

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Yakar Demetlerinin Matematiksel
Modell.

Cem Sönüşbay

Doktora Tezi

YAKIT DEMETLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLENMESİ

DOKTORA TEZİ

Yük.Müh. Cem SORUŞBAY

Tezin Fen Bilimleri Ens. Verildiği Tarih: 18.12.1984

Tezin Savunulduğu Tarih : 29.3.1985

Doktorayı Yöneten Öğretim Üyesi : Prof.Dr. Hikmet BİNARK

Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr. A.Rasim BÖYÖKTÖR

Prof.Dr. Oğuz BORAT

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ

GENEL KİTAPLIĞI

R 209

Kot : 50
Alındığı Yer : ~~Fen Bil.~~ Enst.
Tarih : 26/5/1987
Fatura : -
Fiatı : 1000tl.
Ayniyat No : 1/6
Kayıt No : 44823
UDC : 512.5 373.242
Ek :



X COMP.

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTOSU



YAKIT DEMETLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLENMESİ

DOKTORA TEZİ

Yük.Müh. Cem SORUŞBAY

Tezin Fen Bilimleri Ens. Verildiği Tarih: 18.12.1984

Tezin Savunulduğu Tarih : 29.3.1985

Doktorayı Yöneten Öğretim Üyesi : Prof.Dr. Hikmet BİNARK

Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr. A.Rasim BOYOKTOR
Prof.Dr. Oğuz BORAT

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MAKİNA FAKÜLTESİ OFSET ATÖLYESİ
1985

İÇİNDEKİLER

	sayfa
Özet	iii
Summary	iv
Semboller	ix
1. GİRİŞ	1
2. BU KONUDA DAHA ÖNCE YAPILMIŞ ÇALIŞMALAR	3
3. AKIŞKANA AİT DENKLEMLER	6
3.1 Kütlenin Korunumu	6
3.2 Hareket Miktarının Korunumu	7
3.3 Enerjinin Korunumu	8
3.4 Maddenin Korunumu	9
4. TORBOLANSIN MODELLENMESİ	10
4.1 Karışım Uzunluğu Modeli	11
4.2 $k - \epsilon$ Modeli	12
4.3 Cebirsel Gerilme Modeli	14
4.3.1 Reynolds Gerilmelerinin Lineer Modellenmesi	15
4.3.2 Reynolds Gerilmelerinin Nonlinear Modellenmesi	17
5. KOORDİNAT SİSTEMİ	21
5.1 $x - \omega$ Koordinat Sistemi	21
5.2 Dönüşüm Denklemleri	23
5.3 Yakıt Demetinin Durgun Ortam İçerisine Yayılımı	27
6. SONLU FARK DENKLEMLERİ	29
6.1 Sonlu Fark Denklemlerinin Çıkartılması	29
6.2 x -doğrultusu Konveksiyon Terimleri	32
6.3 ω -doğrultusu Konveksiyon ve Difüzyon Terimleri	32
6.4 Kaynak Terimleri	34
6.5 Sonlu Fark Denklemleri	34
7. DAMLACIKLARA AİT DENKLEMLER	35
7.1 Kütlenin Korunumu	35
7.2 Hareket Miktarının Korunumu	36
7.3 Denklemlerin Çözümü	36

8. ÇÖZÜM YÖNTEMİ	39
8.1 Sınır Şartları	39
8.2 Çözüm Algoritması	39
9. UYGULAMALAR	41
10. SONUÇLAR	68
EK: Bilgisayar Programı Akış Şeması	71
Kaynaklar	74
Özgeçmiş	81

ÖZET

Bu çalışmada, bir Diesel motoru enjektöründen durgun ortam içerisine püskürtülen içi dolu konik sıvı yakıt demetlerine ait olayı yöneten denklemler, fazlar arası etkileşimin de dahil edildiği türbülanslı ortam için kartezyen indis notasyonunda tanımlanmıştır. Euleriyen yaklaşımla ele alınan akışkana ve damlacıklara ait parabolik kısmi diferansiyel denklemler Patankar-Spalding koordinat sistemine dönüştürülerek sonlu farklar algoritması ile sayısal olarak çözülmüştür.

Bu çalışmada ayrıca türbülanslı akım alanının tanımlanması amacıyla karışım uzunluğu, $k-\epsilon$ ve cebirsel gerilme modeli yaklaşımları incelenmiştir.

Damlacık konsantrasyonu, damlacıkların ve akışkanın hız bileşenleri ve akım alanına ait türbülans büyüklükleri geliştirilen model kullanılarak hesaplanmış, damlacıkların buharlaşması sonucu damlacık çap değişiminin etkileri incelenmiş ve elde edilen sonuçlar literatürde mevcut deneysel ve teorik sonuçlarla karşılaştırılarak yeterli uyum sağlandığı görülmüştür.

MATHEMATICAL MODELLING OF FUEL SPRAYS

SUMMARY

The theoretical modelling of the behaviour of a fuel spray is of considerable importance in the design and improvement of combustion equipment since the influence of certain parameters can be observed in less time and cost.

In recent years, the increasing demands for the control of the emission of combustion pollutants and the requirements for the increase of combustion efficiency have influenced the necessity for better understanding of the mechanism of fuel injection and combustion. In this study, a theoretical approach has been used for the prediction of liquid fuel spray behaviour injected into a stagnant atmosphere. Events prior to ignition have been modelled for two-phase turbulent free jets of axially symmetrical geometry. A continuum approach has been used in this study for the prediction of the behaviour of gas and liquid phases using separate sets of governing equations with interactive two-way coupling. Here the fuel spray composed of various number of small droplets is treated as continuum employing equations derived by Marble in Eulerian formulation. The volume fraction of the droplets is assumed to be small, that is the droplets are so widely-spaced, that direct interaction between them can be ignored. But because of the large density ratio between fuel and gas, droplets still have significant mass in comparison to the suspending fluid, thus can influence the state of the fluid through the exchange of mass, momentum and energy. The terms showing the drag force on the suspending fluid due to interaction with droplets and the

amount of momentum transfer to the fluid due to the evaporation of droplets result as source terms in both momentum equations providing full coupling.

In this study, the governing equations which are expressed in terms of primitive variables initially using Cartesian tensor notation are then transformed into modified Patankar-Spalding co-ordinate system utilising a definition of new flow function in the presence of evaporating droplets. The parabolic partial differential equations are then integrated over a control volume to obtain the finite difference equations which are solved by tri-diagonal matrix algorithm in an implicit manner. The integration process proceeds by marching downstream, having defined the initial and boundary conditions of the domain of interest.

Predictions were initially made for a round clean jet in an effort to test the present mathematical model and to provide a base case for comparison with the loaded jets. For this purpose, several turbulence models have been employed to predict turbulent viscosity or Reynolds stresses. Various models of turbulence have been put forward by different authors, which differ in complexity involving the solution of different number of differential equations. Models of turbulence have been examined here in two main categories according to whether Boussinesq approximation is used or not. Mixing-length and $k-\epsilon$ models of turbulence employed in this study use the Boussinesq approximation by relating turbulent shearing stresses to the mean velocity gradients by the use of turbulent viscosity concept. An alternative, so-called Reynolds stress model have also been used providing closure by incorporating transport

equations for Reynolds stresses.

Sufficient results have been obtained by using the algebraic model of Prandtl's mixing-length hypothesis, where μ_t is calculated as a local function of the flow field. In order to take the convection and diffusion of turbulence parameters into account, differential transport equations have been solved for kinetic energy and eddy dissipation of turbulence simultaneously with the main governing equations, employing k- ϵ model of turbulence. Satisfactory results have been obtained with this model for velocity, turbulence kinetic energy profiles and spread rate of the jet with the modifications made according to recommendations of Rodi for the values of the constants given by Launder et al.

For complicated flows where all components of Reynolds stresses are of equal importance, ν_t becomes direction sensitive, thus differential transport equations for Reynolds stresses which include convection and diffusion terms have to be solved. In this study algebraic stress model proposed by Rodi have been used. Algebraic equations for the Reynolds stresses have been classified according to the form of pressure-strain terms used, as linear and nonlinear models. For both linear and nonlinear approaches the constants of the model have been tuned as a result of the optimizations made according to the experimental data present in the literature and good qualitative agreement is achieved.

In the final section of this study, droplet behaviour and the effect of droplets on the flow field have been examined for different droplet diameters and loading factors while solving the governing spray model equations to obtain

droplet and fluid velocity, concentration and droplet flux profiles at various distances from the injection nozzle. The predictions of the model are tested against the experimental and theoretical results present in literature and following conclusions have been reached as a result of a series of numerical calculations :

- (i) The drag force created by the droplets and the amount of momentum transfer due to the droplet evaporation result in an increase of fluid velocity compared to that of the clean jet. Generally fluid velocity increases with increasing loading factor.
- (ii) The slip velocity between the droplets and the fluid increases with increasing droplet diameter and decreases with increase in the initial mass loading.
- (iii) The normalized droplet and fluid velocity profiles are influenced by the changes in droplet size and loading factor, thus similarity concept has not been satisfied contrary to the round clean jet.
- (iv) The centerline velocity decay of the fluid is smaller than that of a single-phase jet in the presence of droplets and increase in the loading factor results in a decrease in centerline velocity decay. Increasing the loading factor also decreases the radial velocity components of both droplets and the suspending fluid.
- (v) Spread rate of the spray is smaller than that of a single-phase jet. Generally the spray gets narrower with increasing loading factor. Spread rate calculated to be 0.086 for the single-phase jet, reduces to 0.084 for a spray of droplets having diameter and loading

factor values of $50\mu\text{m}$ and 1 respectively.

- (vi) For sufficient distances from the nozzle, the velocity of both liquid and gas phases maintain almost balance inbetween them.

The addition of liquid droplets to the flow field modifies the turbulence structure resulting in a significant reduction of the turbulence intensity. As the nature of the interaction between the two phases is rather complex and not well understood at present, no attempt has been made in this study to develop a model of turbulence which accounts for this interaction.

The applications of the present model show reasonably good agreement with the experimental results present in literature. On the whole, the theoretical model presented here is capable of predicting the behaviour of liquid fuel sprays injected into a stagnant atmosphere with sufficient accuracy.

SEMBOLLER

a	Genel denklemde bir katsayı
A	Sonlu farklar denkleminde bir katsayı
b	Genel denklemde bir katsayı
B	Sonlu farklar denkleminde bir katsayı
c	Genel denklemde bir katsayı
c'	Cebirsel gerilme modeli sabiti
C	Sonlu farklar denkleminde bir katsayı
C ₁ , C ₂	Türbülans modeli sabiti
C _b	Buharlaşıma katsayısı (m ² /s)
C _d	Damlacık akısı sabiti
C _D	Direnç katsayısı
C _m	Hız sabiti
C _p	Sabit basınçtaki özgül ısı (kJ/kg K)
C _μ	Türbülans modeli sabiti
d	Genel denklemde bir katsayı
D	Damlacık çapı (m)
D	Sonlu farklar denkleminde bir katsayı
D _n	Nozul çapı (m)
e	Genel denklemde bir katsayı
e _p	Damlacıkların hacımsal kesri (m ³ /m ³)
E	Sonlu farklar denkleminde bir katsayı
F	Damlacığın birim kütlesine birim zamanda uygulanan direnç kuvveti (m/s ²)
F	Sonlu farklar denkleminde bir katsayı
F _p	Direnç kuvvetini tanımlayan kaynak terimi
g	Damlacık akısı (kg/s m ²); (sayı/s m ²)

G_p	Damlacıkların buharlaşmasını tanımlayan kaynak terimi
h	Antalpi (kJ/kg)
$\tilde{h}$	Akışkanın toplam antalpisi (kJ/kg)
H_p	Damlacık hacmi (m^3)
k	Türbülansın kinetik enerjisi (m^2/s^2)
K	Damlacık konsantrasyonu (sayı/ m^3)
ℓ_m	Karışım uzunluğu (m)
L	Buharlaşma ısısı (kJ/kg)
$\dot{m}$	Damlacıkların buharlaşması sonucu akışkana aktarılan kütle miktarı ($kg/m^3 \cdot s$)
$\dot{m}'$	Sabit ω çizgisi boyunca birim uzunluk başına kütleli debi
M	Toplam çap gurubu sayısı
P	Türbülansın kinetik enerjisinin üretim terimi
P_{ij}	Reynolds gerilmelerinin üretim terimi
Q_ℓ	Taneciklerin hacımsal kesri (m^3/m^3)
r	Radyal doğrultudaki silindirik koordinat
R	Damlacık çapının zamana göre değişimi
Re	Reynolds sayısı
Δr	Kontrol hacmi radyal doğrultudaki kalınlığı (m)
S, S'	Genel denklemdeki kaynak terimleri
Sc_p	Schmidt sayısı
t	Zaman (s)
T	Türbülansın zaman ölçeği (s)
T_{ij}	Reynolds gerilmelerinin konveksiyon ve difüzyon terimleri
Δt	Zaman adımı (s)
u	Akışkan hızı (m/s)
u	x-doğrultusundaki akışkan hızı (m/s)

u'	Akışkanın çalkantı hızı (m/s)
u'	x-doğrultusundaki akışkan çalkantı hızı (m/s)
u_p	Damlacıkların hızı (m/s)
v	r-doğrultusundaki akışkan hızı (m/s)
v'	r-doğrultusundaki akışkan çalkantı hızı (m/s)
v_p	Radial doğrultudaki damlacık hızı (m/s)
w'	θ -doğrultusundaki akışkan çalkantı hızı (m/s)
x	Kartezyen koordinat , silindirik koordinat
x	Patankar-Spalding sisteminde eksenel doğrultudaki koordinat
y	Kartezyen koordinat
Y	Karışım tabakası kalınlığı (m)

Yunan Harfleri

α	Cebirsel gerilme modeli sabiti
β	Cebirsel gerilme modeli sabiti
γ	Cebirsel gerilme modeli sabiti
Γ	Difüzyon katsayısı (kg/m s)
δ_{ij}	Kronecker deltası
$\Delta\xi$	Karışım tabakası kalınlığı (m)
ϵ	Türbülans kinetik enerjisinin dissipasyonu (m^2/s^3)
λ	Karışım uzunluğu sabiti
λ	Cebirsel gerilme modeli sabiti
λ	Isı iletim katsayısı ($kW/m^2 K$)
μ	Dinamik viskozite (kg/m s)
ν	Kinematik viskozite (m^2/s)
ρ	Yoğunluk (kg/m^3)
σ	Türbülanslı Prandtl sayısı
τ	Kayma gerilmesi terimi

τ	Damlacık cevap zamanı (s)
ϕ	Genel bağımlı değişken
χ_o	Yükleme katsayısı
ψ_{ij}	Reynolds gerilmelerinin basınç-gerilim terimi
ψ	Akış fonksiyonu (kg/s)
ω	Boyutsuz akış fonksiyonu

İndisler

D	Dış sınır
DY	Dış sınıra yakın
e	Etkin
f	Akışkana ait
g	Gaza ait
h	h bağımlı değişkenine ait
i	i kontrol hacmi
I	İç sınır
i,j,k	Kartezyen indis notasyonunda koordinat
j	Damlacık çap gurubu
k	k bağımlı değişkenine ait
K	K bağımlı değişkenine ait
λ	Laminar
λ	Yakıta ait
m	Simetri eksenindeki değer
M	Kontrol hacmi ortasında
o	Başlangıçtaki
p	Damlacıklara ait
p	Kontrol hacmi doğu sınırı
u	Kontrol hacmi batı sınırı
t	Türbülanslı

ϕ	ϕ bağımlı değişkenine ait
$1/2, u$	Hızın eksenindeki hızın yarısı olduğu konum
$1/2, K$	Konsantrasyonun eksenindeki konsantrasyonun yarısı olduğu konum
$1/2, q_m$	Damlacık akışının eksenindeki değerin yarısı olduğu konum

1. GİRİŞ

Son yıllarda önem kazanan yakıt sıkıntısı ve hava kirliliği sorunlarının etkisi ile, yanma veriminin artırılması ve kirletici madde emisyonunun kontrol altında tutulmasına ilişkin artan talepler, sıvı yakıtlarda püskürtme ve yanma mekanizmasına ilgiyi önemli ölçüde arttırmış bulunmaktadır.

Günümüzde tüketilen sıvı yakıt miktarının büyük bir kısmı, 1880'li yıllardan beri kullanılmakta olan püskürtme yöntemi ile yakılmaktadır. Püskürtülen sıvı demetlerinde, yakıtın atomizasyonu sonucu oksitleyici ortam ile temas eden yüzey arttırılmakta ve böylece fazlar arasındaki ısı ve kütle transferi hızlanmaktadır.

Yakıtların püskürtülerek yakılması yöntemi, Diesel ve benzin motorları, gaz türbinleri, ısı tesisleri, roketler gibi birçok mühendislik uygulamalarında kullanılmaktadır. Bu uygulamalardaki dizayna yönelik geliştirme çalışmalarında, yanma mekanizmasının kontrol altında tutulabilmesi için damlacıkların püskürtmenin yapıldığı ortam içerisindeki hareketlerinin ve damlacıklar ile akışkan arasındaki etkileşimin incelenmesine gerek duyulmaktadır. Damlacıkların ortam içerisindeki hareketleri hava ile yakıt karışımını belirlemede olup, yakıt damlacıklarının ortama göre rölatif hızları da yakıtın buharlaşma hızını etkilemektedir (1). Bu nedenle yanma mekanizmasının anlaşılabilmesi için tek damla yanmasından çok yakıt demetlerinin incelenmesine gerek duyulmaktadır.

Yakıt demetlerine ait niteliksel ve niceliksel bilgilerin elde edilmesi deneysel veya teorik yaklaşımlarla gerçekleştirilebilmektedir. Bu çalışmada kullanılan yaklaşımda, sayısal çözümle sonuca ulaşan hızlı bilgisayarların kullanımı ile daha ucuz, güvenli, kısa zamanda sonuç alınan ve genel uygulama alanı mevcut teorik modelleme tekniği kullanılmıştır. Yakıt demeti ve akım alanı için tanımlanan parabolik kısmi diferansiyel denklem takımlarına, denklemlerin nonlineer yapılarından dolayı analitik çözüm sağlamak mümkün olmamaktadır. Bu nedenle yöneten denklem takımlarının küçük bir hacim elemanı üzerinde integre edilmesi ile sonlu farklar denklemleri çıkartılmış ve bu denklemler bir matris algoritması içinde sayısal olarak çözülmüştür. Burada, akım alanı bir uçtan öteki uca kadar adım adım taranırken, büyük adım boy-

larına imkan sağlayabilmek ve çözümün adım boyuna bağımlılığını önlemek amacıyla implisit çözüm yöntemi seçilmiştir.

Bu çalışmada içi dolu konik yakıt demetlerine ait, damlacıklarla püskürtmenin yapıldığı akışkan ortamı arasındaki etkileşimin de dahil edildiği teorik bir model geliştirilmiştir. Püskürtmenin yapıldığı nozula çok yakın konumlarda damlacık konsantrasyonunun yoğun olduğu bölgede damlacıklar arasındaki çarpışmalar ve damlacıkların birbirleri üzerindeki etkileri belirgin olmaktadır. Ancak nozuldan uzaklaştığımızda damlacık hacımsal konsantrasyonu azalacağından damlacıklar arasındaki etkileşim de azalmaktadır. Damlacıklar bu bölgede hacımsal olarak az yer kapladıkları halde akışkana oranla yoğunluklarının fazla olması nedeniyle, kütleli konsantrasyonları fazla olacağından akışkan ile olan etkileşimleri fazla arasındaki kütle, momentum ve enerji transferini etkilemektedir.

Nozula yakın bölgede, damlacıkların birbirleri ile çarpışma frekansı, gazların kinetik teorisinden hareket edilerek hesaplanabilmektedir. Ancak bu çalışma kapsamında, damlacıkların birbirleri ile çarpışmaları ve aralarındaki etkileşim ihmal edilmiş ve damlacık hacımsal konsantrasyonunun yoğun olmadığı kabulü yapılmıştır. Ayrıca nozuldan çıkan sıvının hemen parçalandığı ve aynı çapa sahip bütün damlacıkların aynı hızda püskürtüldüğü, damlacıkların küresel formda olduğu, akım alanındaki türbülans üzerinde damlacıkların etkisi bulunmadığı, akışkanın sıkıştırılmaz, akışın ise sürekli ve bir eksen etrafında simetrik olduğu kabulleri yapılmıştır. Püskürtülen türbülanslı yakıt demetlerinde yanma öncesi durumun incelendiği bu modelde elde edilen sonuçlar literatürdeki mevcut deneysel ve teorik sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

2. BU KONUDA DAHA ÖNCE YAPILMIŞ ÇALIŞMALAR

Sıvı yakıt demetlerinin matematiksel tanımına ait günümüzde kullanılan denklemler ilk olarak Williams tarafından ifade edilmiştir (2),(3). Williams, yakıt demetini oluşturan damlacıklar üzerinde etki eden dış kuvvetleri ve damlacıkların buharlaşma hızlarını teorik olarak incelemiş ve değişik kimyasal yapıdaki ve farklı çaptaki damlacıklardan oluşan yakıt demetlerinin istatistiksel tanımını zamanın, konumun, damlacık çapının ve hızının fonksiyonu olarak yapmıştır.

Sıvı yakıtların püskürtülerek yanmasına esas olan difüzyon alevlerinin matematiksel olarak tanımlanması üzerinde de çeşitli araştırmacılar çalışmıştır. Lockwood ve Naguib türbülanslı difüzyon alevleri için teorik bir model geliştirmişler ve eksenel simetrik türbülanslı jet için çözdükleri yöneten denklem takımları ile birlikte global yanma modeli denklemlerini de çözmüşlerdir (4). Gosman, Lockwood ve Syed ise türbülanslı difüzyon alevine ilişkin teorik ve deneysel çalışmalarında, Reynolds sayısının 23000 ve 32000'lik değerleri için difüzyon alevinde sıcaklığın zamansal ortalaması ve oksijen konsantrasyonuna ait dağılımları deneysel olarak elde etmişler, kütle, momentum ve enerji korunumu, karışım parametresi ve türbülans büyüklüklerine ait parabolik diferansiyel denklemleri sonlu farklar yöntemi ile çözmüşlerdir (5). Bu çalışmada ayrıca yakıt ve oksidant arasında tek adımlı global bir yanma modeli kullanmışlardır.

Spalding ise iki fazlı akımlarda konsantrasyonun çalkantılarına ait konveksiyon, difüzyon, üretim ve disipasyon terimlerinden oluşan diferansiyel denklemler tanımlamış ve konsantrasyonun zamansal ortalaması, ortalama akışkan hızı, türbülansın kinetik enerjisine ait denklemlerle birlikte sayısal olarak çözüm sağlamıştır (6).

