\theta} = \left(\frac{1-\nu}{2}\right)K\nu_{\phi\theta} \quad (2.4.2c)$$

$$M_\phi = D(K_\phi + \nu K_\theta) \quad (2.4.2d)$$

$$M_\theta = D(K_\theta + \nu K_\phi) \quad (2.4.2e)$$

$$M_{\theta\phi} = M_{\phi\theta} = \frac{(1-\nu)}{2}DK_{\phi\theta} \quad (2.4.2f)$$

Burada,

$$K = \frac{Et}{1-\nu^2} \quad (\text{uzama rijitliği}) \quad (2.4.3a)$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \quad (\text{eğilme rijitliği}) \quad (2.4.3b)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{rijitlik modülü}) \quad (2.4.3c)$$

eşitlikleri kullanılmıştır. Bu eşitliklerden faydalanarak kesit tesirleri ile yer değiştirmeler arasındaki bağıntılar yazılmak istenirse,

$$N_{\theta} = K \left(\frac{v}{r} \cos \phi - \frac{w}{R_{\theta}} + \frac{v}{R_{\phi}} \frac{\partial v}{\partial \phi} - \frac{vw}{R_{\phi}} \right) \quad (2.4.4a)$$

$$N_{\phi} = K \left(\frac{1}{R_{\phi}} \frac{\partial v}{\partial \phi} - \frac{w}{R_{\phi}} + \frac{vw}{r} \cos \phi - \frac{vw}{R_{\theta}} \right) \quad (2.4.4b)$$

$$N_{\theta\phi} = N_{\phi\theta} = Gt \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{w}{R_{\phi}} + v \left(\frac{v}{R_{\phi} r} \frac{\partial r}{\partial \phi} - \frac{w}{R_{\theta}} \right) \right) \quad (2.4.4c)$$

$$M_{\theta} = -D \left(\left(\frac{v}{R_{\phi}} + \frac{\partial w}{R_{\phi} \partial \phi} \right) \frac{\cos \phi}{r} + \frac{v}{R_{\phi}} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{v}{R_{\phi}} + \frac{\partial w}{R_{\phi} \partial \phi} \right) \right) \quad (2.4.4d)$$

$$M_{\phi} = -D \left(\frac{1}{R_{\phi}} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{v}{R_{\phi}} + \frac{\partial w}{R_{\phi} \partial \phi} \right) + v \left(\frac{v}{R_{\phi}} + \frac{\partial w}{R_{\phi} \partial \phi} \right) \frac{\cos \phi}{r} \right) \quad (2.4.4e)$$

$$M_{\theta\phi} = M_{\phi\theta} = \frac{D(1-\nu)}{2} \left(\frac{1}{R_{\phi}} \frac{\partial \beta_{\phi}}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial \beta_{\phi}}{\partial \phi} - \frac{\beta_{\theta}}{r R_{\phi}} \frac{\partial R_{\theta}}{\partial \phi} - \frac{\beta_{\phi}}{r R_{\phi}} \frac{\partial R_{\phi}}{\partial \theta} \right) \quad (2.4.4f)$$

Dönel simetrik yükleme altındaki dönel kabuklarda, herhangi bir $\phi = \text{sabit}$ sınırındaki doğal sınır koşulları aşağıdaki gibidir (Green 1968; Zerna, 1968).

$$v = 0 \text{ veya } N_{\phi} = 0 \quad (2.5.1a)$$

$$w = 0 \text{ veya } Q_{\phi} = 0 \quad (2.5.1b)$$

$$\beta_{\phi} = 0 \text{ veya } M_{\phi} = 0 \quad (2.5.1c)$$

Yüklerin dönel simetrik olması halinde, dönel kabuğun bir paralel çemberi boyunca bazı özel mesnet tipleri için sınır koşullarının ayrıntıları aşağıda verilmektedir (Sayar, 1969).

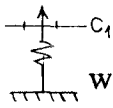
1.) sabit mafsalsal mesnet :  $v = 0, w = 0, M_\phi = 0$

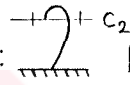
2.) ankastre mesnet :  $v = 0, w = 0, \beta_\phi = 0$

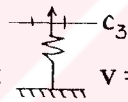
3.) kayıcı mafsalsal mesnet (1.çeşit) :  $N_\phi = 0, w = 0, M_\phi = 0$

4.) kayıcı mafsalsal mesnet (2.çeşit) :  $v = 0, Q_\phi = 0, M_\phi = 0$

5.) serbest uç :  $N_\phi = 0, Q_\phi = 0, M_\phi = 0$

6.) kabuk normali yönünde elastik mesnet :  $w = 0, N_\phi = 0, M_\phi = 0$ (Yay katsayısı: c_1)

7.) ara elastik ankastre mesnet :  $\beta_\phi = 0, N_\phi = 0, Q_\phi = 0$ (Yay katsayısı: c_2)

8.) meridyen teğeti yönünde elastik mesnet :  $v = 0, Q_\phi = 0, M_\phi = 0$ (Yay katsayısı: c_3)

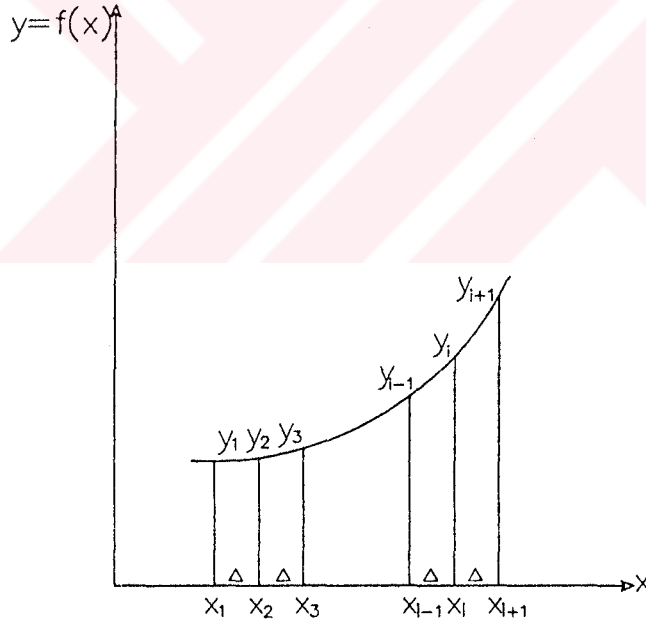
3. SONLU FARKLAR YÖNTEMİ

Sonlu farklar yöntemi diferansiyel denklemleri cebirsel denklemler haline getirmek için kullanılmaktadır (Fried, 1979). Bunun için toplam integral bölgesi parçalara ayrılır. Bu işlem için Taylor Teoremine başvurulabilir.

$[a, b]$ aralığında tanımlı ve bu aralıkta her noktada türevi bulunan bir $f(x)$ fonksiyonunun Taylor açılımı aşağıdaki gibidir;

$$f(b) = f(a) + \frac{(b-a)}{1!} f'(a) + \frac{(b-a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(b-a)^i}{i!} f^{(i)}(a) \quad (3.1.1)$$

Burada $(b-a)$ farkı adım aralığı olup Δ ile gösterilecektir. (3.1.1) denkleminde birinci türevden sonraki kısım dikkate alınmaz ise ihmal edilen bu kısım sonuçlarda hata olarak ortaya çıkar. Bu hata miktarı adım aralığının karesiyle (Δ^2) ile sınırlıdır. Şekil 3.1 de $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ aralığında tanımlı bir $f(x)$ fonksiyonunda $(i+1)$ adet düğüm noktası alınmış ve (i) adet alt aralık oluşmuştur. Düğüm noktaları arasındaki uzunluk eşit olup (Δ) adım aralığıdır.



Şekil 3.1: Çözüm aralığı $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ olarak tanımlı $f(x)$ fonksiyonu

i. nokta için $a=i$ ve $b=i+1$ ile (3.1.1) denklemini kullandığında,

$$\left(\frac{dy}{dx} \right) = y'_i = \Delta^{-1} (y_{i+1} - y_i) \quad (3.1.2)$$

denklemini elde edilir. Burada y'_i $f(x)$ ' in x' e göre birinci türevini göstermektedir. Bu denklem bir ileri fark formülüdür (Fried, 1979).

(3.1.1) denklemi $a=i$ ve $b=i-1$ ile kullanıldığında,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = y'_i = \Delta^{-1}(y_i - y_{i-1}) \quad (3.1.3)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem, bir geri fark formülüdür (Fried, 1979).

i. noktada birinci türev,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = y'_i = \Delta^{-1}(y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}) \quad (3.1.4)$$

ile de gösterilebilmektedir(Fried,1979), (J.W.Thomas,1995). (3.1.4) denklemi bir merkezi fark formülüdür.

Bölüm 2 de sunulan, dönel simetrik dış etkiler altındaki dönel kabukların denge denklemleri, bünye denklemleri ve kinematik denklemleri birinci dereceden diferansiyel denklemlerdir.İlgili diferansiyel denklemlerin genel kapalı çözümü bilinen klasik yöntemlerle mümkün olmadığı için sonlu farklar yöntemine başvurulmuştur.Denklemelerin çözümünde sonlu farklar yöntemlerinden herhangi biri veya daha fazlası beraber kullanılabilir.İhtiyaca göre istenilen sonlu fark formülleri kullanılabilir.Şayet üç yöntem birarada kullanılacaksa başlangıç civarında ileri fark, orta noktalarda merkezi fark, son noktalarda ise geri fark formülleri kullanılabilir(Fried, 1979), (J.W.Thomas,1995).

Bu çalışmada tüm noktalarda ileri fark formülü kullanılmıştır.

