YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ

# Boyuna ve Dairesel Ayrık Nervürlerle Rijitleştirilmiş Silindirik Kabukların Hesabı

Türkan Köksal

Doktora Tezi

63

735

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ MÜHENDİŞLİK FAKÜLTESİ

İnş.

# BOYUNA VE DAİRESEL AYRIK NERVÜRLERLE RİJİTLEŞTİRİLMİŞ SİLİNDİRİK KABUKLARIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE STABİLİTE HESABI

TÜRKÂN KÖKSAL
İnş. Yük. Mühendisi

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİNCE
DOKTOR
ÜNVANININ VERİLMESİ İÇİN KABUL EDİLEN TEZDİR

Tezin Fakülteye Teslim Tarihi : I Şubat 1980
Tezin Müdafaa Tarihi : 15 Eylül 1980

Doktorayı Yöneten Profesör : Prof. Dr. Kemal ÖZDEN
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Hüseyin CELÂSUN
Jüri Üyesi : Prof. Yusuf BERDAN

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ YAYIN MÜDÜRLÜĞÜ - 1982

comp

Çalışmalarıma yön veren ve değerli yardımlarını gördüğüm Sayın Prof.Dr.Kemal Özden'e, beni destekleyen Sayın Prof.Hüseyin Celasun'a, programlama safhasında ilgi ve yardımlarını esirgemeyen Sayın Prof.Dr.Muzaffer İpek'e teşekkürlerimi sunarım.

# ÇİNDEKİLER

# ÖZET


Bu çalışmada, boyuna ve dairesel yönde olmak üzere her iki doğrultuda nervürlü orthotrop silindirik kabukların dış yükler altında genel stabilite çözümleri; yeni bir deplasman fonksiyonu geliştirip sonlu elemanlar tekniğini kullanarak ve özellikle elâstik mesnetli olarak gözönüne alınan nervürlerin kabuğa etkisini, en kesin ve prezisyonlu biçimde hesaplara dahil edebilmek amacıyla her birini münferit eleman gibi alıp, dört bileşenli çizgisel yük olarak kabuğa vererek yapılmıştır.

Çalışmada önce, Vlasov'un ince cidarlı çubuk teorisinden faydalanarak, burulma açısı ve çubuk kayma merkezi deplasman bileşenleri cinsinden, stabilite denklemleri dört adî diferansiyel denklem takımı şeklinde ifade edilmiştir. Bu denklemler boyuna nervür ve dairesel nervür için ayrı ayrı çıkarılmıştır. Sonra $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m yükleri hesaplanmıştır. Bu yükler nervürlerden kabuğa aktarılmış gerçek yüklerdir. Deplasmanların transformasyonu ile, çubuk kayma merkezinin deplasmanları, kabuk ile nervürün birleştiği noktada, kabuk deplasmanları cinsinden yazılmıştır. Elde edilen transformasyon değerlerini $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m'de yerine koyarak, bu yükler kabuk deplasmanları cinsinden hesaplanmıştır. Bu yükler u,v,w kabuk deplasmanlarına ve nervürlerin geometrik karakteristiklerine bağlıdır. Nervürlerden panellere gelen $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerleri çizgisel yük olarak kabuğa tesir etmektedir. Dolayısıyla bu yükler kabuğa tesir eden dış yük gibi gözönüne alınmıştır. Sonra kabuğun şekil değiştirme enerjisinin ikinci varyasyonu, dış yüklerin ve nervürlerden gelen sekiz tane çizgisel yükün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılmıştır.

Boyuna ve dairesel yönde nervürlü silindirik kabuk n adet sonlu elemana ayrılmıştır. Çalışmada tek eğrilikli dikdörtgen sonlu eleman tipi alınmış, bu elemana uygun rijit cisim hareketi ve sabit deformasyon şartı sağlanacak şekilde yeni bir deplasman fonksiyonu geliştirilmiştir. Her düğüm noktasında 7 tane deplasman parametresi olmak üzere, bir elemanda 28 tane deplasman parametresi seçilmiştir.

Mambran denge denklemlerinden $N_o$ ön burkulma mambran gerilmeleri bulunmuştur. Eleman rijitlik matrisi, eleman geometrik yük matrisi, eleman dış yük matrisi ve eleman çizgisel yük matrisleri hesaplanmıştır. Elemanlar tiplere ayrılarak, biriktirme metodu ile sisteme yerleştirilmiştir. İkinci mertebe hesaplarında Betti karşıtlık teoremi geçerli olmadığı için dış yük ve çizgisel yük matrisleri simetrik değildir. Dolayısıyla simetrik olmıyan bir bant genişliği meydana gelmiştir. Literatürde simetrik bant genişlikli problemlerin bir çok çalışmaları mevcut olmasına karşın simetrik olmıyan durumlara pek rastlanmadığından, çözüm için elektronik hesap makinasında yeni bir program geliştirilmiştir. Sınır şartları yerlerine konarak; sistemin bilinmiyen deplasman parametrelerine göre kurulan denklem takımının, ($\Delta$) katsayılar matrisini sıfır yapan kritik yük değeri Bisection metodu ile bulunmuştur. Bütün bu hesaplar için elektronik hesap makinasından yararlanılmıştır.

Birinci bölümü teşkil eden giriş kısmında, çalışmanın amacı, konu ve konu ile ilgili çalışmalara toplu bir bakış verilmiştir.

İkinci bölümde ; klâsik ince kabuk teorisinin birinci mertebe ve ikinci mertebe kabulleri anlatılmış, basık olmıyan dairesel silindirik kabuğun deformasyon-deplasman bağıntıları, elâstisite bağıntıları, kesit tesirleri çıkarılmıştır. Nonlineer denge denklemleri, lineer denge denklemleri ve mambran denge denklemleri yazılmıştır.

Üçüncü bölümde; toplam potansiyel enerjinin birinci varyasyonu ve ikinci varyasyonundan hareket ederek, genel olarak sonlu elemanlar metodu anlatılmış, denge ile stabilite problemlerinde sistemin ve elemanın rijitlik matrisi, geometrik yük matrisi, dış yük matrisi, çizgisel yük mat - risinin hesabına esas olan tanımlar yapılmıştır.

Dördüncü bölümde; basık olmıyan dairesel silindirik kabuğun hidrostatik basınç altında potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılmıştır.Önce boyuna nervürün, sonra da dairesel nervürün stabilite denklemleri çıkarılmış,nervürlerden panellere gelen ve çizgisel yük olarak kabul edilen $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerleri kabuk deplasmanları cinsinden hesaplanmıştır.Bu çizgisel yüklerinde potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılmıştır.

Beşinci bölümde; tek eğrilikli dikdörtgen sonlu eleman tipi alınmış, bu elemana uygun yeni deplasman fonksiyonu seçilmiştir. Eleman rijitlik matrisi,geometrik yük matrisi, dış yük matrisi, boyuna nervür ve dairesel nervürün çizgisel yük matrislerinin integral matrisleri hesaplanmış ve bunlar tablo halinde verilmiştir. Elemanların sisteme yerleştirmedeki tiplere ayrılışı anlatılmıştır.

Altıncı bölümde; problemin çözümleriyle ilgili elektronik hesap makinası programları ve akış diyagramı yer almaktadır.

Yedinci bölümde; sayısal örnekler verilmiştir.Bulduğumuz sonuçlar deney sonuçları ile mukayese edilmiştir. Orthotrop silindirin boyu ile orantılı olarak kritik yükteki değişme verilmiş ve ayrıca nervürlü ve nervürsüz silindirik kabuk çözümleri mukayeseli bir şekilde gösterilmiştir.

Çalışmanın son bölümünde ; sonuçlar ve kaynaklar yer almaktadır.

## S U M M A R Y

In this work, the general stability solutions of stiffened orthotropic cylindirical shells under the external loads in the directions of both discrete stringer and ring has been calculated using the finite elements technique. For this purpose a new displacement function has been developed and in order to include the effects of each stiffener which is considered being elastically supported, with precision, each stiffener has been taken up as a seperate element and its effect on the shell has been analized as a linear load with four components.

Firstly, by using Vlasov's thin-walled beam theory, angle of twist and shear center displacement components, stability equations have been given as set of four ordinary differential equations. These equations have been calculated seperately for discrete stringer and ring stiffeners and then $q_x$, $q_y$, $q_z$ and m loads have been found. These loads are effective loads transmitted from discrete stiffeners to the shell. Transformation of the displacement and the displacements of the shear center has been found in terms of shell displacements along intersecting lines of the shell with the discrete stiffeners. By placing transformation values in $q_x$, $q_y$, $q_z$ and m, the loads have been calculated in terms of shell displacements. These loads, depend upon u,v,w shell displacements and the geometrical characteristics of the discrete stiffener $q_x$, $q_y$, $q_z$ and m values coming from the discrete stringer to panels effect the shell as linear loads. Therefore, these loads have been considered as external load affecting the shell.

Then, the second variation of the strain energy of a thin shell and the second variation of external loads and linear loads transferred from the discrete stiffeners to the shell has been expressed.

Discretely stringer and ring stiffner cylindrical shell has been divided to n number of elements. In this work, one directionally curved rectangular finite element type has been taken and a new displacement function developed. 7 displacement parameters for each joint and 28 displacement parameters for each element has been choosen.

From the membrane equilibrium equations, $N_o$ prebuckling membrane stresses have been calculated. Stiffness matrix of elements geometric load matrix of elements external load matrix of elements, linear load matrix of elements has been calculated. Elements have been classified and has been placed in the system by collecation method. Since Betti's reciprocation theorem is not used in second degree calculations, external load and linear load matrixes are not symmetrical. Therefore, there exist a nonsymmetrical band width. In literature the problems of symmetrical band width have a large use, but for nonsymmetric conditions there is little work, therefore, for the final solution a suitable new program has been developed in computer. By placing the boundary conditions critical load value set of the equation formulated in accordance with the unknown displacement parameters which makes $(\Delta)$ coefficient matrix zero has been calculated by using Bisection method. For all these calculations computer have been used.

In the introduction which also forms the first chapter, the aim of the work, the subject and a broad outline of the related work has been given.

In the second chapter, first and second degree assumptions of the classical thin shell theory have been outlined, the kinematic relation, elastic relation, constitutive equation of nonshallow circular cylindirical shell have been expressed. Nonlinear equilibrium equations, linear equilibrium equations and membrane equilibrium

In the third chapter, the total of the firs variation of the potential energy and moving from the second variation finite elements method has been discussed. The definition of stiffness matrix, geometrical load matrix, external load matrix and linear load of the elements and the system in the equilibrium and stability equations have been made.

In the fourth chapter the second variation of the potential energy of the nonshallow circular cylindrical shells under hydrostatic pressure have been calculated. Stability equations of the stringer stiffner and ring stiffner has been derived and $q_x, q_y, q_z$ and m values which come from the stiffners to the panels have been expressed in terms of shell displacement. The second variations of the potential energy of these linear loads have been expressed.

In the fifth chapter, one directionally curved finite element has been considered and a new displacement function suitable for this element has been choosen. The integral matrixes of, stiffness matrix, geometrical load matrix, external load matrix, linear load matrixes of stringer stiffner and ring stiffner have been calculated and given as tables. The classification of elements in the system has been explained.

In the sixth chapter, related computer programs and flow chart take part.

In the seventh chapter, numerical examples are given. The calculated results have been compared with the results of experiments. In proportion with the length of orthotropic cylinder, the changes in the critical load have been given. Also, solutions for stiffened and nonstiffened cylindrical shells have been given comperatively,

In the final chapter of the work the results and references take place.

# BÖLÜM - 1

## G İ R İ Ş

### 1.1. KONU VE ÇALIŞMANIN AMACI

Tekniğin gelişmesiyle birlikte uzay problemlerinde, denizaltı ve uçak gövdelerinde kullanılan nervürlü kabukların stabilitesi büyük önem kazanmıştır.

Esasta hesaplar iki bölümden oluşmaktadır ; mukavemet hesabı, stabilite hesabı, Mukavemet hesabında amaç dış yükler altındaki iç gerilmeleri ve kesit zorlarını bulmaktır. Stabilite hesabında ise, deforme olmuş kabuğun, denge durumunun kararlı olup olmadığını ve kararlı denge durumunun kararlı olup olmadığını ve kararlı denge konumunu oluşturan şartları incelemektir. Bu çalışmada, konuya stabilite açısından bakacağız.

Kabukların çözümünde kullanılan başlıca metodlar ; analitik, sayısal, enerjetik ve elemanter olarak sayılabilir.

Varyasyon metodları ; Rayleigh, Ritz, Trefftz, Galerkin, Kantorowich ... gibi yaklaşık çözüm metodlarıdır. Bu metodlarda seçilen fonksiyonlardaki yaklaşım,neticeye doğrudan doğruya tesir eder.

Analitik metodlarla çözülemeyen birçok problemler, sayısal metodlarla iyi yaklaşıklıkla çözülebilmektedir.

Sayısal metodlar olarak,

- Sonlu elemanlar metodu
- Sonlu farklar metodu
- Başlangıç değer metodları

sayılabilir. Sonlu elemanlarla çözümde lineer veya lineer denklem takımı elde ederiz. Elektronik hesapla cılardan bu denklemlerin çözümünde geniş ölçüde fayda nırız. Çalışmamızda iki doğrultuda nervürlü kabukları stabilite probleminin sonlu elemanlar yöntemiyle say çözümünü yaptık.

Bu çalışmanın amacı ; boyuna doğrultuda ve dai sel yönde nervürlü, dairesel silindirik kabukların ; tik mesnetli olarak gözönüne alınan nervürleri münfe eleman gibi alıp, kabuğa etkisini, en kesin ve hassa çimde hesaplara dahil edebilmek amacıyla, dört ayrı gisel yük olarak alıp, dış yük altında, sonlu eleman tekniğini kullanarak stabilitesinin incelenmesidir. lında boyuna nervürlerden dörder, dairesel nervürler de dörder olmak üzere elemana göre, artılı ve eksili durumlarını da gözönüne alarak onaltı tip çizgisel matrisi oluşturulmuştur. Toplam potansiyel enerjinin kinci varyasyonundan yararlanarak sonlu elemanlar me dunu kullanırken problemimize uygun yeni bir deplasma fonksiyonu geliştirilmiştir. Araştırmada ; münferit eleman gibi gözönüne alınan nervürlerin ; Vlasov'un ce cidarlı çubuk teorisinden faydalanarak, burulma sı ve çubuk kayma merkezi deplasman bileşenleri cins den, dört adî diferansiyel denklem takımı ile stabilite denklemleri yazılmıştır. Bundan sonra ; nervürlerden kabuğa aktarılacak olan $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m yükleri hesaplanmıştır. Çubuk kayma merkezinin deplasmanları ; kabuk ile nervürün birleştiği noktada, kabuk deplasmanları cinsinden yazılmıştır. Bu dönüşmüş deplasmanları $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerinde yerlerine koyarak, çubuk denklemleri, kabuk deplasmanları cinsinden yazılmıştır. Boyuna doğrultuda ve dairesel yönde nervürlü silindirik kabuk, nervürlerle onların arasında kalan silindirik panellere ayrılmıştır. Nervürlerden panellere gelen bu $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerleri, nervürle kabuğun birleştiği noktalarda çizgisel yük olarak kabuğa tesir etmektedir. Dolasısıyla $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m kabuğa tesir eden bir dış yük gibi nazarı itibare alınmıştır. Basık olmayan kabuğun, dış yüklerden hidrostatik basınç kuvvetinin ve $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m çizgisel yükünün stasyoner toplam potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu çıkarılmıştır. Sayısal çözüm metodlarından sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak, stabilite probleminin çözümü yapılmıştır.

Kısaca özetlersek ;

1) Dairesel silindirik kabuğun, hidrostatik basınç yükünün ve her iki nervürden gelen $q_x$, $q_y$, $q_z$, m çizgisel yükünün toplam potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılır.

2) Dairesel silindirik kabuk n adet sonlu elemana ayrılır. Bir elemanın düğüm noktalarındaki deplasman parametreleri tayin edilir. Deplasman fonksiyonları seçilir.

3) Eleman rijitlik matrisi, $(N_o)$ ön burkulma m
bran gerilmesi ile geometrik yük matrisi (başlangıç s
bilitesi matrisi), dış yük matrisi ve çizgisel yük ma
risleri hesaplanır. İkinci mertebe hesaplarında Betti
teoremi geçerli olmadığı için dış yük ve çizgisel yü
matrisleri simetrik değildir.

4) Biriktirme metodu ile veya çevirme matrisle
le, sistemin rijitlik matrisi, sistemin geometrik yük
matsisi ve sistemin çizgisel yük matrisi hesaplanır.
man matrislerinin bir kısmı simetrik olmadığı için si
rik olmayan bir bant genişliği meydana gelir. Literat
de çok az karşılaşılan bir durumdur.

5) Sınır şartları yerlerine konur.

6) Sistemin bilinmeyen deplasman parametreleri
göre kurulan denklem takımının (Δ) katsayılar matrisi
hesaplanır. Bisection metodu ile katsayılar matrisini
sıfır yapan yük tayin edilir. Bu yük kritik yüktür.

7) Bütün bu işlemleri yapabilmek için elektron
hesaplayıcılarda kullanılan gerekli programlar hazırl

## 1.2. KONU İLE İLGİLİ ÇALIŞMALARA TOPLU BAKIŞ

Mühendislik ile ilgili bilim dallarının birçoğunda, özellikle ; ince uçak gövdeleri gibi uzay ve havacılık çalışmalarında, büyük açıklıkların narin yapı elemanlarıyla geçilmesi gibi inşaat alanında, denizaltı gövdeleri gibi gemi dizaynında ve çeşitli makina elemanlarını içeren kontrüksiyonlarda nervürlü silindirik kabuklar çokca kullanılmaktadır. Nervürlü kabuğun stabilite analizi ve stabilitesinin karakterinin belirlenmesi oldukça zordur.

Bazı araştırıcılar bu tip kabuklarda burkulma yükünü, çok sık nervürlerden oluşan kabuğu, monokok kabuğa eşdeğer alarak yaklaşık bir analizle çözmüşlerdir. Bu yol gerçek burkulma durumunu tam olarak belirlemez. 1953 yılında Sturm ve Nash nervürleri tamamen rijit kabul eden bir çalışma yapmıştır. Ancak bu analiz neticesinde bulunan kritik basıncın değeri çok yüksektir. 1938 yılında Hoff, 1963 yılında Baruch ve Singer nervürlü silindirik kabukları bir homojen orthotrop silindirik kabuk gibi alarak, kabuğun burkulma analizlerini yapmışlardır. Bu çeşit analizle elde edilen burkulma yükü, sık nervürler ihtiva eden kabuklar için gerçeğe yakın neticeler vermiştir. 1966 yılında Card ve Jones'de nervürler sık konduğu takdirde teorik ve deneysel sonuçlar arasında iyi bir yaklaşım olduğunu göstermişlerdir. Ancak nervürler seyrekse bu durum gerçekleşmiyebiliyor. 1958 yılında Moe, 1966 yılında Mac Neal ve Bailie, 1967 yılında Singer ve

Haftka dairesel nervürlü silindirik kabukların basit geometrisinden dolayı, dairesel halkaları münferit eleman - lar olarak ele alan bir çalışma yapmışlardır. 1975 yı - lında yine Singer ve Haftka silindirik kabuklarda nervürleri münferit eleman alarak yapılan çözüm ile, orthotrop çözümler arasındaki farkı ortaya koyan çalışmalar yapmışlardır. 1973 yılında Wang boyuna doğrultuda nervürlü silindirik kabukta nervürü münferit eleman alarak serilerle bir çözüm vermiştir.

Nervürlü kabukların burkulma şekline, nervürlerin eksantrisitelerinin önemli etkisi olduğu ilk defa 1947 yılında Van der Neut tarafından işaret edilmiştir. Nervürlü kabukların kusurlarının hassasiyeti Koiter'in genel stabilite teorisine uygun olarak 1967 yılında Hutckinson ve Amozigo tarafından incelenmiştir.

Elastik sahadaki burkulmaya ait verileri ilk defa Windenburg deneysel çalışmalarla çıkarmıştır. Bu çalışmalar nervürlerle takviye edilmiş kısa ve uzun silindirleri ihtiva etmektedir. Özellikle kısa silindirlerde gerçeğe çok yakın neticeler vermiştir. Boyuna doğrultuda ve dairesel nervürlerle takviye edilmiş silindirik kabuklarda analitik çözümler yapılamamıştır. Bunun sebebi de nervürlerin silindirik kabuğa bağlantısındaki sınır şartlarının hangisinin gerçeğe uygun olduğunun tesbit edilemeyişidir. Boyuna doğrultuda ve dairesel yönde nervürlü kabukların burkulma yükünün tayininde ; nervürlerin münferit eleman olarak gözönünde tutulması gerçeğe daha yakın çözümler elde etmemize olanak vermektedir.

BÖLÜM - 2

# İNCE KABUK TEORİSİ VE SİLİNDİRİK KABUK DENKLEMLERİ

## 2.1. KABULLER :

Plak ve kabuklarda kalın kabuk, kaymalı kabuk, ince kabuk, basık kabuk gibi teoriler geliştirilmiş olup bunlara uygun olarakta gerekli kabuller yapılmıştır.

Burada Novozhilov teorisi ince, elastik, basık olmıyan kabukların lineer eğilme ve lineer stabilite teorisinde geçerli kabuller kısaca verilecektir.

Birinci Mertebe Teorisi :

• Kabuğun kalınlığı, ortalama yüzeyin en küçük eğrilik yarıçapına oranla ihmal edilebilecek kadar küçüktür. $h/R \ll 1$ dir.

• Kabuk kalınlığına oranla elâstik deformasyonlar küçüktür. Denge denklemleri ve deformasyon-deplasman bağıntılarında ikinci mertebeden terimler terk edilir. Dolayısıyla hesaplarda süperpozisyon prensibi geçerli olur.

• Malzeme homojen ve lineer elâstiktir. Hooke kanunu geçerlidir. Süreklilik hipotezinden yararlanma olanağı, kuvvet ve deplasmanları sürekli fonksiyon, ya da polinomlarla ifade etme olanağını verir.

$$K_x = \frac{\partial v}{r\partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$K_{xy} = \frac{\partial v}{r\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x\, \partial y}$$

Burada altı çizili olan terimler nonlineer lerdir, diğerleri ise lineer terimlerdir.

Elâstisite bağıntıları veya bünye denklem

$$\sigma_x = H(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$$

$$\sigma_y = H(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)$$

$$\tau_{xy} = H\cdot\frac{1-\nu}{2}\cdot\gamma_{xy}$$

Burada ; $H = \dfrac{E}{1-\nu^2}$ dir.

Kesit tesirleri ;

$$N_x = C(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$$

$$N_y = C(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)$$

$$N_{xy} = C\,\frac{1-\nu}{2}\,\gamma_{xy}$$

$$M_x = D(K_x + \nu K_y)$$

$$M_y = D(K_y + \nu K_x)$$

$$M_{xy} = D(1-\nu)\,K_{xy}$$

Burada ; $C = \dfrac{E.h}{1-\nu^2}$ , $D = \dfrac{E.h^3}{12(1-\nu^2)}$

e

Nonlineer denge denklemleri ;

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = - p_x$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = - p_y$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(M_x) + 2\frac{\partial^2}{\partial x.\partial y}(M_{xy}) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(M_y) - \frac{1}{r}N_y -$$

$$\left[N_x \frac{\partial \beta_x}{\partial x} + N_{xy}\left(\frac{\partial \beta_y}{\partial x} + \frac{\partial \beta_x}{\partial y}\right) + N_y \frac{\partial \beta_y}{\partial y}\right] = p_z \qquad (2.4)$$

Burada ;

$$\beta_x = - \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\beta_y = \frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y}$$

Lineer denge denklemleri ;

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = - p_x$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = - p_y$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(M_x) + 2\frac{\partial^2}{\partial x.\partial y}(M_{xy}) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(M_y) - \frac{1}{r}N_y = p_z \qquad (2.5)$$

Mambran denge denklemleri ise ;

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = - p_x$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = - p_y$$

$$N_y = - p_z . r \qquad (2.6)$$

edilir.

BÖLÜM - 3

# TOPLAM POTANSİYEL ENERJİ VE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

## 3.1. TOPLAM POTANSİYEL ENERJİ

Sistemlerin çözümü temelde deplasman, kuvve karışık olmak üzere üç ana metoda dayanmaktadır. Kabuk lar içinde aynı şey geçerli olup çözüm için analitik,s yısal, enerjetik ve elemanter yöntemler kullanılmakta Bu araştırmada enerjinin varyasyon probleminin çözümü sayısal yöntemlerden olan sonlu elemanlar tekniği kull nılarak gerçekleştirilmiştir. Bilindiği gibi, geometri açıdan lineer ve nonlineer sistemlere uygulanabilen to lam potansiyel enerji prensibi, fiziksel açıdan yalnız lineer sistemlere uygulanabilmektedir. Gerilme-deforma yon bağıntıları lineer ise şekil değiştirme enerjisi,k lemanter enerji ve clapeyron enerjisi sayısal olarak e tir. Toplam potansiyel enerji yönteminde ; gerçek den konumuna gömsuz yakın ikinci bir konumdan hareket edi Böylece bir sistemde iç ve dış kuvvetlerin yaptığı işl den oluşan toplam potansiyel enerjinin minimum olması, deplasman ve gerilmelerin gerçek denge durumuna karşı len değerleri aldığını gösterir.

Toplam potansiyel enerji denklemi ;

$$V = U + \Omega$$

Burada ;

$U$ : Şekil değiştirme enerjisini, yani iç kuvvetlerin işini verir.

$\Omega$ : Dış kuvvetlerin işini gösterir.

$U = U_M + U_b$

Burada ;

$U_M$: Mambran şekil değiştirme enerjisi

$U_b$: Eğilme şekil değiştirme enerjisidir.

$$U_M = \frac{C}{2}\iint(\varepsilon_x^2+\varepsilon_y^2+2\nu\varepsilon_x\,\varepsilon_y+\frac{1-\nu}{2}\gamma_{xy}^2)\,dxdy \qquad (3.1)$$

$$U_b = \frac{D}{2}\iint(K_x^2+K_y^2+2\nu K_x K_y+2(1-\nu)\,K_{xy}^2\;dxdy \qquad (3.2)$$

Sistem konservatif ise dış kuvvetlerin işi daima negatiftir.

$$\Omega = -\Big[\iiint\limits_V t\cdot v_i\,dv+\iint\limits_F p\cdot v_i\,dF+\oint\limits_S q\cdot v_i\,ds+Q\cdot v_i\Big] \qquad (3.3)$$

Burada ;

$v_i$ : Deplasmanları

$t$ : Kütlesel kuvveti

$P$ : Yüzeysel kuvveti

$q$ : Çizgisel kuvveti

$Q$ : Münferit kuvveti

gösterir.

Bu bağıntıda deplasman ve kuvvetler aynı yönde - dir.

Deplasmanlardaki artımlar ve toplam potansi-
yel enerjinin varyasyonları :

$$
\begin{aligned}
u &\longrightarrow u_o + u_1 \\
v &\longrightarrow v_o + v_1 \\
w &\longrightarrow w_o + w_1
\end{aligned}
\qquad (3.4)
$$

Burada $u_o$, $v_o$, $w_o$ denge konumuna karşı gelen deplasmanlardır. $u_1$, $v_1$, $w_1$ ikinci bir konumu elde etmek için verilen sonsuz virtüel artımlardır. u, v, w ise ikinci konuma karşı gelen deplasmanlardır.

(3.4) Bağıntılarını (3.1), (3.2) ve (3.3) bağıntılarında yerlerine koyup, denge konumundaki potansiyel enerjiyi çıkarırsak potansiyel enerjideki $\Delta V$ değişmesini elde ederiz. Yani ; sistemin gerçek denge konumunun çok yakınındaki ikinci bir konum için deplasmanlarına verilen artımlar neticesinde, toplam potansiyel enerjide ilk konuma nazaran $\Delta V$ kadar bir değişim meydana gelir. Toplam potansiyel enerjideki bu değişimin birinci varyasyonu bizi denge denklemine, ikinci varyasyonu da stabilite denklemine götürür. Birinci varyasyonun sıfır olması toplam potansiyel enerjinin ekstrem bir değer aldığını, ikinci varyasyonun küçük ve pozitif olması ise bu ekstrem değerin minimum olduğunu gösterir.

$$\Delta V = \delta V + \frac{1}{2!}\delta^2 V + \frac{1}{3!}\delta^3 V + \ldots\ldots \qquad (3.5)$$

$$\left.\begin{aligned} \delta V &= 0 \\ \frac{1}{2!}\delta^2 V &> 0 \end{aligned}\right\} \text{ ise } V \text{ minumumdur.}$$

Burada ;

$\delta V$ : Birinci varyasyon (Denge)

$\frac{1}{2!}\delta^2 V$ : İkinci varyasyon (Stabilite)

## 3.2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

### 3.2.1. Metodun Esasları, Tanımlar

Kabuk ve plak gibi sürekli sistemleri sonlu sayıdaki serbestlik derecesine sahip, ayrık bir sisteme dönüştürme sonucu oluşan, cebirsel denklem takımlarının çözümüne dayanan sayısal hesap yöntemleri, özellikle çeyrek yüzyıldan beri elektronik hesap imkanlarının artmasıyla ön plana çıkmıştır.

Sonlu elemanlar yöntemi ; sürekli bir sistemi, problemin karakterine uygun sonlu elemanlara ayırarak, elde edilen elemanlar üzerinde iç ve dış kuvvetlerin enerjisinin minimizasyonu ve sonra bu elemanların birleştirilmesi tarzında bir uygulama getirir. Bunun sonucu olarak mesnet şartları, sisteme ait özellikler, dış yüklerin sürekli ya da anî değişimleri kolayca gözönüne alınabilir. Dolayısıyla sonlu elemanlar yöntemi analitik metodlarla çözülemeyen karışık problemlere uygulanabilir. Yüzeysel sistemin tipik bölgelerinde eleman boyutları küçültülerek o bölgenin daha presizyonlu incelenmesi mümkün olur. Diğer bir avantajda sınır şartlarının problemin çözüm sırasına göre en son adımda hesaplara ithal edilmesidir. Böylelikle çeşitli sınır şartlarını probleme uygularken baştaki yoğun hesaplara girilmez.

Sonlu elemanlar metodunun kabuk sistemlere uygulanışına ait çalışmaların bir kısmında, sistem düzlemsel sonlu elemanlara ayrılmaktadır. Bu tip hesaplarda eleman özel eksenlerinin sistem eksenlerine dönüştürülmesinde, sistem rijitlik matrisinin hesabında bazı güçlüklerle karşılaşılmaktadır. Kabuk formuna uygun eğrisel sonlu eleman kullanılması, bu güçlükleri ortadan kaldırmaktadır.

Sonlu elemanlar metodunda sistem sonlu sayıda elemana ayrılmaktadır. Sistemi oluşturan elemanların her birine sonlu eleman denir ve birleştikleri köşe noktaları da düğüm noktaları olarak adlandırılır. Sonlu eleman yüzeyinin şekil değiştirmesi, düğüm noktalarının deplasman parametrelerine bağlı olarak ifade edilebilir. Deplasman parametreleri ; deplasman bileşenleri, dönmeler ve burulma eğriliği gibi deplasman vektörlerini içermektedir. Mukavemet hesaplarında düğüm noktalarının deplasman parametrelerinin belirlenmesi, sistemin deplasman yüzeyinin ve her düğüm noktasındaki kesit tesirlerinin bulunması için kâfidir. Stabilite hesabında ise, bu deplasman parametrelerine göre kurulan denklem takımının ($\triangle$) katsayılar determinantını sıfır yapan yük, yani kritik yük tayin edilir.

### 3.2.2. Deplasman Fonksiyonlarının Seçimi :

Deplasman fonksiyonları ; rijit cisim hareketi ve sabit deformasyon şartını sağlıyacak şekilde seçilmeli - dir. Koordinat ekseni değişince çözüm farklı olmamalıdır. Bunun için deplasman fonksiyonları ya tam polinom veya tabiî koordinatların fonksiyonu şeklinde olmalıdır. Elemanın içinde ve kenarında sürekli olmalıdır, ayrıca iç ve dış kuvvetlerin işindeki türevlerde de sürekli olmalıdır.

Herhangibir $(e_i)$ elemanına ait ve bu elemanın içinde ya da sınırları üzerinde bir (i) noktasındaki deplasman vektörü $\{v_i\}$ olsun.

$$v_i = \begin{Bmatrix} u(xy) \\ v(xy) \\ w(xy) \end{Bmatrix} = \left[\psi(xy)\right]\{a\} \qquad (3.6)$$

Burada $[\psi(x,y)]$ seçilen fonksiyonlardır. Hesap kolaylığı bakımından genellikle polinom seçilir. $\{a\}$ bilinmiyen katsayılardır. Bu $\{a\}$ katsayılarının sayısı, bir elemandaki düğüm noktalarının deplasman parametrelerinin toplam sayısına eşit olmalıdır.

Elemanın düğüm noktası deplasman parametreleri;

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} [d]_1 \\ [d]_2 \\ [d]_3 \\ [d]_4 \end{Bmatrix} \qquad (3.7)$$

şeklindedir.

Elemanın düğüm noktası deplasmanları $\{d\}$ ile, polinom sabitleri $\{a\}$ arasındaki bağı veren $[A]$ matrisi ise ; elemanın düğüm noktalarının deplasman parametrelerinin $\psi(x,y)$ ve $\psi(x,y)$'nin türevleri cinsinden yazılmış bileşenlerinde, düğüm noktası koordinatlarının yerine konması ile bulunur.

$$\{d\} = [A]\{a\} \tag{3.8}$$

şeklinde elde edilir.

Buradan bilinmeyen $\{a\}$ katsayıları hesaplanır

$$\{a\} = [A]^{-1}\{d\} \tag{3.9}$$

$$[B] = [A]^{-1}$$

diyelim, bu takdirde $\{a\}$ katsayıları :

$$\{a\} = [B]\{d\} \tag{3.10}$$

şeklinde olur.

(3.10) denklemini (3.6) denkleminde yerine koyarsak ; elemanın (i) noktasının deplasman vektörü, elemanın düğüm noktalarının deplasman parametreleri cinsinden belirlenmiş olur.

$$\{v_i\} = \begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \\ w(x,y) \end{Bmatrix} = \left[\psi(x,y)\right][B]\{d\} \tag{3.11}$$

Burada $[\psi(x,y)][B]$ ifadesine şekil fonksiyonu denir. Bu şekil fonksiyonları her elemanda aynıdır. Yalnız deplasman parametreleri elemandan elemana değişir.

### 3.2.3. Elemanın Integral Matrisi :

Elemanın rijitlik matrisi ve dış yük matrisleri hesaplanırken iki yöntem uygulanır.

- Integral matrisleri ile hesap yapmak
- Şekil fonksiyonlarını önceden tayin edip, onlarla işlem yapmak.

Araştırmada integral matrisleriyle hesap yapılmıştır.

Deformasyon - deplasman bağıntılarından ; şekil değiştirme ve dönme vektörleri $v_i(x,y)$ deplasman vektörlerinin türetilmesine ve $\{a\}$ sabitlerinin değerlerine bağlı olarak yazılabilir.

$$\{\varepsilon\} = [F]\{a\} \qquad (3.12)$$

$$\{\beta\} = [G]\{a\} \qquad (3.13)$$

Buradaki $[F]$ ve $[G]$ matrisine türev matris denir. (3.10) denklemini (3.12) ve (3.13) denkleminde yerine koyarsak ;

$$\{\varepsilon\} = [F][B]\{d\} \qquad (3.14)$$

$$\{\beta\} = [G][B]\{d\} \qquad (3.15)$$

elde edilir.

a) Denge problemi için : $(e_i)$ Elemanının şekil değiştirme enerjisinin birinci varyasyonunu yazalım.

$$\delta U = \iint_{e_i} \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} \, dx\, dy \qquad (3.16)$$

Buradaki $[D]$ elastisite sabitlerinin matrisidir
(3.14) ve (3.15) denklemlerini, (3.16) denklemi
de yerlerine koyarsak ;

$$\delta U = \{d\}^T \iint_{e_i} [B]^T [F]^T [D] [F] [B] \{d\} dx\, dy \qquad (3.1$$

denklemini elde ederiz.

Burada değişkenleri içine alan matrisleri ayrı
yazalım.

$$[H] = \iint_{e_i} [F]^T [D] [F] dx\, dy \qquad (3.1$$

Bu matrise elemanın rijitlik matrisinin integra
matrisi denir.

$[H_{ij}]$'nin simetrik olmıyan her bir terimini te
tek tayin etmek lâzımdır.

(3.17) denklemi sonuçta aşağıdaki şekli alır.

$$\delta U = \{d\}^T [B]^T [H] [B] \{d\} \qquad (3.19$$

b) Stabilite problemi için : $(e_i)$ Elemanının ş
kil değiştirme enerjisinin ikinci varyasyon
yazalım.

$$\frac{1}{2}\delta^2 U = \frac{1}{2}\iint_{e_i} \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dxdy + \frac{1}{2}\iint [\beta]^T [N_o] [\beta] dxdy \qquad (3.20$$

Burada $[N_o]$ ön burkulma mambran gerilmelerini v
rir.

(3.14) ve (3.15) denklemlerini (3.20) denkleminde yerlerine koyarsak ;

$$\delta^2 U = \{d\}^T \iint_{e_i} [B]^T [F]^T [D] [F] [B] \{d\} \, dx\, dy +$$

$$\{d\}^T \iint_{e_i} [B]^T [G]^T [N_o] [G] [B] \{d\} \, dx\, dy \qquad (3.21)$$

Yine değişkenleri içine alan matrisleri ayrıca yazalım.

$$[H] = \iint_{e_i} [F]^T [D] [F] \, dx\, dy \qquad (3.22)$$

$$[L] = \iint_{e_i} [G]^T [N_o] [G] \, dx\, dy \qquad (3.23)$$

Burada $[H]$ yukardaki gibi elemanın rijitlik matrisinin integral matrisidir, $[L]$ ise elemanın geometrik yük matrisinin integral matrisidir.

$[H_{ij}]$ ve $[L_{ij}]$'nin simetrik olmıyan her bir terimini tek tek tayin etmek gerekir.

(3.21) denklemi son olarak aşağıdaki şekli alır.

$$\delta^2 U = \{d\}^T [B]^T [H] [B] \{d\} + \{d\}^T [B]^T [L] [B] \{d\} \qquad (3.24)$$

## 3.2.4. Elemanın Rijitlik Matrisi ve Geometrik Yük Matrisi :

(3.19) ve (3.24) denklemlerini daha kısa ve öz bir şekilde yazarsak ;

$$\delta U = \{d\}^T [K_e] \{d\} \qquad (3.25)$$

$$\delta^2 U = \{d\}^T [K_e] \{d\} + \{d\}^T [N_e] \{d\} \qquad (3.26)$$

şeklini alır.

Burada ; $[Ke]$ ; eleman rijitlik matrisini, $[Ne]$; geometrik yük matrisini (elemanın ikinci mertebe etkileri matrisini) gösterir.

$$[Ke] = [B]^T [H] [B] \qquad (3.27)$$

$$[Ne] = [B]^T [L] [B] \qquad (3.28)$$

Denge problemleri için sadece elemanın rijitlik matrisini tayin etmek kâfidir. Stabilite problemleri için ise, hem elemanın rijitlik matrisini ve hemde geometrik yük matrisini tayin etmek gerekir.

3.2.5. Düğüm Kuvvetleri :

Bilindiği gibi sonlu elemanlar metodunda kuvvetler, düğüm noktalarına indirgenmektedir.

a) Denge problemi için : Dış kuvvetlerin potansiyel enerjisinin birinci varyasyonunu yazarsak ; denge denklemleri için gerekli olan, elemanın düğüm noktalarının kuvvetlerini buluruz.

$$\delta\Omega = -\left( \iint_{e_i} p \, [v_i]^T dx \, dy + \oint_{S(e_i)} q \, [v_i]^T ds \right) \qquad (3.29)$$

(3.11) Denklemini (3.29) denkleminde yerine koyarsak ;

$$\delta\Omega = -\Big(\iint_{e_i} p\,[\psi(x,y)]^T [B]^T \{d\}^T dx\,dy +$$

$$\oint_{S(e_i)} q\,[\psi(x,y)]^T [B]^T \{d\}^T ds\Big) \qquad (3.30)$$

elde ederiz.

$$\delta\Omega = -\{F_d\}\{d\}^T \qquad (3.31)$$

şeklinde yazalım.

$$\{F_d\} = [B]^T\Big(\iint_{e_i} p\,[\psi(x,y)]^T dx\,dy +$$

$$\oint_{S(e_i)} q\,[\psi(x,y)]^T ds\Big) \qquad (3.32)$$

$[F_d]$ ; $(e_i)$ elemanının düğüm noktalarına gelen kuvvetleri gösterir, yani $\{F_d\}$ elemanın dış yük matrisidir.

b) Stabilite problemi için : Dış kuvvetlerin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu yazarsak ; stabilite denklemleri için gerekli olan, elemanın düğüm noktalarının kuvvetlerini bulmuş oluruz.

$$\frac{1}{2}\delta^2\Omega = -\Big(\frac{1}{2}\iint_{e_i} p\,[V_i]^T [V_i]\, dx\,dy \oint_{S(e_i)} q(x,y,p)[V_i]\, ds\Big) \qquad (3.33)$$

Burada $q(x,y,p)$ ; $u(x,y)$, $v(x,y)$, $w(x,y)$ ve $p$'ye bağlı bir değerdir. Hidrostatik basınç yükünün ve çizgisel yükün stabilite denklemini ; (3.11) denklemini (3.33) denkleminde yerine koyarak yazalım.

$$\frac{1}{2}\delta^2\Omega = -\{d\}^T\Big(\frac{1}{2}\iint_{e_i} p\,[B]^T [\Delta\psi(x,y)]^T [\psi(x,y)]\,[B]\{d\}\, dy\,dx +$$

$$\oint_{S(e_i)} p\,[B]^T [\Delta\psi(x,y)]^T [\psi(x,y)]\,[B]\{d\}\, ds\Big) \qquad (3.34)$$

Burada da değişkenleri içine alan matrisleri ayrıca yazalım.

$$[S] = -\iint_{e_i} p\,[\Delta\psi(x,y)]^T[\psi(x,y)]\,dx\,dy \qquad (3.35)$$

$$[G]_j = -\oint_{S(e_i)} p\,[\Delta\psi(x,y)]^T[\psi(x,y)]\,ds \quad \ldots\ldots (j=1,\ldots\ldots 8) \qquad (3.36)$$

Yukardaki $[S]$ matrisine hidrostatik basınç yükünün integral matrisi, $[G]$ matrisine ise çizgisel yükün integral matrisi denir.

$[S_{ij}]$ ve $[G_{ij}]$'nin simetrik olmıyan her bir terimini hesaplamamız gerekir.

$$\frac{1}{2}\delta^2\Omega = \{d\}^T\left(\frac{1}{2}[B]^T[S][B]\{d\} + [B]^T[G]_j[B]\{d\}\right) \qquad (3.37)$$

denklemini elde ederiz. (3.37) denklemini daha kısa şekilde yazarsak ;

$$\frac{1}{2}\delta^2\Omega = \frac{1}{2}\{d\}^T[Q_e]\{d\} + \{d\}^T[Q_e]_j\{d\} \qquad (3.38)$$

şeklini alır.

Burada ; $[Q_e]$ eleman dış yük matrisini, $[Q_e]_j$ ($j = 1.8$) ise eleman çizgisel yük matrisini gösterir.

$$[Q_e] = [B]^T[S][B] \qquad (3.39)$$

$$[Q_e]_j = [B]^T[G]_j[B] \quad \ldots\ldots (j=1,\ldots\ldots 8) \qquad (3.40)$$

Böylece sonlu elemanlar yöntemi ile ; $[K_e]$ eleman rijitlik matrisi, $[N_e]$ eleman geometrik yük matrisi, $[Q_e]$ eleman dış yük matrisi ve $[Q_e]_j$ ($j=1.8$) eleman çizgisel yük matrisi hesaplanmış olur.

Denge problemlerinde ; $\delta V = \delta U + \delta \Omega = 0$

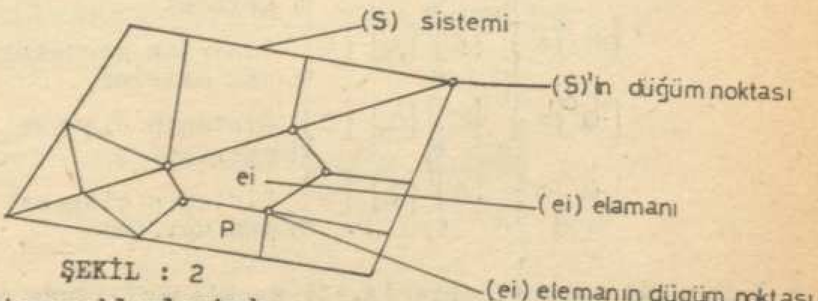
Stabilite problemlerinde ; $\frac{1}{2}\delta^2 V = \frac{1}{2}\delta^2 U + \frac{1}{2}\delta^2 \Omega = 0$

linde dış kuvvetlerin işi ile iç kuvvetlerin işinin lamı yazılır.

## .6. Elemanların Birleştirilmesi ve Sistemin Hesabı :

(S) sistemi $(e_i)$ elemanlarının toplamından oluşur. bal sisteme çevirme iki yöntemle yapılabilir. 1)Çevir- matrisi yolu ile 2) Biriktirme yöntemi ile,

1) Çevirme Matrisleriyle Sisteme Geçiş : (S)'in potansiyel enerjisi, her $(e_i)$ elemanının potansiyel enerjisinin toplamından ibaret ola - caktır. Sistemde n adet eleman varsa ;




ŞEKİL : 2

a) Stabilite problemlerinde ;

$$\delta^2 V(S) = \sum_{i=1}^{n} \delta^2 V(e_i) \qquad (3.41)$$

$(e_i)$ elemanının bir P düğüm noktası, sistemin r $\bar{P}$ noktası ile çakışır.

Her $(e_i)$ elemanının $\{d\}$ düğüm deplasmanları, sistemin $\{d_s\}$ deplasmanları ile bağıntılıdır. Her elemanda aşağıdaki gibi bir münasebet vardır.

$$\{d\} = [C]_{e_i} \{d_s\} \tag{3.42}$$

$[C]_{ei}$ çevirme matrisidir. Bunum gibi her eleman için ayrı ayrı çevirme matrisi bulunur. Böylece eleman - dan sisteme geçiş sağlanır. (3.41) Bağıntısı uygulanarak tüm sistemin potansiyel enerjisi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \delta^2 V(S) = {} & \{d_s\}^T \Big( \sum_{i=1}^{n} [C]_{e_i}^T [K_e] [C]_{e_i} \Big) \{d_s\} + \lambda \Big\{ \{d_s\}^T \Big( \sum_{i=1}^{n} [C]_{e_i}^T \\ & [N_e] [C]_{e_i} \Big) \{d_s\} + \{d_s\}^T \Big( \sum_{i=1}^{n} [C]_{e_i}^T [Q_e] [C]_{e_i} \Big) \\ & \{d_s\} + \{d_s\}^T \Big( \sum_{i=1}^{n} [C]_{e_i}^T [Q_e]_j [C]_{e_i} \Big) \{d_s\} \Big\} = 0 \end{aligned} \tag{3.43}$$

olur.

$$[K] = \sum_{i=1}^{n} [C]_{e_i}^T [K_e] [C]_{e_i} \quad \text{Sistemin rijitlik matrisi} \tag{3.44}$$

$$[N] = \sum_{i=1}^{n} [C]_{e_i}^T [N_e] [C]_{e_i} \quad \text{Sistemin geometrik yük matrisi} \tag{3.45}$$

$$[Q] = \sum_{i=1}^{n} [C]_{e_i}^T [Q_e] [C]_{e_i} \quad \text{Sistemin dış yük matrisi} \tag{3.46}$$

$$[Q]_j = \sum_{i=1}^{n} [C]_{e_i}^T [Q_e]_j [C]_{e_i} \quad \text{Sistemin çizgisel yük matrisi} \tag{3.47}$$

Yukardaki bağıntılarla (3.43) denklemini ifade edersek,

$$\delta^2 V(S) = \{d_s\}^T \Big\{ [K] \{d_s\} + \lambda \Big( [N] \{d_s\} + [Q] \{d_s\} + [Q]_j \{d_s\} \Big) \Big\} = 0 \tag{3.48}$$

denklemi elde edilir.

b) Denge problemlerinde ;

$$\delta V = \{d_s\}^T \left( \sum_{i=1}^{n} [C]^T_{e_i} [K_e] [C]_{e_i} \{d_s\} - \sum_{i=1}^{n} \{F_d\} [C]^T_{e_i} \right) \qquad (3.49)$$

$\{Q_d\} = \sum_{i=1}^{n} \{F_d\} [C]^T_{e_i}$ sistemin dış yük matrisi

3.49) denklemini kısa şekilde yazarsak ;

$$\delta V = \{d_s\}^T \left( [K] \{d_s\} - \{Q_d\} \right) = 0 \qquad (3.50)$$

enklemi elde edilir.

2) Biriktirme Metodu ile sisteme geçiş : Global sistem rijitlik matrisi içine, eleman rijitlik matrislerinin uygun şekilde yerleştirilmesi ile elde edilir. Çalışmamızda bu yöntem kullanılmıştır.

3.2.7. <u>Deplasmanlar Metodu - Sonlu Elemanlar Yöntemi :</u>

Deplasman fonksiyonlarının seçimi

$$\{V_i\} = \begin{bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \\ w(x,y) \end{bmatrix} = [\psi(x,y)] \{a\}$$

$$\{d\} = [A]\{a\}$$

$$\{\varepsilon\} = [F]\{a\}$$

$$\{\beta\} = [G]\{a\}$$

Dış kuvvetlerin potansiyel enerjisi

$\Omega = -\iint p\,[V_i]\,dx\,dy$

Toplam potansiyel enerji

$V = U + \Omega$

Şekil değiştirme enerjisi

$U = \frac{1}{2}\iint \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\}\, dx\, dy$

$$\Delta V = \delta V + \frac{1}{2!}\delta^2 V + \frac{1}{3!}\delta^3 V + \ldots$$

$$\left.\begin{array}{l} \delta V = 0 \\ \frac{1}{2!}\delta^2 V > 0 \end{array}\right\} V\,min$$

**Potansiyel enerjinin 1. Varyasyonu Denge Problemi**

$\delta V = \delta U + \delta\Omega$

$\{d\}^T\left([K_e]\{d\} - [F_d]\right) = \delta V$

$\{d\} = [C]_{ei}\,\{d_s\}$

**Sistemin rijitlik matrisi**

$[K] = \sum_{i=1}^{n} [C]^T_{ei}[K_e][C]_{ei}$

**Dış Yük Matrisi**

$\{Q_d\} = \sum [C]^T_{ei}\{F_d\}$

**Sistem için kurulan denklem**

$\{Q_d\} = [K]\{d_s\}$

**Potansiyel enerjinin 2. Varyasyonu Stabilite Pro**

$\frac{1}{2}\delta^2 V = \frac{1}{2}\delta^2 U + \frac{1}{2}\delta^2\Omega$

$\frac{1}{2}\{d\}^T\Big\{[K_e]\{d\} + \lambda\Big([N_e]\{d\}$

$[Q_e]\{d\} + [Q_{e_j}]\{d\}\Big)\Big\} = \frac{1}{2}$

$(j = 1,..8)$

$\{d\} = [C]_{ei}\,\{d_s\}$

**Sistemin rijitlik matrisi**

$[K] = \sum_{i=1}^{n} [C]^T_{ei}[K_e][C]_{ei}$

**Geometrik yük matrisi**

$[\bar{N}] = \sum [C]^T_{ei}[N_e][C]_{ei}$

**Dış Yük Matrisi**

$[Q] = \sum [C]^T_{ei}[Q_e][C]_{ei}$

**Çizgisel yük matrisi**

$[Q_j] = \sum [C]^T_{ei}[Q_{e_j}][C]_{ei}$

**Sistem için kurulan denkle**

a) Denge Probleminin Çözümü :

Elde edilen denge denklemlerinde problemin sınır şartları yerlerine konur. Denklem takımı çözülüp sistemin düğüm noktaları deplasman parametreleri bulunur. Sonra elemanların köşe noktalarındaki deformasyonlar ve kesit tesirleri nümerik olarak bulunur. Aynı düğüm noktasında bileşen elemanların her birinden hesaplanan kesit tesirleri farklıdır. Bu değerlerin ortalaması alınarak o düğüm noktasının kesit tesiri nümerik olarak bulunmuş olur.

b) Stabilite Probleminin Çözümü :

Burkulma yükü, sistemin ilk durumunu kararsız hale getiren en küçük yük parametresi olarak tanımlanabilir. Dış yüklerden oluşan mambran kesit tesirleri bir yük parametresine bağlı olarak ifade edilebilir. İkinci mertebe hesaplarında süperpozisyon prensibi geçerli olmadığı için yükü belli bir değerin katları şeklinde gösterebiliriz. $[\bar{N}_o] = \lambda[\bar{n}_o]$ gibi . Burada $\lambda$ yük parametresidir. Stabilite denklemi,

$$\Big\{[K]+\lambda\big([N]+[Q]+[Q]_j\big)\Big\}\{d\}=0 \qquad (3.51)$$

şeklindedir. Bu denklem takımına problemin sınır şartları konur. Sistemin ilk konumunun kararsız hale gelmesi ve $\{d\} = 0$ dan farklı kararlı bir başka denge konumunun bulunması için yukardaki denklem takımının katsayılar ($\Delta$) determinatının sıfır olmasını gerektirir. ($\Delta$) determinantını sıfır yapan yük iki şekilde bulunur.

1) Bisection metodu ile Pkr yük hesaplanır. Şö ki, sıfırdan başlıyarak P'ye artan değerler rilir ve (Δ) determinantı hesaplanır. Pozi ten negatife geçtiği bölgede bu aralıklar laştırılarak (Δ) determinantını sıfır yapa Pkr değeri bulunmuş olur.

2) Ardışık yaklaşım metodu ile Pkr yük hesa nır.

## BÖLÜM - 4

# TABİLİTE DENKLEMLERİNİN ÇIKARILIŞI

## .1. İNCE DAİRESEL SİLİNDİRİK KABUĞUN TOPLAM POTANSİYEL ENERJİSİNİN İKİNCİ VARYASYONUNUN YAZILIŞI

### .1.1. Lineer Stabilite Probleminin Enerjetik Formülasyonu :

Bu bölümde, $\varepsilon_{ij}$, $\beta_i$ ve $\kappa_{ij}$ lineer dep- asman parametreleriyle ifade edilen ; ince, elâstik,ba- ık olmıyan dairesel silindirik kabuğun toplam potansi- el enerjisinin ikinci varyasyonu, minumum potansiyel nerji kriteri ile elde edilmiştir.Toplam potansiyel ener- jinin ikinci varyasyonuna Trefftz kriterinin uygulanması le stabilite denklemleri elde edilir. Aynı stabilite denk- emleri nonlineer denge denklemlerinden, komşu denge kri- teriyle de bulunabilir. Problemin çözümünde sonlu eleman- lar yöntemini kullanacağımız için bize yalnız toplam po- tansiyel enerjinin ikinci varyasyonu gereklidir.

Önce ; ince, elâstik, basık olmıyan dairesel silindirik kabuğun toplam potansiyel enerjisini yazalım.

$$V = U + \Omega \qquad (4.1)$$

$$U = U_m + U_b \qquad (4.2)$$

Burada V ; toplam potansiyel enerjiyi, U ; sı
sıyla mambran ve eğilme şekil değiştirme enerjisini,
dış kuvvetlerin potansiyel enerjisini gösterir.

4.1.1.1.Şekil Değiştirme Enerjisi :

$$U_M = \frac{C}{2}\iint(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\nu\,\varepsilon_x\,\varepsilon_y + \frac{1-\nu}{2}\gamma_{xy}^2)\,dx\,dy \qquad (4.$$

$$U_b = \frac{D}{2}\iint[K_x^2 + K_y^2 + 2\nu K_x K_y + 2(1-\nu)K_{xy}^2]\,dx\,dy \qquad (4.$$

$$U = \frac{C}{2}\iint(\varepsilon_x^2+\varepsilon_y^2+2\nu\varepsilon_x\,\varepsilon_y+\frac{1-\nu}{2}\gamma_{xy}^2)\,dx\,dy + \frac{D}{2}\iint[K_x^2+K_y^2+2\nu K_x K_y+2(1-\nu)K_{xy}^2]\,dx\,dy \qquad (4.$$

$\varepsilon_x$, $\varepsilon_y$, $\gamma_{xy}$ ortalama yüzeyin uzama ve kayma ş
kil değiştirme bileşenleri ; $K_x$, $K_y$, $K_{xy}$ ise ortal
yüzeyin eğrilik değişimi ve burulma eğriliğidir. Bun
ra kabuğun deformasyon-deplasman bağıntıları veya ki
matik münasebetleri veyahut da uygunluk denklemleri
nir. Ortalama yüzeyin u,v,w deplasman bileşenlerinin
siyonlarıdır.

Novozhilov teorisine göre, basık olmıyan dai
silindirlerin nonlineer deformasyon-deplasman bağıntı
ortalama yüzeyin u,v,w deplasman bileşenleri cinsind
zılışları aşağıdaki şekildedir.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}(-\frac{\partial w}{\partial x})^2$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{r} + \frac{1}{2}(\frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y})$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + (-\frac{\partial w}{\partial x})(\frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y}) \qquad (4.$$

$$K_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$K_y = \frac{\partial v}{r\,\partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$2K_{xy} = \frac{2\partial v}{r\,\partial x} - \frac{2\partial^2 w}{\partial x\,\partial y}$$

Burada ince, basık olmıyan, dairesel silindirik kabukların deformasyon-deplasman bağıntılarının ; ince, basık, dairesel silindirik kabukların deformasyon-deplasman bağıntılarından farkı x ekseni etrafındaki dönmenin $\frac{v}{r}$ terimini ihtiva etmesidir.

İnce, elâstik silindirik kabukların kesit tesirleri aşağıdaki gibidir.

$$N_x = C(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \qquad M_x = D(Kx + \nu Ky)$$

$$N_y = C(\varepsilon y + \nu\varepsilon x) \qquad M_y = D(Ky + \nu Kx)$$

$$N_{xy} = C\frac{(1-\nu)}{2}\gamma_{xy} \qquad M_{xy} = D(1-\nu)Kxy \qquad (4.7)$$

Homojen, elâstik izotrop malzeme için ;

$$C = \frac{Eh}{1-\nu^2} \qquad \text{ve} \qquad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

4.1.1.2. Hidrostatik Basınç Yükünün Potansiyel Enerjisi:

Silindirin yanal yüzeyi boyunca üniform yayılmış olan sıvı basıncına maruz, basık olmıyan dairesel silindirler için dış kuvvetlerin potansiyel enerjisini yazalım.

Sistem konservatif olduğu için potansiyel enerjideki değişme negatiftir. Deformasyondan sonra silindirin dik kesiti ile kapalı alanı aşağıdaki şekilde bulunur.

Deformasyondan sonra ortalama yüzeyindeki bir noktanın koordinatları

$$x^{*} = (r+w)\cos\theta - v\sin\theta$$

$$y^{*} = (r+w)\sin\theta + v\cos\theta \qquad (4.8)$$

şeklindedir. Ortalama yüzey ile kapalı alan ise şöyledir

$$A^{*} = \frac{1}{2}\oint_{c}(-y^{*}dx^{*} + x^{*}dy^{*})$$

$$A^{*} = \frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}\left(-y^{*}\frac{dx^{*}}{d\theta} + x^{*}\frac{dy^{*}}{d\theta}\right)d\theta \qquad (4.9)$$

(4.8) denklemini (4.9) denkleminde yerine koyup tekrar düzenlersek ;

$$A^{*} = \frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}\left(r^{2} + \frac{r\partial v}{\partial\theta} + 2rw + v^{2} - v\frac{\partial w}{\partial\theta} + \frac{\partial v}{\partial\theta}w + w^{2}\right)d\theta$$

olur.

Burada ;

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi} r^{2}d\theta = \pi r^{2}$$

$$\int_{0}^{2\pi}\frac{\partial v}{\partial\theta}d\theta = 0$$

dır.

$$A^{*} = \pi r^{2} + \int\left[w + \frac{1}{2r}\left(v^{2} - v\frac{\partial w}{\partial y}r + \frac{\partial v}{\partial y}rw + w^{2}\right)\right]dy \qquad (4.10)$$

Silindirin yanal yüzeyine tatbik edilmiş basınç; yaklaşık olarak, deformasyon esnasında tatbik edilmiş basıncın potansiyel enerjisindeki değişmedir. $\Omega$ dış kuvvetlerin potansiyel enerjisi için ifade ;

$$\Omega = -p(\pi r^2 - A^*) \qquad (4.11)$$

$$\Omega = p \iint \left[w + \frac{1}{2r}\left(v^2 - v\frac{\partial w}{\partial y} r + \frac{\partial v}{\partial y} r w + w^2\right)\right] dx\,dy \qquad (4.12)$$

elde edilir.

Burada p kuvveti içeriye doğru pozitif alınmıştır. (4.5) ve (4.12) denklemlerinin toplamı bize şekil değiştirme ve dış kuvvetlerin potansiyel enerjisini verir.

$$\begin{aligned} V = {} & \frac{C}{2} \iint \left(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\nu \varepsilon_x \varepsilon_y + \frac{1-\nu}{2} \gamma_{xy}^2\right) dx\,dy \\ & + \frac{D}{2} \iint \left(K_x^2 + K_y^2 + 2\nu K_x K_y + 2(1-\nu) K_{xy}^2\right) dx\,dy \\ & + p \iint \left[w + \frac{1}{2r}\left(v^2 - v\frac{\partial w}{\partial y} r + \frac{\partial v}{\partial y} r w + w^2\right)\right] dx\,dy \end{aligned} \qquad (4.13)$$

4.1.1.3. Minumum Potansiyel Enerji Kriteri :

Bu araştırmada potansiyel enerjinin ikinci varyasyonu, minumum potansiyel enerji kriteri ile çıkarılmıştır.

Gerçek denge konumuna sonsuz yakın, ikinci bir konum daha alalım.

$$u \longrightarrow u_o + u_1$$
$$v \longrightarrow v_o + v_1$$
$$w \longrightarrow w_o + w_1 \qquad (4.14)$$

Burada $u_o$, $v_o$, $w_o$ denge konumuna karşı gelen deplasmanlardır. $u_1$, $v_1$, $w_1$ ikinci konumu elde etmek için verilen sonsuz küçük virtüel artımlardır. u,v,w ise ikinci konuma karşı gelen deplasmanlardır.

### 4.1.1.4. Şekil Değiştirme Enerjisinin İkinci Varyasyonu:

(4.14) deki değerler (4.5) denkleminde terim terim yerlerine konup hesaplanırsa, meselâ $\varepsilon_x$ için ;

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2$$

$$\varepsilon_x^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial u}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^4 \qquad (4.15)$$

Yukarıdaki ifadeye benzer şekilde $\varepsilon_y$, $\gamma_{xy}$, $\kappa_x$, $\kappa_y$ ve $\kappa_{xy}$'yi yazıp (4.5) denklemini teşkil ettikten sonra, buradaki u,v,w yerine (4.14) denklemlerindeki değerleri yerlerine koyarsak, şekil değiştirme enerjisinin $U+\Delta U$ değerini elde ederiz. $u_o$, $v_o$, $w_o$ deplasmanlarından oluşan denge konumundaki potansiyel enerjiyi çıkarırsak, potansiyel enerjideki $\Delta U$ değişmesini elde ederiz.

$$\Delta U = \delta U + \frac{1}{2!}\delta^2 U + \frac{1}{3!}\delta^3 U + \cdots \tag{4.16}$$

Burada $\frac{1}{2!}\delta^2 U$ değeri ; (1) indisli kemiyetlerin ikinci dereceden olan terimlerinin toplanmasıyla elde edilir. $w_o \equiv 0$ için $\varepsilon_x$'in değeri

$$\frac{1}{2}\delta^2(\varepsilon_x^2) = \left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial u_o}{\partial x}\left(\frac{\partial w_1}{\partial x}\right)^2 \tag{4.17}$$

şeklindedir.

$\varepsilon_y, \gamma_{xy}, K_x, K_y$ ve $K_{xy}$ için benzer ifadeleri yazarsak mambran ve eğilme şekil değiştirme enerjisinin ikinci varyasyonu aşağıdaki şekle gelir.

$$\frac{1}{2!}\delta^2 U_m = \frac{C}{2}\iint\Big\{(\delta\varepsilon_x)^2 + (\delta\varepsilon_y)^2 + 2\nu(\delta\varepsilon_x)(\delta\varepsilon_y) + \frac{1-\nu}{2}(\delta\gamma_{xy})^2$$
$$+\Big[(\varepsilon_{x_o} + \nu\varepsilon_{y_o})(\delta^2\varepsilon_x) + (\varepsilon_{y_o} + \nu\varepsilon_{x_o})(\delta^2\varepsilon_y) + \frac{1-\nu}{2}\gamma_{xy_o}(\delta^2\gamma_{xy})\Big]\Big\}dxdy$$
$$\frac{1}{2!}\delta^2 U_b = \frac{D}{2}\iint\Big[(\delta K_x)^2 + (\delta K_y)^2 + 2\nu(\delta K_x)(\delta K_y) + 2(1-\nu)(\delta K_{xy})^2\Big]\,dxdy \tag{4.18}$$

Burada ;

$$\delta\varepsilon_x = \varepsilon_{x_1}$$
$$\delta\varepsilon_y = \varepsilon_{y_1}$$
$$\delta\gamma_{xy} = \gamma_{xy_1}$$
$$\delta K_x = K_{x_1}$$
$$\delta K_y = K_{y1} \tag{4.19}$$

$$\delta K_{xy} = K_{xy1}$$

$$\delta^2 \varepsilon_x = \beta^2_{x1}$$

$$\delta^2 \varepsilon_y = \beta^2_{y1}$$

$$\delta^2 \gamma_{xy} = 2\beta_{x1}\,\beta_{y1}$$

$$N_{xo} = C(\varepsilon_{xo} + \nu \varepsilon_{yo})$$

$$N_{yo} = C(\varepsilon_{yo} + \nu \varepsilon_{xo})$$

$$N_{xyo} = C\frac{(1-\nu)}{2}\gamma_{xyo}$$

dır.