İçten yanmalı motorlarda yanma odası içerisine püskürtülen yakıt demetlerinin tanımlanması üzerinde de çeşitli araştırmacılar çalışmıştır. Yanma odası içersindeki damlacıkların, yanma öncesi şartlar için, nüfuz derinliği Bracco ve öteki araştırmacılar tarafından incelenmiş, ancak iki boyutlu zamana bağlı ve türbülanslı bir ortam için tanımlanan denklemlerde damlacıkların hava hareketleri üzerindeki etkileri ihmal edilmiştir (7). Bu çalışmada damlacıklara ve akım alanına ait yöneten denklemler çözülmüş, damlacıkların nozuldan çıkış hız

dağılımı Gaussiyan olarak kabul edilmiştir. Haselman ve Westbrook ise, kademeli dolgulu benzin motorlarında yanma odasına yakıt püskürtülmesine ait çalışmalarında, nozul çıkışında damlacıkların hız dağılımını ihmal ederek bütün damlacıkların aynı hıza sahip oldukları kabulünü yapmışlardır (8). Verilen bir konumda, aynı çaptaki damlacıkların aynı hıza sahip oldukları kabulü yapılmadığında, sayısal çözüm yöntemi içinde gerekli bilgisayar belleği önemli ölçüde artmaktadır. Haselman ve Westbrook demet içersindeki damlacıkların akım alanı üzerindeki etkilerini de çalışmalarına dahil etmişlerdir.

O'Rourke ve Bracco tarafından yoğun yakıt demetlerine ilişkin çalışmada nozul yakınındaki bölgede yakıt damlacıkları arasındaki çarpışmalar, gazların kinetik teorisinden hareket edilerek tanımlanan bir çarpışma frekansı yardımı ile hesaplanmıştır (9). Gupta ve Bracco ise içten yanmalı motorlarda yanma odasına püskürtülen yakıt demetlerinin zamana bağlı iki boyutlu denklemlerini sayısal olarak çözmüşlerdir (10).

Boysan içi boş konik sıvı demetlerinde, damlacıklarla püskürtmenin yapıldığı ortam arasındaki etkileşimi incelemiş, damlacıklara ait buharlaşmalı ve buharlaşmasız durumlara ait Lagrangiyen denklemlerden farklı çaptaki damlacıkların yörüngelerini ve hızlarını teorik olarak hesaplayan bir yöntem geliştirmiştir (11),(12). "Akım alanına ait büyüklükler, akım fonksiyonu ve girdap cinsinden hesaplanmıştır. Boysan ve Swithenbank ise yanma odasında alev stabilizatörü arkasına püskürtülen yakıt damlacıklarının yörüngelerini ve hızlarını saptamak için aynı yöntemi kullanmışlardır (13). Durgun ortam içerisine püskürtülen içi boş konik sıvı demetlerinde damlacıklarla akım alanı arasındaki etkileşim de Boysan ve Binark tarafından incelenmiştir (14).

Ward, Collings ve Hay, bir yanma odası içerisindeki yanma olayını Euleriyen ve Lagrangiyen yaklaşımlarla iki fazlı olarak modelleyerek, her iki yöntemi karşılaştırmışlardır (15). Bu çalışmalarında, Euleriyen yaklaşım kapsamında yakıt demeti 5 çap gurubu ile temsil edilmiş ve her guruba ait ayrı momentum denklemleri çözülmüştür. Lagrangiyen yaklaşımda ise damlacık yörüngeleri ve hızları cebirsel şekle indirgenen ifadelerden hesaplanmıştır.

Ward ise bir gaz türbini yanma odasını modellemiş, püskürtülen yakıt demetini Tanasawa-Tessima dağılım fonksiyonu ile temsil ederek, 0 ile 180 μ m arasında değişen çap gurubuna

bölmüş ve hız, basınç değişkenlerini kullanarak akım alanı için çözüm sağlamıştır (16). Ward bu çalışmasında eliptik bir ortam için Euleriyen ve Lagrangiyen yaklaşımları karşılaştırmıştır.

Yakıt demetlerinin incelenmesine ilişkin yapılan deneysel çalışmalarda ise, Binark ve Ranz durgun ortama püskürtülen yakıt demetlerinde, damlacıkların püskürtmenin yapıldığı ortamdaki hava hareketleri üzerindeki etkisini incelemişlerdir (17). Ayrıca ortamdaki hava hızını ve yakıt demeti içindeki sıvı akısının radyal doğrultudaki dağılımını ölçmüşlerdir. Değişik çaptaki damlacıkların demet konisi üzerindeki değişik durma mesafelerinden ve hava hareketlerinin damlacıklar üzerindeki etkisinden yararlanarak geliştirdikleri lokal debi yöntemi ile demetteki çap dağılımını da aynı araştırmacılar ölçmüşlerdir (18). Safgönül ise lokal debi yöntemini kullanarak akışın çap dağılımı üzerindeki etkisini deneysel olarak incelemiştir (19).

Becker, Hottel ve Williams ise ışık saçılımı tekniğini kullanarak türbülanslı, aksenal simetrik, uniform sıcaklık dağılımına sahip serbest jette konsantrasyon dağılımını ölçmüşlerdir (20).

Yule ve Chigier türbülanslı alevler içersindeki büyük ölçekli çevrilerin incelenmesi amacıyla sıvı yakıt demetlerinde ölçümler yaparak hız ve sıcaklık profillerini elde etmişler, ayrıca demete ait bazı kalitatif bilgiler sağlamışlardır (21). Aynı araştırmacılar soğuk ve ısıtılmış ortamlar içersine püskürtülen yakıt demetlerinde, geliştirmiş oldukları laser tomografisi ve laser anemometresi teknikleri ile hız, damlacık çap ve konsantrasyonu üzerine ölçümler yapmışlar, damlacıkların buharlaşma hızını incelemişlerdir.

Soruşbay ise Diesel motoru enjektöründen durgun ortam içersine püskürtülen yakıt demetlerindeki çap dağılımını zamana ve konuma bağlı olarak He/Ne laser anemometresi ile ölçmüş ve monokromatik paralel laser ışık huzmesi içersinde bulunan damlacıkların oluşturduğu Fraunhofer kırınımı sonucunda elde edilen ışık enerjisi dağılımından yararlanarak damlacık çap dağılımını belirlemiştir (22).

3. AKIŞKANA AİT DENKLEMLER

Akışkana ait denklemler, yakıt damlacıklarının buharlaştığı sürekli bir akış ortamı için, sonsuz küçük hacim elemanı içindeki hareket miktarı, ısı ve kütle dengesinden elde edilmiştir.

3.1 Kütlelerin Korunumu

Akım alanının belirli bir noktasında yakıt damlacıklarının buharlaşması sonucu birim zamanda, birim hacim başına akışkana aktarılan kütle miktarı

$$\dot{m} = - \int \rho_{\ell} \frac{\pi D^2}{2} R \frac{dK}{dD} dD \quad (3.1)$$

olacaktır. Burada ρ_{ℓ} yakıtın yoğunluğu, D damlacık çapı, R damlacık çapının zamana göre değişimi, K yakıt demetinin akım alanının verilen bir konumunda, birim hacimdeki damlacık sayısı olarak tanımlanan konsantrasyonudur. Sayısal hesaplama yöntemi kapsamında, demetteki çap dağılımı belirli sayıda çap aralığı ile gösterildiğinde, M sayıda damlacık çap gurubu için bu terim

$$\dot{m} = - \sum_{j=1}^M \rho_{\ell} \frac{\pi}{2} D_j^2 R_j K_j \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilecektir. Damlacık çapının zamana göre değişimi ise

$$R_j = \left(\frac{dD}{dt} \right)_j = - \frac{C_b}{2 D_j} (1 + 0,23 Re_j^{0,5}) \quad (3.3)$$

şeklinde yazılabilir. Burada C_b buharlaşma katsayısı, Re ise rölatif Reynolds sayısı olup,

$$Re = \frac{\rho_g D |\vec{u}_p - \vec{u}|}{\mu} \quad (3.4)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. ρ_g ve μ gazın yoğunluğu ve dinamik viskozitesi, $\vec{u}_p$ ve $\vec{u}$ sırasıyla damlacıkların ve akışkanın mutlak hızlarıdır.

Bu durumda akışkana ait kütlenin korunumu denklemi

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_f u_i) = \sum_{j=1}^M \rho_L \frac{\pi}{4} D_j C_b (1 + 0,23 Re_j^{0,5}) K_j \quad (3.5)$$

şeklinde yazılacaktır.

Burada akışkan yoğunluğu ρ_f

$$\rho_f = \rho_g (1 - \sum_{j=1}^M \frac{\pi D_j^3}{6} K_j) \quad (3.6)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

3.2 Hareket Miktarının Korunumu

Akım alanı içinde bulunan bir damlacığa etki eden kuvvetler arasında en belirgin katkırı püskürtülen yakıt demetlerinde direnç kuvveti oluşturmaktadır (3). Bazı durumlarda damlacıkların kendi eksenleri etrafında dönmeleri sonucu direnç kuvveti mertebesine yaklaşan kaldırma ve Magnus kuvvetlerinin de olduğu bazı araştırmacılarca deneyler sonucu gözlenmiştir (23). Ayrıca yer çekimi kuvvetleri, sürtünme kuvvetleri ve basınç gradientlerinden oluşan kuvvetler de mevcuttur. Ancak, bu çalışmanın kapsamı içinde sadece direnç kuvvetlerinin oluşturduğu katkılar ele alınmıştır.

Akım alanı içindeki herhangi bir damlacığa etki eden direnç kuvveti

$$F_{ji} = \frac{3}{4} \frac{\rho_g C_D}{\rho_L D_j} | u_{p,ji} - u_i | (u_{p,ji} - u_i) \quad (3.7)$$

şeklinde tanımlanır. Burada C_D direnç katsayısı olup rölatif Reynolds sayısının bir fonksiyonudur. (3.4) denklemindeki Re tanımından yararlanılarak, direnç kuvveti

$$F_{ji} = \frac{3}{4} \mu \frac{1}{\rho_L D_j^2} (C_D Re_j) (u_{p,ji} - u_i) \quad (3.8)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Birim hacim başına akışkana etki eden toplam direnç kuvveti,

$$\sum_{j=1}^M \rho_L \frac{\pi D_j^3}{6} F_{ji} K_j \quad (3.9)$$

olacaktır. Yakıt damlacıklarının buharlaşması sonucu akışkanın birim hacmine eklenen hareket miktarı ise

$$\sum_{j=1}^M \rho_L \frac{\pi D_j}{4} C_b (1 + 0,23 Re_j^{0,5}) (u_{p,ji} - u_i) K_j \quad (3.10)$$

olacaktır.

Elde edilen kaynak terimlerinin eklenmesi ile akışkana ait hareket miktarının korunumu denklemi elde edilir :

$$\begin{aligned} \rho_f u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} &= \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} + \sum_{j=1}^M \rho_L \frac{\pi D_j^3}{6} F_{ji} K_j \\ &+ \sum_{j=1}^M \rho_L \frac{\pi D_j}{4} C_b (1 + 0,23 Re_j^{0,5}) (u_{p,ji} - u_i) K_j \end{aligned} \quad (3.11)$$

Bu çalışmada, sonsuzda durgun serbest bir ortam içersine yapılan yakıt püskürtmesi incelendiğinden radyal doğrultudaki hareket miktarının korunumu denklemi ihmal edilecektir. Ayrıca boyuna doğrultudaki basınç gradienti de yukarıdaki denklemden ihmal edilmektedir.

3.3 Enerjinin Korunumu

Yakıt damlacıklarının akışkandan farklı olan hızları nedeni ile akışkanın birim hacmine birim zamanda eklenen enerji miktarı

$$\sum_{j=1}^M \rho_L \frac{\pi D_j^3}{6} F_{ji} u_{p,ji} K_j \quad (3.12)$$

olup,

$$\sum_{j=1}^M D_j \frac{\pi}{8} C_D Re_j \mu K_j (u_{p,ji} - u_i) u_{p,ji} \quad (3.13)$$

şeklinde ifade edilebilir. Yakıt damlacıklarının buharlaşması sonucu akışkana eklenen enerji miktarı ise,

$$\sum_{j=1}^M \rho_L \frac{\pi}{4} D_j C_b (1 + 0,23 Re_j^{0,5}) (h_j + \frac{1}{2} u_{p,ji} u_{p,ji}) K_j \quad (3.14)$$

olacaktır.

Burada h_j , buharlaşan j çap gurubuna ait bir damlacığın akışkana kazandırılan entalpisidir.

Kaynak terimlerinin eklenmesi ile akışkana ait enerjinin korunumu denklemi

$$\begin{aligned} \rho_f u_i \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_k} (\Gamma_{h,e} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_k}) + \frac{\partial}{\partial x_k} [(\mu_e - \Gamma_{h,e}) \frac{\partial}{\partial x_k} (\frac{1}{2} u_i u_i)] \\ &+ \sum_{j=1}^M D_j \frac{\pi}{8} C_D Re_j \mu K_j (u_{p,ji} - u_i) u_{p,ji} \\ &+ \sum_{j=1}^M \rho_L \frac{\pi}{4} D_j C_b (1 + 0,23 Re_j^{0,5}) (h_j + \frac{1}{2} u_{p,ji} u_{p,ji} - \tilde{h}) K_j \end{aligned} \quad (3.15)$$

olacaktır. Burada $\tilde{h}$ akışkanın toplam entalpisidir.

3.4 Maddenin Korunumu

Akım alanı içerisinde bulunan yakıt damlacıkları ile akışkan arasındaki hız farkı nedeni ile oluşan kaynak terimlerinin konsantrasyon denkleminde eklenmesi ile j çap gurubundaki damlacıklara ait maddenin korunumu denklemi elde edilir :

$$\begin{aligned} \rho_f u_i \frac{\partial K_j}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_k} (\Gamma_{K,e} \frac{\partial K_j}{\partial x_k}) + \frac{\partial}{\partial x_k} [K_j \rho_f (u_k - u_{p,jk})] \\ &- \rho_L \frac{\pi}{4} D_j C_b (1 + 0,23 Re_j^{0,5}) K_j^2 \end{aligned} \quad (3.16)$$

4. TORBOLANSIN MODELLENMESİ

Püskürtülen yakıt demetlerinde, Reynolds sayısının büyük olduğu durumlarda akımın türbülanslı karaktere sahip olması sonucu, akım özelliklerinin zamansal ortalamaları sabit kaldığı halde, çeşitli büyüklüklerde anlık çalkantılar oluşmaktadır. Bu durumda, herhangi bir zaman ve konumda akışkan hızının i bileşeni, o konum ve zamandaki kütleli ağırlıklı ortalama ve çalkantı değerlerinin toplamı olarak gösterilecektir :

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' \quad (4.1)$$

Burada,

$$\bar{u}_i = \frac{1}{\bar{\rho}_f \Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \rho_f u_i dt \quad (4.2)$$

şeklinde tanımlanmakta olup,

$$\bar{\rho}_f = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \rho_f dt . \quad (4.3)$$

Akışkana ait herhangi bir skalar büyüklüğün verilen bir konum ve zamandaki anlık değeri de

$$\psi = \bar{\psi} + \psi' \quad (4.4)$$

şeklinde tanımlanacaktır.

Laminar akım şartları için geçerli olan Navier-Stokes denklemlerinin türbülanslı hal için de kullanımı mümkün olmaktadır. (4.1) ve (4.4) ifadelerini önceki bölümde elde edilen akışkana ait hareket miktarının korunumu denklemlerine uygulayıp, zamansal ortalamasını aldığımızda türbülanslı akıma ait Reynold denklemleri elde edilecektir (24) :

$$\bar{\rho}_f \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \bar{F}_{p,i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \bar{\rho}_f u_i' u_j') + \bar{G}_{p,i} \quad (4.5)$$

$\bar{G}_p$ ve $\bar{F}_p$, kaynak terimlerini ve $\overline{\rho_f u_i' u_j'}$ terimi Reynolds gerilmelerini göstermektedir. Reynolds gerilmelerinin hesaplanabilmesi için değişik yaklaşımlarla türbülans modelleri geliştirilmiştir (25). Türbülansın matematiksel modellenmesinde, geliştirilen modelin farklı şartlar için uygulanabilirliği, hassasiyeti, hesaplama süresinin uzunluğu ve basitliği önem taşımaktadır. Bu nedenle kullanılacak modelin seçimi, incelemekte olduğumuz şartların özel durumuna göre değişecektir.

Türbülansın modellenmesinde iki farklı yaklaşım kullanılmaktadır. Bunlardan ilkinde türbülanslı kayma gerilmesi terimleri cebirsel ifadeler yardımıyla ortalama akım şartlarına bağlanmış ve Boussinesq yaklaşımı kullanılarak,

$$-\overline{\rho_f u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho}_f k \delta_{ij} \quad (4.6)$$

ifadesi ile Reynolds gerilmeleri cinsinden türbülanslı viskozite tanımlanmıştır. Böylece akışkana ait hareket miktarının korunumu denklemindeki etkin viskozite, laminar viskozite ve türbülans modeli ile elde edilen türbülanslı viskozitenin toplamlarına eşit olup,

$$\mu_e = \mu_l + \mu_t \quad (4.7)$$

akım alanı içinde türbülansın konumsal özelliklerine bağlı olarak belirlenmektedir.

Türbülansın modellenmesinde kullanılan ikinci yaklaşım ise Reynolds gerilmelerinin diferansiyel transport denklemlerinden sağlanması şeklindedir (26).

Bu çalışma kapsamında her iki yöntem de incelenmiştir.

4.1 Karışım Uzunluğu Modeli

Bu çalışmada incelenen ilk türbülans modeli, Prandtl tarafından 1920lerde öne sürülen karışım uzunluğu hipotezinden elde edilen cebirsel model olup, türbülanslı viskozite,

$$\mu_t = \bar{\rho}_f l_m^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \quad (4.8)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (27). Burada $\bar{\rho}_f$ yerel akışkan

yoğunluğu, ℓ_m karışım uzunluğu, $\bar{u}$ hakim akış doğrultusundaki hız bileşeni ve y bu doğrultuya dik koordinat olup karışım uzunluğu burada akım alanı içindeki bir akışkan parçasının sahip olduğu hız değerini koruyarak katettiği ortalama uzunluk olarak tanımlanmaktadır.

Karışım uzunluğu hipotezinin sınır tabakası akımlarına uygulamalarında, genellikle ℓ_m 'nin akımın hakim doğrultusu boyunca değiştiği, ancak buna dik doğrultuda sabit kaldığı kabul edilmektedir. Bu çalışmada incelenen serbest jet akımında da bu yaklaşım geçerli olacaktır. Burada ℓ_m karışım tabakası kalınlığına bağlı olarak

$$\ell_m = \lambda \Delta\xi \quad (4.9)$$

ifadesinden sağlanmakta olup, bu ifadede λ , karışım uzunluğu sabiti, ve $\Delta\xi$, karışım tabakası kalınlığıdır. Eksenel simetriserbest jet akımı için karışım uzunluğu sabiti λ 'nın değeri 0,075 olarak alınacaktır (28).

Prandtl'in karışım uzunluğu hipotezinde μ_t yerel bir fonksiyon olarak ele alınmaktadır. Türbülans enerjisinin üretiminin ve disipasyonunun akım alanı içindeki her noktada dengede olduğu bu hipotez kapsamı içinde kabul edilmekte olduğundan türbülans enerjisinin konveksiyonu ve difüzyonu ihmal edilmiştir. Türbülansı tanımlayan büyüklükler için diferansiyel transport denklemlerinin kullanımı bu sınırlamaları kaldıracaktır. Ancak türbülans modeli kapsamında ilave diferansiyel denklem takımlarının çözümü hesaplama süresini olumsuz yönde etkileyecektir.

4.2 k - ϵ Modeli

Türbülansın modellenmesinde kullanılan en yaygın uygulamalardan biri k- ϵ türbülans modelidir (25),(29). Bu model kapsamında, türbülanslı viskozite

$$\mu_t = C_\mu \bar{\rho}_f \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.10)$$

şeklinde tanımlanmakta olup, k,

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} \quad (4.11)$$

şeklinde tanımlanan türbülansın kinetik enerjisi, ϵ ,

$$\epsilon = \nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} \quad (4.12)$$

şeklinde tanımlanan türbülans enerjisi disipasyon hızı ve C bir sabittir. Akım alanı içinde türbülansın kinetik enerji- μ sinin ve enerji disipasyonunun değişimleri, tek fázlı akım şartları için aşağıdaki kısmi diferansiyel transport denklemleri ile verilmiştir :

$$\rho_f u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \mu_e \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2 - \rho_f \epsilon \quad (4.13)$$

$$\rho_f u_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\epsilon}{k} \left[\mu_e \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2 C_1 - C_2 \rho_f \epsilon \right] \quad (4.14)$$

Türbülans modeli sabitleri Tablo 4.1'de belirtilmiştir. Ancak bu çalışmada kullanılan yarı ampirik sabitlere ekstenel simetrik jetler için Rodi tarafından tanımlanan düzeltmeler uygulanmıştır (30).

$$C_\mu = 0,09 - 0,04 f$$

$$C_2 = 1,92 - 0,0667 f \quad (4.15)$$

$$f = \left| \frac{Y}{2 \Delta u} \left(\frac{\partial u_{x,m}}{\partial x} - \left| \frac{\partial u_{x,m}}{\partial x} \right| \right) \right|^{0,2}$$

Burada Y karışım tabakasının radyal yöndeki kalınlığı, $u_{x,m}$ simetri eksenini üzerinde ve hakim akım doğrultusundaki akışkan hızı, Δu ise jetin radyal kalınlığı boyunca elde edilen ekstenel hız farkıdır.

C_μ	C_1	C_2	σ_k	σ_ϵ
0,09	1,44	1,92	1,0	1,3

Tablo 4.1 $k - \epsilon$ Türbülans Modeli Sabitleri

4.3 Cebirsel Gerilme Modeli

Reynolds gerilmelerinin, Boussinesq yaklaşımından yararlanılarak ortalama akım şartlarından hesaplanması ile olumlu sonuçlar sağlanmaktadır. Ancak karmaşık akımlarda, özellikle akım alanının üç boyutlu olduğu durumlarda, Reynolds gerilmelerinin bütün bileşenleri etkin olacağından μ_t yöne bağımlı olacaktır. Bu durumda, Reynolds gerilmelerinin, Navier-Stokes denklemlerinden elde edilen kısmi diferansiyel transport denklemlerinden hesaplanması son yıllarda yaygın uygulama alanları kazanmaktadır (31).

Reynolds gerilmelerine ait diferansiyel transport denklemleri genel halde

$$T_{ij} = P_{ij} - \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij} + \psi_{ij} \quad (4.16)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (30). Burada T_{ij} konveksiyon ve difüzyon terimlerini, P_{ij} üretim terimlerini, ϵ türbülans kinetik enerjisinin disipasyonunu ve ψ_{ij} basınç-gerilim terimlerini göstermektedir. Bu çalışmada, Rodi tarafından geliştirilen cebirsel model kullanılmış ve

$$T_{ij} = \frac{\overline{u_i' u_j'}}{k} (P - \epsilon) \quad (4.17)$$

yaklaşımı ile Reynolds gerilmelerine ait kısmi diferansiyel denklemler cebirsel ifadelere dönüştürülmüştür. Burada P türbülans kinetik enerjisinin üretim terimi olup,

$$P = - \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (4.18)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Bu çalışmada, (4.16) denklemindeki basınç-gerilim terimi Erdoğan tarafından geliştirilen modelden yararlanılarak tanımlanmıştır (32).

Reynolds gerilmelerinin cebirsel ifadeleri, basınç-gerilim teriminin yapısına göre sınıflandırılarak ele alınacaktır.

