

85000

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TAŞITLARDA DİFERANSİYEL
DİŞLİ MEKANİZMA SİSTEMİNİN
DİNAMİK ANALİZİ
VE
KONSTRÜKSİYON DEĞERLENDİRMELERİ**

Mak. Yük. Müh. Seyyid GANI

**F. B. E. Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Konstrüksiyon Programında
hazırlanan**

DOKTORA TEZİ

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMAN YASAMA MERKEZİ**

Tez Savunma Tarihi : 3 Mart 1999

Tez Danışmanı : Prof. Necati TAHRALI (YTÜ)

Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Aybars ÇAKIR (İTÜ)

: Prof. Dr. Mustafa GEDİKTAŞ (İTÜ)

İSTANBUL, 1999

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

SEMBOL LİSTESİ	iii
TEŞEKKÜR	vi
TÜRKÇE ÖZET	vii
ABSTRACT	viii

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1. Problemin Tanımlanması	1
1.2. Literatürde Mevcut Çalışmalar	4
1.3. Tez Çalışmasının Kapsamı	8

BÖLÜM 2

BOND GRAF TEKNİĞİ ve DİŞLİ MEKANİZMALARININ MODELLENMESİNDE KULLANILMASI

2.1. Bond Graf Tekniği	10
2.1.1. Fiziksel Sistem Elemanları	13
2.1.2. Bond Graf Elemanları	15
2.1.3. Fiziksel Sistemden Bond Graf Modeline Geçiş	20
2.1.4. Sistem Değişkenlerinin Tanımlanması	24
2.1.5. Durum Denklemleri	27
2.1.6. Blok Diyagramları ve Bond Graf Modelinden Blok Diyagramlarına Geçiş	30
2.2. Dişli Mekanizmaların Bond Graf Tekniği İle Modellenmesi	32
2.2.1 Tek Kademeli Dişli Mekanizmaları	34
2.2.2. Çok Kademeli Dişli Mekanizmaları	36
2.2.3. Planet Dişli Mekanizmaları	37
2.2.4. Sürtünme Etkileri	39
2.2.5. Elastik Etkiler	42

BÖLÜM 3

TAŞIT DİFERANSİYEL DİŞLİ MEKANİZMASININ MODELLENMESİ ve SİMÜLASYONU

3.1. Taşıt Diferansiyel Dişli Mekanizması	44
3.2. Taşıt Diferansiyel Dişli Mekanizmasının Bond Graf Tekniği ile Modellenmesi	47
3.3. Sistemin Durum Denklemlerinin Elde Edilmesi	52

3.4. Sistemin Blok Diyagramları	61
3.5. Taşıt Diferansiyel Dişli Mekanizmasının Simülasyonu	65

BÖLÜM 4

TAŞIT DİFERANSİYEL DİŞLİ MEKANİZMASININ DENEYSEL OLARAK TİTREŞİM ANALİZİ

4.1. Deney Ünitesi	75
4.1.1. Elektrik Motoru (AC).....	78
4.1.2. Hız Kontrol Ünitesi (İnverter).....	80
4.1.3. Arka Köprü.....	80
4.1.4. Titreşim Analiz Cihazı ve Analog - Dijital Kart.....	81
4.1.5. Bilgisayar	81
4.2. Deneysel Olarak Titreşim Analizi	81
4.3. Deney Ünitesindeki Elemanların Çalışma Frekansları	83
4.4. Gövde Titreşimlerinin Ölçülmesi ve Değerlendirilmesi	84
4.5. Gövde ile Dişli Arasındaki Titreşim Transfer Katsayısının Bulunması.....	92

BÖLÜM 5

TEORİK VE DENEYSEL ÇALIŞMALARIN KARŞILAŞTIRILMASI VE KONSTRÜKSİYON DEĞERLENDİRMELERİ

5.1. Deney Ünitesinin Modellenmesi ve Simülasyonu.....	99
5.1.1. Sistemin Durum Denklemlerinin Elde Edilmesi	107
5.1.2. Sistemin Blok Diyagramları.....	117
5.1.3. Sistemin Simülasyon Parametreleri	120
5.1.4. Sistemin Simülasyon Sonuçları	123
5.2. Teorik ve Deneysel Çalışmaların Mukayesesi	129
5.3. Sistemin Konstrüksiyon Değerlendirmesi	142

BÖLÜM 6

SONUÇ

KAYNAKLAR.....	148
Ek 1 Bond Graf Modelinde Sadeleştirme İşlemleri.....	154
Ek 2 Bond Graf Tekniğinin Mekanik Sistemlere Uygulanışı.....	155
ÖZGEÇMİŞ	159

SEMBOL LİSTESİ

<u>SEMBOL</u>	<u>TANIMI</u>	<u>BOYUTU</u>
A	: kesit alanı	m^2
[A]	: durum değişkenleri vektörü katsayılar matrisi	-
B_{A1}	: sağ aks milinin sönümü	Nms/rad
B_{A2}	: sol aks milinin sönümü	Nms/rad
B_M	: giriş milinin sönümü	Nms/rad
B_{MA}	: konik dişli çark (ayna mahruti dişli) diş sönümü	Nms/rad
$B_{Meş}$	: giriş milindeki toplam sönüm	Nms/rad
B_p	: planet (istavroz) dişlisinin sönümü	Nms/rad
[B]	: kaynak vektörü katsayılar matrisini	-
b	: diş genişliği	m
D	: bölüm dairesi	m
DDM	: bond graf ifadesinde diferansiyel dişli mekanizması	-
d	: masura çapı	m
E	: elastiklik modülü	N/m^2
e	: bond graf ifadesinde uç değişken	-
F_{MA}	: konik dişli çarkın (ayna mahruti dişli) çevre kuvveti	N
f	: bond graf ifadesinde iç değişken	-
f_d	: rulman iç bilezik frekansı	Hz
f_i	: rulman dış bilezik frekansı	Hz
f_m	: masura frekansı	Hz
f_n	: dönme frekansı	Hz
f_r	: iç ve dış bilezik arasındaki relatif devir sayısı	d/d
f_z	: diş kavrama frekansı	Hz
G	: kayma elastiklik modülü	N/m^2
h_f	: diş dibi yüksekliği	m
I	: kesit kütle atalet momenti	m^4
$J_{A(eş)}$	: aks dişlileri kütle atalet moment matrisi	Nms^2

$J_{A(eş)}^{-1}$	: aks dişlileri kütle atalet moment matris tersi	Nms^2
J_{Ay}	: konik dişli çarkın (ayna dişlisi) kütle atalet momenti	Nms^2
$J_{Ay(eş)}$	: konik dişli çarkın eşdeğer kütle atalet momenti	Nms^2
J_{A1}	: sağ aks dişlisinin kütle atalet momenti	Nms^2
J_{A2}	: sol aks dişlisinin kütle atalet momenti	Nms^2
J_{Kav}	: elastik kavramanın kütle atalet momenti	Nms^2
J_{KM}	: kardan milinin kütle atalet momenti	Nms^2
J_M	: konik pinyon (mahruti) dişlisinin kütle atalet momenti	Nms^2
$J_{Meş}$	: giriş miline indirgenmiş eşdeğer toplam kütle atalet moment	Nms^2
J_p	: planet (istavroz) dişlisinin kütle atalet momenti	Nms^2
J_{T1}	: sağ taşıt tekerleğinin kütle atalet momenti	Nms^2
J_{T2}	: sol taşıt tekerleğinin kütle atalet momenti	Nms^2
K_{A1}	: sağ aks milinin elastikiyeti	Nm/rad
K_{A2}	: sol aks milinin elastikiyeti	Nm/rad
K_{Kav}	: elastik kavramanın elastikiyeti	Nm/rad
K_{KM}	: kardan milinin elastikiyeti	Nm/rad
K_M	: giriş milinin elastikiyeti	Nm/rad
K_{MA}	: konik dişli çarkın (ayna mahruti dişli) diş elastikiyeti	N/m
$K_{Meş}$	: giriş milindeki eşdeğer toplam elastikiyet	Nm/rad
K_p	: planet (istavroz) dişlisinin elastikiyeti	Nm/rad
M_{A1}	: sağ aks milindeki moment	Nm
M_{A2}	: sol aks milindeki moment	Nm
M_M	: giriş milinin momenti	Nm
M_p	: planet (istavroz) dişlisinin momenti	Nm
M_{T1}	: sağ taşıt tekerleğinin momenti	Nm
M_{T2}	: sol taşıt tekerleğinin momenti	Nm
n	: planet dişli sayısı	adet
P	: bond graf ifadesinde kuvvet-moment toplamı	-
R_{A1}	: sağ aks dişlisinin yatak sürtünme direnci	Nms/rad
R_{A2}	: sol aks dişlisinin yatak sürtünme direnci	Nms/rad

