

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Beton, Yap. Ele. Göç, Rls. Tahq
Edi, İlg. Yak.

DOKTORA TEZİ

Ebrahim K. Vahidi

1991

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BETONARME YAPISAL ELEMAN GÖÇME RİSKLERİNİN
TAHMİN EDİLMESİYLE İLGİLİ YAKLAŞIMLAR

DOKTORA TEZİ
Y.MÜH. EBRAHİM KHALİLZADEH VAHİDİ

DOKTORAYI YÖNETEN ÖĞRETİM ÜYESİ
Prof. ALTAY GÜNDÜZ

İSTANBUL - 1991

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
KÜTÜPHANE DOKÜMANTASYON
DAİRE BAŞKANLIĞI

Kot : R 150
245
Alındığı Yer : Y.T.Ü
Tarih : 28.8.1995
Fatura : -
Fiyatı : 65.000 TL.
Ayniyat No : 1-16
Kayıt No : 51545
UDC :
Ek :

Y.T.Ü.

KÜTÜPHANE DOK. DAL. BAŞKANLIĞI

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	1
ABSTRACT	11
SEMBOLLER VE NOTASYONLAR	111
1 GİRİŞ	1
1.1 Konu	1
1.2 Konuyla ilgili çalışmalara kısa bir bakış	2
1.3 Çalışmanın amacı	3
2 OLASILIKSAL VE İSTATİSTİKSEL TEMEL KAVRAMLAR	4
2.1 Rasgele değişkenlerin fonksiyonları	5
2.2 Rasgele olgulara ilişkin modeller	15
2.3 Parametrelerin tahmin edilmesi	26
2.3.1 Rasgele örnekleme ve noktasal tahmin	27
2.3.2 Ortalama değer ve varyansın aralık tahmini	31
2.3.3 Oran tahmini	36
3 YAPISAL GÜVENİLİRLİK VE İKİNCİ-MOMENT YAKLAŞIMI	38
3.1 Yapısal güvenilirlik	38
3.2 İkinci-moment yaklaşımları	40
3.2.1 Güvenilirlik indeksinin doğrudan belirlenmesi	41
3.2.2 Güvenilirlik indeksinin iterasyonla belirlenmesi	46
3.2.2.1 Durum fonksiyonunun doğrusal olması durumu	57
3.2.2.2 Eşdeğer normal dağılımlar	60
3.2.2.3 Durum fonksiyonunun doğrusal olmaması durumu	63
3.2.3 Durum fonksiyonu değişkenlerinin tasarım değerleri	67

4	GÖÇME OLASILIĞININ MONTE CARLO BENZEŞİMİYLE BELİRLENMESİNE İLİŞKİN BİR YAKLAŞIM	69
4.1	Giriş	69
4.2	Rasgele değişkenlere ilişkin değerlerin bilgisayarla üretilmesi	73
4.2.1	Rasgele sayılar tablosu	73
4.2.2	Rasgele sayı üreticileri	76
4.2.3	Sözde rasgele sayılar	78
4.3	Rasgele değişkenlerin dönüşümü	83
4.3.1	Kesikli rasgele değişkenler	84
4.3.2	Sürekli rasgele değişkenler	87
4.4	Örnek boyutuyla ilgili hata	95
4.5	Varyans azaltıcı teknikler	96
4.6	Monte Carlo yöntemine ilişkin bir uygulama	101
4.7	Özet	107
4.8	Yapısal göçme olasılığının Monte Carlo yöntemiyle belirlenmesine ilişkin akış diyagramları ve bilgisayar programı	110
5	UYGULAMA VE İRDELEMELER	124
5.1	Giriş	124
5.2	Sayısal uygulamalar	125
5.3	İrdelemeler	186
6	SONUÇLAR VE ÖNERİLER	192
	KAYNAKLAR	195
	EKLER	201
E.1	Olasılık tabloları	201
E.2	Yapısal tasarımda kullanılan kısmi güvenlik katsayılarının olasılıksal yolla belirlenmesi	209

E.2.1	Giriş	209
E.2.2	Malzeme mukavemetlerine ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi	210
E.2.3	Zamanla-değişmeyen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi	211
E.2.4	Zamanla-değişen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi	213
E.2.5	Stokastik model belirsizliklerinin değerlendirilmesi	215
E.3	Bilgisayar çıktıları	216
E.3.1	Örnek 5.1 ile ilgili bilgisayar programları ve çıktıları	216
E.3.2	Örnek 5.2 ile ilgili çıktıları	231
E.3.3	Örnek 5.3 ile ilgili çıktıları	234
E.3.4	Örnek 5.4 ile ilgili çıktıları	238
E.3.5	Örnek 5.5 ile ilgili çıktıları	242
E.3.6	Örnek 5.6 ile ilgili çıktıları	244
E.3.7	Örnek 5.7 ile ilgili çıktıları	248

TEŞEKKÜR

ÖZGEÇMİŞ

ÖZET

Yapısal tasarım, davranış ya da durum fonksiyonu adı verilen hesap modellerine dayanılarak yapılır. Hesap modelleriyle yapılan çözümlemelerin yapıların gerçek davranışını yansıtması ya da yansıtmaması, araştırma modellerinin yetkinliğine ve matematiksel işlenilebilirliğinin sağlanması için yapılan basitleştirmenin kapsam ve doğruluğuna bağlıdır. Basitleştirmenin kapsamı ve doğruluğu mühendislik deneyimi ve düşüncesiyle sağlanabilirse de araştırma modellerinin yetkin olup olmaması ancak yapılar üzerinde deney yapılmasıyla belirlenebilir. Ne var ki kimi deneyler yokedicici nitelikte olduğundan gerçek yapılara uygulanamaz. Dolayısıyla bir hesap modeli belirsizliği ortaya çıkar.

Öte yandan araştırma modellerinin ve dolayısıyla hesap modellerinin içerdiği parametreler çoğu zaman rasgele değişkenlerdir. Bir rasgele değişkenle ilgili istatistikler bilinse bile bu değişkene ilişkin belli bir olayın ortaya çıkması ya da çıkmaması konusunda kesin bilgi edinilemez. Ancak olasılıksal bir tahminde bulunulabilir. Dolayısıyla parametrelerin yapısında var olan rasgelelikten kaynaklanan ikinci bir belirsizlik ortaya çıkar.

Model belirsizlikleri değişik teknikler kullanılarak belli bir ölçüde giderilebilirse de parametrelerin rasgele yapısından kaynaklanan belirsizlik kalıcıdır; hiç bir şekilde ortadan kaldırılamaz. Bu nedenle yapısal sistemlerin tasarımında istenmeyen durumların ortaya çıkma olasılığı, risk, her zaman gizil (potansiyel) bir şekilde mevcuttur. Özetle güvenilirlik, ancak göçme olasılığı belirlenerek sağlanabilir.

Bu çalışmada hesap modellerinden kaynaklanan belirsizliğin giderildiği var sayılmış, ve durum fonksiyonlarının içerdiği parametrelere ilişkin pratikte mevcut istatistiksel bilgilerin elverdiği ölçüde, parametrelerin rasgeleliğinden kaynaklanan risk ve dolayısıyla güvenilirlik çeşitli yaklaşımlarla belirlenmiştir.

APPROACHES ON THE ESTIMATION OF FAILURE RISKS OF REINFORCED
CONCRETE STRUCTURAL ELEMENTS

ABSTRACT

Structural design is based upon mathematical models that are called performance functions or state functions. The analysis with mathematical models whether or not reflects the actual behaviour of structures is related with the perfection of research models, and simplification necessary for mathematical tractability on these models. The perfection of research models can only be determined by testing on the actual structures. However, some of the tests are destructive, they can not be applied on actual structures. Therefore, uncertainties arise associated with mathematical models.

On the other hand, the parameters of research models and mathematical models are often random variables. Even if the statistics of a random variable is known, the occurrence or nonoccurrence of specific events associated with the variable with certainty can not be predicted. However, it can be estimated. Therefore a second uncertainty arises due to inherent randomness of parameters.

Even if the uncertainty of models can be partially covered by different techniques; however, uncertainties caused by inherent randomness of parameters, continuously remain, and can not be covered by no means. Hence, probability of an adverse event, risk, is virtually unavoidable in the design of structural system. Finally, structural safety, can only be secured by determining the failure probability.

In this study the uncertainties related with the models are entirely covered by assumptions, and the uncertainties that arise from inherent randomness of parameters, risk, and consequently reliability have been determined by different approaches, based on available statistical data in practice related with the parameters of performance functions.

SEMBOLLER VE NOTASYONLAR

Cov	: Kovaryans
d	: Tasarım değerini belirten alt notasyon
$E(\cdot)$	: Beklenen değer, ortalama değer
e	: Stokastik model belirsizliğini belirten alt notasyon
$F_X(x)$	: X değişkenine ilişkin birikimli dağılım fonksiyonu
$f_X(x)$	: X değişkenine ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu
f	: Malzeme mukavemeti, yükü belirten alt notasyon
G	: Zamanla-değişmeyen yük
k	: Karakteristik değeri belirten alt notasyon
m	: Ortalama değer, malzemeyi belirten alt notasyon
m_X^N	: X değişkeninin eşdeğer normal dağılımına ilişkin ortalama değeri
$\langle m \rangle$	: Ortalama değer in güven aralığı
N	: Normal dağılım
n	: Örnek büyüklüğü, tasarım değişkeni sayısı
P_F	: Göçme olasılığı, göçme riski
P_S	: Kalıcılık olasılığı, güvenilirlik
$\hat{P}$	: P olasılığının tahmini değeri
$\langle P \rangle$	: P olasılığının güven aralığı
Q	: Zamanla-değişen yük
S	: Standart değişken
s	: Standart değişkeninin değeri, standart sapmanın tahmini değeri
U	: Standart üniform değişken
u	: U değişkenine ilişkin rasgele sayılar, TİP I asimptotik dağılımla ilgili yer parametresi

- Var : Varyans (standart sapmanın karesi)
- V : Varyasyon katsayısı ($=\sigma/m$)
- V' : Artırılmış varyasyon katsayısı
- X : Rasgele değişken
- x : X rasgele değişkeninin değeri
- $\underline{x}^*$: Tasarım değerlerinin bileşkesi olan vektör
- $\bar{x}$: X değişkenine ilişkin mod değeri
- x_m : X değişkenine ilişkin medyan değeri
- Z : Durum ya da davranış fonksiyonu; $g(\underline{X})$
- $\bar{Z}$: m_Z nin tahmini değeri
- α : Duyarlılık katsayısı, TİP I asimptotik dağılımla ilgili ölçek parametresi
- β : Güvenilirlik indeksi ($=m/\sigma$), TİP I asimptotik dağılımla ilgili yer parametresi
- γ : Kısmi güvenlik katsayısı, Euler sayısı
- ξ : log-normal dağılıma ilişkin dağılım parametresi
- λ : log-normal ve üssel dağılımlara ilişkin dağılım parametresi
- ρ : Korelasyon katsayısı
- σ : Standart sapma
- σ_X^N : X değişkeninin eşdeğer normal dağılımına ilişkin standart sapması
- $\langle\sigma\rangle$: Standart sapmanın güven aralığı
- $\Phi(\cdot)$: Standart normal dağılıma ilişkin birikimli dağılım fonksiyonu
- $\phi(\cdot)$: Standart normal dağılıma ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu

1. GİRİŞ

1.1. Konu

Yapısal tasarım, geniş kapsamlı teorik ve deneysel çalışmalar sonucu geliştirilen araştırma modellerinin mühendislik deneyimi ve sezgisiyle basitleştirilmesiyle sağlanan limit durum denklemlerine, algoritmalara, bilgisayar programlarına ve benzeri hesap modellerine dayanılarak yapılır. Hesap modelleriyle yapılan çözümlerlerin yapıların gerçek davranışını yansıtması ya da yansıtmaması, araştırma modellerinin yetkinliğine ve yapılan basitleştirmenin kapsamına ve doğruluğuna bağlıdır. Basitleştirmenin kapsamı ve doğruluğu her ne kadar mühendislik tecrübe ve sağduyusuyla belli bir ölçüde sağlanabilirse de araştırma modellerinin yetkin olup olmadığı ancak gerçek yapılar üzerinde deney yapılarak belirlenebilir. Ne var ki bir çok deneyin gerçek yapılara uygulanması mümkün olmaz. Çünkü kimi deneyler yok edicidir; yapıyı kısmen ya da tamamen hasara uğrattırlar. Dolayısıyla bir *hesap modeli belirsizliği* ortaya çıkar[1-4].

Öte yandan araştırma modellerinin ve dolayısıyla hesap modellerinin içerdiği parametreler genellikle rasgele karakterde değişkenlerdir. Bir rasgele değişkenin ortalama değeri, varyansı ve öteki parametreleri bilinse bile, bu değişkene ilişkin belirli bir olayın ortaya çıkması ya da çıkmaması hakkında kesin bir fikir edinilemez. Ancak anılan olaya ilişkin olasılıksal bir tahminde bulunulabilir. Dolayısıyla parametrelerin yapısında var olan rasgelelikten kaynaklanan ikinci bir belirsizlik ortaya çıkar. Ayrıca rasgele değişkenleri temsil eden olasılık modelleri de istatistiksel veri yetersizliği yüzünden yetkin olmayabilir. Bu belirsizlik *stokastik model belirsizliği* terimiyle adlandırılabilir[2-4].

Model belirsizlikleri her ne kadar değişik teknikler[2,3] kullanılarak belli bir oranda giderilebilirse de, parametrelerin yapısındaki rasgelelikten kaynaklanan belirsizlik kalıcıdır; hiç bir şekilde ortadan kaldırılamaz. Başka bir anlatımla

hesap modelleri ne kadar yetkin olursa olsun, belirsizliklerin tümüyle ortadan kaldırılması ancak yapıya etki eden yüklerin mutlak üst sınırı ve yapının mukavemetinin mutlak alt sınırı belirlenerek mümkün olabilir. Oysa rasgele olaylarda bu mutlak kesinlikler belirlenemez. Dolayısıyla yapısal tasarımda *istenmeyen bir durumun ortaya çıkma olasılığı*; başka bir anlatımla *göçme riski* her zaman gizil (potansiyel) bir şekilde mevcuttur. O halde yapısal sistemlerin güvenilirliği ancak anılan risk hesaplanarak belirlenebilir. Örnekse riskin %10 olduğu yerde, güvenilirlik %90 olur.

Bu çalışmada yapısal sistemlerin tasarımında kullanılan hesap modellerinden kaynaklanan belirsizliğin tamamen giderildiği varsayılacak ve bu matematiksel modeller *davranış fonksiyonu* ya da *durum fonksiyonu* terimiyle adlandırılacaktır[5]. Durum fonksiyonların içerdiği rasgele değişkenlerden kaynaklanan belirsizliğin ve dolayısıyla riskin, değişkenlere ilişkin pratikte mevcut istatistiksel bilgilere dayanılarak olasılık teorisi çerçevesinde çeşitli yöntemlerle belirlenmesine çalışılacaktır.

1.2. Konuyla ilgili çalışmalara kısa bir bakış

Günümüzde yapısal tasarımda, kesit kuvvetlerinin mümkün olduğu kadar doğrusal olmayan yöntemlerle belirlenmesi, kesit hesaplarının limit durumlara göre yapılması, ve yapısal güvenirliliğin olasılıksal yöntemlerle belirlenmesi öngörülmektedir[6-8].

Yapısal güvenirliliğin olasılıksal yaklaşımlarla belirlenmesine ilişkin çalışmalar 1940'lardan itibaren yoğun bir şekilde başlamış; bu bağlamda günümüze dek yüzlerce araştırma makalesi yayımlanmıştır[9-31]. Çalışmalar 1970'ten sonra daha da hızlanmış, 1971 yılında "Avrupa Uluslararası Beton Komitesi"nin (CEB) girişimiyle, "Yapısal Güvenirlilik Ortak

Komitesi" (JCSS) adlı uluslararası bir komite kurulmuştur. Daha sonra ilgili komitenin yapısal güvenilirlikle ilgili belirlediği temel ilkeler CEB tarafından yayımlanmış ve CEB in müteakip oturumlarında bu konu ele alınarak tartışılmış ve yeni önerilerde bulunulmuştur[2,6-8,32-35].

Yapısal güvenilirliğin göçme olasılığıyla belirlenmesi Türkiye için güncel ve yeni sayılabilecek bir konu olup bu bağlamda çok az yayın vardır[3,4,36-46].

1.3. Çalışmanın amacı

Yapısal güvenilirlik sorunları özelliklerine ve kapsamlarına göre çeşitli yöntemlerle çözülebilir. Daha belirgin hale gelmeleri ve yöntem seçiminin kolayca yapılabilmesi için bu yöntemler JCSS tarafından *tam-olasılıksal*, *yaklaşık-olasılıksal* ve *yarı-olasılıksal* olmak üzere üç düzeyde sınıflandırılmıştır[32]. 3.düzye ya da *tam-olasılıksal* yöntemler; göçme olasılığının, olasılığı tanımlayan entegrallerin kesin çözümüyle belirlenmesini içerir. 2.düzye ya da *yaklaşık-olasılıksal* yöntemler; göçme olasılığının yaklaşık olarak hesaplanmasını içerir. 1.düzye ya da *yarı-olasılıksal* yöntemler; tasarım değişkenlerine ilişkin karakteristik değerler ve kısmi güvenlik katsayıları kullanılarak güvenilirliğin sağlanmasını içerir. Başka bir anlatımla karakteristik değerler ve kısmi güvenlik katsayıları kullanılarak, limit durum denklemleriyle yapılan hesaplarda, belli bir limit duruma ulaşılması olasılığının çok küçük olmasının sağlanmasına çalışılır, ancak bu olasılık belirlenmez[6-8, 32].

CEB, betonarme yapıların tasarımının limit durum denklemleriyle yapılmasını, gereken durumlarda göçme olasılığının 2. düzey ya da mümkün olan hallerde 3.düzye yöntemlerle denetlenmesini önermektedir[6-8].

Bu çalışmanın ikinci bölümünde yapısal güvenilirliğin belirlenmesiyle ilgili olasılıksal ve istatistiksel kavramlar genel çizgileriyle açıklanacak; üçüncü bölümde göçme olasılığının belirlenmesiyle ilgili 2.düzye yaklaşımlar irdelenecek, dördüncü bölümde anılan olasılığın Monte Carlo benzeşimiyle belirlenmesine ilişkin bir yaklaşım geliştirilecek, beşinci bölüm sayısal uygulamaları ve irdemeleri kapsayacak, ve altıncı bölümde de sonuçlar açıklanacak ve önerilerde bulunulacaktır.

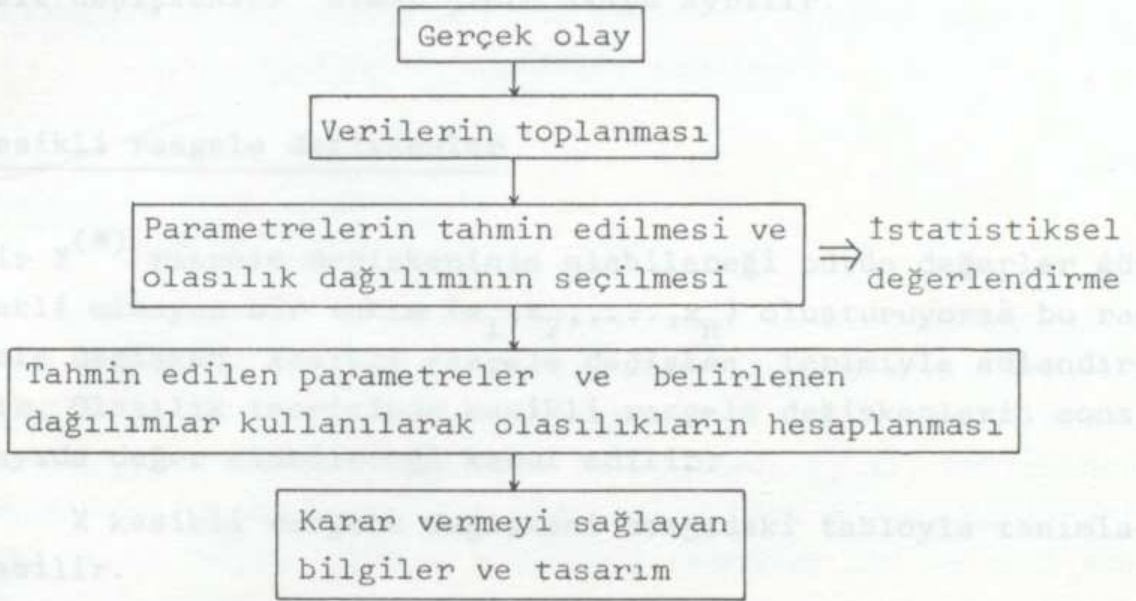
2. OLASILIKSAL VE İSTATİSTİKSEL TEMEL KAVRAMLAR

Önce de belirtildiği gibi bu bölümde yapısal güvenilirliğin sağlanmasında karşılaşılan olasılıksal ve istatistiksel temel kavramlar kısaca irdelenecek ve bazı tanımlamalar yapılacaktır[5,38,40,47-53].

Olasılığın ve istatistiğın yapı mühendisliğindeki önemi

Mühendislik alanında rasgele değişken özellikteki büyüklüklere sık rastlanır. Bir rasgele değişkene ilişkin olasılık dağılım fonksiyonu ve onun içerdiği parametreler biliniyorsa, bu rasgele değişkenle ilintili olayların gerçekleşme ya da gerçekleşmeme olasılıkları hesaplanabilir. Doğal olarak bu olasılık değerleri, ilgili rasgele değişkenlerin dağılım biçimini betimleyen olasılık dağılımlarının ve dağılımların içerdiği parametrelerin bir fonksiyonudur. Dolayısıyla herhangi bir X rasgele değişkeni tanımlayan ortalama değer, m , standart sapma, σ , ve öteki parametrelerin nasıl belirleneceği, ilgili olasılık dağılım fonksiyonunun nasıl seçileceği sorunlarının çözümü büyük önem taşır.

Bu sorunların çözümü genellikle gözlemsel veriler sağlanmasını gerektirir. Örneğin bir gökdelenin tasarımı için gerekli olan maksimum rüzgâr hızı, önceden kaydedilmiş hakim rüzgâr hızları incelenerek belirlenebilir. Böylece elde edilen veriler değerlendirilerek, tasarım için gerekli olasılık modeli oluşturulabilir ve modele ilişkin parametreler tahmin edilebilir. Bu işlemlerin akışı Şekil 2.1 de gösterilmiştir[47]



Şekil 2.1. Karar-verme sürecinde istatistiksel değerlendirmenin rolü

2.1. Rasgele değişkenlerin fonksiyonları

Olasılık ve istatistik konusuna yabancı olanlar, *rasgele değişken* terimini genellikle bir değişkenin, o değişkenle ilgili bir olguda hangi değeri alacağını bilinmediğini ifade etmek için kullanmaktadırlar. Mühendisler ve matematikçiler ise *rasgele değişken* terimini daha belirgin şekilde tanımlarlar: "İstatistiksel değişim gösteren ve belirli bir değeri

alması ya da bir değer aralığında bulunması belirli bir olasılıkla mümkün olabilen değişken". Bir rasgele değişkene ilişkin tek bir deney ya da gözlemle, değişken hakkında fikir edilemez. Çok sayıda deney ya da gözlem yapılması gerekir. Özetle bir rasgele değişken, hangi değerleri alabileceği ve bu değerlere ilişkin olasılıkların ne olduğu belirlenerek tanımlanabilir.

Rasgele değişkenler genel olarak *kesikli ve sürekli rasgele değişkenler* olmak üzere ikiye ayrılır.

Kesikli rasgele değişkenler

Bir $X^{(*)}$ rasgele değişkeninin alabileceği bütün değerler sürekli olmayan bir takım $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ oluşturunca bu rasgele değişken *kesikli rasgele değişken* terimiyle adlandırılır. Olasılık teorisinde kesikli rasgele değişkenlerin sonsuz sayıda değer alabileceği kabul edilir.

X kesikli rasgele değişkeni aşağıdaki tabloyla tanımlanabilir.

$$X \equiv \begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{Bmatrix}$$

$x_1, x_2, \dots, x_n$; X in gerçekleşmesi mümkün değerlerini ve $p_1, p_2, \dots, p_n$ de bu değerlere ilişkin olasılıkları belirtir. Başka bir anlatımla, bir X değişkeninin x_i değerini alma olasılığı p_i olur ve bu olasılık şu şekilde ifade edilir.

$$P_X(x_i) = P_X(X = x_i) = p_i \quad (2.1.1)$$

(*) Standart notasyon olarak, rasgele değişkenler büyük harflerle ve bu değişkenlere ilişkin değerler de aynı harfin küçük yazılımla gösterilir.

Yukarıda verilen tablo *rasgele değişkenin dağılımı* terimiyle adlandırılır. x_i değerleri genellikle keyfidir. Buna karşılık P_i olasılıklarıyla ilgili şu iki koşul gerçekleşmelidir.

1) Bütün P_i değerleri pozitif olmalıdır; $P_i > 0$.

11) Bütün P_i değerlerinin toplamı "bir" e eşit olmalıdır;

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1 .$$

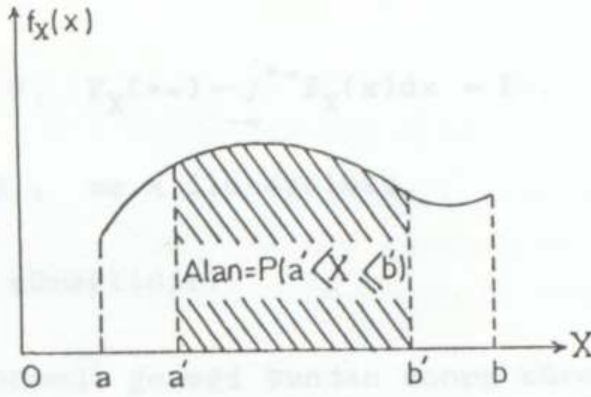
(11) Koşulu şu anlama gelir: Her denemede X kesinlikle $x_1, x_2, \dots, x_n$ takımından bir değer almalıdır.

Sürekli rasgele değişkenler

Bir X rasgele değişkeni belirli bir (a,b) aralığındaki bütün değerleri alıyorsa, *sürekli rasgele değişken* terimiyle adlandırılır. Bir sürekli rasgele değişken, değişim aralığı (a,b) ve *olasılık yoğunluk fonksiyonu*, $f_X(x)$, belirlenerek tanımlanır. $f_X(x)$ teriminin fiziksel anlamı şöyle açıklanabilir: (a,b) içinde kalması koşuluyla herhangi bir (a',b') aralığını gözönüne alalım. Başka bir deyişle $a \leq a'$ ve $b' \leq b$ olsun. Bu durumda X rasgele değişkeninin (a',b') aralığında değer alması olasılığı aşağıdaki entegralle hesaplanabilir.

$$P(a' < X \leq b') = \int_{a'}^{b'} f_X(x) dx \quad (2.1.2)$$

Bu entegral Şekil 2.2 deki taralı alana eşittir. Bir X sürekli rasgele değişkeninin alacağı değerler herhangi bir aralıkta olabilir. Sözelimi $a = -\infty$ olabileceği gibi $b = \infty$ olması da mümkündür. Olasılık teorisinde genellikle sürekli rasgele değişkenlerin $-\infty$ ile $+\infty$ arasında değer alabileceği kabul edilir.



Şekil 2.2. $P(a' < X < b')$ olasılığını belirleyen alan

Olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_X(x)$ olan bir X sürekli rasgele değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonu, $F_X(x)$, aşağıdaki bağıntıyla belirlenir.

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(\xi) d\xi \quad (2.1.3)$$

ξ değişkeni, integralin x limitiyle karışmaması için kullanılmıştır. 2.1.3 bağıntısı kullanılarak, 2.1.2 bağıntısı şöyle ifade edilebilir.

$$P(a' < X < b') = F_X(b') - F_X(a') \quad (2.1.4)$$

Burada önemli bir noktanın anımsatılması yerinde olacaktır. $f_X(x)$ değeri, tek başına bir olasılığı göstermez; gözönüne alınan noktadaki olasılık yoğunluğunu ya da olasılığın şiddetini belirtir. Bu bağlamda $f_X(x)$ fonksiyonu, x ile $x+dx$ arasında sabit kabul edilebilir. Bu durumda değişkenin anılan aralıkta değer alma olasılığı $f_X(x)dx$ olur. Başka bir anlamıyla X değişkeninin belirli bir x değerini alma olasılığı sıfırdır; yalnızca x ile $x+dx$ arasında değer alması sözkonusudur. X değişkenine ilişkin $F_X(x)$ fonksiyonunun aşağıdaki özelliklere sahip olması gerekir.



$$1) F_X(-\infty) = 0, \quad F_X(+\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1.$$

$$11) F_X(x) \geq 0, \quad \text{ve } x \text{ ile azalmaz.}$$

$$111) x \text{ e göre sürekli.}$$

Çalışma konumuz gereği bundan sonra sürekli rasgele değişkenler ele alınacaktır. Gerçi sürekli rasgele değişkenlere ilişkin temel kavramlar hemen hemen tümüyle kesikli rasgele değişkenler için de geçerlidir. Ayrıca *sürekli rasgele değişken* terimi yerine kısaca *rasgele değişken* deyimi kullanılacaktır.

Ortalama değer, mod ve medyan değerleri

Olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_X(x)$ olan bir X rasgele değişkeninin *matematiksel beklentisi*, *beklenen değeri* ya da *ağırlıklı ortalama değeri* -kısaca *ortalama değeri* aşağıdaki bağıntıyla tanımlanır.

$$E(X) = m_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (2.1.5)$$

Bu bağıntı X değişkeninin orijine göre birinci momentini ifade ettiği için, ortalama değer çoğu kez *birinci-moment* terimiyle de adlandırılır. Bir X rasgele değişkeninin genel bir fonksiyonunu, $g(x)$, gözönüne alalım. X in olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_X(x)$ ise, $g(x)$ fonksiyonunun beklenen değeri şu bağıntıyla belirlenir.

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_X(x) dx \quad (2.1.6)$$

Bir X rasgele değişkenine ilişkin *mod değeri*, $\bar{x}$, en büyük olasılık yoğunluğuna sahip olan değerdir. Başka bir anla-

tımla $f_X(\tilde{x}) = \max f_X(x)$ olur. *Medyan* ya da *ortalayan değer*, x_m , ise $F_X(x_m) = 0.5$ ifadesini sağlayan değerdir.

Bir X rasgele değişkenine ilişkin ortalama, mod ve medyan değerleri genellikle farklı olur. Ancak olasılık yoğunluk fonksiyonunun simetrik olması durumunda bu üç değer bir birine eşittir ($m_X = \tilde{x} = x_m$).

Varyans ve Standart sapma

Bir X rasgele değişkeninin ortalama değere göre ikinci momenti $\text{Var}(X)$ ile gösterilen bir beklenen değeri verir. Bu değer, X değişkeninin *varyansı* ya da *ikinci-momenti* terimiyle adlandırılır.

$$\text{Var}(X) = E[(X - m_X)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_X)^2 f_X(x) dx \quad (2.1.7)$$

2.1.7 bağıntısı aşağıdaki gibi de ifade edilebilir [47,48,50].

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 \quad (2.1.8)$$

Varyansın pozitif kareköküne eşit olan ve σ notasyonu ile gösterilen değer *standart sapma* terimiyle adlandırılır.

$$\sigma_X = [\text{Var}(X)]^{1/2} \quad (2.1.9)$$

σ_X / m_X boyutsuz ifadesi varyasyon katsayısı terimiyle tanımlanır.

$$V = \sigma_X / m_X \quad (2.1.10)$$

İstatistiksel ya da olasılıksal bağımsızlık

Bir olayın ortaya çıkması ya da çıkmaması başka bir olayın oluşması olasılığını etkilemiyorsa; bu iki olay *istatistiksel ya da olasılıksal bakımdan bağımsız* kabul edilebilir. Burada matematiksel bağımlılıkla, istatistiksel bağımlılığın aynı olmadığının anımsatılması yerinde olacaktır. Örneğe, X ve Y gibi iki değişken arasında matematiksel ilişki olduğu zaman, kesin bir bağımlılık söz konusudur. Oysa anılan değişkenler arasında istatistiksel bağımlılıktan söz edildiği zaman ilgilenilen konu; iki değişken arasında, genellikle açıkça görülemeyen fakat gözlem sonucu belirlenmesi mümkün olan bağlantıdır. Bu durumda, saptanan istatistiksel ilişkinin gerçekçi olup olmadığına, istatistiksel değerlendirme sonucu belirlenen kimi değerlerin yorumlanmasıyla karar verilir. Şayet iki değişken arasında gerçekten bir istatistiksel bağımlılığın var olduğu kanısına varılırsa, bu bağımlılığın katkısı belirlenir ve olasılık hesaplarına yansıtılır. Aksine durumda, anılan X ve Y değişkenleri istatistiksel olarak bağımsız kabul edilir.

Kovaryans ve korelasyon katsayısı

X ve Y gibi iki rasgele değişkenin orijine göre ortak *ikinci-momenti*, $E(XY)$ ifadesiyle tanımlanır. Anılan değişkenler istatistiksel olarak bağımsızsa, $E(XY)$ ifadesi aşağıdaki gibi olur.

$$E(XY) = E(X)E(Y) \quad (2.1.11)$$

X in ve Y nin, ortalama değerlerine göre ortak ikinci-momenti, X ve Y değişkenlerinin *kovaryansı*, $Cov(X,Y)$, terimiyle adlandırılır.

$$\text{Cov}(X,Y) = E[(X-m_X)(Y-m_Y)] \quad (2.1.12)$$

2.1.12 bağıntısı şu şekilde de ifade edilebilir.

$$\text{Cov}(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) \quad (2.1.13)$$

Yukarıdaki bağıntıyla hesaplanan $\text{Cov}(X,Y)$ nin sıfır olması, X in ve Y nin iki istatistiksel bağımsız değişken olduğunu gösterir.

X ve Y değişkenlerine ilişkin boyutsuz korelasyon katsayısı, ρ , aşağıdaki bağıntıyla tanımlanır.

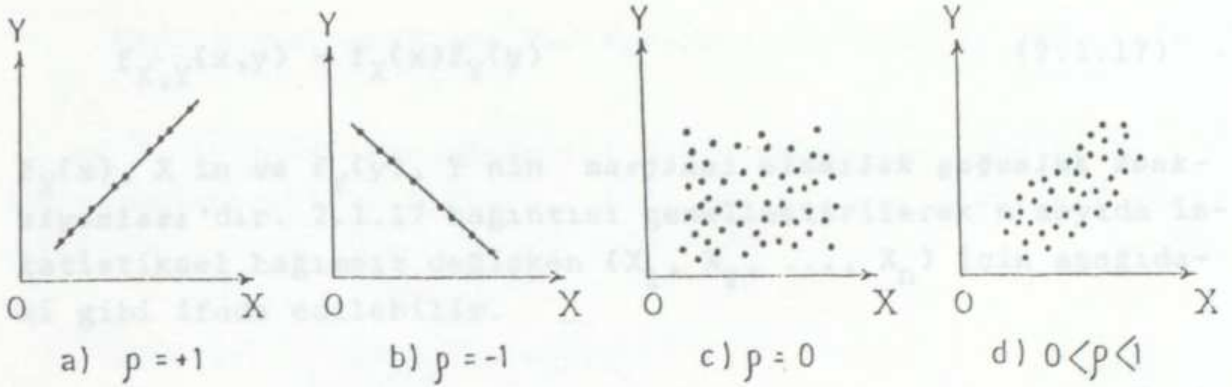
$$\rho = \text{Cov}(X,Y) / (\sigma_X \sigma_Y) \quad (2.1.14)$$

Korelasyon katsayısı -1 ile $+1$ arasında değer alır.

$$-1 \leq \rho \leq +1 \quad (2.1.15)$$

ρ nun $+1$ e eşit olması, X ve Y rasgele değişkenleri arasında pozitif yönlü ve doğrusal bir bağımlılığın var olduğunu gösterir (Şekil 2.3a). ρ nun -1 e eşit olması ise anılan değişkenler arasında negatif yönlü ve doğrusal bir ilişkinin var olduğunu belirtir (Şekil 2.3b). $\rho = 0$ olması değişkenler arasında herhangi bir doğrusal ilişki bulunmadığı anlamına gelir (Şekil 2.3c). Şekil 2.3d de görülen dağılmanın şiddetinin azalması, ρ değerinin artmasına neden olur. Ayrıca X ve Y rasgele değişkenleri arasında doğrusal olmayan tam bir fonksiyonel ilişki bulunsa bile $\rho = 0$ olur.

Sonuç olarak X ve Y gibi iki rasgele değişkenin istatistiksel olarak bağımlılığı ya da bağımsızlığı konusunda şöyle bir yorum yapılabilir: Anılan değişkenlere ilişkin, gözlemsel olarak sağlanan değerler arasında fonksiyonel bir ilişki kurulabiliyorsa, sadece ilişkinin doğrusal olması durumunda bu değişkenler arasında bir istatistiksel bağımlılıktan söz edilebilir. Bu bağımlılığın yönü ve şiddeti, ρ değeri hesaplanarak



Şekil 2.3. Korelasyon katsayısının anlamı

belirlenir. Sözü edilen fonksiyonel ilişkinin kurulamaması ya da kurulsa da bunun doğrusal olmaması durumu, X in ve Y nin istatistiksel olarak bağımsız değişkenler olduğunu gösterir ($\rho = 0$).

Ortak, koşullu ve marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonları

X ve Y gibi iki değişkene ilişkin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu genel şekliyle aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$f_{X,Y}(x,y) = f_{X|Y}(x|y)f_Y(y) \quad (2.1.16a)$$

ya da;

$$f_{X,Y}(x,y) = f_{Y|X}(y|x)f_X(x) \quad (2.1.16b)$$

$f_{X|Y}(x|y)$, X in Y ye göre; ve $f_{Y|X}(y|x)$, Y nin X e göre koşullu yoğunluk fonksiyonları'dır. X ve Y istatistiksel olarak bağımsız değişkenler ise; $f_{X|Y}(x|y) = f_X(x)$ ve $f_{Y|X}(y|x) = f_Y(y)$ olur. Dolayısıyla 2.1.16 bağıntısı aşağıdaki gibi olur.

$$f_{X,Y}(x,y) = f_X(x)f_Y(y) \quad (2.1.17)$$

$f_X(x)$, X in ve $f_Y(y)$, Y nin *marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonları*'dır. 2.1.17 bağıntısı genelleştirilerek n sayıda istatistiksel bağımsız değişken $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ için aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_{X_1}(x_1)f_{X_2}(x_2)\dots f_{X_n}(x_n) \quad (2.1.18)$$

Ortalama değerin ve varyansın önemli özellikleri

a ve b sabit sayılar ise; $Y = aX+b$ fonksiyonunun ortalama değeri ve varyansı şöyle olur.

$$E(Y) = aE(X)+b \quad (2.1.19)$$

$$Var(Y) = a^2 Var(X) \quad (2.1.20)$$

a_1 ve a_2 sabit sayılar ise;

$Y = a_1X_1+a_2X_2$ fonksiyonunun ortalama değeri ve varyansı;

$$E(Y) = a_1E(X_1)+a_2E(X_2) \quad (2.1.21)$$

$$Var(Y) = a_1^2 Var(X_1)+a_2^2 Var(X_2)+2a_1a_2 Cov(X_1, X_2) \quad (2.1.22)$$

$Y = a_1X_1-a_2X_2$ fonksiyonunun ortalama değeri ve varyansı;

$$E(Y) = a_1E(X_1)-a_2E(X_2) \quad (2.1.23)$$

$$\text{Var}(Y) = a_1^2 \text{Var}(X_1) + a_2^2 \text{Var}(X_2) + 2a_1 a_2 \text{Cov}(X_1, X_2) \quad (2.1.24)$$

X_1 ve X_2 istatistiksel bağımsız değişkenler ise, $\text{Cov}(X_1, X_2) = 0$ olur. Dolayısıyla 2.1.22 ve 2.1.24 bağıntıları aşağıdaki şekli alır.

$$\text{Var}(Y) = a_1^2 \text{Var}(X_1) + a_2^2 \text{Var}(X_2) \quad (2.1.25)$$

Genel olarak $Y = \sum_{i=1}^n a_i X_i$ ise (a_i $i = 1, 2, \dots, n$ sabit sayılar), Y fonksiyonunun ortalama değeri ve varyansı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$E(Y) = \sum_{i=1}^n a_i E(X_i) \quad (2.1.26)$$

$$\text{Var}(Y) = \sum_{i=1}^n a_i^2 \text{Var}(X_i) + \sum_{i \neq j}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \text{Cov}(X_i, X_j) \quad (2.1.27)$$

X_i ler istatistiksel olarak bağımsızsa;

$$\text{Var}(Y) = \sum_{i=1}^n a_i^2 \text{Var}(X_i) \quad (2.1.28)$$

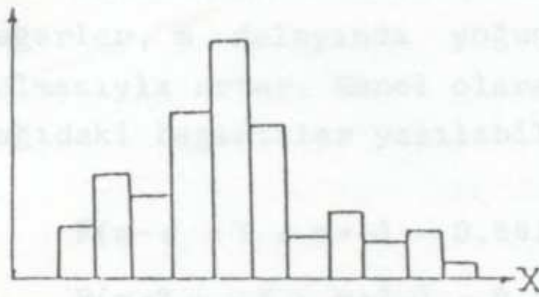
2.2. Rasgele olgulara ilişkin modeller

Uygulamada bir X rasgele değişkeniyle ilgili amprik bilgiler, değişkene ilişkin *histogram*'dan temin edilir. Histogram deneylerden ya da gözlemlerden elde edilen ve rasgele değişkenin belirli değer aralıklarına ilişkin frekanslarını ya da bağıl frekanslarını gösteren diyagramdır (Şekil 2.4a). Rasgele değişkenle, X , ilgili teorik çözümlemeler, değişkenin bağıl

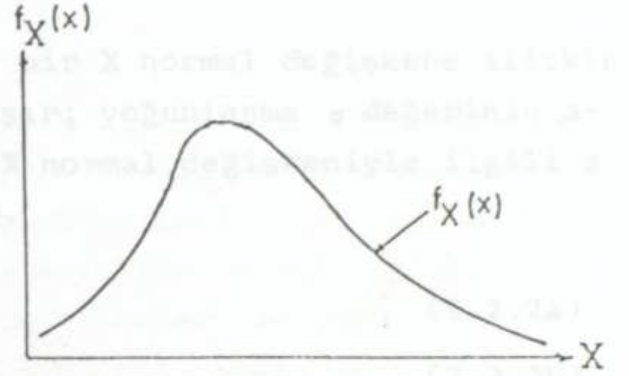
frekans dağılımına uygun bir olasılık yoğunluğu dağılım eğrisi ve bu eğriyi tanımlayan olasılık yoğunluk fonksiyonu, $f_X(x)$ kabul edilerek yapılabilir. Başka bir anlatımla rasgele değişken için teorik bir olasılık dağılımı modeli oluşturulabilir (Şekil 2.4b).

Bu bölümde pratikte sık karşılaşılan ve araştırma konumuzla ilgili bazı önemli olasılık dağılım modelleri ele alınacak ve bunlara ilişkin özet bilgi verilecektir.

Frekans ya da
bağıl frekans



Şekil 2.4a. Histogram



Şekil 2.4b. Olasılık dağılımı

Normal dağılım (Gauss dağılımı)

Olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki bağıntıyla belirli bir X rasgele değişkeni ve değişkenin olasılık dağılımı, sırayla *normal rasgele değişken* ve *normal dağılım* ya da *Gauss dağılımı* terimiyle adlandırılır.

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-m}{\sigma} \right)^2 \right] \quad -\infty < x < \infty \quad (2.2.1)$$

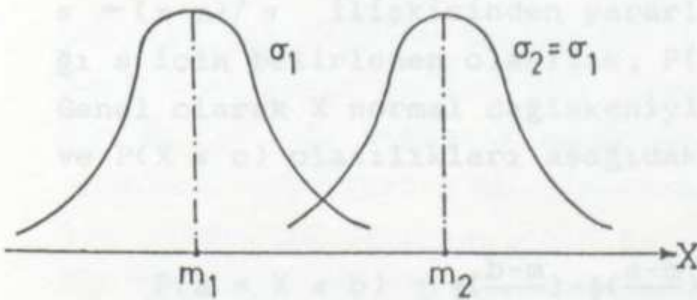
Dağılım parametreleri m ve σ , değişkenin ortalama değerini ve standart sapmasını belirtir. 2.2.1 bağıntısıyla tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonu, $f_X(x)$, ortalama değere göre simetriktir. Dolayısıyla X normal değişkenine ilişkin ortalama değer, m , değişkenin moduna ($\tilde{x}$) ve medyanına (x_m) eşit olur. Normal dağılım kısaca $N(m, \sigma)$ notasyonu ile ifade edilebilir. Bilindiği gibi m (ortalama değer) parametresindeki değişimler $f_X(x)$ eğrisinin biçimini etkilemez, yalnızca eğrinin X ekseninde sağa ya da sola kaymasına neden olur (Şekil 2.5a). Buna karşılık σ parametresindeki değişimler eğrinin biçimini değiştirir (Şekil 2.5b).

Parametreleri m ve σ olan, bir X normal değişkene ilişkin değerler, m dolayında yoğunlaşır; yoğunlaşma σ değerinin azalmasıyla artar. Genel olarak X normal değişkeniyle ilgili aşağıdaki bağıntılar yazılabilir.

$$P(m - \sigma < X \leq m + \sigma) = 0.683 \quad (2.2.2a)$$

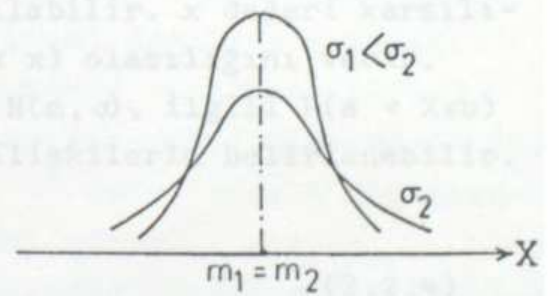
$$P(m - 2\sigma < X \leq m + 2\sigma) = 0.954 \quad (2.2.2b)$$

$$P(m - 3\sigma < X \leq m + 3\sigma) = 0.997 \quad (2.2.2c)$$



Şekil 2.5a. Normal dağılım eğrisi;

$$m_1 < m_2 \text{ ve } \sigma_1 = \sigma_2$$



Şekil 2.5b. Normal dağılım eğrisi;

$$m_1 = m_2 \text{ ve } \sigma_1 < \sigma_2$$

Standart normal dağılım

Parametreleri $m = 0$ ve $\sigma = 1$ olan S normal değişkenine ilişkin olasılık dağılımı, *standart normal dağılım* terimiyle adlandırılır ve $N(0,1)$ notasyonuyla belirtilir. Standart normal değişkene, S , ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$f_S(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{1}{2}\right)s^2\right] \quad -\infty < s < \infty \quad (2.2.3)$$

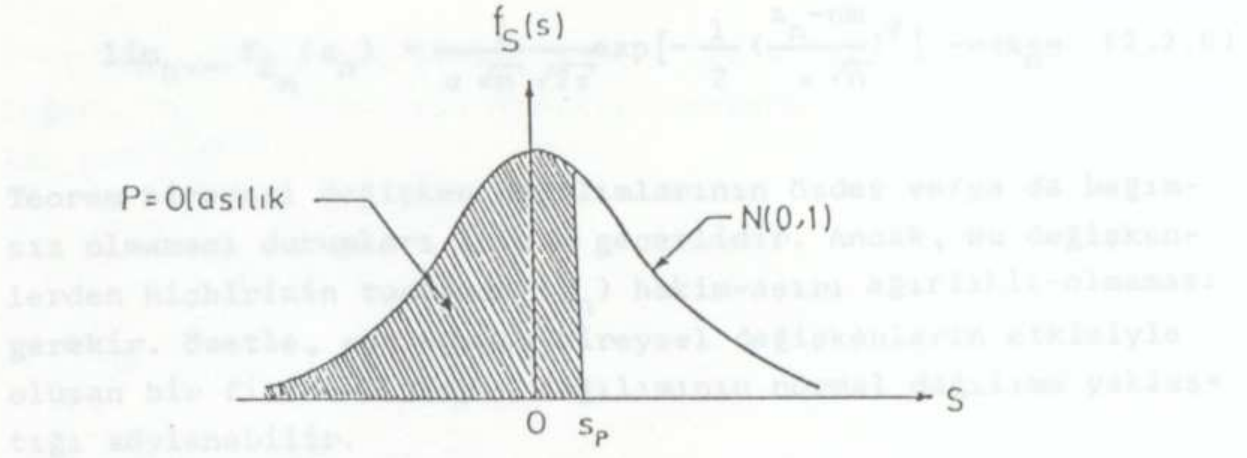
Şekil 2.6. Standart normal yoğunluk fonksiyonu

Standart normal değişkenle ilgili *birikimli olasılık dağılım fonksiyonu*, $F_S(s) = P(S \leq s)$, özel olarak $\Phi(s)$ notasyonu ile belirtilebilir. Çeşitli s değerleri karşılığı $\Phi(s)$ değerleri hesaplanarak tablolar düzenlenebilir. Konuyla ilgili kitaplarda [38,40,47-53] verilen bu tablolar yardımıyla belirli bir s_p değeri karşılığı $\Phi(s_p) = p$ olasılığı, ya da belirli bir p olasılığı karşılığı $s_p = \Phi^{-1}(p)$ değeri belirlenebilir (Şekil 2.6). Öte yandan, $N(m, \sigma)$ olan bir dağılımda $X = x$ için $P(X \leq x)$ olasılığını belirleyen integralin çözümünden kurtulmak için normal değişken ile standart normal değişken arasındaki $s = (x-m)/\sigma$ ilişkisinden yararlanılabilir. x değeri karşılığı s için belirlenen olasılık, $P(X \leq x)$ olasılığını verir. Genel olarak X normal değişkeniyle, $N(m, \sigma)$, ilgili $P(a < X \leq b)$ ve $P(X \leq c)$ olasılıkları aşağıdaki ilişkilerle belirlenebilir.

$$P(a < X \leq b) = \Phi\left(\frac{b-m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-m}{\sigma}\right) \quad (2.2.4)$$

$$P(X \leq c) = \Phi\left(\frac{c-m}{\sigma}\right) \quad (2.2.5)$$

Çoğu olasılıksal problemlerin irdelenmesinde normal rasgele değişkenlere rastlanır. Bunun nedeni, *merkezzel limit teoremi* ile açıklanabilir. Örneğin bir deney sırasında yapılan hata, δ , genellikle normal rasgele değişkendir. Deney sırasın-



Şekil.2.6. Standart normal yoğunluk fonksiyonu

da sistematik (tarafli) hata yapılmamışsa $m = E(\delta) = 0$ olur. Standart sapma $\sigma = \sqrt{\text{Var}(\delta)}$ ise, ölçümleme yöntemindeki standart hatayı (rasgele hata) belirtir.

Merkezzel limit teoremi

Olasılık teorisinin en önemli teoremlerinden biri de, bir rasgele değişkenler toplamının limitteki dağılımına ilişkin *merkezzel limit teoremi*'dir. Teorem şöyle açıklanabilir:

$X_1, X_2, \dots, X_n$ bağımsız ve özdeş olasılık dağılımlarına sahip, ortalama değerleri m ve varyansları σ^2 olan rasgele değişkenler olsun. Bu değişkenlerin toplamını gözönüne alalım;

$Z_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. 2.1.26 bağıntısından; $E(Z_n) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n) = n.m$ olur. X_i değişkenleri bağımsız olduğu için, 2.1.28 bağıntısı gözönüne alınırsa; $\text{Var}(Z_n) = \text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) + \dots + \text{Var}(X_n) = n.\sigma^2$ olur. Dolayısıyla $\sigma_{Z_n} = \sigma\sqrt{n}$ elde edilir. Teoreme göre; limitte, Z_n nin olasılık dağılımı, normal dağılıma yaklaşır.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_{Z_n}(z_n) = \frac{1}{\sigma \sqrt{n} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z_n - nm}{\sigma \sqrt{n}}\right)^2\right] \quad -\infty < z_n < \infty \quad (2.2.6)$$

Teorem bireysel değişken dağılımlarının özdeş ve/ya da bağımsız olmaması durumları için de geçerlidir. Ancak, bu değişkenlerden hiçbirinin toplamda (Z_n) hakim-aşırı ağırlıklı-olmaması gerekir. Özetle, çok sayıda bireysel değişkenlerin etkisiyle oluşan bir fiziksel olayın dağılımının normal dağılıma yaklaştığı söylenebilir.

Özellikler (Logaritmik normal dağılım)

Logaritmik normal dağılım

Bir X rasgele değişkenle ilintili olarak, $\ln X$ in dağılımı normal ise, X in olasılık dağılımı da *logaritmik normal* ya da kısaca *log-normal dağılım* terimiyle tanımlanır. X log-normal değişkene ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \xi \cdot x} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right)^2\right] \quad 0 < x < \infty \quad (2.2.7)$$

Dağılım parametreleri λ ve ξ , $\ln X$ in ortalama değerine, $\lambda = E(\ln X)$, ve standart sapmasına, $\xi = [\text{Var}(X)]^{1/2}$, eşittir. 2.2.4 bağıntısıyla $P(a < X \leq b)$ olasılığı, $s = (\ln x - \lambda)/\xi$ ilişkisi gözönüne alınarak şu şekilde belirlenebilir.

$$P(a < X \leq b) = \Phi\left(\frac{\ln b - \lambda}{\xi}\right) - \Phi\left(\frac{\ln a - \lambda}{\xi}\right) \quad (2.2.8)$$

X log-normal değişkeni her zaman pozitif değerler aldığı için, çoğu kez malzeme mukavemeti, yük vb. rasgele değişkenlerinin benzeşiminde bu dağılım modelinin kullanılması uygun olur.

Dağılım parametreleri, λ ve ξ ile X değişkenin ortalama değeri, m_X , ve varyansı, $\text{Var}(X)$, arasında, aşağıdaki bağıntılar yazılabilir.

$$\lambda = \ln m_X - \frac{1}{2} \xi^2 \quad (2.2.9)$$

$$\xi^2 = \ln [1 + (\sigma_X / m_X)^2] \quad (2.2.10)$$

Üssel dağılım (eksponansiyel dağılım)

Olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki bağıntıyla belirli bir X rasgele değişkeni ve bu değişkenin olasılık dağılımı, sırasıyla, *üssel rasgele değişken* ve *üssel dağılım* terimleriyle adlandırılır.

$$\begin{aligned} f_X(x) &= \lambda e^{-\lambda x} & x &\geq 0 \\ &= 0 & \text{Başka yerde} \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

λ sabit ve pozitif bir parametredir ve $\lambda = 1/E(X)$ bağıntısıyla tanımlanır. X üssel değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonu şöyledir.

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (2.2.12)$$

Standart Uniform dağılım

$(0,1)$ aralığında uniform dağılımlı ve $f_U(u)=1$ olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip bir U rasgele değişkenine, *standart uniform değişken* denir. U değişkeninin birikimli dağılım

fonksiyonu şöyledir. $F_U(u) = u$ (2.2.13)

Ekstrem değerler

Olasılıksal problemlerin irdelenmesinde çoğu zaman, rasgele değişkenlere ilişkin maksimum ya da minimum; başka bir ifadeyle *ekstrem değerler*'in belirlenmesi gerekebilir. Bir topluma (popülasyon) ait bütün değerler bilinirse, bu topluma ilişkin ekstrem değerler kesinlikle belirlenebilir. Ne var ki pratikte ekstrem değerlerinin belirlenmesi genellikle toplumdan, büyüklüğü n olan bir örnek sağlanarak yapılır. Aynı toplum için, çeşitli örneklerden farklı ekstrem değerlerinin bulunacağı açıktır. Dolayısıyla, ekstrem değerler, onlara özgü olasılık dağılımları ve dağılım parametreleri olan bir rasgele değişken gibi tasarlanabilir. Toplumu temsil eden X rasgele değişkenine ilişkin birikimli dağılım fonksiyonu, $F_X(x)$, biliniyorsa, bu değişkenle ilgili ekstrem değerlerinin birikimli dağılım fonksiyonları ve olasılık yoğunluk fonksiyonları belirlenebilir. Bu amaçla, anılan toplumdan sağlanan n büyüklüğündeki $x_1, x_2, \dots, x_n$ örneğini gözönüne alalım. $x_1, x_2, \dots, x_n$ değerleri örnekten örneğe değişebileceği için, rasgele değişkenler gibi düşünülebilir. Dolayısıyla X toplumuna ilişkin ekstrem değerlerin, bu toplumdan sağlanan ve büyüklüğü n olan bir örnekten belirlenmesi konu edildiğinde, $X_1, X_2, \dots, X_n$ rasgele değişkenlerinin maksimum ve minimumunun belirlenmesi amaçlanır; $Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$, $Y_1 = \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

Örnek değerleri rasgele örnekleme yoluyla sağlanıyorsa; başka bir deyişle her örnek değeri toplumdan rasgele sağlanıp, incelendikten sonra topluma geri veriliyorsa; $X_1, X_2, \dots, X_n$ değişkenleri istatistiksel olarak bağımsız ve X toplumuyla

özdeş olasılık dağılımına sahip olurlar. Bu durumda en büyük ekstrem değerin, Y_n , birikimli dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibi olur.

$$F_{Y_n}(y) = [F_X(y)]^n \quad (2.2.14)$$

Y_n nin olasılık yoğunluk fonksiyonu ise şöyle belirlenir.

$$f_{Y_n}(y) = \frac{\partial F_{Y_n}(y)}{\partial y} = n[F_X(y)]^{n-1} f_X(y) \quad (2.2.15)$$

En küçük ekstrem değer, Y_1 , için;

$$F_{Y_1}(y) = 1 - [1 - F_X(y)]^n \quad (2.2.16)$$

$$f_{Y_1}(y) = n[1 - f_X(y)]^{n-1} f_X(y) \quad (2.2.17)$$

Yukarıdaki bağıntılardan görüleceği gibi, en büyük ve en küçük ekstrem değerler, Y_n ve Y_1 , için belirlenen $F_{Y_n}(y)$, $f_{Y_n}(y)$, $F_{Y_1}(y)$ ve $f_{Y_1}(y)$ fonksiyonları, tümüyle X toplumunun olasılık dağılımına bağlıdır. Bu bağlamda, farklı olasılık dağılımlarına sahip toplumların, ekstrem değerlerinin olasılık dağılımlarıyla ilgili fonksiyonların kolay ve sistemli bir şekilde belirlenmesi için tanınmış ilk istatistikçiler tarafından araştırmalar yapılmıştır; örneğe, Fisher ve Tippett(1927), Gnedenko (1943) gibi [5,54]. Bu araştırmalar, n örnek boyutunun büyük olması ve özellikle sonsuza yaklaşması halinde, $F_{Y_n}(y)$ ve $f_{Y_n}(y)$ ya da $F_{Y_1}(y)$ ve $f_{Y_1}(y)$ fonksiyonlarının limitteki ifadelerinin ya da asimptotik ifadelerinin belirlenmesine yönelik olmuştur.

Bir topluma ilişkin ekstrem değerlerin asimptotik dağılımları, anılan toplumun olasılık dağılımının ilgili ekstrem değer doğrultusundaki uç (kuyruk) kısmının biçimine (davranışına) büyük ölçüde bağlıdır. Toplum dağılımının orta kısmının,

asimptotik dağılımlar üzerindeki etkisi çok azdır. Bununla birlikte asimptotik dağılımlarına ilişkin parametreler, toplum dağılımının biçimine bağlı olur [5].

Gumbel (1958), uygulamada en sık karşılaşılan ekstrem değerlere ilişkin asimptotik dağılımları, ilgili toplumun ilgililenilen ekstrem değer doğrultusundaki uç kısmının biçimine bağlı olarak; *TİP I, TİP II ve TİP III asimptotik dağılımlar* olmak üzere üç sınıfa ayırmıştır [5,55]. Bir topluma ilişkin en büyük ya da en küçük ekstrem değer için asimptotik dağılımı, ilgili toplumun olasılık yoğunluğu dağılım eğrisinin bu ekstrem değer doğrultusundaki uç kısmının limitsiz ve üssel olması durumunda TİP I e; limitsiz ve polinom olması durumunda TİP II ye; limitli, başka bir anlatımla sonlu bir üst sınıra ya da alt sınıra sahip olması durumunda TİP III asimptotik dağılımına yaklaşır. Örneğe, normal (Gauss) dağılımlı bir X rasgele değişkenine ilişkin en büyük ya da en küçük ekstrem değer için asimptotik dağılımı, en büyük değer için ya da en küçük değer için TİP I asimptotik dağılımına yaklaşır. Üssel ya da log-normal dağılımlı bir X değişkeninin en büyük ekstrem değer için asimptotik dağılımı, en büyük değer için TİP I asimptotik dağılımına yaklaştığı halde; en küçük değer için, X değişkeninin $x = 0$ ile sınırlı olduğu için, TİP III asimptotik dağılıma yaklaşır. Bu bağlamda, bir X rasgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonunun uç kısmı biçiminin belirgin olmaması durumunda, bunun üssel ya da polinom olduğunu belirlemek için bağıntılar geliştirilmiştir. Burada konumuz gereği, sadece en büyük ekstrem değer için TİP I asimptotik dağılımla ilgili kısa bilgi verilecektir.

En büyük değer için TİP I asimptotik dağılım

En büyük değer için TİP I asimptotik dağılımın birikimli dağılım fonksiyonu şöyledir.



$$F_{X_n}(x) = \exp[-e^{-\alpha(x-\beta)}] \quad (2.2.18)$$

α ve β , sırayla, *ölçek* (scale) ve *yer* (location) parametreleri, X_n ekstrem değişken. β , ilgilenilen orijinal X toplumunun *karakteristik en büyük değeri*'dir. Karakteristik en büyük değer, mümkün olabilen en büyük değerlerin yoğunlaşma merkezi yerinin belirlenmesi için uygun bir ölçüdür. Bir X orijinal değişkenine ilişkin büyüklüğü n olan bir örnek için, keyfi bir x değerinden büyük olan örnek değerlerinin beklenen sayısı $n[1-F_X(x)]$ dir. Bu bağlamda karakteristik en büyük değer, β , orijinal X toplumundan sağlanan ve büyüklüğü n olan bir örnekte, β dan büyük olması beklenen örnek değerleri sayısı "bir" e eşit özel bir X değeri olarak tanımlanır; $n[1-F_X(\beta)] = 1.0$ ya da $F_X(\beta) = 1-(1/n)$. β , aynı zamanda X_n ekstrem değişkeninin modal (en olası) değeridir. $1/\alpha$, X_n nin dağılışına ilişkin bir ölçek parametresidir.

X_n ekstrem değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu şöyledir.

$$f_{X_n}(x) = \alpha e^{-\alpha(x-\beta)} \exp[-e^{-\alpha(x-\beta)}] \quad (2.2.19)$$

Dağılım parametreleri β ve α ile X_n değişkeninin ortalama değeri, m_X , ve standart sapması, σ_{X_n} , arasında aşağıdaki ilişkiler yazılabilir.

$$\beta = m_X - \frac{\gamma}{\alpha}, \quad m_{X_n} = \beta + \frac{\gamma}{\alpha} \quad (2.2.20)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\sqrt{6} \sigma_{X_n}}, \quad \sigma_{X_n} = \frac{\pi}{\sqrt{6} \alpha} \quad (2.2.21)$$

$\gamma = 0.577216....$; Euler sayısı.

$S = \alpha (X_n - \beta)$ değişken dönüşümü yapılarak, parametreleri

$\beta = 0$ ve $\alpha = 1$ olan standart ekstrem değişken elde edilebilir; $m_S = \gamma$, $\sigma_S = \pi/\sqrt{6}$. S, standart ekstrem değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonu ve olasılık yoğunluk fonksiyonu şöyle olur.

$$F_S(s) = \exp(-e^{-s}) \quad (2.2.22)$$

$$f_S(s) = e^{-s} \exp(-e^{-s}) \quad (2.2.23)$$

Standart ekstrem değişken, standart normal değişkene benzer kolaylığı sağlar. Başka bir anlatımla, S değişkeninin çeşitli değerlerine karşılık gelen birikimli olasılıklar 2.2.22 bağıntısıyla hesaplanarak tablolar düzenlenebilir[5,48]. Bu tablolar yardımıyla da herhangi bir X_n ekstrem değişkenine ilişkin birikimli olasılıklar aşağıdaki bağıntıyla belirlenebilir.

$$F_{X_n}(x) = F_S[\alpha(x - \beta)] \quad (2.2.24)$$

2.3. Parametrelerin tahmin edilmesi

Parametrelerin tahmini genellikle *noktasal* ve *aralıksal* olmak üzere ikiye ayrılır. *Noktasal tahmin* gözlemsel olarak elde edilen veri takımından yararlanılarak ilgili toplumun parametrelerine ilişkin tek bir değerin tahmin edilmesidir. *Aralıksal tahmin* ise, parametrenin, belirli bir güvenle bulunabileceği bir aralığın tahmin edilmesidir.



2.3.1. Rasgele Örneklem ve noktasal tahmin

Bir olasılık modelinin parametreleri, ilgili toplumdan sağlanan gözlemsel veriler takımı esas alınarak değerlendirilir, ya da tahmin edilir. Bu şekilde elde edilen veri takımı, topluma ilişkin bir örnek oluşturur. Dolayısıyla bir örnekten sağlanan bir parametre değeri, toplum parametresinin *tahmincisi* olur. Kısaca, toplum parametrelerinin kesin değerleri genellikle bilinemez; olsa olsa bu değerler, toplumdan *örneklem* yapılarak tahmin edilebilir.

Bir toplumdan sağlanan bir örneğe ilişkin değerlerin her zaman *rasgele örneklem* yoluyla oluşturulduğu kabul edilir. Başka bir anlatımla, örneğe ait değerlerin birbirinden bağımsız olduğu ve her örnek değerinin oluşturulmasında toplum dağılımının değişmediği; incelenen birimin topluma tekrar geri verildiği kabul edilir. Bu şekilde belirlenen örnek değerlerine dayanılarak parametreler çeşitli yöntemlerle tahmin edilebilir. Bunların içerisinde en çok kullanılan yöntemler, *momentler yöntemi* ve *maksimum olabilirlik yöntemi*'dir.

Noktasal tahminde bazı özelliklerin bulunması gereklidir. Bu özellikler, *tarafsızlık* (eğilimsizlik), *kararlılık* (değişmezlik), *etkililik* ve *yeterlilik*'tir. Bir tahmincinin beklenen değeri ilgili parametreye eşitse o tahminciye, parametrenin *tarafsız hatası olmayan* (sistemik hata) tahmincisi denir. Dolayısıyla tarafsızlık; tahminci değerler ortalamasının parametrenin gerçek değerine eşit olması demektir. Fakat bu bireysel tahminci değerlerinin, parametrenin gerçek değerine yaklaştığı anlamına gelmez. Öte yandan *kararlılık* özelliği, örnek büyüklüğü n , sonsuza yaklaştığı zaman tahmincinin, parametrenin gerçek değerine yaklaştığını ifade eder. Başka bir anlatımla, örnek boyutunun büyümesiyle tahminci hatanın azalacağını belirtir. *Etkililik*, tahmincinin varyansıyla ilgilidir. θ_1 ve θ_2 gibi sadece varyansları farklı iki tahminciyi gözönüne alalım. $\text{Var}(\theta_1) < \text{Var}(\theta_2)$ ise θ_1 in θ_2 den daha çok etkili tahminci olduğu söylenebilir. *Tahmincinin yeterlili-*

gi ise, örneğin içerdiği bilgilerin parametrenin tahmin edilmesine elverişli olmasıdır.

Ne var ki pratikte, yukarıda belirtilen özelliklerin tümüne sahip bir tahminciye çok seyrek rastlanır. Dolayısıyla uygulamada bu özelliklerin mümkün olduğu kadar sağlanılmasına çalışılır.