Bu son şekle göre şekil değiştirme enerjisinin ikinci varyasyonunu yazalım ;

$$\frac{1}{2!}\delta^2 U = \frac{C}{2}\iint\left(\varepsilon^2_{x1} + \varepsilon^2_{y1} + 2\nu\varepsilon_{x1}\,\varepsilon_{y1} + \frac{1-\nu}{2}\gamma^2_{xy1}\right)dx\,dy$$

$$+\frac{1}{2}\iint\left(N_{xo}\,\beta^2_{x1} + N_{yo}\,\beta^2_{y1} + 2N_{xyo}\,\beta_{x1}\,\beta_{y1}\right)dx\,dy$$

$$+\frac{D}{2}\iint\left[K^2_{x1} + K^2_{y1} + 2\nu K_{x1}K_{y1} + 2(1-\nu)K^2_{xy1}\right]dx\,dy \qquad (4.$$

Bu denklemdeki deformasyon-deplasman münasebetleri aşağıdaki gibidir.

$$\varepsilon_{x1} = \frac{\partial u1}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{y1} = \frac{\partial v1}{\partial y} + \frac{w1}{r}$$

$$\gamma_{xy1} = \frac{\partial u1}{\partial y} + \frac{\partial v1}{\partial x}$$

$$K_{x1} = -\frac{\partial^2 w1}{\partial x^2}$$

$$K_{y1}=\frac{\partial v_1}{r\partial y}-\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2}$$

$$2K_{xy1}=\frac{2\partial v_1}{r\partial x}-\frac{2\partial^2 w_1}{\partial x\,\partial y}$$

$$\beta_{x1}=-\frac{\partial w_1}{\partial x}$$

$$,\qquad \beta_{y1}=\frac{v_1}{r}-\frac{\partial w_1}{\partial y} \qquad (4.21)$$

Buradaki $N_{xo}$, $N_{yo}$ ve $N_{xyo}$ değerleri mambran denge denklemlerinden elde edilen mambren kuvvetleridir.

(4.19) denklemindeki $(u_o, v_o, w_o)$ deplasmanlarına stabilite problemlerinde ön burkulma deformasyonu ; $(u_1, v_1, w_1)$'e ön burkulma modu ; $\frac{\partial w_o}{\partial x}$, $\frac{\partial w_o}{\partial y}$ 'ye ise ön burkulma dönmeleri denir. Ön burkulma dönmelerini gösteren terimler çok küçük oldukları için (1) indisli artım kemiyetlerinden oluşan $N_{x1}$, $N_{y1}$, $N_{xy1}$ değerleri gözönüne alınmamıştır.

### 4.1.1.5. Hidrostatik Basınç Yükünün Potansiyel Enerjisinin İkinci Varyasyonu :

Yine burada dış kuvvetlerin potansiyel enerjisindeki değişmeyi bulalım.

$$\begin{aligned} v &\longrightarrow v_o+v_1 \\ w &\longrightarrow w_o+w_1 \end{aligned} \qquad (4.22)$$

(4.21) deki değerleri (4.12) denkleminde yerine koyup $\Omega_1 . \Delta\Omega_1$ yı yazarsak ;

$$\Omega_1+\Delta\Omega_1=p\iint\Big\{(w_0+w_1)+\frac{1}{2r}\Big[(v_0+v_1)^2-(v_0+v_1)\Big(\frac{\partial w_0}{\partial y}+\frac{\partial w_1}{\partial y}\Big)r$$

$$+\Big(\frac{\partial v_0}{\partial y}+\frac{\partial v_1}{\partial y}\Big)(w_0+w_1)r+(w_0+w_1)^2\Big]\Big\}dx\,dy \qquad (4.23)$$

Bu ifadeyi açalım ;

$$\Omega_1+\Delta\Omega_1=p\iint\Big[w_0+w_1+\frac{1}{2r}\Big(v_0^2+2v_0v_1+v_1^2-v_0\frac{\partial w_0}{\partial y}r-v_0\frac{\partial w_1}{\partial y}r-$$

$$v_1\frac{\partial w_0}{\partial y}r-v_1\frac{\partial w_1}{\partial y}r+w_0\frac{\partial v_0}{\partial y}r+w_0\frac{\partial v_1}{\partial y}r+w_1\frac{\partial v_0}{\partial y}r+$$

$$w_1\frac{\partial v_1}{\partial y}r+w_0^2+2w_0w_1+w_1^2\Big)\Big]\,dx\,dy \qquad (4.24)$$

(0) indisli terimler denge konumundaki dış kuvvet-lerin potansiyel enerjisidir.

$$\Omega_1=p\iint\Big[w_0+\frac{1}{2r}\Big(v_0^2-v_0\frac{\partial w_0}{\partial y}r+w_0\frac{\partial v_0}{\partial y}r+w_0^2\Big)\Big]\,dx\,dy \qquad (4.25)$$

O halde dış kuvvetlerin potansiyel enerjisindeki değişme ;

$$\Delta\Omega_1=p\iint\Big[w_1+\frac{1}{2r}\Big(2v_0v_1+v_1^2-v_0\frac{\partial w_1}{\partial y}r-v_1\frac{\partial w_0}{\partial y}r-v_1\frac{\partial w_1}{\partial y}r+$$

$$w_0\frac{\partial v_1}{\partial y}r+w_1\frac{\partial v_0}{\partial y}r+w_1\frac{\partial v_1}{\partial y}r+2w_0w_1+w_1^2\Big)\Big]\,dx\,dy \qquad (4.26)$$

Bu potansiyel enerjideki değişimin (1) indisli ve 2. dereceden olan terimleri (4.16) dan dolayı dış kuvvetlerin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu teşkil eder.

$$\frac{1}{2!}\delta^2\Omega_1=\frac{p}{2r}\iint\Big(v_1^2-v_1\frac{\partial w_1}{\partial y}r+w_1\frac{\partial v_1}{\partial y}r+w_1^2\Big)\,dx\,dy \qquad (4.27)$$

4.1.1.6. Şekil Değiştirme Enerjisinin ve Hidrostatik Basınç Yükünün Toplam Potansiyel Enerjisinin İkinci Varyasyonu :

(4.20) ifadesi ile (4.27) ifadesinin toplamı bize şekil değiştirme enerjisinin ve hidrostatik basınç yükünün toplam potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu verir.

$$\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta} V_1 = \frac{1}{2!}\overset{2}{\delta} U + \frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_1$$

$$\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta} V_1 = \frac{C}{2}\iint(\varepsilon_{x1}^2 + \varepsilon_{y1}^2 + 2\nu\,\varepsilon_{x1}\varepsilon_{y1} + \frac{1-\nu}{2}\gamma_{xy1}^2)\,dx\,dy$$

$$+\frac{1}{2}\iint[N_{x_0}(-\frac{\partial w_1}{\partial x})^2 + N_{y_0}(\frac{v_1}{r} - \frac{\partial w_1}{\partial y})^2 + 2N_{xy_0}(-\frac{\partial w_1}{\partial x})(\frac{v_1}{r} - \frac{\partial w_1}{\partial y})]\,dx\,dy$$

$$+\frac{D}{2}\iint[K_{x1}^2 + K_{y1}^2 + 2\nu K_{x1}K_{y1} + 2(1-\nu)K_{xy1}^2]\,dx\,dy$$

$$+\frac{p}{2r}\iint(v_1^2 - v_1\frac{\partial w_1}{\partial y}r + w_1\frac{\partial v_1}{\partial y}r + w_1^2)\,dx\,dy \qquad (4.28)$$

ifadesi elde edilir.

(1) indislerini atıp (4.28) denklemini matris formda yazalım ;

$$\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta} V_1 = \frac{1}{2}\iint[\varepsilon]^T[D][\varepsilon]\,dx\,dy + \frac{1}{2}\iint[\beta]^T[N_0][\beta]\,dx\,dy$$

$$+\frac{1}{2}\frac{p}{r}\iint\begin{Bmatrix} v - r\cdot\frac{\partial w}{\partial y} \\ w + r\cdot\frac{\partial v}{\partial y}\end{Bmatrix}^T\begin{Bmatrix} v \\ w\end{Bmatrix}dx\,dy \qquad (4.29)$$

Daha açık ifade edelim ;

$$\frac{1}{2!}\delta^2 V_1=\frac{1}{2}\iint\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \delta_{xy}\\ K_x\\ K_y\\ K_{xy}\end{Bmatrix}^T\begin{bmatrix}C\begin{bmatrix}1&\nu&0\\ \nu&1&0\\ 0&0&\frac{1-\nu}{2}\end{bmatrix}&[0]\\ [0]&D\begin{bmatrix}1&\nu&0\\ \nu&1&0\\ 0&0&\frac{1-\nu}{2}\end{bmatrix}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \delta_{xy}\\ K_x\\ K_y\\ K_{xy}\end{Bmatrix}dx\,dy$$

$$+\frac{1}{2}\iint\begin{Bmatrix}-\frac{\partial w}{\partial x}\\ \frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}\end{Bmatrix}^T\begin{bmatrix}N_{x_o}&N_{xy_o}\\ N_{xy_o}&N_{y_o}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}-\frac{\partial w}{\partial x}\\ \frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}\end{Bmatrix}dx\,dy$$

$$+\frac{1}{2}\frac{p}{r}\iint\begin{Bmatrix}v-r\frac{\partial w}{\partial y}\\ w+r\frac{\partial v}{\partial y}\end{Bmatrix}^T\begin{Bmatrix}v\\ w\end{Bmatrix}dx\,dy \qquad \text{(4.}$$

Türev matrisleri şeklinde yazalım.

$$\frac{1}{2!}\delta^2 V_1=\frac{1}{2}\{d\}^T\Big\{\iint[B]^T[F]^T[D][F][B]\,dx\,dy+\iint[B]^T[G]^T$$

$$[N_o][G][B]\,dx\,dy+\frac{p}{r}\iint[B]^T[M]^T[R][B]\,dx\,dy\Big\}\{d\} \qquad \text{(4.}$$

Eleman matrisi formunda yazarsak ;

$$\delta^2 V_1=\{d\}^T[K_e]\{d\}+\{d\}^T[N_e]\{d\}+\{d\}^T[Q_e]\{d\} \qquad \text{(4.}$$

denklemi elde edilir.

Burada ;

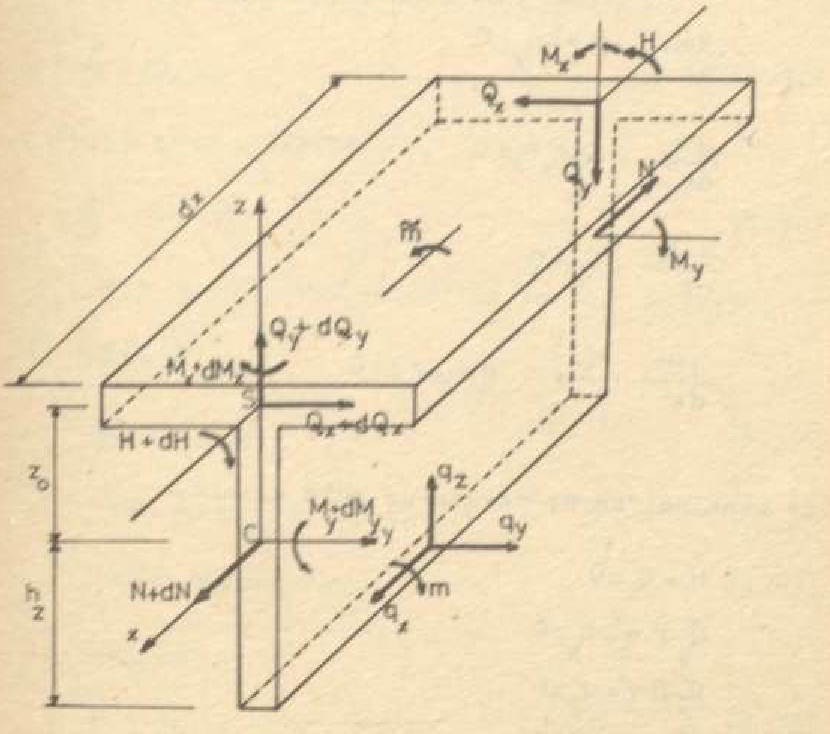
$[K_e]$ : Eleman rijitlik matrisi

$[N_e]$ : Eleman geometrik yük matrisi

$[Q_e]$ : Elemanın dış yük matrisidir.

## 4.2. NERVÜRLERİN STABİLİTE DENKLEMLERİNİN ÇIKARILIŞI

### 4.2.1. Boyuna Nervürün Stabilite Denkleminin Çıkarılışı




ŞEKİL : 3

Boyuna nervürün stabilite denklemi [ 1 ] ve [ 2 ] den faydalanılarak çıkarılmıştır. Buradaki $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m kabuk ile nervürün birleştiği yerdeki, nervürden kabuğa aktarılmış nervürdeki gerçek yüklerdir. $M_x$, $M_y$, ve N ağırlık merkezine göre, $Q_x$, $Q_y$ ve H ise kayma merkezine göre alınmıştır. Buna göre, ince cidarlı çubukların stabilite denkleminin çıkarılışından faydalanarak denklemleri yazalım.

$$\frac{dN}{dx} + q_x = 0$$

$$\frac{dQ_y}{dx} - P\,w_c'' + q_z = 0$$

$$\frac{dQ_x}{dx} - P\,v_c'' + q_y = 0$$

$$\frac{dM_y}{dx} - Q_y - q_x h_z = 0$$

$$\frac{dM_x}{dx} - Q_x = 0$$

$$\frac{dH}{dx} - \tilde{m} + m - q_y(h_z + z_o) = 0 \qquad (4.33\ a-f)$$

(f) denklemi kayma merkezine göre alınır.

$$N' + q_x = 0$$
$$Q_y' - P\,w_c'' + q_z = 0$$
$$Q_x' - P\,v_c'' + q_y = 0$$
$$M_y' - Q_y - q_x h_z = 0$$
$$M_x' - Q_x = 0 \qquad (4.34\ a-f)$$
$$H' - \tilde{m} + m - q_y(h_z + z_o) = 0$$

(4.34 d) denkleminin türevini alırsak :

$$M_y'' - Q_y' - q_x' h_z = 0 \qquad (4.3$$

(4.34 b) denkleminden :

$$Q_y' = P\,w_c'' - q_z \qquad (4.3$$

(4.36) denklemini (4.35) de yerine koyalım.

$$M_y'' - P w_c'' + q_z - q_x' h_z = 0$$

$$M_y'' - P w_c'' = - q_z + q_x' h_z \qquad (4.37)$$

(4.34 e) denkleminin türevini alırsak ;

$$M_x'' - Q_x' = 0 \qquad (4.38)$$

(4.34 c) denkleminden

$$Q_x' = P V_c'' - q_y \qquad (4.39)$$

(4.39) denklemini (4.38) de yerine koyalım :

$$M_x'' - P V_c'' + q_y = 0$$

$$M_x'' - P V_c'' = - q_y \qquad (4.40)$$

$$H' + \bar{m} - m + q_y(h_z + z_o) = 0$$

$$H' - \bar{m} = - m + q_y(h_z + z_o) \qquad (4.41)$$

$$N' + q_x = 0$$

$$N' = - q_x \qquad (4.42)$$

Nervüre tesir eden P basınç kuvvetinin sistemin ağırlık merkezine etkidiğini kabul ediyoruz.

$$P = p \cdot A$$

Burada ($\bar{p}$) hidrostatik basınç kuvvetidir.

O halde, ($\bar{p}$) yanal yükü ve ( P) eksenel basınç yükü altında boyuna nervürün stabilite denklemleri (4.37), (4.40), (4.41) ve (4.42) denklemleridir.

Burada ;

$$v_c = v_s + z_o \cdot \phi \quad \ldots\ldots \quad v_c'' = v_s'' + z_o \cdot \phi''$$

$$w_c = w_s \quad \ldots\ldots \quad w_c'' = w_s'' \qquad (4.43)$$

$$\mathfrak{M} = -P \cdot z_o \cdot v_s'' - P \frac{I_o}{A} \phi''$$

Bu denklemlerdeki N, $M_x$, $M_y$ ve H'ın değerleri is şöyledir.

$$N = E_s A_s u_s'$$

$$M_y = -E_s J_y w_s''$$

$$M_x = -E_s J_z v_s''$$

$$H = -G_s J_d \phi_s' + E_s J_w \phi_s''' \qquad (4.44)$$

Çarpılma rijitliği $J_w = 0$ dır.

Denklemlerde bunların türevi gerektiği için ;

$$N' = E_s A_s u_s''$$

$$M_y'' = -E_s J_y w_s''''$$

$$M_x'' = -E_s J_z v_s''''$$

$$H' = -G_s J_d \phi_s'' \qquad (4.45)$$

Bulunan bu değerleri (4.37), (4.40), (4.41), (4.42) denklemlerinde yerlerine koyarsak ;

$$-E_s J_y w_s'''' - P w_s'' = -q_z + q_x' h_z$$

$$-E_s J_z v_s'''' - P (v_s'' + z_o \cdot \phi_s'') = -q_y$$

$$-G_s J_d \phi_s'' + P z_o v_s'' + P \frac{I_o}{A} \phi_s'' = -m + q_y (h_z + z_o) \qquad (4.46)$$

$$E_s A_s u_s'' = -q_x$$

Tekrar düzenlersek ;

$$E_s\, J_y\, w_s'''' + P\, w_s'' = q_z - q_x'\, h_z$$

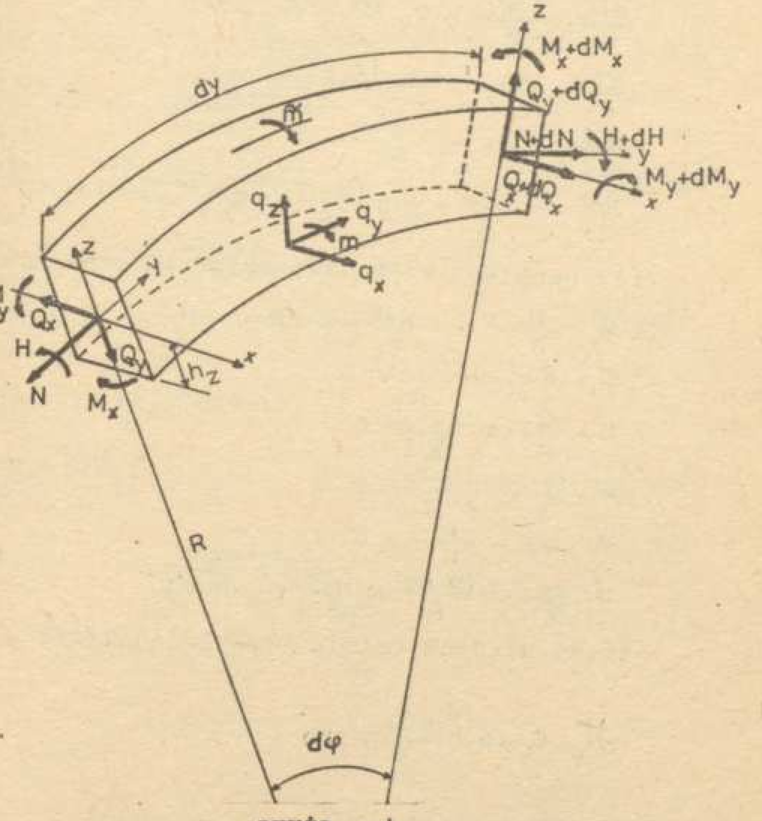
$$E_s\, J_z\, v_s'''' + P\, v_s'' + P\, z_0\, \phi_s'' = q_y$$

$$G\, J_d\, \phi_s'' - P\, z_0 v_s'' - P \frac{I_0}{A_s} \phi_s'' = m - q_y (h_z + z_0)$$

$$E_s \cdot A_s \cdot u_s'' = - q_x \qquad (4.47\ \text{a-d})$$

denklemleri elde edilir.

### 4.2.2. Dairesel Nervürün Stabilite Denkleminin Çıkarılışı:




ŞEKİL : 4

Dairesel nervürün stabilite denklemi [ 1 ] ve [ 2 ] den faydalanarak çıkarılmıştır. Burada $q_x, q_y, q_z$ ve m kabuk ile nervürün birleştiği yerdeki nervürden kabuğa aktarılmış, nervürdeki gerçek yüklerdir.

Buna göre denklemleri çıkarırsak ;

$$\frac{dQ_y}{dy} - \frac{N}{R} - P\ddot{w}_t + q_z\frac{(R-h_z)}{R} = 0$$

$$\frac{dQ_x}{dy} - P\ddot{u}_t + q_x\frac{(R-h_z)}{R} = 0$$

$$\frac{dN_y}{dy} + \frac{Q_y}{R} + q_y\frac{(R-h_z)}{R} = 0$$

$$\frac{dM_y}{dy} - Q_y - q_y h_z\frac{(R-h_z)}{R} = 0$$

$$\frac{dM_x}{dx} - Q_x - \frac{H}{R} = 0$$

$$\frac{dH}{dx} - \frac{M_x}{R} + m\frac{(R-h_z)}{R} - q_x h_z\frac{(R-h_z)}{R} + \bar{m} = 0 \qquad (4.48\ a-$$

(f) denklemi kayma merkezine göre alınır.

$$Q_y' - \frac{N}{R} - P\ddot{w}_t + q_z\frac{(R-h_z)}{R} = 0$$

$$Q_x' - P\ddot{u}_t + q_x\frac{(R-h_z)}{R} = 0$$

$$N' + \frac{Q_y}{R} + q_y\frac{(R-h_z)}{R} = 0$$

$$M_y' - Q_y - q_y h_z\frac{(R-h_z)}{R} = 0$$

$$M_x' - Q_x - \frac{H}{R} = 0$$

$$H' - \frac{M_x}{R} + m\frac{(R-h_z)}{R} - q_x h_z\frac{(R-h_z)}{R} + \bar{m} = 0 \qquad (4.49\ a-$$

(4.49 d) denkleminin türevini alırsak ;

$$M_y'' - Q_y' - q_y' h_z\frac{(R-h_z)}{R} = 0 \qquad (4.5$$

(4.49 a) denkleminden ;

$$Q_y' = \frac{N}{R} + P\ddot{w}_t - q_z\frac{(R-h_z)}{R} \qquad (4.5$$

(4.51) denklemini (4.50) de yerine koyarsak ;

$$\ddot{M}_y - \frac{N}{R} - P\ddot{w}_t + q_z\frac{(R-h_z)}{R} - \dot{q}_y h_z\frac{(R-h_z)}{R} = 0 \qquad (4.52)$$

(4.49 b) den :

$$\dot{Q}_x = P\ddot{u}_t - q_x\frac{(R-h_z)}{R} \qquad (4.53)$$

(4.49 e) denkleminin türevini alırsak ;

$$\ddot{M}_x - \dot{Q}_x - \frac{\dot{H}}{R} = 0 \qquad (4.54)$$

(4.54) denkleminin içine (4.53) denklemini koyar-
ak ;

$$\ddot{M}_x - \frac{\dot{H}}{R} - P\ddot{u}_t + q_x\frac{(R-h_z)}{R} = 0$$

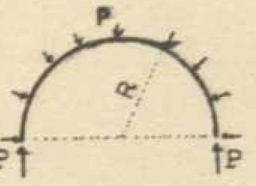
$$\ddot{M}_x - P\ddot{u}_t + q_x\frac{(R-h_z)}{R} - \frac{\dot{H}}{R} = 0 \qquad (4.55)$$

(4.49 f) denkleminden ;

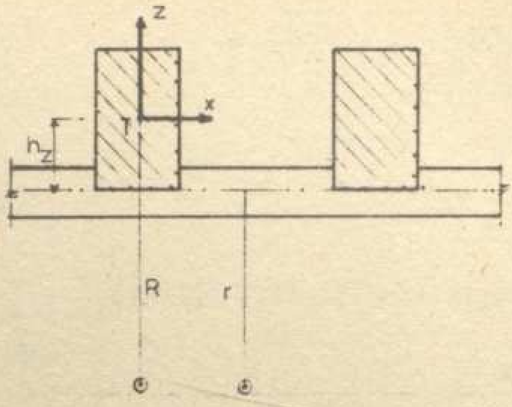
$$\dot{H} - \frac{M_x}{R} + \tilde{m} + m\frac{(R-h_z)}{R} - q_x h_z\frac{(R-h_z)}{R} = 0 \qquad (4.56)$$

(4.49 c) denkleminden ;

$$\dot{N} + \frac{Q_y}{R} + q_y\frac{(R-h_z)}{R} = 0 \qquad (4.57)$$




ŞEKİL : 5




ŞEKİL : 6

R = Dairesel kirişin yarıçapı

r = Kabuk yarıçapı

Hidrostatik basıncın çubuğun (T) merkezlerini b leştiren bir yaya etkidiğini kabul edelim. Kemerdeki g bi bu yay sadece eksenel basınç yüküne maruz kalır.

$$P = p.R$$

dir.

Buradaki P kuvveti (z) ekseni doğrultusunda etk ediyor. Bir dairesel yaya (z) ekseni doğrultusunda ku etkidiği taktirde sadece normal, kuvvet meydana gelir. layısıyla P hidrostatik yükü sadece normal kuvvet has eder. Bu da ön burkulma şeklinde denklemlere girer. No mal kuvvet ise çubuğun ağırlık merkezine etkir.

Kesit dikdörtgen olup, ağırlık merkezi ile kay merkezi çakıştığı için $x_o = 0$, $z_o = 0$ dır. Eksenel ku (T) noktasından etkidiği için ;

$$w_t = w_s \longrightarrow \ddot{w}_t = \ddot{w}_s$$
$$u_t = u_s \longrightarrow \ddot{u}_t = \ddot{u}_s \qquad (4.58)$$
$$\tilde{m} = -\rho \frac{I_o}{A} \ddot{\phi}_t$$

Bu denklemlerdeki $N$, $M_x$, $M_y$, $Q_y$ ve H'ın değerleri ise şöyledir ;

$$N = E_t A_t \left(\dot{v}_t + \frac{w_t}{R}\right)$$
$$M_y = E_t J_x \left(\frac{\dot{v}_t}{R} - \ddot{w}_t\right)$$
$$M_x = E_t J_z \left(\frac{\phi_t}{R} - \ddot{u}_t\right)$$
$$Q_y = E_t J_x \left(\frac{\ddot{v}_t}{R} - \dddot{w}_t\right)$$
$$H = -E_t J_w \ddot{\phi}_t + G J_d \left(\dot{\phi}_t + \frac{\dot{u}_t}{R}\right) \qquad (4.59)$$

Çarpılma rijitliği $J_w = 0$ dır.

$$\ddot{M}_y = E_t J_x \left(\frac{\dddot{v}_t}{R} - \ddddot{w}_t\right)$$
$$\ddot{M}_x = E_t J_z \left(\frac{\ddot{\phi}_t}{R} - \ddddot{u}_t\right)$$
$$\dot{H} = G_t J_d \left(\ddot{\phi}_t + \frac{\ddot{u}_t}{R}\right)$$
$$\dot{N} = E_t A_t \left(\ddot{v}_t + \frac{\dot{w}_t}{R}\right) \qquad (4.60)$$

Bunları (4.52), (4.55), (4.56), (4.57) denklemlerinde yerlerine koyarsak ;

$$E_t J_x \left(\frac{\dddot{v}_t}{R} - \ddddot{w}_t\right) - \frac{E_t A_t}{R}\left(\dot{v}_t + \frac{w_t}{R}\right) - \rho \ddot{w}_t = -q_z \frac{(R-h_z)}{R} + \dot{q}_y h_z \frac{(R-h_z)}{R}$$

$$E_t J_z \left(\frac{\ddot{\phi}_t}{R} - \ddddot{u}_t\right) - \frac{G_t J_d}{R}\left(\ddot{\phi}_t + \frac{\ddot{u}_t}{R}\right) - \rho \ddot{u}_t = -q_x \frac{(R-h_z)}{R}$$

$$G_t J_d \left(\ddot{\phi}_t + \frac{\ddot{u}_t}{R}\right) - \frac{E_t J_z}{R}\left(\frac{\phi_t}{R} - \ddot{u}_t\right) - \frac{I_o}{A} \rho \ddot{\phi}_t = -m \frac{(R-h_z)}{R} + q_x h_z \frac{(R-h_z)}{R}$$

$$E_t A_t \left(\ddot{v}_t + \frac{\dot{w}_t}{R}\right) + \frac{E_t J_x}{R}\left(\frac{\ddot{v}_t}{R} - \dddot{w}_t\right) = -q_y \frac{(R-h_z)}{R} \qquad (4.61a\text{-}d)$$

Tekrar düzenlersek ;

$$\frac{E_tA_t}{R}\left(\dot{v}_t+\frac{w_t}{R}\right)-E_tJ_x\left(\frac{\dddot{v}_t}{R}-\ddddot{w}_t\right)+P\,\ddot{w}_t=q_z\frac{(R-hz)}{R}-\dot{q}_y h_z\frac{(R-h_z)}{R}$$

$$\frac{G_tJd}{R}\left(\ddot{\phi}_t+\frac{\ddot{u}_t}{R}\right)-E_tJ_z\left(\frac{\ddot{\phi}_t}{R}-\ddddot{u}_t\right)+P\,\ddot{u}_t=q_x\frac{(R-hz)}{R}$$

$$\frac{E_tJz}{R}\left(\frac{\phi_t}{R}-\ddot{u}_t\right)-G_tJ_d\left(\ddot{\phi}_t+\frac{\ddot{u}_t}{R}\right)+\frac{I_o}{A}P\,\ddot{\phi}_t=m\frac{(R-hz)}{R}-q_xh_z\frac{(R-h$$

$$-E_tA_t\left(\ddot{v}_t+\frac{\dot{w}_t}{R}\right)-\frac{E_tJx}{R}\left(\frac{\ddot{v}_t}{R}-\dddot{w}_t\right)=q_y\frac{(R-hz)}{R} \qquad (4.62a\text{-}$$

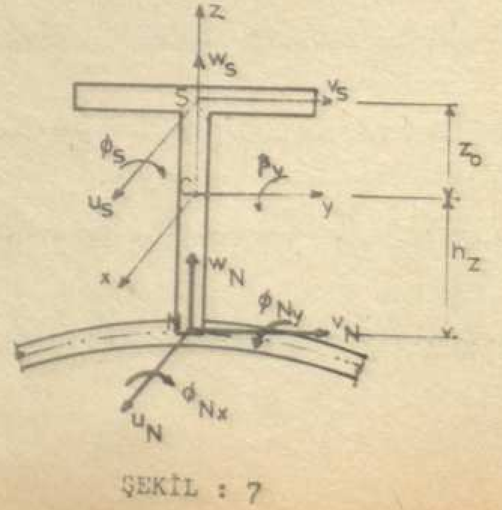
elde edilir.

### 4.2.3. Deplasmanların Transformasyonu :

Deplasmanların, nervürün kayma merkezinden,kab ile nervürün birleştiği noktaya transformasyonunu yapal

#### 4.2.3.1. Boyuna Nervür :

Boyuna nervürün kayma merkezinde deplasman bil şenleri ve burulma açısı (S), kabuk ile boyuna nervürle rin birleştiği yer N ile gösterilsin ;




ŞEKİL : 7

$$\beta_y = \phi_{N_y} = -\frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\phi_s = \phi_{N_x} = \frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y} \qquad (4.63a\text{-}b)$$

Burada ;

$$u_N = u_s - (z_o + h_z)\,\beta_y = u_s + (z_o + h_z)\,\frac{\partial w_s}{\partial x}$$

$$v_N = v_s - (z_o + h_z)\,\phi_s$$

$$w_N = w_s$$

$$\phi_N = \phi_s \qquad (4.64a\text{-}d)$$

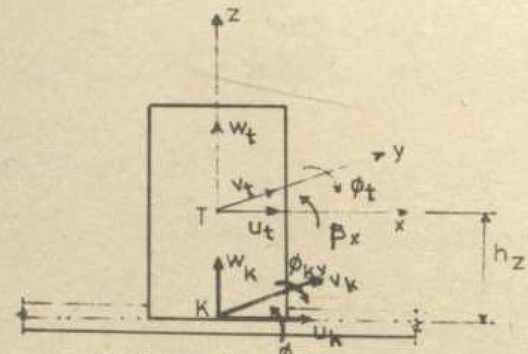
Matris formda yazalım.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \phi \end{Bmatrix}_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & (z_o+h_z)L & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -(z_o+h_z) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_s \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \phi \end{Bmatrix}_s \qquad (4.65)$$

$L = \frac{\partial}{\partial x}$ dir.

4.2.3.2. Dairesel Nervür :

Dairesel nervür dikdörtgen kesitli olduğu için kayma merkezi ile ağırlık merkezi çakışmaktadır. Dolayısıyla dairesel nervürün kayma merkezindeki deplasman bileşenleri ve burulma açısı (T), kabuk ile dairesel nervürün birleştiği noktayı (K) ile gösterelim.




ŞEKİL : 8

$$\phi_t = \phi_{ky} = -\frac{\partial w}{\partial x}$$

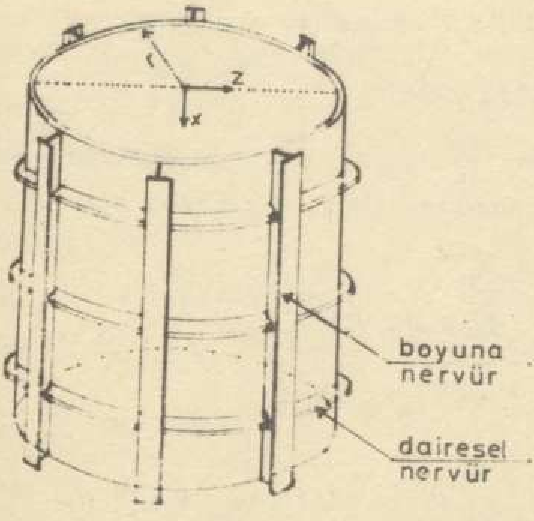
$$\beta_x = \phi_{k_x} = \frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y} \qquad (4.66\ a\text{-}b)$$

Burada ;

$$u_k = u_t - h_z\,\phi_t$$
$$v_k = v_t - h_z\,\beta_x$$
$$w_k = w_t$$
$$\phi_k = \phi_t \qquad (4.67a\text{-}d)$$

elde edilir.

## 4.2.4. Nervürlerden Kabuğa Gelen Yükler :




ŞEKİL : 9

Şimdi boyuna nervürün ve dairesel nervürün $(q_x)$, $(q_y)$, $(q_z)$ ve (m) değerlerini kabuğun deplasmanları cinsinden yazalım.

### 4.2.4.1. Boyuna Nervür :

Boyuna nervürün denklemlerini kabuğun deplasman - ları cinsinden yazmamız, $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini kabuk ile nervürün birleştiği noktadaki kabuk deplasmanları cinsinden hesaplamamız lâzımdır.

Boyuna nervürün kayma merkezinin deplasmanlarına göre denklemlerin yazılışı şöyledir.

$$E_s J_y w_s'''' + P w_s'' = q_z - q_x' h_z$$

$$E_s J_z v_s'''' + P v_s'' + P z_o \phi_s'' = q_y$$

$$G_s J_d \phi_s'' - P z_o v_s'' - P \frac{I_o}{A_s} \phi_s'' = m - q_y (h_z + z_o)$$

$$E_s A_s u_s'' = -q_x$$

Buradan $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini nervürün ka-ma merkezinin deplasmanları cinsinden hesaplıyalım.

$$q_x = -E_s A_s u_s''$$

$$q_y = E_s J_z v_s'''' + P v_s'' + P z_o \phi_s''$$

$$q_z = E_s J_y w_s'''' + P w_s'' - E_s A_s h_z u_s'''$$

$$m = [G_s J_d - P \frac{I_o}{A_s} + (h_z z_o + z_o^2) P] \phi_s'' +$$

$$(h_z + z_o) E_s J_z v_s'''' + P h_z v_s'' \qquad (4.68a\text{-}$$

Şimdide $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini, kabuk ile ne-vürün birleştiği noktadaki kabuk deplasmanları cinsin-yazalım.

Deplasmanların nervürün kayma merkezinden, kab- ile nervürün birleştiği noktaya transformasyonu ise aş-ğıdaki gibidir. (N) noktası boyuna nervürün kabuk orta- ma yüzeyi ile birleştiği nokta, (S) ise boyuna nervür- kayma merkezini gösterir. O halde ;

$$u_N = u_s - (z_o + h_z)\beta_y = u_s + (z_o + h_z)\frac{\partial w_s}{\partial x}$$
$$v_N = v_s - (z_o + h_z)\phi_s$$
$$w_N = w_s \qquad (4.69\ a\text{-}d)$$
$$\phi_N = \phi_s = \frac{v_N}{r} - \frac{\partial w_N}{\partial y} = \frac{v_N}{r} - \dot{w}_N$$

Şimdi, $u_s$, $v_s$, $w_s$, ve $\phi_s$'leri $u_N$, $v_N$, $w_N$ ve $\phi_N$ cinsinden hesaplarsak ;

$$u_s = u_N - (z_o + h_z)\, w_s' \qquad (4.70)$$

(4.69 c) denkleminden $w_N = w_s$ olduğuna göre bunu (4.70) denkleminde yerine koyalım.

$$u_s = u_N - (z_o + h_z)\, w_N' \qquad (4.71)$$

$$v_s = v_N + (z_o + h_z)\, \phi_s \qquad (4.72)$$

(4.69d) denklemini (4.72) de yerine koyalım.

$$v_s = v_N + (z_o + h_z)\left(\frac{v_N}{r} - \dot{w}_N\right) = \frac{(r + z_o + h_z)}{r} v_N - (z_o + h_z)\dot{w}_N \qquad (4.73)$$

O halde, (4.69c), (4.69d), (4.71) ve (4.73) deki değerleri (4.68 a-d) denklemlerinde yerlerine koyarsak $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini kabuk deplasmanları cinsinden hesaplamış oluruz.

$$q_x = -E_s A_s u_N'' + E_s A_s (z_o + h_z)\, w_N'''$$
$$q_y = E_s J_z \frac{(r + z_o + h_z)}{r} v_N'''' + P\frac{(r + 2z_o + h_z)}{r} v_N'' - E_s J_z (z_o + h_z)\dot{w}_N'''' - P(2z_o + h_z)\dot{w}_N''$$
$$q_z = [E_s J_y + E_s A_s h_z (z_o + h_z)]\, w_N'''' + P\, w_N'' - E_s A_s h_z u_N'''$$
$$m = E_s J_z \frac{(h_z + z_o)(r + h_z + z_o)}{r} v_N'''' + \left[G_s J_d - P\frac{I_o}{A_s} + (h_z \cdot z_o + z_o^2)P + P h_z (r + z_o + h_z)\right]\frac{v_N''}{r} - E_s J_z (z_o + h_z)^2 \dot{w}_N'''' - \left[G_s J_d - P\frac{I_o}{A_s} + (h_z z_o + z_o^2)P + P\, h_z (z_o + h_z)\right]\dot{w}_N'' \qquad (4.74a\text{-}d)$$

değerlerini elde ederiz.

Boyuna nervürün $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini kabuğun deplasmanları cinsinden yazdığımıza göre bu denklemlerdeki $u_N$, $v_N$, $w_N$ deplasmanları yerine kolaylık bakımından, kabuğun u, v, w deplasmanlarını kullanabiliriz. Buna göre, boyuna nervürün $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini tekrar yazalım.

$$q_x = -E_s A_s u'' + E_s A_s (z_o + h_z) w'''$$

$$q_y = E_s J_z \frac{(r+z_o+h_z)}{r} v'''' + P\frac{(r+2z_o+h_z)}{r} v'' - E_s J_z (z_o+h_z)\dot{w}''' - P(2z_o+h_z)\dot{w}'$$

$$q_z = [E_s J_y + E_s A_s h_z (z_o + h_z)] w'''' + P w'' - E_s A_s h_z u'''$$

$$m = E_s J_z \frac{(h_z+z_o)(r+h_z+z_o)}{r} v'''' + [G_s J_d - P\frac{I_o}{A_s} + \qquad (4.75a\text{-}d)$$

$$(h_z z_o + z_o^2)P + P h_z (r+z_o+h_z)]\frac{v''}{r} - E_s J_z (z_o+h_z)^2 \dot{w}'''' -$$

$$[G_s J_d - P\frac{I_o}{A_s} + (h_z z_o + z_o^2)P + P h_z (z_o + h_z)]\dot{w}''$$

Burada türevler x ve y'ye göre alınmıştır.

$$(\ )' = \frac{\partial(\ )}{\partial x}$$

$$(\ )^{\cdot} = \frac{\partial(\ )}{\partial y} \qquad P = A_s p$$

Biz problemimizi sonlu elemanlar metodu ile çözeceğimiz için $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m'leri çizgisel yük olarak alacağız. Sonlu elemanlarla çözümde yük matrisini yazarken $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m'lerim çizgisel yükleri de yük matrisine dahil edilecektir. $q_x$, $q_y$, $q_z$ kendi doğrultusundaki deplasmanlarla, m ise kendi doğrultusundaki dönmelerle çarpılarak potansiyel enerjideki dış kuvvetlerin işi olarak alınacaktır.

Ayrıca panellerle boyuna nervür arasındaki süreklilik ise aşağıdaki gibidir.

j'inci panel ile (j-1)'inci panel arasında, j'inci boyuna nervür bulunmaktadır. Buna göre ;

$$
\begin{aligned}
u_j &= u_{j-1} = u_{j(nervür)} \\
v_j &= v_{j-1} = v_{j(nervür)} \\
w_j &= w_{j-1} = w_{j(nervür)} \\
\phi_j &= \phi_{j-1} = \phi_{j(nervür)}
\end{aligned}
\qquad (4.76a-d)
$$

gibi 4 tane süreklilik şartı vardır.

Ayrıca ;

$$
\begin{aligned}
N^j_{yx} - N^{j-1}_{yx} &= q^j_x \\
N^j_y - N^{j-1}_y &= q^j_y \\
Q^j_y - Q^{j-1}_y &= q^j_z \\
M^j_y - M^{j-1}_y &= m^j
\end{aligned}
\qquad (4.77a-d)
$$

gibi 4 tane de süreksizlik şartı vardır.

Sonlu elemanlar metodu ile hesapta, deplasmanlar arasındaki süreklilik şartı problemin çözümü için kâfi geldiğinden, süreksizlik şartlarını kullanmayacağız.

4.2.4.2. Dairesel Nervür :

Dairesel nervürün denklemlerini kabuğun deplasmanları cinsinden yazmamız, $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini kabuk ile nervürün birleştiği noktadaki kabuk deplasmanları cinsinden hesaplamamız lâzımdır.

Dairesel nervürün kesiti dikdörtgen kesit olduğu için kayma merkezi ile ağırlık merkezi çalışmaktadır.

Şimdi de dairesel nervürün ağırlık merkezinin deplasmanlarına göre denklemlerini yazarsak ; burada $P=\rho R$ dir.

$$\frac{E_t A_t}{R}\left(\dot{v}_t+\frac{w_t}{R}\right)-E_t J_x\left(\frac{\dddot{v}_t}{R}-\ddddot{w}_t\right)+P\,\ddot{w}_t=q_z\frac{(R-h_z)}{R}-\dot{q}_y h_z\frac{(R-h_z)}{R}$$

$$\frac{G_t J_d}{R}\left(\ddot{\phi}_t+\frac{\ddot{u}_t}{R}\right)-E_t J_z\left(\frac{\ddot{\phi}_t}{R}-\ddddot{u}_t\right)+P\,\ddot{u}_t=q_x\frac{(R-h_z)}{R}$$

$$\frac{E_t J_z}{R}\left(\frac{\phi_t}{R}-\ddot{u}_t\right)-G_t J_d\left(\ddot{\phi}_t+\frac{\ddot{u}_t}{R}\right)+\frac{I_0}{A}P\,\ddot{\phi}_t=m\frac{(R-h_z)}{R}-q_x h_z\frac{(R-h_z)}{R}$$

$$-\frac{E_t J_x}{R}\left(\frac{\dddot{v}_t}{R}-\dddot{w}_t\right)-E_t A_t\left(\ddot{v}_t+\frac{\dot{w}_t}{R}\right)=q_y\frac{(R-h_z)}{R}$$

Buradan $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini dairesel nervürün ağırlık merkezinin deplasmanları cinsinden hesap - lıyalım

$$q_x=\frac{E_t J_z R}{(R-h_z)}\ddddot{u}_t+\frac{(\rho R^2+G_t J_d/R)}{(R-h_z)}\ddot{u}_t+\frac{(G_t J_d-E_t J_z)}{(R-h_z)}\ddot{\phi}_t$$

$$q_y=\frac{E_t J_x}{(R-h_z)}\dddot{w}_t-\frac{E_t A_t}{(R-h_z)}\dot{w}_t-\frac{(E_t A_t R^2+E_t J_x)}{R(R-h_z)}\ddot{v}_t$$

$$q_z=\frac{E_t J_x(R+h_z)}{(R-h_z)}\ddddot{w}_t+\frac{(\rho R^2-E_t A_t h_z)}{(R-h_z)}\ddot{w}_t+\frac{E_t A_t}{R(R-h_z)}w_t$$
$$-\frac{(E_t J_x R+E_t A_t R^2 h_z+E_t J_x h_z)}{R(R-h_z)}\dddot{v}_t+\frac{E_t A_t}{(R-h_z)}\dot{v}_t$$

$$m=\frac{E_t J_z R h_z}{(R-h_z)}\ddddot{u}_t+\frac{(\rho R^2 h_z-E_t J_z-G_t J_d+G_t J_d h_z/R)}{(R-h_z)}\ddot{u}_t$$
$$+\frac{[I_0/A\,\rho R^2+G_t J_d(h_z-R)-E_t J_z h_z]}{(R-h_z)}\ddot{\phi}_t$$
$$+\frac{E_t J_z}{R(R-h_z)}\phi_t \qquad (4.78a\text{-}d)$$

Şimdi de $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini kabuk ile nervürün birleştiği noktadaki kabuk deplasmanları cinsinden yazalım.

Deplasmanların, dairesel nervürün ağırlık merke - zinden kabuk ile nervürün birleştiği noktaya transformasyonu ise aşağıdaki gibidir. (K) noktası dairesel nervü - rün kabuk ortalama yüzeyi ile birleştiği nokta, (T) ise dairesel nervürün ağırlık merkezini gösterir. O halde ;

$$
\begin{aligned}
u_k &= u_t - h_z \phi_t \\
v_k &= v_t - h_z \beta_x \\
w_k &= w_t \\
\phi_k &= \phi_t = -\frac{\partial w_k}{\partial x} = -w_k'
\end{aligned}
\qquad (4.79a\text{-}d)
$$

Şimdi $u_t$, $v_t$, $w_t$ ve $\;_t$'leri $u_k$, $v_k$, $w_k$ ve $\;_k$ cinsinden hesaplıyalım.

$$u_t = u_k + h_z \phi_t = u_k - h_z w_k' \qquad (4.80)$$

$$v_t = v_k + h_z \beta_x = v_k + h_z \left( \frac{v_k}{r} - \frac{\partial w_k}{\partial y} \right) = \left( \frac{r + h_z}{r} \right) v_k - h_z \dot{w}_k \qquad (4.81)$$

O halde, (4.79c), (4.79d), (4.80) ve (4.81) deki değerleri (4.78a), (4.78b), (4.78c) ve (4.78d) denklem - lerinde yerlerine koyarsak $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini kabuk deplasmanları cinsinden hesaplamış oluruz.

$$
\begin{aligned}
q_x = {} & \frac{E_t J_z R}{(R - h_z)} \ddddot{u}_k + \frac{(pR^2 + G_t J_d / R)}{(R - h_z)} \ddot{u}_k - \frac{E_t J_z R h_z}{(R - h_z)} \ddddot{w}_k' \\
& - \frac{(pR^2 h_z + G_t J_d h_z / R + G_t J_d - E_t J_z)}{(R - h_z)} \ddot{w}_k' \\
q_y = {} & \frac{(E_t J_x R + E_t A_t R^2 h_z + E_t J_x h_z)}{R(R - h_z)} \dddot{w}_k - \frac{E_t A_t}{(R - h_z)} \dot{w}_k \\
& - \frac{(E_t A_t R^2 + E_t J_x)}{r(R - h_z)} \ddot{v}_k
\end{aligned}
$$

$$q_z = \frac{[E_t J_x (R+h_z)^2 + E_t A_t R^2 h_z^2]}{R(R-h_z)} \ddddot{w}_k + \frac{(pR^2 - 2E_t A_t h_z)}{(R-h_z)} \ddot{w}_k + \frac{E_t A_t}{R(R-h_z)} w_k$$
$$- \frac{(E_t J_x R + E_t A_t R^2 h_z + E_t J_x h_z)}{r(R-h_z)} \dddot{v}_k + \frac{E_t A_t R}{r(R-h_z)} \dot{v}_k$$
$$m = \frac{E_t J_z R h_z}{(R-h_z)} \ddddot{u}_k + \frac{(pR^2 h_z - E_t J_z - G_t J_d + G_t J_d h_z/R)}{(R-h_z)} \ddot{u}_k - \frac{E_t J_z R h_z^2}{(R-h_z)} w_k'^{::}$$
$$- \frac{[pR^2 h_z^2 - 2E_t J_z h_z - G_t J_d R + G_t J_d h_z^2/R + (I_o/A) p R^2]}{(R-h_z)} w_k'^{\cdot\cdot} - \frac{E_t J_z}{(R-h_z)R} w_k' \qquad (4.82a\text{-}d)$$

Dairesel nervürün $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini kabuğun deplasmanları cinsinden yazdığımıza göre bu denklemlerdeki $u_k$, $v_k$, $w_k$ deplasmanları yerine kolaylık bakımından, kabuğun u,v,m deplasmanlarını kullanabiliriz. Buna göre, dairesel nervürün $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini tekrar yazalım.

$$q_x = \frac{E_t J_z R}{(R-h_z)} \ddddot{u} + \frac{(pR^2 + G_t J_d/R)}{(R-h_z)} \ddot{u} - \frac{E_t J_z R h_z}{(R-h_z)} w'^{::}$$
$$- \frac{(pR^2 h_z + G_t J_d h_z/R + G_t J_d - E_t J_z)}{(R-h_z)} w'^{\cdot\cdot}$$
$$q_y = \frac{(E_t J_x R + E_t A_t R^2 h_z + E_t J_x h_z)}{R(R-h_z)} \dddot{w} - \frac{E_t A_t}{(R-h_z)} \dot{w}$$
$$- \frac{(E_t A_t R^2 + E_t J_x)}{r(R-h_z)} \ddot{v}$$
$$q_z = \frac{[E_t J_x (R+h_z)^2 + E_t A_t R^2 h_z^2]}{R(R-h_z)} \ddddot{w} + \frac{(pR^2 - 2E_t A_t h_z)}{(R-h_z)} \ddot{w} + \frac{E_t A_t}{R(R-h_z)} w$$
$$- \frac{(E_t J_x R + E_t A_t R^2 h_z + E_t J_x h_z)}{r(R-h_z)} \dddot{v} + \frac{E_t A_t R}{r(R-h_z)} \dot{v} \qquad (4.83a\text{-}d)$$
$$m = \frac{E_t J_z R h_z}{(R-h_z)} \ddddot{u} + \frac{(pR^2 h_z - E_t J_z - G_t J_d + G_t J_d h_z/R)}{(R-h_z)} \ddot{u}$$
$$- \frac{E_t J_z R h_z^2}{(R-h_z)} w'^{::} - \frac{[pR^2 h_z^2 - 2E_t J_z h_z - G_t J_d R + G_t J_d h_z^2}{(R-h_z)}$$
$$\frac{+ (I_o/A_t) p R^2]}{} w'^{\cdot\cdot} - \frac{E_t J_z}{R(R-h_z)} w'$$

Yine problemimizi sonlu elemanlar metodu ile çözeceğimiz için $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m'leri çizgisel yük olarak alacağız. Yük matrisini yazarken $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m'lerin çizgisel yükleri de yük matrisine dahil edilecektir. $q_x$, $q_y$, $q_z$ kendi doğrultusundaki deplasmanlarla, m ise kendi doğrultusundaki dönmelerle çarpılarak potansiyel enerjideki dış kuvvetlerin işi olarak alınacaktır.

Panellerle dairesel nervür arasındaki süreklilik ise aşağıdaki gibidir.

i'inci panel ile (i-1)'inci panel arasında, i'inci dairesel nervür bulunmaktadır. Buna göre ;

$$u_i = u_{i-1} = u_{i\,(\text{nervür})}$$
$$v_i = v_{i-1} = v_{i\,(\text{nervür})}$$
$$w_i = w_{i-1} = w_{i\,(\text{nervür})}$$
$$\phi_i = \phi_{i-1} = \phi_{i\,(\text{nervür})} \qquad (4.84a\text{-}d)$$

gibi 4 tane süreklilik şartı vardır.

$$N_{xy}^{i} - N_{xy}^{i-1} = q_x^i$$
$$N_x^i - N_x^{i-1} = q_y^i$$
$$Q_x^i - Q_x^{i-1} = q_z^i$$
$$M_x^i - M_x^{i-1} = m^i \qquad (4.85a\text{-}d)$$

gibi 4 tane de süreksizlik şartı vardır.

Sonlu elemanlar metodu ile hesapta, deplasmanlar arasındaki süreklilik şartı problemin çözümü için kâfidir.

### 4.2.5. Boyuna Nervürün ve Dairesel Nervürün Genel İfadesi :

Şimdi de boyuna nervürün ve dairesel nervürün $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini. bu nervürlere ait geometrik karakteristikleri yerine, bunların harflerle ifade edilmiş değerlerini koyarak problemi genel halde çözmeye gidelim.

(4.75 a-d) denklemindeki boyuna nervürün $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini harflerle kısaltılmış olarak yazalım.

$$c_1 = E_s A_s$$
$$d_1 = E_s A_s (z_0 + h_z)$$
$$e_1 = E_s J_z \frac{(r + z_0 + h_z)}{r}$$
$$f_1 = E_s J_z (z_0 + h_z)$$
$$g_1 = A_s \frac{(r + 2z_0 + h_z)}{r}$$
$$i_1 = A_s (2z_0 + h_z)$$
$$j_1 = [E_s J_y + E_s A_s h_z (z_0 + h_z)]$$
$$k_1 = E_s A_s h_z$$
$$l_1 = A_s$$
$$m_1 = E_s J_z \frac{(h_z + z_0)(r + h_z + z_0)}{r}$$
$$n_1 = \frac{G_s J_d}{r}$$
$$q_1 = E_s J_z (z_0 + h_z)^2 \qquad t_1 = \frac{A_s}{r}\left[(z_0 + h_z)^2 + h_z r - \frac{I_0}{A_s}\right]$$
$$s_1 = G_s J_d \qquad z_1 = A_s\left[(z_0 + h_z)^2 - \frac{I_0}{A_s}\right] \qquad (4.86a\text{-}o)$$

diyelim :

Buna göre boyuna nervürün $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerleri :

$$q_x = -c_1 u'' + d_1 w'''$$

$$q_y = e_1 v'''' - f_1 \dot{w}'''' + p(g_1 v'' - i_1 \dot{w}'')$$

$$q_z = j_1 w'''' - k_1 u''' + p(l_1 w'')$$

$$m = m_1 v'''' + n_1 v'' - q_1 \dot{w}'''' - s_1 \dot{w}'' + p(t_1 v'' - z_1 \dot{w}'') \qquad (4.87a\text{-}d)$$

elde edilir.

(4.83a-d) denklemindeki dairesel nervürün $q_x, q_y,$ $q_z$ ve m değerlerimi harflerle kısaltılmış halde yazalım :

$$a_2 = \frac{E_t J_z R}{R - h_z}$$

$$b_2 = \frac{G_t J_d}{R(R - h_z)}$$

$$c_2 = \frac{E_t J_z R h_z}{R - h_z}$$

$$d_2 = \frac{G_t J_d (h_z + R) - E_t J_z R}{R(R - h_z)}$$

$$e_2 = \frac{R^2}{R - h_z}$$

$$f_2 = \frac{R^2 h_z}{R - h_z}$$

$$g_2 = \frac{E_t J_x (R + h_z) + E_t A_t R^2 h_z}{R(R - h_z)}$$

$$h_2 = \frac{E_t A_t}{R - h_z}$$

$$i_2 = \frac{E_t A_t R^2 + E_t J_x}{r(R - h_z)}$$

$$j_2 = \frac{E_t J_x (R + h_z)^2 + E_t A_t R^2 h_z^2}{R(R - h_z)}$$

$$k_2 = \frac{2 E_t A_t h_z}{R - hz}$$

$$l_2 = \frac{E_t A_t}{R(R - h_z)}$$

$$m_2 = \frac{E_t J_x (R + h_z) + E_t A_t R^2 h_z}{r(R - h_z)}$$

$$q_2 = \frac{G_t J_d (R-h_z) + E_t J_z R}{R(R-h_z)}$$

$$n_2 = \frac{E_t A_t R}{r(R-h_z)}$$

$$r_2 = \frac{E_t J_z R \,.\, h_z^2}{R-h_z}$$

$$s_2 = \frac{2 E_t J_z h_z R + G_t J_d (R^2-h_z^2)}{R(R-h_z)}$$

$$t_2 = \frac{E_t J_z}{R(R-h_z)}$$

$$z_2 = \frac{R^2 h_z^2 + (I_0/A_t) R^2}{R-h_z} \qquad (4.88\text{a-v})$$

diyelim.

Buna göre dairesel nervürün $q_x, q_y, q_z$ ve m değerleri

$$q_x = o_2 \ddddot{u} + b_2 \ddot{u} - c_2 \ddddot{w}' - d_2 \ddot{w}' + p(e_2 \ddot{u} - f_2 \ddot{w}')$$

$$q_y = g_2 \dddot{w} - h_2 \dot{w} - i_2 \ddot{v}$$

$$(4.89\text{a-d})$$

$$q_z = j_2 \ddddot{w} - k_2 \ddot{w} + l_2 w - m_2 \dddot{v} + n_2 \dot{v} + p(e_2 \ddot{w})$$

$$m = c_2 \ddddot{u} - q_2 \ddot{u} - r_2 \ddddot{w}' + s_2 \ddot{w}' - t_2 w' + p(f_2 \ddot{u} - z_2 \ddot{w}')$$

### 4.2.6. Çizgisel Yüklerin Potansiyel Enerjisinin İkinci Varyasyonu :

Hesapta sonlu elemanlar metodunu kullanacağımız için çizgisel yüklerin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu bizim için gereklidir.

#### 4.2.6.1. Boyuna Nervürün Çizgisel Yükleri :

Boyuna nervürün $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m çizgisel yüklerinin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu yazalım.

1) $(q_x)$ çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu :

Önce $(q_x)$ çizgisel yükünün potansiyel enerjisini yazalım.

$$\Omega_{2,1} = -\int q_x u \, dx = -\int q_x [u(x,y); w(x,y)] \, dx \qquad (4.90)$$

Buradaki $(q_x)$ çizgisel yükü (4.87a) denkleminden alıp (4.90) denkleminde yerine koyarsak ;

$$\Omega_{2,1} = -\int (d_1 w''' - c_1 u'') \, u \, dx \qquad (4.91)$$

denklemi elde edilir.

Potansiyel enerjideki değişmeyi hesaplıyalım.

$$u \longrightarrow u_o + u_1$$

$$w \longrightarrow w_o + w_1$$

$$\Omega_{2,1} + \Delta\Omega_{2,1} = -\int [d_1(w_o''' + w_1''') - c_1(u_o'' + u_1'')](u_o + u_1)\,dx$$

$$= -\int [d_1(w_o'''u_o + w_o'''u_1 + w_1'''u_o + w_1'''u_1) - c_1(u_o''u_o +$$

$$u_o''u_1 + u_1''u_o + u_1''u_1)]\,dx \qquad (4.9$$

Burada (o) indisli terimler denge konumundaki (q çizgisel yükünün potansiyel enerjisidir. O halde potan yel enerjideki değişme ;

$$\Delta\Omega_{2,1} = -\int [d_1(w_o'''u_1 + w_1'''u_o + w_1'''u_1) - c_1(u_o''u_1 + u_1''u_o + u_1''u_1)]\,dx \qquad (4.9$$

elde edilir.

Potansiyel enerjideki değişimin (1) indisli ve dereceden olan terimleri $q_x$ çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu teşkil eder.

$$\frac{1}{2!}\delta^2\Omega_{2,1} = -\int (d_1 w_1''' u_1 - c_1 u_1'' u_1)\,dx \qquad (4.$$

Buradaki u ve w deplasmanlarındaki (1) indisini atıp (4.94) denklemini tekrar yazalım.

$$\frac{1}{2!}\delta^2\Omega_{2,1} = -\int (-c_1 u'' u + d_1 w''' u)\,dx \qquad (4.$$

2) ($q_y$) Çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu :

($q_y$) çizgisel yükünün potansiyel enerjisini yazalım.

$$\Omega_{2,2} = -\int q_y v\,dx \qquad (4.$$

Buradaki ($q_y$) çizgisel yükü (4.87b) denklemden alırız.

(4.95) denklemine benzer şekilde ($q_y$) çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu elde ederiz.

$$\frac{1}{2!}\delta^2\Omega_{2,2} = -\int[(e_1 v'''' - f_1 \dot{w}'''') + p(g_1 v'' - i_1 \dot{w}'')]v\,dx \qquad (4.97)$$

3) ($q_z$) Çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu :

($q_z$) Çizgisel yükünün potansiyel enerjisini yazalım.

$$\Omega_{2,3} = -\int q_z w\,dx \qquad (4.98)$$

Buradaki ($q_z$) çizgisel yükü (4.87c) denkleminden alırız.

(4.95) denklemine benzer şekilde ($q_z$) çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu elde ederiz.

$$\frac{1}{2!}\delta^2\Omega_{2,3} = -\int[(j_1 w'''' - k_1 u''') + p(l_1 w'')]w\,dx \qquad (4.99)$$

4) (m) Çizgisel momentinin potansiyel enerjisi - nin ikinci varyasyonu :

(m) Çizgisel momentinin potansiyel enerjisini yazalım.

$$\Omega_{2,4} = -\int m\,\phi_{Nx}\,dx \qquad (4.100)$$

Burada (m) çizgisel yükü (4.87d) denkleminden;

$\phi_{N_x} = \frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y}$ ise (4.63b) denkleminden alırız.

(4.95) denklemine benzer şekilde (m) çizgisel m
mentinin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu e
de ederiz.

$$\frac{1}{2!}\delta^2\Omega_{2,4} = -\int\Big[\big(m_1\overset{''''}{v} + n_1\overset{''}{v} - q_1\overset{\cdot''''}{w} - s_1\overset{\cdot''}{w}\big) + p\big(t_1\overset{''}{v} - z_1\overset{\cdot''}{w}\big)\Big]\left(\frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y}\right) dx \qquad (4.10$$

4.2.6.2. <u>Dairesel Nervürün Çizgisel Yükleri :</u>

Dairesel nervürün $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m çizgisel yük
lerinin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu yaz
lım.

1) ($q_x$) Çizgisel yükünün potansiyel enerjisini
ikinci varyasyonu :

($q_x$) Çizgisel yükünün potansiyel enerjisini
yazalım.

$$\Omega_{3,1} = -\int q_x u \, dy \qquad (4.1$$

Buradaki ($q_x$) çizgisel yükü (4.89a) denklem
den alırız.

(4.95) denklemine benzer şekilde ($q_x$) çizgisel y
yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu elde
ederiz.

$$\frac{1}{2!}\delta^2\Omega_{3,1} = -\int\Big[\big(o_2\ddot{u} + b_2\ddot{u} - c_2\overset{\cdot''}{w} - d_2\overset{\cdot'''}{w}\big) + p\big(e_2\ddot{u} - f_2\overset{\cdot'''}{w}\big)\Big] u \, dy \qquad (4.1$$

2) ($q_y$) Çigzisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu :

($q_y$) Çizgisel yükünün potansiyel enerjisini yazalım.

$$\Omega_{3,2} = -\int q_y \, v \, dy \qquad (4.104)$$

Buradaki ($q_y$) çizgisel yükü (4.89b) denkleminden alırız.

(4.95) denklemine benzer şekilde ($q_y$) çizgisel ükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu elde deriz.

$$\frac{1}{2!} \delta^2 \Omega_{3,2} = -\int (g_2 \dddot{w} - h_2 \dot{w} - i_2 \ddot{v}) \, v \, dy \qquad (4.105)$$

3) ($q_z$) Çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu :

($q_z$) Çizgisel yükünün potansiyel enerjisini yazalım.

$$\Omega_{3,3} = -\int q_z w \, dy \qquad (4.106)$$

Buradaki ($q_z$) çizgisel yükü (4.89c) denkleminden alınır.

(4.95) denklemine benzer şekilde ($q_z$) çizgiel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu lde ederiz.

$$\frac{1}{2!} \delta^2 \Omega_{3,3} = -\int [(j_2 \ddddot{w} - k_2 \ddot{w} + l_2 w - m_2 \dddot{v} + n_2 \dot{v}) + p(e_2 \ddot{w})] \, w \, dy \qquad (4.107)$$

4) (m) Çizgisel momentinin potansiyel enerjisin ikinci varyasyonu :

(m) Çizgisel yükünün potansiyel enerjisini ya zalım.

$$\Omega_{3,4} = -\int m\, \phi_{ky}\, dy \qquad (4.1$$

Buradaki (m) çizgisel momenti (4.89d) denkle minden ; $\phi_{ky} = -\frac{\partial w}{\partial x}$ ise (4.66a) denkle minden alırız.

(4.95) denklemine benzer şekilde (m) çizgisel momentinin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonunu e de ederiz.

$$\frac{1}{2!}\delta^2\Omega_{3,4} = -\int \Big[ (c_2\ddot{\bar{u}} - q_2\ddot{u} - r_2\overset{\prime\ddot{}}{w} + s_2\overset{\prime\prime\cdot\cdot}{w} - t_2 w') + p(f_2\ddot{u} - z_2\overset{\prime\cdot\cdot}{w}) \Big] \left(-\frac{\partial w}{\partial x}\right) dy \qquad (4.1$$

## 4.3. TOPLAM POTANSİYEL ENERJİNİN İKİNCİ VARYASYONU :

O halde, şekil değiştirme enerjisini, hidro tik basınç yükünü ve çizgisel yükleri içine alacak şek de toplam potansiyel enerjinin ikinci varyasyonunu yaz lım ;

$$\frac{1}{2!}\delta^2 V = \frac{1}{2!}\delta^2 U + \frac{1}{2!}\delta^2\Omega_1 + \frac{1}{2!}\delta^2\Omega_2 + \frac{1}{2!}\delta^2\Omega_3 \qquad (4.1$$

Burada ;

$\frac{1}{2!}\delta^2 U$ : Şekil değiştirme enerjisinin ikinci v yasyonudur.

$\frac{1}{2!}\delta^2\Omega_1$ : Hidrostatik basınç yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonudur.