R_{Ay}	: ayna dişlisi ve diferansiyel kovanın yatak sürtünme direnci	Nms/rad
R_M	: giriş milindeki sürtünme direnci	Nms/rad
$R_{Meş.}$	: giriş milindeki toplam sürtünme direnci	Nms/rad
R_p	: planet (istavroz) dişlisinin yatak sürtünme direnci	Nms/rad
R_{T1}	: sağ taşıt tekerleğinin yatak sürtünme direnci	Nms/rad
R_{T2}	: sol taşıt tekerleğinin yatak sürtünme direncidir	Nms/rad
r_A	: konik dişli çark (ayna dişli) yuvarlanma dairesi yarı çapı	m
r_{A1}	: sağ aks dişli yuvarlanma dairesi yarı çapı	m
r_{A2}	: sol aks dişli yuvarlanma dairesi yarı çapı	m
r_p	: planet (istavroz) dişli yuvarlanma dairesi yarı çapı	m
r_M	: konik pinyon (mahruti) dişli yuvarlanma dairesi yarı çapı	m
S	: bond graf ifadesinde hız toplamı	-
S_e	: hız kaynağı	rad/s
TR	: bond graf ifadesinde trafo	-
T_{Dif}	: diferansiyel dişli mekanizmasının çevrim oranı matrisi	-
T_{Dif}^t	: diferansiyel dişli mekanizmasının çevrim oranı matris transpoz	-
t_{MA}	: konik dişli çark (ayna mahruti dişli) çevrim oranı	-
t_p	: aks ve planet (istavroz) dişli yuvarlanma dairesi yarı çap oranı	-
$\underline{u}$	: kaynak vektörü	-
$\underline{x}$	: durum değişkenleri vektörü	-
ω_{Ay}	: konik dişli çarkın (ayna dişlisi) açısal hızı	rad/s
ω_{A1}	: sağ aks dişlisinin açısal hızı	rad/s
ω_{A2}	: sol aks dişlisinin açısal hızı	rad/s
$\omega_G(t)$	: giriş açısal hızı	rad/s
ω_M	: giriş milinin açısal hızı	rad/s
ω_p	: planet (istavroz) dişlisinin açısal hızı	rad/s
ω_{T1}	: sağ tekerleğin açısal hızı	rad/s
ω_{T2}	: sol tekerleğinin açısal hızı	rad/s
μ	: poisson oranı	-

TEŞEKKÜR

Tezin hazırlanması esnasında, her türlü bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım tez hocam sayın **Prof. Necati TAHRALI**'ya en içten teşekkürlerimi sunarım.

Bundan başka, teorik çalışmalarım esnasında yardımlarını esirgemeyen, sayın **Prof. Dr. Fahrettin ARSLAN** ve sayın **Prof. Dr. Faris KAYA**'ya, deneysel çalışmalarımdeki katkılarından dolayı K.K.K. T1013 Ordu Donatım Ana Tamir Fabrikası Müdürü Albay **Sabahattin ERGÖNENÇ** ve fabrika yöneticilerine, ayrıca çeşitli konulardaki yardımlarından dolayı diğer değerli hocalarıma ve çalışma arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

İstanbul, 1998

Seyyid GANİ
Makina Yüksek Mühendisi

ÖZET

Bu çalışmada, taşıtlardaki diferansiyel dişli mekanizmasının kinematik ve dinamik davranışlarının incelenmesi ele alınmıştır. Diferansiyel dişli mekanizmasının hız ve moment iletimine; sürtünme, atalet ve elastikiyetin eklenmesiyle oluşturulan dinamik yapının modellenmesi ve simülasyonu gerçekleştirilmiştir. Aynı zamanda diferansiyel test ünitesinde, sistemin dinamik deney sonuçları elde edilmiştir. Titreşim Analiz Cihazıyla ölçülen titreşim genlik, hız ve ivme değerleri bilgisayara aktararak, teorik olarak elde edilen sistemin dinamik modeli ile deney sonuçları karşılaştırılmıştır.

Ele alınan diferansiyel dişli mekanizması, mekanik aktarma organlarına sahip bütün kara taşıtlarında bulunur ve tahrik momentini, tekerlere dağıtmakta kullanılır. Aslında mekanizma, kinematik olarak iki hız serbestliğine sahip konik dişli çarklı bir planet dişli sistemidir. Sisteme güç, tek bir koldan girmekte ve iki koldan çıkmaktadır. Sistemin çıkış kollarının hız ve momenti, her biri diğer kolun hızına ve momentine bağlıdır.

Mekanizmanın bağlı bulunduğu sistem hattı üzerinde bulunan diğer yapı elemanlarının elastik etkileri, ataleti ve yatak sürtünmeleri işin içine katılacak olursa, zaten kinematik yapısı hayli karışık olan sistemin dinamik yapısı daha çok karışacaktır. Böyle bir karışık yapının modellenmesi ve mekanizmanın matematiksel modelinin elde edilmesinde, diğer metotlara göre çok daha kullanışlı ve pratik bir metot olan “bond graf” tekniği kullanılmıştır.

Mekanizmaların dinamik modellerinin oluşturulabilmesi, bond graf tekniği ile büyük ölçüde kolaylaşır. İlk önce sistemin fiziksel modelinden bond-graf modeline geçilir ve daha sonra sistemin durum denklemleri bond graf ifadesinden direkt olarak yazılabilir. Durum denklemlerinin herhangi bir diferansiyel denklem çözen bilgisayar programı kullanılarak sistem cevabı elde edilebilir. Bu çalışmada, bond graf elemanlarından blok diyagramlarına geçilmiştir. Blok diyagramları ile çalışan bir paket program kullanılarak simülasyon sonuçları elde edilmiştir.

Bu çalışma, K.K.K. 1013. Ordu Donatım Ana Tamir Jip Fabrikası ve 94-B-06-01-01 sayılı proje kapsamında Yıldız Teknik Üniversitesi Araştırma Fonu tarafından desteklenmiştir. Titreşim analizi için, askeri fabrikada bir deney ünitesi kurulmuştur. Deneysel metotlardan faydalanarak, dişli mekanizma gövdesi üzerinden alınan titreşim değerlerinden sistem içindeki dişli titreşimlerine geçilmiştir. Yapılan modelleme ve simülasyonların gerçek sisteme olan yakınlığı araştırılmış ve deneysel çalışma sonucu elde edilen değerler ile simülasyon sonuçları karşılaştırılmıştır.