Momentler yöntemi

Ortalama değer ve varyans (birinci ve ikinci moment) bir rasgele değişkenin temel belirleyicileridir. Bazı önemli olasılık dağılım modellerine ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonları ve parametreleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Dağıtım	Olasılık yoğunluk fonksiyonu	Parametreler	Ortalama değer ve varyansla ilgili bağıntılar
Normal	$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right]$ $-\infty < x < \infty$	m, σ	$E(X) = m$ $Var(X) = \sigma^2$
Log-normal	$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right)^2\right]$ $x \geq 0$	λ, ξ	$E(X) = \exp\left(\lambda + \frac{1}{2}\xi^2\right)$ $Var(X) = E^2(x)[e^{\xi^2} - 1]$
Üssel	$f_X(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda}$ $x \geq 0$	λ	$E(X) = \lambda$ $Var(X) = \lambda^2$
Uniform	$f_X(x) = \frac{1}{b-a}$ $a < x < b$	a, b	$E(X) = (a+b)/2$ $Var(X) = \frac{1}{12}(b-a)^2$

Bu tablodan görüleceği gibi, bir dağılımın parametreleri, bir örnekten sağlanan ortalama değer ve varyans kullanılarak ilgili bağıntılarla tahmin edilebilir. Başka bir ifadeyle, örnek momentleri rasgele değişkenin ilgili momentlerinin tahmin edilmesinde kullanılabilir. Bir X rasgele değişkenin ortalama değeri ve varyansı, sırayla, X ve $(X - m_X)^2$ nin ağırlıklı ortalaması olduğuna göre, n büyüklüğünde bir örnek için $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, örnek ortalaması $(\bar{x})$ ve örnek varyansı (s^2) aşağıdaki bağıntılarla belirlenebilir.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.3.1)$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.3.2)$$

O halde $\bar{x}$ ve s^2 , sırayla, toplumun ortalama değerinin, m , ve varyansının, σ^2 , noktasal tahminleri olur. Rasgele değişkenin ortalama değeri ve varyansı böylece tahmin edildikten sonra, değişkenin olasılık dağılımının parametreleri belirlenebilir. 2.3.2 bağıntısıyla tahmin edilen varyansın taraflı olduğu Freund (1962) tarafından kanıtlanmıştır [47,56]. Bu taraflılık, n yerine $n-1$ terimi kullanılarak ortadan kaldırılabilir. Dolayısıyla varyansın tarafsız, başka bir deyişle sistematik hatası olmayan tahmini aşağıdaki bağıntıyla hesaplanabilir.

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.3.3)$$

n örnek boyutunun yeterince büyük olması halinde 2.3.2 ve 2.3.3 bağıntılarıyla hesaplanan varyans değerleri arasındaki farkın ihmal edilebilecek kadar küçük olacağı açıktır.

Maksimum olabilirlik yöntemi

Daha önce değinildiği gibi, momentler yöntemiyle parametreler dolaylı yolla tahmin edilebilir. Buna karşılık *maksimum olabilirlik yöntemi* ile parametrelerin nokta tahminleri doğrudan sağlanabilir. Olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x; \theta)$ olan bir X rasgele değişkeni gözönüne alalım. (θ , üssel fonksiyondaki λ gibi bir parametre olabilir). X toplumundan sağlanan $x_1, x_2, \dots, x_n$ gözlem takımının *olabilirlik fonksiyonu* aşağıdaki bağıntıyla tanımlanır.

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) \quad (2.3.4)$$

Olabilirlik fonksiyonunu maksimum yapan $\hat{\theta}$ değeri ise, θ parametresinin, *maksimum olabilirlikli tahmincisi* olur. İki ya da daha fazla parametrelili olasılık yoğunluk fonksiyonları için *olabilirlik fonksiyonu* aşağıdaki gibi olur.

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) \quad (2.3.5)$$

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$, tahmin edilmesi gereken m sayıda parametre. Olabilirlik fonksiyonunu maksimum yapan ve dolayısıyla m sayıda olabilirlikli tahminci olan $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_m$ değerleri, aşağıdaki m sayıdaki denklemin ardışık çözülmesiyle belirlenir.

$$\frac{\partial L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)}{\partial \theta_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.3.6)$$

Belirlenen $\hat{\theta}_j$ ($j = 1, 2, \dots, m$) değerlerinin her zaman θ_j ($j = 1, 2, \dots, m$) parametrelerinin maksimum olabilirlikli tahmincisi olacağı Hoel (1962) tarafından kanıtlanmıştır [47,57]. Olabilirlik fonksiyonun yapısı nedeniyle çoğu kez kendisi yerine logaritmasının maksimum yapılması daha uygun olur. Bu durum

için 2.3.6 bağıntısı yerine aşağıdaki bağıntı kullanılır.

$$\frac{\partial \log L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)}{\partial \theta_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.3.7)$$

Bir parametrenin maksimum olabilirlikli tahmini, bir tahminciye aranan ve daha önce belirtilen özelliklerin çoğunu taşır. Özellikle n örnek boyutunun büyük olması halinde maksimum olabilirlikli tahmincinin en iyi tahmini vereceği ve minimum varyansa sahip olacağı söylenebilir.

2.3.2. Ortalama değer ve varyansın aralık tahmini

Buraya kadar ortalama değer ve varyansın noktasal olarak nasıl tahmin edileceği konusuna değinilmiştir. Ne var ki parametrelerin noktasal tahmininde, tahminin güven derecesi hakkında bilgi edinilemez. Bu bakımdan noktasal tahmini daha anlamlı hale getirmek için ilgili parametrenin içerisinde bulunduğu değer aralığının belirlenmesi uygun olur. Böyle bir aralığa *güven aralığı*, aralığın bitim değerlerine *güven sınırları* ve tahmin yöntemine de *aralıksal tahmin yöntemi* denir.

Ortalama değer aralık tahmini

Bir toplum ortalamasının μ , tahmincisi olarak, bu toplumdan rasgele sağlanan $x_1, x_2, \dots, x_n$ gibi bir örneğe ilişkin ortalama değer $\bar{x}$, kullanılır. Aynı toplumdan alınan başka örnek değerleri anılan örnek değerlerinden farklı olacağına

göre , ilgili toplumdan rasgele oluşturulan bütün örneklerin $X_1, X_2, \dots, X_n$ gibi n sayıda bağımsız rasgele değişkene ait olduğu düşünülebilir. Dolayısıyla rasgele oluşturulan bir örneğin, $X_1, X_2, \dots, X_n$ rasgele değişkenlerine ilişkin bir değerler takımı oluşturur. Ayrıca rasgele örneklemede; $X_1, X_2, \dots, X_n$ rasgele değişkenlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonları ve dolayısıyla ortalama değerleri ve varyansları, toplumun (X) olasılık yoğunluk fonksiyonu, ortalama değeri ve varyansı ile aynı olacaktır.

$$f_{X_1}(x_1) = f_{X_2}(x_2) = \dots = f_{X_n}(x_n) = f_X(x) \quad (2.3.8)$$

Böylece bir rasgele değişkenin örnek ortalaması da rasgele değişken olur.

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2.3.9)$$

$\bar{X}$ nin beklenen değeri şöyledir.

$$E(\bar{X}) = E\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m$$

$$E(\bar{X}) = \frac{1}{n} \cdot n \cdot m = m \quad (2.3.10)$$

Örnek ortalaması $\bar{X}$ nin beklenen değeri toplum ortalamasına, m, eşit olduğuna göre $\bar{X}$, toplum ortalamasının tarafsız tahmincisidir.

$\bar{X}$ rasgele değişken olduğu için varyansı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\text{Var}(\bar{X}) = \text{Var}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) = \frac{1}{n^2} \text{Var}\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) \quad (2.3.11)$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$ istatistiksel olarak bağımsız olduğu için;

$$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \text{Var}(X_i) = \frac{1}{n^2} (n \cdot \sigma^2) = \frac{\sigma^2}{n} \quad (2.3.12)$$

2.3.10 ve 2.3.12 bağıntılarına göre örnek ortalaması $\bar{X}$ nin ortalama değeri m ve standart sapması $\sigma/\sqrt{n}$ olur. Şimdi $\bar{X}$ rasgele değişkeninin dağılımını belirlemeye çalışalım. n sayıda bağımsız normal dağılım toplamının da normal olacağı bilinmektedir. O halde esas toplumun (X rasgele değişkenine ilişkin toplum) normal olması halinde, $\bar{X}$ nin dağılımı da normal olacaktır. Ayrıca, örnek boyutunun, n , yeterince büyük olması halinde, X toplumunun dağılımı normal olmasa bile, merkezzel limit teoremine göre, $\bar{X}$ nin dağılımının normale yaklaştığı söylenebilir[47].

O halde n örnek boyutunun büyük olması halinde $\bar{X}$ nin dağılımının genellikle normal olduğu kabul edilebilir; $N(m, \sigma/\sqrt{n})$. Bu dağılım karşılığı standart normal değişken $(\bar{X}-m)/(\sigma/\sqrt{n})$ olur. Dolayısıyla $(\bar{X}-m)/(\sigma/\sqrt{n})$ nin belirli bir aralıkta (örneğin $\pm 1,96$ gibi) kalması ihtimali şu şekilde hesaplanabilir:

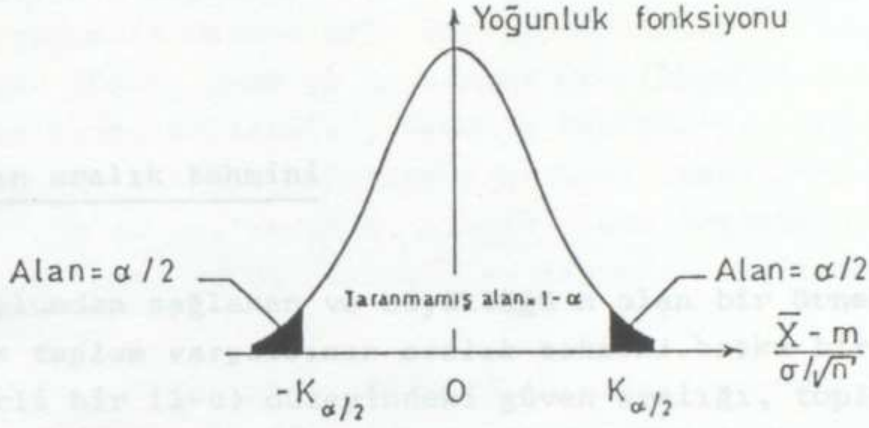
$$P(-1,96 < \frac{\bar{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}} \leq 1,96) = \Phi(1,96) - \Phi(-1,96) = 2\Phi(1,96) - 1 = 0,95.$$

Genel olarak, belirli bir *güven düzeyi* $(1-\alpha)$ ile ve standart normal değişkenin, $\alpha/2$ ve $(1-\alpha/2)$ birikimli olasılık düzeyleri karşılığı değerleri $\pm k_{\alpha/2}$ ile gösterilirse, aşağıdaki ifade yazılabilir (Şekil 2.7).

$$P(-k_{\alpha/2} < \frac{\bar{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}} \leq k_{\alpha/2}) = 1-\alpha \quad (2.3.13)$$

Yukarıdaki bağıntı yeniden düzenlenir, deney sonucu elde edilen örnek ortalaması $\bar{x}$ yerine konulursa bağıntı şu şekli alır.

$$P(\bar{x} - k_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + k_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha \quad (2.3.14)$$



Şekil 2.7. $(\bar{X}-m)/(\sigma/\sqrt{n})$ nin yoğunluk fonksiyonu

Şu halde, büyüklüğü n olan bir örnek alınarak tahmin edilen aralık en uygun şekilde şöyle yorumlanabilir: "Tahmin edilen aralık, m bilinmeyen toplum ortalamasını $(1-\alpha)$ güven düzeyinde içerir". Böyle bir aralığa, m nin $(1-\alpha)$ düzeyindeki güven aralığı denir ve aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\langle m \rangle_{1-\alpha} = (\bar{x} - k_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + k_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) \quad (2.3.15)$$

Yukarıdaki bağıntıyla belirlenen güven sınırları, standart sapması, σ , bilinen normal dağılımlı toplum için tam olarak geçerlidir. Toplum dağılımının normal (Gauss) olmaması ya da topluma ilişkin standart sapmanın, büyüklüğü n olan bir örnekten sağlanan tahmincisinin kullanılması halinde, 2.3.15 bağıntısıyla belirlenen güven sınırları yaklaşık olur. Bununla birlikte, bu yaklaşıklığın duyarlılığı, örnek büyüklüğü artırırlarak sağlanabilir.

2.3.15 bağıntısından görüleceği gibi aynı $(1-\alpha)$ güven düzeyi için toplum standart sapmasının, σ , azalması ve/ya da n örnek boyutunun büyümesi, m nin güven aralığının daralmasını ve dolayısıyla tahminin duyarlılığının artmasını sağlar.

Varyansın aralık tahmini

Toplumdan sağlanan ve büyüklüğü n olan bir örnek temel alınarak toplum varyansının aralık tahmini, başka bir anlatımla belirli bir $(1-\alpha)$ düzeyindeki güven aralığı, toplum ortalamasının aralık tahmini için yapılan işlemlerin benzeri yapılarak belirlenebilir.

Örnek boyutunun, n, yeterince büyük olması halinde 2.3.3 bağıntısıyla bulunan s^2 tahmincisi kullanılarak toplum varyansının, σ^2 , $(1-\alpha)$ düzeyindeki güven aralığı belirlenebilir.

$$\langle \sigma^2 \rangle_{1-\alpha} = \left(\frac{s^2}{1+k_{\alpha/2} \sqrt{2/(n-1)}} ; \frac{s^2}{1-k_{\alpha/2} \sqrt{2/(n-1)}} \right) \quad (2.3.16)$$

Toplum ortalaması ve toplum varyansı güven sınırlarının belirlenmesiyle ilgili aşamalar şu şekilde özetlenebilir.

1. Güven düzeyi $(1-\alpha)$ seçilir.
2. $k_{\alpha/2}$ değeri standart normal dağılımına ilişkin tablolardan [47,48] alınır.

$$k_{\alpha/2} = \Phi^{-1}(1-\alpha/2) \quad (2.3.17)$$

3. Büyüklüğü n olan bir örnekten sağlanan $\bar{x}$ ve s^2 , 2.3.15 ve 2.3.16 bağıntılarında yerlerine konularak toplum ortalamasına ve varyansına ilişkin güven aralığı bulunur.

2.3.3. Oran tahmini

Mühendislik problemlerinin çözümünde çoğu kez, bir olaya ilişkin bağımsız denemelerle varılan sonuçların, önceden belirlenmiş bir düzeyi aşma ya da aşmama olasılığının belirlenmesi sorunuyla karşılaşılabilir. Örneğe bir barajın tasarımı için ilgili su havzasında, geçmişteki belirli zaman periyotları (yıl gibi) içinde su seviyesinin, o baraj için öngörülen güvenli su düzeyini aşma ya da aşmama olasılığının belirlenmesi gerekli olabilir.

Bu tür problemlerin çözümü için yapılan denemelerin her bağımsız aşaması, ilgili olayın sonucunun olumlu ya da olumsuz olmasına bağlı olarak sadece iki durumdan oluşur. Olumlu durum "bir" sayısı ile ve olumsuz durum "sıfır" sayısı ile tanımlanabilir. Ayrıca her bağımsız deneme aşamasında, olumlu durumun oluşma olasılığı, P , sabit kabul edilirse; n sayıda bağımsız deneme sonucunda, $X_1, X_2, \dots, X_n$ gibi n sayıda bağımsız ve özdeş dağılımlı kesikli rasgele değişkenin olduğu düşünülebilir.

$$X_i = \begin{cases} 1 & 0 \\ P & (1-P) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$ rasgele değişkenlerin bir değer takımı $x_1, x_2, \dots, x_n$, büyüklüğü n olan bir örnek oluşturur.

P olasılığının maksimum olabilirlikli tahminci'si şöyledir.

$$\hat{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2.3.18)$$

2.3.18 bağıntısından görüleceği gibi, P olasılığın noktasal tahmincisi, $\hat{P}$, n sayıda bağımsız deneme sonucunda oluşan olumlu durumların sayısı ile, deneme sayısının, n , oranına eşittir.

$\hat{P}$ nin ortalama değeri aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$E(\hat{P}) = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(X_i)$$

Bağıntıdaki $E(X_i)$ terimi;

$$E(X_i) = \sum_{j=1}^2 x_{ij} P_{X_i}(x_{ij}) = 1(P) + 0(1-P) = P$$

Dolayısıyla;

$$E(\hat{P}) = \frac{1}{n} (n P) = P \quad (2.3.19)$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$ bağımsız değişkenler olduğu için, $\hat{P}$ nin varyansı;

$$\text{Var}(\hat{P}) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \text{Var}(X_i) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n [E(X_i^2) - E^2(X_i)]$$

Bağıntıdaki $E(X_i^2)$ terimi;

$$E(X_i^2) = \sum_{j=1}^2 x_{ij}^2 P_{X_i}(x_{ij}) = 1^2(P) + 0^2(1-P) = P$$

0 halde:,

$$\text{Var}(\hat{P}) = \frac{1}{n^2} n(P - P^2) = \frac{P(1-P)}{n} \quad (2.3.20)$$

n nin yeterince büyük olması halinde, $\hat{P}$ nin olasılık dağılımı normale yaklaşır. Ayrıca P olasılığın yerine, büyüklüğü n

olan bir örnekten sağlanan $\hat{P}$ tahmincisi kullanılarak $\text{Var}(\hat{P})$ hesaplanabilir.

Bu durumda P olasılığın $(1-\alpha)$ düzeyindeki güven aralığı;

$$\langle P \rangle_{1-\alpha} = \left\{ \hat{P} - k_{\alpha/2} \left[\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n} \right]^{1/2} ; \hat{P} + k_{\alpha/2} \left[\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n} \right]^{1/2} \right\} \quad (2.3.21)$$

Burada $k_{\alpha/2}$, standart normal değişkenin, $(1-\alpha/2)$ birikimli olasılığına karşılık gelen değeridir $[k_{\alpha/2} = \Phi^{-1}(1-\alpha/2)]$.

3. YAPISAL GÜVENİLİRLİK VE İKİNCİ-MOMENT YAKLAŞIMLARI

3.1. Yapısal güvenilirlik

Bir yapısal sistemin güvenilirliği en genel anlamda, sistemin amaçlanan hizmet süresince, öngörülen performansı (olumlu davranışı) gösterme olasılığıyla tanımlanır. Yapısal sisteme ilişkin güvenilirliğin belirlenmesi ancak karşıtı olan riskin belirlenmesiyle mümkündür. Başka bir anlatımla, bu iki zıt anlamlı olasılık terimleri bir bütün oluşturur. Bu da "bir" değerindeki bir alanla betimlenebilir. O halde, kalıcılık olasılığı (güvenilirlik) ve göçme olasılığı (risk), sırayla, P_S ve P_F terimleriyle ifade edilirse, $P_S + P_F = 1$ olur.

Yapısal sistemlere ilişkin mukavemet ve yük ya da yük etkisi fonksiyonları genellikle çok sayıda değişkeni içerir. Bu nedenle, yapısal sistemin davranışını yansıtan ve bu değişkenlerin tümünü içeren, bir matematiksel model geliştirilebilir. Model, durum fonksiyonu ya da davranış fonksiyonu terimiyle adlandırılabilir[5].

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = g(\underline{X}) \quad (3.1.1)$$

Z , sistemin durum fonksiyonu ; $X_1, X_2, \dots, X_n$ ise sistemin tasarım değişkenleridir. Sistemin davranışını belirgin bir hale getirmek için $Z = 0$ ile sınırlandırılabilir. Bu durum sistemin limit durumu'nu belirtir. $Z = 0$, geometrik olarak n boyutlu bir yüzeydir. Bu yüzeye limit durum yüzeyi ya da göçme yüzeyi denir. Limit durum yüzeyinin bir tarafı güvenli bölge'yi, $Z > 0$, öteki tarafı ise güvensiz bölge'yi, $Z < 0$, gösterir. Bu nedenle, $X_1, X_2, \dots, X_n$ tasarım değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ biliniyorsa,

$$P_F = \int_{Z < 0} \dots \int f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

$$P_S = \int_{Z > 0} \dots \int f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

3.2. İkinci-moment yaklaşımları

P_F ve P_S kısaca şöyle ifade edilebilir.

$$P_F = \int_{Z < 0} f_{\underline{X}}(\underline{x}) d\underline{x} \quad (3.1.2)$$

$$P_S = \int_{Z > 0} f_{\underline{X}}(\underline{x}) d\underline{x} \quad (3.1.3)$$

$\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, sistemin tasarım değişkenlerinin vektörel birleşkesi; $f_{\underline{X}}(\underline{x})$ durum fonksiyonu değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu.

Göçme ve kalıcılık olasılıklarının 3.1.2 ve 3.1.3 bağıntılarıyla bulunması ideal çözümdür. Ne var ki bu bağıntılarla hesap yapılabilmesi için durum fonksiyonu değişkenlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonlarını belirleyen istatistiksel bilgi-

lerin sağlanmış olması gerekir. Oysa pratikte, anılan değişkenlerle ilgili mevcut istatistiksel bilgiler çoğu zaman, değişkenlerin ortalama değerleriyle, m_X , ve standart sapmalarıyla, σ_X , sınırlı kalmaktadır. Ayrıca bu yoğunluk fonksiyonlar bilinse bile, çok sayıda değişkeni içeren karmaşık bir durum fonksiyonuna ilişkin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonun hesaplanması, çözümü güç çok katlı entegral hesabını gerektirir. Özetle bugün için anılan bağıntılarla yapısal tasarımda güvenilirliğin sağlanması pek mümkün değildir. Gelecekte yaygın olarak kullanılmaları ise, durum fonksiyonlarının içerdiği değişkenlerin olasılık dağılımının bilinmesine ve geniş kapsamlı bilgisayar programlarının hazırlanmasına bağlıdır.

Göçme ve kalıcılık olasılıklarının 3.1.2 ve 3.1.3 bağıntılarıyla belirlenmesi, JCSS nin güvenilirlik yöntemleri sınıflandırmasında 3. düzey yöntemlere (tam olasılıksal yöntemler) girer [32].

3.2. İkinci-moment yaklaşımları

Önce de değinildiği gibi riskin, P_F , ve dolayısıyla güvenilirliğin, P_S , tam ve kesin olarak belirlenmesi istatistiksel bilgi ve verilerin yetersizliği ve ayrıca matematiksel çözüm zorluğu nedeniyle bugün için pek mümkün değildir.

Yapısal güvenilirliğin belirlenmesiyle ilgili, mevcut istatistiksel bilgiler genellikle durum fonksiyonu değişkenlerinin ortalama değerleri ve varyanslarıyla (birinci ve ikinci momentler) sınırlıdır. Bu bakımdan güvenilirliğin belirlenmesi, değişkenlerin birinci ve ikinci momentlerine dayalı yaklaşımlarla sınırlı kalmaktadır. Bu yaklaşımlar *ikinci-moment yaklaşımları* adıyla anılabilir [5,19,21,48].

İkinci-moment yaklaşımlarıyla güvenilirliğin belirlenmesi, tasarım değişkenlerinin birinci ve ikinci momentlerinin

fonksiyonu olan *güvenilirlik indeksi* , β , yardımıyla sağlanabilir. Güvenilirliğin bu yolla belirlenmesi, JCSS nin güvenilirlik yöntemleri sınıflandırmasında 2. düzey yöntemlere (yaklaşık olasılıksal yöntemler) girer [32].

3.2.1. Güvenilirlik indeksinin doğrudan belirlenmesi

Yapısal sistemlerin davranışını belirleyen $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = g(\underline{X})$ durum fonksiyonları genellikle doğrusal olmayan fonksiyonlardır. Olasılık teorisine göre $Z = g(\underline{X})$ fonksiyonunun ortalama değeri ve varyansı (birinci ve ikinci momentleri) sırayla aşağıdaki bağıntılarla hesaplanabilir [47,48,50].

$$m_Z = E(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\underline{X}) f_{\underline{X}}(\underline{x}) d\underline{x} \quad (3.2.1)$$

$$\sigma_Z^2 = \text{Var}(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} [g(\underline{X}) - E(Z)]^2 f_{\underline{X}}(\underline{x}) d\underline{x} \quad (3.2.2)$$

Ne var ki uygulamada veri yetersizliği ve matematiksel çözüm zorluğu nedeniyle bu bağıntıların kullanılması pek mümkün olmamaktadır. Pratik amaçlarla Z nin ortalama değerinin ve varyansının belirlenmesi, doğrusal olmayan durum fonksiyonunun, idealleştirilerek doğrusallaştırılmasıyla sağlanabilir.

Birinci-mertebe yaklaşım

$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ durum fonksiyonu değişkenlerin ortalama değerlerine ($m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}$) göre Taylor serisine açılır.



$$Z = g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}) + \sum_{i=1}^n (X_i - m_{X_i}) (\partial g / \partial X_i | m) + \\ + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (X_i - m_{X_i}) (X_j - m_{X_j}) (\partial^2 g / \partial X_i \partial X_j | m) + \dots$$

Serideki doğrusal terimler gözönüne alınır, diğer terimler ihmal edilirse, $Z = g(\underline{X})$ fonksiyonu birinci-mertebe yaklaşımla belirlenmiş olur.

$$Z \approx g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}) + \sum_{i=1}^n (X_i - m_{X_i}) (\partial g / \partial X_i | m) \quad (3.2.3)$$

Türevler ortalama değerlere, m_{X_i} , göre değerlendirilir.

Z nin ortalama değeri şu bağıntıyla belirlenir.

$$m_Z = E(Z) \approx E[g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}) + \sum_{i=1}^n (X_i - m_{X_i}) (\partial g / \partial X_i | m)]$$

Sabit sayının ortalama değeri, o sayının kendisine eşittir. O halde 2.1.26 bağıntısıyla;

$$m_Z = E(Z) \approx g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}) + \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i | m) E(X_i - m_{X_i}) \\ \approx g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}) + \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i | m) (m_{X_i} - m_{X_i})$$

Sonuç olarak Z nin ortalama değeri;

$$m_Z = E(Z) \approx g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}) \quad (3.2.4)$$

Z nin varyansı ise;

$$\sigma_Z^2 = \text{Var}(Z) = \text{Var}[g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}) + \sum_{i=1}^n (X_i - m_{X_i})(\partial g / \partial X_i | m)]$$

Sabit sayının varyansı sıfırdır. X_i değişkenleri istatistiksel olarak bağımsız (*) değişkenler olduğu için 2.1.28 bağıntısıyla $\text{Var}(Z)$ belirlenir.

$$\sigma_Z^2 = \text{Var}(Z) = \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i | m)^2 \text{Var}(X_i) \quad (3.2.5)$$

Yaklaşım, Taylor açılımının doğrusal olmayan terimleri de gözönüne alınarak geliştirilebilir. İkinci-mertebe yaklaşık ortalama değer açılımın üç terimi kullanılarak belirlenebilir.

$$m_Z = E(Z) = g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}) + (1/2) \sum_{i=1}^n (\partial^2 g / \partial X_i^2) \text{Var}(X_i) \quad (3.2.4b)$$

Varyansın ikinci-aşama yaklaşımı, bireysel değişkenlerin üçüncü ve dördüncü momentlerini içerir. Öte yandan, bireysel değişkenlere ilişkin bilgiler genellikle, bunların ortalama değerleriyle ve varyanslarıyla sınırlıdır. Bu bakımdan, $E(Z)$

(*) Bu çalışmada rasgele değişkenler istatistiksel olarak bağımsız kabul edilmiştir. Başka bir anlatımla değişkenler arasındaki korelasyonlar ihmal edilmiştir.

ve $\text{Var}(Z)$ nin, sırayla, 3.2.4b ve 3.2.5 bağıntılarıyla hesaplanması önerilir [4,47].

$\text{Var}(Z)$ yi veren 3.2.5 bağıntısını yorumlayalım. Bağıntı, durum fonksiyonun içerdiği her X_i değişkenin, Z nin dağılışı-na katkıda bulunduğunu, katkının, X_i nin varyansı ve $(\partial g / \partial X_i | m)^2$ katsayısıyla orantılı olduğunu gösterir. Bu bağlamda Z deki değişmelerin X_i deki değişmelerden duyarlanma derecesi boyutsuz bir *duyarlılık katsayısı* 'yla, α_i , ifade edilebilir [5,14, 15,20,32,58] .

$$\alpha_i = [(\partial g / \partial X_i | m) \sigma_{X_i}] / \left[\sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i | m)^2 \sigma_{X_i}^2 \right]^{1/2}$$

Ya da kısaca;

$$\alpha_i = [(\partial g / \partial X_i | m) \sigma_{X_i}] / \sigma_Z \quad (3.2.6)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \quad \text{olduğu gösterilebilir.}$$

Merkezzel limit teoremine göre, bireysel X_i değişkenlerinin olasılık dağılımları normal olmasa bile, bu değişkenlerden hiçbiri durum fonksiyonu varyansını aşırı ölçüde etkilemiyorsa, $Z = g(X)$ fonksiyonunun olasılık dağılımının normal dağılıma yaklaştığı kabul edilebilir [47,48]. O halde sorun olasılık dağılımı, ortalama değeri ve varyansı bilinen Z durum fonksiyonunun, $Z \leq 0$ ya da $Z > 0$ olma olasılığının hesaplanmasıdır.

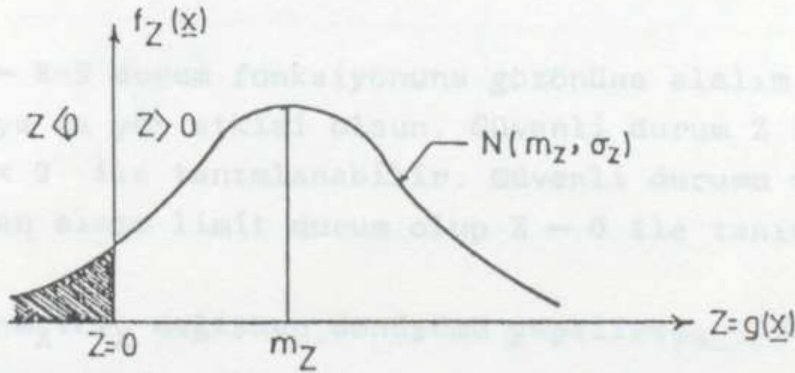
Göçme olasılığı

Ortalama değeri m_Z ve standart sapması σ_Z olan normal dağılımlı $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = g(\underline{X})$ durum fonksiyonunun olasılık dağılımı Şekil 3.1 de gösterilmiştir. Limit duruma ulaşma olasılığını, $P(Z \leq 0)$, şekildeki taralı alan belirler. Göçme olasılığı 2.2.5 bağıntısıyla aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Şekil 3.2).

$$P_F = P(Z \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - m_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi\left(-\frac{m_Z}{\sigma_Z}\right) \quad (3.2.7)$$

Z nin varyasyon katsayısının evriği olan m_Z/σ_Z terimi *güvenilirlik indeksi*, β , olarak tanımlanır. Bu nedenle göçme olasılığı, P_F , aşağıdaki gibi de ifade edilebilir.

$$P_F = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (3.2.8)$$



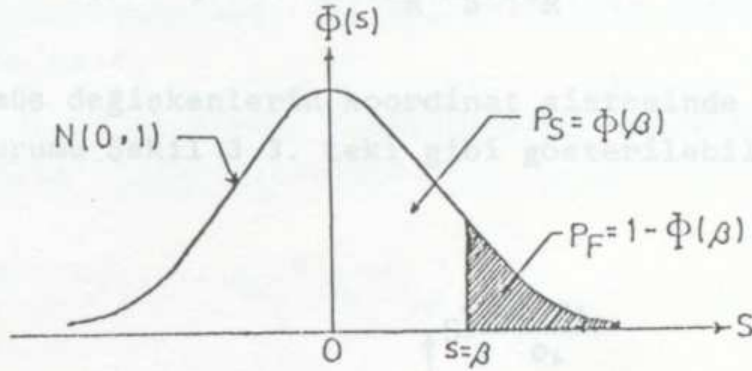
Şekil 3.1. Durum fonksiyonu olasılık dağılımı $N(m_Z, \sigma_Z)$

P_F , standart normal dağılımının birikimli olasılıklarını, $\Phi(s)$, veren tablolar kullanılarak belirlenebilir [47, 48, 50].

Kalıcılık olasılığı (Güvenilirlik)

Göçme olasılığı, P_F , bilindiğine göre, kalıcılık olasılığı, P_S , şöyle hesaplanır (Şekil 3.2).

$$P_S = 1 - P_F = \Phi(\beta) \quad (3.2.9)$$



Şekil 3.2. Standart normal dağılımı; $N(0,1)$

3.2.2. Güvenilirlik indeksinin iterasyonla belirlenmesi

$Z = R - S$ durum fonksiyonunu gözönüne alalım. R , mukavemet ; S , yük ya da yük etkisi olsun. Güvenli durum $Z > 0$ ve göçme durumu $Z < 0$ ile tanımlanabilir. Güvenli durumu ve göçme durumunu ayıran sınır limit durum olup $Z = 0$ ile tanımlanır.

$X' = (X - m_X) / \sigma_X$ değişken dönüşümü yapılırsa;

$$R' = (R - m_R) / \sigma_R, \quad S' = (S - m_S) / \sigma_S \quad (3.2.10a)$$

ya da;

$$R = \sigma_R R' + m_R, \quad S = \sigma_S S' + m_S \quad (3.2.10b)$$

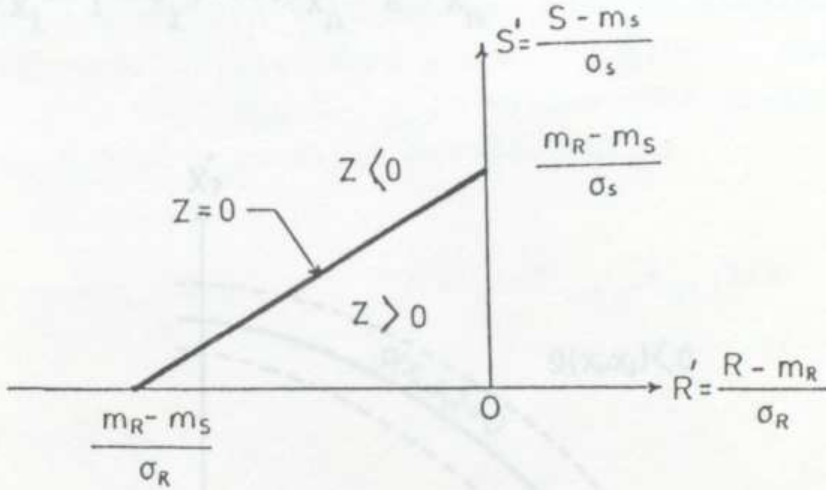
limit durum denklemi, $Z = 0$, dönüştürülmüş değişkenler türünden tanımlanabilir.

$$\sigma_R R' + m_R - \sigma_S S' - m_S = 0 \quad (3.2.11)$$

$$R' = 0 \quad \text{için} \quad ; \quad S' = (m_R - m_S) / \sigma_S \quad (3.2.11a)$$

$$S' = 0 \quad \text{için} \quad ; \quad R' = -(m_R - m_S) / \sigma_R \quad (3.2.11b)$$

Dönüştürülmüş değişkenlerin koordinat sisteminde güvenli durum ve göçme durumu Şekil 3.3. teki gibi gösterilebilir.



Şekil 3.3. Dönüştürülmüş değişkenler sistemi

Şekil 3.3. ten görüleceği gibi, m_R nin büyümesi ve/ya da σ_R nin küçülmesi, m_S nin ve/ya da σ_S nin küçülmesi, güvenli bölgenin, $Z > 0$, büyümesini sağlar.

Şimdi konuyu durum fonksiyonunun genel haliyle ele alalım.

$$g(\underline{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.2.12)$$

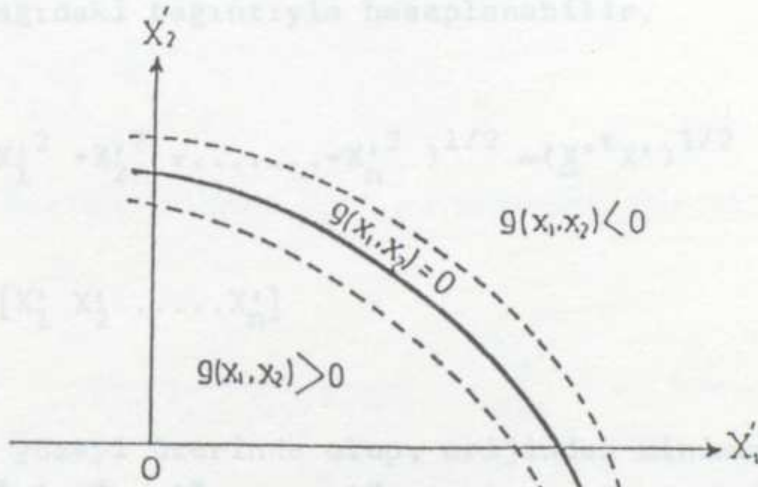
Güvenli durum $g(\underline{X}) > 0$, risk durumu $g(\underline{X}) < 0$ ve limit durumu $g(\underline{X}) = 0$ olur. Dönüştürülmüş değişkenler takımı;

$$X'_i = (X_i - m_{X_i}) / \sigma_{X_i} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2.13)$$

Güvenli durum ve göçme durumu bölgeleri gene dönüştürülmüş değişkenler uzayında, limit durum denkleminin sınırladığı yüzeyle göre tanımlanabilir. İki değişken için sistem Şekil 3.4 te gösterilmiştir.

Limit durum denklemi, dönüştürülmüş değişkenler, X' , türünden şöyle ifade edilebilir.

$$g(\sigma_{X_1} X'_1 + m_{X_1}, \dots, \sigma_{X_n} X'_n + m_{X_n}) = 0 \quad (3.2.14)$$



Şekil 3.4. Dönüştürülmüş değişkenler uzayında güvenli bölge ve risk bölgesi

Şekil 3.4 ten görüleceği gibi limit durum yüzeyinin, başka bir anlatımla göçme yüzeyinin, $g(\underline{X}) = 0$; orijinden uzaklaşması güvenli bölgenin büyümesine, orijine yaklaşması ise küçülmesine neden olmaktadır. Bu nedenle göçme yüzeyinin orijine göre durumu, sistemin güvenilirliğini belirler. Göçme yüzeyinin

durumu, $g(\underline{X}) = 0$ yüzeyinden dönüştürülmüş değişkenler sisteminin orijinine olan minimum uzaklıkla belirtilebilir [19,59]. Bu bağlamda Shinozuka (1983), göçme yüzeyi üzerinde olup, orijine minimum uzaklıkta bulunan noktanın *en olası göçme noktası* (*) olduğunu göstermiştir [5,60]. Dolayısıyla bu minimum uzaklık, güvenilirliğin belirlenmesinde ölçüt olarak kullanılabilir. Durum fonksiyonunun doğrusal olmadığı genel hal için bu yaklaşımın nasıl yapılabileceği 3.2.2.2.bölümde açıklanacaktır.

Durum fonksiyonu doğrusalsa anılan minimum uzaklık kolayca saptanabilir. Genel hal için ise bu belirleme oldukça zordur.

Minimum uzaklığın belirlenmesi için şu şekilde aşamalı bir yol izlenebilir [5]. Göçme yüzeyi, $g(\underline{X}) = 0$, üzerindeki herhangi bir $\underline{X}' = (X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$ noktasından orijine olan uzaklık, D, aşağıdaki bağıntıyla hesaplanabilir.

$$D = (X'^2_1 + X'^2_2 + \dots + X'^2_n)^{1/2} = (\underline{X}'^t \underline{X}')^{1/2} \quad (3.2.15)$$

$$\underline{X}'^t = [X'_1 \ X'_2 \ \dots \ X'_n] \quad (3.2.15a)$$

Göçme yüzeyi üzerinde olup, orijinden minimum uzaklıkta bulunan $\underline{x}'^* = (x'^*_1, x'^*_2, \dots, x'^*_n)$ noktası; D fonksiyonunu minimum yapan ve aynı zamanda $g(\underline{X}) = 0$ koşulunu sağlayan noktadır. Şu halde sorun, $g(\underline{X}) = 0$ şeklinde kısıtlayıcı koşullu

(*) En olası göçme noktası, $\underline{x}'^*$, $g(\underline{X}) = 0$ limit durum denklemini en büyük olasılıkla sağlayan noktadır. Limit duruma göre tasarım yapıldığı için bu nokta tasarım değişkenlerinin vektöryel bileşkesini temsil eder.

bir D fonksiyonun bağıl minimumunun belirlenmesidir. Bu amaç için, *Lagrange çarpanlar yöntemi* kullanılabilir [61].

$$L = D + \lambda g(\underline{X}) \quad (3.2.16a)$$

ya da,

$$L = (\underline{X}'^t \underline{X}')^{1/2} + \lambda g(\underline{X}) \quad (3.2.16b)$$

λ , Lagrange çarpanı olup $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ den bağımsızdır. L , skaler olarak ifade edilebilir.

$$L = (X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2)^{1/2} + \lambda g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.2.17)$$

Burada;

$$X_i = \sigma_{X_i} X_i' + m_{X_i}$$

L nin minimum olması için şu koşullar gerçekleşmelidir.

$$\frac{\partial L}{\partial X_i'} = \frac{X_i'}{(X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2)^{1/2}} + \lambda \frac{\partial g}{\partial X_i'} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2.18a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (3.2.18b)$$

Yukarıdaki $n-1$ adet denklemden oluşan takım çözülerek dönüştürülmüş sistem için en olası göçme noktası $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$ belirlenebilir.

Gradyan $g(\underline{X})$, G ile gösterilirse, G^t ;

$$G^t = \left[\frac{\partial g}{\partial X_1'} \quad \frac{\partial g}{\partial X_2'} \quad \dots \quad \frac{\partial g}{\partial X_n'} \right] \quad (3.2.19)$$

$\partial g / \partial X_i'$ terimleri $X_i = \sigma_{X_i} X_i' + m_{X_i}$ ilişkisinden yararlanılarak belirlenir.

$$\frac{\partial g}{\partial X_i'} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \cdot \frac{dX_i}{dX_i'} = \sigma_{X_i} \frac{\partial g}{\partial X_i} \quad (3.2.20)$$

3.2.18a denklem takımının matris gösterimi;

$$\frac{\underline{X}'}{(\underline{X}'^t \underline{X}')^{1/2}} + \lambda G = 0 \quad (3.2.21a)$$

Bağıntı $\underline{X}'$ ye göre yazılırsa;

$$\underline{X}' = -\lambda DG \quad (3.2.21b)$$

$\underline{X}'$ nün bu değeri, 3.2.15 bağıntısında yerine konulursa;

$$D = (\underline{X}'^t \underline{X}')^{1/2} = [(\lambda DG^t)(\lambda DG)]^{1/2} = \lambda D(G^t G)^{1/2}$$

0 halde;

$$\lambda = (G^t G)^{-1/2} \quad (3.2.22)$$

λ nın bu değeri 3.2.21b bağıntısında yerine konulursa;

$$\underline{X}' = \frac{-GD}{(G^t G)^{1/2}} \quad (3.2.23)$$

3.2.23 bağıntısı D ye göre yazılırsa;

$$D = \frac{-G^t \underline{X}'}{(G^t G)^{1/2}} \quad (3.2.24)$$

3.2.23 bağıntısından görüleceği gibi, 3.2.18a denklem takımı çözümlere, $\underline{X}'$ ü D bilinmeyen türünden bulunmuştur. O halde 3.2.23 bağıntısı ile 3.2.18b bağıntısı birlikte çözümlere bilinmeyen D olan tek bir denklem elde edilebilir. Bu sonuç denklemin çözümüyle de minimum uzaklık, $D_{\min} = \beta$, belirlenebilir.

$$\beta = \frac{-G^{*t} \underline{X}'^*}{(G^{*t} G^*)^{1/2}} \quad (3.2.25)$$

G^* , en olası göçme noktasındaki $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$ gradyan vektör.

$$G^* = \left(\frac{\partial g}{\partial x_1'}, \frac{\partial g}{\partial x_2'}, \dots, \frac{\partial g}{\partial x_n'} \right)^* \quad (3.2.26)$$

3.2.25 bağıntısının skaler gösterimi;

$$\beta = \frac{-\sum_{i=1}^n x_i'^* \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'} \right)^*}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (3.2.27)$$

Bağıntıdaki kısmi türevler, $(\partial g / \partial x_i')^*$, en olası göçme noktası $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$ için değerlendirilir. Göçme yüzeyindeki en olası nokta 3.2.23 bağıntısında D yerine $D_{\min} = \beta$ konularak belirlenebilir.

$$\underline{x}^* = \frac{-G^* \beta}{(G^* t_G^*)^{1/2}} \quad (3.2.28)$$

$\underline{x}^*$ vektörü bileşenlerinin skaler biçimi;

$$x_i^* = -\alpha_i^* \beta \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2.29)$$

$$\alpha_i^* = \frac{(\frac{\partial g}{\partial x_i^*})^*}{\left[\sum_{i=1}^n (\frac{\partial g}{\partial x_i^*})^2 \right]^{1/2}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2.30a)$$

α_i^* boyutsuz duyarlılık katsayıları, β nın x_i^* eksenleri boyunca doğrultu kosinüsleridir. Bu nedenle;

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^{*2} = 1 \quad (3.2.30b)$$

Birinci-mertebe yaklaşım

Güvenilirlik indeksini veren 3.2.27 bağıntısı durum fonksiyonunun, $g(\underline{x})$, birinci-mertebe yaklaşımı esasına dayanılarak da belirlenebilir. Bunun için durum fonksiyonu, göçme yüzeyi üzerindeki bir $\underline{x}^*$ noktasına göre $[g(\underline{x}^*) = 0]$ Taylor serisine açılır.

$$\begin{aligned} g(x_1, x_2, \dots, x_n) &= g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*) \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)^* \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*) (x_j - x_j^*) \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \right)^* + \dots \end{aligned} \quad (3.2.31)$$

Bu bağıntılarda, $E(X_i) = 0$ ve $Var(X_i) = 1$ olduğu için (*)

Kısmi türevler, $\underline{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ noktasında değerlendirilir. $\underline{x}^*$ noktası, göçme yüzeyi üzerinde bulunduğu için $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$ olur.

Serinin sadece doğrusal terimleri gözönüne alınır öteki terimleri ihmal edilirse durum fonksiyonu birinci-mertebe yaklaşım ile belirlenmiş olur.

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) \approx \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* \quad (3.2.32)$$

Bağıntıdaki $(X_i - x_i^*)$ ve $(\partial g / \partial X_i)$ terimleri aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$X_i - x_i^* = (\sigma_{X_i} X_i' + m_{X_i}) - (\sigma_{X_i} x_i'^* + m_{X_i}) = \sigma_{X_i} (X_i' - x_i'^*) \quad (3.2.33)$$

$$\frac{\partial g}{\partial X_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i'} \left(\frac{dX_i'}{dX_i} \right) = \frac{1}{\sigma_{X_i}} \frac{\partial g}{\partial X_i'} \quad (3.2.34)$$

0 halde;

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) \approx \sum_{i=1}^n (X_i' - x_i'^*) \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^* \quad (3.2.35)$$

$g(\underline{X})$ in ortalama değeri ve varyansı;

$$m_g \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^* E(X_i') - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^* x_i'^* \quad (3.2.36)$$

$$\sigma_g^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^* Var(X_i') - 0 \quad (3.2.37)$$

Bu bağıntılarda, $E(X'_i) = 0$ ve $Var(X'_i) = 1$ olduğu için (*);

$$m_g \approx - \sum_{i=1}^n x'_i{}^* \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_* \quad (3.2.38)$$

$$\sigma_g^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*^2 \quad (3.2.39)$$

Öyleyse;

$$\frac{m_g}{\sigma_g} = \frac{- \sum_{i=1}^n x'_i{}^* \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*^2 \right]^{1/2}} \quad (3.2.40)$$

3.2.40 ve 3.2.27 bağıntıları karşılaştırılırsa özdeş oldukları görülür. Şu halde m_g/σ_g oranı, gene dönüştürülmüş değişkenler sisteminde, göçme yüzeyinin, x'^* noktasındaki teğet düzleminde orijine olan uzaklığa eşittir. Başka bir anlatımla göçme yüzeyinin, dönüştürülmüş değişkenler sisteminin orijinine olan minimum uzaklığıdır. O halde güvenilirlik indeksi;

$$\beta = m_g/\sigma_g \quad (3.2.41)$$

Birinci-mertebe yaklaşımda m_g ve σ_g değerlerinin göçme

(*) Tasarım değişkenlerinin olasılık dağılımları genellikle normal kabul edilebilir. X_i rasgele değişkeninin olasılık dağılımı normal ise, $X'_i = (X_i - m_{X_i})/\sigma_{X_i}$ değişkeninin dağılımı standart normal dağılım olur; $N(0,1)$.

yüzeyi, $g(\underline{X}) = 0$, üzerindeki bir noktaya göre belirlenmesine özen gösterilmelidir. 3.2.1. bölümde m_g ve σ_g değerleri durum fonksiyonu değişkenlerinin ortalama değerlerine ($m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}$) göre belirlenmişti. Ortalama değerlere göre yapılan bu belirleme çözümü kolaylaştırır. Fakat, durum fonksiyonu, $g(\underline{X})$, doğrusal değilse m_g/σ_g oranı, doğrusal olmayan göçme yüzeyinin dönüştürülmüş değişkenler sisteminin orijinine olan minimum uzaklık olmayabilir.

Ayrıca, tasarım temel değişkenlerinin ortalama değerlerine göre birinci-mertebe yaklaşımla belirlenen β değeri, belirli bir yapısal sistem için eşdeğer limit durumların tanımına bağlı değişir. Bunu göstermek için ($R-Q = 0$) limit durumunu I. durum ve ($R/Q = 1$) limit durumunu ise II. durum ile adlandıralım. I. durum için davranış fonksiyonu $g(\underline{X}) = R-Q$ olur. $R-Q > 0$ güvenli durumunu, $R-Q = 0$ göçme yüzeyini ve $R-Q < 0$ göçme durumunu gösterir. Davranış fonksiyonun olasılık dağılımı normal kabul edilirse, güvenilirlik $P_S = P(R-Q > 0) = \Phi(m_g/\sigma_g) = \Phi(\beta)$ olur. Benzer şekilde II. durum için davranış fonksiyonu $g(\underline{X}) = (R/Q)-1$ olur. $(R/Q)-1 > 0$ güvenli durumunu, $(R/Q)-1 = 0$ göçme yüzeyini ve $(R/Q)-1 < 0$ göçme durumunu gösterir. Güvenilirlik ise, $P_S = P[(R/Q)-1 > 0] = \Phi(m_g/\sigma_g) = \Phi(\beta)$ olur. I. ve II. durumlar için β değerleri 3.2.4 ve 3.2.5 bağıntılarıyla hesaplanabilir.

I. durum için; $m_g = m_R - m_Q$, $\sigma_g^2 = \sigma_R^2 + \sigma_Q^2$ ve

$$\beta_I = (m_R - m_Q) / (\sigma_R^2 + \sigma_Q^2)^{1/2}$$

II. durum için; $m_g = (m_R - m_Q) / m_Q$, $\sigma_g^2 = (m_Q^2 \cdot \sigma_R^2 + m_R^2 \cdot \sigma_Q^2) / m_Q^4$ ve

$$\beta_{II} = m_Q (m_R - m_Q) / (m_Q^2 \cdot \sigma_R^2 + m_R^2 \cdot \sigma_Q^2)^{1/2}$$

Bu farklılık, birinci-mertebe yaklaşım, göçme yüzeyindeki bir noktaya göre yapılarak ortadan kaldırılabilir.

3.2.2.1. Durum fonksiyonunun doğrusal olması durumu

Durum fonksiyonunun doğrusal olduğu özel durumu gözönüne alalım. Uygulamada karşılaşılan yapısal sistemlerin durum fonksiyonları çoğu kez doğrusal değildir. Kaldı ki, doğrusal durum fonksiyonlara rastlansa bile, genel (doğrusal olmayan) durumun çözümü için öngörülen bütün esaslar doğrusal durum için de geçerlidir. Bu bölümün esas amacı doğrusal olmayan durumun özel hali olan doğrusal durumun çözümünden yararlanarak, genel durum için bir çözüm yöntemi geliştirmektir.

Doğrusal durum fonksiyonu genel haliyle şu şekilde tanımlanabilir[5].

$$g(\underline{X}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i \quad (3.2.42)$$

a_0 ve a_i ler ($i = 1, 2, \dots, n$), sabit sayılar.

X_i ($i = 1, 2, \dots, n$), normal dağılımlı ve istatistiksel olarak bağımsız değişkenler ise, bu değişkenleri içeren bütün doğrusal durum fonksiyonları olasılık dağılımları kesinlikle normal (Gauss) olur^(*).

$g(\underline{X})$ durum fonksiyonunun ortalama değeri ve varyansı şu şekilde belirlenebilir.

(*) X_i değişkenlerinin dağılımı normal olmasa bile, merkezzel limit teoremine göre $g(\underline{X})$ fonksiyonun olasılık dağılımının normal'e yaklaştığı kabul edilebilir.

$$m_g = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i E(X_i) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i m_{X_i} \quad (3.2.43)$$

$$\sigma_g^2 = 0 + \sum_{i=1}^n a_i^2 \text{Var}(X_i) = \sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2 \quad (3.2.44)$$

0 halde güvenilirlik indeksi;

$$\beta = \frac{m_g}{\sigma_g} = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i m_{X_i}}{\left[\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2 \right]^{1/2}} \quad (3.2.45)$$

β , dönüştürülmüş değişkenler sisteminde, göçme düzleminin orijine olan uzaklığı hesaplanarak doğrudan belirlenebilir. $g(\underline{X})$ durum fonksiyonuna ilişkin limit durum denklemi (göçme düzlemi) yazılır;

$$a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i = 0 \quad (3.2.46)$$

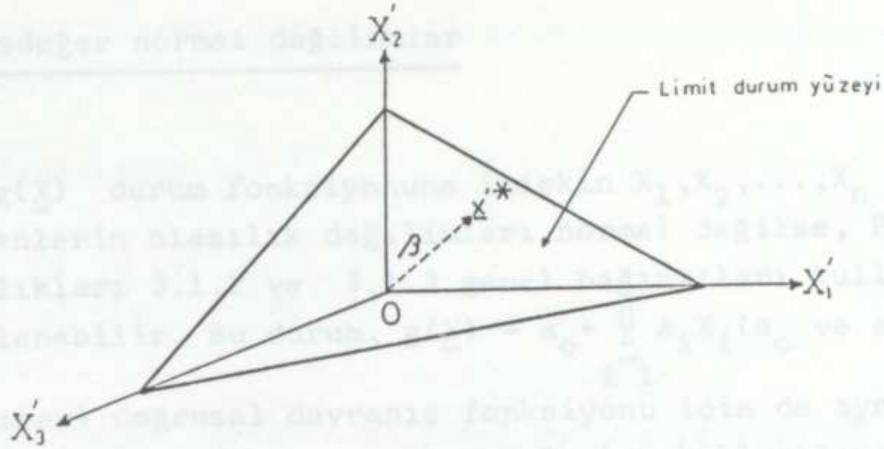
Limit durum denkleminin dönüştürülmüş değişkenler sistemindeki ifadesi; (Şekil 3.5-Üç değişken için)

$$a_0 + \sum_{i=1}^n a_i (\sigma_{X_i} X'_i + m_{X_i}) = 0 \quad (3.2.47)$$

Analitik geometriden yararlanılarak, göçme düzleminin, orijine olan uzaklığı aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i m_{X_i}}{\left[\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2 \right]^{1/2}} \quad (3.2.48)$$

β , 3.2.27 ya da 3.2.40 bağıntılarıyla da belirlenebilir.



Şekil 3.5. X'_1, X'_2, X'_3 uzayında doğrusal limit durum yüzeyi.

$g(\underline{X})$ durum fonksiyonunun olasılık dağılımı normal ise, kalıcılık olasılığı 3.2.9 bağıntısıyla kesinlikle belirlenebilir.

$$P_S = P\left[a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i > 0\right] = \Phi(\beta) \quad (3.2.49a)$$

ya da;

$$P_S = \Phi\left\{\frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i m_{X_i}}{\left[\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2\right]^{1/2}}\right\} \quad (3.2.49b)$$

0 halde, durum fonksiyonunun doğrusal olması halinde güvenilirlik indeksi dönüştürülmüş değişkenler sisteminde, geçme düzleminin, $g(\underline{X}) = 0$, orijine olan uzaklığına eşittir. Dolayısıyla, güvenilirlik, P_S , bu uzaklığın, β , bir fonksiyonudur.

3.2.2.2. Eşdeğer normal dağılımlar

$Z = g(\underline{X})$ durum fonksiyonuna ilişkin $X_1, X_2, \dots, X_n$ rasgele değişkenlerin olasılık dağılımları normal değilse, P_F ya da P_S olasılıkları 3.1.2 ve 3.1.3 genel bağıntıları kullanılarak belirlenebilir. Bu durum, $g(\underline{X}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i$ (a_0 ve a_i ler sabit sayılar) doğrusal davranış fonksiyonu için de aynıdır. Bununla birlikte, eşdeğer normal dağılımlar kullanılarak P_F olasılığı belirlenebilir. Bu eşdeğer normal dağılımlar *Rosenblatt dönüşümü*'yle (Rosenblatt, 1952) sağlanabilir [5,62]. Normal dağılımlı değişkenlerle P_S nin belirlenmesi için yapılan işlemler eşdeğer normal dağılımlar için de geçerlidir.

Normal olmayan dağılıma ve buna karşılık gelen eşdeğer normal dağılıma ilişkin birikimli olasılıkların ve olasılık yoğunluklarının göçme yüzeyinde bulunan x_i^* noktasındaki ordinatlarının eşitliği temeline dayanılarak, olasılık dağılımı normal olmayan bireysel bir değişken için eşdeğer normal dağılım belirlenebilir[5].

Birikimli olasılıklar göçme noktasında, x^* , eşitlenirse;

$$\Phi \left(\frac{x_i^* - m_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N} \right) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (3.2.50)$$

$m_{X_i}^N$, $\sigma_{X_i}^N$; X_i değişkeninin eşdeğer normal dağılımına ilişkin ortalama değer ve standart sapma.

$F_{X_i}(x_i^*)$; X_i nin orijinal birikimli dağılım fonksiyonunun x_i^* noktasında belirlenen değeri.

$\phi(\cdot)$; Standart normal dağılıma ilişkin birikimli dağılım fonksiyonu.

3.2.50 bağıntısından;

$$m_{X_i}^N = x_i^* - \sigma_{X_i}^N \phi^{-1} [F_{X_i}(x_i^*)] \quad (3.2.51)$$

Öte yandan, ilgili olasılık yoğunluk ordinatlarının x_i^* noktasındaki eşitliğinden;

$$\frac{1}{\sigma_{X_i}^N} \phi\left(\frac{x_i^* - m_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (3.2.52)$$

$\phi(\cdot)$; Standart normal dağılıma ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu

3.2.51. ve 3.2.52. bağıntılardan;

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi\{\phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]\}}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (3.2.53)$$

Durum fonksiyonu doğrusalsa, göçme yüzeyinde bulunan x_i^* noktasını belirleyen 3.2.29 bağıntısındaki doğrultu kosinüsleri ya da, duyarlılık katsayıları, α_i , 3.2.30a bağıntısından;

$$\alpha_i = \frac{a_i}{\left(\sum_{i=1}^n a_i^2\right)^{1/2}} \quad (3.2.54)$$

Güvenilirlik indeksi 3.2.45 bağıntısından elde edilir.

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i m_{X_i}^N}{\left[\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i}^N)^2 \right]^{1/2}} \quad (3.2.55)$$

N üst notasyonlu yazılımlar eşdeğer normal dağılıma ilişkin istatistikleri belirtir. O halde göçme noktası;

$$x_i^* = \sigma_{X_i}^N x_i'^* + m_{X_i}^N = -\alpha_i \beta \sigma_{X_i}^N + m_{X_i}^N \quad (3.2.56)$$

Gerçek dağılımın, eşdeğer normal dağılıma dönüştürülmesi, gerçek ortalama değerin ve standart sapmanın da ilgili eşdeğer dağılımın ortalama değerine ve standart sapmasına dönüştürülmesini gerektirir (3.2.51. ve 3.2.53. bağıntıları). Sonra, $m_{X_i}^N$ ve $\sigma_{X_i}^N$ değerleri kullanılarak güvenilirlik indeksi 3.2.55 bağıntısıyla belirlenir.

Lognormal dağılıma eşdeğer normal dağılım

X log-normal dağılımlı değişkene karşılık gelen eşdeğer normal dağılıma ilişkin istatistikler şöyle belirlenebilir: 2.2.9 ve 2.2.10 bağıntılarıyla λ ve ξ parametreleri hesaplanır. 2.2.8 bağıntısından;

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right) \quad (3.2.57)$$

$$f_X(x) = \frac{1}{x\xi} \phi\left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right) \quad (3.2.58)$$

3.2.53 ve 3.2.51 bağıntılarından;

$$\sigma_X^N = \frac{1}{f_X(x^*)} \phi \left\{ \Phi^{-1} \left[\Phi \left(\frac{\ln x^* - \lambda}{\xi} \right) \right] \right\} = \frac{1}{f_X(x^*)} \phi \left(\frac{\ln x^* - \lambda}{\xi} \right)$$

$$\sigma_X^N = x^* \xi \quad (3.2.59)$$

ve;

$$m_X^N = x^* - \sigma_X^N \Phi^{-1} \left[\Phi \left(\frac{\ln x^* - \lambda}{\xi} \right) \right] = x^* - x^* \xi \left(\frac{\ln x^* - \lambda}{\xi} \right)$$

$$m_X^N = x^* (1 - \ln x^* + \lambda) \quad (3.2.60)$$

TİP I asimptotik dağılıma eşdeğer normal dağılım

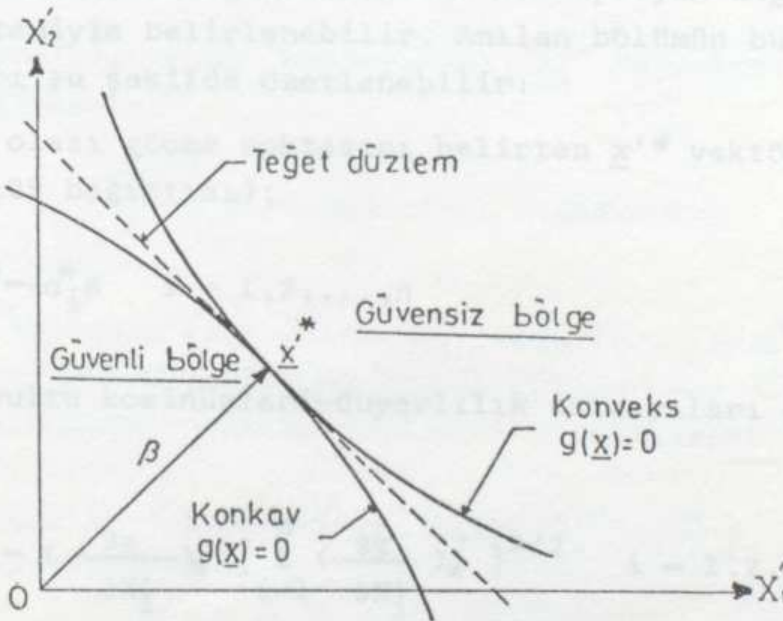
En büyük değer için TİP I asimptotik dağılımlı X değişkenine karşılık gelen eşdeğer normal dağılıma ilişkin istatistikler; $F_X(x^*)$ ve $f_X(x^*)$, 2.2.18 ve 2.2.19 bağıntılarıyla hesaplanır; sonra bu değerler kullanılarak σ_X^N ve m_X^N istatistikleri, 3.2.53 ve 3.2.51 bağıntılarıyla belirlenir.

3.2.2.3. Durum fonksiyonunun doğrusal olmaması durumu

Durum fonksiyonunun, $g(X)$, doğrusal olmaması halinde, kalıcılık ve göçme olasılıklarının kesin olarak belirlenmesi genel durumdur. Doğrusal olmayan durum fonksiyonu için limit durum denklemi de (göçme yüzeyi) Şekil 3.4 ten görüleceği gibi doğrusal olmayıp, doğrusal durumun aksine, göçme yüzeyinden dönüştürülmüş değişkenler sisteminin orijinine uzaklık **tek** (ünik)

değildir. Bu durumda göçme ve kalıcılık olasılıklarının kesin olarak belirlenmesi, ancak 3.1.2 ve 3.1.3. genel bağıntıları kullanılarak gerçekleştirilebilir. Bu da veri yetersizliği ve matematiksel çözüm zorluğu nedeniyle çoğu zaman mümkün olmamaktadır.

3.2.2. bölümde dönüştürülmüş değişkenler sisteminin orijine minimum uzaklıktaki $\underline{x}'^*$ noktasının, en olası göçme noktası olduğu açıklanmıştı. Göçme yüzeyi $\underline{x}'^*$ noktasındaki teğet düzlemi, gerçek göçme yüzeyine yaklaşım için kullanılabilir; güvenilirlik indeksi, ve dolayısıyla göçme olasılığı ve güvenilirlik, doğrusal durum için 3.2.2.1. bölümde açıklanan çözüm yoluna benzer şekilde belirlenebilir[5]. Gerçek göçme yüzeyinin orijine göre konveks ya da konkav olması, yaklaşımın güvenli ya da güvensiz bölgede kalmasına neden olur (Şekil 3.6- iki değişken için).



Şekil 3.6. Limit durum yüzeyinin $\underline{x}'^*$ noktasındaki teğet düzlemi.

$\underline{x}'^* = (x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$ noktasındaki teğet düzlemin denklemi şöyledir.

$$\sum_{i=1}^n (x_i' - x_i'^*) \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'} \right)^* = 0 \quad (3.2.61)$$

Bağıntıdaki kısmi türevler $\underline{x}'^*$ noktasında değerlendirilir.

Anılan yaklaşımda teğet düzlemden dönüştürülmüş değişkenler sisteminin orijinine olan minimum uzaklık, güvenilirlik indeksi kabul edilir, ve güvenilirliğin belirlenmesi için kullanılır[5]. Ne var ki bu doğrusal olmayan durumda, göçme yüzeyindeki teğet noktası, $\underline{x}'^*$, bilinen bir nokta değildir. Bu yüzden teğet düzlem belirsizdir. Dolayısıyla güvenilirlik indeksinin belirlenmesi doğrusal durumdaki kadar basit değildir. Göçme yüzeyi üzerindeki teğet noktası $\underline{x}'^*$, 3.2.2. bölümde açıklandığı gibi doğrusal durumu da kapsayan Lagrange çarpanlar yöntemiyle belirlenebilir. Anılan bölümün bu bağlamdaki sonuçları şu şekilde özetlenebilir:

En olası göçme noktasını belirten $\underline{x}'^*$ vektörünü bileşenleri (3.2.29 bağıntısı);

$$x_i'^* = -\alpha_i^* \beta \quad i = 1, 2, \dots, n$$

α_i^* doğrultu kosinüsleri-duyarlılık katsayıları (3.2.30a);

$$\alpha_i^* = \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'} \right)^* / \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'} \right)^2 \right]^{1/2} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

0 halde bir x_i değişkenin tasarım değeri;

$$x_i^* = \sigma_{X_i} x_i'^* + m_{X_i} = m_{X_i} - \alpha_i^* \sigma_{X_i} \beta \quad (3.2.62)$$

Güvenilirlik indeksi limit durum denklemi, $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$,
çözülerek belirlenir.

Sayısal algoritma

Yukarıdaki özet sonuçlar gözönüne alınarak, güvenilirlik indeksinin belirlenmesi bağlamında aşağıdaki algoritma önerilebilir [5,63].