4.3.1 Reynolds Gerilmelerinin Lineer Modellenmesi

Lineer model kapsamında, basınç-gerilim terimi

$$\begin{aligned} \psi_{ij} = & -c' \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i' u_j'} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) + \alpha \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) \\ & + \beta \left(D_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) + \gamma k E_{ij} \end{aligned} \quad (4.19)$$

şeklinde tanımlanmakta olup, α , β , γ ve c' birer sabittir. Ayrıca

$$D_{ij} = - \left(\overline{u_i' u_k'} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \overline{u_j' u_k'} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \quad (4.20)$$

$$P_{ij} = - \left(\overline{u_i' u_k'} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u_j' u_k'} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \quad (4.21)$$

ve
$$E_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (4.22)$$

(4.17) ve (4.19) terimlerini (4.16) denklemine yerleştirerek düzenlediğimizde

$$\begin{aligned} \left(P - \varepsilon + c' \varepsilon \right) \left(\frac{\overline{u_i' u_j'}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) = & (1 + \alpha) \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) \\ & + \beta \left(D_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) + \gamma k E_{ij} \end{aligned} \quad (4.23)$$

lineer denklemi elde edilecektir. (4.23) denklemini yeniden düzenlediğimizde,

$$\left(\frac{u_i' u_j'}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) = \frac{\alpha'}{\epsilon} \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) + \frac{\beta'}{\epsilon} \left(D_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) + \frac{\gamma'}{\epsilon} E_{ij} k \quad (4.24)$$

şeklinde ifade edilecektir. Burada,

$$\alpha' = \frac{\alpha + 1}{\frac{P}{\epsilon} - 1 + c'} \quad (4.25)$$

$$\beta' = \frac{\beta}{\frac{P}{\epsilon} - 1 + c'} \quad (4.26)$$

$$\gamma' = \frac{\gamma}{\frac{P}{\epsilon} - 1 + c'} \quad (4.27)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. P_{ij} , D_{ij} , E_{ij} terimlerini (4.24) denkleminde açık olarak yazdığımızda, Reynolds gerilmelerine ait ifadeler elde edilecektir :

$$\left[1 + 2 \frac{k}{\epsilon} (\alpha' + \beta') \frac{\partial u}{\partial x} \right] \bar{u}'^2 = \frac{2}{3} k \left(1 - \alpha' \frac{P}{\epsilon} - \beta' \frac{P}{\epsilon} \right) + 2 \frac{k^2}{\epsilon} \gamma' \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{k}{\epsilon} \alpha' \overline{u'v'} \frac{\partial u}{\partial r} \quad (4.28)$$

$$\left[1 + 2 \frac{k}{\epsilon} (\alpha' + \beta') \frac{\partial v}{\partial r} \right] \bar{v}'^2 = \frac{2}{3} k \left(1 - \alpha' \frac{P}{\epsilon} - \beta' \frac{P}{\epsilon} \right) + 2 \frac{k^2}{\epsilon} \gamma' \frac{\partial v}{\partial r} - 2 \frac{k}{\epsilon} \beta' \overline{u'v'} \frac{\partial u}{\partial r} \quad (4.29)$$

$$\left[1 - \frac{k}{\epsilon} (\alpha' + \beta') \frac{v}{r} \right] \overline{u'v'} = - \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial u}{\partial r} (\alpha' \frac{\bar{v}'^2}{k} + \beta' \frac{\bar{u}'^2}{k} - \gamma') \quad (4.30)$$

(4.23) denklemini ortalama akım hızının, radyal doğrultudaki hariç öteki türevlerini ihmal edip yeniden düzenlediğimizde ise Reynolds gerilmelerine ait ifadeler

$$\frac{\bar{u}'^2}{k} = \frac{4/3 (1 + \alpha) P - 2/3 \beta P}{P - \epsilon + c' \epsilon} + \frac{2}{3} \quad (4.31)$$

$$\frac{\bar{v}'^2}{k} = \frac{4/3 \beta P - 2/3 (1 + \alpha) P}{P - \epsilon + c' \epsilon} + \frac{2}{3} \quad (4.32)$$

$$\left(\frac{\overline{u'v'}}{k} \right)^2 = \frac{P}{\epsilon} \left[\frac{(1 + \alpha) \bar{v}'^2 / k + \beta \bar{u}'^2 / k - \gamma}{P / \epsilon - 1 + c'} \right] \quad (4.33)$$

şeklinde sadeleştirilebilecektir.

4.3.2 Reynolds Gerilmelerinin Non-Linear Modellenmesi

Non-linear model kapsamında basınç-gerilim terimi

$$\begin{aligned} \psi_{ij} = & - c' \frac{\epsilon}{k} (\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}) + \alpha (P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij}) \\ & + \beta (D_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij}) + \gamma k E_{ij} \\ & + \lambda \frac{\epsilon}{k^2} \{ (a_{ij}^2) - \frac{1}{3} \text{tr} (a_{ij}^2) \delta_{ij} \} \end{aligned} \quad (4.34)$$

şeklinde tanımlanacaktır. Burada da $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$ ve c' nonlinear model sabitleri olup,

$$a_{ij} = \overline{u'_i u'_j} \quad (4.35)$$

(4.17) ve (4.34) terimlerini (4.16) denkleminde yerleştirerek düzenlediğimizde

$$\begin{aligned}
 (P - \epsilon + c' \epsilon) \left(\frac{\overline{u_i' u_j'}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) &= (1 + \alpha) \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) \\
 &+ \beta (D_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij}) + \gamma k E_{ij} \\
 &+ \lambda \frac{\epsilon}{k^2} \left\{ (a_{ij}^2) - \frac{1}{3} \text{tr} (a_{ij}^2) \delta_{ij} \right\} \quad (4.36)
 \end{aligned}$$

nonlinear denklemi elde edilecektir.

(4.36) genel denklemini de , lineer modelde ihmal etmiş olduğumuz küçük terimleri ihmal ederek düzenlediğimizde Reynolds gerilmelerine ait cebirsel ifadeler elde edilir :

$$\left(\frac{\overline{u_i' v_j'}}{k} \right)^2 = \frac{P}{\epsilon} \left(\alpha'' \frac{\bar{v}_i'^2}{k} + \beta'' \frac{\bar{u}_i'^2}{k} - \gamma'' \right) \quad (4.37)$$

$$\left(\frac{\bar{u}_i'^2 - \bar{v}_i'^2}{k} \right) = 2 \frac{P}{\epsilon} \left(\alpha'' - \beta'' \right) \quad (4.38)$$

$$\left(\frac{\bar{v}_i'^2 - \bar{w}_i'^2}{k} \right) = 2 \beta''' \frac{P}{\epsilon} + \lambda''' \left(\frac{\overline{u_i' v_i'}}{k} \right)^2 \quad (4.39)$$

Burada ,

$$\alpha'' = \frac{1 + \alpha}{\frac{P}{\epsilon} - 1 + c' - \lambda \left(\frac{\bar{u}_i'^2 + \bar{v}_i'^2}{k} \right)} \quad (4.40)$$

$$\beta'' = \frac{\beta}{\frac{P}{\epsilon} - 1 + c' - \lambda \left(\frac{\bar{u}_i'^2 + \bar{v}_i'^2}{k} \right)} \quad (4.41)$$

$$\gamma''' = \frac{\gamma}{\frac{p}{\epsilon} - 1 + c' - \lambda \left(\frac{\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2}{k} \right)} \quad (4.42)$$

$$\beta''' = \frac{\beta}{\frac{p}{\epsilon} - 1 + c' - \lambda \left(\frac{\bar{w}'^2 + \bar{v}'^2}{k} \right)} \quad (4.43)$$

$$\lambda''' = \frac{\lambda}{\frac{p}{\epsilon} - 1 + c' - \lambda \left(\frac{\bar{w}'^2 + \bar{v}'^2}{k} \right)} \quad (4.44)$$

Literatürde mevcut deneysel datadan optimize edilerek sağlanan, lineer ve nonlinear modellere ait sabitlerin değerleri Tablo 4.2'de verilmiştir.

Lineer Model	$\alpha = -0,76$	$\gamma = -0,18$
	$\beta = -0,11$	$c' = 1,5$
Nonlinear Model	$\alpha = -0,51$	$\gamma = -0,16$
	$\beta = -0,14$	$c' = 2,54$
	$\lambda = -0,13$	

Tablo 4.2 Cebirsel Gerilme Modeli Sabitleri

(4.37) - (4.39) denklemlerini yeniden düzenlersek ,

$$\left(\frac{\bar{u}' \bar{v}'}{k} \right)^2 = \frac{p}{\epsilon} \left\{ 2 \frac{p}{\epsilon} \beta''' (\alpha''' - \beta''') + \frac{\bar{v}'^2}{k} (\alpha''' + \beta''') - \gamma''' \right\} \quad (4.45)$$

$$\left(\frac{\bar{v}}{k} \right)^2 = \frac{2\beta'''' \frac{P}{\epsilon} + 2 \frac{P}{\epsilon} (\alpha'' - \beta'') (\lambda'''' \beta'''' \frac{P}{\epsilon} - 1) - \lambda'''' \gamma'''' \frac{P}{\epsilon} + 2}{3 - \lambda'''' \frac{P}{\epsilon} (\alpha'' + \beta'')} \quad (4.46)$$

$$\left(\frac{\bar{u}}{k} \right)^2 = 2 \frac{P}{\epsilon} (\alpha'' - \beta'') + \frac{\bar{v}}{k}^2 \quad (4.47)$$

şeklinde ifade edebiliriz.

5. KOORDİNAT SİSTEMİ

5.1 $x - \omega$ Koordinatları

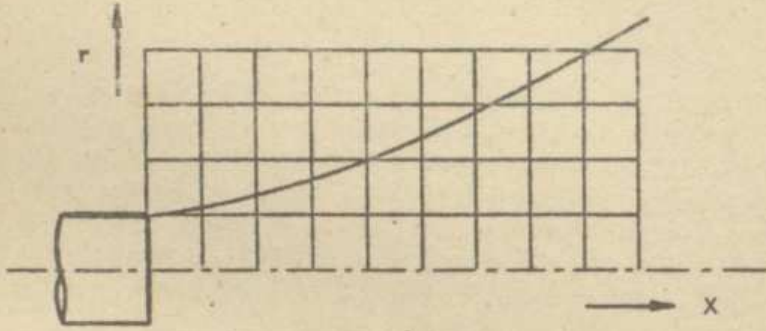
Önceki bölümlerde elde edilen akım alanına ait denklem takımları, sonlu farklar algoritması ile, akım alanını kaplayan bir ağ sistemi üzerindeki düğüm noktaları için sayısal olarak çözülecektir. Sonlu farklar yönteminde, kullanılan koordinat sistemi bağımlı değişkenlerin değerlerinin hesaplandığı düğüm noktası konumlarını belirleme açısından önem taşıdığından, akım alanı geometrisine uygun olarak belirlenmelidir.

Eksenel simetrik geometrideki bir akım için silindirik koordinatların kullanıldığı, sabit x ve sabit r çizgilerinden oluşan ağ sisteminde, bu çizgilerin birbirleri ile kesişmeleri düğüm noktalarını meydana getirmektedir (Şekil 5.1). Püskürtmenin yapıldığı nozula yakın konumlarda, yakıt demetinin durgun ortam içerisine yayılımının az olduğu bölgede, hesap alanı içerisinde az sayıda düğüm noktası bulunmakta, böylece silindirik koordinatların bu tür problemlerin çözümünde kullanımı hassasiyeti olumsuz yönde etkilemektedir. Denklemlerin von Mises koordinatlarına aktarılarak çözülmesi bazı araştırmacılarca ele alınmıştır (33). Ancak $x - r$, silindirik koordinat sistemi yerine $x - \psi$ (x -doğrultusu - akım fonksiyonu) koordinatlarının kullanılması da sınır tabakası problemlerinin çözümünde kullanışlı olmamıştır.

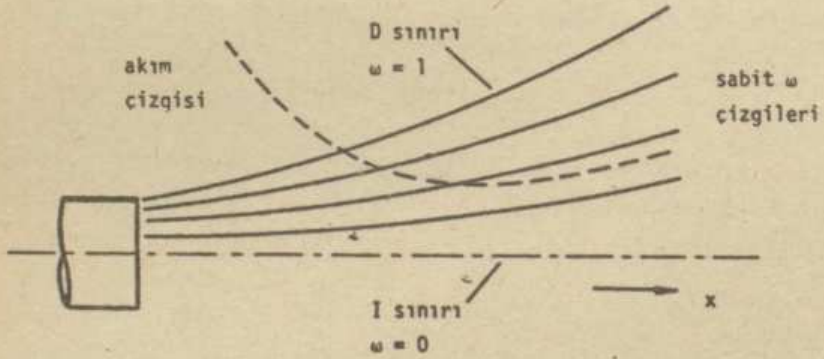
Bu çalışmada Patankar-Spalding tarafından geliştirilen $x - \omega$ (x -doğrultusu - boyutsuz akış fonksiyonu) koordinat sistemi, hassasiyeti ve bilgisayar hesaplama süresinin ekonomikliği bakımından tercih edilmiştir (34),(35). $x - \omega$ koordinat sisteminde,

$$\omega = (\psi - \psi_I) / (\psi_D - \psi_I) \quad (5.1)$$

şeklinde tanımlanmış olup, ψ ileride tanımlanacak olan akış fonksiyonu, ψ_I ve ψ_D x 'in keyfi olarak tanımlanmış fonksiyonlarıdır. ψ_I ve ψ_D bizi ilgilendiren hesaplama alanının sırasıyla iç ve dış sınırlarını belirleyecek şekilde seçildiğinde, ω 'nın değerleri 0 ile 1 arasında bulunacağından $x - \omega$ koordinat sistemi ekonomik ve verimli olacaktır (Şekil 5.2).



Şekil 5.1 Silindirik koordinat sisteminde yakıt demeti



Şekil 5.2 Patankar-Spalding koordinat sisteminde yakıt demeti

5.2 Dönüşüm Denklemleri

Önceki bölümlerde kartezyen indis notasyonunda genel halde elde edilen akışkana ait yöneten denklem tåkımının, yakıt demetinin eksenel simetrik geometrideki yapısından dolayı öncelikle silindirik koordinatlarda tanımlanması gerekmektedir. Silindirik koordinat sisteminde tanımlanan denklemler önce $x - \psi$, von Mises koordinatlarına aktarılacak, ve daha sonra da $x - \omega$, Patankar-Spalding koordinatlarına dönüştürülecektir.

Akışkana ait denklemler genel şekli ile silindirik koordinatlarda

$$\rho_f u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \rho_f v \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + S_\phi \quad (5.2)$$

olarak ifade edilebilir. Burada ϕ bağımlı değişkenleri, r_ϕ etkin difüzyon akısını ve S_ϕ kaynak terimlerini temsil etmektedir. Yakıt damlacıklarının buharlaştığı, eksenel simetrik geometrideki bir akım ortamı için silindirik koordinatlarda akış fonksiyonu

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -r \rho_f v + \int \dot{m} r dr \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = r \rho_f u \quad (5.4)$$

tanımları ile belirlenmekte olup, $\dot{m}$ birim hacimde, birim zamanda buharlaşan yakıt miktarını göstermektedir.

(5.2) genel denklemini elemanlarına koordinat dönüşümü uyguladığımızda, $\xi \equiv x$ ve $\eta \equiv \psi$ yeni koordinatları ile

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial \psi} r \rho_f v + \frac{\partial \phi}{\partial \psi} \int \dot{m} r dr \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{\partial \phi}{\partial \psi} r \rho_f u \quad (5.6)$$

sonuçları sağlanır. Bu sonuçları (5.2) genel denklemine uygulayıp düzenlersek, akışkana ait yöneten denklemlerin von Mises koordinatlarındaki genel formu belirlenir :

$$\rho_f u \frac{\partial \phi}{\partial x} = \rho_f u \frac{\partial}{\partial \psi} \left(r_\phi r^2 \rho_f u \frac{\partial \phi}{\partial \psi} \right) - \rho_f u \frac{\partial \phi}{\partial \psi} \int r dr + S_\phi \quad (5.7)$$

x - ψ koordinat sistemindeki (5.7) denkleminin, x - ω koordinat sistemine aktarılması için

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \right)_\psi \text{ 'in } \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)_\omega \text{ ve } \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \right)_x \text{ cinsinden ,}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \psi} \right)_x \text{ 'nin } \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)_\omega \text{ ve } \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \right)_x \text{ cinsinden tanımlanması}$$

gerekmektedir. Sabit akım çizgisi boyunca iki nokta arasındaki değişim , x ve ω doğrultularındaki değişimlerin toplamına eşit olacaktır :

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \right)_\psi = \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)_\omega + \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \right)_x \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)_\psi \quad (5.8)$$

Ayrıca (5.1) tanımından yararlanılarak, $d\psi = 0$ olduğunda

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)_\psi = - \frac{1}{\psi_D - \psi_I} \left\{ \frac{d\psi_I}{dx} + \omega \frac{d(\psi_D - \psi_I)}{dx} \right\} \quad (5.9)$$

Yine (5.1) tanımından yararlanarak, sabit x konumu için bu denklemin türevini aldığımızda,

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial \psi} \right)_x = \frac{1}{\psi_D - \psi_I} \quad (5.10)$$

sonucu elde edilir. Sabit x konumu için $(\psi_D - \psi_I)$ terimi de bir sabit olacaktır. Böylece (5.10) ifadesi

$$\left(\frac{\partial}{\partial \psi} \right)_x = \frac{1}{\psi_D - \psi_I} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \right)_x \quad (5.11)$$

şekline dönüştürülebilir.

(5.8) , (5.9) ve (5.11) denklemlerini (5.7) genel denklemine uygular ve yeniden düzenlersek, $x - \omega$ koordinat sistemindeki genel denklem elde edilir :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{\omega} - \frac{1}{\psi_D - \psi_I} \left\{ \frac{d\psi_I}{dx} + \omega \frac{d(\psi_D - \psi_I)}{dx} \right\} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right)_x = \\ \frac{\partial}{\partial \omega} \left\{ \frac{r^2 \rho_f u}{(\psi_D - \psi_I)^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right)_x \right\} \\ - \left(\frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right)_x \frac{1}{(\psi_D - \psi_I)} \int m r dr + \frac{1}{\rho_f u} S_{\phi} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Bu denklem,

$$a = - \frac{1}{(\psi_D - \psi_I)} \frac{d\psi_I}{dx} \quad (5.13)$$

$$b = - \frac{1}{(\psi_D - \psi_I)} \frac{d(\psi_D - \psi_I)}{dx} \quad (5.14)$$

$$c = \frac{r_{\phi}^2 \rho_f u}{(\psi_D - \psi_I)^2} \quad (5.15)$$

$$d = \frac{1}{\rho_f u} S_{\phi} \quad (5.16)$$

$$e = - \frac{1}{\psi_D - \psi_I} \int m r dr \quad (5.17)$$

tanımları kullanılarak

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} + (a + b\omega) \frac{\partial \phi}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right) + d + e \left(\frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right) \quad (5.18)$$

şeklinde yazılabilir.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} + (a + b\omega) \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right) + d + e \left(\frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right)$$

	ϕ	r_ϕ	S_ϕ
Hareket miktarının korunumu	u	μ_e	$F + \dot{m} (u_p - u)$
Maddenin korunumu	K	$\frac{\mu_e}{\sigma_K}$	$-K\dot{m} - \frac{\rho_f u}{(\psi_D - \psi_I)} \frac{\partial}{\partial \omega} (r \rho_f \Delta v K)$
Türbülans kinetik enerjisi	k	$\frac{\mu_e}{\sigma_k}$	$G - \rho_f \epsilon - \dot{m} k$
Türbülans enerjisi disipasyonu	ϵ	$\frac{\mu_e}{\sigma_\epsilon}$	$\frac{\epsilon}{k} (C_1 G - C_2 \rho_f \epsilon) - \dot{m} \epsilon$

(5.18) genel denklemdeki a,b,c,d ve e katsayıları sırasıyla (5.13),(5.14),(5.15),(5.16) ve (5.17) denklemleri ile verilmiştir.

$$G = \mu_e \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2$$

Tablo 5.1 Akışkana Ait Denklemlerin Difüzyon ve Kaynak Terimleri

Akışkana ait hareket miktarının korunumu denklemini $x - \omega$ koordinat sistemine dönüştürerek (5.18) denklemi formunda yazdığımızda, süreklilik denklemi kendiliğinden sağlanacaktır. Üteki yöneten denklemlere ait (5.18) genel denklemindeki katsayılar Tablo 5.1'de tanımlanmıştır.

Bu çalışmada, yakıt demetlerinde yanma öncesindeki durum incelendiğinden, enerjinin korunumu denkleminin akım alanı boyunca çözümüne gerek duyulmayacaktır.

5.3 Yakıt Demetinin Durgun Ortam İçerisine Yayılımı

Simetrik geometrideki yakıt demetleri için simetri ekseninde ve serbest dış sınırdaki akımın hakim doğrultusuna dik yöndeki ϕ gradientleri sıfır olacağından, sınırlarda (5.18) denklemi

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = d \quad (5.19)$$

şeklini alacaktır. (5.19) şartını, (5.18) genel denkleme uygularsak çözüm alanının sınır konumlarında

$$(a + b\omega) \frac{\partial \phi}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial \omega} e \quad (5.20)$$

denklemi sağlanacaktır. (5.20) denkleminden hareket ederek,

$$(a + b\omega) = \frac{\frac{\partial}{\partial \omega} \left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right)}{\frac{\partial \phi}{\partial \omega}} + e \quad (5.21)$$

Çözüm alanının dış sınırı yakınında $\omega \rightarrow 1$ şartı ile yukarıdaki denklem

$$(a + b) \simeq \frac{- \left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right)_{DY}}{\phi_D - \phi_{DY}} + e_D \quad (5.22)$$

şeklini alacaktır. D sınırına çok yakın bir nokta için,

$$\left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right)_{DY} \approx 2 c_{DY} \left(\frac{\phi_D - \phi_{DY}}{\omega_D - \omega_{DY}} \right) \quad (5.23)$$

olacağından ,

$$\begin{aligned} (a + b) &\approx - \frac{2 c_{DY} (\phi_D - \phi_{DY})}{(\omega_D - \omega_{DY})(\phi_D - \phi_{DY})} + e_D \\ &\approx - \frac{2 c_{DY}}{(\omega_D - \omega_{DY})} + e_D \end{aligned} \quad (5.24)$$

Çözüm alanından D sınırı yoluyla çıkan kütle miktarı

$$\begin{aligned} - \frac{d\psi_D}{dx} &= (a + b) (\psi_D - \psi_I) \\ &= \left[- \frac{2 c_{DY}}{(\omega_D - \omega_{DY})} + e_D \right] (\psi_D - \psi_I) \end{aligned} \quad (5.25)$$

(5.15) denklemindeki c tanımından yararlanarak

$$c_{DY} = \frac{r_{DY}^2 \rho_{f,DY} u_{DY} r_{\phi,DY}}{(\psi_D - \psi_I)^2} \quad (5.26)$$

ifadesini (5.25) denkleminde kullanırsak, ω ve akış fonksiyonu tanımlarından yararlanarak

$$\frac{d\psi_D}{dx} = \frac{2 r r}{y_D - y_{DY}} + (\dot{m} r \Delta r)_D \quad (5.27)$$

şeklinde ifade edilebilir.