ABSTRACT

In this study, kinematics and dynamical behaviour of vehicle gear mechanisms are investigated. The gear system is dynamically modelled and simulated such a way to study the effect of friction, inertial and elasticity on speed and moment transmission. A test rig was set up to study dynamical behaviour of the gear system. Then the experimental results are compared with the theoretical predictions obtained from the theoretical simulation.

The gear system studied in this thesis is used in all road vehicles to transform the moment that comes from the mechanical transfer units to the wheels. Actually, the so-called differential gear system has two degrees of freedom of speed and is a planed gear mechanism of conical gears. The power goes into the system at one point and is discharged at two different points. The values of speed and moment at outlets are depending on the input figures.

By including elasticity, inertial and frictional effect of the machine parts that involve power transmission, complex kinematics structure of the system becomes a much more complex dynamical structure. “Bond Graph” technique for modelling and mathematical formulation of this complex system is employed and its handier and more practical when compared with the other methods.

Bond Graph technique is suitable to include kinematics, dynamics and the other properties of the system elements into the modelling and formulations. The formulations of the mechanisms become more practical or less complicated by the Bond Graph. First, the Bond Graph modelling has been based upon physical modelling and then the equations of the motion are drawn from the Bond Graph modelling. Then the responds of the system have been archived by any coupling programme that solves linear differential equations. In this study, a computer program that uses Bond Graph elements and blocks directly for simulations has been used for theoretical predictions.

A rig has been set up for an experimental investigation at the site of Military Jeep Factory (KKK 1013. Ordu Donatım Ana Tamir Fabrikası). This study was supported by the Military Jeep Factory and Research Fund Department of Yıldız Technical University (Contact Number 94-B-06-01-01). The vibration of the gears inside the gearbox has been determined by using the experimental data measured in the gearbox. Finally, the theoretical predictions of the simulated system were compared with the experimental results.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1. Problemin Tanımlanması

Son yıllarda bilgisayar teknolojisinde sağlanan hızlı gelişmeler sayesinde, sistemlerin modellenmesi, analizi ve tasarımında büyük ölçüde kolaylıklar sağlanmıştır. Kişisel bilgisayarların kapasitelerinin artmasıyla simülasyon programlarının bu bilgisayarlarda kullanılabilme imkanı ve sonuçların yüksek doğrulukta elde edilebilmesi mümkün hale gelmiştir. Bundan dolayı fiziksel sistemlerin tasarımı ve analizinde kullanılan simülasyon programları hızla çoğalmakta, bu programlara olan ihtiyaç hızla artmaktadır. Ancak bu imkandan yeterince faydalanabilmek için, fiziksel sistemin bilinen kullanışlı ve uygun bir modelleme tekniği kullanılarak sistem modelinin elde edilmesi gerekmektedir. Bu sistem modeline uygun bir bilgisayar simülasyon programı seçilmesi veya sistem modelinin seçilen bilgisayar simülasyon programına uygun hale getirilmesi, sistem cevabını görmek için yeterlidir. Ayrıca sistem modeli; dinamik cevap ve verim analizinin yapılabilmesine, dizayn maliyetinin kolayca tahmin edilebilmesine ve modern kontrol ve optimizasyon teorisinin uygulanması için bir temel teşkil edilmesine imkan sağlamaktadır.

Sistem modelinin elde edilmesinde kullanılan metot ve tekniklerden biri de “bond graf” tekniğidir. Bond graf tekniği, daha çok Elektrik Mühendisliğinde kullanılmakta olan lineer graf yöntemine sistem olarak benzemektedir. Fakat daha kolay ve uygulanabilir olması ve bunun yanında bütün mühendislik sistemlerinde kullanılabilir olması bond graf tekniğini üstün kılmaktadır. Fiziksel olarak tanımlanabilen bütün sistemler için geçerlidir.

Bond graf tekniği, ilk olarak M.I.T. Makine Mühendisliğinden Prof. Henry Paynter tarafından 1959 yılında gündeme getirilmiştir. Paynter (1961) tarafından "bond graf" olarak adlandırılan bu metottaki temel düşünce; bir sistemde birbirlerine bağlı fiziksel elemanlar arasında güç ve enerji alışverişine dayanır. Bu işlemler yapılırken, enerji ve enerjinin çeşitli fiziksel durumlara dönüşmesi özelliğinden yararlanılır.

Bond graf tekniği, mekanizmaların kinematik ve dinamiğini, diğer sistem bileşenlerinin etkilerini de tasvir eder bir şekilde gösterilmesine imkan sağlamaktadır. Mekanizmaların dinamik modellerinin oluşturabilmesi, bu gelişme sayesinde büyük ölçüde kolaylaşır. İlk önce sistemin bond grafi oluşturulur ve daha sonra sistemin durum denklemleri bond graf ifadesinden direkt olarak yazılabilir. Durum denklemlerinin herhangi bir bilgisayar simülasyon programında çözülmesiyle sistem cevabı elde edilir. Durum denklemlerine gerek kalmadan direkt olarak sistem cevabını elde ettiğimiz Tutsim, Enport gibi bilgisayar yazılımları da kullanılabilir. Bunun yanında Matlab altında çalışan Simulink bilgisayar yazılımı ile bond graf elemanlarından blok diyagramlarına geçilerek sistem cevabı elde edilebilir.

Bu tez çalışmasında bond graf tekniği kullanılarak, taşıt diferansiyel dişli mekanizma sistemin hız ve moment iletimine; sürtünme, atalet ve elastikliğin eklenmesiyle oluşturulan bir dinamik model ortaya konulmuştur. Bunun için önce, bond graf tekniği anlatılmış ve dişli çark mekanizmalarının kinematik ve dinamik yapısı bond graf tekniği çerçevesinde ele alınmıştır. Bu kısım tek veya çok kademeli dişli çark mekanizmaları ve planet dişli çark mekanizmalarını kapsamaktadır.

Taşıt diferansiyel dişli mekanizma sistemi, genellikle bütün kara taşıtlarında kullanılır. Mekanizma, iki serbestlik derecesine sahip konik dişli çarklı bir planet dişli sistemidir. Dişli mekanizma sistemlerinin çalışması esnasında meydana gelen dinamik faktörler, elastik diş deformasyonları ile imalat ve montaj hatalarından meydana gelmektedir. İmalat ve montaj hataları, dişli sistemlerindeki dinamik etkenlerin azaltılmasında

önemli bir rol oynar. Hatasız dişli imalatı söz konusu olmamakla birlikte, dişlilerdeki imalat hataları DIN 3961'e göre sınıflandırılmıştır.

Dişlilerin çalışması esnasında dişler üzerinde, dönme momentinden dolayı meydana gelen yük haricinde dinamik yükler de tesir etmektedir. Dişli ana kanununa göre düzgün hareket iletimi sağlansa bile elastik diş deformasyonu sebebiyle dinamik yük etkileri meydana gelmektedir. Çünkü, kavrama durumundaki dişlilerde elastik deformasyondan dolayı, profil normali üzerindeki normal hızların eşitlik değeri bozulmakta ve arkadan gelen diş çiftinin kavramaya girmesi darbeleri olmaktadır. Ayrıca; profil hatası, adım hatası, eksen kaçıklığı gibi imalat hataları ile montaj hataları da dinamik yükün artmasına sebep olmaktadır.

Bu tez çalışması, 94-B-06-01-01 sayılı ve "Taşıtlarda Diferansiyel Mekanizma Sisteminin Dinamik Analizi" adlı proje kapsamında Yıldız Teknik Üniversitesi Araştırma Fonu tarafından desteklenmiştir. Dişli sistemlerinde titreşim ve gürültü seviyesinin tespiti ve buna bağlı olarak sistem performansının incelenmesi ve artırılması için Kara Kuvvetleri Komutanlığı 1013. Ordu Donatım Ana Tamir Jip Fabrikası ile Yıldız Teknik Üniversitesi arasında yapılan işbirliği kapsamında askeri fabrikada bilgisayar destekli bir deney seti kurulmuştur.