(1) x_i^* ; $i = 1, 2, \dots, n$ lere gelişigüzel değerler verilerek

$$x_i^* = (x_i' - m_{X_i}) / \sigma_{X_i} \quad \text{değerleri hesaplanır.}$$

(2) $(\partial g / \partial x_i')^*$ ve α_i^* katsayıları, x_i^* değerleri kullanılarak belirlenir.

(3) $x_i^* = m_{X_i} - \alpha_i^* \sigma_{X_i} \beta$ bağıntıları oluşturulur.

(4) β türünden elde edilen x_i^* değerleri, $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$ bağıntısında yerine konularak bilinmeyen β olan denklem elde edilir. Denklem çözülerek β belirlenir.

(5) Bulunan β değeri kullanılarak, $x_i^* = m_{X_i} - \alpha_i^* \sigma_{X_i} \beta$ yeniden hesaplanır.

(6) (2) den (5) e kadar olan aşamalar, bulunan değerlerde yatkınsaklık sağlanana dek yinelenir.

3.2.3. Durum fonksiyonu değişkenlerinin tasarım değerleri

Durum fonksiyonu değişkenlerinin tasarım değerleri, bu fonksiyonların limit durumunu belirler; $Z = g(\underline{X}) = 0$. Durum fonksiyonu doğrusal değilse, fakat Z nin varyansı σ_Z ve ortalama değeri m_Z hesaplanabilir. Durum fonksiyonu doğrusalsa

Buraya dek yapılan irdelemelerden görüleceği gibi durum fonksiyonu doğrusal ise; fonksiyonun ortalama değeri 2.1.26 ya da 3.2.4a ve varyansı 2.1.28 ya da 3.2.5 bağıntılarıyla hesaplanarak güvenilirlik indeksi ($\beta = m_Z/\sigma_Z$) kesin olarak belirlenebilir. Bu belirlemeyle ilintili bireysel değişken duyarlılık katsayıları 3.2.6 bağıntısıyla hesaplanır.

Ortalama değeri m_{X_i} , standart sapması σ_{X_i} ve duyarlılık katsayısı α_i olan bir X_i değişkenini gözönüne alalım. X_i nin olasılık dağılımı normal ise belirli bir β değeri için standart normal değişkenin değeri $s = \alpha_i \beta$ olur ve değişkenin tasarım değeri, x_{id} , aşağıdaki bağıntıyla hesaplanabilir [15,20,32].

$$x_{id} = m_{X_i} - \alpha_i \beta \sigma_{X_i} \quad (3.2.63)$$

Önce de belirtildiği gibi duyarlılık katsayıları durum fonksiyonlarından türetilir. Dolayısıyla fonksiyonun yapısına göre bir durum fonksiyonundan ötekine değişir. Bu nedenle, 3.2.5 bağıntısından görüleceği gibi, $(\partial g / \partial X_i | m)^2 \text{Var}(X_i)$ nin durum fonksiyonunun varyansına katkısı, öteki değişkenlerin katkısına oranla küçükse, X_i değişkeni, deterministik değişken kabul edilebilir. Başka bir anlatımla bir X_i değişkeni çeşitli durum fonksiyonlarında bulunuyorsa, bu fonksiyonların yapısına göre kimi zaman stokastik kimi zaman da deterministik varsayılabilir. Bu bağlamda herhangi bir X_i değişkeni de-

terministik değişken kabul edilebiliyorsa tasarım değeri, ortalama değerine eşit alınabilir; $x_{id} \approx m_{X_i}$ [5,45].

Özetle, durum fonksiyonu doğrusalsa β nın, Taylor açılımı m_{X_i} lere göre değerlendirilerek belirlenmesi ve değişkenlerin tasarım değerlerinin hesaplanması kesin çözüm olur. Durum fonksiyonu doğrusal değilse, fakat Z nin varyansı $g(m_X)$ e oranla küçükse, pratik amaçlar için durum fonksiyonu doğrusal kabul edilebilir [5,45,47].

Durum fonksiyonu doğrusal değilse

Durum fonksiyonu doğrusal değilse Taylor açılımının m_{X_i} lere göre değerlendirilmesi sonucu belirlenen β , önce de belirtildiği gibi, doğrusal olmayan göçme yüzeyinin dönüştürölmüş değişkenler sisteminin orijinine olan minimum uzaklık olmayabilir. şu halde durum fonksiyonu doğrusal olmadığı zaman Taylor açılımının, göçme yüzeyi üzerindeki bilinmeyen bir x^* noktasına göre değerlendirilmesi ve bu noktanın, dönüştürölmüş değişkenler sisteminin orijinine minimum uzaklıktaki nokta olması gerekir. Dönüştürölmüş değişkenler sistemi orijininden minimum uzaklıkta, göçme yüzeyi üzerinde bulunan ve bilinmeyen dönüştürölmüş değeri x'^* olan noktanın, dolayısıyla güvenilirlik indeksinin ve bireysel değişkenlerin tasarım değerinin iteratif yolla nasıl belirlenebileceği 3.2.2.3.bölümde açıklanmıştır.

Özetle durum fonksiyonun doğrusal olmaması halinde bireysel değişkenlerin tasarım değerleri 3.2.62 bağıntısıyla belirlenir; $x_{id}^* = x_i^* - m_{X_i} - \alpha_i \sigma_{X_i} \beta$.

4. GÜÇME OLASILIĞININ MONTE CARLO BENZEŞİMİYLE BELİRLENMESİNE İLİŞKİN BİR YAKLAŞIM

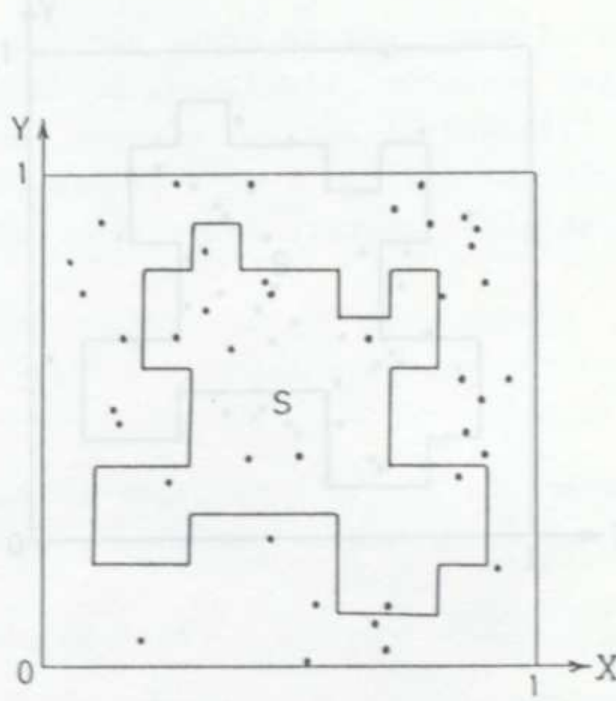
4.1. Giriş

N.Metropolis ve S.Ulam tarafından (1949) yayımlanan "Monte Carlo Yöntemi" adlı makale ilk kez yöntemin bilimsel sunuluşu kabul edilmektedir [64,65]. Daha sonra yöntem, ABD'li matematikçiler John von Neumann ve Stanislaw Ulam tarafından geliştirilmiştir. Bununla birlikte, yöntemin teorik temeli uzun yıllar önce biliniyordu. Bazı istatistiksel problemler rasgele örnekleme yoluyla; başka bir anlatımla, Monte Carlo yöntemiyle çözülmüyordu. Ne var ki, bilgisayar icat edilmeden önce rasgele değişkenlere ilişkin benzeşimlerin (simulation) elle yapılması-benzeşimlerin duyarlılığı işlemlerin tekrarlanma sayısına bağlı olduğu için- çok güç ve zaman alıcı oluyordu. Bu nedenle Monte Carlo Yönteminin duyarlı bir sayısal benzeşim tekniği olarak kullanılması, bilgisayarların gelişmesinden sonra olmuştur.

Yöntem adını, Monaco Prenslığı'ndeki şans oyunları merkezi olmasıyla tanınmış Monte Carlo kentinden almıştır. Bir şans oyunu aracı olan rulet, rasgele sayılar üretiminde kullanılan en basit bir mekanik alettir. Bu bağlamda Monte Carlo yönteminin, rulet oyununda başarı sağlamayla bir ilgisi olmadığını belirtmek isteriz.

Yöntemin açıkça algılanabilmesi için çok basit bir örneği ele alalım. Şekil 4.1'deki S düzlemsel şeklinin yüzey alanını hesaplamak isteyelim. Bu düzlem şekil tamamen keyfi bir şekilde seçilebilir. Sınırları doğru, eğri ya da her ikisinin birleşimi, sürekli ya da bir kaç ayrı bölümden oluşabilir; grafik ya da analitik olarak temsil edilebilir. Düzlem şekil, birim kare içine alınabilir ve sınırlandırılabilir (Şekil 4.1). Şimdi, birim kare içinde n sayıda rasgele nokta bulunsun. S düzlem-

sel şeklinin içinde kalan nokta sayısını n' ile gösterelim. Geometrik olarak S nin alanının yaklaşık n'/n oranına eşit olacağı, ve n nin artmasıyla tahminin duyarlılığının artacağı açıktır.

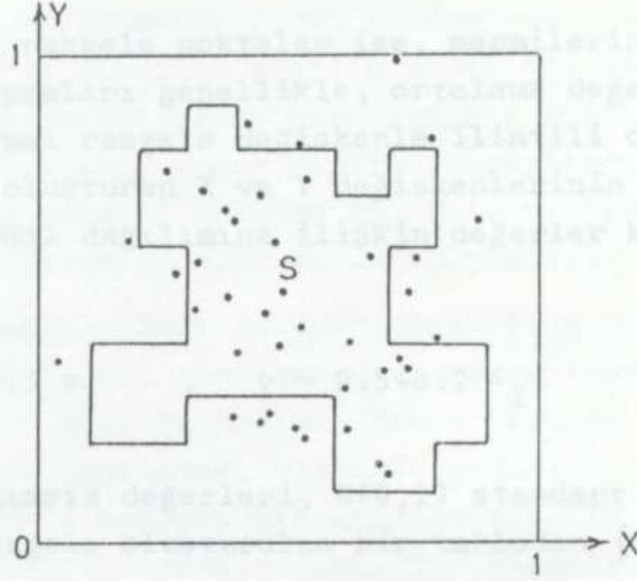


Şekil 4.1

Hesabın yapılabilmesi için birim kare içinde rasgele noktaların bulunması gerekir. Bu noktalar, meselâ, Şekil 4.1 deki S şeklini içeren bir hedef tahtasına belirli uzaklıktan, birim karenin merkezine nişan alınarak, n defa ateş etmekle oluşturulabilir. Doğal olarak tüm mermiler birim karenin merkezine isabet etmeyecek; dolayısıyla n sayıda rasgele nokta elde lecektir. Sorun, bu rasgele tespit edilen noktaların esas alınarak S şeklinin alanının tahmin edilip edilemeyeceğidir. Bu sorunu çözmek için belirtilen deneyi yapalım; atış sayısı $n=40$, ve S şekli içine isabet eden mermi sayısı $n'=24$ olsun, $n'/n = 24/40 = 0.60$ (Şekil 4.2). S şeklinin gerçek alanı 0.35 olduğundan bu tahminin hiç de gerçekçi olmadığı; gerçek değer in iki katına yaklaştığı görülür. Ayrıca, atıcının keskin nişancı olması halinde, mermilerinin hemen hemen tümünün S şeklinin içi-

ne isabet etmesi, dolayısıyla deney sonucunun olumsuz olacağı açıktır.

$x_1 = 0.34513, y_1 = 0.90794; x_2 = 0.60131, y_2 = 0.66474;$
 $\dots \dots \dots x_{40} = 0.89371, y_{40} = 0.42983$



Şekil 4.2

O halde, bu yöntemle S şekli alanının duyarlı tahmin edilebilmesi için rasgele noktaların sadece "tam rasgele" olması yetmez; aynı zamanda kare üzerine "üniform dağılmış" olmaları da gerekir. Bu bağlamda Şekil 4.1 deki birim kare üzerinde rasgele saptanan üniform dağılımlı noktaların, başka bir ifadeyle eşit ihtimalli noktaların sayısı $n = 40$, S şekli içinde kalan nokta sayısı $n' = 12$ ve $n'/n = 12/40 = 0.30$ dur. Bu tahmini değerin, S şeklinin gerçek alanı 0.35 olduğundan, daha önce belirlenen $n'/n = 0.60$ tahmini değerden çok daha duyarlı olduğu açıktır.

Anılan örnekteki X ve Y değişkenleri bağımsız rasgele değişkenlerdir. Başka bir anlatımla, X değişkenine ilişkin bir x değerine karşılık, Y değişkeni (0,1) aralığında herhangi bir değeri alabilir. Şekil 4.1 deki rasgele noktalar, bir rasgele sayılar tablosundan [65], eşit ihtimalli (üniform dağılımlı),

beş rakamlı gruplar oluşturularak belirlenmiştir:

$$x_1 = 0.86515, y_1 = 0.90795; x_2 = 0.66155, y_2 = 0.66434; \\ \dots\dots\dots; x_{40} = 0.89571, y_{40} = 0.42903.$$

Şekil 4.2 deki rasgele noktalar ise, mermilerin birim kare merkezinden sapmaları genellikle, ortalama değeri karenin merkezi olan normal rasgele değişkenle ilintili olduğundan, anılan noktaları oluşturan X ve Y değişkenlerinin değerleri, $N(0.5, 0.2)$ normal dağılımına ilişkin değerler kullanılarak belirlenmiştir.

$$x = 0.5 + 0.2 s_1, \quad y = 0.5 + 0.2 s_2$$

s_1 ve s_2 bağımsız değerleri, $N(0,1)$ standart normal değişkene ilişkin, rasgele oluşturulan bir tablodan [65] alınmıştır.

$$x_1 = 0.5 + 0.2(0.2005), \quad y_1 = 0.5 + 0.2(1.1922)$$

$$x_2 = 0.5 + 0.2(-0.0077), \quad y_2 = 0.5 + 0.2(0.0348)$$

$$\dots\dots\dots, \quad \dots\dots\dots$$

$$x_{40} = 0.5 + 0.2(0.9780), \quad y_{40} = 0.5 + 0.2(-0.7679)$$

Noktalardan biri, birim kare dışında kaldığı için gözardı edilmiş ve yerine başka bir nokta seçilmiştir.

Monte Carlo yöntemi, gelişimi rasgele değişkenler tarafından etkilen herhangi bir sürecin-bir olgunun-benzeşiminin oluşturulmasında kullanılabilir. Ayrıca Monte Carlo yöntemiyle, suni olarak oluşturulan bir-hatta birden fazla-olasılık modeline ilişkin, rasgele etkilerden etkilenmeyen matematiksel problemlerin çözülmesi de mümkündür-yukarıdaki örnekte olduğu gibi. Bu bağlamda Monte Carlo yöntemi, matematiksel problemlerin çözümünde kullanılabilecek genel bir yöntem kabul edilebilir.



4.2. Rasgele Değişkenlere ilişkin değerlerin bilgisayarla üretilmesi

Önce şunu belirtmekte yarar görüyoruz; rasgele değişkenlere ilişkin teorik olasılık dağılım modelleri ideal matematiksel betimlemelerdir. Dolayısıyla herhangi bir doğal olayın bu modellerle temsil edilmesi, ancak yapılan deneylerin ya da gözlemlerin uygun sonuç vermesi halinde geçerlidir. Ayrıca, bu temsilin her zaman için yaklaşık olacağı unutulmamalıdır.

Rasgele değişkenlere ilişkin değerlerin bilgisayarla üretilmesinde, genellikle *standart uniform değişkene*, U , ilişkin değerlerin üretilmesi öngörülür. Sonra rasgele oluşturulan bu u_i değerleri kullanılarak, olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_X(x)$ olan herhangi bir X rasgele değişkenine ilişkin değerler uygun bir dönüşümle belirlenebilir[5,65-67]. Rasgele değişkenlere ilişkin değerlerin üretilme yöntemleri ise genellikle üç sınıfa ayrılabilir; *rasgele sayı tabloları*, *rasgele sayı üreticileri* ve *sözde(*) rasgele sayılar* (Pseudo random number) [5,65-67].

4.2.1. Rasgele sayılar tablosu

Bir rasgele sayılar tablosunun en basit hazırlanış biçimi şu şekilde açıklanabilir[65]. On tane birbirinin aynı olan kağıt parçasına 0,1,2,...,9 rakamları yazılmış, kağıtlar aynı şekilde yuvarlatılmış ve bir torba içerisine konulmuş olsun. Bu torba içindeki kağıt rulolar iyice karıştırıldıktan sonra

(*) "Pseudo" karşılığı "Sözde" sözcüğü kullanılmıştır; bkz.

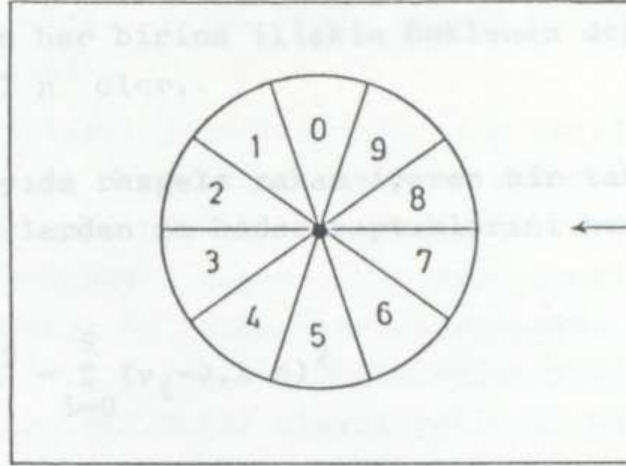
Rifat Sağlam, *Bilgisayar Terimleri Sözlüğü*, Boğaziçi Üniversitesi Yayını, No.157, İstanbul, 1980.

bir tane rulo çekilsin ve bu kağıttaki rakam kaydedilsin. Torbadan alınan rulo tekrar torbanın içerisine atılarak bu işleme bir çok kere devam edilirse, kaydedilen rakamlar, rasgele sayılar ya da daha doğru bir ifadeyle rasgele rakamlar tablosunu oluşturur. Elde edilen tablo aşağıdaki dağılıma sahip bir rasgele değişkeni temsil eder.

$$\left\{ \begin{array}{ccccccccc} 0 & 1 & 2 & \dots & 9 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & \dots & 0.1 \end{array} \right\} \quad (4.2.1)$$

Bu tablodaki rasgele rakamlar kullanılarak, eşit ihtimalli ve herhangi bir (a, b) aralığındaki rasgele sayılar üretilebilir. Örneğe, eşit ihtimalli ve dört rakamlı rasgele sayıları oluşturmak için, tablonun dört rakamlı sayılar halinde düzenlenmesi yeterlidir. Herhangi bir " $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4$ " sayısının oluşma ihtimali $0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 = 10^{-4}$ tür. Dolayısıyla (0000 ile 9999) aralığında eşit ihtimalli (10^{-4}) rasgele sayılar bulunur. Başka bir örneği gözönüne alalım, (0 ile 1) aralığında eşit ihtimalli ve dört rakamlı sayılar oluşturmak isteyelim. Bunun için önceki örnekteki dört rakamlı sayıların başına bir ondalık nokta konulması yeterlidir. Herhangi bir " $0.\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4$ " sayısının oluşma ihtimali yine 10^{-4} olur. Böylece (0.0000 ile 0.9999) aralığındaki eşit ihtimalli (10^{-4}) rasgele sayılar bulunur. n yeterince büyük ise, $0.\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$ rasgele değişkeninin, $0 \leq U < 1$ standart Uniform değişkenine yaklaşacağı açıktır.

Büyük kapsamlı rasgele sayılar tablosunun-örneğin 1000000 rakam içeren bir tablo-torbadan dağıt çekilerek elde edilmesi elbette pek mümkün değildir. Bu iş için elektrik düzenli özel bir rulet yapılabilir (Şekil 4.3). Böylece, merkezinden geçen bir eksen etrafında dönebilen dairesel düzlem aniden durdurularak sabit gösterge aracılığıyla bulunan rakam kaydedilerek rasgele sayılar elde edilebilir.



Şekil 4.3

Düzenlenme biçimi yukarıda açıklanan ve 4.2.1 tablosundaki dağılıma sahip rasgele rakamlar, bilgisayarın belleğine depolanabilir. Sonra, hesap aşamasında bu rakamlar art arda bellekten çağırılarak amaca uygun şekilde kullanılabilir.

Kusursuz bir rasgele sayılar tablosunun hazırlanması pek kolay değildir. Fiziksel cihazlarla üretilen rasgele sayıların dağılımı, 4.2.1 tablosunda gösterilen ideal dağılımdan farklı olabilir. Rasgele sayıların üretimi için yapılan deney sırasında da bir hata yapılabilir. Bu nedenle hazırlanan tablolara, özel istatistiksel testler uygulanarak, üretilen sayıların 4.2.1 tablosuyla ilgili rasgele değişkenin yapısına uygun olup olmadığı denetlenir. En basit testlerden birini, n sayıda rasgele rakamdan oluşan bir tabloya uygulayalım. Bu tablodaki 0 rakamı sayısını v_0 , 1 rakamı sayısını $v_1, \dots$ ve 9 rakamı sayısını v_9 ile gösterelim.

$$n = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + v_8 + v_9$$

$v_0, v_1, \dots, v_9$ sayıları, n boyutlu tabloların birinden ötekine değişeceği için, birer rasgele değişken gibi düşünülebilir. Öte yandan bu rasgele değişkenler $(v_0, v_1, \dots, v_9)$ n içerisinde eşit ağırlıklı olduklarından, her hangi bir n kapsamlı tabloda,

bu değişkenlerin her birine ilişkin beklenen değer

$$m_{v_i} = n/10 = 0.1 n \text{ olur.}$$

Şimdi n sayıda rasgele rakam içeren bir tabloda, v_i de-
ęerlerinin, m_{v_i} lerden ne kadar saptıklarını hesaplayalım.

$$\sum_{i=0}^9 (v_i - m_{v_i})^2 = \sum_{i=0}^9 (v_i - 0.1 n)^2$$

Tablonun boyutuna bağlı olarak, bu toplam değerin hangi düzey-
de kalması gerektiği, olasılık teorisi çerçevesinde belirlene-
bilir. Başka bir anlatımla, tablonun kapsamının büyümesiyle,
anılan toplam değerin sıfıra yaklaşması beklenir; ancak sıfır
olmaz. Bu değerin sıfır olması ideal koşullarda; başka bir de-
ęişle rasgeleliğin tam sağlanması ve tablonun içerdii rakam-
ların sayısının sonsuza yaklaşması halinde sözkonusu olabilir.

Rasgele sayı tablolarının sadece, Monte Carlo yöntemiyle
ilgili hesaplamaların elle yapılması halinde kullanılması uy-
gundur. Büyük kapsamlı bir tablonun-örneğin 1000000 rakam
içeren bir tablonun bilgisayar belleğine depolanması çok büyük
hafıza kaybına yol açar. Ayrıca, sayıların işlem sırasında ge-
ri çağırılması, hesap hızını önemli ölçüde yavaşlatır.

Böylelikle bu sayılara uygulanacak işlemler uygun sonuç ver-
meye başlar. Bu işlemlerin uygulanabilmesi, ancak bilgisayarın
belleğine depolanmasıyla mümkündür. O zaman da bu yöntemin,

4.2.2. Rasgele sayı üreticileri

Önceki bölümde açıklanan elektrik düzenli rulet bir bil-
gisayara monte edilebilir ve gerektiği kadar rasgele sayı üre-
tilebilir, ve amaca uygun şekilde kullanılabilir. Ne var ki
mekanik cihazların hızı bilgisayar hızının bir hayli altında-
dır. Bu nedenle rasgele sayıların üretilmesinde çoğu kez elekt-
ron tüplerdeki ses sinyalleri kullanılır. Belirli bir Δt zaman
içerisinde ses düzeyinin, belirlenmiş bir eşiği aşma sayısı

T.C.

çiftse "sıfır" rakamı, tekse "bir" rakamı kaydedilerek üretim gerçekleştirilebilir.

Böyle üreticileri gözönüne alalım; m sayıda üretici eş zamanlı işlem yaparak ürettikleri rasgele sıfır ve bir'leri özel bir hücreyi oluşturan bütün ikili rakam yerlerine (bitlere) gönderir. Her çevrimde m rakamlı bir sayı üretilir. Her hangi bir hesap aşamasında bu hücreye baş vurularak, (0-1) aralığında üniform dağılımlı U rasgele değişkenine ilişkin bir değeri çağrılabilir. Bu, doğal olarak yaklaşık bir değer olup, ikili sayı sisteminde kesirli ve m rakamdan oluşan " $0, \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m$ " şeklindedir. m nin büyümesiyle duyarlılığın artacağı açıktır. Her α_i aşağıdaki dağılıma sahip bir rasgele değişkenin benzeri olur.

$$\alpha_i = \begin{Bmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{Bmatrix}$$

Bu yöntemle üretilen rasgele sayılara gerekli testlerin uygulanabilmesi, üretimin bitmesini gerektirir. Başka bir anlatımla, n sayıda rasgele sayı üretilip, kaydedildikten sonra bunlara gerekli testler uygulanabilir. Üretimin her bağımsız aşamasında α_i ler rasgele "sıfır" lar ya da "bir" lerdir. Bu nedenle ikinci bir üretim sırasında aynı sayılar üretilemez. Dolayısıyla bu sayılara uygulanan testler uygun sonuç verse bile, bunların güvenle kullanılabilmesi, ancak bilgisayarın belleğine depolanmasıyla mümkündür. O zaman da bu yöntemin, rasgele sayılar tablosundan bir farkı kalmaz.

Yöntem ancak, problemlerin Monte Carlo yöntemiyle çözümü için tasarlanmış özel bilgisayarlarla güvenli sonuç verir. Ayrıca çok amaçlı bir bilgisayarın, ara sıra gerek duyulan rasgele sayıların üretiminde kullanılması ekonomik olmaz.



4.2.3. Sözde rasgele sayılar

Hesaplarda kullanılan rasgele sayılara, özel testler uygulandığı ve denetlendikleri için, uygun sonuç alınması halinde nasıl üretildikleri önemli değildir. Nitekim bu rasgele sayılar, önceden belirlenmiş bir bağıntıyla bile üretilebilir. Fakat böyle bir bağıntı çok yetkin olmalıdır. Böyle bir bağıntıyla üretilen ve standart üniform rasgele değişken, U , değerlerinin benzetimi olan sayılara *sözde rasgele sayılar* denir. Benzetim sözcüğü, bu şekilde üretilen sayıların gerekli testleri sağladığını ve U rasgele değişkenini temsil edebileceğini ifade eder. Sözde (Pseudo) sözcüğü ise, böyle bir bağıntıyla üretilen sayıların önceden bilindiğini ve dolayısıyla tam anlamıyla rasgele olmayıp bir anlamda deterministik sayılar sayılabileceğini belirtir.

Sözde rasgele sayıların üretimi için ilk algoritma, J.Neumann tarafından geliştirilmiştir[65,66,68,69]. Yaygın adı *ortakare yöntemi* (mid-square method) olan yöntemi bir örnekle açıklayalım. Standart üniform değişkene ilişkin n sayıda dört rakamlı sayılar üretmek isteyelim. Başlangıç değeri $u_0 = 0.9876$ olarak tespit edilmiş olsun. u_0 'ın karesi alınır, sekiz rakamlı bir sayı elde edilir; $u_0^2 = 0.97535376$. Bu sayının ortasından dört rakam alınır ve u_1 olarak kabul edilir, ve bu şekilde işlemlere devam edilirse: $u_1 = 0.5353$; $u_1^2 = 0.28654609$, $u_2 = 0.6546$; $u_2^2 = 0.42850116$; $u_3 = 0.8501$; $u_3^2 = 0.72267001$, $u_4 = 0.2670$; ve u_n sayıları elde edilir.

Ne var ki gerekli testler sonucu bu sayıların dağılımının uygun olmadığı ve küçük sayıların gereğinden fazla olduğu tespit edilmiştir.

Lehmer (1951), sözde rasgele sayıların üretimi için aşağıdaki tekrarlama (rekürans) bağıntısını geliştirmiştir[66,70].

$$x_{i-1} = ax_i \pmod{m} \quad (4.2.2)$$

Daha sonra bu bağıntı genelleştirilmiştir[5,66,71].

$$x_{i+1} = (ax_i + c)(\text{mod } m) \quad (4.2.3)$$

Burada a, c ve m , negatif olmayan tam sayılardır. Bağıntı, ax_i ya da $ax_i + c$ teriminin m ye bölünmesi sonucu kalan kısmın, x_{i+1} e eşit olduğunu ifade eder. m , kullanılan bilgisayarın tasarımına bağlı olarak belirlenen büyük bir pozitif tamsayıdır ve genellikle 2 ya da 10 tabanın yüksek bir kuvveti halinde ifade edilir. Başlangıç değeri olarak önceden saptanan x_0 , a ve c , 0 ile $m-1$ arasındaki tamsayılardır.

$(ax_i)/m$ ya da $(ax_i + c)/m$ bağıntılarının tamsayı kısmı k_i ile gösterilirse, 4.2.2 ve 4.2.3 bağıntıları aşağıdaki gibi ifade edilebilir[5].

$$k_i = \text{int}\left(\frac{ax_i}{m}\right) \quad \text{ya da} \quad k_i = \text{int}\left(\frac{ax_i + c}{m}\right) \quad (4.2.4)$$

$$x_{i+1} = ax_i - mk_i \quad (4.2.5)$$

$$x_{i+1} = ax_i + c - mk_i \quad (4.2.6)$$

0 halde, sözde rasgele değişkenin, U , 0 ile 1 arasındaki değerler takımı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$u_{i+1} = \frac{x_{i+1}}{m} \quad (4.2.7)$$

Konuya açıklık kazandırmak için şu örneği ele alalım: $a = 3$, $c = 1$ ve $m = 5$ olsun. Başlangıç değerini $x_0 = 1$ alalım ve sözde rasgele sayılar üretmek isteyelim. 4.2.6 ve 4.2.7 bağıntılarıyla aşağıdaki u_i değerleri bulunur.



$$k_0 = \text{int}\left(\frac{3 \times 1 + 1}{5}\right) = \text{int}(0.8) = 0$$

$$x_1 = 3 \times 1 + 1 - 5 \times 0 = 4$$

$$u_1 = 4/5 = 0.8$$

$$k_1 = \text{int}\left(\frac{3 \times 4 + 1}{5}\right) = \text{int}(2.6) = 2$$

$$x_2 = 3 \times 4 + 1 - 5 \times 2 = 3$$

$$u_2 = 3/5 = 0.6$$

.....

Böylece hesaplanan u_i değerleri periyodik olabilir. Başka bir anlatımla belli bir aşamadan sonra bulunan değerler kendilerini tekrarlayabilir. 4.2.5 ya da 4.2.6 bağıntısından görüleceği gibi bütün i ler için $x_i < m$ dir. Başka bir ifadeyle üretilen x_i rasgele tamsayıları 0 ile $m-1$ arasında değer alabilir. Bu nedenle, anılan bağıntılarla üretilen rasgele sayıların tekrarlanma periyodu her zaman m den küçük bir değerdir [5,72]. Örneğe ilişkin sonuçlar şöyledir.

i	u_i
1	0.8
2	0.6
3	0.0
4	0.2
5	0.8
6	0.6
7	0.0
8	0.2
$\vdots$	$\vdots$

Görüldüğü gibi, üretilen sözde rasgele sayılar, dört aşamadan sonra tekrarlanmaktadır ($4 < m = 5$). Şu halde, rasgeleliğe güvenebilmek için bu peryodun mümkün olduğu kadar büyük olması sağlanmalıdır. Bu nedenle Pratik amaçlarla u_1 nin üretilmesinde, m için büyük bir değerin tespiti gerekir.

Yukarıda açıklanan yöntemle üretilen rasgele sayılar her ne kadar deterministik temele dayansa bile, büyük bir m değeri için, üniform dağılımlı ve istatistiksel olarak bağımsız oldukları, Knuth (1969) tarafından gösterilmiştir[5,72]. Ayrıca Greenberger (1961), 4.2.3 bağıntısıyla üretilen x_i ve x_{i+1} sayıları arasındaki korelasyon katsayısının değer aralığını aşağıdaki gibi belirlemiştir[5,71].

$$\rho = \frac{1}{a} - \left(\frac{6c}{a m} \right) \left(1 - \frac{c}{m} \right) + \frac{a}{m} \quad (4.2.8)$$

Açıkça görüleceği gibi, m nin ve a nın büyük değerleri için ρ sıfıra yaklaşır.

Bilindiği gibi ondalık sayılar, bütün bilgisayarların iç ortamında, eşdeğer ikili sayılara dönüştürülerek işlem görür. Bu bağlamda, ondalık sayılar bazı bilgisayarların iç ortamında, ikili kodlu ondalık (BCD) sisteminde, bazılarında ise ikili sayı sisteminde işlem görür. Örnekse, 98 sayısı, BCD sisteminde $\left\{ \begin{smallmatrix} 9 \\ 1001 \end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix} 8 \\ 1000 \end{smallmatrix} \right\}$ ile gösterilirken, ikili sayı sisteminde $\left\{ \begin{smallmatrix} 98 \\ 1100010 \end{smallmatrix} \right\}$ ile gösterilir. Bilimsel çalışmalar için tasarlanmış bütün bilgisayarlarda ikili sayı sistemi kullanılır. İkili aritmetik kuralları ve bu işlemleri yapan devreler çok basittir. Bu da BCD bilgisayarlara göre çok daha yüksek bir hız sağlar. Çoğu zaman, BCD sistemiyle çalışan bilgisayarlar, "ondalık bilgisayarlar" ve ikili sistemiyle çalışan bilgisayarlar ise "ikili bilgisayarlar" terimleriyle adlandırılır[73].

4.2.2 ve 4.2.3 bağıntılarıyla üretilen rasgele sayılara,

aşağıda verilen parametre değerleri için istatistiksel testler uygulanmış ve uygun sonuç verildiği gösterilmiştir (Rubinstein, 1981) [5,74].

İkili bilgisayarlar için: $m = 2^{35}$, $a = 2^7 + 1$ ve $c = 1$;

Sözcük uzunluğu (word length) β olan ondalık bilgisayarlar için:

$$m = 10^\beta, \quad a = 101 \quad \text{ve} \quad c = 1 .$$

$$x_{i+1} = (ax_i + c) \pmod{m} \Rightarrow u_{i+1} = \frac{x_{i+1}}{m}$$

Bu durumda, üretilen rasgele sayıların tekrarlanma periyodu $m-1$ e eşittir. Başka bir anlatımla, periyodik tekrarlanma olmadan $x_i, 0$ ile $m-1$ arasındaki tüm tamsayıları alır. Böyle rasgele sayı üreticileri, dolu periyodlu (full period) üreticiler terimiyle adlandırılmaktadır [74].

IBM 360 bilgisayarlarında, 4.2.2 bağıntısı için:

$$m = 2^{31} - 1 \quad \text{ve} \quad a = 16807$$

$$x_{i+1} = ax_i \pmod{m} \Rightarrow u_{i+1} = \frac{x_{i+1}}{m}$$

Bu durumda üretilen rasgele sayıların tekrarlanma periyodunun üst sınırı $m-1$ dir [74]. Yukarıda önerilen parametreler kullanılarak, 4.2.2 ve 4.2.3 bağıntılarıyla sözde rasgele sayıların üretilmesinde, başlangıç değeri x_0 , m den küçük pozitif herhangi bir tamsayı seçilebilir. Ayrıca, farklı rasgele sayılar üretilmesi için programın tekrarlatılması halinde, her tekrar sırasında x in son değeri başlangıç değeri, x_0 , olarak kullanılmalıdır.

Duyarlılık oranının yüksek olması öngörülen uygulama aşamala-

rında üretilen sözde rasgele sayıların üniform dağılımlı ve bağımsız olduklarının denetlenmesi; ayrıca bu amaçla istatistiksel testler[47,48,50] uygulanması önerilir.

Sözde rasgele sayıların, hesaplarda sağladığı kolaylıklar şöyle sıralanabilir:

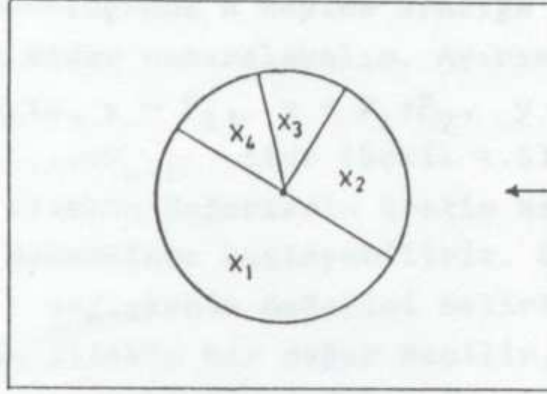
- (1) Her sayının üretimi için bir kaç basit işlem yeterlidir. Üretim hızı bilgisayarın işlem hızına eşittir.
- (11) Sayıların üretimi için yapılan program, bilgisayar belleğinin sadece küçük bir bölümünü kapsar.
- (111) Bağıntıların içerdiği parametrelerin belirli değerleri için, üretilen sayılara gerekli istatistiksel testler uygulanır ve uygun sonuç alınır, bu bağıntılarla, aynı parametreler kullanılarak çok sayıda problem çözülebilir.

Özetle, Monte Carlo yönteminin çeşitli problemlerin çözümünde kullanılabilmesi ancak sözde rasgele sayıların sağlanmasıyla mümkündür. Bu bağlamda bundan sonraki bölümde açıklanacağı gibi, sözde rasgele sayıların uygun şekilde dönüştürülmesiyle herhangi bir $f_X(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip X rasgele değişkenine ilişkin değerler kolayca üretilir.

4.3. Rasgele değişkenlerin dönüşümü

Değişik problemlerin çözümü doğal olarak çeşitli rasgele değişkenlerin benzeşimini gerektirir. Monte Carlo yönteminin uygulamaya başlanıldığı ilk yıllarda bazı araştırmacılar her rasgele değişken için özel rulet tasarlamaya çalışmışlardır. Örneğin dağılımı aşağıda verilmiş X rasgele değişken, Şekil 4.4 te gösterilen ruletle benzeştirmeye çalışılmıştır[65].

$$X = \begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 0.5 & 0.25 & 0.125 & 0.125 \end{Bmatrix}$$



Şekil 4.4

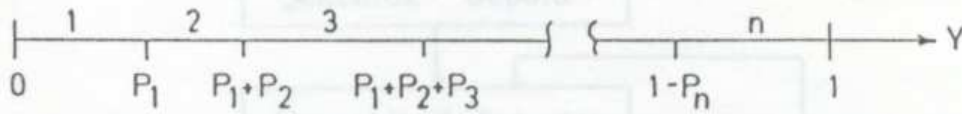
Ne var ki daha sonra bu tür benzeşimlere gerek olmadığı; herhangi bir rasgele değişkene ilişkin değerlerin, seçilen standart bir rasgele değişkenin dönüştürülmesiyle elde edilebileceği belirlenmiştir. Bu bağlamda genellikle, değerlerinin nasıl belirlenebileceği önceki bölümlerde açıklanan, 0 ile 1 arasında üniform dağılımlı U rasgele değişkeni, standart değişken seçilebilir. Bu bakımdan bundan sonra herhangi bir X rasgele değişkenine ilişkin değerlerin belirlenmesinde, U değişkenine ilişkin değerlerin bilindiği kabul edilecektir.

4.3.1. Kesikli rasgele değişkenler

Dağılımı aşağıda verilen bir X rasgele değişkenine ilişkin değerlerin belirlenmesinin istenildiğini varsayalım.

$$X = \begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ P_1 & P_2 & \dots & P_n \end{Bmatrix}$$

$0 < y < 1$ aralığını gözönüne alalım. Bu aralığı $P_1, P_2, \dots, P_n$ uzunluğunda n sayıda aralığa bölelim. Bu aralıkları, 1 den n ye kadar numaralayalım. Ayırım noktalarının koordinatları, sırayla, $y = P_1, y = P_1+P_2, y = P_1+P_2+P_3, \dots, y = P_1+P_2+\dots+P_{n-1}$ olur (Şekil 4.5). Böylece X rasgele değişkenine ilişkin değerlerin üretim hazırlığını tamamlamış oluruz ve denemelere başlayabiliriz. Örneğe, herhangi bir denemede, X değişkenin değerini belirlemek için, U standart değişkenine ilişkin bir değer seçilir, ve bu değer y ye eşitlenir; $y = u$. Belirlenen değer ($y = u$), i ninci aralık içinde kalıyorsa, denemedeki X değeri x_i olur; $X = x_i$.



Şekil 4.5

Yapılan işlemlerin geçerliliği şu şekilde kanıtlanabilir. U rasgele değişkeni $(0,1)$ aralığında üniform dağılımlı olduğu için U nun, aralıkların herhangi biri içerisinde kalma olasılığı gözönüne alınan aralığın uzunluğuna eşit olur. O halde;

$$P(0 < U \leq P_1) = F_U(P_1) = P_1$$

$$P(P_1 < U \leq P_1+P_2) = P_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$P(P_1+P_2+\dots+P_{i-1} < U \leq P_1+P_2+\dots+P_i) = P_i$$

$$\dots\dots\dots$$

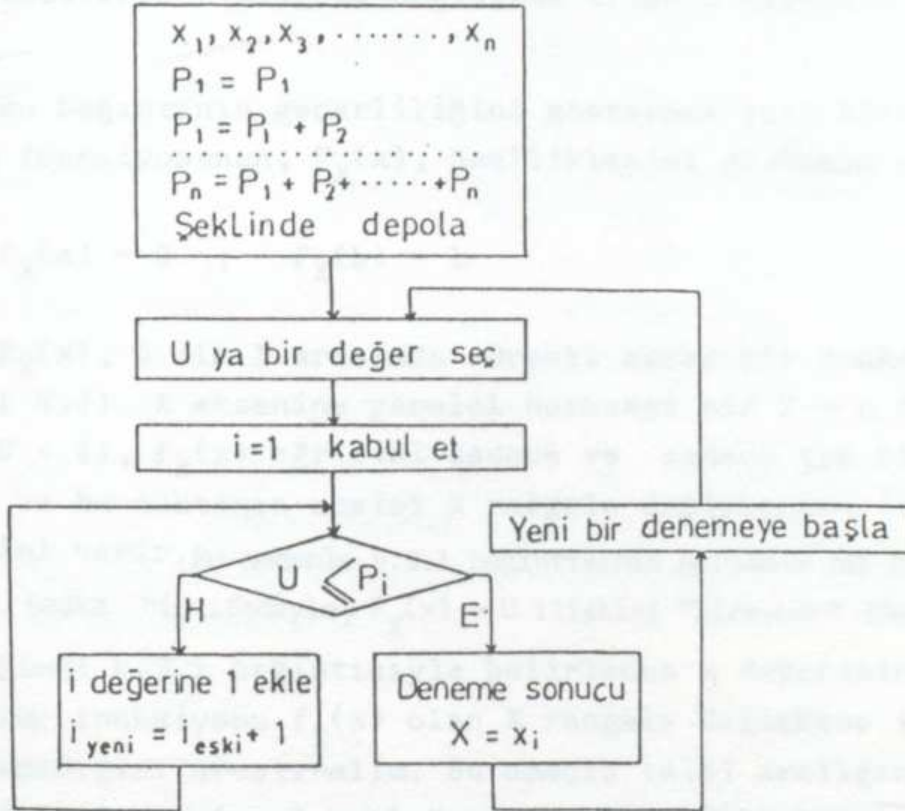
$$P(P_1+P_2+\dots+P_{n-1} < U \leq 1) = P_n$$

Yapılan denemede $X = x_i$ olabilmesi için şu koşul gerçekleşmelidir.

$$P_1 + P_2 + \dots + P_{i-1} < U \leq P_1 + P_2 + \dots + P_i$$

Bu olayın gerçekleşme olasılığı ise P_i olur.

X kesikli rasgele değişkene ilişkin değerlerin üretim akış diyagramı Şekil 4.6 da gösterilmiştir.



Şekil.4 6

4.3.2. Sürekli rasgele değişkenler

Bir (a,b) aralığında $f_X(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip bir X rasgele değişkenine ilişkin değerlerin üretilmesi istenmiş olsun. Önce bu değerlerin aşağıdaki bağıntıyla belirlenebileceğini kabul edelim. Sonra bu kabulün geçerliliğini kanıtlayalım.

$$f_X(x) = \int_a^x f_X(z) dz = U \quad (4.3.1)$$

Görüleceği gibi art arda seçilen U değerleri için 4.3.1 bağıntısı çözümlenerek X rasgele değişkene ilişkin değerler bulunabilir.

Bu bağıntının geçerliliğini göstermek için birikimli dağılım fonksiyonunun, $F_X(x)$, özelliklerini gözönüne alalım.

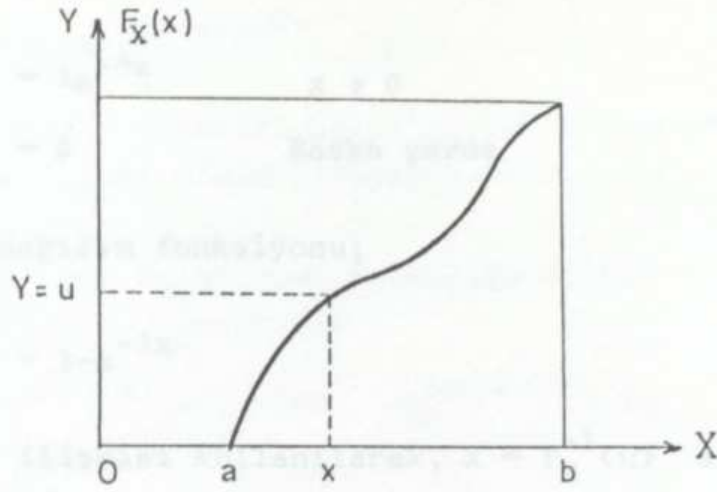
$$F_X(a) = 0 \quad ; \quad F_X(b) = 1$$

$F_X(x)$, 0 ile 1 arasında sürekli artan bir fonksiyondur. (Şekil 4.7). X eksenine paralel herhangi bir $Y = u$ doğrusu ($0 < U < 1$), $F_X(x)$ eğrisini sadece ve sadece tek bir noktada keser ve bu noktanın absisi X rasgele değişkenine ilişkin x değerini verir. Bu nedenle 4.3.1 bağıntısının her zaman tek bir çözümü vardır. Başka bir ifadeyle, $F_X(x) = U$ ilişkisi "bire-bir" dönüşümlüdür.

Şimdi 4.3.1 bağıntısıyla belirlenen x değerinin, olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_X(x)$ olan X rasgele değişkene ilişkin olup olmadığını araştıralım. Bu amaçla (a,b) aralığının içerdiği herhangi bir (a,x) aralığını seçelim. Belirlenen değerin bu aralıkta olması halinde;

$$a < X \leq x \Rightarrow F_X(a) < U \leq F_X(x) \quad \text{ve}$$

$$P(a < X \leq x) = P\{F_X(a) < U \leq F_X(x)\} \quad \text{olur (Şekil 4.7).}$$



Şekil 4.7

U, 0 ile 1 arasında üniform dağıldığı için bağıntısının sağ tarafı şu şekli alır.

$$P \{ F_X(a) < U \leq F_X(x) \} = F_X(x) - F_X(a) = F_X(x) - 0 = F_X(x)$$

0 halde $P(a < X \leq x) = F_X(x)$ olduğundan, 4.3.1 bağıntısıyla bulunan değerlerin, olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_X(x)$ olan rasgele değişkene ilişkin olduğu görülür.

$F_X(x) = u$ bağıntısı $x = F_X^{-1}(u)$ şeklinde de ifade edilebilir. F^{-1} , F fonksiyonunun evriğidir. Bu nedenle çoğu kez bu yöntem, *evriğe dönüştürüm yöntemi* (Inverse transform method) adıyla da anılmaktadır[5].

Üssel (Eksponansiyel) dağılımlı rasgele sayılar

Kapsamlı kullanım alanı olan üssel dağılımlı X rasgele değişkenini gözönüne alalım. $\lambda(>0)$ parametrelili dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu şöyledir.

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad x > 0$$
$$= 0 \quad \text{Başka yerde}$$

Birikimli dağılım fonksiyonu;

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$F_X(x) = u$ ilişkisi kullanılarak, $x = F_X^{-1}(u)$ evrik fonksiyonu belirlenebilir.

$$1 - e^{-\lambda x} = u \rightarrow 1 - u = e^{-\lambda x} \rightarrow \ln(1 - u) = -\lambda x \cdot \ln e \rightarrow$$

$$\ln(1 - u) = -\lambda x \rightarrow \text{evrik fonksiyon: } x = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - u)$$

0 halde, u_i ; $i = 1, 2, \dots$ standart Uniform dağılımlı rasgele sayılar üretildikten sonra üssel dağılımlı X rasgele değişkene ilişkin x_i ; $i = 1, 2, \dots$ değerleri aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - u_i) \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.3.2a)$$

$(1 - u_i)$ rasgele değişken değerleri de 0 ile 1 arasında Uniform dağıldığı için gereksenen x_i değerleri şöyle üretilebilir.

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln u_i \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.3.2b)$$

En büyük değer için TİP I asimptotik dağılıma ilişkin sayılar

En büyük değer için TİP I asimptotik dağılımın birikimli dağılım fonksiyonu şöyledir.

$$F_X(x) = \exp[-e^{-\alpha(x-\beta)}]$$

β , X in en olası değerini belirten yer parametresi; α , X in dağılışıyla ilgili biçim parametresidir.

Belirli bir $F_X(x) = u$ olasılığı için;

$$\exp[-e^{-\alpha(x-\beta)}] = u \rightarrow -e^{-\alpha(x-\beta)} = \ln u \rightarrow$$

$$e^{-\alpha(x-\beta)} = \ln(u^{-1}) \rightarrow -\alpha(x-\beta) = \ln(\ln \frac{1}{u}) \rightarrow$$

$$\text{evrik fonksiyon: } x = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln(\ln \frac{1}{u})$$

Bu bağıntıyla TİP I asimptotik dağılıma ilişkin rasgele sayılar, üniform dağılımlı rasgele sayılar kullanılarak üretilir.

$$x_i = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln(\ln \frac{1}{u_i}) \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.3.3)$$

Rasgele değişkenlere ilişkin sayıların evriğe dönüştürüm yöntemiyle üretilmesi ancak, ilgili rasgele değişken birikimli dağılım fonksiyonu evriğinin çözümsel ifade edilebilmesiyle; başka bir anlatımla $\int_a^x f_X(z) dz = u$ integralinin çözülmesi ve x ile u arasında basit bir ilişki kurulmasıyla mümkündür. Ne var ki çoğu olasılık dağılımının-örneğin normal ve lognormal gibi-birikimli dağılım fonksiyonunun evriği çözümsel olarak ifade edilemez. Ancak böyle durumlar için geçerli yöntemler bulunmaktadır[5]. Bu yöntemlerde, üretimin gerçekleşmesi için gene standart üniform rasgele değişkene ilişkin u_i değerleri kullanılmaktadır. Burada bu yöntemler açıklanmayacak, sadece normal ve lognormal dağılımlı rasgele sayıların nasıl üretilbileceği konusu ele alınacaktır.



Normal dağılımlı rasgele sayılar

Box ve Muller (1958), U_1 ve U_2 nin iki bağımsız standart üniform değişken olması halinde aşağıdaki bağıntılarla belirli S_1 ve S_2 nin iki bağımsız standart normal değişken olduğunu, $N(0,1)$, göstermişlerdir [5,75].

$$S_1 = (-2 \ln U_1)^{1/2} \cos 2\pi U_2$$

$$S_2 = (-2 \ln U_1)^{1/2} \sin 2\pi U_2$$

Özetle, bu fonksiyonlar kullanılarak, u_1 ve u_2 nin iki bağımsız üniform dağılımlı rasgele sayı olması halinde, herhangi bir $N(m,\sigma)$ normal dağılımın x_1 ve x_2 bağımsız rasgele sayıları, $S = (X-m)/\sigma$ ilişkisi kullanılarak belirlenebilir.

$$x_1 = m + \sigma (-2 \ln u_1)^{1/2} \cos 2\pi u_2 \quad (4.3.4)$$

$$x_2 = m + \sigma (-2 \ln u_1)^{1/2} \sin 2\pi u_2$$

Lognormal dağılımlı rasgele sayılar

Parametreleri λ ve ξ olan bir X lognormal değişkenini gözönüne alalım. $\ln X$, ortalama değeri λ ve standart sapması ξ olan normal rasgele değişken olur. Şu halde x' , bir $N(\lambda,\xi)$ normal dağılımın değeriye; parametreleri λ ve ξ olan lognormal dağılımda x' karşılığı x rasgele sayısı şu bağıntıyla belirlenebilir.

$$x = e^{x'}$$

(4.3.5)

Ortak dağılımlı rasgele sayılar

$X_1, X_2, \dots, X_n$ rasgele değişkenler takımını gözönüne alalım. Bu değişkenler istatistiksel olarak bağımsız ise, ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i) \quad (4.3.6)$$

$f_{X_i}(x_i)$, X_i değişkeninin marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonudur. Bu durumda, her değişkene ilişkin rasgele sayılar ayrı ayrı ve bir birinden bağımsız üretilerek, $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ rasgele sayılar takımı oluşturulabilir.

$X_1, X_2, \dots, X_n$ rasgele değişkenleri bağımlı değişkenler ise, ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu şu şekli alır.

$$f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2 | x_1) \dots f_{X_n}(x_n | x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (4.3.7)$$

$f_{X_1}(x_1)$, X_1 değişkeninin marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonu ve $f_{X_k}(x_k | x_1, \dots, x_{k-1})$, $X_1 = x_1, \dots$ ve $X_{k-1} = x_{k-1}$ karşılığı, X_k değişkeninin koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonudur.

İlgili ortak birikimli dağılım fonksiyonu;

$$F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = F_{X_1}(x_1) F_{X_2}(x_2 | x_1) \dots F_{X_n}(x_n | x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (4.3.8)$$

$F_{X_1}(x_1)$, X_1 değişkeninin marjinal birikimli dağılım fonksiyonu ve $F_{X_k}(x_k | x_1, \dots, x_{k-1})$, X_k nın koşullu birikimli dağılım fonksiyonudur.

X_i değişkenleri, bağımlı-rasgele değişkenler ise, gerek-senen rasgele sayılar, her değişken için ötekilerden bağımsız üretilerek oluşturulamaz. Bununla birlikte, anılan rasgele sa-yılar takımının üretilmesi, 4.3.8 bağıntısı esas alınarak ger-çekleştirilebilir.

Uniform dağılımlı $(u_1, u_2, \dots, u_n)$ rasgele sayılar takımı üretilmiş olsun. O zaman, x_1 değeri bağımsız olarak belirlene-bilir.

$$x_1 = F_{X_1}^{-1}(u_1) \quad (4.3.9a)$$

Belirlenen bu x_1 değeri kullanılarak, $F_{X_2}(x_2|x_1)$ koşullu biri-kimli dağılım fonksiyonu, sadece x_2 nin fonksiyonu olur, ve x_2 değeri hesaplanabilir.

$$x_2 = F_{X_2}^{-1}(u_2|x_1) \quad (4.3.9b)$$

Benzer şekilde, belirlenen $x_1, \dots, x_{n-1}$ değerleri kullanıla-rak, x_n değeri belirlenebilir.

$$x_n = F_{X_n}^{-1}(u_n|x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (4.3.9c)$$

Böylece, gerekenen rasgele sayılar birer birer üretilerek $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ rasgele sayılar takımı oluşturulabilir. Bu yön-temle, 4.3.9 bağıntısı kullanılarak üretimin gerçekleşebilmesi, ancak ilgili marjinal ve koşullu birikimli dağılım fonksiyonla-rının çözümsel olarak belirlenebilmesiyle mümkündür[5].

iki bağımlı normal değişkene ilişkin rasgele sayılar

Aralarındaki korelasyon katsayısı ρ olan X ve Y bağımlı normal rasgele değişkenlere ilişkin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu şöyle ifade edilebilir.

$$f_{X,Y}(x,y) = f_{Y|X}(y|x) \cdot f_X(x)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_Y \sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{y-m_Y-\rho(\sigma_Y/\sigma_X)(x-m_X)}{\sigma_Y \sqrt{1-\rho^2}} \right]^2 \right\}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_X} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-m_X}{\sigma_X} \right)^2 \right]$$

Bağıntıdaki, Y nin X e göre koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu ve X in marjinal yoğunluk fonksiyonu, sırayla;

$$f_{Y|X}(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_Y \sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{y-m_Y-\rho(\sigma_Y/\sigma_X)(x-m_X)}{\sigma_Y \sqrt{1-\rho^2}} \right]^2 \right\}$$

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_X} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-m_X}{\sigma_X} \right)^2 \right]$$

Bu olasılık yoğunluk fonksiyonlarının ikisi de normal dağılımlı olup m_X , σ_X ve m_Y , σ_Y , sırayla, X ve Y nin ortalama değerlerini ve standart sapmalarını; ρ korelasyon katsayısını gösterir. X ve Y ye ilişkin rasgele sayıların üretilebilmesi için önce ortalama değeri m_X ve standart sapması σ_X olan X normal değişkenine ilişkin bir x değeri 4.3.4 bağıntısıyla üretilir. Sonra bu x değeri yardımıyla Y nin koşullu ortalama değeri ve standart sapması hesaplanır.

$$E(Y|x) = m_Y - \rho(\sigma_Y/\sigma_X)(x - m_X) \quad (4.3.10)$$

$$\sigma_{Y|x} = \sigma_Y(1 - \rho^2)^{1/2}$$

Bu ortalama değer ve standart sapma esas alınarak 4.3.4 bağintısıyla bir y değeri üretilir. Böylece, korelasyon katsayıları ρ olan X ve Y bağımlı normal değişkenlere ilişkin bir çift değer (x,y) elde edilir[5].

4.4. Örnek boyutuyla ilgili hata

Monte Carlo yöntemi çoğu kez bir sistemin davranışına ilişkin, istenilmeyen durumların ortaya çıkma olasılığının, P_F , tahmin edilmesinde kullanılır. P_F nin belirlenmesi için yapılan bir tahminde, işlenilen hatanın belirlenmesi gerekebilir; ya da P_F nin, öngörülen bir duyarlılıkla tahmininde, gerekli örnek boyutunun belirlenmesi önemli olabilir. Bu bağlamda, Shooman (1968) , hata yüzdesini belirleyen şu bağintıyı geliştirmiştir[5,76].

$$\% \text{ hata} = 200 \left(\frac{1 - P_F}{n P_F} \right)^{1/2} \quad (4.4.1)$$

Burada P_F , istenilmeyen durumların ortaya çıkma olasılığının tahmin edilen değerini, ve n örnek boyutunu gösterir. P_F olasılığının tahmininde işlenilen hata, %95 ihtimalle 4.4.1 bağintısıyla belirlenen değerden küçük olur. Örnekse, 10000 benzeşim sonucu, bir sistemin davranışına ilişkin istenilmeyen durumların ortaya çıkma olasılığı 0.01 olarak tahmin edilmişse, 4.4.1 bağintısıyla yapılan hata %20 bulunur. O halde, %95 ihtimalle gerçek olasılık, P_F , 0.01 ± 0.002 aralığında bulunur. Öte yandan P_F nin tahmininde 0.01 ± 0.001 güven aralığı öngörülmüşse, 4.4.1 bağintısıyla gerekli benzeşim sayısı $n = 39600$ bulunur.

4.5. Varyans azaltıcı teknikler

Monte Carlo yöntemi aslında bir örnekleme yöntemidir. Dolayısıyla bu yöntemle sağlanan sonuçlardaki hata oranı örnekleme hatası çerçevesinde değerlendirilebilir. Bilindiği gibi örnekleme hatası, örnek boyutunun artmasıyla azalır. Bununla birlikte Monte Carlo yönteminde, örnek boyutu artırılmadan hatanın -başka bir ifadeyle varyansın- azaltılması mümkündür. Bu amaçla kullanılan yöntemler *varyans azaltıcı teknikler* terimiyle adlandırılmaktadır [5,66,74]. Çeşitli varyans azaltıcı yöntemler mevcuttur [5,66,74]. Programlama tekniğine uygunluğu ve her çeşit problemin çözümünde kullanılabilmesi açısından bu yöntemlerden sadece *antitetik değişkenler yöntemi* konu edilecektir [5,66,74,77].

Antitetik değişkenler

Z' ve Z'' , Z nin iki ayrı örnekten sağlanan, tarafsız tahminçileri olsun. Bu iki tahminci birleştirilerek başka bir tahminci oluşturulabilir.

$$Z_A = \frac{1}{2} (Z' + Z'') \quad (4.5.1)$$

Z_A nin beklenen değeri;

$$E(Z_A) = \frac{1}{2} [E(Z') + E(Z'')] = \frac{1}{2} (Z + Z) = Z \quad (4.5.2)$$

0 halde, Z_A , Z nin tarafsız bir tahmincisidir.

Z_A nin varyansı 2.1.22 bağıntısıyla bulunabilir.

$$\text{Var}(Z_A) = \frac{1}{4} [\text{Var}(Z') + \text{Var}(Z'') + 2\text{Cov}(Z', Z'')] \quad (4.5.3)$$

Z' ve Z'' , iki ayrı ve bağımsız rasgele sayılar takımından sağlanan istatistiksel olarak bağımsız iki tahminciyse;

$$\text{Var}(Z_A) = \frac{1}{4} [\text{Var}(Z') + \text{Var}(Z'')] \quad (4.5.4)$$

Z' ve Z'' negatif bağımlı iki tahminciyse; $\text{Cov}(Z', Z'') < 0$ olur. Dolayısıyla;

$$\text{Var}(Z_A) < \frac{1}{4} [\text{Var}(Z') + \text{Var}(Z'')] \quad (4.5.5)$$

O halde, Z nin bağımsız iki tahmincisi yerine, negatif bağımlı iki tahminci kullanılarak, Z_A tahmincisinin duyarlılığı artırılabilir. Sayısal örnekleme aşamasında Z' ve Z'' tahmincilerinin, negatif bağımlı olmalarının sağlanması yöntemi *antitetik değişkenler yöntemi* terimiyle adlandırılmaktadır[5,66,74,77].

Z' tahmincisinin belirlenmesi için, üretilen üniform dağılımlı rasgele sayılar takımı, $u_1, u_2, \dots, u_n$ olsun. Bu takımın değerleri kullanılarak, $1-u_1, 1-u_2, \dots, 1-u_n$ rasgele sayılar takımı oluşturulabilir; Z'' tahmincisi belirlenebilir. Bu şekilde belirlenen Z' ve Z'' tahmincileri negatif bağımlı tahminciler olur.

Antitetik değişkenler yöntemi kullanılarak yapılan tahminlerin, rasgele örneklemeyle yapılan tahminlerden daha duyarlı olacağını göstermek için aşağıdaki örneği ele alalım[5].

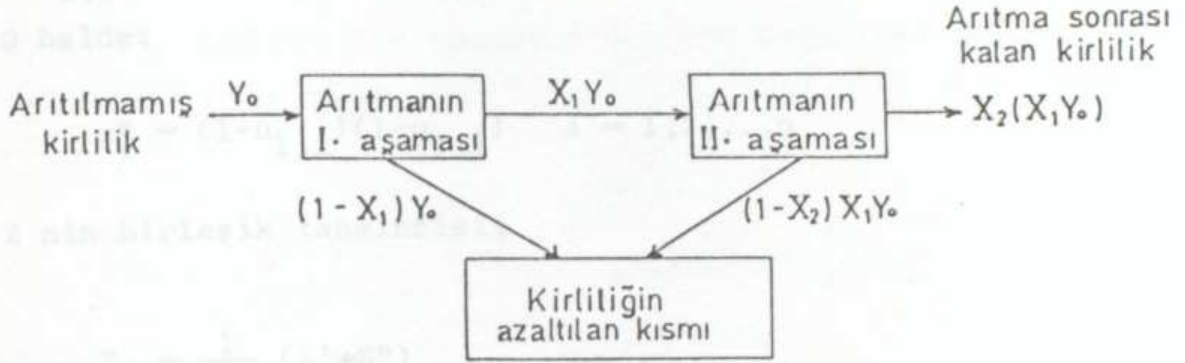
Örnek 4.5.1.

Bir arıtma sistemiyle belirli bir kirliliğin, Y_0 , azaltılması öngörülmüştür. İki aşamalı bir arıtılma sürecinden sonra

artakalan kirlilik aşağıdaki bağıntıyla tanımlanmıştır.

$$Y = X_1 X_2 Y_0$$

Y_0 , kirliliğin arıtma sistemine girmeden önceki miktarını gösterir. Olay, şematik olarak aşağıda gösterilmiştir.



$(1-X_1)$, I.aşama sonucu kirliliğin azalma oranını; ve $(1-X_2)$ ise I.aşama sonunda kalan kirliliğin, II.aşama sonucu azalma oranını gösterir. İki aşamalı arıtma sisteminin sağladığı performans, aşağıdaki bağıntıyla betimlenebilir.

$$Z = X_1 X_2$$

Bağıntı, Z nin azalmasıyla kirliliğin azalacağını ve $Z = 0$ olduğunda kirliliğin tümüyle giderileceğini belirtir.

X_1 ve X_2 iki istatistiksel olarak bağımsız ve standart Uniform dağılımlı rasgele değişkenler olsun; $X_1 = U_1$ ve $X_2 = U_2$. Monte Carlo yöntemiyle, Z nin ortalama değerini tahmin etmeye çalışalım.

Bunun için, iki adet n boyutlu ve Uniform dağılımlı $(u_{1,1}, u_{1,2}, \dots, u_{1,n})$ ve $(u_{2,1}, u_{2,2}, \dots, u_{2,n})$ rasgele sayı takımlarını üretelim. O halde;

$$x'_{1,i} = u_{1,i}$$

$$x'_{2,i} = u_{2,i}$$



$Z = X_1 X_2$ olduğundan;

$$z'_i = u_{1,i} \cdot u_{2,i} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

İlgili antitetik rasgele sayı takımları, $1-u_{1,1}, 1-u_{1,2}, \dots, 1-u_{1,n}$ ve $1-u_{2,1}, 1-u_{2,2}, \dots, 1-u_{2,n}$ şeklinde oluşturulabilir. 0 halde;

$$z''_i = (1-u_{1,i})(1-u_{2,i}) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Z nin birleşik tahmincisi;

$$\begin{aligned} Z_A &= \frac{1}{2} (Z' + Z'') \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [U_{1,i} U_{2,i}] + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(1-U_{1,i})(1-U_{2,i})] \right\} \\ &= \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [U_{1,i} U_{2,i} + (1-U_{1,i})(1-U_{2,i})] \end{aligned}$$

Z_A nin varyansı;

$$\begin{aligned} \text{Var}(Z_A) &= \frac{1}{4n^2} \text{Var} \left\{ \sum_{i=1}^n [U_{1,i} U_{2,i} + (1-U_{1,i})(1-U_{2,i})] \right\} \\ &= \frac{1}{4n^2} n \text{Var} [1 - U_{1,i} - U_{2,i} + 2U_{1,i} U_{2,i}] \\ &= \frac{1}{4n} [E(W^2) - E^2(W)] \end{aligned}$$

Bağıntıdaki $W = 1 - U_1 - U_2 + 2U_1 U_2$ dir. $E(W^2)$ ve $E(W)$, sırayla, aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$E(W^2) = \int_{u_2=0}^1 \int_{u_1=0}^1 f_{U_1, U_2}(u_1, u_2) (1+u_1^2+u_2^2+4u_1^2u_2^2-2u_1-2u_2+4u_1u_2+2u_1u_2-4u_1^2u_2-4u_1u_2^2) du_1 du_2$$

U_1 ve U_2 , bağımsız ve standart Uniform dağılımlı değişkenler olduğundan, $f_{U_1, U_2}(u_1, u_2) = f_{U_1}(u_1)f_{U_2}(u_2) = 1$ olur. O halde;

$$E(W^2) = \int_{u_2=0}^1 \left\{ \int_{u_1=0}^1 [(4u_2^2-4u_2+1)u_1^2+(-4u_2^2+6u_2-2)u_1+(u_2^2-2u_2+1)] du_1 \right\} du_2 = \int_{u_2=0}^1 \left(\frac{1}{3} u_2^2 - \frac{1}{3} u_2 + \frac{1}{3} \right) du_2 = 0.278$$

Benzer şekilde;

$$E(W) = \int_0^1 \int_0^1 (1-u_1-u_2+2u_1u_2) du_1 du_2 = 0.5$$

Dolayısıyla;

$$Var(Z_A) = \frac{1}{4n} (0.278-0.5^2) = \frac{0.007}{n}$$

Öte yandan, rasgele örneklemeyle, $2n$ boyutlu $(u_{1,1}, u_{1,2}, \dots, u_{1,2n})$ ve $(u_{2,1}, u_{2,2}, \dots, u_{2,2n})$ bağımsız rasgele sayı takımları üreti-
lerek de Z nin ortalama değeri tahmin edilebilir. Bu durumda ilgili tahminci şöyle olur.



$$Z_B = \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^{2n} X_{1,j} X_{2,j}$$

Z_B nin varyansı;

$$\text{Var}(Z_B) = \frac{1}{4n^2} \text{Var} \left[\sum_{j=1}^{2n} X_{1,j} X_{2,j} \right] = \frac{1}{4n^2} (2n) \text{Var}(X_{1,j} X_{2,j})$$

$$= \frac{1}{2n} \text{Var}(U_1 U_2) = \frac{1}{2n} [E(U_1^2 U_2^2) - E^2(U_1 U_2)]$$

$$= \frac{1}{2n} \left[\frac{1}{9} - \left(\frac{1}{4} \right)^2 \right] = \frac{0.024}{n}$$

Z_A nin ve Z_B nin varyansları karşılaştırılırsa, Z_A tahmincisinin, Z_B tahmincisinin daha duyarlı olduğu; ve dolayısıyla antitetik değişkenler yönteminin, rasgele örnekleme yönteminden daha duyarlı bir yöntem olduğu görülür.