3.1 Sonlu Fark Yönteminin Dönel Simetrik Yükleme Altındaki Dönel Kabuklara Uygulanması

Bu alt bölümde sonlu farklar yöntemi; dönel simetrik yükleme altındaki dönel kabuklara uygulanmıştır. Bölüm 3.1 deki (3.1.3) ileri fark formülü Bölüm 2.1 deki (2.2.5a), (2.2.5b), (2.2.5c), (2.3.1), (2.4.4a) ve (2.4.4d) denklemlerine uygulandığında,

$$N_{\phi_i} - K \left(\frac{1}{R_{\phi_i}} \frac{(v_{i+1} - v_i)}{\Delta} - \frac{1}{R_{\phi_i}} w_i + \frac{v}{r_i} \cos \phi_i v_i - \frac{v}{R_{\phi_i}} w_i \right) = 0 \quad (3.2.1a)$$

$$M_{\phi_i} + D \left(\frac{1}{R_{\phi_i}} \frac{(\beta_{\phi_{i+1}} - \beta_{\phi_i})}{\Delta} + \frac{v \cos \phi_i}{r_i} \beta_{\phi_i} \right) = 0 \quad (3.2.1b)$$

$$\beta_{\phi_i} - \frac{v_i}{R_{\phi_i}} - \frac{1}{R_{\phi_i}} \frac{(w_{i+1} - w_i)}{\Delta} = 0 \quad (3.2.1c)$$

$$\frac{(N_{\phi_{i+1}} - N_{\phi_i})}{\Delta} + N_{\phi_i} \frac{R_{\phi_i} \cos \phi_i}{r_i} - N_{\theta_i} \frac{R_{\phi_i} \cos \phi_i}{r_i} - Q_{\phi_i} + P_{\phi_i} R_{\phi_i} = 0 \quad (3.2.1d)$$

$$\frac{(Q_{\phi_{i+1}} - Q_{\phi_i})}{\Delta} + \frac{R_{\phi_i} \cos \phi_i}{r_i} Q_{\phi_i} + \frac{R_{\phi_i} \sin \phi_i}{r_i} N_{\theta_i} + N_{\phi_i} + P_{\phi_i} R_{\phi_i} = 0 \quad (3.2.1e)$$

$$-\frac{(M_{\phi_{i+1}} - M_{\phi_i})}{\Delta} - \frac{R_{\phi_i} \sin \phi_i}{r_i} M_{\phi_i} + \frac{R_{\phi_i} \cos \phi_i}{r_i} M_{\theta_i} + Q_{\phi_i} R_{\phi_i} = 0 \quad (3.2.1f)$$

$$N_{\theta_i} = K \left(\frac{v_i}{r_i} \cos \phi_i - \frac{w}{R_{\theta_i}} + \frac{v}{R_{\phi_i}} \frac{(v_{i+1} - v_i)}{\Delta} - \frac{vw_i}{R_{\phi_i}} \right) \quad (3.2.1g)$$

$$M_{\theta_i} = -D \left(\frac{\beta_{\phi_i} \cos \phi_i}{r_i} + \frac{v}{R_{\phi_i}} \frac{\beta_{\phi_{i+1}} - \beta_{\phi_i}}{\Delta} \right) \quad (3.2.1h)$$

denklemleri elde edilir. v , w , β_ϕ , N_ϕ , Q_ϕ , M_ϕ değişkenleri esas değişkenler olarak düzenlenecek olursa (3.2.1a), (3.2.1b), (3.2.1c), (3.2.1d), (3.2.1e), (3.2.1f) denklemleri,

$$N_{\phi_i} + \left(\frac{Kv \cos \phi_i}{r_i} + \frac{K}{R_{\phi_i}} \frac{1}{\Delta} \right) v_i - \frac{K}{R_{\phi_i}} \frac{1}{\Delta} v_{i+1} - \left(\frac{K}{R_{\phi_i}} + \frac{Kv \sin \phi_i}{r_i} \right) w_i = 0 \quad (3.2.2a)$$

$$M_{\phi_i} + \left(\frac{Dv \cos \phi_i}{r_i} - \frac{D}{R_{\phi_i}} \frac{1}{\Delta} \right) \beta_{\phi_i} + \frac{D}{R_{\phi_i}} \frac{1}{\Delta} \beta_{\phi_{i+1}} = 0 \quad (3.2.2b)$$

$$\beta_{\phi_i} - \frac{1}{R_{\phi_i}} v_i + \frac{1}{R_{\phi_i}} \frac{1}{\Delta} w_i - \frac{1}{R_{\phi_i}} \frac{1}{\Delta} w_{i+1} = 0 \quad (3.2.2c)$$

$$\left(-\frac{1}{\Delta} + \frac{R_{\phi_i} \cos \phi_i}{r_i} \right) N_{\phi_i} + \frac{1}{\Delta} N_{\phi_{i+1}} - \left(\frac{KR_{\phi_i} \cos^2 \phi_i}{r_i^2} - \frac{K \cos \phi_i v}{r_i \Delta} \right) v_i - \frac{K \cos \phi_i v}{r_i \Delta} v_{i+1} + \left(\frac{K \sin \phi_i \cos \phi_i R_{\phi_i}}{r_i^2} + \frac{Kv \cos \phi_i}{r_i^2} \right) w_i - Q_{\phi_i} + P_{\phi_i} R_{\phi_i} = 0 \quad (3.2.2d)$$

$$\left(-\frac{1}{\Delta} + \frac{R_{\phi_i} \cos \phi_i}{r_i} \right) Q_{\phi_i} - \frac{1}{\Delta} Q_{\phi_{i+1}} - \left(\frac{KR_{\phi_i} \cos \phi_i \sin \phi_i}{r_i^2} - \frac{K \sin \phi_i}{r_i \Delta} \right) v_i - \frac{K \sin \phi_i}{r_i \Delta} v_{i+1} + \left(\frac{K \sin^2 \phi_i R_{\phi_i}}{r_i^2} + \frac{Kv \sin \phi_i}{r_i R_{\phi_i}} \right) w_i - N_{\phi_i} + P_{\phi_i} R_{\phi_i} = 0 \quad (3.2.2e)$$

$$\left(-\frac{1}{\Delta} + \frac{R_{\phi_i} \cos \phi_i}{r_i} \right) M_{\phi_i} - \frac{1}{\Delta} M_{\phi_{i+1}} - \left(\frac{DR_{\phi_i} \cos^2 \phi_i}{r_i^2} - \frac{Dv \cos \phi_i}{r_i \Delta} \right) \beta_{\phi_i} - \frac{Dv \cos \phi_i}{r_i \Delta} \beta_{\phi_{i+1}} + Q_{\phi_i} R_{\phi_i} = 0 \quad (3.2.2f)$$

şekline girer. (3.2.2a), (3.2.2b), (3.2.2c), (3.2.2d), (3.2.2e), (3.2.2f) denklemleri ,

$$[A]\{b\} = \{c\} \quad (3.2.3)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $[A]$ ($6i \times 6i$) boyutlarındaki katsayılar matrisidir. $\{b\}$ ($6i$) boyutunda bilinmeyen durum vektörüdür.

$$\{b\}^T = \{v_1 w_1 \beta_{\phi_1} N_{\phi_1} Q_{\phi_1} M_{\phi_1} \quad v_2 w_2 \beta_{\phi_2} N_{\phi_2} Q_{\phi_2} M_{\phi_2} \quad \dots \quad v_i w_i \beta_{\phi_i} N_{\phi_i} Q_{\phi_i} M_{\phi_i}\} \quad (3.2.4)$$

$\{c\}$ ise yük terimlerini içeren (6i) boyutunda yük vektörüdür.

$$\{c\}^T = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad -P_{\phi_1} R_{\phi_1} \quad -P_{z_1} R_{\phi_1} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -P_{\phi_i} R_{\phi_i} \quad -P_{z_i} R_{\phi_i}\} \quad (3.2.5)$$

(3.2.2a), (3.2.2b), (3.2.2c), (3.2.2d), (3.2.2e) numaralı denklemler doğrusal cebirsel denklemleri sayısal olarak çözebilen bir sayısal yöntemle (Gauss Eliminasyon Yöntemi) çözüldüğünde esas değişkenlerin dışında kalan N_{θ} , M_{θ} değerleri (3.2.1g), (3.2.1h) denklemleri yardımıyla bulunabilir.

Bölüm 3.1 deki (3.1.3) ileri fark formülü Bölüm 2.1 deki (2.2.6a), (2.2.6b) membran denklemlerine uygulandığında,

$$\frac{(N_{\phi_{i+1}} - N_{\phi_i})}{\Delta} + \left(\cot \phi_i + \frac{r_i \cot \phi_i}{R_{\phi_i} \sin \phi_i} \right) N_{\phi_i} + \frac{r_i}{\sin \phi_i} (P_{z_i} \cot \phi_i + P_{\phi_i}) = 0 \quad (3.2.6a)$$

$$\frac{N_{\theta_i}}{r_i} \sin \phi_i + \frac{N_{\phi_i}}{R_{\phi_i}} + P_{z_i} = 0 \quad (3.2.6b)$$

denklemleri elde edilir. N_{ϕ} değişkeni esas değişken olarak düzenlenecek olursa (3.2.6a) denklemi,

$$\left(\cot \phi_i + \frac{r_i \cot \phi_i}{R_{\phi_i}} - \frac{1}{\Delta} \right) N_{\phi_i} + \frac{1}{\Delta} N_{\phi_{i+1}} + \frac{r_i}{\sin \phi_i} (P_{z_i} \cot \phi_i + P_{\phi_i}) = 0 \quad (3.2.7)$$

şekline girer. (3.2.7) denklemi (3.2.3) denklemi yardımıyla matrisyel biçimde ifade edilebilir.

Burada $[A]$ (i x i) boyutlarındaki katsayılar matrisidir. $\{b\}$ (i) boyutunda bilinmeyen durum vektörüdür.

$$\{b\}^T = \{N_{\phi_1} \quad N_{\phi_2} \quad N_{\phi_3} \quad \dots \quad N_{\phi_i}\} \quad (3.2.8)$$

$\{c\}$ ise yük terimlerini içeren (i) boyutunda yük vektörüdür.

$$\{c\}^T = \left\{ -\frac{r_1}{\sin\phi_1} (P_{z_1} + P_{\phi_1}) - \frac{r_2}{\sin\phi_2} (P_{z_2} + P_{\phi_2}) \dots \dots \dots - \frac{r_i}{\sin\phi_i} (P_{z_i} + P_{\phi_i}) \right\} \quad (3.2.9)$$

(3.2.7) numaralı denklem doğrusal cebirsel denklemleri sayısal olarak çözebilen bir sayısal yöntemle (Gauss Eliminasyon Yöntemi) çözüldüğünde esas değişken dışında kalan N_0 değeri (3.2.6d) denklemi yardımıyla bulunabilir.



4. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu çalışmada dönel simetrik yükleme altındaki dönel kabukların eğilmeli ve mambran sayısal çözümleri sonlu farklar yöntemiyle yapılmaya çalışılmıştır. Sonuçları bulmak için 8 Mbyte ram'ı ve 1 gigabyte işlemcisi bulunan standart 486-DX2-66 kişisel bilgisayarda bir program hazırlanmıştır. Bilgisayar programının hazırlanmasında Fortran 77 bilgisayar dili kullanılmıştır. Fortran yazılım dili sayesinde birtakım trigonometrik ve aritmetik işlemler programa kolaylıkla adapte edilebilmiştir.

İlgili problemlerin çözümünde (3.1.1) denkleminde belirtilen kesme hatasını azaltmak için adım uzunluğu gerektiği kadar küçük alınmıştır. (Deneme yanılma yoluyla kaç noktada sonuca ulaşıldıysa okadar nokta gereklidir.) Kesme hatası gerçekte sonsuza kadar sürmesi gereken bir işlemin sonlu bir değerde kesilmesinden kaynaklanan bir hatadır. Bu hatayı gidermek için sonuç bulunan nokta sayısı arttırılmıştır. Ancak nokta sayısının artması bu kez yuvarlatma hatasını arttırmaktadır. Bilgisayar programları bir ondalık sayının virgülden sonra belirli sayıda hanesini almakta geri kalan sayıları dikkate almamaktadır. Küçük gibi görülen bu sayılar işlem miktarı arttıkça birikmekte ve sonuçta önemli sapmalara (yuvarlatma hatalarına) neden olmaktadır. Bu durumun önüne geçmek için Fortran 77 yazılım dilinin çift hassasiyet (Double precision) özelliğinden yararlanılmış ve virgülden sonra 16 hane üzerinden işlem yapabilme olanağı sağlanmıştır.

4.1. Sabit Kalınlıklı , Kayıcı Mesnetli Bir Küresel Kabuğun Kendi Ağırlığı Altında Mambran Çözümü

Kabuk Şekil 4.1 de görülmektedir. Kabuk geometrisi ile ilgili bilgiler aşağıda verilmektedir:

$$R_{\phi} = R_{\theta} = a = 11,314 \text{ m. (küresel kabuğun yarıçapı)}$$

$$P = 0,25 \text{ t/m}^2 \quad (\text{orta yüzeyin birim alanındaki düşey yük})$$

Küresel kabuğun tepe noktasında paralel çemberin yarıçapı sıfır olmakta ve bu durum katsayılar matrisinde tekillikler oluşmasına neden olmaktadır. Bu durumda tepe noktasındaki $(\phi = 0)$ N_{ϕ} değerinin N_{θ} 'ya eşit olduğu gözönüne alınarak (3.2.6b) denklemi yardımıyla;

$$N_{\phi} = -\frac{P_z a}{2} = -1,41425 \text{ t/m} \quad (4.1)$$

bulunur. (4.1) ifadesi yardımıyla $\phi = 0$ rad. daki sınır koşulu;

$$N_{\phi} \big|_{\phi=0} = -1,41425 \text{ t/m} \quad (4.2)$$

bulunur. Adım aralıkları (Δ) ; eşit ve $\phi/(i-1)$ kadar alınmıştır.

Düşey olan ağırlık yükünün meridyen normali ve meridyen teğeti doğrultularındaki bileşenleri sırasıyla,

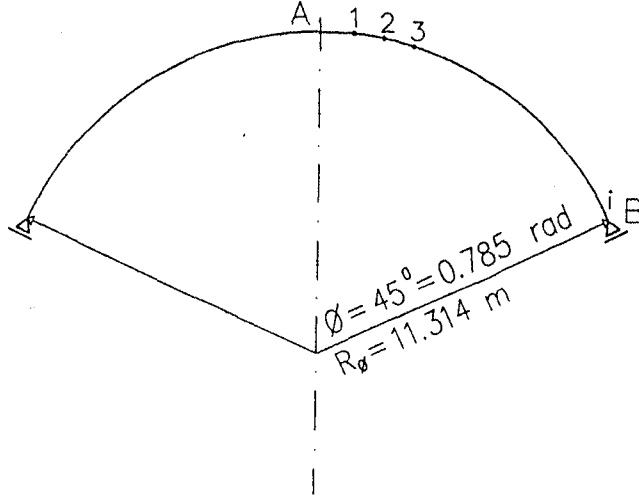
$$P_z = 0,25 \cos \phi \text{ t/m}^2 \quad (4.3a)$$

$$P_z = 0,25 \cos \phi \text{ t/m}^2 \quad (4.3b)$$

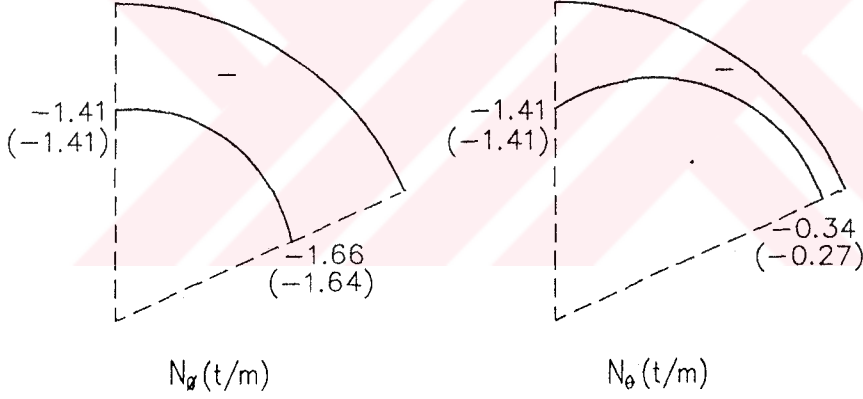
olmaktadır. Buradan yük vektörü (3.2.9) denklemi yardımıyla aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\{c\}^T = \left\{ -1,41 - \frac{2,8285}{\sin \phi_2} ; \dots \dots \dots - \frac{2,8285}{\sin \phi_i} \right\} \quad (4.4)$$

Kesit tesirleri Şekil 4.2 de gösterilmektedir. Burada parantez içindeki değerler Billington (1975) tarafından kapalı çözümle hesaplanmış değerlerdir. Kullanılan bilgisayar zamanı 05.98 saniyedir.



Şekil 4.1: Sabit kalınlıklı, kayıcı mesnetli küresel kabuk

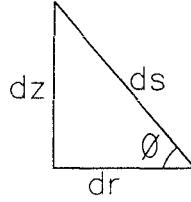


Şekil 4.2: Şekil 4.1' de verilen küresel kabuğa ait N_ϕ ve N_θ kesit tesirleri

4.2. Değişken Kalınlıklı Bir Dönel Hiperboloidin Kendi Ağırlığı Altında Mambran Çözümü

Kabuk Şekil 4.3 te görülmektedir. Burada, birim alana gelen düşey yük $P = 0,25 \text{ t/m}^2$ dir.

Burada bağımsız değişken olarak ϕ yerine düşey koordinat (z) nin kullanılması uygun görülmüştür (Bkz Şekil 4.4). Adım aralıkları; eşit ve $114,4/(i-1)$ kadar alınmıştır. Bu durumda mambran çözümüne ait (2.2.6a) denklemindeki diferansiyel denklemde $d\phi \rightarrow dz$ dönüşümü yapılması gerekmektedir. Dönel hiperboloidin meridyen eğrisi üzerindeki ds sonsuz küçük meridyen parçası Şekil 4.3 de görülmektedir.



Şekil 4.4: Dönel hiperboloidin sonsuz küçük ds parçası

ds' nin uzunluğu;

$$ds = R_{\phi} d\phi \quad (4.5)$$

dir(Billington,1975).Buradan, (4.5) denklemi yardımıyla,

$$d\phi = \frac{dz}{R_{\phi} \sin\phi} \quad (4.6)$$

bulunur. Bu durumda (2.2.6a) denkleminin her terimini $R_{\phi} \sin\phi$ ile çarpmak gerekmektedir. İşlem gerçekleştirilip N_{ϕ} yerine N_{θ} olarak karşılığı yazılırsa,

$$\frac{dN_{\phi}}{dz_{\theta}} + N_{\phi} \left(\frac{\cot\phi}{R_{\theta}} + \frac{\cot\phi}{R_{\phi} \sin\phi} \right) + p(1 + \cot^2\phi) = 0 \quad (4.7)$$

denklemleri elde edilir. Denklemleri farklar yöntemine göre formüle edilirse,

$$\frac{dN_{\phi_i}}{dz_{\phi_i}} + N_{\phi_i} \left(\frac{\cot \phi_i}{R_{\phi_i}} + \frac{\cot \phi_i}{R_{\phi_i} \sin \phi_i} \right) + p(1 + \cot^2 \phi_i) = 0 \quad (4.8)$$

denklemleri elde edilir. Bu durumda yük matrisi;

$$\{c\}^T = \{-0,25(1 + \cot^2 \phi_1) \quad 0,25(1 + \cot^2 \phi_2) \quad \dots \quad -0,25(1 + \cot^2 \phi_i)\} \quad (4.9)$$

şeklinde elde edilir.

Paralel çember yarıçapı (r) z' ye bağlı olarak aşağıda verilmiştir (Yükseler, 1986).

$$r = 72,10819 \left[1 + (z - 83,65)^2 / 16257,749 \right]^{1/2} - 38,90819 \quad (\text{m}) \quad (4.10)$$

Buradan, hesaplarda kullanılacak R_{ϕ} değeri, r nin z' ye göre türevlerine bağlı olarak aşağıdaki şekilde bulunmuştur (Yükseler, 1986),

$$\frac{1}{R_{\phi}} = -0,00443531 \frac{b}{d^3 a} \quad (4.11)$$

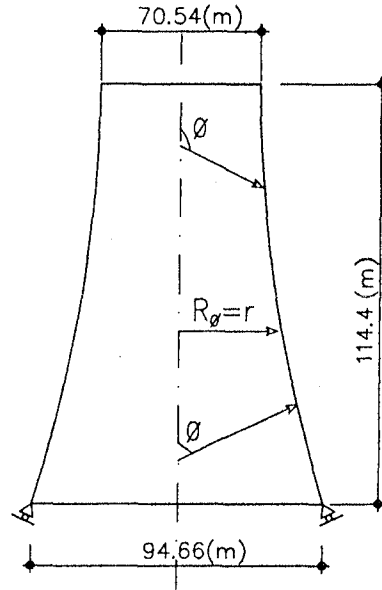
Burada,

$$a = \left[1 + \frac{(z - 83,65)^2}{127,50588^2} \right]^{1/2} \quad (4.12)$$

$$b = 1 - 0,000006151 \frac{(z - 83,65)^2}{a^2} \quad (4.13)$$

$$d = \left[1 + 0,00001967 \frac{(z - 83,65)^2}{a^2} \right] \quad (4.14)$$

dir.