Titreşim analizi için, dişli üzerinden direkt ölçüm yapmak çok avantajlı olmasına rağmen, titreşim algılayıcı cihazların yerleştirilmesi ve ölçümün yapılması açısından oldukça zordur. Direkt ölçüm değerleri yerine genellikle dişli kutularındaki veya yataklarındaki titreşim ivme değerleri kullanılarak, kutu içerisindeki dişli titreşimlerinin yaklaşık değerleri elde edilir (Umezewa et al 1988). Deneysel metotlardan faydalanarak, dişli mekanizma gövdesi üzerinden alınan titreşim değerlerinden sistem içindeki dişli titreşimlerine geçilmiştir. Gövde üzerinden alınan titreşim değerleri, kutu içerisindeki hangi elemandan kaynaklandığını (dişli çarklar veya yataklar gibi) titreşim analizi yoluyla tespit edilmiştir.

Tez çalışmasında, taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının teorik ve deneysel olarak titreşim analizi yapılmıştır. Yapılan modelleme ve simülasyonların gerçek sisteme olan yakınlığı araştırılmıştır. Aynı zamanda deneysel çalışma sonucu elde edilen değerler ile simülasyon sonuçları karşılaştırılmıştır.

1.2. Literatürde Mevcut Çalışmalar

Bond graf yöntemi, dinamik sistemlerin modellenmesi, analizi ve kontrolüne yeni bir yaklaşım getirmek amacıyla MIT Makine Mühendisliğinden Prof. Henry Paynter tarafından 1959'da gündeme getirilmiştir. Rosenborg (1965), Karnopp (1967), Thoma (1971) yaptıkları çalışmalar ile yöntemin gelişmesine ve geniş ölçüde tanınmasına katkıda bulunmuşlardır. Bu metot üzerinde bazı çalışmalar yapan Karnopp (1968,1975), Rosenberg (1971) ve Thoma (1975) bilhassa dinamik sistemlerin durum modellerini bulmak üzere bazı tanımlar yaparak çeşitli mühendislik dallarına uygulamışlardır. Bond graf tekniğini mekanik mühendisliğe uygulamak için mekanik elemanların dinamik sistem içinde nasıl davranacağı konusu çok iyi bilinmesi gerekmektedir. Bu yüzden bond graf tekniği daha çok makine mühendislerini ilgilendirmiştir.

Yöntemin mekanik sistemler dışındaki alanlara rahatça uygulanabilir olması, yöntemin diğer alanlara uygulanmasını içeren birçok çalışma yapılmasına neden olmuştur. Thoma (1971), Breedveld (1982), Dixhoorn (1982) yöntemin termodinamik alanına da uygulanmasını gösteren çalışmalar yapmışlardır. Yöntemin hidrolik sistemlere uygulanmasını içeren ilk çalışmalara örnek olarak Dransfield (1975), Karnopp (1975) tarafından yapılan çalışmalar gösterilebilir.

Rosenborg (1971), yaptığı çalışmada çok kapılı elemanları içeren sistemlerin durum denklemlerinin nasıl elde edileceğini gösterirken, Karnopp (1979) dinamik sistemlerin kontrolünde bond graf yöntemini kullanarak gözlemci dizaynının nasıl yapılacağını içeren bir çalışma yapmıştır.

Allen et al (1977) enerji durum fonksiyonlarındaki fiziksel koordinatlar arasında çok yüksek dereceden nonlineerlik bulunan fiziksel sistemleri bond graf yöntemiyle modelleyerek benzetim çalışmalarına uygun Lagrange ve Hamilton denklemlerinin elde edilmesini sağlayan bir yöntem geliştirmiştir. Yöntemin esası, sistemdeki bağımlı hızların genelleştirilmiş koordinatlar ve bunların hızları cinsinden ifade edilmesine dayanır. Elemanların uç denklemlerinde türev bağıntısının olması, bilgisayar simülasyonunda olumsuz etkiler meydana getirir. Bu tip sistemlerin bond graf modellerindeki bu problemin nasıl giderileceği de yine Allen (1979) ve (1981) tarafından yapılan çalışmalarla çözümlenmiştir.

Tiernego (1978) ise üç eksenli dönme hareketi yapan bir tablanın modellemesini bond graf yöntemi ve lagrange yöntemi ile yaparak her iki yöntemin arasındaki benzeşim ve farklılıkları vurgulamıştır. Karnopp ve Rosenborg (1983), Kalindi (1990) tarafından yapılan çalışmalar ise yöntemin akustik alana uygulanmasını içermektedir.

Karnopp ve Rosenberg (1975) bond graf yöntemini kullanarak sistem dinamiği konusunda bir eser yayınlamışlardır. Mekanik, elektrik, hidrolik, termodinamik ve akustik gibi farklı uygulama alanlarını içeren eser bond graf yöntemi hakkında ilk temel kaynak sayılabilir. Karnopp ve Rosenborg (1983) bu alanda benzer çalışmaları içeren bir eser daha yayınlamışlardır. Thoma (1990) tarafından yayınlanan kitap ise yöntemin çeşitli mühendislik alanlarına etkin olarak uygulanabileceğini göstermektedir. Bu eser sistem modellerinin oluşturulmasının yanında bilgisayar benzetim çalışmalarını da içermektedir.

Yukarıda tarihi gelişimi içinde bahsedilen kaynaklar, alanlarında ilk sayılabilecek yayınlardır. Bunların haricinde yöntemin çeşitli mühendislik alanlarına uygulamasını içeren yüzlerce makale ve yayın mevcuttur. (Breedveld, 1991)

Türkiye’de ise bond graf yöntemi ile ilgilenen ilk araştırmacı N.Şen’dir. Şen (1975), yaptığı çalışmada bond graf yönteminin teorisi ile ilgili bilgiler vermiştir. Şen (1977),

yaptığı bu çalışmada ise dinamik sistemlerin modellenmesi ve bilgisayar benzetim çalışmalarına örnekler vermiştir.

Arslan (1985), yaptığı çalışmada ise bond graf yöntemine yeni bir yaklaşım getirmiştir. Daha önceki araştırmacılar bond graf tekniği üzerinde yapılan çalışmalarda kütle endüktans benzeşimini kullanmışlardır. Bu benzerlikte, mekanik sistemde fiziksel elemanlar art arda bağlı (her bir elemanın ucu, zincir şeklinde diğer elemanın ucuna bağlı) ise paralel ve uç uca bağlı (elemanların bir taraftaki uçları ortak, diğer taraftaki uçları da kendi aralarında ortak olarak bağlı) ise seri olarak kabul edilmektedir. Halbuki bu analogi derin bir mekanik bilgisi gerektirir ve diğer sistemler arasında uyumsuzluğa sebep olur. Mesela, elektrik sistemlerde fiziksel elemanlar art arda bağlı ise seri ve uç uca bağlı ise paraleldir. Bu durum sistemler arasında uyumsuzluğa yol açar. Bu durumu ortadan kaldırmak için Arslan (1985) tarafından geliştirilen kütle kapasite benzeşimi kullanılmıştır. Böylece bütün sistemlerde, fiziksel elemanlar art arda bağlı ise seri ve uç uca bağlı ise paralel kabul edilecektir. Arslan (1985) bu çalışmasında ayrıca lineer graftaki dal-kirişe karşılık nokta-çizgi kavramlarını tanımlamış ve herhangi bir mühendislik dalına rahatça uygulanabilir metodik bir yöntem geliştirmiştir.