$\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{2}$ : Boyuna nervürün çizgisel yüklerinin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonudur.

$$\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{2}=\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{2,1}+\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{2,2}+\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{2,3}+\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{2,4} \quad (4.111)$$

$\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{3}$ : Dairesel nervürün çizgisel yüklerinin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonudur.

$$\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{3}=\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{3,1}+\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{3,2}+\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{3,3}+\frac{1}{2!}\overset{2}{\delta}\Omega_{3,4} \quad (4.112)$$

Şekil değiştirme enerjisinin ikinci varyasyonu (4.20) denkleminde, hidrostatik basınç yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu (4.27) denkleminde, boyuna nervür ile dairesel nervürden gelen çizgisel yüklerin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu ise (4.95), (4.97), (4.99), (4.101), (4.103), (4.105), (4.107) ve (4.109) denkleminde çıkarılmıştır.

(4.110) denklemini eleman matrisi şeklinde yazarsak ;

$$\begin{aligned}\overset{2}{\delta}V= &\{d\}^T[K_e]\{d\}+\{d\}^T[N_e]\{d\}+\{d\}^T[Q_e]\{d\}\\ &+\{d\}^T[Q_{e1}]\{d\}+\{d\}^T[Q_{e2}]\{d\}+\{d\}^T[Q_{e3}]\{d\}\\ &+\{d\}^T[Q_{e4}]\{d\}+\{d\}^T[Q_{e5}]\{d\}+\{d\}^T[Q_{e6}]\{d\}\\ &+\{d\}^T[Q_{e7}]\{d\}+\{d\}^T[Q_{e8}]\{d\}\end{aligned} \quad (4.113)$$

Burada ;

$[K_e]$ : Elemanın rijitlik matrisidir.

$[N_e]$ : Elemanın geometrik yük matrisidir.

$[Q_e]$ : Hidrostatik basınç yükünün matrisidir.

$[Q_e]_j$ $(j=1,2,3,4)$ : Boyuna nervürün çizgisel yük matrisleridir.

$[Q_e]_i$ $(i=5,6,7,8)$ : Dairesel nervürün çizgisel yük matrisleridir.

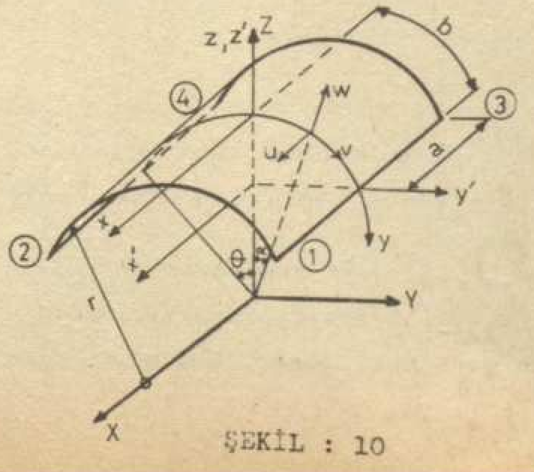
## BÖLÜM - 5

### BOYUNA VE DAİRESEL YÖNDE NERVÜRLÜ SİLİNDİRİK KABUĞUN SONLU ELEMANLARLA ÇÖZÜMÜ :

Asal eksenlerinden biri doğrultusunda dairesel, eğriliğe sahip dikdörtgen bir eleman seçilmiştir. Elemanın bir doğrultudaki eğriliği deformasyon-deplasman terimlerine ithal edilmiştir. Elemanın her köşesinde üç deplasman bileşeni, üç dönme ve birde burulma eğriliği olmak üzere 7 tane deplasman parametresi seçilmiştir. Böylece her elemanda toplam 28 tane serbestlik derecesi tarif edilmiştir. Rijitlik matrisi 28x28 lik bir matristir.

Elemanın rijitlik matrisi geneldir. Silindirik kabuklar için kullanılacağı gibi, merkez açısını sıfır alarak ve eğrilik yarıçapını sonsuz kabul ederek aynı elemanı düzlem gerilme ve plâk problemlerinde de kullanabiliriz.

### 5.1. DEPLASMAN FONKSİYONLARININ SEÇİMİ :




ŞEKİL : 10

Bu eleman için kabul edilen deplasman fonksiyonla-
rı şöyledir.

$$U=a_1+a_2X+a_3Y+a_4XY+a_9Y^2-a_{10}Y^3/b^2-a_{11}XY^2+a_{12}Y^3X/b^2$$

$$V=a_5+a_6X+a_7Y+a_8XY-a_9X^2Y/a^2+a_{10}Y^3/a^2+a_{11}X^2Y-a_{12}X^2$$

$$W=a_{13}+a_{14}X+a_{15}Y+a_{16}X^2+a_{17}XY+a_{18}Y^2+a_{19}X^3+a_{20}X^2Y+a_{21}XY^2$$

$$+a_{22}Y^3+a_{23}X^3Y+a_{24}Y^3X+a_{25}X^2Y^2+a_{26}X^2Y^3+a_{27}X^3Y^2+a_{28}X^3Y^3 \qquad (5.1)$$

Burada, y ekseni eğriseldir, u,v,w'ler sırası i-
le x,y,z eksenleri doğrultusundaki deplasmanlardır. Ri-
jit cisim hareketi ve sabit deformasyon şartını sağlamak
için polinomlara yeni düzeltme terimleri eklenmiştir. Şe-
kil 2'deki x', y', z' koordinat sistemindeki rijit öte-
lenmeler x', y' ve z' ile, deplasman fonksiyonları
arasında aşağıdaki münasebetler mevcuttur.

$$\begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \\ w(x,y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{x'} \\ \delta_{y'} \\ \delta_{z'} \end{Bmatrix} \qquad (5.2)$$

Yine x', y', z' eksenleri etrafındaki rijit ci-
sim dönmeleri ile, deplasman fonksiyonları arasında aşa-
ğıdaki münasebetler mevcuttur.

$$\begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \\ w(x,y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & r(\cos\alpha-\cos\theta) & -r\sin\alpha \\ -r(1-\cos\alpha.\cos\theta) & x\sin\alpha & x\cos\alpha \\ r\sin\alpha.\cos\theta & -x.\cos\alpha & x.\sin\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{x'} \\ \theta_{y'} \\ \theta_{z'} \end{Bmatrix} \qquad (5.3)$$

Denklem (5.1) deki deplasman fonksiyonlarının
denklem (5.2) ve (5.3) ten gelecek terimleri de ihtiva
edecek şekilde değiştirilmeleri lâzımdır. Bu ilâveler

pıldıktan sonra deplasman fonksiyonlarının, rijit cisim hareketi esnasında elemanda gerilme ve deformasyon meydana getirmemesi şartı gerçekleşebilir.

Deplasman fonksiyonlarının rijit cisim hareketine tekabül eden sabit ve lineer terimleri denklem (5.1) de şunlardır.

$$
\begin{aligned}
R_u &= a_1 + a_2 x + a_3 y \\
R_v &= a_5 + a_6 x + a_7 y \\
R_w &= a_{13} + a_{14} x + a_{15} y
\end{aligned}
\qquad (5.4)
$$

Bu terimler içerisinde sadece rijit cisim ötelenmesine tekabül edenler ise ;

$$
\begin{aligned}
s_x' &= a_1 \\
s_y' &= a_5 \\
s_z' &= a_{13}
\end{aligned}
\qquad (5.5)
$$

Sadece rijit cisim dönmesine tekabül eden terimler ise ;

$$
\begin{aligned}
\theta_x' &= \frac{\partial R_w}{\partial y} = a_{15} \\
\theta_y' &= -\frac{\partial R_w}{\partial x} = -a_{14} \\
\theta_z' &= \frac{\partial R_v}{\partial x} = a_6
\end{aligned}
\qquad (5.6)
$$

Denklem (5.5) ve (5.6) da bulunan değerleri, denklem (5.2) ve (5.3) te yerlerine koyduktan sonra, u,v, w için bulunan yeni değerleri, denklem (5.1) deki eski değerlere eklersek deplasman fonksiyonlarının en son durumunu elde ederiz.

$$u=a_1+a_2x+a_3y+a_4xy+a_9y^2-a_{10}y^3/b^2-a_{11}xy^2+a_{12}y^3x/b^2$$
$$-a_6r\sin\alpha-a_{14}r(\cos\alpha-\cos\theta)$$
$$v=a_5\cdot\cos\alpha+a_6\cdot x\cos\alpha+a_7y+a_8xy-a_9x^3y/a^2+a_{10}x^3/a^2$$
$$+a_{11}x^2y-a_{12}x^2-a_{13}\sin\alpha-a_{14}x\sin\alpha-a_{15}r(1\cos\alpha.\cos\theta)$$
$$w=a_5\sin\alpha+a_6x\sin\alpha+a_{13}\cos\alpha+a_{14}x\cos\alpha+a_{15}r\sin\alpha.\cos\theta$$
$$+a_{16}x^2+a_{17}xy+a_{18}y^2+a_{19}x^3+a_{20}yx^2+a_{21}xy^2+a_{22}y^3+a_{23}x^3y$$
$$+a_{24}y^3x+a_{25}x^2y^2+a_{26}x^2y^3+a_{27}x^3y^2+a_{28}x^3y^3 \tag{5.7}$$

## 5.2. ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİ :

### 5.2.1. Deplasman Parametreleri :

Elemanın herhangi bir (i) düğüm noktasında tarif edilen deplasman parametreleri şunlardır.

$$\{d\}_i^T=(u,v,w,\theta_x,\theta_y,\theta_z,\tau) \tag{5.8}$$

Düğüm noktalarındaki dönmeler ve burulma eğriliği deplasman fonksiyonları cinsinden şöyle yazılabilir.

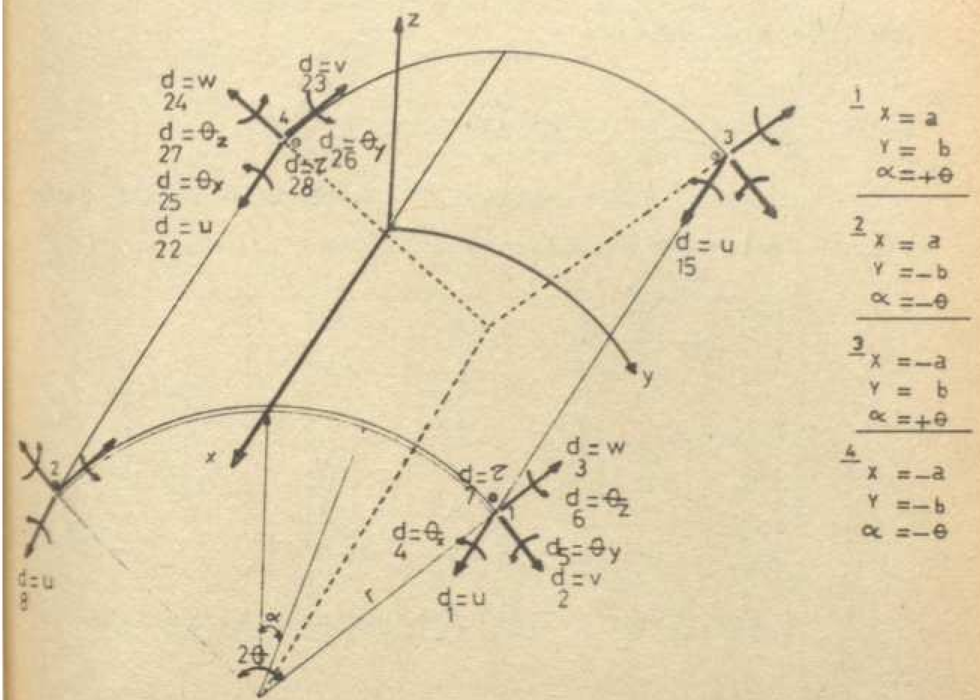
$$\theta_x=\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{v}{r}$$
$$\theta_y=-\frac{\partial w}{\partial x}$$
$$\theta_z=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$
$$\tau=\frac{\partial^2 w}{\partial x.\partial y} \tag{5.9}$$

Buradaki deplasmanlar ve dönmeler, eksenlerin doğrultusunda alınmıştır.

Elemanın düğüm noktası deplasman parametreleri, her düğüm noktasında 7 tane olmak üzere toplam 28 tanedir.

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} [d]_1 \\ [d]_2 \\ [d]_3 \\ [d]_4 \end{Bmatrix} \qquad (5.10)$$

$$\{d\}_{i(i=1,2,3,4)} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \\ \tau \end{Bmatrix}_i \qquad (5.11)$$




ŞEKİL : 11

Düğüm noktası deplasmanlarının sırası ve yönleri Şekil 11 de gösterildiği gibidir.

Elemanın düğüm noktası deplasmanları $\{d\}$ ile, po-linom sabitleri $\{a\}$ arasındaki bağı veren $[A]$ matrisi ise elemanın düğüm noktalarının deplasman parametrelerinin, deplasman fonksiyonları ve onların türevleri cinsinden yazılmış bileşenlerinde, düğüm noktası koordinatlarının yerine konması ile bulunur. Tablo 2 de verilmiştir.

$$\{d\} = [A]\{a\} \tag{5.12}$$

Buradan bilinmiyen $\{a\}$ katsayıları hesaplanırsa

$$\{a\} = [A]^{-1}\{d\} \tag{5.13}$$

$[A]^{-1} = [B]$ diyelim.

$$\{a\} = [B]\{d\} \tag{5.14}$$

şeklinde elde edilir.

## 5.2.2. Deformasyon - Deplasman bağıntıları :

Basık olmıyan silindirik kabuk için lineer deformasyon-deplasman bağıntıları şöyledir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ 2\kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{1}{r} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ 0 & \frac{\partial}{r.\partial y} & -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ 0 & 2\frac{\partial}{r.\partial x} & -2\frac{\partial^2}{\partial x.\partial y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \tag{5.15}$$

Bölüm 4'deki (4.21) denkleminden bilinmektedir.

TABLO : 1

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u$ | 1 | $x$ | $y$ | $xy$ | 0 | $-r\sin\alpha$ | 0 | 0 | $y^2$ | $-\frac{y^3}{b^2}$ | $-xy^2$ | $\frac{y^3x}{b^2}$ | 0 | $-r(\cos\alpha\cos\theta)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| $v$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | $x\cos\alpha$ | $y$ | $x^2y$ | $-\frac{x^2y}{a^2}$ | $\frac{x^2}{a^2}$ | $x^2y$ | $-x^2$ | $-\sin\alpha$ | $-x\sin\alpha$ | $-r(1-\cos\alpha\cos\theta)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| $w$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $\sin\alpha$ | $x\sin\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | $x\cos\alpha$ | $r\sin\alpha\cos\theta$ | $x^2$ | $xy$ | $y^2$ | $x^3$ | $yx^2$ | $xy^2$ | $y^3$ | $x^3y$ | $y^3x$ | $x^2y^2$ | $x^2y^3$ | $x^3y^2$ | $x^3y^3$ | |
| $\Phi_x$ = | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{y}{r}$ | $-\frac{xy}{r}$ | $\frac{x^3y}{ra^2}$ | $-\frac{x^2}{ra^2}$ | $-\frac{x^2y}{r}$ | $\frac{x^2}{r}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | $x$ | $2y$ | 0 | $x^2$ | $2xy$ | $3y^2$ | $x^3$ | $3y^2x$ | $2x^2y$ | $3x^2y^2$ | $2x^3y$ | $3x^3y^2$ | {a} |
| $\Phi_y$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\sin\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\cos\alpha$ | 0 | $-2x$ | $-y$ | 0 | $-3x^2$ | $-2yx$ | $-y^2$ | 0 | $-3x^2y$ | $-y^3$ | $-2xy^2$ | $-2xy^3$ | $-3x^2y^2$ | $-3x^2y^3$ | |
| $\Phi_z$ | 0 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{x}{2}$ | 0 | $\cos\alpha$ | 0 | $\frac{y}{2}$ | $-(\frac{3x^2y}{2a^2}+y)$ | $\frac{3}{2}(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2})$ | $2xy$ | $-(\frac{3y^2x}{2b^2}+x)$ | 0 | $-\sin\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| $\psi$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{\cos\alpha}{r}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{\sin\alpha}{r}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | $2x$ | $2y$ | 0 | $3x^2$ | $3y^2$ | $4xy$ | $6xy^2$ | $6x^2y$ | $9x^2y^2$ | |

TABLO : 7

[A]=

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_1$ | 1 | a | b | ab | 0 | -rs | 0 | 0 | $b^2$ | -b | $-ab^2$ | ab | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d_2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | c | ac | b | ab | -ab | a | $a^2b$ | $-a^2$ | -s | -as | $-rs^2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d_3$ | 0 | 0 | 0 | 0 | s | as | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | c | ac | rsc | $a^2$ | ab | $b^2$ | $a^3$ | $a^2b$ | $ab^2$ | $b^3$ | $a^3b$ | $ab^3$ | $a^2b^2$ | $a^2b^3$ | $a^3b^2$ | $a^3b^3$ |
| $d_4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{b}{r}$ | $-\frac{ab}{r}$ | $\frac{ab}{r}$ | $\frac{a}{r}$ | $-\frac{a^2b}{r}$ | $\frac{a^2}{r}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | a | 2b | 0 | $a^2$ | 2ab | $3b^2$ | $a^3$ | $3ab^2$ | $2a^2b$ | $3a^2b^2$ | $2a^3b$ | $3a^3b^2$ |
| $d_5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -s | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -c | 0 | -2a | -b | 0 | $-3a^2$ | -2ab | $-b^2$ | 0 | $-3a^2b$ | $-b^3$ | $-2ab^2$ | $-2ab^3$ | $-3a^2b^2$ | $-3a^2b^3$ |
| $d_6$ | 0 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{a}{2}$ | 0 | c | 0 | $\frac{b}{2}$ | $-\frac{5b}{2}$ | 3 | 2ab | $-\frac{5a}{2}$ | 0 | -s | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d_7$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{c}{r}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{s}{r}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2a | 2b | 0 | $3a^2$ | $3b^2$ | 4ab | $6ab^2$ | $6a^2b$ | $9a^2b^2$ |
| $d_8$ | 1 | a | -b | -ab | 0 | rs | 0 | 0 | $b^2$ | b | $-ab^2$ | -ab | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d_9$ | 0 | 0 | 0 | 0 | c | ac | -b | -ab | ab | a | $-a^2b$ | $-a^2$ | s | as | $-rs^2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d_{10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | -s | -as | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | c | ac | -rsc | $a^2$ | -ab | $b^2$ | $a^3$ | $-a^2b$ | $ab^2$ | $-b^3$ | $-a^3b$ | $-ab^3$ | $-a^2b^2$ | $a^2b^3$ | $a^3b^2$ | $-a^3b^3$ |
| $d_{11}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{b}{r}$ | $\frac{ab}{r}$ | $-\frac{ab}{r}$ | $-\frac{a}{r}$ | $\frac{a^2b}{r}$ | $\frac{a^2}{r}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | a | -2b | 0 | $a^2$ | -2ab | $3b^2$ | $a^3$ | $3ab^2$ | $-2a^2b$ | $3a^2b^2$ | $-2a^3b$ | $3a^3b^2$ |
| $d_{12}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | s | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -c | 0 | -2a | b | 0 | $-3a^2$ | 2ab | $-b^2$ | 0 | $3a^2b$ | $b^3$ | $-2ab^2$ | $2ab^3$ | $-3a^2b^2$ | $3a^2b^3$ |
| $d_{13}$ | 0 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{a}{2}$ | 0 | c | 0 | $-\frac{b}{2}$ | $\frac{5b}{2}$ | 3 | -2ab | $-\frac{5a}{2}$ | 0 | s | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d_{14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{c}{r}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{s}{r}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2a | -2b | 0 | $3a^2$ | $3b^2$ | -4ab | $6ab^2$ | $-6a^2b$ | $9a^2b^2$ |
| $d_{15}$ | 1 | -a | b | -ab | 0 | -rs | 0 | 0 | $b^2$ | -b | $ab^2$ | -ab | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d_{16}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | c | -ac | b | -ab | ab | -a | $a^2b$ | $-a^2$ | -s | as | $-rs^2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d_{17}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | s | -as | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | c | -ac | rsc | $a^2$ | -ab | $b^2$ | $-a^3$ | $a^2b$ | $-ab^2$ | $b^3$ | $-a^3b$ | $-ab^3$ | $a^2b^2$ | $a^2b^3$ | $-a^3b^2$ | $-a^3b^3$ |
| $d_{18}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{b}{r}$ | $\frac{ab}{r}$ | $-\frac{ab}{r}$ | $\frac{a}{r}$ | $-\frac{a^2b}{r}$ | $\frac{a^2}{r}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | -a | 2b | 0 | $a^2$ | -2ab | $3b^2$ | $+a^3$ | $3ab^2$ | $2a^2b$ | $3a^2b^2$ | $-2a^3b$ | $3a^3b^2$ |
| $d_{19}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -s | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -c | 0 | 2a | -b | 0 | $-3a^2$ | 2ab | $-b^2$ | 0 | $-3a^2b$ | $-b^3$ | $2ab^2$ | $2ab^3$ | $-3a^2b^2$ | $-3a^2b^3$ |
| $d_{20}$ | 0 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{a}{2}$ | 0 | c | 0 | $\frac{b}{2}$ | $-\frac{5b}{2}$ | 3 | -2ab | $\frac{5a}{2}$ | 0 | -s | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d_{21}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{c}{r}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{s}{r}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2a | 2b | 0 | $3a^2$ | $3b^2$ | -4ab | $-6ab^2$ | $6a^2b$ | $9a^2b^2$ |
| $d_{22}$ | 1 | -a | -b | ab | 0 | rs | 0 | 0 | $b^2$ | b | $ab^2$ | ab | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d_{23}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | c | -ac | -b | ab | -ab | -a | $-a^2b$ | $-a^2$ | s | -as | $-rs^2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d_{24}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | -s | as | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | c | -ac | -rsc | $a^2$ | ab | $b^2$ | $-a^3$ | $-a^2b$ | $-ab^2$ | $-b^3$ | $a^3b$ | $ab^3$ | $a^2b^2$ | $-a^2b^3$ | $-a^3b^2$ | $a^3b^3$ |
| $d_{25}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{b}{r}$ | $-\frac{ab}{r}$ | $\frac{ab}{r}$ | $\frac{a}{r}$ | $\frac{a^2b}{r}$ | $\frac{a^2}{r}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | -a | -2b | 0 | $a^2$ | 2ab | $3b^2$ | $-a^3$ | $-3ab^2$ | $-2a^2b$ | $3a^2b^2$ | $2a^3b$ | $3a^3b^2$ |
| $d_{26}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | s | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -c | 0 | 2a | b | 0 | $-3a^2$ | -2ab | $-b^2$ | 0 | $3a^2b$ | $b^3$ | $2ab^2$ | $-2ab^3$ | $-3a^2b^2$ | $3a^2b^3$ |
| $d_{27}$ | 0 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{a}{2}$ | 0 | c | 0 | $-\frac{b}{2}$ | $\frac{5b}{2}$ | 3 | 2ab | $\frac{5a}{2}$ | 0 | s | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

{a}

Aynı denklemi matris notasyonu ile yazarsak ;

$$\{\varepsilon\} = [F]\,\{a\} \qquad (5.16)$$

(5.14) denklemini (5.16) denkleminde yerine koyarak

$$\{\varepsilon\} = [F]\,[B]\,\{d\} \qquad (5.17)$$

elde edilir.

Buradaki $[F]$ matrisine türev matris denir. Tablo de verilmiştir.

.2.3. Kesit Tesirleri - Deformasyon Bağıntıları :

İnce cidarlı, h kalınlığındaki bir eleman için deformasyon ve kesit tesiri bağıntıları şöyledir ;

$$\begin{Bmatrix} N_X \\ N_Y \\ N_{XY} \\ M_X \\ M_Y \\ M_{XY} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & C_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_1 & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \gamma_{XY} \\ \kappa_X \\ \kappa_Y \\ \kappa_{XY} \end{Bmatrix} \qquad (5.18)$$

Burada ;

$$C_1 = \frac{E.h}{1-\nu^2} \qquad D_1 = \frac{E\,h^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$C_{12} = \nu\, C_1 = \nu \frac{E\,h}{1-\nu^2} \qquad D_2 = D_1 = \frac{E\,h^3}{12\,(1-\nu^2)}$$

$$C_2 = C_1 = \frac{E\,h}{1-\nu^2} \qquad D_{12} = \nu\, D_1 = \nu \frac{E\,h^3}{12\,(1-\nu^2)}$$

$$C_3 = (1-\nu)\,\frac{C_1}{2} = \frac{E\,h}{2(1+\nu)} \qquad D_3 = 1-\nu\,\frac{D_1}{2} = \frac{E\,h^3}{24(1+\nu)}$$

E elâstisite modülü, $\nu$ poisson oranıdır.

Matris notasyonu ile aynı ifade aşağıdaki şekil yazılabilir.

$$\{\sigma\} = [D] \, \{\varepsilon\} \qquad (5.1$$

Veya buradaki D matrisi şöyle de yazılabilir.

$$[D] = \begin{bmatrix} C \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} & D \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \ldots (5.2$$

Burada ; $C = \frac{E h}{1-\nu^2}$ $\qquad D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$

## 5.2.4. Şekil Değiştirme Enerjisinin İkinci Varyasyonu :

Bölüm 4 de (4.113) denkleminde toplam potansiyel enerjinin ikinci varyasyonu yazılmıştır. Burada birinci terim eleman rijitlik matrisini vermektedir. (4.31) denkleminde ise yine birinci terimde eleman rijitlik matrisinin, türev matrisi şeklinde gösterilişi vardır.

$$[K_e] = \iint [B]^T [F]^T [D] \, [F] \, [B] \, . d_x \, d_y \ldots \qquad (5.2$$

Burada, değişkenleri içine alan matrisleri integral matrisi şeklinde hesaplarız.

$$[H] = \iint [F]^T [D] \, [F] \, d_x . d_y \qquad (5.2$$

$[H]$ matrisi Tablo 4'de verilmiştir.

(5.22) denklemini (5.21) denkleminde yerine koyarsak ;

$$[K_e] = [B]^T [H] \, [B] \ldots \qquad (5.2$$

eleman rijitlik matrisi hesaplanmış olur.

TABLO : 3

[F] =

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | $y$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-y^2$ | $\frac{y^3}{b^2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $x$ | $-\frac{x^3}{a^2}$ | 0 | $x^2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{x^2}{r}$ | $\frac{xy}{r}$ | $\frac{y^2}{r}$ | $\frac{x^3}{r}$ | $\frac{x^2y}{r}$ | $\frac{xy^2}{r}$ | $\frac{y^3}{r}$ | $\frac{x^3y}{r}$ | $\frac{y^3x}{r}$ | $\frac{x^2y^2}{r}$ | $\frac{x^2y^3}{r}$ | $\frac{x^3y^2}{r}$ | $\frac{x^3y^3}{r}$ |
| 0 | 0 | 1 | $x$ | 0 | 0 | 0 | $y$ | $(2y-\frac{3x^2y}{a^2})$ | $3(\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2})$ | 0 | $(\frac{3y^2x}{b^2}-2x)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-2$ | 0 | 0 | $-6x$ | $-2y$ | 0 | 0 | $-6xy$ | 0 | $-2y^2$ | $-2y^3$ | $-6xy^2$ | $-6xy^3$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{1}{r}$ | $\frac{x}{r}$ | $-\frac{x^3}{ra^2}$ | 0 | $\frac{x^2}{r}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-2$ | 0 | 0 | $-2x$ | $-6y$ | 0 | $-6yx$ | $-2x^2$ | $-6x^2y$ | $-2x^3$ | $-6x^3y$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{2y}{r}$ | $-\frac{6x^2y}{ra^2}$ | $\frac{6x^2}{ra^2}$ | $\frac{4xy}{r}$ | $-\frac{4x}{r}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $-2$ | 0 | 0 | $-4x$ | $-4y$ | $-0$ | $-6x^2$ | $-6y^2$ | $-8xy$ | $-12xy^2$ | $-12x^2y$ | $-18x^2y^2$ |

{a}

- <u>Eleman rijitlik matrisinin, [H] integral matrisi hesabı :</u>

$$H(2.2) = 4abC_1$$

$$H(7.2) = 4abC_{12}$$

$$H(11.2) = -\frac{4ab^3}{3} C_1 + \frac{4a^3b}{3} C_{12}$$

$$H(16.2) = \frac{4a^3b}{3r} C_{12}$$

$$H(18.2) = \frac{4ab^3}{3r} C_{12}$$

$$H(25.2) = \frac{4a^3b^3}{9r} C_{12}$$

$$H(3.3) = 4abC_3$$

$$H(4.4) = \frac{4ab^3}{3} C_1 + \frac{4a^3b}{3} C_3$$

$$H(12.4) = \frac{4ab^3}{5} C_1 - \frac{4a^3b}{3} C_3$$

$$H(20.4) \quad \frac{4a^3b^3}{9r} C_{12}$$

$$H(22.4) = \frac{4ab^5}{5r} C_{12}$$

$$H(26.4) = \frac{4a^3b^5}{15r} C_{12}$$

$$H(2.7) = 4abC_{12}$$

$$H(7.7) = 4abC_2 + \frac{4abD_2}{r^2}$$

$$H(11.7) = -\frac{4ab^3}{3} C_{12} + \frac{4a^3b}{3} C_2 + \frac{4a^3b}{3r^2} D_2$$

$$H(16.7) = \frac{4a^3b}{3r} C_2 - \frac{8ab}{r} D_{12}$$

$$H(18.7) = \frac{4ab^3}{3r} C_2 - \frac{8ab}{r} D_2$$

$$H(25.7) = \frac{4a^3b^3}{9r} C_2 - \frac{8ab^3}{3r} D_{12} - \frac{8a^3b}{3r} D_2$$

$$H(8.8) = \frac{4a^3b}{3} C_2 + \frac{4ab^3}{3} C_3 + \frac{4a^3b}{3r^2} D_2 + \frac{16ab^3}{3r^2} D_3$$

$$H(9.8) = -\frac{4a^3b}{5} C_2 + \frac{4ab^3}{3} C_3 - \frac{4a^3b}{5r^2} D_2 - \frac{16ab^3}{3r^2} D_3$$

$$H(19.8) = \frac{4a^5b}{5r} C_2 - \frac{8a^3b}{r} D_{12}$$

$$H(21.8) = \frac{4a^3b^3}{9r} C_2 - \frac{8a^3b}{3r} D_2 - \frac{32ab^3}{3r} D_3$$

$$H(27.8) = \frac{4a^5b^3}{15r} C_2 - \frac{8a^3b^3}{3r} D_{12} - \frac{8a^5b}{5r} D_2 - \frac{32a^3b^3}{3r}$$

$$H(9.9) = \frac{4a^3b}{7} C_2 + \frac{12ab^3}{5} C_3 + \frac{4a^3b}{7r^2} D_2 + \frac{48ab^3}{5r^2} D_3$$

$$H(19.9) = -\frac{4a^5b}{7r} C_2 + \frac{24a^3b}{5r} D_{12}$$

$$H(21.9) = -\frac{4a^3b^3}{15r} C_2 + \frac{8a^3b}{5r} D_2 + \frac{32ab^3}{3r} D_3$$

$$H(27.9) = -\frac{4a^5b^3}{21r} C_2 + \frac{8a^3b^3}{5r} D_{12} + \frac{8a^5b}{7r} D_2 + \frac{96a^3b^3}{5r} D_3$$

$$H(10.10) = \frac{32ab}{5} C_3 + \frac{144ab}{5r^2} D_3$$

$$H(17.10) = -\frac{16ab}{r} D_3$$

$$H(23.10) = -\frac{144a^3b}{5r} D_3$$

$$H(24.10) = -\frac{16ab^3}{r} D_3$$

$$H(28.10) = -\frac{144a^3b^3}{5r} D_3$$

$$H(11.11) = \frac{4ab^5}{5} C_1 - \frac{8a^3b^3}{9} C_{12} + \frac{4a^5b}{5} C_2 + \frac{4a^5b}{5r^2} D_2 + \frac{64a^3b^3}{9r^2} D_3$$

$$H(16.11) = -\frac{4a^3b^3}{9r} C_{12} + \frac{4a^5b}{5r} C_2 - \frac{8a^3b}{3r} D_{12}$$

$$H(18.11) = -\frac{4ab^5}{5r} C_{12} + \frac{4a^3b^3}{9r} C_2 - \frac{8a^3b}{3r} D_2$$

$$H(25.11) = -\frac{4a^3b^5}{15r} C_{12} + \frac{4a^5b^3}{15r} C_2 - \frac{8a^3b^3}{9r} D_{12} - \frac{8a^5b}{5r} D_2 - \frac{128a^3b^3}{9r} D_3$$

$$H(12.12) = \frac{4ab^3}{7} C_1 + \frac{12a^3b}{5} C_3 + \frac{64a^3b}{3r^2} D_3$$

$$H(20.12) = \frac{4a^3b^3}{15r} C_{12} + \frac{64a^3b}{3r} D_3$$

$$H(22.12) = \frac{4ab^5}{7r} C_{12}$$

$$H(26.12) = \frac{4a^3b^5}{21r} C_{12} + \frac{64a^3b^3}{3r} D_3$$

$$H(16.16) = \frac{4a^5b}{5r^2} C_2 + 16ab\ D_1$$

$$H(18.16) = \frac{4a^3b^3}{9r^2} C_2 + 16ab\ D_{12}$$

$$H(25.16) = \frac{4a^5b^3}{15r^2} C_2 + \frac{16ab^3}{3} D_1 + \frac{16a^3b}{3}$$

$$H(17.17) = \frac{4a^3b^3}{9r^2} C_2 + 16abD_3$$

$$H(23.17) = \frac{4a^5b^3}{15r^2} C_2 + 16a^3bD_3$$

$$H(24.17) = \frac{4a^3b^5}{15r^2} C_2 + 16ab^3D_3$$

$$H(28.17) = \frac{4a^5b^5}{25r^2} C_2 + 16a^3b^3D_3$$

$$H(18.18) = \frac{4ab^5}{5r^2} C_2 + 16abD_2$$

$$H(25.18) = \frac{4a^3b^5}{15r^2} C_2 + \frac{16ab^3}{3} D_{12} + \frac{16a^3b}{3} D_2$$

$$H(19.19) = \frac{4a^7b}{7r^2} C_2 + 48a^3bD_1$$

$$H(21.19) = \frac{4a^5b^3}{15r^2} C_2 + 16a^3bD_{12}$$

$$H(27.19) = \frac{4a^7b^3}{21r^2} C_2 + 16a^3b^3D_1 + \frac{48a^5b}{5} D_{12}$$

$$H(20.20) = \frac{4a^5b^3}{15r^2} C_2 + \frac{16ab^3}{3} D_1 + \frac{64a^3b}{3} D_3$$

$$H(22.20) = \frac{4a^3b^5}{15r^2} C_2 + 16ab^3D_{12}$$

$$H(26.20) = \frac{4a^5b^5}{25r^2} C_2 + \frac{16ab^5}{5} D_1 + \frac{16a^3b^3}{3} D_{12} + \frac{64a^3b^3}{3} D_3$$

$$H(21.21) = \frac{4a^3b^5}{15r^2} C_2 + \frac{16a^3b}{3} D_2 + \frac{64ab^3}{3} D_3$$

$$H(27.21) = \frac{4a^5b^5}{25r^2} C_2 + \frac{16a^3b^3}{3} D_{12} + \frac{16a^5b}{5} D_2 + \frac{64a^3b^3}{3} D_3$$

$$H(22.22) = \frac{4ab^7}{7r^2} C_2 + 48ab^3D_2$$

[illegible] $= [illegible] D_2 + \frac{48ab^5}{5} D_{12} + 16a^3b^3 D_2$

[illegible] $= [illegible] + [illegible] \frac{144a^5b}{5} D_3$

[illegible]

$$E(27.27) = \frac{4a^7b^5}{35r^2} C_2 + \frac{48a^3b^5}{5} D_1 + \frac{32a^5b^3}{5} D_{12} +$$

$$+ \frac{16a^7b}{7} D_2 + \frac{192a^5b^3}{5} D_3$$

$$E(28.28) = \frac{4a^7b^7}{49r^2} C_2 + \frac{48a^3b^7}{7} D_1 + \frac{288a^5b^5}{25} D_{12} +$$

$$+ \frac{48a^7b^3}{7} D_2 + \frac{1296a^5b^5}{25} D_3$$

TABLO : 4

[H]=

SİMETRİK

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | $H_{2,2}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | $H_{3,3}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | $H_{4,4}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | $H_{7,2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{7,7}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{8,8}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{9,8}$ | $H_{9,9}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{10,10}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | $H_{11,2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{11,7}$ | 0 | 0 | 0 | $H_{11,11}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | $H_{12,4}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{12,12}$ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | $H_{16,2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{16,7}$ | 0 | 0 | 0 | $H_{16,11}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{16,16}$ | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{17,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{17,17}$ | | | | | | | | | | | |
| 0 | $H_{18,2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{18,7}$ | 0 | 0 | 0 | $H_{18,11}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{18,16}$ | 0 | $H_{18,18}$ | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{19,8}$ | $H_{19,9}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{19,19}$ | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | $H_{20,4}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{20,12}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{20,20}$ | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{21,8}$ | $H_{21,9}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{21,19}$ | 0 | $H_{21,21}$ | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | $H_{22,4}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{22,12}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{22,20}$ | 0 | $H_{22,22}$ | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{23,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{23,17}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{23,23}$ | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{24,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{24,17}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{24,23}$ | $H_{24,24}$ | | | | |
| 0 | $H_{25,2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{25,7}$ | 0 | 0 | 0 | $H_{25,11}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{25,16}$ | 0 | $H_{25,18}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{25,25}$ | | | |
| 0 | 0 | 0 | $H_{26,4}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{26,12}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{26,20}$ | 0 | $H_{26,22}$ | 0 | 0 | 0 | $H_{26,26}$ | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{27,8}$ | $H_{27,9}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{27,19}$ | 0 | $H_{27,21}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $H_{27,27}$ |

5.3. ELEMAN GEOMETRİK YÜK MATRİSİNİN HESAPLANMASI :

Bölüm 4'de (4.113) denkleminde ikinci terim eleman geometrik yük matrisini vermektedir. Yine (4.31) denkleminin ikinci teriminde eleman geometrik yük matrisinin, türev matrisi şeklinde gösterilişi vardır.

$$[N_e]=\iint [B]^T [G]^T [N_0] [G] [B] . d_x . d_y \qquad (5.24)$$

burada $[G]$ türev matrisi Tablo 5'de verilmiştir.

Değişkenleri içine alan matrisleri integral matrisi şeklinde hesaplarız.

$$[L]=\iint [G]^T [N_0] [G] . d_x . d_y \qquad (5.25)$$

$[L]$ matrisi Tablo 6'da verilmiştir.

(5.25) denklemini (5.24) denkleminde yerine koyarsak ;

$$[N_e]= [B]^T [L] [B] \qquad (5.26)$$

eleman geometrik yük matrisi hesaplanmış olur.

burada $N_o$ ön burkulma mambran gerilmeleridir. Kolaylık bakımından mambran kesit tesirlerinin eleman yüzeyinde sabit kaldığı kabul edilir. Mambran denge denklemlerinden mambran çözümü yapılarak $N_{xo}$, $N_{yo}$ ve $N_{xyo}$ hesaplanır.

$$[N_o] = \begin{bmatrix} N_{xo} & N_{xyo} \\ N_{xyo} & N_{yo} \end{bmatrix} \qquad (5.27)$$

Hidrostatik basınç halinde problemde olduğu gibi;

$N_{xo} = 0$ ; $N_{xyo} = 0$ ; $N_{yo} = -pr$ gibi sabit bir değerdir.

Belirli bir mambran tesirleri yayılışı ve yük parametresi değeri için süperpozisyon kuralı ve Betti karşıtlık teoremi geçerli olduğu düşünülürse $[N_e]$ matrisinin simetrik olması gerektiği açıktır. Gerçekten bu matris simetriktir.

TABLO : 5

$[G]=$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-\frac{\partial w}{\partial x}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\sin\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\cos\alpha$ |
| $\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{y}{r}$ | $-\frac{xy}{r}$ | $-\frac{x^2y}{ra^2}$ | $\frac{x^3}{ra^2}$ | $\frac{x^2y}{r}$ | $-\frac{x^2}{r}$ | 0 | 0 |

| | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-\frac{\partial w}{\partial x}$ | 0 | $-2x$ | $-y$ | 0 | $-3x^2$ | $-2xy$ | $-y^2$ | 0 | $-3x^2y$ | $-y^3$ | $-2xy^2$ | $-2xy^3$ | $-3x^2y^2$ | $3x^2y^2$ |
| $\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}$ | $-1$ | 0 | $-x$ | $-2y$ | 0 | $-x^2$ | $-2xy$ | $-3y^2$ | $-x^3$ | $-3y^2x$ | $-2x^2y$ | $-3x^2y^2$ | $-2x^3y$ | $-3x^2y^2$ |

$\{a\}$

• Eleman Geometrik Yük Matrisinin [L] Integral Matrisi Hesabı :

$$L(7.7) = -\frac{4ab^3}{3r} P$$

$$L(11.7) = -\frac{4a^3b^3}{9r} P$$

$$L(18.7) = \frac{8ab^3}{3} P$$

$$L(25.7) = \frac{8a^3b^3}{9} P$$

$$L(8.8) = -\frac{4a^3b^3}{9r} P$$

$$L(9.8) = \frac{4a^3b^3}{15r} P$$

$$L(21.8) = \frac{8a^3b^3}{9} P$$

$$L(27.8) = \frac{8a^5b^3}{15} P$$

$$L(9.9) = -\frac{4a^3b^3}{21r}P$$

$$L(21.9) = -\frac{8a^3b^3}{15}P$$

$$L(27.9) = -\frac{8a^5b^3}{21}P$$

$$L(10.10) = -\frac{4a^3b}{7r}P$$

$$L(17.10) = \frac{4a^3b}{5}P$$

$$L(23.10) = \frac{4a^5b}{7}P$$

$$L(24.10) = \frac{4a^3b^3}{5}P$$

$$L(28.10) = \frac{4a^5b^3}{7}P$$

$$L(11.11) = -\frac{4a^5b^3}{15r}P$$

$$L(18.11) = \frac{8a^3b^3}{9}P$$

$$L(25.11) = \frac{8a^5b^3}{15} P$$

$$L(12.12) = \frac{4a^5b}{5r} P$$

$$L(15.12) = -\frac{4a^3b}{3} P$$

$$L(20.12) = -\frac{4a^5b}{5} P$$

$$L(22.12) = -\frac{4a^3b^3}{3} P$$

$$L(26.12) = -\frac{4a^5b^3}{5} P$$

$$L(15.15) = -4abr.P$$

$$L(20.15) = -\frac{4a^3b}{3} r.P$$

$$L(22.15) = -4ab^3r.P$$

$$L(26.15) = -\frac{4a^3b^3}{3} r.P$$

$$L(17.17) = -\frac{4a^3b}{3} rP$$

$$L(23.17) = -\frac{4a^5b}{5} rP$$

$$L(24.17) = -\frac{4a^3b^3}{3} rP$$

$$L(28.17) = -\frac{4a^5b^3}{5} rP$$

$$L(18.18) = -\frac{16ab^3}{5} rP$$

$$L(25.18) = -\frac{16a^3b^3}{9} rP$$

$$L(20.20) = -\frac{4a^5b}{5} rP$$

$$L(22.20) = -\frac{4a^3b^3}{3} rP$$

$$L(26.20) = -\frac{4a^5b^3}{5} rP$$

$$L(21.21) = -\frac{16a^3b^3}{9} rP$$

$$L(27.21) = -\frac{16a^5b^3}{15} rP$$

$$L(22.22) = -\frac{36ab^5}{5} rP$$

$$L(26.22) = -\frac{12a^3b^5}{5} rP$$

$$L(23.23) = -\frac{4a^7b}{7} rP$$

$$L(24.23) = -\frac{4a^5b^3}{5}\,rP$$

$$L(28.23) = -\frac{4a^7b^3}{7}\,rP$$

$$L(24.24) = -\frac{12a^3b^5}{5}\,rP$$

$$L(28.24) = -\frac{36a^5b^5}{25}\,rP$$

$$L(25.25) = -\frac{16a^5b^3}{15}\,rP$$

$$L(26.26) = -\frac{36a^5b^5}{25}\,rP$$

$$L(27.27) = -\frac{16a^7b^3}{21}\,rP$$

$$L(28.28) = -\frac{36a^7b^5}{35}\,rP$$

TABLO : 6

SİMETRİK

[L] =

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{7,7}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{8,8}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{9,8}$ | $L_{9,9}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{10,10}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{11,7}$ | 0 | 0 | 0 | $L_{11,11}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{12,12}$ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{15,12}$ | 0 | 0 | $L_{15,15}$ | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{17,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{17,17}$ | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{18,7}$ | 0 | 0 | 0 | $L_{18,11}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{18,18}$ | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{20,12}$ | 0 | 0 | $L_{20,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{20,20}$ | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{21,8}$ | $L_{21,9}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{21,21}$ | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{22,12}$ | 0 | 0 | $L_{22,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{22,20}$ | 0 | $L_{22,22}$ | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{23,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{23,17}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{23,23}$ | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{24,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{24,17}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{24,23}$ | $L_{24,24}$ | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{25,7}$ | 0 | 0 | 0 | $L_{25,11}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{25,18}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{25,25}$ | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{26,12}$ | 0 | 0 | $L_{26,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{26,20}$ | 0 | $L_{26,22}$ | 0 | 0 | 0 | $L_{26,26}$ | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{27,8}$ | $L_{27,9}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{27,21}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{27,27}$ | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{28,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{28,17}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L_{28,23}$ | $L_{28,24}$ | 0 | 0 | 0 | $L_{28,28}$ |

## 5.4. DIŞ YÜK MATRİSİ :

Enine ve boyuna doğrultuda nervürlü basık olmıyan silindirik kabuk, P hidrostatik basınca maruzdur. Burada P kuvveti içeriye doğru pozitif alınmıştır.

Bölüm 4'de (4.113) denkleminde üçüncü terim hidrostatik basınç yükünün matrisini vermektedir. (4.31) denkleminde ise yine üçüncü terimde eleman dış yük matrisi - nin türev matrisi şeklinde gösterilişi vardır.

$$\left[Q_e\right]=\frac{P}{r}\iint\left[B\right]^T\left[M\right]^T\left[R\right]\left[B\right]\,d_x \cdot d_y \qquad \ldots (5.28)$$

Burada M matrisi türev matristir. M ve R matrisi Tablo 7 de verilmiştir.

Değişkenleri içine alan matrisleri integral mat - risi şeklinde hesaplarız.

$$\left[S\right]=\frac{P}{r}\iint\left[M\right]^T\left[R\right]\,d_x \cdot d_y \qquad \ldots (5.29)$$

$\left[S\right]$ matrisi Tablo 8 de verilmiştir.

(5.29) denklemini (5.28) denkleminde yerine koyarsak ;

$$\left[Q_e\right]=\left[B\right]^T\left[S\right]\left[B\right] \qquad \ldots (5.30)$$

hidrostatik basınç altında eleman dış yük matrisi hesaplanmış olur.

TABLO : 7

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | |
| $v - r\frac{\partial v}{\partial y}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $y$ | $xy$ | $-\frac{x^2y}{a^2}$ | $\frac{x^3}{a^2}$ | $x^2y$ | $-x^2$ | 0 | 0 | $-r$ | 0 | $-rx$ | $-2ry$ | 0 | $-rx^2$ | $-2rxy$ | $-3ry^2$ | $-rx^3$ | $-3rxy^2$ | $-2rx^2y$ | $-3rx^2y^2$ | $-2rx^3y$ | $-3rx^3y^2$ | $\{a\}$ |
| $[M]=$ $\frac{\partial v}{\partial y} + x$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $r$ | $rx$ | $-\frac{rx^3}{a^2}$ | 0 | $rx^2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $x^2$ | $xy$ | $y^2$ | $x^3$ | $x^2y$ | $xy^2$ | $y^3$ | $x^3y$ | $xy^3$ | $x^2y^2$ | $x^2y^3$ | $x^3y^2$ | $x^3y^3$ | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | |
| $v$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | $x\cos\alpha$ | $y$ | $xy$ | $-\frac{x^2y}{a^2}$ | $-\frac{x^3}{a^2}$ | $x^2y$ | $-x^2$ | [illegible] | $-x\sin\alpha$ | $r(1-\cos\alpha)$[illegible] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | $\{a\}$ |
| $[R]=$ | 0 | 0 | 0 | 0 | [illegible] | [illegible] | 0 | 0 | 0 | 0 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | $x^2$ | $xy$ | $y^2$ | $x^3$ | $x^2y$ | $xy^2$ | $y^3$ | $x^3y$ | $xy^3$ | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | |

Eleman Dış Yük Matrisinin [S] İntegral Matrisi Hesabı :

Çarpım integrali alınırken rijit cisim ötelen - mesi ve dönmesinden ileri gelen Sin$\alpha$ ve Cos$\alpha$'lı terimler vardır. Bunları Taylor Serisine açarsak aşağıdaki ifadeleri elde ederiz.

$$\text{Sin}\alpha = -\frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \frac{\alpha^7}{7!} + \cdots \qquad -\infty < \alpha < \infty$$

$$\text{Cos}\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \frac{\alpha^6}{6!} + \cdots \qquad -\infty < \alpha < \infty$$

Sin$\alpha$ ve Cos$\alpha$ burada rijit cisim ötelenmesi ve dönmesinden ileri geldiği için, çarpım integralinin alınmasında serilerin ilk terimlerinin alınması kâfidir.

Burada ;

$$\alpha = \frac{y}{r}$$

$$\text{Sin}\alpha \cong \frac{y}{r}$$

$$\text{Cos}\alpha \cong 1$$

alınır.

$$S(12.5) = -\frac{4a^3b}{3r} P$$

$$S(15.5) = -4ab.P$$

$$S(20.5) = \frac{4.P}{3} \left( \frac{a^3b^3}{3r^2} - a^3b \right)$$

$$S(22.5) = \frac{4ab^5}{5r^2} P - 4ab^3.P$$

$$S(26.5) = \frac{4a^3b^5}{5r^2}.P - \frac{4a^3b^3}{3} P$$

$$S(10.6) = \frac{4a^3.b}{5r} P$$

$$S(17.6) = \frac{4a^3b^3}{9r^2}P - \frac{4a^3b}{3} P$$

$$S(23.6) = \frac{4a^5b^3}{15r^2} P - \frac{4a^5b}{5} P$$

$$S(24.6) = \frac{4a^3b^5}{15r^2} P - \frac{4a^3b^3}{3} P$$

$$S(28.6) = \frac{4a^5b^5}{25r^2} P - \frac{4a^5b^3}{5} P$$

$$S(7.7) = \frac{4ab^3}{3r} P$$

$$S(11.7) = \frac{4a^3b^3}{9r} P$$

$$S(18.7) = -\frac{8ab^3}{3} P$$

$$s(25.7) = -\frac{8a^3b^3}{9}P$$

$$s(8.8) = \frac{4a^3b^3}{9r}P$$

$$s(9.8) = -\frac{4a^5b^3}{15r}P$$

$$s(21.8) = -\frac{8a^3b^3}{9}P$$

$$s(27.8) = -\frac{8a^5b^3}{15}P$$

$$s(9.9) = \frac{4a^3b^3}{21r}P$$

$$s(21.9) = \frac{8a^3b^3}{15}P$$

$$s(27.9) = \frac{8a^5b^3}{21}P$$

$$s(10.10) = \frac{4a^3b}{7r}P$$

$$s(17.10) = -\frac{4a^3b}{5}P$$

$$s(23.10) = -\frac{4a^5b}{7}P$$

$$s(24.10) = -\frac{4a^3b^3}{5}P$$

$$s(28.10) = -\frac{4a^5b^3}{7}P$$

$S(7,11) = S(11,7)$

$S(11,11) = \frac{4a^5b^3}{15r} P$

$S(18,11) = -\frac{8a^3b^3}{9} P$

$S(25,11) = -\frac{8a^5b^3}{15} P$

$S(12,12) = \frac{4a^5b}{5r} P$

$S(15,12) = \frac{4a^3b}{3} P$

$S(20,12) = \frac{4a^5b}{5} P$

$S(22,12) = \frac{4a^3b^3}{3} P$

$S(26,12) = \frac{4a^5b^3}{5} P$

$S(7,13) = -\frac{4ab^3}{3r^2} P + 4abP$

$S(11,13) = -\frac{4a^3b^3}{9r^2} P + \frac{4a^3b}{3} P$

$S(16,13) = \frac{4a^3b}{3r} P$

$S(18,13) = \frac{4ab^3}{r} P$

$$S(25.13) = \frac{4a^3b^3}{3r} P$$

$$S(8.14) = -\frac{4a^3b^3}{9r^2} P + \frac{4a^3b}{3} P$$

$$S(9.14) = \frac{4a^3b^3}{15r^2} P - \frac{4a^3b}{5} P$$

$$S(19.14) = \frac{4a^5b}{5r} P$$

$$S(21.14) = \frac{4a^3b^3}{3r} P$$

$$S(27.14) = \frac{4a^5b^3}{5r} P$$

$$S(12.15) = \frac{4a^3.b}{3} . (1-\cos\theta).P$$

$$S(15.15) = 4ab.r.p\ (1-\cos\theta)$$

$$S(20.15) = \frac{(1-\cos\theta)p.r.4a^3b}{3} + \frac{4a^3.b^3}{9r} p.\cos\theta$$

$$S(22.15) = \frac{(1-\cos\theta)p.r.12ab^3}{3} + \frac{4ab^5}{5r} \cos\theta.P$$

$$S(26.15) = \frac{(1-\cos\theta)p.r.12a^3b^3}{9} + \frac{4a^3b^5}{15r} \cos\theta.P$$

$$S(7.16) = \frac{4a^3.b}{3} P$$

$$S(11.16) = \frac{4a^5b}{5} P$$

$$S(16.16) = \frac{4a^5b}{5r}P$$

$$S(18.16) = \frac{4a^3b^3}{9r}P$$

$$S(25.16) = \frac{4a^5b^3}{15r}P$$

$$S(17.17) = \frac{4a^3b^3}{9r}P$$

$$S(23.17) = \frac{4a^5b^3}{15r}P$$

$$S(24.17) = \frac{4a^3b^5}{15r}P$$

$$S(28.17) = \frac{4a^5b^5}{25r}P$$

$$S(7.18) = \frac{4ab^3}{3}P$$

$$S(11.18) = \frac{4a^3b^3}{9}P$$

$$S(16.18) = \frac{4a^3b^3}{9r}P$$

$$S(18.18) = \frac{4ab^5}{5r}P$$

$$S(25.18) = \frac{4a^3b^5}{15r}P$$

$$S(8.19) = \frac{4a^5b}{5}P$$

$$S(9.19) = -\frac{4a^5b}{7} P$$

$$S(19.19) = \frac{4a^7.b}{7r} P$$

$$S(21.19) = \frac{4a^5b^3}{15r} P$$

$$S(27.19) = \frac{4a^7b^3}{21r} P$$

$$S(20.20) = \frac{4a^5b^3}{15r} P$$

$$S(22.20) = \frac{4a^3b^5}{15r} P$$

$$S(26.20) = \frac{4a^5b^5}{25r} P$$

$$S(8.21) = \frac{4a^3b^3}{9} P$$

$$S(9.21) = -\frac{4a^3b^3}{15} P$$

$$S(19.21) = S(21.19)$$

$$S(21.21) = \frac{4a^3b^5}{15r} P$$

$$S(27.21) = \frac{4a^5b^5}{25r} P$$

$$S(20.22) = S(22.20)$$

$$S(22.22) = \frac{4ab^7}{7r} P$$

$$S(26.22) = \frac{4a^3b^7}{21r} P$$

$$S(17.23) = S(23.17)$$

$$S(23.23) = \frac{4a^7b^3}{21r} P$$

$$S(24.23) = \frac{4a^5b^5}{25r} P$$

$$S(28.23) = \frac{4a^7b^5}{35r} P$$

$$S(17.24) = S(24.17)$$

$$S(23.23) = S(24.23)$$

$$S(24.24) = \frac{4a^3b^7}{21r} P$$

$$S(28.24) = \frac{4a^5b^7}{35r} P$$

$$S(7.25) = \frac{4a^3b^3}{9} P$$

$$S(11.25) = \frac{4a^5b^3}{15} P$$

$S(16.25) = S(25.16)$

$S(18.25) = S(25.18)$

$$S(25.25) = \frac{4a^5b^5}{25r} P$$

$S(20.26) = S(26.20)$

$S(22.26) = S(26.22)$

$$S(26.26) = \frac{4a^5b^7}{35r} P$$

$$S(8.27) = \frac{4a^5b^3}{15} P$$

$$S(9.27) = -\frac{4a^5b^3}{21} P$$

$S(19.27) = S(27.19)$

$S(21.27) = S(27.21)$

$$S(27.27) = \frac{4a^7b^5}{35r} P$$

$S(17.28) = S(28.17)$

$S(23.28) = S(28.23)$

$S(24.28) = S(28.24)$

$$S(28.28) = \frac{4a^7b^7}{49r} P$$

TABLO : 8

[s] =

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{7,7}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{7,11}$ | 0 | $S_{7,13}$ | 0 | 0 | $S_{7,16}$ | 0 | $S_{7,18}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{7,25}$ | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{8,8}$ | $S_{8,9}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{8,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{8,19}$ | 0 | $S_{8,21}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{8,27}$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{9,8}$ | $S_{9,9}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{9,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{9,19}$ | 0 | $S_{9,21}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{9,27}$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{10,6}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{10,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{11,7}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{11,11}$ | 0 | $S_{11,13}$ | 0 | 0 | $S_{11,16}$ | 0 | $S_{11,18}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{11,24}$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{12,5}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{12,12}$ | 0 | 0 | $S_{12,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{15,5}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{15,12}$ | 0 | 0 | $S_{15,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{16,13}$ | 0 | 0 | $S_{16,16}$ | 0 | $S_{16,18}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{16,25}$ | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{17,6}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{17,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{17,17}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{17,23}$ | $S_{17,24}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{17,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{18,7}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{18,11}$ | 0 | $S_{18,13}$ | 0 | 0 | $S_{18,16}$ | 0 | $S_{18,18}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{18,25}$ | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{19,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{19,19}$ | 0 | $S_{19,21}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{19,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{20,5}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{20,12}$ | 0 | 0 | $S_{20,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{20,20}$ | 0 | $S_{20,22}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{20,26}$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{21,8}$ | $S_{21,9}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{21,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{21,19}$ | 0 | $S_{21,21}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{21,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{22,5}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{22,12}$ | 0 | 0 | $S_{22,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{22,20}$ | 0 | $S_{22,22}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{22,26}$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{23,6}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{23,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{23,17}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{23,23}$ | $S_{23,24}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{23,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{24,6}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{24,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{24,17}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{24,23}$ | $S_{24,24}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{24,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{25,7}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{25,11}$ | 0 | $S_{25,13}$ | 0 | 0 | $S_{25,16}$ | 0 | $S_{25,18}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{25,25}$ | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{26,5}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{26,12}$ | 0 | 0 | $S_{26,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{26,20}$ | 0 | $S_{26,22}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{26,26}$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{27,8}$ | $S_{27,9}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{27,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{27,19}$ | 0 | $S_{27,21}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{27,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{28,6}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{28,10}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{28,17}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $S_{28,23}$ | $S_{28,24}$ | 0 | 0 | 0 | $S_{28,28}$ |

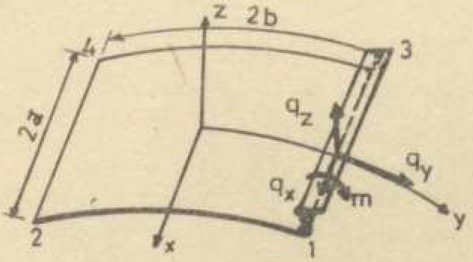
## 5.5. ÇİZGİSEL YÜK MATRİSİ :

Boyuna ve dairesel nervürden kabuğa aktarılmış olan gerçek yükler $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m dir. Bu yükler silindirik panele çizgisel yük olarak tesir eder. Yalnız bu yükler u, v, w'ye bağlı değişken yüklerdir. (dx) ve (dy) birim boyuna tesir ederler.

Önce boyuna nervürün, sonra da dairesel nervürün çizgisel yük matrisini hesaplıyalım.

### 5.5.1. Boyuna Nervürün Çizgisel Yük Matrisi :

Boyuna nervürden gelen $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini ayrı ayrı hesaplıyalım.




ŞEKİL : 12

### 5.5.1.1. Boyuna Nervürün $(q_x)$ Çizgisel Yükünün Matrisi :

(4.95) denkleminde $(q_x)$ çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılmıştır. Bir elemana gelen çizgisel yük değerlerini türev matrisi şeklinde yazalım.

$$\delta^2\Omega_{2,1} = -\int \begin{bmatrix} -c_1 \cdot u'' \\ d \cdot w''' \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix} dx = -\{d\}^T \int [B]^T [J_1]^T [Y_1] [B] \{d\} dx \qquad (5.31)$$

(4.113) denkleminden $(q_x)$ çizgisel yükü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$[Q_{e1}] = -\int [B]^T [J_1]^T [Y_1] [B] \, dx \qquad \ldots \quad (5.32)$$

Burada u ve w'ler x ve y'ye bağlıdır. y'ler sabit olup y yerine $y = \pm b$ koyup, x'e göre integral alınır.

$[J_1]$ matrisi türev matristir. $[J_1]$ ve $[Y_1]$ matrisi Tablo 9 da verilmiştir.

Değişkenleri içine alan matrisleri integral matrisi şeklinde yazarız.

$$[G_1] = -\int [J_1]^T [Y_1] \, dx \qquad \ldots \quad (5.33)$$

$y=+b$ için $[G_1]$ matrisi, $y=-b$ için $[G_{1a}]$ matrisi Tablo 10 da verilmiştir.

(5.33) denklemini (5.32) denkleminde yerine koyarsak ;

$$[Q_{e1}] = [B]^T [G_1] [B] \qquad \ldots \quad (5.34)$$

boyuna nervürün $(q_x)$ çizgisel yükünün eleman yük matrisi hesaplanmış olur.

TABLO : 9

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-C_1 U''$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| $[J_1] =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | $\{a\}$ |
| $c_1 w''$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $6d_1$ | 0 | 0 | 0 | $6d_1 y$ | 0 | 0 | 0 | $6d_1 y^2$ | $6d_1 y^3$ | |

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| J | 1 | $x$ | $y$ | $xy$ | 0 | $-r\sin\alpha$ | 0 | 0 | $y^2$ | $-\frac{y^3}{b^2}$ | $-xy^2$ | $\frac{y^3 x}{b^2}$ | 0 | $-r(\cos\alpha-\cos\theta)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| $[Y] =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | $\{a\}$ |
| J | 1 | $x$ | $y$ | $xy$ | 0 | $-r\sin\alpha$ | 0 | 0 | $y^2$ | $-\frac{y^3}{b^2}$ | $-xy^2$ | $\frac{y^3 x}{b^2}$ | 0 | $-r(\cos\alpha-\cos\theta)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

**Boyuna Nervürün(qx) Çizgisel Yükünün İntegral Matrisinin Alınması :**

y'ler sabit olup; $y = + b$ koyup x'e göre integral alarak qx çizgisel yükünün çarpım integral matrisi hesaplanır.

$$G_1(19.1) = - 12d_1.a$$

$$G_1(23.1) = - 12d_1.ab$$

$$G_1(27.1) = - 12d_1.ab^2$$

$$G_1(28.1) = - 12d_1.ab^3$$

$$G_1(19.3) = - 12d_1.ab$$

$$G_1(23.3) = - 12d_1.ab^2$$

$$G_1(27.3) = - 12d_1.ab^3$$

$$G_1(28.3) = - 12d_1.ab^4$$

$$G_1(19.6) = 12d_1ab$$

$$G_1(23.6) = 12d_1.ab^2$$

$$G_1(27.6) = 12d_1.ab^3$$

$$G_1(28.6) = 12d_1ab^4$$

$G_1(19.9) = - 12d_1.ab^2$

$G_1(23.9) = - 12d_1.ab^3$

$G_1(27.9) = - 12d_1.ab^4$

$G_1(28.9) = - 12d_1.ab^5$

$G_1(19.10) = 12d_1.ab$

$G_1(23.10) = 12d_1.ab^2$

$G_1(27.10) = 12d_1.ab^3$

$G_1(28.10) = 12d_1.ab^4$

$G_1(19.14) = 12d_1 ar\ (1-Cos\theta)$

$G_1(23.14) = 12d_1 abr(1-Cos\theta)$

$G_1(27.14) = 12d_1 ab^2 r(1-Cos\theta)$

$G_1(28.14) = 12d_1 ab^3 r(1-Cos\theta)$

$y = - b$ için $qx$ çizgisel yükünün integral matrisi ise ;

$G_{1a}(19.1) = - 12d_1.a$

$G_{1a}(23.1) = 12d_1.ab$

$G_{1a}(27.1) = -\ 12d_1.ab^2$

$G_{1a}(28.1) = \ 12d_1.ab^3$

$G_{1a}(19.3) = \ 12d_1.ab$

$G_{1a}(23.3) = -\ 12d_1.ab^2$

$G_{1a}(27.3) = \ 12d_1ab^3$

$G_{1a}(28.3) = -\ 12d_1.ab^4$

$G_{1a}(19.6) = -\ 12d_1.ab$

$G_{1a}(23.6) = \ 12d_1.ab^2$

$G_{1a}(27.6) = -\ 12d_1.ab^3$

$G_{1a}(28.6) = \ 12d_1.ab^4$

$G_{1a}(19.9) = -\ 12d_1.ab^2$

$G_{1a}(23,9) = \ 12d_1.ab^3$

$G_{1a}(27.9) = -\ 12d_1.ab^4$

$G_{1a}(28.9) = \ 12d_1.ab^5$

$G_{1a}(19.10) = -\ 12d_1.ab$

$$G_{1a}(23.10) = \ 12d_1.ab^2$$

$$G_{1a}(27.10) = -\ 12d_1.ab^3$$

$$G_{1a}(28.10) = \ 12d_1.ab^4$$

$$G_{1a}(19.14) = \ 12d_1.ar(1-\mathrm{Cos}\theta)$$

$$G_{1a}(23.14) = -\ 12d_1.abr(1-\mathrm{Cos}\theta)$$

$$G_{1a}(27.14) = \ 12d_1.ab^2.r(1-\mathrm{Cos}\theta)$$

$$G_{1a}(28.14) = -\ 12d_1.ab^3.r(1-\mathrm{Cos}\theta)$$

TABLO : 10

$[G]_1 =$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $G^1_{19,1}$ | 0 | $G^1_{19,3}$ | 0 | 0 | $G^1_{19,6}$ | 0 | 0 | $G^1_{19,9}$ | $G^1_{19,10}$ | 0 | 0 | 0 | $G^1_{19,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $G^1_{23,1}$ | 0 | $G^1_{23,3}$ | 0 | 0 | $G^1_{23,6}$ | 0 | 0 | $G^1_{23,9}$ | $G^1_{23,10}$ | 0 | 0 | 0 | $G^1_{23,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $G^1_{27,2}$ | 0 | $G^1_{27,3}$ | 0 | 0 | $G^1_{27,6}$ | 0 | 0 | $G^1_{27,9}$ | $G^1_{27,10}$ | 0 | 0 | 0 | $G^1_{27,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $G^1_{28,1}$ | 0 | $G^1_{28,3}$ | 0 | 0 | $G^1_{28,6}$ | 0 | 0 | $G^1_{28,9}$ | $G^1_{28,10}$ | 0 | 0 | 0 | $G^1_{28,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

5.5.1.2. Boyuna Nervürün ($q_y$) Çizgisel Yükünün Matrisi :

(4.97) denkleminde ($q_y$) çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılmıştır. Bir eleman gelen çizgisel yük değerlerini türev matrisi şeklinde yazalım.

$$\overset{2}{\delta}\Omega_{22} = -\int \begin{bmatrix} (e_1 \cdot v^{IIII} - f_1 w^{\cdot IIII}) \\ p(g_1 v^{II} - i_1 w^{\cdot II}) \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} v \\ v \end{Bmatrix} dx = -\{d\}^T \int [B]^T [J_2]^T [Y_2] [B] \{d\} dx \qquad (5.35)$$

(4.113) denkleminden ($q_y$) çizgisel yükü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$[Q_{e2}] = -\int [B]^T [J_2]^T [Y_2] [B] dx \qquad (5.36)$$

Burada, v ve w'ler, x ve y'ye bağlıdır. y'ler sabit olup y yerine $y=\pm b$ koyup, x'e göre integral alınır.