6. SONLU FARK DENKLEMLERİ

Elde edilen parabolik kısmi diferansiyel genel denkleme sayısal çözüm sağlanabilmesi için lineer denklem şekline indirgenmesi gerekmektedir. Bu amaçla, akım alanı sabit x ve sabit ω çizgilerinin kesişmesinden oluşan bir ağ sistemine bölünmüş ve akım alanı sınırları ağ sistemi sınırları ile çakıştırılmıştır. Düğüm noktalarında bağımlı değişkenlerin değerlerinin hesaplanabilmesi için, bu noktayı çevreleyen hacim elemanı üzerinde genel diferansiyel denklem integre edilerek sonlu fark denklemleri sağlanmıştır. Başlangıç konumundan başlanılarak, her adım için hesaplanılan δx adım boyu ile ilerlemek suretiyle tüm akım alanını tarayacak şekilde sonlu fark denklemleri çözülecektir.

Bu yöntemde bağımlı değişkenlerin başlangıç şartlarından itibaren bir sonraki adımdaki değerini ($\phi_{i,p}$) sağlayabilmek için aynı x hattında iki komşu noktanın değerleriyle ($\phi_{i-1,p}$ ve $\phi_{i+1,p}$), aynı ω hattındaki bir önceki x adımından bilinen değerden ($\phi_{i,u}$) yararlanılarak lineer implisit bir ifade elde edilmiştir (Şekil 6.1):

$$D_i \phi_{i,p} = A_i \phi_{i+1,p} + B_i \phi_{i-1,p} + C_i \quad (6.1)$$

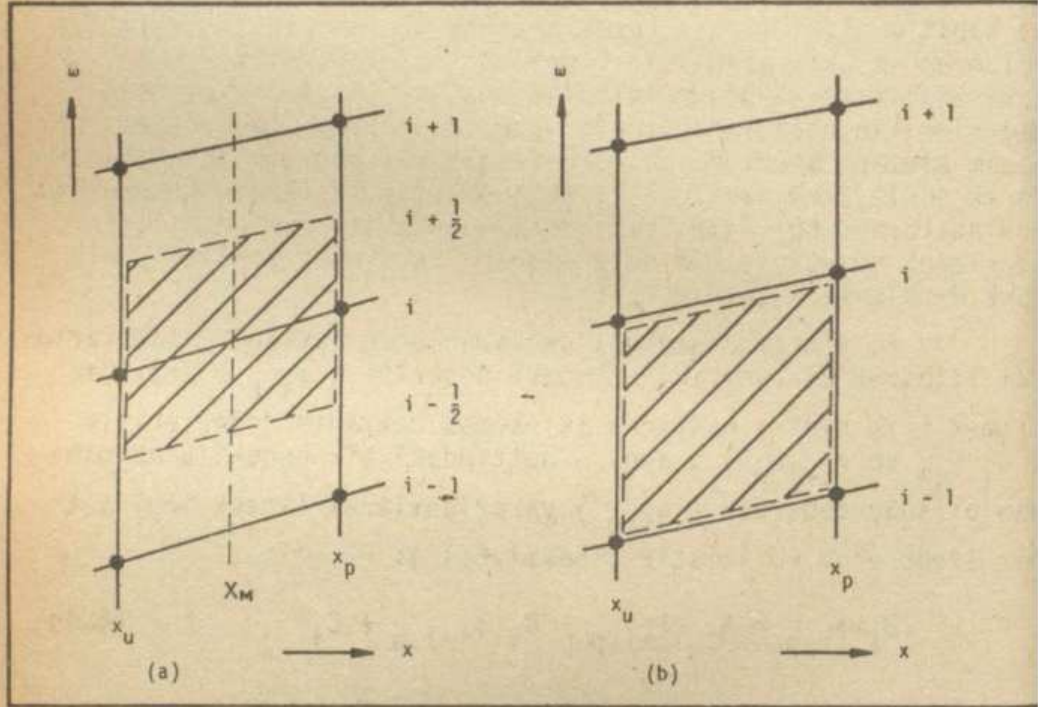
$$C_i = E_i \phi_{i,u} + F_i \quad (6.2)$$

Burada A_i , B_i , C_i , D_i , E_i ve F_i , ağ sistemindeki bir i noktasını çevreleyen kontrol hacmi için sonlu fark denklemi katsayılarını göstermekte olup, bu katsayılar ileride hesaplanacaktır. Kontrol hacmi ortasındaki x konumu ise M indisi ile gösterilecektir.

6.1 Sonlu Fark Denklemlerinin Çıkartılması

Lineer denklemler (5.18) genel diferansiyel denkleminin çok küçük bir hacim elemanı üzerinde integre edilmesiyle çıkartılacaktır:

$$\int_{x_u}^{x_p} \int_{i-1/2}^{i+1/2} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\omega dx + \int_{x_u}^{x_p} \int_{i-1/2}^{i+1/2} (a+b\omega) \frac{\partial \phi}{\partial \omega} d\omega dx =$$



Şekil 6.1 (a) ϕ bağımlı değişkeni için kontrol hacmi
 (b) Akışkanın ve damlacıkların radyal doğrultudaki hız bileşeni için kontrol hacmi

$$\begin{aligned}
&= \int_{x_u}^{x_p} \int_{i-1/2}^{i+1/2} \frac{\partial}{\partial \omega} \left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right) d\omega dx + \int_{x_u}^{x_p} \int_{i-1/2}^{i+1/2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right) e d\omega dx \\
&+ \int_{x_u}^{x_p} \int_{i-1/2}^{i+1/2} d d\omega dx
\end{aligned} \tag{6.3}$$

(6.3) denklemini düzenlediğimizde ,

$$\frac{1}{x_p - x_u} \int_{i-1/2}^{i+1/2} (\phi_p - \phi_u) d\omega - \left[b \int_{i-1/2}^{i+1/2} \phi d\omega \right]_M$$

x-doğrultusu konveksiyon terimleri

$$+ \left[(a+b\omega) \phi \right]_{M, i+1/2} - \left[(a+b\omega) \phi \right]_{M, i-1/2}$$

$$= \left[\left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right)_{i+1/2} - \left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right)_{i-1/2} \right]_M$$

ω -doğrultusu konveksiyon ve difüzyon terimleri

$$- \left[\int_{i-1/2}^{i+1/2} \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \frac{\dot{m} r \Delta r}{\psi_D - \psi_I} d\omega \right]_M$$

buharlaştırma terimi

$$+ \left[\int_{i-1/2}^{i+1/2} d d\omega \right]_M \tag{6.4}$$

kaynak terimi

şeklini alacaktır.

6.2 x-doğrultusundaki Konveksiyon Terimleri

(6.4) denklemindeki ilk terimi

$$\frac{(\phi_{i,p} - \phi_{i,u}) \cdot (\omega_{i+1/2} - \omega_{i-1/2})}{(x_p - x_u)} \quad (6.5)$$

şeklinde yazabiliriz. (5.14) denklemindeki b tanımından yararlanılarak ikinci terim de

$$\frac{1}{(x_p - x_u)} \left[\frac{(\psi_D - \psi_I)_p - (\psi_D - \psi_I)_u}{(\psi_D - \psi_I)_u} \right] \phi_{i,M} (\omega_{i+1/2} - \omega_{i-1/2}) \quad (6.6)$$

şeklinde yazılabilir. Böylece x-doğrultusundaki konveksiyon terimlerinin toplamı

$$\frac{1}{(x_p - x_u)} \left[\frac{(\psi_D - \psi_I)_p}{(\psi_D - \psi_I)_u} \phi_{i,p} - \phi_{i,u} \right] (\omega_{i+1/2} - \omega_{i-1/2}) \quad (6.7)$$

olacaktır. Kontrol hacmi içersinde bağımlı değişkenlerin değerlerinin sabit olduğu kabulü yapıldığından, ϕ' 'nin x_M konumundaki değeri x_p konumundaki değerine eşit kabul edilmiştir.

6.3 ω -doğrultusundaki Konveksiyon Ve Difüzyon Terimleri

(6.4) denklemindeki ω -doğrultusu konveksiyon terimlerini

$$(\phi + b\omega)_{i+1/2} = \frac{\dot{m}_{i+1/2}}{(\psi_D - \psi_I)_u} \quad (6.8)$$

$$(\phi + b\omega)_{i-1/2} = \frac{\dot{m}_{i-1/2}}{(\psi_D - \psi_I)_u} \quad (6.9)$$

ifadeleri yardımıyla ,

$$\frac{1}{(\psi_D - \psi_I)_u} \left[(\dot{m}' \phi_p)_{i+1/2} - (\dot{m}' \phi_p)_{i-1/2} \right] \quad (6.10)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada $\dot{m}'$ pozitif ω -doğrultusunda ve sabit ω çizgisi boyunca birim x artışı başına kütsel debidir.

Difüzyon terimi ise, (5.15) denklemindeki c tanımından yararlanılarak

$$(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega})_{i+1/2} = \left(\frac{1}{(\psi_D - \psi_I)_u} \right) (r_\phi r \frac{\partial \phi}{\partial y})_{i+1/2,p} \quad (6.11)$$

$$(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega})_{i-1/2} = \left(\frac{1}{(\psi_D - \psi_I)_u} \right) (r_\phi r \frac{\partial \phi}{\partial y})_{i-1/2,p} \quad (6.12)$$

şeklinde ifade edilecektir. Burada

$$\phi_{i+1/2,p} = \frac{1}{2} (\phi_i + \phi_{i+1})_p \quad (6.13)$$

$$\text{ve } \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{i+1/2,p} = \left[\frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{y_{i+1} - y_i} \right]_p \quad (6.14)$$

ifadelerini kullanarak (6.10) terimini yeniden düzenlersek ,

$$\frac{1}{2(\psi_D - \psi_I)_u} \left[\dot{m}'_{i+1/2} (\phi_i + \phi_{i+1})_p - \dot{m}'_{i-1/2} (\phi_i + \phi_{i-1})_p \right] \quad (6.15)$$

ve (6.11) , (6.12) terimlerini yeniden düzenlersek ,

$$\frac{1}{(\psi_D - \psi_I)_u} \left[T_{i+1/2} (\phi_{i+1} - \phi_i)_p - T_{i-1/2} (\phi_i - \phi_{i-1})_p \right] \quad (6.16)$$

elde edilir. Burada

$$T_{i+1/2} = \frac{(r_\phi r)_{i+1/2}}{(y_{i+1} - y_i)_u} \quad (6.17)$$

$$T_{i-1/2} = \frac{(\dot{r} \Gamma_\phi)_{i-1/2}}{(y_i - y_{i-1})_u} \quad (6.18)$$

6.4 Buharlaşma Ve Kaynak Terimleri

(6.4) denklemindeki kaynak terimlerini de

$$d_{i,p} (\omega_{i+1/2} - \omega_{i-1/2}) \quad (6.19)$$

şeklinde yazabiliriz. Yakıt damlacıklarının buharlaşması sonucu eklenen terim ise ,

$$- \frac{1}{2} \frac{x_p - x_u}{(\psi_D - \psi_I)_u} (\dot{m} r \Delta r)_i (\phi_{i+1} - \phi_{i-1})_p \quad (6.20)$$

şeklinde yazılacaktır.

6.5 Sonlu Fark Denklemi

(5.18) genel denklemini integre ederek, sonlu farklar cinsinden tanımladıktan sonra , (6.1) denkleminin terimlerini ayrı ayrı ifade edebiliriz :

$$A_i = (T - \frac{1}{2} \dot{m}')_{i+1/2} - \frac{1}{2} \dot{m} r \Delta r \quad (6.21)$$

$$B_i = (T + \frac{1}{2} \dot{m}')_{i-1/2} + \frac{1}{2} \dot{m} r \Delta r \quad (6.22)$$

$$C_i = \phi_{i,u} \frac{(\psi_D - \psi_I)_u}{(x_p - x_u)} (\omega_{i+1/2} - \omega_{i-1/2}) + S_i \quad (6.23)$$

$$D_i = A_i + B_i + \frac{(\psi_D - \psi_I)_u}{(x_p - x_u)} (\omega_{i+1/2} - \omega_{i-1/2}) - S'_i \quad (6.24)$$

Burada S_i ve S'_i kaynak terimlerini göstermektedir.

7. DAMLACIKLARA AİT DENKLEMLER

Tanecikli akışların modellenmesinde değişik yaklaşımlar kullanılmaktadır. Bu çalışmada damlacıklara ait yöneten denklemlerin modellenmesi Euleriyen yaklaşımla incelenmiştir. Bu model kapsamında, çok sayıda damlacıktan oluşan yakıt demeti sürekli bir ortam olarak ele alınmış ve Marble tarafından tanecikli akışlar için geliştirilen denklem takımları, fazlar arası etkileşimden oluşan kaynak terimlerinin de eklenmesi ile son şeklini almıştır (36).

7.1 Kütlenin Korunumu

Damlacıkların buharlaşması sonucu birim zaman ve hacimde akışkana devredilen kütle miktarı, j damlacık çap gurubu için

$$\dot{m}_j = - \rho_\ell \frac{\pi}{2} D_j^2 R_j K_j$$

$$\dot{m}_j = \rho_\ell \frac{\pi}{4} D_j C_b (1 + 0,23 Re_j^{0,5}) K_j \quad (7.1)$$

olarak ifade edilmektedir. Bu durumda damlacıklara ait kütlenin korunumu denklemi sürekli bir ortam için

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_{p,j} u_{p,ji}) = - \rho_\ell \frac{\pi}{4} D_j C_b (1 + 0,23 Re_j^{0,5}) K_j \quad (7.2)$$

şeklinde yazılacaktır.

Akım alanı içinde belirli bir konumda j çap gurubuna ait damlacıkların kapladıkları hacim oranı

$$\frac{\pi}{6} D_j^3 K_j$$

olacağından, o noktayı çevreleyen kontrol hacmi içindeki j gurubu damlacıklara ait yakıt demeti ortalama yoğunluğu

$$\rho_{p,j} = \rho_\ell \frac{\pi}{6} D_j^3 K_j \quad (7.3)$$

olacaktır.

Damlacıklara ait boyuna doğrultudaki hareket miktarının korunumu denklemi ise silindirik koordinatlarda

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{p,j} u_{p,j}^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho_{p,j} u_{p,j} v_{p,j}) = e_{p,j} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r u_e \frac{\partial u}{\partial r} p_{p,j}) - F_{p,j} - G_{p,j} \quad (7.15)$$

şeklinde yazılacaktır. Burada $e_{p,j}$, j çap gurubuna ait damlacıkların hacımsal kesri, $F_{p,j}$ ve $G_{p,j}$ sırasıyla direnç kuvve ve buharlaşmadan oluşan kaynak terimleridir.

Yukarıdaki denklemi, akış fonksiyonu tanımından yararlanarak $x - \psi$, von Mises koordinat sistemine dönüştürdüğümüz

$$\rho_{p,j} u_{p,j} \frac{\partial u}{\partial x} p_{p,j} = e_{p,j} \rho_{p,j} u_{p,j} \frac{\partial}{\partial \psi} (r_{p,j} r^2 \rho_{p,j} u_{p,j} \frac{\partial u}{\partial \psi}) - F_{p,j} - G_{p,j} + \bar{\rho}_{p,j} u_{p,j} \frac{\partial u}{\partial \psi} p_{p,j} \{ r \rho_f (v - \frac{v_{p,j}}{u_{p,j}} u) - \dot{m} r \} \quad (7.16)$$

şeklini alacaktır.

Buradaki son terimi kaynak terimleri kapsamına aldığımızda, akışkana ait genel denklem formunda yazarak aynı algoritma ile çözmek mümkün olacaktır.

8. ÇÖZÜM YÖNTEMİ

8.1 Sınır Şartları

Elde edilen sonlu fark denklemlerine çözüm sağlanabilmesi için bütün denklem takımları için sınır şartlarının tanımlanması gerekmektedir. Yöneten denklemlerin parabolik yapısından dolayı sadece $x = 0$ konumundaki başlangıç şartlarının, akım alanının iç ve dış sınırı olarak belirlenen noktalardaki değerlerle birlikte tanımlanması gerekmektedir :

$$x = 0 \quad : \quad \phi = \phi(r) \quad (8.1)$$

$$r = 0 \quad : \quad \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad (8.2)$$

$$r \geq r_D \quad : \quad \phi = \phi_D \quad (8.3)$$

Eksenel simetrik geometrideki akım alanı sınırları, simetri eksenini ve D indisi ile gösterilen dış sınır olacaktır.

8.2 Çözüm Algoritması

Bilinmeyen ϕ değerlerinin elde edilebilmesi için sonlu fark denklemlerinin yeniden düzenlenmesi gerekmektedir :

$$\begin{aligned} D_2 \phi_2 - A_2 \phi_3 &= C_2 + B_2 \phi_1 \\ - B_3 \phi_2 + D_3 \phi_3 - A_3 \phi_4 &= C_3 \\ - B_4 \phi_3 + D_4 \phi_4 - A_4 \phi_5 &= C_4 \\ - B_5 \phi_4 + D_5 \phi_5 - A_5 \phi_6 &= C_5 \\ &\dots \dots \dots \\ - B_{N-2} \phi_{N-3} + D_{N-2} \phi_{N-2} - A_{N-2} \phi_{N-1} &= C_{N-2} \\ B_{N-1} \phi_{N-2} + D_{N-1} \phi_{N-1} &= C_{N-1} + \\ &A_{N-1} \phi_N \end{aligned} \quad (8.4)$$

Bu denklemin sol tarafındaki A, B, C, D katsayıları sadece köşegen ve köşegenin iki yanındaki hattın sıfırdan farklı olduğu ve öteki tüm katsayıların sıfıra eşit olduğu bir matris oluşturmaktadır. Denklemlerin sağ tarafı ise sadece bilinen değerlerin mevcut olduğu bir sütun matrisi oluşturmaktadır.

Bu tür lineer denklem takımlarını bir matris çözüm algoritması içerisinde çözebiliriz (35),(37). Bunun için denklemlerin cebirsel düzenlemeden sonra

$$\phi_i = \beta_i \phi_{i+1} + \alpha_i \quad (8.5)$$

şeklinde ifade edilmesi gerekmektedir. Burada ,

$$\alpha_i = \frac{B_i \alpha_{i-1} + C_i}{D_i - B_i \beta_{i-1}} \quad (8.6)$$

$$\text{ve } \beta_i = \frac{A_i}{D_i - B_i \beta_{i-1}} \quad (8.7)$$

Çözüm yönteminde ilk adımda tüm α_i ve β_i 'lerin, β_2 ve α_2 'den başlanılarak hesaplanması, daha sonra bu değerleri kullanarak ϕ 'lerin sondan başlanılarak hesaplanması gerekmektedir.

9. UYGULAMALAR

Serbest durgun bir ortam içerisinde püskürtülen yakıt demetlerine ait yöneten denklemler önceki bölümlerde tanımlanmıştı. Yakıt damlacıkları ve akışkan ortamı arasındaki etkileşim de dahil edilerek, damlacıkların buharlaştığı ve buharlaşmadığı durumlar için bu denklemlere simültane olarak sayısal çözüm sağlanarak geliştirilen matematiksel modelin çeşitli uygulamaları bu bölümde incelenecektir.

Fiziksel olayları tanımlayan diferansiyel denklem takımlarının matematiksel olarak çözümü analitik veya sayısal yöntemlerle sağlanmaktadır. Ancak yakıt demetini tanımlayan parabolik kısmi diferansiyel denklemlerin nonlineer yapılarından dolayı analitik yöntemlerle çözümü mümkün olmamaktadır. Bu nedenle mevcut çalışmada sayısal yöntem kullanılmış ve sonlu farklar ifadelerinin elde edilmesinde fiziksel olarak korunum şartını direkt olarak sağlayabilmek amacıyla Taylor serisi açılımı yerine, denklemlerin küçük bir hacim elemanı üzerinde integre edilmesi yoluna gidilmiştir.

Denklemlere sayısal çözüm sağlanabilmesi için ayrıca başlangıçtaki ve hesaplama alanının sınırlarındaki şartların da tanımlanması gerekmektedir. Buradaki serbest jet akımında simetri eksenini ve jet ile durgun hava ortamının birleştiği serbest sınırdaki koşullar sınır şartlarını oluşturmaktadır. Her iki sınırda da (5.18) genel denklemi ile çözülmesi bağımlı değişkenlerin radyal doğrultudaki türevleri sıfıra eşit olmaktadır. Ayrıca serbest sınırda damlacıkların ve akışkanın hakim akım doğrultusundaki hız bileşenleri de sıfıra eşit olacaktır. Jet nozulu terk etmeden önce silindirik geometrideki bir borudan çıktığı için akışkanın tam gelişmiş boru akımına ait hız profili ile çıktığı kabulü de başlangıç şartlarını belirlemektedir.

Geliştirilen matematiksel model, öncelikle tek fazlı serbest jet akımını tanımlayan akışkana ait denklemlerin ele alınması ile çeşitli türbülans modeli yaklaşımlarının incelenmesinde kullanılacaktır. Böylece hem tek fazlı jet akımına ait literatürde mevcut deneysel ve teorik sonuçlarla geliştirilen modeli test etme olanağı oluşacak, hem de daha sonra incelenecek yakıt demeti modeli uygulamasında damlacıkların mevcudiyeti sonucu oluşan etkilerin bu sonuçlarla karşılaştırılması olanağı

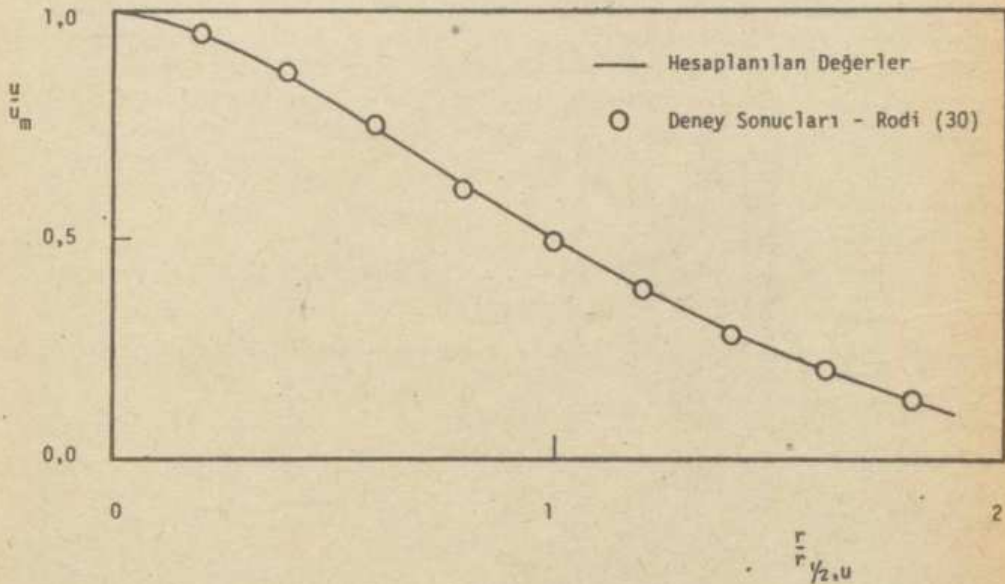
sağlanacaktır. Bu durumda sıkıştırılamayan ve sürekli bir akım alanı, akışkana ait hareket miktarının korunumu ve kütlenin korunumu denklemleri ile tanımlanacaktır. Ayrıca türbülans modeline ait denklemler de akışkana ait denklemlerle birlikte çözülecektir. Bu çalışmada kullanılan $x-\omega$ koordinat sistemi nedeniyle akımın hakim doğrultusuna dik yöndeki akışkan hız bileşeni boyuna doğrultudaki hareket miktarının korunumu denkleminde kısılmaktadır. Ayrıca bu denklem kütlenin korunumu denklemini de kendiliğinden sağlayacaktır. Bu nedenle sayısal çözüm yöntemi içinde, her adım sonunda süreklilik denkleminde radyal doğrultudaki hız bileşeni ayrıca hesaplanmaktadır. (Şekil 6.1 b)

Büyük Reynolds sayılarında, akımın türbülanslı yapıya sahip olması sonucu yöneten denklemlerde yer alan Reynolds gerilmelerinin hesaplanabilmesi amacıyla çeşitli türbülans modeli yaklaşımları kullanılmaktadır. Önceki bölümlerde türbülans modellerini, türbülanslı viskozitenin Boussinesq yaklaşımından hesaplandığı ve Reynolds gerilmelerinin transport denklemlerinden direkt olarak sağlandığı modeller olmak üzere iki kategoride incelemiştik. Burada da her iki yöntemin uygulamaları üzerinde ayrı ayrı durulacaktır.