Şekil 4.3: Değişken kalınlıklı döneel hiperboloid

Problemin çözümünde adım aralığının z' ye göre alınması ϕ açısında z' ye bağımlı kılmaktadır. Yani ϕ açısını z cinsinden ifade etmek gerekmektedir. Bu durumda Şekil 4.3 ten hareketle,

$$\cot\phi = \frac{dr}{dz} \quad (4.15)$$

bulunur.

$$\frac{dr}{dz} = V \quad (4.16)$$

denilirse bu durumda (4.10) denklemi yardımıyla,

$$\cos\phi = \frac{V}{\sqrt{1+V^2}} \quad (4.17)$$

elde edilir. Buradan ϕ açısı aşağıdaki şekilde bulunur;

$$\phi = \arccos\left(\frac{V}{\sqrt{1+V^2}}\right) \quad (4.18)$$

Şekil 4.4 te de görülebileceği gibi z mesafesi tabandan yukarıya doğru arttıkça dönel hiperboloidin bu z mesafesine denk gelen noktasının R_ϕ meridyen eğriliği ile düşey eksen arasındaki ϕ açısı artmaktadır. Dolayısıyla ardışık iki nokta arasındaki düşey mesafe farkı (Δz) ile ilgili noktalara isabet eden ϕ açıları arasındaki fark ($\Delta\phi$) pozitif olmalıdır. (4.6) denkleminde aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

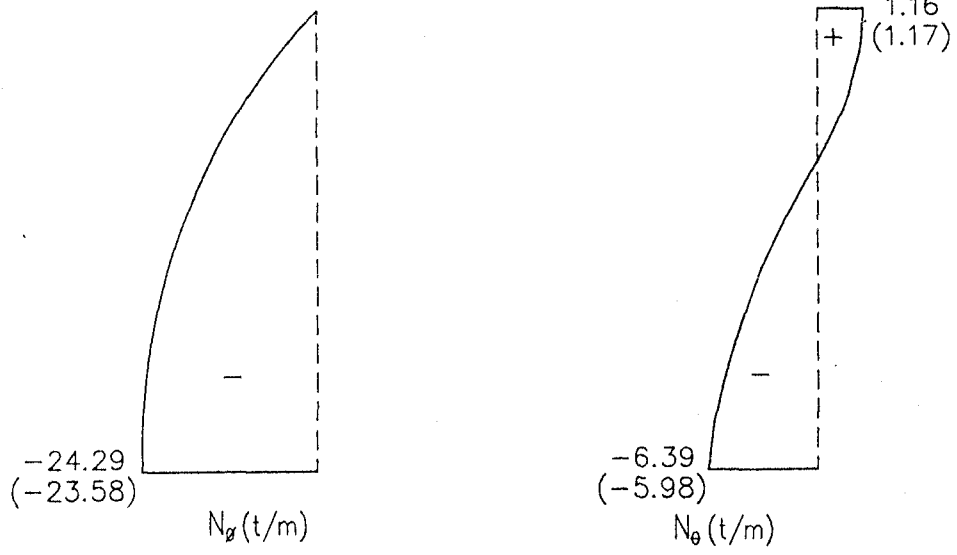
$$\Delta z = \frac{\Delta\phi}{1} R_\phi \sin\phi \quad (4.19)$$

Ancak Δz sürekli pozitif olurken R_ϕ meridyen eğriliğinin negatif çıkmasından dolayı eşitliğin sağ tarafı negatif çıkmaktadır. Bu durumda (4.19) denklemi

$$\Delta z = -\frac{\Delta\phi}{1} R_\phi \sin\phi \quad (4.20)$$

şeklinde tanımlanabilmektedir.

Ayrıca R_ϕ meridyen eğriliğinin r' ye eşit olduğu $z=83.65$ m' den sonrasında ϕ açısı 90° den büyük olduğu için (4.7) denklemindeki $\cot\phi$ terimi negatif olmaktadır. Bu yüzden bilgisayar programında mantıksal bir ifade kullanılarak $z \geq 83.65$ (m) olması durumunda $\cos\phi$ (-1) ile çarpılmıştır. Sonuçlar Şekil 4.5 de görülmektedir. Burada parantez içinde verilen değerler Billington (1975) tarafından kapalı çözümle elde edilen sonuçlardır. Kullanılan bilgisayar zamanı 06.59 saniyedir.



Şekil 4.5: Şekil 4.4' te verilen dönel hiperboloid kabuğa ait N_ϕ ve N_θ kesit tesirleri

4.3. Sabit Kalınlıklı, Ankastre Mesnetli Bir Küresel Kabuğun Kendi Ağırlığı Altında Eğilmeli Çözümü

Kabuk Şekil 4.6 da gösterilmektedir. Malzeme ve kabuk geometrisi ile ilgili bilgiler aşağıda verilmektedir.

$$E = 2,1.10^6 \text{ t/m}^2 \quad (\text{malzemenin elastisite modülü})$$

$$\nu = \frac{1}{6} \quad (\text{Poisson oranı})$$

$$t=0.10 \text{ m} \quad (\text{kabuk kalınlığı})$$

$$P=0.25 \text{ t/m}^2 \quad (\text{kabuk orta yüzeyinin birim alanındaki yük})$$

$$R_\phi = R_\theta = a = 11.314 \text{ m} \quad (\text{küresel kabuğun yarıçapı})$$

Sınır koşulları aşağıda verilmektedir:

$$\begin{aligned} \phi = 0 \text{ rad. da sınır koşulları} \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \\ \beta_\phi \\ N_\phi \\ Q_\phi \\ M_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix} \\ \\ \phi = 0,785 \text{ rad. da sınır koşulları} \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \\ \beta_\phi \\ N_\phi \\ Q_\phi \\ M_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Eğilmeli çözüm için Bölüm 3.2 de sunulan (3.2.2a), (3.2.2b), (3.2.2c), (3.2.2d), (3.2.2e), (3.2.2f) denklemlerindeki esas değişkenlerin katsayılarından ve sınır koşullarından oluşan katsayılar matrisi oluşturulup çözüme gidildiğinde, $\phi = 0$ rad. noktasında paralel çemberin sıfır olmasından dolayı birtakım tekilliklerin oluştuğu gözlenmiştir. Tekilliği önlemek için (3.2.2a), (3.2.2b), (3.2.2c), (3.2.2d), (3.2.2e), (3.2.2f) denklemleri, $\phi = 0$ rad.daki sınır koşulları dikkate alınarak yeniden yazılıp düzenlendiğinde aşağıdaki denklemler elde edilmiştir,

$$N_{\phi_1} = -1.41 \text{ t/m} . \quad (4.21)$$

$$\beta_{\phi_2} = 0 \text{ rad} . \quad (4.22)$$

$$w_2 - w_1 = 0 \text{ m} . \quad (4.23)$$

$$N_{\phi_2} = -1.41 \text{ t/m} . \quad (4.21)$$

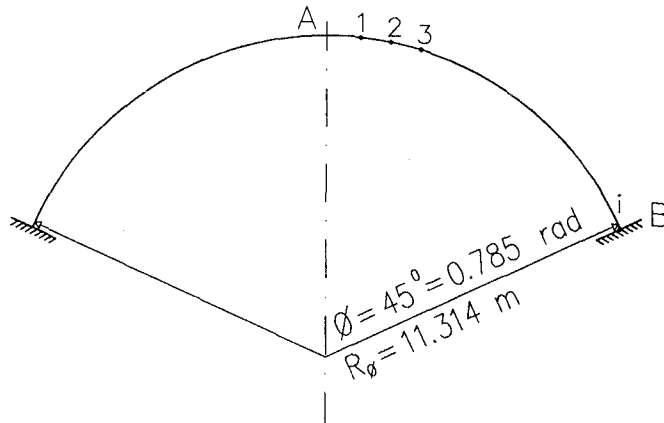
$$Q_{\phi_2} = 0 \text{ t/m} \quad (4.22)$$