$J_2$ matrisi türev matristir. $[J_2]$ ve $[Y_2]$ matrisi Tablo 11 de verilmiştir.

Değişkenleri içine alan matrisleri integral matrisi şeklinde yazarız.

$$[G_2] = -\int [J_2]^T [Y_2] dx \qquad (5.37)$$

$y=+b$ için $[G_2]$ matrisi, $y=-b$ için $[G_{2a}]$ matrisi Tablo 12 de verilmiştir.

(5.37) denklemini (5.46) da yerine koyarsak ;

$$[Q_{e2}] = [B]^T [G_2] [B] \qquad (5.38)$$

boyuna nervürün ($q_y$) çizgisel yükünün eleman yük matrisi hesaplanmış olur.

TABLO : 11

$[h_2] = \begin{Bmatrix} (e_1 \cdot v'' - f_1 w'') \\ P(g_1 v' - \psi_1 w') \end{Bmatrix}$ $\{a\}$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(e_1 \cdot v'' - f_1 w'')$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $P(g_1 v' - \psi_1 w')$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-6g_1pxy/\ell^2$ | $6g_1px/\ell^2$ | $2g_1py$ | $-2g_1p$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-2\psi p$ | 0 | 0 | $-6\psi px$ | 0 | $-4\psi_1 py$ | $-6\psi py^2$ | $-12\psi pyx$ | $-18\psi pxy^2$ |

$[\overset{v}{\underset{v}{Y_2}}] =$ $\{a\}$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | $x\cos\alpha$ | $y$ | $xy$ | $-x^2y/\ell^2$ | $x^2/\ell^2$ | $x^2y$ | $-x^2$ | $-\sin\alpha$ | $-x\sin\alpha$ | $r(1-\cos\alpha\cos\varphi)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $v$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | $x\cos\alpha$ | $y$ | $xy$ | $-x^2y/\ell^2$ | $x^2/\ell^2$ | $x^2y$ | $-x^2$ | $-\sin\alpha$ | $-x\sin\alpha$ | $r(1-\cos\alpha\cos\varphi)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Boyuna Nervürün(qy) Çizgisel Yükünün İntegral Matrisinin Alınması :

y'ler sabit olup, $y = + b$ koyup x'e göre integral alırsak, qy çizgisel yükünün çarpım integral matrisi hesaplanır.

$G_2(11.5) = - 4g_1.abP$

$G_2(12.5) = 4g_1a.P$

$G_2(20.5) = 4i_1aP$

$G_2(25.5) = 8i_1abP$

$G_2(26.5) = 12i_1ab^2P$

$G_2(9.6) = 4g_1.abP$

$G_2(10.6) = - 4g_1a\ P$

$G_2(23.6) = 4i_1a^3P$

$G_2(27.6) = 8i_1a^3b.P$

$G_2(28.6) = 12i_1a^3b^2.P$

$G_2(11.7) = - 4g_1.ab^2P$

$G_2(12.7) = 4g_1.abP$

$G_2(20.7) = 4i_1abP$

$G_2(25.7) = 8i_1.ab^2P$

$G_2(26.7) = 12i_1ab^3P$

$G_2(9.8) = 4g_1ab^2P$

$G_2(10.8) = -4g_1abP$

$G_2(23.8) = 4i_1.a^3bP$

$G_2(27.8) = 8i_1a^3b^2P$

$G_2(28.8) = 12i_1.a^3b^3.P$

$G_2(9.9) = -2,4g_1.ab^2.P$

$G_2(10.9) = 2,4g_1.abP$

$G_2(23.9) = -2,4i_1.a^3bP$

$G_2(27.9) = -4,8i_1.a^3b^2.P$

$G_2(28.9) = -7.2i_1.a^3b^3.P$

$G_2(9.10) = 2.4g_1ab.P$

$G_2(10.10) =- 2,4g_1a.P$

$$G_2(23.10) = 2,4i_1.a^3.P$$

$$G_2(27.10) = 4,8i_1.a^3b.P$$

$$G_2(28.10) = 7,2i_1a^3b^2P$$

$$G_2(11.11) =- \frac{4g_1a^3b^2.P}{3}$$

$$G_2(12.11) = \frac{4g_1.a^3b.P}{3}$$

$$G_2(20.11) = \frac{4i_1.a^3b.P}{3}$$

$$G_2(25.11) = \frac{8i_1.a^3b^2.P}{3}$$

$$G_2(26.11) = 4i_1.a^3b^3P$$

$$G_2(11.12) = \frac{4g_1.a^3b.P}{3}$$

$$G_2(12.12) =- \frac{4g_1.a^3.P}{3}$$

$$G_2(20.12) =- \frac{4i_1.a^3.P}{3}$$

$$G_2(25.12) =- \frac{8i_1.a^3b.P}{3}$$

$$G_2(26.12) =- 4i_1a^3b^2P$$

$$G_2(11.13) = \frac{4g_1.ab^2.P}{r}$$

$$G_2(12.13) = -\frac{4g_1.ab.P}{r}$$

$$G_2(20.13) = -\frac{4i_1.ab.P}{r}$$

$$G_2(25.13) = -\frac{8i_1.ab^2.P}{r}$$

$$G_2(26.13) = -\frac{12i_1.ab^3.P}{r}$$

$$G_2(9.14) = -\frac{4g_1.ab^2.P}{r}$$

$$G_2(10.14) = \frac{4g_1.abP}{r}$$

$$G_2(23.14) = -\frac{4i_1.a^3b.P}{r}$$

$$G_2(27.14) = -\frac{8i_1.a^3b^2.P}{r}$$

$$G_2(28.14) = -\frac{12i_1a^3b^3.P}{r}$$

$$G_2(11.15) = 4g_1abr\ (1-\mathrm{Cos}\theta)P$$

$$G_2(12.15) = -4g_1ar\ (1-\mathrm{Cos}\theta)\ P$$

$$G_2(20.15) = -4i_1ar\ (1-\mathrm{Cos}\theta)\ P$$

$$G_2 25.15) = -8i_1.a.br\ (1-\mathrm{Cos}\theta)P$$

$$G_2(26.15) = -12i_1.ab^2.r\ (1-\mathrm{Cos}\theta)\ P$$

y = - b için qy çizgisel yükünün integral matrisi ise ;

$G_{2a}(11.5) = 4g_1ab.P$

$G_{2a}(12.5) = 4g_1a.P$

$G_{2a}(20.5) = 4i_1.a.P$

$G_{2a}(25.5) = -8i_1ab.P$

$G_{2a}(26.5) = 12i_1ab^2.P$

$G_{2a}(9.6) = -4g_1ab.P$

$G_{2a}(10.6) = -4g_1a.P$

$G_{2a}(23.6) = 4i_1.a^3.P$

$G_{2a}(27,6) = -8i_1a^3.b.P$

$G_{2a}(28.6) = 12i_1.a^3b^2.P$

$G_{2a}(11.7) = -4g_1a.b^2.P$

$G_{2a}(12.7) = -4g_1.ab.P$

$G_{2a}(20.7) = -4i_1ab.P$

$G_{2a}(25.7) = 8i_1.ab^2.P$

$G_{2a}(26.7) = - 12i_1.ab^3.P$

$G_{2a}(9,8) = 4g_1ab^2.P$

$G_{2a}(10.8) = 4g_1.ab.P$

$G_{2a}(23.8) = - 4i_1a^3b.P$

$G_{2a}(27.8) = 8i_1.a^3b^2.P$

$G_{2a}(28.8) = - 12i_1.a^3b^3.P$

$G_{2a}(9.9) = - 2,4g_1.ab^2.P$

$G_{2a}(10.9) = - 2,4g_1ab.P$

$G_{2a}(23.9) = 2,4i_1a^3b.P$

$G_{2a}(27.9) = - 4,8i_1a^3b^2.P$

$G_{2a}(28.9) = 7,2i_1.a^3b^3.P$

$G_{2a}(9.10) = - 2,4g_1.ab.P$

$G_{2a}(10.10) = - 2,4g_1a.P$

$G_{2a}(23.10) = 2,4i_1a^3.P$

$G_{2a}(27.10) = - 4,8i_1a^3b.P$

$$G_{2a}(28.10) = 7{,}2 i_1 a^3 b^2 . P$$

$$G_{2a}(11.11) = - \frac{4 g_1 a^3 b^2 . P}{3}$$

$$G_{2a}(12.11) = - \frac{4 g_1 a^3 . b . P}{3}$$

$$G_{2a}(20.11) = - \frac{4 i_1 a^3 b . P}{3}$$

$$G_{2a}(25.11) = \frac{8 i_1 a^3 b^2 . P}{3}$$

$$G_{2a}(26.11) = - 4 i_1 . a^3 b^3 . P$$

$$G_{2a}(11.12) = - \frac{4 g_1 a^3 b . P}{3}$$

$$G_{2a}(12.12) = - \frac{4 g_1 a^3 . P}{3}$$

$$G_{2a}(20.12) = - \frac{4 i_1 . a^3 . P}{3}$$

$$G_{2a}(25.12) = \frac{8 i_1 a^3 . b . P}{3}$$

$$G_{2a}(26.12) = - 4 i_1 . a^3 b^2 . P$$

$$G_{2a}(11.13) = \frac{4 g_1 a . b^2 . P}{r}$$

$$G_{2a}(12.13) = \frac{4g_1ab.P}{r}$$

$$G_{2a}(20.13) = \frac{4i_1a.b.P}{r}$$

$$G_{2a}(25.13) = -\frac{8i_1ab^2.P}{r}$$

$$G_{2a}(26.13) = \frac{12i_1ab^3.P}{r}$$

$$G_{2a}(9.14) = -\frac{4g_1ab^2.P}{r}$$

$$G_{2a}(10.14) = -\frac{4g_1ab.P}{r}$$

$$G_{2a}(23.14) = \frac{4i_1a^3.b.P}{r}$$

$$G_{2a}(27.14) = -\frac{8i_1a^3b^2.P}{r}$$

$$G_{2a}(28.14) = \frac{12i_1a^3b^3.P}{r}$$

$$G_{2a}(11.15) = -\ 4g_1abr\ (1 - \text{Cos}\theta).P$$

$$G_{2a}(12.15) = -\ 4g_1a.r\ (1 - \text{Cos}\theta).P$$

$$G_{2a}(20.15) = -\ 4i_1a.r\ (1 - \text{Cos}\theta).P$$

$$G_{2a}(25.15) = 8i_1ab.r\ (1 - \text{Cos}\theta).P$$

$$G_{2a}(26.15) = -\ 12i_1ab^2.r(1-\text{Cos}\theta).P$$

TABLO : 12

$[G_2] =$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^2_{9,6}$ | 0 | $G^2_{9,8}$ | $G^2_{9,9}$ | $G^2_{9,10}$ | 0 | 0 | 0 | $G^2_{9,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^2_{10,6}$ | 0 | $G^2_{10,8}$ | $G^2_{10,9}$ | $G^2_{10,10}$ | 0 | 0 | 0 | $G^2_{10,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^2_{11,5}$ | 0 | $G^2_{11,7}$ | 0 | 0 | 0 | $G^2_{11,11}$ | $G^2_{11,12}$ | $G^2_{11,13}$ | 0 | $G^2_{11,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^2_{12,5}$ | 0 | $G^2_{12,7}$ | 0 | 0 | 0 | $G^2_{12,11}$ | $G^2_{12,12}$ | $G^2_{12,13}$ | 0 | $G^2_{12,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^2_{20,5}$ | 0 | $G^2_{20,7}$ | 0 | 0 | 0 | $G^2_{20,11}$ | $G^2_{20,12}$ | $G^2_{20,13}$ | 0 | $G^2_{20,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^2_{23,6}$ | 0 | $G^2_{23,8}$ | $G^2_{23,9}$ | $G^2_{23,10}$ | 0 | 0 | 0 | $G^2_{23,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^2_{25,5}$ | 0 | $G^2_{25,7}$ | 0 | 0 | 0 | $G^2_{25,11}$ | $G^2_{25,12}$ | $G^2_{25,13}$ | 0 | $G^2_{25,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^2_{26,5}$ | 0 | $G^2_{26,7}$ | 0 | 0 | 0 | $G^2_{26,11}$ | $G^2_{26,12}$ | $G^2_{26,13}$ | 0 | $G^2_{26,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^2_{27,6}$ | 0 | $G^2_{27,8}$ | $G^2_{27,9}$ | $G^2_{27,10}$ | 0 | 0 | 0 | $G^2_{27,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^2_{28,6}$ | 0 | $G^2_{28,8}$ | $G^2_{28,9}$ | $G^2_{28,10}$ | 0 | 0 | 0 | $G^2_{28,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

### 5.5.1.3. Boyuna Nervürün ($q_z$) Çizgisel Yükünün Matrisi :

(4.99) denkleminde ($q_z$) çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılmıştır. Bir eleman gelen çizgisel yük değerlerini türev matrisi şeklinde yazalım.

$$\delta^2\Omega_{23} = -\int \begin{bmatrix} (j_1 w'''' - k_1 u''') \\ P(l_1 \cdot w'') \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} w \\ w \end{Bmatrix} dx = -\{d\}^T [B]^T [J_3]^T [Y_3] [B] \{d\} dx \quad (5.39)$$

(4.113) denkleminden ($q_z$) çizgisel yükü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$[Q_{e_3}] = -\int [B]^T [J_3]^T [Y_3] [B] \, dx \quad \ldots \quad (5.40)$$

Burada, u ve w'ler, x ve y'ye bağlıdır. y'ler sabit olup y yerine $y=\pm b$ koyup, x'e göre integral alınır.

$[J_3]$ matrisi türev matristir. $[J_3]$ ve $[Y_3]$ matrisi Tablo 13 de verilmiştir.

Değişkenleri içine alan matrisleri integral matrisi şeklinde yazarız.

$$[G_3] = -\int [J_3]^T [Y_3] \, dx \quad \ldots \quad (5.41)$$

$y=+b$ için $[G_3]$ matrisi $y=-b$ için $[G_{3a}]$ matrisi Tablo 14 de verilmiştir.

(5.41) denklemini (5.40) da yerine koyarsak ;

$$[Q_{e_3}] = [B]^T [G_3] [B] \quad (5.42)$$

boyuna nervürün ($q_z$) çizgisel yükünün eleman yük matrisi hesaplanmış olur.

TABLO : 13

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(J_1 w^* - K_1 u^*)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| $[J_3] =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | $\{a\}$ |
| $P(l_1 w')$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $2pl_1$ | 0 | 0 | $6pl_4x$ | $2pl_4y$ | 0 | 0 | $6pl_4xy$ | 0 | $2pl_4y^2$ | $2pl_4y^3$ | $6pl_4xy^2$ | $6pl_4xy^3$ | |

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $W$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $\sin\alpha$ | $x\sin\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | $x\cos\alpha$ | $r\sin\alpha\cos\theta$ | $x^2$ | $xy$ | $y^2$ | $x^3$ | $x^2y$ | $xy^2$ | $y^3$ | $x^3y$ | $xy^3$ | $x^2y^2$ | $x^2y^3$ | $x^3y^2$ | $x^3y^3$ | |
| $[Y_3] =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | $\{a\}$ |
| $N$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $\sin\alpha$ | $x\sin\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | $x\cos\alpha$ | $r\sin\alpha\cos\theta$ | $x^2$ | $xy$ | $y^2$ | $x^3$ | $x^2y$ | $xy^2$ | $y^3$ | $x^3y$ | $xy^3$ | $x^2y^2$ | $x^2y^3$ | $x^3y^2$ | $x^3y^3$ | |

**Boyuna Nervürün($q_z$) Çizgisel Yükünün Integral Matrisinin Alınması :**

y'ler sabit olup ; y = + b koyup x'e göre integral alırsak, $q_z$ çizgisel yükünün çarpım integral matrisi hesaplanır.

$$G_3(16.5) = -\frac{4l_1.ab.P}{r}$$

$$G_3(20.5) = -\frac{4l_1.ab^2.P}{r}$$

$$G_3(25.5) = -\frac{4l_1.ab^3.P}{r}$$

$$G_3(26.5) = -\frac{4l_1.ab^4.P}{r}$$

$$G_3(19.6) = -\frac{4l_1.a^3.b.P}{r}$$

$$G_3(23.6) = -\frac{4l_1.a^3.b^2.P}{r}$$

$$G_3(27.6) = -\frac{4l_1a^3b^3.P}{r}$$

$$G_3(28.6) = -\frac{4l_1a^3b^4.P}{r}$$

$$G_3(16.13) = -4l_1aP$$

$$G_3(20.13) = - 4l_1.abP$$

$$G_3(25.13) = - 4l_1.ab^2P$$

$$G_3(26.13) = - 4l_1.ab^3P$$

$$G_3(19.14) = - 4l_1.a^3P$$

$$G_3(23.14) = - 4l_1.a^3bP$$

$$G_3(27.14) = - 4l_1.a^3b^2P$$

$$G_3(28.14) = - 4l_1a^3b^3P$$

$$G_3(16.15) = - 4l_1ab(\text{Cos}\theta).P$$

$$G_3(20.15) = - 4l_1ab^2(\text{Cos}\theta).P$$

$$G_3(25.15) = - 4l_1ab^3(\text{Cos}\theta).P$$

$$G_3(26.15) = - 4l_1ab^4(\text{Cos}\theta).P$$

$$G_3(16.16) = - \frac{4l_1a^3.P}{3}$$

$$G_3(20.16) = - \frac{4l_1a^3.bP}{3}$$

$$G_3(25.16) = - \frac{4l_1a^3.b^2P}{3}$$

$$G_3(26.16) = -\frac{41_1 a^3 b^3 . P}{3}$$

$$G_3(19.17) = -\ 41_1 a^3 bP$$

$$G_3(23.17) = -\ 41_1 a^3 b^2 P$$

$$G_3(27.17) = -\ 41_1 a^3 b^3 . P$$

$$G_3(28.17) = -\ 41_1 a^3 b^4 P$$

$$G_3(16.18) = -\ 41_1 . ab^2 . P$$

$$G_3(20.18) = -\ 41_1 . ab^3 . P$$

$$G_3(25.18) = -\ 41_1 . ab^4 . P$$

$$G_3(26.18) = -\ 41_1 . ab^5 . P$$

$$G_3(19.19) = -\ \frac{121_1 a^5 . P}{5}$$

$$G_3(23.19) = -\ \frac{12.1_1 a^5 b . P}{5}$$

$$G_3(27.19) = -\ \frac{12.1_1 a^5 b^2 . P}{5}$$

$$G_3(28.19) = -\ \frac{12.1_1 a^5 b^3 . P}{5}$$

$$G_3(16.20) = -\frac{4l_1a^3b.P}{3}$$

$$G_3(20.20) = -\frac{4l_1a^3b^2.P}{3}$$

$$G_3(25.20) = -\frac{4l_1a^3.b^3.P}{3}$$

$$G_3(26.20) = -\frac{4l_1a^3b^4.P}{3}$$

$$G_3(19.21) = -4l_1a^3b^2.P$$

$$G_3(23.21) = -4l_1a^3b^3.P$$

$$G_3(27.21) = -4l_1a^3b^4.P$$

$$G_3(28.21) = -4l_1a^3b^5.P$$

$$G_3(16.22) = -4l_1a.b^3.P$$

$$G_3(20.22) = -4l_1ab^4.P$$

$$G_3(25.22) = -4l_1ab^5.P$$

$$G_3(26.22) = -4l_1ab^6.P$$

$$G_3(19.23) = -\frac{12.l_1a^5.b.P}{5}$$

$$G_3(23.23) = - \frac{12.1_1 a^5 b^2.P}{5}$$

$$G_3(27.23) = - \frac{12.1_1 a^5 b^3.P}{5}$$

$$G_3(28.23) = - \frac{12.1_1 a^5 b^4.P}{5}$$

$$G_3(19.24) = - 41_1 a^3 b^3.P$$

$$G_3(23.24) = - 41_1 a^3 b^4.P$$

$$G_3(27.24) = - 41_1 a^3 b^5.P$$

$$G_3(28.24) = - 41_1 a^3 b^6.P$$

$$G_3(16.25) = - \frac{41_1 a^3 b^2.P}{3}$$

$$G_3(20.25) = - \frac{41_1 a^3 b^3.P}{3}$$

$$G_3(25.25) = - \frac{41_1 a^3 b^4.P}{3}$$

$$G_3(26.25) = - \frac{41_1 a^3.b^5.P}{3}$$

$$G_3(16.26) = - \frac{41_1 a^3 b^3.P}{3}$$

$$G_3(20.26) = - \frac{41_1 a^3 b^4 . P}{3}$$

$$G_3(25.26) = - \frac{41_1 a^3 b^5 . P}{3}$$

$$G_3(26.26) = - \frac{41_1 a^3 b^6 . P}{3}$$

$$G_3(19.27) = - \frac{12.1_1 a^5 b^2 . P}{5}$$

$$G_3(23.27) = - \frac{12.1_1 a^5 b^3 . P}{5}$$

$$G_3(27.27) = - \frac{12.1_1 a^5 b^4 . P}{5}$$

$$G_3(28.27) = - \frac{12.1_1 a^5 b^5 . P}{5}$$

$$G_3(19.28) = - \frac{12.1_1 a^5 b^3 . P}{5}$$

$$G_3(23.28) = - \frac{12.1_1 a^5 b^4 . P}{5}$$

$$G_3(27.28) = - \frac{12.1_1 a^5 b^5 . P}{5}$$

$$G_3(28.28) = - \frac{12.1_1 a^5 b^6 . P}{5}$$

$y = -b$ için $q_z$ çizgisel yükünün integral matrisi ise ;

$$G_{3a}(16.5) = \frac{4l_1.ab.P}{r}$$

$$G_{3a}(20.5) = -\frac{4l_1.ab^2.P}{r}$$

$$G_{3a}(25.5) = \frac{4l_1.ab^3.P}{r}$$

$$G_{3a}(26.5) = -\frac{4l_1ab^4.P}{r}$$

$$G_{3a}(19.6) = \frac{4l_1a^3b.P}{r}$$

$$G_{3a}(23.6) = -\frac{4l_1a^3b^2.P}{r}$$

$$G_{3a}(27.6) = \frac{4l_1a^3.b^3.P}{r}$$

$$G_{3a}(28.6) = -\frac{4l_1a^3b^4.P}{r}$$

$$G_{3a}(16.13) = -4l_1aP$$

$$G_{3a}(20.13) = 4l_1ab.P$$

$$G_{3a}(25.13) = -4l_1ab^2.P$$

$G_{3a}(26.13) = \ 41_1 ab^3.P$

$G_{3a}(19.14) = -\ 41_1 a^3.P$

$G_{3a}(23.14) = \ 41_1 a^3 b.P$

$G_{3a}(27.14) = -\ 41_1 a^3 b^2.P$

$G_{3a}(28.14) = \ 41_1 a^3 b^3.P$

$G_{3a}(16.15) = \ 41_1 ab(\mathrm{Cos}\ )P$

$G_{3a}(20.15) = -\ 41_1 ab^2(\mathrm{Cos}\ )P$

$G_{3a}(25.15) = \ 41_1.ab^3(\mathrm{Cos}\ )P$

$G_{3a}(26.15) = -\ 41_1 ab^4\ (\mathrm{Cos}\ )P$

$$G_{3a}(16.16) = -\ \frac{41_1 a^3.P}{3}$$

$$G_{3a}(20.16) = \ \frac{41_1 a^3 b.P}{3}$$

$$G_{3a}(25.16) = -\ \frac{41_1 a^3 b^2.P}{3}$$

$$G_{3a}(26.16) = \ \frac{41_1 a^3 b^3.P}{3}$$

$G_{3a}(19.17) = \ 41_1.a^3.b.P$

$$G_{3a}(23.17) = -\ 41_1 a^3 b^2 . P$$

$$G_{3a}(27.17) = \ 41_1 a^3 b^3 . P$$

$$G_{3a}(28.17) = -\ 41_1 a^3 b^4 . P$$

$$G_{3a}(16.18) = -\ 41_1 a b^2 . P$$

$$G_{3a}(20.18) = \ 41_1 a b^3 . P$$

$$G_{3a}(25.18) = -\ 41_1 a b^4 . P$$

$$G_{3a}(26.18) = \ 41_1 a b^5 . P$$

$$G_{3a}(19.19) = -\ \frac{121_1 a^5 . P}{5}$$

$$G_{3a}(23.19) = \ \frac{121_1 a^5 . b . P}{5}$$

$$G_{3a}(27.19) = -\ \frac{121_1 a^5 b^2 . P}{5}$$

$$G_{3a}(28.19) = \ \frac{121_1 a^5 b^3 . P}{5}$$

$$G_{3a}(16.20) = \ \frac{41_1 a^3 b . P}{3}$$

$$G_{3a}(20.20) = -\ \frac{41_1 a^3 b^2 . P}{3}$$

$$G_{3a}(25.20) = \frac{41_1 a^3 b^3 . P}{3}$$

$$G_{3a}(26,20) = - \frac{41_1 a^3 b^4 . P}{3}$$

$$G_{3a}(19.21) = - 41_1 a^3 b^2 . P$$

$$G_{3a}(23.21) = 41_1 a^3 b^3 . P$$

$$G_{3a}(27.21) = - 41_1 a^3 b^4 . P$$

$$G_{3a}(28.21) = 41_1 a^3 b^5 . P$$

$$G_{3a}(16.22) = 41_1 a b^3 . P$$

$$G_{3a}(20.22) = - 41_1 a b^4 . P$$

$$G_{3a}(25.22) = 41_1 a b^5 . P$$

$$G_{3a}(26.22) = - 41_1 a b^6 . P$$

$$G_{3a}(19.23) = \frac{121_1 a^5 . b . P}{5}$$

$$G_{3a}(23.23) = - \frac{121_1 a^5 b^2 . P}{5}$$

$$G_{3a}(27.23) = \frac{121_1 a^5 . b^3 . P}{5}$$

$$G_{3a}(28.23) = -\frac{12l_1 a^5 . b^4 . P}{5}$$

$$G_{3a}(19.24) = 4l_1 a^3 b^3 . P$$

$$G_{3a}(23.24) = -4l_1 a^3 . b^4 . P$$

$$G_{3a}(27.24) = 4l_1 a^3 b^5 . P$$

$$G_{3a}(28.24) = -4l_1 a^3 b^6 . P$$

$$G_{3a}(16.25) = -\frac{4l_1 a^3 b^2 . P}{3}$$

$$G_{3a}(20.25) = \frac{4l_1 a^3 b^3 . P}{3}$$

$$G_{3a}(25.25) = -\frac{4l_1 a^3 b^4 . P}{3}$$

$$G_{3a}(26.25) = \frac{4l_1 a^3 b^5 . P}{3}$$

$$G_{3a}(16.26) = \frac{4l_1 a^3 b^3 . P}{3}$$

$$G_{3a}(20.26) = -\frac{4l_1 a^3 b^4 . P}{3}$$

$$G_{3a}(25.26) = \frac{4l_1 a^3 b^5 . P}{3}$$

$$G_{3a}(26.26) = -\frac{41_1 a^3 b^6 .P}{3}$$

$$G_{3a}(19.27) = -\frac{121_1 a^5 b^2 .P}{5}$$

$$G_{3a}(23.27) = \frac{121_1 a^5 . b^3 .P}{5}$$

$$G_{3a}(27.27) = -\frac{121_1 a^5 b^4 .P}{5}$$

$$G_{3a}(28.27) = \frac{121_1 a^5 b^5 .P}{5}$$

$$G_{3a}(19.28) = \frac{121_1 a^5 b^3 .P}{5}$$

$$G_{3a}(23.28) = -\frac{121_1 a^5 b^4 .P}{5}$$

$$G_{3a}(27.28) = \frac{121_1 a^5 b^5 .P}{5}$$

$$G_{3a}(28.28) = -\frac{121_1 a^5 . b^6 .P}{5}$$

TABLO : 14

$[G_3] =$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{16,5}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{16,13}$ | 0 | $G^3_{16,15}$ | $G^3_{16,16}$ | 0 | $G^3_{16,18}$ | 0 | $G^3_{16,20}$ | 0 | $G^3_{16,22}$ | 0 | 0 | $G^3_{16,25}$ | $G^3_{16,26}$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{19,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{19,14}$ | 0 | 0 | $G^3_{19,17}$ | 0 | $G^3_{19,19}$ | 0 | $G^3_{19,21}$ | 0 | $G^3_{19,23}$ | $G^3_{19,24}$ | 0 | 0 | $G^1_{19,27}$ | $G^1_{19,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{20,5}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{20,13}$ | 0 | $G^3_{20,15}$ | $G^3_{20,16}$ | 0 | $G^3_{20,18}$ | 0 | $G^3_{20,20}$ | 0 | $G^3_{20,22}$ | 0 | 0 | $G^3_{20,25}$ | $G^3_{20,26}$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{23,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{23,14}$ | 0 | 0 | $G^3_{23,17}$ | 0 | $G^3_{23,19}$ | 0 | $G^3_{23,21}$ | 0 | $G^3_{23,23}$ | $G^3_{23,24}$ | 0 | 0 | $G^1_{23,27}$ | $G^1_{23,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{25,5}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{25,13}$ | 0 | $G^3_{25,15}$ | $G^3_{25,16}$ | 0 | $G^3_{25,18}$ | 0 | $G^3_{25,20}$ | 0 | $G^3_{25,22}$ | 0 | 0 | $G^3_{25,25}$ | $G^3_{25,26}$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{26,5}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{26,13}$ | 0 | $G^3_{26,15}$ | $G^3_{26,16}$ | 0 | $G^3_{26,18}$ | 0 | $G^3_{26,20}$ | 0 | $G^3_{26,22}$ | 0 | 0 | $G^3_{26,25}$ | $G^3_{26,26}$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{27,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^3_{27,14}$ | 0 | 0 | $G^3_{27,17}$ | 0 | $G^3_{27,19}$ | 0 | $G^3_{27,21}$ | 0 | $G^3_{27,23}$ | $G^3_{27,24}$ | 0 | 0 | $G^3_{27,27}$ | $G^3_{27,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | [illegible] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | [illegible] | 0 | 0 | [illegible] | 0 | [illegible] | 0 | [illegible] | 0 | [illegible] | [illegible] | 0 | 0 | [illegible] | [illegible] |

### 5.5.1.4. Boyuna Nervürün (m) Çizgisel Momentinin Matrisi :

(4.101) denkleminde (m) çizgisel momentinin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılmıştır. Bir elemana gelen çizgisel moment değerlerini türev matrisi şeklinde yazalım.

$$\delta^2 \Omega_{24} = -\int \begin{bmatrix} (m_1 v^{'''} + n_1 v^{''} - q_1 w^{\cdot'''} - s_1 w^{\cdot''}) \\ p(t_1 v^{''} - z_1 w^{\cdot''}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} dx$$

$$= -\{d\}^T \int [B]^T [J_4]^T [Y_4] [B] \{d\} dx \qquad (5.43)$$

(4.113) denkleminden (m) çizgisel momenti ; aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$[q_{e4}] = -\int [B]^T [J_4]^T [Y_4] [B]_{dx} \qquad (5.44)$$

Burada v ve w'ler x ve y'ye bağlıdır. y'ler sabit olup y yerine y=±b koyup, x'e göre integral alınır.

$[J_4]$ ve $[Y_4]$ matrisi türev matristir. $[J_4]$ ve $[Y_4]$ matrisi Tablo 15 de verilmiştir.

Değişkenleri içine alan matrisleri integral matrisi şeklinde yazarız.

$$[G_4] = -\int [J_4]^T [Y_4] \, dx \qquad \ldots \qquad (5.45)$$

y=+b için $[G_4]$ matrisi, y=-b için $[G_{4a}]$ matrisi Tablo 16 da verilmiştir.

(5.45) denklemini (5.44) de yerine koyarsak ;

$$[q_{e4}] = [B]^T [G_4] [B] \qquad (5.46)$$

boyuna nervürün (m) çizgisel momentinin eleman yük matrisi hesaplanmış olur.

TABLO : 15

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(\eta_1\dot{v}-q\ddot{w}-\zeta\dddot{w})$ $[\,t_i\,]=$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\eta_1\frac{6xy}{a^2}$ | $\eta_1\frac{6x}{a^2}$ | $\eta_1 2y$ | $-\eta_1 2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\zeta_1 2$ | 0 | 0 | $-\zeta_1 6x$ | 0 | $-\zeta_1 4y$ | $-\zeta_1 6y^2$ | $-\zeta_1 12xy$ | $-\zeta_1 18xy^2$ | $\{a\}$ |
| $(t_1 v''-z_1 w''')$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-t_1p\frac{6xy}{a^2}$ | $t_1p\frac{6x}{a^2}$ | $t_1p2y$ | $-t_1p2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-z_1p2$ | 0 | 0 | $-z_1p6x$ | 0 | $-z_1p4y$ | $-z_1p6y^2$ | $z-z_1p12xy$ | $z_1p18xy^2$ | |

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}$ $[Y_i]=$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{y}{r}$ | $\frac{xy}{r}$ | $-\frac{x^3y}{ra^2}$ | $\frac{x^3}{ra^2}$ | $\frac{x^2y}{r}$ | $-\frac{x^2}{r}$ | 0 | 0 | -1 | 0 | $-x$ | $-2y$ | 0 | $-x^2$ | $-2xy$ | $-3y^2$ | $-x^3$ | $-3xy^2$ | $-2x^2y$ | $-3x^2y^2$ | $-2x^3y$ | $-3x^3y^2$ | $\{a\}$ |
| $\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{y}{r}$ | $\frac{xy}{r}$ | $-\frac{x^3y}{ra^2}$ | $\frac{x^3}{ra^2}$ | $\frac{x^2y}{r}$ | $-\frac{x^2}{r}$ | 0 | 0 | -1 | 0 | $-x$ | $-2y$ | 0 | $-x^2$ | $-2xy$ | $-3y^2$ | $-x^3$ | $-3xy^2$ | $-2x^2y$ | $-3x^2y^2$ | $-2x^3y$ | $-3x^3y^2$ | |

Boyuna Nervürün(m) Çizgisel Momentinin İntegral Matrisinin Alınması :

y'ler sabit olup ; y = + b koyup x'e göre integral alırsak, m çizgisel momentinin çarpım integral matrisi hesaplanır.

$$G_4(11.7) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{ab^2}{r}$$

$$G_4(12.7) = \ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{ab}{r}$$

$$G_4(20.7) = \ 4(s_1+z_1.P)\ \frac{ab}{r}$$

$$G_4(25.7) = \ 8(s_1+z_1.P)\ \frac{ab^2}{r}$$

$$G_4(26.7) = \ 12.(s_1+z_1.P)\ \frac{ab^3}{r}$$

$$G_4(9.8) = \ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{ab^2}{r}$$

$$G_4(10.8) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{ab}{r}$$

$$G_4(23.8) = \ 4(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b}{r}$$

$$G_4(27.8) = \ 8(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^2}{r}$$

$$G_4(28.8) = \ 12.(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^3}{r}$$

$$G_4(9.9) = -12.(n_1+t_1.P)\frac{ab^2}{5r}$$

$$G_4(10.9) = 12.(n_1+t_1.P)\frac{ab}{5r}$$

$$G_4(23.9) = -12.(s_1+z_1.P)\frac{a^3b}{5r}$$

$$G_4(27.9) = -24.(s_1+z_1.P)\frac{a^3b^2}{5r}$$

$$G_4(28.9) = -36.(s_1+z_1.P)\frac{a^3b^3}{5r}$$

$$G_4(9.10) = 12.(n_1+t_1.P)\frac{ab}{5r}$$

$$G_4(10.10) = -12.(n_1+t_1.P)\frac{a}{5r}$$

$$G_4(23.10) = 12.(s_1+z_1.P)\frac{a^3}{5r}$$

$$G_4(27.10) = 24.(s_1+z_1.P)\frac{a^3b}{5r}$$

$$G_4(28.10) = 36.(s_1+z_1.P)\frac{a^3b^2}{5r}$$

$$G_4(11.11) = -4(n_1+t_1.P)\frac{a^3b^2}{3r}$$

$$G_4(12.11) = 4(n_1+t_1.P)\frac{a^3b}{3r}$$

$$G_4(20.11) = 4(s_1+z_1.P)\frac{a^3b}{3r}$$

$$G_4(25.11) = \quad 8(s_1+z_1.P)\,\frac{a^3b^2}{3r}$$

$$G_4(26.11) = \quad 4(s_1+z_1.P)\,\frac{a^3b^3}{r}$$

$$G_4(11.12) = \quad 4(n_1+t_1.P)\,\frac{a^3b}{3r}$$

$$G_4(12.12) = -\,4(n_1+t_1.P)\,\frac{a^3}{3r}$$

$$G_4(20.12) = -\,4(s_1+z_1.P)\,\frac{a^3}{3r}$$

$$G_4(25.12) = -\,8(s_1+z_1.P)\,\frac{a^3b}{3r}$$

$$G_4(26.12) = -\,4(s_1+z_1.P)\,\frac{a^3b^2}{r}$$

$$G_4(11.15) = \quad 4(n_1+t_1.P)\,ab$$

$$G_4(12.15) = -\,4(n_1+t_1.P)a$$

$$G_4(20.15) = -\,4(s_1+z_1.P)a$$

$$G_4(25.15) = -\,8(s_1+z_1.P)ab$$

$$G_4(26.15) = -\,12.(s_1+z_1.P)\,ab^2$$

$$G_4(9.17) = -\,4(n_1+t_1.P)\,ab$$

$$G_4(10.17) = \quad 4(n_1+t_1.P)a$$

$$G_4(23.17) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ a^3$$

$$G_4(27.17) = -\ 8(s_1+z_1.P)\ a^3b$$

$$G_4(28.17) = -\ 12.(s_1+z_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_4(11.18) = \ 8.(n_1+t_1.P)\ ab^2$$

$$G_4(12.18) = -\ 8(n_1+t_1.P)\ ab$$

$$G_4(20.18) = -\ 8(s_1+z_1.P)\ ab$$

$$G_4(25.18) = -\ 16.(s_1+z_1.P)ab^2$$

$$G_4(26.18) = -\ 24.(s_1+z_1.P)\ ab^3$$

$$G_4(11.20) = \ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b}{3}$$

$$G_4(12.20) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3}{3}$$

$$G_4(20.20) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3}{3}$$

$$G_4(25.20) = -\ 8(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3.b}{3}$$

$$G_4(26.20) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_4(9.21) = -\ 8(n_1+t_1.P)\ ab^2$$

$$G_4(10.21) = \quad 8(n_1+t_1.P)\ ab$$

$$G_4(23.21) = -\ 8(s_1+z_1.P)\ a^3b$$

$$G_4(27.21) = -\ 16.(s_1+z_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_4(28.21) = -\ 24.(s_1+z_1.P)\ a^3b^3$$

$$G_4(11.22) = \quad 12.(n_1+t_1.P)\ ab^3$$

$$G_4(12.22) = -\ 12.(n_1+t_1.P)\ ab^2$$

$$G_4(20.22) = -\ 12.(s_1+z_1.P)\ ab^2$$

$$G_4(25.22) = -\ 24.(s_1+z_1.P)\ ab^3$$

$$G_4(26.22) = -\ 36.(s_1+z_1.P)\ ab^4$$

$$G_4(9.23) \quad = -\ 12.(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b}{5}$$

$$G_4(10.23) = \quad 12.(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3}{5}$$

$$G_4(23.23) = -\ 12.(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5}{5}$$

$$G_4(27.23) = -\ 24.(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b}{5}$$

$$G_4(28.23) = -\ 36.(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^2}{5}$$

$$G_4(9.24) = - 12.(n_1+t_1.P)\ ab^3$$

$$G_4(10.24) = 12.(n_1+t_1.P)\ ab^2$$

$$G_4(23.24) = - 12.(s_1+z_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_4(27.24) = - 24(s_1+z_1.P)\ a^3b^3$$

$$G_4(28.24) = - 36(s_1+z_1.P)\ a^3b^4$$

$$G_4(11.25) = 8(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b^2}{3}$$

$$G_4(12.25) = - 8(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b}{3}$$

$$G_4(20.25) = - 8(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b}{3}$$

$$G_4(25.25) = - 16(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^2}{3}$$

$$G_4(26.25) = - 8.(s_1+z_1.P)\ a^3b^3$$

$$G_4(11.26) = 4(n_1+t_1.P)\ a^3b^3$$

$$G_4(12.26) = - 4(n_1+t_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_4(20.26) = - 4(s_1+z_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_4(25.26) = - 8.(s_1+z_1.P)\ a^3b^3$$

$$G_4(26.26) = -\ 12.(s_1+z_1.P)\ a^3b^4$$

$$G_4(9.27) = -\ 24.(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b^2}{5}$$

$$G_4(10.27) = 24.(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b}{5}$$

$$G_4(23.27) = -\ 24.(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b}{5}$$

$$G_4(27.27) = -\ 48.(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^2}{5}$$

$$G_4(28.27) = -\ 72.(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^3}{5}$$

$$G_4(9.28) = -\ 36(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b^3}{5}$$

$$G_4(10.28) = 36(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b^2}{5}$$

$$G_4(23.28) = -\ 36.(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^2}{5}$$

$$G_4(27.28) = -\ 72.(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^3}{5}$$

$$G_4(28.28) = -\ 108(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^4}{5}$$

y = - b için (m) çizgisel momentin integral matrisi ise ;

$$G_{4a}(11.7) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{ab^2}{r}$$

$$G_{4a}(12.7) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{ab}{r}$$

$$G_{4a}(20.7) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ \frac{ab}{r}$$

$$G_{4a}(25.7) = \ 8(s_1+z_1.P)\ \frac{ab^2}{r}$$

$$G_{4a}(26.7) = -\ 12(s_1+z_1.P)\ \frac{ab^3}{r}$$

$$G_{4a}(9.8) = \ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{ab^2}{r}$$

$$G_{4a}(10.8) = \ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{ab}{r}$$

$$G_{4a}(23.8) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b}{r}$$

$$G_{4a}(27.8) = \ 8(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^2}{r}$$

$$G_{4a}(28.8) = -\ 12(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^3}{r}$$

$$G_{4a}(9.9) = -\ 12(n_1+t_1.P)\ \frac{ab^2}{5r}$$

$$G_{4a}(10.9) = -\ 12(n_1+t_1.P)\ \frac{ab}{5r}$$

$$G_{4a}(23.9) = 12(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b}{5r}$$

$$G_{4a}(27.9) = -24(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^2}{5r}$$

$$G_{4a}(28.9) = 36(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^3}{5r}$$

$$G_{4a}(9.10) = -12(n_1+t_1.P)\ \frac{ab}{5r}$$

$$G_{4a}(10.10) = -12(n_1+t_1.P)\ \frac{a}{5r}$$

$$G_{4a}(23.10) = 12(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3}{5r}$$

$$G_{4a}(27.10) = -24(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b}{5r}$$

$$G_{4a}(28.10) = 36(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^2}{5r}$$

$$G_{4a}(11.11) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b^2}{3r}$$

$$G_{4a}(12.11) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b}{3r}$$

$$G_{4a}(20.11) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b}{3r}$$

$$G_{4a}(25.11) = 8(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^2}{3r}$$

$$G_{4a}(26.11) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^3}{r}$$

$$G_{4a}(11.12) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b}{3r}$$

$$G_{4a}(12.12) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3}{3r}$$

$$G_{4a}(20.12) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3}{3r}$$

$$G_{4a}(25.12) = \ \ 8(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b}{3r}$$

$$G_{4a}(26.12) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^2}{r}$$

$$G_{4a}(11.15) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ ab$$

$$G_{4a}(12.15) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ a$$

$$G_{4a}(20.15) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ a$$

$$G_{4a}(25.15) = \ \ 8(s_1+z_1.P)\ ab$$

$$G_{4a}(26.15) = -\ 12(s_1+z_1.P)\ ab^2$$

$$G_{4a}(9.17) = \ \ 4\ (n_1+t_1.P)\ ab$$

$$G_{4a}(10.17) = \ \ 4\ (n_1+t_1.P)\ a$$

$$G_{4a}(23.17) = -\ 4\ (s_1+z_1.P)\ a^3$$

$$G_{4a}(27.17) = \ \ 8\ (s_1+z_1.P)\ a^3.b$$

$$G_{4a}(28.17) = -\ 12(s_1+z_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_{4a}(11.18) = 8(n_1+t_1.P)\ ab^2$$

$$G_{4a}(12.18) = 8(n_1+t_1.P)\ ab$$

$$G_{4a}(20.18) = 8(s_1+z_1.P)\ ab$$

$$G_{4a}(25.18) = -\ 16(s_1+z_1.P)\ ab^2$$

$$G_{4a}(26.18) = 24(s_1+z_1.P)\ ab^3$$

$$G_{4a}(11.20) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b}{3}$$

$$G_{4a}(12.20) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3}{3}$$

$$G_{4a}(20.20) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3}{3}$$

$$G_{4a}(25.20) = 8(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b}{3}$$

$$G_{4a}(26.20) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_{4a}(9.21) = -\ 8(n_1+t_1.P)\ ab^2$$

$$G_{4a}(10.21) = -\ 8(n_1+t_1.P)\ ab$$

$$G_{4a}(23.21) = 8(s_1+z_1.P)\ a^3b$$

$$G_{4a}(27.21) = -\ 16(s_1+z_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_{4a}(28.21) = \ 24(s_1+z_1.P)\ a^3b^3$$

$$G_{4a}(11.22) = -\ 12(n_1+t_1.P)\ ab^3$$

$$G_{4a}(12.22) = -\ 12(n_1+t_1.P)\ ab^2$$

$$G_{4a}(20.22) = -\ 12(s_1+z_1.P)\ ab^2$$

$$G_{4a}(25.22) = \ 24(s_1+z_1.P)\ ab^3$$

$$G_{4a}(26.22) = -\ 36(s_1+z_1.P)\ ab^4$$

$$G_{4a}(9.23) = \ 12(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b}{5}$$

$$G_{4a}(10.23) = \ 12(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3}{5}$$

$$G_{4a}(23.23) = -\ 12(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5}{5}$$

$$G_{4a}(27.23) = \ 24(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5.b}{5}$$

$$G_{4a}(28.23) = -\ 36(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^2}{5}$$

$$G_{4a}(9.24) = \ 12(n_1+t_1.P)\ ab^3$$

$$G_{4a}(10.24) = \ 12(n_1+t_1.P)\ ab^2$$

$$G_{4a}(23.24) = -\ 12(s_1+z_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_{4a}(27.24) = \ 24(s_1+z_1.P)\ a^3b^3$$

$$G_{4a}(28.24) = -\ 36(s_1+z_1.P)\ a^3b^4$$

$$G_{4a}(11.25) = \ 8(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b^2}{3}$$

$$G_{4a}(12.25) = \ 8(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b}{3}$$

$$G_{4a}(20.25) = \ 8(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b}{3}$$

$$G_{4a}(25.25) = -16(s_1+z_1.P)\ \frac{a^3b^2}{3}$$

$$G_{4a}(26.25) = \ 8(s_1+z_1.P)\ a^3b^3$$

$$G_{4a}(11.26) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ a^3b^3$$

$$G_{4a}(12.26) = -\ 4(n_1+t_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_{4a}(20.26) = -\ 4(s_1+z_1.P)\ a^3b^2$$

$$G_{4a}(25.26) = \ 8(s_1+z_1.P)\ a^3b^3$$

$$G_{4a}(26.26) = -\ 12(s_1+z_1.P)\ a^3b^4$$

$$G_{4a}(9.27) = -\ 24(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b^2}{5}$$

$$G_{4a}(10.27) = -\ 24(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b}{5}$$

$$G_{4a}(23.27) = \ 24(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b}{5}$$

$$G_{4a}(27.27) = -\ 48(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^2}{5}$$

$$G_{4a}(28.27) = \ 72(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^3}{5}$$

$$G_{4a}(9.28) = \ 36(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b^3}{5}$$

$$G_{4a}(10.28) = \ 36(n_1+t_1.P)\ \frac{a^3b^2}{5}$$

$$G_{4a}(23.28) = -\ 36(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^2}{5}$$

$$G_{4a}(27.28) = \ 72(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^3}{5}$$

$$G_{4a}(28.28) = -108(s_1+z_1.P)\ \frac{a^5b^4}{5}$$

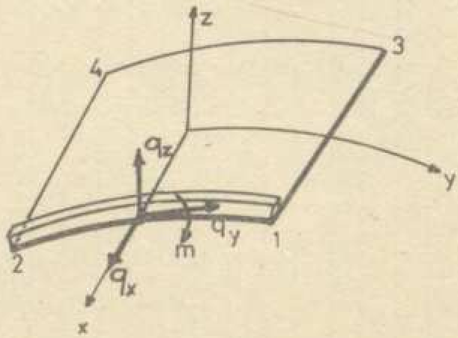
TABLO : 16

G4] =

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | 0 | 0 | $G$[illegible] | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] | 0 | 0 | $G$[illegible] | $G$[illegible] |

## 5.5.2. Dairesel Nervürün Çizgisel Yük Matrisi :

Dairesel nervürden gelen $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m değerlerini ayrı ayrı hesaplıyalım.




ŞEKİL : 13

### 5.5.2.1. Dairesel Nervürün $(q_x)$ Çizgisel Yükünün Matrisi:

(4.103) denkleminde $(q_x)$ çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılmıştır. Bir elemana gelen çizgisel yük değerlerini türev matrisi şeklinde yazalım.

$$\overset{2}{\delta}\Omega_{3,1} = -\int \begin{bmatrix} (a_2 \overset{::}{u} + b_2 \ddot{u} - c_2 \overset{\prime ::}{w} - d_2 \overset{\prime ..}{w}) \\ p\,(e_2 \ddot{u} - f_2 \overset{\prime ..}{w}) \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix} dy =$$

$$-\{d\}^T \int [B]^T [J_5]^T [Y_5] [B] \{d\} \, dy \qquad (5.47)$$

(4.113) denkleminden ($q_x$) çizgisel yükü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$[Q_{e5}] = -\int [B]^T [J_5]^T [Y_5] [B] \, d_y \qquad \ldots \quad (5.48)$$

Buradaki u ve w'ler x ve y'ye bağlıdır. x'ler sabit olup x yerine x=±a koyup, y'ye göre integral alınır.

$[J_5]$ matrisi türev matristir. $[J_5]$ ve $[Y_5]$ matrisi Tablo 17 de verilmiştir.

Değişkenleri içine alan matrisleri integral matrisi şeklinde yazarız.

$$[G_5] = -\int [J_5]^T [Y_5] \, dy \qquad \ldots \quad (5.49)$$

x=+a için $[G_5]$ matrisi, x=-a için $[G_{5a}]$ matrisi Tablo 18 de verilmiştir.

(5.49) denklemini (5.48) de yerine koyarsak ;

$$[Q_{e5}] = [B]^T [G_5] [B] \qquad \ldots \quad (5.50)$$

Dairesel nervürün ($q_x$) çizgisel yükünün eleman yük matrisi hesaplanmış olur.

TABLO : 17

$[J_s] =$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(a_2\ddot{\ddot{u}}+b_2\ddot{u}-c_2\ddot{\ddot{w}}-d_2\ddot{w})$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $A\sin\alpha$ | 0 | 0 | $2b_2$ | $-6b_2y/b^2$ | $-2b_2x$ | $6b_2xy/b^2$ | 0 | $A\cos\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-2d_2$ | 0 | 0 | $6d_2y$ | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | $\{a\}$ |
| $P(e_2\ddot{u}-f_2\ddot{w})$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $B\sin\varphi$ | 0 | 0 | $2e_2p$ | $-6e_2py/b^2$ | $-2e_2px$ | $6e_2pxy/b^2$ | 0 | $B\cos\varphi$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $2f_2p$ | 0 | 0 | $6f_2py$ | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | |

$$A = \frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{a_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4}$$

$$B = \frac{e_2}{r} + \frac{f_2}{r^2}$$

$[Y_5] =$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u$ | 1 | $x$ | $y$ | $xy$ | 0 | $-r\sin\alpha$ | 0 | 0 | $y^2$ | $\frac{y^3}{b^2}$ | $-xy^2$ | $\frac{xy^3}{b^2}$ | 0 | $-r(\cos\alpha.\cos\beta)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\{a\}$ |
| $u$ | 1 | $x$ | $y$ | $xy$ | 0 | $-r\sin\alpha$ | 0 | 0 | $y^2$ | $\frac{y^3}{b^2}$ | $-xy^2$ | $\frac{xy^3}{b^2}$ | 0 | $-r(\cos\alpha.\cos\beta)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

**Dairesel Nervürün ($q_x$) Çizgisel Yükünün Integral Matrisinin Alınması :**

Burada x'ler sabit olup, x = +a koyup y'ye göre integral alarak $q_x$ çizgisel yükünün integral matrisini hesaplamış oluruz.

$$G_5(9.1) = -4(b_2+e_2.P)b$$

$$G_5(11.1) = 4(b_2+e_2.P)\ ab$$

$$G_5(14.1) = -2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{0_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right).b$$

$$G_5(21.1) = 4(d_2+f_2.P).b$$

$$G_5(25.1) = 8(d_2+f_2.P)\ ab$$

$$G_5(27.1) = 12(d_2+f_2.P)\ a^2b$$

$$G_5(9.2) = -4(b_2+e_2.P)\ ab$$

$$G_5(11.2) = 4(b_2+e_2.P)\ a^2.b$$

$$G_5(14.2) = -2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{o_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)\ ab$$

$G_5(21.2) = 4(d_2+f_2.P)\ ab$

$G_5(25.2) = 8(d_2+f_2.P)\ a^2b$

$G_5(27.2) = 12.(d_2+f_2.P)\ a^3b$

$$G_5(6.3) = -2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right) \cdot \frac{b_3}{3r}$$

$G_5(10.3) = 4(b_2+e_2.P)\ b$

$G_5(12.3) = -4(b_2+e_2.P)\ ab$

$G_5(24.3) = 4(d_2+f_2.P)\ b^3$

$G_5(26.3) = 8(d_2+f_2.P)\ ab^3$

$G_5(28.3) = 12.(d_2+f_2.P)\ a^2b^3$

$$G_5(6.4) = -2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right) \cdot \frac{ab^3}{3r}$$

$G_5(10.4) = 4(b_2+e_2.P)\ ab$

$G_5 12.4) = -4(b_2+e_2.P)\ a^2b$

$$G_5(24.4) = 4(d_2+f_2.P)\ ab^3$$

$$G_5(26.4) = 8(d_2+f_2.P)\ a^2b^3$$

$$G_5(28.4) = 12.(d_2+f_2.P)\ a^3b^3$$

$$G_5(6.6) = 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right).$$

$$.\frac{b^3}{3r}$$

$$G_5(10.6) = -4(b_2+e_2.P)\ b$$

$$G_5(12.6) = 4(b_2+e_2.P)\ ab$$

$$G_5(24.6) = -4(d_2+f_2.P)\ b^3$$

$$G_5(26.6) = -8(d_2+f_2.P)\ ab^3$$

$$G_5(28.6) = -12(d_2+f_2.P)\ a^2b^3$$

$$G_5(9.9) = -4(b_2+e_2.P)\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_5(11.9) = 4(b_2+e_2.P)\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_5(14.9) = -2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right).$$

$$.\frac{b^3}{3}$$

$$G_5(21.9) = 4(d_2+f_2.P)\,\frac{b^3}{3}$$

$$G_5(25.9) = 8(d_2+f_2.P)\,\frac{ab^3}{3}$$

$$G_5(27.9) = 4(d_2+f_2.P)\,a^2b^3$$

$$G_5(6.10) = 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)\frac{b^3}{5r}$$

$$G_5(10.10) = -12(b_2+e_2.P)\,\frac{b}{5}$$

$$G_5(12.10) = 12(b_2+e_2.P)\,\frac{ab}{5}$$

$$G_5(24.10) = -12(d_2+f_2.P)\,\frac{b^3}{5}$$

$$G_5(26.10) = -24(d_2+f_2.P)\,\frac{ab^3}{5}$$

$$G_5(28.10) = -36(d_2+f_2.P)\,\frac{a^2b^3}{5}$$

$$G_5(9.11) = 4(b_2+e_2.P)\,\frac{ab^3}{3}$$

$$G_5(11.11) = -\,4(b_2+e_2.P)\,\frac{a^2b^3}{3}$$

$$G_5(14.11) = 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right).$$

$$.\frac{ab^3}{3}$$

$$G_5(21.11) = -\ 4(d_2+f_2.P)\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_5(25.11) = -\ 8(d_2+f_2.P)\ \frac{a^2b^3}{3}$$

$$G_5(27.11) = -\ 4(d_2+f_2.P)\ a^3b^3$$

$$G_5(6.12) = -\ 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right).$$

$$.\frac{ab^3}{5r}$$

$$G_5(10.12) = 12.(b_2+e_2.P)\ \frac{ab}{5}$$

$$G_5(12.12) = -12(b_2+e_2.P)\ \frac{a^2b}{5}$$

$$G_5(24.12) = 12(d_2+f_2.P)\ \frac{ab^3}{5}$$

$$G_5(26.12) = 24(d_2+f_2.P)\ \frac{a^2b^3}{5}$$

$$G_5(28.12) = 36(d_2+f_2.P)\ \frac{a^3b^3}{5}$$

$$G_5(9.14) = 4(b_2+e_2.P).(1-\mathrm{Cos}\theta)\ r.b$$

$$G_5(11.14) = -\ 4(b_2+e_2.P)\ (1-\mathrm{Cos}\theta)\ r.ab$$

$$G_5(14.14) = 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)$$

$$(1-\mathrm{Cos}\theta)\ r.b$$

$G_5(21.14) = -4(d_2+f_2.P)\ (1-\mathrm{Cos}\ )\ rb$

$G_5(25.14) = -8(d_2+f_2.P)\ (1-\mathrm{Cos}\ )\ r.a.b$

$G_5(27.14) = -12(d_2+f_2.P)\ (1-\mathrm{Cos}\ )\ r.a^2.b$

x =-a için dairesel kirişin $q_x$ çizgisel yükünün integral matrisi ise ;

$G_{5a}(9.1) = -4(b_2+e_2.P)\ b$

$G_{5a}(11.1) = -4(b_2+e_2.P)\ ab$

$G_{5a}(14.1) = -2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)b$

$G_{5a}(21.1) = 4(d_2+f_2.P)\ b$

$G_{5a}(25.1) = -8(d_2+f_2.P)\ ab$

$G_{5a}(27.1) = 12(d_2+f_2.P)a^2.b$

$G_{5a}(9.2) = 4(b_2+e_2.P)\ ab$

$G_{5a}(11.2) = 4(b_2+e_2.P)\ a^2.b$

$G_{5a}(14.2) = 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)ab$

$$G_{5a}(21.2) = -\ 4(d_2+f_2.P)\ ab$$

$$G_{5a}(25.2) = \quad 8(d_2+f_2.P)\ a^2b$$

$$G_{5a}(27.2) = -12(d_2+f_2.P)\ a^3b$$

$$G_{5a}(6.3) \quad = -\ 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)$$

$$\frac{b^3}{3r}$$

$$G_{5a}(10.3) = \quad 4(b_2+e_2.P)\ b$$

$$G_{5a}(12.3) = \quad 4(b_2+e_2.P)\ ab$$

$$G_{5a}(24.3) = \quad 4(d_2+f_2.P)\ b^3$$

$$G_{5a}(26.3) = -\ 8(d_2+f_2.P)\ ab^3$$

$$G_{5a}(28.3) = \ 12(d_2+f_2.P)\ a^2b^3$$

$$G_{5a}(6.4) \quad = \quad 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)$$

$$\frac{ab^3}{3r}$$

$$G_{5a}(10.4) = -\ 4(b_2+e_2.P)\ ab$$

$$G_{5a}(12.4) = -\ 4(b_2+e_2.P)\ a^2.b$$

$$G_{5a}(24.4) = -\ 4(d_2+f_2.P)\ ab^3$$

$$G_{5a}(26.4) = 8(d_2+f_2.P)\ a^2b^3$$

$$G_{5a}(28.4) = -12(d_2+f_2.P)\ a^3b^3$$

$$G_{5a}(6.6) = 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)\ \frac{b^3}{3r}$$

$$G_{5a}(10.6) = -4(b_2+e_2.P)\ b$$

$$G_{5a}(12.6) = -4(b_2+e_2.P)\ ab$$

$$G_{5a}(24.6) = -4(d_2+f_2.P)\ b^3$$

$$G_{5a}(26.6) = 8(d_2+f_2.P)\ ab^3$$

$$G_{5a}(28.6) = -12(d_2+f_2.P)\ a^2b^3$$

$$G_{5a}(9.9) = -4(b_2+e_2.P)\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_{5a}(11.9) = -4(b_2+e_2.P)\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{5a}(14.9) = -2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_{5a}(21.9) = 4(d_2+f_2.P)\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_{5a}(25.9) = -8(d_2+f_2.P)\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{5a}(27.9) = 4(d_2+f_2.P)\ a^2b^3$$

$$G_{5a}(6.10) = 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)\ \frac{b^3}{5r}$$

$$G_{5a}(10.10) = -12(b_2+e_2.P)\ \frac{b}{5}$$

$$G_{5a}(12.10) = -12(b_2+e_2.P)\ \frac{ab}{5}$$

$$G_{5a}(24.10) = -12(d_2+f_2.P)\ \frac{b^3}{5}$$

$$G_{5a}(26.10) = 24(d_2+f_2.P)\ \frac{ab^3}{5}$$

$$G_{5a}(28.10) = -36(d_2+f_2.P)\ \frac{a^2b^3}{5}$$

$$G_{5a}(9.11) = -4(b_2+e_2.P)\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{5a}(11.11) = -4(b_2+e_2.P)\ \frac{a^2b^3}{3}$$

$$G_{5a}(14.11) = -2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{5a}(21.11) = 4(d_2+f_2.P)\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{5a}(25.11) = -8(d_2+f_2.P)\ \frac{a^2b^3}{3}$$

$$G_{5a}(27.11) = 4(d_2+f_2.P)\ a^3b^3$$

$$G_{5a}(6.12) = 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)$$

$$\frac{ab^3}{5r}$$

$$G_{5a}(10.12) = -12(b_2+e_2.P)\ \frac{ab}{5}$$

$$G_{5a}(12.12) = -12(b_2+e_2.P)\ \frac{a^2b}{5}$$

$$G_{5a}(24.12) = -12(d_2+f_2.P)\ \frac{ab^3}{5}$$

$$G_{5a}(26.12) = 24(d_2+f_2.P)\ \frac{a^2b^3}{5}$$

$$G_{5a}(28.12) = -36(d_2+f_2.P)\ \frac{a^3b^3}{5}$$

$$G_{5a}(9.14) = 4(b_2+e_2.P)\ (1-\cos\theta)\ r.b$$

$$G_{5a}(11.14) = 4(b_2+e_2.P)\ (1-\cos\theta)\ r.a.b$$

$$G_{5a}(14.14) = 2\left(\frac{b_2}{r} + \frac{d_2}{r^2} - \frac{O_2}{r^3} - \frac{c_2}{r^4} + \frac{e_2.P}{r} + \frac{f_2.P}{r^2}\right)$$

$$(1-\cos\theta)\ r.b$$

$$G_{5a}(21.14) = -4(d_2+f_2.P)\ (1-\cos\theta) r.b$$

$$G_{5a}(25.14) = 8(d_2+f_2.P)\ (1-\cos\theta)\ r.ab$$

$$G_{5a}(27.14) = -12(d_2+f_2.P)\ (1-\cos\theta)\ r.a^2.b$$

TABLO : 18

$$
[G_5] = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & G^5_{6,3} & G^5_{6,4} & 0 & G^5_{6,6} & 0 & 0 & 0 & G^5_{6,10} & 0 & G^5_{6,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
G^5_{9,1} & G^5_{9,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^5_{9,9} & 0 & G^5_{9,11} & 0 & 0 & G^5_{9,14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & G^5_{10,3} & G^5_{10,4} & 0 & G^5_{10,6} & 0 & 0 & 0 & G^5_{10,10} & 0 & G^5_{10,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
G^5_{11,1} & G^5_{11,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^5_{11,9} & 0 & G^5_{11,11} & 0 & 0 & G^5_{11,14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & G^5_{12,3} & G^5_{12,4} & 0 & G^5_{12,6} & 0 & 0 & 0 & G^5_{12,10} & 0 & G^5_{12,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
G^5_{14,1} & G^5_{14,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^5_{14,9} & 0 & G^5_{14,11} & 0 & 0 & G^5_{14,14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
G^5_{21,1} & G^5_{21,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^5_{21,9} & 0 & G^5_{21,11} & 0 & 0 & G^5_{21,14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & G^5_{24,3} & G^5_{24,4} & 0 & G^5_{24,6} & 0 & 0 & 0 & G^5_{24,10} & 0 & G^5_{24,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
G^5_{25,1} & G^5_{25,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^5_{25,9} & 0 & G^5_{25,11} & 0 & 0 & G^5_{25,14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & G^5_{26,3} & G^5_{26,4} & 0 & G^5_{26,6} & 0 & 0 & 0 & G^5_{26,10} & 0 & G^5_{26,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
G^5_{27,1} & G^5_{27,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^5_{27,9} & 0 & G^5_{27,11} & 0 & 0 & G^5_{27,14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & G^5_{28,3} & G^5_{28,4} & 0 & G^5_{28,6} & 0 & 0 & 0 & G^5_{28,10} & 0 & G^5_{28,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

### 5.5.2.2. Dairesel Nervürün ($q_y$) Çizgisel Yükünün Matrisi:

(4.105) denkleminde ($q_y$) çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılmıştır. Bir elemana gelen çizgisel yük değerlerini türev matrisi şeklinde yazalım.

$$\delta^2 \Omega_{3,2} = -\int \begin{bmatrix} q_2 \ddot{w} - i_2 \cdot \ddot{v} \\ -h_2 \cdot \dot{w} \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} v \\ \dot{v} \end{Bmatrix} dy = -\{d\}^T \int [B]^T [J_6]^T [Y_6] [B] \{d\} \, dy \tag{5.51}$$

(4.113) denkleminden ($q_y$) çizgisel yükü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$[Q_{e6}] = -\int [B]^T [J_6]^T [Y_6] [B] \, dy \tag{5.52}$$

Buradaki v ve w'ler x ve y'ye bağlıdır. x'ler sabit olup x yerine $x=\pm a$ koyup, y'ye göre integral alınır.