Bu bölümde öncelikle karışım uzunluğu modelinin uygulamaları ele alınacaktır. Türbülanslı viskozitenin, cebirsel ifadeler yardımıyla ortalama hız gradientlerinden sağlandığı bu modelde türbülanslı büyüklükler için ilave diferansiyel denklemlerin çözümüne gerek olmaması, hesap süresini belirgin olarak etkilememesi açısından karışım uzunluğu modelinin basit ve pratik yapıya sahip olmasını sağlamaktadır. Ancak bu model karışım uzunluğu, λ_m 'nin akım alanı boyunca, bazı ampirik ifadeler yardımıyla hesaplanmasını gerektirmektedir. Literatürdeki mevcut uygulamalar, değişik geometriler için farklı karışım uzunluğu sabitlerinin kullanımının gerektiğini göstermektedir. Ayrıca bazı karmaşık akımlarda ampirik ifadelerin kurulması da güçlükler çıkarmaktadır. Bu modelin universal yapıda olmaması, türbülanslı ortamın modellenmesinde eksik yönlerinin bulunduğunu belirtmektedir. Karışım uzunluğu hipotezinde türbülansın yerel denge içinde olduğu varsayılmakta ve akım alanı içindeki her noktada türbülans enerjisinin üretildiği oranda disipasyon sonucu tüketildiği kabul edilmektedir. Bu nedenle türbülansın zamana bağlı olarak veya taşınım sonucu aktarılan etkilerinin dikkate alınması mümkün olmamaktadır.

Ayrıca bu modelin önemli eksikliklerinden biri de hız gradietlerinin sıfıra ulaştığı sınır bölgelerinde, hesaplanan türbülanslı viskozite, etkin Prandtl sayısı gibi büyüklüklerin de sıfır olmasıdır.

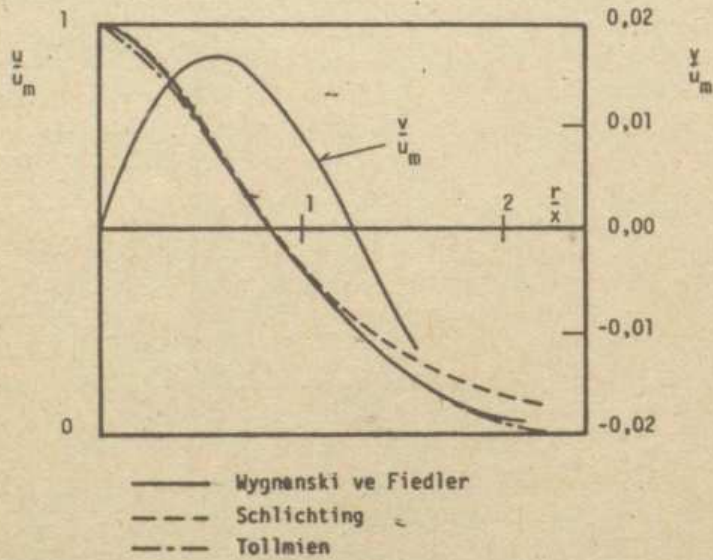
Sahip olduğu eksikliklere rağmen karışım uzunluğu modelinin yaygın uygulamaları mevcuttur. Bu çalışmada incelenen eksenel simetrik geometrideki serbest jet akımı için de bu modelin kullanımı ile olumlu sonuçlar elde etmek mümkün olmaktadır.



Şekil 9.1 Karışım uzunluğu türbülans modeli ile elde edilen boyutsuz hız profili

Türbülanslı viskozitenin hesaplanmasında karışım uzunluğu modeli kullanılarak nozuldan yaklaşık 20 çap uzaklıktan itibaren ($x/D_n > 20$), tam gelişmiş akım bölgesine ulaşılmaktadır. Şekil 9.1'deki eksenel doğrultudaki boyutsuz hız profilinde, eksen üzerindeki konumda elde edilen maksimum hız, u_m ve hızın, maksimum hız değerinin yarısına sahip olduğu radyal uzaklık, $r_{1/2,u}$ değerleri kullanılarak boyutsuzlaş-

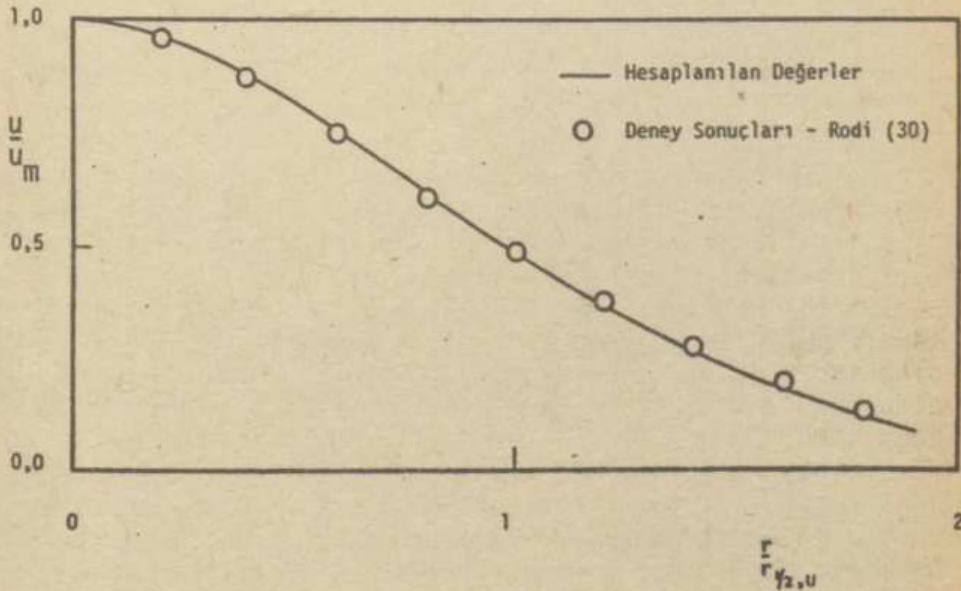
tırma yapılmış ve tam gelişmiş bölge içersinde benzerlik durumunun sağlandığı görülmüştür. Geliştirilen matematiksel modelden elde edilen şekildeki teorik eğri Rodi'nin deneysel sonuçları ile tam uyum sağlamaktadır. Ayrıca Tollmien ve Schlichting tarafından aksenal simetrik geometrideki jetler için sağlanan analitik çözümler de şekildeki sonuçlarla uyum sağlamaktadır (38). Rajaratnam, Schlichting çözümünün eksene yakın konumlarda daha iyi sonuç verdiğini, Tollmien çözümünün ise eksenenden uzaklaşıldıkça deneysel bulgulara daha yaklaştığını vurgulamakta olup Wygnanski ve Fiedler'in deneysel sonuçları da bunu doğrulamaktadır (Şekil 9.2), (39). Karışım uzunluğu modeli ile sağlanan sonuçlar da bu doğrultudadır.



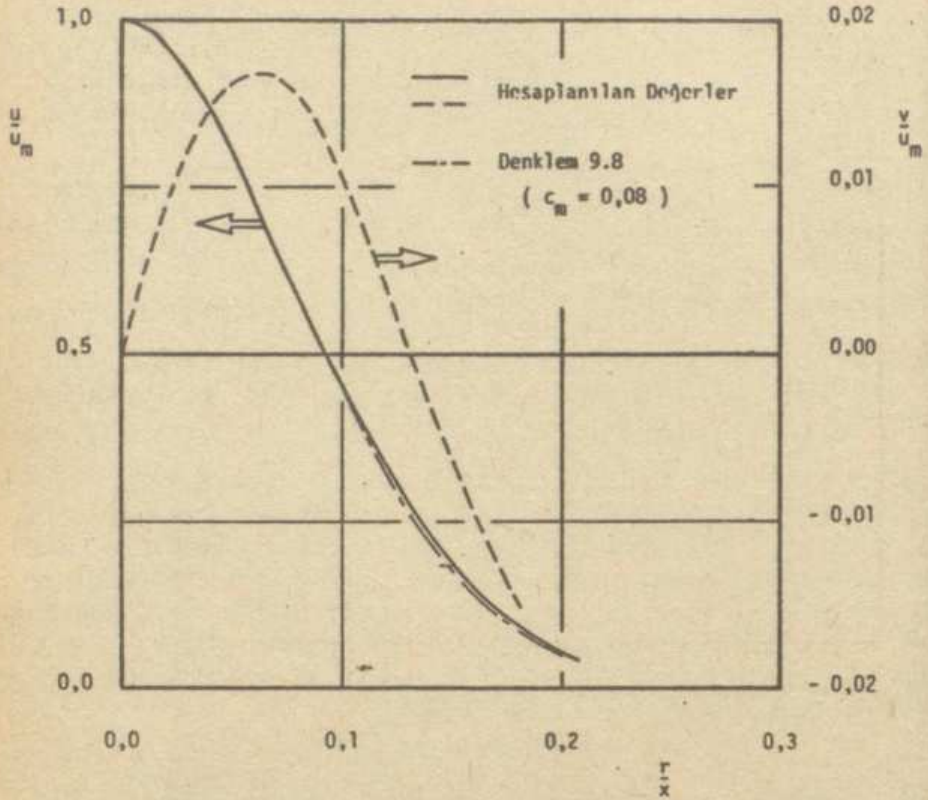
Şekil 9.2 Serbest jete ait boyutsuz hız profilleri
(39)

Bu çalışmada ikinci olarak, $k-\epsilon$ türbülans modelinin aksenal simetrik jetlere uygulanması üzerinde durulacaktır. Bu modelde, türbülansı tanımlayan iki büyüklüğe, k ve ϵ 'a ait diferansiyel transport denklemlerinin yardımıyla bu

büyükliklerin akım alanı boyunca değişimleri hesaplanmaktadır. Türbülanslı viskozite ise bu iki büyüklüğün bir fonksiyonu olarak tanımlanmıştır. $k-\epsilon$ modelinde beş adet ampirik sabit bulunmakta olup (C_μ , C_1 , C_2 , σ_k ve σ_ϵ), buradaki sabitlerin karışım uzunluğu modelindeki sabitlerden farklı olarak universal olmaları ve farklı akım şartları için değişim göstermemeleri amaçlanmaktadır. Ancak eksenel simetrik jetler için türbülans modeli sabitlerinden C_μ 'ya ve ayrıca C_1 veya C_2 'ye düzeltmelerin uygulanması zorunlu olmaktadır. Bu amaçla çeşitli araştırmacılar tarafından tanımlanan farklı ifadelerle sabitlere düzeltmeler getirilmiştir (40). Bu çalışmada Rodi tarafından tanımlanan düzeltmeler C_μ ve C_2 'ye uygulanmıştır (Denklem 4.15). Şekil 9.3'de $k-\epsilon$ türbülans modeli sabitlerine uygulanan düzeltmeler sonucu elde edilen eksenel doğrultudaki boyutsuz hız profilinin tam gelişmiş bölgedeki durumu görülmektedir. Bu modelden elde edilen sonuçların da Rodi'nin sonuçları ile tam uyum içinde olduğu gözlenmektedir. Şekil 9.4'deki boyuna ve enine doğrultudaki boyutsuz hız profilleri de Wygnanski ve Fiedler'in deneysel sonuçları ile (Şekil 9.2) uyum sağlamaktadır.



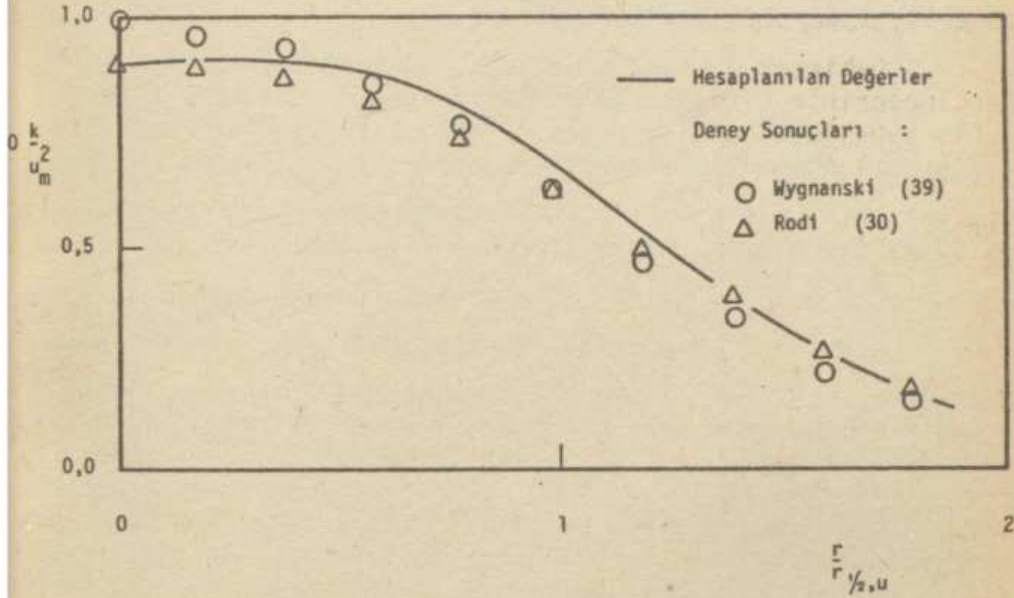
Şekil 9.3 $k-\epsilon$ türbülans modeli ile elde edilen boyutsuz hız profili



Şekil 9.4 k-ε türbülans modelinden hesaplanan boyutsuz hız profilleri

Türbülans modeli kapsamında, akım alanı boyunca çözülen diferansiyel transport denklemlerinden hesaplanan türbülans kinetik enerjisinin tam gelişmiş bölgede enine doğrultuda ki değişimi boyutsuzlaştırıldığında, benzerlik durumunun sağlandığı görülmektedir (Şekil 9.5). Şekilde teorik olarak hesaplanan değerlerle birlikte Wygnanski-Fiedler ve Rodi tarafından elde edilen deneysel sonuçlar da gösterilmekte olup teorik sonuçların Rodi'nin sonuçları ile uyum içinde olduğu görülmüştür. Her iki deneysel data arasında farklılık bulunmasına rağmen her iki araştırmacı tarafından ölçülen boyutsuz k-profillerinde eksene yakın bölgede bir azalma olmadığı, ancak teorik sonuçlarda eksene yaklaşıldığında sınır tabakası yaklaşımı içerisinde türbülans kinetik enerjisinin üretiminde

normal gerilme terimlerinin ihmal edilmesi sonucu çok az bir azalma olduğu gözlenmektedir.



Şekil 9.5 Türbülans kinetik enerjisi

Reynolds gerilmelerinin hesaplanmasında kullanılan yöntemlerden biri de, bu çalışmada incelenen türbülans modelleri kapsamında son olarak ele alınacak olan cebirsel gerilme modelidir. Reynolds gerilmelerinin bütün bileşenlerinin etkin olduğu akımlarda türbülanslı viskozite yöne bağımlı olacaktır. Ayrıca, $k-\epsilon$ türbülans modelinde tanımlanan ampirik C_μ sabiti de değişken olacağından bu durumda iki denklemlilik türbülans modeli kullanılması yerine, Reynolds gerilmelerinin direkt olarak transport denklemlerinden sağlanması yoluna gidilmektedir.

Bu çalışmada basınç-gerilim teriminin yapısına göre cebirsel gerilme modelleri lineer ve nonlineer olarak sınıflandırılmıştır. Her iki yaklaşımda da, kullanılan cebirsel denklemlerdeki α , β , γ , λ ve c' sabitleri türbülans enerjisinin üretiminin disipasyonuna oranının, P/ϵ 'un bir fonksiyonu

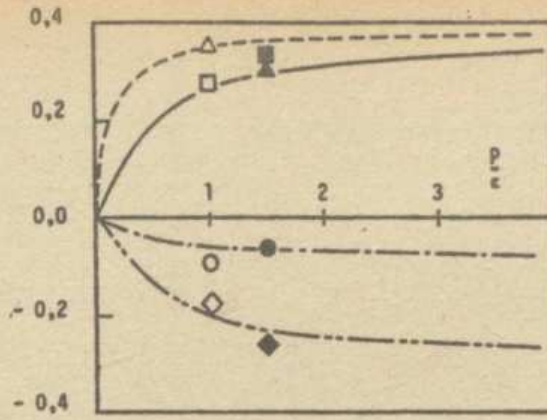
olmaktadır. Bu nedenle sabitlerin belirlenmesi amacıyla literatürde mevcut deneysel sonuçlardan yararlanılarak sabitler optimize edilmiş ve elde edilen sonuçlar Tablo 4.2'de verilmiştir (41) , (42). Şekil 9.6'da optimize edilerek sağlanan sabitlerin kullanımı ile çizilen eğrilerin deneysel data ile kontrolü görülmektedir.

Cebirsel gerilme modelinden hesaplanan Reynolds gerilmelerinin literatürde mevcut deneysel ve teorik sonuçlarla karşılaştırılması amacıyla önce k-ε türbülans modelinden hesaplanan türbülanslı viskozite, μ_t kullanılarak çözülen jet akımı ile birlikte cebirsel gerilme modeli denklemleri de simültane olarak çözülmüş ve boyutsuzlaştırılmış çalkantı hızı profilleri (u'^2 , v'^2 , $u'v'$), elde edilmiştir.

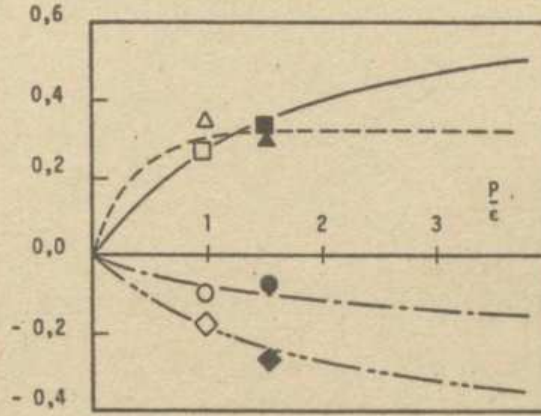
Şekil 9.7'de nozuldan 62 çap uzaklıkta, tam gelişmiş bölgedeki boyutsuz u'^2 profili görülmektedir. Elde edilen sonuçların nozuldan aynı uzaklıktaki konumdaki Rodi'nin teorik sonuçları ve Wygnanski ve Fiedler'in deneysel sonuçlardan elde ettiği ortalama eğri ile uyum sağladığı görülmektedir. Ancak lineer ve nonlinear model uygulamalarında, denklemlerde mevcut ortalama akım hızının radyal doğrultudaki hariç öteki türevlerini ihmal ettiğimizde (Denklem 4.31 ve Denklem 4.47), eksen yakın konumlarda $\frac{\partial u}{\partial r}$ teriminin sıfıra doğru gitmesi sonucu bu iki eğride bir sapma görülmektedir.

Şekil 9.8'de de $x/D_n=62$ konumunda hesaplanan boyutsuz v'^2 profili , Rodi'nin teorik sonuçları ve Wygnanski ve Fiedler'in deneysel sonuçlardan elde etmiş olduğu ortalama eğri ile birlikte görülmektedir. Burada da lineer ve nonlinear model uygulamalarında küçük terimleri ihmal ettiğimizde (Denklem 4.32 ve Denklem 4.46), eksene yakın konumda eğrilerde ayrılma olduğu görülmektedir.

Şekil 9.9'daki boyutsuz $u'v'$ profili de $x/D_n = 62$ konumu için hesaplanmış olup aynı araştırmacıların sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Şekilde, kullanılan cebirsel gerilme modeli sabitleri ile, literatürdeki mevcut sonuçlarla kalitatif uyum sağlandığı, ancak kantitatif olarak maksimum değerlerin daha yüksek mertebelere ulaştığı görülmektedir.