4.6. Monte Carlo yöntemine ilişkin bir uygulama

Kitle hizmeti veren çok basit bir sistemi gözönüne alalım [65]. Sistem n sayıda birimden (kanal ya da hizmet istasyonu) oluşsun, ve gelen istemlerin karşılanması için tasarlanmış olsun. Bir T zaman periyodu tespit edelim. Bu periyot içerisinde rasgele zamanlarda istemler gelir. Gelen her istem önce 1. birime aktarılır. Şayet k ninci istemin geldiği T_k anında bu birim boşsa, birim hizmet vermeye başlar ve bu hizmet t_c kadar sürer. 1. birimin boş olmaması durumunda, istem 2. birime aktarılır ve böyle devam eder. Nihayet bütün birimlerin dolu olması durumunda istem karşılanamaz ve reddedilir.

Burada sorun; T periyodu içerisinde gelen istemlerden-ortalama- kaç tanesinin kabul edilebileceği ve kaç tanesinin reddedileceğidir. Başka bir anlatımla riskin (reddedilen istemlerin oranı) ne olacağıdır.

Bu tür problemlerle sadece sosyal hizmet sektörlerinde karşılaşılmaz, hemen hemen her çeşit kuruluşun, amaçlanan işlevini ne ölçüde yerine getirip getiremediğinin araştırılmasında da karşılaşılır. Bazı özel durumlar çözümsel yolla çözülebilir. Ancak çoğu karmaşık durumlarda, Monte Carlo yöntemi tek çözüm yöntemi olur.

Problemin çözümülenmesi

Problemin çözümülenmesi sırasında ilk karşılaşılan sorun, gelen istemlerin akışının ne olduğudur. Sorun, gelen istemler uzun süre gözlenerek çözülebilir. İstem akışına ilişkin araştırmalarda, çeşitli koşullar altında bütün olası durumlar yeterli sıklıkta gözönüne alınmalıdır.

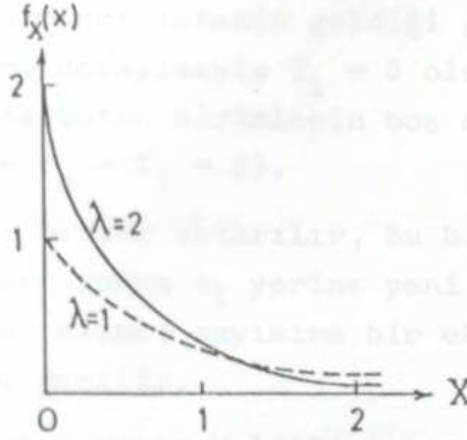
Bu problemin çözümünde istemlerin akışının Poisson akışı olduğu kabul edilecektir. Poisson akışında, art arda gelen iki istem arasındaki süre ,X, üssel rasgele değişkenle temsil edilebilir[47] .

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad x > 0$$

$$= 0 \quad \text{Başka yerde}$$

λ sabit ve pozitif bir parametredir $\{\lambda = 1/E(X)\}$. $\lambda=1$ ve $\lambda=2$ için $f_X(x)$, Şekil 4.8 de gösterilmiştir.





Şekil 4.8.

X üssel dağılımlı değişkene ilişkin rasgele sayılar, 4.3.2b bağıntısıyla belirlenebilir.

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln u_i \quad i = 1, 2, \dots$$

u_i , standart Uniform dağılımlı değişkene ilişkin rasgele sayılar.

Hesap aşamaları

Bu örnekte şu notasyonları kullanalım:

- T = periyot, bir deneyin gerçekleştiği süre;
- T_k = k ninci istemin geldiği an (örneğin T_1 , 1. istemin geldiği an);
- t_i = i ninci birimin serbest kaldığı an (örneğin t_1 , 1. birimin serbest kaldığı an);
- t_c = birimin çalışır durumda olma süresi (bu örnekte sabit kabul edilmiştir);
- k = istem numarası ; i = birim numarası ; j = deney numarası;
- n = birim sayısı ; N = deneyin tekrarlanma sayısı.

Genellikle birinci istemin geldiği an, zaman ekseninin orijini kabul edilir; dolayısıyla $T_1 = 0$ olur. Ayrıca birinci istemin geldiği anda bütün birimlerin boş olduğu varsayılır

$$(t_1 = t_2 = \dots = t_n = T_1 = 0).$$

İlk istem 1. birime aktarılır, bu birim t_c süresince hizmet vermeye başlar. Sonra t_1 yerine yeni değeri $(t_1)_{\text{yeni}} = T_1 + t_c$ alınır ve verilen hizmet sayısına bir eklenerek ikinci isteme ilişkin işlemlere geçilir.

Şimdi k ninci istemin geldiğini varsayalım. Bu durumda $(k+1)$ inci istemin geliş zamanının, T_{k+1} , saptanması gerekir. Bunun için $x = -\frac{1}{\lambda}$ lnu bağıntısıyla x_k değeri, örnekleme yoluyla belirlenir ve T_{k+1} şöyle hesaplanır.

$$T_{k+1} = T_k + x_k$$

T_{k+1} hesaplandıktan sonra 1. birimin bu anda serbest olup olmadığı denetlenmelidir.

$$t_1 \leq T_{k+1} \quad ?$$

Bu koşulun sağlanması, T_{k+1} anında 1. birimin serbest olduğu ve dolayısıyla hizmet verebileceği anlamına gelir. Böylece t_1 yerini yeni değeri $T_{k+1} + t_c$ ye verir; ve verilen hizmet sayısına bir eklenerek bir sonraki isteme ilişkin işlemlere geçilir.

Yukarıdaki koşulun sağlanmaması, T_{k+1} anında 1. birimin serbest olmadığı, ve dolayısıyla hizmet veremeyeceği anlamına gelir. O zaman da 2. birimin serbest olup olmadığı denetlenir.

$$t_2 \leq T_{k+1} \quad ?$$

Bu koşulun sağlanması halinde, t_2 yerini yeni değeri $T_{k+1} + t_c$ ye verir, verilen hizmet sayısına bir eklenerek bir sonraki isteme ilişkin işlemlere geçilir.

Yukarıdaki koşulun sağlanmaması halinde, 3. birim denetlenir.

$$t_3 \leq T_{k+1} \quad ?$$

Bu denetlemeler sırasında, 1 den n ye kadar bütün i ler için şu durumun gerçekleşmesi de olasıdır.

$$t_i > T_{k+1}$$

Bunun anlamı, T_{k+1} anında hiçbir birimin serbest olmadığı, ve dolayısıyla $(k+1)$ inci istemin reddedileceğidir. O zaman reddedilen hizmet sayısına bir eklenerek bir sonraki isteme ilişkin işlemlere geçilir.

Hesaplanan her T_{k+1} , Önceden belirli T peryoduyla karşılaştırılmalıdır.

$$T_{k+1} > T \quad ?$$

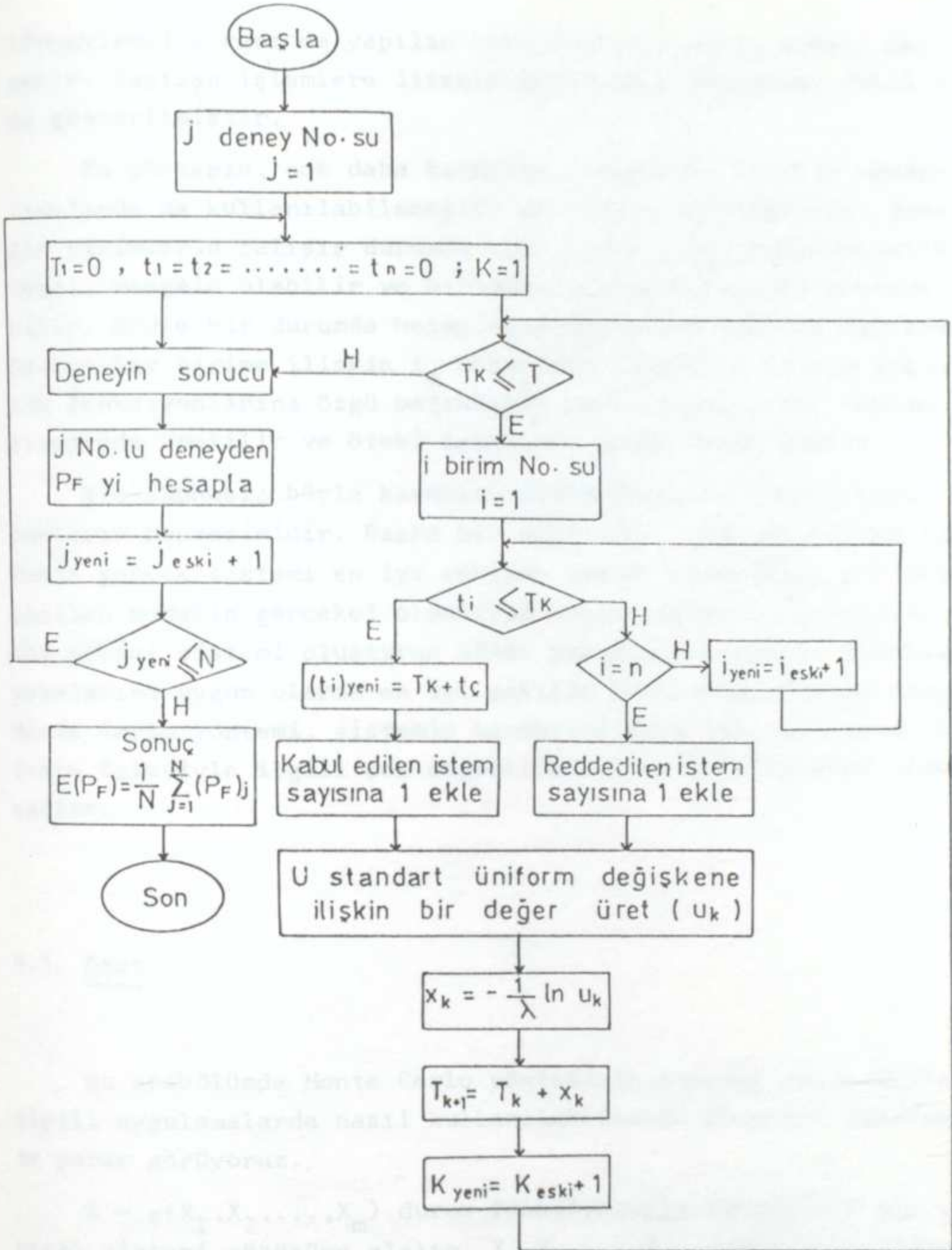
Bu koşulun sağlanması, yapılmakta olan deneyin sona erdiği anlamına gelir. Bu deney sırasında, kabul edilen istem sayısı S_k ve reddedilen istem sayısı S_R ile gösterilirse, deneydeki risk, P_F , şu şekilde hesaplanabilir.

$$P_F = \frac{S_R}{S_k + S_R}$$

Deney, U rasgele değişkeninin farklı değerleri için N kez tekrarlanırsa, N sayıda farklı P_F bulunacağı açıktır. Böylece elde edilen riskler, P_F , deneyden deneye değişebileceği gibi, değişimin ne olacağı da bilinemez. Dolayısıyla bulunan risk değerleri, aslında P_F rasgele değişkenine ilişkin değerlerden oluşur. Riskin beklenen değeri şöyle belirlenebilir,

$$E(P_F) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (P_F)_i$$

$E(P_F)$ nin güvenilir bir tahmini değer olabilmesi için $Var(P_F)$ nin yeterince küçük olması; başka bir anlatımla, hesaplama



Şekil 4.9.

(örnekleme) sırasında yapılan hata oranının küçük olması gerekir. Yapılan işlemlere ilişkin hesap akış diyagramı Şekil 4.9 da gösterilmiştir.

Bu yöntemin, çok daha karmaşık sistemlere ilişkin hesaplamalarda da kullanılabileceğini göstermek zor değildir. Örneğin birimlerin çalışır durumda olma süresi, t_c , deterministik değil, rasgele olabilir ve birimden birime farklılık gösterebilir. Böyle bir durumda hesap akış diyagramı temelde değişmez. Sadece her birime ilişkin t_c değerleri, ilgili olasılık yoğunluk fonksiyonlarına özgü bağıntılar kullanılarak, her deneme sırasında üretilir ve öteki işlemlere aynen devam edilir.

Hiç şüphesiz böyle karmaşık sistemlerde en önemli konu bunların benzeşimidir. Başka bir anlatımla idealleştirilen sistemin gerçek sistemi en iyi şekilde temsil etmesidir. Pratikte, seçilen modelin gerçekçi olmasıyla uygun sonuçlar alınabilir. Söz gelimi sistemi oluşturan bütün parçaların işlevi, olasılık yasalarına uygun olarak en iyi şekilde benzeştirildikten sonra, Monte Carlo yöntemi, sistemin karmaşıklığına bakılmaksızın, sistemin işleviyle ilgili çok değerli bilgiler edinilmesine olanak sağlar.

4.7. Özet

Bu arabölümde Monte Carlo yönteminin yapısal sistemlerle ilgili uygulamalarda nasıl kullanılabileceği konusunu özetlemekte yarar görüyoruz.

$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_m)$ durum fonksiyonuyla tanımlanan bir yapısal sistemi gözönüne alalım. $X_1, X_2, \dots, X_m$, durum fonksiyonunun içerdiği rasgele değişkenlerdir. Bu değişkenlere ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonları, $f_{X_i}(x_i)$, ve dağılım parametreleri, genellikle gözlemsel ya da deneysel verilere dayanılarak belirlenebilir. Anılan rasgele değişkenleri içerdiği için,

Z durum fonksiyonu da rasgele değişken karakterdedir. Uygulamada karşılaşılan durum fonksiyonları çoğu kez doğrusal olmadığı için, Z rasgele değişkenine ilişkin olasılıksal bilgilerin çözümsel yöntemlerle sağlanması zor olabilir ve/ya da durum fonksiyonuna ilişkin sayısal veriler deneysel yolla sağlanamayabilir. Böyle durumlarda Monte Carlo yöntemiyle Z durum fonksiyonuna ilişkin sayısal veri üretilebilir ve büyüklüğü n olan $(z_1, z_2, \dots, z_n)$ örneği oluşturulabilir. Örneğin rasgele olması gerekir. Bu da, $X_1, X_2, \dots, X_m$ değişkenlerine ilişkin $(x_1, x_2, \dots, x_m)_1, (x_1, x_2, \dots, x_m)_2, \dots, (x_1, x_2, \dots, x_m)_n$ bağımsız rasgele sayı takımları üretilerek sağlanabilir. Olasılık yoğunluk fonksiyon $f_X(x)$ olan bir X değişkenine ilişkin rasgele sayıların nasıl üretileceği konusuna önceki bölümlerde değinilmişti.

$Z = g(X)$ fonksiyonun doğrusal ve X değişkenlerinin normal dağılımlı değişkenler olması halinde durum fonksiyonunun olasılık dağılımı kesinlikle normal olur. X değişkenleri dağılımlarının normal olması, Z nin ise doğrusal olmaması halinde pratik amaçlar için durum fonksiyonunun olasılık dağılımı normal kabul edilebilir. Bununla birlikte, bu kabülden kuşku duyulduğu zaman, rasgele oluşturulan $z_1, z_2, \dots, z_n$ örneği kullanılarak, Z nin dağılımının normal olup olmadığı denetlenebilir.

Monte Carlo yöntemiyle rasgele sağlanan $z_1, z_2, \dots, z_n$ örneği esas alınarak, durum fonksiyonunun ortalama değeri m_z , ve varyansı, $Var(Z)$, tahmin edilebilir. Ayrıca bu yöntemle güvenilirlik ya da risk; başka bir anlatımla $P(Z > 0)$ ya da $P(Z \leq 0)$ olasılığı tahmin edilebilir. Anılan tahminler nokta tahmini olabileceği gibi aralık tahmini de olabilir.

Z gibi bir toplumdaki rasgele sağlanan ve büyüklüğü n olan bir örnek esas alınarak bu tahminlerin nasıl yapılacağı konusu 2.3. bölümde açıklanmıştı. Anılan bölümdeki ilgili sonuçlar şöyle özetlenebilir.

$$m_z \text{ nin nokta tahmini : } \bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$$

$$\text{Var}(Z) \text{ nin nokta tahmini : } s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2$$

$$P_F \text{ nin nokta tahmini : } \hat{P}_F = \frac{n_F}{n}$$

n_F , büyüklüğü n olan bir örnek değerlerinden, $z \leq 0$ olanların sayısı. Bu nokta tahminleri kullanılarak, $(1-\alpha)$ düzeyindeki güven aralıkları aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$\langle m_Z \rangle_{1-\alpha} = (\bar{z} - k_{\alpha/2} \frac{s}{(n)^{1/2}} ; \bar{z} + k_{\alpha/2} \frac{s}{(n)^{1/2}})$$

$$\langle \sigma_Z^2 \rangle_{1-\alpha} = \left\{ \frac{s^2}{1 + k_{\alpha/2} [2/(n-1)]^{1/2}} ; \frac{s^2}{1 - k_{\alpha/2} [2/(n-1)]^{1/2}} \right\}$$

$$\langle P_F \rangle_{1-\alpha} = \left\{ \hat{P}_F - k_{\alpha/2} \left[\frac{\hat{P}_F(1-\hat{P}_F)}{n} \right]^{1/2} ; \hat{P}_F + k_{\alpha/2} \left[\frac{\hat{P}_F(1-\hat{P}_F)}{n} \right]^{1/2} \right\}$$

Burada $k_{\alpha/2}$, standart normal değişkenin $(1-\alpha/2)$ birikimli olasılığına karşılık gelen değeridir; $k_{\alpha/2} = \phi^{-1}(1-\alpha/2)$. Ayrıca P_F olasılığının tahmininde, %95 düzeyindeki güven aralığının belirlenmesi öngörülmüşse bu aralık, 4.4.1 bağıntısından yararlanılarak belirlenebilir.

$$\%hata = 200 \left(\frac{1-\hat{P}_F}{n\hat{P}_F} \right)^{1/2} \Rightarrow \langle P_F \rangle_{0.95} = \hat{P}_F \pm \frac{\%hata}{100} \hat{P}_F$$

$$\langle P_F \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{P}_F - 2\hat{P}_F \left(\frac{1-\hat{P}_F}{n\hat{P}_F} \right)^{1/2} ; \hat{P}_F + 2\hat{P}_F \left(\frac{1-\hat{P}_F}{n\hat{P}_F} \right)^{1/2} \right\}$$

Monte Carlo yöntemiyle nokta tahmininde, genellikle n boyutlu bir örnek yerine çok sayıda (örneğin 100 gibi) n boyutlu

örneklerin kullanılması uygun olur. Böylece tekrarlı örneklerden sağlanan tahmini değerlerin standart sapması-başka bir ifadeyle standart hatası- hesaplanabilir. Standart hatanın öngörülen düzeyden büyük olması durumunda varyans azaltıcı teknikler kullanılabilir ve aynı zamanda örnek boyutu ve/ya da örneklerin tekrarlanma sayısı artırılabilir. Bununla birlikte aralık tahmini, tekrarlı örneklerin eşdeğer n boyutlu bir örneğe dönüştürülmesiyle yapılabilir. Başka bir anlatımla n_1 boyutlu örnekler, n_2 kez tekrarlanır ve ortalama nokta tahmini yapılırsa; bu ortalama nokta tahmininin, $n = n_1 \times n_2$ boyutlu eşdeğer bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. İlgili bağıntılarla aralık tahmini yapılabilir.

Bilgisayarla böyle sözde deneyler yapılarak gerçekleştirilen hesaplamalar, özellikle gerçek deneylerin yapılmasının çok pahalı olması ya da tehlikeli olması- örneğin yapılarda hasar oluşturması-halinde son derece yararlı olur.

4.8. Yapısal göçme olasılığının Monte Carlo yöntemiyle belirlenmesine ilişkin akış diyagramları ve bilgisayar programı

Bu ara bölümde, Monte Carlo yöntemiyle, rasgele sayılar üretilerek, değişkenlerinin ortalama değerleri, standart sapmaları ve olasılık dağılımları belirli bir $Z = g(\underline{X})$ durum fonksiyonuna ilişkin $P_F = P(Z \leq 0)$ değerini belirleyen bir bilgisayar programı geliştirilmiştir.

Uygulamada bağımlı (korelasyonlu) değişkenlere ilişkin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonların belirlenmesinin zor olması nedeniyle çoğu zaman durum fonksiyonu değişkenleri bağımsız kabul edilerek hesap yapılmaktadır. Bu nedenle programın

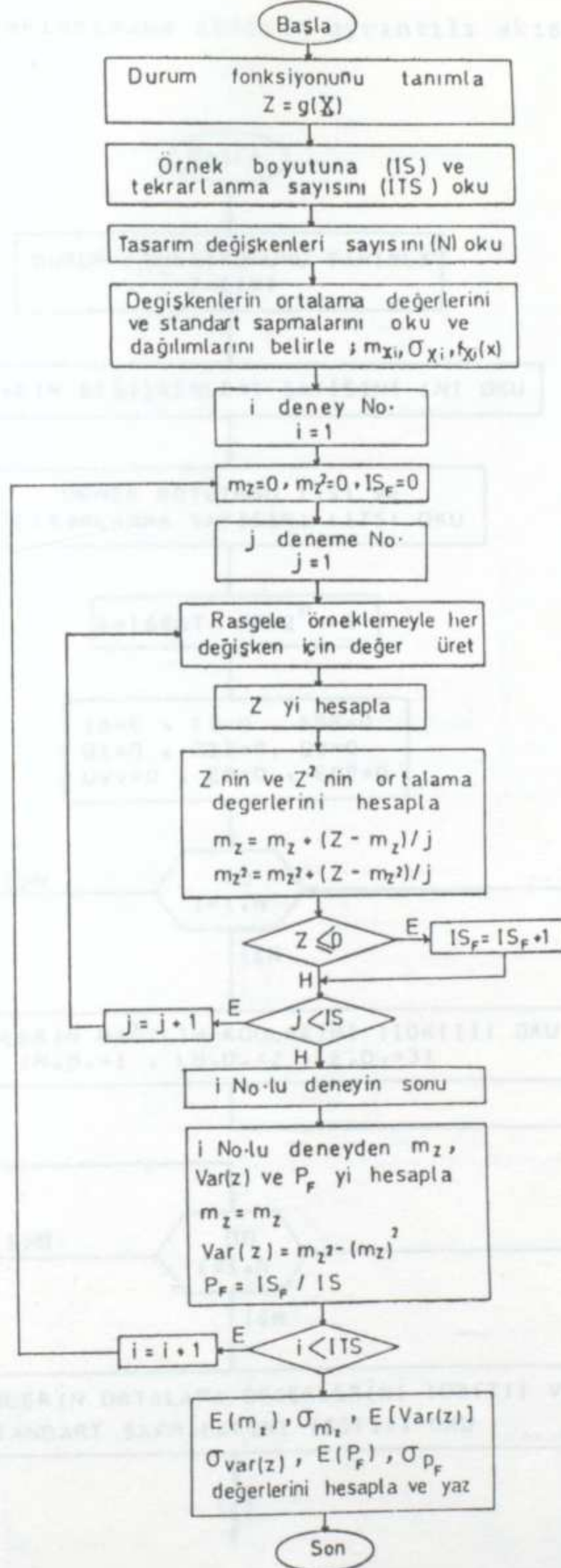
geliştirilmesinde anılan değişkenlerin bağımsız oldukları kabul edilmiştir. P_F değerinin belirlenmesinde işlenen hatanın azaltılması amaçlanarak antitetik değişkenler yöntemi kullanılmıştır[5,66,74].

Konunun açıkça algılanabilmesi için önce P_F değerinin nasıl belirleneceğini ana çizgileriyle gösteren akış diyagramı, sonra ayrıntılı akış diyagramı ve Fortran programlama dilinde bilgisayar programı verilmiştir.

Göçme olasılığının doğrudan tahmininde ($P_F = n_f/n$), n_f nin [$=g(\underline{X}) < 0$ olma sayısı] belirlenmesinin yeterli olacağı için genellikle bilgisayarın işlem sırasındaki kesme hataları, sonucu etkilemez. Ancak, m_Z nin ($= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$) ve $\text{Var}(Z)$ nin [$= (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^2) - m_Z^2$] tahmininde kesme hataları, m_Z nin ve $\text{Var}(Z)$ nin tahmini değerlerini büyük ölçüde etkileyebilir, ve hatalı sonuçlar çıkabilir. Bu nedenle m_Z nin ve $\text{Var}(Z)$ nin tahmininde çift duyarlılıklı tip (double precision) kullanılması uygundur.

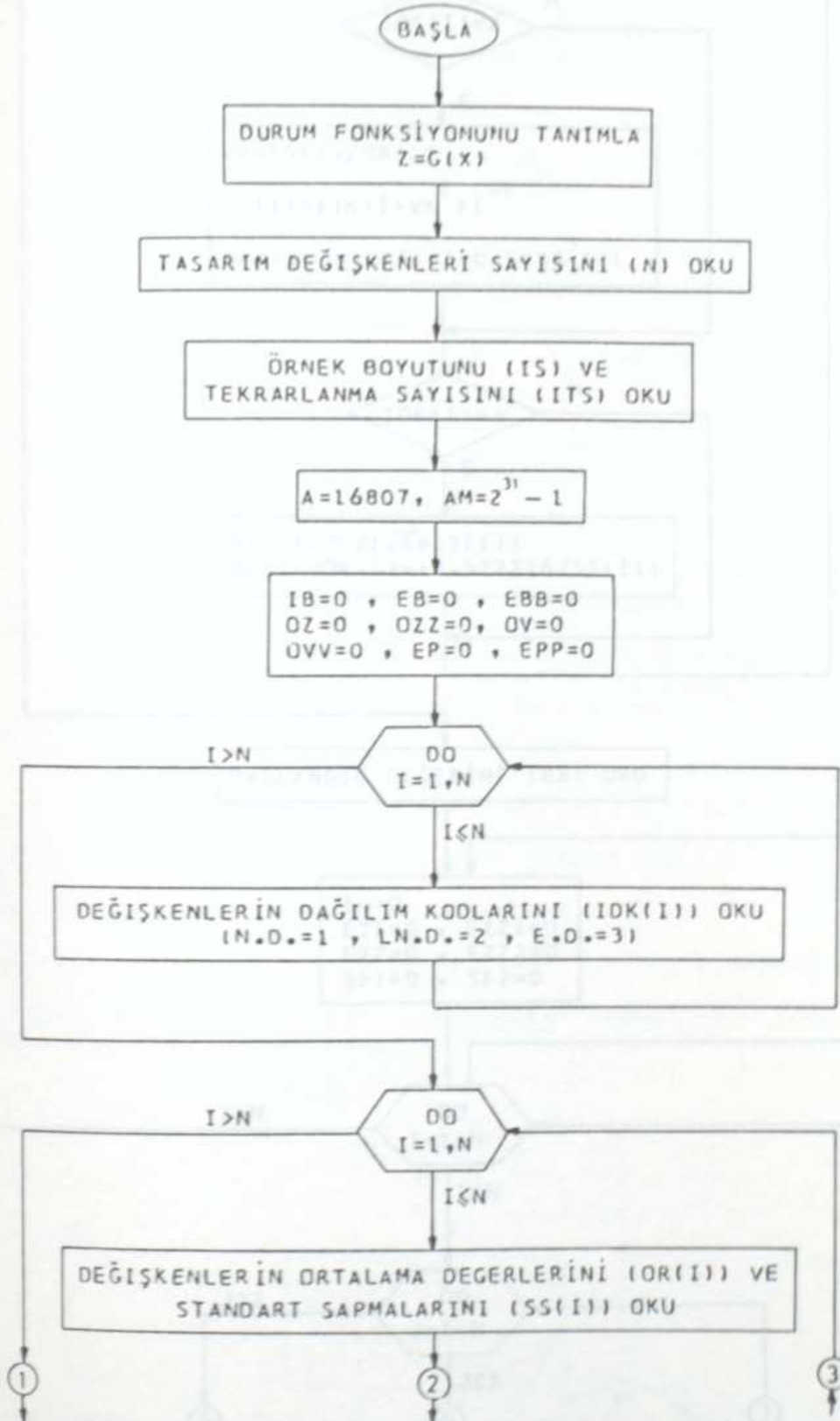
Önce de belirtildiği gibi x_{i+1} in, $x_{i+1} = ax_i \pmod{m}$ ya da $x_{i+1} = (ax_i + c) \pmod{m}$ bağıntısıyla belirlenmesinde m için büyük bir değer (2^{30} ile 2^{35} arasında) tespiti gerekir. Şu halde x_{i+1} in maksimum değeri $2^{30}-1$ ile $2^{35}-1$ arasındadır. Bu değerler ise, genellikle bilgisayarların kabul edebileceği maksimum tamsayıdan büyüktür. Öte yandan üretilen rasgele sayıların gereken özelliklere sahip olabilmesi için x_{i+1} değerinin kesilmeden belirlenmesi gerekir. Bu nedenle P_F nin, m_Z nin ve $\text{Var}(Z)$ nin tahmininde tek duyarlılıklı hesap yapılsa bile, x_{i+1} in kesilmeden belirlenebilmesi için bu aşamadaki hesaplar çift duyarlılıklı yapılmalıdır.

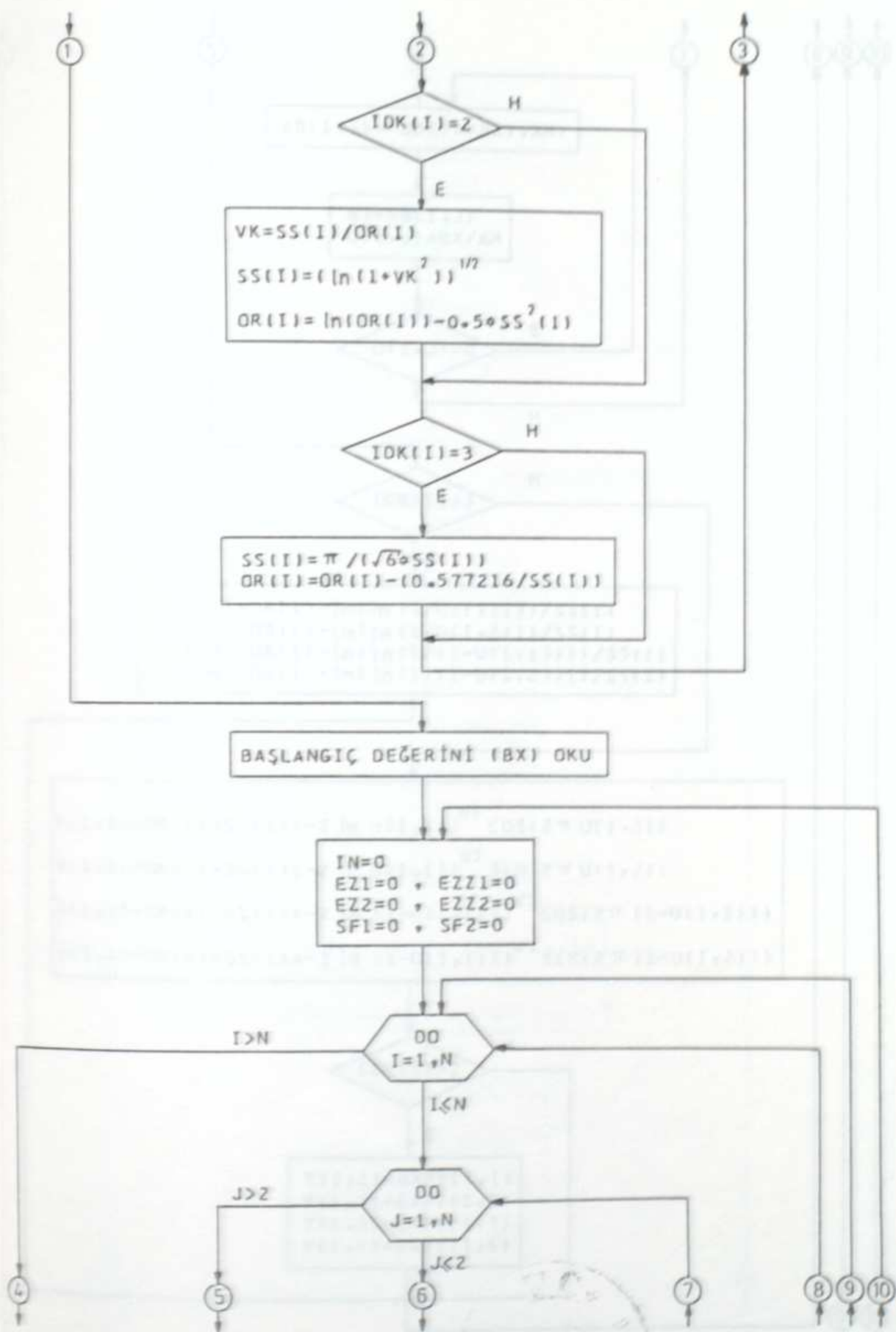
Bu bağlamda geliştirilen programın tüm hesap aşamalarında çift duyarlılıklı tip kullanılmış, ve programa ilişkin başlıca notasyonlar programın başında verilmiştir.

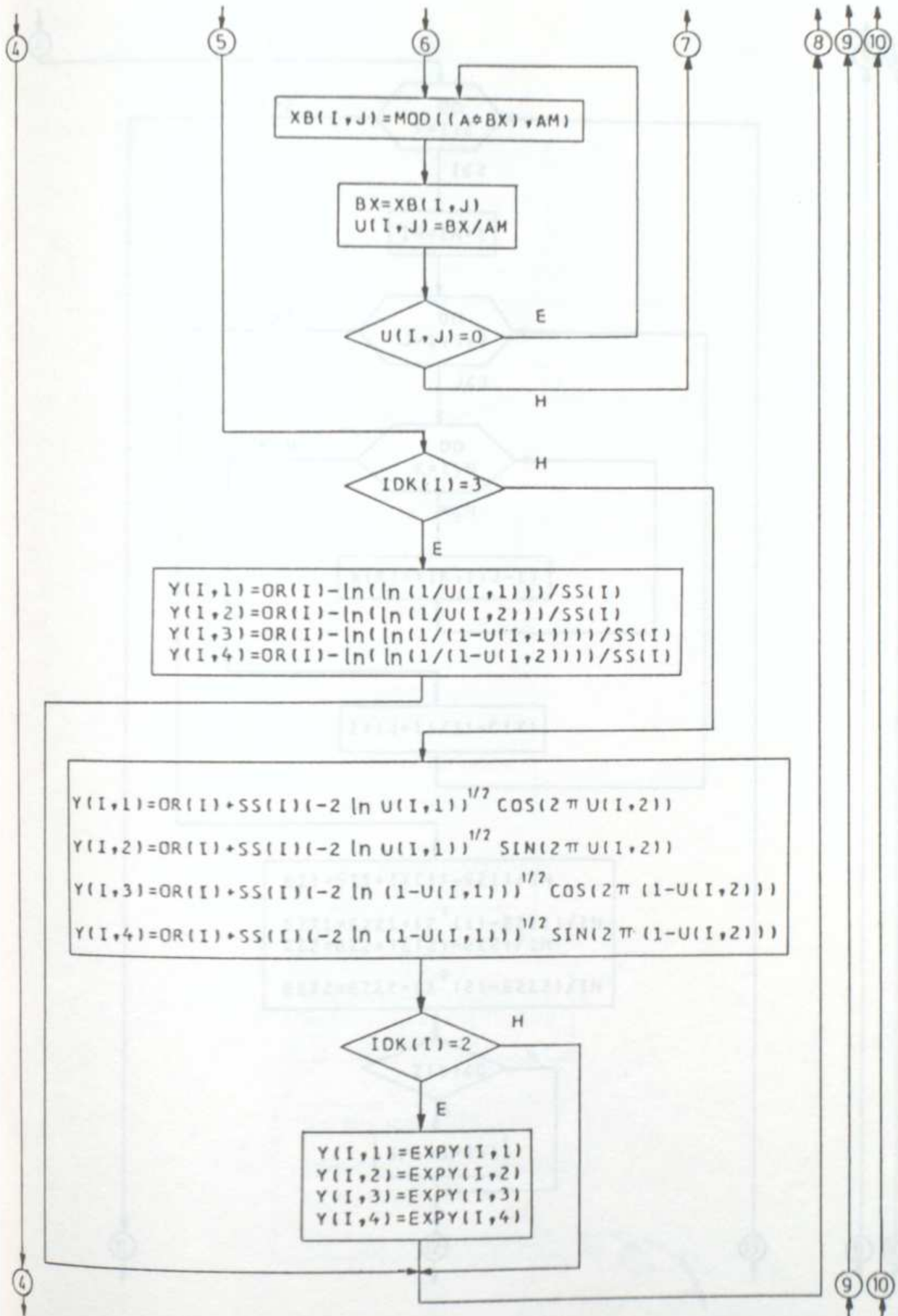


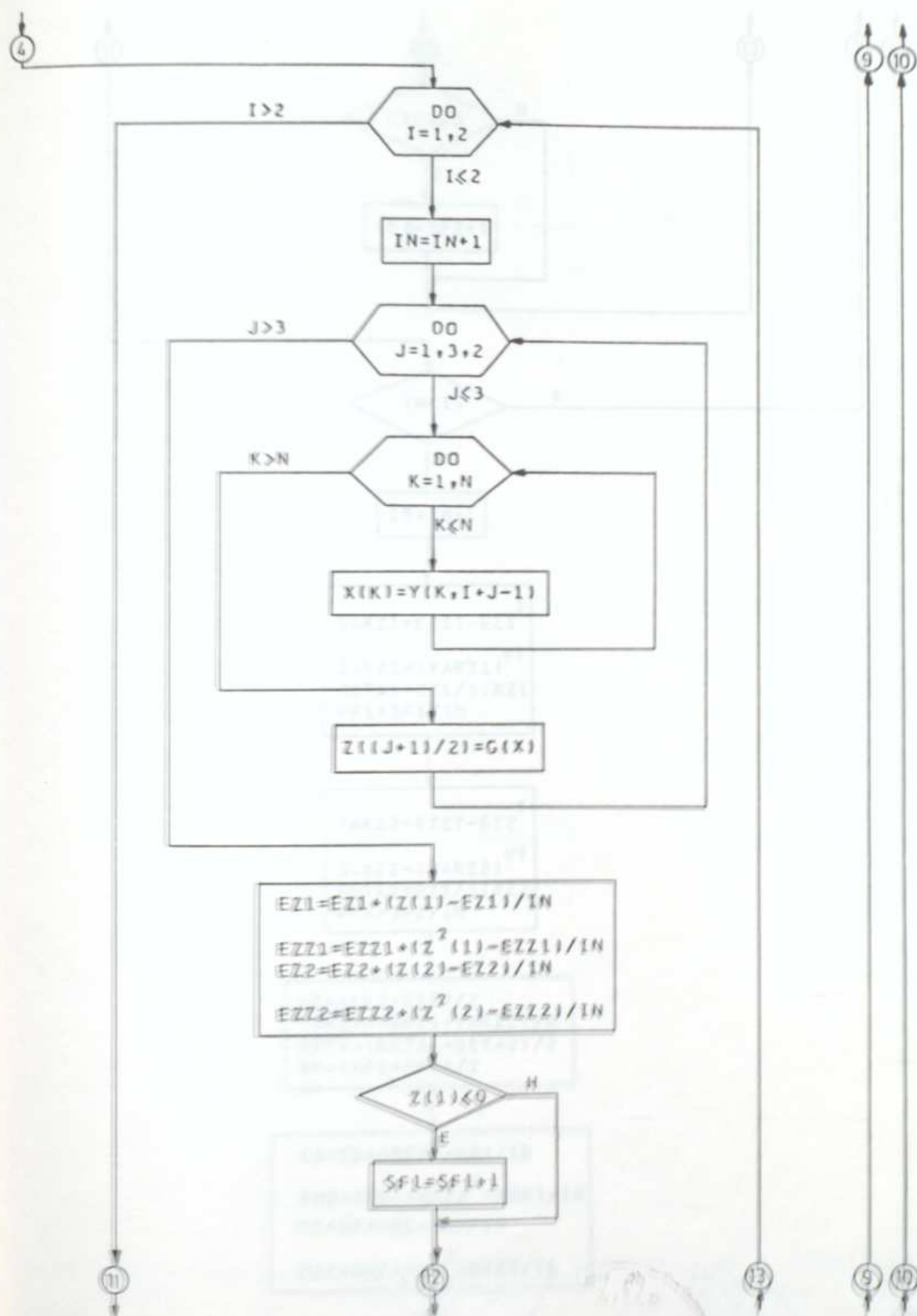
1. Monte Carlo yaklaşımına ilişkin akış diyagramı

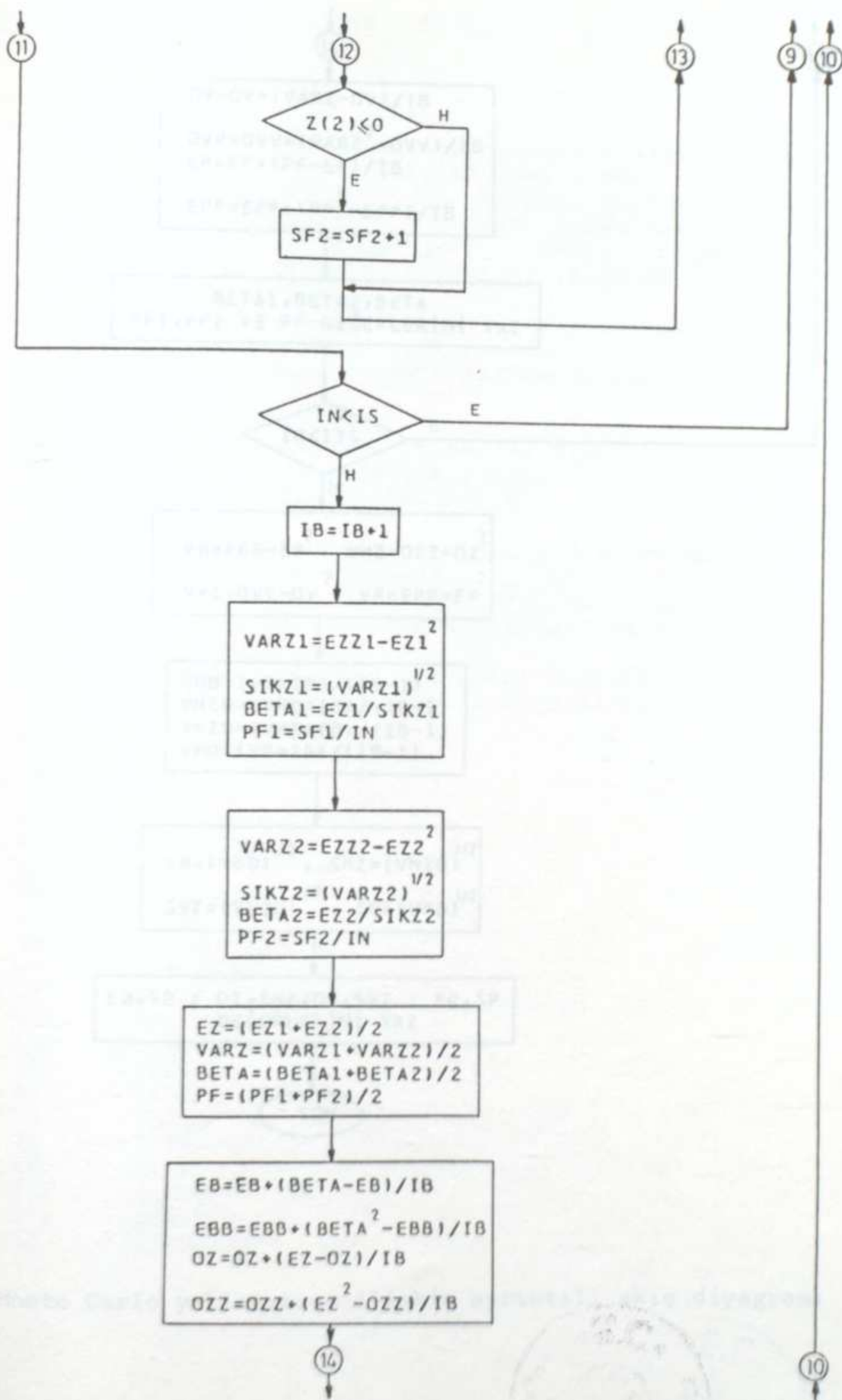
2. Monte Carlo yaklaşımına ilişkin ayrıntılı akış diyagramı

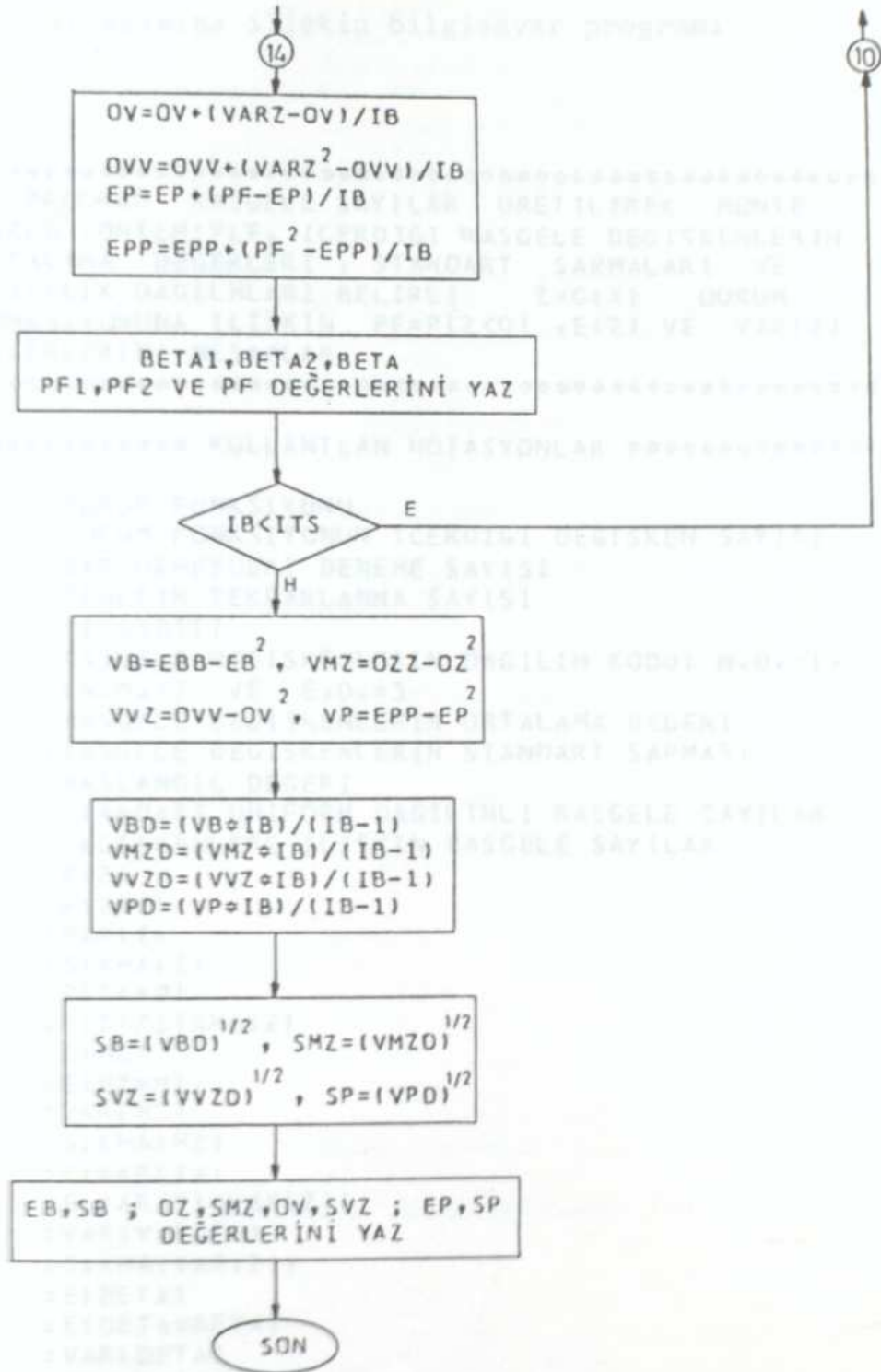












2. Monte Carlo yaklaşımına ilişkin ayrıntılı akış diyagramı

Monte Carlo yaklaşımına ilişkin bilgisayar programı

```
C *****
C * BU PROGRAM RASGELE SAYILAR URETILEREK MONTE *
C * CARLO YONTEMIYLE, ICERDIGI RASGELE DEGISKENLERIN *
C * ORTALAMA DEGERLERI , STANDART SAPMALARI VE *
C * OLASILIK DAGILIMLARI BELIRLI Z=G(X) DURUM *
C * FONKSIYONUNA ILISKIN PF=P(Z<0) ,E(Z) VE VAR(Z) *
C * DEGERLERINI HESAPLAR. *
C *****
C
C ***** KULLANILAN NOTASYONLAR *****
C
C Z=G(X) :DURUM FONKSIYONU
C N :DURUM FONKSIYONUN ICERDIGI DEGISKEN SAYISI
C IS :BIR DENEYDEKI DENEME SAYISI
C ITS :DENEYIN TEKRARLANMA SAYISI
C PP :PI SABITI
C IDK(N) :RASGELE DEGISKENLERIN DAGILIM KODU; N.D.=1,
C LN.D.=2 VE E.D.=3
C OR(N) :RASGELE DEGISKENLERIN ORTALAMA DEGERI
C SS(N) :RASGELE DEGISKENLERIN STANDART SAPMASI
C BX :BASLANGIC DEGERI
C U :STANDART UNIFORM DAGILIMLI RASGELE SAYILAR
C X(N) :DEGISKENLERE ILISKIN RASGELE SAYILAR
C EZ :E(Z)
C EZZ :E(Z*Z)
C VARZ :VAR(Z)
C SIKZ :SIKMA(Z)
C PF :P(Z<=0)
C BETA :E(Z)/SIKMA(Z)
C OZ :E(MZ)
C OZZ :E(MZ*MZ)
C VMZ :VAR(MZ)
C SMZ :SIKMA(MZ)
C OV :E(VAR(Z))
C OVV :E(VAR(Z)*VAR(Z))
C VVZ :VAR(VAR(Z))
C SVZ :SIKMA(VAR(Z))
C EB :E(BETA)
C EBB :E(BETA*BETA)
C VB :VAR(BETA)
C SB :SIKMA(BETA)
C EP :E(PF)
C EPP :E(PF*PF)
C VP :VAR(PF)
C SP :SIKMA(PF)
C
```



```

DIMENSION IDK(20),OR(20),SS(20),X(20),Z(10),
1 XB(20,10),U(20,10),Y(20,10)
DOUBLE PRECISION U,Y,OR,SS,X,Z,EZ1,EZZ1,EZ2,
1 BETA1,VARZ2,SIKZ2,BETA2,EB,EBB,VB,SB,PP,AM,
2 BX,EZ,VARZ,OZ,OZZ,OY,OYV,VMZ,VVZ,SMZ,SVZ,
3 CS1,CS2,NI,BI,P,G,VK,X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,
4 EZZ2,VARZ1,SIKZ1,XB,PF,EP,EPP,VP,SP,BETA,
5 PF1,PF2,DL1,DL2

```

```

*****
*      DURUM FONKSIYONUN ,Z=G(X), TANIMLANMASI      *
*****

```

```

G(X1,X2,X3)=(X1*X2)/1.D3-X3
G(X1,X2,X3,X4,X5,X6)=(.85D0*X1*X2*X3+X4*X5)/1.D3-X6
G(X1,X2,X3,X4,X5)=X1*X2*(X3-(.59D0*X1*X2/3.D2/X4))/
1 1.D6-X5
G(X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7)=(.52D0*X1*X2*X3+X4*X5*X3/X6)/
1 1.D3-X7
G(X1,X2,X3,X4,X5,X6)=(X1-X2)*2.D0*X3-X4*X5/X6/3.D0
G(X1,X2,X3,X4,X5,X6)=P*X1*X2/(1.D0+X3)/(X4*X5*X4*X5)-X6

```

```

WRITE(*,*)'DEG. SAYISI=N=? ,BIR DENEYDEKI DENEME '
WRITE(*,*)'SAYISI=IS=?,DENEYIN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?'
READ(*,*)N,IS,ITS
PP=3.141592654D0
P=PP*PP/2.5D0
AM=2147483647.D0
IT=0
EB=0.D0
EBB=0.D0
OZ=0.D0
OZZ=0.D0
OY=0.D0
OYV=0.D0
EP=0.D0
EPP=0.D0
IB=0
WRITE(*,*)'DAGILIM KODUNU OKU:N.D.=1, LN.D.=2, E.D.=3'
READ(*,*)(IDK(I),I=1,N)
WRITE(*,*)'PARAMETRELERI OKU: ORTALAMA ,STANDART SAPMA'
DO 10 I=1,N
READ(*,*)OR(I)
READ(*,*)SS(I)
IF(IDK(I).EQ.2)THEN
VK=SS(I)/OR(I)
SS(I)=DSQRT(DLOG(1.D0+VK*VK))
OR(I)=DLOG(OR(I))- .5D0*SS(I)*SS(I)
ELSE IF(IDK(I).EQ.3)THEN
SS(I)=PP/(DSQRT(6.D0)*SS(I))
OR(I)=OR(I)-( .577216D0/SS(I))
END IF
10 CONTINUE
WRITE(*,*)'BASLANGIC DEGERINI OKU'
READ(*,*)BX

```

```
15  EZ1=0.00
    EZZ1=0.00
    EZ2=0.00
    EZZ2=0.00
    IN=0
    IF1=0
    IF2=0
27  DO 45 I=1,N
    DO 35 J=1,2
C
C *****
C *      STANDART UNIFORM DAGILIMLI RASGELE SAYILARIN      *
C *                               URETILMESI                               *
C *****
C
30  XB(I,J)=DMOD((16807.00*BX),AM)
    BX=XB(I,J)
    U(I,J)=XB(I,J)/AM
    IF(U(I,J).EQ.0.00.OR.U(I,J).EQ.1.00) GO TO 30
35  CONTINUE
    IF(IDK(I).EQ.1.OR.IDK(I).EQ.2) GO TO 40
C
C *****
C *      EN BUYUK DEGER ICIN TIP 1 ASIMPTOTIK DAGILIMLI      *
C *      RASGELE SAYILARIN URETILMESI                          *
C *****
C
    Y(I,1)=OR(I)-DLOG(DLOG(1.00/U(I,1)))/SS(I)
    Y(I,2)=OR(I)-DLOG(DLOG(1.00/U(I,2)))/SS(I)
    Y(I,3)=OR(I)-DLOG(DLOG(1.00/(1-U(I,1))))/SS(I)
    Y(I,4)=OR(I)-DLOG(DLOG(1.00/(1-U(I,2))))/SS(I)
    GO TO 45
C
C *****
C *      NORMAL VE LOG-NORMAL DAGILIMLI RASGELE SAYILARIN    *
C *                               URETILMESI                               *
C *****
C
40  DL1=DSQRT(-2.00*DLOG(U(I,1)))
    DL2=DSQRT(-2.00*DLOG(1.00-U(I,1)))
    CS1=2.00*PP*U(I,2)
    CS2=2.00*PP*(1.00-U(I,2))
    Y(I,1)=OR(I)+SS(I)*DL1*DCOS(CS1)
    Y(I,2)=OR(I)+SS(I)*DL1*DSIN(CS1)
    Y(I,3)=OR(I)+SS(I)*DL2*DCOS(CS2)
    Y(I,4)=OR(I)+SS(I)*DL2*DSIN(CS2)
    IF(IDK(I).EQ.1) GO TO 45
    Y(I,1)=DEXP(Y(I,1))
    Y(I,2)=DEXP(Y(I,2))
    Y(I,3)=DEXP(Y(I,3))
    Y(I,4)=DEXP(Y(I,4))
45  CONTINUE
```



```

DO 60 I=1,2
IN=IN+1
DO 55 J=1,3,2
DO 50 K=1,N
50 X(K)=Y(K,I+J-1)
C
C *****
C *   URETILEN RASGELE SAYILARIN DURUM FONKSIYONUNDA , *
C *   Z=G(X) ,FONKSIYONUNDA YERLERINE KONULARAK, E(Z), *
C *   VAR(Z) VE PF=P(Z<0) DEGERLERININ HESAPLANMASI *
C *****
C
C 55 Z((J+1)/2)=G(X(1),X(2),X(3))
C 55 Z((J+1)/2)=G(X(1),X(2),X(3),X(4),X(5),X(6))
C 55 Z((J+1)/2)=G(X(1),X(2),X(3),X(4),X(5))
C 55 Z((J+1)/2)=G(X(1),X(2),X(3),X(4),X(5),X(6),X(7))
55 Z((J+1)/2)=G(X(1),X(2),X(3),X(4),X(5),X(6))
C 55 Z((J+1)/2)=G(X(1),X(2),X(3),X(4),X(5),X(6))
NI=DFLOAT(IN)
EZ1=EZ1+(Z(1)-EZ1)/NI
EZZ1=EZZ1+(Z(1)*Z(1)-EZZ1)/NI
EZ2=EZ2+(Z(2)-EZ2)/NI
EZZ2=EZZ2+(Z(2)*Z(2)-EZZ2)/NI
IF(Z(1).LE.0.DO)IF1=IF1+1
IF(Z(2).LE.0.DO)IF2=IF2+1
60 CONTINUE
IF(IN.LE.IS)GO TO 27
C
C *****
C *   CESITLI ORNEKLERDEN SAGLANAN E(Z) ,VAR(Z) , *
C *   BETA=E(Z)/SIKMA(Z) VE PF=P(Z<0) DEGERLERI *
C *   KULLANILARAK E(MZ) ,SIKMA(MZ) ,E(VAR(Z)), *
C *   SIKMA(VAR(Z)) ,E(BETA) ,SIKMA(BETA) ,E(PF), *
C *   SIKMA(PF) DEGERLERININ HESAPLANMASI *
C *****
C
IT=IT+1
VARZ1=EZZ1-EZ1*EZ1
SIKZ1=DSQRT(VARZ1)
BETA1=EZ1/SIKZ1
PF1=DFLOAT(IF1)/NI
VARZ2=EZZ2-EZ2*EZ2
SIKZ2=DSQRT(VARZ2)
BETA2=EZ2/SIKZ2
PF2=DFLOAT(IF2)/NI
EZ=(EZ1+EZ2)/2.DO
VARZ=(VARZ1+VARZ2)/2.DO
BETA=(BETA1+BETA2)/2.DO
PF=(PF1+PF2)/2.DO
IB=IB+1
BI=DFLOAT(IB)
EB=EB+(BETA-EB)/DFLOAT(IB)
EBB=EBB+(BETA*BETA-EBB)/DFLOAT(IB)
OZ=OZ+(EZ-OZ)/DFLOAT(IB)
OZZ=OZZ+(EZ*EZ-OZZ)/DFLOAT(IB)

```



```
OV=OV+(VARZ-OV)/DFLOAT(1B)
OVV=OVV+(VARZ*VARZ-OVV)/DFLOAT(1B)
EP=EP+(PF-EP)/DFLOAT(1B)
EPP=EPP+(PF*PF-EPP)/DFLOAT(1B)
WRITE(*,2)PF1,PF2,PF
IF(IT.LT.ITS)GO TO 15
TS=FLOAT(ITS)
VB=EBB-EB*EB
VB=VB*BI/(BI-1.)
VMZ=OZZ-OZ*OZ
VMZ=VMZ*BI/(BI-1.)
VVZ=OVV-OV*OV
VVZ=VVZ*BI/(BI-1.)
VP=EPP-EP*EP
VP=VP*BI/(BI-1.)
SB=DSQRT(VB)
SMZ=DSQRT(VMZ)
SVZ=DSQRT(VVZ)
SP=DSQRT(VP)
WRITE(*,9)EP
WRITE(*,11)SP
WRITE(*,3)EB
WRITE(*,4)SB
WRITE(*,5)OZ
WRITE(*,6)SMZ
WRITE(*,7)OV
WRITE(*,8)SVZ
1  FORMAT(4X,3F15.3)
2  FORMAT(4X,3E15.5)
3  FORMAT(5X,'E(BETA)=' ,F15.3)
4  FORMAT(5X,'SIKMA(BETA)=' ,F15.3)
5  FORMAT(5X,'E(MZ)=' ,F15.3)
6  FORMAT(5X,'SIKMA(MZ)=' ,F15.3)
7  FORMAT(5X,'E(VARZ)=' ,F15.3)
8  FORMAT(5X,'SIKMA(VARZ)=' ,F15.3)
9  FORMAT(5X,'E(PF)=' ,E15.5)
11 FORMAT(5X,'SIKMA(PF)=' ,E15.5)
END
```

Monte Carlo yaklaşımına ilişkin bilgisayar programı

5. UYGULAMA VE İRDELEMELER

5.1. Giriş

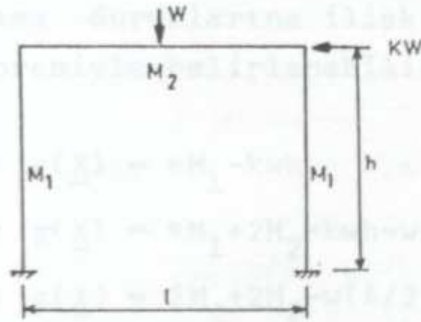
Bu bölümde, pratikte sık karşılaşılan yapısal göçmelere ilişkin olasılıkların belirlenmesiyle ilintili yedi değişik örnek verilmiştir. Birinci örnek, Monte Carlo yöntemiyle P_F değerinin tahmininde, işlenilen hatanın (standart hata) azaltılması amacıyla örnek boyutunun büyük seçilmesinin ve antitektik değişkenler yönteminin kullanılmasının ne denli etkili olacağını göstermek için verilmiştir. Bu amaçla, yükleme biçimi ve başlıca göçme mekanizmalarına ilişkin durum fonksiyonları belirli basit bir çerçevenin göçme olasılığı sadece Monte Carlo yöntemiyle belirlenmiş ve irdelenmiştir. Ayrıca anılan örnekteki tasarım değişkenleri normal dağılımlı ve bağımlı olduğundan ve ilgili korelasyon katsayısı, ρ , bilindiğinden bu durum için geliştirilen özel bilgisayar programı E.3.1 de verilmiştir.

Öteki altı örnekte, durum fonksiyonlarına ilişkin göçme olasılıkları ikinci moment yaklaşımıyla ve Monte Carlo yöntemiyle belirlenmiştir. Ayrıca, uygulamada tasarım değişkenleri için geçerli olasılık dağılım modelleri gözönüne alınmış, tasarım değişkenleri için iki farklı olasılık dağılım grubu oluşturulmuş ve her örnek için göçme olasılıkları belirlenmiştir. Birinci olasılık dağılım grubunda tüm değişkenlerin normal dağılımlı olduğu; ikinci dağılım grubunda ise yüklerin ya da yük etkilerinin TİP I asimptotik dağılımlı, malzeme mukavemetlerinin log-normal dağılımlı ve öteki değişkenlerin normal dağılımlı olduğu kabul edilmiştir. Anılan dağılım grupları için, birinci örnek dışındaki öteki örneklerden ikinci moment yaklaşımıyla ve Monte Carlo yöntemiyle belirlenen tahmini P_F değerleri 5.3. bölümde tablo halinde özetlenmiş ve irdelenmiştir.

5.2. Sayısal Uygulamalar

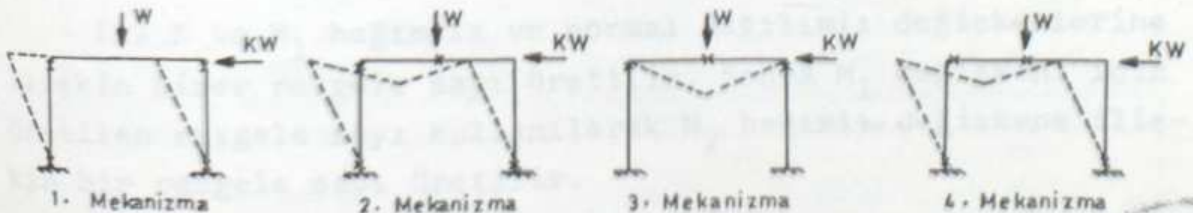
Örnek 5.1

Yükleme biçimi Şekil 5.1 de gösterilen düktil bir çerçeveyi gözönüne alalım. W , toplam düşey yük ve kW , eşdeğer statik deprem yükü; k , sismik yük katsayısıdır. Çerçevenin düktil ve ideal elastoplastik malzemeden yapıldığını varsayalım. Anılan yüklenme durumunda plastik mafsallar oluşarak çerçevenin mekanizma durumuna geçmesi ve göçmesiyle ilintili başlıca mekanizma durumları Şekil 5.2 de gösterilmiştir.



Şekil 5.1.

Kolonların plastik eğilme kapasitesi, M_1 , eşit ve tam bağımlı (Korelasyonlu), kiriş plastik eğilme kapasitesi, M_2 , kolon eğilme kapasitesiyle kısmen bağımlı ve ilgili korelasyon katsayısı $\rho_{1,2} = 0,8$ dir. Kolonlar ve kiriş dikdörtgen kesitli, her eleman boyunca kesit kapasiteleri tam bağımlıdır.



Şekil 5.2. Başlıca göçme mekanizması durumları.

Tüm değişkenler normal dağılımlıdır ve ilgili istatistikler şöyledir.

X_i	m_{X_i}	σ_{X_i}	V_{X_i}
M_1 (kNm)	415	62,5	0,15
M_2 (kNm)	622	62,2	0,10
K	0,3	0,1	0,33
w (kN)	454	0	0
h (m)	4,5	0	0
ℓ (m)	6	0	0

Anılan mekanizma durumlarına ilişkin davranış fonksiyonlar, virtüel iş teoremiyle belirlenebilir.