$J_6$ matrisi türev matristir. $[J_6]$ ve $[Y_6]$ matrisi Tablo 19 da verilmiştir.

Değişkenleri içine alan matrisleri integral matrisi şeklinde yazarız.

$$[G_6] = -\int [J_6]^T [Y_6] \, dy \tag{5.53}$$

$x=+a$ için $[G_6]$ matrisi, $x=-a$ için $[G_{6a}]$ matrisi Tablo 20 de verilmiştir.

(5.53) denklemini (5.52) denkleminde yerine koyarsak ;

$$[Q_{e6}] = [B]^T [G_6] [B] \tag{5.54}$$

dairesel nervürün ($q_y$) çizgisel yükünün eleman yük matrisi hesaplanmış olur.

TABLO : 19

$[\ell_6] = \begin{matrix} g_2\ddot{w} - i_2\dot{v} \\ -h_2\dot{w} \end{matrix}$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g_2\ddot{w}-i_2\dot{v}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $A\cos\alpha$ | $Ax\cos\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $B\sin\alpha$ | $Bx\sin\alpha$ |
| $-h_2\dot{w}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{h_2}{r}\cos\alpha$ | $-\frac{h_2}{r}x\cos\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{h_2}{r}\sin\alpha$ | $\frac{h_2}{r}x\sin\alpha$ |

| | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g_2\ddot{w}-i_2\dot{v}$ | $-C\cos\alpha\cos\theta$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $6g_2$ | 0 | $6g_2x$ | 0 | $6g_2x^2$ | 0 | $6g_2x^3$ |
| $-h_2\dot{w}$ | $-h_2\cos\alpha\cos\theta$ | 0 | $-h_2x$ | $-2h_2y$ | 0 | $-h_2x^2$ | $-2h_2xy$ | $-3h_2y^2$ | $-h_2x^3$ | $-3h_2xy^2$ | $-2h_2x^2y$ | $-3h_2x^2y^2$ | $-2h_2x^3y$ | $-3h_2x^3y^2$ |

$$A = \frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3}$$

$$B = \frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3}$$

$$C = \frac{i_2}{r} + \frac{g_2}{r^2}$$

$[Y_6] = \begin{matrix} V \\ V \end{matrix}$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | $x\cos\alpha$ | $y$ | $xy$ | $\frac{x^3y}{a^2}$ | $\frac{x^3}{a^2}$ | $x^2y$ | $-x^2$ | $-\sin\alpha$ | $-x\sin\alpha$ |
| $V$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | $x\cos\alpha$ | $y$ | $xy$ | $\frac{x^3y}{a^2}$ | $\frac{x^3}{a^2}$ | $x^2y$ | $-x^2$ | $-\sin\alpha$ | $-x\sin\alpha$ |

| | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V$ | $-r(1-\cos\alpha\cos\theta)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $V$ | $-r(1-\cos\alpha\cos\theta)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

## Dairesel Nervürün ($q_y$) Çizgisel Yükünün Integral Matrisinin Alınması :

Burada x'ler sabit olup, x = + a koyup y'ye göre integral alarak $q_y$ çizgisel yükünün integral matrisini hesaplamış oluruz.

$$G_6(5.5) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) b$$

$$G_6(6.5) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) ab$$

$$G_6(15.5) = 2\left(\frac{i_2}{r} + \frac{g_2}{r^2} + h_2\right) b.\mathrm{Cos}\theta$$

$$G_6(17.5) = 2h_2.ab$$

$$G_6(20.5) = 2h_2.a^2b$$

$$G_6(22.5) = -2(6g_2-h_2b^2)b$$

$$G_6(23.5) = 2h_2.a^3.b$$

$$G_6(24.5) = -2(6g_2-h_2.b^2)ab$$

$$G_6(26.5) = -2(6g_2-h_2b^2)\ a^2b$$

$$G_6(28.5) = -2(6g_2-h_2.b^2)\ r(1-\mathrm{Cos}\theta)\ ab$$

$$G_6(5.6) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right)ab$$

$$G_6(6.6) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right)a^2b$$

$$G_6(15.6) = 2\left(\frac{i_2}{r} + \frac{g_2}{r^2} + h_2\right) ab.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_6(17.6) = 2h_2.a^2b$$

$$G_6(20.6) = 2h_2.a^3b$$

$$G_6(22.6) = -2(6g_2-h_2.b^2)ab$$

$$G_6(23.6) = 2h_2.a^4b$$

$$G_6(24.6) = -2(6g_2-h_2.b^2)a^2b$$

$$G_6(26.6) = -2(6g_2-h_2.b^2)a^3b$$

$$G_6(28.6) = -2(6g_2-h_2.b^2)a^4b$$

$$G_6(13.7) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right)\frac{b^3}{3r}$$

$$G_6(14.7) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right)\frac{ab^3}{3r}$$

$$G_6(18.7) = \frac{4h_2b^3}{3}$$

$$G_6(21.7) = \frac{4h_2ab^3}{3}$$

$$G_6(25.7) = \frac{4h_2.a^2b^3}{3}$$

$$G_6(27.7) = \frac{4h_2.a^3b^3}{3}$$

$$G_6(13.8) = -2(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}) \frac{ab^3}{3r}$$

$$G_6(14.8) = -2(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}) \frac{a^2b^3}{3r}$$

$$G_6(18.8) = \frac{4h_2ab^3}{3}$$

$$G_6(21.8) = \frac{4h_2a^2b^3}{3}$$

$$G_6(25.8) = \frac{4h_2a^3b^3}{3}$$

$$G_6(27.8) = \frac{4h_2.a^4b^3}{3}$$

$$G_6(13.9) = 2(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}) \frac{ab^3}{3r}$$

$$G_6(14.9) = 2(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}) \frac{a^2b^3}{3r}$$

$$G_6(18.9) = -4\ h_2.\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_6(21.9) = -\frac{4h_2.a^2b^3}{3}$$

$$G_6(25.9) = -\frac{4h_2.a^3b^3}{3}$$

$$G_6(27.9) = -\frac{4h_2.a^4b^3}{3}$$

$$G_6(5.10) = -2(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r})\ a.b$$

$$G_6(6.10) = -2(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r})\ a^2.b$$

$$G_6(15.10) = 2(\frac{i_2}{r} + \frac{g_2}{r^2} + h_2)ab.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_6(17.10) = 2h_2.a^2.b$$

$$G_6(20.10) = 2h_2.a^3.b$$

$$G_6(22.10) = -2(6g_2 - h_2.b^2)\ ab$$

$$G_6(23.10) = 2h_2.a^4b$$

$$G_6(24.10) = -2(6g_2 - h_2.b^2)a^2b$$

$$G_6(26.10) = -2(6g_2 - h_2.b^2)a^3.b$$

$$G_6(28.10) = -2(6g_2 - h_2.b^2)a^4.b$$

$$G_6(13.11) = -2(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r})\ \frac{a^2.b^3}{3r}$$

$$G_6(14.11) = -2(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r})\ \frac{a^3.b^3}{3r}$$

$$G_6(18.11) = \frac{4h_2.a^2.b^3}{3}$$

$$G_6(21.11) = \frac{4h_2.a^3.b^3}{3}$$

$$G_6(25.11) = \frac{4h_2.a^4.b^3}{3}$$

$$G_6(27.11) = \frac{4h_2.a^5.b^3}{3}$$

$$G_6(5.12) = 2(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r})a^2.b$$

$$G_6(6.12) = 2(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r})\ a^3.b$$

$$G_6(15.12) = -2(\frac{i_2}{r} + \frac{g_2}{r^2} + h_2)\ a^2.b.\mathrm{Cos}$$

$$G_6(17.12) = -2h_2.a^3.b$$

$$G_6(20.12) = -2h_2.a^4.b$$

$$G_6(22.12) = 2(6g_2-h_2.b^2)\ a^2b$$

$$G_6(23.12) = -2h_2.a^5.b$$

$$G_6(24.12) = 2(6g_2-h_2.b^2)\ a^3b$$

$$G_6(26.12) = 2(6g_2-h_2.b^2)\ a^4.b$$

$$G_6(28.12) = 2(6g_2-h_2.b^2)\ a^5.b$$

$$G_6(13.13) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right)\frac{b^3}{3r^2}$$

$$G_6(14.13) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right)\frac{ab^3}{3r^2}$$

$$G_6(18.13) = -\frac{4h_2b^3}{3r}$$

$$G_6(21.13) = -\frac{4h_2ab^3}{3r}$$

$$G_6(25.13) = -\frac{4h_2a^2b^3}{3r}$$

$$G_6(27.13) = -\frac{4h_2.a^3.b^3}{3r}$$

$$G_6(13.14) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right)\frac{ab^3}{3r^2}$$

$$G_6(14.14) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right)\frac{a^2b^3}{3r^2}$$

$$G_6(18.14) = -\frac{4h_2.ab^3}{3r}$$

$$G_6(21.14) = -\frac{4h_2.a^2b^3}{3r}$$

$$G_6(25.14) = -\frac{4h_2.a^3b^3}{3r}$$

$$G_6(27.14) = -\frac{4h_2.a^4.b^3}{3r}$$

$$G_6(5.15) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) r(1-\mathrm{Cos}\theta).b$$

$$G_6(6.15) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) r(1-\mathrm{Cos}\theta) .ab$$

$$G_6(15.15) = -2\left(\frac{i_2}{r} + \frac{g_2}{r^2} + h_2\right) r(1-\mathrm{Cos}\theta).\mathrm{Cos}\theta.b$$

$$G_6(17.15) = -2h_2.r(1-\mathrm{Cos}\ ) ab$$

$$G_6(20.15) = -2h_2.r(1-\mathrm{Cos}\ ) a^2b$$

$$G_6(22.15) = 2(6g_2-h_2b^2) r(1-\mathrm{Cos}\theta) b$$

$$G_6(23.15) = -2h_2.r(1-\mathrm{Cos}\ ) a^3b$$

$$G_6(24.15) = 2(6g_2-h_2.b^2) r(1-\mathrm{Cos}\theta) ab$$

$$G_6(26.15) = 2(6g_2-h_2b^2) r(1-\mathrm{Cos}\theta) a^2.b$$

$$G_6(28.15) = 2(6g_2-h_2b^2) r(1-\mathrm{Cos}\theta) a^3.b$$

$x = -a$ için Dairesel Kirişin $(q_y)$ Çizgisel Yükünün İntegral Matrisi ise ;

$$G_{6a}(5.5) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) b$$

$$G_{6a}(6.5) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) ab$$

$$G_{6a}(15.5) = 2\left(\frac{i_2}{r} + \frac{g_2}{r^2} + h_2\right) b.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{6a}(17.5) = -2h_2.ab$$

$$G_{6a}(20.5) = 2h_2.a^2b$$

$$G_{6a}(22.5) = -2(6g_2 - h_2.b^2)\ b$$

$$G_{6a}(23.5) = -2h_2.a^3.b$$

$$G_{6a}(24.5) = 2(6g_2 - h_2.b^2)\ ab$$

$$G_{6a}(26.5) = -2(6g_2 - h_2.b^2)\ a^2b$$

$$G_{6a}(28.5) = 2(6g_2 - h_2.b^2)\ a^3.b$$

$$G_{6a}(5.6) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) ab$$

$$G_{6a}(6.6) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) a^2b$$

$$G_{6a}(15.6) = -2\left(\frac{i_2}{r} + \frac{g_2}{r^2} + h_2\right) ab.\text{Cos}$$

$$G_{6a}(17.6) = 2h_2a^2b$$

$$G_{6a}(20.6) = -\ 2h_2a^3b$$

$$G_{6a}(22.6) = 2(6g_2 - h_2.b^2)\ ab$$

$$G_{6a}(23.6) = 2h_2a^4b$$

$$G_{6a}(24.6) = -\ 2(6g_2 - h_2.b^2)\ a^2b$$

$$G_{6a}(26.6) = 2(6g_2 - h_2.b^2)\ a^3b$$

$$G_{6a}(28.6) = -\ 2(6g_2 - h_2.b^2)\ a^4b$$

$$G_{6a}(13.7) = -\ 2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right) \frac{b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(14.7) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right) \frac{ab^3}{3r}$$

$$G_{6a}(18.7) = \frac{4h_2.b^3}{3}$$

$$G_{6a}(21.7) = -\ \frac{4h_2ab^3}{3}$$

$$G_{6a}(25.7) = \frac{4h_2a^2.b^3}{3}$$

$$G_{6a}(27.7) = -\frac{4h_2 . a^3 b^3}{3}$$

$$G_{6a}(13.8) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right)\frac{ab^3}{3r}$$

$$G_{6a}(14.8) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right)\frac{a^2 b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(18.8) = -\frac{4h_2 ab^3}{3}$$

$$G_{6a}(21.8) = \frac{4h_2 a^2 b^3}{3}$$

$$G_{6a}(25.8) = -\frac{4h_2 a^3 b^3}{3}$$

$$G_{6a}(27.8) = \frac{4h_2 a^4 b^3}{3}$$

$$G_{6a}(13.9) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right)\frac{ab^3}{3r}$$

$$G_{6a}(14.9) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right)\frac{a^2 b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(18.9) = 4h_2 \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{6a}(21.9) = -4h_2 \frac{a^2 b^3}{3}$$

$$G_{6a}(25.9) = 4h_2 \frac{a^3 b^3}{3}$$

$$G_{6a}(27.9) = -\frac{4h_2 a^4 b^3}{3}$$

$$G_{6a}(5.10) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) ab$$

$$G_{6a}(6.10) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) a^2.b$$

$$G_{6a}(15.10) = -2\left(\frac{i_2}{r} + \frac{g_2}{r^2} + h_2\right) ab.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{6a}(17.10) = 2h_2.a^2.b$$

$$G_{6a}(20.10) = -2h_2.a^3.b$$

$$G_{6a}(22.10) = 2(6g_2 - h_2.b^2)\ ab$$

$$G_{6a}(23.10) = 2h_2.a^4.b$$

$$G_{6a}(24.10) = -2(6g_2 - h_2.b^2)\ a^2.b$$

$$G_{6a}(26.10) = 2(6g_2 - h_2.b^2)\ a^3.b$$

$$G_{6a}(28.10) = -2(6g_2 - h_2.b^2)\ a^4.b$$

$$G_{6a}(13.11) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right) \frac{a^2b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(14.11) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right) \frac{a^3b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(18.11) = \frac{4h_2a^2b^3}{3}$$

$$G_{6a}(21.11) = -\frac{4h_2a^3b^3}{3}$$

$$G_{6a}(25.11) = \frac{4h_2a^4.b^3}{3}$$

$$G_{6a}(27.11) = -\frac{4h_2a^5.b^3}{3}$$

$$G_{6a}(5.12) = 2(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r})\ a^2b$$

$$G_{6a}(6.12) = -2(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r})\ a^3.b$$

$$G_{6a}(15.12) = -2(\frac{i_2}{r} + \frac{g_2}{r^2} + h_2)\ a^2b.\mathrm{Cos}\theta$$

$$G_{6a}(17.12) = 2h_2.a^3b$$

$$G_{6a}(20.12) = -2h_2.a^4.b$$

$$G_{6a}(22.12) = 2(6g_2-h_2.b^2)\ a^2.b$$

$$G_{6a}(23.12) = 2h_2a^5.b$$

$$G_{6a}(24.12) = -2(6g_2-h_2.b^2)\ a^3.b$$

$$G_{6a}(26.12) = 2(6g_2-h_2.b^2)\ a^4.b$$

$$G_{6a}(28.12) = -2(6g_2-h_2.b^2)\ a^5.b$$

$$G_{6a}(13.13) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right) \frac{b^3}{3r^2}$$

$$G_{6a}(14.13) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right) \frac{ab^3}{3r^2}$$

$$G_{6a}(18.13) = -\frac{4h_2.b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(21.13) = \frac{4h_2.ab^3}{3r}$$

$$G_{6a}(25.13) = -\frac{4h_2.a^2b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(27.13) = \frac{4h_2.a^3b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(13.14) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right) \frac{ab^3}{3r^2}$$

$$G_{6a}(14.14) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} + \frac{g_2}{r^3} + \frac{h_2}{r}\right) \frac{a^2b^3}{3r^2}$$

$$G_{6a}(18.14) = \frac{4h_2.a.b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(21.14) = -\frac{4h_2.a^2b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(25.14) = \frac{4h_2.a^3b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(27.14) = -\frac{4h_2.a^4b^3}{3r}$$

$$G_{6a}(5.15) = 2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) r(1-\cos\theta) b$$

$$G_{6a}(6.15) = -2\left(\frac{i_2}{r^2} - \frac{g_2}{r^3} - \frac{h_2}{r}\right) r(1-\cos\theta)\ ab$$

$$G_{6a}(15.15) = -2\left(\frac{i_2}{r} + \frac{g_2}{r^2} + h_2\right) r(1-\cos\theta)\ \cos\theta . b$$

$$G_{6a}(17.15) = 2h_2 . r(1-\cos\theta)\ ab$$

$$G_{6a}(20.15) = -2h_2 . r(1-\cos\theta)\ a^2 b$$

$$G_{6a}(22.15) = 2(6g_2 - h_2 . b^2)\ r(1-\cos\theta)\ b$$

$$G_{6a}(23.15) = 2h_2 . r(1-\cos\theta)\ a^3 b$$

$$G_{6a}(24.15) = -2(6g_2 - h_2 . b^2)\ r(1-\cos\theta)\ ab$$

$$G_{6a}(26.15) = 2(6g_2 - h_2 . b^2)\ r(1-\cos\theta)\ a^2 b$$

$$G_{6a}(28.15) = -2(6g_2 - h_2 . b^2)\ r(1-\cos\theta)\ a^3 b$$

TABLO : 20

$[G^6] =$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{5,5}$ | $G^6_{5,6}$ | 0 | 0 | 0 | $G^6_{5,10}$ | 0 | $G^6_{5,12}$ | 0 | 0 | $G^6_{5,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{6,5}$ | $G^6_{6,6}$ | 0 | 0 | 0 | $G^6_{6,10}$ | 0 | $G^6_{6,12}$ | 0 | 0 | $G^6_{6,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{13,7}$ | $G^6_{13,8}$ | $G^6_{13,9}$ | 0 | $G^6_{13,11}$ | 0 | $G^6_{13,13}$ | $G^6_{13,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{14,7}$ | $G^6_{14,8}$ | $G^6_{14,9}$ | 0 | $G^6_{14,11}$ | 0 | $G^6_{14,13}$ | $G^6_{14,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{15,5}$ | $G^6_{15,6}$ | 0 | 0 | 0 | $G^6_{15,10}$ | 0 | $G^6_{15,12}$ | 0 | 0 | $G^6_{15,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{17,5}$ | $G^6_{17,6}$ | 0 | 0 | 0 | $G^6_{17,10}$ | 0 | $G^6_{17,12}$ | 0 | 0 | $G^6_{17,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{18,7}$ | $G^6_{18,8}$ | $G^6_{18,9}$ | 0 | $G^6_{18,11}$ | 0 | $G^6_{18,13}$ | $G^6_{18,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{20,5}$ | $G^6_{20,6}$ | 0 | 0 | 0 | $G^6_{20,10}$ | 0 | $G^6_{20,12}$ | 0 | 0 | $G^6_{20,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{21,7}$ | $G^6_{21,8}$ | $G^6_{21,9}$ | 0 | $G^6_{21,11}$ | 0 | $G^6_{21,13}$ | $G^6_{21,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{22,5}$ | $G^6_{22,6}$ | 0 | 0 | 0 | $G^6_{22,10}$ | 0 | $G^6_{22,12}$ | 0 | 0 | $G^6_{22,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{23,5}$ | $G^6_{23,6}$ | 0 | 0 | 0 | $G^6_{23,10}$ | 0 | $G^6_{23,12}$ | 0 | 0 | $G^6_{23,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{24,5}$ | $G^6_{24,6}$ | 0 | 0 | 0 | $G^6_{24,10}$ | 0 | $G^6_{24,12}$ | 0 | 0 | $G^6_{24,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{25,7}$ | $G^6_{25,8}$ | $G^6_{25,9}$ | 0 | $G^6_{25,11}$ | 0 | $G^6_{25,13}$ | $G^6_{25,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{26,5}$ | $G^6_{26,6}$ | 0 | 0 | 0 | $G^6_{26,10}$ | 0 | $G^6_{26,12}$ | 0 | 0 | $G^6_{26,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{27,7}$ | $G^6_{27,8}$ | $G^6_{27,9}$ | 0 | $G^6_{27,11}$ | 0 | $G^6_{27,13}$ | $G^6_{27,14}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^6_{28,5}$ | $G^6_{28,6}$ | 0 | 0 | 0 | $G^6_{28,10}$ | 0 | $G^6_{28,12}$ | 0 | 0 | $G^6_{28,15}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

### 5.5.2.3. Dairesel Nervürün ($q_z$) Çizgisel Yükünün Matrisi :

(4.107) denkleminde ($q_z$) çizgisel yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılmıştır. Bir elemana gelen çizgisel yük değerlerini türev matrisi şeklinde yazalım.

$$\overset{2}{\delta}\Omega_{3,3} = -\int \begin{bmatrix} (j_2 \ddot{\ddot{w}} - k_2 \ddot{w} + l_2 w - m_2 \dot{\ddot{v}} + n_2 \dot{v}) \\ P(e_2 \ddot{w}) \\ \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} w \\ w \\ \end{Bmatrix} dy = -\{d\}^T \int [B]^T [J_7]^T [Y_7] [B] \{d\} dy \tag{5.55}$$

(4.113) denkleminden ($q_z$) çizgisel yükü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$[Q_{e7}] = -\int [B]^T [J_7]^T [Y_7] [B] dy \tag{5.56}$$

Buradaki v ve w'ler x ve y'ye bağlıdır. x'ler sabit olup, x yerine $x=\pm a$ koyup, y'ye göre integral alınır.

$[J_7]$ matrisi türev matristir. $[J_7]$ ve $[Y_7]$ matrisi Tablo 21 de verilmiştir.

Değişkenleri içine alan matrisleri integral matrisi şeklinde yazarız.

$$[G_7] = -\int [J_7]^T [Y_7] dy \tag{5.57}$$

$x=+a$ için $[G_7]$ matrisi, $x=-a$ için $[G_{7a}]$ matrisi Tablo 22 de verilmiştir.

(5.57) denklemini (5.56) denkleminde yerine koyarsak ;

$$[Q_{e7}] = [B]^T [G_7] [B] \tag{5.58}$$

dairesel nervürün ($q_z$) çizgisel yükünün eleman yük matrisi hesaplanmış olur.

TABLO : 21

$(l_2\dddot{w}-k_2\ddot{w}+l_2 w-m_2\dot{v}+n_2\dot{v})$

$[J_7] =$ {2}

$P(e_2\dot{w})$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(l_2\dddot{w}-k_2\ddot{w}+l_2 w-m_2\dot{v}+n_2\dot{v})$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $A\sin\alpha$ | $Ax\sin\alpha$ | $n_2$ | $n_2 x$ | $-n_2\frac{x^2}{2r^3}$ | 0 | $n_2 x^2$ | 0 | $A\cos\alpha$ | $Ax\cos\alpha$ | $B\sin\alpha\cos\theta$ | $l_2 x^2$ | $l_2 xy$ | $C$ | $l_2 x^3$ | $l_2 x^2 y$ | $Cx$ | $Dy$ | $l_2 x^3 y$ | $Dxy$ | $Cx^2$ | $Dx^2y$ | $Cx^3$ | $Dx^3y$ |
| $P(e_2\dot{w})$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{pl_2\sin\alpha}{r^2}$ | $\frac{pl_2 x\sin\alpha}{r^2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{pl_2\cos\alpha}{r^2}$ | $\frac{pl_2 x\cos\alpha}{r^2}$ | $\frac{pl_2\sin\alpha\cos\theta}{r^2}$ | 0 | 0 | $2pl_2$ | 0 | 0 | $2pl_2x$ | $6pl_2y$ | 0 | $6pl_2xy$ | $2pl_2x^2$ | $6pl_2x^2y$ | $2pl_2x^3$ | $6pl_2x^3y$ |

$$A=\frac{l_2}{r^4}+\frac{k_2}{r^2}+l_2-\frac{m_2}{r^3}-\frac{n_2}{r}$$

$$B=\frac{l_2}{r^3}+\frac{k_2}{r}+l_2 r-\frac{m_2}{r^2}-n_2$$

$$C=l_2\,y_2-2k_2$$

$$D=l_2\,y_2-6k_2$$

$[y_7] =$ {2}

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| W | 0 | 0 | 0 | 0 | $\sin\alpha$ | $x\sin\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | $x\cos\alpha$ | $r\sin\alpha\cos\theta$ | $x^2$ | $xy$ | $y^2$ | $x^3$ | $x^2y$ | $xy^2$ | $y^3$ | $x^3y$ | $xy^3$ | $x^2y^2$ | $x^2y^3$ | $x^3y^2$ | $x^3y^3$ |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | $\sin\alpha$ | $x\sin\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | $x\cos\alpha$ | $r\sin\alpha\cos\theta$ | $x^2$ | $xy$ | $y^2$ | $x^3$ | $x^2y$ | $xy^2$ | $y^3$ | $x^3y$ | $xy^3$ | $x^2y^2$ | $x^2y^3$ | $x^3y^2$ | $x^3y^3$ |

Dairesel Nervürün ($q_z$) Çizgisel Yükünün Integral Matrisinin Alınması :

Burada x'ler sabit olup ; x = ∓a koyup y'ye göre integral alarak $q_z$ çizgisel yükünün integral matrisini hesaplamış oluruz.

$$G_7(5.5) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{b^3}{3r^2}$$

$$G_7(6.5) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{ab^3}{3r^2}$$

$$G_7(15.5) = -2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2 r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{b^3}{3r^2}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_7(17.5) = -\frac{2l_2.ab^3}{3r}$$

$$G_7(20.5) = -\frac{2l_2.a^2.b^3}{3r}$$

$$G_7(22.5) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{b^3}{r}$$

$$G_7(23.5) = -\frac{2l_2.a^3.b^3}{3r}$$

$$G_7(24.5) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2Pe_2\right)\frac{ab^3}{r}$$

$$G_7(26.5) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{a^2b^3}{r}$$

$$G_7(28.5) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{a^3b^3}{r}$$

$$G_7(5.6) = G_7(6.5) = -\ 2\left(\frac{d_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{ab^3}{3r^2}$$

$$G_7(6.6) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2b^3}{3r^2}$$

$$G_7(15.6) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{a.b^3}{3r^2}\ .\ \mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_7(17.6) = -\ \frac{2l_2.a^2b^3}{3r}$$

$$G_7(20.6) = -\ \frac{2l_2.a^3b^3}{3r}$$

$$G_7(22.6) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2Pe_2\right)\frac{ab^3}{r}$$

$$G_7(23.6) = -\ \frac{2l_2.a^4b^3}{3r}$$

$$G_7(24.6) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{a^2b^3}{r}$$

$$G_7(26.6) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{a^3b^3}{r}$$

$$G_7(28.6) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{a^4b^3}{r}$$

$$G_7(7.13) = -\ 2n_2.b$$

$$G_7(8.13) = -\ 2n_2.ab$$

$$G_7(9.13) = \ 2n_2.ab$$

$$G_7(11.13) = -\ 2n_2.a^2.b$$

$$G_7(13.13) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) b$$

$$G_7(14.13) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) ab$$

$$G_7(16.13) = -\ 2l_2.a^2.b$$

$$G_7(16.13) = -\ 2l_2.a^2.b$$

$$G_7(18.13) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)b$$

$$G_7(19.13) = -\ 2l_2.a^3.b$$

$$G_7(21.13) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)ab$$

$$G_7(25.13) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^2.b$$

$$G_7(27.13) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ a^3b$$

$$G_7(7.14) = -\ 2n_2.ab$$

$$G_7(8.14) = -\ 2n_2.a^2.b$$

$$G_7(9.14) = 2n_2.a^2.b$$

$$G_7(11.14) = -\ 2n_2.a^3b$$

$$G_7(13.14) = G_7(14.13) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)a.b$$

$$G_7(14.14) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)a^2.b$$

$$G_7(16.14) = -\ 2l_2.a^3.b$$

$$G_7(18.14) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ ab$$

$$G_7(19.14) = -\ 2l_2.a^4.b$$

$$G_7(21.14) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ a^2.b$$

$$G_7(25.14) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ a^3.b$$

$$G_7(27.14) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^4.b$$

$$G_7(5.15) = G_7(15.5)$$

$$G_7(6.15) = G_7(15.6)$$

$$G_7(15.15) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)$$

$$\frac{b^3}{3r}.\mathrm{Cos}^2\theta$$

$$G_7(17.15) = -\ 2l_2.a\ \frac{b^3}{3}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_7(20.15) = -\ 2l_2.a^2\ \frac{b^3}{3}\ \mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_7(22.15) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ b^3.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_7(23.15) = -\ 2l_2.a^3\ \frac{b^3}{3}\ .\ \mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_7(24.15) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ ab^3.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_7(26.15) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ a^2b^3.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_7(28.15) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ a^3b^3.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_7(7.16) = -\ 2n_2.a^2b$$

$$G_7(8.16) = -\ 2n_2.a^3b$$

$$G_7(9.16) = 2n_2a^3b$$

$$G_7(11.16) = -2n_2.a^4b$$

$$G_7(13.16) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)a^2.b$$

$$G_7(14.16) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)a^3.b$$

$$G_7(16.16) = -2l_2.a^4b$$

$$G_7(18.16) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^2.b$$

$$G_7(19.16) = -2l_2.a^5b$$

$$G_7(21.16) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^3.b$$

$$G_7(25.16) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^4.b$$

$$G_7(27.16) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^5.b$$

$$G_7(5.17) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a.b^3}{3r}$$

$$G_7(6.17) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2b^3}{3r}$$

$$G_7(15.17) = -2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{ab^3}{3r}.\mathrm{Cos}$$

$$G_7(17.17) = -\ 2l_2.a^2.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(20.17) = -\ 2l_2.a^3.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(22.17) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2Pe_2)\ a.b^3$$

$$G_7(23.17) = -\ 2l_2.a^4.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(24.17) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2Pe_2)a^2.b^3$$

$$G_7(26.17) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2Pe_2)a^3.b^3$$

$$G_7(28.17) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2Pe_2)a^4.b^3$$

$$G_7(7.18) = -\ 2n_2.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(8.18) = -\ 2n_2.\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_7(9.18) = \ 2n_2.\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_7(11.18) = -\ 2n_2.a^2.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(11.18) = -\ 2n_2.a^2.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(13.18) = -\ 2(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2})\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(14.18) = -\ 2(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2})\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_7(16.18) = -\ 2l_2 .\ \frac{a^2 . b^3}{3}$$

$$G_7(18.18) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) b^3$$

$$G_7(19.18) = -\ 2l_2 . a^3 .\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(21.18) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) ab^3$$

$$G_7(25.18) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a^2b^3$$

$$G_7(27.18) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a\ b^3$$

$$G_7(7.19) = -\ 2n_2 . a^3 . b$$

$$G_7(8.19) = -\ 2n_2 . a^4 . b$$

$$G_7(9.19) = \ 2n_2 . a^4 . b$$

$$G_7(11.19) = -\ 2n_2 . a^5 . b$$

$$G_7(13.19) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) a^3 . b$$

$$G_7(14.19) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) a^4 . b$$

$$G_7(16.19) = -\ 2l_2 . a^5 . b$$

$$G_7(18.19) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^3 b$$

$$G_7(19.19) = -2l_2.a^6.b$$

$$G_7(21.19) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^4 b$$

$$G_7(25.19) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^5 b$$

$$G_7(27.19) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^6 b$$

$$G_7(5.20) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2.b^3}{3r}$$

$$G_7(6.20) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^3.b^3}{3r}$$

$$G_7(15.20) = -2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{a^2.b^3}{3r}.\cos\theta$$

$$G_7(17.20) = -2l_2.\frac{a^3b^3}{3}$$

$$G_7(20.20) = -2l_2.a^4\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(22.20) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^2.b^3$$

$$G_7(23.20) = -2l_2.a^5.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(24.20) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^3b^3$$

$$G_7(26.20) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^4b^3$$

$$G_7(28.20) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^5b^3$$

$$G_7(7.21) = -2n_2.\frac{ab^3}{3}$$

$$G_7(8.21) = -2n_2.a^3.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(9.21) = -2n_2.a^2.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(11.21) = -2n_2.a^3.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(13.21) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)a.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(14.21) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)a^2.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(16.21) = -2l_2.a^3.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(18.21) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) ab^3$$

$$G_7(19.21) = -2l_2.a^4\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(21.21) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a^2.b^3$$

$$G_7(25.21) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a^3.b^3$$

$$G_7(27.21) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a^4.b^3$$

$$G_7(5.22) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) \frac{b^5}{5r}$$

$$G_7(6.22) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) \frac{a.b^5}{5r}$$

$$G_7(15.22) = -2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right) \frac{b^5}{5r}.\text{Cos}\,\theta$$

$$G_7(17.22) = -2l_2.a.\frac{b^5}{5}$$

$$G_7(20.22) = -2l_2.a^2.\frac{b^5}{5}$$

$$G_7(22.22) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) b^5$$

$$G_7(23.22) = -2l_2.a^3.\frac{b^5}{5}$$

$$G_7(24.22) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) ab^5$$

$$G_7(26.22) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^2b^5$$

$$G_7(28.22) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^3b^5$$

$$G_7(5.23) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) \frac{a^3.b^3}{3r}$$

$$G_7(6.23) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^4.b^3}{3r}$$

$$G_7(15.23) = -2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{a^3.b^3}{3r}.\text{Cos}\,\theta$$

$$G_7(17.23) = -2l_2.a^4.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(20.23) = -2l_2.a^5.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(22.23) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^3.b^3$$

$$G_7(23.23) = -2l_2.a^6.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(24.23) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^4.b^3$$

$$G_7(26.23) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^5.b^3$$

$$G_7(28.23) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^6.b^3$$

$$G_7(5.24) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{ab^5}{5r}$$

$$G_7(6.24) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2.b^5}{5r}$$

$$G_7(15.24) = -2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)$$

$$\frac{a.b^5}{5r}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_7(17.24) = -2l_2.a^2.\frac{b^5}{5}$$

$$G_7(20.24) = -2l_2.a^3.\frac{b^5}{5}$$

$$G_7(22.24) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) ab^5$$

$$G_7(23.24) = -2l_2.a^4.\frac{b^5}{5}$$

$$G_7(24.24) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^2.b^5$$

$$G_7(26.24) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^3.b^5$$

$$G_7(28.24) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^4.b^5$$

$$G_7(7.25) = -2n_2.a^2.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(8.25) = -2n_2.a^3.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(9.25) = 2n_2.a^3.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(11.25) = -2n_2.a^4.\frac{b^3}{3}$$

$$G_7(13.25) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2.b^3}{3}$$

$$G_7(14.25) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^3.b^3}{3}$$

$$G_7(16.25) = -\ 2l_2.a^4.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(18.25) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)\ a^2.b^3$$

$$G_7(19.25) = -\ 2l_2.a^5.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(21.25) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)\ a^3.b^3$$

$$G_7(25.25) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)\ a^4.b^3$$

$$G_7(27.25) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)\ a^5.b^3$$

$$G_7(5.26) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2.b^5}{5r}$$

$$G_7(6.26) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^3.b^5}{5r}$$

$$G_7(15.26) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{a^2.b^5}{5r}.\cos\theta$$

$$G_7(17.26) = -\ 2l_2.a^3.\ \frac{b^5}{5}$$

$$G_7(20.26) = -\ 2l_2.a^4.\ \frac{b^5}{5}$$

$$G_7(22.26) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5})\ a^2.b^5$$

$$G_7(23.26) = -\ 2l_2.a^5\ \frac{b^5}{5}$$

$$G_7(24.26) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5})\ a^3.b^5$$

$$G_7(26.26) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5})\ a^4.b^5$$

$$G_7(28.26) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5})\ a^5.b^5$$

$$G_7(7.27) = -\ 2n_2.a^3.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(8.27) = -\ 2n_2.a^4.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(9.27) = \ 2n_2.a^4.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(11.27) = -\ 2n_2.a^5.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(13.27) = -\ 2(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2})\frac{a^3.b^3}{3}$$

$$G_7(14.27) = -\ 2(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2})\frac{a^4.b^3}{3}$$

$$G_7(16.27) = -\ 2l_2.a^5.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(18.27) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)a^3.b^3$$

$$G_7(19.27) = -\ 2l_2.a^6.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_7(21.27) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)a^4.b^3$$

$$G_7(25.27) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)a^5.b^3$$

$$G_7(27.27) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)a^6.b^3$$

$$G_7(5.28) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^3.b^5}{5r}$$

$$G_7(6.28) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^4.b^5}{5r}$$

$$G_7(15.28) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{a^3.b^5}{5r}.\mathrm{Cos}$$

$$G_7(17.28) = -\ 2l_2.a^4.\ \frac{b^5}{5}$$

$$G_7(20.28) = -\ 2l_2.a^5.\ \frac{b^5}{5}$$

$$G_7(22.28) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right)\ a^3.b^5$$

$$G_7(23.28) = -\ 2l_2.a^6.\ \frac{b^5}{5}$$

$$G_7(24.28) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^4.b^5$$

$$G_7(26.28) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^5.b^5$$

$$G_7(28.28) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^6.b^5$$

$x = -a$ için Dairesel Kirişin $q_z$ çizgisel yükünün İntegral Matrisi ise ;

$$G_{7a}(5.5) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) \frac{b^3}{3r^2}$$

$$G_{7a}(6.5) = 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) \frac{ab^3}{3r^2}$$

$$G_{7a}(15.5) = -2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right) \frac{b^3}{3r^2}.\text{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(17.5) = \frac{2l_2.ab^3}{3r}$$

$$G_{7a}(20.5) = -\frac{2l_2.a^2b^3}{3r}$$

$$G_{7a}(22.5) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right) \frac{b^3}{r}$$

$$G_{7a}(23.5) = \frac{2l_2.a^3b^3}{3r}$$

$$G_{7a}(24.5) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{ab^3}{r}$$

$$G_{7a}(26.5) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{a^2b^3}{r}$$

$$G_{7a}(28.5) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{a^3b^3}{r}$$

$$G_{7a}(5.6) = 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{ab^3}{3r^2}$$

$$G_{7a}(6.6) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2b^3}{3r^2}$$

$$G_{7a}(15.6) = 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{ab^3}{3r^2}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(17.6) = -\frac{2l_2.a^2b^3}{3r}$$

$$G_{7a}(20.6) = \frac{2l_2.a^3b^3}{3r}$$

$$G_{7a}(22.6) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{ab^3}{r}$$

$$G_{7a}(23.6) = -\frac{2l_2.a^4b^3}{3r}$$

$$G_{7a}(24.6) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{a^2b^3}{r}$$

$$G_{7a}(26.6) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{a^3b^3}{r}$$

$$G_{7a}(28.6) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\frac{a^4b^3}{r}$$

$$G_{7a}(7.13) = -\ 2n_2.b$$

$$G_{7a}(8.13) = \ 2n_2.ab$$

$$G_{7a}(9.13) = -\ 2n_2.ab$$

$$G_{7a}(11.13) = -\ 2n_2.a^2b$$

$$G_{7a}(13.13) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) b$$

$$G_{7a}(14.13) = \ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) ab$$

$$G_{7a}(16.13) = -\ 2l_2.a^2.b$$

$$G_{7a}(18.13) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) b$$

$$G_{7a}(19.13) = \ 2l_2.a^3.b$$

$$G_{7a}(21.13) = \ 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) ab$$

$$G_{7a}(25.13) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^2b$$

$$G_{7a}(27.13) = \ 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^3b$$

$$G_{7a}(7.14) = 2n_2.ab$$

$$G_{7a}(8.14) = -2n_2.a^2.b$$

$$G_{7a}(9.14) = 2n_2.a^2.b$$

$$G_{7a}(11.14) = 2n_2.a^3.b$$

$$G_{7a}(13.14) = 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) ab$$

$$G_{7a}(14.14) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) a^2.b$$

$$G_{7a}(16.14) = 2l_2.a^3.b$$

$$G_{7a}(18.14) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) ab$$

$$G_{7a}(19.14) = -2l_2.a^4.b$$

$$G_{7a}(21.14) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^2.b$$

$$G_{7a}(25.14) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^3.b$$

$$G_{7a}(27.14) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^4.b$$

$$G_{7a}(5.15) = -2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{b^3}{3r^2}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(6.15) = 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{ab^3}{3r^2}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(15.15) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{b^3}{3r}.\mathrm{Cos}^2\theta$$

$$G_{7a}(17.15) = 2l_2.\ \frac{ab^3}{3}\ .\ \mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(20.15) = -\ 2l_2.\ \frac{a^2.b^3}{3}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(22.15) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ b^3.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(23.15) = 2l_2.\ \frac{a^3b^3}{3}\ .\ \mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(24.15) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ ab^3.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(26.15) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ a^2b^3.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(28.15) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)\ a^3b^3.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(7.16) = -\ 2n_2.a^2.b$$

$$G_{7a}(8.16) = 2n_2.a^3.b$$

$$G_{7a}(9.16) = -\ 2n_2.a^3.b$$

$$G_{7a}(11.16) = -\ 2n_2.a^4.b$$

$$G_{7a}(13.16) = -\,2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)a^2.b$$

$$G_{7a}(14.16) = 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)a^3.b$$

$$G_{7a}(16.16) = -\,2l_2.a^4.b$$

$$G_{7a}(18.16) = -\,2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^2.b$$

$$G_{7a}(19.16) = 2l_2.a^5.b$$

$$G_{7a}(21.16) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^3.b$$

$$G_{7a}(25.16) = -\,2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^4.b$$

$$G_{7a}(27.16) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^5.b$$

$$G_{7a}(5.17) = 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{ab^3}{3r}$$

$$G_{7a}(6.17) = -\,2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2b^3}{3r}$$

$$G_{7a}(15.17) = 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{ab^3}{3r}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(17.17) = -\,2(l_2.\frac{a^2.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(20.17) = 2l_2.\frac{a^3.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(22.17) = \quad 2(\frac{l_2 . b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2)\ ab^3$$

$$G_{7a}(23.17) = -\ 2l_2 .\ \frac{a^4 . b^3}{3}$$

$$G_{7a}(24.17) = -\ 2(\frac{l_2 . b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2)\ a^2b^3$$

$$G_{7a}(26.17) = \quad 2(\frac{l_2 . b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2)\ a^3b^3$$

$$G_{7a}(28.17) = -\ 2(\frac{l_2 . b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2)\ a^4b^3$$

$$G_{7a}(7.18) = -\ 2n_2\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_{7a}(8.18) = \quad 2n_2\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{7a}(9.18) = -\ 2n_2\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{7a}(11.18) = -\ 2n_2 .\ \frac{a^2b^3}{3}$$

$$G_{7a}(13.18) = -\ 2(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2})\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_{7a}(14.18) = \quad 2(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2})\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{7a}(16.18) = -\ 2l_2 .\ \frac{a^2 . b^3}{3}$$

$$G_{7a}(18.18) = -\ 2(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3})\ b^3$$

$$G_{7a}(19.18) = 2l_2 . \frac{a^3 b^3}{3}$$

$$G_{7a}(21.18) = 2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) ab^3$$

$$G_{7a}(25.18) = - 2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a^2 b^3$$

$$G_{7a}(27.18) = 2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a^3 b^3$$

$$G_{7a}(7.19) = 2n_2 . a^3 . b$$

$$G_{7a}(8.19) = - 2n_2 . a^4 . b$$

$$G_{7a}(9.19) = 2n_2 . a^4 . b$$

$$G_{7a}(11.19) = 2n_2 . a^5 . b$$

$$G_{7a}(13.19) = 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) a^3 . b$$

$$G_{7a}(14.19) = - 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) a^4 . b$$

$$G_{7a}(16.19) = 2l_2 . a^5 . b$$

$$G_{7a}(18.19) = 2\left(\frac{l_2 . b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^3 . b$$

$$G_{7a}(19.19) = - 2l_2 . a^6 . b$$

$$G_{7a}(21.19) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2)\ a^4.b$$

$$G_{7a}(25.19) = \ \ 2(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2)\ a^5.b$$

$$G_{7a}(27.19) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{3} - 2k_2 + 2P.e_2)\ a^6.b$$

$$G_{7a}(5.20) = -\ 2(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2})\frac{a^2b^3}{3r}$$

$$G_{7a}(6.20) = \ \ 2(\frac{j_2}{r^2} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2})\frac{a^3b^3}{3r}$$

$$G_{7a}(15.20) = -\ 2(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\ )\ \frac{a^2b^3}{3r}.\cos\theta$$

$$G_{7a}(17.20) = \ \ 2l_2.\ \frac{a^3b^3}{3}$$

$$G_{7a}(20.20) = -\ 2l_2.\ \frac{a^4.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(22.20) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2)\ a^2.b^3$$

$$G_{7a}(23.20) = \ \ 2l_2.\ \frac{a^5.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(24.20) = \ \ 2(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2)\ a^3b^3$$

$$G_{7a}(26.20) = -\ 2(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2)\ a^4b^3$$

$$G_{7a}(28.20) = 2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right) a^5 . b^3$$

$$G_{7a}(7.21) = 2n_2 . \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{7a}(8.21) = -2n_2 . \frac{a^2 . b^3}{3}$$

$$G_{7a}(9.21) = 2n_2 . \frac{a^2 . b^3}{3}$$

$$G_{7a}(11.21) = 2n_2 . \frac{a^3 . b^3}{3}$$

$$G_{7a}(13.21) = 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{ab^3}{3}$$

$$G_{7a}(14.21) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2 . b^3}{3}$$

$$G_{7a}(16.21) = 2l_2 . \frac{a^3 b^3}{3}$$

$$G_{7a}(18.21) = 2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} - \frac{2P.e_2}{3}\right) ab^3$$

$$G_{7a}(19.21) = -2l_2 . \frac{a^4 b^3}{3}$$

$$G_{7a}(21.21) = -2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} - \frac{2P.e_2}{3}\right) a^2 b^3$$

$$G_{7a}(25.21) = 2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} - \frac{2P.e_2}{3}\right) a^3 b^3$$

$$G_{7a}(27.21) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a^4 b^3$$

$$G_{7a}(5.22) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) \frac{b^5}{5r}$$

$$G_{7a}(6.22) = 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) \frac{ab^5}{5r}$$

$$G_{7a}(15.22) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2 . r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right) \frac{b^5}{5r}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(17.22) = 2l_2 . \frac{ab^5}{5}$$

$$G_{7a}(20.22) = -\ 2l_2 . \frac{a^2 . b^5}{5}$$

$$G_{7a}(22.22) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) b^5$$

$$G_{7a}(23.22) = 2l_2 . \frac{a^3 b^5}{5}$$

$$G_{7a}(24.22) = 2\left(\frac{l_2 . b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) ab^5$$

$$G_{7a}(26.22) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^2 b^5$$

$$G_{7a}(28.22) = 2\left(\frac{l_2 . b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^3 b^5$$

$$G_{7a}(5.23) = 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right) \frac{a^3 b^3}{3r}$$

$$G_{7a}(6.23) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^4b^3}{3r}$$

$$G_{7a}(15.23) = 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)$$

$$\frac{a^3b^3}{3r}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(17.23) = -2l_2.\frac{a^4b^3}{3}$$

$$G_{7a}(20.23) = 2l_2.\frac{a^5b^3}{3}$$

$$G_{7a}(22.23) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^3b^3$$

$$G_{7a}(23.23) = -2l_2.\frac{a^6.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(24.23) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^4.b^3$$

$$\hat{G}_{7a}(26.23) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^5.b^3$$

$$G_{7a}(28.23) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - 2k_2 + 2P.e_2\right)a^6.b^3$$

$$G_{7a}(5.24) = 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{ab^5}{5r}$$

$$G_{7a}(6.24) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2b^5}{5r}$$

$$G_{7a}(15.24) = 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)\frac{ab^5}{5r}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(17.24) = -\, 2l_2.\,\frac{a^2.b^5}{5}$$

$$G_{7a}(20.24) = 2l_2.\,\frac{a^3.b^5}{5}$$

$$G_{7a}(22.24) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) ab^5$$

$$G_{7a}(23.24) = -\, 2l_2.\,\frac{a^4.b^5}{5}$$

$$G_{7a}(24.24) = -\, 2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^2.b^5$$

$$G_{7a}(26.24) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^3.b^5$$

$$G_{7a}(28.24) = -\, 2\left(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5}\right) a^4.b^5$$

$$G_{7a}(7.25) = -\, 2n_2.\,\frac{a^2.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(8.25) = 2n_2.\,\frac{a^3.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(9.25) = -\, 2n_2.\,\frac{a^3.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(11.25) = -\, 2n_2.\,\frac{a^4.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(13.25) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2b^3}{3}$$

$$G_{7a}(14.25) = \ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^3b^3}{3}$$

$$G_{7a}(16.25) = -\ 2l_2 . \frac{a^4.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(18.25) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)a^2.b^3$$

$$G_{7a}(19.25) = \ 2l_2 . \frac{a^5.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(21.25) = \ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)a^3.b^3$$

$$G_{7a}(25.25) = -\ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)a^4.b^3$$

$$G_{7a}(27.25) = \ 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right)a^5.b^3$$

$$G_{7a}(5.26) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^2b^5}{5r}$$

$$G_{7a}(6.26) = \ 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^3b^5}{5r}$$

$$G_{7a}(15.26) = -\ 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r^2}\right)$$

$$\frac{a^2.b^5}{5r}.\cos\theta$$

$$G_{7a}(17.26) = \quad 2l_2 . \frac{a^3.b^5}{5}$$

$$G_{7a}(20.26) = - 2l_2 . \frac{a^4.b^5}{5}$$

$$G_{7a}(22.26) = - 2(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5})\ a^2.b^5$$

$$G_{7a}(23.26) = \quad 2l_2 . \frac{a^5.b^5}{5}$$

$$G_{7a}(24.26) = \quad 2(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5})\ a^3.b^5$$

$$G_{7a}(26.26) = - 2(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5})\ a^4.b^5$$

$$G_{7a}(28.26) = \quad 2(\frac{l_2.b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P.e_2}{5})\ a^5.b^5$$

$$G_{7a}(7.27) \ = \quad 2n_2 . \frac{a^3.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(8.27) \ = - 2n_2 . \frac{a^4.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(9.27) \ = \quad 2n_2 . \frac{a^4.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(11.27) = \quad 2n_2 . \frac{a^5.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(13.27) = \quad 2(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2})\frac{a^3b^3}{3}$$

$$G_{7a}(14.27) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{\text{[illegible]}_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^4.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(16.27) = 2l_2 . \frac{a^5.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(18.27) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a^3b^3$$

$$G_{7a}(19.27) = -2l_2 . \frac{a^6.b^3}{3}$$

$$G_{7a}(21.27) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a^4.b^3$$

$$G_{7a}(25.27) = 2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a^5.b^3$$

$$G_{7a}(27.27) = -2\left(\frac{l_2.b^2}{5} - \frac{2k_2}{3} + \frac{2P.e_2}{3}\right) a^6.b^3$$

$$G_{7a}(5.28) = 2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^3.b^5}{5r}$$

$$G_{7a}(6.28) = -2\left(\frac{j_2}{r^4} + \frac{k_2}{r^2} + l_2 - \frac{M_2}{r^3} - \frac{n_2}{r} - \frac{P.e_2}{r^2}\right)\frac{a^4.b^5}{5r}$$

$$G_{7a}(15.28) = 2\left(\frac{j_2}{r^3} + \frac{k_2}{r} + l_2.r - \frac{M_2}{r^2} - n_2 - \frac{P.e_2}{r}\right)$$

$$\frac{a^3.b^5}{5r}.\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$G_{7a}(17.28) = -2l_2 . \frac{a^4.b^5}{5}$$

$$G_{7a}(20.28) = 2l_2 . \frac{a^5.b^5}{5}$$

$$G_{7a}(22.28) = \quad 2\left(\frac{l_2 . b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P . e_2}{5}\right) a^3 . b^5$$

$$G_{7a}(23.28) = -\ 2l_2 . \frac{a^6 . b^5}{5}$$

$$G_{7a}(24.28) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P . e_2}{5}\right) a^4 . b^5$$

$$G_{7a}(26.28) = \quad 2\left(\frac{l_2 . b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P . e_2}{5}\right) a^5 . b^5$$

$$G_{7a}(28.28) = -\ 2\left(\frac{l_2 . b^2}{7} - \frac{6k_2}{5} + \frac{6P . e_2}{5}\right) a^6 . b^5$$

TABLO : 22

$[G^7] =$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{5,5}$ | $G^7_{5,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{5,15}$ | 0 | $G^7_{5,17}$ | 0 | 0 | $G^7_{5,20}$ | 0 | $G^7_{5,22}$ | $G^7_{5,23}$ | $G^7_{5,24}$ | 0 | $G^7_{5,26}$ | 0 | $G^7_{5,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{6,5}$ | $G^7_{6,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{6,15}$ | 0 | $G^7_{6,17}$ | 0 | 0 | $G^7_{6,20}$ | 0 | $G^7_{6,22}$ | $G^7_{6,23}$ | $G^7_{6,24}$ | 0 | $G^7_{6,26}$ | 0 | $G^7_{6,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{7,13}$ | $G^7_{7,14}$ | 0 | $G^7_{7,16}$ | 0 | $G^7_{7,18}$ | $G^7_{7,19}$ | 0 | $G^7_{7,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{7,25}$ | 0 | $G^7_{7,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{8,13}$ | $G^7_{8,14}$ | 0 | $G^7_{8,16}$ | 0 | $G^7_{8,18}$ | $G^7_{8,19}$ | 0 | $G^7_{8,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{8,25}$ | 0 | $G^7_{8,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{9,13}$ | $G^7_{9,14}$ | 0 | $G^7_{9,16}$ | 0 | $G^7_{9,18}$ | $G^7_{9,19}$ | 0 | $G^7_{9,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{9,25}$ | 0 | $G^7_{9,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{11,13}$ | $G^7_{11,14}$ | 0 | $G^7_{11,16}$ | 0 | $G^7_{11,18}$ | $G^7_{11,19}$ | 0 | $G^7_{11,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{11,25}$ | 0 | $G^7_{11,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{13,13}$ | $G^7_{13,14}$ | 0 | $G^7_{13,16}$ | 0 | $G^7_{13,18}$ | $G^7_{13,19}$ | 0 | $G^7_{13,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{13,25}$ | 0 | $G^7_{13,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{14,13}$ | $G^7_{14,14}$ | 0 | $G^7_{14,16}$ | 0 | $G^7_{14,18}$ | $G^7_{14,19}$ | 0 | $G^7_{14,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{14,25}$ | 0 | $G^7_{14,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{15,5}$ | $G^7_{15,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{15,15}$ | 0 | $G^7_{15,17}$ | 0 | 0 | $G^7_{15,20}$ | 0 | $G^7_{15,22}$ | $G^7_{15,23}$ | $G^7_{15,24}$ | 0 | $G^7_{15,26}$ | 0 | $G^7_{15,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{16,13}$ | $G^7_{16,14}$ | 0 | $G^7_{16,16}$ | 0 | $G^7_{16,18}$ | $G^7_{16,19}$ | 0 | $G^7_{16,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{16,25}$ | 0 | $G^7_{16,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{17,5}$ | $G^7_{17,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{17,15}$ | 0 | $G^7_{17,17}$ | 0 | 0 | $G^7_{17,20}$ | 0 | $G^7_{17,22}$ | $G^7_{17,23}$ | $G^7_{17,24}$ | 0 | $G^7_{17,26}$ | 0 | $G^7_{17,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{18,13}$ | $G^7_{18,14}$ | 0 | $G^7_{18,16}$ | 0 | $G^7_{18,18}$ | $G^7_{18,19}$ | 0 | $G^7_{18,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{18,25}$ | 0 | $G^7_{18,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{19,13}$ | $G^7_{19,14}$ | 0 | $G^7_{19,16}$ | 0 | $G^7_{19,18}$ | $G^7_{19,19}$ | 0 | $G^7_{19,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{19,25}$ | 0 | $G^7_{19,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{20,5}$ | $G^7_{20,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{20,15}$ | 0 | $G^7_{20,17}$ | 0 | 0 | $G^7_{20,20}$ | 0 | $G^7_{20,22}$ | $G^7_{20,23}$ | $G^7_{20,24}$ | 0 | $G^7_{20,26}$ | 0 | $G^7_{20,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{21,13}$ | $G^7_{21,14}$ | 0 | $G^7_{21,16}$ | 0 | $G^7_{21,18}$ | $G^7_{21,19}$ | 0 | $G^7_{21,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{21,25}$ | 0 | $G^7_{21,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{22,5}$ | $G^7_{22,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{22,15}$ | 0 | $G^7_{22,17}$ | 0 | 0 | $G^7_{22,20}$ | 0 | $G^7_{22,22}$ | $G^7_{22,23}$ | $G^7_{22,24}$ | 0 | $G^7_{22,26}$ | 0 | $G^7_{22,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{23,5}$ | $G^7_{23,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{23,15}$ | 0 | $G^7_{23,17}$ | 0 | 0 | $G^7_{23,20}$ | 0 | $G^7_{23,22}$ | $G^7_{23,23}$ | $G^7_{23,24}$ | 0 | $G^7_{23,26}$ | 0 | $G^7_{23,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{24,5}$ | $G^7_{24,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{24,15}$ | 0 | $G^7_{24,17}$ | 0 | 0 | $G^7_{24,20}$ | 0 | $G^7_{24,22}$ | $G^7_{24,23}$ | $G^7_{24,24}$ | 0 | $G^7_{24,26}$ | 0 | $G^7_{24,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{25,13}$ | $G^7_{25,14}$ | 0 | $G^7_{25,16}$ | 0 | $G^7_{25,18}$ | $G^7_{25,19}$ | 0 | $G^7_{25,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{25,25}$ | 0 | $G^7_{25,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{26,5}$ | $G^7_{26,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{26,15}$ | 0 | $G^7_{26,17}$ | 0 | 0 | $G^7_{26,20}$ | 0 | $G^7_{26,22}$ | $G^7_{26,23}$ | $G^7_{26,24}$ | 0 | $G^7_{26,26}$ | 0 | $G^7_{26,28}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{27,13}$ | $G^7_{27,14}$ | 0 | $G^7_{27,16}$ | 0 | $G^7_{27,18}$ | $G^7_{27,19}$ | 0 | $G^7_{27,21}$ | 0 | 0 | 0 | $G^7_{27,25}$ | 0 | $G^7_{27,27}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{28,5}$ | $G^7_{28,6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^7_{28,15}$ | 0 | $G^7_{28,17}$ | 0 | 0 | $G^7_{28,20}$ | 0 | $G^7_{28,22}$ | $G^7_{28,23}$ | $G^7_{28,24}$ | 0 | $G^7_{28,26}$ | 0 | $G^7_{28,28}$ |

### 5.5.2.4. Dairesel Nervürün (m) Çizgisel Momentinin Matrisi :

(4.109) denkleminde (m) çizgisel momentinin potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu yazılmıştır. Bir elemana gelen çizgisel moment değerlerini türev matrisi şeklinde yazalım.

$$\delta^2 \Omega_{34} = -\int \begin{bmatrix} c_2\ddot{u} - q_2\ddot{u} - r_2 \dddot{w}' + s_2 \ddot{w}' - t_2 w' \\ p(f_2\ddot{u} - z_2 \ddot{w}') \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} \\ -\frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix} dy = -\{d\}^T \int [B]^T [J_8]^T [Y_8] [B] \{d\}\, dy \tag{5.59}$$

(4.113) denkleminden (m) çizgisel momenti aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$[Q_{e8}] = -\int [B]^T [J_8]^T [Y_8] [B]\, dy \tag{5.60}$$

Buradaki u ve w'ler x ve y'ye bağlıdır. x'ler sabit olup, x yerine $x=\pm a$ koyup, y'ye göre integral alınır.

$[J_8]$ ve $[Y_7]$ matrisi türev matristir. $[J_8]$ ve $[Y_8]$ matrisi Tablo 23 de verilmiştir.

Değişkenleri içine alan matrisleri integral matrisi şeklinde yazarız.

$$[G_8] = -\int [J_8]^T [Y_8]\, dy \tag{5.61}$$

$x=+a$ için $[G_8]$ matrisi, $x=-a$ için $[G_{8a}]$ matrisi Tablo 24 de verilmiştir.

(5.61) denklemini (5.60) denkleminde yerine ko - yarsak ;

$$[Q_{e8}] = [B]^T [G_8] [B] \tag{5.62}$$

dairesel nervürün (m) çizgisel momentinin eleman yük matrisi hesaplanmış olur.