(a) Lineer Model Sabitleri



(b) Nonlinear Model Sabitleri

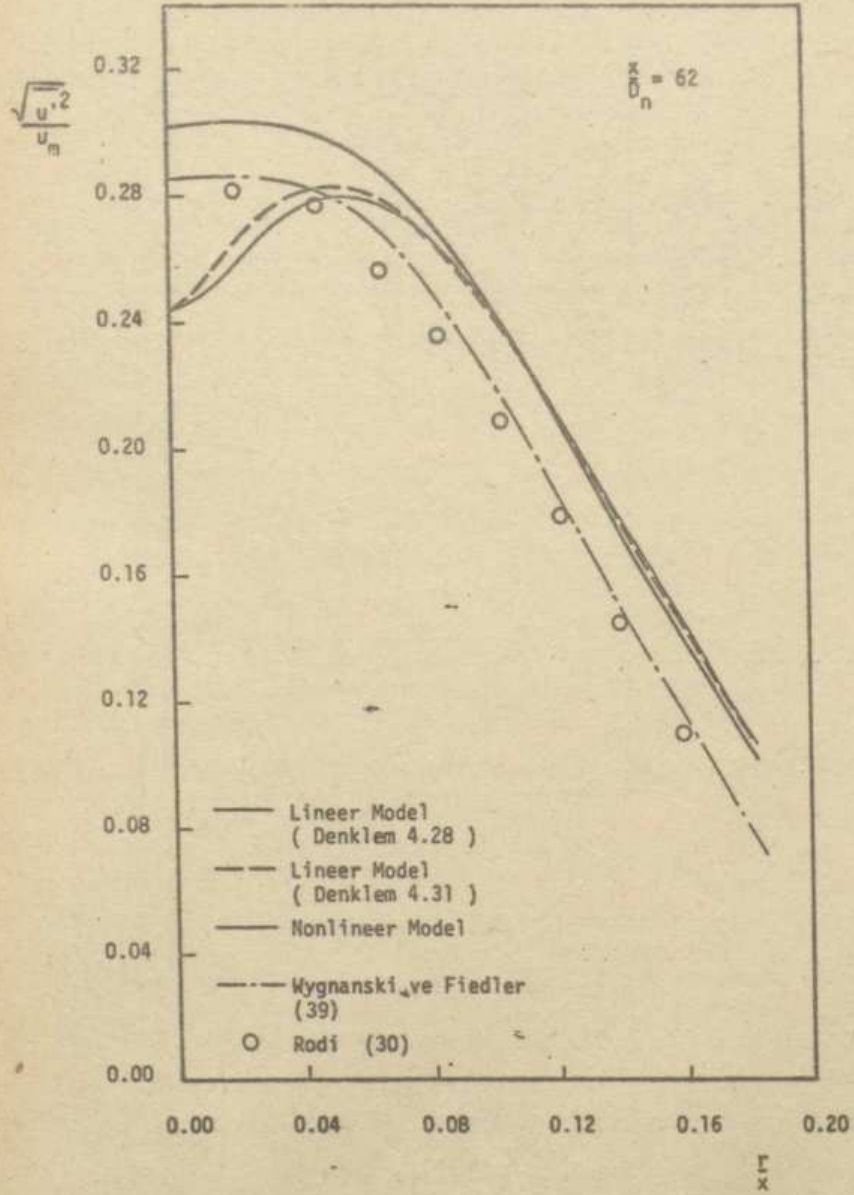
Hesaplanılan değerler (— m_{11} , --- m_{22} , ... m_{33} , -.- $|m_{12}|$)

Champagne ve diğ. (41) ($\square$ m_{11} , $\diamond$ m_{22} , $\circ$ m_{33} , $\triangle$ $|m_{12}|$)

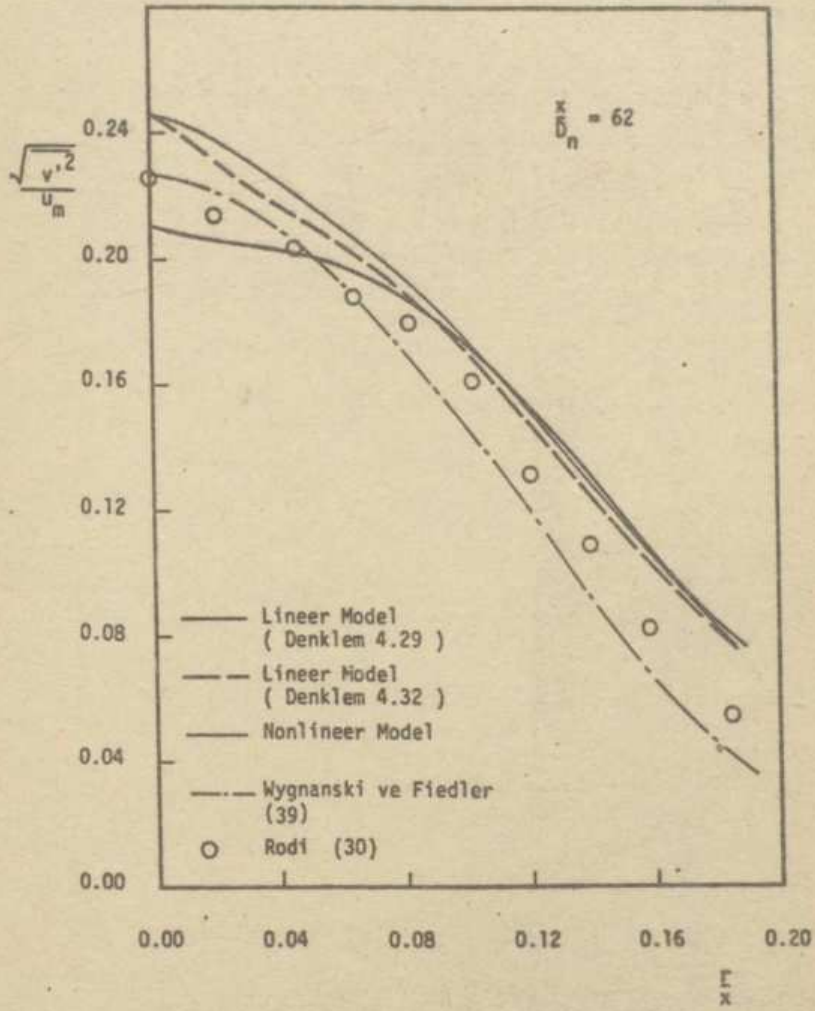
Harris ve diğ. (42) ($\blacksquare$ m_{11} , $\blacklozenge$ m_{22} , $\bullet$ m_{33} , $\blacktriangle$ $|m_{12}|$)

$$m_{11} = \frac{u'^2}{k} - \frac{2}{3}, \quad m_{22} = \frac{v'^2}{k} - \frac{2}{3}, \quad m_{33} = \frac{w'^2}{k} - \frac{2}{3}, \quad |m_{12}| = \frac{u'v'}{k}$$

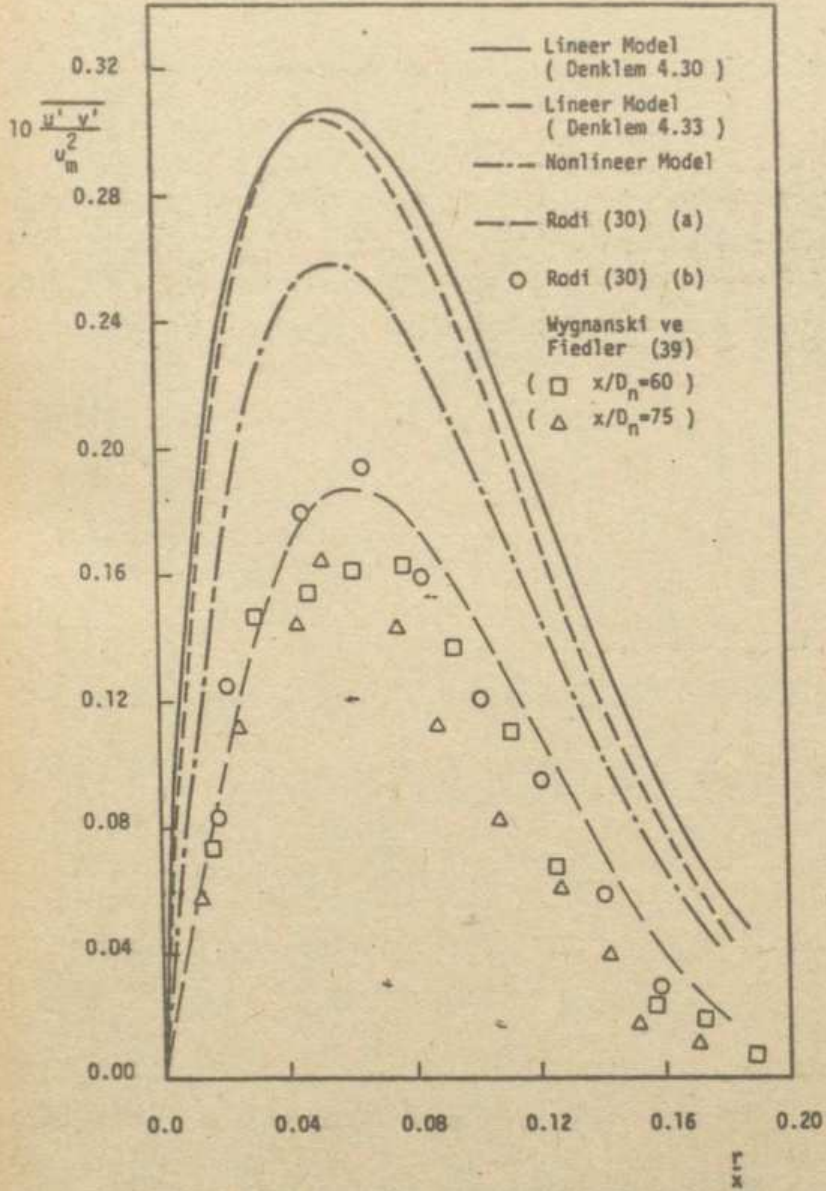
Sekil 9.6 Cebirsel gerilme modeli sabitlerinin optimize edilmesi



Şekil 9.7 Reynolds gerilmeleri - $\overline{u'^2}$



Şekil 9.8 Reynolds gerilmeleri - $\overline{v'^2}$



Şekil 9.9 Reynolds gerilmeleri - $\overline{u'v'}$

Cebirsel gerilme modeli denklemlerinin, türbülanslı viskozitenin $k-\epsilon$ modelinden hesaplandığı jet akımı çözümü ile birlikte hesaplanmasından sonra, hareket miktarının korunumu denklemindeki Reynolds gerilmelerinin hesaplanması amacı ile cebirsel gerilme modeli yaklaşımı uygulanmıştır.

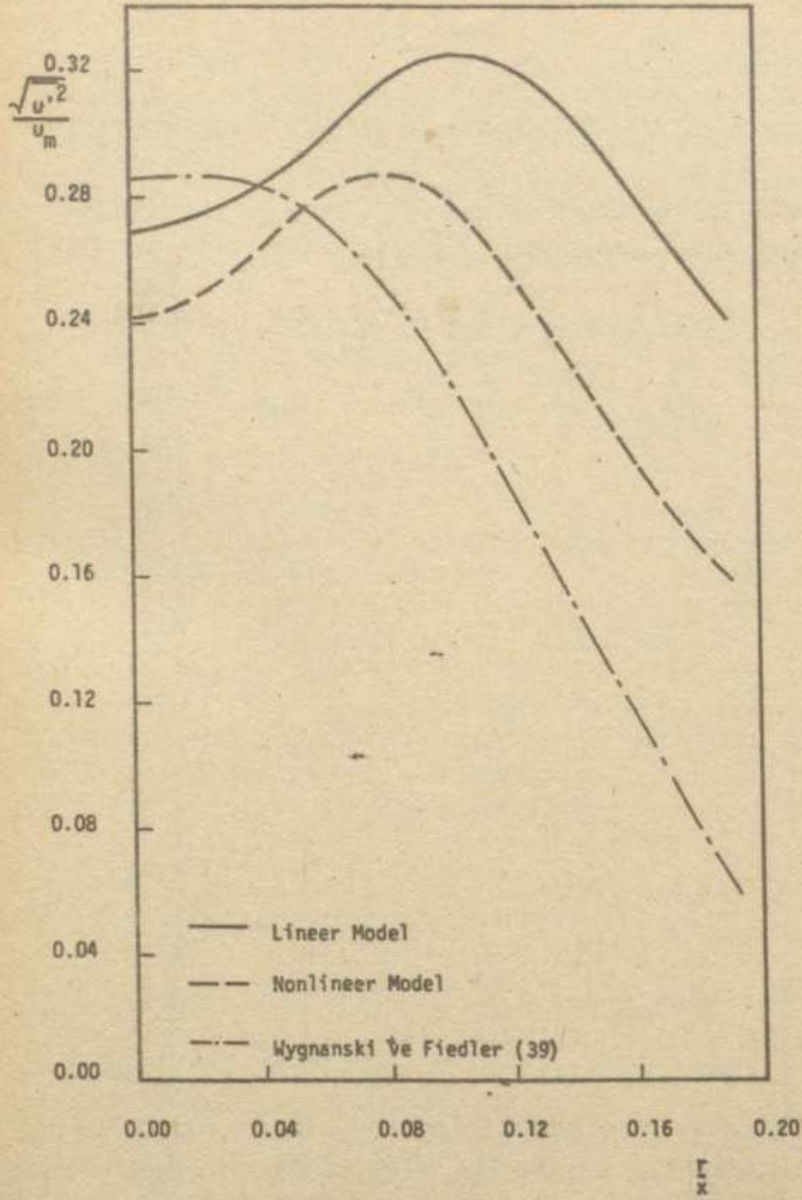
Bu durumda elde edilen boyutsuz u'^2 ve v'^2 profilleri Şekil 9.10 ve Şekil 9.11'de görülmekte olup, önceki sonuçlara oranla öteki araştırmacıların sonuçlarından farklılıklar göstermektedir.

Serbest jet akımında, jetin yapısını belirleyen parametrelerden biri de durgun ortam içersine yayılma hızı olup bu parametrenin tanımlanmasında $\frac{dr}{dx} \frac{1}{2} u$ ifadesi yaygın kullanıma sahiptir. Burada $r \frac{1}{2} u$, hızın boyuna doğrultudaki maksimum hızın yarısına sahip olduğu konumun simetri ekseninden radyal uzaklığını göstermekte olup, x ise nozuldan olan uzaklıktır. Şimdiye kadar incelenen üç değişik türbülans modeli yaklaşımından ve ayrıca literatürdeki deneysel ve teorik sonuçlardan sağlanan yayılım parametresi değerleri Tablo 9.1'de verilmiştir. Karışım uzunluğu ve $k-\epsilon$ türbülans modelleri kullanılarak elde edilen sonuçlar deneysel sonuçlarla tam uyum sağladığı halde, cebirsel gerilme modelinin kullanımı sonucu elde edilen yayılma parametresi literatürde mevcut sonuçlardan da görüldüğü gibi yüksek değerlere ulaşmaktadır.

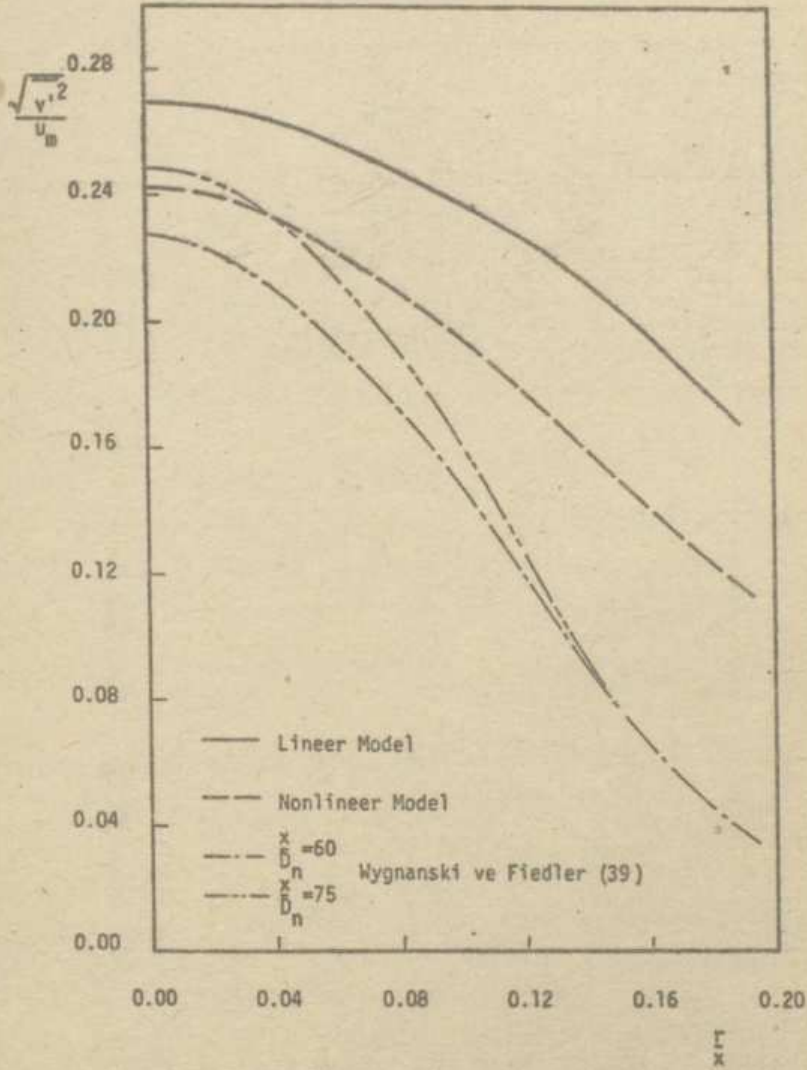
Bu çalışmanın bundan sonraki kısmında yakıt demeti modeli uygulamaları ele alınacak ve türbülanslı viskozitenin hesaplanmasında $k-\epsilon$ modeli kullanılacaktır.

Yakıt demetlerinin modellenmesinde iki değişik yaklaşım kullanılmaktadır. Çok sayıda ve farklı çapta damlacıktan oluşan yakıt demeti sürekli bir ortamı olarak ele alınarak Euleriyen yaklaşımla demete ait yöneten denklemler tanımlanabilmekte veya yakıt demetini oluşturan damlacıklar belirli sayıda çap gurubu ile temsil edilerek damlacıklara ait denklemler Lagrangiyen yaklaşımla ifade edilmektedir. Bu çalışmada ilk yöntem kullanılmıştır.

Ortam içersinde hareket eden damlacıklarla ortam arasındaki etkileşimin belirlenmesi amacıyla, damlacıklara etki eden direnç kuvvetinin hesaplanması gerekmektedir. Direnç kuvvetinin hesaplanmasında kullanılan direnç katsayısı, C_D



Şekil 9.10 Reynolds gerilmeleri - $\overline{u'^2}$
Cebirsel gerilme modeli



Şekil 9.11 Reynolds gerilmeleri - $\sqrt{v'^2}$
Cebirsel gerilme modeli

rölatif Reynolds sayısının bir fonksiyonu olarak,

$$\begin{aligned}
 C_D &= 27 \text{ Re}^{-0,84} & (0 < \text{Re} \leq 80) \\
 C_D &= 0,271 \text{ Re}^{0,217} & (80 < \text{Re} \leq 10^4) \\
 C_D &= 2 & (10^4 < \text{Re})
 \end{aligned} \tag{9.1}$$

şeklinde tanımlanmaktadır (43). Bu ifadenin buharlaşan damlacıklar için de geçerliliği kanıtlanmıştır.

	$\frac{dr}{dx} \cdot \frac{1}{2} u$
<u>Mevcut çalışma</u>	
Karışım uzunluğu türbülans modeli	0,085
k-ε türbülans modeli	0,086
Cebirsel gerilme modeli	
Lineer	0,155
Nonlineer	0,112
<u>Literatürde mevcut deneysel sonuçlar</u>	
Rodi (30)	0,086
Wyganski ve Fiedler (39)	0,086
Launder ve Morse (31)	0,087
<u>Literatürde mevcut teorik sonuçlar</u>	
Launder ve Morse (31)	0,135-0,136
(Reynolds gerilmesi-denklemleri)	
Spalding (6)	0,084
(k-W-g türbülans modeli)	

Tablo 9.1 Tek fazlı serbest jet akımında hesaplanan ve ölçülen yayılım parametresi değerleri

Damlacıkların cebri konveksiyon altında buharlaştığı durumda, damlacık çapının zamana göre değişimi

$$\frac{dD_j}{dt} = - \frac{C_b}{2 D_j} (1 + 0,23 Re_j^{0,5}) \quad (9.2)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada C_b , buharlaşma katsayısı olup, kullanılan yakıtın özelliklerine, ortamın sıcaklığına ve öteki özelliklerine bağlı olarak hesaplanmaktadır :

$$C_b = \frac{8 \lambda}{\rho_L c_p} \log_e \left[1 + \frac{c_p}{L} (T_{ort} - T_p) \right] \quad (9.3)$$

Burada λ ve c_p ortamın ısı iletim katsayısı ve sabit basınçtaki özgül ısısı, L buharlaşma ısısı ve T_{ort} ile T_p sırasıyla ortam sıcaklığı ve damlacıkların yüzey sıcaklığıdır (44). Bu denklemdeki buharlaşma katsayısı, C_b ortamın özelliklerinden λ/c_p oranı ile önemli ölçüde etkilenmektedir. Boysan ve Swithenbank buharlaşma katsayısının, $T_{ort} = 1500^\circ K$ ve $\lambda/c_p = 7,8 \cdot 10^{-4} \text{ g/cm s}$ için yakıt özelliklerine bağlı olarak $0,002 \text{ cm}^2/\text{s}$ ile $0,01 \text{ cm}^2/\text{s}$ lik değerler arasında değiştiğini hesaplamışlardır (13). İçi boş konik sıvı demetlerindeki buharlaşma etkilerini incelediği çalışmada Boysan C_b katsayısı değerini $0,001 \text{ cm}^2/\text{s}$ olarak almıştır (12). Williams ise hava ortamı içinde yanan hidrokarbonlarda yanma katsayısının $0,8$ ile $1,2 \text{ mm}^2/\text{s}$ arasında değiştiğini, Diesel yakıtı için $0,79 \text{ mm}^2/\text{s}$, benzin için $0,97 \text{ mm}^2/\text{s}$, metilalkol için $0,86 \text{ mm}^2/\text{s}$ olduğunu belirtmektedir (45). Bu çalışmada da püskürtülen yakıt demetlerinde damlacıkların buharlaşması sonucu fazlar arasındaki kütle transferinin etkilerinin belirlenmesi amacı ile buharlaşma katsayısı değeri olarak $0,001 \text{ cm}^2/\text{s}$ kullanılmıştır.

Sayısal hesaplama yöntemi içinde, (9.2) denklemini

küçük bir hacim elemanı içersinde integre ettiğimizde, j çap gurubuna ait bir damlacığın çapının Δt zaman adımı sonundaki değeri ,

$$D_j^2 = D_{j,0}^2 - C_b (1 + 0,23 Re_j^{0,5}) \Delta t \quad (9.4)$$

şeklinde hesaplanacaktır. .

Bu çalışmada, yakıt demeti modelinin literatürde mevcut deneysel ve teorik çalışmalar ile karşılaştırılması amacı ile öncelikle eksenel simetrik iki fazlı jet akımı uygulamaları üzerinde durulacaktır. Laats ve Frishman tarafından iki fazlı jetler üzerine yapılan deneysel çalışmada, sabit çaptaki taneciklerle farklı yükleme oranlarında yüklenen jetler incelenmiş ve bu deneyler değişik çaptaki tanecikler için tekrarlanmıştır (46). Burada

$$x_o = \frac{\rho_p}{\rho_f} \quad (9.5)$$

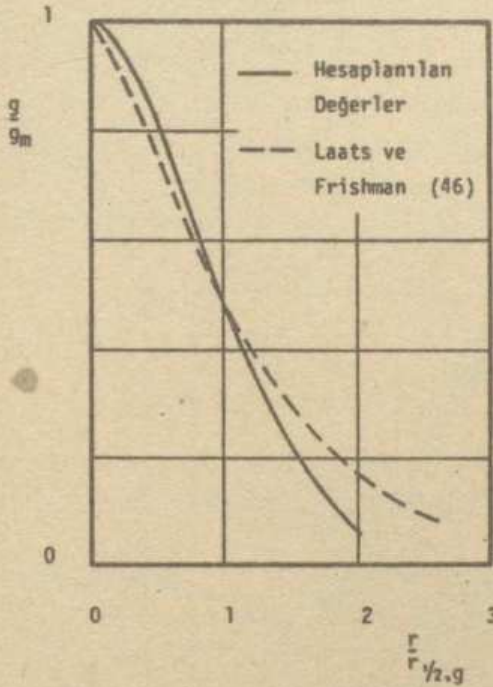
olarak tanımlanan yükleme katsayısı, nozul çıkış konumunda birim hacimdeki tanecik kütlesinin akışkan kütlesine oranını vermektedir. Laats ve Frishman 32 μ m çaplı tanecikler için $x_o = 0,3$, 0,56 , 0,77 ve 1,4 değerlerinde, 17 μ m ve 72 μ m çaplı tanecikler için de $x_o = 0,3$ değerinde deneyler yapmışlar ve tam gelişmiş bölge içersinde ($x/D_n > 10$), boyutsuzlaştırılmış tanecik akısının damlacık çapı ve yükleme katsayısından bağımsız olarak

$$\frac{g}{g_m} = \exp \left[- 0,69 \left(r/r_{1/2,g} \right)^{1,33} \right] \quad (9.6)$$

denklemini ile ifade edilebileceğini belirtmişlerdir. Bu çalışmada da aynı çap ve yükleme katsayıları ile yapılan hesaplamalar sonucu tek bir eğri elde edildiği görülmüştür (Şekil 9.12). Laats ve Frishman deneylerinde tanecik çapını sabit olarak kabul ettikleri halde, deney örnekleri tanımlanan ortlama çap etrafında bir dağılım göstermektedir. Bu durumda akı alanındaki tanecik akısı çap dağılımından etkilendiğinden her iki eğri arasında bir farklılık görülmektedir. Ayrıca bu çalış

mada geliştirilen modelde damlacıklar üzerindeki radyal doğrultu etkilerinin ihmal edilmiş olması da sonuçları etkilemektedir.