Yağız (1993), bond graf yöntemini kullanarak taşıt süspansiyon sistemlerinin modellemesini yapmıştır. Yaptığı bilgisayar benzetim çalışmalarında amortisörlerde boşluk hali, kuru sürtünme bulunması ve sert yay hali gibi non-lineer durumların seyir konforuna etkisini incelemiştir.

Dişli dinamiği, özellikle dişli titreşimleri ile ilgili çalışmalar, 1960'dan sonra görülmeye başlamıştır. İlk dişli dinamik modelini Tuplin (1962) ortaya koymuştur. Dişli dinamiğinde göz önüne alınan matematik modellerin bazıları; dişe dayalı dinamik model, komple dinamik dişli modeli ve dişli rotor dinamik modelidir. Dişe dayalı dinamik modelde, temasta bulunan bir dişli çiftinin diş rijitliği göz önüne alınmakta olup, shaft ve yatak elastikiyeti ihmal edilmektedir. Komple dişli dinamik modelinde, diş

çiftinin rijitliği ile birlikte şaft ve yatak elastikiyetleri de göz önüne alınmaktadır. Dişli rotor dinamiğinde ise dişliyle birlikte dönen rotor da göz önünde bulundurulmaktadır.

İchimarü (et al, 1974) ve Terauchi (et al, 1974) tarafından dişli çarkların burulma titreşimlerine dayanan analitik bir model dinamik yüklerin hesabında kullanılmıştır. Daha sonraki yıllarda da dişli dinamiği ile ilgili, kullanım amacına göre değişiklik gösteren bir çok çalışma ve matematik modelleme yapılmıştır. Cornell (et al, 1978), Eicher (et al, 1980), Kasuba (et al, 1981), Wang (1981) ve Bahgat (et al, 1983), burulma titreşimlerine dayanan tek serbestlik dereceli toplanmış parametrelî dinamik bir model üzerinde çalışmışlardır. Houser ve Özgüven (1988) ise burulma titreşimlerine dayanan tek serbestlik dereceli lineer olmayan dinamik bir model kullanmıştır.

Titreşim analizi yapılarak dişlilerdeki hataların tespit edilmesiyle ilgili Randall (1975, 1982, 1984) önemli çalışmalar yapmıştır. Randall ve Mc Fadden (1985) gibi bazı araştırmacılar deneysel yaklaşımlarda bulunmuş, Remmers (1978) ve Mark (1978)'ında aralarında bulunduğu büyük bir çoğunluk ise matematik model ve simülasyona dayalı araştırmalar yapmışlardır.

Titreşim analizi için, direkt olarak dişli üzerinden ölçüm yapmak en uygun metot olmakla birlikte, titreşim algılayıcıların dişli çarkın dişi üzerine yerleştirilmesi ve ölçüm yapılması oldukça zordur. Direkt titreşim ölçüm değerleri yerine, genelde dişli kutusundaki veya yataklardaki dış titreşim değerleri kullanılarak, yaklaşık değerler elde etme yoluna gidilmektedir. Bu konuda, Umezawa (et al, 1988) önemli bir yaklaşımda bulunmuştur.

Güçlü (et al, 1996) ölçülen titreşim ivmeleri ve açısal konum yardımıyla hatalı diş tespiti konusunda önemli sonuçlar elde etmiştir. Dijital filitasyon yapılarak, dişli kutusu üzerinden ölçülen titreşimlerin hangi elemanlardan kaynaklandığı ve toplam titreşime bu elemanların ve harmoniklerinin ne kadar katkı sağladığı araştırılmıştır.

1.3. Tez Çalışmasının Kapsamı

Tezin giriş bölümünde, konuyla ilgili olarak geçmişte yapılan çalışmalar özetlenmiştir. Çalışmalardaki teorik yaklaşımlar, yapılan kabuller ve çalışmalardan elde edilen sonuçlar anlatılmıştır.

İkinci bölümde, tezin konusuyla yakından ilgili olması nedeniyle kütle-kapasite analogisi kullanılarak bond graf tekniğinin teorisi hakkında özet bilgi verilmiştir. Dişli mekanizmaların modellenmesi ve simülasyonunda bond graf tekniğinin kullanılması anlatılmıştır. Dişli mekanizmaların kinematik ve dinamik yapısı incelenmiştir. Bu kinematik yapı üzerine bond graf modelinin nasıl inşa edileceği ele alınmıştır. Ayrıca sistemimizin bilgisayar simülasyonunun yapılabilmesi için gerekli düzenlemelerin üzerinde durulmuştur.

Üçüncü bölümde, taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının modellenmesi ve simülasyonu ele alınmıştır. Çalışmalarımızda K.K.K. 1013 Ordu Donatım Ana Tamir Fabrikasında üretilen T-Model askeri jip'teki değerler kullanılarak, T-Model askeri araçtaki diferansiyel dişli mekanizmanın matematik modeli oluşturulmuştur. Elde edilen model üzerinden sistemin durum denklemleri çıkartılmıştır. Simülasyon için sistemin blok diyagramları elde edilmiştir. Matlab altında çalışan Simulink bilgisayar programı ile sistemin simülasyonu yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar grafikler halinde sunulmuştur.

Dördüncü bölümde, dişli sistemlerinde titreşim ve gürültü seviyesinin tespiti ve buna bağlı olarak sistem performansının incelenmesi ve artırılması için Kara Kuvvetleri Komutanlığı 1013. Ordu Donatım Ana Tamir Jip Fabrikası ve Yıldız Teknik Üniversitesi işbirliği ile tarafımızdan kurulan deney ünitesi hakkında bilgi verilmiştir. Taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının deneysel olarak titreşim analizi yapılmıştır. Askeri fabrikada kurulan deney seti kullanılarak, diferansiyel dişli mekanizma gövdesi üzerinden titreşim ivme değerleri ölçülmüştür. Titreşim analizi için, sistemdeki her bir elemanın çalışma frekansı hesaplanmıştır. Gövde ile dişli arasındaki titreşim transfer

katsayısı deneysel olarak bulunmuştur. Gövde üzerinden alınan titreşim değerleri, kutu içerisindeki hangi elemandan kaynaklandığını (dişli çarklar veya yataklar gibi) titreşim analizi yoluyla tespit edilmiştir.

Beşinci bölümde, K.K.K. 1013 Ordu Donatım Ana Tamir Fabrikası'nda kurulan diferansiyel dişli mekanizma deney ünitesinin bond graf tekniği ile sistem modeli oluşturulmuştur. Üçüncü bölümde modellenen taşıt diferansiyel dişli mekanizma modeline, deney ünitesinde kullanılan diğer elemanlar ve sistemdeki dişli çark çiftlerinin diş elastikiyeti ilave edilmiştir. Elde edilen deney ünitesi bond graf modeli üzerinden sistemin durum denklemleri çıkartılmıştır. Simülasyon için sistemin blok diyagramları elde edilmiştir. Diş elastikiyetini hesaplamak için diş geometrisine bağlı olarak bazı ampirik formüller verilmiştir. Simülasyonda kullanılacak parametreler hesaplanmıştır. Sistemdeki hız kaynağı lineer artan bir fonksiyon ve DC motor olarak tanımlanmıştır. Matlab altında çalışan Simulink bilgisayar programı ile sistemin simülasyonu yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar grafikler halinde sunulmuştur. Deney ünitesinin bond graf modeli üzerinden Simulink bilgisayar programı yardımı ile ayna dişlisi üzerindeki titreşim deplasmanı elde edilmiştir. Teorik olarak tespit edilen ayna dişlisinin titreşim deplasmanı ile deney ünitesinde titreşim analiz cihazı ile kutu üzerinden ölçülerek elde edilen titreşim deplasmanları karşılaştırılmıştır. Elde edilen simülasyon sonuçları açısından taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının konstrüksiyon değerlendirilmesi yapılmıştır.