TABLO : 23

$(\ddot{c}_2 \ddot{J} - q_2 \ddot{J} - r_2 \dddot{w} + s_2 \ddot{w} - t_2 w')$

$[J_a] =$

$= t_2 \ddot{J} - z_2 w''$

{2}

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(\ddot{c}_2 \ddot{J} - q_2 \ddot{J} - r_2 \dddot{w} + s_2 \ddot{w} - t_2 w')$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-A\sin\alpha$ | 0 | 0 | $-2q_2$ | $6q_2 y/b^2$ | $2q_2 x$ | $-6q_2 x y/b^2$ | 0 | $A\cos\alpha$ | 0 | $-2t_2 x$ | $-t_2 y$ | 0 | $-3t_2 x^2$ | $-2t_2 x y$ | B | 0 | $3t_2 x^2 y$ | $Cy$ | $B2x$ | $C2xy$ | $B3x^2$ | $C3x^2 y$ |
| $= t_2 \ddot{J} - z_2 w''$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $Dp\sin\alpha$ | 0 | 0 | $2t_2 p$ | $-6t_2 p y/b^2$ | $-2t_2 p x$ | $6t_2 p x y/b^2$ | 0 | $Dp\cos\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-2z_2 p$ | 0 | 0 | $-6z_2 p y$ | $-4z_2 p x$ | $-12z_2 p x y$ | $6z_2 p x^2$ | $18z_2 p x^2 y$ |

$$A = \frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^2} - \frac{s_2}{r^2} + t_2$$

$$B = 2s_2 - t_2 y^2$$

$$C = 6s_2 - t_2 y^2$$

$$D = \frac{t_2}{r} + \frac{z_2}{r^2}$$

$[Y_a] =$

{a}

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-W'$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\sin\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\cos\alpha$ | 0 | $-2x$ | $-y$ | 0 | $-3x^2$ | $-2xy$ | $-y^2$ | 0 | $-3x^2 y$ | $-y^3$ | $-2xy^3$ | $-2xy^3$ | $-3x^2y^2$ | $-3x^2y^3$ |
| $-W'$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\sin\alpha$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\cos\alpha$ | 0 | $-2x$ | $-y$ | 0 | $-3x^2$ | $-2xy$ | $-y^2$ | 0 | $-3x^2 y$ | $-y^3$ | $-2xy^3$ | $-2xy^3$ | $-3x^2y^2$ | $-3x^2y^3$ |

Dairesel Nervürün (m) Çizgisel Momentinin Integral Matrisinin Alınması :

Burada x'ler sabit olup ; x = +a koyup y'ye göre integral alarak m çizgisel momentinin integral matrisini hesaplamış oluruz.

$$G_8(6.6) = -2\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{s_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r^2} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right)\frac{b^3}{3r^2}$$

$$G_8(10.6) = 4(q_2 - f_2.P)\frac{b}{r}$$

$$G_8(12.6) = -4(q_2 - f_2.P)\frac{ab}{r}$$

$$G_8(17.6) = -2t_2.\frac{b^3}{3r}$$

$$G_8(20.6) = -4t_2.\frac{ab^3}{3r}$$

$$G_8(23.6) = -2t_2.\frac{a^2.b^3}{r}$$

$$G_8(24.6) = 2\left(2s_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P\right)\frac{b^3}{r}$$

$$G_8(26.6) = 4\left(2s_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P\right)\frac{a.b^3}{r}$$

$$G_8(28.6) = 6\left(2s_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P\right)\frac{a^2.b^3}{r}$$

$$G_8(9.14) = -4(q_2 - f_2.P)\,b$$

$$G_8(11.14) = 4(q_2 - f_2.P)\,ab$$

$$G_8(14.14) = -2\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right) b$$

$$G_8(16.14) = -4t_2.a.b$$

$$G_8(19.14) = -6t_2.a^2.b$$

$$G_8(21.14) = 2(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\,b$$

$$G_8(25.14) = 4(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\,ab$$

$$G_8(27.14) = 6(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\,a^2b$$

$$G_8(9.16) = -8(q_2 - f_2.P)\,ab$$

$$G_8(11.16) = 8(q_2 - f_2.P)\,a^2.b$$

$$G_8(14.16) = -4\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r^2} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right) a.b$$

$$G_8(16.16) = -8t_2.a^2.b$$

$$G_8(19.16) = -12.t_2.a^3.b$$

$$G_8(21.16) = 4(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\,ab$$

$$G_8(25.16) = 8(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\ a^2.b$$

$$G_8(27.16) = 12(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\ a^3.b$$

$$G_8(6.17) = -\ 2(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r^2} - \frac{Z_2.P}{r^2})\ \frac{b^3}{3r}$$

$$G_8(10.17) = 4(q_2 - f_2.P)\ b$$

$$G_8(12.17) = -\ 4(q_2 - f_2.P)\ ab$$

$$G_8(17.17) = -\ 2t_2\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_8(20.17) = -\ 4t_2\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_8(23.17) = -\ 2t_2 a^2.b^3$$

$$G_8(24.17) = 2(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ b^3$$

$$G_8(26.17) = 4(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ ab^3$$

$$G_8(28.17) = 6(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ a^2.b^3$$

$$G_8(9.19) = -\ 12.(q_2 - f_2.P)\ a^2.b$$

$$G_8(11.19) = 12.(q_2 - f_2.P)\ a^3.b$$

$$G_8(14.19) = -\ 6(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r})a^2.b$$

$$G_8(16.19) = -\ 12.t_2.a^3.b$$

$$G_8(19.19) = -\ 18.t_2.a^4.b$$

$$G_8(21.19) = \ 6.(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\ a^2.b$$

$$G_8(25.19) = \ 12.(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\ a^3.b$$

$$G_8(27.19) = \ 18.(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\ a^4.b$$

$$G_8(6.20) = -\ 4(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2})\ \frac{ab^3}{3r}$$

$$G_8(10.20) = \ 8(q_2 - f_2.P)\ ab$$

$$G_8(12.20) = -\ 8(q_2 - f_2.P)\ a^2.b$$

$$G_8(17.20) = -\ 4t_2.\ \frac{a.b^3}{3}$$

$$G_8(20.20) = -\ 8t_2.\ \frac{a^2.b^3}{3}$$

$$G_8(23.20) = -\ 4t_2.a^3.b^3$$

$$G_8(24.20) = \ 4(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ ab^3$$

$$G_8(26.20) = \ 8(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ a^2.b^3$$

$$G_8(28.20) = \ 12.(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ a^3.b^3$$

$$G_8(9.21) = -4(q_2 - f_2.P)\frac{b^3}{3}$$

$$G_8(11.21) = 4(q_2 - f_2.P)\frac{ab^3}{3}$$

$$G_8(14.21) = -2\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right)\frac{b^3}{3}$$

$$G_8(16.21) = -4t_2\frac{ab^3}{3}$$

$$G_8(19.21) = -2t_2.a^2.b^3$$

$$G_8(21.21) = 2\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) b^3$$

$$G_8(25.21) = 4\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) ab^3$$

$$G_8(27.21) = 6\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a^2.b^3$$

$$G_8(6.23) = -2\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right)\frac{a^2.b^3}{r}$$

$$G_8(10.23) = 12.(q_2 - f_2.P)\, a^2b$$

$$G_8(12.23) = -12.(q_2 - f_2.P)\, a^3b$$

$$G_8(17.23) = -2t_2.a^2.b^3$$

$$G_8(20.23) = -\ 2t_2.a^3b^3$$

$$G_8(23.23) = -\ 6t_2.a^4b^3$$

$$G_8(24.23) = \ 6(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ a^2.b^3$$

$$G_8(26.23) = \ 12.(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)a^3b^3$$

$$G_8(28.23) = \ 18\ (2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ a^4b^3$$

$$G_8(6.24) \ = -\ 2(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} -$$

$$- \frac{Z_2.P}{r^2})\ \frac{b^5}{5r}$$

$$G_8(10.24) = \ 12(q_2 - f_2.P)\ \frac{b^3}{5}$$

$$G_8(12.24) = -12(q_2 - f_2.P)\ \frac{ab^3}{5}$$

$$G_8(17.24) = -\ 2t_2.\ \frac{b^5}{5}$$

$$G_8(20.24) = -\ 4t_2.\ \frac{ab^5}{5}$$

$$G_8(23.24) = -\ 6t_2.\ \frac{a^2.b^5}{5}$$

$$G_8(24.24) = \ 2(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\ )\ b^5$$

$$G_8(26.24) = 4\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right) ab^5$$

$$G_8(28.24) = 6\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right) a^2.b^5$$

$$G_8(9.25) = -\,8(q_2 - f_2.P)\,\frac{a.b^3}{3}$$

$$G_8(11.25) = 8(q_2 - f_2.P)\,\frac{a^2.b^3}{3}$$

$$G_8(14.25) = -\,4\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r^2} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right) \frac{a.b^3}{3}$$

$$G_8(16.25) = -\,8t_2\,\frac{a^2.b^3}{3}$$

$$G_8(19.25) = -\,4t_2.a^3.b^3$$

$$G_8(21.25) = 4\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a.b^3$$

$$G_8(25.25) = 8\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a^2.b^3$$

$$G_8(27.25) = 12\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a^3.b^3$$

$$G_8(6.26) = -\,4\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right) \frac{a.b^5}{5r}$$

$$G_8(10.26) = \quad 24(q_2 - f_2.P)\,\frac{ab^3}{5}$$

$$G_8(12.26) = -\,24(q_2 - f_2.P)\,\frac{a^2.b^3}{5}$$

$$G_8(17.26) = -\,4t_2.\,\frac{ab^5}{5}$$

$$G_8(20.26) = -\,8t_2.\,\frac{a^2.b^5}{5}$$

$$G_8(23.26) = -\,12.t_2.\,\frac{a^3.b^5}{5}$$

$$G_8(24.26) = \quad 4\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right)ab^5$$

$$G_8(26.26) = \quad 8\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right)a^2b^5$$

$$G_8(28.26) = \quad 12\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right)a^3b^5$$

$$G_8(9.27) = -\,4(q_2 - f_2.P)\,a^2.b^3$$

$$G_8(11.27) = \quad 4(q_2 - f_2.P)\,a^3.b^3$$

$$G_8(14.27) = -\,2\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right)a^2.b^3$$

$$G_8(16.27) = -\,4t_2.a^3.b^3$$

$$G_8(19.27) = -\,6t_2.a^4.b^3$$

$$G_8(21.27) = 6\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a^2.b^3$$

$$G_8(25.27) = 12\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a^3.b^3$$

$$G_8(27.27) = 18\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a^4.b^3$$

$$G_8(6.28) = -6\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right) \frac{a^2.b^5}{5r}$$

$$G_8(10.28) = 36(q_2 - f_2.P) \frac{a^2.b^3}{5}$$

$$G_8(12.28) = -36(q_2 - f_2.P) \frac{a^3.b^3}{5}$$

$$G_8(17.28) = -6t_2.\frac{a^2.b^5}{5}$$

$$G_8(20.28) = -12.t_2.\frac{a^3.b^5}{5}$$

$$G_8(23.28) = -18.t_2.\frac{a^4.b^5}{5}$$

$$G_8(24.28) = 6\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right) a^2.b^5$$

$$G_8(26.28) = 12.\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right) a^3.b^5$$

$$G_8(28.28) = 18.\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right) a^4.b^5$$

$x = -a$ için Dairesel Kirişin m çizgisel Momentinin İntegral Matrisi ise ;

$$G_{8a}(6.6) = -2\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^4} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right)\frac{b^3}{3r^2}$$

$$G_{8a}(10.6) = 4(q_2 - f_2.P)\,\frac{b}{r}$$

$$G_{8a}(12.6) = 4(q_2 - f_2.P)\,\frac{ab}{r}$$

$$G_{8a}(17.6) = -2t_2.\frac{b^3}{3r}$$

$$G_{8a}(20.6) = -4t_2.\frac{ab^3}{3r}$$

$$G_{8a}(23.6) = -2t_2.\frac{a^2.b^3}{r}$$

$$G_{8a}(24.6) = 2\left(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P\right)\frac{b^3}{r}$$

$$G_{8a}(26.6) = -4\left(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P\right)\frac{ab^3}{r}$$

$$G_{8a}(28.6) = 6\left(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P\right)\frac{a^2b^3}{r}$$

$$G_{8a}(9.14) = -4(q_2 - f_2.P)\,b$$

$$G_{8a}(11.14) = -4(q_2 - f_2.P)\,ab$$

$$G_{8a}(14.14) = -\,2\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{s_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right) b$$

$$G_{8a}(16.14) = \;\; 4t_2.ab$$

$$G_{8a}(19.14) = -\,6t_2.a^2.b$$

$$G_{8a}(21.14) = \;\; 2(2s_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\, b$$

$$G_{8a}(25.14) = -\,4(2s_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\, ab$$

$$G_{8a}(27.14) = \;\; 6(2s_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\, a^2.b$$

$$G_{8a}(9.16) = \;\; 8(q_2 - f_2.P)\, ab$$

$$G_{8a}(11.16) = \;\; 8(q_2 - f_2.P)\, a^2.b$$

$$G_{8a}(14.16) = \;\; 4\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{s_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right) ab$$

$$G_{8a}(16.16) = -\,8t_2.a^2.b$$

$$G_{8a}(19.16) = \;\; 12t_2.a^3.b$$

$$G_{8a}(21.16) = -\,4(2s_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\, ab$$

$$G_{8a}(25.16) = \;\; 8(2s_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\, a^2.b$$

$$G_{8a}(27.16) = -\,12(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\ a^3.b$$

$$G_{8a}(6.17) = -\,2(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2})\ \frac{b^3}{3r}$$

$$G_{8a}(10.17) = 4(q_2 - f_2.P)\ b$$

$$G_{8a}(12.17) = 4(q_2 - f_2.P)\ ab$$

$$G_{8a}(17.17) = -\,2t_2.\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_{8a}(20.17) = 4t_2.\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{8a}(23.17) = -\,2t_2.a^2.b^3$$

$$G_{8a}(24.17) = 2(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ b^3$$

$$G_{8a}(26.17) = -\,4(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ ab^3$$

$$G_{8a}(28.17) = 6(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ a^2.b^3$$

$$G_{8a}(9.19) = -12(q_2 - f_2.P)\ a^2.b$$

$$G_{8a}(11.19) = -12(q_2 - f_2.P)\ a^3.b$$

$$G_{8a}(14.19) = -\,6(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2})\,a^2.b$$

$$G_{8a}(16.19) = 12t_2.a^3.b$$

$$G_{8a}(19.19) = -18t_2.a^4.b$$

$$G_{8a}(21.19) = 6(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\ a^2.b$$

$$G_{8a}(25.19) = -12(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\ a^3.b$$

$$G_{8a}(27.19) = 18(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{3} - 2Z_2.P)\ a^4.b$$

$$G_{8a}(6.20) = 4(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2})\ \frac{ab^3}{3r}$$

$$G_{8a}(10.20) = -8(q_2 - f_2.P)\ ab$$

$$G_{8a}(12.20) = -8(q_2 - f_2.P)\ a^2.b$$

$$G_{8a}(17.20) = 4t_2.\frac{ab^3}{3}$$

$$G_{8a}(20.20) = -8t_2.\frac{a^2.b^3}{3}$$

$$G_{8a}(23.20) = 4t_2.a^3.b^3$$

$$G_{8a}(24.20) = -4(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ ab^3$$

$$G_{8a}(26.20) = 8(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ a^2.b^3$$

$$G_{8a}(28.20) = -12(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ a^3.b^3$$

$$G_{8a}(9.21) = -4(q_2 - f_2.P)\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_{8a}(11.21) = -4(q_2 - f_2.P)\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{8a}(14.21) = -2(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2})\ \frac{b^3}{3}$$

$$G_{8a}(16.21) = 4t_2.\ \frac{ab^3}{3}$$

$$G_{8a}(19.21) = -2t_2.a^2.b^3$$

$$G_{8a}(21.21) = 2(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3})\ b^3$$

$$G_{8a}(25.21) = -4(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3})\ ab^3$$

$$G_{8a}(27.21) = 6(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3})\ a^2.b^3$$

$$G_{8a}(6.23) = -2(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2})\ \frac{a^2.b^3}{r}$$

$$G_{8a}(10.23) = 12(q_2 - f_2.P)\ a^2.b$$

$$G_{8a}(12.23) = 12(q_2 - f_2.P)\ a^3.b$$

$$G_{8a}(17.23) = -\ 2t_2.a^2.b^3$$

$$G_{8a}(20.23) = \ 4t_2.a^3.b^3$$

$$G_{8a}(23.23) = -\ 6t_2.a^4.b^3$$

$$G_{8a}(24.23) = \ 6(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ a^2.b^3$$

$$G_{8a}(26.23) = -12(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ a^3.b^3$$

$$G_{8a}(28.23) = \ 18(2S_2 - \frac{t_2.b^2}{5} - 2Z_2.P)\ a^4.b^3$$

$$G_{8a}(6.24) = -\ 2(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2})\ \frac{b^5}{5r}$$

$$G_{8a}(10.24) = \ 12(q_2 - f_2.P)\ \frac{b^3}{5}$$

$$G_{8a}(12.24) = \ 12(q_2 - f_2.P)\ \frac{ab^3}{5}$$

$$G_{8a}(17.24) = -\ 2t_2.\ \frac{b^5}{5}$$

$$G_{8a}(20.24) = \ 4t_2.\ \frac{ab^5}{5}$$

$$G_{8a}(23.24) = -\ 6t_2.\ \frac{a^2.b^5}{5}$$

$$G_{8a}(24.24) = \ 2(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5})\ b^5$$

$$G_{8a}(26.24) = -4\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right) ab^5$$

$$G_{8a}(28.24) = 6\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right) a^2.b^5$$

$$G_{8a}(9.25) = 8(q_2 - f_2.P)\frac{ab^3}{3}$$

$$G_{8a}(11.25) = 8(q_2 - f_2.P)\frac{a^2.b^3}{3}$$

$$G_{8a}(14.25) = 4\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right)\frac{ab^3}{3}$$

$$G_{8a}(16.25) = -8t_2.\frac{a^2.b^3}{3}$$

$$G_{8a}(19.25) = 4t_2.a^3.b^3$$

$$G_{8a}(21.25) = -4\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) ab^3$$

$$G_{8a}(25.25) = 8\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a^2.b^3$$

$$G_{8a}(27.25) = -12\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a^3.b^3$$

$$G_{8a}(6.26) = 4\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right)\frac{ab^5}{5r}$$

$$G_{8a}(10.26) = -\ 24(q_2 - f_2.P)\ \frac{ab^3}{5}$$

$$G_{8a}(12.26) = -\ 24(q_2 - f_2.P)\ \frac{a^2.b^3}{5}$$

$$G_{8a}(17.26) = \quad 4t_2.\ \frac{ab^5}{5}$$

$$G_{8a}(20.26) = -\ \ 8t_2.\ \frac{a^2.b^5}{5}$$

$$G_{8a}(23.26) = \quad 12t_2.\ \frac{a^3.b^5}{5}$$

$$G_{8a}(24.26) = -\ \ 4(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\ )\ ab^5$$

$$G_{8a}(26.26) = \quad 8(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\ )\ a^2.b^5$$

$$G_{8a}(28.26) = -\ 12(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\ )\ a^3.b^5$$

$$G_{8a}(9.27) = -\ 4(q_2 - f_2.P)\ a^2.b^3$$

$$G_{8a}(11.27) = -\ 4(q_2 - f_2.P)\ a^3.b^3$$

$$G_{8a}(14.27) = -\ 2(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\ )\ a^2.b^3$$

$$G_{8a}(16.27) = \quad 4t_2.a^3.b^3$$

$$G_{8a}(19.27) = -\ 6t_2.a^4.b^3$$

$$G_{8a}(21.27) = 6\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a^2.b^3$$

$$G_{8a}(25.27) = -12\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a^3.b^3$$

$$G_{8a}(27.27) = 18\left(\frac{2S_2}{3} - \frac{t_2.b^2}{5} - \frac{2Z_2.P}{3}\right) a^4 b^3$$

$$G_{8a}(6.28) = -6\left(\frac{c_2}{r^3} + \frac{q_2}{r} + \frac{r_2}{r^4} + \frac{S_2}{r^2} + t_2 - \frac{f_2.P}{r} - \frac{Z_2.P}{r^2}\right)\frac{a^2.b^5}{5r}$$

$$G_{8a}(10.28) = 36(q_2 - f_2.P)\,\frac{a^2.b^3}{5}$$

$$G_{8a}(12.28) = 36(q_2 - f_2.P)\,\frac{a^3.b^3}{5}$$

$$G_{8a}(17.28) = -6t_2.\,\frac{a^2.b^5}{5}$$

$$G_{8a}(20.28) = 12t_2.\,\frac{a^3.b^5}{5}$$

$$G_{8a}(23.28) = -\,18t_2.\frac{a^4.b^5}{5}$$

$$G_{8a}(24.28) = 6\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right) a^2.b^5$$

$$G_{8a}(26.28) = -12\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right) a^3.b^5$$

$$G_{8a}(28.28) = 18\left(\frac{6S_2}{5} - \frac{t_2.b^2}{7} - \frac{6Z_2.P}{5}\right) a^4.b^5$$

TABLO : 24

$[G_g] =$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | 0 | 0 | $G^0$ | $G^0$ | 0 | $G^0$ | 0 | $G^0$ |

## 5.6. ELEMANLARIN BİRLEŞTİRİLMESİ VE SİSTEMİN HESABI

Global sisteme geçiş biriktirme metodu ile yapılmıştır.

$$\delta^2 V = \{d_s\}^T \{ [K] + \lambda ( [N] + [Q] + [Q_1] + [Q_2] + [Q_3] + [Q_4] + [Q_5] + [Q_6] + [Q_7] + [Q_8] ) \} \{d_s\} = 0 \qquad (5.63)$$

[ K ] : Sistemin rijitlik matrisi

[ N ] : Sistemin geometrik yük matrisi

[ Q ] : Sistemin hidrostatik basınç yükünün matrisi

$[Q_j]$ : Sistemin boyuna nervürün çizgisel yük matrisleri
($j=1,2,3,4$)

$[Q_i]$ : Sistemin dairesel nervürün çizgisel yük matrisleridir.
($i=5,6,7,8$)

Her elemana [K], [N] ve [Q] matrisleri tesir etmektedir. Çizgisel yükler her elemana girmemekte, bu yüklerin tesir edişine göre elemanlar çeşitli gruba ayrılmaktadır.

Birinci grup elemanlarda sadece [K], [N] ve [Q] matrisleri vardır. İkinci grup elemanlarda [K], [N] ve [Q] matrisleri ile, dairesel nervürün $x=+a$ değerine tekabül eden $[Q_5]$, $[Q_6]$, $[Q_7]$ ve $[Q_8]$ matrisleri vardır. Üçüncü grup elemanlarda [K], [N] ve [Q] matrisleri ile, dairesel nervürün $x=-a$ değerine tekabül eden $[Q_{5a}]$, $[Q_{6a}]$, $[Q_{7a}]$, $[Q_{8a}]$ matrisleri vardır. Dördüncü grup elemanlarda [K], [N] ve [Q] matrisleri ile $y=-b$

değerine tekabül eden $[Q_{1a}]$, $[Q_{2a}]$, $[Q_{3a}]$ ve $[Q_{4a}]$ matrisleri vardır. Beşinci grup elemanlarda $[K]$, $[N]$ ve $[Q]$ matrisleri ile y=-b değerine tekabül eden $[Q_{1a}]$, $[Q_{2a}]$ $[Q_{3a}]$ ve $[Q_{4a}]$ matrisleri, x=+a değerine tekabül eden $[Q_5]$, $[Q_6]$, $[Q_7]$, ve $[Q_8]$ matrisleri vardır. Altıncı grup elemanlarda $[K]$, $[N]$ ve $[Q]$ matrisleri ile y=-b değerine tekabül eden $[Q_{1a}]$, $[Q_{2a}]$, $[Q_{3a}]$ ve $[Q_{4a}]$ matrisleri, x=-a değerine tekabül eden $[Q_{5a}]$, $[Q_{6a}]$, $[Q_{7a}]$ ve $[Q_{8a}]$ matrisleri vardır. Yedinci grup elemanda $[K]$, $[N]$ ve $[Q]$ matrisleri ile y=+b değerine tekabül eden $[Q_1]$, $[Q_2]$, $[Q_3]$ ve $[Q_4]$ matrisleri vardır. Sekizinci grup elemanda $[K]$, $[N]$ ve $[Q]$ matrisleri ile x=+a değerine tekabül eden $[Q_5]$, $[Q_6]$, $[Q_7]$ ve $[Q_8]$ matrisleri, y=+b değerine tekabül eden $[Q_1]$, $[Q_2]$, $[Q_3]$ ve $[Q_4]$ matrisleri vardır. Dokuzuncu grup elemanlarda ise $[K]$, $[N]$ ve $[Q]$ matrisleri ile x=-a değerine tekabül eden $[Q_{5a}]$, $[Q_{6a}]$, $[Q_{7a}]$ ve $[Q_{8a}]$ matrisleri, y=+b değerine tekabül eden $[Q_1]$, $[Q_2]$, $[Q_3]$ ve $[Q_4]$ matrisleri vardır.

Elde edilen denklem takımına problemin sınır şartları konur.

Sistemin ilk konumunun kararsız hale gelmesi ve $\{d_s\} = 0$ dan farklı kararlı bir başka denge konumunun bulunması için yukardaki denklem takımının katsayılar $(\Delta)$ determinantının sıfır olmasını gerektirir. $(\Delta)$ determinantını sıfır yapan yük kritik yüktür. Bisection metodu ile hesaplanır.

TABLO : 25

| Eleman Tipi | $[K]\,[N]\,[Q]$ | Boyuna Nervür $[Q_1]\,[Q_2]\,[Q_3]\,[Q_4]$ | Dairesel Nervür $[Q_5]\,[Q_6]\,[Q_7]\,[Q_8]$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $[K]\,[N]\,[Q]$ | — | — |
| 2 | $[K]\,[N]\,[Q]$ | — | $[Q_5]\,[Q_6]\,[Q_7]\,[Q_8]$ (a,b) |
| 3 | $[K]\,[N]\,[Q]$ | — | $[Q_{5a}]\,[Q_{6a}]\,[Q_{7a}]\,[Q_{8a}]$ (-a,b) |
| 4 | $[K]\,[N]\,[Q]$ | $[Q_{1a}]\,[Q_{2a}]\,[Q_{3a}]\,[Q_{4a}]$ (a,-b) | — |
| 5 | $[K]\,[N]\,[Q]$ | $[Q_{1a}]\,[Q_{2a}]\,[Q_{3a}]\,[Q_{4a}]$ (a,-b) | $[Q_5]\,[Q_6]\,[Q_7]\,[Q_8]$ (a,b) |
| 6 | $[K]\,[N]\,[Q]$ | $[Q_{1a}]\,[Q_{2a}]\,[Q_{3a}]\,[Q_{4a}]$ (a,-b) | $[Q_{5a}]\,[Q_{6a}]\,[Q_{7a}]\,[Q_{8a}]$ (-a,b) |
| 7 | $[K]\,[N]\,[Q]$ | $[Q_1]\,[Q_2]\,[Q_3]\,[Q_4]$ (a, b) | — |
| 8 | $[K]\,[N]\,[Q]$ | $[Q_1]\,[Q_2]\,[Q_3]\,[Q_4]$ (a, b) | $[Q_5]\,[Q_6]\,[Q_7]\,[Q_8]$ (a,b) |
| 9 | $[K]\,[N]\,[Q]$ | $[Q_1]\,[Q_2]\,[Q_3]\,[Q_4]$ (a, b) | $[Q_{5a}]\,[Q_{6a}]\,[Q_{7a}]\,[Q_{8a}]$ (-a,b) |

# BÖLÜM - 6

## ELEKTRONİK HESAP MAKİNASI PROGRAMLARI

### 6.1. GENEL BİLGİLER

Önceki bölümlerde anlatılan iki doğrultuda nervürlü dairesel silindirik kabukların, tek eğrilikli dikdörtgen sonlu eleman kullanarak, sonlu elemanlar metodu ile stabilite hesabı için bir elektronik hesap makinası programı hazırlanmış ve FORTRAN IV dilinde kodlandırılmıştır. Program uygulaması için Burroughs 3700 elektronik hesap makinası kullanılmıştır.

Programı, makinanın hafızasına sığdırabilmek için segment ve ekivalans olanaklarından yararlanılmış ve böylece 487 KD ile sınırda kalınmıştır. Bilindiği gibi makinanın pratik olarak işlemde ayırdığı hafıza 490 KD civarındadır.

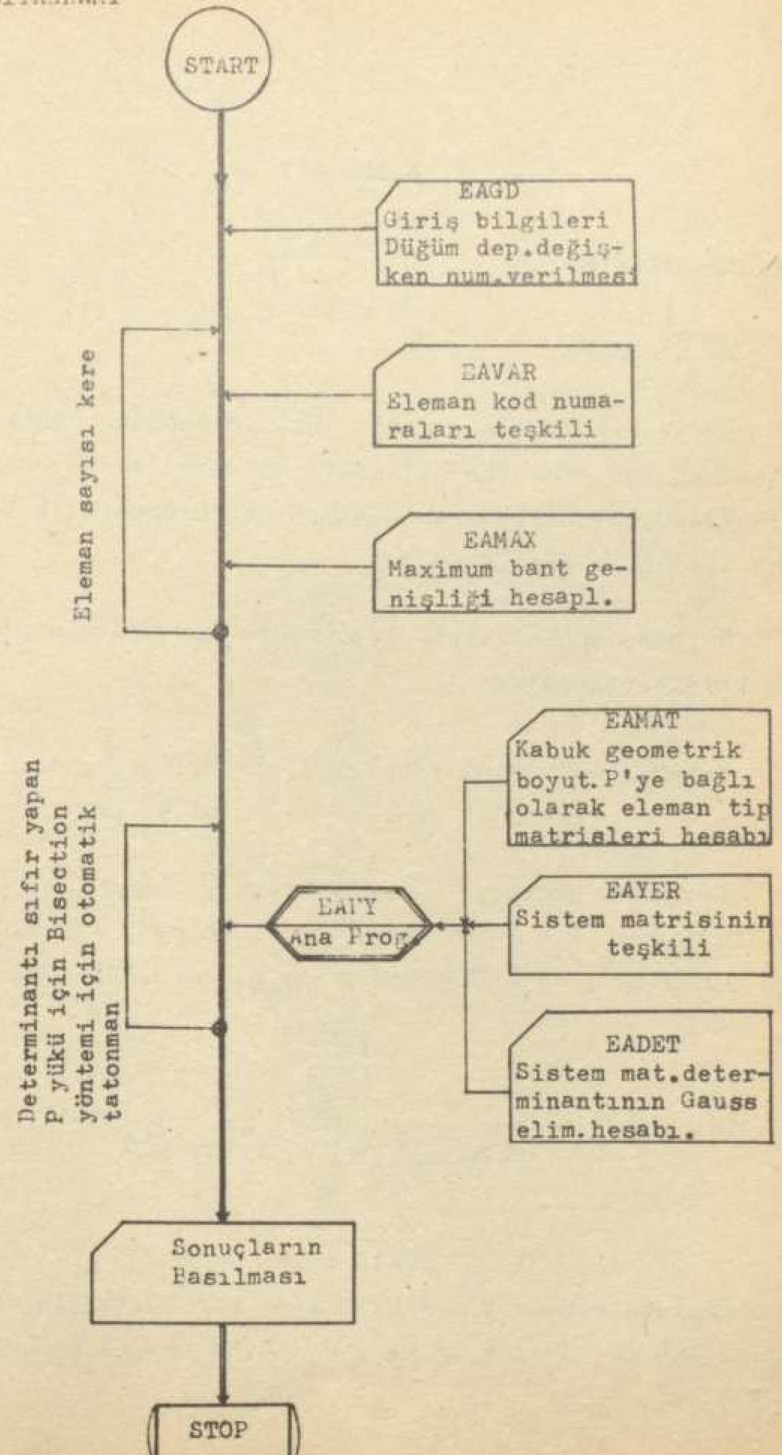
Programda kullandığımız invers programı, inversi alınacak matrisin köşegenleri üzerinde çok zayıf veya sıfır terimleri olması halinde de geçerli olmaktadır. Bizim problemimizde de matrisimiz bu karakterdedir. Problemimizin sistem rijitlik matrisi simetrik olmayan bant genişliğine sahip olduğundan Gauss eliminasyonuna dayanan genel bir program hazırlanmış ve diske yazılmıştır. Determinantı sıfır yapan kritik değeri kullanmak için, Bisection tatonman programı kullanılmıştır.

## 6.2. PROGRAMIN KULLANMA ALANI

Hazırlanan program değişik yük ve sınır şartlarını da içerecek şekilde, aşağıdaki durumlara uygulanabilir.

- İki yönde ayrık nervürlü silindirik kabukların stabilite hesabında
- İki yönde sık nervürlü silindirik kabukların stabilite hesabında
- Tek yönde (sık veya ayrık) nervürlü silindirik kabukların stabilite hesabında
- Nervürsüz, izotrop, silindirik kabuk stabilite hesabında
- Yukarıdaki tüm şıkları içerecek biçimde plak stabilite hesabında
- Bazı alt programları iptal edip, bir alt program ilavesiyle, izotrop veya ortotrop silindirik kabukların statik hesaplarında

## 6.3. AKIŞ DİYAGRAMI



BÖLÜM - 7

SAYISAL ÖRNEKLER

ÖRNEK : 1

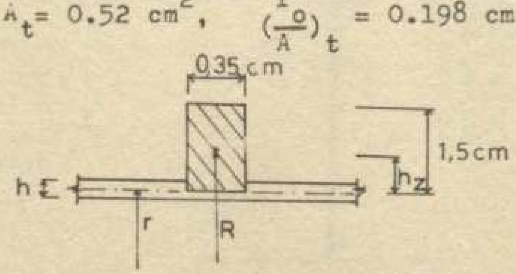
Kabuk karakteristikleri, yükü ve aşağıda şekli görülen iki ucu ankastre mesnetli, dairesel ve boyuna nervürlü dairesel silindirik kabuğun P hidrostatik basınç yükü altında stabilite hesabı.

Malzeme özellikleri, kabuğun ve nervürlerin geometrik karakteristikleri :

Kabuk ; $E = 2100\ t/cm^2$, $\nu = 0.167$, $h = 0.2$ cm

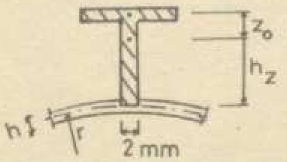
$r = 20.1$ cm , $L = 61.95$ cm.

Dairesel nervür, $E = 2100\ t/cm^2$, $\nu = 0.167$,
$h_z = 0.75$ cm, $R = 20.85$ cm, $J_x = 0.098\ cm^4$, $J_z = 0.005 cm^4$,
$J_d = 0.021\ cm^4$, $A_t = 0.52\ cm^2$, $\left(\frac{I_o}{A}\right)_t = 0.198\ cm^2$.

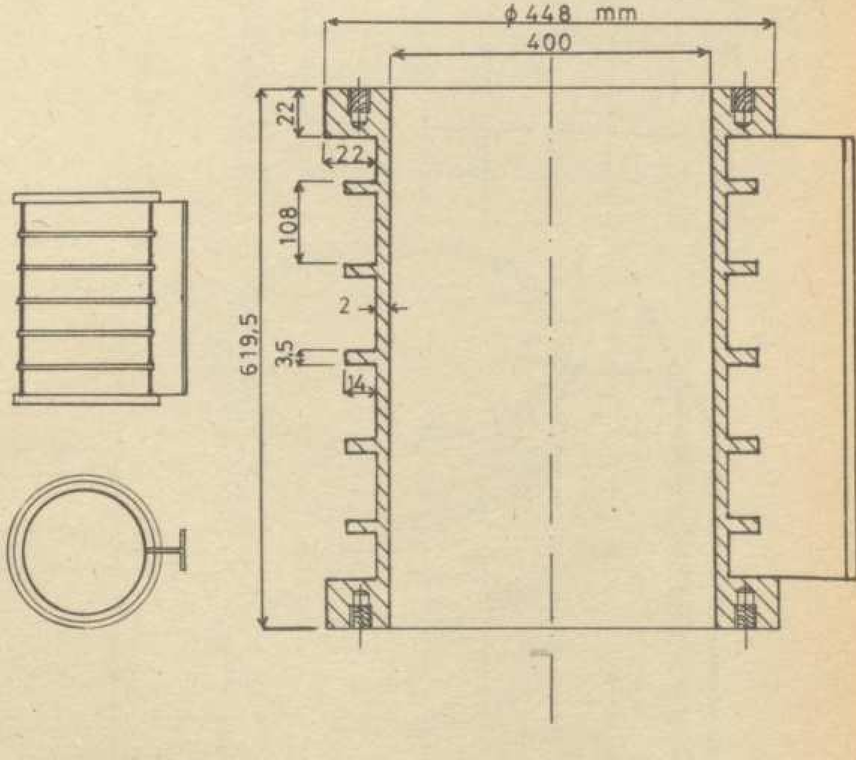



ŞEKİL : 14

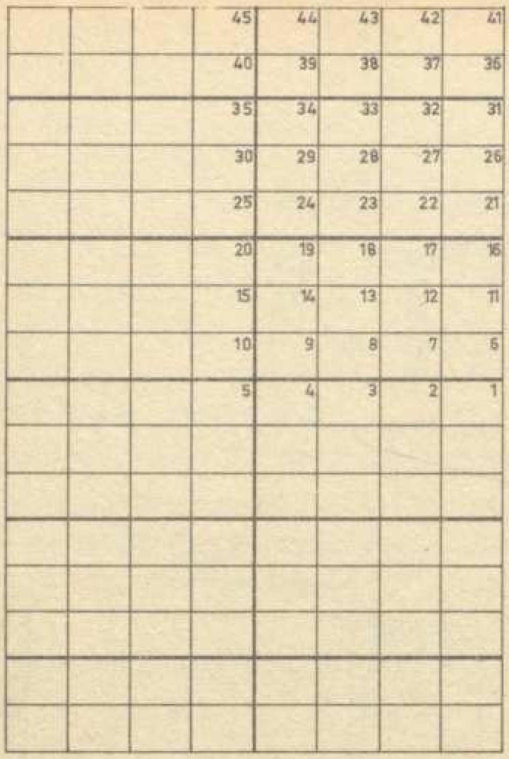
Boyuna nervür ; $E = 2100\ t/cm^2$, $\nu = 0.167$, $h_z = 6.135$cm,
$z_o = 2.465$ cm, $J_y = 24.18\ cm^4$, $J_z = 4.58\ cm^4$, $J_d = 0.04\ cm^4$,
$A_s = 3\ cm^2$, $\left(\frac{I_o}{A}\right)_s = 15.66\ cm^2$



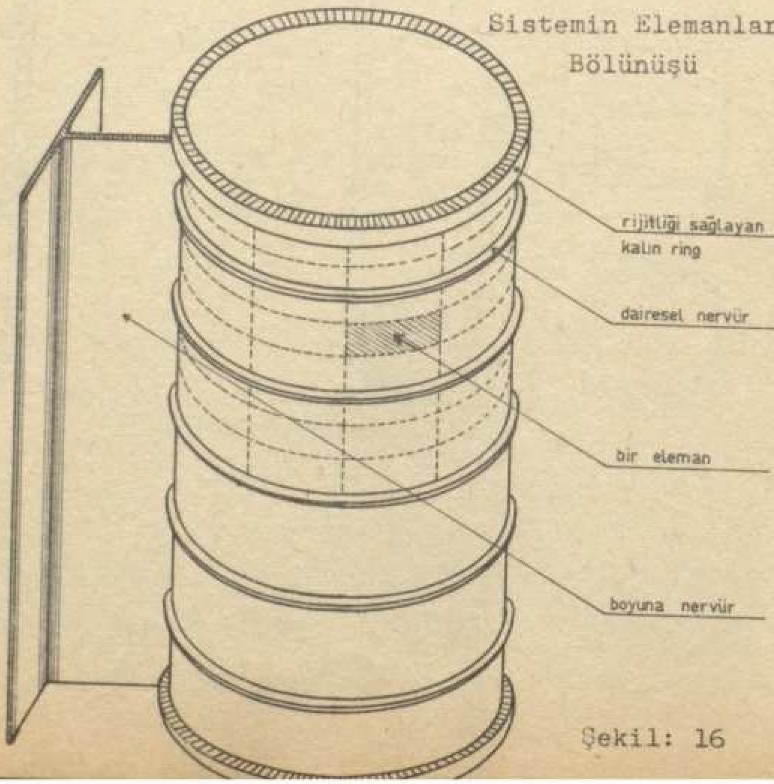

Seçilen eleman boyutları ; a = 1.8 cm, b = 7.89cm. $\theta = 22^{o}31'$.



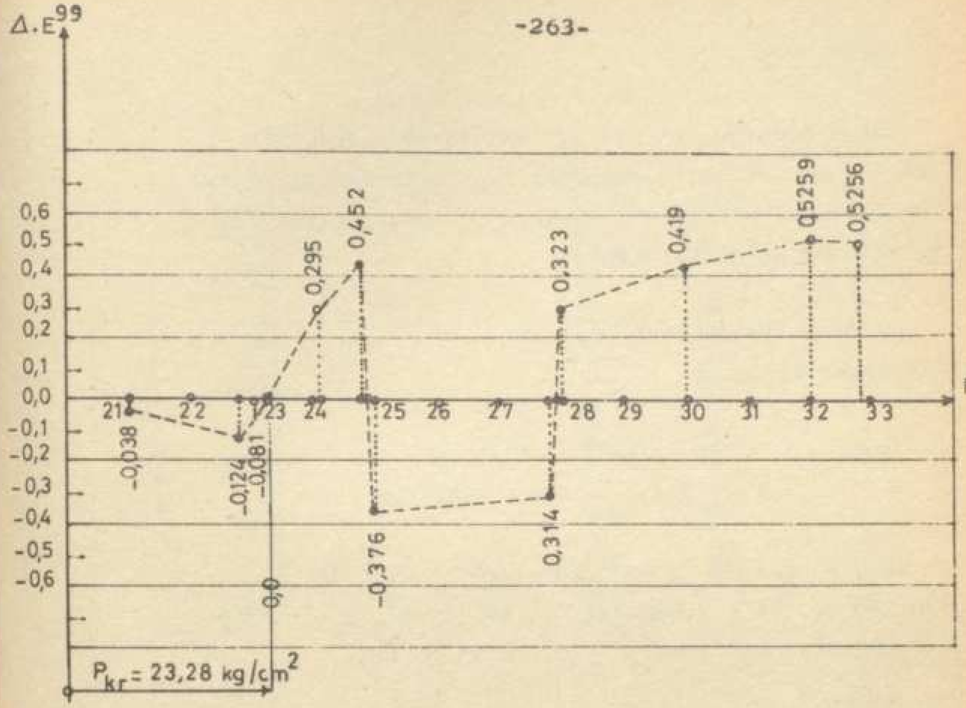

ŞEKİL : 15




Sistemin Elemanlara Bölünüşü




Şekil: 16




| P ton / cm$^2$ | Δ Determinant değerleri | Modlar |
|---|---|---|
| 0,0210 | −0,038364 $\times$ E$^{99}$ | |
| 0,0228 | −0,124724 " | |
| 0,0230 | −0,081883 " | |
| $P_{kr}$=0,02328 | 0,000000 | 1. MOD |
| 0,0241 | +0,295648 " | |
| 0,02475 | +0,452398 " | |
| 0,02485 | 0,000000 | 2. MOD |
| 0,0250 | −0,376299 " | |
| 0,0278 | −0,314414 " | |
| 0,02790 | 0,000000 | 3. MOD |
| 0,028 | +0,323129 " | |
| 0,030 | +0,419959 " | |
| 0,032 | +0,525907 " | |
| 0,0328 | +0,525617 " | |
| MUKAYESE | DENEY SONUCU | $P_{kr}$ = 0,0228 |

Sonlu elemanlar ile bulduğumuz $P_{kr}$ değeri 23.28 Kg/cm$^2$.dir. Deney sonucu [13] literatüründe bulunan $P_{kr}$ değeri 22.8 Kg/cm$^2$ dir. Sonuç % 2.1 yaklaşıklıkla ve emniyetli tarafta kalarak bulunmuştur.

ÖRNEK : 2

Kabuk karakteristikleri, yükü ve aşağıda şekli görülen iki ucu ankastre mesnetli, dairesel ve boyuna nervürlü dairesel silindirik kabuğun P hidrostatik basınç yükü altında stabilite hesabı.

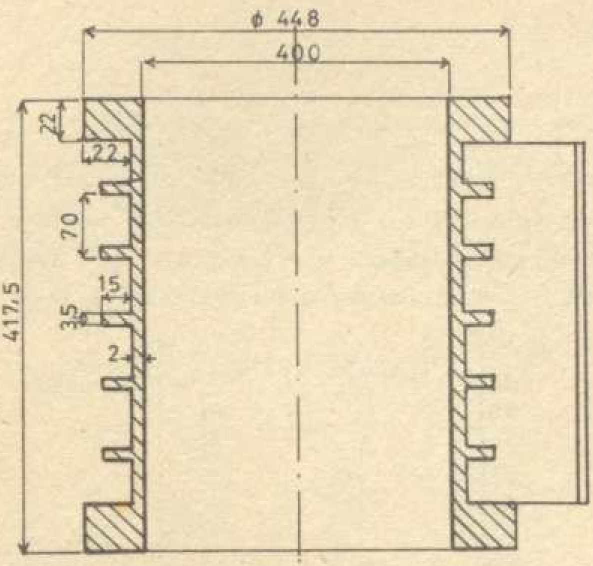
Malzeme özellikleri, kabuğun ve nervürlerin geometrik karakteristikleri ;

Kabuk ; $E = 2100\ t/cm^2$, $\nu = 0.167$, $h = 0.2$ cm.
$r = 20.1$ cm. $L = 41.75$ cm,

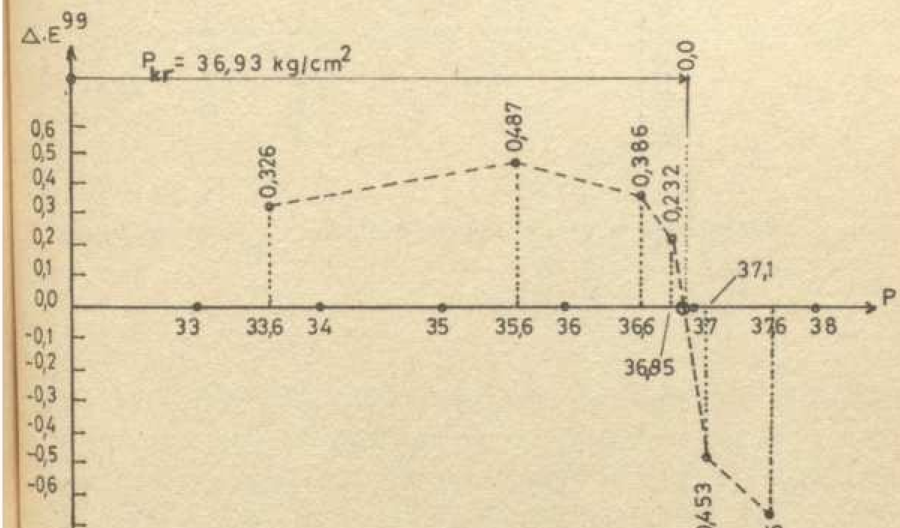
Boyuna nervür ; $E = 2100\ t/cm^2$, $\nu = 0.167$,
$h_z = 6.135$ cm, $z_o = 2.465$ cm, $J_y = 24.18\ cm^4$, $J_z = 4.58\ cm^4$,
$J_d = 0.04\ cm^4$, $A_s = 3\ cm^2$, $(\frac{I_o}{A})_s = 15.66\ cm^2$.

Dairesel nervür ; $E = 2100\ t/cm^2$, $\nu = 0.167$,
$h_z = 0{,}8$ cm, $R = 20.9$ cm, $J_x = 0.1195\ cm^4$, $J_z = 0.0057\ cm^4$,
$J_d = 0.0229\ cm^4$. $A_t = 0.56\ cm^2$, $(\frac{I_o}{A})_t = 0.2235\ cm^2$.

Seçilen eleman boyutları : $a = 1.167$ cm, $b = 7.89$cm,
$\theta = 22^\circ 30'$.



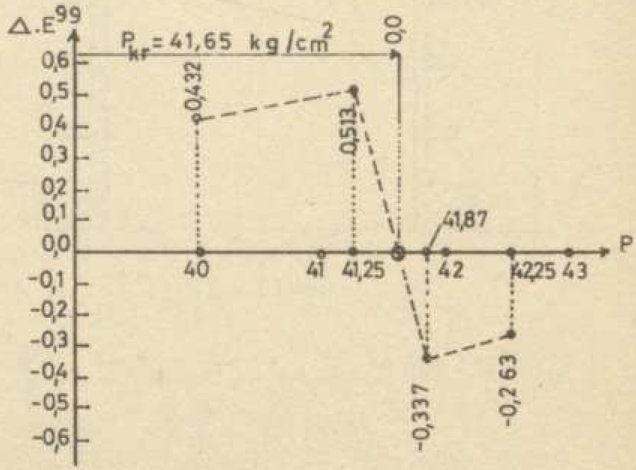

Şekil: 17




Sonlu elemanlarla bulduğumuz $P_{kr}= 36.93\ K_g/cm^2$. Deney[13] sonucu bulunan $P_{kr}= 33.6\ Kg/cm^2$ dir.

ÖRNEK : 3

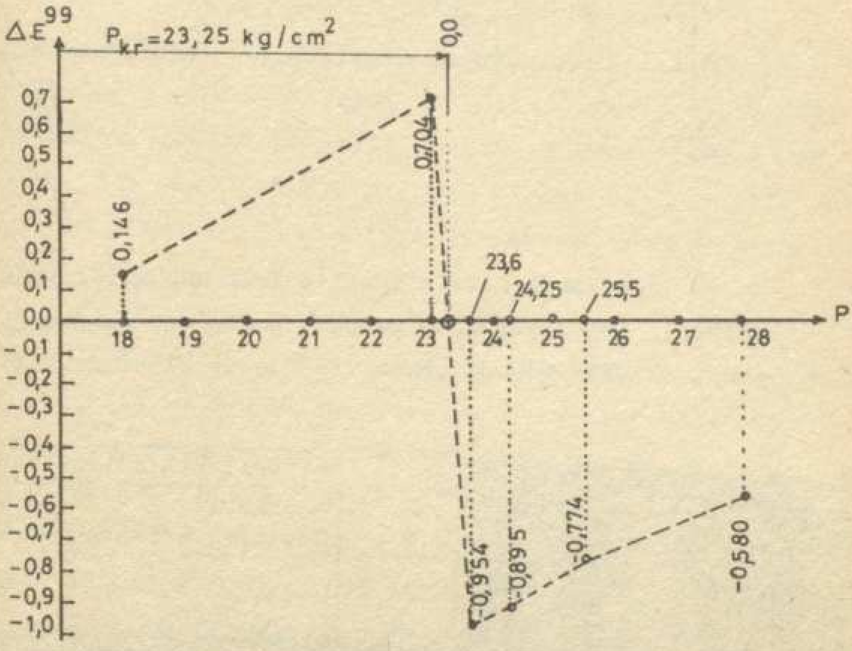
Birinci örnekteki veriler aynen alınmıştır. Yalnızca elemanın a boyutu, a = 0.831 cm.dir. Böylece silindirin boyu kısaltılmış nervürler daha sık aralıkla alınmıştır. Sonuçlar aşağıdadır. Silindirin boyu L = 31 cm.




Sonlu elemanlar metoduyla bulunan $P_{kr}$ = 41.65 Kg/cm$^2$ dir.

ÖRNEK : 4

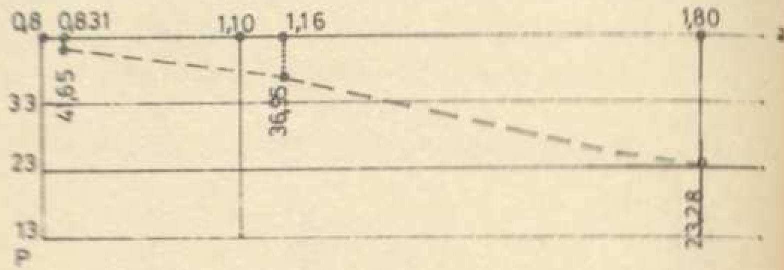
Birinci örneğin verileri aynen alınmış olup yalnızca boyuna nervür kaldırılmış ve dairesel nervürlü hal çözülmüştür. Sonuçlar aşağıdadır.




1. Problemdeki silindirin boyuna nervürü kaldırıldığında yani sadece dairesel nervürler halinde $P_{kr}$ değeri 23.25 $Kg/cm^2$ olmaktadır. Bu birinci problemde ki hale çok yakın bir değerdir. ($P_{kr}$ = 23.28 $Kg/cm^2$) .

Örneklerle İlgili Notlar :

L'nın değerlerine bağlı olarak, $P_{kr}$ aldığı değerler aşağıda görülmektedir. Bundan, L'nın artış oranından daha küçük bir oranda, $P_{kr}$ yüklerinin azaldığı sonucu çıkmaktadır.




İki yönde nervürlü silindirik kabuk ile yalnızca dairesel yönde nervürlü kabuğun sonuçları aşağıdadır. Ancak örnekte boyuna yönde tek nervür alındığı hatırlanmalıdır.

| Dairesel Silindirik Kabuk | | |
|---|---|---|
| a 1.8 cm | Boyuna ve Dairesel Nervürlü | Dairesel Nervürlü |
| $P_{kr}$ | 23.28 | 23.25 |

BÖLÜM - 8

# S O N U Ç L A R

Dairesel ve boyuna doğrultuda ayrık nervürlü, orthotrop dairesel silindirik kabukların sonlu elemanlar metodu ile genel stabilite çözümleri ve uygulamaları yapılmış, elde edilen sonuçlar aşağıda kısaca anlatılmıştır.

1) boyuna ve dairesel doğrultuda ayrık nervürlü dairesel silindirik kabuğun stabilitesinin genel çözümü nervürleri elâstik mesnetli olarak ve nervürlerden gelen yükleri çizgisel yük olarak alıp kabuğa vererek, ilk defa sonlu elemanlar yöntemiyle bu çalışmanın kapsamı içinde yapılmıştır.

2) Elâstik mesnetli olarak gözönüne alınan nervürlerin etkisi en hassas bir şekilde hesaplara ithal edilmiştir. Bunun için boyuna ve dairesel nervürler münferit elemanlar olarak ele alınmıştır. Her nervürden kabuğa gelen tesirler en genel şekilde yani, $q_x$, $q_y$, $q_z$ ve m çizgisel yükleri olarak alınmıştır. Böylece kabuğa gelen dış yüklerin yanısıra dört boyuna, dört dairesel nervürden olmak üzere nervürlerin gözönüne alınan elemandaki durumuna göre pozitif ve negatif değerlerini de kapsayacak şekilde 16 çizgisel yük matrisi hesaplara ithal edilmiştir. Hidrostatik basınç yükü, kabuk basık olmadığından sıfır kabul edilmeyip, rijitlik matrisi ve geometrik yük matrisi yanında dış yük matrisi olarak gözönüne alınmış ve bu üç matris 16 çizgisel yük matrisiyle beraber hesaplara ithal edilmiş olduğundan toplam 19 matris oluşmuş ve sonuçlar deney neticelerine çok yakın bulunmuştur.

3) Sonlu elemanlar metoduyla problemin çözümüne girmeden önce tek eğrilikli dikdörtgen eleman için literatürde seçilen deplasman fonksiyonu, yeni terimler ilâvesiyle geliştirilmiştir. Seçilen deplasman fonksiyonları rijit yer değiştirme ve sabit deformasyon kriterlerini sağlamaktadır. Bu yeni deplasman fonksiyonları sonuçların hassasiyetini arttırmakta yararlı olmuştur.

4) Problemimizde mühendislik alanında çok az rastlanan ve literatürde bulunmayan bir durumla karşılaşılmış, sistem rijitlik matrisinin simetrik olmayan bir bant genişliğine sahip olduğu görülmüştür. Böyle bir sistemin çözümü için yeni bir program geliştirilmiş ve uygulanmıştır [26]

5) Lineer denklem takımının katsayılar determinantını sıfır yapan kritik yükü bulmak için çok hızlı ve presizyonlu yakınsama özelliği olan Bisection metodundan yararlanılmış ve uygulanmıştır.

6) Nümerik çözümler deney sonuçlarına % 2 civarında yakın çıkmıştır. Bu arada aynı bir kabukta dairesel nervür araları belli oranda artırılınca kritik yükün daha küçük bir oranda azaldığı görülmüştür.

7) Dairesel nervürlere ve sadece bir tane boyuna nervüre sahip silindirik kabukta bulunan Pkr yükü ile, boyuna nervür kaldırıldığı takdirde aynı silindirik kabuktaki Pkr yükünün birbirlerine çok yakın olduğu görülmüştür.

8) Problemin çözümü için genel bir elektronik hesap programı hazırlanmıştır. Problem ele alınırken ve ara adımlarında hesaplar genel olarak düzenlenmiştir. Böylece, iki istikamette nervürlü veya tek doğrultuda nervürlü ya da nervürsüz izotrop, orthotrop silindirik kabukların çözümleri sadece datalarda yapılacak değişikliklerle sağlanmıştır. Aynı program plak içinde uygulanabilir.

I. EK

## I.1. NONLİNEER STABİLİTE PROBLEMİNİN ENERJETİK FORMÜLASYONU :

Rijit cisimler mekaniğinde nonlinearite problemi iki ana kola ayrılmıştır. Biri malzeme veya fiziksel nonlinearite, diğeri büyük deplasman veya geometrik nonlinearite. Malzeme bakımından nonlinearite malzemenin deformasyon gerilme kanununa yani elâstisite kanunlarına bağlıdır. Geometrik nonlinearite deplasmanların derecesine bağlıdır. Öyleki, büyük deplasman durumunda, küçük deplasmanlar için geçerli olan deformasyon-deplasman bağıntıları artık geçerli değildir.

Meselâ, düzlem deformasyon için lineer deformasyon-deplasman bağıntısı ;

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

Nonlineer deformasyon-deplasman bağıntısı ise aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right] \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right] \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right] \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Bu bağıntılar deplasman bileşenlerinin büyüklüklerine göre basitleştirilebilirler. Köşeli parantez içindeki ilk iki terim üçüncünün yanında terkedilebilir. Geometrik nonlinearite ince veya narin yapılarda, fiziksel nonlinearite ise masif elemanlarda görülür. İki tip nonlineariteyi aynı zamanda gösteren yapılara da sık sık rastlanır. O halde bir yapı için 4 tipten bahsedebiliriz.

1)Geometrik olarak ve fiziksel olarak lineer durum.

2)Geometrik olarak nonlineer ve fiziksel olarak lineer durum,

3)Geometrik olarak lineer ve fiziksel olarak nonlineer durum,

4)Geometrik olarak nonlineer ve fiziksel olarak nonlineer durum.

Biz burada geometrik olarak nonlineer ve fiziksel olarak lineer durumu inceleyeceğiz.

1.2. NONLİNEER DEFORMASYON-DEPLASMAN BAĞINTILARI

Nonlineer deformasyon-deplasman bağıntıları, basık olmayan dairesel silindirik kabuk için aşağıdaki şekildedir.

$$\{\varepsilon\}=\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\\ K_x\\ K_y\\ 2K_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\frac{\partial u}{\partial x}\\ \frac{\partial v}{\partial y}+\frac{w}{r}\\ \frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\\ -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\ \frac{\partial v}{r\,\partial y}-\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\\ \frac{2\partial v}{r\,\partial x}-\frac{2\partial^2 w}{\partial x.\partial y}\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}\frac{1}{2}(-\frac{\partial w}{\partial x})^2\\ \frac{1}{2}(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y})^2\\ (-\frac{\partial w}{\partial x})(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y})\\ 0\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\varepsilon_o^M\\ \\ K^b\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}\varepsilon_L^M\\ \\ 0\end{Bmatrix} \qquad (3)$$

Burada mambran deformasyon-deplasman bağıntıları ;

$$\overset{M}{\varepsilon} = \varepsilon_o^M + \varepsilon_L^M$$

(lineer)(Nonlineer)

$$\{\varepsilon_o^M\}=\begin{Bmatrix}\frac{\partial u}{\partial x}\\ \frac{\partial v}{\partial y}+\frac{w}{r}\\ \frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\end{Bmatrix} \qquad (4)$$

$$\{\varepsilon_L^M\}=\begin{Bmatrix}\frac{1}{2}(-\frac{\partial w}{\partial x})^2\\ \frac{1}{2}(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y})^2\\ (-\frac{\partial w}{\partial x})(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y})\end{Bmatrix} \qquad (5)$$

Eğilme deformasyon-deplasman bağıntıları ise ;

$$\left\{K^{b}\right\}=\left\{\begin{array}{c} -\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \dfrac{\partial v}{r\,\partial y}-\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \dfrac{2\,\partial v}{r\,\partial x}-\dfrac{2\,\partial^2 w}{\partial x\,\partial y} \end{array}\right\} \tag{6}$$

## 1.3. TOPLAM POTANSİYEL ENERJİNİN İKİNCİ VARYASYONU

Mambran Potansiyeli :

$$U_N=\frac{1}{2}\iiint_V \left\{\varepsilon^M\right\}^T\left\{\sigma\right\} dx.dy.dz \tag{7}$$

$$\left\{N\right\}=\left\{\begin{array}{c} N_{xo} \\ N_{yo} \\ N_{xyo} \end{array}\right\}=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma.dz = h\left[D\right]\left\{\varepsilon^M\right\}=\left[D_M\right]\left\{\varepsilon^M\right\} \tag{8}$$

(8) denklemini (7) de yerine koyarsak ;

$$U_N=\frac{1}{2}\iint \left\{\varepsilon^M\right\}^T\left\{N\right\} dx.dy \tag{9}$$

$$\left[D\right]=\frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \; ; \; \left[D_M\right]=\frac{E.h}{1-\nu^2}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Eğilme Potansiyeli :

$$U_b=\frac{1}{2}\iiint_V \left\{K^b\right\}\left[D_b\right]\left\{K^b\right\} dx.dy \tag{10}$$

$$\{M\} = [D_b]\{K^b\} \tag{11}$$

(11) denklemini (10) da yerine koyarsak ;

$$U_b = \frac{1}{2}\iint \{K^b\}^T \{M\}\, dx.dy \tag{12}$$

elde edilir. Burada ;

$$[D_b] = \frac{E.h^3}{12(1-\nu^2)}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Şekil değiştirme enerjisi :

$$U = U_M + U_b$$

$$U = \frac{1}{2}\iint \{\varepsilon^M\}^T \{N\}\, dx.dy + \frac{1}{2}\iint \{K^b\}^T \{M\}\, dx.dy \tag{13}$$

Şekil değiştirme enerjisinin ikinci varyasyonunu alırsak;

$$\delta^2 U = \iint \{\delta^2\varepsilon^M\}^T \{N\}\, dx.dy + \iint \{\delta\varepsilon^M\}^T \{\delta N\}\, dx.dy +$$

$$\iint \{\delta^2 K^b\}^T \{M\}\, dx.dy + \iint \{\delta K^b\}^T \{\delta M\}\, dx.dy \tag{14}$$

Burada $\varepsilon^M = \varepsilon_o^M + \varepsilon_L^M$ (15)

(lineer) (nonlineer)

$$\left\{\delta^2 \varepsilon_o^M\right\} = \left\{\delta^2 K^b\right\} = 0 \tag{16}$$

$\left\{\varepsilon_o^M\right\}$ ve $\left\{K^b\right\}$ ; küçük deplasmanlar için geçerli olan lineer deformasyon-deplasman bağıntılarıdır. $\left\{\varepsilon_L^M\right\}$ ise büyük dep - lasmanlara bağlıdır. O halde (15) den aşağıdaki değer elde edilir.

$$\left\{\delta^2 \varepsilon^M\right\} = \left\{\delta^2 \varepsilon_o^M\right\} + \left\{\delta^2 \varepsilon_L^M\right\} = \left\{\delta^2 \varepsilon_L^M\right\} \tag{17}$$

(16) ve (17) denklemlerini (14) denkleminde yerlerine koyarsak ;

$$\delta^2 U = \iint \left\{\delta^2 \varepsilon_L^M\right\}^T \left\{N\right\} dx.dy + \iint \left\{\delta \varepsilon^M\right\}^T \left\{\delta N\right\} dx.dy + \iint \left\{\delta K^b\right\}^T \left\{\delta M\right\} dx.dy \tag{18}$$

$\{N\}$ ve $\{M\}$ değerleri yerine (18) ve (11) değerlerini ko - yarsak ;

$$\delta^2 U = \iint \left\{\delta^2 \varepsilon_L^M\right\}^T \left[D_M\right] \left\{\varepsilon^M\right\} dx.dy + \iint \left\{\delta \varepsilon^M\right\}^T \left[D_M\right] \left\{\delta \varepsilon^M\right\} dx.dy + \iint \left\{\delta K^b\right\}^T \left[D_b\right] \left\{\delta K^b\right\} dx.dy \tag{19}$$

Nonlineer mambran deformasyon-deplasman bağıntısının birinci ve ikinci varyasyonu ;

$$\left\{\varepsilon_L^M\right\} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2}\left(-\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \\ \frac{1}{2}\left(\frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \\ \left(-\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y}\right) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y} & -\frac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \tag{20}$$

$$[A]=\begin{bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y} & -\frac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix}=[A_1]\{a\} \tag{21}$$

Burada ; $\{a\} = [B]\{d\}$ 'dir.

$$[A]=[A_1][B]\{d\} \tag{22}$$

$$\{\theta\}=\begin{Bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} = [G]\{a\} \tag{23}$$

$$\{\theta\}=[G][B]\{d\} \tag{24}$$

$\{d\}$ elemanın düğüm noktası deplasman parametrelerini gösterir.

Nonlineer mambran deformasyonunun birinci varyasyonunu alırsak ;

$$\{\delta\varepsilon_L^M\}=\delta\begin{Bmatrix} \frac{1}{2}\left(-\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \\ \frac{1}{2}\left(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \\ \left(-\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}\right) \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x}\,\delta\left(-\frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \left(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}\right)\delta\left(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}\right) \\ \delta\left(-\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}\right)+\left(-\frac{\partial w}{\partial x}\right)\delta\left(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}\right) \end{Bmatrix} \tag{25}$$

ifadeyi önceki matrislere benzer şekilde yazarsak ;

$$\{\delta \varepsilon_L^M\} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y} & -\frac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta(-\frac{\partial w}{\partial x}) \\ \\ \delta(\frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y}) \end{Bmatrix} \qquad (26)$$

Burada ;

$$\{\beta\} = \{\delta(\theta)\} = \begin{Bmatrix} \delta(-\frac{\partial w}{\partial x}) \\ \\ \delta(\frac{v}{r} - \frac{\partial w}{\partial y}) \end{Bmatrix} = [G]\,[B]\,\delta\{d\} \qquad (27)$$

(22) ve (27) denklemlerini (26) denkleminde yerine koyarsak ;

$$\{\delta \varepsilon_L^M\} = [A_1]\,[B]\,\delta\{d\}\,[G]\,[B]\,\delta\{d\} \qquad (28)$$

denklemi elde edilir.

Yine (15) denklemindeki deformasyonların birinci varyasyonlarını deplasmanların fonksiyonu olarak ifade edersek ;

$$\{\delta \varepsilon^M\} = \{\delta \varepsilon_o^M\} + \{\delta \varepsilon_L^M\} \qquad (29)$$

Lineer mambran deformasyonu yerine denklem (3.14)'ü nonlineer mambran deformasyonu yerine de denklem (28)'i koyarsak ;

$$\left\{\delta\varepsilon^{M}\right\} = \left[F_{o}^{M}\right]\left[B\right]\delta\left\{d\right\} + \left[A_{1}\right]\left[B\right]\delta\left\{d\right\}\left[G\right]\left[B\right]\delta\left\{d\right\} \tag{30}$$

bulunmuş olur. Eğilme deformasyonu ise aşağıdaki gibidir.

$$\left\{\delta K^{b}\right\} = \left[F_{o}^{b}\right]\left[B\right]\delta\left\{d\right\} \tag{31}$$

Burada, $[F_{o}^{M}]$ ; $[A_{1}]$, $[G]$ ve $[F_{o}^{b}]$ elemanın u,v,w deplasman fonksiyonlarına bağlı matrislerdir.

Şimdide nonlineer mambran deformasyonunun ikinci varyasyonunu alırsak ;

$$\left\{\delta^{2}\varepsilon_{L}^{M}\right\} = \begin{bmatrix} \delta(-\frac{\partial w}{\partial x}) & 0 \\ 0 & \delta(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}) \\ \delta(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}) & \delta(-\frac{\partial w}{\partial x}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta(-\frac{\partial w}{\partial x}) \\ \\ \delta(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \left[\delta(-\frac{\partial w}{\partial x})\right]^{2} \\ \left[\delta(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y})\right]^{2} \\ \left[\delta(-\frac{\partial w}{\partial x})\,\delta(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y})\right] \end{Bmatrix} \tag{32}$$

denklemini elde ederiz.

$$\begin{Bmatrix} N_{xo} \\ N_{yo} \\ N_{xyo} \end{Bmatrix} = \left[D_{M}\right]\left\{\varepsilon^{M}\right\} = \left\{N_{o}\right\} \tag{33}$$

$\{N_o\}$ ön burkulma gerilmesidir. Nonlineer denge denklemlerinden elde edilir.

(26), (27), (30) ve (31) denklemlerini (19) denkleminde yerine koyarsak ;

$$\delta^2 U = \iint \begin{Bmatrix} \delta(-\frac{\partial w}{\partial x}) \\ \\ \delta(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}) \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta(-\frac{\partial w}{\partial x}) & 0 \\ 0 & \delta(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}) \\ \delta(\frac{v}{r}-\frac{\partial w}{\partial y}) & \delta(-\frac{\partial w}{\partial x}) \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} N_{xo} \\ N_{yo} \\ N_{xyo} \end{Bmatrix} dx.dy$$

$$+\delta\{d\}^T \iint \left([F_o^M][B]+[A_1][B][G][B]\delta\{d\}\right)^T$$

$$[D_M]\left([F_o^M][B]+[A_1][B][G][B]\delta\{d\}\right)\delta\{d\}\,dx.dy$$

$$+\delta\{d\}^T \iint [B]^T [F_o^b]^T [D_b][F_o^b][B]\delta\{d\}\,dx.dy \qquad (34)$$

(27) denklemini (34) denkleminde yerine koyarsak ;

$$\delta^2 U = \delta\{d\}^T \Big\{ \iint [B]^T [G]^T [N_o][G][B]\,dx.dy$$

$$+\iint \left([F_o^M][B]+[A_1][B][G][B]\delta\{d\}\right)^T$$

$$[D_M]\left([F_o^M][B]+[A_1][B][G][B]\delta\{d\}\right) dx.dy$$

$$+\iint [B]^T [F_o^b]^T [D_b][F_o^b][B]\,dx.dy \Big\}\delta\{d\} \qquad (35)$$

$$\delta^2 U = \delta\{d\}^T \Big\{ [K_o]+[K_L]+[N] \Big\} \delta\{d\} = \delta\{d\}^T [K_T]\delta\{d\} \qquad (36)$$

Burada ;

$$[K_T] = [K_o] + [K_L] + [N] \qquad (37)$$

$[K_T]$ = Teğetsel rijitlik matrisidir.

$$[K_o] = \iint [B]^T [F_o^M]^T [D_M] [F_o^M] [B] \, dx.dy$$
$$+ \iint [B]^T [F_o^b]^T [D_b] [F_o^b] [B] \, dx.dy \qquad (38)$$

$[K_o]$ = Küçük deplasmanların rijitlik matrisidir.

$$[K_L] = \iint [B]^T [F_o^M]^T [D_M] [A_1] [B] [G] [B] \, \delta\{d\} \, dx.dy$$
$$+ \iint [A_1]^T [B]^T [G]^T [B]^T \delta\{d\}^T [D_M] [F_o^M] [B] \, dx.dy$$
$$+ \iint [A_1]^T [B]^T [G]^T [B]^T \delta\{d\}^T [D_M] [A_1] [B] [G] [B] \delta\{d\} \, dx.dy \qquad (39)$$

$[K_L]$ = Büyük deplasmanların rijitlik matrisidir.

$$[N] = \iint [B]^T [G]^T [N_o] [G] [B] \, dx.dy \qquad (40)$$

$[N]$ = Geometrik yük matrisidir.