Melville ve Bray'in aynı şartlar için teprik olarak elde ettikleri sonuçlar da Laats ve Frishman'ın sonuçlarından farklı olup bu çalışmadan elde edilen sonuçlarla uyum göstermektedir (47).

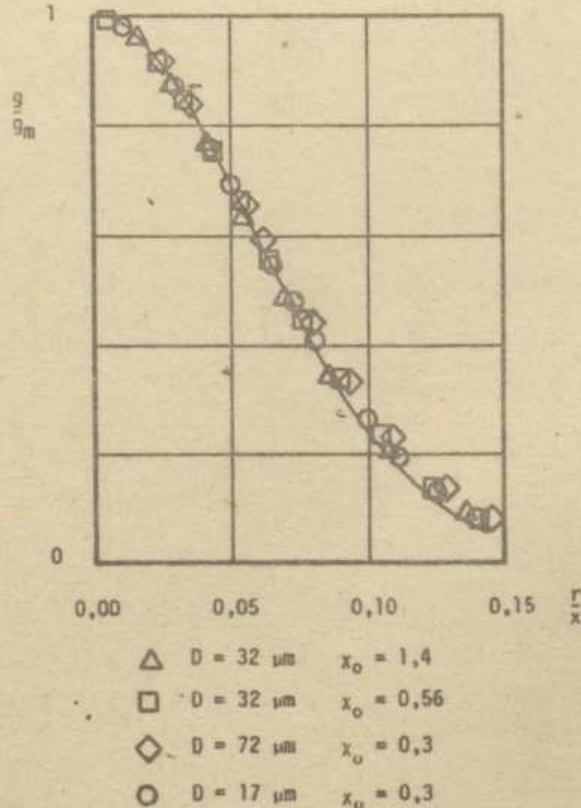


Şekil 9.12 Damlacık akısı dağılımı.

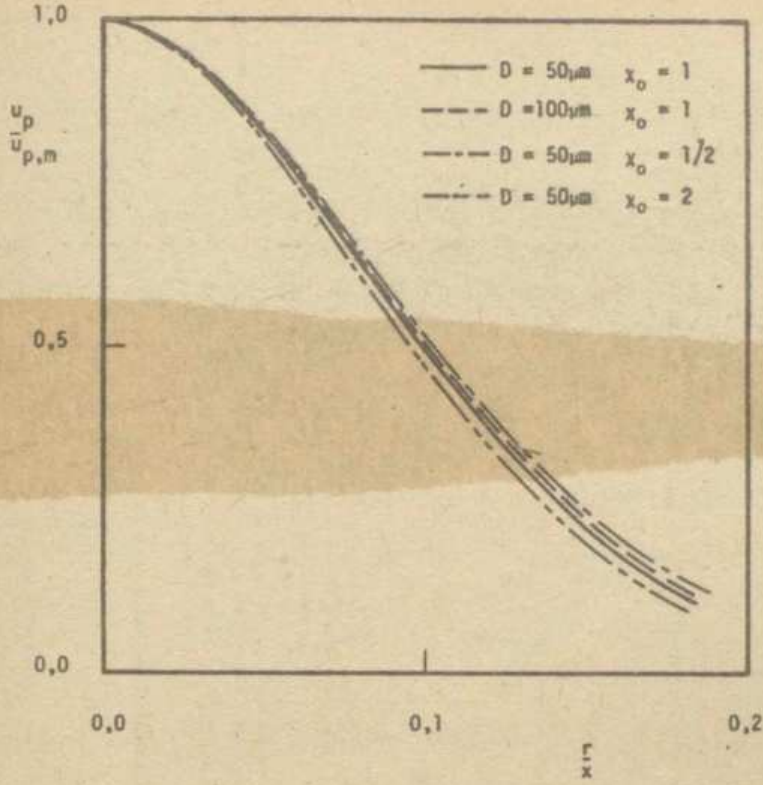
Şekil 9.13'te ise damlacık akısının çeşitli damlacık çap ve yükleme katsayıları için değişimi Hetsroni ve Sokolov'un deneysel sonuçları ile karşılaştırılmıştır (48). Hetsroni ve Sokolov tanecik hacimsal debisini değiştirerek yaptıkları ölçümlerinde damlacık akısı dağılımının ,

$$g = \frac{Q_d}{\pi H_p (\sqrt{2} C_d x)^2} \exp \left[- \left[\frac{r}{\sqrt{2} C_d x} \right]^2 \right] \quad (9.7)$$

ifadesi ile gösterilebileceğini belirlemişlerdir. Burada Q_d taneciklerin hacimsal debisi, H_p damlacık hacmi, C_d ise bir sabittir. Deneyler sonucunda, C_d sabitinin değeri bu araştırmacılar tarafından 0,05 olarak bulunmuştur. Bu çalışmada geliştirilen modelden hesaplanan sonuçlar ise damlacık yayılma katsayısı, C_d 'nin 0,06 olarak alınması sonucu elde edilen eğrinin yakınındadır. Denklem 9.7'den görüldüğü gibi damlacık akısı x^{-2} 'nin bir fonksiyonu olarak değişim göstermektedir. Ancak bu çalışmadan elde edilen sonuçlar benzerlik koşulunun damlacıkların dağılımında tam olarak sağlanmadığını belirlemektedir.



Şekil 9.13 Damlacık akısı (— Denklem 9.7)



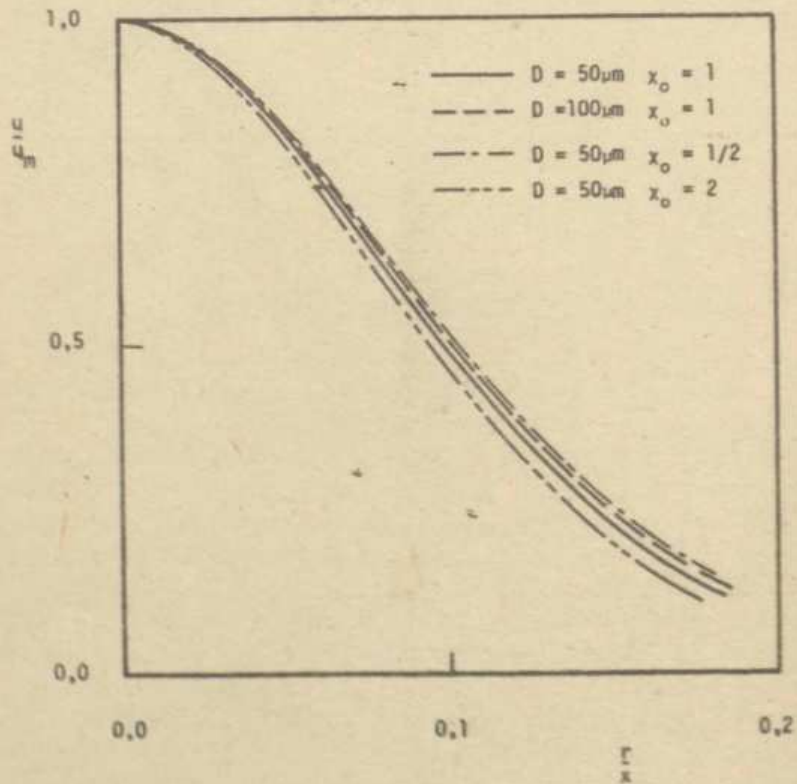
Şekil 9.14 Damlacık hız dağılımı

Benzerlik koşulunun geçerli olmadığı diğer bir durumda boyutsuzlaştırılmış hız dağılımlarıdır (Şekil 9.14 ve Şekil 9.15). Daha önce çeşitli türbülans modeli yaklaşımları incelenirken tek fazlı jete ait akışkan hız dağılımı eğrileri elde edilmiş ve benzerlik koşulunun sağlandığı görülmüştü. Ancak iki fazlı jette damlacıklara ve akışkana ait boyutsuz hız profillerinin damlacık çapı ve yükleme katsayısı ile değiştiği görülmektedir. Damlacıkların ilave edilmesi ile jetin durgun ortam içersine yayılmasında bir azalma olmakta ve artan yükleme katsayısı ile yakıt demetinin radyal yöndeki yayılımı azalmaktadır. Nozuldan uzaklaşıldıkça demetin yayılması sonucu damlacık konsantrasyonunda seyrelme oluşacağından tek fazlı jete ait hız dağılımı eğrisine daha yaklaşılmaktadır. Hetsroni ve Sokolov da tanecikli akımlarla yapmış oldukları deneylerinde aynı durumu gözlemişlerdir (48). Bu araştır-

macılar tek fazlı jete ait hız dağılımının

$$\frac{u}{u_m} = \exp \left[- \left(\frac{r}{\sqrt{2} C_m x} \right)^2 \right] \quad (9.8)$$

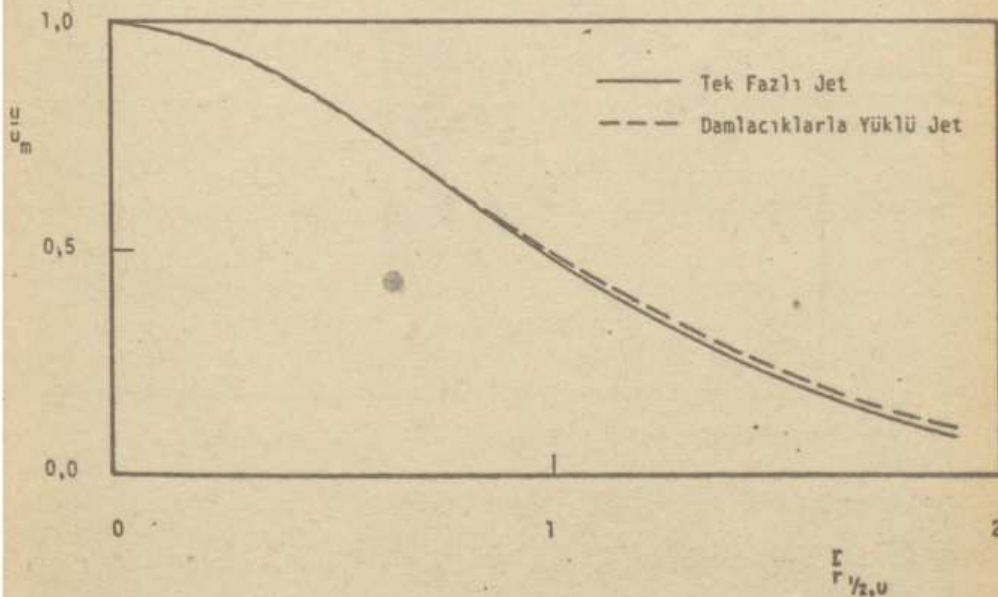
ifadesiyle, yayılmayı tanımlayan C_m katsayısının değeri 0,0 alınıldığında sağlandığını göstermişlerdir. İki fazlı jet akışı da ise C_m bir sabit olmaktan çıkmakta ancak nozuldan uzaklaştıkça, değeri tek fazlı jet için bulunan değere yaklaşmakta. Yükleme katsayısı arttırıldığında da C_m 'nin değeri küçülmekte yukarıda verilen değerden uzaklaşmaktadır.



Şekil 9.15 Akışkan ortamında hız dağılımı

Damlacıkların buharlaştığı durumda ise, buharlaşma sonucu damlacık çapı küçüleceğinden damlacıkların akışkan üzerinde oluşturduğu direnç kuvveti etkisi azalacak, ancak aynı zamanda buharlaşma sonucu akışkana bir miktar momentum aktarımı olacaktır. Bu durumda damlacıkların buharlaşması sonucu akışkan üzerindeki etkinin azaldığı görülmektedir.

Damlacıklarla yüklü jet akımından elde edilen boyutsuz akışkan hızı profilini Şekil 9.3'teki tek fazlı jete ait hız profili ile karşılaştırdığımızda ise eksenden uzak bölgede fazlar arasındaki momentum aktarımı sonucu hızda bir artış olduğu görülmektedir (Şekil 9.16.). Laats ve Frishman küçük çaplı taneciklerle yükleme yapıldığında bu etkinin daha fazla olduğunu ve aynı yükleme katsayısını sağlayacak şekilde tanecik çapı büyütüldüğünde momentum transferinin azaldığını belirtmektedirler (23).

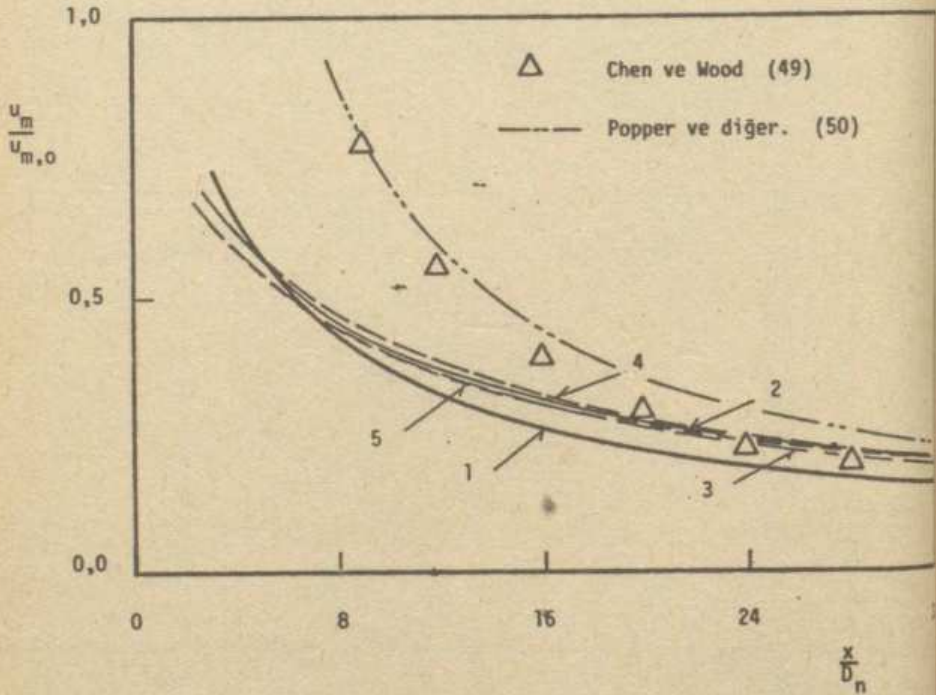


Şekil 9.16 Damlacıklarla yüklü jete ait boyutsuz hız dağılımı

Damlacıkların eklenmesi ile demetteki akışkan hızının artması ve durgun ortam içersine yayılımının azalması, demete ait yayılım parametresi değerlerinden de gözlenebilmektedir.

Yayılm parametresinin serbest jete ait değeri 0,086 iken damlacıkların ilavesi ile $D = 50\mu\text{m}$ ve $x_0 = 1$ için 0,084'e, $D = 50\mu\text{m}$ ve $x_0 = 2$ için 0,083'e düşmektedir. $x_0 = 1$ yükleme katsayısını sağlayacak şekilde jette $100\mu\text{m}$ lik damlacıklarla yükleme yapıldığında yayılım parametresi değeri 0,085 olmalıdır.

Şekil 9.17'de simetri eksenini üzerinde, boyuna doğrultudaki akışkan hızının nozuldan olan boyutsuz uzaklık ile



1. Tek fazlı jet

2. $D = 120\mu\text{m}$, buharlaşma yok

3. $D = 120\mu\text{m}$, $C_b = 1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

4. $D = 160\mu\text{m}$, buharlaşma yok

5. $D = 160\mu\text{m}$, $C_b = 1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

Şekil 9.17 Boyutsuz aksenal akışkan hızı

değişimi görülmektedir. Aynı şekil üzerinde Chen ve Wood'un tek fazlı serbest jet için hesapladıkları değerler de belirtilmiştir (49). Ancak bu araştırmacılar jetin nozuldan çıktığı bölgede eksen potansiyel akım bölgesine sahip olduğu kabulünü yaptıklarından yaklaşık 8 çap uzaklığı kadar eksendeki hızın nozul çıkış hızına eşit olduğu kabul edilmektedir. Bu durumda hesaplanan hızlar daha yüksek değerlere sahip olmakta, ancak nozuldan yeterince uzaklaşıldığında bu farklılık kaybolmaktadır. Popper ve diğer araştırmacılar tarafından potansiyel hız bölgesi kabulü ile tek fazlı jet için elde edilen sonuçlar

$$\frac{u_m}{u_{m,0}} = \frac{6,98}{x/D_n} \quad (9.9)$$

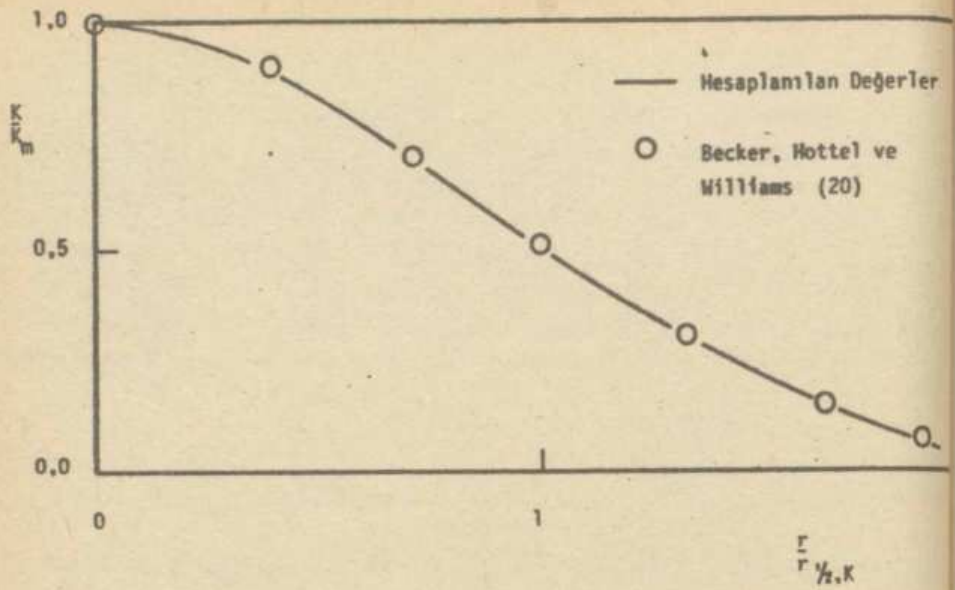
ifadesiyle belirtilmiştir (50). Burada u_m eksen üzerindeki boyuna doğrultudaki akışkan hızı, $u_{m,0}$ ise nozuldan çıkıştaki hızdır.

Damlacıkların ilavesi ile akışkana aktarılan hareket miktarı, eksendeki akışkan hızının artmasına neden olmaktadır. Damlacık çapındaki artış, akışkan hızının daha da artmasını sağlamaktadır. Bu nedenle şekilden de izlenebileceği gibi, damlacıkların buharlaşması damlacık çapında ve dolayısıyla kütlelerinde küçülmeye neden olduğundan akışkan hızındaki artış azalmaktadır.

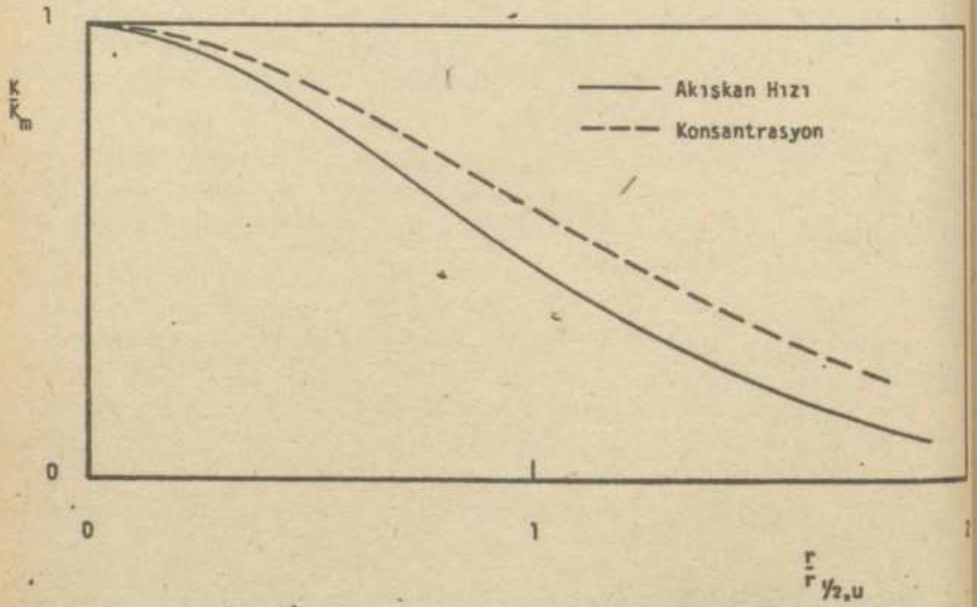
Taneciklerin eklenmesiyle akışkan hızında artış meydana geldiği ve damlacık çapının büyümesi sonucu fazlar arasındaki etkileşimin belirginleştiği Chen ve Wood tarafından da belirtilmiştir (49).

Şekil 9.18'deki damlacık konsantrasyonu profilinde eksen üzerindeki maksimum değer ve konsantrasyonun maksimum değerinin yarısına ulaştığı radyal uzaklık değeri kullanılarak boyutsuzlaştırma yapılmış ve benzerlik durumunun sağlandığı görülmüştür. Çeşitli damlacık çapları ve yükleme katsayıları için hesaplanan sonuçlar Becker, Hottel ve Williams'ın deneysel sonuçları ile de tam uyum sağlamaktadır (20).

Konsantrasyona ait transport denklemindeki difüzyon terimlerinde yer alan etkin Prandtl/Schmidt sayısının değerinin 1'den küçük olması nedeniyle aynı sonuçlar $r/r_{1/2,u}$ eksen



Şekil 9.18 Boyutsuz damlacık konsantrasyonu profili -



Şekil 9.19 Damlacık konsantrasyonunun değişimi

üzerine çizildiğinde, akışkan hızına oranla daha yüksek değerler sahip olduğu görülmektedir (Şekil 9.19). Spalding tarafından yapılan teorik hesaplarda da Prandtl/Schmidt sayısının değeri 0,7 olarak alındığında aynı durum sağlanmıştır (6).

Akım alanındaki damlacıkların mevcudiyeti, türbülans üzerinde de etki yaratmaktadır. Akım alanındaki çalkantıları damlacıklar takip edemediğinden türbülans üzerinde ek disipasyon yaratılmakta ve türbülans, damlacık çapına ve yükleme katsayısına bağlı olarak sönümlenmektedir (51),(52). Ancak damlacıkların bu etkisi, mevcut çalışma kapsamına alınmamıştır. Damlacıkların türbülanslı ortama etkilerinin geliştirilen model kapsamına alınabilmesi için, literatürde boşluk bulunan bu konudaki deneysel ölçümlere gerek vardır.