1. Mekanizma : $g(\underline{X}) = 4M_1 - kwh$
2. Mekanizma : $g(\underline{X}) = 4M_1 + 2M_2 - kwh - w(\ell/2)$
3. Mekanizma : $g(\underline{X}) = 2M_1 + 2M_2 - w(\ell/2)$
4. Mekanizma : $g(\underline{X}) = 2M_1 + 4M_2 - kwh - w(\ell/2)$

Başka mekanizma durumları da olasıdır. Ne var ki bu mekanizma durumların toplam göçme olasılığına etkisi, Şekil 5.2'deki mekanizma durumlarına göre daha azdır. Bu nedenle Şekil 5.2'deki mekanizma durumlarından sağlanan sonuçlar, öteki mekanizma durumlarının etkisini de içerir.

Benzeşim aşamaları

(1) K ve M_1 bağımsız ve normal dağılımlı değişkenlerine ilişkin birer rasgele sayı üretilir. Sonra M_1 değişkeni için üretilen rasgele sayı kullanılarak M_2 bağımlı değişkene ilişkin bir rasgele sayı üretilir.

(11)(1) aşamasında üretilen ve k, M_1 ve M_2 rasgele değişkenlerin bir sayı takımı olan (k, m_1, m_2) , $w=454$, $h=4,5$ ve $\ell=6$ de-

gerçeri kullanılarak her mekanizma durumunun gerçekteşip gerçekteşmediğı denetlenir; $g_i(\underline{X}) < 0$ $i = 1,2,3,4$. Herhangi bir mekanizma durumu için $g(\underline{X}) < 0$ olması mekanizmanın oluştuğunu, çerçevenin göçeceğini gösterir.

(1) ve (11) aşamaları n kez tekrarlanır, dolayısıyla büyüklüğü n olan bir örnek oluşur. Örnek içerisinde göçme durumu n_f kere gerçekteşmişse, göçme olasılığı n_f/n oranına eşit olur.

Bilgisayar hesap sonuçları

n örnek boyutunun, P_F olasılığı tahmini değeriinin duyarlılığı üzerindeki etkisini göstermek için hesaplar n nin 200 ile 10000 arasında değışen değeriileri için yapılmıştır. Ayrıca antitetik değışkenler yönteminin rasgele örnekleme yönteminden daha duyarlı sonuç vereceğini göstermek için, aynı örnek boyutları için iki yöntemle ayrı ayrı hesap yapılmış ve ilk on örnekten sağlanan tahmini değeriiler ve genel sonuçlar Tablo 5.1 ve Tablo 5.2 de özetlenmiştir. Rasgele örnekleme yönteminde örnekler 100 ve antitetik değışkenler yönteminde 50 kez tekrarlatılmıştır. Örneğe ilişkin programlar ve bilgisayar çıktıları için bkz. E.3.1.

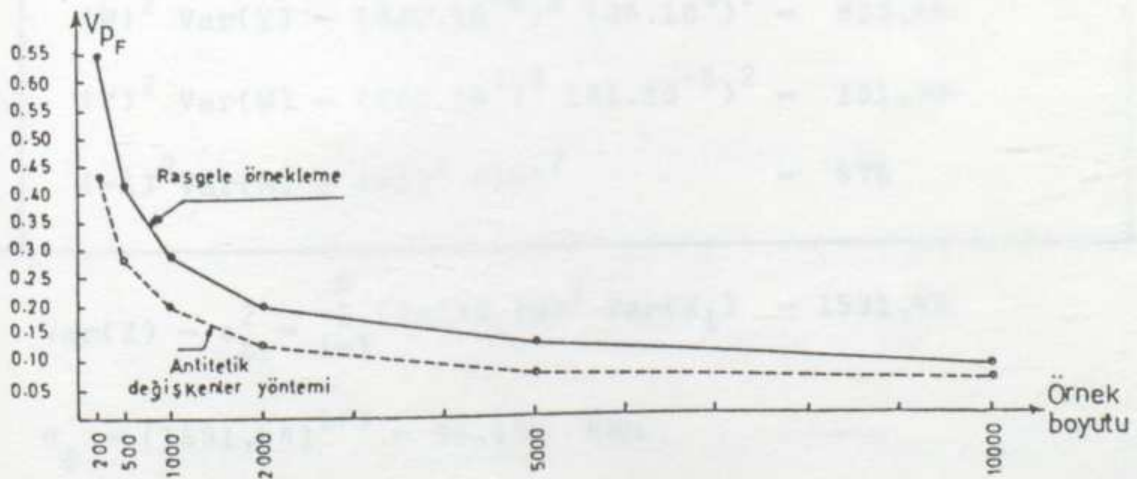
Tablo 5.1. Göçme olasılığının rasgele örneklemeyle tahmini

Örnek No.	200	500	1000	2000	5000	10000
1	0.0100	0.0160	0.0090	0.0120	0.0154	0.0120
2	0.0100	0.0100	0.0110	0.0175	0.0114	0.0127
3	0.0100	0.0120	0.0110	0.0140	0.0146	0.0118
4	0.0149	0.0060	0.0060	0.0140	0.0114	0.0116
5	0.0198	0.0060	0.0090	0.0150	0.0130	0.0144
6	0.0000	0.0159	0.0170	0.0130	0.0134	0.0113
7	0.0149	0.0080	0.0160	0.0110	0.0132	0.0129
8	0.0050	0.0080	0.0130	0.0145	0.0144	0.0119
9	0.0099	0.0139	0.0130	0.0085	0.0132	0.0140
10	0.0149	0.0179	0.0100	0.0110	0.0132	0.0150
$\bar{P}_F$	0.0124	0.0125	0.0125	0.0122	0.0124	0.0122
s_{P_F}	0.0081	0.0053	0.0036	0.0024	0.0016	0.0011
V_{P_F}	0.65	0.42	0.29	0.20	0.13	0.09

Tablo 5.2. Göçme olasılığının antitetik değişkenler yöntemiyle tahmini

Örnek No.	Örnek boyutu					
	200	500	1000	2000	5000	10000
1	0.0124	0.0090	0.0135	0.0110	0.0117	0.0118
2	0.0173	0.0090	0.0120	0.0107	0.0122	0.0125
3	0.0050	0.0169	0.0115	0.0120	0.0129	0.0127
4	0.0124	0.0100	0.0150	0.0130	0.0130	0.0124
5	0.0223	0.0090	0.0110	0.0117	0.0122	0.0113
6	0.0297	0.0169	0.0105	0.0130	0.0122	0.0122
7	0.0099	0.0120	0.0095	0.0152	0.0130	0.0121
8	0.0124	0.0129	0.0110	0.0110	0.0122	0.0108
9	0.0099	0.0100	0.0125	0.0100	0.0128	0.0132
10	0.0173	0.0159	0.0125	0.0125	0.0113	0.0119
$\bar{P}_F$	0.0129	0.0121	0.0117	0.0124	0.0123	0.00121
s_{P_F}	0.0055	0.0034	0.0023	0.0016	0.0009	0.0008
V_{P_F}	0.43	0.28	0.20	0.13	0.073	0.066

Tahmin sırasında işlenilen hatanın, örnek boyutunun büyütülmesiyle ve antitetik değişkenler yönteminin kullanılmasıyla azaltılabileceğini göstermek için farklı boyutlu örneklerden sağlanan varyasyon katsayıları, V_{P_F} , örnek boyutunun fonksiyonu olarak Şekil 5.3 te gösterilmiştir.



Şekil 5.3. Farklı boyutlu örneklerden sağlanan V_{P_F} lerin, örnek boyutunun fonksiyonu olarak gösterimi.

Örnek 5.2

Bir çelik kirişin eğilme kapasitesiyle ilgili durum fonksiyonu şöyledir:

$$Z = g(\underline{X}) = Y.W - M$$

Durum fonksiyonunun içerdiği değişkenlere ilişkin istatistikler aşağıda verilmiştir. Değişkenlerin bağımsız olduğu kabul edilerek göçme, $P_F = P(Z \leq 0)$, ve kalıcılık, $P_S = P(Z > 0)$, olasılıklarının belirlenmesi istenilmektedir.

X_i	m_{X_i}	σ_{X_i}	V_{X_i}
Y; Çeliğin akma mukavemeti (Mpa)	280	35	0.125
W; Kesit modülü (mukavemet momenti)(cm ³)	820	41	0.05
M; Eğilme momenti (kNm)	120	24	0.20

(1) Doğrudan çözüm

Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

X_i	$(\partial g / \partial X_i m)^2 \text{Var}(X_i)$	$(\text{kNm})^2$
Y	$(W)^2 \text{Var}(Y) = (820 \cdot 10^{-6})^2 (35 \cdot 10^3)^2 =$	823,69
W	$(Y)^2 \text{Var}(W) = (280 \cdot 10^3)^2 (41 \cdot 10^{-6})^2 =$	131,79
M	$(-1)^2 \text{Var}(M) = (-1)^2 (24)^2 =$	576

$$\text{Var}(Z) = \sigma_Z^2 = \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i | m)^2 \text{Var}(X_i) = 1531,48$$

$$\sigma_g = (1531,48)^{1/2} = 39,134 \text{ kNm}$$

$$E(Z) = m_g = g(m_{\underline{X}}) = 280 \cdot 10^3 \cdot 820 \cdot 10^{-6} - 120 = 109,6 \text{ kNm}$$

$$\beta = m_g / \sigma_g = 109,6 / 39,134 = 2,80$$

$$P_F = P(Z \leq 0) = 1 - \Phi(2,80) = 2,555 \cdot 10^{-3}$$

$$P_S = P(Z > 0) = \Phi(2,80) = 0,997445$$

(11) İterasyonla çözüm

(a) Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

$$(\partial g / \partial X_i') = \sigma_{X_i} (\partial g / \partial X_i)$$

$$(\partial g / \partial Y') = \sigma_Y \cdot W, (\partial g / \partial W') = \sigma_W \cdot Y, (\partial g / \partial M') = -\sigma_M$$

1. İterasyon

$$Y^* = \bar{Y} = 280 \text{ (Mpa)} \quad (\partial g / \partial Y')_* = 35 \cdot 10^3 \cdot 820 \cdot 10^{-6} = 28,7$$

$$W^* = \bar{W} = 820 \text{ (cm}^3\text{)} \quad (\partial g / \partial W')_* = 41 \cdot 10^{-6} \cdot 280 \cdot 10^3 = 11,48$$

$$M^* = \bar{M} = 120 \text{ (kNm)} \quad (\partial g / \partial M')_* = -24$$

$$\alpha_{X_i}^* = \frac{(\partial g / \partial X_i')_*}{\left\{ \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i')_*^2 \right\}^{1/2}} \quad x_i^* = m_{X_i} - \alpha_{X_i}^* \sigma_{X_i} \cdot \beta$$

$$\alpha_Y^* = 0,733$$

$$Y^* = 280 - 25,655 \beta$$

$$\alpha_W^* = 0,293$$

$$W^* = 820 - 12,013 \beta$$

$$\alpha_M^* = -0,613$$

$$M^* = 120 + 14,712 \beta$$

$$g(x^*) = (280 - 25,655\beta)(820 - 12,013\beta) \cdot 10^{-3} - (120 + 14,712\beta) = 0$$

$$\beta = 2,865$$

Bu iterasyona ve öteki iterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.3 te özetlenmiştir.

Tablo 5.3 Örnek 5.2 ile ilgili iterasyon sonuçları
((a)'da belirtilen dağılım modellerine göre)

İterasyon No.	Değişken	Göçme noktası	$(\frac{\partial g}{\partial X_i})^*$	$\alpha_{x_i}^*$	Yeni x_i^* ler
1	Y	280	28.7	0.733	280 - 25.655 β
	W	820	11.48	0.293	820 - 12.013 β
	M	120	-24	-0.613	120 + 14.712 β
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 2.865$					
2	Y	206.37	27.49	0.734	280 - 25.69 β
	W	785.52	8.46	0.226	820 - 9.266 β
	M	162.22	-24	-0.641	120 + 15.384 β
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 2.860$					
3	Y	206.53	27.77	0.737	280 - 25.795 β
	W	793.50	8.47	0.225	820 - 9.225 β
	M	164.0	-24	-0.637	120 + 15.288 β
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 2.860$					

$$P_F = 1 - \Phi(2.86) = 2,118.10^{-3}$$

(b) Y ve W log-normal dağılımlı ve M TİP I asimptotik dağılımlı olduğuna göre.

2.2.9 ve 2.2.10 bağıntılarıyla ilgili log-normal dağılımlara ilişkin parametreler;

$$\xi_Y = \{\ln(1+0,125^2)\}^{1/2} = 0,1245 \quad \xi_W = \{\ln(1+0,05^2)\}^{1/2} = 0,05$$

$$\lambda_Y = \ln 280 - 0,5(0,1245)^2 = 5,627 \quad \lambda_W = \ln 820 - 0,5(0,05)^2 = 6,708$$

2.2.20 ve 2.2.21 bağıntılarıyla asimptotik dağılıma ilişkin parametreler;

$$\alpha = \pi/(\sqrt{6}\sigma_M) = \pi/(\sqrt{6} \cdot 24) = 0,05344$$

$$u = \bar{M} - (0,577/\alpha) = 120 - (0,577/0,05344) = 109,20$$

log-normal dağılımlı Y ve W için;

$$\sigma_Y^N = Y^* \xi_Y \quad m_Y^N = Y^* (1 - \ln Y^* + \lambda_Y)$$

$$\sigma_W^N = W^* \xi_W \quad m_W^N = W^* (1 - \ln W^* + \lambda_W)$$

TİP I asimptotik dağılımlı M için;

$$F_M(m) = \exp[-e^{-\alpha(m-u)}]$$

$$f_M(m) = \alpha \exp[-\alpha(m-u) - e^{-\alpha(m-u)}]$$

ve

$$\sigma_M^N = \frac{\phi\{\phi^{-1}[F_M(m^*)]\}}{f_M(m^*)} \quad m_M^N = M^* - \sigma_M^N \phi^{-1}[F_M(m^*)]$$

1. iterasyon

$$Y^* = \bar{Y} = 280$$

$$W^* = \bar{W} = 820$$

$$M^* = \bar{M} = 120$$

$$\sigma_Y^N = 280.0,1245 = 34,86 \quad m_Y^N = 280(1 - \ln 280 + 5,627) = 277,82$$

$$\sigma_W^N = 820.0,05 = 41 \quad m_W^N = 820(1 - \ln 820 + 6,708) = 818,93$$

$$F_M(M^*) = \exp[-e^{-0,05344(120-109,20)}] = 0,5704$$

$$f_M(M^*) = 0,05344 \exp[-0,05344(120-109,20) - e^{-0,05344(120-109,20)}] = 0,017114$$

$$\sigma_M^N = \frac{\phi[\phi^{-1}(0,5704)]}{0,017114} = \frac{\phi(0,18)}{0,017114} = \frac{(2\pi)^{-1/2} e^{(-0,5.0,18^2)}}{0,017114} = 22,94$$

$$m_M^N = 120 - 22,94 \cdot \phi^{-1}(0,5704) = 115,87$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial Y'}\right)_* = \sigma_Y^N \cdot W^* \cdot 10^{-3} = 28,59 \quad \alpha_Y^* = 28,59 / (28,59^2 + 11,48^2 + 22,94^2)^{1/2} = 0,744$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial W'}\right)_* = \sigma_W^N \cdot Y^* \cdot 10^{-3} = 11,48 \quad \alpha_W^* = 0,299$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial M'}\right)_* = -\sigma_M^N = -22,94 \quad \alpha_M^* = -0,597$$

$$Y^* = 277,82 - 0,744 \cdot 34,86 \cdot \beta = 277,83 - 25,936\beta$$

$$W^* = 818,93 - 0,299 \cdot 41 \cdot \beta = 818,93 - 12,26\beta$$

$$M^* = 115,87 + 0,597 \cdot 22,94 \cdot \beta = 115,87 + 13,695\beta$$

$$g(X) = (277,82 - 25,936\beta)(818,93 - 12,26\beta) \cdot 10^{-3} - (115,87 + 13,695\beta) = 0$$

$$\beta = 2,986$$

Bu iterasyona ve öteki iterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.4 te özetlenmiştir.

Tablo 5.4 Örnek 5.2 ile ilgili iterasyon sonuçları
((b)'de belirtilen dağılım modellerine göre)

İterasyon No.	Değişken	Göçme noktası	$\sigma_{X_i}^H$	m_{X_i}	$(\frac{\partial g}{\partial X_i})_*$	$\alpha_{X_i}^*$	Yeni x_i^* 'ler
1	Y	280	34.86	277.83	28.59	0.744	$277.83 - 25.936 \beta$
	W	820	41	818.93	11.48	0.299	$818.98 - 12.25 \beta$
	M	120	22.94	115.87	-22.94	-0.597	$115.87 + 13.695 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$							
$\beta = 2.986$							
2	Y	200.35	24.95	265.86	19.52	0.462	$265.86 - 11.527 \beta$
	W	782.43	39.1	818.15	7.83	0.185	$818.15 - 7.234 \beta$
	M	156.77	36.65	104.18	-36.65	-0.867	$104.18 + 31.776 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$							
$\beta = 2.641$							
3	Y	235.43	29.31	274.42	23.42	0.4336	$274.42 - 12.709 \beta$
	W	799.01	39.93	818.73	9.40	0.174	$818.73 - 6.948 \beta$
	M	188.12	47.75	84.01	-47.75	-0.888	$84.01 + 42.402 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$							
$\beta = 2.590$							
4	Y	241.5	30.07	275.35	24.08	0.4324	$275.35 - 13.002 \beta$
	W	800.74	40.01	818.77	9.66	0.1735	$818.77 - 6.942 \beta$
	M	193.37	49.27	80.54	-49.27	-0.8848	$80.54 + 43.594 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$							
$\beta = 2.592$							
5	Y	241.65	30.09	275.37	24.09	0.4324	$275.37 - 13.011 \beta$
	W	800.78	40.01	818.77	9.67	0.1735	$818.77 - 6.942 \beta$
	M	193.51	49.31	80.45	-49.31	-0.8848	$80.45 + 43.629 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$							
$\beta = 2.592$							

$$P_F = 1 - \Phi(2,592) = 4,771.10^{-3}$$

(111) Monte Carlo yöntemiyle çözüm

(a) *Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre*

P_F nin belirlenmesi için Monte Carlo yöntemiyle, büyüklüğü 30000 olan rasgele örnekler 50 kez tekrarlatılmıştır. Bilgisayar çıktıları için bkz. E.3.2 . İlk beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(\hat{P}_F)_i$	2,233 E-3	2,050 E-3	2,683 E-3	2,067 E-3	2,167 E-3
$\bar{P}_F =$	2,183 E-3				
$s_{P_F} =$	2,226 E-4				

$$P_F \text{ nin nokta tahmini: } \hat{P}_F = \bar{P}_F = 2,183 \text{ E-3}$$

Bu nokta tahmininin, büyüklüğü $n = 30000 \times 50 = 1,5.10^6$ olan bir örnekten sağlanıldığı kabul edilebilir. O halde, %95 düzeyindeki güven aralığı;

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = \hat{P}_F \pm 2\hat{P}_F \{ (1-\hat{P}_F)/(n\hat{P}_F) \}^{1/2}$$

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = (2,107 \text{ E-3} , 2,259 \text{ E-3})$$

(b) Y ve W log-normal dağılımlı ve M TİP I asimptotik dağılımlı olduğuna göre

Bu durum için gene büyüklüğü 30000 olan örnekler 50 kez tekrarlatılmıştır. İlk beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir. Bilgisayar çıktıları için bkz. E.3.2.

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(\hat{P}_F)_i$	5,517 E-3	4,500 E-3	5,283 E-3	5,083 E-3	4,517 E-3
$\bar{P}_F$	= 4,917 E-3				
s_{P_F}	= 2,883 E-4				

$$\hat{P}_F = \bar{P}_F = 4,917 E-3$$

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = (4,802 E-3 , 5,031 E-3)$$

Örnek 5.3.

Eksenel yük etkisinde kalan dikdörtgen kesitli ve simetrik donatılı aynı tip prefabrike kolonların oluşturduğu bir toplumdan rasgele örnekleme sonucu sağlanan istatistikler aşağıda verilmiştir. Anılan kolonlar için durum fonksiyonu

$$Z = g(\underline{X}) = 0,85 \text{ bhf}_c + A_s f_y - N$$

olduğuna göre [78], göçme, $P_F = P(Z \leq 0)$, ve kalıcılık, $P_S = P(Z > 0)$, olasılıklarının belirlenmesi istenilmektedir.

X_i	m_{X_i}	σ_{X_i}	V_{X_i}
b ; Kesit boyutu (mm)	300	3	0,01
h ; Kesit boyutu (mm)	500	5	0,01
f_c ; Betonun basınç mukavemeti(MPa)	25	3,5	0,14
A_s ; Boyuna donatı alanı (mm^2)	2200	100	0,045
f_y ; Çeliğin akma mukavemeti (Mpa)	250	25	0,10
N ; Eksenel yük (kN)	1500	450	0,30

(1) Doğrudan çözüm

Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

X_i	$(\partial g / \partial X_i m)^2 \text{Var}(X_i)$	(kN) ²
b	$(0,85 \cdot h \cdot f_c)^2 \text{Var}(b) = (0,85 \cdot 500 \cdot 25)^2 \cdot 3^2 \cdot 10^{-6} = 1016,02$	
h	$(0,85 \cdot b \cdot f_c)^2 \text{Var}(h) = (0,85 \cdot 300 \cdot 25)^2 \cdot 5^2 \cdot 10^{-6} = 1016,02$	
f_c	$(0,85 \cdot b \cdot h)^2 \text{Var}(f_c) = (0,85 \cdot 300 \cdot 500)^2 \cdot 3,5^2 \cdot 10^{-6} = 199139,06$	
A_s	$(f_y)^2 \text{Var}(A_s) = (250)^2 \cdot 100^2 \cdot 10^{-6} = 625$	
f_y	$(A_s^2) \text{Var}(f_y) = (2200)^2 \cdot 25^2 \cdot 10^{-6} = 3025$	
N	$(-1)^2 \text{Var}(N) = (-1)^2 \cdot 450^2 = 202500$	

$$\text{Var}(Z) = \sigma_Z^2 = \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i | m)^2 \text{Var}(X_i) = 407321,1 \text{ (kN)}^2$$

$$\sigma_g = (407321,1)^{1/2} = 638,22 \text{ kN}$$



$$m_g = g(m_{\underline{X}}) = (0,85 \cdot 300 \cdot 500 \cdot 25 + 2200 \cdot 250) \cdot 10^{-3} - 1500 = 2237,5 \text{ kN}$$

$$\beta = m_g / \sigma_g = 2237,5 / 638,22 = 3,506$$

$$P_F = P(Z \leq 0) = 1 - \Phi(3,506) = 2,28 \cdot 10^{-4}$$

$$P_S = P(Z > 0) = \Phi(3,506) = 0,999772$$

(11) İterasyonla çözüm

(a) *Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre*

$$(\partial g / \partial X'_i) = \sigma_{X_i} (\partial g / \partial X_i)$$

$$(\partial g / \partial b') = \sigma_b (0,85 \cdot h \cdot f_c) \quad (\partial g / \partial h') = \sigma_h (0,85 \cdot b \cdot f_c)$$

$$(\partial g / \partial f'_c) = \sigma_{f_c} (0,85 \cdot b \cdot h) \quad (\partial g / \partial A'_s) = \sigma_{A_s} (f_y)$$

$$(\partial g / \partial f'_y) = \sigma_{f_y} (A_s) \quad (\partial g / \partial N') = \sigma_N (-1) = -\sigma_N$$

1. İterasyon

$$b^* = \bar{b} = 300 \text{ (mm)} \quad (\partial g / \partial b')_* = 3 \cdot (0,85 \cdot 500 \cdot 25) \cdot 10^{-3} = 31,875$$

$$h^* = \bar{h} = 500 \text{ (mm)} \quad (\partial g / \partial h')_* = 5 \cdot (0,85 \cdot 300 \cdot 25) \cdot 10^{-3} = 31,875$$

$$f_c^* = \bar{f}_c = 25 \text{ (Mpa)} \quad (\partial g / \partial f'_c)_* = 3,5 (0,85 \cdot 300 \cdot 500) \cdot 10^{-3} = 446,25$$

$$A_s^* = \bar{A}_s = 2200 \text{ (mm}^2\text{)} \quad (\partial g / \partial A'_s)_* = 100 \cdot (250) \cdot 10^{-3} = 25$$

$$f_y^* = \bar{f}_y = 250 \text{ (Mpa)} \quad (\partial g / \partial f'_y)_* = 25 \cdot (2200) \cdot 10^{-3} = 55$$

$$N^* = \bar{N} = 1500 \text{ (kN)} \quad (\partial g / \partial N')_* = -450$$

Tablo 5.5. Örnek 5.7'ye ilişkin iterasyon sonuçları

$$\alpha_{X_i}^* = \frac{(\partial g / \partial X_i^*)}{\left\{ \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i^*)^2 \right\}^{1/2}}$$

$$x_i^* = m_{X_i} - \alpha_{X_i}^* \cdot \sigma_{X_i} \cdot \beta$$

$\alpha_b^* = 0,0499$	Görme noktası	$b^* = 300 - 0,1497 \beta$
$\alpha_h^* = 0,0499$	300	$h^* = 500 - 0,2495 \beta$
$\alpha_{f_c}^* = 0,6992$	500	$f_c^* = 25 - 2,4465 \beta$
$\alpha_{A_s}^* = 0,0392$	75	$A_s^* = 2200 - 3,92 \beta$
$\alpha_{f_y}^* = 0,0862$	250	$f_y^* = 250 - 2,155 \beta$
$\alpha_N^* = -0,705$	750	$N^* = 1500 + 317,25 \beta$
$g(x^*) = \{0,85 \cdot (300 - 0,1497 \beta)(500 - 0,2495 \beta)(25 - 2,4465 \beta)$		
$+ (2200 - 3,92 \beta)(250 - 2,155 \beta)\} \cdot 10^{-3} - (1500 + 317,25 \beta) = 0$		
<u>$\beta = 3,512$</u>		

İterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.5 te özetlenmiştir.



Tablo 5.5. Örnek 5.3'e ilişkin iterasyon sonuçları
((a)'da belirtilen dağılımlara göre)

İterasyon No.	Değişken	Göçme noktası	$(\frac{\partial g}{\partial X_i})^*$	$\alpha_{x_i}^*$	Yeni x_i^* ler
1	b	300	31.875	0.05	$300 - 0.15 \beta$
	h	500	31.875	0.05	$500 - 0.25 \beta$
	f_c	25	446.25	0.699	$25 - 2.447 \beta$
	A_s	2200	25	0.039	$2200 - 3.92 \beta$
	f_y	250	55	0.086	$250 - 2.155 \beta$
	N	1500	-450	-0.705	$1500 + 317.25 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 3.512$					
2	b	299.47	20.88	0.033	$300 - 0.099 \beta$
	h	499.12	20.88	0.033	$500 - 0.165 \beta$
	f_c	16.41	444.69	0.699	$25 - 2.447 \beta$
	A_s	2186.24	24.24	0.038	$2200 - 3.8 \beta$
	f_y	242.43	54.66	0.086	$250 - 2.15 \beta$
	N	2614.32	-450	-0.707	$1500 + 318.25 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 3.511$					

$$P_F = 1 - \Phi(3.511) = 2.23 \cdot 10^{-4}$$

(b) f_c ve f_y log-normal dağılımlı, N TİP I asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

log-normal dağılımlara ilişkin parametreler;

$$\xi_{f_c} = \{\ln(1+0.14^2)\}^{1/2} = 0.1393 \quad \xi_{f_y} = \{\ln(1+0.10^2)\}^{1/2} = 0.09975$$

$$\lambda_{f_c} = \ln 25 - 0,5(0,14)^2 = 3,209 \quad \lambda_{f_y} = \ln 250 - 0,5(0,10)^2 = 5,5165$$

Asimptotik dağılıma ilişkin parametreler;

$$\alpha = \pi / (\sqrt{6} \sigma_N) = \pi / (\sqrt{6} \cdot 450) = 0,0028501$$

$$u = \bar{N} - (0,577/\alpha) = 1500 - (0,577/0,0028501) = 1297,55$$

log-normal dağılımlı f_c ve f_y için;

$$\sigma_{f_c}^N = f_c^* \xi_{f_c} \quad m_{f_c}^N = f_c^* (1 - \ln f_c^* + \lambda_{f_c})$$

$$\sigma_{f_y}^N = f_y^* \xi_{f_y} \quad m_{f_y}^N = f_y^* (1 - \ln f_y^* + \lambda_{f_y})$$

TİP I asimptotik dağılımlı N için;

$$F_N(n) = \exp[-e^{-\alpha(n-u)}]$$

$$f_N(n) = \alpha \exp[-\alpha(n-u) - e^{-\alpha(n-u)}]$$

ve

$$\sigma_N^N = \frac{\phi \{ \phi^{-1} [F_N(N)^*] \}}{f_N(N^*)} \quad m_N^N = N - \sigma_N^N \phi^{-1} [F_N(N)^*]$$

1. İterasyon

$$b^* = \bar{b} = 300 \quad h^* = \bar{h} = 500 \quad f_c^* = \bar{f}_c = 25 \quad A_s^* = \bar{A}_s = 2200$$

$$f_y^* = \bar{f}_y = 250 \quad N^* = \bar{N} = 1500$$

$$\sigma_{f_c}^N = 25 \cdot 0,1393 = 3,483 \quad m_{f_c}^N = 25(1 - \ln 25 + 3,209) = 24,75$$

$$\sigma_{f_y}^N = 250 \cdot 0,09975 = 24,94 \quad m_{f_y}^N = 250(1 - \ln 250 + 5,5165) = 248,76$$

$$F_N(N^*) = \exp[-e^{-0,0028501(1500-1297,55)}] = 0,5703$$

$$f_N(N^*) = 0,0028501 \exp[-0,0028501(1500-1297,55)] \\ - e^{-0,0028501(1500-1297,55)} = 0,0009127$$

$$\sigma_N^N = \frac{\phi[\Phi^{-1}(0,5703)]}{0,0009127} = \frac{\phi(0,176)}{0,0009127} = \frac{(2\pi)^{-1/2} e^{(-0,5 \cdot 0,176^2)}}{0,0009127} \\ = 430,37$$

$$m_N^N = 1500 - 430,37 \cdot \Phi^{-1}(0,5703) = 1424,25$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial b'}\right)_* = 3 \cdot (0,85 \cdot 500 \cdot 25) \cdot 10^{-3} = 31,88 \quad \alpha_b^* = 0,051$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial h'}\right)_* = 5 \cdot (0,85 \cdot 300 \cdot 25) \cdot 10^{-3} = 31,88 \quad \alpha_h^* = 0,051$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial f'_c}\right)_* = 3,483 \cdot (0,85 \cdot 300 \cdot 500) \cdot 10^{-3} = 444,09 \quad \alpha_{f_c}^* = 0,713$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial A'_s}\right)_* = 100 \cdot (250) \cdot 10^{-3} = 25 \quad \alpha_{A_s}^* = 0,04$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial f'_y}\right)_* = 24,94 \cdot (2200) \cdot 10^{-3} = 54,86 \quad \alpha_{f_y}^* = 0,088$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial N'}\right)_* = -430,37 \quad \alpha_N^* = -0,691$$

$$b^* = 300 - 0,051.3.\beta = 300 - 0,153 \beta$$

$$h^* = 500 - 0,051.5.\beta = 500 - 0,255 \beta$$

$$f_c^* = 24,75 - 0,713.3,48.\beta = 24,75 - 2,481 \beta$$

$$A_s^* = 2200 - 0,04.100.\beta = 2200 - 4 \beta$$

$$f_y^* = 248,76 - 0,088.24,94.\beta = 248,76 - 2,195 \beta$$

$$N^* = 1424,25 + 0,691.430,37.\beta = 1424,25 + 297,39 \beta$$

$$g(\underline{X}) = \{(300 - 0,153\beta)(500 - 0,255\beta)(24,75 - 2,481\beta) + (2200 - 4\beta) \\ (248,76 - 2,195\beta).10^{-3} - (1424,25 + 297,39\beta) = 0$$

$$\underline{\beta = 3,667}$$

İterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.6 da özetlenmiştir.

$$P_F = 1 - \Phi(2,881) = 1,982 \cdot 10^{-3}$$

(111) Monte Carlo yöntemiyle çözüm

(a) Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre değerler ve

genel sonuçlar aşağıda belirtilmiştir. Bilgisayar çıktıları için bkz. E.3.3.

P_F nin tahmini için Monte Carlo yöntemiyle, büyüklüğü 100000 olan rasgele örnekler 50 kez tekrarlatılmıştır. İlk beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir. Bilgisayar çıktıları için bkz. E.3.3.

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(\hat{P}_F)_i$	3,400 E-4	2,400 E-4	1,700 E-4	1,900 E-4	1,800 E-4
$\bar{P}_F$	= 2,196 E-4				
P_F	= 5,249 E-5				

P_F nin nokta tahmini: $\hat{P}_F = \bar{P}_F = 2,196 \text{ E-4}$

Bu nokta tahmininin büyüklüğü $n = 100000 \times 50 = 5 \cdot 10^6$ olan tek bir örnekten sağlanıldığı kabul edilebilir. O halde, %95 düzeyindeki güven aralığı;

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = \hat{P}_F \pm 2\hat{P}_F \{(1-\hat{P}_F)/(n\hat{P}_F)\}^{1/2}$$

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = (2,063 \text{ E-4} , 2,329 \text{ E-4})$$

(b) f_c ve f_y log-normal dağılımlı, N TİP I asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

Bu durum için büyüklüğü 100000 olan örnekler 50 kez tekrarlatılmıştır. İlk beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir. Bilgisayar çıktıları için bkz. E.3.3.

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(\hat{P}_F)_i$	1,920 E-3	2,190 E-3	2,050 E-3	1,820 E-3	1,900 E-3
$\bar{P}_F = 1,921 \text{ E-3}$					
$s_{P_F} = 1,562 \text{ E-4}$					

$$\hat{P}_F = \bar{P}_F = 1,921 \text{ E-3}$$

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = (1,866 \text{ E-3} , 1,977 \text{ E-3})$$

Örnek 5.4

Tek donatılı ve dikdörtgen kesitli basit bir kirişin eğilme momentiyle ilgili durum fonksiyonu şöyledir[78].

$$Z = g(\underline{X}) = \left\{ A_s \cdot f_y \left(d - \frac{0,59 \cdot A_s \cdot f_y}{b \cdot f_c} \right) \right\} \cdot 10^{-6} - M$$

Durum fonksiyonunun içerdiği değişkenlere ilişkin istatistikler aşağıda verilmiştir. Değişkenlerin istatistiksel olarak bağımsız olduğu kabul edilerek göçme, $P_F = P(Z \leq 0)$, ve kalıcılık, $P_S = P(Z > 0)$, olasılıklarının belirlenmesi istenilmektedir.

X_i	m_{X_i}	σ_{X_i}	V_{X_i}
A_s ; Boyuna donatı alanı (mm ²)	1005	50	0,05
f_y ; Çeliğin akma mukavemeti (Mpa)	220	22	0,10
d ; Kesit boyutu (mm)	450	7	0,016
b ; Kesit boyutu (mm)	300	0	0
f_c ; Betonun basınç mukavemeti(Mpa)	20	3	0,15
M ; Eğilme momenti (KNm)	30	15	0,50

(1) Doğrudan çözüm

Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

X_i	$(\partial g / \partial X_i m)^2 \text{Var}(X_i)$	(kNm) ²
A_s	$\{(f_y \cdot d) - (2 \cdot 0,59 \cdot A_s \cdot f_y^2) / (b \cdot f_c)\}^2 \text{Var}(A_s) =$ $\{(220 \cdot 450) - (2 \cdot 0,59 \cdot 1005 \cdot 220^2) / (300 \cdot 20)\}^2 \cdot 50^2 \cdot 10^{-12} = 20$	
f_y	$\{(A_s \cdot d) - (2 \cdot 0,59 \cdot A_s^2 \cdot f_y) / (b \cdot f_c)\}^2 \text{Var}(f_y) =$ $\{(1005 \cdot 450) - (2 \cdot 0,59 \cdot 1005^2 \cdot 220^2) / (300 \cdot 20)\}^2 \cdot 22^2 \cdot 10^{-12} =$ $= 80,79$	
d	$(A_s \cdot f_y)^2 \text{Var}(d) = (1005 \cdot 220)^2 \cdot 7^2 \cdot 10^{-12} = 2,40$	
f_c	$\{(0,59 \cdot A_s^2 \cdot f_y^2) / (b \cdot f_c^2)\} \text{Var}(f_c) =$ $\{(0,59 \cdot 1005^2 \cdot 220^2) / (300 \cdot 20^2)\}^2 \cdot 3^2 \cdot 10^{-12} = 0,52$	
M	$(-1)^2 \text{Var}(M) = (-1)^2 \cdot 15^2 = 225$	

$$\text{Var}(Z) = \sigma_Z^2 = \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i | m)^2 \text{Var}(X_i) = 328,71 \quad (\text{kNm})^2$$

$$\sigma_g = (328,71)^{1/2} = 18,13 \quad \text{kNm}$$

$$m_g = g(m_X) = 1005.220(450 - \frac{0,59.1005.220}{300.20})10^{-6} - 30 = 64,69 \quad (\text{kNm})$$

$$\beta = m_g / \sigma_g = 64,69 / 18,13 = 3,568$$

$$P_F = P(Z \leq 0) = 1 - \Phi(3,568) = 1,802 \cdot 10^{-4}$$

$$P_S = P(Z > 0) = 0,9998198$$

(11) İterasyonla çözüm

(a) Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

$$(\partial g / \partial X_i') = \sigma_{X_i} (\partial g / \partial X_i)$$

$$(\partial g / \partial A_s') = \sigma_{A_s} \{f_y \cdot d - (2.0,59 \cdot A_s \cdot f_y^2) / (b \cdot f_c)\}$$

$$(\partial g / \partial f_y') = \sigma_{f_y} \{A_s \cdot d - (2.0,59 \cdot A_s^2 \cdot f_y) / (b \cdot f_c)\}$$

$$(\partial g / \partial d') = \sigma_d (A_s \cdot f_y)$$

$$(\partial g / \partial f_c') = \sigma_{f_c} \{(0,59 \cdot A_s^2 \cdot f_y^2) / (b \cdot f_c^2)\}$$

$$(\partial g / \partial M') = \sigma_M (-1) = -\sigma_M$$

1. İterasyon

$$A_s^* = \bar{A}_s = 1005 \quad (\text{mm}^2) \quad (\partial g / \partial A_s')^* = 4,47 \quad (\text{KNm})$$

$$f_y^* = \bar{f}_y = 220 \quad (\text{MPa}) \quad (\partial g / \partial f'_y)_* = 8,99 \quad (\text{KNm})$$

$$d^* = \bar{d} = 450 \quad (\text{mm}) \quad (\partial g / \partial d')_* = 1,55 \quad (\text{KNm})$$

$$f_c^* = \bar{f}_c = 20 \quad (\text{MPa}) \quad (\partial g / \partial f'_c)_* = 0,721 \quad (\text{KNm})$$

$$M^* = \bar{M} = 30 \quad (\text{KNm}) \quad (\partial g / \partial M')_* = -15 \quad (\text{KNm})$$

$$\alpha_{X_i}^* = \frac{(\partial g / \partial X_i')_*}{\left\{ \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i')_*^2 \right\}^{1/2}} \quad X_i^* = m_{X_i} - \alpha_{X_i}^* \cdot \sigma_{X_i} \cdot \beta$$

$$\alpha_{A_s}^* = 0,247 \quad A_s^* = 1005-12,35 \beta$$

$$\alpha_{f_y}^* = 0,496 \quad f_y^* = 220-10,91 \beta$$

$$\alpha_d^* = 0,085 \quad d^* = 450-0,595 \beta$$

$$\alpha_{f_c}^* = 0,040 \quad f_c^* = 20-0,120 \beta$$

$$\alpha_M^* = -0,827 \quad M^* = 30+12,405 \beta$$

$$g(\underline{x}^*) = (1005-12,35\beta)(220-10,91\beta)\{(450-0,595\beta)$$

$$- [0,59(1005-12,35\beta) \cdot (220-10,91\beta)] /$$

$$[300(20-0,12\beta)] \cdot 10^{-6} - (30+12,405\beta) = 0$$

$$\underline{\beta} = 3,603$$

İterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.7 de Özetlenmiştir.

Tablo 5.7. Örnek 5.4'e ilişkin iterasyon sonuçları
((a)'da belirtilen dağılımlara göre)

İterasyon No.	Değişken	Göçme noktası	$(\frac{\partial g}{\partial X_i})^*$	$\alpha_{x_i}^*$	Yeni x_i^* ler
1	A_s	1005	4.47	0.247	1005 - 12.35 β
	f_y	220	8.99	0.496	220 - 10.91 β
	d	450	1.55	0.085	450 - 0.595 β
	f_c	20	0.721	0.04	20.0 - 0.12 β
	M	30	-15	-0.827	30 + 12.41 β
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 3.603$					
2	A_s	960.57	3.73	0.21	1005 - 10.5 β
	f_y	180.7	8.73	0.49	220 - 10.78 β
	d	447.85	1.22	0.068	450 - 0.476 β
	f_c	19.57	0.46	0.026	20 - 0.078 β
	M	74.71	-15	-0.843	30 + 12.65 β
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 3.599$					
3	A_s	967.28	3.74	0.21	1005 - 10.5 β
	f_y	181.18	8.80	0.493	220 - 10.85 β
	d	448.28	1.23	0.069	450 - 0.483 β
	f_c	19.72	0.466	0.026	20 - 0.078 β
	M	75.5	-15	-0.841	30 + 12.62 β
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 3.599$					

$$P_F = 1 - \Phi(3.599) = 1.59 \cdot 10^{-4}$$

(b) f_y ve f_c log-normal dağılımlı, M TİP I asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

log-normal dağılımlara ilişkin parametreler;

$$\begin{aligned}\xi_{f_y} &= \{\ln(1+0,10^2)\}^{1/2} = 0,09975 & \xi_{f_c} &= \{\ln(1+0,15^2)\}^{1/2} \\ & & &= 0,1492 \\ \lambda_{f_y} &= \ln 220 - 0,5(0,09975)^2 = 5,389 & \lambda_{f_c} &= \ln 20 - 0,5(0,1492)^2 \\ & & &= 2,9846\end{aligned}$$

Asimptotik dağılıma ilişkin parametreler;

$$\alpha = \pi/(\sqrt{6}\sigma_M) = \pi/(\sqrt{6}.15) = 0,085503$$

$$u = \bar{M} - (0,577/\alpha) = 30 - (0,577)/0,085503 = 23,252$$

log-normal dağılımlı f_y ve f_c için;

$$\sigma_{f_y}^N = f_y^* \cdot \xi_{f_y} \quad m_{f_y}^N = f_y^* (1 - \ln f_y^* + \lambda_{f_y})$$

$$\sigma_{f_c}^N = f_c^* \cdot \xi_{f_c} \quad m_{f_c}^N = f_c^* (1 - \ln f_c^* + \lambda_{f_c})$$

TİP I asimptotik dağılımlı M için;

$$F_M(m) = \exp[-e^{-\alpha(m-u)}]$$

$$f_M(m) = \alpha \exp[-\alpha(m-u) - e^{-\alpha(m-u)}]$$

ve

$$\sigma_M^N = \frac{\phi \{ \phi^{-1} [F_M(M^*)] \}}{f_M(M^*)} \quad m_M^N = M^* - \sigma_M^N \phi^{-1} [F_M(M^*)]$$

1. iterasyon

$$\begin{aligned}A_s^* &= \bar{A}_s = 1005 & f_y^* &= \bar{f}_y = 220 & d^* &= \bar{d} = 450 \\ f_c^* &= \bar{f}_c = 20 & M^* &= \bar{M} = 30\end{aligned}$$

$$\sigma_{f_y}^N = 220 \cdot 0,09975 = 21,95 \quad m_{f_y}^N = 220(1 - \ln 220 + 5,3887) = 218,91$$

$$\sigma_{f_c}^N = 20 \cdot 0,1492 = 2,98 \quad m_{f_c}^N = 20(1 - \ln 20 + 2,9846) = 19,78$$

$$F_M(M^*) = \exp[-e^{-0,085503(30-23,252)}] = 0,5703$$

$$f_M(M^*) = 0,085503 \exp[-0,085503(30-23,252)] \cdot e^{-0,085503(30-23,252)} = 0,02738$$

$$\sigma_M^N = \frac{\phi[\phi^{-1}(0,5703)]}{0,02738} = \frac{\phi(0,177)}{0,02738} = \frac{(2\pi)^{-1/2} e^{(-0,5 \cdot 0,177^2)}}{0,02738} = 14,343$$

$$m_M^N = 30 - 14,343 \cdot \phi^{-1}(0,5703) = 27,461$$

$$(\partial g / \partial A'_s)_* = 50 \{ 220 \cdot 450 - (2 \cdot 0,59 \cdot 1005 \cdot 220^2) / (300 \cdot 20) \} 10^{-6} = 4,47$$

$$(\partial g / \partial f'_y)_* = 21,95 \{ 1005 \cdot 450 - (2 \cdot 0,59 \cdot 1005^2 \cdot 220) / (300 \cdot 20) \} 10^{-6} = 8,97$$

$$(\partial g / \partial d')_* = 7(1005 \cdot 220) 10^{-6} = 1,55$$

$$(\partial g / \partial f'_c)_* = 2,98 \{ (0,59 \cdot 1005^2 \cdot 220^2) / (300 \cdot 20^2) \} 10^{-6} = 0,717$$

$$(\partial g / \partial M')_* = -14,343$$

$$a_{A_s}^* = 0,254$$

$$A_s^* = 1005 - 12,7 \beta$$

$$a_{f_y}^* = 0,510$$

$$f_y^* = 218,91 - 11,19 \beta$$

$$a_d^* = 0,088$$

$$d^* = 450 - 0,616 \beta$$

$$a_{f_c}^* = 0,041$$

$$f_c^* = 19,78 - 0,122 \beta$$

$$\alpha_M^* = -0,816$$

$$M^* = 27,461+11,70 \beta$$

$$g(x^*) = (1005-12,7\beta)(218,91-11,19\beta)\{(450-0,616\beta)$$

$$- \frac{0,59(1005-12,7\beta)(218,91-11,19\beta)}{300(19,78 - 0,122\beta)} \} 10^{-6}$$

$$- (27,461+11,70\beta) = 0$$

$$\beta = 3,841$$

İterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.8 de Özetlenmiştir.

No	Değişken	Yeni Değer	Eski Değer	Δ	Δ%	Yeni x _i in
$g_1(x^*) = 0$						
1	β	3,841	0	3,841	0	1005 - 5,858
2	β	3,841	3,841	0	0	218,91 - 4,768
3	β	3,841	3,841	0	0	450 - 0,288
4	β	3,841	3,841	0	0	19,78 - 0,058
5	β	3,841	3,841	0	0	27,461 - 3,798
$g_2(x^*) = 0$						
6	β	3,841	3,841	0	0	1005 - 5,858
7	β	3,841	3,841	0	0	218,91 - 4,768
8	β	3,841	3,841	0	0	450 - 0,288
9	β	3,841	3,841	0	0	19,78 - 0,058
10	β	3,841	3,841	0	0	27,461 - 3,798
$g_3(x^*) = 0$						
11	β	3,841	3,841	0	0	1005 - 5,858
12	β	3,841	3,841	0	0	218,91 - 4,768
13	β	3,841	3,841	0	0	450 - 0,288
14	β	3,841	3,841	0	0	19,78 - 0,058
15	β	3,841	3,841	0	0	27,461 - 3,798

$$(b) P_F = 1 - \Phi(2,73) = 3,167 \cdot 10^{-3}$$

(111) Monte Carlo yöntemiyle çözüm

(a) Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

P_F nin tahmini için Monte Carlo yöntemiyle, büyüklüğü 150000 olan rasgele örnekler 40 kez tekrarlatılmıştır. İlk beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir. Bilgisayar çıktıları için bkz.E.3.4.

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(\hat{P}_F)_i$	1,567 E-4	1,967 E-4	2,067 E-4	1,700 E-4	1,533 E-4
$\bar{P}_F$	= 1,674 E-4				
s_{P_F}	= 1,958 E-5				

P_F nin nokta tahmini: $\hat{P}_F = \bar{P}_F = 1,674 \text{ E-4}$

Bu nokta tahminin büyüklüğü $n = 150000 \times 40 = 6 \cdot 10^6$ olan bir örnekten sağlanıldığı kabul edilebilir. O halde, %95 düzeyindeki güven aralığı;

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = \hat{P}_F \pm 2\hat{P}_F \{ (1 - \hat{P}_F) / (n \hat{P}_F) \}^{1/2}$$

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = (1,592 \text{ E-4} , 1,805 \text{ E-4})$$

- (b) f_y ve f_c log-normal dağılımlı, M TİP I asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

Bu durum için büyüklüğü 50000 olan örnekler 40 kez tekrarlatılmıştır. İlk beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir. Bilgisayar çıktıları için bkz. E.3.4 .

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(\hat{P}_F)_i$	3,100 E-3	3,440 E-3	3,140 E-3	3,060 E-3	3,350 E-3
$\bar{P}_F$	= 3,218 E-3				
s_{P_F}	= 1,623 E-4				

$$\hat{P}_F = \bar{P}_F = 3,218 \text{ E-3}$$

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = (3,137 \text{ E-3} , 3,298 \text{ E-3})$$

Örnek 5.5

Aynı tip prefabrike kirişlerin oluşturduğu bir toplumdan rasgele örnekleme sonucu sağlanan istatistikler aşağıda verilmiştir. Anılan kirişlerin kesme güvenilirliğiyle ilgili durum fonksiyonu şöyledir[78].

$$Z = g(\underline{X}) = V_r - V = 0,52 \cdot f_{ct} \cdot b_w \cdot d + \frac{A_{sv} \cdot f_{yv} \cdot d}{s} - F$$

Durum fonksiyonu değişkenlerinin istatistiksel olarak bağımsız kabul edilerek, kiriş toplumuna ilişkin kırılma olasılığının,

$P_F = P(Z \leq 0)$, ve güvenilirliğinin, $P_S = P(Z > 0)$, belirlenmesi istenilmektedir.

X_i	m_{X_i}	σ_{X_i}	V_{X_i}
f_{ct} ; Betonun eksenel çekme muk.(MPa)	1,6	0,2	0,125
b_w ; Kesit genişliği (mm)	250	3	0,012
d ; Etkili derinlik (mm)	450	3	0,007
A_{sv} ; Etriye enkesit alanı (mm ²)	56	2	0,036
f_{yv} ; Etriye çeliğinin akma muk.(MPa)	220	10	0,045
s ; Etriye aralığı (mm)	100	2	0,02
F ; Tekil yük (KN)	40	20	0,50

(1) Doğrudan çözüm

Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

X_i	$(\partial g / \partial X_i m)^2 \text{Var}(X_i)$ (KN) ²
f_{ct}	$(0,52 b_w d)^2 \text{Var}(f_{ct}) = (0,52 \cdot 250 \cdot 450)^2 \cdot (0,2)^2 \cdot 10^{-6} = 136,89$
b_w	$(0,52 f_{ct} d)^2 \text{Var}(b_w) = (0,52 \cdot 1,6 \cdot 450)^2 \cdot (3)^2 \cdot 10^{-6} = 1,26$
d	$(0,52 f_{ct} b_w + \frac{A_{sv} f_{yv}}{s})^2 \text{Var}(d) = (0,52 \cdot 1,6 \cdot 250 + \frac{56 \cdot 220}{100})^2 \cdot (3)^2 \cdot 10^{-6} = 0,99$
A_{sv}	$(\frac{f_{yv} d}{s})^2 \text{Var}(A_{sv}) = (\frac{220 \cdot 450}{100})^2 \cdot (2)^2 \cdot 10^{-6} = 3,92$
f_{yv}	$(\frac{A_{sv} d}{s})^2 \text{Var}(f_{yv}) = (\frac{56 \cdot 450}{100})^2 \cdot (10)^2 \cdot 10^{-6} = 6,35$
s	$(-\frac{A_{sv} f_{yv} d}{s^2})^2 \text{Var}(s) = (-\frac{56 \cdot 220 \cdot 450}{100^2})^2 \cdot (2)^2 \cdot 10^{-6} = 1,23$
F	$(-1)^2 \text{Var}(F) = (-1)^2 \cdot (20)^2 = 400$

$$\text{Var}(Z) = \sigma_g^2 = \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i | m)^2 \text{Var}(X_i) = 550,64 \quad (\text{kN})^2$$

$$\sigma_g = (550,64)^{1/2} = 23,47 \quad \text{kN}$$

$$m_g = g(m_X) = (0,52 \cdot 1,6 \cdot 2,5 \cdot 450 + \frac{56 \cdot 220 \cdot 450}{100}) 10^{-3} - 40 = 109,04 (\text{kN})$$

$$\beta = m_g / \sigma_g = 109,04 / 23,47 = 4,65$$

$$P_F = P(Z \leq 0) = 1 - \Phi(4,65) = 1,66 \cdot 10^{-6}$$

$$P_S = P(Z > 0) = 0,9999983$$

(11) İterasyonla çözüm

(a) Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

$$(\partial g / \partial f'_{ct}) = \sigma_{f_{ct}} (0,52 \cdot b_w \cdot d)$$

$$(\partial g / \partial b'_w) = \sigma_{b_w} (0,52 \cdot f_{ct} \cdot d)$$

$$(\partial g / \partial d') = \sigma_d \{0,52 \cdot f_{ct} \cdot b_w + (A_{sv} \cdot f_{yv}) / s\}$$

$$(\partial g / \partial A'_{sv}) = \sigma_{A_{sv}} \{(f_{yv} \cdot d) / s\}$$

$$(\partial g / \partial f'_{yv}) = \sigma_{f_{yv}} \{(A_{sv} \cdot d) / s\}$$

$$(\partial g / \partial s') = \sigma_s \{(-A_{sv} \cdot f_{yv} \cdot d) / s^2\}$$

$$(\partial g / \partial F') = \sigma_F (-1) = -\sigma_F$$

1. Iterasyon

$$f_{ct}^* = \bar{f}_{ct} = 1,6 \quad (\text{MPa}) \quad (\partial g / \partial f_{ct}')_* = 11,7 \quad (\text{kN})$$

$$b_w^* = \bar{b}_w = 250 \quad (\text{mm}) \quad (\partial g / \partial b_w')_* = 1,12 \quad (\text{kN})$$

$$d^* = \bar{d} = 450 \quad (\text{mm}) \quad (\partial g / \partial d')_* = 0,99 \quad (\text{kN})$$

$$A_{sv}^* = \bar{A}_{sv} = 56 \quad (\text{mm}^2) \quad (\partial g / \partial A_{sv}')_* = 1,98 \quad (\text{kN})$$

$$f_{yv}^* = \bar{f}_{yv} = 220 \quad (\text{MPa}) \quad (\partial g / \partial f_{yv}')_* = 2,52 \quad (\text{kN})$$

$$s^* = \bar{s} = 100 \quad (\text{mm}) \quad (\partial g / \partial s')_* = -1,11 \quad (\text{kN})$$

$$F^* = \bar{F} = 40 \quad (\text{KN}) \quad (\partial g / \partial F')_* = -20 \quad (\text{kN})$$

$$\alpha_{X_i}^* = \frac{(\partial g / \partial X_i')_*}{\left[\sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i')_*^2 \right]^{1/2}}$$

$$X_i^* = m_{X_i} - \alpha_{X_i}^* \cdot \sigma_{X_i} \cdot \beta$$

$$\alpha_{f_{ct}}^* = 0,499$$

$$f_{ct}^* = 1,6 - 0,10\beta$$

$$\alpha_{b_w}^* = 0,048$$

$$b_w^* = 250 - 0,144\beta$$

$$\alpha_d^* = 0,042$$

$$d^* = 450 - 0,126\beta$$

$$\alpha_{A_{sv}}^* = 0,084$$

$$A_{sv}^* = 56 - 0,168\beta$$

$$\alpha_{f_{yv}}^* = 0,107$$

$$f_{yv}^* = 220 - 1,07\beta$$

$$\alpha_s^* = -0,047$$

$$s^* = 100 + 0,094\beta$$

$$\alpha_F^* = -0,852$$

$$F^* = 40 + 17,04\beta$$

$$g(\underline{x}^*) = \{0,52(1,6-0,10\beta)(250-0,144\beta)(450-0,126\beta)+$$

$$\frac{(56-0,168\beta)(220-1,07\beta)(450-0,126\beta)}{(100+0,094\beta)}\}10^{-3}$$

$$-(40+17,04\beta)=0$$

$$\underline{\beta = 4,65}$$

İterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.9 da özetlenmiştir.

Tablo 5.9. Örnek 5.5'e ilişkin iterasyon sonuçları
((a)'da belirtilen dağılımlara göre)

İterasyon No	Değişken	Göçme noktası	$(\frac{\partial g}{\partial X_i})^*$	$\alpha_{X_i}^*$	Yeni x_i^* ler
1	f_{ct}	1.6	11.7	0.499	$1.6 - 0.1 \beta$
	b_w	250	1.12	0.048	$250 - 0.144 \beta$
	d	450	0.99	0.042	$450 - 0.126 \beta$
	A_{sv}	56	1.98	0.084	$56 - 0.168 \beta$
	f_{yv}	220	2.52	0.107	$220 - 1.07 \beta$
	S	100	-1.11	-0.047	$100 + 0.094 \beta$
	F	40	-20	-0.852	$40 + 17.04 \beta$
			$g(\underline{x}^*) = 0$		
			$\beta = 4.65$		
2	f_{ct}	1.14	11.65	0.498	$1.6 - 0.1 \beta$
	b_w	249.33	0.8	0.034	$250 - 0.102 \beta$
	d	449.41	0.8	0.034	$450 - 0.102 \beta$
	A_{sv}	55.22	1.92	0.082	$56 - 0.164 \beta$
	f_{yv}	215.02	2.47	0.106	$220 - 1.06 \beta$
	S	100.44	-1.06	-0.045	$100 + 0.09 \beta$
	F	119.24	-20	-0.854	$40 + 17.08 \beta$
			$g(\underline{x}^*) = 0$		
			$\beta = 4.65$		

$$P_F = P(Z \leq 0) = 1 - \Phi(4,65) = 1,66 \cdot 10^{-6}$$

(b) f_{ct} ve f_{yv} log-normal dağılımlı, F TİP I asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

log-normal dağılımlara ilişkin parametreler;

$$\xi_{f_{ct}} = \{\ln(1+0,125^2)\}^{1/2} = 0,12452$$

$$\lambda_{f_{ct}} = \ln 1,6 - 0,5(0,12452)^2 = 0,46225$$

$$\xi_{f_{yv}} = \{\ln(1+0,0454^2)\}^{1/2} = 0,04538$$

$$\lambda_{f_{yv}} = \ln 220 - 0,5(0,04498)^2 = 5,3926$$

Asimptotik dağılıma ilişkin parametreler;

$$\alpha = \pi/(\sqrt{6}\sigma_F) = \pi/(\sqrt{6} \cdot 20) = 0,06413$$

$$u = \bar{F} - (0,577/\alpha) = 40 - (0,577/0,06413) = 31,003$$

log-normal dağılımlı f_{ct} ve f_{yv} için;

$$\sigma_{f_{ct}}^N = f_{ct}^* \cdot \xi_{f_{ct}} \quad m_{f_{ct}}^N = f_{ct}^* (1 - \ln f_{ct}^* + \lambda_{f_{ct}})$$

$$\sigma_{f_{yv}}^N = f_{yv}^* \cdot \xi_{f_{yv}} \quad m_{f_{yv}}^N = f_{yv}^* (1 - \ln f_{yv}^* + \lambda_{f_{yv}})$$

TİP I asimptotik dağılımlı F için;

$$F_F(f) = \exp[-e^{-\alpha(f-u)}]$$

$$f_F(f) = \alpha \exp[-\alpha(f-u) - e^{-\alpha(f-u)}]$$

ve

$$\sigma_F^N = \frac{\phi\{\phi^{-1}[F_F(F^*)]\}}{f_F(F^*)} \quad m_F^N = F^* - \sigma_F^N \phi^{-1}[F_F(F^*)]$$

1. iterasyon

$$f_{ct}^* = \bar{f}_{ct} = 1,6 \quad b_w^* = \bar{b}_w = 250 \quad d^* = \bar{d} = 450 \quad A_{sv}^* = \bar{A}_{sv} = 56$$

$$f_{yv}^* = \bar{f}_{yv} = 220 \quad s^* = \bar{s} = 100 \quad F^* = \bar{F} = 40$$

$$\sigma_{f_{ct}}^N = 1,6 \cdot 0,12452 = 0,199$$

$$m_{f_{ct}}^N = 1,6(1 - \ln 1,6 + 0,46225) = 1,59$$

$$\sigma_{f_{yv}}^N = 220 \cdot 0,04538 = 9,99$$

$$m_{f_{yv}}^N = 220(1 - \ln 220 + 5,3926) = 219,77$$

$$F_F(F^*) = \exp[-e^{-0,06413(40-31,002)}] = 0,57038$$

$$f_F(F^*) = 0,06413 \exp[-0,06413(40-31,002) - e^{-0,06413(40-31,002)}] = 0,02054$$

$$\sigma_F^N = \frac{\phi[\phi^{-1}(0,57038)] - \phi(0,176)}{0,02054} = \frac{(2\pi)^{-1/2} e^{(-0,5 \cdot 0,176^2)}}{0,02054}$$

$$= 19,1276$$

$$m_F^N = 40 - 19,1276 \cdot \phi^{-1}(0,57038) = 36,6335$$

$$(\partial g / \partial f'_{ct})_* = 0,199(0,52 \cdot 250 \cdot 450) \cdot 10^{-3} = 11,65$$

$$(\partial g / \partial b'_w)_* = 3(0,52 \cdot 1,6 \cdot 450) \cdot 10^{-3} = 1,12$$

$$(\partial g / \partial d')_* = 3\{0,52 \cdot 1,6 \cdot 250 + (56 \cdot 220) / 100\} \cdot 10^{-3} = 0,994$$

$$(\partial g / \partial A'_{sv})_* = 2\{(220 \cdot 450) / 100\} \cdot 10^{-3} = 1,98$$

$$(\partial g / \partial f'_{yv})_* = 9,99\{(56 \cdot 450) / 100\} \cdot 10^{-3} = 2,52$$

$$(\partial g / \partial s')_* = 2\{(-56 \cdot 220 \cdot 450) / 100^2\} \cdot 10^{-3} = -1,11$$

$$(\partial g / \partial F')_* = -19,13$$

$$\alpha_{f_{ct}}^* = 0,513$$

$$f_{ct}^* = 1,59 - 0,1028$$

$$\alpha_{b_w}^* = 0,049$$

$$b_w^* = 250 - 0,1478$$

$$\alpha_d^* = 0,044$$

$$d^* = 450 - 0,1328$$

$$\alpha_{A_{sv}}^* = 0,087$$

$$A_{sv}^* = 56 - 0,1748$$

$$\alpha_{f_{yv}}^* = 0,111$$

$$f_{yv}^* = 219,77 - 1,1098$$

$$\alpha_s^* = -0,049$$

$$s^* = 100 + 0,0988$$

$$\alpha_F^* = -0,843$$

$$F^* = 36,63 + 16,138$$

$$g(x^*) = \{0,52(1,59-0,1028)(250-0,1478)(450-0,1328) +$$

$$\frac{(56-0,1748)(219,77-1,1098)(450-0,1328)}{(100+0,0988)}\}10^{-3}$$

$$- (36,63+16,138) = 0$$

$$\beta = 4,924$$

İterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.10 da özetlenmiştir.

Tablo 5.10 Örnek 5.5'e ilişkin iterasyon sonuçları
((b)'de belirtilen dağılımlara göre)

İterasyon No.	Değişken	Göçme noktası	$\sigma_{x_i}^N$	$m_{x_i}^N$	$(\frac{\partial g}{\partial x_i})^*$	$\alpha_{x_i}^*$	Yeni x_i^* ler
1	f_{cl}	1.6	0.199	1.59	11.65	0.513	$1.59 - 0.102 \beta$
	b_w	250	3	250	1.12	0.049	$250 - 0.147 \beta$
	d	450	3	450	0.994	0.044	$450 - 0.132 \beta$
	A_{sv}	56	2	56	1.98	0.087	$56 - 0.174 \beta$
	f_{yv}	220	9.99	219.77	2.52	0.111	$219.77 - 1.109 \beta$
	S	100	2	100	-1.11	-0.049	$100 + 0.098 \beta$
	F	40	19.13	36.63	-19.13	-0.843	$36.63 + 16.13 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$							
$\beta = 4.924$							
2	f_{cl}	1.08	0.135	1.5	7.86	0.168	$1.5 - 0.023 \beta$
	b_w	249.27	3	250	0.76	0.016	$250 - 0.048 \beta$
	d	449.35	3	450	0.774	0.017	$450 - 0.051 \beta$
	A_{sv}	55.14	2	56	1.92	0.041	$56 - 0.082 \beta$
	f_{yv}	214.31	9.74	219.7	2.4	0.051	$219.7 - 0.497 \beta$
	S	100.48	2	100	-1.05	-0.022	$100 + 0.044 \beta$
	F	115.98	46.01	-4.94	-46.01	-0.983	$-4.94 + 45.23 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$							
$\beta = 3.159$							
3	f_{cl}	1.43	0.178	1.58	10.38	0.196	$1.58 - 0.035 \beta$
	b_w	249.85	3	250	1.0	0.019	$250 - 0.057 \beta$
	d	449.84	3	450	0.92	0.017	$450 - 0.051 \beta$
	A_{sv}	55.74	2	56	1.96	0.037	$56 - 0.074 \beta$
	f_{yv}	218.13	9.91	219.77	2.48	0.047	$219.77 - 0.466 \beta$
	S	100.14	2	100	-1.09	-0.021	$100 + 0.042 \beta$
	F	137.96	51.66	-21.16	-51.66	-0.978	$-21.16 + 50.52 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$							
$\beta = 3.198$							
4	f_{cl}	1.47	0.183	1.58	10.68	0.196	$1.58 - 0.036 \beta$
	b_w	249.82	3	250	1.03	0.019	$250 - 0.057 \beta$
	d	449.84	3	450	0.937	0.017	$450 - 0.051 \beta$
	A_{sv}	55.77	2	56	1.96	0.036	$56 - 0.072 \beta$
	f_{yv}	218.32	9.92	219.77	2.48	0.046	$219.77 - 0.456 \beta$
	S	100.13	2	100	-1.09	-0.02	$100 + 0.04 \beta$
	F	140.51	53.17	-25.56	-53.17	-0.978	$-25.56 + 52 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$							
$\beta = 3.193$							

$$P_F = P(Z \leq 0) = 1 - \Phi(3.193) = 7.04 \cdot 10^{-4}$$

(111) Monte Carlo yöntemiyle çözüm

(a) Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

P_F nin tahmini için Monte Carlo yöntemiyle, büyüklüğü 10^7 olan bir örnek kullanılmıştır. Bu örnekten sağlanan nokta tahmini;

$$\hat{P}_F = 1,7 \cdot 10^{-6}$$

0 halde %95 düzeyindeki güven aralığı;

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = \hat{P}_F \pm 2\hat{P}_F \{ (1-\hat{P}_F) / (n \hat{P}_F) \}^{1/2}$$

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = (8,754 \cdot 10^{-7}, 2,525 \cdot 10^{-6})$$

(b) f_{ct} ve f_{yv} log-normal dağılımlı, F TİP I asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

Bu durum için büyüklüğü 100000 olan örnekler 50 kez tekrarlatılmıştır. İlk beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir. Bilgisayar çıktıları için bkz.E.3.5 .