$[K_L] = 0$ durumunda problem lineer stabilite prob - lemine dönüşmüş olur.

Hidrostatik basınç yükünün potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu ise (4.27) denklemindeki gibidir.

O halde şekil değiştirme enerjisinin ve hidrosta - tik basınç yükünün toplam potansiyel enerjisinin ikinci varyasyonu (4.27) ve (35) denkleminden ;

$$\delta^2 V_1 = \{d\}^T \Big\{ \iint [B]^T [G]^T [N_0] [G] [B] \, dx \cdot dy + \iint [B]^T [F_0^b]^T [D_b] [F_0^b] [B] \, dx\,dy$$

$$+ \iint \Big( [F_0^M] [B] + [A_1] [B] [G] [B] \{d\} \Big)^T [D_M] \Big( [F_0^M] [B] + [A_1] \cdot \qquad (41)$$

$$[B] [G] [B] \{d\} \Big) dx\,dy + \frac{P}{t} \iint [B]^T [M]^T [R] [B] \, dx \cdot dy \Big\} \{d\}$$

şeklinde olur.

Bu ifadeyi kısa şekilde yazarsak ;

$$\delta^2 V_1 = \{d\}^T \Big( [K_T] + [Q] \Big) \{d\} = \{d\}^T [K_N] \{d\} \qquad (42)$$

elde edilir.

## I.4. NONLİNEER ÇÖZÜM TEKNİKLERİ :

Üç temel teknik vardır.

1) Tekrarlama işlemi veya Newton yöntemleri,
2) Artımlı veya adımlı yaklaşım,
3) Adımlı tekrarlama veya karışık işlemler

Newton tipi iterasyon

a) ilk yaklaşım olarak denge denkleminden lineer elastik çözüm ile $\{d\}$ düğüm noktası deplasman parametreleri elde edilir.

b) $\{\delta^2 V\}_1$ 'in değeri bulunur.

c) $[K_N]$ matrisi kurulur.

d) $\Delta \{d\}_1 = -[K_N]^{-1} \{\delta^2 V\}_1$ kurulur ve $\{\delta^2 V\}_n$ kâfi derecede küçük oluncaya kadar metod tekrarlanır.

```
SAVETCH
IDENT TURKAN
SUMMARIZE ALL
BCD
SEGMENT KOKA KOKB KOKC TURH TURL TURS TURG1 TURG2 TURG3
SEGMENT EAGD
FILE   13=EAI13,UNIT=DISK,RANDOM,RECORD=5000,AREA=6,BLOCKING=1
FILE   14=EAI14,UNIT=DISK,RECORD=100,AREA=200,BLOCKING=1
       DIMENSION IT(50),IV(50,7),II(28),LL(301),A(14560),RR(28,28)
       DIMENSION NOD(4),K1D(4),K2D(4),K3D(4),K4D(4),IED(4)
       COMMON N,M,JB,JBE,NF,JN,MA,NK,NEL,JS,NP,KII,K13,ND,NAD
       COMMON /A/RR,A,LL,II
       NC=4
       JS=7
       ND=NC*JS
       N2=ND*ND
       NS=ND*(ND+1)/2
       K13= 13
       KII= 14
       PRINT 200
  200  FORMAT (5H ****)
   50  CALL EAGD(IT,LL,IV)
       REWIND KII
       K=0
       DO 19KK=1,NEL
       READ 101,(NOD(I),IED(I),K1D(I),K2D(I),K3D(I),K4D(I),I=1,4)
       DO 25 I=1,4
       NO=NOD(I)
       IF(NO.EQ.0) GO TO 25
       K=K+1
       K1=K1D(I)
       K2=K2D(I)
       K3=K3D(I)
       K4=K4D(I)
       IE=IED(I)
       IF(ISW1.GE.2)PRINT 108,NO
       IF(ISW1.GE.2)PRINT 101,NC,ND,NS,JS
       IF(NO-K)14,15,14
   14  PRINT 102,NO
   15  CALL EAVAR(K1,K2,K3,K4,IV,II,NC)
       CALL EAMAX (II,ND)
       WRITE(KII) NO,IE,(II(J),J=1,ND)
       PRINT 1100,NO,IE,K1,K2,K3,K4
       PRINT1100,NO,IE,(II(J),J=1,ND)
       IF(NO.EQ.NEL) GO TO 35
   25  CONTINUE
   19  CONTINUE
   35  JB=JB+1
       LL(1)=0
       LF=JB-1
       JM=N-JB+2
       IF(JM.GT.JB) JM=JB
       JN=N-JB+3
       IF(JN.LT.JB) JN=JB+1
       DO 23 I=2,N
       IF(I-JM) 21, 21, 20
   20  IF(I-JN) 23, 22, 22
   21  LF=LF+1
       GO TO 23
   22  LF=LF-1
   23  LL(I)=LL(I-1)+LF
   10  PRINT2100,N,JB,(LL(I),I=1,N)
       NAD=LL(N)+N
       IF(ISW1.GE.3)PRINT 100,(LL(I),I=1,N)
       READ 3100,N3,MX,XY,DX
       YE=EAFY(XY)
       PRINT 122,XY,YE
       S2=1.
       IF(YE.LT.0.) S2=-1.
       DO 11 I=1,N3
       XY=XY+DX
       YY=EAFY(XY)
       PRINT 122,XY,YY
       IF(YE*YY.LT.0.) GO TO 12
       YE=YY
   11  CONTINUE
```

```
      PRINT1108
      STOP
   12 XE=XY-DX
      M=0
    3 X=.5*(XE+XY)
      Y=EAFY(X)*S2
      PRINT 122,X,Y
      M=M+1
      IF(Y) 4,123, 5
    4 XY=X
      YY=Y
      GO TO 6
    5 XE=X
      YE=Y
    6 IF(M.LE.MX) GO TO 3
      X=XE-(XE-XY)*YE/(YE-YY)
  123 PRINT 3100,M,MX,X
      STOP
  100 FORMAT(16I5)
  101 FORMAT(10X,4(I3,I2,4I3))
  102 FORMAT(22H YANLIS ELEMAN GIRILDI,I5)
  108 FORMAT (20X,I5,13H NO.LU ELEMAN)
  122 FORMAT (F10.7,E15.8)
 1100 FORMAT (2I5,28I4)
 1108 FORMAT (32H DETERMINANTIN ISARETI DEGISMEDI)
 2100 FORMAT (2I6/(20I6))
 3100 FORMAT (10X,2I5,4F15.8)
      END
IDENT EAGD
BCD
      SUBROUTINE EAGD(IT,LL,IV)
      DIMENSION KOD(10,7),IQ(30),IV( 50,7),IT(1),LL(1)
      COMMON N,M,JB,JBE,NF,JN,MA,NK,NEL,LS,NP
      COMMON /BL1/NN,A,B,R,P,TETA,SS,C,AX,BX
      COMMON /BL2/HH,E,ENU,AS,ZO,HZ,GS,EJD,AI,EJZ,R1,HZ1,EJD1,EJX,
      COMMON /BL3/ADR
C     GIRIS BILGISI OKUMA VE DEPLASMAN NUMARALARI
C     .......... SISTEM GIRIS BILGISI
      PRINT 200
  200 FORMAT (5H ****)
      NN=28
      READ(5,810) AX,BX,R,P,TETA,HH,E,ENU
      READ(5,810) AS,ZO,HZ,GS,EJD,AI,EJZ,R1
      READ(5,820) HZ1,EJD1,EJX,AIT,AT
      TETA=3.14159*TETA/180.
      SS=SIN(TETA)
      C=COS(TETA)
      WRITE(6,910) AX,BX,R,P,TETA,HH,E,ENU
      WRITE(6,910) AS,ZO,HZ,GS,EJD,AI,EJZ,R1
      WRITE(6,920) HZ1,EJD1,EJX,AIT,AT
      READ 100,NK,NEL,NT,NP,ISW1,JSH
      IF(NK.EQ.0)STOP
      PRINT 100,NK,NEL,NT,NP,ISW1,JSH
C     MESNET KOSULLARI
      DO 60 J=1,7
   60 KOD(10,J)=1
      DO 10 I=1,NK
   10 IT(I)=10
      DO 11 I=1,NT
      READ 106,JS,(KOD(I,J),J=1,7),(IQ(J),J=1,JS)
      PRINT106,JS,(KOD(I,J),J=1,7),(IQ(J),J=1,JS)
      DO 12 J=1,JS
      K=IQ(J)
   12 IT(K)=I
   11 CONTINUE
      N=0
      DO 16 I=1,NK
      L=IT(I)
      IF(L) 7,7,9
```

```
      GO TO 16
    9 DO 17 J=1,7
      IF(KOD(L,J)) 2,2,3
    2 IV(I,J)=0
      GO TO 17
    3 N=N+1
      IV(I,J)=N
   17 CONTINUE
   16 CONTINUE
      DO 18 I=1,NK
   18 PRINT 100,I,IT(I),(IV(I,J),J=1,7)
      RETURN
  100 FORMAT(10X,14I5)
  106 FORMAT(10X,I2,IX,7I1,20I3)
  300 FORMAT (2X,I8)
  310 FORMAT (8F10.0)
  320 FORMAT (5F10.0)
  910 FORMAT (10F12.4)
  920 FORMAT (5F12.4)
      END
  ENT EAFY

      FUNCTION EAFY (P)
      DIMENSION A(14560),LL(301),II(28),RR(28,28)
      COMMON N,M,JB,JBE,NF,JN,MA,NK,NEL,JS,NP,KII,K13,ND,NAD
      COMMON /A/RR,A,LL,II
      CALL EAMAT (P)
      DO 36 I=1,NAD
   36 A(I)=0.
      REWIND KII
      KO=0
      DO 37 I=1,NEL
      READ(KII) NO,IE,(II(J),J=1,ND)
      IF(KO.EQ.IE) GO TO 26
      KO=IE
      READ (K13=IE) RR
   26 CALL EAYER (LL,II,RR,A)
   37 CONTINUE
      CALL EADET (A,LL,Z)
      EAFY=Z
      RETURN
      END
  ENT EAMAT

      SUBROUTINE EAMAT (PP)
      DIMENSION ADR(50)
      DIMENSION AA(28,28),H(28,28),EK(28,28),EL(28,28),EN(28,28),S(28,28
     *),EQ(28,28),RR(28,28)
      DIMENSION G1(28,28),G2(28,28),G3(28,28),G4(28,28),G5(28,28),G6(28,
     *28),G7(28,28),G8(28,28)
      DIMENSION EQ1(28,28),EQ2(28,28),EQ3(28,28),EQ4(28,28),EQ5(28,28),
     *EQ6(28,28),EQ7(28,28),EQ8(28,28)
      COMMON KN,M,JB,JBE,NF,JN,MA,NK,NEL,JS,NP,KII,K13,ND,NAD
      COMMON /BL1/NN,A,B,F,P,TETA,SS,C,AX,BX
      COMMON /BL2/HH,E,ENU,AS,ZO,HZ,GS,EJD,AI,EJZ,R1,HZ1,EJD1,EJX,AIT,
      COMMON /BL3/ADR
      COMMON /A/RR,EK,EN,H,AA,EQ,EQ1,EQ2,EQ3,EQ4,EQ5,EQ6
      EQUIVALENCE (H(1,1),EL(1,1),S(1,1),G1(1,1),G2(1,1),G3(1,1),G4(1,1)
     *,G5(1,1),G6(1,1),G7(1,1),G8(1,1))
      EQUIVALENCE (EK(1,1),EQ7(1,1)),(EN(1,1),EQ8(1,1))
```

```
C      ......... BU KISIMDA 6 TIP ICIN RR HESAPLANACAK
C      ***********************
       P=PP
       N=NN
       A=AX
       B=BX
       CALL KOKA
       CALL KOKB(AA)
       CALL KOKC(AA)
       CALL TURH(H)
       CALL TUR(EK,AA,H,N)
       CALL TAHK(EK)
       CALL TURL(EL)
       CALL TUR(EN,AA,EL,N)
       CALL TAHK(EN)
       CALL TURS(S)
       CALL TUR(EQ,AA,S,N)
       CALL TAHK(EQ)
       DO 250 I=1,28
       DO 250 J=1,28
  250  EC(I,J)=EQ(I,J)+EK(I,J)+EN(I,J)
       DO 160 II=1,6
       GO TO (135,135,135,114,114,114),II
  114  A=AX
       B=-BX
       CALL TURG1(G1)
       CALL TUR(EQ1,AA,G1,N)
       CALL TURG2(G2)
       CALL TUR(EQ2,AA,G2,N)
       CALL TURG3(G3)
       CALL TUR(EQ3,AA,G3,N)
       CALL TURG4(G4)
       CALL TUR(EQ4,AA,G4,N)
  135  GO TO (158,122,123,158,122,123),II
  122  A=AX
       B=BX
       GO TO 140
  123  A=-AX
       B=BX
  140  CALL TURG5(G5)
       CALL TUR(EQ5,AA,G5,N)
       CALL TURG6(G6)
       CALL TUR(EQ6,AA,G6,N)
       CALL TURG7(G7)
       CALL TUR(EQ7,AA,G7,N)
       CALL TURG8(G8)
       CALL TUR(EQ8,AA,G8,N)
  158  GO TO (161,162,162,163,164,164),II
  161  DO 110 I=1,N
       DO 110 J=1,N
       RR(I,J)=EQ(I,J)
  110  CONTINUE
       GO TO 159
  162  DO 120 I=1,N
       DO 120 J=1,N
       RR(I,J)=EQ(I,J)+EQ5(I,J)+EQ6(I,J)+EQ7(I,J)+EQ8(I,J)
  120  CONTINUE
       GO TO 159
  163  DO 130 I=1,N
       DO 130 J=1,N
       RR(I,J)=EQ(I,J)+EQ1(I,J)+EQ2(I,J)+EQ3(I,J)+EQ4(I,J)
  130  CONTINUE
       GO TO 159
  164  DO 150 I=1,N
       DO 150 J=1,N
       RR(I,J)=EQ(I,J)+EQ1(I,J)+EQ2(I,J)+EQ3(I,J)+EQ4(I,J)+EQ5(I,J)+
      *EQ6(I,J)+EQ7(I,J)+EQ8(I,J)
  150  CONTINUE
  159  KX=J+II-J
   10  WRITE(K13=KX) RR
  160  CONTINUE
       RETURN
  340  FORMAT (10F12.1)
  350  FORMAT (I4,20H. TIPIN  RR  MATRISI/)
  300  STOP
       END
```

```
IDENT EAVAR
BCD
      SUBROUTINE EAVAR(K1,K2,K3,K4,IV,II,NC)
      DIMENSION IV(50,7),II(28)
      COMMON N,M,JB,JBE,NF,JN,MA,NK,NEL,JS
      ......... ELEMAN DEGISKEN NO.LARI
      DO 10 J=1,JS
    4 II(J+3*JS)=IV(K4,J)
    3 II(J+2*JS)=IV(K3,J)
    2 II(J+JS)=IV(K2,J)
      II(J)=IV(K1,J)
   10 CONTINUE
      RETURN
      END
IDENT EAMAX
BCD
      SUBROUTINE EAMAX(II,ND)
      DIMENSION II(1),LL(1)
      COMMON N,M,JB
      ......... MAXINUM BAND GENISLIGI
      DO 20 I=1,ND
      LI=II(I)
      IF(LI)20,20,24
   24 DO 21 J=I,ND
      LJ=II(J)
      IF(LJ)21,21,23
   23 K=IABS(LI-LJ)
      IF(K.GT.JB) JB=K
   21 CONTINUE
   20 CONTINUE
      RETURN
      END
IDENT EAYER
BCD
      SUBROUTINE EAYER(LL,II,S,A)
      DIMENSION LL(1),II(1),S(28,28),A(1)
      COMMON N,K,JB,JBE,NF,JN,MA,NK,NEL,JS,NP,KII,K13,ND,NAD
C     ......... SISTEM RIJITLIK MATRISININ KURULMASI
      DO 20 I=1,ND

      LI=II(I)
      IF(LI) 20,20,24
   24 DO 21 J=1,ND
      LJ=II(J)
      IF(LJ) 21,21,22
   22 M=LL(LI)+LJ
   37 A(M)=A(M)+S(I,J)
   21 CONTINUE
   20 CONTINUE
      RETURN
      END
IDENT EAYAZ
BCD
      SUBROUTINE EAYAZ (A,LL,N,JB,ND)
      DIMENSION A(1),LL(1),BD(12)
      M=(N-1)/ND+1
      KG=(JB-1)/ND+1
      KS=N-(M-1)*ND
      DO 11 IG=1,M
      J1=IG-KG
      IF(J1.LT.1) J1=1
      J2=IG+KG
      IF(J2.GT.M) J2=M
      DO 11 JG=J1,J2
      IS=ND
      IF(IG.EQ.M) IS=KS
      PRINT 101,IG,JG
      DO 12 IA=1,IS
      JS=ND
      IF(JG.EQ.M) JS=KS
      I=(IG-1)*ND+IA
```

```
      DO 13 JA=1,JS
      L1=I-JB+1
      IF(L1.LT.1) L1=1
      L2=I+JB-1
      IF(L2.GT.N) L2=N
      J=(JG-1)*ND+JA
      BD(JA)=0.
      IF(J.LT.L1.OR.J.GT.L2) GO TO 13
      LI=LL(I)+J
      BD(JA)=A(LI)
   13 CONTINUE
      PRINT 100,I,(BD(JA),JA=1,JS)
   12 CONTINUE
   11 CONTINUE
   19 RETURN
  100 FORMAT (I5,5X,12F10.0)
  101 FORMAT (/2I5/)
      END
IDENT EADET
BCD
      SUBROUTINE EADET(A,LL,S1)
      DIMENSION A(1),LL(1)
      COMMON N,M,JB
C     ......... SIMETRIK OLMAYAN DETERMINANT HESABI
      NE=N-1
      JBE=JB-1
      DO 26 K=1,NE
      K1=K+1
      KS=JBE+K
      IF(KS.GT.N) KS=N
      LLK=LL(K)
      KK=LLK+K
      AKK=A(KK)
      DO 26 I=K1,KS
      LLI=LL(I)
      IK=LLI+K
      IF(A(IK).EQ.0.) GO TO 26
      P=A(IK)/AKK
      DO 25 J=K1,KS
      KJ=LLK+J
      IF(A(KJ).EQ.0.) GO TO 25
      IJ=LLI+J
      A(IJ)=A(IJ)-P*A(KJ)
   25 CONTINUE
   26 CONTINUE
      S1=1.
      DO 10 I=1,N
      II=LL(I)+I
   10 S1=S1*A(II)
      RETURN
      END
IDENT TUR
BCD
      SUBROUTINE TUR(AKT,T,AK,N)
C
C     AKT=TT*AK*T
      DIMENSION AKT(28,28),T(28,28),AK(28,28),TS(28,28)
      DO 94 I=1,N
      DO 94 L=1,N
      TS(I,L)=0.
      DO 94 J=1,N
      TS(I,L)=TS(I,L)+AK(I,J)*T(J,L)
   94 CONTINUE
      DO 95 I=1,N
      DO 95 L=1,N
      AKT(I,L)=0.
      DO 95 J=1,N
      AKT(I,L)=AKT(I,L)+T(J,I)*TS(J,L)
   95 CONTINUE
      RETURN
   77 WRITE(6,910)
      DO 10 I=1,N
      WRITE(6,920) (AKT(I,J),J=1,N)
   10 CONTINUE
      RETURN
  910 FORMAT (///21H CARPILMIS  MATRISLER//)
  920 FORMAT (10F12.0)
      END
```

```
IDENT  KOKA
BCD
       SUBROUTINE KOKA
       COMMON /BL1/N,A,B,R,P,TETA,S,C
       COMMON /BL2/H,E,ENU,AS,Z0,HZ,GS,EJD,AI,EJZ,R1,HZ1,EJD1,EJX,AIT,AT
       COMMON /BL3/C1,C2,C12,C3,D1,D2,D12,D3,D11,G1,EI1,EL1,EN1,T1,S1,Z1,
      *B2,E2,D22,O2,C22,F2,EI2,G2,H2,EJ2,EK2,EL2,EM2,EN2,E21,C221,Q2,R2,
      *S2,T2,F21,Z2
       C1=E*H/(1.-ENU*ENU)
       C2=E*H/(1.-ENU*ENU)
       C12=ENU*E*H/(1.-ENU*ENU)
       C3=E*H/(2.+2.*ENU)
       D1=E*(H**3)/(12.*(1.-ENU*ENU))
       D2=E*(H**3)/(12.*(1.-ENU*ENU))
       D12=ENU*E*(H**3)/(12.*(1.-ENU*ENU))
       D3=E*(H**3)/(24.*(1.+ENU))
       D11=E*AS*(Z0+HZ)
       G1=AS*(R+2.*Z0+HZ)/R
       EI1=AS*(2.*Z0+HZ)
       EL1=AS
       EN1=GS*EJD/R
       T1=AS*((Z0+HZ)**2+HZ*R-AI)/R
       S1=GS*EJD
       Z1=AS*((Z0+HZ)**2-AI)
       B2=GS*EJD1/(R1*(R1-HZ1))
       E2=R1**2/(R1-HZ1)
       D22=(GS*EJD1*(HZ1+R1)-E*EJZ*R1)/(R1*(R1-HZ1))
       O2=E*EJZ*R1/(R1-HZ1)
       C22=E*EJZ*R1*HZ1/(R1-HZ1)
       F2=(R1**2)*HZ1/(R1-HZ1)
       EI2=(E*AT*(R1**2)+E*EJX)/R*(R1-HZ1)
       G2=(E*EJX*(R1+HZ1)+E*AT*(R1**2)*HZ1)/(R1*(R1-HZ1))
       H2=E*AT/(R1-HZ1)
       EJ2=(E*EJX*((R1+HZ1)**2)+E*AT*(R1**2)*(HZ1**2))/(R1*(R1-HZ1))
       EK2=2.*E*AT*HZ1/(R1-HZ1)
       EL2=E*AT/(R1*(R1-HZ1))
       EM2=(E*EJX*(R1+HZ1)+E*AT*(R1**2)*HZ1)/(R*(R1-HZ1))
       EN2=E*AT*R1/(R*(R1-HZ1))
       E2=(R1**2)/(R1-HZ1)
       Q2=(GS*EJD1*(R1-HZ1)+E*EJZ*R1)/(R1*(R1-HZ1))
       R2=E*EJZ*R1*(HZ1**2)/(R1-HZ1)
       S2=(2.*E*EJZ*R1*HZ1+GS*EJD1*(R1**2-HZ1**2))/(R1*(R1-HZ1))
       T2=E*EJZ/(R1*(R1-HZ1))
       Z2=((R1**2)*(HZ1**2)+AIT*(R1**2))/(R1-HZ1)
       RETURN
    66 WRITE(6,910) C1,C2,C12,C3,D1,D2,D12,D3
       WRITE(6,910) D11
       WRITE(6,910) G1,EI1
       WRITE(6,910) EL1
       WRITE(6,910) EN1,T1,S1,Z1
       WRITE(6,910) B2,E2,D22,O2,C22,F2
       WRITE(6,910) EI2,G2,H2
       WRITE(6,910) EJ2,EK2,EL2,EM2,EN2,E2
       WRITE(6,910) C22,Q2,R2,S2,T2,F2,Z2
       C221=C22
       F21=F2
       E21=E2
       RETURN
   910 FORMAT (10F12.4)
       END
```

```
IDENT KOKB
BCD
      SUBROUTINE KOKB(AA)
C
      DIMENSION AA(28,28)
      COMMON /BL1/N,A,B,R,P,IETA,S,C
C
      DO 10 I=1,N
      DO 15 J=1,N
      AA(I,J)=0.
   15 CONTINUE
   10 CONTINUE
C
      AA(1,1)=1.
      AA(1,2)=A
      AA(1,3)=B
      AA(1,4)=A*B
      AA(1,6)=-R*S
      AA(1,9)=B*B
      AA(1,10)=-B
      AA(1,11)=-A*B*B
      AA(1,12)=A*B
C
      AA(2,5)=C
      AA(2,6)=A*C
      AA(2,7)=B
      AA(2,8)=A*B
      AA(2,9)=-A*B
      AA(2,10)=A
      AA(2,11)=A*A*B
      AA(2,12)=-A*A
      AA(2,13)=-S
      AA(2,14)=-A*S
      AA(2,15)=-R*S*S
C
      AA(3,5)=S
      AA(3,6)=A*S
      AA(3,13)=C
      AA(3,14)=A*C
      AA(3,15)=R*S*C
      AA(3,16)=A*A
      AA(3,17)=A*B
      AA(3,18)=B*B
      AA(3,19)=A*A*A
      AA(3,20)=A*A*B
      AA(3,21)=A*B*B
      AA(3,22)=B*B*B
      AA(3,23)=A*A*A*B
      AA(3,24)=A*B*B*B
      AA(3,25)=A*A*B*B
      AA(3,26)=A*A*B*B*B
      AA(3,27)=A*A*A*B*B
      AA(3,28)=A*A*A*B*B*B
C
      AA(4,7)=-B/R
      AA(4,8)=-A*B/R
      AA(4,9)=A*B/R
      AA(4,10)=-A/R
      AA(4,11)=-A*A*B/R
      AA(4,12)=A*A/R
      AA(4,15)=1.
      AA(4,17)=A
      AA(4,18)=2.*B
      AA(4,20)=A*A
      AA(4,21)=2.*A*B
      AA(4,22)=3.*B*B
      AA(4,23)=A*A*A
      AA(4,24)=3.*A*B*B
      AA(4,25)=2.*A*A*B
      AA(4,26)=3.*A*A*B*B
      AA(4,27)=2.*A*A*A*B
```

```
      AA(4,28)=3.*A*A*A*B*B
C
      AA(5,6)=-S
      AA(5,14)=-C
      AA(5,16)=-2.*A
      AA(5,17)=-B
      AA(5,19)=-3.*A*A
      AA(5,20)=-2.*A*B
      AA(5,21)=-B*B
      AA(5,23)=-3.*A*A*B
      AA(5,24)=-B*B*B
      AA(5,25)=-2.*A*B*B
      AA(5,26)=-2.*A*B*B*B
      AA(5,27)=-3.*A*A*B*B
      AA(5,28)=-3.*A*A*B*B*B
C
      AA(6,3)=-0.5
      AA(6,4)=-A/2.
      AA(6,6)=C
      AA(6,8)=B/2.
      AA(6,9)=-5.*B/2.
      AA(6,10)=3.
      AA(6,11)=2.*A*B
      AA(6,12)=-5.*A/2.
      AA(6,14)=-S
C
      AA(7,6)=C/R
      AA(7,14)=-S/R
      AA(7,17)=1.
      AA(7,20)=2.*A
      AA(7,21)=2.*B
      AA(7,23)=3.*A*A
      AA(7,24)=3.*B*B
      AA(7,25)=4.*A*B
      AA(7,26)=6.*A*B*B
      AA(7,27)=6.*A*A*B
      AA(7,28)=9.*A*A*B*B
C
      AA(8,1)=1.
      AA(8,2)=A
      AA(8,3)=-B
      AA(8,4)=-A*B
      AA(8,6)=R*S
      AA(8,9)=B*B
      AA(8,10)=B
      AA(8,11)=-A*B*B
      AA(8,12)=-A*B
C
      AA(9,5)=C
      AA(9,6)=A*C
      AA(9,7)=-B
      AA(9,8)=-A*B
      AA(9,9)=A*B
      AA(9,10)=A
      AA(9,11)=-A*A*B
      AA(9,12)=-A*A
      AA(9,13)=S
      AA(9,14)=A*S
      AA(9,15)=-R*S*S
C
      AA(10,5)=-S
      AA(10,6)=-A*S
      AA(10,13)=C
      AA(10,14)=A*C
      AA(10,15)=-R*S*C
      AA(10,16)=A*A
      AA(10,17)=-A*B
      AA(10,18)=B*B
      AA(10,19)=A*A*A
      AA(10,20)=-A*A*B
      AA(10,21)=A*B*B
      AA(10,22)=-B*B*B
      AA(10,23)=-A*A*A*B
      AA(10,24)=-A*B*B*B
      AA(10,25)=A*A*B*B
      AA(10,26)=-A*A*B*B*B
      AA(10,27)=A*A*A*B*B
```

```
      AA(11,7)=B/R
      AA(11,8)=A*B/R
      AA(11,9)=-A*B/R
      AA(11,10)=-A/R
      AA(11,11)=A*A*B/R
      AA(11,12)=A*A/R
      AA(11,15)=1.
      AA(11,17)=A
      AA(11,18)=-2.*B
      AA(11,20)=A*A
      AA(11,21)=-2.*A*B
      AA(11,22)=3.*B*B
      AA(11,23)=A*A*A
      AA(11,24)=3.*A*B*B
      AA(11,25)=-2.*A*A*B
      AA(11,26)=3.*A*A*B*B
      AA(11,27)=-2.*A*A*A*B
      AA(11,28)=3.*A*A*A*B*B
C
      AA(12,6)=S
      AA(12,14)=-C
      AA(12,16)=-2.*A
      AA(12,17)=B
      AA(12,19)=-3.*A*A
      AA(12,20)=2.*A*B
      AA(12,21)=-B*B
      AA(12,23)=3.*A*A*B
      AA(12,24)=B*B*B
      AA(12,25)=-2.*A*B*B
      AA(12,26)=2.*A*B*B*B
      AA(12,27)=-3.*A*A*B*B
      AA(12,28)=3.*A*A*B*B*B
C
      AA(13,3)=-0.5
      AA(13,4)=-A/2.
      AA(13,6)=C
      AA(13,8)=-B/2.
      AA(13,9)=5.*B/2.
      AA(13,10)=3.
      AA(13,11)=-2.*A*B
      AA(13,12)=-5.*A/2.
      AA(13,14)=S
C
      AA(14,6)=C/R
      AA(14,14)=S/R
      AA(14,17)=1.
      AA(14,20)=2.*A
      AA(14,21)=-2.*B
      AA(14,23)=3.*A*A
      AA(14,24)=3.*B*B
      AA(14,25)=-4.*A*B
      AA(14,26)=6.*A*B*B
      AA(14,27)=-6.*A*A*B
      AA(14,28)=9.*A*A*B*B
C
      AA(15,1)=1.
      AA(15,2)=-A
      AA(15,3)=B
      AA(15,4)=-A*B
      AA(15,6)=-R*S
      AA(15,9)=B*B
      AA(15,10)=-B
      AA(15,11)=A*B*B
      AA(15,12)=-A*B
C
      AA(16,5)=C
      AA(16,6)=-A*C
      AA(16,7)=B
      AA(16,8)=-A*B
      AA(16,9)=A*B
      AA(16,10)=-A
      AA(16,11)=A*A*B
      AA(16,12)=-A*A
      AA(16,13)=-S
      AA(16,14)=A*S
      AA(16,15)=-R*S*S
```

```
      AA(17,5)=S
      AA(17,6)=-A*S
      AA(17,13)=C
      AA(17,14)=-A*C
      AA(17,15)=R*S*C
      AA(17,16)=A*A
      AA(17,17)=-A*B
      AA(17,18)=B*B
      AA(17,19)=-A*A*A
      AA(17,20)=A*A*B
      AA(17,21)=-A*B*B
      AA(17,22)=B*B*B
      AA(17,23)=-A*A*A*B
      AA(17,24)=-A*B*B*B
      AA(17,25)=A*A*B*B
      AA(17,26)=A*A*B*B*B
      AA(17,27)=-A*A*A*B*B
      AA(17,28)=-A*A*A*B*B*B
C
      AA(18,7)=-B/R
      AA(18,8)=A*B/R
      AA(18,9)=-A*B/R
      AA(18,10)=A/R
      AA(18,11)=-A*A*B/R
      AA(18,12)=A*A/R
      AA(18,15)=1.
      AA(18,17)=-A
      AA(18,18)=2.*B
      AA(18,20)=A*A
      AA(18,21)=-2.*A*B
      AA(18,22)=3.*B*B
      AA(18,23)=-A*A*A
      AA(18,24)=-3.*A*B*B
      AA(18,25)=2.*A*A*B
      AA(18,26)=3.*A*A*B*B
      AA(18,27)=-2.*A*A*A*B
      AA(18,28)=-3.*A*A*A*B*B
C
      AA(19,6)=-S
      AA(19,14)=-C
      AA(19,16)=2.*A
      AA(19,17)=-B
      AA(19,19)=-3.*A*A
      AA(19,20)=2.*A*B
      AA(19,21)=-B*B
      AA(19,23)=-3.*A*A*B
      AA(19,24)=-B*B*B
      AA(19,25)=2.*A*B*B
      AA(19,26)=2.*A*B*B*B
      AA(19,27)=-3.*A*A*B*B
      AA(19,28)=-3.*A*A*B*B*B
C
      AA(20,3)=-0.5
      AA(20,4)=A/2.
      AA(20,6)=C
      AA(20,8)=B/2.
      AA(20,9)=-5.*B/2.
      AA(20,10)=3.
      AA(20,11)=-2.*A*B
      AA(20,12)=5.*A/2.
      AA(20,14)=-S
C
      AA(21,6)=C/R
      AA(21,14)=-S/R
      AA(21,17)=1.
      AA(21,20)=-2.*A
      AA(21,21)=2.*B
      AA(21,23)=3.*A*A
      AA(21,24)=3.*B*B
      AA(21,25)=-4.*A*B
      AA(21,26)=-6.*A*B*B
      AA(21,27)=6.*A*A*B
      AA(21,28)=9.*A*A*B*B
```

```
      AA(22,1)=1.
      AA(22,2)=-A
      AA(22,3)=-B
      AA(22,4)=A*B
      AA(22,6)=R*S
      AA(22,9)=B*B
      AA(22,10)=B
      AA(22,11)=A*B*B
      AA(22,12)=A*B
C
      AA(23,5)=C
      AA(23,6)=-A*C
      AA(23,7)=-B
      AA(23,8)=A*B
      AA(23,9)=-A*B
      AA(23,10)=-A
      AA(23,11)=-A*A*B
      AA(23,12)=-A*A
      AA(23,13)=S
      AA(23,14)=-A*S
      AA(23,15)=-R*S*S
C
      AA(24,5)=-S
      AA(24,6)=A*S
      AA(24,13)=C
      AA(24,14)=-A*C
      AA(24,15)=-R*S*C
      AA(24,16)=A*A
      AA(24,17)=A*B
      AA(24,18)=B*B
      AA(24,19)=-A*A*A
      AA(24,20)=-A*A*B
      AA(24,21)=-A*B*B
      AA(24,22)=-B*B*B
      AA(24,23)=A*A*A*B
      AA(24,24)=A*B*B*B
      AA(24,25)=A*A*B*B
      AA(24,26)=-A*A*B*B*B
      AA(24,27)=-A*A*A*B*B
      AA(24,28)=A*A*A*B*B*B
C
      AA(25,7)=B/R
      AA(25,8)=-A*B/R
      AA(25,9)=A*B/R
      AA(25,10)=A/R
      AA(25,11)=A*A*B/R
      AA(25,12)=A*A/R
      AA(25,15)=1.
      AA(25,17)=-A
      AA(25,18)=-2.*B
      AA(25,20)=A*A
      AA(25,21)=2.*A*B
      AA(25,22)=3.*B*B
      AA(25,23)=-A*A*A
      AA(25,24)=-3.*A*B*B
      AA(25,25)=-2.*A*A*B
      AA(25,26)=3.*A*A*B*B
      AA(25,27)=2.*A*A*A*B
      AA(25,28)=-3.*A*A*A*B*B
C
      AA(26,6)=S
      AA(26,14)=-C
      AA(26,16)=2.*A
      AA(26,17)=B
      AA(26,19)=-3.*A*A
      AA(26,20)=-2.*A*B
      AA(26,21)=-B*B
      AA(26,23)=3.*A*A*B
      AA(26,24)=B*B*B
      AA(26,25)=2.*A*B*B
      AA(26,26)=-2.*A*B*B*B
      AA(26,27)=-3.*A*A*B*B
      AA(26,28)=3.*A*A*B*B*B
C
```

```
      AA(27,3)=-0.5
      AA(27,4)=A/2.
      AA(27,6)=C
      AA(27,8)=-B/2.
      AA(27,9)=5.*B/2.
      AA(27,10)=3.
      AA(27,11)=2.*A*B
      AA(27,12)=5.*A/2.
      AA(27,14)=S
C
      AA(28,6)=C/R
      AA(28,14)=S/R
      AA(28,17)=1.
      AA(28,20)=-2.*A
      AA(28,21)=-2.*B
      AA(28,23)=3.*A*A
      AA(28,24)=3.*B*B
      AA(28,25)=4.*A*B
      AA(28,26)=-6.*A*B*B
      AA(28,27)=-6.*A*A*B
      AA(28,28)=9.*A*A*B*B
C
      RETURN
   44 WRITE(6,900)
      DO 20 I=1,N
      WRITE(6,910)
      WRITE(6,920) (AA(I,J),J=1,N)
   20 CONTINUE
      RETURN
  900 FORMAT (1H1)
  910 FORMAT (/)
  920 FORMAT (10F12.4)
      END
IDENT KOKC
BCD
      SUBROUTINE KOKC(A)
      DIMENSION A(784),L(28),M(28)
      COMMON /BL1/N
      D=1.0
      NK=-N
      DO 80 K=1,N
      NK=NK+N
      L(K)=K
      M(K)=K
      KK=NK+K
      BIGA=A(KK)
      DO 20 J=K,N
      IZ=N*(J-1)
      DO 20 I=K,N
      IJ=IZ+I
   10 IF(ABS(BIGA)-ABS(A(IJ))) 15,20,20
   15 BIGA=A(IJ)
      L(K)=I
      M(K)=J
   20 CONTINUE
      J=L(K)
      IF(J-K) 35,35,25
   25 KI=K-N
      DO 30 I=1,N
      KI=KI+N
      HOLD=-A(KI)
      JI=KI-K+J
      A(KI)=A(JI)
```

```
 30 A(JI)=HOLD
 35 I=M(K)
    IF(I-K) 45,45,38
 38 JP=N*(I-1)
    DO 40 J=1,N
    JK=NK+J
    JI=JP+J
    HOLD=-A(JK)
    A(JK)=A(JI)
 40 A(JI)=HOLD
 45 IF(BIGA) 48,46,48
 46 D=0.0
    RETURN
 48 DO 55 I=1,N
    IF(I-K) 50,55,50
 50 IK=NK+I
    A(IK)=A(IK)/(-BIGA)
 55 CONTINUE
    DO 65 I=1,N
    IK=NK+I
    HOLD=A(IK)
    IJ=I-N
    DO 65 J=1,N
    IJ=IJ+N
    IF(I-K) 60,65,60
 60 IF(J-K) 62,65,62
 62 KJ=IJ-I+K
    A(IJ)=HOLD*A(KJ)+A(IJ)
 65 CONTINUE
    KJ=K-N
    DO 75 J=1,N
    KJ=KJ+N
    IF(J-K) 70,75,70
 70 A(KJ)=A(KJ)/BIGA
 75 CONTINUE
    D=D*BIGA
    A(KK)=1.0/BIGA
 80 CONTINUE
    K=N
100 K=(K-1)
    IF(K) 150,150,105
105 I=L(K)
    IF(I-K) 120,120,108
108 JQ=N*(K-1)
    JR=N*(I-1)
    DO 110 J=1,N
    JK=JQ+J
    HOLD=A(JK)
    JI=JR+J
    A(JK)=-A(JI)
110 A(JI)=HOLD
120 J=M(K)
    IF(J-K) 100,100,125
125 KI=K-N
    DO 130 I=1,N
    KI=KI+N
    HOLD=A(KI)
    JI=KI-K+J
    A(KI)=-A(JI)
130 A(JI)=HOLD
    GO TO 100
150 RETURN
    END
```

```
ENT TURH
D
      SUBROUTINE TURH(H)
      TURKAN KOKSAL  PROGRAM 3-1
      DIMENSION H(28,28)
      COMMON /BL1/N,A,B,R
      COMMON /BL3/C1,C2,C12,C3,D1,D2,D12,D3


      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      H(I,J)=0.
   10 CONTINUE
      H(2,2)=4.*A*B*C1
      H(2,7)=4.*A*B*C12
      H(2,11)=-4.*A*B*B*B*C1/3.+4.*A*A*A*B*C12/3.
      H(2,16)=4.*A*A*A*B*C12/(3.*R)
      H(2,18)=4.*A*B*B*B*C12/(3.*R)
      H(2,25)=4.*A*A*A*B*B*B*C12/(9.*R)
      H(3,3)=4.*A*B*C3
      H(4,4)=4.*A*B*B*B*C1/3.+4.*A*A*A*B*C3/3.
      H(4,12)=4.*A*B*B*B*C1/5.-4.*A*A*A*B*C3/3.
      H(4,20)=4.*A*A*A*B*B*B*C12/(9.*R)
      H(4,22)=4.*A*B*B*B*B*B*C12/(5.*R)
      H(4,26)=4.*A*A*A*B*B*B*B*B*C12/(15.*R)
      H(7,2)=4.*A*B*C12
      H(7,7)=4.*A*B*C2+4.*A*B*D2/(R*R)
      H(7,11)=-4.*A*B*B*B*C12/3.+4.*A*A*A*B*C2/3.+4.*A*A*A*B*D2/
     *(3.*R*R)
      H(7,16)=4.*A*A*A*B*C2/(3.*R)-8.*A*B*D12/R
      H(7,18)=4.*A*B*B*B*C2/(3.*R)-8.*A*B*D2/R
      H(7,25)=4.*A*A*A*B*B*B*C2/(9.*R)-8.*A*B*B*B*D12/(3.*R)-
     *8.*A*A*A*B*D2/(3.*R)
      H(8,8)=4.*A*A*A*B*C2/3.+4.*A*B*B*B*C3/3.+4.*A*A*A*B*D2/
     *(3.*R*R)+16.*A*B*B*B*D3/(3.*R*R)
      H(8,9)=-4.*A*A*A*B*C2/5.+4.*A*B*B*B*C3/3.-A*A*A*B*D2/(5.*R*R)-
     *16.*A*B*B*B*D3/(3.*R*R)
      H(8,19)=4.*A*A*A*A*A*B*C2/(5.*R)-8.*A*A*A*B*D12/R
      H(8,21)=4.*A*A*A*B*B*B*C2/(9.*R)-8.*A*A*A*B*D2/(3.*R)
     *-32.*A*B*B*B*D3/(3.*R)
      H(8,27)=4.*A*A*A*A*A*B*B*B*C2/(15.*R)-8.*A*A*A*B*B*B*D12/(3.*R)-
     *8.*A*A*A*A*A*B*D2/(5.*R)-32.*A*A*A*B*B*B*D3/(3.*R)
      H(9,8)=-4.*A*A*A*B*C2/5.+4.*A*B*B*B*C3/3.-4.*A*A*A*B*D2/
     *(5.*R*R)-16.*A*B*B*B*D3/(3.*R*R)
      H(9,9)=4.*A*A*A*B*C2/7.+12.*A*B*B*B*C3/5.+4.*A*A*A*B*D2/
     *(7.*R*R)+48.*A*B*B*B*D3/(5.*R*R)
      H(9,19)=-4.*A*A*A*A*A*B*C2/(7.*R)+24.*A*A*A*B*D12/(5.*R)
      H(9,21)=-4.*A*A*A*B*B*B*C2/(15.*R)+8.*A*A*A*B*D2/(5.*R)+
     *32.*A*B*B*B*D3/(3.*R)
      H(9,27)=-4.*A*A*A*A*A*B*B*B*C2/(21.*R)+8.*A*A*A*B*B*B*D12/

     *(5.*R)+8.*A*A*A*A*A*B*D2/(7.*R)+96.*A*A*A*B*B*B*D3/(5.*R)
      H(10,10)=32.*A*B*C3/5.+144.*A*B*D3/(5.*R*R)
      H(10,17)=-16.*A*B*D3/R
      H(10,23)=-144.*A*A*A*B*D3/(5.*R)
      H(10,24)=-16.*A*B*B*B*D3/R
      H(10,28)=-144.*A*A*A*B*B*B*D3/(5.*R)
      H(11,2)=-4.*A*B*B*B*C1/3.+4.*A*A*A*B*C12/3.
      H(11,7)=-4.*A*B*B*B*C12/3.+4.*A*A*A*B*C2/3.+4.*A*A*A*B*D2/(3.*R*R)
      H(11,11)=4.*A*B*B*B*B*B*C1/5.-8.*A*A*A*B*B*B*C12/9.+4.*A*A*A*A*
     **C2/5.+4.*A*A*A*A*A*B*D2/(5.*R*R)+64.*A*A*A*B*B*B*D3/(9.*R*R)
      H(11,16)=-4.*A*A*A*B*B*B*C12/(9.*R)+4.*A*A*A*A*A*B*C2/(5.*R)-
     *8.*A*A*A*B*D12/(3.*R)
      H(11,18)=-4.*A*B*B*B*B*B*C12/(5.*R)+4.*A*A*A*B*B*B*C2/(9.*R)-
     *8.*A*A*A*B*D2/(3.*R)
      H(11,25)=-4.*A*A*A*B*B*B*B*B*C12/(15.*R)+4.*A*A*A*A*A*B*B*B*C2/
     *(15.*R)-8.*A*A*A*B*B*B*D12/(9.*R)-8.*A*A*A*A*A*B*D2/(5.*R)-128.*
     *A*A*B*B*B*D3/(9.*R)
      H(12,4)=4.*A*B*B*B*C1/5.-4.*A*A*A*B*C3/3.
```

```
H(12,12)=4.*A*B*B*B*C1/7.+12.*A*A*A*B*C3/5.+64.*A*A*A*B*D3/
*(3.*R*R)
H(12,20)=4.*A*A*A*B*B*B*C12/(15.*R)+64.*A*A*A*B*D3/(3.*R)
H(12,22)=4.*A*B*B*B*B*B*C12/(7.*R)
H(12,26)=4.*A*A*A*B*B*B*B*B*C12/(21.*R)+64.*A*A*A*B*B*B*D3/(3.*R)
H(16,2)=4.*A*A*A*B*C12/(3.*R)
H(16,7)=4.*A*A*A*B*C2/(3.*R)-8.*A*B*D12/R
H(16,11)=-4.*A*A*A*B*B*B*C12/(9.*R)+4.*A*A*A*A*A*B*C2/(5.*R)-
*8.*A*A*A*B*D12/(3.*R)
H(16,16)=4.*A*A*A*A*A*B*C2/(5.*R*R)+16.*A*B*D1
H(16,18)=4.*A*A*A*B*B*B*C2/(9.*R*R)+16.*A*B*D12
H(16,25)=4.*A*A*A*A*A*B*B*B*C2/(15.*R*R)+16.*A*B*B*B*D1/3.+16.*A*A
**A*B*D12/3.
H(17,10)=-16.*A*B*D3/R
H(17,17)=4.*A*A*A*B*B*B*C2/(9.*R*R)+16.*A*B*D3
H(17,23)=4.*A*A*A*A*A*B*B*B*C2/(15.*R*R)+16.*A*A*A*B*D3
H(17,24)=4.*A*A*A*B*B*B*B*B*C2/(15.*R*R)+16.*A*B*B*B*D3
H(17,28)=4.*A*A*A*A*A*B*B*B*B*B*C2/(25.*R*R)+16.*A*A*A*B*B*B*D3
H(18,2)=4.*A*B*B*B*C12/(3.*R)
H(18,7)=4.*A*B*B*B*C2/(3.*R)-8.*A*B*D2/R
H(18,11)=-4.*A*B*B*B*B*B*C12/(5.*R)+4.*A*A*A*B*B*B*C2/(9.*R)-8.*A*
*A*A*B*D2/(3.*R)
H(18,16)=4.*A*A*A*B*B*B*C2/(9.*R*R)+16.*A*B*D12
H(18,18)=4.*A*B*B*B*B*B*C2/(5.*R*R)+16.*A*B*D2
H(18,25)=4.*A*A*A*B*B*B*B*B*C2/(15.*R*R)+16.*A*B*B*B*D12/3.+16.*A*
*A*A*B*D2/3.
H(19,8)=4.*A*A*A*A*A*B*C2/(5.*R)-8.*A*A*A*B*D12/R
H(19,9)=-4.*A*A*A*A*A*B*C2/(7.*R)+24.*A*A*A*B*D12/(5.*R)
H(19,19)=4.*(A**7)*B*C2/(7.*R*R)+48.*A*A*A*B*D1
H(19,21)=4.*(A**5)*(B**3)*C2/(15.*R*R)+16.*A*A*A*B*D12
H(19,27)=4.*(A**7)*(B**3)*C2/(21.*R*R)+16.*A*A*A*B*B*B*D1+48.*
*(A**5)*B*D12/5.
H(20,4)=4.*A*A*A*B*B*B*C12/(9.*R)
H(20,12)=4.*A*A*A*B*B*B*C12/(15.*R)+64.*A*A*A*B*D3/(3.*R)
H(20,20)=4.*(A**5)*(B**3)*C2/(15.*R*R)+16.*A*B*B*B*D1/3.+64.*A*A*A
**B*D3/3.
H(20,22)=4.*(A**3)*(B**5)*C2/(15.*R*R)+16.*A*B*B*B*D12
H(20,26)=4.*(A**5)*(B**5)*C2/(25.*R*R)+16.*A*(B**5)*D1/5.+16.*A*A
**A*B*B*B*D12/3.+64.*A*A*A*B*B*B*D3/3.
H(21,8)=4.*A*A*A*B*B*B*C2/(9.*R)-8.*A*A*A*B*D2/(3.*R)-32.*A*B*B*B*
*D3/(3.*R)
H(21,9)=-4.*A*A*A*B*B*B*C2/(15.*R)+8.*A*A*A*B*D2/(5.*R)+32.*A*B*B*
*B*D3/(3.*R)
H(21,19)=4.*(A**5)*(B**3)*C2/(15.*R*R)+16.*A*A*A*B*D12
H(21,21)=4.*(A**3)*(B**5)*C2/(15.*R*R)+16.*A*A*A*B*D2/3.+64.*A*B*B
**B*D3/3.
H(21,27)=4.*(A**5)*(B**5)*C2/(25.*R*R)+16.*A*A*A*B*B*B*D12/3.+16.*
*(A**5)*B*D2/5.+64.*A*A*A*B*B*B*D3/3.
H(22,4)=4.*A*(B**5)*C12/(5.*R)
H(22,12)=4.*A*(B**5)*C12/(7.*R)
H(22,20)=4.*(A**3)*(B**5)*C2/(15.*R*R)+16.*A*B*B*B*D12
H(22,22)=4.*A*(B**7)*C2/(7.*R*R)+48.*A*B*B*B*D2
H(22,26)=4.*(A**3)*(B**7)*C2/(21.*R*R)+48.*A*(B**5)*D12/5.+16.*
*(A**3)*(B**3)*D2
H(23,10)=-144.*A*A*A*B*D3/(5.*R)
H(23,17)=4.*(A**5)*(B**3)*C2/(15.*R*R)+16.*A*A*A*B*D3
H(23,23)=4.*(A**7)*(B**3)*C2/(21.*R*R)+16.*A*A*A*B*B*B*D1+144.*
*(A**5)*B*D3/5.
H(23,24)=4.*(A**5)*(B**5)*C2/(25.*R*R)+16.*A*A*A*B*B*B*D12+16.*A*A
**A*B*B*B*D3
H(23,28)=4.*(A**7)*(B**5)*C2/(35.*R*R)+48.*(A**3)*(B**5)*D1/5.+48.
**(A**5)*(B**3)*D12/5.+144.*(A**5)*(B**3)*D3/5.
H(24,10)=-16.*A*B*B*B*D3/R
H(24,17)=4.*(A**3)*(B**5)*C2/(15.*R*R)+16.*A*B*B*B*D3
H(24,23)=4.*(A**5)*(B**5)*C2/(25.*R*R)+16.*A*A*A*B*B*B*D12+16.*A*A
**A*B*B*B*D3
H(24,24)=4.*(A**3)*(B**7)*C2/(21.*R*R)+16.*A*A*A*B*B*B*D2+144.*A*
*(B**5)*D3/5.
H(24,28)=4.*(A**5)*(B**7)*C2/(35.*R*R)+48.*(A**3)*(B**5)*D12/5.+
*48.*(A**5)*(B**3)*D2/5.+144.*(A**3)*(B**5)*D3/5.
H(25,2)=4.*A*A*A*B*B*B*C12/(9.*R)
H(25,7)=4.*A*A*A*B*B*B*C2/(9.*R)-8.*A*B*B*B*D12/(3.*R)-8.*A*A*A*B*
*D2/(3.*R)
H(25,11)=-4.*(A**3)*(B**5)*C12/(15.*R)+4.*(A**5)*(B**3)*C2/(15.*R*
*8.*(A**3)*(B**3)*D12/(...
```

```
      H(25,16)=4.*(A**5)*(B**3)*C2/(15.*R*R)+16.*A*B*B*B*D1/3.+16.*A*A*A
     **B*D12/3.
      H(25,18)=4.*(A**3)*(B**5)*C2/(15.*R*R)+16.*A*B*B*B*D12/3.+16.*A*A*
     *A*B*D2/3.
      H(25,25)=4.*(A**5)*(B**5)*C2/(25.*R*R)+16.*(B**5)*A*D1/5.+32.*
     *(A**3)*(B**3)*D12/9.+16.*(A**5)*B*D2/5.+256.*(A**3)*(B**3)*D3/9.
      H(26,4)=4.*(A**3)*(B**5)*C12/(15.*R)
      H(26,12)=4.*(A**3)*(B**5)*C12/(21.*R)+64.*A*A*A*B*B*B*C3/(3.*R)
      H(26,20)=4.*(A**5)*(B**5)*C2/(25.*R*R)+16.*A*(B**5)*D1/5.+16.*
     *(A**3)*(B**3)*D12/3.+64.*(A**3)*(B**3)*D3/3.
      H(26,22)=4.*(A**3)*(B**7)*C2/(21.*R*R)+48.*A*(B**5)*D12/5.+16.*A*A
     **A*B*B*B*D2
      H(26,26)=4.*(A**5)*(B**7)*C2/(35.*R*R)+16.*A*(B**7)*D1/7.+32.*
     *(A**3)*(B**5)*D12/5.+48.*(A**5)*(B**3)*D2/5.+192.*(A**3)*(B**5)*
     *D3/5.
      H(27,8)=4.*(A**5)*(B**3)*C2/(15.*R)-8.*A*A*A*B*B*B*D12/(3.*R)-8.*
     *(A**5)*B*D2/(5.*R)-32.*(A**3)*(B**3)*D3/(3.*R)
      H(27,9)=-4.*(A**5)*(B**3)*C2/(21.*R)+8.*(A**3)*(B**3)*D12/
     *(5.*R)+8.*(A**5)*B*D2/(7.*R)+96.*A*A*A*B*B*B*D3/(5.*R)
      H(27,19)=4.*(A**7)*(B**3)*C2/(21.*R*R)+16.*A*A*A*B*B*B*D1+48.*
     *(A**5)*B*D12/5.
      H(27,21)=4.*(A**5)*(B**5)*C2/(25.*R*R)+16.*(A**3)*(B**3)*D12/3.+16
     *.*(A**5)*B*D2/5.+64.*A*A*A*B*B*B*D3/3.
      H(27,27)=4.*(A**7)*(B**5)*C2/(35.*R*R)+48.*(A**3)*(B**5)*D1/5.+32.
     **(A**5)*(B**3)*D12/5.+16.*(A**7)*B*D2/7.+192.*(A**5)*(B**3)*D3/5.
      H(28,10)=-144.*(A**3)*(B**3)*D3/(5.*R)
      H(28,17)=4.*(A**5)*(B**5)*C2/(25.*R*R)+16.*(A**3)*(B**3)*D3
      H(28,23)=4.*(A**7)*(B**5)*C2/(35.*R*R)+48.*(A**3)*(B**5)*D1/5.+48.
     **(A**5)*(B**3)*D12/5.+144.*(A**5)*(B**3)*D3/5.
      H(28,24)=4.*(A**5)*(B**7)*C2/(35.*R*R)+48.*(A**3)*(B**5)*D12/5.+48
     *.*(A**5)*(B**3)*D2/5.+144.*(A**3)*(B**5)*D3/5.
      H(28,28)=4.*(A**7)*(B**7)*C2/(49.*R*R)+48.*(A**3)*(B**7)*D1/
     *7.+288.*(A**5)*(B**5)*D12/25.+48.*(A**7)*(B**3)*D2/7.+1296.*(A**5)
     **(B**5)*D3/25.
      RETURN
   18 DO 20 I=1,N
      WRITE(6,900) (H(I,J),J=1,N)
   20 CONTINUE
      RETURN
  900 FORMAT (10F12.4)
      END
DENT  TURL
CD
      SUBROUTINE TURL(F)
      TURKAN KOKSAL    PROGRAMI 3/2
      DIMENSION F(28,28)
      COMMON /BL1/N,A,B,R,P


      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      F(I,J)=0.
   10 CONTINUE
      F(7,7)=-4.*A*B*B*B*P/(3.*R)
      F(7,11)=-4.*(A**3)*(B**3)*P/(9.*R)
      F(7,18)=8.*A*B*B*B*P/3.
      F(7,25)=8.*(A**3)*(B**3)*P/9.
      F(8,8)=-4.*A*A*A*B*B*B*P/(9.*R)
      F(8,9)=4.*A*A*A*B*B*B*P/(15.*R)
      F(8,21)=8.*A*A*A*B*B*B*P/9.
      F(8,27)=8.*(A**5)*(B**3)*P/15.
      F(9,8)=4.*A*A*A*B*B*B*P/(15.*R)
      F(9,9)=-4.*A*A*A*B*B*B*P/(21.*R)
      F(9,21)=-8.*A*A*A*B*B*B*P/15.
      F(9,27)=-8.*(A**5)*(B**3)*P/21.
      F(10,10)=-4.*A*A*A*B*P/(7.*R)
```

```
      F(10,17)=4.*A*A*A*B*P/5.
      F(10,23)=4.*(A**5)*B*P/7.
      F(10,24)=4.*A*A*A*B*B*B*P/5.
      F(10,28)=4.*(A**5)*(B**3)*P/7.
      F(11,7)=-4.*A*A*A*B*B*B*P/(9.*R)
      F(11,11)=-4.*(A**5)*(B**3)*P/(15.*R)
      F(11,18)=8.*A*A*A*B*B*B*P/9.
      F(11,25)=8.*(A**5)*(B**3)*P/15.
      F(12,12)=4.*(A**5)*B*P/(5.*R)
      F(12,15)=-4.*A*A*A*B*P/3.
      F(12,20)=-4.*(A**5)*B*P/5.
      F(12,22)=-4.*(A**3)*(B**3)*P/3.
      F(12,26)=-4.*(A**5)*(B**3)*P/5.
      F(15,12)=-4.*(A**3)*B*P/3.
      F(15,15)=-4.*A*B*R*P
      F(15,20)=-4.*A*A*A*B*R*P/3.
      F(15,22)=-4.*A*B*B*B*R*P
      F(15,26)=-4.*(A**3)*(B**3)*P*R/3.
      F(17,10)=4.*A*A*A*B*P/5.
      F(17,17)=-4.*A*A*A*B*R*P/3.
      F(17,23)=-4.*(A**5)*B*R*P/5.
      F(17,24)=-4.*A*A*A*B*B*B*R*P/3.
      F(17,28)=-4.*(A**5)*(B**3)*R*P/5.
      F(18,7)=8.*A*B*B*B*P/3.
      F(18,11)=8.*(A**3)*(B**3)*P/9.
      F(18,18)=-16.*A*B*B*B*R*P/3.
      F(18,25)=-16.*(A**3)*(B**3)*R*P/9.
      F(20,12)=-4.*(A**5)*B*P/5.
      F(20,15)=-4.*A*A*A*B*R*P/3.
      F(20,20)=-4.*(A**5)*B*R*P/5.
      F(20,22)=-4.*A*A*A*B*B*B*R*P/3.
      F(20,26)=-4.*(A**5)*(B**3)*R*P/5.
      F(21,8)=8.*(A**3)*(B**3)*P/9.
      F(21,9)=-8.*(A**3)*(B**3)*P/15.
      F(21,21)=-16.*(A**3)*(B**3)*R*P/9.
      F(21,27)=-16.*(A**5)*(B**3)*R*P/15.
      F(22,12)=-4.*(A**3)*(B**3)*P/3.
      F(22,15)=-4.*A*B*B*B*R*P
      F(22,20)=-4.*A*A*A*B*B*B*R*P/3.
      F(22,22)=-36.*A*(B**5)*R*P/5.
      F(22,26)=-12.*(A**3)*(B**5)*R*P/5.
      F(23,10)=4.*(A**5)*B*P/7.
      F(23,17)=-4.*(A**5)*B*R*P/5.
      F(23,23)=-4.*(A**7)*B*R*P/7.
      F(23,24)=-4.*(A**5)*(B**3)*R*P/5.
      F(23,28)=-4.*(A**7)*(B**3)*R*P/7.
      F(24,10)=4.*(A**3)*(B**3)*P/5.
      F(24,17)=-4.*(A**3)*(B**3)*R*P/3.
      F(24,23)=-4.*(A**5)*(B**3)*R*P/5.
      F(24,24)=-12.*(A**3)*(B**5)*R*P/5.
      F(24,28)=-36.*(A**5)*(B**5)*R*P/25.
      F(25,7)=8.*(A**3)*(B**3)*P/9.
      F(25,11)=8.*(A**5)*(B**3)*P/15.
      F(25,18)=-16.*(A**3)*(B**3)*R*P/9.
      F(25,25)=-16.*(A**5)*(B**3)*R*P/15.
      F(26,12)=-4.*(A**5)*(B**3)*P/5.
      F(26,15)=-4.*(A**3)*(B**3)*R*P/3.
      F(26,20)=-4.*(A**5)*(B**3)*R*P/5.
      F(26,22)=-12.*(A**3)*(B**5)*R*P/5.
      F(26,26)=-36.*(A**5)*(B**5)*R*P/25.
      F(27,8)=8.*(A**5)*(B**3)*P/15.
      F(27,9)=-8.*(A**5)*(B**3)*P/21.
      F(27,21)=-16.*(A**5)*(B**3)*R*P/15.
      F(27,27)=-16.*(A**7)*(B**3)*R*P/21.
      F(28,10)=4.*(A**5)*(B**3)*P/7.
      F(28,17)=-4.*(A**5)*(B**3)*R*P/5.
      F(28,23)=-4.*(A**7)*(B**3)*R*P/7.
      F(28,24)=-36.*(A**5)*(B**5)*R*P/25.
      F(28,28)=-36.*(A**7)*(B**5)*R*P/35.
      RETURN
   18 DO 20 I=1,N
      WRITE(6,900) (F(I,J),J=1,N)
   20 CONTINUE
      RETURN
  900 FORMAT (10F12.4)
      END
```

```
IDENT TURS
BCD
      SUBROUTINE TURS(S)
C     TURKAN KOKSAL   PROGRAM 3-3
      DIMENSION S(28,28)
      COMMON /BL1/N,A,B,R,P,TETA
C
C
      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      S(I,J)=0.
   10 CONTINUE
      S(7,7)=4.*A*B*B*B*P/(3.*R)
      S(7,11)=4.*A*A*A*B*B*B*P/(9.*R)
      S(7,13)=-4.*A*B*B*B*P/(3.*R*R)+4.*A*B*P
      S(7,16)=4.*A*A*A*B*P/3.
      S(7,18)=4.*A*B*B*B*P/3.
      S(7,25)=4.*A*A*A*B*B*B*P/9.
      S(8,8)=4.*A*A*A*B*B*B*P/(9.*R)
      S(8,9)=-4.*A*A*A*B*B*B*P/(15.*R)
      S(8,14)=-4.*A*A*A*B*B*B*P/(9.*R*R)+4.*A*A*A*B*P/3.
      S(8,19)=4.*(A**5)*B*P/5.
      S(8,21)=4.*A*A*A*B*B*B*P/9.
      S(8,27)=4.*(A**5)*(B**3)*P/15.
      S(9,8)=-4.*(A**3)*(B**3)*P/(15.*R)
      S(9,9)=4.*(A**3)*(B**3)*P/(21.*R)
      S(9,14)=4.*(A**3)*(B**3)*P/(15.*R*R)-4.*A*A*A*B*P/5.
      S(9,19)=-4.*(A**5)*B*P/7.
      S(9,21)=-4.*(A**3)*(B**3)*P/15.
      S(9,27)=-4.*(A**5)*(B**3)*P/21.
      S(10,6)=4.*A*A*A*B*P/(5.*R)
      S(10,10)=4.*A*A*A*B*P/(7.*R)
      S(11,7)=4.*A*A*A*B*B*B*P/(9.*R)
      S(11,11)=4.*(A**5)*(B**3)*P/(15.*R)
      S(11,13)=-4.*A*A*A*B*B*B*P/(9.*R*R)+4.*A*A*A*B*P/3.
      S(11,16)=4.*(A**5)*B*P/5.
      S(11,18)=4.*A*A*A*B*B*B*P/9.
      S(11,25)=4.*(A**5)*(B**3)*P/15.
      S(12,5)=-4.*A*A*A*B*P/(3.*R)
      S(12,12)=4.*(A**5)*B*P/(5.*R)
      S(12,15)=4.*A*A*A*B*P*(1.-COS(TETA))/3.
      S(15,5)=-4.*A*B*P
      S(15,12)=4.*A*A*A*B*P/3.
      S(15,15)=4.*A*B*R*P*(1.-COS(TETA))
      S(16,13)=4.*A*A*A*B*P/(3.*R)
      S(16,16)=4.*(A**5)*B*P/(5.*R)
      S(16,18)=4.*A*A*A*B*B*B*P/(9.*R)
      S(16,25)=4.*(A**5)*(B**3)*P/(15.*R)
      S(17,6)=4.*A*A*A*B*B*B*P/(9.*R*R)-4.*A*A*A*B*P/3.
      S(17,10)=-4.*A*A*A*B*P/5.
      S(17,17)=4.*A*A*A*B*B*B*P/(9.*R)
      S(17,23)=4.*(A**5)*(B**3)*P/(15.*R)
      S(17,24)=4.*(A**3)*(B**5)*P/(15.*R)
      S(17,28)=4.*(A**5)*(B**5)*P/(25.*R)
      S(18,7)=-8.*A*B*B*B*P/3.
      S(18,11)=-8.*A*A*A*B*B*B*P/9.
      S(18,13)=4.*A*B*B*B*P/R
      S(18,16)=4.*A*A*A*B*B*B*P/(9.*R)
      S(18,18)=4.*A*(B**5)*P/(5.*R)
      S(18,25)=4.*(A**3)*(B**5)*P/(15.*R)
      S(19,14)=4.*(A**5)*B*P/(5.*R)
      S(19,19)=4.*(A**7)*B*P/(7.*R)
      S(19,21)=4.*(A**5)*(B**3)*P/(15.*R)
      S(19,27)=4.*(A**7)*(B**3)*P/(21.*R)
      S(20,5)=4.*(A**3)*(B**3)*P/(9.*R*R)-4.*A*A*A*B*P/3.
      S(20,12)=4.*(A**5)*B*P/5.
      S(20,15)=4.*A*A*A*B*P*R*(1.-COS(TETA))/3.
     *+4.*A*A*A*B*B*B*P*COS(TETA)/(9.*R)
      S(20,20)=4.*(A**5)*(B**3)*P/(15.*R)
```

```
 S(20,22)=4.*(A**3)*(B**5)*P/(15.*R)
 S(20,26)=4.*(A**5)*(B**5)*P/(25.*R)
 S(21,8)=-8.*A*A*A*B*B*B*P/9.
 S(21,9)=8.*A*A*A*B*B*B*P/15.
 S(21,14)=4.*A*A*A*B*B*B*P/(3.*R)
 S(21,19)=4.*(A**5)*(B**3)*P/(15.*R)
 S(21,21)=4.*A*A*A*(B**5)*P/(15.*R)
 S(21,27)=4.*(A**5)*(B**5)*P/(25.*R)
 S(22,5)=4.*A*(B**5)*P/(5.*R*R)-4.*A*(B**3)*P
 S(22,12)=4.*A*A*A*B*B*B*P/3.
 S(22,15)=12.*A*B*B*B*P*R*(1.-COS(TETA))/3.+4.*A*(B**5)*P*COS(TETA)
*/(5.*R)
 S(22,20)=4.*(A**3)*(B**5)*P/(15.*R)
 S(22,22)=4.*A*(B**7)*P/(7.*R)
 S(22,26)=4.*(A**3)*(B**7)*P/(21.*R)
 S(23,6)=4.*(A**5)*(B**3)*P/(15.*R*R)-4.*(A**5)*B*P/5.
 S(23,10)=-4.*(A**5)*B*P/7.
 S(23,17)=4.*(A**5)*(B**3)*P/(15.*R)
 S(23,23)=4.*(A**7)*(B**3)*P/(21.*R)
 S(23,24)=4.*(A**5)*(B**5)*P/(25.*R)
 S(23,28)=4.*(A**7)*(B**5)*P/(35.*R)
 S(24,6)=4.*(A**3)*(B**5)*P/(15.*R*R)-4.*A*A*A*B*B*B*P/3.
 S(24,10)=-4.*A*A*A*B*B*B*P/5.
 S(24,17)=4.*(A**3)*(B**5)*P/(15.*R)
 S(24,23)=4.*(A**5)*(B**5)*P/(25.*R)
 S(24,24)=4.*(A**3)*(B**7)*P/(21.*R)
 S(24,28)=4.*(A**5)*(B**7)*P/(35.*R)
 S(25,7)=-8.*A*A*A*B*B*B*P/9.
 S(25,11)=-8.*(A**5)*(B**3)*P/15.
 S(25,13)=4.*(A**3)*(B**3)*P/(3.*R)
 S(25,16)=4.*(A**5)*(B**3)*P/(15.*R)
 S(25,18)=4.*(A**3)*(B**5)*P/(15.*R)
 S(25,25)=4.*(A**5)*(B**5)*P/(25.*R)
 S(26,5)=4.*(A**3)*(B**5)*P/(5.*R*R)-4.*(A**3)*(B**3)*P/3.
 S(26,12)=4.*(A**5)*(B**3)*P/5.
 S(26,15)=12.*(A**3)*(B**3)*R*P*(1.-COS(TETA))/9.+4.*(A**3)*(B**5)*
*P*COS(TETA)/(15.*R)
 S(26,20)=4.*(A**5)*(B**5)*P/(25.*R)
 S(26,22)=4.*(A**3)*(B**7)*P/(21.*R)
 S(26,26)=4.*(A**5)*(B**7)*P/(35.*R)
 S(27,8)=-8.*(A**5)*(B**3)*P/15.
 S(27,9)=8.*(A**5)*(B**3)*P/21.
 S(27,14)=4.*(A**5)*(B**3)*P/(5.*R)
 S(27,19)=4.*(A**7)*(B**3)*P/(21.*R)
 S(27,21)=4.*(A**5)*(B**5)*P/(25.*R)
 S(27,27)=4.*(A**7)*(B**5)*P/(35.*R)
 S(28,6)=4.*(A**5)*(B**5)*P/(25.*R*R)-4.*(A**5)*(B**3)*P/5.
 S(28,10)=-4.*(A**5)*(B**3)*P/7.
 S(28,17)=4.*(A**5)*(B**5)*P/(25.*R)
 S(28,23)=4.*(A**7)*(B**5)*P/(35.*R)
 S(28,24)=4.*(A**5)*(B**7)*P/(35.*R)
 S(28,28)=4.*(A**7)*(B**7)*P/(49.*R)
 RETURN
18 DO 20 I=1,N
 WRITE(6,900) (S(I,J),J=1,N)
20 CONTINUE
 RETURN
00 FORMAT (10F12.4)
 END
```

```
IDENT TURG1
BCD
      SUBROUTINE TURG1(G1)
C     TURKAN KOKSAL   PROGRAM 3/4
      DIMENSION G1(28,28),DA(8)
      COMMON /BL1/N,A,B,R,P,TETA
      COMMON /BL3/DA,D1
C
C
      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      G1(I,J)=0.
   10 CONTINUE
      G1(19,1)=-12.*D1*A
      G1(19,3)=-12.*D1*A*B
      G1(19,6)=12.*D1*A*B
      G1(19,9)=-12.*D1*A*B*B
      G1(19,10)=12.*D1*A*B
      G1(19,14)=12.*D1*A*R*(1.-COS(TETA))
      G1(23,1)=-12.*D1*A*B
      G1(23,3)=-12.*D1*A*B*B
      G1(23,6)=12.*D1*A*B*B
      G1(23,9)=-12.*D1*A*B*B*B
      G1(23,10)=12.*D1*A*B*B
      G1(23,14)=12.*D1*A*B*R*(1.-COS(TETA))
      G1(27,1)=-12.*D1*A*B*B
      G1(27,3)=-12.*D1*A*B*B*B
      G1(27,6)=12.*D1*A*B*B*B
      G1(27,9)=-12.*D1*A*B*B*B*B
      G1(27,10)=12.*D1*A*B*B*B
      G1(27,14)=12.*D1*A*B*B*R*(1.-COS(TETA))
      G1(28,1)=-12.*D1*A*B*B*B
      G1(28,3)=-12.*D1*A*B*B*B*B
      G1(28,6)=12.*D1*A*B*B*B*B
      G1(28,9)=-12.*D1*A*(B**5)
      G1(28,10)=12.*D1*A*(B**4)

      G1(28,14)=12.*D1*A*B*B*B*R*(1.-COS(TETA))
      RETURN
   18 DO 20 I=1,N
      WRITE(6,900) (G1(I,J),J=1,N)
   20 CONTINUE
      RETURN
  900 FORMAT (10F12.4)
      END
```

```
IDENT TURG2
BCD
      SUBROUTINE TURG2(G2)
C     TURKAN KOKSAL   PROGRAM 3/5
      DIMENSION G2(28,28),DAL(9)
      COMMON /BL1/N,A,B,R,P,TETA
      COMMON /BL3/DAL,G1,EI1
C
C
      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      G2(I,J)=0.
   10 CONTINUE
      G2(9,6)=4.*G1*A*B*P
      G2(9,8)=4.*G1*A*B*B*P
      G2(9,9)=-2.4*G1*A*B*B*P
      G2(9,10)=2.4*G1*A*B*P
      G2(9,14)=-4.*G1*A*B*B*P/R
      G2(10,6)=-4.*G1*A*P
      G2(10,8)=-4.*G1*A*B*P
      G2(10,9)=2.4*G1*A*B*P
      G2(10,10)=-2.4*G1*A*P
      G2(10,14)=4.*G1*A*B*P/R
      G2(11,5)=-4.*G1*A*B*P
      G2(11,7)=-4.*G1*A*B*B*P
      G2(11,11)=-4.*G1*A*A*A*B*B*P/3.
      G2(11,12)=4.*G1*A*A*A*B*P/3.
      G2(11,13)=4.*G1*A*B*B*P/R
      G2(11,15)=4.*G1*A*B*R*P*(1.-COS(TETA))
      G2(12,5)=4.*G1*A*P
      G2(12,7)=4.*G1*A*B*P
      G2(12,11)=4.*G1*A*A*A*B*P/3.
      G2(12,12)=-4.*G1*A*A*A*P/3.
      G2(12,13)=-4.*G1*A*B*P/R
      G2(12,15)=-4.*G1*A*R*P*(1.-COS(TETA))
      G2(20,5)=4.*EI1*A*P
      G2(20,7)=4.*EI1*A*B*P
      G2(20,11)=4.*EI1*A*A*A*B*P/3.
      G2(20,12)=-4.*EI1*A*A*A*P/3.
      G2(20,13)=-4.*EI1*A*B*P/R
      G2(20,15)=-4.*EI1*A*R*P*(1.-COS(TETA))
      G2(23,6)=4.*EI1*A*A*A*P
      G2(23,8)=4.*EI1*A*A*A*B*P
      G2(23,9)=-2.4*EI1*A*A*A*B*P
      G2(23,10)=2.4*EI1*A*A*A*P
      G2(23,14)=-4.*EI1*A*A*A*B*P/R
      G2(25,5)=8.*EI1*A*B*P
      G2(25,7)=8.*EI1*A*B*B*P
      G2(25,11)=8.*EI1*A*A*A*B*B*P/3.
      G2(25,12)=-8.*EI1*A*A*A*B*P/3.
      G2(25,13)=-8.*EI1*A*B*B*P/R
      G2(25,15)=-8.*EI1*A*B*R*P*(1.-COS(TETA))
      G2(26,5)=12.*EI1*A*B*B*P
      G2(26,7)=12.*EI1*A*B*B*B*P
      G2(26,11)=4.*EI1*A*A*A*B*B*B*P
      G2(26,12)=-4.*EI1*A*A*A*B*B*P
      G2(26,13)=-12.*EI1*A*B*B*B*P/R
      G2(26,15)=-12.*EI1*A*B*B*R*P*(1.-COS(TETA))
      G2(27,6)=8.*EI1*A*A*A*B*P
      G2(27,8)=8.*EI1*A*A*A*B*B*P
      G2(27,9)=-4.8*EI1*A*A*A*B*B*P
      G2(27,10)=4.8*EI1*A*A*A*B*P
      G2(27,14)=-8.*EI1*A*A*A*B*B*P/R
      G2(28,6)=12.*EI1*A*A*A*B*B*P
      G2(28,8)=12.*EI1*A*A*A*B*B*B*P
      G2(28,9)=-7.2*EI1*A*A*A*B*B*B*P
      G2(28,10)=7.2*EI1*A*A*A*B*B*P
      G2(28,14)=-12.*EI1*A*A*A*B*B*B*P/R
      RETURN
   18 DO 20 I=1,N
      WRITE(6,900) (G2(I,J),J=1,N)
   20 CONTINUE
```

```
      RETURN
  900 FORMAT (10F12.4)
      END
IDENT TURG3
BCD
      SUBROUTINE TURG3(G3)
C     TURKAN KOKSAL    PROGRAM 3-6
      DIMENSION G3(28,28),DA(11)
      COMMON /BL1/N,A,B,R,P,TETA
      COMMON /BL3/DA,EL1
C
C
      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      G3(I,J)=0.
   10 CONTINUE
      G3(16,5)=-4.*EL1*A*B*P/R
      G3(16,13)=-4.*EL1*A*P
      G3(16,15)=-4.*EL1*A*B*P*COS(TETA)
      G3(16,16)=-4.*EL1*A*A*A*P/3.
      G3(16,18)=-4.*EL1*A*B*B*P
      G3(16,20)=-4.*EL1*A*A*A*B*P/3.
      G3(16,22)=-4.*EL1*A*B*B*B*P
      G3(16,25)=-4.*EL1*A*A*A*B*B*P/3.
      G3(16,26)=-4.*EL1*A*A*A*B*B*B*P/3.
      G3(19,6)=-4.*EL1*A*A*A*B*P/R
      G3(19,14)=-4.*EL1*A*A*A*P
      G3(19,17)=-4.*EL1*A*A*A*B*P
      G3(19,19)=-12.*EL1*(A**5)*P/5.
      G3(19,21)=-4.*EL1*A*A*A*B*B*P
      G3(19,23)=-12.*EL1*(A**5)*B*P/5.
      G3(19,24)=-4.*EL1*(A**3)*(B**3)*P
      G3(19,27)=-12.*EL1*(A**5)*B*B*P/5.
      G3(19,28)=-12.*EL1*(A**5)*(B**3)*P/5.
      G3(20,5)=-4.*EL1*A*B*B*P/R
      G3(20,13)=-4.*EL1*A*B*P
      G3(20,15)=-4.*EL1*A*B*B*P*COS(TETA)
      G3(20,16)=-4.*EL1*A*A*A*B*P/3.
      G3(20,18)=-4.*EL1*A*B*B*B*P
      G3(20,20)=-4.*EL1*A*A*A*B*B*P/3.
      G3(20,22)=-4.*EL1*A*(B**4)*P
      G3(20,25)=-4.*EL1*(A**3)*(B**3)*P/3.
      G3(20,26)=-4.*EL1*(A**3)*(B**4)*P/3.
      G3(23,6)=-4.*EL1*A*A*A*B*B*P/R
      G3(23,14)=-4.*EL1*A*A*A*B*P
      G3(23,17)=-4.*EL1*A*A*A*B*B*P
      G3(23,19)=-12.*EL1*(A**5)*B*P/5.
      G3(23,21)=-4.*EL1*(A**3)*(B**3)*P
      G3(23,23)=-12.*EL1*(A**5)*B*B*P/5.
      G3(23,24)=-4.*EL1*(A**3)*(B**4)*P
      G3(23,27)=-12.*EL1*(A**5)*(B**3)*P/5.
      G3(23,28)=-12.*EL1*(A**5)*(B**4)*P/5.
      G3(25,5)=-4.*EL1*A*B*B*B*P/R
      G3(25,13)=-4.*EL1*A*B*B*P
      G3(25,15)=-4.*EL1*A*B*B*B*P*COS(TETA)
      G3(25,16)=-4.*EL1*A*A*A*B*B*P/3.
      G3(25,18)=-4.*EL1*A*(B**4)*P
      G3(25,20)=-4.*EL1*(A**3)*(B**3)*P/3.
      G3(25,22)=-4.*EL1*A*(B**5)*P
      G3(25,25)=-4.*EL1*(A**3)*(B**4)*P/3.
      G3(25,26)=-4.*EL1*(A**3)*(B**5)*P/3.
      G3(26,5)=-4.*EL1*A*(B**4)*P/R
      G3(26,13)=-4.*EL1*A*B*B*B*P
      G3(26,15)=-4.*EL1*A*(B**4)*P*COS(TETA)
      G3(26,16)=-4.*EL1*(A**3)*(B**3)*P/3.
      G3(26,18)=-4.*EL1*A*(B**5)*P
      G3(26,20)=-4.*EL1*(A**3)*(B**4)*P/3.
      G3(26,22)=-4.*EL1*A*(B**6)*P
      G3(26,25)=-4.*EL1*(A**3)*(B**5)*P/3.
      G3(26,26)=-4.*EL1*(A**3)*(B**6)*P/3.
      G3(27,6)=-4.*EL1*(A**3)*(B**3)*P/R
      G3(27,14)=-4.*EL1*(A**3)*B*B*P
      G3(27,17)=-4.*EL1*(A**3)*(B**3)*P
      G3(27,19)=-12.*EL1*(A**5)*(B**2)*P/5.
      G3(27,21)=-4.*EL1*(A**3)*(B**4)*P
```

```
      G3(27,23)=-12.*EL1*(A**5)*(B**3)*P/5.
      G3(27,24)=-4.*EL1*(A**3)*(B**5)*P
      G3(27,27)=-12.*EL1*(A**5)*(B**4)*P/5.
      G3(27,28)=-12.*EL1*(A**5)*(B**5)*P/5.
      G3(28,6)=-4.*EL1*(A**3)*(B**4)*P/R

      G3(28,14)=-4.*EL1*(A**3)*(B**3)*P
      G3(28,17)=-4.*EL1*(A**3)*(B**4)*P
      G3(28,19)=-12.*EL1*(A**5)*(B**3)*P/5.
      G3(28,21)=-4.*EL1*(A**3)*(B**5)*P
      G3(28,23)=-12.*EL1*(A**5)*(B**4)*P/5.
      G3(28,24)=-4.*EL1*(A**3)*(B**6)*P
      G3(28,27)=-12.*EL1*(A**5)*(B**5)*P/5.
      G3(28,28)=-12.*EL1*(A**5)*(B**6)*P/5.
      RETURN
   18 DO 20 I=1,N
      WRITE(6,900) (G3(I,J),J=1,N)
   20 CONTINUE
      RETURN
  900 FORMAT (10F12.4)
      END
IDENT TURG4
BCD
      SUBROUTINE TURG4(G4)
C     TURKAN KOKSAL   PROGRAM 3-7
      DIMENSION G4(28,28),DA(12)
      COMMON /BL1/N,A,B,R,P,TETA
      COMMON /BL3/DA,EN1,T1,S1,Z1
C
C
      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      G4(I,J)=0.
   10 CONTINUE
      G4(9,8)=4.*(EN1+T1*P)*A*B*B/R
      G4(9,9)=-12.*(EN1+T1*P)*A*B*B/(5.*R)
      G4(9,10)=12.*(EN1+T1*P)*A*B/(5.*R)
      G4(9,17)=-4.*(EN1+T1*P)*A*B
      G4(9,21)=-8.*(EN1+T1*P)*A*B*B
      G4(9,23)=-12.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B/5.
      G4(9,24)=-12.*(EN1+T1*P)*A*B*B*B
      G4(9,27)=-24.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B*B/5.
      G4(9,28)=-36.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B*B*B/5.
      G4(10,8)=-4.*(EN1+T1*P)*A*B/R
      G4(10,9)=12.*(EN1+T1*P)*A*B/(5.*R)
      G4(10,10)=-12.*(EN1+T1*P)*A/(5.*R)
      G4(10,17)=4.*(EN1+T1*P)*A
      G4(10,21)=8.*(EN1+T1*P)*A*B
      G4(10,23)=12.*(EN1+T1*P)*A*A*A/5.
      G4(10,24)=12.*(EN1+T1*P)*A*B*B
      G4(10,27)=24.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B/5.
      G4(10,28)=36.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B*B/5.
      G4(11,7)=-4.*(EN1+T1*P)*A*B*B/R
      G4(11,11)=-4.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B*B/(3.*R)
      G4(11,12)=4.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B/(3.*R)
      G4(11,15)=4.*(EN1+T1*P)*A*B
      G4(11,18)=8.*(EN1+T1*P)*A*B*B
      G4(11,20)=4.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B/3.
      G4(11,22)=12.*(EN1+T1*P)*A*B*B*B
      G4(11,25)=8.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B*B/3.
      G4(11,26)=4.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B*B*B
      G4(12,7)=4.*(EN1+T1*P)*A*B/R
      G4(12,11)=4.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B/(3.*R)
      G4(12,12)=-4.*(EN1+T1*P)*A*A*A/(3.*R)
      G4(12,15)=-4.*(EN1+T1*P)*A
      G4(12,18)=-8.*(EN1+T1*P)*A*B
      G4(12,20)=-4.*(EN1+T1*P)*A*A*A/3.
      G4(12,22)=-12.*(EN1+T1*P)*A*B*B
      G4(12,25)=-8.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B/3.
      G4(12,26)=-4.*(EN1+T1*P)*A*A*A*B*B
      G4(20,7)=4.*(S1+Z1*P)*A*B/R
```

```
      G4(20,11)=4.*(S1+Z1*P)*A*A*A*B/(3.*R)
      G4(20,12)=-4.*(S1+Z1*P)*A*A*A/(3.*R)
      G4(20,15)=-4.*(S1+Z1*P)*A
      G4(20,18)=-8.*(S1+Z1*P)*A*B
      G4(20,20)=-4.*(S1+Z1*P)*A*A*A/3.
      G4(20,22)=-12.*(S1+Z1*P)*A*B*B
      G4(20,25)=-8.*(S1+Z1*P)*A*A*A*B/3.
      G4(20,26)=-4.*(S1+Z1*P)*A*A*A*B*B
      G4(23,8)=4.*(S1+Z1*P)*A*A*A*B/R
      G4(23,9)=-12.*(S1+Z1*P)*A*A*A*B/(5.*R)
      G4(23,10)=12.*(S1+Z1*P)*A*A*A/(5.*R)
      G4(23,17)=-4.*(S1+Z1*P)*A*A*A
      G4(23,21)=-8.*(S1+Z1*P)*A*A*A*B
      G4(23,23)=-12.*(S1+Z1*P)*A*A*A*A*A/5.
      G4(23,24)=-12.*(S1+Z1*P)*A*A*A*B*B
      G4(23,27)=-24.*(S1+Z1*P)*A*A*A*A*A*B/5.
      G4(23,28)=-36.*(S1+Z1*P)*A*A*A*A*A*B*B/5.
      G4(25,7)=8.*(S1+Z1*P)*A*B*B/R
      G4(25,11)=8.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B*B/(3.*R)
      G4(25,12)=-8.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B/(3.*R)
      G4(25,15)=-8.*(S1+Z1*P)*A*B
      G4(25,18)=-16.*(S1+Z1*P)*A*B*B
      G4(25,20)=-8.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B/3.
      G4(25,22)=-24.*(S1+Z1*P)*A*(B**3)
      G4(25,25)=-16.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B*B/3.
      G4(25,26)=-8.*(S1+Z1*P)*(A**3)*(B**3)
      G4(26,7)=12.*(S1+Z1*P)*A*(B**3)/R
      G4(26,11)=4.*(S1+Z1*P)*(A**3)*(B**3)/R
      G4(26,12)=-4.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B*B/R
      G4(26,15)=-12.*(S1+Z1*P)*A*B*B
      G4(26,18)=-24.*(S1+Z1*P)*A*(B**3)
      G4(26,20)=-4.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B*B
      G4(26,22)=-36.*(S1+Z1*P)*A*(B**4)
      G4(26,25)=-8.*(S1+Z1*P)*(A**3)*(B**3)
      G4(26,26)=-12.*(S1+Z1*P)*(A**3)*(B**4)
      G4(27,8)=8.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B*B/R
      G4(27,9)=-24.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B*B/(5.*R)
      G4(27,10)=24.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B/(5.*R)
      G4(27,17)=-8.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B
      G4(27,21)=-16.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B*B
      G4(27,23)=-24.*(S1+Z1*P)*(A**5)*B/5.
      G4(27,24)=-24.*(S1+Z1*P)*(A**3)*(B**3)
      G4(27,27)=-48.*(S1+Z1*P)*(A**5)*B*B/5.
      G4(27,28)=-72.*(S1+Z1*P)*(A**5)*(B**3)/5.
      G4(28,8)=12.*(S1+Z1*P)*(A**3)*(B**3)/R
      G4(28,9)=-36.*(S1+Z1*P)*(A**3)*(B**3)/(5.*R)
      G4(28,10)=36.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B*B/(5.*R)
      G4(28,17)=-12.*(S1+Z1*P)*(A**3)*B*B
      G4(28,21)=-24.*(S1+Z1*P)*(A**3)*(B**3)
      G4(28,23)=-36.*(S1+Z1*P)*(A**5)*B*B/5.
      G4(28,24)=-36.*(S1+Z1*P)*(A**3)*(B**4)
      G4(28,27)=-72.*(S1+Z1*P)*(A**5)*(B**3)/5.
      G4(28,28)=-108.*(S1+Z1*P)*(A**5)*(B**4)/5.
      RETURN
   18 DO 20 I=1,N
      WRITE(6,900) (G4(I,J),J=1,N)
      RETURN
   20 CONTINUE
  900 FORMAT (10F12.4)
      END
IDENT TURG5
BCD
      SUBROUTINE TURG5(G5)
C     TURKAN KOKSAL   PROGRAM 3-8
      DIMENSION G5(28,28),DA(16)
      COMMON /BL1/N,A,B,R,P,TETA
      COMMON /BL3/DA,B2,E2,D2,Q2,C2,F2
C
```

```
      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      G5(I,J)=0.
10    CONTINUE
      G5(6,3)=-2.*(B2/R+D2/(R*R)-O2/(R*R*R)-C2/(R**4)+E2*P/R+F2*P/(R*R))
     **B*B*B/(3.*R)
      G5(6,4)=-2.*(B2/R+D2/(R*R)-O2/(R*R*R)-C2/(R**4)+E2*P/R+F2*P/
     *(R*R))*A*(B**3)/(3.*R)
      G5(6,6)=2.*(B2/R+D2/(R*R)-O2/(R*R*R)-C2/(R**4)+E2*P/R+F2*P/
     *(R*R))*(B**3)/(3.*R)
      G5(6,10)=2.*(B2/R+D2/(R*R)-O2/(R**3)-C2/(R**4)+E2*P/R+F2*P/(R*R))*
     *B*B*B/(5.*R)
      G5(6,12)=-2.*(B2/R+D2/(R*R)-O2/(R*R*R)-C2/(R**4)+E2*P/R+F2*P/
     *(R*R))*A*(B**3)/(5.*R)
      G5(9,1)=-4.*(B2+E2*P)*B
      G5(9,2)=-4.*(B2+E2*P)*A*B
      G5(9,9)=-4.*(B2+E2*P)*B*B*B/3.
      G5(9,11)=4.*(B2+E2*P)*A*B*B*B/3.
      G5(9,14)=4.*(B2+E2*P)*R*B*(1.-COS(TETA))
      G5(10,3)=4.*(B2+E2*P)*B
      G5(10,4)=4.*(B2+E2*P)*A*B
      G5(10,6)=-4.*(B2+E2*P)*B
      G5(10,10)=-12.*(B2+E2*P)*B/5.
      G5(10,12)=12.*(B2+E2*P)*A*B/5.
      G5(11,1)=4.*(B2+E2*P)*A*B
      G5(11,2)=4.*(B2+E2*P)*A*A*B
      G5(11,9)=4.*(B2+E2*P)*A*(B**3)/3.
      G5(11,11)=-4.*(B2+E2*P)*A*A*(B**3)/3.
      G5(11,14)=-4.*(B2+E2*P)*A*B*R*(1.-COS(TETA))
      G5(12,3)=-4.*(B2+E2*P)*A*B
      G5(12,4)=-4.*(B2+E2*P)*A*A*B
      G5(12,6)=4.*(B2+E2*P)*A*B
      G5(12,10)=12.*(B2+E2*P)*A*B/5.
      G5(12,12)=-12.*(B2+E2*P)*A*A*B/5.
      G5(14,1)=-2.*(B2/R+D2/(R*R)-O2/(R**3)-C2/(R**4)+E2*P/R+F2*P/
     *(R*R))*B
      G5(14,2)=-2.*(B2/R+D2/(R*R)-O2/(R**3)-C2/(R**4)+E2*P/R+F2*P/(R*R))
     **A*B
      G5(14,9)=-2.*(B2/R+D2/(R*R)-O2/(R**3)-C2/(R**4)+E2*P/R+F2*P/(R*R))
     **B*B*B/3.
      G5(14,11)=2.*(B2/R+D2/(R*R)-O2/(R**3)-C2/(R**4)+E2*P/R+F2*P/(R*R))
     **A*B*B*B/3.
      G5(14,14)=2.*(B2/R+D2/(R*R)-O2/(R**3)-C2/(R**4)+E2*P/R+F2*P/
     *(R*R))*B*R*(1.-COS(TETA))
      G5(21,1)=4.*(D2+F2*P)*B
      G5(21,2)=4.*(D2+F2*P)*A*B
      G5(21,9)=4.*(D2+F2*P)*B*B*B/3.
      G5(21,11)=-4.*(D2+F2*P)*A*B*B*B/3.
      G5(21,14)=-4.*(D2+F2*P)*B*R*(1.-COS(TETA))
      G5(24,3)=4.*(D2+F2*P)*B*B*B
      G5(24,4)=4.*(D2+F2*P)*A*B*B*B
      G5(24,6)=-4.*(D2+F2*P)*B*B*B
      G5(24,10)=-12.*(D2+F2*P)*B*B*B/5.
      G5(24,12)=12.*(D2+F2*P)*A*B*B*B/5.
      G5(25,1)=8.*(D2+F2*P)*A*B
      G5(25,2)=8.*(D2+F2*P)*A*A*B
      G5(25,9)=8.*(D2+F2*P)*A*B*B*B/3.
      G5(25,11)=-8.*(D2+F2*P)*A*A*B*B*B/3.
      G5(25,14)=-8.*(D2+F2*P)*A*B*R*(1.-COS(TETA))
      G5(26,3)=8.*(D2+F2*P)*A*B*B*B
      G5(26,4)=8.*(D2+F2*P)*A*A*B*B*B
      G5(26,6)=-8.*(D2+F2*P)*A*B*B*B
      G5(26,10)=-24.*(D2+F2*P)*A*B*B*B/5.
      G5(26,12)=24.*(D2+F2*P)*A*A*B*B*B/5.
      G5(27,1)=12.*(D2+F2*P)*A*A*B
      G5(27,2)=12.*(D2+F2*P)*A*A*A*B
      G5(27,9)=4.*(D2+F2*P)*A*A*B*B*B
      G5(27,11)=-4.*(D2+F2*P)*(A**3)*(B**3)
      G5(27,14)=-12.*(D2+F2*P)*A*A*B*R*(1.-COS(TETA))
      G5(28,3)=12.*(D2+F2*P)*A*A*B*B*B
      G5(28,4)=12.*(D2+F2*P)*(A**3)*(B**3)
      G5(28,6)=-12.*(D2+F2*P)*A*A*(B**3)
      G5(28,10)=-36.*(D2+F2*P)*A*A*(B**3)/5.
      G5(28,12)=36.*(D2+F2*P)*(A**3)*(B**3)/5.
      RETURN
18    DO 20 I=1,N
      WRITE(6,900) (G5(I,J),J=1,N)
20    CONTINUE
```

```
IDENT TURG6
BCD
      SUBROUTINE TURG6(G6)
      TURKAN KOKSAL   PROGRAM 3-9
      DIMENSION G6(28,28),DA(22)
      COMMON /BL1/N,A,B,R,P,TETA
      COMMON /BL3/DA,EI2,G2,H2


      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      G6(I,J)=0
   10 CONTINUE
      G6(5,5)=-2.*(EI2/(R*R)-G2/(R*R*R)-H2/R)*B
      G6(5,6)=-2.*(EI2/(R*R)-G2/(R**3)-H2/R)*A*B
      G6(5,10)=-2.*(EI2/(R*R)-G2/(R**3)-H2/R)*A*B
      G6(5,12)=2.*(EI2/(R*R)-G2/(R**3)-H2/R)*A*4*B
      G6(5,15)=2.*(EI2/(R*R)-G2/(R**3)-H2/R)*B*R*(1.-COS(TETA))
      G6(6,5)=-2.*(EI2/(R*R)-G2/(R**3)-H2/R)*A*B
      G6(6,6)=-2.*(EI2/(R*R)-G2/(R**3)-H2/R)*A*A*B
      G6(6,10)=-2.*(EI2/(R*R)-G2/(R**3)-H2/R)*A*A*B
      G6(6,12)=2.*(EI2/(R*R)-G2/(R**3)-H2/R)*(A**3)*B
      G6(6,15)=2.*(EI2/(R*R)-G2/(R**3)-H2/R)*A*B*R*(1.-COS(TETA))
      G6(13,7)=-2.*(EI2/(R*R)+G2/(R**3)+H2/R)*B*B*B/(3.*R)
      G6(13,8)=-2.*(EI2/(R*R)+G2/(R**3)+H2/R)*A*B*B*B/(3.*R)
      G6(13,9)=2.*(EI2/(R*R)+G2/(R**3)+H2/R)*A*B*B*B/(3.*R)
      G6(13,11)=-2.*(EI2/(R*R)+G2/(R**3)+H2/R)*A*A*(B**3)/(3.*R)
      G6(13,13)=2.*(EI2/(R*R)+G2/(R**3)+H2/R)*(B**3)/(3.*R*R)
      G6(13,14)=2.*(EI2/(R*R)+G2/(R**3)+H2/R)*A*(B**3)/(3.*R*R)
      G6(14,7)=-2.*(EI2/(R*R)+G2/(R**3)+H2/R)*A*(B**3)/(3.*R)
      G6(14,8)=-2.*(EI2/(R*R)+G2/(R**3)+H2/R)*A*A*(B**3)/(3.*R)
      G6(14,9)=2.*(EI2/(R**R)+G2/(R**3)+H2/R)*A*A*(B**3)/(3.*R)
      G6(14,11)=-2.*(EI2/(R*R)+G2/(R**3)+H2/R)*(A**3)*(B**3)/(3.*R)
      G6(14,13)=2.*(EI2/(R*R)+G2/(R**3)+H2/R)*A*(B**3)/(3.*R*R)
      G6(14,14)=2.*(EI2/(R*R)+G2/(R**3)+H2/R)*A*A*(B**3)/(3.*R*R)
      G6(15,5)=2.*(EI2/R+G2/(R*R)+H2)*B*COS(TETA)
      G6(15,6)=2.*(EI2/R+G2/(R*R)+H2)*A*B*COS(TETA)
      G6(15,10)=2.*(EI2/R+G2/(R*R)+H2)*A*B*COS(TETA)
      G6(15,12)=-2.*(EI2/R+G2/(R*R)+H2)*A*A*B*COS(TETA)
      G6(15,15)=-2.*(EI2/R+G2/(R*R)+H2)*B*R*COS(TETA)*(1.-COS(TETA))
      G6(17,5)=2.*H2*A*B
      G6(17,6)=2.*H2*A*A*B
      G6(17,10)=2.*H2*A*A*B
      G6(17,12)=-2.*H2*A*A*A*B
      G6(17,15)=-2.*H2*A*B*R*(1.-COS(TETA))
      G6(18,7)=4.*H2*B*B*B/3.
      G6(18,8)=4.*H2*A*B*B*B/3.
      G6(18,9)=-4.*H2*A*B*B*B/3.
      G6(18,11)=4.*H2*A*A*(B**3)/3.
      G6(18,13)=-4.*H2*(B**3)/(3.*R)
      G6(18,14)=-4.*H2*A*(B**3)/(3.*R)
      G6(20,5)=2.*H2*A*A*B
      G6(20,6)=2.*H2*(A**3)*B
      G6(20,10)=2.*H2*(A**3)*B
      G6(20,12)=-2.*H2*(A**4)*B
      G6(20,15)=-2.*H2*A*A*B*R*(1.-COS(TETA))
      G6(21,7)=4.*H2*A*(B**3)/3.
      G6(21,8)=4.*H2*A*A*(B**3)/3.
      G6(21,9)=-4.*H2*A*A*(B**3)/3.
      G6(21,11)=4.*H2*(A**3)*(B**3)/3.
      G6(21,13)=-4.*H2*A*(B**3)/(3.*R)
      G6(21,14)=-4.*H2*A*A*(B**3)/(3.*R)
      G6(22,5)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*B
      G6(22,6)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*A*B
      G6(22,10)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*A*B
      G6(22,12)=2.*(6.*G2-H2*B*B)*A*A*B
      G6(22,15)=2.*(6.*G2-H2*B*B)*B*R*(1.-COS(TETA))
      G6(23,5)=2.*H2*(A**3)*B
      G6(23,6)=2.*H2*(A**4)*B
      G6(23,10)=2.*H2*(A**4)*B
      G6(23,12)=-2.*H2*(A**5)*B
      G6(23,15)=-2.*H2*(A**3)*B*R*(1.-COS(TETA))
      G6(24,5)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*A*B
      G6(24,6)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*A*A*B
      G6(24,10)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*A*A*B
      G6(24,12)=2.*(6.*G2-H2*B*B)*(A**3)*B
```

```
      G6(24,15)=2.*(6.*G2-H2*B*B)*A*B*R*(1.-COS(TETA))
      G6(25,7)=4.*H2*A*A*(B**3)/3.
      G6(25,8)=4.*H2*(A**3)*(B**3)/3.
      G6(25,9)=-4.*H2*(A**3)*(B**3)/3.
      G6(25,11)=4.*H2*(A**4)*(B**3)/3.
      G6(25,13)=-4.*H2*A*A*(B**3)/(3.*R)
      G6(25,14)=-4.*H2*(A**3)*(B**3)/(3.*R)
      G6(26,5)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*A*A*B
      G6(26,6)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*(A**3)*B
      G6(26,10)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*(A**3)*B
      G6(26,12)=2.*(6.*G2-H2*B*B)*(A**4)*B
      G6(26,15)=2.*(6.*G2-H2*B*B)*A*A*B*R*(1.-COS(TETA))
      G6(27,7)=4.*H2*(A**3)*(B**3)/3.
      G6(27,8)=4.*H2*(A**4)*(B**3)/3.
      G6(27,9)=-4.*H2*(A**4)*(B**3)/3.
      G6(27,11)=4.*H2*(A**5)*(B**3)/3.
      G6(27,13)=-4.*H2*(A**3)*(B**3)/(3.*R)
      G6(27,14)=-4.*H2*(A**4)*(B**3)/(3.*R)
      G6(28,5)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*A*A*A*B
      G6(28,6)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*(A**4)*B
      G6(28,10)=-2.*(6.*G2-H2*B*B)*(A**4)*B
      G6(28,12)=2.*(6.*G2-H2*B*B)*(A**5)*B
      G6(28,15)=2.*(6.*G2-H2*B*B)*A*A*A*B*R*(1.-COS(TETA))
      RETURN
   18 DO 20 I=1,N                                                  )
      WRITE(6,900) (G6(I,J),J=1,N)
   20 CONTINUE
      RETURN
  900 FORMAT (10F12.4)
      END
IDENT TURG7
BCD
      SUBROUTINE TURG7(G7)
C     TURKAN KOKSAL   PROGRAM 3-10
      DIMENSION G7(28,28),DA(25)
      COMMON /BL1/N,A,B,R,P,TETA
      COMMON /BL3/DA,EJ2,EK2,EL2,EM2,EN2,E2
C
C
      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      G7(I,J)=0
   10 CONTINUE
      G7(5,5)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*B*B*B/(3.*R*R)
      G7(5,6)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*(B**3)/(3.*R*R)
      G7(5,15)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R*R)
     *        -EN2-P*E2/R)*(B**3)*COS(TETA)/(3.*R*R)
      G7(5,17)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*(B**3)/(3.*R)
      G7(5,20)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*A*(B**3)/(3.*R)
      G7(5,22)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*(B**5)/(5.*R)
      G7(5,23)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*(A**3)*(B**3)/(3.*R)
      G7(5,24)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*(B**5)/(5.*R)
      G7(5,26)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*A*(B**5)/(5.*R)
      G7(5,28)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*(A**3)*(B**5)/(5.*R)
      G7(6,5)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*(B**3)/(3.*R*R)
      G7(6,6)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*A*(B**3)/(3.*R*R)
      G7(6,15)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R**2)
     *        -EN2-P*E2/R)*A*(B**3)*COS(TETA)/(3.*R*R)
      G7(6,17)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*A*(B**3)/(3.*R)
      G7(6,20)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*(A**3)*(B**3)/(3.*R)
      G7(6,22)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
     *        -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*(B**5)/(5.*R)
```

```
 G7(6,23)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*(A**4)*(B**3)/(3.*R)
 G7(6,24)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*A*(B**5)/(5.*R)
 G7(6,26)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*(A**3)*(B**5)/(5.*R)
 G7(6,28)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*(A**4)*(B**5)/(5.*R)
 G7(7,13)=-2.*EN2*B
 G7(7,14)=-2.*EN2*A*B
 G7(7,16)=-2.*EN2*A*A*B
 G7(7,18)=-2.*EN2*(B**3)/3.
 G7(7,19)=-2.*EN2*(A**3)*B
 G7(7,21)=-2.*EN2*A*(B**3)/3.
 G7(7,25)=-2.*EN2*A*A*(B**3)/3.
 G7(7,27)=-2.*EN2*(A**3)*(B**3)/3.
 G7(8,13)=-2.*EN2*A*B
 G7(8,14)=-2.*EN2*A*A*B
 G7(8,16)=-2.*EN2*(A**3)*B
 G7(8,18)=-2.*EN2*A*(B**3)/3.
 G7(8,19)=-2.*EN2*(A**4)*B
 G7(8,21)=-2.*EN2*A*A*(B**3)/3.
 G7(8,25)=-2.*EN2*(A**3)*(B**3)/3.
 G7(8,27)=-2.*EN2*(A**4)*(B**3)/3.
 G7(9,13)=2.*EN2*A*B
 G7(9,14)=2.*EN2*A*A*B
 G7(9,16)=2.*EN2*A*A*A*B
 G7(9,18)=2.*EN2*A*(B**3)/3.
 G7(9,19)=2.*EN2*(A**4)*B
 G7(9,21)=2.*EN2*A*A*(B**3)/3.
 G7(9,25)=2.*EN2*(A**3)*(B**3)/3.
 G7(9,27)=2.*EN2*(A**4)*(B**3)/3.
 G7(11,13)=-2.*EN2*A*A*B
 G7(11,14)=-2.*EN2*(A**3)*B
 G7(11,16)=-2.*EN2*(A**4)*B
 G7(11,18)=-2.*EN2*A*A*(B**3)/3.
 G7(11,19)=-2.*EN2*(A**5)*B
 G7(11,21)=-2.*EN2*(A**3)*(B**3)/3.
 G7(11,25)=-2.*EN2*(A**4)*(B**3)/3.
 G7(11,27)=-2.*EN2*(A**5)*(B**3)/3.
 G7(13,13)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*B
 G7(13,14)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*B
 G7(13,16)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*A*B
 G7(13,18)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*(B**3)/3.
 G7(13,19)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*(A**3)*B
 G7(13,21)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*B*B*B/3.
 G7(13,25)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*A*B*B*B/3.
 G7(13,27)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*(A**3)*(B**3)/3.
 G7(14,13)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*B
 G7(14,14)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*A*B
 G7(14,16)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*A*A*B
 G7(14,18)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*B*B*B/3.
 G7(14,19)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*(A**4)*B
 G7(14,21)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*A*A*B*B*B/3.
 G7(14,25)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*(A**3)*(B**3)/3.
 G7(14,27)=-2.*(EJ2/(R**4)+EK2/(R*R)+EL2-EM2/(R**3)
*          -EN2/R-P*E2/(R*R))*(A**4)*(B**3)/3.
 G7(15, 5)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R*R)
*          -EN2-P*E2/R)*(B**3)*COS(TETA)/(3.*R*R)
 G7(15, 6)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R*R)
*          -EN2-P*E2/R)*A*(B**3)*COS(TETA)/(3.*R*R)
```

```
 G7(15,15)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R*R)
*          -EN2-P*E2/R)*(B**3)*COS(TETA)*COS(TETA)/(3.*R)
 G7(15,17)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R*R)
*          -EN2-P*E2/R)*A*B*B*B*COS(TETA)/(3.*R)
 G7(15,20)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R*R)
*          -EN2-P*E2/R)*A*A*B*B*B*COS(TETA)/(3.*R)
 G7(15,22)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R*R)
*          -EN2-P*E2/R)*(B**5)*COS(TETA)/(5.*R)
 G7(15,23)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R*R)
*          -EN2-P*E2/R)*(A**3)*(B**3)*COS(TETA)/(3.*R)
 G7(15,24)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R*R)
*          -EN2-P*E2/R)*A*(B**5)*COS(TETA)/(5.*R)
 G7(15,26)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R*R)
*          -EN2-P*E2/R)*A*A*(B**5)*COS(TETA)/(5.*R)
 G7(15,28)=-2.*(EJ2/(R**3)+EK2/R+EL2*R-EM2/(R*R)
*          -EN2-P*E2/R)*(A**3)*(B**5)*COS(TETA)/(5.*R)
 G7(16,13)=-2.*EL2*A*A*B
 G7(16,14)=-2.*EL2*A*A*A*B
 G7(16,16)=-2.*EL2*A*A*A*A*B
 G7(16,18)=-2.*EL2*A*A*B*B*B/3.
 G7(16,19)=-2.*EL2*(A**5)*B
 G7(16,21)=-2.*EL2*(A**3)*(B**3)/3.
 G7(16,25)=-2.*EL2*(A**4)*(B**3)/3.
 G7(16,27)=-2.*EL2*(A**5)*(B**3)/3.
 G7(17, 5)=-2.*EL2*A*(B**3)/(3.*R)
 G7(17,6)=-2.*EL2*A*A*(B**3)/(3.*R)
 G7(17,15)=-2.*EL2*A*(B**3)*COS(TETA)/3.
 G7(17,17)=-2.*EL2*A*A*(B**3)/3.
 G7(17,20)=-2.*EL2*(A**3)*(B**3)/3.
 G7(17,22)=-2.*EL2*A*(B**5)/5.
 G7(17,23)=-2.*EL2*(A**4)*(B**3)/3.
 G7(17,24)=-2.*EL2*A*A*(B**5)/5.
 G7(17,26)=-2.*EL2*(A**3)*(B**5)/5.
 G7(17,28)=-2.*EL2*(A**4)*(B**5)/5.
 G7(18,13)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*B
 G7(18,14)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*B
 G7(18,16)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*A*B
 G7(18,18)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*B*B*B
 G7(18,19)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*A*A*B
 G7(18,21)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*A*(B**3)
 G7(18,25)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*A*A*(B**3)
 G7(18,27)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*(A**3)*(B**3)
 G7(19,13)=-2.*EL2*(A**3)*B
 G7(19,14)=-2.*EL2*(A**4)*B
 G7(19,16)=-2.*EL2*(A**5)*B
 G7(19,18)=-2.*EL2*(A**3)*(B**3)/3.
 G7(19,19)=-2.*EL2*(A**6)*B
 G7(19,21)=-2.*EL2*(A**4)*(B**3)/3.
 G7(19,25)=-2.*EL2*(A**5)*(B**3)/3.
 G7(19,27)=-2.*EL2*(A**6)*(B**3)/3.
 G7(20,5)=-2.*EL2*A*A*(B**3)/(3.*R)
 G7(20,6)=-2.*EL2*(A**3)*(B**3)/(3.*R)
 G7(20,15)=-2.*EL2*(A**2)*(B**3)*COS(TETA)/3.
 G7(20,17)=-2.*EL2*(A**3)*(B**3)/3.
 G7(20,20)=-2.*EL2*(A**4)*(B**3)/3.
 G7(20,22)=-2.*EL2*A*A*(B**5)/5.
 G7(20,23)=-2.*EL2*(A**5)*(B**3)/3.
 G7(20,24)=-2.*EL2*(A**3)*(B**5)/5.
 G7(20,26)=-2.*EL2*(A**4)*(B**5)/5.
 G7(20,28)=-2.*EL2*(A**5)*(B**5)/5.
 G7(21,13)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*B
 G7(21,14)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*A*B
 G7(21,16)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**3)*B
 G7(21,18)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*A*(B**3)
 G7(21,19)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**4)*B
 G7(21,21)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*A*A*(B**3)
 G7(21,25)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*(A**3)*(B**3)
 G7(21,27)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*(A**4)*(B**3)
 G7(22,5)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(B**3)/R
 G7(22,6)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*(B**3)/R
 G7(22,15)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(B**3)*COS(TETA)
 G7(22,17)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*(B**3)
 G7(22,20)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*A*(B**3)
 G7(22,22)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*(B**5)
 G7(22,23)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**3)*(B**3)
 G7(22,24)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*A*(B**5)
 G7(22,26)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*A*A*(B**5)
 G7(22,28)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*(A**3)*(B**5)
```

```
      G7(23,5) =-2.*EL2*(A**3)*(B**3)/(3.*R)
      G7(23, 6)=-2.*EL2*(A**4)*(B**3)/(3.*R)
      G7(23,15)=-2.*EL2*(A**3)*(B**3)*COS(TETA)/3.
      G7(23,17)=-2.*EL2*(A**4)*(B**3)/3.
      G7(23,20)=-2.*EL2*(A**5)*(B**3)/3.
      G7(23,22)=-2.*EL2*(A**3)*(B**5)/5.
      G7(23,23)=-2.*EL2*(A**6)*(B**3)/3.
      G7(23,24)=-2.*EL2*(A**4)*(B**5)/5.
      G7(23,26)=-2.*EL2*(A**5)*(B**5)/5.
      G7(23,28)=-2.*EL2*(A**6)*(B**5)/5.
      G7(24, 5)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*(B**3)/R
      G7(24, 6)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*A*(B**3)/R
      G7(24,15)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*(B**3)*COS(TETA)
      G7(24,17)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*A*(B**3)
      G7(24,20)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**3)*(B**3)
      G7(24,22)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*A*(B**5)
      G7(24,23)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**4)*(B**3)
      G7(24,24)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*A*A*(B**5)
      G7(24,26)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*(A**3)*(B**5)
      G7(24,28)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*(A**4)*(B**5)
      G7(25,13)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*A*B
      G7(25,14)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**3)*B
      G7(25,16)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**4)*B
      G7(25,18)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*A*A*(B**3)
      G7(25,19)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**5)*B
      G7(25,21)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*(A**3)*(B**3)
      G7(25,25)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*(A**4)*(B**3)
      G7(25,27)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*(A**5)*(B**3)
      G7(26, 5)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*A*(B**3)/R
      G7(26, 6)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**3)*(B**3)/R
      G7(26,15)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*A*(B**3)*COS(TETA)
      G7(26,17)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**3)*(B**3)
      G7(26,20)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**4)*(B**3)
      G7(26,22)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*A*A*(B**5)
      G7(26,23)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**5)*(B**3)
      G7(26,24)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*(A**3)*(B**5)
      G7(26,26)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*(A**4)*(B**5)
      G7(26,28)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*(A**5)*(B**5)
      G7(27,13)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*A*A*A*B
      G7(27,14)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**4)*B
      G7(27,16)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**5)*B
      G7(27,18)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*(A**3)*(B**3)
      G7(27,19)=-2.*(EL2*B*B/3.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**6)*B
      G7(27,21)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*(A**4)*(B**3)
      G7(27,25)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*(A**5)*(B**3)
      G7(27,27)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2/3.+2.*P*E2/3.)*(A**6)*(B**3)
      G7(28,5)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**3)*(B**3)/R
      G7(28, 6)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**4)*(B**3)/R
      G7(28,15)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**3)*(B**3)*COS(TETA)
      G7(28,17)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**4)*(B**3)
      G7(28,20)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**5)*(B**3)
      G7(28,22)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*(A**3)*(B**5)
      G7(28,23)=-2.*(EL2*B*B/5.-2.*EK2+2.*P*E2)*(A**6)*(B**3)
      G7(28,24)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*(A**4)*(B**5)
      G7(28,26)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*(A**5)*(B**5)
      G7(28,28)=-2.*(EL2*B*B/7.-6.*EK2/5.+6.*P*E2/5.)*(A**6)*(B**5)
      RETURN
   18 DO 20 I=1,N
      WRITE(6,900) (G7(I,J),J=1,N)
   20 CONTINUE
      RETURN
  900 FORMAT (10F12.4)
      END
```

```
IDENT TURG8
BCD
      SUBROUTINE TURG8(G8)
C     TURKAN KOKSAL    PROGRAM 3-11
      DIMENSION G8(28,28),DA(31)
      COMMON /BL1/N,A,B,R,P
      COMMON /BL3/DA,C2,Q2,R2,S2,T2,F2,Z2
C
C
      DO 10  I=1,N
      DO 10  J=1,N
      G8(I,J)=0
   10 CONTINUE
      G8(6,6)=-2.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*(B**3)/(3.*R*R)
      G8(6,17)=-2.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*(B**3)/(3.*R)
      G8(6,20)=-4.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*A*(B**3)/(3.*R)
      G8(6,23)=-2.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*A*A*(B**3)/R
      G8(6,24)=-2.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*(B**5)/(5.*R)
      G8(6,26)=-4.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*A*(B**5)/(5.*R)
      G8(6,28)=-6.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*A*A*(B**5)/(5.*R)
      G8(9,14)=-4.*(Q2-F2*P)*B
      G8(9,16)=-8.*(Q2-F2*P)*A*B
      G8(9,19)=-12.*(Q2-F2*P)*A*A*B
      G8(9,21)=-4.*(Q2-F2*P)*(B**3)/3.
      G8(9,25)=-8.*(Q2-F2*P)*A*(B**3)/3.
      G8(9,27)=-4.*(Q2-F2*P)*A*A*(B**3)
      G8(10,6)=4.*(Q2-F2*P)*B/R
      G8(10,17)=4.*(Q2-F2*P)*B
      G8(10,20)=8.*(Q2-F2*P)*A*B
      G8(10,23)=12.*(Q2-F2*P)*A*A*B
      G8(10,24)=12.*(Q2-F2*P)*(B**3)/5.
      G8(10,26)=24.*(Q2-F2*P)*A*(B**3)/5.
      G8(10,28)=36.*(Q2-F2*P)*A*A*(B**3)/5.
      G8(11,14)=4.*(Q2-F2*P)*A*B
      G8(11,16)=8.*(Q2-F2*P)*A*A*B
      G8(11,19)=12.*(Q2-F2*P)*(A**3)*B
      G8(11,21)=4.*(Q2-F2*P)*A*(B**3)/3.
      G8(11,25)=8.*(Q2-F2*P)*A*A*(B**3)/3.
      G8(11,27)=4.*(Q2-F2*P)*(A**3)*(B**3)
      G8(12,6)=-4.*(Q2-F2*P)*A*B/R
      G8(12,17)=-4.*(Q2-F2*P)*A*B
      G8(12,20)=-8.*(Q2-F2*P)*A*A*B
      G8(12,23)=-12.*(Q2-F2*P)*(A**3)*B
      G8(12,24)=-12.*(Q2-F2*P)*A*(B**3)/5.
      G8(12,26)=-24.*(Q2-F2*P)*A*A*(B**3)/5.
      G8(12,28)=-36.*(Q2-F2*P)*(A**3)*(B**3)/5.
      G8(14,14)=-2.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*B
      G8(14,16)=-4.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*A*B

      G8(14,19)=-6.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*A*A*B
      G8(14,21)=-2.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*(B**3)/3.
      G8(14,25)=-4.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*A*(B**3)/3.
      G8(14,27)=-2.*(C2/(R**3)+Q2/R+R2/(R**4)+S2/(R*R)+T2-
     *            F2*P/R-Z2*P/(R*R))*A*A*(B**3)
      G8(16,14)=-4.*T2*A*B
      G8(16,16)=-8.*T2*A*A*B
      G8(16,19)=-12.*T2*(A**3)*B
      G8(16,21)=-4.*T2*A*(B**3)/3.
      G8(16,25)=-8.*T2*A*A*(B**3)/3.
```

```
      G8(17,17)=-2.*T2*(B**3)/3.
      G8(17,20)=-4.*T2*A*(B**3)/3.
      G8(17,23)=-2.*T2*A*A*(B**3)
      G8(17,24)=-2.*T2*(B**5)/5.
      G8(17,26)=-4.*T2*A*(B**5)/5.
      G8(17,28)=-6.*T2*A*A*(B**5)/5.
      G8(19,14)=-6.*T2*A*A*B
      G8(19,16)=-12.*T2*A*A*A*B
      G8(19,19)=-18.*T2*(A**4)*B
      G8(19,21)=-2.*T2*A*A*(B**3)
      G8(19,25)=-4.*T2*(A**3)*(B**3)
      G8(19,27)=-6.*T2*(A**4)*(B**3)
      G8(20,6)=-4.*T2*A*(B**3)/(3.*R)
      G8(20,17)=-4.*T2*A*(B**3)/3.
      G8(20,20)=-8.*T2*A*A*(B**3)/3.
      G8(20,23)=-4.*T2*(A**3)*(B**3)
      G8(20,24)=-4.*T2*A*(B**5)/5.
      G8(20,26)=-8.*T2*A*A*(B**5)/5.
      G8(20,28)=-12.*T2*A*A*A*(B**5)/5.
      G8(21,14)=-2.*(2.*S2-T2*B*B/3.-2.*Z2*P)*B
      G8(21,16)=4.*(2.*S2-T2*B*B/3.-2.*Z2*P)*A*B
      G8(21,19)=6.*(2.*S2-T2*B*B/3.-2.*Z2*P)*A*A*B
      G8(21,21)=2.*(2.*S2/3.-T2*B*B/5.-2.*Z2*P/3.)*(B**3)
      G8(21,25)=4.*(2.*S2/3.-T2*B*B/5.-2.*Z2*P/3.)*A*(B**3)
      G8(21,27)=6.*(2.*S2/3.-T2*B*B/5.-2.*Z2*P/3.)*A*A*(B**3)
      G8(23,6)=-2.*T2*A*A*(B**3)/R
      G8(23,17)=-2.*T2*A*A*(B**3)
      G8(23,20)=-4.*T2*(A**3)*(B**3)
      G8(23,23)=-6.*T2*(A**4)*(B**3)
      G8(23,24)=-6.*T2*A*A*(B**5)/5.
      G8(23,26)=-12.*T2*(A**3)*(B**5)/5.
      G8(23,28)=-18.*T2*(A**4)*(B**5)/5.
      G8(24, 6)=2.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*(B**3)/R
      G8(24,17)=2.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*(B**3)
      G8(24,20)=4.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*A*(B**3)
      G8(24,23)=6.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*A*A*(B**3)
      G8(24,24)=2.*(6.*S2/5.-T2*B*B/7.-6.*Z2*P/5.)*(B**5)
      G8(24,26)=4.*(6.*S2/5.-T2*B*B/7.-6.*Z2*P/5.)*A*(B**5)
      G8(24,28)=6.*(6.*S2/5.-T2*B*B/7.-6.*Z2*P/5.)*A*A*(B**5)
      G8(25,14)=4.*(2.*S2-T2*B*B/3.-2.*Z2*P)*A*B
      G8(25,16)=8.*(2.*S2-T2*B*B/3.-2.*Z2*P)*A*A*B
      G8(25,19)=12.*(2.*S2-T2*B*B/3.-2.*Z2*P)*(A**3)*B
      G8(25,21)=4.*(2.*S2/3.-T2*B*B/5.-2.*Z2*P/3.)*A*(B**3)
      G8(25,25)=8.*(2.*S2/3.-T2*B*B/5.-2.*Z2*P/3.)*A*A*(B**3)
      G8(25,27)=12.*(2.*S2/3.-T2*B*B/5.-2.*Z2*P/3.)*(A**3)*(B**3)
      G8(26, 6)=4.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*A*(B**3)/R
      G8(26,17)=4.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*A*(B**3)
      G8(26,20)=8.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*A*A*(B**3)
      G8(26,23)=12.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*(A**3)*(B**3)
      G8(26,24)=4.*(6.*S2/5.-T2*B*B/7.-6.*Z2*P/5.)*A*(B**5)
      G8(26,26)=8.*(6.*S2/5.-T2*B*B/7.-6.*Z2*P/5.)*A*A*(B**5)
      G8(26,28)=12.*(6.*S2/5.-T2*B*B/7.-6.*Z2*P/5.)*(A**3)*(B**5)
      G8(27,14)=6.*(2.*S2-T2*B*B/3.-2.*Z2*P)*A*A*B
      G8(27,16)=12.*(2.*S2-T2*B*B/3.-2.*Z2*P)*(A**3)*B
      G8(27,19)=18.*(2.*S2-T2*B*B/3.-2.*Z2*P)*(A**4)*B
      G8(27,21)=6.*(2.*S2/3.-T2*B*B/5.-2.*Z2*P/3.)*A*A*(B**3)
      G8(27,25)=12.*(2.*S2/3.-T2*B*B/5.-2.*Z2*P/3.)*(A**3)*(B**3)
      G8(27,27)=18.*(2.*S2/3.-T2*B*B/5.-2.*Z2*P/3.)*(A**4)*(B**3)
      G8(28,6 )=6.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*A*A*(B**3)/R
      G8(28,17)=6.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*A*A*(B**3)
      G8(28,20)=12.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*(A**3)*(B**3)
      G8(28,23)=18.*(2.*S2-T2*B*B/5.-2.*Z2*P)*(A**4)*(B**3)
      G8(28,24)=6.*(6.*S2/5.-T2*B*B/7.-6.*Z2*P/5.)*A*A*(B**5)
      G8(28,26)=12.*(6.*S2/5.-T2*B*B/7.-6.*Z2*P/5.)*(A**3)*(B**5)
      G8(28,28)=18.*(6.*S2/5.-T2*B*B/7.-6.*Z2*P/5.)*(A**4)*(B**5)

      RETURN
   18 DO 20 I=1,N
      WRITE(6,900) (G8(I,J),J=1,N)
   20 CONTINUE
      RETURN
  900 FORMAT (10F12.4)
```

```
IDENT TAHK
BCD
      SUBROUTINE TAHK(A)
      DIMENSION A(28,28)
      COMMON /BL1/N
C
      SA=0.
      DO 10 I=1,N
      SA=SA+A(I,1)+A(I,8)+A(I,15)+A(I,22)
   10 CONTINUE
      WRITE (6,910) SA
      RETURN
  910 FORMAT (10H X  YONU  ,F12.2)
      END
```