$$M_{\phi_2} = 0 \text{ tm/m} \quad (4.23)$$

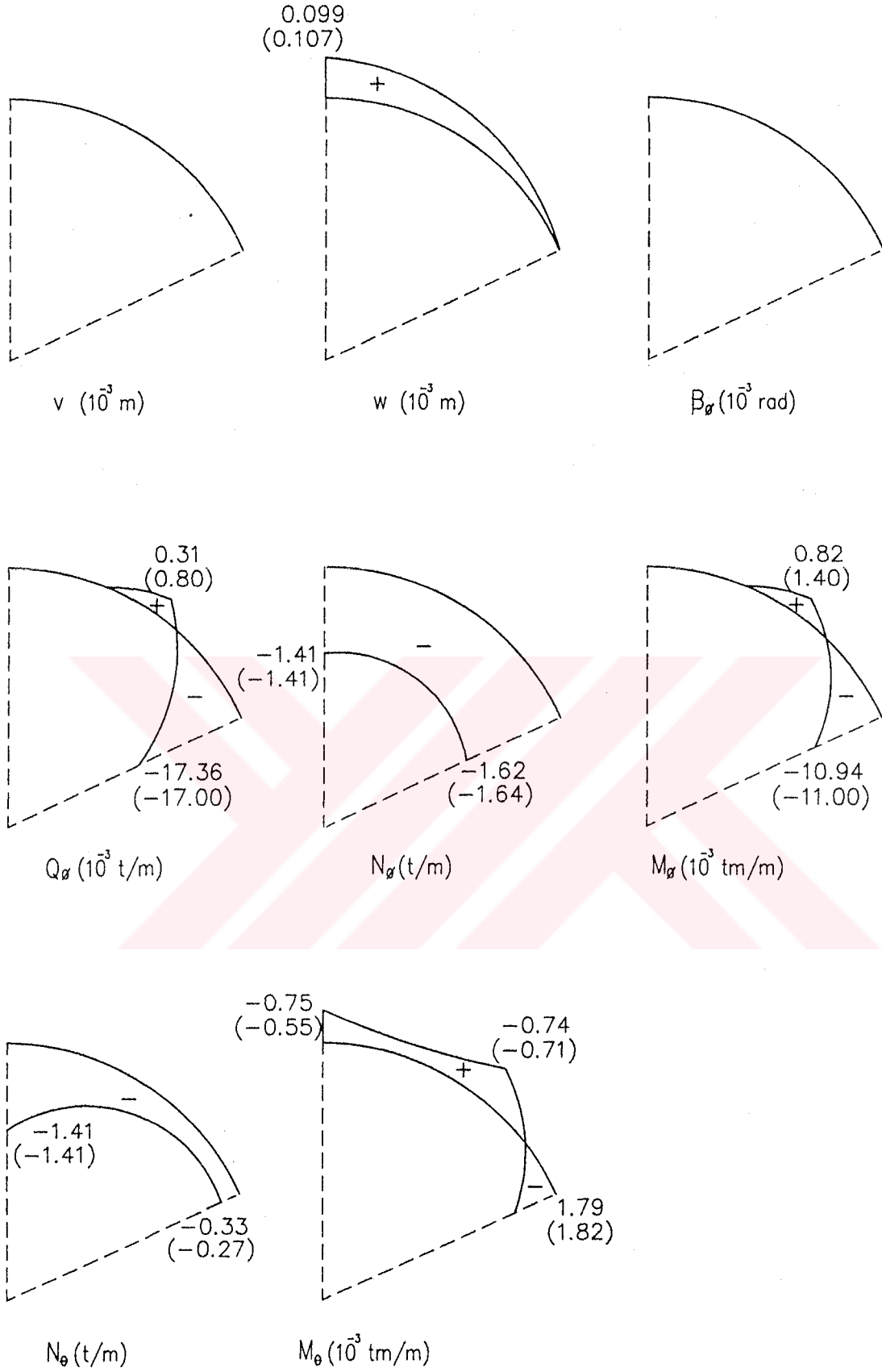
Burada, 1 ve 2 indisleri ilgili büyüklüklerin sırasıyla 1 ve 2 numaralı noktalara karşı geldiğini göstermektedir. Yukarıdaki eşitlikler $[A]$ katsayılar matrisinin $\phi = 0 \text{ rad}$. daki sınır koşullarının yazıldığı ilk üç satırından sonraki satırlara yazılmıştır. Adım aralıkları; eşit ve $\phi/(i-1)$ kadar alınmıştır. Yük vektörünün transpozesi (3.2.9) denklemi yardımıyla aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\{c\}^T = \{0 \ 0 \ 0 \ -1.41 \ 0 \ 0 \ -1.41 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ -2.82\sin\phi_i \ -2.82\cos\phi_i \ 0 \ 0\} \quad (4.24)$$

Sonuçlar Şekil 4.7 de gösterilmektedir. Burada parantez içerisindeki değerler Tümene (1995) tarafından integrasyon matrisleri yöntemiyle bulunan değerlerdir. Tümene (1995) bu değerleri 27.13 saniyede bulmuştur. Bu çözümde ise kullanılan bilgisayar zamanı 06.30 saniyedir.



Şekil 4.6: Sabit kalınlıklı, ankastre mesnetli küresel kabuk



Şekil 4.7: Şekil 4.6' da verilen küresel kabuğa ait kesit tesirleri ve yer değiştirmeler

4.4. Değişken Kalınlıklı Bir Dönel Hiperboloidin Kendi Ağırlığı Altında Eğilmeli Çözümü

Kabuk Şekil 4.8 de gösterilmektedir. Malzeme ve kabuk geometrisi ile ilgili bilgiler aşağıda verilmektedir.

$$E = 3.10^6 \text{ t/m}^2 \quad (\text{malzemenin elastisite modülü})$$

$$\nu = 0.2 \quad (\text{Poisson oranı})$$

$$P = 0.25 \text{ t/m}^2 \quad (\text{kabuk orta yüzeyinin birim alanındaki yük})$$

Sınır koşulları aşağıda verilmektedir:

$$z = 0 \text{ m. de sınır koşulları} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \\ \beta_\phi \\ N_\phi \\ Q_\phi \\ M_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

$$z = 114,4 \text{ m. de sınır koşulları} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \\ \beta_\phi \\ N_\phi \\ Q_\phi \\ M_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

Bu problemde bağımsız değişken olarak Örnek 2 de olduğu gibi kabuk tabanından itibaren (z) mesafesi alınmış ve kalınlık değişimi z' ye bağlı olarak aşağıdaki şekilde 3. dereceden polinomlarla ifade edilmiştir (Yükseler, 1986).

$$z \leq 7,49 \quad , \quad t = 0,0012375z^3 - 0,01390372z^2 + 0,48$$

$$7,49 \leq z \leq 16,74 \quad , \quad t = 0,220 \quad (\text{m.})$$

$$16,74 \leq z \leq 19,07 \quad , \quad t = 0,001581111(z - 16,74)^3 - 0,005525981(z - 16,74)^2 + 0,220$$

$$19,07 \leq z \leq 28,40 \quad , \quad t = 0,210 \quad (\text{m.})$$

$$28,40 \leq z \leq 30,74 \quad , \quad t = 0,00468278(z - 28,40)^3 - 0,01643655(z - 28,40)^2 + 0,210$$

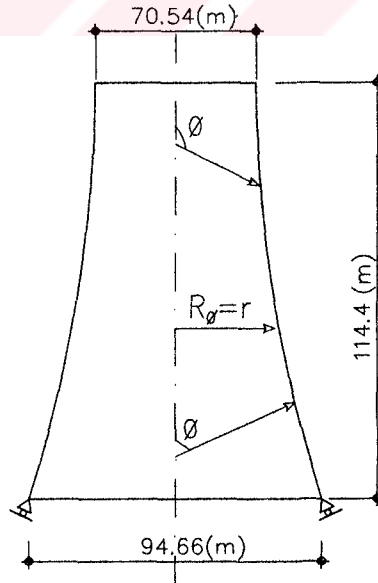
$$30,74 \leq z \leq 40,16 \quad , \quad t = 0,180 \quad (\text{m.})$$

$$\begin{aligned}
40,16 \leq z \leq 42,52 & , \quad t = 0.00228237(z - 40,16)^3 - 0.00807957(z - 40,16)^2 + 0,180 \\
42,52 \leq z \leq 52,00 & , \quad t = 0,165 \quad (\text{m.}) \\
52,00 \leq z \leq 54,38 & , \quad t = 0.00222531(z - 52,00)^3 - 0.00764435(z - 52,00)^2 + 0,165 \\
54,38 \leq z \leq 61,54 & , \quad t = 0,150 \quad (\text{m.}) \\
61,54 \leq z \leq 65,93 & , \quad t = 0.00023639(z - 61,54)^3 - 0.00155665(z - 61,54)^2 + 0,150 \\
65,93 \leq z \leq 108,26 & , \quad t = 0,140 \quad (\text{m.}) \\
108,26 \leq z & , \quad t = -0.00051841(z - 108,26)^3 - 0.00477459(z - 108,26)^2 + 0,140
\end{aligned}$$

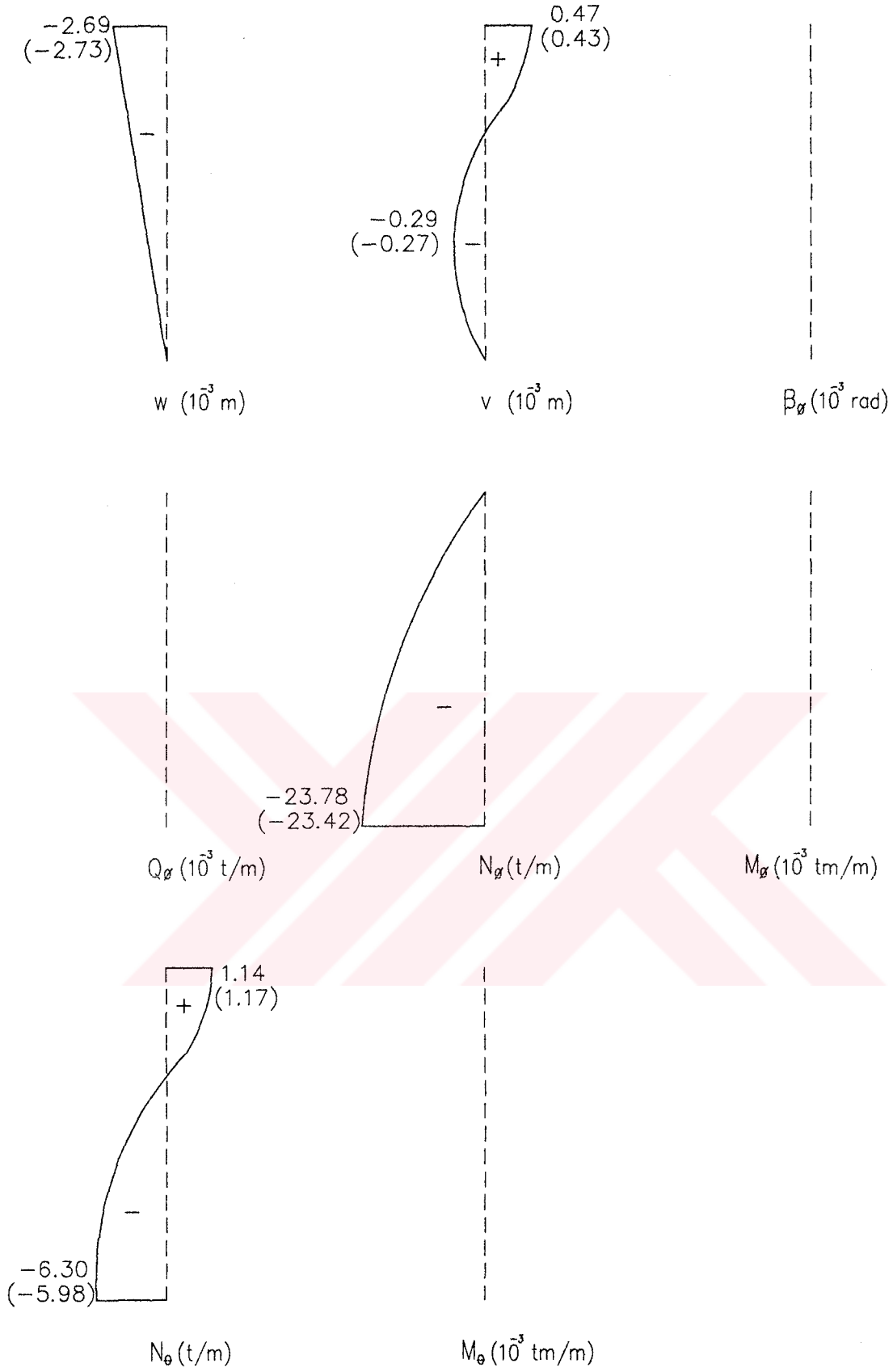
Adım aralığı; eşit ve 114.4/(i-1) kadar alınmıştır. Örnek 2 deki $d\phi \rightarrow dz$ dönüşümü burada da uygulanmış ve Bölüm 3 te sunulan (3.2.1a), (3.2.1b), (3.2.1c), (3.2.1d), (3.2.1e) ve (3.2.1f) denklemlerindeki $d\phi$ diferansiyelleri aynı yöntemle dz ye dönüştürülmüştür. Bu durumda yük matrisinin transpozesi,