Altıncı bölümde, tez çalışması sonuçlarının değerlendirilmesine yer verilmiştir. Elde edilen sonuçların şimdiye kadar ki çalışmalarla uygunluk ve farklılık gösterdiği noktalar belirtilmiştir. Elde edilen deneysel ve teorik sonuçların mukayesesi yapılarak teorik modelin gerçeğe uygun olup olmadığı tartışılmıştır. Gelecekte yapılabilecek dişli sistemlerin dinamik modellerinin oluşturulması çalışmalarda bond graf tekniğinin de kullanılabileceğine dikkat çekilmiştir. Bu doktora çalışması gelecekteki çalışmalara ışık tutmaktadır.

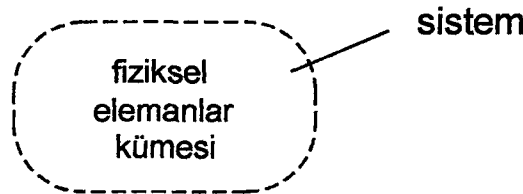
BÖLÜM 2

BOND GRAF TEKNİĞİ ve DİŞLİ MEKANİZMALARININ MODELLENMESİNDE KULLANILMASI

2.1. Bond Graf Tekniği

Farklı mühendislik alanlarına ait fiziksel sistem elemanlarının davranış karakteristikleri arasında benzerlik kurulabilir. Bu benzerlikten yararlanarak değişik mühendislik sistemleri aynı fiziksel kurallarla modellenebilirler. Bond graf tekniği bu düşünceyle ortaya çıkan bir sistemde birbirine bağlı fiziksel elemanlar arasındaki güç ve enerji alışverişine dayanan bir modelleme tekniğidir.

Sistem, çeşitli türden enerji modları içeren sonlu sayıda fiziksel elemanın belirli bir görevi yerine getirmek üzere oluşturdukları fiziksel bağlantılar kümesidir (Şekil 2.1). Sistemi oluşturan fiziksel elemanlar, davranış karakteristiklerini gösteren bir kimliğe sahiptir. İdeal olarak düşünülen bu elemanların davranış karakteristikleri sisteme bağlanış tarzından bağımsızdır.(Tokad,1986)



Şekil 2.1.Fiziksel elemanlar kümesi

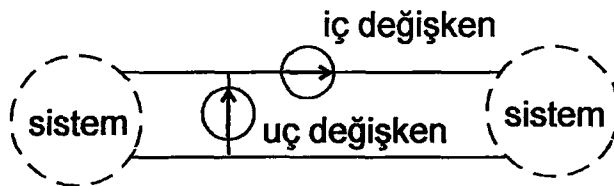
Sistemin bond graf modeli, davranış karakteristikleri belirlenmiş elemanların sistem içindeki bağlantı tarzlarını göstermek suretiyle sistemdeki enerji dağılımını gösteren ve

sistem davranışını tanımlayan bir ifade şeklidir. Doğru olarak oluşturulmuş bir bond graf modeli, sistemin dinamik davranışlarının belirlenmesi, verim analizinin yapılması, modern kontrol ve optimizasyon teorilerinin uygulanması gibi çalışmalara temel teşkil eder. Bu bakımdan sistem tasarımı ve analizinde deneysel çalışmalar kadar, modelleme ve bilgisayar benzetim çalışmaları da büyük bir önem arz etmektedir.

Fiziksel sistemi meydana getiren elemanlar arasında enerji ve gücün alış verişini sağlayan iki temel değişken, uç ve iç değişken mevcuttur.

Uç Değişken; Uç değişkeni ölçmek için fiziksel sistem devresinde ölçü aletini paralel bağlayarak, iki uçtan ölçüm yapılır (Şekil 2.2). Bu sebeple bu değişkene uç değişken adı verilir. Uç değişkene örnek olarak elektrikte gerilim, mekanikte hız ve açısal hız, hidrolikte basınç verilebilir.

İç Değişken; İç değişkeni ölçmek için fiziksel sistem devresinde ölçü aletini seri bağlayarak, içten ölçüm yapılır (Şekil 2.2). Bu sebeple bu değişkene iç değişken adı verilir. İç değişkene örnek olarak elektrikte akım, mekanikte kuvvet ve moment, hidrolikte debi verilebilir.



Şekil 2.2. Uç ve iç değişkenin tanımı

Yukarıda uç ve iç değişkenlerin tanımlaması ölçü aletlerinin bağlantı tarzına göre tanımlanmıştır. Bu tanımlamanın tersi de mümkündür. Bu tarz yapılan tanımlamalar literatürde mevcuttur. Bu tezde, fiziksel sistem elemanlarının seri ve paralel bağlantı tarzı göz önüne alınarak, kuvvet iç değişken ve hız uç değişken olarak kabul edilmiştir.

Bir sistem içindeki uç ve iç değişkenlerin çarpımı gücü;

$$P = e \cdot f \quad (2.1)$$

verir. Burada e uç değişken ve f iç değişkeni göstermektedir. Bu sebeple sistem değişkenlerine güç değişkenleri de denilmektedir. Enerji, gücün zamana göre entegraline;

$$E = \int_0^t P = \int_0^t e \cdot f \cdot dt \quad (2.2)$$

eşittir. Sistem değişkeni e ve f 'nin enerji değişkenleri cinsinden ifadeleri;

$$e = \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{ve} \quad f = \frac{dq}{dt} \quad (2.3)$$

yazılırsa enerji;

$$E = \int_0^t f \cdot d\Phi \quad \text{ve} \quad E = \int_0^t e \cdot dq \quad (2.4)$$

elde edilir. Değişik mühendislik alanlarına ait sistem değişkenleri ile bunlara ait güç ve enerji bağıntıları Tablo 2.1'de görülmektedir.

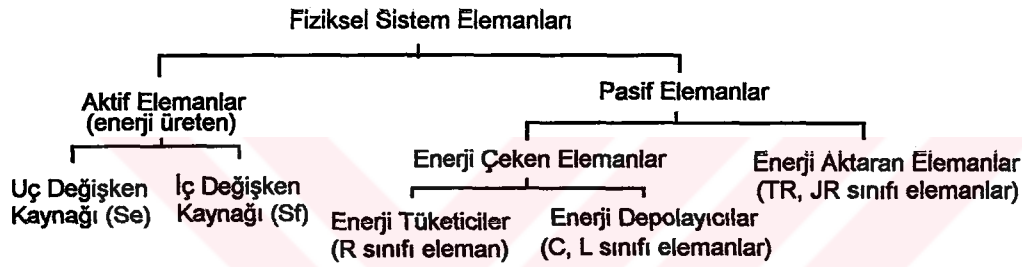
Tablo 2.1. Değişik mühendislik alanlarına ait sistem değişkenleri ile bu değişkenlere ait güç ve enerji bağıntıları