## K A Y N A K L A R


[1] BRUSH O., ALMROTH O., Buckling of Bars, Plates, and Shells, Mc Graw-Hill, 1975

[2] VLASSOV, W.S., İnce Cidarlı Elastik Çubuklar Moskova, 1959

[3] NOVOZHILOV V.V., Thin Shell Theory Noordhoff Publishing, 1970

[4] ZIENKIEWICZ O.C., The Finite Element Method in Engineering Science Mc Graw-Hill, 1971

[5] ÖZDEN K., Dönel Kabuklar İ.T.Ü.İstanbul, 1975

[6] TING J., WANG S., LIN Y., Stability of Discretely Stringer-Stiffened Cylindrical Sheels AIAA June 1973

[7] CANTIN G., CLOUGH R., A Curved, Cylindrical-Shell, Finite Element AIAA June 1968

[8] YANG T., KUNDO K., Buckling of Clindrical Sheels With Smeared-Out and Discrete Orthogonal Stiffeners AIAA Vol.15, No.12

[9] KÖKSAL, E., Silindirik Kabukların Başlangıç Değerleri Metodları İle Hesabı Tez, İ.T.Ü.1975

[10] İNAN M., Cisimlerin Mukavemeti İ.T.Ü.1967

[11] FLUGGE W., Stresses in Shells Springer-Verlag NewYork 1967

[12] TEZCAN S., Silindirik Kabukların Sonlu Elemanlar İle Çözümü TUBITAK, İstanbul 1970

[13] BOZKURT M.T., Eşit Aralıklı Dairesel Stifnerler ve Bir Tane Eksenel Stifner İle Takviye Edilmiş Silindirik Kabukların Eksenel ve Yanal Üniform Dış Basıncın Ortak Etkisi Altında Burkulması İ.T.Ü. Tez, İstanbul 1971

[14] OKAIS S., Stabilite Des Coques : Domaine d'Application de la Theorie Dite Initiale et Resolution Numerique These, l'Universite Bernard 1974

[15] SANDER G., Applications de la Methode des Elements Finis à la Flexion des Plaques These, Liège 1969

[16] SINGER J., HAFTKA R., Buckling of Discretely Ring Stiffened Cylindrical Sheels Israel Institute, Haifa 1967

[17] SINGER J., Buckling of Discretely Stringer-Stiffened Cylindrical Shells and Elastically Restrained Panels AIAA July 1975

[18] SINGER J., [illegible] Inversion of the Eccentricity Effect in Stiffened Cylindrical Shells Buckling Under External Pressure Technion-Israel Ins.Haifa 1966

[19] BARUCH M., [illegible] Equilibrium and Stability Equations for Discretely Stiffened Sheels Technion-Israel Ins.Haifa 1965

[20] WANG S., TING J., Orthogonally Stiffened Cylindrical Shells Subjected Internal Pressure AIAA March 1970

[21] GALLAGHER R.H., The Development and Evolution of Matrix Methods for Thin Shell Structural [illegible] Analysis New York 1966

[22] ADINI A., CLOUGH R., Analysis of Plate Bending by the Finite Elements Method NASA, 1961

[23] GONWOR J., BREBBIA C., Stiffness Matrix for Shallow Rectangular Shell Element
ASCE Octabre 1967

[24] ADINI A., Analysis of Shell Structures by the Finite Element Method
Berkeley 1961

[25] TIMOSHENKO, WOINOWSKI-KRIEGER., Théorie des Plaques et Coques
Dunod 1970

[26] İPEK MUZAFFER., Elektronik Programlama üzerine yayınlanmamış çalışmaları.

[27] CELASUN, H. Yapı Sistemleri Matris Analizi ve Sonlu Elemanlar Metodu

HÂL TERCÜMESİ

Türkân Köksal, Divriği-Sivas'ta 1943 yılında doğmuştur. 1963-1964 yılında İ.T.Ü.İnşaat Fakültesine girip 1968'de Ahşap-Çelik opsiyonundan iyi derece ile mezun olmuştur. Karabük Demir-Çelik fabrikalarında proje mühendisi olarak bir müddet çalıştıktan sonra 1971 Mayısında İ.T.Ü. Hidrolik Su Kuvvetleri Kürsüsü'ne girmiş, 1973 yılına kadar çalışmıştır. Daha sonra Aralık 1975 de İ.D.M.M.A. İnşaat Fakültesi Masif Yapılar Kürsüsü'ne asistan olarak girmiştir. Halen aynı kürsüde çalışmaktadır.