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(\hat{P}_F)_i$	7,950 E-4	7,350 E-4	5,800 E-4	5,850 E-4	6,750 E-4
$\bar{P}_F$	= 6,897 E-4				
s_{P_F}	= 6,035 E-5				

$$\hat{P}_F = \bar{P}_F = 6,897 \text{ E-4}$$

$$<P_F>_{0,95} = (6,662 \text{ E-4} , 7,132 \text{ E-4})$$

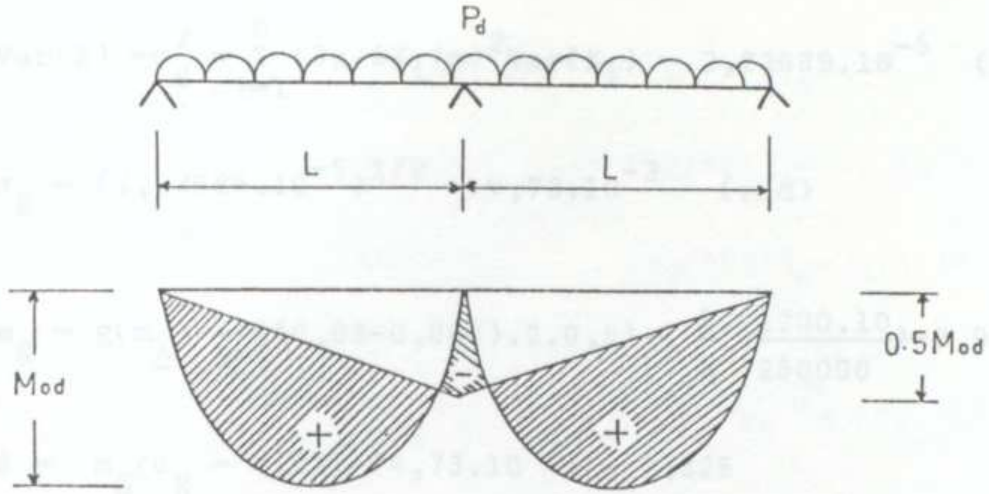
Örnek 5.6

Kabul edilen limit tasarım momentleri dağılımı Şekil 5.4 te gösterilen kirişte; dağılımın oluşabilmesiyle ilgili durum fonksiyonu şöyledir[79] .

$$Z = g(\underline{X}) = [(\phi_u - \phi_y)^2 L_p] - \left[\frac{1}{3} \frac{M_{od} L}{EI} \right]$$

Durum fonksiyonunun içerdiği rasgele değişkenlere ilişkin istatistikler aşağıda verilmiştir. Kabul edilen tasarım momentleri dağılımının gerçekleşmemesi, $P_F = P(Z \leq 0)$, ve gerçekleşmesi, $P_S = P(Z > 0)$, olasılıklarının belirlenmesi istenilmektedir.

X_i	m_{X_i}	σ_{X_i}	V_{X_i}
ϕ_u ; Son limit eğriliği (rad/m)	0,03	0,0015	0,05
ϕ_y ; Akma limiti eğriliği(rad/m)	0,003	0,00015	0,05
L_p ; Plastik mafsalsal boyu (m)	0,50	0,05	0,10
M_{od} ; Tasarım momenti (KNm)	1200	240	0,20
L ; Açıklık uzunluğu (m)	10	0,05	0,005
EI ; Eğilme rijitliği (KNm ²)	250000	25000	0,10



Şekil 5.4 Kabul edilen tasarım momentleri dağılımı.

(1) Doğrudan çözüm

Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

X_i	$(\partial g / \partial X_i m)^2 \text{Var}(X_i)$	$(\text{rad})^2$
ϕ_u	$(2Lp)^2 \text{Var}(\phi_u) = (2.0,5)^2 (0,0015)^2 = 2,25.10^{-6}$	
ϕ_y	$(-2Lp)^2 \text{Var}(\phi_y) = (-2.0,5)^2 (0,00015)^2 = 2,25.10^{-8}$	
Lp	$\{2(\phi_u - \phi_y)\}^2 \text{Var}(Lp) = \{2(0,03 - 0,003)\}^2 (0,05)^2 = 7,29.10^{-6}$	
M_{od}	$\{-L/(3EI)\}^2 \text{Var}(M_{od}) = \{-10/(3.250000)\}^2 (240)^2 = 1,024.10^{-5}$	
L	$\{-M_{od}/(3EI)\}^2 \text{Var}(L) = \{-1200/(3.250000)\}^2 (0,05)^2 = 6,4.10^{-9}$	
EI	$\{(M_{od} \cdot L)/(3EI^2)\}^2 \text{Var}(EI) = \{(1200 \cdot 10)/(3.250000^2)\}^2 (25000)^2 = 2,56.10^{-6}$	

$$\text{Var}(Z) = \sigma_g^2 = \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i | m)^2 \text{Var}(X_i) = 2,23689 \cdot 10^{-5} \quad (\text{rad})^2$$

$$\sigma_g = (2,23689 \cdot 10^{-5})^{1/2} = 4,73 \cdot 10^{-3} \quad (\text{rad})$$

$$m_g = g(m_X) = \{(0,03 - 0,003) \cdot 2 \cdot 0,5\} - \left(\frac{1}{3} \frac{1200 \cdot 10}{250000} \right) = 0,011 (\text{rad})$$

$$\beta = m_g / \sigma_g = 0,011 / (4,73 \cdot 10^{-3}) = 2,326$$

$$P_F = P(Z \leq 0) = 1 - \Phi(2,326) = 1,001 \cdot 10^{-2}$$

$$P_S = P(Z > 0) = \Phi(2,326) = 0,9899902$$

(11) İterasyonla çözüm

(a) Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

$$\partial g / \partial \phi'_u = 2\sigma_{\phi_u} \cdot L_p \quad \partial g / \partial \phi'_y = -2\sigma_{\phi_y} \cdot L_p$$

$$\partial g / \partial L'_p = 2\sigma_{L_p} (\phi_u - \phi_y) \quad \partial g / \partial M'_{od} = -\frac{1}{3} \sigma_{M_{od}} \left(\frac{L}{EI} \right)$$

$$\partial g / \partial L' = -\frac{1}{3} \sigma_L \left(\frac{M_{od}}{EI} \right) \quad \partial g / \partial EI' = \frac{1}{3} \sigma_{EI} \left(\frac{M_{od} L}{EI^2} \right)$$

1. İterasyon

$$\phi_u^* = \bar{\phi}_u = 0,03 \quad (\text{rad/m}) \quad (\partial g / \partial \phi'_u)_* = 1,5 \cdot 10^{-3} \quad (\text{rad})$$

$$\phi_y^* = \bar{\phi}_y = 0,003 \quad (\text{rad/m}) \quad (\partial g / \partial \phi'_y)_* = -1,5 \cdot 10^{-4} \quad (\text{rad})$$

$$L_p^* = \bar{L}_p = 0,5 \quad (\text{m}) \quad (\partial g / \partial L'_p)_* = 2,7 \cdot 10^{-3} \quad (\text{rad})$$

$$M_{Od}^* = \bar{M}_{Od} = 1200 \text{ (KNm)}$$

$$(\partial g / \partial M_{Od}')_* = -3,2 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)}$$

$$L^* = \bar{L} = 10 \text{ (m)}$$

$$(\partial g / \partial L')_* = -8 \cdot 10^{-5} \text{ (rad)}$$

$$EI^* = \bar{EI} = 250000 \text{ (KNm}^2\text{)}$$

$$(\partial g / \partial EI')_* = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)}$$

$$\alpha_{X_i}^* = \frac{(\partial g / \partial X_i')_*}{\left\{ \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i')_*^2 \right\}^{1/2}}$$

$$X_i^* = m_{X_i} \alpha_{X_i}^* \cdot \sigma_{X_i} \cdot \beta$$

$$\alpha_{\phi_u}^* = 0,3172$$

$$\phi_u^* = 0,03 - 4,758 \cdot 10^{-4} \beta$$

$$\alpha_{\phi_y}^* = -0,0317$$

$$\phi_y^* = 0,003 + 4,775 \cdot 10^{-6} \beta$$

$$\alpha_{Lp}^* = 0,5709$$

$$Lp^* = 0,50 - 2,855 \cdot 10^{-2} \beta$$

$$\alpha_{M_{Od}}^* = -0,6766$$

$$M_{Od}^* = 1200 + 162,38 \beta$$

$$\alpha_L^* = -0,0169$$

$$L^* = 10 + 8,45 \cdot 10^{-4} \beta$$

$$\alpha_{EI}^* = 0,3383$$

$$EI^* = 250000 - 8457,5 \beta$$

$$g(\underline{x}^*) = \{(0,03 - 4,758 \cdot 10^{-4} \beta) - (0,003 + 4,775 \cdot 10^{-6} \beta)\} \cdot 2.$$

$$(0,50 - 2,855 \cdot 10^{-2} \beta)$$

$$- \left\{ \frac{1}{3} \frac{(1200 + 162,38 \beta)(10 + 8,45 \cdot 10^{-4} \beta)}{(250000 - 8457,5 \beta)} \right\} = 0$$

$$\underline{\beta = 2,248}$$

İterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.11'de özetlenmiştir.

Tablo 5.11. Örnek 5.6'ya ilişkin iterasyon sonuçları
((a)'da belirtilen dağılımlara göre)

İterasyon No	Değişken	Göçme noktası	$(\frac{\partial g}{\partial X_i})^*$	$\alpha_{x_i}^*$	Yeni x_i^* ler
1	ϕ_U	0.03	1.5×10^{-3}	0.317	$0.03 - 4.758 \times 10^{-4} \beta$
	ϕ_Y	0.003	-1.5×10^{-4}	-0.032	$0.003 + 4.775 \times 10^{-6} \beta$
	L_P	0.5	2.7×10^{-3}	0.571	$0.5 - 2.855 \times 10^{-2} \beta$
	M_{od}	1200	-3.2×10^{-3}	-0.677	$1200 + 162.38 \beta$
	L	10	-8.0×10^{-5}	-0.017	$10 + 8.45 \times 10^{-4} \beta$
	EI	250000	1.6×10^{-3}	0.338	$250000 - 8457.5 \beta$
	$g(\underline{x}^*) = 0$ $\beta = 2.248$				
2	ϕ_U	0.0289	1.31×10^{-3}	0.254	$0.03 - 3.81 \times 10^{-4} \beta$
	ϕ_Y	0.003	-1.31×10^{-4}	-0.025	$0.003 + 3.75 \times 10^{-6} \beta$
	L_P	0.4358	2.59×10^{-3}	0.504	$0.5 - 2.52 \times 10^{-2} \beta$
	M_{od}	1565.1	-3.46×10^{-3}	-0.674	$1200 + 161.76 \beta$
	L	10.002	-1.13×10^{-4}	-0.022	$10 + 1.1 \times 10^{-3} \beta$
	EI	230984.35	2.44×10^{-3}	0.476	$250000 - 11900 \beta$
	$g(\underline{x}^*) = 0$ $\beta = 2.215$				
3	ϕ_U	0.0292	1.33×10^{-3}	0.251	$0.03 - 3.765 \times 10^{-4} \beta$
	ϕ_Y	0.003	-1.33×10^{-4}	-0.025	$0.003 + 3.75 \times 10^{-6} \beta$
	L_P	0.444	2.61×10^{-3}	0.491	$0.5 - 2.46 \times 10^{-2} \beta$
	M_{od}	1558.16	-3.58×10^{-3}	-0.674	$1200 + 161.76 \beta$
	L	10.002	-1.16×10^{-4}	-0.022	$10 + 1.1 \times 10^{-3} \beta$
	EI	223667.2	2.6×10^{-3}	0.491	$250000 - 12275 \beta$
	$g(\underline{x}^*) = 0$ $\beta = 2.215$				

$$P_F = P(Z \leq 0) = 1 - \Phi(2.215) = 1.338 \cdot 10^{-2}$$

(b) M_{od} TİP I asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

Asimptotik dağılıma ilişkin parametreler;

$$\alpha = \pi / (\sqrt{6} \sigma_{M_{od}}) = \pi / (\sqrt{6} \cdot 240) = 0,005344$$

$$u = \bar{M}_{od} - (0,577/\alpha) = 1200 - (0,577/0,005344) = 1092,03$$

TİP I asimptotik dağılımlı M_{od} için;

$$F_{M_{od}}(m_{od}) = \exp[-e^{-\alpha(m_{od}-u)}]$$

$$f_{M_{od}}(m_{od}) = \alpha \exp[-\alpha(m_{od}-u) - e^{-\alpha(m_{od}-u)}]$$

ve

$$\sigma_{M_{od}}^N = \frac{\phi\{\phi^{-1}[F_{M_{od}}(M_{od}^*)]\}}{f_{M_{od}}(M_{od}^*)} \quad m_{M_{od}}^N = M_{od}^* - \sigma_{M_{od}}^N \phi^{-1}[F_{M_{od}}(M_{od}^*)]$$

1. iterasyon

$$\phi_u^* = \bar{\phi}_u = 0,03 \quad \phi_y^* = \bar{\phi}_y = 0,003 \quad L_p^* = \bar{L}_p = 0,5$$

$$M_{od}^* = \bar{M}_{od} = 1200 \quad L^* = \bar{L} = 10 \quad EI^* = \bar{EI} = 250000$$

$$F_{M_{od}}(M_{od}^*) = \exp[-e^{-0,005344(1200-1092,03)}] = 0,570376$$

$$f_{M_{od}}(M_{od}^*) = 0,005344 \exp[-0,005344(1200-1092,03)$$

$$-e^{-0,005344(1200-1092,03)}] = 0,001711$$

$$\sigma_{M_{od}}^N = \frac{\phi[\phi^{-1}(0,570376)]}{0,001711} = \frac{\phi(0,176)}{0,001711}$$

$$= \frac{(2\pi)^{-1/2} e^{(-0,5 \cdot 0,176^2)}}{0,001711} = 229,53$$

$$\pi_{M_{od}}^N = 1200 - 229,53 \cdot \phi^{-1}(0,570376) = 1159,6$$

$$(\partial g / \partial \phi'_u)^* = 2 \cdot 0,0015 \cdot 0,50 = 0,0015$$

$$(\partial g / \partial \phi'_y)^* = -2 \cdot 0,00015 \cdot 0,50 = -0,00015$$

$$(\partial g / \partial L'_p)^* = 2 \cdot 0,05(0,03 - 0,003) = 0,0027$$

$$(\partial g / \partial M'_{od})^* = -\frac{1}{3} \cdot 229,53(10/250000) = -0,0031$$

$$(\partial g / \partial L')^* = -\frac{1}{3} \cdot 0,05 \cdot (1200/250000) = -0,00008$$

$$(\partial g / \partial EI')^* = \frac{1}{3} \cdot 25000 \{ (1159,6 \cdot 10) / (250000)^2 \} = 0,0016$$

$$\alpha_{\phi_u}^* = 0,324$$

$$\phi_u^* = 0,03 - 0,00049\beta$$

$$\alpha_{\phi_y}^* = -0,032$$

$$\phi_y^* = 0,003 + 0,00005\beta$$

$$\alpha_{L_p}^* = 0,582$$

$$L_p^* = 0,5 - 0,029\beta$$

$$\alpha_{M_{od}}^* = -0,66$$

$$M_{od}^* = 1159,6 + 151,49\beta$$

$$\alpha_L^* = -0,017$$

$$L^* = 10 + 0,00085\beta$$

$$\alpha_{EI}^* = 0,345$$

$$EI^* = 250000 - 8625\beta$$

Tablo $g(x^*) = \{(0,03-0,000498)-(0,003+0,000058) \cdot 2 \cdot (0,5-0,0298)$

$$-\left\{ \frac{1}{3} \frac{(1159,6+151,498)(10+0,000858)}{(250000-86258)} \right\} = 0$$

İterasyon No	Değişken	Değer	$\sigma_{x_i}^*$	$\sigma_{y_i}^*$	$\sigma_{L_i}^*$	$\sigma_{M_i}^*$	Yeni x_i^* ler
	ϕ_u	0,03	0,0005	0,003	0,0007	0,002	0,03-0,000198
	ϕ_y	0,003	0,00005	0,0001	0,00007	0,0002	0,003-0,0000058
	L_u	0,5	0,05	0,5	0,0026	0,007	0,5-0,00298
	M_u	1159,6	151,498	10	0,000858	0,002	1159,6-151,498

$$B = 2,413$$

İterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.12 de Özetlenmiştir.

$$g(x^*) = 0$$

$$B = 2,413$$

ϕ_u	0,03	0,0005	0,003	0,0007	0,002	0,03-0,000198
ϕ_y	0,003	0,00005	0,0001	0,00007	0,0002	0,003-0,0000058
L_u	0,5	0,05	0,5	0,0026	0,007	0,5-0,00298
M_u	1159,6	151,498	10	0,000858	0,002	1159,6-151,498
L	10	0,05	10	0,000858	0,002	10-0,000858
EI	250000	250000	250000	0,000858	0,002	250000-250000

$$g(x^*) = 0$$

$$B = 2,316$$

ϕ_u	0,03	0,0005	0,003	0,0007	0,002	0,03-0,000198
ϕ_y	0,003	0,00005	0,0001	0,00007	0,0002	0,003-0,0000058
L_u	0,5	0,05	0,5	0,0026	0,007	0,5-0,00298
M_u	1159,6	151,498	10	0,000858	0,002	1159,6-151,498
L	10	0,05	10	0,000858	0,002	10-0,000858
EI	250000	250000	250000	0,000858	0,002	250000-250000

$$g(x^*) = 0$$

$$B = 2,307$$

ϕ_u	0,03	0,0005	0,003	0,0007	0,002	0,03-0,000198
ϕ_y	0,003	0,00005	0,0001	0,00007	0,0002	0,003-0,0000058
L_u	0,5	0,05	0,5	0,0026	0,007	0,5-0,00298
M_u	1159,6	151,498	10	0,000858	0,002	1159,6-151,498
L	10	0,05	10	0,000858	0,002	10-0,000858
EI	250000	250000	250000	0,000858	0,002	250000-250000

$$g(x^*) = 0$$

$$B = 2,302$$



1000

$$P_F = P(Z \leq 0) = 1 - \Phi(2,092) = 1,822.10^{-2}$$

(111) Monte Carlo yöntemiyle çözüm

(a) *Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre*

P_F nin tahmini için Monte Carlo yöntemiyle, büyüklüğü 20000 olan rasgele örnekler 50 kez tekrarlatılmıştır. İlk beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir. Bilgisayar çıktıları için bkz. E.3.6 .

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(\hat{P}_F)_i$	1,408 E-2	1,355 E-2	1,415 E-2	1,425 E-2	1,430 E-2
$\bar{P}_F = 1,419 E-2$ $s_{P_F} = 6,374 E-4$					

P_F nin nokta tahmini: $\hat{P}_F = \bar{P}_F = 1,419 E-2$

Bu nokta tahminin büyüklüğü $n = 20000 \times 50 = 1.10^6$ olan tek bir örnekten sağlanıldığı kabul edilebilir. O halde, %95 düzeyindeki güven aralığı;

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = \hat{P}_F \pm 2\hat{P}_F \{ (1 - \hat{P}_F) / (n \hat{P}_F) \}^{1/2}$$

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = (1,395 E-2 , 1,442 E-2)$$

$P_2 = P(X < 0)$, ve güvenilirliğinin, $P_2 = P(X < 0)$, belirlenmesi istenilmektedir.

(b) M_{od} TİP I asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

Bu durum için büyüklüğü 20000 olan örnekler 50 kez tekrarlatılmıştır. İlk beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir. Bilgisayar çıktıları için bkz. E.5.6 .

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(\hat{P}_F)_i$	1,998 E-2	2,100 E-2	2,090 E-2	2,005 E-2	2,165 E-2
$\bar{P}_F = 2,083 \text{ E-2}$					
$s_{P_F} = 7,548 \text{ E-4}$					

$$\hat{P}_F = \bar{P}_F = 2,083 \text{ E-2}$$

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = (2,055 \text{ E-2} , 2,112 \text{ E-2})$$

Örnek 5.7

Aynı tip kolonların oluşturduğu bir toplumdan rasgele örnekleme sonucu sağlanan istatistikler aşağıda verilmiştir. Anılan kolonların burkulma güvenilirliğiyle ilgili durum fonksiyonu şöyledir [78].

$$Z = g(\underline{X}) = N_k - N - \frac{\pi^2 \cdot E_c \cdot I_c}{2,5(1+R_m)(KL)^2} - N$$

Durum fonksiyonu değişkenlerinin istatistiksel olarak bağımsız kabul edilerek, kolon toplumuna ilişkin burkulma olasılığının,

$P_F = P(Z \leq 0)$, ve güvenilirliğinin, $P_S = P(Z > 0)$, belirlenmesi istenilmektedir.

X_i	m_{X_i}	σ_{X_i}	V_{X_i}
E_c ; Betonun elastiklik modülü(KN/m ²)	$28,5 \cdot 10^6$	$4,275 \cdot 10^6$	0,15
I_c ; Eylemsizlik momenti (m ⁴)	$2,13 \cdot 10^{-3}$	$1,065 \cdot 10^{-4}$	0,05
R_m ; Sünme etkisinin hesaba katılmasını sağlayan katsayı	-	0,4	0,10
K ; Etkili boy katsayısı	-	1,17	$1,17 \cdot 10^{-2}$
L ; Kolon boyu (m)	4,00	0,08	0,02
N ; Kolona etkiyen eksenel yük (KN)	2000	1000	0,50

(1) Doğrudan çözüm

Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

X_i	$(\partial g / \partial X_i m)^2 \text{Var}(X_i)$	(KN) ²
E_c	$\{(\pi^2 \cdot I_c) / [2,5(1+R_m)(KL)^2]\}^2 \text{Var}(E_c) = \{(\pi^2 \cdot 2,13 \cdot 10^{-3}) / [2,5(1+0,4)(1,17 \cdot 4)^2]\}^2 (4,275 \cdot 10^6)^2 = 1374394,6$	
I_c	$\{(\pi^2 \cdot E_c) / [2,5(1+R_m)(KL)^2]\}^2 \text{Var}(I_c) = \{(\pi^2 \cdot 28,5 \cdot 10^6) / [2,5(1+0,4)(1,17 \cdot 4)^2]\}^2 (1,065 \cdot 10^{-4})^2 = 152710,5$	
R_m	$\{(-\pi^2 \cdot E_c \cdot I_c) / [2,5(1+R_m)^2(KL)^2]\}^2 \text{Var}(R_m) = \{(-\pi^2 \cdot 28,5 \cdot 10^6 \times 2,13 \cdot 10^{-3}) / [2,5(1+0,4)^2(1,17 \cdot 4)^2]\}^2 (0,04)^2 = 49864,66$	
K	$\{(-2\pi^2 \cdot E_c \cdot I_c) / [2,5(1+R_m)K^3 \cdot L^2]\}^2 \text{Var}(K) = \{(-2\pi^2 \cdot 28,5 \cdot 10^6 \times 2,13 \cdot 10^{-3}) / [2,5(1+0,4) \cdot 1,17^3 \cdot 4^2]\}^2 (0,0117)^2 = 24433,69$	
L	$\{(-2\pi^2 \cdot E_c \cdot I_c) / [2,5(1+R_m)K^2 L^3]\}^2 \text{Var}(L) = \{(-2\pi^2 \cdot 28,5 \cdot 10^6 \times 2,13 \cdot 10^{-3}) / [2,5(1+0,4) \cdot 1,17^2 \cdot 4^3]\}^2 (0,08)^2 = 97734,73$	
N	$(-1)^2 \text{Var}(N) = (-1)^2 (1000)^2 = 1000000$	

$$\text{Var}(Z) = \sigma_g^2 = \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i | m)^2 \text{Var}(X_i) = 2699138,18 \text{ (kN)}^2$$

$$\sigma_g = (2699138,18)^{1/2} = 1642,91 \text{ (kN)}$$

$$m_g = g(\underline{m_X}) = \frac{\pi^2 \cdot 28,5 \cdot 10^6 \cdot 2,13 \cdot 10^{-3}}{2,5(1+0,4)(1,17 \cdot 4)^2} - 2000 = 5815,64 \text{ (kN)}$$

$$\beta = m_g / \sigma_g = 5815,64 / 1642,91 = 3,54$$

$$P_F = P(Z \leq 0) = 1 - \Phi(3,54) = 2,0 \cdot 10^{-4}$$

$$P_S = P(Z > 0) = \Phi(3,54) = 0,9998$$

(11) İterasyonla çözüm

(a) Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

$$(\partial g / \partial X_i') = \sigma_{X_i} (\partial g / \partial X_i)$$

$$(\partial g / \partial E_c') = \sigma_{E_c} \{ (\pi^2 \cdot I_c) / [2,5(1+R_m)(KL)^2] \}$$

$$(\partial g / \partial I_c') = \sigma_{I_c} \{ (\pi^2 \cdot E_c) / [2,5(1+R_m)(KL)^2] \}$$

$$(\partial g / \partial R_m') = \sigma_{R_m} \{ (-\pi^2 \cdot E_c \cdot I_c) / [2,5(1+R_m)^2(KL)^2] \}$$

$$(\partial g / \partial K') = \sigma_K \{ (-2\pi^2 \cdot E_c \cdot I_c) / [2,5(1+R_m)K^3L^2] \}$$

$$(\partial g / \partial L') = \sigma_L \{ (-2\pi^2 \cdot E_c \cdot I_c) / [2,5(1+R_m)K^2L^3] \}$$

$$(\partial g / \partial N') = -\sigma_N$$

1. İterasyon

$$E_c^* = \bar{E}_c = 28,5 \cdot 10^6 \text{ (kN/m}^2\text{)} \quad (\partial g / \partial E_c')_* = 1172,35 \text{ (kN)}$$

$$I_c^* = \bar{I}_c = 2,13 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^4\text{)} \quad (\partial g / \partial I_c')_* = 390,78 \text{ (kN)}$$

$$R_m^* = \bar{R}_m = 0,4 \quad - \quad (\partial g / \partial R_m')^* = -223,30 \quad (\text{KN})$$

$$K^* = \bar{K} = 1,17 \quad - \quad (\partial g / \partial K')^* = -156,31 \quad (\text{KN})$$

$$L^* = \bar{L} = 4,00 \quad (\text{m}) \quad (\partial g / \partial L')^* = -312,63 \quad (\text{KN})$$

$$N^* = \bar{N} = 2000 \quad (\text{KN}) \quad (\partial g / \partial N')^* = -1000 \quad (\text{KN})$$

$$\alpha_{X_i}^* = \frac{(\partial g / \partial X_i')^*}{\left\{ \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i')^2 \right\}^{1/2}} \quad X_i^* = m_{X_i} - \alpha_{X_i}^* \cdot \sigma_{X_i} \cdot \beta$$

$$\alpha_{E_C}^* = 0,7136 \quad E_C^* = 28,5 \cdot 10^6 - 3,05 \cdot 10^6 \beta$$

$$\alpha_{I_C}^* = 0,2379 \quad I_C^* = 2,13 \cdot 10^{-3} - 2,53 \cdot 10^{-5} \beta$$

$$\alpha_{R_m}^* = -0,1359 \quad R_m^* = 0,4 + 5,44 \cdot 10^{-3} \beta$$

$$\alpha_K^* = -0,0951 \quad K^* = 1,17 + 1,11 \cdot 10^{-3} \beta$$

$$\alpha_L^* = -0,1903 \quad L^* = 4 + 1,52 \cdot 10^{-2} \beta$$

$$\alpha_N^* = -0,6087 \quad N^* = 2000 + 609 \beta$$

$$g(\underline{X}^*) = \frac{\pi^2 (28,5 \cdot 10^6 - 3,05 \cdot 10^6 \beta) (2,13 \cdot 10^{-3} - 2,53 \cdot 10^{-5} \beta)}{2,5 [1 + (0,4 + 5,44 \cdot 10^{-3} \beta)] (1,17 + 1,11 \cdot 10^{-3} \beta)^2 (4 + 1,52 \cdot 10^{-2} \beta)^2}$$

$$-(2000 + 609 \beta) = 0$$

$$\underline{\beta = 3,73}$$

İterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.13 de özetlenmiştir.

Tablo 5.13 Örnek 5.7'ye ilişkin iterasyon sonuçları
((a)'da belirtilen dağılımlara göre)

İterasyon No.	Değişken	Göçme noktası	$(\frac{\partial g}{\partial X_i})^*$	$\alpha_{X_i}^*$	Yeni x_i^* ler
1	E_c	28.5×10^6	1172.35	0.714	$28.5 \times 10^6 - 3.05 \times 10^6 \beta$
	I_c	2.13×10^{-3}	390.78	0.238	$2.13 \times 10^{-3} - 2.53 \times 10^{-5} \beta$
	R_m	0.4	-223.3	-0.136	$0.4 + 5.44 \times 10^{-3} \beta$
	K	1.17	-156.31	-0.095	$1.17 + 1.11 \times 10^{-3} \beta$
	L	4	-312.63	-0.19	$4 + 1.52 \times 10^{-2} \beta$
	N	2000	-1000	-0.609	$2000 + 609 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 3.73$					
2	E_c	17.123×10^6	1066.08^6	0.713	$28.5 \times 10^6 - 3.05 \times 10^6 \beta$
	I_c	2.04×10^{-3}	223.41	0.149	$2.13 \times 10^{-3} - 1.59 \times 10^{-5} \beta$
	R_m	0.42	-120.26	-0.08	$0.4 + 3.2 \times 10^{-3} \beta$
	K	1.174	-85.1	-0.057	$1.17 + 6.67 \times 10^{-4} \beta$
	L	4.06	-168.41	-0.113	$4 + 9.04 \times 10^{-3} \beta$
	N	4270.06	-1000	-0.669	$2000 + 669 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 3.691$					
3	E_c	17.252×10^6	1107.22	0.725	$28.5 \times 10^6 - 3.1 \times 10^6 \beta$
	I_c	2.07×10^{-3}	229.74	0.15	$2.13 \times 10^{-3} - 1.6 \times 10^{-5} \beta$
	R_m	0.412	-126.59	-0.083	$0.4 + 3.32 \times 10^{-3} \beta$
	K	1.173	-89.18	-0.058	$1.17 + 6.79 \times 10^{-4} \beta$
	L	4.03	-177.25	-0.116	$4 + 9.28 \times 10^{-3} \beta$
	N	4468.13	-1000	-0.655	$2000 + 655 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 3.69$					
4	E_c	17.066×10^6	1106.07	0.725	$28.5 \times 10^6 - 3.1 \times 10^6 \beta$
	I_c	2.07×10^{-3}	227.08	0.149	$2.13 \times 10^{-3} - 1.59 \times 10^{-5} \beta$
	R_m	0.412	-125.07	-0.082	$0.4 + 3.28 \times 10^{-3} \beta$
	K	1.173	-88.12	-0.058	$1.17 + 6.79 \times 10^{-4} \beta$
	L	4.03	-175.12	-0.115	$4 + 9.2 \times 10^{-3} \beta$
	N	4415.56	-1000	-0.655	$2000 + 655 \beta$
$g(\underline{x}^*) = 0$					
$\beta = 3.69$					

(b) *N* TİP I asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

Asimptotik dağılıma ilişkin parametreler;

$$\alpha = \pi/(\sqrt{6} \sigma_M) = \pi/(\sqrt{6} \cdot 1000) = 0,00128255$$

$$u = \bar{N} - (0,577/\alpha) = 2000 - (0,577216/0,00128255) = 1549,95$$

TİP I asimptotik dağılımlı *N* için;

$$F_N(n) = \exp[-e^{-\alpha(n-u)}]$$

$$f_N(n) = \alpha \exp[-\alpha(n-u)] e^{-\alpha(n-u)}$$

ve

$$\sigma_N^N = \frac{\phi\{\phi^{-1}[F_N(N^*)]\}}{f_N(N^*)} \quad m_N^N = N - \sigma_N^N \phi^{-1}[F_N(N^*)]$$

1. İterasyon

$$E_c^* = \bar{E}_c = 28,5 \cdot 10^6 \quad I_c^* = \bar{I}_c = 2,13 \cdot 10^{-3} \quad R_m^* = \bar{R}_m = 0,4$$

$$K^* = \bar{K} = 1,17 \quad L^* = \bar{L} = 4,00 \quad N^* = \bar{N} = 2000$$

$$F_N(N^*) = \exp[-e^{-0,00128255(2000-1549,95)}] = 0,570376$$

$$f_N(N^*) = 0,00128255 \exp[-0,00128255(2000-1549,95)]$$

$$e^{-0,00128255(2000-1549,95)}] = 4,1073 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_N^N = \frac{\phi[\phi^{-1}(0,570376)]}{4,1073 \cdot 10^{-4}} = \frac{\phi(0,177)}{4,1073 \cdot 10^{-4}} = \frac{(2\pi)^{-1/2} e^{(-0,5 \cdot 0,177^2)}}{4,1073 \cdot 10^{-4}}$$

$$= 956,21$$

$$m_N^N = 2000 - 956,21\phi^{-1}(0,570376) = 1830,75$$

$$(\partial g / \partial E'_C)_* = 4,275 \cdot 10^6 \{ (\pi^2 \cdot 2,13 \cdot 10^{-3}) / [2,5(1+0,4)(1,17 \cdot 4)^2] \} = 1172,35$$

$$(\partial g / \partial I'_C)_* = 1,065 \cdot 10^{-4} \{ (\pi^2 \cdot 28,5 \cdot 10^6) / [2,5(1+0,4)(1,17 \cdot 4)^2] \} = 390,78$$

$$(\partial g / \partial R'_m)_* = 0,04 \{ (-\pi^2 \cdot 28,5 \cdot 10^6 \cdot 2,13 \cdot 10^{-3}) / [2,5(1+0,4)^2(1,17 \cdot 4)^2] \} = -223,3$$

$$(\partial g / \partial K')_* = 1,17 \cdot 10^{-2} \{ (-2\pi^2 \cdot 28,5 \cdot 10^6 \cdot 2,13 \cdot 10^{-3}) / [2,5(1+0,4) \cdot 1,17^3 \cdot 4^2] \} = -156,31$$

$$(\partial g / \partial L')_* = 0,08 \{ (-2\pi^2 \cdot 28,5 \cdot 10^6 \cdot 2,13 \cdot 10^{-3}) / [2,5(1+0,4) \cdot 1,17^2 \cdot 4^3] \} = -312,63$$

$$(\partial g / \partial N')_* = -956,21$$

$$\alpha_{E_C}^* = 0,725$$

$$E_C^* = 28,5 \cdot 10^6 - 3,1 \cdot 10^6 \beta$$

$$\alpha_{I_C}^* = 0,242$$

$$I_C^* = 2,13 \cdot 10^{-3} - 2,577 \cdot 10^{-5} \beta$$

$$\alpha_{R_m}^* = -0,138$$

$$R_m^* = 0,4 + 0,0055 \beta$$

$$\alpha_K^* = -0,097$$

$$K^* = 1,17 + 0,0011 \beta$$

$$\alpha_L^* = -0,193$$

$$L^* = 4,0 + 0,0154 \beta$$

$$\alpha_N^* = -0,591$$

$$N^* = 1830,75 + 565,12 \beta$$

$$g(x^*) = \frac{\pi^2 (28,5 \cdot 10^6 - 3,1 \cdot 10^6 \beta) (2,13 \cdot 10^{-3} - 2,577 \cdot 10^{-5} \beta)}{2,5 [1 + (0,4 + 0,0055 \beta)] (1,17 + 0,0011 \beta)^2 (4 + 0,0154 \beta)^2} - (1830,75 + 565,12 \beta) = 0$$

$$\beta = 3,922$$

İterasyonlara ilişkin sonuçlar Tablo 5.14 te özetlenmiştir.

$$P_F = P(Z \leq 0) = 1 - \Phi(3,076) = 1,049.10^{-3}$$

(111) Monte Carlo yöntemiyle çözüm

(a) *Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre*

P_F nin tahmini için Monte Carlo yöntemiyle, büyüklüğü 100000 olan rasgele örnekler 50 kez tekrarlatılmıştır. İlk beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir. Bilgisayar çıktıları için bkz.E.3.7.

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(\hat{P}_F)_i$	8,005 E-5	1,350 E-4	1,750 E-4	1,100 E-4	1,000 E-4
$\bar{P}_F$	= 1,135 E-4				
s_{P_F}	= 2,446 E-5				

P_F nin nokta tahmini: $\hat{P}_F = \bar{P}_F = 1,135 E-4$

Bu nokta tahminin büyüklüğü $n = 100000 \times 50 = 5.10^6$ olan tek bir örnekten sağlanıldığı kabul edilebilir. O halde, %95 düzeyindeki güven aralığı;

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = \hat{P}_F \pm 2\hat{P}_F \left(\frac{(1-\hat{P}_F)}{(n \hat{P}_F)} \right)^{1/2}$$

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = (1,040 E-4, 1,230 E-4)$$

(b) *N TİP I asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre*

Bu durum için büyüklüğü 50000 olan örnekler 50 kez tekrarlatılmıştır. İlk beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve ge-

nel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir. Bilgisayar çıktıları için bkz.E.3.7.

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(\hat{P}_F)_i$	1,310 E-3	1,270 E-3	1,220 E-3	1,140 E-3	1,410 E-3
$\bar{P}_F = 1,162 E-3$ $s_{P_F} = 1,041 E-4$					

$$\hat{P}_F = \bar{P}_F = 1,162 E-3$$

$$\langle P_F \rangle_{0,95} = (1,119 E-3 , 1,205 E-3)$$

5.3. İrdellemeler

Bu arabölümde farklı iki olasılık dağılım grubu için ikinci-moment ve Monte Carlo yöntemiyle-5.1 in dışındaki-tüm örneklerden elde edilen sonuçlar topluca Tablo 5.15 te gösterilmiştir. Önce de değinildiği gibi 1. dağılım grubunda, durum fonksiyonu değişkenlerinin tümü normal dağılımlı, 2. dağılım grubunda ise malzeme mukavemetlerinin log-normal dağılımlı, yüklerin ya da yük etkilerinin TİP I asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenlerin normal dağılımlı oldukları kabul edilmiştir.

Bilindiği gibi uygulamada çoğu tasarım değişkenlerinin olasılık dağılımları belirlenemez. Böyle değişkenlere ilişkin olasılıksal hesaplarının yapılabilmesi için, bu değişkenlere uygun olasılık dağılım modellerinin seçilmesi-kabul edilmesi-gerekir. Dağılım modellerinin normal kabul edilmesi matematik-

sel çözüm kolaylığı sağlar ve genellikle işlenilen hata büyük olmaz. Bununla birlikte hesapların daha duyarlı olabilmesi için değişkenlere ilişkin en uygun dağılım modelleri seçilerek, sonuçların gerçeğe daha yakın olması sağlanabilir. Bu nedenle çoğu araştırmacılar malzeme mukavemetlerinin olasılık dağılımları için log-normal dağılımı model almaktadırlar [29,30].

Göçme olasılığının belirlenmesinde yüklerin ya da yük etkilerinin olasılık dağılımları için TİP I asimptotik dağılımın model alınması uygundur. Böylece olası yüklerden en büyük olanın etkisi olasılık hesaplarına yansıtılmış olur [29,30].

Tablo 5.15 ten görüleceği gibi, tasarım değişkenlerinin iki değişik dağılım grubu için belirlenen göçme olasılıkları, P_F , farklı olur. Başka bir anlatımla, normal dağılım yerine, malzeme mukavemetleri için log-normal dağılım ve yükler için TİP I asimptotik dağılım kabul edildiği zaman göçme olasılığı büyür. Büyüme oranı durum fonksiyonunun yapısına bağlı olarak bir durumdan ötekine değişir. Bu bağlamda, 2. dağılım grubu için belirlenen göçme olasılıkları, 1. dağılım grubuna göre yaklaşık, örnek 5.2 de 2 kat, örnek 5.3 te 9 kat, örnek 5.4 te 19 kat, örnek 5.5 te 406 kat, örnek 5.6 da 1,5 kat ve örnek 5.7 de 10 kat büyümüştür. Görüldüğü gibi bazı durum fonksiyonları için bu artış oranı ihmal edilebilecek kadar küçük bazılarında ise oldukça büyük olmaktadır. Bu nedenle duyarlılık oranının yüksek olması öngörülen uygulamalarda, hedef güvenilirliğin denetlenmesi, bu amaçla tasarım değişkenleri için gerçekçi olasılık dağılım modelleri kabul edilerek göçme olasılığının belirlenmesi önerilir.

Önce de belirtildiği gibi, ikinci-moment yaklaşımında göçme olasılığı, durum fonksiyonları doğrusallaştırılarak belirlenir. Genel olarak ikinci-moment yaklaşımıyla sağlanan sonuçların duyarlılığı hakkında fikir yürütmek zordur. Matematiksel olarak yöntem, doğrusal durum fonksiyonları için kesin çözümdür. Doğrusal olmayan durum fonksiyonlarıyla ilgili olarak, bu fonksiyonlar doğrusallaştıkça ikinci-moment yaklaşımıyla elde edilen sonuçların duyarlılığının artacağı söylenebilir. Duyar-

lı sonuçlara büyük boyutlu örnekler seçilerek Monte Carlo yöntemiyle ulaşılabilir. Bu bağlamda, Tablo 5.15 ten görüleceği gibi Monte Carlo yaklaşımıyla elde edilen sonuçlar esas alınarak iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımıyla 1.ve 2. dağılım grupları için sonuçların sağlanmasında işlenilen hata sırayla; örnek 5.2 de %3 ve %3 ihtiyatsız, örnek 5.3 te %1,5 ve %3 ihtiyatlı, örnek 5.4 te %6 ve %1,6 ihtiyatsız, örnek 5.5 te %2 ihtiyatsız ve %2 ihtiyatlı, örnek 5.6 da %6 ve %12,5 ihtiyatsız, örnek 5.7 de %1,5 ve %10 ihtiyatsız yöndedir. Görüldüğü gibi iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımıyla P_F nin belirlenmesinde işlenilen hata %1,5 ile %12,5 arasında değişmektedir. Bu hata oranı öngörülen duyarlılığın çok yüksek olmaması halinde gözardı edilebilir. Şu halde, böyle durumlarda, doğrusal olmayan durum fonksiyonları için iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımıyla duyarlı sonuçlar alınabilir.

İkinci-moment yaklaşımında P_F , doğrudan ve iterasyonla çözüm olmak üzere iki ayrı yöntemle belirlenmektedir. Aslında bu yöntemlerin her ikisi de doğrusal olmayan durum fonksiyonunun doğrusallaştırılması (birinci-mertebe yaklaşım) esasına dayanır. Ne var ki doğrudan çözüm yöntemiyle bazı durumlarda sağlanan sonuçlar hatalı çıkabilir. Önce de belirtildiği gibi doğrusal durum fonksiyonlarında güvenilirlik indeksi, β , dönüştürülmüş değişkenler sisteminde, göçme düzleminin orijine olan uzaklığına eşittir. Bu da, doğrusal olmayan durum fonksiyonlarına ilişkin güvenilirlik indeksinin birinci-mertebe yaklaşımla belirlenmesinde yaklaşımın temelini oluşturur. Bilindiği gibi, doğrusal olmayan durum fonksiyonları için dönüştürülmüş değişkenler uzayında, göçme yüzeyinin orijine olan uzaklığı tek (ünik) değildir. β nin büyümesiyle güvenilirliğin artacağı ve dolayısıyla göçme olasılığının azalacağı gözönüne alınarak, birinci-mertebe yaklaşımda bu uzaklıklardan minimum olanın seçilmesi en uygun çözümdür. Anılan minimum uzaklığın da dönüştürülmüş değişkenler uzayında, en olası göçme noktasındaki (x'^*) teğet düzlemin orijine olan uzaklığına eşit olduğu önceki bölümlerde açıklanmıştı. Oysa güvenilirlik indeksinin doğrudan belirlenmesinde, β nin anılan minimum uzaklığa eşit olup olmadığı

bilinemez. Ayrıca, doğrudan çözüm yönteminde, doğrusal olmayan durum fonksiyonu, göçme yüzeyinde bulunan bir noktaya göre Taylor serisine açılmadığı- değişkenlerin ortalama değerlerine göre açıldığı- için $g(\underline{X}) = 0$ koşulu genellikle sağlanmaz. Bu nedenle β nın doğrudan belirlenen değeri, belirli bir yapısal sistem için eşdeğer limit durumların tanımına bağlı değişir. Örnekte $X_1 - X_2 = 0$ ve $(X_1/X_2) - 1 = 0$ eşdeğer iki limit durum için, $g(X_1, X_2) = 0$ koşulu sağlanmadığından, doğrudan belirlenen β değerleri ve dolayısıyla P_F değerleri farklı olur. Bu bağlamda iterasyonla belirlenen P_F değerleri esas alınarak, 1. dağılım grubu için doğrudan çözüm yöntemiyle P_F değerlerinin belirlenmesinde işlenen hata örnek 5.2 de %21, örnek 5.3 te %2, örnek 5.4 te %13, örnek 5.5 te sıfır, örnek 5.6 da %25, örnek 5.7 de %79 dur. Bununla birlikte P_F nın doğrudan yöntemle belirlenmesi çok basittir. Özellikle göçme olasılığının hangi düzeyde olduğunun saptanmasında doğrudan çözüm yönteminin kullanılması uygundur.

Monte Carlo yöntemiyle $Z = g(\underline{X})$ durum fonksiyonuna ilişkin istatistiksel ya da olasılıksal tahminler, rasgele oluşturulan $(z_1, z_2, \dots, z_n)$ örneği esas alınarak yapılır. Uygulamada çoğu zaman Z ye ilişkin m_z , $\text{Var}(Z)$ ve $P_F = P(Z \leq 0)$ değerlerinin tahmin edilmesi önemlidir.

Monte Carlo yöntemiyle göçme olasılığının tahmini, doğrudan ve dolaylı tahmin olmak üzere ikiye ayrılabilir. Doğrudan tahmin, $(z_1, z_2, \dots, z_n)$ rasgele örnek değerlerinden $Z \leq 0$ olanların sayısı (n_f) , örnek boyutuna (n) bölünerek belirlenir; $P_F = n_f/n$. Böylece ilgilenilen durum fonksiyonun olasılık dağılımının belirlenmesine gerek kalmaz. Bununla birlikte tahmini değerin duyarlılığının artırılması işlemlerin tekrarlanma sayısının- örnek boyutunun ve/ya da örneğin tekrarlanma sayısının- önemli ölçüde artırılmasını gerektirir. Özellikle P_F değerinin çok küçük olması halinde (10^{-6} , 10^{-7} gibi) bilgisayarın çalışma süresinin çok uzayacağı, büyük zaman kaybı olacağından, göçme olasılığının doğrudan tahmin edilmesi pratik olmaz. Böyle durumlarda durum fonksiyonuna ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu belirlenerek göçme olasılığının dolaylı yoldan tahmin

edilmesi uygun çözümdür. Z nin olasılık dağılımının belirlenmesi için $(z_1, z_2, \dots, z_n)$ rasgele örneği kullanılarak histogram çizilebilir ve bu histogram dağılımına uygun iki hatta daha fazla sayıda olasılık yoğunluk dağılım eğrileri ve bu eğrileri tanımlayan olasılık yoğunluk fonksiyonları saptanabilir. Bu yoğunluk fonksiyonlarına ilişkin dağılım parametreleri, tahmin edilen m_Z ve $\text{Var}(Z)$ değerleri kullanılarak belirlenir. Böylece ön bilgiler sağlandıktan sonra $(z_1, z_2, \dots, z_n)$ rasgele örneğine gerekli istatistiksel testler uygulanarak anılan olasılık yoğunluk fonksiyonları arasından en uygun olanı seçilebilir. Z ye ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu, $f_Z(z)$, belirlendikten sonra göçme olasılığı, $P_F = \int_{Z \leq 0} f_Z(z) dz$ bağıntısından hesaplanabilir. Böylece P_F değerinin hangi düzeyde olduğuna bakılmaksızın, dolaylı yoldan göçme olasılığı çok daha duyarlı şekilde tahmin edilebilir. Ancak bu işlemlerin gerçekleştirilmesi için histogramı çizebilen ve gerekli istatistiksel testleri uygulayabilen programların sağlanması ve düzenli bilgisayar ağının kurulması gerekir.

Göçme olasılığının doğrudan tahmininde, n_f nin $[=g(\underline{X}) \leq 0$ olma sayısı] belirlenmesinin yeterli olacağı için genellikle bilgisayarın işlem sırasındaki kesme hataları sonucu etkilemez. Ancak, m_Z nin $(=\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i)$ ve $\text{Var}(Z)$ nin $(= (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^2) - m_Z^2)$

tahmininde kesme hataları, m_Z nin ve $\text{Var}(Z)$ nin tahmini değerlerini- hatalı sayılabilecek kadar- büyük ölçüde etkileyebilir. Bu nedenle m_Z nin ve $\text{Var}(Z)$ nin tahmininde çift duyarlılıklı tip deyim (double precision) kullanılması önerilir.

Bu çalışmada metin içindeki sayısal uygulamalara ilişkin göçme olasılıkları doğrudan yöntemle tahmin edilmiştir. Ayrıca tasarım değişkenlerin tümünün normal dağılımlı olduğu kabul edilen 1. dağılım grubuna ilişkin hesaplarda P_F nin yanı sıra m_Z, σ_Z ve β değerleri de belirlenmiş ve karışıklık olmaması için sadece E.3.bölümdeki bilgisayar çıktılarında gösterilmiştir. Önce de belirtildiği gibi durum fonksiyonunun doğrusal ve tasarım değişkenlerinin normal dağılımlı olmaları halinde du-

rum fonksiyonun olasılık dağılımı kesinlikle normal olur. Tasarım değişkenlerinin normal dağılımlı olması ve durum fonksiyonunun doğrusal olmaması halinde pratik amaçlarla Z nin olasılık dağılımının normal'e yaklaştığı kabul edilebilir. Ancak tasarım değişkenleri dağılımlarının normal olmaması ve özellikle yük ya da yük etkilerinin TİP I asimptotik dağılımlı olmaları halinde, durum fonksiyonun olasılık dağılımı normal'e yaklaşmayacağı ve normal kabul edilmesi halinde sonuçların hatalı çıkacağını belirtmekte yarar görüyoruz. Bu nedenle, malzeme mukavemetlerinin log-normal dağılımlı, yük ya da yük etkilerinin TİP I asimptotik dağılımlı kabul edildiği 2. dağılım grubuna ilişkin hesaplarda güvenilirlik indeksi belirlenmemiş ve göçme olasılığı sadece doğrudan yöntemle tahmin edilmiştir.

m_Z nin ve $Var(Z)$ nin tahmininde çift duyarlılıklı tip deyiminin kullanılmasının önemini göstermek amacıyla, örnek 5.4 teki 1. dağılım grubu için, tek duyarlılıklı ve çift duyarlılıklı olarak ayrı ayrı çözüm yapılmış ve bilgisayar çıktıları E.3.4 te gösterilmiştir. Her iki durumda da doğrudan tahmin edilen göçme olasılığı $P_F = 1,698E-4$ çıkmıştır. Buna karşılık tek duyarlılıklı çözümde $\beta = 3,96 \Rightarrow P_F = 3,7E-5$ ve çift duyarlılıklı çözümde $\beta = 3,56 \Rightarrow P_F = 1,85E-4$ çıkmıştır.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yapısal tasarım ve tasarım değişkenleri rasgele olgulardır. Bu nedenle bir yapısal sistemin güvenilirliği, sistemin amaçlanan hizmet süresince, beklenen davranışı gösterme olasılığıyla tanımlanır. Başka bir ifadeyle yapısal güvenilirlik ancak istenmeyen durumların ortaya çıkma olasılığı-riskin mertebesi- belirlenerek sağlanabilir.

Uygulamada tasarım değişkenlerine ilişkin bilgiler çoğu zaman değişkenlerin ortalama değerleri ve varyanslarıyla (birinci ve ikinci moment) sınırlı kalmaktadırlar. Oysa olasılık-

sal hesapların yapılabilmesi için değişkenlerin olasılık dağı-
lımlarının da bilinmesi gerekir. Böyle durumlarda normal dağı-
lımın model alınması matematiksel çözüm kolaylığı sağlar. An-
cak son limit durumlara göre yapılan yapısal tasarımlara iliş-
kin olasılık hesaplarında normal dağılımın model alınmasının
uygun olmayacağını, var olan uluslararası istatistiksel verile-
re dayanarak yük ya da yük etkileri için TİP I asimptotik dağı-
lımın ve malzeme mukavemetleri için log-normal dağılımın model
alınmasının uygun olacağı söylenebilir. Bu bağlamda, metin içe-
risindeki sayısal uygulamalara ilişkin göçme olasılıkları, ta-
sarımlar değişkenlerinin farklı iki dağılım grupları için ayrı ay-
rı tahmin edilmiş ve 5.3.bölümde topluca irdelenmiş ve sonuçla-
rın 1,5 ile 406 kat arasında değiştii gözlenmiştir. Başka bir
anlatımla normal dağılım yerine malzeme mukavemetleri için log-
normal dağılım ve yükler ya da yük etkileri için TİP I asimpto-
tik dağılım kabul ediliği zaman, durum fonksiyonun yapısına bağ-
lı olarak göçme olasılıkları 1,5 ile 406 kat arasında büyümüş-
tür. Bu nedenle duyarlılık oranının yüksek olması öngörülen uy-
gulamalarda, hedef güvenilirliğin denetlenmesi ve bu amaçla ta-
sarımlar değişkenleri için gerçekçi olasılık dağılım modelleri ka-
bul edilerek göçme olasılığının belirlenmesi önerilir.

Mühendislik alanında karşılaşılan problemlerin durum fonk-
siyonları genellikle doğrusal değildir. Adını varyanstan alan
ikinci-moment yaklaşımında güvenilirliğin sağlanması doğrusal
durum fonksiyonlar için kesin çözümdür. Bununla birlikte doğ-
rusal olmayan durum fonksiyonları doğrusallaştırılarak göçme
olasılığı ikinci-moment yaklaşımıyla belirlenebilir. Doğrusal
olmayan durum fonksiyonlarıyla ilgili sonuçların bu yaklaşımla
sağlanması matematiksel olarak yaklaşık olur. Ancak bu fonksi-
yonlar doğrusallaştıkça anılan yaklaşımla elde edilen sonuçla-
rın duyarlılığının artacağı söylenebilir. Daha duyarlı sonuçla-
ra büyük boyutlu örnekler seçilerek Monte Carlo yöntemiyle-ras-
gele örneklemeyle- ulaşılabilir. Bu bağlamda sayısal uygula-
malara ilişkin, iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımıyla ve Mon-
te Carlo yöntemiyle sağlanan göçme olasılıklarının uyum içinde
olduğu ve iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımıyla sonuçların sağ-

lanmasında işlenen hatanın %1,5 ile %12,5 arasında değiştiği görülmüştür. Bu hata oranı öngörülen duyarlılığın çok yüksek olmaması halinde, gözardı edilebilir. Şu halde bu gibi durumlarda doğrusal olmayan durum fonksiyonları için iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımı duyarlı sonuçların alınmasında kullanılabilir. 5.3. bölümde belirtildiği gibi doğrudan ikinci-moment yaklaşımıyla sağlanan sonuçlar bazı durumlarda hatalı çıkabilir. Bu nedenle doğrudan ikinci-moment yaklaşımının duyarlılık gerektiren durumlarda kullanılmaması, sadece göçme olasılığının hangi mertebede olduğunun tahmininde kullanılması önerilir.

Monte Carlo yöntemi temelde bir rasgele örnekleme yöntemidir. Durum fonksiyonun yapısına ve içerdiği değişken sayısına bakılmaksızın, Monte Carlo yöntemiyle durum fonksiyonuna ilişkin rasgele sayılar üretilebilir ve büyük boyutlu rasgele örnekler oluşturulabilir. Rasgele oluşturulan bu örnekler ilgilenilen problemin amacına uygun şekilde değerlendirilebilir ve problemle ilgili gerekli bilgiler sağlanabilir. Ancak Monte Carlo yöntemi çözümsel yöntemlere göre pahalı bir yöntemdir ve özellikle basit problemlerin çözümünde kullanılması pratik değildir. Bununla birlikte çözümsel yöntemlerin yetersiz olduğu doğrusal olmama derecesi yüksek- durum fonksiyonlarına ilişkin olasılık hesaplarının yapılmasında Monte Carlo yöntemi en uygun çözüm yöntemi olarak kullanılabilir. Çünkü bu yöntemle yapılan uygulamayı problemin karmaşık olması etkilemez.

Yapısal sistemlerin tasarımında, sistemin davranışını belirleyen durum fonksiyonlarına ilişkin göçme olasılığı, öngörülen duyarlılık derecesi gözönüne alınarak iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımıyla ya da Monte Carlo yöntemiyle belirlenebilir. Ancak belirlenen göçme olasılığının ve dolayısıyla güvenilirliğin bir anlam taşıyabilmesi, durum fonksiyonun yapının davranışını gerçekçi bir biçimde yansıtmaya bağlıdır.

Journal December 1967, pp. 975-985.

14. ACI Committee 308, "Probabilistic design of reinforced concrete buildings," ACI Publications, SP 31, Detroit, MI, 1971, 260 pp.



KAYNAKLAR

1. BLOCKLEY, D.I., *The Nature of Structural Design and Safety*, Chichester, England, Ellis Horwood, 1980, 365 pp.
2. CEB, "Basic notes on model uncertainties," State-of-the-Art Report, *Bulletin d'Information* 170, Lausanne, February 1985, pp.1-33.
3. GÜNDÜZ, A., "Assessment of model uncertainties in Structural design," *Yıldız Üniversitesi Dergisi*, 1986/4, İstanbul, ss.65-76.
4. GÜNDÜZ, A., "Yapısal güvenilirlik ve betonarme yapısal sistemlerin güvenilirliğe dayanan tasarımı," *Teknik Dergi*, Cilt 2, Sayı 3, Ankara, Temmuz 1991, ss.367-383.
5. ANG, A. H-S., and TANG, W.H., *Probability Concepts in Engineering Planning and Design, V.II, Decision, Risk, and Reliability*, New York, Wiley, 1984, 562 pp.
6. CEB, "CEB/FIP Model Code 1990," First Draft, *Bulletin d'Information* 195, Chapters 1-5, Lausanne, March 1990, 189 pp.
7. CEB, "CEB/FIP Model Code 1990," First Draft, *Bulletin d'Information* 196, Chapters 6-14, Lausanne, March 1990, 266 pp.
8. CEB, "CEB/FIP Model Code 1990," First Draft, Addendum, *Bulletin d'Information* 198, Lausanne, August 1990, 201 + a - 110 pp.
9. FREUDENTHAL, A.M., "Safety and Probability of Structural failure," *Transactions ASCE*, V.121, 1956, pp.1337-1397.
10. FREUDENTHAL, A.M., GARRELTS, J.M., and SHINOZUKA, M., "The analysis of structural safety," *Proceedings ASCE*, V. 92, ST1, 267-325, February 1966, pp.267-325.
11. ANG, A.H-S., and AMIN, M., "Reliability of structures and structural systems," *Proceedings ASCE*, V.94, EM2, April 1968, pp.671-691.
12. SHAH, H.C., "The rational probabilistic code format," *ACI Journal*, September 1969, pp.690-697.
13. CORNELL, C.A., "A probability-based Structural code," *ACI Journal* December 1969, pp.974-985.
14. ACI Committee 348, "Probabilistic design of reinforced concrete buildings," *ACI Publication*, SP 31, Detroit, March 1971, 260 pp.

15. LIND, N.C., "Consistent partial safety factors," *Proceedings ASCE*, V. 97, ST6, June 1971, pp.1651-1669.
16. REESE, R.C., "Safety requirements in structural design and ACI 318-71," *ACI Journal*, March 1973, pp.190-196.
17. ANG, A.H-S., "Structural risk analysis and reliability based design," *Proceedings ASCE*, V.99, ST9, September 1973, pp 1891-1910.
18. RANDALL, F.A., "Historical notes on structural safety," *ACI journal*, October 1973, pp.669-679.
19. HASOFER, A.M., and LIND, N.C., "Exact and invariant second-moment code format," *Proceedings ASCE*, V.100, EM1, February 1974, pp.111-120.
20. PALOHEIMO, E., and HANNUS, M., "Structural design based on weighted fractiles," *Proceedings ASCE*, V.100, ST7, July 1974, pp.1367-1378.
21. ANG, A.H-S., and CORNELL, C.A., "Reliability bases of structural safety and design," *Proceedings ASCE*, V.100, ST9, September 1974, pp.1755-1769.
22. ELLINGWOOD, B.R., and ANG, A.H-S., "Risk-based evaluation of design criteria," *Proceedings ASCE*, V.100, ST9, September 1974, pp. 1771-1788.
23. RAVINDRA, M.K., LIND, N.C., and SIN, W., "Illustrations of reliability-based design," *Proceedings ASCE*, V.100, ST9, September 1974, pp.1789-1811.
24. MOSES, F., "Reliability of structural systems," *Proceedings ASCE* V.100, ST9, September 1974, pp.1813-1821.
25. REESE, R.C., "Probabilistic approaches to structural safety," *ACI Journal*, January 1976, pp.37-49.
26. LIND, N.C., "Formulation of probabilistic design," *Proceedings ASCE*, V.103, EM2, April 1977, pp.273-284.
27. FIESSLER, B., NEUMANN, H-J., and RACKWITZ, R., "Quadratic limit states in structural reliability," *Proceedings ASCE*, V.105, EM4, August 1979, pp.661-676.
28. HOHENBICHLER, M., and RACKWITZ, R., "Non-normal dependent vectors in structural safety," *Proceedings ASCE*, V.107, EM6, December 1981, pp.1227-1238.
29. GALAMBOS, T.V., ELLINGWOOD, B., MACGREGOR, J.G., and CORNELL, C.A., "Probability based load criteria: Assessment of current design practice," *Proceedings ASCE*, V.108, ST5, May 1982, pp.959-977.

30. ELLINGWOOD, B., MACGREGOR, J.G., GALAMBOS, T.V., and CORNELL, C.A., "Probability based load criteria: Load factors and load combinations," *Proceedings ASCE*, V.108, ST5, May 1982, pp.978-997.
- 31* ANG, A.H-S., SHINOZUKA, and SCHUELLER, G.I.(Editors), *Structural Safety and Reliability*, Proceedings of ICOSSAR 1989, the 5th International Conference on Structural Safety and Reliability, New York, ASCE Publication,(3 volumes), 1990, 2389 pp.
32. CEB, "Conceptional preparation of future codes," Progress Report, *Bulletin d'Information* 147, Paris, February 1982, 230 pp.
33. CEB, "Calibration methods," *Bulletin d'Information* 171, Lausanne, June 1986, pp.118-145.
34. CEB, "General principles on reliability for Structures," A Commentary on ISO 2394, *Bulletin d'Information* 191, Lausanne, July 1988, pp.1-51.
35. CEB, "Reliability of concrete Structures," Final Report of Permanent Commission 1, *Bulletin d'Information* 202, Lausanne, July 1991, pp.1-163.
36. AKMAN, S., "Beton yapıların mukavemetlerinin deney sonuçlarına göre değerlendirilmesi," *Türkiye Mühendislik Haberleri*, Cilt 10, Sayı 108, Ankara, Mart 1964, ss.27-32.
37. KESKİNEL, F., *Yapı Sistemlerinde Güvenlik Hesabı*, İTÜ Mimarlık Fakültesi Yayını, İstanbul, 1971, 121 s.
38. KICIMAN, M., *Mühendisler için İhtimaller Hesabı ve İstatistiğe Başlangıç*, ODTÜ Yayını, Ankara, 1975, 194 s.
39. GÜNDÜZ, A., "Yapısal göçme olasılığının belirlenmesiyle ilgili bir yaklaşım," *Yıldız Üniversitesi Dergisi*, 1983/2-4, İstanbul, ss.23-32.
40. BAYAZIT, M., *İnşaat Mühendisliği için İstatistik*, Ders Notları, İTÜ İnşaat Fakültesi Yayını, İstanbul 1984, 118 s.
41. GÜNDÜZ, A., "Yapısal tasarımda kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesiyle ilgili bir yaklaşım," *Yıldız Üniversitesi Dergisi*, 1986/1, İstanbul, ss.29-38.
42. GÜNDÜZ, A., "An algorithm for the evaluation of partial safety factors associated with the time-variant loads in Structural design," *Yıldız Üniversitesi Dergisi*, 1986/3, İstanbul, ss.51-60.

43. GÜNDÜZ, A., "Betonarme yapıların güvenilirliğe dayanan tasarımı," *Türkiye Mühendislik Haberleri*, Cilt 33, Sayı 328, Ankara, Ocak-Şubat 1987, ss.10-15.
44. GÜNDÜZ, A., "Beton mukavemetinin betonarme yapıların göçme riski üzerindeki etkisi," *Ülkemizin Kalkınmasında Mühendisliğin Rolü Sempozyumu*, Sempozyum Kitabı, İstanbul 20-24 Haziran 1988, ss.153-161.
45. GÜNDÜZ, A., "Structural risk analysis and reliability-based design of reinforced concrete structures," *Bulletin of the Technical University of Istanbul*, V.41, No.3, İstanbul, 1988, pp.387-399.
46. GÜNDÜZ, A., "Beton mukavemetindeki değişkenliğin betonarme yapısal elemanların göçme riski üzerindeki etkisi," *TMMOB İnşaat Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi 1. Ulusal Beton Kongresi*, Kongre Kitabı, İstanbul, 24-26 Mayıs 1986, ss.13-23.
47. ANG, A.H-S, and TANG, W.H., *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, V.I, Basic Principles, New York, Wiley, 1975, 409 pp.
48. BENJAMIN, J.R., and CORNELL, C.A., *Probabilty, Statistics, and Decision for Civil Engineers*, New York, McGraw-Hill, 1970, 684 pp.
49. GNEDENKO, B.V., *The Theory of Probability*, Moscow, Mir Publishers, 1976, 392 pp.
50. WALPOLE, R.E., and MYERS, R.H., *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, New York, Macmillan, 1978, 580 pp.
51. KLIMOV, G., *Probability Theory and Mathematical Statistic*, Moscow, Mir Publishers, 1983, 334 pp.
52. MOOD, A.M., GRAYBILL, F.G., *İstatistik Teorisine Giriş*, Çev.S.Moralı, İstanbul Teknik Üniversitesi Kütüphanesi, Sayı 971, İstanbul, 1973, 532 s.
53. BAYAZIT, M., *Hidrolojide İstatistik Yöntemler*, İstanbul Teknik Üniversitesi Kütüphanesi, sayı 1197, İstanbul, 1981, 224 s.
- 54* FISHER, R.A., and TIPPETT, L.H.C., "Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest number of a sample," *Proceedings Cambridge Philosophical Society*, XXIV, Part II, 180-190, 1928, pp.180-190.
- 55* GUMBEL, E., *Statistics of Extremes*, Columbia University Press, New York, 1958.