Genel	Sistem Değişkenleri		Enerji Değişkenleri		Güç ve Enerji Bağıntıları
	Uç Değişken e	İç Değişken f	Deplasman Φ	Momentum Q	
Elektrik	Gerilim U (V)	Akım I (A)	Akı Φ (V.s)	Yük q (A.s)	$P = u \cdot i$ (W) $E = \int u \cdot i \, dt$ (W.s)
Mekanik (doğrusal)	Hız V (m/s)	Kuvvet F (N)	Deplasman x (m)	Momentum q_v (N.s)	$P = v \cdot F$ (Nm/s) $E = \int v \cdot F \, dt$ (Nm)
Mekanik (döner)	Açısal Hız ω (rd/s)	Moment M (N.m)	Açı θ (rd)	Açısal Mom. q_w (N.m.s)	$P = M \cdot \omega$ (Nm/s) $E = \int M \cdot \omega \, dt$ (Nm)
Hidrolik	Basınç P (N/m ²)	Debi Q (m ³ /s)	Hacim V (m ³)	Momentum Γ (N.s/m ²)	$P = P \cdot Q$ (Nm/s) $E = \int P \cdot Q \, dt$ (Nm)
Termik	Sıcaklık T (°K)	Isı Debisi Q_t (J/s)	Isı H (J)		$P = Q_t$ (J/s) $E = \int Q_t \, dt$ (J)

2.1.1. Fiziksel Sistem Elemanları

Bond graf tekniğinde fiziksel sistem elemanları sistemin yapı taşlarını oluşturmaktadır. Daha önce belirtildiği gibi bu elemanlar sistem içinde belirli bir görevi yerine getirecek şekilde uçları ile birbirlerine bağlıdır.

Fiziksel sistemin davranışını belirleyen sistem elemanları, enerji karakteristikleri bakımından aktif ve pasif elemanlar olmak üzere iki ana gruba ayrılırlar. Bu iki temel gruba giren elemanların sınıflandırılması Şekil 2.3’de görülmektedir.



Şekil 2.3. Fiziksel sistem elemanlarının enerji karakteristikleri bakımından sınıflandırılması

Ürettikleri enerjiyi bağlı bulundukları sisteme vererek sistemi uyaran elemanlara **aktif eleman** denir. Bu elemanlara aynı zamanda kaynak adı da verilir. İç ve uç değişken kaynağı olmak üzere iki tip fiziksel kaynak vardır.

Mekanik sistemlerde hız ve açısal hız, elektrik sistemlerde gerilim, hidrolik sistemlerde basınç, termik sistemlerde sıcaklık büyüklükleri **uç değişken kaynağı** olarak adlandırılır. Uç değişken kaynağında, uç değişken sistemden bağımsızdır. İç değişken ise sisteme bağımlı olarak değişir.

Mekanik sistemlerde kuvvet ve moment, elektrik sistemlerde akım, hidrolik sistemlerde debi, termik sistemlerde ısı debisi büyüklükleri **iç değişken kaynağı** olarak adlandırılır.

İç değişken kaynağında; iç değişken sistemden bağımsız iken, uç değişken sisteme bağımlı olarak değişir.

Aktif elemanlar tarafından sisteme verilen enerjiyi kullanan elemanlara **pasif eleman** denir. İki tip pasif eleman vardır. Bunlar enerji çeken elemanlar ile enerji aktaran elemanlardır. Enerji çeken elemanlar kendi aralarında enerji depolayan ve enerji tüketen elemanlar olarak iki sınıfa ayrılırlar.

Enerji tüketen elemanlar, R (direnç) sınıfı elemanlar olarak adlandırılırlar. Mekanik sistemlerde sürtünme, elektrik sistemlerde direnç, hidrolik sistemlerde hidrolik direnç, termik sistemlerde termik direnç bu sınıfa giren elemanlardır. Sistemden daima enerji çekerler. Çektikleri enerjiyi ısı enerjisine dönüştürerek harcarlar. Bu tip elemanlar başlangıç şartlarında herhangi bir enerjiye sahip olamayacaklarından, herhangi bir t anında başlangıç şartlarından bağımsız hareket ederler.

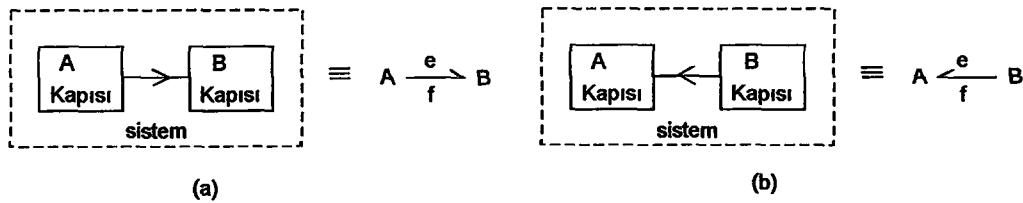
Enerji depolayan elemanlar, sistemden çektikleri enerjiyi depolayıp tekrar kayıpsız olarak sisteme geri verirler. Bu elemanlar başlangıç şartlarında birikmiş enerjiye sahip olabileceklerinden dolayı, herhangi bir t anındaki davranışları başlangıç şartlarına bağlıdır. Sistemin davranışı bu elemanların uç ve iç değişkenlerinin davranışlarıyla yakından ilgili olduğundan, bu elemanların iç ve uç değişkenlerinin bir bölümü sistemin durum değişkenlerini oluştururlar. Bu elemanlarda C (kapasite) ve L (endüktans) sınıfı elemanlar olmak üzere ikiye ayrılırlar. Mekanik sistemlerde kütle veya atalet, elektrik sistemlerde kapasite, hidrolik sistemlerde hidrolik kapasite, termik sistemlerde termik kapasite, kapasite sınıfına giren elemanlardır. Mekanik sistemlerde yay, elektrik sistemlerde endüktans, hidrolik sistemlerde hidrolik endüktans, endüktans sınıfına giren elemanlardır.

Enerji aktaran elemanlar, sistemdeki bir enerji kapısından çektikleri enerjiyi harcamadan başka bir enerji kapısına aktarırlar. Genel olarak iki tip enerji aktaran eleman vardır. Bunlar TR (trafo) ve JR (jirator) sınıfı elemanlar ile tek yönlü enerji

aktaran elemanlardır. Trafo sınıfı elemanlar, sistem içindeki bir enerji kapısından başka bir enerji kapısına enerji aktarırken aynı tip güç değişkenleri arasında belli bir oran elde edilmesini sağlarlar. Enerji aktarılışı başka bir kapı tarafından kontrol ediliyorsa, yani yukarıda bahsedilen oran zamanla değişiyorsa bu tip trafoya modüleli trafo (MTR) denilmektedir. Dişli kutusu, kaldırma, elektrik trafosu, hidrolik piston gibi elemanlar trafolarla örnek olarak verilebilir. Jirator sınıfı elemanlar, sistem içindeki bir enerji kapısından, başka bir enerji kapısına enerji aktarırken farklı tipteki güç değişkenleri arasında belirli bir oran elde edilmesini sağlayan elemanlardır. Enerji aktarılışı başka bir kapı tarafından kontrol ediliyorsa bu tip jiratorlara modüleli jirator (MJR) denilir. Elektrik rölesi, mekanik piston, jiratorlara örnek olarak gösterilebilir.

2.1.2. Bond Graf Elemanları

Bir bond graf elemanı A ve B gibi iki enerji kapısı arasında Şekil 2.4’de görüldüğü gibi A’yı B’ye bağlayan bir doğru parçası ile gösterilir. Buna “enerji bağı” veya kısaca “bağ” denir. Enerji bağı, sistem içinde herhangi iki enerji kapısı arasında enerji veya güç akışını ifade eder. Gücün veya enerjinin pozitif akış yönünü göstermek üzere enerji bağının ucuna bir “yarım ok” ilave edilir. Bond Graf elemanındaki sistem değişkenlerinden uç değişken (e), enerji bağının üstünde, iç değişken (f) ise enerji bağının altında gösterilir. Şekil 2.4.a’da pozitif güç akışının sistem içindeki A kapısından B kapısına doğru, Şekil 2.4.b’de ise B kapısından A kapısına doğru olduğu görülmektedir.