$$\{c\}^T = \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -P \ -P \cot\phi_1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ -P \ -P \cot\phi_i \ 0\} \quad (4.25)$$

olacaktır. Sonuçlar Şekil 4.9 da görülmektedir. Burada parantex içindeki değerler Tümen (1995) tarafından integrasyon matrisleri yöntemiyle bulunan sonuçlardır. Tümen (1995) bu değerleri 1:30.19 dakikada bulmuştur. Bu çözümde ise kullanılan bilgisayar zamanı 11.03 saniyedir.



Şekil 4.8: Değişken kalınlıklı döneel hiperboloid



Şekil 4.9: Şekil 4.8' de verilen dönel hiperboloid kabuğa ait kesit tesirleri ve yer değiştirmeler

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, sonlu farklar yöntemi kullanılarak uygun bir bilgisayar programı geliştirilmiş ve bazı dönel simetrik yükleme etkisindeki dönel kabuk problemleri çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar Billington (1975)' un kapalı çözümleri ile Tümene (1995) tarafından integrasyon matrisleri yöntemi yardımıyla bulunan sonuçlarla karşılaştırılmış ve sonuçların çok yakın olduğu görülmüştür. Sonlu farklar yöntemiyle kabuk sistemlerinin çözümü yeni bir yaklaşım olmamakla beraber programlama kolaylığı açısından tercih edilmiştir. Sonlu farklar yöntemine göre cebirsel hale getirilen ilgili diferansiyel denklemlerin bilgisayar programına adapte edilebilmesi kolay olmuştur. Ayrıca sınır koşulları programa kolayca girilmiştir. Söz konusu bilgisayar programı ile diğer yöntemlere göre daha kısa bilgisayar zamanında sonuçlara ulaşılmıştır. Bunun yanısıra adım aralığı eşit alındığından hassas çözümlere ulaşmak için adım aralığını azaltmak gerekmiştir. Bu durumda matris boyutları büyümekte ve bu durum program derleyicisinin kullandığı hafıza alanının belli bir değerden sonra aşılmasına neden olmaktadır. Bu değer standart PC 486 DX2-66 kişisel bilgisayarda 98 aralık olmuştur. Ancak çözülen örneklerde daha büyük adım aralıklarında uygun çözüme ulaşılmıştır. Nokta sayısının artması kesme hatalarını azaltmış ancak yuvarlatma hatalarını arttırmıştır. Yuvarlatma hatalarını azaltmak için ilgili bilgisayar programında çift hassasiyet kullanılmıştır. Bu değer standart PC 486 DX2-66 kişisel bilgisayarda 98 aralık olmuştur. Adım aralığının azalması nokta sayısını arttırmaktadır. Nokta sayısı attıkça kesme hataları azalmış ancak yuvarlatma hataları artmıştır. Yuvarlatma hatalarını azaltmak için ilgili bilgisayar programında çift hassasiyet kullanılmıştır. Dönel simetrik olmayan yükler etkisindeki dönel kabuklarda da sonlu farklar yöntemi (bu defa iki yönlü olarak) kullanılabilir (Başar, 1974; Billington, 1975).

KAYNAKLAR

1. Başar, Y., (1974), Die Numerische Behandlung der Linearen und der Nichtlinearen Biegetheorie von Rotationsschalen, Institut Für Konstruktiven Ingenieurbau Ruhr-Universität Bochum.
2. Billington, D., (1975), Betonarme Kabuk Yapılar, Princeton Üniversitesi. Çev: Doç.Dr. Hasan Karataş, Doç.Dr. Mustafa Pultar. İTÜ Mimarlık Fakültesi yayınları.
3. Fried, I., (1979), Numerical Solution of Differential Equations, Academic Press, New York.
4. Green, A.E., Zerna, W., (1968), Theoretical Elasticity, Oxford.
5. Kalnins, A., (1964), Analysis of Shells of Revolution Subjected to Symmetrical and Nonsymmetrical Loads, Journal of Applied Mechanics, 31, s. 467-476.
6. Love, A.E.H., (1934), A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Fourth Edition, Cambridge.
7. Parnell, T.K., (1984), Numerical Improvement of Asymptotic Solutions and Nonlinear Shell Analysis, Stanford University.
8. Sayar, K., (1970), Dönel Kabukların Diferansiyel Geçiş Matrisleriyle Çözümü, Doçentlik Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi.
9. Thomas, J.W., (1995), Numerical Partial Differential Equations, Springer, New York.
10. Tümene, N., (1995), İnce Dönel Kabukların İntegrasyon Matrisleri Yöntemiyle Statik Hesabı, Yüksek Lisans Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü (yayımlanmamış).
11. Yükseler, F., (1989), İnce Dönel Kabukların Dönel Simetrik Olan ve Olmayan Yükler Altında Statik Hesabı ile İlgili Bir Yaklaşım, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi.

EK. BİLGİSAYAR PROGRAMLARI

Değişik ince dönel kabuk problemlerini, Bölüm 3.1' de anlatıldığı şekilde sonlu farklar yöntemi yardımıyla çözen programlar hazırlanmıştır. Tüm programlar bir ana ve bir alt programdan (DSNQ) oluşmaktadır.

DSNQ cebirsel denklem takımını Gauss eliminasyon yöntemiyle çözen bir alt programdır. Bu alt program gönderilen verileri kullanarak cebirsel denklem takımının çözümünü yapmakta ve sonuçları ana programa aktarmaktadır.



```

DIMENSION A(90,90),B(90),C(90),D(90)
DOUBLE PRECISION R,DEL,K,DS,DC,DCS,FI,FN,PI,G,A,B,C,D
OPEN(7,FILE='D.DAT')
OPEN(6,FILE='CA.DAT')
OPEN(5,FILE='N.DAT')
K=90
FN=K-1
PI=4.D0*DATAN(1.D0)
R=11.314D0
DEL=PI/(FN*4.D0)
DO 11 I=1,K
DO 11 J=1,K
11  A(I,J)=0.D0
A(1,1)=1.D0
C(1)=-1.41425D0
DO 12 I=1,K-1
G=I
FI=DEL*G
DS=DSIN(FI)
DCS=DCOS(FI)
DC=DCS/DS
A(I+1,I)=((-1.D0/DEL)+(2*DC))
C(I+1)=(-1.D0*R*0.25/DS)
WRITE (6,*)C(I),A(I,I)
12  A(I+1,I+1)=1.D0/DEL

CALL DSNQ(A,C,K,KS)
DO 58 I=1,K
WRITE(5,48) I,C(I)
48  FORMAT('N(',I2,')=' ,D16.10)
58  CONTINUE
DO 72 I=1,K
FI=DEL*G
DCS=DCOS(FI)
D(I)=((-1.D0*0.25D0*DCS*R)-C(I))
D(1)=-1.41425D0
WRITE(7,78) I,D(I)
78  FORMAT('D(',I2,')=' ,D16.10)
72  CONTINUE
STOP
END

```

```

SUBROUTINE DSNQ(A,C,N,KS)
DIMENSION A(1),C(1)
DOUBLE PRECISION N,TOL,BIGA,SAVE,A,C
TOL=0.D0
KS=0.D0

```

```

JJ=-N
DO 65 J=1,N
JY=J+1
JJ=JJ+N+1
BIGA=0.D0
IT=JJ-J
DO 30 I=J,N
IJ=IT+I
IF (DABS(BIGA)-DABS(A(IJ))) 20,30,30
20  BIGA=A(IJ)
    IMAX=I
30  CONTINUE
    IF (DABS(BIGA)-TOL) 35,35,40
35  KS=1.D0
    RETURN
40  I1=J+N*(J-2)
    IT=IMAX-J
    DO 50 K=J,N
    I1=I1+N
    I2=I1+IT
    SAVE=A(I1)
    A(I1)=A(I2)
    A(I2)=SAVE
50  A(I1)=A(I1)/BIGA
    SAVE=C(IMAX)
    C(IMAX)=C(J)
    C(J)=SAVE/BIGA
    IF(J-N) 55,70,55
55  IQS=N*(J-1)
    DO 65 IX=JY,N
    IXJ=IQS+IX
    IT=J-IX
    DO 60 JX=JY,N
    IXJX=N*(JX-1)+IX
    JJX=IXJX+IT
60  A(IXJX)=A(IXJX)-(A(IXJ)*A(JJX))
65  C(IX)=C(IX)-C(J)*A(IXJ)
70  NY=N-1
    IT=N*N
    DO 80 J=1,NY
    IA=IT-J
    IB=N-J
    IO=N
    DO 80 K=1,J
    C(IB)=C(IB)-A(IA)*C(IO)
    IA=IA-N
80  IO=IO-1
    RETURN
END