- 56* FREUND, J.E., *Mathematical Statistics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1962.
- 57* HOEL, P.G., *Introduction to Mathematical Statistics*, 3rd Ed. Wiley, New York, 1962.
58. DIN Deutsches Institut für Normung e.V., *General Principles on the Specification on Safety Requirements for Structures*, Berlin (West), Beuth Verlag, 1981, 62 pp.
59. DITLEVSEN, O., "Generalized Second-moment reliability index," *Journal of Structural Mechanics* V.7, No.4, 1979, pp.435-451.
- 60* SHINOZUKA, M., "Basic analysis of Structural safety," *Proceedings ASCE*, V.109, ST 3, March 1983.
61. SPIEGEL, M.R., *Çözümlü Matematik Problemleri-Analiz*, Çev. H.Demiray ve B.M. Sümer, Çağlayan Kitabevi, İstanbul, 1975, 694 s.
- 62* ROSENBLATT, M., "Remarks on multi variate transformation," *Annals of Mathematical Statistics*, V.23, No.3, September 1952, pp.470-472.
- 63* RACKWITZ, R., "Practical probabilistic approach to design," *CEB, Bulletin d'Information* 112, Paris, 1976.
- 64* METROPOLIS, N, and. ULAM, S., "The Monte Carlo Method," *Journal of American Statistical Association*, Vol, 44, No.247, 1949, pp.335-341.
65. SOBOL, I.M., *The Monte Carlo Method*, Little Mathematics Library, Mir Publishers, Moscow, 1984, 73 pp.
66. HAMMERSLEY, J.M., and HANDSCOMB, D.C., *Monte Carlo Methods*, Methuen, London, 1965, 178 pp.
67. HAMMING, R.W., *Numerical Methods for Scientists and Engineers*, McGraw-Hill, New York, 1962, 411 pp.
- 68* NEUMANN, J.V., "Various techniques used in connection with random digits," *National Bureau of Standards Applied Mathematics Series*, 12, 1951, pp.36-38.
- 69* FORSYTHE, G.E., "Generation and testing of random digits," *National Bureau of Standards Applied Mathematics Series*, 12, 1951, pp.34-35.
- 70* LEHMER, D.H., "Mathematical methods in large-scale computing units," *Annals of Comp.Lab.Harvard University*, 26, 1951, pp.141-146.
- 71* GREENBERGER, M., "Notes on a new pseudorandom number generator," *J.Assoc. Comp. Mach*, 8, 1961, pp.163-167.

- 72.* KNUTH, D.E., *The Art of Computer Programming: Seminumerical Algorithms*, V.2, Addison-Wesley, Massachusetts, 1969.
73. KESKİNEL, F., ve KARADOĞAN, F., *Fortran IV ve Fortran 77*, Birsen Yayınevi, İstanbul, 1984, 378 s.
74. RUBINSTEIN, R.Y., *Simulation and Monte Carlo Method*, Wiley, New York, 1981, 278 pp.
- 75.* BOX, G.E.P., and MULLER, M.E., "A note on the generation of random normal deviates," *Annals of Mathematical statistics*, 29, 1958, pp. 610-611.
- 76.* SHOOMAN, M.L., *Probabilistic Reliability: An Engineering Approach*, McGraw-Hill, New York, 1968.
- 77.* HAMMERSLEY, J.M., and MORTON, K.W., "A new Monte Carlo technique: antithetic variates," *Proc. Cambridge phil. Soc.*, 52, 1956, pp. 449-475.
78. GÜNDÜZ, A., *Betonarme-Taşıma Gücü İlkesine Göre Hesap*, Kazmaz Matbaası, İstanbul, 1980, 154 s.
79. PARK, R., and PAULAY, T., *Reinforced Concrete Structures*, Wiley, New York, 1975, 769 pp.

Not: (*) İşaretli kaynaklardaki bilgiler başka kaynaklardan sağlanmıştır. Anılan kaynaklar ilgilenen okuyucular için verilmiştir.

EKLER

Table A.1: Table of Standard Normal Probabilities: $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-t^2/2) dt$

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0.00	0.500000	0.20	0.579264	1.00	0.841345
0.01	0.503989	0.21	0.583294	1.01	0.843745
0.02	0.507943	0.22	0.587064	1.02	0.846039
0.03	0.511766	0.23	0.590644	1.03	0.848224
0.04	0.515469	0.24	0.594034	1.04	0.850296
0.05	0.519052	0.25	0.597244	1.05	0.852246
0.06	0.522518	0.26	0.600274	1.06	0.854077
0.07	0.525868	0.27	0.603124	1.07	0.855789
0.08	0.529099	0.28	0.605799	1.08	0.857379
0.09	0.532209	0.29	0.608294	1.09	0.858846
0.10	0.535187	0.30	0.610613	1.10	0.860183
0.11	0.538033	0.31	0.612753	1.11	0.861393
0.12	0.540749	0.32	0.614713	1.12	0.862477
0.13	0.543334	0.33	0.616493	1.13	0.863437
0.14	0.545788	0.34	0.618093	1.14	0.864274
0.15	0.548106	0.35	0.619504	1.15	0.865000
0.16	0.550288	0.36	0.620725	1.16	0.865616
0.17	0.552333	0.37	0.621756	1.17	0.866124
0.18	0.554249	0.38	0.622607	1.18	0.866624
0.19	0.556035	0.39	0.623287	1.19	0.867117
0.20	0.557693	0.40	0.623793	1.20	0.867603
0.21	0.559224	0.41	0.624124	1.21	0.868082
0.22	0.560629	0.42	0.624379	1.22	0.868554
0.23	0.561909	0.43	0.624558	1.23	0.869019
0.24	0.563164	0.44	0.624661	1.24	0.869477
0.25	0.564394	0.45	0.624688	1.25	0.869928
0.26	0.565599	0.46	0.624639	1.26	0.870372
0.27	0.566778	0.47	0.624514	1.27	0.870809
0.28	0.567932	0.48	0.624313	1.28	0.871239
0.29	0.569061	0.49	0.624037	1.29	0.871662
0.30	0.570165	0.50	0.623686	1.30	0.872078
0.31	0.571244	0.51	0.623261	1.31	0.872487
0.32	0.572298	0.52	0.622763	1.32	0.872889
0.33	0.573328	0.53	0.622193	1.33	0.873284
0.34	0.574334	0.54	0.621551	1.34	0.873672
0.35	0.575316	0.55	0.620837	1.35	0.874053
0.36	0.576274	0.56	0.620052	1.36	0.874427
0.37	0.577208	0.57	0.619197	1.37	0.874794
0.38	0.578119	0.58	0.618272	1.38	0.875154
0.39	0.579007	0.59	0.617277	1.39	0.875507
0.40	0.579872	0.60	0.616212	1.40	0.875853
0.41	0.580715	0.61	0.615077	1.41	0.876193
0.42	0.581536	0.62	0.613872	1.42	0.876526
0.43	0.582335	0.63	0.612597	1.43	0.876852
0.44	0.583112	0.64	0.611252	1.44	0.877171
0.45	0.583867	0.65	0.609837	1.45	0.877483
0.46	0.584600	0.66	0.608352	1.46	0.877788
0.47	0.585312	0.67	0.606797	1.47	0.878086
0.48	0.585993	0.68	0.605172	1.48	0.878378
0.49	0.586653	0.69	0.603477	1.49	0.878663

E.1. Olasılık tabloları

Tablo A.1 : Standart normal değişkene ilişkin birikimli dağılım fonksiyonu; birikimli olasılıklar.

Tablo A.2 : TıP I standart asimptotik değişkene ilişkin birikimli dağılım fonksiyonu; birikimli olasılıklar.

Table A.1. Table of Standard Normal Probability $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-\frac{1}{2}\xi^2) d\xi$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.0	0.500000	0.50	0.691463	1.00	0.841315
0.01	0.503989	0.51	0.694975	1.01	0.843752
0.02	0.507978	0.52	0.698408	1.02	0.846136
0.03	0.511966	0.53	0.701944	1.03	0.848495
0.04	0.515954	0.54	0.705401	1.04	0.850830
0.05	0.519939	0.55	0.708840	1.05	0.853141
0.06	0.523922	0.56	0.712260	1.06	0.855428
0.07	0.527904	0.57	0.715661	1.07	0.857690
0.08	0.531882	0.58	0.719043	1.08	0.859929
0.09	0.535857	0.59	0.722405	1.09	0.862143
0.10	0.539828	0.60	0.725747	1.10	0.864331
0.11	0.543796	0.61	0.729069	1.11	0.866500
0.12	0.547759	0.62	0.732371	1.12	0.868643
0.13	0.551717	0.63	0.735653	1.13	0.870762
0.14	0.555671	0.64	0.738914	1.14	0.872857
0.15	0.559618	0.65	0.742154	1.15	0.874928
0.16	0.563560	0.66	0.745374	1.16	0.876976
0.17	0.567499	0.67	0.748572	1.17	0.878999
0.18	0.571432	0.68	0.751748	1.18	0.881000
0.19	0.575361	0.69	0.754903	1.19	0.882977
0.20	0.579286	0.70	0.758036	1.20	0.884930
0.21	0.583206	0.71	0.761148	1.21	0.886860
0.22	0.587121	0.72	0.764238	1.22	0.888767
0.23	0.591031	0.73	0.767305	1.23	0.890651
0.24	0.594935	0.74	0.770350	1.24	0.892512
0.25	0.598834	0.75	0.773373	1.25	0.894350
0.26	0.602728	0.76	0.776373	1.26	0.896165
0.27	0.606619	0.77	0.779350	1.27	0.897958
0.28	0.610506	0.78	0.782305	1.28	0.899727
0.29	0.614389	0.79	0.785236	1.29	0.901475
0.30	0.618268	0.80	0.788145	1.30	0.903199
0.31	0.622142	0.81	0.791030	1.31	0.904902
0.32	0.625999	0.82	0.793892	1.32	0.906583
0.33	0.629851	0.83	0.796731	1.33	0.908241
0.34	0.633697	0.84	0.799546	1.34	0.909877
0.35	0.637538	0.85	0.802337	1.35	0.911492
0.36	0.641374	0.86	0.805105	1.36	0.913085
0.37	0.645205	0.87	0.807850	1.37	0.914656
0.38	0.648927	0.88	0.810570	1.38	0.916207
0.39	0.652642	0.89	0.813267	1.39	0.917735
0.40	0.656352	0.90	0.815940	1.40	0.919243
0.41	0.659997	0.91	0.818589	1.41	0.920730
0.42	0.663637	0.92	0.821211	1.42	0.922196
0.43	0.667272	0.93	0.823815	1.43	0.923641
0.44	0.670902	0.94	0.826391	1.44	0.925066
0.45	0.674527	0.95	0.828941	1.45	0.926471
0.46	0.678147	0.96	0.831473	1.46	0.927855
0.47	0.681762	0.97	0.833977	1.47	0.929219
0.48	0.685373	0.98	0.836457	1.48	0.930563
0.49	0.688979	0.99	0.838913	1.49	0.931888

Table A.1. (Cont'd)

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1.50	0.933193	2.00	0.977250	2.50	0.993790
1.51	0.934478	2.01	0.977781	2.51	0.993963
1.52	0.935744	2.02	0.978308	2.52	0.994132
1.53	0.936992	2.03	0.978822	2.53	0.994297
1.54	0.938220	2.04	0.979325	2.54	0.994457
1.55	0.939429	2.05	0.979818	2.55	0.994614
1.56	0.940620	2.06	0.980301	2.56	0.994766
1.57	0.941792	2.07	0.980774	2.57	0.994915
1.58	0.942947	2.08	0.981237	2.58	0.995060
1.59	0.944083	2.09	0.981691	2.59	0.995201
1.60	0.945201	2.10	0.982136	2.60	0.995339
1.61	0.946301	2.11	0.982571	2.61	0.995473
1.62	0.947384	2.12	0.982997	2.62	0.995604
1.63	0.948449	2.13	0.983414	2.63	0.995731
1.64	0.949497	2.14	0.983823	2.64	0.995855
1.65	0.950529	2.15	0.984223	2.65	0.995975
1.66	0.951543	2.16	0.984614	2.66	0.996093
1.67	0.952540	2.17	0.984997	2.67	0.996207
1.68	0.953521	2.18	0.985371	2.68	0.996319
1.69	0.954486	2.19	0.985738	2.69	0.996427
1.70	0.955435	2.20	0.986097	2.70	0.996533
1.71	0.956367	2.21	0.986447	2.71	0.996636
1.72	0.957281	2.22	0.986791	2.72	0.996736
1.73	0.958185	2.23	0.987126	2.73	0.996833
1.74	0.959071	2.24	0.987455	2.74	0.996928
1.75	0.959941	2.25	0.987776	2.75	0.997020
1.76	0.960796	2.26	0.988089	2.76	0.997110
1.77	0.961636	2.27	0.988396	2.77	0.997197
1.78	0.962462	2.28	0.988696	2.78	0.997282
1.79	0.963273	2.29	0.988989	2.79	0.997365
1.80	0.964070	2.30	0.989276	2.80	0.997445
1.81	0.964852	2.31	0.989556	2.81	0.997523
1.82	0.965621	2.32	0.989830	2.82	0.997599
1.83	0.966375	2.33	0.990097	2.83	0.997673
1.84	0.967116	2.34	0.990358	2.84	0.997744
1.85	0.967843	2.35	0.990613	2.85	0.997814
1.86	0.968557	2.36	0.990863	2.86	0.997882
1.87	0.969258	2.37	0.991106	2.87	0.997948
1.88	0.969946	2.38	0.991344	2.88	0.998012
1.89	0.970621	2.39	0.991576	2.89	0.998074
1.90	0.971284	2.40	0.991802	2.90	0.998134
1.91	0.971933	2.41	0.992024	2.91	0.998193
1.92	0.972571	2.42	0.992240	2.92	0.998250
1.93	0.973197	2.43	0.992451	2.93	0.998305
1.94	0.973810	2.44	0.992656	2.94	0.998359
1.95	0.974412	2.45	0.992857	2.95	0.998411
1.96	0.975002	2.46	0.993053	2.96	0.998462
1.97	0.975581	2.47	0.993244	2.97	0.998511
1.98	0.976148	2.48	0.993431	2.98	0.998559
1.99	0.976705	2.49	0.993613	2.99	0.998605

Table A.1. (Cont'd)

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$1 - \Phi(x)$
3.00	0.008650	3.50	0.000767	4.00	0.316712E-04
3.01	0.008694	3.51	0.000776	4.05	0.256088E-04
3.02	0.008736	3.52	0.000781	4.10	0.206575E-04
3.03	0.008777	3.53	0.000792	4.15	0.166238E-04
3.04	0.008817	3.54	0.000800	4.20	0.134458E-04
3.05	0.008856	3.55	0.000807	4.25	0.106885E-04
3.06	0.008893	3.56	0.000815	4.30	0.853906E-05
3.07	0.008930	3.57	0.000821	4.35	0.680688E-05
3.08	0.008965	3.58	0.000828	4.40	0.541254E-05
3.09	0.008999	3.59	0.000835	4.45	0.420351E-05
3.10	0.009032	3.60	0.000841	4.50	0.339767E-05
3.11	0.009065	3.61	0.000847	4.55	0.268230E-05
3.12	0.009096	3.62	0.000853	4.60	0.211245E-05
3.13	0.009126	3.63	0.000858	4.65	0.165968E-05
3.14	0.009155	3.64	0.000864	4.70	0.130081E-05
3.15	0.009184	3.65	0.000869	4.75	0.101708E-05
3.16	0.009211	3.66	0.000874	4.80	0.793328E-06
3.17	0.009238	3.67	0.000879	4.85	0.617307E-06
3.18	0.009264	3.68	0.000884	4.90	0.479183E-06
3.19	0.009289	3.69	0.000888	4.95	0.371067E-06
3.20	0.009313	3.70	0.000892	5.00	0.286652E-06
3.21	0.009336	3.71	0.000896	5.10	0.169827E-06
3.22	0.009359	3.72	0.000900	5.20	0.996143E-07
3.23	0.009381	3.73	0.000904	5.30	0.579013E-07
3.24	0.009402	3.74	0.000908	5.40	0.333204E-07
3.25	0.009423	3.75	0.000912	5.50	0.189896E-07
3.26	0.009443	3.76	0.000915	5.60	0.107176E-07
3.27	0.009462	3.77	0.000918	5.70	0.599037E-08
3.28	0.009481	3.78	0.000922	5.80	0.334575E-08
3.29	0.009499	3.79	0.000925	5.90	0.181754E-08
3.30	0.009516	3.80	0.000928	6.00	0.986588E-09
3.31	0.009533	3.81	0.000931	6.10	0.530313E-09
3.32	0.009550	3.82	0.000933	6.20	0.282446E-09
3.33	0.009566	3.83	0.000936	6.30	0.148824E-09
3.34	0.009581	3.84	0.000938	6.40	0.77688 E-10
3.35	0.009596	3.85	0.000941	6.50	0.40160 E-10
3.36	0.009610	3.86	0.000943	6.60	0.20558 E-10
3.37	0.009624	3.87	0.000946	6.70	0.10421 E-10
3.38	0.009637	3.88	0.000948	6.80	0.5231 E-11
3.39	0.009650	3.89	0.000950	6.90	0.260 E-11
3.40	0.009663	3.90	0.000952	7.00	0.128 E-11
3.41	0.009675	3.91	0.000954	7.10	0.624 E-12
3.42	0.009687	3.92	0.000956	7.20	0.301 E-12
3.43	0.009698	3.93	0.000958	7.30	0.144 E-12
3.44	0.009709	3.94	0.000959	7.40	0.68 E-13
3.45	0.009720	3.95	0.000961	7.50	0.32 E-13
3.46	0.009730	3.96	0.000963	7.60	0.15 E-13
3.47	0.009740	3.97	0.000964	7.70	0.70 E-14
3.48	0.009749	3.98	0.000966	7.80	0.30 E-14
3.49	0.009758	3.99	0.000967	7.90	0.15 E-14

Table A.2 CDF of the Standard Extremal Variate S

CUM. PROB. F(z)		CUM. PROB. F(z)		CUM. PROB. F(z)	
-3.00	.1892179D-08	-2.00	.6179790D-03	-1.00	.6598004D-01
-2.98	.2816371D-08	-1.98	.7153469D-03	-0.98	.6963721D-01
-2.96	.4159081D-08	-1.96	.8256604D-03	-0.96	.7340990D-01
-2.94	.6094700D-08	-1.94	.9502828D-03	-0.94	.7730618D-01
-2.92	.8863825D-08	-1.92	.1090675D-02	-0.92	.8132593D-01
-2.90	.1279584D-07	-1.90	.1248390D-02	-0.90	.8546887D-01
-2.88	.1833832D-07	-1.88	.1425112D-02	-0.88	.8973452D-01
-2.86	.2609487D-07	-1.86	.1622502D-02	-0.86	.9412226D-01
-2.84	.3687376D-07	-1.84	.1842673D-02	-0.84	.9863127D-01
-2.82	.5174952D-07	-1.82	.2087353D-02	-0.82	.1032606D+00
-2.80	.7214075D-07	-1.80	.2358693D-02	-0.80	.1080090D+00
-2.78	.9990751D-07	-1.78	.2658864D-02	-0.78	.1128752D+00
-2.76	.1374724D-06	-1.76	.2990133D-02	-0.76	.1178578D+00
-2.74	.1879697D-06	-1.74	.3354866D-02	-0.74	.1229552D+00
-2.72	.2554288D-06	-1.72	.3755520D-02	-0.72	.1281655D+00
-2.70	.3449964D-06	-1.70	.4194642D-02	-0.70	.1334868D+00
-2.68	.4632063D-06	-1.68	.4674860D-02	-0.68	.1389171D+00
-2.66	.6183018D-06	-1.66	.5198086D-02	-0.66	.1444543D+00
-2.64	.8206217D-06	-1.64	.5769502D-02	-0.64	.1500959D+00
-2.62	.1083056D-05	-1.62	.6389557D-02	-0.62	.1558396D+00
-2.60	.1421585D-05	-1.60	.7061982D-02	-0.60	.1616820D+00
-2.58	.1855905D-05	-1.58	.7789678D-02	-0.58	.1676229D+00
-2.56	.2410160D-05	-1.56	.8575712D-02	-0.56	.1736571D+00
-2.54	.3113787D-05	-1.54	.9423108D-02	-0.54	.1797826D+00
-2.52	.4002479D-05	-1.52	.1033494D-01	-0.52	.1859965D+00
-2.50	.5119294D-05	-1.50	.1131429D-01	-0.50	.1922956D+00
-2.48	.6515905D-05	-1.48	.1236425D-01	-0.48	.1986771D+00
-2.46	.8254009D-05	-1.46	.1348794D-01	-0.46	.2051377D+00
-2.44	.1040691D-04	-1.44	.1468842D-01	-0.44	.2116741D+00
-2.42	.1306127D-04	-1.42	.1596877D-01	-0.42	.2182833D+00
-2.40	.1631907D-04	-1.40	.1733201D-01	-0.40	.2249618D+00
-2.38	.2029973D-04	-1.38	.1878115D-01	-0.38	.2317063D+00
-2.36	.2514249D-04	-1.36	.2031911D-01	-0.36	.2385135D+00
-2.34	.3100889D-04	-1.34	.2194878D-01	-0.34	.2453799D+00
-2.32	.3808560D-04	-1.32	.2367297D-01	-0.32	.2523022D+00
-2.30	.4658731D-04	-1.30	.2549439D-01	-0.30	.2592769D+00
-2.28	.5675990D-04	-1.28	.2741569D-01	-0.28	.2663005D+00
-2.26	.6888383D-04	-1.26	.2943940D-01	-0.26	.2733697D+00
-2.24	.8327757D-04	-1.24	.3156793D-01	-0.24	.2804810D+00
-2.22	.1003014D-03	-1.22	.3380361D-01	-0.22	.2876310D+00
-2.20	.1203612D-03	-1.20	.3614860D-01	-0.20	.2948163D+00
-2.18	.1439123D-03	-1.18	.3860497D-01	-0.18	.3020335D+00
-2.16	.1714639D-03	-1.16	.4117462D-01	-0.16	.3092792D+00
-2.14	.2035828D-03	-1.14	.4385931D-01	-0.14	.3165501D+00
-2.12	.2408979D-03	-1.12	.4668064D-01	-0.12	.3238429D+00
-2.10	.2841041D-03	-1.10	.4958009D-01	-0.10	.3311543D+00
-2.08	.3339668D-03	-1.08	.5261892D-01	-0.08	.3384811D+00
-2.06	.3913259D-03	-1.06	.5577827D-01	-0.06	.3458201D+00
-2.04	.4570996D-03	-1.04	.5905909D-01	-0.04	.3531692D+00
-2.02	.5322885D-03	-1.02	.6246213D-01	-0.02	.3605223D+00

Table A.2 (Continued)

%	CUM.	PROB. F(s)	%	CUM.	PROB. F(s)	%	CUM.	PROB. F(s)
0.00	.36787940+00		1.00	.69220060+00		2.00	.87342300+00	
0.02	.37523650+00		1.02	.69726140+00		2.02	.87576680+00	
0.04	.38259070+00		1.04	.70225700+00		2.04	.87807020+00	
0.06	.38993920+00		1.06	.70719010+00		2.06	.88033390+00	
0.08	.39727910+00		1.08	.71205830+00		2.08	.88255850+00	
0.10	.40460770+00		1.10	.71686260+00		2.10	.88474450+00	
0.12	.41192230+00		1.12	.72160330+00		2.12	.88689240+00	
0.14	.41922050+00		1.14	.72628050+00		2.14	.88900280+00	
0.16	.42649960+00		1.16	.73089450+00		2.16	.89107640+00	
0.18	.43375730+00		1.18	.73544360+00		2.18	.89311360+00	
0.20	.44099100+00		1.20	.73993410+00		2.20	.89511490+00	
0.22	.44819860+00		1.22	.74436020+00		2.22	.89708100+00	
0.24	.45537780+00		1.24	.74872450+00		2.24	.89901240+00	
0.26	.46252640+00		1.26	.75302710+00		2.26	.90090950+00	
0.28	.46964240+00		1.28	.75726860+00		2.28	.90277290+00	
0.30	.47672370+00		1.30	.76144920+00		2.30	.90460320+00	
0.32	.48376840+00		1.32	.76556950+00		2.32	.90640090+00	
0.34	.49077460+00		1.34	.76962980+00		2.34	.90816640+00	
0.36	.49774050+00		1.36	.77363060+00		2.36	.90990030+00	
0.38	.50466450+00		1.38	.77757240+00		2.38	.91160310+00	
0.40	.51154480+00		1.40	.78145560+00		2.40	.91327530+00	
0.42	.51837990+00		1.42	.78528070+00		2.42	.91491730+00	
0.44	.52516830+00		1.44	.78904830+00		2.44	.91652970+00	
0.46	.53190860+00		1.46	.79275800+00		2.46	.91811290+00	
0.48	.53859930+00		1.48	.79641280+00		2.48	.91966740+00	
0.50	.54523920+00		1.50	.80001070+00		2.50	.92119370+00	
0.52	.55182710+00		1.52	.80355320+00		2.52	.92269220+00	
0.54	.55836170+00		1.54	.80704000+00		2.54	.92416340+00	
0.56	.56484210+00		1.56	.81047400+00		2.56	.92560770+00	
0.58	.57126710+00		1.58	.81385330+00		2.58	.92702570+00	
0.60	.57763580+00		1.60	.81717950+00		2.60	.92841770+00	
0.62	.58394740+00		1.62	.82045300+00		2.62	.92978410+00	
0.64	.59020090+00		1.64	.82367430+00		2.64	.93112540+00	
0.66	.59639540+00		1.66	.82684420+00		2.66	.93244210+00	
0.68	.60253050+00		1.68	.82996320+00		2.68	.93373450+00	
0.70	.60860530+00		1.70	.83303170+00		2.70	.93500300+00	
0.72	.61461930+00		1.72	.83605060+00		2.72	.93624810+00	
0.74	.62057180+00		1.74	.83902030+00		2.74	.93747020+00	
0.76	.62646250+00		1.76	.84194140+00		2.76	.93866960+00	
0.78	.63229070+00		1.78	.84481450+00		2.78	.93984670+00	
0.80	.63805620+00		1.80	.84764030+00		2.80	.94100200+00	
0.82	.64375850+00		1.82	.85041930+00		2.82	.94213570+00	
0.84	.64939730+00		1.84	.85315210+00		2.84	.94324840+00	
0.86	.65497250+00		1.86	.85583930+00		2.86	.94434020+00	
0.88	.66048360+00		1.88	.85848150+00		2.88	.94541170+00	
0.90	.66593070+00		1.90	.86107930+00		2.90	.94646320+00	
0.92	.67131350+00		1.92	.86363340+00		2.92	.94749490+00	
0.94	.67663190+00		1.94	.86614410+00		2.94	.94850740+00	
0.96	.68188590+00		1.96	.86861230+00		2.96	.94950080+00	
0.98	.68707550+00		1.98	.87103840+00		2.98	.95047560+00	

Table A.2 (Continued)

S	CUM	PROB. F(%)	S	CUM	PROB. F(%)	S	CUM	PROB. F(%)
3.00	.9514320D+00		4.00	.9818511D+00		5.00	.9932847D+00	
3.02	.9523704D+00		4.02	.9822072D+00		5.02	.9934172D+00	
3.04	.9532912D+00		4.04	.9825565D+00		5.04	.9935472D+00	
3.06	.9541946D+00		4.06	.9828989D+00		5.06	.9936745D+00	
3.08	.9550809D+00		4.08	.9832347D+00		5.08	.9937994D+00	
3.10	.9559504D+00		4.10	.9835639D+00		5.10	.9939218D+00	
3.12	.9568036D+00		4.12	.9838867D+00		5.12	.9940418D+00	
3.14	.9576405D+00		4.14	.9842032D+00		5.14	.9941594D+00	
3.16	.9584616D+00		4.16	.9845136D+00		5.16	.9942748D+00	
3.18	.9592672D+00		4.18	.9848179D+00		5.18	.9943878D+00	
3.20	.9600574D+00		4.20	.9851163D+00		5.20	.9944986D+00	
3.22	.9608326D+00		4.22	.9854089D+00		5.22	.9946073D+00	
3.24	.9615931D+00		4.24	.9856957D+00		5.24	.9947138D+00	
3.26	.9623391D+00		4.26	.9859769D+00		5.26	.9948182D+00	
3.28	.9630709D+00		4.28	.9862527D+00		5.28	.9949205D+00	
3.30	.9637887D+00		4.30	.9865231D+00		5.30	.9950208D+00	
3.32	.9644929D+00		4.32	.9867882D+00		5.32	.9951192D+00	
3.34	.9651836D+00		4.34	.9870481D+00		5.34	.9952156D+00	
3.36	.9658611D+00		4.36	.9873029D+00		5.36	.9953101D+00	
3.38	.9665256D+00		4.38	.9875528D+00		5.38	.9954028D+00	
3.40	.9671775D+00		4.40	.9877977D+00		5.40	.9954936D+00	
3.42	.9678168D+00		4.42	.9880379D+00		5.42	.9955826D+00	
3.44	.9684439D+00		4.44	.9882734D+00		5.44	.9956699D+00	
3.46	.9690590D+00		4.46	.9885042D+00		5.46	.9957555D+00	
3.48	.9696623D+00		4.48	.9887306D+00		5.48	.9958393D+00	
3.50	.9702540D+00		4.50	.9889525D+00		5.50	.9959216D+00	
3.52	.9708343D+00		4.52	.9891700D+00		5.52	.9960022D+00	
3.54	.9714035D+00		4.54	.9893834D+00		5.54	.9960812D+00	
3.56	.9719618D+00		4.56	.9895925D+00		5.56	.9961586D+00	
3.58	.9725092D+00		4.58	.9897975D+00		5.58	.9962345D+00	
3.60	.9730462D+00		4.60	.9899985D+00		5.60	.9963090D+00	
3.62	.9735720D+00		4.62	.9901956D+00		5.62	.9963819D+00	
3.64	.9740893D+00		4.64	.9903888D+00		5.64	.9964534D+00	
3.66	.9745957D+00		4.66	.9905782D+00		5.66	.9965235D+00	
3.68	.9750925D+00		4.68	.9907639D+00		5.68	.9965923D+00	
3.70	.9755796D+00		4.70	.9909460D+00		5.70	.9966596D+00	
3.72	.9760573D+00		4.72	.9911244D+00		5.72	.9967257D+00	
3.74	.9765258D+00		4.74	.9912994D+00		5.74	.9967904D+00	
3.76	.9769852D+00		4.76	.9914710D+00		5.76	.9968538D+00	
3.78	.9774358D+00		4.78	.9916391D+00		5.78	.9969160D+00	
3.80	.9778776D+00		4.80	.9918040D+00		5.80	.9969770D+00	
3.82	.9783109D+00		4.82	.9919657D+00		5.82	.9970368D+00	
3.84	.9787357D+00		4.84	.9921241D+00		5.84	.9970954D+00	
3.86	.9791524D+00		4.86	.9922795D+00		5.86	.9971528D+00	
3.88	.9795609D+00		4.88	.9924318D+00		5.88	.9972091D+00	
3.90	.9799616D+00		4.90	.9925811D+00		5.90	.9972643D+00	
3.92	.9803544D+00		4.92	.9927274D+00		5.92	.9973184D+00	
3.94	.9807397D+00		4.94	.9928709D+00		5.94	.9973714D+00	
3.96	.9811174D+00		4.96	.9930116D+00		5.96	.9974234D+00	
3.98	.9814879D+00		4.98	.9931495D+00		5.98	.9974744D+00	

Table A.2 (Continued)

s	CUM. PROB. F(s)	s	CUM. PROB. F(s)	s	CUM. PROB. F(s)
6.00	.99752430+00	7.00	.99908850+00	8.00	.99966460+00
6.02	.99757330+00	7.02	.99910660+00	8.10	.99969650+00
6.04	.99762130+00	7.04	.99912430+00	8.20	.99972540+00
6.06	.99766830+00	7.06	.99914160+00	8.30	.99975150+00
6.08	.99771440+00	7.08	.99915860+00	8.40	.99977520+00
6.10	.99775960+00	7.10	.99917520+00	8.50	.99979660+00
6.12	.99780400+00	7.12	.99919160+00	8.60	.99981590+00
6.14	.99784740+00	7.14	.99920760+00	8.70	.99983340+00
6.16	.99789000+00	7.16	.99922320+00	8.80	.99984930+00
6.18	.99793170+00	7.18	.99923860+00	8.90	.99986360+00
6.20	.99797260+00	7.20	.99925370+00	9.00	.99987660+00
6.22	.99801270+00	7.22	.99926850+00	9.10	.99988830+00
6.24	.99805200+00	7.24	.99928290+00	9.20	.99989900+00
6.26	.99809060+00	7.26	.99929710+00	9.30	.99990860+00
6.28	.99812840+00	7.28	.99931110+00	9.40	.99991730+00
6.30	.99816540+00	7.30	.99932470+00	9.50	.99992520+00
6.32	.99820170+00	7.32	.99933810+00	9.60	.99993230+00
6.34	.99823730+00	7.34	.99935120+00	9.70	.99993870+00
6.36	.99827210+00	7.36	.99936400+00	9.80	.99994450+00
6.38	.99830630+00	7.38	.99937660+00	9.90	.99994960+00
6.40	.99833980+00	7.40	.99938890+00	10.00	.99995460+00
6.42	.99837270+00	7.42	.99940100+00	10.10	.99995890+00
6.44	.99840490+00	7.44	.99941290+00	10.20	.99996280+00
6.46	.99843640+00	7.46	.99942450+00	10.30	.99996640+00
6.48	.99846740+00	7.48	.99943590+00	10.40	.99996960+00
6.50	.99849770+00	7.50	.99944710+00	10.50	.99997250+00
6.52	.99852740+00	7.52	.99945800+00	10.60	.99997510+00
6.54	.99855660+00	7.54	.99946870+00	10.70	.99997750+00
6.56	.99858510+00	7.56	.99947930+00	10.80	.99997960+00
6.58	.99861310+00	7.58	.99948960+00	10.90	.99998150+00
6.60	.99864060+00	7.60	.99949970+00	11.00	.99998330+00
6.62	.99866750+00	7.62	.99950960+00	11.10	.99998490+00
6.64	.99869380+00	7.64	.99951930+00	11.20	.99998630+00
6.66	.99871970+00	7.66	.99952880+00	11.30	.99998740+00
6.68	.99874500+00	7.68	.99953810+00	11.40	.99998880+00
6.70	.99876980+00	7.70	.99954730+00	11.50	.99998990+00
6.72	.99879420+00	7.72	.99955620+00	11.60	.99999080+00
6.74	.99881810+00	7.74	.99956500+00	11.70	.99999170+00
6.76	.99884140+00	7.76	.99957360+00	11.80	.99999250+00
6.78	.99886440+00	7.78	.99958210+00	11.90	.99999320+00
6.80	.99888680+00	7.80	.99959030+00	12.00	.99999390+00
6.82	.99890890+00	7.82	.99959850+00	12.20	.99999500+00
6.84	.99893050+00	7.84	.99960640+00	12.40	.99999590+00
6.86	.99895160+00	7.86	.99961420+00	12.60	.99999660+00
6.88	.99897240+00	7.88	.99962180+00	12.80	.99999720+00
6.90	.99899270+00	7.90	.99962930+00	13.00	.99999770+00
6.92	.99901270+00	7.92	.99963670+00	13.25	.99999820+00
6.94	.99903220+00	7.94	.99964390+00	13.50	.99999860+00
6.96	.99905140+00	7.96	.99965090+00	13.75	.99999890+00
6.98	.99907010+00	7.98	.99965780+00	14.00	.99999920+00

E.2. Yapısal tasarımda kullanılan kısmi güvenlik katsayılarının olasılıksal yolla belirlenmesi

E.2.1. Giriş

Limit durumlara göre tasarımda yapısal güvenlik 1. düzey yaklaşımla sağlanır. Güvenlik elemanları; tasarım temel değişkenleri olan malzeme mukavemetleri ve yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları ile karakteristik değerler için kabul edilen güvenilirliklerdir. Bilindiği gibi tasarımda göçme riski hesaplanmaz. Riskin, kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesinde kabul edilen düzeyde olduğu varsayılır.

Ortalama değeri m_i ve standart sapması σ_i olan bir X_i durum fonksiyonu değişkeninin duyarlılık katsayısı ve dolayısıyla değişkenin tasarım değeri, x_{id} , bir olgudan ötekine ve durum fonksiyonunun yapısına bağlı değişir. Yapısal tasarımda, aynı m_i ve σ_i değerlerine sahip bir X_i değişkeni için farklı tasarım değerleri kullanılması pratik olmaz. Bu nedenle, malzeme mukavemetleri ve yükler için sabit ve gerçekçi duyarlılık katsayısı değerleri belirlenebilir. Böylece istatistikleri belirli bir değişken için sabit bir tasarım değeri kabul edilebilir [4,15,22,25,29,32].

Belirli bir güvenilirlik düzeyi için bu yaklaşımla belirlenen yaklaşık ve sabit 2. düzey tasarım değerleri, kısmi güvenlik katsayılarının hesaplanmasında kullanılabilir. Bu bağlamda son limit durumlara göre tasarımda göçme olasılığının 10^{-5} , 10^{-6} , 10^{-7} ve işletilebilme limit durumlarına göre 10^{-3} kabul edilmesi; ve sabit duyarlılık katsayısının, tasarım temel değişkenleri olan malzeme mukavemetleri ve yükler için 0,75 seçilmesi uygundur [4,15,22,29,32,42].

Karakteristik değer, kabul edilebilir bir riskle gerçekleşmesi beklenen nominal değerdir. Limit durumlara göre tasarımda karakteristik değerlerin kullanılması, farklı ortalama

değerlere ve standart sapmalara göre hesap yapılmasının yolaça-
cağı tasarım çeşitliliğini ortadan kaldırır.

Belirli bir malzeme ve limit durum için tasarım mukaveme-
ti, karakteristik mukavemetin ilgili malzeme ve limit durum
için belirlenen kısmi güvenlik katsayısına bölünmesiyle bulu-
nur; $f_{id} = f_{ik} / \gamma_{m_i}$. Genel anlamda karakteristik yük, kabul
edilebilir bir riski olan ve yapının ömrü boyunca aşılmaması
öngörülen yük değeridir. Belirli bir yük tipi ve limit durum için ta-
sarım yükü, karakteristik yükün ilgili kısmi güvenlik katsayı-
sıyla çarpılmasıyla belirlenir; $F_{id} = \gamma_{fi} \cdot F_{ik}$.

E.2.2. Malzeme mukavemetlerine ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi

Malzeme mukavemetlerindeki istatistiksel değişmeler genel-
likle log-normal dağılımla betimlenebilir. Olasılık dağılımı
log-normal olan bir X rasgele değişkenine ilişkin $V_X = \sigma_X / m_X < 0,30$
ise, $X = m_X \exp(-sV_X - 0,5V_X^2)$ yazılabilir. s —standart normal dağılım
değişkeninin değeri. 0 halde, dağılımı log-normal ve $V_i < 0,30$
olan bir f_i malzeme mukavemetinin $s = \alpha\beta = 0,75\beta$ için basitleş-
tirilmiş 2. düzey tasarım değeri şöyle olur [4,42].

$$f_{id} = m_i \cdot \exp(-0,75 \cdot \beta \cdot V_i - 0,5 \cdot V_i^2) \quad (E.2.1)$$

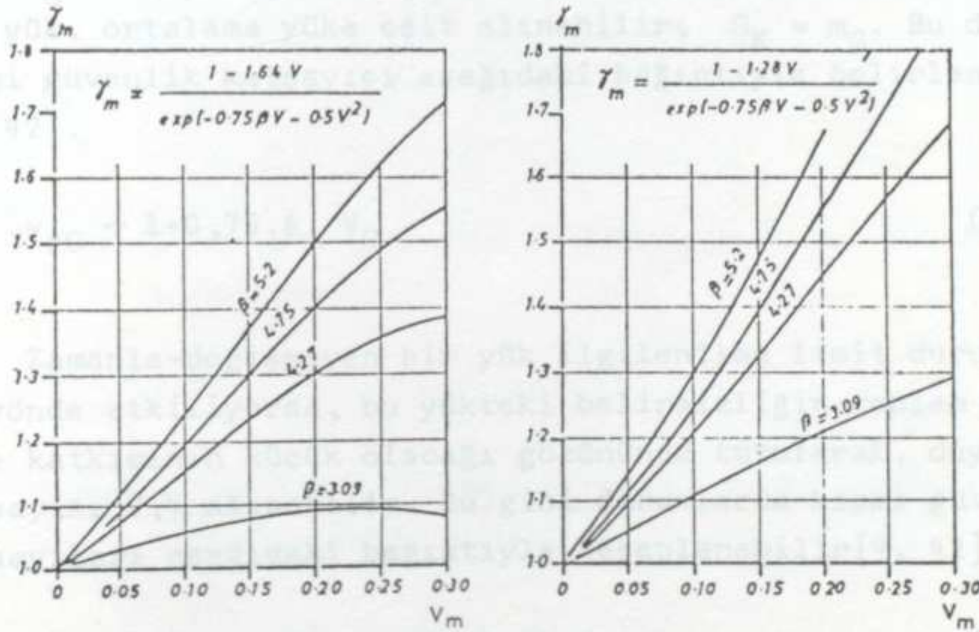
Malzeme mukavemet dağılımlarının normal olduğu varsayıla-
rak malzeme karakteristik değerleri belirlenebilir; 1. düzey
tasarım değerleri hesaplanabilir. 2. düzey ve 1. düzey tasarım
değerleri eşitlenerek malzeme mukavemetlerine ilişkin kısmi gü-
venlik katsayıları belirlenebilir [4, 42].

$$\gamma_{m_i} = (1 - s \cdot V_i) / \exp(-0,75 \cdot \beta \cdot V_i - 0,5 \cdot V_i^2) \quad (E.2.2)$$

Malzeme karakteristik mukavemetlerine (beton ve çelik)

ilişkin riskler; CEB MC 78 de ve CEB MC 90 da %5 ($s = 1,64$), TS 500 84 te %10 ($s = 1,28$) kabul edilmektedir[6].

Çeşitli güvenilirlik indeksleri ve varyasyon katsayıları için malzeme mukavemeti kısmi güvenlik katsayıları, karakteristik mukavemetin farklı tanımlarına ($s = 1,64$ ve $1,28$) göre E.2.2 bağıntısıyla hesaplanmış ve Şekil E.2.1 deki abaklarda verilmiştir[4, 42].



Şekil E.2.1. Malzeme mukavemetleri için kısmi güvenlik katsayıları

E.2.3. Zamanla-değişmeyen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi

Zamanla-değişmeyen yüklerdeki (hareketsiz yükler, G) istatistiksel değişimler normal dağılımla betimlenebilir. Karakteristik

ristik yüke ilişkin risk $V_G > 0,1$ için %5 ($s = 1,64$) kabul edilebilir. Bu kabullere göre 2. ve 1. düzey tasarım değerleri hesaplanır eşitlenirse, ilgili kısmi güvenlik katsayıları belirlenebilir[4, 42].

$$\gamma_{fG} = (1+0,75.\beta. V_G)/(1+1,64 V_G) \quad (E.2.3)$$

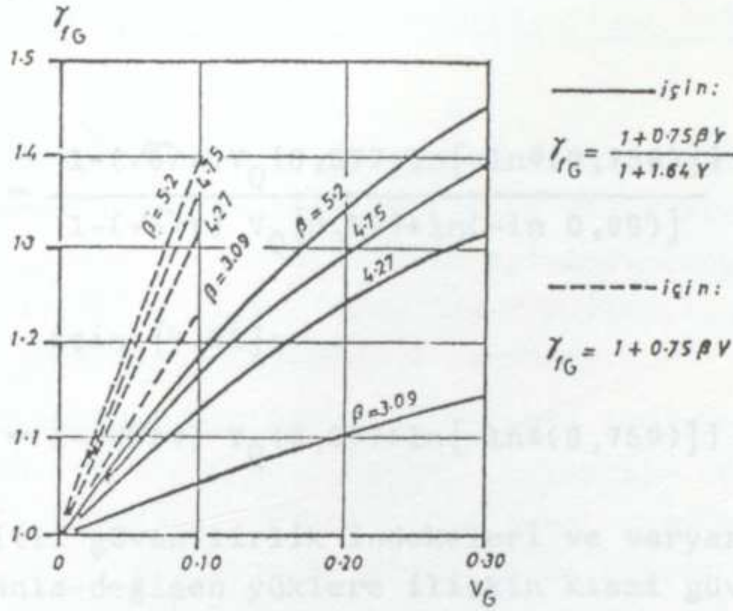
$V_G < 0,1$ olduğu zaman ihtiyatlı bir yaklaşımla karakteristik yük, ortalama yüke eşit alınabilir; $G_K \approx m_G$. Bu durum için kısmi güvenlik katsayısı aşağıdaki bağıntıyla belirlenebilir [4, 42].

$$\gamma_{fG} = 1+0,75.\beta. V_G \quad (E.2.4)$$

Zamanla-değişmeyen bir yük ilgilenilen limit durumu olumlu yönde etkiliyorsa, bu yükteki belirsizliğin toplam belirsizliğe katkısının küçük olacağı gözönünde tutularak, duyarlılık katsayısı 0,4 alınabilir. Bu gibi durumlarda kısmi güvenlik katsayıları aşağıdaki bağıntıyla hesaplanabilir[4, 42].

$$\gamma_{fG} = (1-0,4.\beta. V_G)/(1-1,64.V_G) \quad (E.2.5)$$

Çeşitli güvenilirlik indeksleri ve varyasyon katsayıları için zamanla-değişmeyen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları E.2.3 ve E.2.4 bağıntılarıyla hesaplanmış ve Şekil E.2.2'deki abakta verilmiştir[4, 42].



Şekil E.2.2. Zamanla-değişmeyen yükler için kısmi güvenlik katsayıları

E.2.4. Zamanla-değişen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesi

Yapısal yüklerin çoğu zamanla değişir. [hareketli yükler, iklimsel yükler (rüzgâr ve kar) gibi; Q]. Bu bakımdan yapısal güvenilirliğin belirlenmesinde, anılan yüklere ilişkin ekstrem değerlere (en büyük ve en küçük değerler) önem verilmelidir. Yapısal güvenilirlik, zamanla-değişen yükün tasarımda kabul edilen zaman dilimi içerisinde oluşan maksimum değeri gözönüne alınarak belirlenmelidir [4, 42].

Varolan uluslararası istatistiksel veriler temel alınarak, zamanla-değişen yüklere ilişkin ekstrem değer dağılımları için TİP I asimptotik dağılım model kabul edilebilir. Böylece 2. düzey ve 1. düzey tasarım değerleri belirlenir eşitlenirse ilgi-

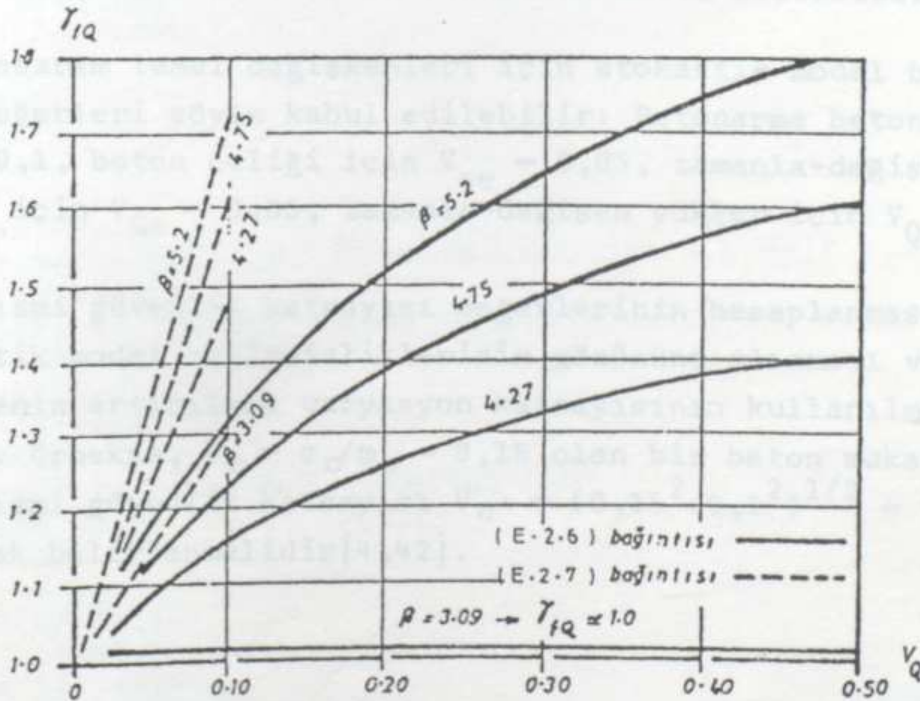
li kısmi güvenlik katsayıları belirlenebilir. $V_Q > 0,1$ için [4, 42];

$$\gamma_{fQ} = \frac{1 - (\sqrt{6}/\pi) V_Q \{0,577 + \ln[-\ln\Phi(0,75\beta)]\}}{1 - (\sqrt{6}/\pi) V_Q \{0,577 + \ln(-\ln 0,99)\}} \quad (E.2.6)$$

$V_Q < 0,1$ için [4,42];

$$\gamma_{fQ} = 1 - (\sqrt{6}/\pi) V_Q \{0,577 + \ln[-\ln\Phi(0,75\beta)]\} \quad (E.2.7)$$

Çeşitli güvenilirlilik indeksleri ve varyasyon katsayıları için zamanla-değişen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları E.2.6 ve E.2.7 bağıntılarıyla hesaplanmış ve Şekil E.2.3 deki abakta verilmiştir [4,42].



Şekil E.2.3. Zamanla-değişen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları

E.2.5. Stokastik model belirsizliklerinin değerlendirilmesi

Tasarım temel değişkenlerine ilişkin stokastik model belirsizliklerinin başlıca nedenleri şöyle sıralanabilir: Sağlanabilen istatistiksel verilerin yetersiz oluşu, zamanla ya da mekânla ilgili değişkenliğin ihmal edilmesi, değişkenler arasındaki korelasyonun gözönüne alınmaması.

Stokastik model belirsizlikleri, değişkenlerin varyasyon katsayıları artırılarak hesaba katılabilir. Bu bağlamda, herhangi bir X rasgele değişkeninin temel varyasyon katsayısının, $V_X (= \sigma_X/m_X)$, artırılmış değeri ya da toplam belirsizlik, $V_{X'}$, aşağıdaki bağıntıyla hesaplanabilir[2,3,4,42].

$$V_{X'} = (V_X^2 + V_{Xe}^2)^{1/2} \quad (E.2.8)$$

V_{Xe} , X değişkenine ilişkin stokastik model belirsizliği.

Tasarım temel değişkenleri için stokastik model belirsizliği değerleri şöyle kabul edilebilir: Betonarme betonu için $V_{ce} = 0,1$, beton çeliği için $V_{se} = 0,05$, zamanla-değişmeyen yükler için $V_{Ge} = 0,05$, zamanla-değişen yükler için $V_{Qe} = 0,1[2]$.

Kısmi güvenlik katsayısı değerlerinin hesaplanmasında stokastik model belirsizliklerinin gözönüne alınması ve ilgili değişkenin artırılmış varyasyon katsayısının kullanılması uygundur. Örneğe, $V_c = \sigma_c/m_c = 0,15$ olan bir beton mukavemeti için kısmi güvenlik katsayısı $V_{c'} = (0,15^2 + 0,1^2)^{1/2} = 0,18$ alınarak belirlenmelidir[4,42].

E.3. BİLGİSAYR ÇIKTILARI

E.3.1. ÖRNEK 5.1 İLE İLGİLİ BİLGİSAYAR PROGRAMLARI VE ÇIKTILAR

(A) RASGELE ÖRNEKLEME YÖNTEMİYLE PF NİN TAHMİNİ

BİLGİSAYAR PROGRAMI

```

C *****
C * BU PROGRAM RASGELE ORNEKLEME YONTEMIYLE, *
C * RASGELE SAYILAR URETILEREK, ORNEK 5.1 İLE *
C * İLGİLİ PF=P(Z<0) DEGERINI HESAPLAR *
C *****
DIMENSION IDK(20),OR(20),SS(20),X(20),Z(10),
1 Y(20,10),B(5),DOR(10),XB(20,10),U(20,10)
DOUBLE PRECISION AM,A,BX,XB,U
PRINT *, 'DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME '
PRINT *, 'SAYISI=IS=? ,DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?'
READ *, N,IS,ITS
PP=3.141592654
A=16807.DO
AM=2147483647.DO
IT=0
EB=0.
EBB=0.
IB=0
B(1)=0.
B(2)=0.
PRINT *, 'DAGILIM KODUNU OKU:N.D.=1, LN.D.=2, E.D.=3'
READ *, (IDK(I), I=1,N)
PRINT *, 'PARAMETRELERİ OKU: ORTALAMA, STANDART SAPMA'
DO 10 I=1,N
READ *, OR(I)
READ *, SS(I)
10 CONTINUE
PRINT *, 'BASLANGIC DEGERINI OKU'
READ *, BX
15 IN=0
IF=0
27 DO 45 I=1,N
IF (I.EQ.2) THEN
DO 29 J=1,4
28 XB(I,J)=DMOD((I*BX),AM)
BX=XB(I,J)
UI(I,J)=BX/AM
IF (UI(I,J).EQ.0.DO.OR,UI(I,J).EQ.1.DO) GO TO 28
29 CONTINUE
GO TO 36
END IF
DO 35 J=1,2

```

```

30 XB(I,J)=DMOD((A*BX),AM)
   BX=XB(I,J)
   U(I,J)=BX/AM
   IF(U(I,J).EQ.0.DO.OR.U(I,J).EQ.1.DO) GO TO 30
35 CONTINUE
36 IF(IDK(1).EQ.1.OR.IDK(1).EQ.2)GO TO 40
   Y(I,1)=OR(I)-DLOG(DLOG(1./U(I,1)))/SS(I)
   Y(I,2)=UR(I)-DLOG(DLOG(1./U(I,2)))/SS(I)
   GO TO 45
40 IF(I.EQ.2) THEN
   OOR(1)=OR(2)+.8*(SS(2)/SS(1))*(Y(1,1)-OR(1))
   OOR(2)=OR(2)+.8*(SS(2)/SS(1))*(Y(1,2)-OR(1))
   SSS=SS(2)*.6
   Y(I,1)=OOR(1)+SSS*DSQRT(-2.*DLOG(U(I,1)))*
1 DCOS(2.*PP*U(I,2))
   Y(I,2)=OOR(2)+SSS*DSQRT(-2.*DLOG(U(I,3)))*
1 DSIN(2.*PP*U(I,4))
   GO TO 45
   END IF
   Y(I,1)=OR(I)+SS(I)*DSQRT(-2.*DLOG(U(I,1)))*
1 DCOS(2.*PP*U(I,2))
   Y(I,2)=OR(I)+SS(I)*DSQRT(-2.*DLOG(U(I,1)))*
1 DSIN(2.*PP*U(I,2))
   IF(IDK(1).EQ.1)GO TO 45
   Y(I,1)=EXP(Y(I,1))
   Y(I,2)=EXP(Y(I,2))
45 CONTINUE
   DO 60 I=1,2
   IN=IN+1
   DO 50 K=1,N
50 X(K)=Y(K,1)
   Z1=4.*X(1)-2043.*X(3)
   Z2=4.*X(1)+2.*X(2)-2043.*X(3)-1362.
   Z3=2.*X(1)+2.*X(2)-1362.
55 Z4=2.*X(1)+4.*X(2)-2043.*X(3)-1362.
   IF(Z1.LE.0..OR.Z2.LE.0..OR.Z3.LE.0.
1 .OR.Z4.LE.0.) IF=IF+1
60 CONTINUE
   IF(IN.LE.IS)GO TO 27
   IT=IT+1
   PF=FLOAT(IF)/FLOAT(IN)
   IB=IB+1
   EB=EB+(PF-EB)/DFLOAT(IB)
   EBB=EBB+(PF*PF-EBB)/DFLOAT(IB)
   WRITE(*,1)PF
   IF(IT.LT.ITS)GO TO 15
   VB=EBB-EB*EB
   SB=SQRT(VB)
   WRITE(*,*) ' '
   WRITE(*,2)EB
   WRITE(*,3)SB
1 FORMAT(4X,E15.5)
2 FORMAT(4X,'E(PF)=' ,E15.5)
3 FORMAT(4X,'SIKMA(PF)=' ,E15.5)
   END

```

ÇIKTILAR

DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?
3 10000 100
DAGILIM KODUND OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3
1 1 1
PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA ,STANDART SAPMA
415.
62.5
622
62.2
.3
.1
BASLANGIC DEGERINI OKU
3.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=N

N=10000

PF

0.11998E-01
0.12697E-01
0.11798E-01
0.11598E-01
0.14397E-01
0.11298E-01
0.12897E-01
0.11898E-01
0.13997E-01
0.14997E-01
0.12098E-01
0.12997E-01
0.12098E-01
0.13097E-01
0.11798E-01
0.11398E-01
0.14397E-01
0.12198E-01
0.11298E-01
0.11998E-01
0.12398E-01
0.14197E-01
0.11298E-01
0.13297E-01
0.12597E-01
0.11098E-01
0.11098E-01
0.11298E-01
0.12497E-01
0.12697E-01

N=5000

PF

0.15394E-01
0.11395E-01
0.14594E-01
0.11395E-01
0.12995E-01
0.13395E-01
0.13195E-01
0.14394E-01
0.13195E-01
0.13195E-01
0.12795E-01
0.13195E-01
0.12395E-01
0.95962E-02
0.12995E-01
0.11595E-01
0.13395E-01
0.10996E-01
0.11995E-01
0.10596E-01
0.13195E-01
0.99960E-02
0.11196E-01
0.12795E-01
0.11395E-01
0.13395E-01
0.13395E-01
0.13994E-01
0.11995E-01
0.14394E-01

N=2000

PF

0.11988E-01
0.17483E-01
0.13986E-01
0.13986E-01
0.14985E-01
0.12987E-01
0.10989E-01
0.14486E-01
0.84915E-02
0.10989E-01
0.14486E-01
0.12987E-01
0.12488E-01
0.16484E-01
0.11489E-01
0.13487E-01
0.10989E-01
0.15984E-01
0.79920E-02
0.89910E-02
0.11489E-01
0.94905E-02
0.15485E-01
0.18482E-01
0.13986E-01
0.10989E-01
0.99900E-02
0.89910E-02
0.11988E-01
0.10989E-01

0.12797E-01	0.13595E-01	0.11988E-01
0.13197E-01	0.14394E-01	0.11988E-01
0.10198E-01	0.12595E-01	0.11489E-01
0.12597E-01	0.13994E-01	0.79920E-02
0.12098E-01	0.11595E-01	0.11988E-01
0.12198E-01	0.14394E-01	0.12987E-01
0.12597E-01	0.11995E-01	0.12488E-01
0.12198E-01	0.12995E-01	0.99900E-02
0.11798E-01	0.11196E-01	0.14486E-01
0.93981E-02	0.11995E-01	0.15485E-01
0.92981E-02	0.10196E-01	0.54945E-02
0.10998E-01	0.99960E-02	0.99900E-02
0.10898E-01	0.11595E-01	0.11489E-01
0.12198E-01	0.10796E-01	0.14486E-01
0.13197E-01	0.11795E-01	0.94905E-02
0.11098E-01	0.12595E-01	0.10490E-01
0.11898E-01	0.10596E-01	0.59940E-02
0.13297E-01	0.12395E-01	0.14486E-01
0.12497E-01	0.12795E-01	0.12987E-01
0.11698E-01	0.81967E-02	0.16484E-01
0.13997E-01	0.12395E-01	0.74925E-02
0.10898E-01	0.13994E-01	0.10490E-01
0.11498E-01	0.10996E-01	0.14486E-01
0.12497E-01	0.10796E-01	0.12488E-01
0.11898E-01	0.14194E-01	0.14486E-01
0.11798E-01	0.87965E-02	0.11489E-01
0.11498E-01	0.15394E-01	0.14486E-01
0.13597E-01	0.11795E-01	0.13487E-01
0.14497E-01	0.99960E-02	0.11489E-01
0.10998E-01	0.12595E-01	0.13487E-01
0.12697E-01	0.99960E-02	0.10989E-01
0.11998E-01	0.11395E-01	0.14985E-01
0.13497E-01	0.15394E-01	0.15984E-01
0.12398E-01	0.11795E-01	0.12488E-01
0.12497E-01	0.10796E-01	0.13986E-01
0.13997E-01	0.16393E-01	0.10989E-01
0.13297E-01	0.13595E-01	0.13487E-01
0.11998E-01	0.13395E-01	0.12488E-01
0.10498E-01	0.12595E-01	0.10989E-01
0.12597E-01	0.89964E-02	0.99900E-02
0.11196E-01	0.10596E-01	0.11988E-01
0.12198E-01	0.12995E-01	0.13487E-01
0.12797E-01	0.12595E-01	0.84915E-02
0.14497E-01	0.10796E-01	0.69930E-02
0.10998E-01	0.11995E-01	0.11489E-01
0.14197E-01	0.12595E-01	0.10490E-01
0.10798E-01	0.12195E-01	0.14486E-01
0.11598E-01	0.14194E-01	0.12987E-01
0.12298E-01	0.15194E-01	0.10490E-01
0.14097E-01	0.12195E-01	0.94905E-02
0.13397E-01	0.12195E-01	0.12488E-01
0.11298E-01	0.14194E-01	0.10490E-01
0.12098E-01	0.87965E-02	0.10989E-01
0.12098E-01	0.13794E-01	0.14486E-01
0.11998E-01	0.14594E-01	0.12987E-01

0.11498E-01
0.12298E-01
0.12098E-01
0.12897E-01
0.12697E-01
0.10898E-01
0.11698E-01
0.12497E-01
0.10398E-01
0.12298E-01
0.11998E-01
0.11598E-01
0.10698E-01
0.12398E-01
0.11498E-01

0.14194E-01
0.12395E-01
0.10396E-01
0.11595E-01
0.13994E-01
0.12195E-01
0.99960E-02
0.12395E-01
0.13994E-01
0.11595E-01
0.13395E-01
0.13794E-01
0.10996E-01
0.13994E-01
0.10196E-01

0.11489E-01
0.13487E-01
0.15485E-01
0.11988E-01
0.16983E-01
0.14486E-01
0.11489E-01
0.11988E-01
0.89910E-02
0.12488E-01
0.10989E-01
0.13487E-01
0.10989E-01
0.10989E-01
0.10490E-01

E(PF)=0.12213E-01
SIKMA(PF)=0.10933E-02

E(PF)=0.12375E-01
SIKMA(PF)=0.16314E-02

E(PF)=0.12178E-01
SIKMA(PF)=0.24448E-02

N=1000

N=500

N=200

PF

PF

PF

0.89820E-02
0.10978E-01
0.10978E-01
0.59880E-02
0.89820E-02
0.16968E-01
0.15968E-01
0.12974E-01
0.12974E-01
0.99800E-02
0.89820E-02
0.10978E-01
0.13972E-01
0.10978E-01
0.99800E-02
0.15968E-01
0.99800E-02
0.89820E-02
0.13972E-01
0.13972E-01
0.11976E-01
0.13972E-01
0.14970E-01
0.99800E-02
0.79840E-02
0.18962E-01
0.10978E-01
0.12974E-01
0.21956E-01

0.15936E-01
0.99602E-02
0.11952E-01
0.59761E-02
0.59761E-02
0.15936E-01
0.79681E-02
0.79681E-02
0.13944E-01
0.17928E-01
0.13944E-01
0.11952E-01
0.99602E-02
0.79681E-02
0.79681E-02
0.15936E-01
0.11952E-01
0.13944E-01
0.13944E-01
0.17928E-01
0.99602E-02
0.15936E-01
0.21912E-01
0.11952E-01
0.13944E-01
0.13944E-01
0.13944E-01
0.11952E-01
0.13944E-01

0.99010E-02
0.99010E-02
0.99010E-02
0.14351E-01
0.19802E-01
0.00000E+00
0.14851E-01
0.49505E-02
0.99010E-02
0.14851E-01
0.49505E-02
0.49505E-02
0.49505E-02
0.24752E-01
0.14851E-01
0.49505E-02
0.24752E-01
0.14851E-01
0.99010E-02
0.99010E-02
0.14851E-01
0.14851E-01
0.19802E-01
0.19802E-01
0.99010E-02
0.24752E-01
0.49505E-02
0.24752E-01
0.99010E-02

0.89820E-02	0.99602E-02	0.49505E-02
0.13972E-01	0.21912E-01	0.99010E-02
0.49900E-02	0.99602E-02	0.24752E-01
0.14970E-01	0.13944E-01	0.29703E-01
0.14970E-01	0.79681E-02	0.14851E-01
0.10978E-01	0.15936E-01	0.14851E-01
0.12974E-01	0.19920E-01	0.49505E-02
0.11976E-01	0.79681E-02	0.99010E-02
0.10978E-01	0.19920E-02	0.49505E-02
0.11976E-01	0.15936E-01	0.99010E-02
0.89820E-02	0.99602E-02	0.29703E-01
0.15968E-01	0.59761E-02	0.99010E-02
0.49900E-02	0.79681E-02	0.19802E-01
0.17964E-01	0.13944E-01	0.99010E-02
0.79840E-02	0.19920E-02	0.99010E-02
0.17964E-01	0.19920E-01	0.00000E+00
0.14970E-01	0.19920E-01	0.29703E-01
0.79840E-02	0.39841E-02	0.99010E-02
0.12974E-01	0.21912E-01	0.00000E+00
0.19960E-01	0.99602E-02	0.14851E-01
0.16966E-01	0.11952E-01	0.19802E-01
0.13972E-01	0.79681E-02	0.14851E-01
0.12974E-01	0.13944E-01	0.19802E-01
0.16966E-01	0.13944E-01	0.49505E-02
0.13972E-01	0.17928E-01	0.49505E-02
0.12974E-01	0.17928E-01	0.14851E-01
0.89820E-02	0.11952E-01	0.49505E-02
0.13972E-01	0.13944E-01	0.49505E-02
0.17964E-01	0.59761E-02	0.14851E-01
0.13972E-01	0.15936E-01	0.00000E+00
0.89820E-02	0.11952E-01	0.19802E-01
0.13972E-01	0.13944E-01	0.14851E-01
0.10978E-01	0.17928E-01	0.00000E+00
0.99800E-02	0.17928E-01	0.99010E-02
0.89820E-02	0.17928E-01	0.49505E-02
0.15968E-01	0.99602E-02	0.49505E-02
0.89820E-02	0.99602E-02	0.00000E+00
0.79840E-02	0.59761E-02	0.19802E-01
0.18962E-01	0.11952E-01	0.00000E+00
0.59880E-02	0.79681E-02	0.19802E-01
0.13972E-01	0.99602E-02	0.24752E-01
0.14970E-01	0.99602E-02	0.29703E-01
0.14970E-01	0.15936E-01	0.24752E-01
0.10978E-01	0.11952E-01	0.99010E-02
0.11976E-01	0.59761E-02	0.00000E+00
0.12974E-01	0.79681E-02	0.99010E-02
0.10978E-01	0.99602E-02	0.19802E-01
0.79840E-02	0.15936E-01	0.14851E-01
0.12974E-01	0.59761E-02	0.99010E-02
0.19960E-01	0.17928E-01	0.99010E-02
0.11976E-01	0.19920E-01	0.49505E-02
0.13972E-01	0.13944E-01	0.99010E-02
0.18962E-01	0.15936E-01	0.29703E-01
0.99800E-02	0.39841E-02	0.14851E-01
0.14970E-01	0.39841E-02	0.29703E-01

01	0.19920E-01	0.99010E-02
01	0.19920E-01	0.24752E-01
01	0.99602E-02	0.49505E-02
02	0.17920E-01	0.49505E-02
01	0.11952E-01	0.99010E-02
01	0.19920E-02	0.49505E-02
01	0.15936E-01	0.14851E-01
01	0.99602E-02	0.14851E-01
01	0.99602E-02	0.99010E-02
01	0.11952E-01	0.00000E+00
02	0.21912E-01	0.19802E-01
01	0.15936E-01	0.00000E+00
02	0.59761E-02	0.14851E-01
02	0.59761E-02	0.19802E-01
02	0.31873E-01	0.49505E-02
01	0.39841E-02	0.99010E-02

2465E-01 E(PF)=0.12490E-01 E(PF)= 0.12426E-01
=0.36465E-02 SIKMA(PF)=0.52994E-02 SIKMA(PF)=0.81193E-02

ANTİTETİK DEĞİŞKENLER YÖNTEMİYLE PF NİN TAHMİNİ

İLGİSAYAR PROGRAMI

```
*****
  BU PROGRAM ANTİTETİK DEĞİŞKENLER YÖNTEMİYLE, *
  RASGELE SAYILAR ÜRETİLEREK , ÖRNEK 5.1 İLE *
  İLGİLİ PF=P(Z<0) DEĞERİNİ HESAPLAR *
*****
  MENSION İDK(20),OR(20),SS(20),X(20),Z(10),
  (20,10),B(5),Z1(10),Z2(10),Z3(10),Z4(10),
  B(20,10),J(20,10),DOOR(10)
  DOUBLE PRECISION AM,A,BX,XB,U
  INT *,*DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME *
  INT*,*SAYISI=İS=? ,DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=İTS=?*
  AD *, N,İS,İTS
  =3.141592654
  =2147483647.DO
  =0
  =0.
  B=0.
  =0
  INT *,*PARAMETRELERİ OKU: ORTALAMA ,STANDART SAPMA*
  10 İ=1,N
  K(İ)=1
  AD *,OR(İ)
  AD *,SS(İ)
  CONTINUE
  INT *,*BASLANGIÇ DEĞERİNİ OKU*
```

```

READ *, BX
15 IN=0
   IF1=0
   IF2=0
27 DO 45 I=1,N
   IF (I.EQ.2) THEN
     DO 29 J=1,4
28   XB(I,J)=DMOD((16807.DO*BX),AM)
     BX=XB(I,J)
     U(I,J)=BX/AM
     IF (U(I,J).EQ.0.DO.OR.U(I,J).EQ.1.DO) GO TO 28
29   CONTINUE
     GO TO 40
   END IF
   DO 35 J=1,2
30   XB(I,J)=DMOD((16807.DO*BX),AM)
     BX=XB(I,J)
     U(I,J)=BX/AM
     IF (U(I,J).EQ.0.DO.OR.U(I,J).EQ.1.DO) GO TO 30
35   CONTINUE
40   IF (I.EQ.2) THEN
     OOR(1)=OR(2)+.8*(SS(2)/SS(1))*(Y(1,1)-OR(1))
     OOR(2)=OR(2)+.8*(SS(2)/SS(1))*(Y(1,2)-OR(1))
     OOR(3)=OR(2)+.8*(SS(2)/SS(1))*(Y(1,3)-OR(1))
     OOR(4)=OR(2)+.8*(SS(2)/SS(1))*(Y(1,4)-OR(1))
     SSS=SS(2)*.6
     Y(I,1)=OOR(1)+SSS*DSQRT(-2.DO*DLOG(U(I,1)))
1   DCOS(2.DO*PP*U(I,2))
     Y(I,2)=OOR(2)+SSS*DSQRT(-2.DO*DLOG(U(I,3)))
1   DSIN(2.DO*PP*U(I,4))
     Y(I,3)=OOR(3)+SSS*DSQRT(-2.DO*DLOG(1.DO-U(I,1)))
1   DCOS(2.DO*PP*(1.DO-U(I,2)))
     Y(I,4)=OOR(4)+SSS*DSQRT(-2.DO*DLOG(1.DO-U(I,3)))
1   DSIN(2.DO*PP*(1.DO-U(I,4)))
     GO TO 45
   END IF
     Y(I,1)=OR(1)+SS(1)*DSQRT(-2.DO*DLOG(U(I,1)))
1   DCOS(2.DO*PP*U(I,2))
     Y(I,2)=OR(1)+SS(1)*DSQRT(-2.DO*DLOG(U(I,1)))
1   DSIN(2.DO*PP*U(I,2))
     Y(I,3)=OR(1)+SS(1)*DSQRT(-2.DO*DLOG(1.DO-U(I,1)))
1   DCOS(2.DO*PP*(1.DO-U(I,2)))
     Y(I,4)=OR(1)+SS(1)*DSQRT(-2.DO*DLOG(1.DO-U(I,1)))
1   DSIN(2.DO*PP*(1.DO-U(I,2)))
45   CONTINUE
     DO 60 I=1,2
     IN=IN+1
     DO 55 J=1,3,2
     DO 50 K=1,N
50   X(K)=Y(K,1+J-1)
     FX1=4.*X(1)-2043.*X(3)
     FX2=4.*X(1)+2.*X(2)-2043.*X(3)-1362.
     FX3=2.*X(1)+2.*X(2)-1362.
     FX4=2.*X(1)+4.*X(2)-2043.*X(3)-1362.
     Z1((J+1)/2)=FX1

```

```

Z2((J+1)/2)=FX2
Z3((J+1)/2)=FX3
55 Z4((J+1)/2)=FX4
   IF(Z1(1).LE.0..OR.Z2(1).LE.0..OR.Z3(1).LE.
1  0..OR.Z4(1).LE.0.)IF1=IF1+1
   IF(Z1(2).LE.0..OR.Z2(2).LE.0..OR.Z3(2).LE.
1  0..OR.Z4(2).LE.0.)IF2=IF2+1
60 CONTINUE
   IF(IN.LE.IS)GO TO 27
   IT=IT+1
   PF1=FLOAT(IF1)/FLOAT(IN)
   PF2=FLOAT(IF2)/FLOAT(IN)
   PF=(PF1+PF2)/2.
   IB=IB+1
   EB=EB+(PF-EB)/FLOAT(IB)
   EBB=EBB+(PF*PF-EBB)/FLOAT(IB)
   PFF=(PF1+PF2)/2
   WRITE(*,1)PF1,PF2,PF
   IF(IT.LT.ITS)GO TO 15
   VB=EBB-EB*EB
   SB=SQRT(VB)
   WRITE(*,2)EB
   WRITE(*,3)SB
1  FORMAT(4X,3E15.5)
2  FORMAT(4X,'E(PF)=' ,E15.5)
3  FORMAT(4X,'SIKMA(PF)=' ,E15.5)
END

```

ÇIKTILAR

```

DEĞ. SAYISI=N? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?
3 10000 50
DAGILIM KODUNU OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3
1 1 1
PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA ,STANDART SAPMA
415.
62.5
622.
62.2
.3
.1
BASLANGIC DEGERİNİ OKU
2.