10. SONUÇLAR

Bu çalışmada, durgun bir ortam içersine püskürtülen yakıt demetlerinde olayı yöneten akışkana ve damlacıklara ait denklemler önceki bölümlerde tanımlanmış, türbülanslı akışkan ortamı farklı türbülans modeli yaklaşımları ile ifade edilmiş, damlacıklar üzerinde oluşan direnç kuvveti ve damlacıkların buharlaşması sonucu meydana gelen akışkan-yakıt damlacıkları etkileşimi dahil edilerek geliştirilen model denklemlerine simültane olarak sonlu farklar algoritması ile sayısal çözüm sağlanmıştır.

İlk olarak tek fazlı serbest jet akımlarına, farklı türbülans modelleri kullanılarak uygulanan bu modelden elde edilen sonuçlar literatürde mevcut aksel simetrik jetlere ait deneysel ve teorik sonuçlarla karşılaştırılmış ve yeterli uyum sağlandığı görülmüştür. Böylece geliştirilen model hem tek fazlı akım şartları için mevcut verilerle denenmiş, hem de daha sonra incelenen yakıt demeti uygulamaları için karşılaştırma olanağı sağlanmıştır.

Yakıt demetlerinde püskürtmenin yapıldığı nozula çok yakın bölgede, damlacık konsantrasyonu yoğun olacağından damlacıkların birbirleri üzerindeki etkileri belirgin olmaktadır. Bu bölgede damlacık boyutlarındaki farklılıklar damlacık akışını belirlemekte, akım alanındaki hız gradientleri sonucu damlacıklar üzerinde oluşan Magnus kuvvetleri radyal doğrultudaki damlacık difüzyonunu etkilemektedir (23). Ancak bu çalışmada geliştirilen model, nozula çok yakın bölgedeki sözkonusu etkileri kapsamına almamaktadır. Bu model, damlacık konsantrasyonunun daha az olduğu, ($x_0 \approx 1$) gelişmiş akım bölgesini

inceleyecek şekilde düzenlenmiş olup, çeşitli uygulamalar sonucunda aşağıda belirtilen sonuçlar elde edilmiştir :

(i) Damlacıkların eklenmesi ile akışkan üzerinde oluşan direnç kuvveti ve damlacıklardan buharlaşma sonucu akışkana aktarılan hareket miktarı nedeniyle akışkan hızında bir yükselme görülmektedir. Hızdaki bu yükseliş, artan yükleme katsayısı ile daha da fazlalaşmaktadır. Damlacıkların buharlaşma sonucu kütlelerinde azalma meydana geldiğinden buharlaşan damlacıklarda bu etkiler azalmaktadır.

(ii) Yakıt demetindeki damlacık çapı büyüdükçe, damlacıklara ve akışkana ait boyuna doğrultudaki hız bileşenleri arasındaki

fark belirginleşmektedir. Başlangıç konumundaki yükleme katsayısı arttığında ise, hızlar arasındaki bu fark azalmaktadır.

(iii) Akışkana ve damlacıklara ait eksenel doğrultudaki boyutsuz hız profilleri, damlacık çapı ve yükleme katsayısından etkilenmekte olduğundan, tek fazlı serbest jetin aksine benzerlik koşulunu sağlamamaktadır.

(iv) Damlacıkların mevcudiyeti sonucu, tek fazlı jete oranla eksen konumundaki akışkan hızında bir artış olmakta, ve damlacık yükleme katsayısının büyümesi ile, konsantrasyonun fazla olduğu demet simetri eksenine yakın bölgedeki akışkan hızının artışı fazlalaşmaktadır. Ayrıca demetteki yükleme fazlalaştıkça akışkana ve damlacıklara ait radyal doğrultudaki hız bileşenlerinde azalma görülmektedir.

(v) Damlacıkların eklenmesi ile tek fazlı jete oranla demetin durgun ortamı içersine yayılması azalmaktadır. Tek fazlı jet için 0,086 olan yayılım parametresi, damlacık çapı 50 μ m ve yükleme katsayısı 1 olan iki fazlı jetlerde 0,084'e düşmektedir. Yükleme katsayısı arttırıldığında, yayılım parametresi daha da azalmaktadır. Ancak, aynı yükleme katsayısını sağlayacak şekilde damlacık çapında küçülme olduğunda, radyal doğrultudaki yayılma artmaktadır.

(vi) Akışkan ortamı ve damlacıklar arasındaki hareket miktarı aktarımı nozula yakın bölgede daha az olmakta, nozuldan uzaklaştıkça belirli bir konuma kadar artmaktadır. Eksene yakın bölgede de momentum aktarımı, eksenden uzak bölgelere oranla daha fazladır.

(vii) Püskürtmenin yapıldığı nozuldan yeterince uzaklaşıldığında damlacıkların radyal doğrultudaki difüzyonu sonucu akışkanın ve damlacıkların hız alanları arasında denge oluşmaktadır.

(viii) Damlacıkların mevcudiyeti akım alanındaki türbülans üzerinde de etki yaratmaktadır. Ancak buradaki model kapsamına damlacık çapına ve yükleme katsayısına orantılı olan bu etki dahil edilmemiş olmakla birlikte, literatürdeki deneysel veriler Reynolds gerilmelerinde bir azalma olacağını belirtmektedir (53).

Mevcut çalışmada yakıt demetlerindeki yanma öncesi durum incelenmektedir. Bu çalışmayı bir yanma modeli ile tamamlayarak kimyasal reaksiyonların yer aldığı akımları da inceleyecek şekilde, ve ayrıca damlacıkların türbülans üzerin-

deki etkilerini de dikkate alarak geliřtirmek mümkündür. Ancak geliřtirilecek teorik modelin kontrolünün sağlanabilmesi için bu konuda daha fazla deneysel veriye gerek duyulmaktadır.

Bu çalışmadan elde edilen sonuçların literatürdeki mevcut veriler ile karşılaştırılması sonucu, püskürtülen içi dolu yakıt demetleri için geliştirilen model ile bu sonuçlar arasında yeterli uyum sağlandığı görülmüştür.

EK : BİLGİSAYAR PROGRAMI AKIŞ ŞEMASI

Bu çalışmada akışkana ve damlacıklara ait tanımlanan denklem takımlarına sayısal çözüm sağlamak amacı ile kullanılan bilgisayar programının akış şeması Şekil I'de verilmiştir. Bu programda, hesapların başlatılması, kontrolü ve tamamlanması bir ana program tarafından sağlanmaktadır. Giriş verileri okunduktan sonra, ana program sırasıyla INIT, GRID ve DISTAN alt programlarını çağırarak ve (5.18) genel denklemi ile çözülecek olan bağımlı değişkenlere (u , u_p , K , k , e) ait başlangıç şartlarını, x - ω koordinat sistemindeki ω değerlerini ve akım alanında radyal doğrultudaki konumları belirlemektedir. Daha sonra ana programdaki bir çevrim içerisinde, her adımda adım boyu seçilerek, ($x_p - x_u$) hesaplama alanı, püskürtmenin yapıldığı nozul konumundan başlanılarak taranmaktadır. Aynı çevrim içerisinde demetin durgun ortam içerisine yayılım miktarı ve sınır şartları da belirlendikten sonra, PHYSU ve PHYSF alt programlarından yöneten denklemlerin difüzyon ve kaynak terimleri elde edilmekte, türbülanslı viskozite hesaplanmakta ve SOLVE alt programından sonlu farklar yöntemi ile çözüm sağlanmaktadır. Ana programda daha sonra Denklem (9.4)'ten adım sonundaki damlacık çapları belirlenmekte, DISTAN alt programından radyal yöndeki uzaklıklar hesaplanmakta, kütlenin korunumu denkleminde akışkana ve damlacıklara ait radyal hızlar bulunmakta ve STRESS alt programından Reynolds gerilmeleri hesaplanmaktadır. İstenilen x konumunda bağımlı değişkenlere ait boyutsuzlaştırılmış profiller OUTPUT alt programı çağırılarak yazıcıdan yazdırılmakta veya disk üzerinde tanımlanan bir dosyada saklanmaktadır. Ana programdaki çevrim tüm akım alanını tarayacak şekilde, belirlenen x_{son} konumuna kadar adım adım sürdürülmektedir.

INIT Alt Programı

Bazı değişkenlerin başlangıçtaki değerlerinin belirlenmesini sağlamaktadır.

GRID Alt Programı

x - ω koordinat sistemindeki ağ sistemi için düğüm noktalarını oluşturan ω değerlerini belirlemektedir.

DISTAN Alt Programı

akım alanında radyal doğrultudaki mesafeleri belirlemektedir.

PHYSU Alt Programı

önce türbülanslı viskozitenin değerini (4.8) ve (4.10) denklemlerinden sırasıyla karışım uzunluğu veya $k-\epsilon$ türbülans modelleri için hesaplamaktadır. Bu alt program daha sonra (3.4) denklemi ile tanımlanan rölatif Reynolds sayısını, (3.9) ve (3.10) ifadeleri ile toplam direnç kuvveti ve yakıt damlacıklarının buharlaşması sonucu akışkana eklenen hareket miktarını hesaplamakta, akışkana ait difüzyon ve kaynak terimlerini belirlemektedir.

PHYSF Alt Programı

öteki bağımlı değişkenlere ait (K, k, ϵ) difüzyon ve kaynak terimlerini hesaplamaktadır.

SOLVE Alt Programı

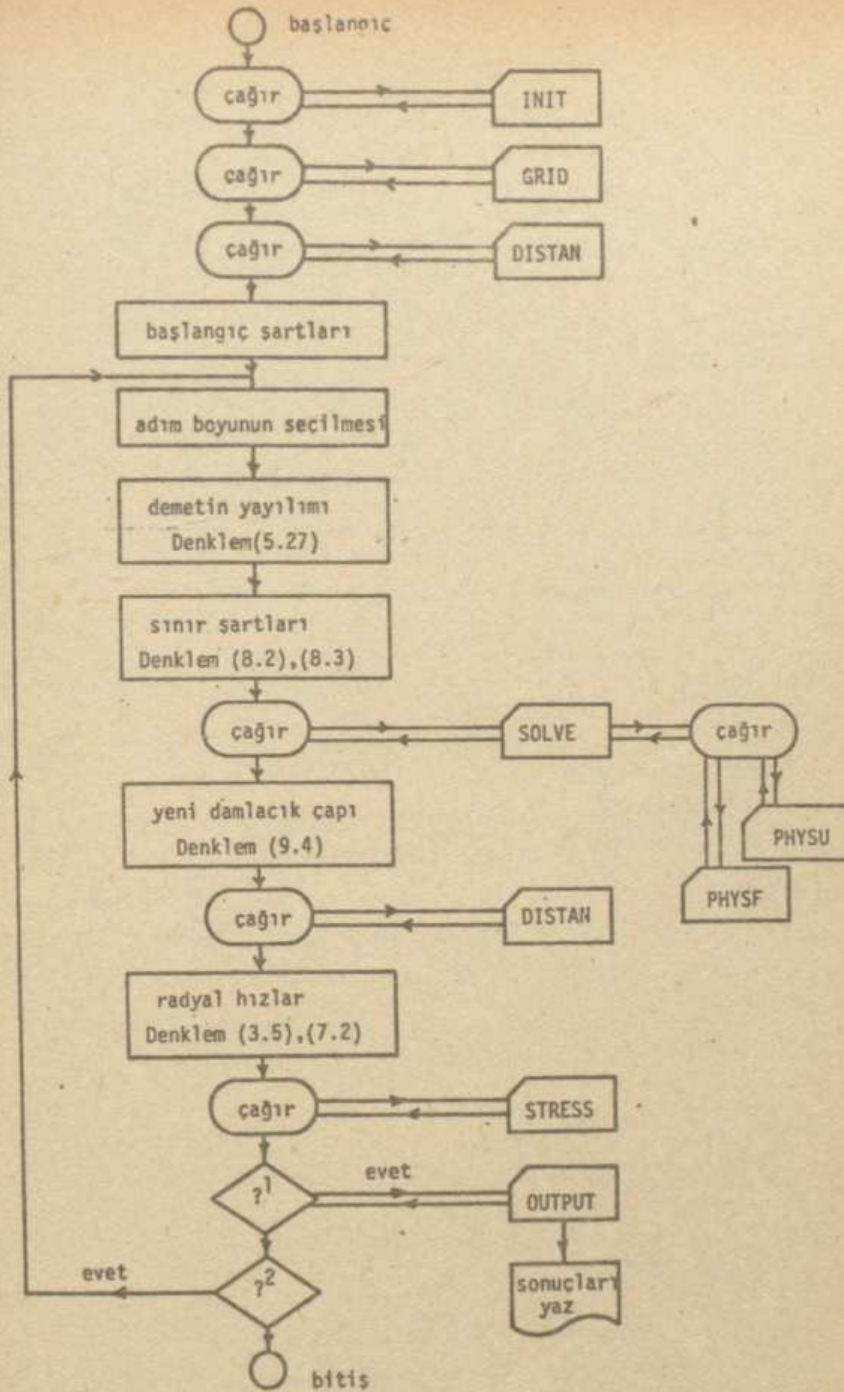
sonlu fark denklemlerindeki A_i, B_i, C_i ve D_i katsayılarını (6.21) - (6.24) ifadeleri yardımıyla hesaplamakta ve oluşturulan matrisi (Denklem 8.4), çözüm algoritmasında (Bölüm 8.2) belirtilen yöntem ile çözmektedir.

STRESS Alt Programı

lineer modelde (4.28) - (4.33) denklemlerinden veya nonlinear modelde (4.45) - (4.47) denklemlerinden yararlanılarak Reynolds gerilmelerine ait bileşenleri cebirsel denklemlerden hesaplamaktadır.

OUTPUT Alt Programı

başlangıç değerlerini ve nozuldan istenilen uzaklıktaki hız, konsantrasyon, türbülans kinetik enerjisi, türbülans enerjisi disipasyonu, viskozite, damlacık çap değerlerinin eksenden radyal uzaklık boyunca değişimini tablo halinde yazdırmaktadır.



¹ara sonuçlar yazılacak mı ?

² $x_p \geq x_{son}$?

Şekil I. Bilgisayar Programı Akış Şeması

KAYNAKLAR

1. Bracco, F.V., Applications of Steady-State Spray Equations to Combustion Modelling, AIAA Journal, Vol.12, No.11 (1974) 1534-1540.
2. Williams, F.A., Spray Combustion Theory, Combustion and Flame, Vol.3, No.2 (1959), 215-228.
3. Williams, F.A., Progress in Spray Combustion Analysis, Eight Symposium (Int.) on Combustion, The Combustion Inst., Baltimore, The Williams and Wilkins Co. (1962), 50-69.
4. Lockwood, F.C. ve Naguib, A.S., The Prediction of the Fluctuations in the Properties of Free, Round-Jet, Turbulent Diffusion Flames, Combustion and Flame, Vol.24 (1975), 109-124.
5. Gosman, A.D., Lockwood, F.C. ve Syed, S.A., Prediction of a Horizontal Free Turbulent Diffusion Flame, Sixteenth Symp. (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh, Pa. (1977), 1543-1554.
6. Spalding, D.B., Concentration Fluctuations in a Round Turbulent Free Jet, Chemical Engineering Science, Vol.26 (1971), 95-107.
7. Bracco, F.V., Gupta, H.C., Krishnamurthy, L., Santavicca, D.A., Steinberger, R.L. ve Warshaw, V., Two-Phase, Two-Dimensional Unsteady Combustion in Internal Combustion Engines: Preliminary Theoretical-Experimental Results, SAE Paper No. 760114 (1976).
8. Haselman, L.C. ve Westbrook, C.K., A Theoretical Model For Two Phase Fuel Injection in Stratified Charge Engines, SAE Paper No. 780318 (1978).
9. O'Rourke, P.J. ve Bracco, F.V., Modelling of Drop Interactions in Thick Sprays and a Comparison with Experiments, Proceeding of the Stratified Charge Automotive Engines Conference, The Inst. of Mech. Engineers, London, Pub. 085298-469 (1980).
10. Gupta, H.C. ve Bracco, F.V., Numerical Computations of Two-Dimensional Unsteady Sprays for Application to Engines, AIAA Journal, Vol.16, No.10 (1978), 1053-1061.

11. Boysan, F., İçi Boş Konik Sıvı Demetlerinde Damlacıklarla Hava Akımı Arasındaki Karşılıklı Etkiler, Doktora Tezi, İ.T.O. (1978).
12. Boysan, F., Hollow Cone Spray-Air Interaction with and without Evaporation, 2nd Multi-Phase Flow and Heat Trans. Symp., Miami Beach, Florida (1979).
13. Boysan, F. ve Swithenbank, J., Spray Evaporation in Recirculating Flow, Seventeenth Symp. (Int.) on Combustion, The Combustion Institute (1979).
14. Boysan, F. ve Binark, H., Predictions of Induced Air Flows in Hollow Cone Sprays, Trans. ASME J. Fluids Eng., Vol. 101 (1979), 312-318.
15. Ward, P., Collings, N. ve Hay, N., A Comparison of two Alternative Models for a Burning Fuel Spray and an Assessment of the Effect of Inter-Phase Slip, Nineteenth Symp. (Int.) on Combustion, The Combustion Inst. (1982), 953-959.
16. Ward, P.J., A Comparison of Alternative Models for Spray Flames, PhD Thesis, The University of Nottingham (1983).
17. Binark, H. ve Ranz, W.E., Induced Air Flows in Fuel Sprays, ASME Paper No. 58-A-284 (1958).
18. Binark, H. ve Ranz, W.E., Measuring Drop Size of Hollow Cone Sprays, Industrial and Engineering Chemistry, Vol. 51 (1959), 701-702.
19. Safgönül, B., Hava Akımına Yapılan Püskürtmede Çap Dağılımı ve Hava Hareketleri ile Karşılıklı Etkileri, Doktora Tezi, İ.T.O. (1967).
20. Becker, H.A., Hottel, H.C. ve Williams, G.C., The Nozzle Fluid Concentration Field of the Round, Turbulent, Free Jet, J. Fluid Mech., Vol. 30, No. 2 (1967), 285-303.
21. Yule, A.J. ve Chigier, N.A., Coherent Structures in Turbulent Flames, Interim Scientific Report, Univ. of Sheffield, Dept. of Chem Eng and Fuel Tech (1979).
22. Soruşbay, C., Yakıt Demetlerinde Damlacık Çap Dağılımının Ölçümü, Motor ve Taşıt Tekniği Sempozyumu, Dokuz Eylül Univ. İzmir (1984).
23. Laats, M.K. ve Frishman, F.A., Assumptions Used in Calculating the Two-Phase Jet, Fluid Dynamics, Vol. 5 (1970), 333-338.

24. Hinze, J.O., Turbulence, McGraw Hill, New York (1959).
25. Launder, B.E. ve Spalding, D.B., Mathematical Models of Turbulence, Academic Press, London (1972).
26. Cebeci, T. ve Smith, A.M.O., Analysis of Turbulent Boundary Layers, Academic Press, London (1974).
27. Prandtl, L., Bericht Ober Untersuchungen zur Ausgebildeten Turbulenz, ZAMM, Vol.5 (1925), 136.
28. Rodi, W. ve Spalding, D.B., A Two-Parameter Model of Turbulence and its Application to Free Jets, Wärme-und Stoffübertragung, Bd.3 (1970), 85-95.
29. Launder, B.E. ve Spalding, D.B., The Numerical Computation of Turbulent Flows, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.3 (1974), 269-289.
30. Rodi, W., The Prediction of Free Turbulent Boundary Layers by Use of a Two-equation Model of Turbulence, PhD Thesis, Univ. of London (1972).
31. Launder, B.E. ve Morse, A., Numerical Prediction of Axisymmetric Free Shear Flows with a Reynolds Stress Closure, Turbulent Shear Flows I, Springer Verlag (1979), 413-434.
32. Erdoğan, M.E., Boysan, E. ve Swithenbank, J., On the Prediction of Reynolds Stresses, Univ. of Sheffield, Dept of Chem Eng and Fuel Tech, Report HIC 347 (1981).
33. Schlichting, H., Boundary-Layer Theory, 6th Edition, McGraw Hill, New York (1968).
34. Patankar, S.V. ve Spalding, D.B., Heat and Mass Transfer in Boundary Layers, Morgan-Grampian Books, London (1967).
35. Spalding, D.B., GENMIX-A General Computer Program for Two Dimensional Parabolic Phenomena, Pergamon Press, Oxford (1977).
36. Marble, F.E., Dynamics of Dusty Gases, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol.2 (1970), 397.
37. Williams, P.W., Numerical Computation, Thomas Nelson, London (1973).
38. Rajaratnam, N., Turbulent Jets, Elsevier Scientific Publ. Company, Amsterdam (1976).

39. Wagnanski, I. ve Fiedler, H., Some Measurements in the Self-Preserving Jet, *J. Fluid Mech.*, Vol. 38, Pt. 3 (1969), 577-612.
40. Pope, S.B., An Explanation of the Turbulent Round-Jet/Plane Jet Anomaly, *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 3 (1978), 279-281.
41. Champagne, F.H., Harris, V.G. ve Corrsin, S., Experiments on Nearly Homogeneous Turbulent Shear Flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 41 (1970), 81-139.
42. Harris, V.G., Graham, J.A.H. ve Corrsin, S., Further Experiments on Nearly Homogeneous Shear Flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 81 (1977), 657-687.
43. Dickerson, R.A. ve Schuman, M.D., *J. of Spacecraft*, Vol. 2 (1956), 99.
44. Wise, H. ve Agoston, G.A., Literature of the Combustion of Petroleum, American Chemical Society, Washington DC (1958).
45. Williams, A., Combustion of Sprays of Liquid Fuels, Elek Science, London (1976).
46. Laats, M.K. ve Frishman, F.A., Scattering of an Inert Admixture of Different Grain Size in a Two-Phase Axisymmetric Jet, *Heat Transfer-Soviet Research*, Vol. 2, No. 6 (1970), 7-12.
47. Melville, W.K. ve Bray, K.N.C., A Model of the Two-Phase Turbulent Jet, *Int J Heat Mass Transfer*, Vol. 22 (1979), 647-656.
48. Hetsroni, G. ve Sokolov, M., Distribution of Mass, Velocity and Intensity of Turbulence in a Two-Phase Turbulent Jet, *ASME Appl. Mech. Divn. Paper No. 70-WA/APM-45* (1970).
49. Chen, C.P. ve Wood, P.E., Turbulence Closure Modelling of Two-Phase Flows, 75th AIChE Annual Meeting, Los Angeles, Calif. (1982).
50. Popper, J., Abuaf, N. ve Hetsroni, G., Velocity Measurements in a Two-Phase Turbulent Jet, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 1 (1974), 715-726.
51. Al Taweel, A.M. ve Landau, J., Turbulence Modulation in Two-Phase Jets, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 3 (1977), 341-351.

52. Elghobashi, S.E. ve Abou-Arab, T.W., A Two-Equation Turbulence Model for Two-Phase Flows, Phys. Fluids, Vol.26 No.4 (1983), 931-938.
53. Modarress, D., Tan, H. ve Elghobashi, S., Two-Component LDA Measurement in a Two-Phase Turbulent Jet, AIAA Journal, Vol.22, No.5 (1984), 624-630.

Bu çalışmanın hesapları İ.T.O. Bilgi İşlem Merkezi'nin
IBM 4341 bilgisayarında yapılmıştır.