```

```

DIMENSION A(90,90),B(90),C(90),D(90)
DOUBLE PRECISION ULT,Z,DEL,K,DS,DC,DCS,FI,FI1,FI2
DOUBLE PRECISION G,A,B,C,D,RS,RB,QA,QB,QC,QZ,QQ
OPEN(2,FILE='FI.DAT')
OPEN(3,FILE='Y.DAT')
OPEN(4,FILE='G.DAT')
OPEN(7,FILE='D.DAT')
OPEN(5,FILE='N.DAT')
K=90
Z=114.4D0
DEL=Z/(K-1)
DEL=-1.D0*DEL
DO 11 I=1,K
DO 11 J=1,K
11  A(I,J)=0.D0
   A(90,90)=1.D0
   C(90)=0.D0
   DO 12 I=1,K-1
   G=(I-1)*DEL
   WRITE(4,*) G
   QZ=(G-83.65D0)
   FI1=72.10819D0/(DSQRT(1.D0+QZ*QZ/16257.749D0))
   FI2=FI1*QZ/16257.749D0
   FI=DACOS(-1.D0*FI2/(DSQRT(1+FI2*FI2)))
   DS=DSIN(FI)
   ULT=1.D0
   IF (G.GE.83.65D0) ULT=-1.D0
   IF (G.LT.83.65D0) ULT=1.D0
   DCS=ULT*DCOS(FI)
   DC=DCS/DS
   RS=72.10819D0*(DSQRT(1.D0+QZ*QZ/16257.749D0))
   RS=RS-38.90819D0
   QA=DSQRT(1.D0+QZ*QZ/(127.50588D0*127.50588D0))
   QB=1.D0-0.00006151D0*QZ*QZ/(QA*QA)
   QD=DSQRT(1.D0+0.00001967D0*QZ*QZ/(QA*QA))
   RB=1.D0/(-0.00443531D0*QB/(QD*QD*QD*QA))
   A(I,I)=((-1.D0/DEL)+(DC/RS+DC/(RB*DS)))
   C(I)=(-1.D0*0.25D0*(1.D0+DC*DC))
   WRITE(2,*) FI,RB,RS,C(I)
   WRITE(3,*) C(I)
12  A(I,I+1)=1.D0/DEL

CALL DSNQ(A,C,K,KS)
DO 58 I=1,K
WRITE(5,48) I,C(I)
48  FORMAT('N(',I2,')=' ,D16.10)
58  CONTINUE
DO 78 I=1,K
G=(I-1)*DEL*(-1.D0)
QZ=(G-83.65D0)

```

```

FI1=72.10819D0/(DSQRT(1.D0+QZ*QZ/16257.749D0))
FI2=FI1*QZ/16257.749D0
FI=DACOS(-1.D0*FI2/(DSQRT(1+FI2*FI2)))
DS=DSIN(FI)
ULT=1.D0
IF (G.GE.83.65D0) ULT=1.D0
IF (G.LT.83.65D0) ULT=1.D0
DCS=ULT*DCOS(FI)
DC=DCS/DS
RS=72.10819D0*(DSQRT(1.D0+QZ*QZ/16257.749D0))
RS=RS-38.90819D0
QA=DSQRT(1.D0+QZ*QZ/(127.50588D0*127.50588D0))
QB=1.D0-0.00006151D0*QZ*QZ/(QA*QA)
QD=DSQRT(1.D0+0.00001967D0*QZ*QZ/(QA*QA))
RB=1.D0/(-0.00443531D0*QB/(QD*QD*QD*QA))
D(I)=(-1.D0*RS/DS)*((C(I)/RB)+0.25D0*DCS)
WRITE(7,72) I,D(I)
72  FORMAT('D(',I2,')=',D16.10)
78  CONTINUE
STOP
END

```

```

SUBROUTINE DSNQ(A,C,N,KS)
DIMENSION A(1),C(1)
DOUBLE PRECISION N,TOL,BIGA,SAVE,A,C
TOL=0.D0
KS=0.D0
JJ=-N
DO 65 J=1,N
JY=J+1
JJ=JJ+N+1
BIGA=0.D0
IT=JJ-J
DO 30 I=J,N
IJ=IT+I
IF (DABS(BIGA)-DABS(A(IJ))) 20,30,30
20  BIGA=A(IJ)
IMAX=I
30  CONTINUE
IF (DABS(BIGA)-TOL) 35,35,40
35  KS=1.D0
RETURN
40  I1=J+N*(J-2)
IT=IMAX-J
DO 50 K=J,N
I1=I1+N
I2=I1+IT
SAVE=A(I1)
A(I1)=A(I2)
A(I2)=SAVE
50  A(I1)=A(I1)/BIGA

```

```
SAVE=C(IMAX)
C(IMAX)=C(J)
C(J)=SAVE/BIGA
IF(J-N) 55,70,55
55  IQS=N*(J-1)
    DO 65 IX=JY,N
        IXJ=IQS+IX
        IT=J-IX
        DO 60 JX=JY,N
            IXJX=N*(JX-1)+IX
            JJX=IXJX+IT
60  A(IXJX)=A(IXJX)-(A(IXJ)*A(JJX))
65  C(IX)=C(IX)-C(J)*A(IXJ)
70  NY=N-1
    IT=N*N
    DO 80 J=1,NY
        IA=IT-J
        IB=N-J
        IO=N
        DO 80 K=1,J
            C(IB)=C(IB)-A(IA)*C(IO)
        IA=IA-N
80  IO=IO-1
    RETURN
END
```

DIMENSION A(90,90),C(90)

DOUBLE PRECISION R,K,L,DEL,DS,DC,DCS,FI,PI,A,C,QK,PU,QD,DK

OPEN(5,FILE='N.DAT')

K=15

M=6*K

DO 41 I=1,M

C(I)=0.D0

DO 41 J=1,M

A(I,J)=0.D0

41 CONTINUE

C SABIT DE ERLER

DK=K-1

R=11.314D0

QK=216000.D0

PU=1.D0/6.D0

QD=180.D0

PI=4.D0*DATAN(1.D0)

DEL=PI/(DK*4.D0)

DO 15 L=1,K-2

FI=DEL*L

DS=DSIN(FI)

DCS=DCOS(FI)

DC=DCS/DS

A(1,1)=1.D0

A(2,3)=1.D0

A(3,5)=1.D0

A(4,4)=1.D0

A(5,9)=1.D0

A(6,2)=-1.D0

A(6,8)=1.D0

A(7,10)=1.D0

A(8,11)=1.D0

A(9,6)=1.D0

A(M-2,M-5)=1.D0

A(M-1,M-4)=1.D0

A(M,M-3)=1.D0

C(1)=0.D0

C(2)=0.D0

C(3)=0.D0

C(4)=-1.41D0

C(5)=0.D0

C(6)=0.D0

C(7)=-1.41D0

C(8)=0.D0

C(9)=0.D0

C(M-2)=0.D0

C(M-1)=0.D0

C(M)=0.D0

$I=10+(L-1)*6$
 $C(I+3)=-0.25D0*DS*R$
 $C(I+4)=-0.25D0*DCS*R$
 $J=7+(L-1)*6.D0$

C I: SATIR; J: SŞTUN KABUL EDİLDİ.

$A(I,J)=QK/R*1.D0/DEL-QK*PU/R*DC$
 $J=J+1$
 $A(I,J)=QK*(1.D0+PU)/R$
 $J=J+2$
 $A(I,J)=1.D0$
 $J=J+3$
 $A(I,J)=-1.D0*QK/R*1.D0/DEL$

$J=7+(L-1)*6$
 $I=I+1$
 $J=J+2$
 $A(I,J)=-1.D0*QD/R*1.D0/DEL+QD*PU*DC/R$
 $J=J+3$
 $A(I,J)=1.D0$
 $J=J+3$
 $A(I,J)=QD/R*1.D0/DEL$

$J=7+(L-1)*6$
 $I=I+1$
 $A(I,J)=-1.D0/R$
 $J=J+1$
 $A(I,J)=1.D0/R*1.D0/DEL$
 $J=J+1$
 $A(I,J)=1.D0$
 $J=J+5$
 $A(I,J)=-1.D0/R*1.D0/DEL$

$J=7+(L-1)*6$
 $I=I+1$
 $A(I,J)=-QK*DC*DC/R+QK*PU*DC/R*1.D0/DEL$
 $J=J+1$
 $A(I,J)=QK*DC*(1.D0+PU)/R$
 $J=J+2$
 $A(I,J)=-1.D0/DEL+DC$
 $J=J+1$
 $A(I,J)=-1.D0$
 $J=J+2$
 $A(I,J)=-QK*PU*DC/R*1.D0/DEL$
 $J=J+3$
 $A(I,J)=1.D0/DEL$

$J=7+(L-1)*6$
 $I=I+1$
 $A(I,J)=QK*DC/R-QK*PU/R*1.D0/DEL$

```

J=J+1
A(I,J)=-QK*(1.D0+PU)/R
J=J+2
A(I,J)=1.D0
J=J+1
A(I,J)=-1.D0/DEL+DC
J=J+2
A(I,J)=QK*PU/R*1.D0/DEL
J=J+4
A(I,J)=1.D0/DEL

J=7+(L-1)*6
I=I+1
J=J+2
A(I,J)=-QD*DC*DC/R+QD*DC*PU/R*1.D0/DEL
J=J+2
A(I,J)=R
J=J+1
A(I,J)=1.D0/DEL-DC
J=J+3
A(I,J)=-QD*DC*PU/R*1.D0/DEL
J=J+3
A(I,J)=-1.D0/DEL

```

15 CONTINUE

```

CALL DSNQ(A,C,M,KS)
DO 58 I=1,M
WRITE(5,48) I,C(I)
48  FORMAT('N(',I3,')=',D16.10)
58  CONTINUE
STOP
END

```

```

SUBROUTINE DSNQ(A,C,N,KS)
DIMENSION A(1),C(1)
DOUBLE PRECISION TOL,BIGA,SAVE,A,C
TOL=0.D0
KS=0.D0
JJ=-N
DO 65 J=1,N
JY=J+1
JJ=JJ+N+1
BIGA=0.D0
IT=JJ-J
DO 30 I=J,N
IJ=IT+I
IF (DABS(BIGA)-DABS(A(IJ))) 20,30,30
20  BIGA=A(IJ)