```

N=10000

PF1	PF2	PF
0.12997E-01	0.10598E-01	0.11798E-01
0.14197E-01	0.10798E-01	0.12497E-01

0.11898E-01	0.13597E-01	0.12747E-01
0.12098E-01	0.12697E-01	0.12398E-01
0.12298E-01	0.10398E-01	0.11348E-01
0.13297E-01	0.11198E-01	0.12248E-01
0.13697E-01	0.10498E-01	0.12098E-01
0.10998E-01	0.10598E-01	0.10798E-01
0.14197E-01	0.12298E-01	0.13247E-01
0.11698E-01	0.12098E-01	0.11898E-01
0.11198E-01	0.10198E-01	0.10698E-01
0.14097E-01	0.12597E-01	0.13347E-01
0.13997E-01	0.11698E-01	0.12847E-01
0.11598E-01	0.11998E-01	0.11798E-01
0.10298E-01	0.11898E-01	0.11098E-01
0.11398E-01	0.10198E-01	0.10798E-01
0.12198E-01	0.13597E-01	0.12897E-01
0.12797E-01	0.12997E-01	0.12897E-01
0.12198E-01	0.11998E-01	0.12098E-01
0.14397E-01	0.13797E-01	0.14097E-01
0.11498E-01	0.12398E-01	0.11948E-01
0.98980E-02	0.12198E-01	0.11048E-01
0.12298E-01	0.12497E-01	0.12398E-01
0.11698E-01	0.11298E-01	0.11498E-01
0.12597E-01	0.11598E-01	0.12098E-01
0.13297E-01	0.11598E-01	0.12448E-01
0.11098E-01	0.10098E-01	0.10598E-01
0.11298E-01	0.11098E-01	0.11198E-01
0.11198E-01	0.14297E-01	0.12747E-01
0.11198E-01	0.10898E-01	0.11048E-01
0.11198E-01	0.11698E-01	0.11448E-01
0.12298E-01	0.11198E-01	0.11748E-01
0.10998E-01	0.12597E-01	0.11798E-01
0.13297E-01	0.12298E-01	0.12797E-01
0.12298E-01	0.12597E-01	0.12448E-01
0.91982E-02	0.10998E-01	0.10098E-01
0.12797E-01	0.12398E-01	0.12597E-01
0.12697E-01	0.11898E-01	0.12298E-01
0.11598E-01	0.10898E-01	0.11248E-01
0.12497E-01	0.13597E-01	0.13047E-01
0.13097E-01	0.12497E-01	0.12797E-01
0.11098E-01	0.11698E-01	0.11398E-01
0.11998E-01	0.13697E-01	0.12847E-01
0.13097E-01	0.11898E-01	0.12497E-01
0.12398E-01	0.13297E-01	0.12847E-01
0.13497E-01	0.11598E-01	0.12547E-01
0.12597E-01	0.12897E-01	0.12747E-01
0.11398E-01	0.11698E-01	0.11548E-01
0.11898E-01	0.10198E-01	0.11048E-01
0.12497E-01	0.11798E-01	0.12148E-01

E(PF)=0.12053E-01
 SIKMA(PF)=0.82671E-03

N=5000 12243E-01

SIXHATYFI 0.90483E-03

PF1	PF2	PF
0.11795E-01	0.11595E-01	0.11695E-01
0.10996E-01	0.13395E-01	0.12195E-01
0.12595E-01	0.13195E-01	0.12895E-01
0.11995E-01	0.13994E-01	0.12995E-01
0.11995E-01	0.12395E-01	0.12195E-01
0.12795E-01	0.11595E-01	0.12195E-01
0.13395E-01	0.12595E-01	0.12995E-01
0.14394E-01	0.99960E-02	0.12195E-01
0.13395E-01	0.12195E-01	0.12795E-01
0.10996E-01	0.11595E-01	0.11295E-01
0.12395E-01	0.16993E-01	0.14694E-01
0.11595E-01	0.10396E-01	0.10996E-01
0.15794E-01	0.91963E-02	0.12495E-01
0.14594E-01	0.12795E-01	0.13695E-01
0.12595E-01	0.13794E-01	0.13195E-01
0.95962E-02	0.11995E-01	0.10796E-01
0.11196E-01	0.12395E-01	0.11795E-01
0.11795E-01	0.13794E-01	0.12795E-01
0.11995E-01	0.12795E-01	0.12395E-01
0.12195E-01	0.93962E-02	0.10796E-01
0.10396E-01	0.11995E-01	0.11196E-01
0.13794E-01	0.13595E-01	0.13695E-01
0.14194E-01	0.11995E-01	0.13095E-01
0.12595E-01	0.12795E-01	0.12695E-01
0.14794E-01	0.11795E-01	0.13295E-01
0.11795E-01	0.11595E-01	0.11695E-01
0.15394E-01	0.10596E-01	0.12995E-01
0.93962E-02	0.14194E-01	0.11795E-01
0.13595E-01	0.10796E-01	0.12195E-01
0.10196E-01	0.12195E-01	0.11196E-01
0.12795E-01	0.10196E-01	0.11495E-01
0.14594E-01	0.99960E-02	0.12295E-01
0.11196E-01	0.12195E-01	0.11695E-01
0.10396E-01	0.12795E-01	0.11595E-01
0.12195E-01	0.15594E-01	0.13894E-01
0.10196E-01	0.13595E-01	0.11895E-01
0.11395E-01	0.10196E-01	0.10796E-01
0.12795E-01	0.97961E-02	0.11295E-01
0.13794E-01	0.11995E-01	0.12895E-01
0.10396E-01	0.12195E-01	0.11295E-01
0.13395E-01	0.10596E-01	0.11995E-01
0.11196E-01	0.12195E-01	0.11695E-01
0.12995E-01	0.10396E-01	0.11695E-01
0.14794E-01	0.11595E-01	0.13195E-01
0.11595E-01	0.11395E-01	0.11495E-01
0.11995E-01	0.12595E-01	0.12295E-01
0.13195E-01	0.13595E-01	0.13395E-01
0.12995E-01	0.14394E-01	0.13695E-01
0.11595E-01	0.13195E-01	0.12395E-01
0.11995E-01	0.10396E-01	0.11196E-01

E(PF)=0.12263E-01
SIKMA(PF)=0.90483E-03

N=2000

PF1	PF2	PF
0.89910E-02	0.12987E-01	0.10989E-01
0.11988E-01	0.94905E-02	0.10739E-01
0.94905E-02	0.14486E-01	0.11988E-01
0.11489E-01	0.14486E-01	0.12987E-01
0.10989E-01	0.12488E-01	0.11738E-01
0.11988E-01	0.13986E-01	0.12987E-01
0.16983E-01	0.13487E-01	0.15235E-01
0.69930E-02	0.14985E-01	0.10989E-01
0.10490E-01	0.94905E-02	0.99900E-02
0.11489E-01	0.13487E-01	0.12488E-01
0.99900E-02	0.11988E-01	0.10989E-01
0.74925E-02	0.11489E-01	0.94905E-02
0.13487E-01	0.14985E-01	0.14236E-01
0.14985E-01	0.11489E-01	0.13237E-01
0.99900E-02	0.12488E-01	0.11239E-01
0.13986E-01	0.11489E-01	0.12737E-01
0.15984E-01	0.11988E-01	0.13986E-01
0.10989E-01	0.12987E-01	0.11988E-01
0.15485E-01	0.13986E-01	0.14735E-01
0.12488E-01	0.12987E-01	0.12737E-01
0.13487E-01	0.13487E-01	0.13487E-01
0.11489E-01	0.15485E-01	0.13487E-01
0.10490E-01	0.11988E-01	0.11239E-01
0.10490E-01	0.99900E-02	0.10240E-01
0.99900E-02	0.13487E-01	0.11738E-01
0.11988E-01	0.11489E-01	0.11738E-01
0.13986E-01	0.74925E-02	0.10739E-01
0.15485E-01	0.14486E-01	0.14985E-01
0.12987E-01	0.12488E-01	0.12737E-01
0.13986E-01	0.11489E-01	0.12737E-01
0.16484E-01	0.14985E-01	0.15734E-01
0.14486E-01	0.12488E-01	0.13487E-01
0.15485E-01	0.10989E-01	0.13237E-01
0.12987E-01	0.16484E-01	0.14735E-01
0.12987E-01	0.11988E-01	0.12488E-01
0.14985E-01	0.99900E-02	0.12488E-01
0.11988E-01	0.13986E-01	0.12987E-01
0.94905E-02	0.18482E-01	0.13986E-01
0.10989E-01	0.12488E-01	0.11738E-01
0.11489E-01	0.13986E-01	0.12737E-01
0.11988E-01	0.12488E-01	0.12238E-01
0.11489E-01	0.89910E-02	0.10240E-01
0.94905E-02	0.79920E-02	0.87413E-02
0.11988E-01	0.84915E-02	0.10240E-01
0.11489E-01	0.11489E-01	0.11489E-01
0.12987E-01	0.79920E-02	0.10490E-01

0.74925E-02	0.14486E-01	0.10989E-01
0.10989E-01	0.13487E-01	0.12238E-01
0.12486E-01	0.13986E-01	0.13237E-01
0.15485E-01	0.17982E-01	0.16733E-01

E(PF)=0.12378E-01
 SIKMA(PF)=0.16470E-02

N=1000

PF1	PF2	PF
0.14970E-01	0.11976E-01	0.13473E-01
0.11976E-01	0.11976E-01	0.11976E-01
0.10978E-01	0.11976E-01	0.11477E-01
0.16966E-01	0.12974E-01	0.14970E-01
0.11976E-01	0.99800E-02	0.10978E-01
0.12974E-01	0.79840E-02	0.10479E-01
0.99800E-02	0.89820E-02	0.94810E-02
0.69860E-02	0.14970E-01	0.10978E-01
0.13972E-01	0.10978E-01	0.12475E-01
0.12974E-01	0.11976E-01	0.12475E-01
0.89820E-02	0.99800E-02	0.94810E-02
0.13972E-01	0.12974E-01	0.13473E-01
0.14970E-01	0.12974E-01	0.13972E-01
0.99800E-02	0.11976E-01	0.10978E-01
0.16966E-01	0.79840E-02	0.12475E-01
0.11976E-01	0.12974E-01	0.12475E-01
0.69860E-02	0.13972E-01	0.10479E-01
0.89820E-02	0.69860E-02	0.79840E-02
0.11976E-01	0.59880E-02	0.89820E-02
0.12974E-01	0.10978E-01	0.11976E-01
0.15968E-01	0.14970E-01	0.15469E-01
0.89820E-02	0.14970E-01	0.11976E-01
0.10978E-01	0.99800E-02	0.10479E-01
0.79840E-02	0.12974E-01	0.10479E-01
0.89820E-02	0.13972E-01	0.11477E-01
0.69860E-02	0.79840E-02	0.74850E-02
0.15968E-01	0.12974E-01	0.14471E-01
0.12974E-01	0.13972E-01	0.13473E-01
0.19960E-01	0.12974E-01	0.16467E-01
0.13972E-01	0.13972E-01	0.13972E-01
0.59880E-02	0.14970E-01	0.10479E-01
0.79840E-02	0.10978E-01	0.94810E-02
0.11976E-01	0.11976E-01	0.11976E-01
0.16966E-01	0.10978E-01	0.13972E-01
0.17964E-01	0.17964E-01	0.17964E-01
0.79840E-02	0.89820E-02	0.84830E-02
0.12974E-01	0.15968E-01	0.14471E-01
0.11976E-01	0.11976E-01	0.11976E-01
0.59880E-02	0.69860E-02	0.64870E-02
0.79840E-02	0.11976E-01	0.99800E-02
0.69860E-02	0.13972E-01	0.10479E-01
0.11976E-01	0.14970E-01	0.13473E-01

0.99800E-02	0.12974E-01	0.11477E-01
0.15968E-01	0.99800E-02	0.12974E-01
0.15968E-01	0.79840E-02	0.11976E-01
0.89820E-02	0.89820E-02	0.89820E-02
0.11976E-01	0.69860E-02	0.94810E-02
0.13972E-01	0.69860E-02	0.10479E-01
0.11976E-01	0.10978E-01	0.11477E-01
0.11976E-01	0.12974E-01	0.12475E-01

E(PF)=0.11707E-01

SIKMA(PF)=0.22543E-02

N=500

PF1	PF2	PF
0.79681E-02	0.99602E-02	0.89641E-02
0.79681E-02	0.99602E-02	0.89641E-02
0.19920E-01	0.13944E-01	0.16932E-01
0.11952E-01	0.79681E-02	0.99602E-02
0.99602E-02	0.79681E-02	0.89641E-02
0.15936E-01	0.17928E-01	0.16932E-01
0.13944E-01	0.99602E-02	0.11952E-01
0.13944E-01	0.11952E-01	0.12948E-01
0.11952E-01	0.79681E-02	0.99602E-02
0.21912E-01	0.99602E-02	0.15936E-01
0.79681E-02	0.19920E-02	0.49801E-02
0.15936E-01	0.13944E-01	0.14940E-01
0.59761E-02	0.13944E-01	0.99602E-02
0.19920E-01	0.13944E-01	0.16932E-01
0.79681E-02	0.11952E-01	0.99602E-02
0.99602E-02	0.99602E-02	0.99602E-02
0.99602E-02	0.13944E-01	0.11952E-01
0.79681E-02	0.13944E-01	0.10956E-01
0.13944E-01	0.99602E-02	0.11952E-01
0.59761E-02	0.99602E-02	0.79681E-02
0.79681E-02	0.17928E-01	0.12948E-01
0.13944E-01	0.79681E-02	0.10956E-01
0.11952E-01	0.11952E-01	0.11952E-01
0.79681E-02	0.99602E-02	0.89641E-02
0.19920E-01	0.19920E-01	0.19920E-01
0.13944E-01	0.17928E-01	0.15936E-01
0.15936E-01	0.79681E-02	0.11952E-01
0.59761E-02	0.17928E-01	0.11952E-01
0.79681E-02	0.13944E-01	0.10956E-01
0.39841E-02	0.11952E-01	0.79681E-02
0.13944E-01	0.15936E-01	0.14940E-01
0.11952E-01	0.13944E-01	0.12948E-01
0.39841E-02	0.79681E-02	0.59761E-02
0.19920E-01	0.15936E-01	0.17928E-01
0.99602E-02	0.79681E-02	0.89641E-02
0.15936E-01	0.99602E-02	0.12948E-01
0.13944E-01	0.79681E-02	0.10956E-01
0.59761E-02	0.25896E-01	0.15936E-01

0.13944E-01	0.13944E-01	0.13944E-01
0.21912E-01	0.13944E-01	0.17928E-01
0.79081E-02	0.59761E-02	0.69721E-02
0.59761E-02	0.99602E-02	0.79681E-02
0.79681E-02	0.99602E-02	0.89641E-02
0.59761E-02	0.13944E-01	0.99602E-02
0.15936E-01	0.79681E-02	0.11952E-01
0.19920E-01	0.79681E-02	0.13944E-01
0.13944E-01	0.99602E-02	0.11952E-01
0.23904E-01	0.13944E-01	0.18924E-01
0.15936E-01	0.99602E-02	0.12948E-01
0.11952E-01	0.11952E-01	0.11952E-01

E(PF)=0.12052E-01

SIKMA(PF)=0.33879E-02

N=200

	PF1	PF2	PF
0.00000E+00	0.24752E-01	0.12376E-01	
0.19802E-01	0.14851E-01	0.17327E-01	
0.49505E-02	0.49505E-02	0.49505E-02	
0.19802E-01	0.49505E-02	0.12376E-01	
0.24752E-01	0.19802E-01	0.22277E-01	
0.24752E-01	0.34653E-01	0.29703E-01	
0.99010E-02	0.99010E-02	0.99010E-02	
0.99010E-02	0.14851E-01	0.12376E-01	
0.14851E-01	0.49505E-02	0.99010E-02	
0.99010E-02	0.24752E-01	0.17327E-01	
0.00000E+00	0.49505E-02	0.24752E-02	
0.14851E-01	0.14851E-01	0.14851E-01	
0.29703E-01	0.49505E-02	0.17327E-01	
0.99010E-02	0.19802E-01	0.14851E-01	
0.29703E-01	0.49505E-02	0.17327E-01	
0.99010E-02	0.14851E-01	0.12376E-01	
0.99010E-02	0.19802E-01	0.14851E-01	
0.19802E-01	0.24752E-01	0.22277E-01	
0.49505E-02	0.99010E-02	0.74257E-02	
0.99010E-02	0.19802E-01	0.14851E-01	
0.14851E-01	0.19802E-01	0.17327E-01	
0.49505E-02	0.14851E-01	0.99010E-02	
0.19802E-01	0.49505E-02	0.12376E-01	
0.14851E-01	0.14851E-01	0.14851E-01	
0.00000E+00	0.49505E-02	0.24752E-02	
0.49505E-02	0.14851E-01	0.99010E-02	
0.19802E-01	0.00000E+00	0.99010E-02	
0.19802E-01	0.24752E-01	0.22277E-01	
0.14851E-01	0.49505E-02	0.99010E-02	
0.14851E-01	0.14851E-01	0.14851E-01	
0.14851E-01	0.14851E-01	0.14851E-01	
0.49505E-02	0.14851E-01	0.99010E-02	
0.99010E-02	0.14851E-01	0.12376E-01	

0.19802E-01	0.49505E-02	0.12376E-01
0.49505E-02	0.14851E-01	0.99010E-02
0.14851E-01	0.99010E-02	0.12376E-01
0.14851E-01	0.99010E-02	0.12376E-01
0.29703E-01	0.49505E-02	0.17327E-01
0.19802E-01	0.24752E-01	0.22277E-01
0.49505E-02	0.24752E-01	0.14851E-01
0.49505E-02	0.99010E-02	0.74257E-02
0.49505E-02	0.29703E-01	0.17327E-01
0.99010E-02	0.14851E-01	0.12376E-01
0.49505E-02	0.00000E+00	0.24752E-02
0.19802E-01	0.49505E-02	0.12376E-01
0.49505E-02	0.29703E-01	0.17327E-01
0.00000E+00	0.99010E-02	0.49505E-02
0.14851E-01	0.00000E+00	0.74257E-02
0.99010E-02	0.49505E-02	0.74257E-02
0.49505E-02	0.49505E-02	0.49505E-02

E(PF)=0.12871E-01

SIKMA(PF)=0.55348E-02

E.3.2. ÖRNEK 5.2 İLE İLGİLİ ÇIKTILAR

(A) TÜM DEĞİŞKENLER NORMAL DAĞILIMLI OLDUĞUNA GÖRE

DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

3 30000 50

DAĞILIM KODUNU OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3

1 1 1

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER ,STANDART SAPMA

280.

35.

820.

41.

120.

24.

BASLANGIC DEĞERİNİ OKU

6.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=30000

PF1	PF2	PF
0.25000E-02	0.19667E-02	0.22333E-02
0.20000E-02	0.21000E-02	0.20500E-02
0.28000E-02	0.25667E-02	0.26833E-02
0.20000E-02	0.21333E-02	0.20667E-02
0.22000E-02	0.21333E-02	0.21667E-02
0.17667E-02	0.20333E-02	0.19000E-02
0.15667E-02	0.24667E-02	0.20167E-02
0.20333E-02	0.24000E-02	0.22167E-02

0.26333E-02	0.23333E-02	0.24833E-02
0.21333E-02	0.21333E-02	0.21333E-02
0.23333E-02	0.19333E-02	0.21333E-02
0.19333E-02	0.21667E-02	0.20500E-02
0.20333E-02	0.18333E-02	0.19333E-02
0.21000E-02	0.18667E-02	0.19833E-02
0.22000E-02	0.18333E-02	0.20167E-02
0.22333E-02	0.22333E-02	0.22333E-02
0.22000E-02	0.23333E-02	0.22667E-02
0.25000E-02	0.22667E-02	0.23833E-02
0.20333E-02	0.18000E-02	0.19167E-02
0.18000E-02	0.20667E-02	0.19333E-02
0.30667E-02	0.25000E-02	0.27833E-02
0.22667E-02	0.27333E-02	0.25000E-02
0.15000E-02	0.17333E-02	0.16167E-02
0.20667E-02	0.20000E-02	0.20333E-02
0.21000E-02	0.19333E-02	0.20167E-02
0.24000E-02	0.24333E-02	0.24167E-02
0.20000E-02	0.20667E-02	0.20333E-02
0.21667E-02	0.22333E-02	0.22000E-02
0.27667E-02	0.17000E-02	0.22333E-02
0.18667E-02	0.22333E-02	0.20500E-02
0.30000E-02	0.23000E-02	0.26500E-02
0.19000E-02	0.23333E-02	0.21167E-02
0.22667E-02	0.22000E-02	0.22333E-02
0.19333E-02	0.22667E-02	0.21000E-02
0.23000E-02	0.20000E-02	0.21500E-02
0.24333E-02	0.21667E-02	0.23000E-02
0.21000E-02	0.22000E-02	0.21500E-02
0.24667E-02	0.22000E-02	0.23333E-02
0.23667E-02	0.19000E-02	0.21333E-02
0.17667E-02	0.21667E-02	0.19667E-02
0.21333E-02	0.19667E-02	0.20500E-02
0.20667E-02	0.24333E-02	0.22500E-02
0.18333E-02	0.23667E-02	0.21000E-02
0.17333E-02	0.22333E-02	0.19833E-02
0.21667E-02	0.21333E-02	0.21500E-02
0.26333E-02	0.26000E-02	0.26167E-02
0.22667E-02	0.24333E-02	0.23500E-02
0.24000E-02	0.23000E-02	0.23500E-02
0.26000E-02	0.21667E-02	0.23833E-02
0.22333E-02	0.19667E-02	0.21000E-02

E(PF)=0.21830E-02
SIKMA(PF)=0.22263E-03

E(BETA)=2.800
SIKMA(BETA)=0.015

E(MZ)=109.599
SIKMA(MZ)=0.242

E(VAR Z)=1531.986
SIKMA(VAR Z)=14.148

(B) Y VE W LOG-NORMAL DAĞILIMLI VE M TİP I
ASİMPOTOTİK DAĞILIMLI OLDUĞUNA GÖRE

DEĞ. SAYISI=N=? , BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

3 30000 50

DAĞILIM KODUNU OKU : N.D.=1 , LN.D.=2 , E.D.=3

2 2 3

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER , STANDART SAPMA

280.

35.

820.

41.

120.

24.

BASLANGIC DEĞERİNİ OKU

6.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=30000

PFL	PF2	PF
0.55333E-02	0.55000E-02	0.55167E-02
0.48333E-02	0.41667E-02	0.45000E-02
0.54667E-02	0.51000E-02	0.52833E-02
0.49000E-02	0.52667E-02	0.50833E-02
0.47333E-02	0.43000E-02	0.45167E-02
0.52333E-02	0.47333E-02	0.49833E-02
0.45333E-02	0.52667E-02	0.49000E-02
0.47000E-02	0.47667E-02	0.47333E-02
0.57667E-02	0.47000E-02	0.52333E-02
0.54667E-02	0.45333E-02	0.50000E-02
0.59333E-02	0.38000E-02	0.48667E-02
0.52667E-02	0.53000E-02	0.52833E-02
0.51333E-02	0.50667E-02	0.51000E-02
0.48333E-02	0.50667E-02	0.49500E-02
0.49000E-02	0.47667E-02	0.48333E-02
0.52667E-02	0.52667E-02	0.52667E-02
0.40333E-02	0.48000E-02	0.44167E-02
0.51000E-02	0.50333E-02	0.50667E-02
0.49667E-02	0.52000E-02	0.50833E-02
0.49667E-02	0.49000E-02	0.49333E-02
0.46333E-02	0.51000E-02	0.48667E-02
0.44333E-02	0.44000E-02	0.44167E-02
0.51000E-02	0.54333E-02	0.52667E-02
0.55333E-02	0.46667E-02	0.51000E-02
0.51667E-02	0.46667E-02	0.49167E-02
0.51667E-02	0.49667E-02	0.50667E-02
0.45667E-02	0.47333E-02	0.46500E-02
0.49000E-02	0.44667E-02	0.46833E-02
0.54000E-02	0.48667E-02	0.51333E-02

0.50667E-02	0.50333E-02	0.50500E-02
0.45667E-02	0.50000E-02	0.47833E-02
0.49333E-02	0.49000E-02	0.49167E-02
0.54333E-02	0.51000E-02	0.52667E-02
0.43667E-02	0.49667E-02	0.46667E-02
0.44667E-02	0.48333E-02	0.46500E-02
0.55333E-02	0.46000E-02	0.50667E-02
0.47333E-02	0.50000E-02	0.48667E-02
0.45000E-02	0.50667E-02	0.47833E-02
0.45667E-02	0.54333E-02	0.50000E-02
0.52333E-02	0.48000E-02	0.50167E-02
0.42000E-02	0.45667E-02	0.43833E-02
0.43333E-02	0.46000E-02	0.44667E-02
0.43000E-02	0.44000E-02	0.43500E-02
0.50333E-02	0.50667E-02	0.50500E-02
0.50667E-02	0.50667E-02	0.50667E-02
0.45667E-02	0.44000E-02	0.44833E-02
0.51000E-02	0.45000E-02	0.48000E-02
0.46000E-02	0.56333E-02	0.51167E-02
0.46667E-02	0.50333E-02	0.48500E-02
0.59000E-02	0.52000E-02	0.55500E-02

E(PF)=0.49166E-02

SIKMA(PF)=0.28826E-03

E.3.3. ÖRNEK 5.3 İLE İLGİLİ ÇIKTILAR

(A) TÜM DEĞİŞKENLER NORMAL DAĞILIMLI OLDUĞUNA GÖRE

DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

6 100000 50

DAĞILIM KODUNU OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3

1 1 1 1 1

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER ,STANDART SAPMA

300.

3.

500.

5.

25.

3.5

2200.

100.

250.

25.

1500.

450.

BASLANGIC DEĞERİNİ OKU

5.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=100000

PF1	PF2	PF
0.32000E-03	0.36000E-03	0.34000E-03
0.30000E-03	0.18000E-03	0.24000E-03
0.16000E-03	0.18000E-03	0.17000E-03
0.22000E-03	0.16000E-03	0.19000E-03
0.16000E-03	0.20000E-03	0.18000E-03
0.20000E-03	0.26000E-03	0.23000E-03
0.22000E-03	0.60000E-04	0.14000E-03
0.40000E-04	0.24000E-03	0.16000E-03
0.24000E-03	0.22000E-03	0.23000E-03
0.28000E-03	0.32000E-03	0.30000E-03
0.32000E-03	0.16000E-03	0.24000E-03
0.34000E-03	0.22000E-03	0.28000E-03
0.14000E-03	0.40000E-03	0.27000E-03
0.24000E-03	0.60000E-04	0.15000E-03
0.20000E-03	0.20000E-03	0.20000E-03
0.28000E-03	0.34000E-03	0.31000E-03
0.14000E-03	0.32000E-03	0.23000E-03
0.24000E-03	0.22000E-03	0.23000E-03
0.20000E-03	0.12000E-03	0.16000E-03
0.28000E-03	0.24000E-03	0.26000E-03
0.18000E-03	0.18000E-03	0.18000E-03
0.20000E-03	0.26000E-03	0.23000E-03
0.44000E-03	0.30000E-03	0.37000E-03
0.10000E-03	0.28000E-03	0.19000E-03
0.80000E-04	0.30000E-03	0.19000E-03
0.18000E-03	0.16000E-03	0.17000E-03
0.22000E-03	0.20000E-03	0.21000E-03
0.26000E-03	0.28000E-03	0.27000E-03
0.18000E-03	0.20000E-03	0.19000E-03
0.28000E-03	0.12000E-03	0.20000E-03
0.26000E-03	0.28000E-03	0.27000E-03
0.18000E-03	0.16000E-03	0.17000E-03
0.18000E-03	0.34000E-03	0.26000E-03
0.18000E-03	0.30000E-03	0.24000E-03
0.12000E-03	0.14000E-03	0.13000E-03
0.16000E-03	0.38000E-03	0.27000E-03
0.24000E-03	0.18000E-03	0.21000E-03
0.18000E-03	0.20000E-03	0.19000E-03
0.18000E-03	0.16000E-03	0.17000E-03
0.16000E-03	0.20000E-03	0.18000E-03
0.22000E-03	0.80000E-04	0.15000E-03
0.30000E-03	0.80000E-04	0.19000E-03
0.20000E-03	0.30000E-03	0.25000E-03
0.28000E-03	0.30000E-03	0.29000E-03
0.20000E-03	0.26000E-03	0.23000E-03
0.26000E-03	0.18000E-03	0.22000E-03
0.14000E-03	0.24000E-03	0.19000E-03
0.26000E-03	0.60000E-04	0.16000E-03
0.22000E-03	0.26000E-03	0.24000E-03

0.18000E-03 0.34000E-03 0.26000E-03
E(PF)=0.21960E-03
SIKMA(PF)=0.52488-04
E(BETA)=3.508
SIKMA(BETA)=0.013
E(MZ)=2238.364
SIKMA(MZ)=4.742
E(VAR Z)=407196.648
SIKMA(VAR Z)=2672.620

(B) FC VE FY LOG-NORMAL DAĞILIMLI VE N TİP 1
ASİMPOTİK DAĞILIMLI OLDUĞUNA GÖRE

DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

6 50000 50

DAGILIM KODUNU OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3

1 1 2 1 2 3

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER , STANDART SAPMA

300.

3.

500.

5.

25.

3.5

2200.

100.

250.

25.

1500.

450.

BASLANGIC DEĞERİNİ OKU

4.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=50000

PF1	PF2	PF
0.18800E-02	0.19600E-02	0.19200E-02
0.22300E-02	0.21000E-02	0.21900E-02
0.21600E-02	0.19400E-02	0.20500E-02
0.21600E-02	0.14800E-02	0.18200E-02
0.18200E-02	0.19800E-02	0.17000E-02
0.17400E-02	0.21000E-02	0.19200E-02
0.16200E-02	0.19000E-02	0.17600E-02
0.19000E-02	0.21400E-02	0.20200E-02
0.18300E-02	0.17800E-02	0.18300E-02
0.22800E-02	0.19400E-02	0.21100E-02

0.17200E-02	0.23000E-02	0.20100E-02
0.22400E-02	0.17000E-02	0.19700E-02
0.18600E-02	0.16400E-02	0.17500E-02
0.19400E-02	0.18000E-02	0.18700E-02
0.18400E-02	0.17800E-02	0.18100E-02
0.21800E-02	0.17400E-02	0.19600E-02
0.19400E-02	0.20400E-02	0.19900E-02
0.21000E-02	0.16000E-02	0.18500E-02
0.18800E-02	0.17600E-02	0.18200E-02
0.17200E-02	0.18800E-02	0.18000E-02
0.22200E-02	0.18200E-02	0.20200E-02
0.17000E-02	0.18400E-02	0.17700E-02
0.16200E-02	0.17200E-02	0.16700E-02
0.19800E-02	0.21000E-02	0.20400E-02
0.19200E-02	0.22200E-02	0.20700E-02
0.21000E-02	0.17600E-02	0.19300E-02
0.18400E-02	0.17800E-02	0.18100E-02
0.21000E-02	0.22800E-02	0.21900E-02
0.18600E-02	0.20600E-02	0.19600E-02
0.19200E-02	0.19400E-02	0.19300E-02
0.19800E-02	0.18800E-02	0.19300E-02
0.16600E-02	0.21000E-02	0.18800E-02
0.19400E-02	0.20600E-02	0.20000E-02
0.19800E-02	0.16800E-02	0.18300E-02
0.20800E-02	0.18400E-02	0.19600E-02
0.24200E-02	0.25200E-02	0.24700E-02
0.16600E-02	0.17800E-02	0.17200E-02
0.23000E-02	0.19400E-02	0.21200E-02
0.14600E-02	0.18000E-02	0.16300E-02
0.19400E-02	0.21000E-02	0.20200E-02
0.18600E-02	0.22400E-02	0.20500E-02
0.22000E-02	0.20400E-02	0.21200E-02
0.20600E-02	0.18000E-02	0.19300E-02
0.16600E-02	0.17400E-02	0.17000E-02
0.19200E-02	0.17200E-02	0.18200E-02
0.17800E-02	0.19600E-02	0.18700E-02
0.18600E-02	0.20200E-02	0.19400E-02
0.18000E-02	0.20400E-02	0.19200E-02
0.15400E-02	0.18200E-02	0.16800E-02
0.17600E-02	0.16800E-02	0.17300E-02

$$E(PF) = 0.19212E-02$$
$$SIKMA(PF) = 0.15616E-03$$

E.3.4. ÖRNEK 5.4 İLE İLGİLİ ÇIKTILAR

(A) TÜM DEĞİŞKENLER NORMAL DAĞILIMLI OLDUĞUNA GÖRE

(1) TEK DUYARLILIKLI ÇÖZÜM

DEĞ. SAYISI=N=? , BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

5 150000 40

DAĞILIM KODUNU OKU : N.D.=1 , LN.D.=2 , E.D.=3

1 1 1 1 1

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER , STANDART SAPMA
1005.

50.

220.

22.

450.

7.

20.

3.

30.

15.

BASLANGIÇ DEĞERİNİ OKU

12.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=150000

PF1	PF2	PF
0.11333E-03	0.14667E-03	0.13000E-03
0.12667E-03	0.18667E-03	0.15667E-03
0.15333E-03	0.16000E-03	0.15667E-03
0.18667E-03	0.19333E-03	0.19000E-03
0.16000E-03	0.12667E-03	0.14333E-03
0.22000E-03	0.12667E-03	0.17333E-03
0.14000E-03	0.18667E-03	0.16333E-03
0.13333E-03	0.24667E-03	0.19000E-03
0.22000E-03	0.18667E-03	0.20333E-03
0.14667E-03	0.20000E-03	0.17333E-03
0.15333E-03	0.22000E-03	0.18667E-03
0.21333E-03	0.20667E-03	0.21000E-03
0.21333E-03	0.20667E-03	0.21000E-03
0.17333E-03	0.11333E-03	0.14333E-03
0.22000E-03	0.17333E-03	0.19667E-03
0.16667E-03	0.15333E-03	0.16000E-03
0.21333E-03	0.18667E-03	0.20000E-03
0.12000E-03	0.15333E-03	0.13667E-03
0.16667E-03	0.20000E-03	0.18333E-03
0.20667E-03	0.18000E-03	0.19333E-03
0.16667E-03	0.16667E-03	0.16667E-03

0.22667E-03	0.18667E-03	0.20667E-03
0.14000E-03	0.14000E-03	0.14000E-03
0.22000E-03	0.15333E-03	0.18667E-03
0.13333E-03	0.18000E-03	0.15667E-03
0.15333E-03	0.11333E-03	0.13333E-03
0.10000E-03	0.16667E-03	0.13333E-03
0.22667E-03	0.14667E-03	0.18667E-03
0.13333E-03	0.14667E-03	0.14000E-03
0.13333E-03	0.16000E-03	0.14667E-03
0.15333E-03	0.18000E-03	0.16667E-03
0.17333E-03	0.14667E-03	0.16000E-03
0.12000E-03	0.17333E-03	0.14667E-03
0.22000E-03	0.14667E-03	0.18333E-03
0.21333E-03	0.18667E-03	0.20000E-03
0.15333E-03	0.15333E-03	0.15333E-03
0.16667E-03	0.14667E-03	0.15667E-03
0.16000E-03	0.19333E-03	0.17667E-03
0.18667E-03	0.15333E-03	0.17000E-03
0.18000E-03	0.18667E-03	0.18333E-03

E(PF)=0.16983E-03
SIKMA(PF)=0.23702E-04

E(BETA)=3.957
SIKMA(BETA)=0.009

E(MZ)=63.966
SIKMA(MZ)=0.138

E(VAR Z)=261.314
SIKMA(VAR Z)=1.132

(2) ÇİFT DUYARLILIKLI ÇÖZÜM

DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=?

5 150000 40

DAGILIM KODUNU OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3

1 1 1 1 1

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER ,STANDART SAPMA

1005.

50.

220.

22.

450.

7.

20.

3.

30.

15.

BASLANGIC DEĞERİNİ OKU

12.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=150000

PF1	PF2	PF
0.113331815E-03	0.146664708E-03	0.129998254E-03
0.126664963E-03	0.186664169E-03	0.156664566E-03
0.153331275E-03	0.159997857E-03	0.156664566E-03
0.186664169E-03	0.193330750E-03	0.189997460E-03
0.159997857E-03	0.126664963E-03	0.143331417E-03
0.219997062E-03	0.126664963E-03	0.173331020E-03
0.139998127E-03	0.186664169E-03	0.163331148E-03
0.133331545E-03	0.246663345E-03	0.189997460E-03
0.219997062E-03	0.186664169E-03	0.203330608E-03
0.146664708E-03	0.199997332E-03	0.173331020E-03
0.153331275E-03	0.219997062E-03	0.186664169E-03
0.213330481E-03	0.206663899E-03	0.209997190E-03
0.213330481E-03	0.206663899E-03	0.209997190E-03
0.173331020E-03	0.113331815E-03	0.143331417E-03
0.219997062E-03	0.173331020E-03	0.196664041E-03
0.166664438E-03	0.153331275E-03	0.159997857E-03
0.213330481E-03	0.186664169E-03	0.199997332E-03
0.119998396E-03	0.153331275E-03	0.136664836E-03
0.166664438E-03	0.199997332E-03	0.183330878E-03
0.206663899E-03	0.179997587E-03	0.193330750E-03
0.166664438E-03	0.166664438E-03	0.166664438E-03
0.226663644E-03	0.186664169E-03	0.206663899E-03
0.139998127E-03	0.139998127E-03	0.139998127E-03
0.219997062E-03	0.153331275E-03	0.186664169E-03
0.133331545E-03	0.179997587E-03	0.156664566E-03
0.153331275E-03	0.113331815E-03	0.133331545E-03
0.999986606E-04	0.166664438E-03	0.133331545E-03
0.226663644E-03	0.146664708E-03	0.186664169E-03
0.133331545E-03	0.146664708E-03	0.139998127E-03
0.133331545E-03	0.159997857E-03	0.146664708E-03
0.153331275E-03	0.179997587E-03	0.166664438E-03
0.173331020E-03	0.146664708E-03	0.159997857E-03
0.119998396E-03	0.173331020E-03	0.146664708E-03
0.219997062E-03	0.146664708E-03	0.183330878E-03
0.213330481E-03	0.186664169E-03	0.199997332E-03
0.153331275E-03	0.153331275E-03	0.153331275E-03
0.166664438E-03	0.146664708E-03	0.156664566E-03
0.159997857E-03	0.193330750E-03	0.176664311E-03
0.186664169E-03	0.153331275E-03	0.169997729E-03
0.179997587E-03	0.186664169E-03	0.183330878E-03

E(PF)=0.16983E-03
SIKMA(PF)=0.23702E-04

E(BETA)=3.559
SIKMA(BETA)=0.004

E(MZ)=64.502
SIKMA(MZ)=0.034

E(VAR Z)=328.533
SIKMA(VAR Z)=0.622

(B) FY VE FC LDG-NORMAL DAĞILIMLI VE M TİP I
ASİMPTOTİK DAĞILIMLI OLUĞUNA GÖRE

DEĞ. SAYISI=N=? , BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

5 50000 40

DAĞILIM KODUNU OKU : N.D.=1 , LN.D.=2 , E.D.=3

1 2 1 2 3

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER , STANDART SAPMA

1005.

50.

220.

22.

450.

7.

20.

3.

30.

15.

BASLANGIC DEĞERİNİ OKU

7.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=50000

	PF1	PF2	PF
DEĞ.	0.29800E-02	0.32200E-02	0.31000E-02
5	0.33600E-02	0.35200E-02	0.34400E-02
50000	0.30800E-02	0.32000E-02	0.31400E-02
40	0.30200E-02	0.31000E-02	0.30600E-02
1	0.33000E-02	0.34000E-02	0.33500E-02
2	0.34600E-02	0.31600E-02	0.33100E-02
3	0.32800E-02	0.32000E-02	0.32400E-02
450	0.33200E-02	0.30800E-02	0.32000E-02
7	0.29800E-02	0.33600E-02	0.31700E-02
20	0.31800E-02	0.34400E-02	0.33100E-02
3	0.25800E-02	0.29600E-02	0.27700E-02
30	0.32400E-02	0.34400E-02	0.33400E-02
15	0.32400E-02	0.31800E-02	0.32100E-02
100	0.32200E-02	0.30000E-02	0.31100E-02
2	0.34600E-02	0.28400E-02	0.31500E-02
40	0.35800E-02	0.29800E-02	0.32800E-02
70	0.36200E-02	0.32000E-02	0.34100E-02
BASLANGIC	0.32600E-02	0.29800E-02	0.31200E-02
3	0.26800E-02	0.30800E-02	0.28700E-02
DEĞ.	0.28400E-02	0.34400E-02	0.31400E-02
5	0.34800E-02	0.32400E-02	0.33500E-02
50000	0.29800E-02	0.32000E-02	0.30800E-02
40	0.33800E-02	0.31000E-02	0.32300E-02
1	0.32200E-02	0.32400E-02	0.32300E-02
2	0.33600E-02	0.31600E-02	0.32600E-02
3	0.30400E-02	0.32000E-02	0.31200E-02

0.31400E-02 0.36600E-02 0.34000E-02
0.30600E-02 0.33600E-02 0.32100E-02
0.33200E-02 0.33600E-02 0.33400E-02
0.30400E-02 0.32200E-02 0.31300E-02
0.31200E-02 0.30600E-02 0.30900E-02
0.29200E-02 0.30200E-02 0.29700E-02
0.37200E-02 0.31800E-02 0.34500E-02
0.37600E-02 0.33600E-02 0.35600E-02
0.31200E-02 0.30900E-02 0.31000E-02
0.32600E-02 0.33400E-02 0.33000E-02
0.31600E-02 0.32000E-02 0.31800E-02
0.34200E-02 0.30400E-02 0.32300E-02
0.32000E-02 0.32000E-02 0.32000E-02
0.34000E-02 0.37000E-02 0.35500E-02

E(PF)=0.32175E-02

SIKMA(PF)=0.16227E-03

E.3.5. ÖRNEK 5.5 İLE İLGİLİ ÇIKTILAR

(A) TÜM DEĞİŞKENLER NORMAL DAĞILIMLI OLDUĞUNA GÖRE

DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

7 10000000 1

DAĞILIM KODUNU OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3

1 1 1 1 1 1 1

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER ,STANDART SAPMA

1.6

.2

250.

3.

450.

3.

56.

2.

220.

10.

100.

2.

40.

20.

BASLANGIC DEĞERİNİ OKU

3.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=1.E7

PF / (BETA1)	PF / (BETA2)	PF / (BETA)
0.199999886E-05 (4.64733315)	0.139999884E-05 (4.64967346)	0.169999930E-05 (4.64850330)

PF=0.17E-5

BETA=4.6485

(B) FCT VE FYV LOG-NORMAL DAĞILIMLI VE F TİP I
ASİMPOTOTİK DAĞILIMLI OLDUĞUNA GÖRE

DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

7 100000 50

DAGILIM KODUNU OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3

2 1 1 1 2 1 3

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER ,STANDART SAPMA

1.6

2

250.

3.

450.

3.

56.

2.

220.

10.

100.

2.

40.

20.

BASLANGIC DEĞERİNİ OKU

3.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=100000

PF1	PF2	PF
0.73000E-03	0.86000E-03	0.79500E-03
0.80000E-03	0.67000E-03	0.73500E-03
0.64000E-03	0.52000E-03	0.58000E-03
0.51000E-03	0.66000E-03	0.58500E-03
0.68000E-03	0.67000E-03	0.67500E-03
0.69000E-03	0.77000E-03	0.73000E-03
0.54000E-03	0.57000E-03	0.55500E-03
0.63000E-03	0.84000E-03	0.73500E-03
0.71000E-03	0.83000E-03	0.77000E-03
0.67000E-03	0.69000E-03	0.68000E-03
0.69000E-03	0.78000E-03	0.73500E-03
0.74000E-03	0.67000E-03	0.70500E-03
0.72000E-03	0.66000E-03	0.69000E-03
0.49000E-03	0.67000E-03	0.58000E-03
0.46000E-03	0.60000E-03	0.53000E-03
0.64000E-03	0.74000E-03	0.69000E-03
0.69000E-03	0.56000E-03	0.62500E-03
0.73000E-03	0.65000E-03	0.69000E-03
0.67000E-03	0.73000E-03	0.70000E-03
0.73000E-03	0.67000E-03	0.70000E-03
0.62000E-03	0.69000E-03	0.65500E-03
0.77000E-03	0.72000E-03	0.74500E-03
0.73000E-03	0.59000E-03	0.66000E-03

0.68000E-03	0.64000E-03	0.66000E-03
0.60000E-03	0.75000E-03	0.67500E-03
0.60000E-03	0.70000E-03	0.65000E-03
0.70000E-03	0.62000E-03	0.66000E-03
0.80000E-03	0.65000E-03	0.72500E-03
0.67000E-03	0.65000E-03	0.66000E-03
0.70000E-03	0.79000E-03	0.74500E-03
0.72000E-03	0.56000E-03	0.64000E-03
0.76000E-03	0.64000E-03	0.70000E-03
0.61000E-03	0.82000E-03	0.71500E-03
0.67000E-03	0.76000E-03	0.71500E-03
0.71000E-03	0.77000E-03	0.74000E-03
0.66000E-03	0.71000E-03	0.68500E-03
0.68000E-03	0.72000E-03	0.70000E-03
0.60000E-03	0.66000E-03	0.63000E-03
0.70000E-03	0.73000E-03	0.71500E-03
0.54000E-03	0.73000E-03	0.63500E-03
0.69000E-03	0.71000E-03	0.70000E-03
0.68000E-03	0.91000E-03	0.79500E-03
0.66000E-03	0.84000E-03	0.75000E-03
0.69000E-03	0.67000E-03	0.68000E-03
0.91000E-03	0.71000E-03	0.81000E-03
0.70000E-03	0.84000E-03	0.77000E-03
0.75000E-03	0.59000E-03	0.67000E-03
0.74000E-03	0.64000E-03	0.69000E-03
0.62000E-03	0.71000E-03	0.66500E-03
0.79000E-03	0.73000E-03	0.76000E-03

E(PF)=0.68970E-03

SIKMA(PF)=0.60347E-04

E.3.6. ÖRNEK 5.6 İLE İLGİLİ ÇIKTILAR

(A) TÜM DEĞİŞKENLER NORMAL DAĞILIMLI OLDUĞUNA GÖRE

DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

6 20000 50

DAGILIM KODUNU OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3

1 1 1 1 1 1

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER ,STANDART SAPMA

.03

.0015

.003

.00015

.5

.05

1200.

240.

10.

.05
250000.
25000.
BASLANGIC DEGERINI OKU
31.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=20000

PF1	PF2	PF
0.13800E-01	0.14350E-01	0.14075E-01
0.13500E-01	0.13600E-01	0.13550E-01
0.14550E-01	0.13750E-01	0.14150E-01
0.14600E-01	0.13900E-01	0.14250E-01
0.14050E-01	0.14550E-01	0.14300E-01
0.13750E-01	0.13150E-01	0.13450E-01
0.14450E-01	0.14800E-01	0.14625E-01
0.13250E-01	0.13400E-01	0.13325E-01
0.12450E-01	0.12450E-01	0.12450E-01
0.14650E-01	0.15100E-01	0.14875E-01
0.14550E-01	0.16050E-01	0.15300E-01
0.14500E-01	0.14350E-01	0.14425E-01
0.14750E-01	0.15000E-01	0.14875E-01
0.13900E-01	0.14750E-01	0.14325E-01
0.14050E-01	0.13750E-01	0.13900E-01
0.15050E-01	0.13550E-01	0.14300E-01
0.13950E-01	0.14200E-01	0.14075E-01
0.14450E-01	0.12250E-01	0.13350E-01
0.13200E-01	0.14250E-01	0.13725E-01
0.15400E-01	0.15200E-01	0.15300E-01
0.13650E-01	0.14250E-01	0.13950E-01
0.12350E-01	0.14850E-01	0.13600E-01
0.13850E-01	0.14300E-01	0.14075E-01
0.14000E-01	0.13850E-01	0.13925E-01
0.16050E-01	0.12750E-01	0.14400E-01
0.14050E-01	0.14950E-01	0.14500E-01
0.17150E-01	0.13600E-01	0.15375E-01
0.14650E-01	0.15300E-01	0.14975E-01
0.12700E-01	0.15800E-01	0.14250E-01
0.14400E-01	0.12950E-01	0.13675E-01
0.13650E-01	0.14100E-01	0.13875E-01
0.14400E-01	0.15300E-01	0.14850E-01
0.13800E-01	0.12850E-01	0.13325E-01
0.15600E-01	0.14400E-01	0.15000E-01
0.14100E-01	0.13650E-01	0.13875E-01
0.13450E-01	0.13450E-01	0.13450E-01
0.14900E-01	0.14150E-01	0.14525E-01
0.14950E-01	0.13900E-01	0.14425E-01
0.14750E-01	0.14500E-01	0.14625E-01
0.14900E-01	0.14300E-01	0.14600E-01
0.13850E-01	0.13800E-01	0.13825E-01
0.15350E-01	0.15050E-01	0.15200E-01
0.12400E-01	0.13150E-01	0.12775E-01
0.14550E-01	0.14000E-01	0.14275E-01

0.13200E-01 0.14700E-01 0.14050E-01
0.13400E-01 0.13450E-01 0.13675E-01
0.15450E-01 0.14850E-01 0.15150E-01
0.14300E-01 0.14100E-01 0.14200E-01
0.13800E-01 0.14400E-01 0.14100E-01
0.13650E-01 0.14650E-01 0.14150E-01
E(PF)=0.14186E-01
SIKMA(PF)=0.63737E-03
E(BETA)=2.259
SIKMA(BETA)=0.014
E(MZ)=0.10826E-01
SIKMA(MZ)=0.39914E-04
E(VAR Z)=0.22963E-04
SIKMA(VAR Z)=0.22234E-06

(B) MOD TİP I ASİMPTOTİK DAĞILIMLI OLUĞUNA GÖRE

DEĞ. SAYISI=N? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

6 20000 50

DAĞILIM KODUNU OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3

1 1 1 3 1 1

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER ,STANDART SAPMA

.03

.0015

.003

.00015

.5

.05

1200.

240.

10.

.05

250000.

25000.

BASLANGIC DEĞERİNİ OKU

5.

ÖRNEK ÜYÜKLÜĞÜ=20000

PF1	PF2	PF
0.19450E-01	0.20500E-01	0.19975E-01
0.21750E-01	0.20250E-01	0.21000E-01
0.20400E-01	0.21400E-01	0.20900E-01

0.20350E-01	0.19750E-01	0.20050E-01
0.21250E-01	0.22050E-01	0.21650E-01
0.22050E-01	0.21650E-01	0.21850E-01
0.22000E-01	0.20000E-01	0.21000E-01
0.20600E-01	0.23500E-01	0.22050E-01
0.20400E-01	0.20950E-01	0.20675E-01
0.21800E-01	0.21550E-01	0.21675E-01
0.20350E-01	0.20450E-01	0.20400E-01
0.19350E-01	0.20300E-01	0.19825E-01
0.20300E-01	0.20800E-01	0.20550E-01
0.20800E-01	0.20650E-01	0.20725E-01
0.20250E-01	0.22250E-01	0.21250E-01
0.22050E-01	0.23100E-01	0.22575E-01
0.21100E-01	0.18700E-01	0.19900E-01
0.21700E-01	0.19650E-01	0.20675E-01
0.19050E-01	0.20850E-01	0.19950E-01
0.20700E-01	0.22050E-01	0.21375E-01
0.19350E-01	0.20850E-01	0.20100E-01
0.20800E-01	0.21400E-01	0.21100E-01
0.21800E-01	0.21200E-01	0.21500E-01
0.20500E-01	0.19800E-01	0.20150E-01
0.22700E-01	0.22500E-01	0.22600E-01
0.22200E-01	0.20650E-01	0.21425E-01
0.20950E-01	0.22950E-01	0.21950E-01
0.20550E-01	0.21450E-01	0.21000E-01
0.21800E-01	0.20800E-01	0.21300E-01
0.21900E-01	0.19600E-01	0.20750E-01
0.19500E-01	0.21200E-01	0.20350E-01
0.19400E-01	0.21150E-01	0.20275E-01
0.19350E-01	0.20100E-01	0.19725E-01
0.20950E-01	0.21300E-01	0.21125E-01
0.21700E-01	0.19800E-01	0.20750E-01
0.20500E-01	0.20700E-01	0.20600E-01
0.21600E-01	0.20700E-01	0.21150E-01
0.22300E-01	0.21350E-01	0.21825E-01
0.19100E-01	0.21050E-01	0.20075E-01
0.22250E-01	0.19900E-01	0.21075E-01
0.20700E-01	0.20900E-01	0.20800E-01
0.19400E-01	0.20100E-01	0.19750E-01
0.20500E-01	0.21200E-01	0.20850E-01
0.20150E-01	0.19050E-01	0.19600E-01
0.20700E-01	0.19500E-01	0.20100E-01
0.18850E-01	0.20500E-01	0.19675E-01
0.20700E-01	0.21550E-01	0.21125E-01
0.18900E-01	0.21100E-01	0.20000E-01
0.20300E-01	0.22600E-01	0.21450E-01
0.22300E-01	0.20450E-01	0.21375E-01

E(PF)=0.20832E-01
SIKMA(PF)=0.75480E-03

E.3.7. ÖRNEK 5.7 İLE İLGİLİ ÇIKTILAR

(A) TÜM DEĞİŞKENLER NORMAL DAĞILIMLI OLDUĞUNA GÖRE

DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

6 100000 50

DAĞILIM KODUNU OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3

1 1 1 1 1 1

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER ,STANDART SAPMA

28.5 6

4.275 6

2.13 -3

1.065 -4

.4

.04

1.17

1.17 -2

4.

.08

2000.

1000.

BASLANGIC DEĞERİNİ OKU

2.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=100000

PF1	PF2	PF3
0.70000E-04	0.10000E-03	0.85000E-04
0.17000E-03	0.10000E-03	0.13500E-03
0.12000E-03	0.23000E-03	0.17500E-03
0.16000E-03	0.60000E-04	0.11000E-03
0.10000E-03	0.10000E-03	0.10000E-03
0.10000E-03	0.14000E-03	0.12000E-03
0.80000E-04	0.14000E-03	0.11000E-03
0.13000E-03	0.90000E-04	0.11000E-03
0.10000E-03	0.14000E-03	0.12000E-03
0.80000E-04	0.12000E-03	0.90000E-04
0.16000E-03	0.11000E-03	0.13500E-03
0.10000E-03	0.10000E-03	0.10000E-03
0.11000E-03	0.60000E-04	0.85000E-04
0.14000E-03	0.11000E-03	0.12500E-03
0.10000E-03	0.90000E-04	0.95000E-04
0.10000E-03	0.19000E-03	0.14500E-03

(B) N	0.12000E-03	0.70000E-04	0.95000E-04
	0.70000E-04	0.80000E-04	0.75000E-04
	0.10000E-03	0.12000E-03	0.11000E-03
	0.90000E-04	0.14000E-03	0.11500E-03
DEC. 5AY	0.14000E-03	0.16000E-03	0.15000E-03
QUINTEIN	0.90000E-04	0.13000E-03	0.11000E-03
6 50000	0.10000E-03	0.70000E-04	0.85000E-04
TRIGILIN	0.11000E-03	0.15000E-03	0.13000E-03
1 1 1 1	0.10000E-03	0.90000E-04	0.95000E-04
PARAMET	0.17000E-03	0.15000E-03	0.16000E-03
2x5 6	0.12000E-03	0.10000E-03	0.11000E-03
5.215 6	0.12000E-03	0.12000E-03	0.12000E-03
2.13 -3	0.11000E-03	0.13000E-03	0.12000E-03
1.005 -4	0.12000E-03	0.12000E-03	0.12000E-03
4	0.12000E-03	0.11000E-03	0.11500E-03
0.4	0.14000E-03	0.11000E-03	0.12500E-03
1.11	0.90000E-04	0.11000E-03	0.10000E-03
1.77 -2	0.11000E-03	0.60000E-04	0.85000E-04
4.	0.10000E-03	0.11000E-03	0.10500E-03
4.08	0.90000E-04	0.15000E-03	0.12000E-03
2000.	0.16000E-03	0.13000E-03	0.14500E-03
1000.	0.12000E-03	0.80000E-04	0.10000E-03
BASLANGI	0.40000E-04	0.10000E-03	0.70000E-04
2.	0.11000E-03	0.60000E-04	0.85000E-04
	0.10000E-03	0.70000E-04	0.85000E-04
	0.17000E-03	0.13000E-03	0.15000E-03
	0.12000E-03	0.13000E-03	0.12500E-03
	0.15000E-03	0.12000E-03	0.13500E-03
	0.20000E-03	0.10000E-03	0.15000E-03
	0.13000E-03	0.60000E-04	0.95000E-04
	0.80000E-04	0.80000E-04	0.80000E-04
	0.20000E-03	0.13000E-03	0.16500E-03
	0.12000E-03	0.90000E-04	0.10500E-03
	0.70000E-04	0.13000E-03	0.10000E-03

E(PF)=0.11350E-03
SIKMA(PF)=0.24458E-04

E(BETA)=3.539
SIKMA(BETA)=0.016

E(MZ)=5840.843
SIKMA(MZ)=14.803

E(VAR Z)=272448.765
SIKMA(VAR Z)=25844.428

(B) N TİP I ASİMPOTİK DAĞILIMLI OLUĞUNA GÖRE

DEĞ. SAYISI=N=? ,BİR DENEYDEKİ DENEME SAYISI=IS=? ,
DENEYİN TEKRARLANMA SAYISI=ITS=?

6 50000 50

DAGILIM KODUNU OKU : N.D.=1 ,LN.D.=2 ,E.D.=3

1 1 1 1 1 3

PARAMETRELERİ OKU : ORTALAMA DEĞER ,STANDART SAPMA

28.5 6

4.275 6

2.13 -3

1.065 -4

.4

.04

1.17

1.17 -2

4.

.08

2000.

1000.

BASLANGIC DEĞERİNİ OKU

2.

ÖRNEK BÜYÜKLÜĞÜ=50000

PF1	PF2	PF
0.14000E-02	0.12200E-02	0.13100E-02
0.11200E-02	0.14200E-02	0.12700E-02
0.12600E-02	0.11800E-02	0.12200E-02
0.13200E-02	0.96000E-03	0.11400E-02
0.14000E-02	0.14200E-02	0.14100E-02
0.11600E-02	0.10400E-02	0.11000E-02
0.12000E-02	0.10800E-02	0.11400E-02
0.11400E-02	0.14200E-02	0.12800E-02
0.12200E-02	0.12000E-02	0.12100E-02
0.12000E-02	0.12600E-02	0.12300E-02
0.11800E-02	0.12800E-02	0.12300E-02
0.10800E-02	0.12000E-02	0.11400E-02
0.92000E-03	0.98000E-03	0.95000E-03
0.11400E-02	0.12400E-02	0.11900E-02
0.13000E-02	0.10800E-02	0.11900E-02
0.13200E-02	0.96000E-03	0.11400E-02
0.92000E-03	0.11200E-02	0.10200E-02
0.10600E-02	0.12000E-02	0.11300E-02
0.13800E-02	0.10400E-02	0.12100E-02

0.12400E-02	0.11400E-02	0.11900E-02
0.13400E-02	0.10800E-02	0.12100E-02
0.12200E-02	0.12200E-02	0.12200E-02
0.10200E-02	0.98000E-03	0.10000E-02
0.11200E-02	0.13200E-02	0.12200E-02
0.12000E-02	0.13200E-02	0.12600E-02
0.12400E-02	0.12000E-02	0.12200E-02
0.11000E-02	0.13000E-02	0.12000E-02
0.98000E-03	0.10000E-02	0.99000E-03
0.10400E-02	0.12600E-02	0.11500E-02
0.98000E-03	0.10800E-02	0.10300E-02
0.13400E-02	0.11000E-02	0.12200E-02
0.11200E-02	0.13000E-02	0.12100E-02
0.10800E-02	0.11600E-02	0.11200E-02
0.10800E-02	0.12400E-02	0.11600E-02
0.13400E-02	0.11800E-02	0.12600E-02
0.13000E-02	0.13400E-02	0.13200E-02
0.10600E-02	0.11600E-02	0.11100E-02
0.12000E-02	0.11000E-02	0.11500E-02
0.98000E-03	0.11200E-02	0.10500E-02
0.11400E-02	0.11200E-02	0.11300E-02
0.80000E-03	0.10600E-02	0.93000E-03
0.10400E-02	0.11200E-02	0.10800E-02
0.15000E-02	0.10200E-02	0.12600E-02
0.12800E-02	0.12000E-02	0.12400E-02
0.94000E-03	0.10000E-02	0.97000E-03
0.14600E-02	0.12200E-02	0.13400E-02
0.12400E-02	0.10800E-02	0.11600E-02
0.10600E-02	0.10000E-02	0.10300E-02
0.11600E-02	0.10200E-02	0.10900E-02
0.11000E-02	0.10400E-02	0.10700E-02

E(PF)=0.11520E-02

SIKMA(PF)=0.10414E-03

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın her aşamasında bana yol gösteren ve hiç bir yardımı esirgemeyen Sayın Hocam Prof. Altay GÜNDÜZ'e saygı ve şükranlarımı sunarım.

1981-1982 öğretim yılında 1981-1982 yılında Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünde başladım ve 1984-1985 öğretim yılında mezun oldum.

1985-1986 öğretim yılında 1985-1986 yılında Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Fakültesi İnşaat Mühendisliği-Yapı programına girdim ve 1987-1988 öğretim yılında mezun oldum.

1988-1989 öğretim yılında Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Fakültesi İnşaat Mühendisliği-Yapı programına girdim.



ÖZGEÇMİŞ

1958 İRAN doğumluyum. İlk, Orta ve Lise öğrenimini İran'da tamamladım. 1980 yılında Türkiye'ye geldim.

Lisans öğrenimine 1981-1982 öğretim yılında Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünde başladım ve 1984-1985 öğretim yılında tamamladım.

1985-1986 öğretim yılının ikinci yarısında Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Lisansüstü İnşaat Mühendisliği-Yapı programına girdim ve 1987-1988 öğretim yılında tamamladım.

1988-1989 öğretim yılında Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora İnşaat Mühendisliği-Yapı programına girdim.