```

```

      IMAX=I
30  CONTINUE
      IF (DABS(BIGA)-TOL) 35,35,40
35  KS=1.D0
      RETURN
40  I1=J+N*(J-2)
      IT=IMAX-J
      DO 50 K=J,N
      I1=I1+N
      I2=I1+IT
      SAVE=A(I1)
      A(I1)=A(I2)
      A(I2)=SAVE
50  A(I1)=A(I1)/BIGA
      SAVE=C(IMAX)
      C(IMAX)=C(J)
      C(J)=SAVE/BIGA
      IF(J-N) 55,70,55
55  IQS=N*(J-1)
      DO 65 IX=JY,N
      IXJ=IQS+IX
      IT=J-IX
      DO 60 JX=JY,N
      IXJX=N*(JX-1)+IX
      JJX=IXJX+IT
60  A(IXJX)=A(IXJX)-(A(IXJ)*A(JJX))
65  C(IX)=C(IX)-C(J)*A(IXJ)
70  NY=N-1
      IT=N*N
      DO 80 J=1,NY
      IA=IT-J
      IB=N-J
      IO=N
      DO 80 K=1,J
      C(IB)=C(IB)-A(IA)*C(IO)
      IA=IA-N
80  IO=IO-1
      RETURN
      END

```

DIMENSION A(90,90),C(90)

DOUBLE PRECISION ULT,Z,DEL,K,L,DC,DS,DCS,FI,FI1,FI2,T
 DOUBLE PRECISION G,A,C,E,RS,RB,QA,QB,QC,QD,QZ,QK,QF,QQ,PU
 OPEN(2,FILE='T.DAT')
 OPEN(3,FILE='G.DAT')
 OPEN(4,FILE='MATRIS.DAT')
 OPEN(5,FILE='N.DAT')
 OPEN(6,FILE='Y.DAT')

K=15

M=6*K

DO 11 I=1,M

DO 11 J=1,M

C(I)=0.D0

A(I,J)=0.D0

11 CONTINUE

C SABIT DEGERLER

Z=114.4D0

PU=0.2D0

E=3000000

DO 12 L=1,K-1

DEL=Z/(K-1)

G=(L-1)*DEL

T=0

IF (G.LE.7.49) T=0.48D0

IF (G.GT.7.49.AND.G.LE.16.74) T=0.220D0

IF (G.GT.16.74.AND.G.LE.19.07) T=0.220D0

IF (G.GT.19.07.AND.G.LE.28.40) T=0.210D0

IF (G.GT.28.40.AND.G.LE.30.74) T=0.00468278D0*(G-28.4D0)**3

IF (G.GT.30.74.AND.G.LE.40.16) T=0.180D0

IF (G.GT.40.16.AND.G.LE.42.52) T=0.1769D0

IF (G.GT.42.52.AND.G.LE.52.00) T=0.165D0

IF (G.GT.52.00.AND.G.LE.54.38) T=T-0.00794435D0*(G-52.D0)**2+0.165D0

IF (G.GT.54.38.AND.G.LE.61.54) T=0.150D0

IF (G.GT.61.54.AND.G.LE.65.93) T=T+0.150D0

IF (G.GT.65.93.AND.G.LE.108.26) T=0.140D0

IF (G.GT.108.26) T=T+0.00477459D0*(G-108.26D0)**2+0.140D0

DEL=-1.D0*DEL

G=(L-1)*DEL

IF (G.GE.83.65D0) ULT=-1.D0

IF (G.LT.83.65D0) ULT=1.D0

QZ=(G-83.65D0)

QK=E*T/(1.D0-PU*PU)

QF=E*T*T*T/(12*(1.D0-PU*PU))

FI1=72.10819D0/(DSQRT(1.D0+QZ*QZ/16257.749D0))

FI2=FI1*QZ/16257.749D0

FI=DACOS(-1.D0*FI2/(DSQRT(1+FI2*FI2)))

```

DS=DSIN(FI)
ULT=1.D0
DCS=ULT*DCOS(FI)
DC=DCS/DS
RS=72.10819D0*(DSQRT(1.D0+QZ*QZ/16257.749D0))
RS=RS-38.90819D0
QA=DSQRT(1.D0+QZ*QZ/(127.50588D0*127.50588D0))
QB=1.D0-0.00006151D0*QZ*QZ/(QA*QA)
QD=DSQRT(1.D0+0.00001967D0*QZ*QZ/(QA*QA))
RB=1.D0/(-0.00443531D0*QB/(QD*QD*QD*QA))
WRITE(2,*) T,FI

```

```

A(1,1)=1.D0
A(2,5)=1.D0
A(3,6)=1.D0
A(M-2,M-2)=1.D0
A(M-1,M-1)=1.D0
A(M,M)=1.D0
C(1)=0.D0
C(2)=0.D0
C(3)=0.D0
C(M-2)=0.D0
C(M-1)=0.D0
C(M)=0.D0
WRITE(3,*) G,RS,RB
I=4+(L-1)*6
C(I+3)=-0.25D0
C(I+4)=-0.25D0*DC
J=1+(L-1)*6

```

C I: SATIR; J: SİTUN KABUL EDİLDİ.

```

A(I,J)=QK*DS/DEL-QK*PU*DCS/RS
J=J+1
A(I,J)=QK/RB+QK*PU*DS/RS
J=J+2
A(I,J)=1.D0
J=J+3
A(I,J)=-1.D0*QK*DS/DEL

J=1+(L-1)*6
I=I+1
J=J+2
A(I,J)=-QF*PU*DCS/RS-QF*DS/DEL
J=J+3
A(I,J)=1.D0
J=J+3
A(I,J)=QF*DS

```

$J=1+(L-1)*6$

$I=I+1$

$A(I,J)=-1.D0/RB$

$J=J+1$

$A(I,J)=-DS/DEL$

$J=J+1$

$A(I,J)=1.D0$

$J=J+5$

$A(I,J)=DS/DEL$

$J=1+(L-1)*6$

$I=I+1$

$A(I,J)=-1.D0*((QK*DC*DCS/(RS*RS))-(QK*DC*PU/(RS*RB*DEL)))$

$J=J+1$

$A(I,J)=QK*DC*PU/RS*RB$

$J=J+2$

$A(I,J)=DC/RS-1.D0/DEL$

$J=J+1$

$A(I,J)=-1.D0/RB*DS$

$J=J+2$

$A(I,J)=-QK*DC*PU/(RS*RB*DEL)$

$J=J+3$

$A(I,J)=1.D0/DEL$

$J=1+(L-1)*6$

$I=I+1$

$A(I,J)=((QK*DCS/(RS*RS))-(QK*PU*DS/(RS*DEL)))$

$J=J+1$

$A(I,J)=-1.D0*(QK*DS/(RS*RS)+QK*PU/(RS*RB))$

$J=J+2$

$A(I,J)=1.D0/RB*DS$

$J=J+1$

$A(I,J)=DC/RS-1.D0/DEL$

$J=J+2$

$A(I,J)=QK*PU*DS/RS*DEL$

$J=J+4$

$A(I,J)=1.D0/DEL$

$J=1+(L-1)*6$

$I=I+1$

$J=J+2$

$A(I,J)=-1.D0*((QF*DC*DCS/(RS*RS))-(QF*DCS*PU/RS*DEL))$

$J=J+2$

$A(I,J)=1.D0/DS$

$J=J+1$

$A(I,J)=1.D0/DEL-DC/RS$

$J=J+3$

$A(I,J)=-1.D0*(QF*DCS*PU/RS*(1.D0/DEL))$

$J=J+3$

$A(I,J)=-1.D0/DEL$

```

DO 16 I=1,M
WRITE(6,*) C(I)
DO 17 J=1,M
WRITE(4,*) A(I,J),I,'-',J
17 CONTINUE
16 CONTINUE

CALL DSNQ(A,C,M,KS)
DO 58 I=1,M
WRITE(5,48) I,C(I)
48 FORMAT('N(',I2,')='',D16.10)
58 CONTINUE
STOP
END

```

```

SUBROUTINE DSNQ(A,C,N,KS)
DIMENSION A(1),C(1)
DOUBLE PRECISION TOL,BIGA,SAVE,A,C
TOL=0.D0
KS=0.D0
JJ=-N
DO 65 J=1,N
JY=J+1
JJ=JJ+N+1
BIGA=0.D0
IT=JJ-J
DO 30 I=J,N
IJ=IT+I
IF (DABS(BIGA)-DABS(A(IJ))) 20,30,30
20 BIGA=A(IJ)
IMAX=I
30 CONTINUE
IF (DABS(BIGA)-TOL) 35,35,40
35 KS=1.D0
RETURN
40 I1=J+N*(J-2)
IT=IMAX-J
DO 50 K=J,N
I1=I1+N
I2=I1+IT
SAVE=A(I1)
A(I1)=A(I2)
A(I2)=SAVE
50 A(I1)=A(I1)/BIGA
SAVE=C(IMAX)
C(IMAX)=C(J)
C(J)=SAVE/BIGA
IF(J-N) 55,70,55
55 IQS=N*(J-1)
DO 65 IX=JY,N
IXJ=IQS+IX

```

```
IT=J-IX
DO 60 JX=JY,N
JJX=IXJX+IT
60  A(IXJX)=A(IXJX)-(A(IXJ)*A(JJX))
65  C(IX)=C(IX)-C(J)*A(IXJ)
70  NY=N-1
    IT=N*N
    DO 80 J=1,NY
    IA=IT-J
    IB=N-J
    DO 80 K=1,J
    C(IB)=C(IB)-A(IA)*C(IO)
    IA=IA-N
80  IO=IO-1
    RETURN
END
```



ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	07.07.1973	
Doğum yeri	Kırklareli	
Lise	1987- 1990	Trabzon Lisesi
Lisans	1990- 1995	Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fak. İnşaat Mühendisliği Bölümü.
Yüksek Lisans	1996- 1999	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Müh. Anabilim Dalı, Mekanik Programı

Çalıştığı kurumlar

1995- 1997	Toya İnş. ve San. Tic. AŞ.
1997- 1999	Altınsoy İnş.Proje ve Taahhüt. Ltd. Şti



**T.C. YÖKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**