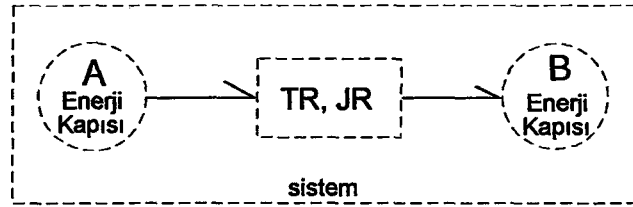
Şekil 2.4. İki enerji kapısı arasında oluşan enerji akışının bond graf elemanı olan doğru parçası ile gösterilmesi

Fiziksel sistem elemanlarından kaynaklar, direnç, endüktans ve kapasite sınıfı elemanlar, sistemin bond graf modelinde tek kapıdan enerji alışverişi yapmalarından dolayı **tek kapılı elemanlar** olarak adlandırılırlar. Kaynaklar aktif elemanlar (sisteme enerji verdikleri için) olmalarından dolayı enerji bağındaki pozitif güç akışının yönünü gösteren yarım ok enerji kapısına doğrudur. Direnç, kapasite ve endüktans sınıfı elemanlar pasif elemanlar (sistemden enerji çektikleri için) olmalarından dolayı güç akışını gösteren yarım ok elemana doğrudur. Şekil.2.5’de aktif ve pasif elemanlarda güç akış yönü görülmektedir.



Şekil 2.5. Aktif ve pasif elemanlarda güç akış yönünün gösterilmesi

Fiziksel sistem elemanlarından trafo ve jiratorler, sistem içindeki bir enerji kapısından çektikleri enerjiyi başka bir enerji kapısına (kayıpsız olarak) aktardıklarından dolayı **çift kapılı elemanlar** olarak adlandırılırlar. Enerji bağındaki yarım ok bir tarafta enerji kapısından elemana, diğer tarafta elemandan enerji kapısına doğrudur. Şekil 2.6’de iki kapılı elemanlarda güç akış yönü görülmektedir.



Şekil 2.6. İki kapılı elemanlarda güç akış yönünün gösterilmesi

Sistemi oluşturan fiziksel elemanların enerji alışverişini yaptığı fiziksel çevre ve düğümlere **enerji kapısı** adı verilir. Tellegen teoremine göre bu kapılarda güç dengesi mevcuttur. Seri ve paralel kapısı olmak üzere iki tip enerji kapısı vardır.

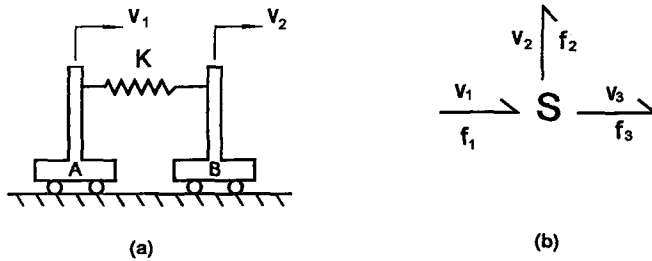
Fiziksel sistemde ard arda seri bağlı elemanların oluşturduğu fiziksel çevrelere **seri kapısı** denir ve bond graf modelinde ‘S’ harfi ile gösterilir. Seri kapısında elemanların iç değişkenleri ortaktır. Bu kapıdaki iç değişken yok edilirse bütün uç değişkenlerin cebirsel toplamı sıfır olur. Buna uygunluk denklemi denir. Elektrikte Kirchoff’un gerilimler kanunu, mekanikte geometrik yerleşim-değişim dengesi, hidrolik ve termik sistemler için iki nokta arasındaki basınç ve sıcaklık değişimlerini içeren denklemler örnek olarak gösterilebilir, (Arslan,1986). S enerji kapısının özelliğini açıklamak üzere Şekil 2.7-a’daki fiziksel model göz önüne alınmıştır. Şekilde görüldüğü gibi A cismi v_1 hızı ile hareket ederken aradaki K yayının sıkışmasından dolayı B cismi A cisminden farklı bir v_2 hızı ile hareket etmektedir. Aradaki hız farkı, yayın uçları arasındaki hız farkına eşittir. Yayın uçları arasındaki hız farkı v_3 hızıyla gösterilecek olursa;

$$v_3 - v_1 + v_2 = 0 \quad (2.5)$$

olur. Diğer taraftan A, B ve K elemanlarına etki eden kuvvetler birbirine eşittir.

$$f_1 = f_2 = f_3 \quad (2.6)$$

O halde S kapısında uç değişkenlerin toplamı sıfır olurken iç değişkenler birbirine eşittir.



Şekil 2.7. a) Fiziksel model, b) Bond graf modeli

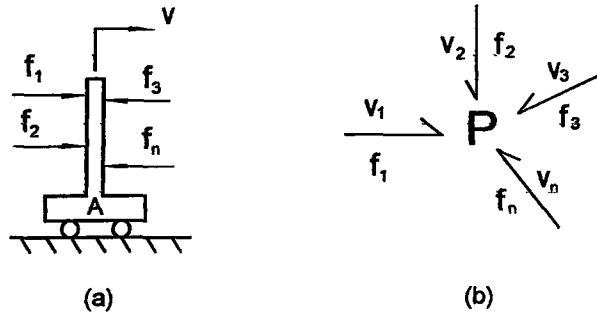
Fiziksel sistemlerde birbirleriyle uç uca bağlı elemanların oluşturduğu fiziksel düğümlere **paralel kapı** denir ve bond graf modelinde ‘P’ harfi ile gösterilir. Paralel kapısında elemanların uç değişkenleri ortaktır. Bu kapıdaki uç değişken yok edilirse, bütün iç değişkenlerin cebirsel toplamı sıfır olur. Buna süreklilik denklemi denir. Elektrikte Kirchoff’un akımlar kanunu, mekanikte Newton kanunu, hidrolikte maddenin korunumu ve termik sistemler için enerjinin sakınımı kanunu süreklilik denklemlerine örnek olarak gösterilebilir, (Arslan,1986). P enerji kapısının özelliğini açıklamak üzere Şekil 2.8.a’daki fiziksel sistem göz önüne alınmıştır. A cismi n adet kuvvet etkisinde v hızıyla hareket etmektedir. Cisim kütsüz sayıldığından atalet kuvvetleri sıfırdır. Sistem denklemleri cisme etki eden kuvvetlerin dengesi yazılarak elde edilebilir.

$$f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n = 0 \quad (2.7)$$

A cisminde etki eden kuvvetler ve A cismi ortak v hızı ile hareket ettiğinden bütün hızlar ortaktır.

$$v_1 = v_2 = v_3 = \dots = v_n \quad (2.8)$$

(2.3) ve (2.4) denklemlerinden görüldüğü üzere P kapısında iç değişkenlerin toplamı sıfır olurken, uç değişkenler birbirine eşittir.



Şekil 2.4. a) Kütsüz A cisminde etki eden n adet kuvvetin fiziksel modeli, b) Bond graf modeli

Fiziksel sistem elemanlarının sembolik gösterilişi, matematiksel denklemleri ve bond graf elemanı olarak gösterilişi Tablo 2.2’de görülmektedir.

Tablo 2.2. Fiziksel sistem elemanlarının bond graf elemanı olarak gösterilmesi

		Fiziksel Eleman	Matematiksel Denklem	Bond Graf Elemanı Olarak Gösterilişi
Tek Kapılı	Uç Değişken Kaynağı		$S_e = e$	
	İç Değişken Kaynağı		$S_f = f$	
	Direnç sınıfı eleman		$e_R = R \cdot f_R$	
	Kapasite sınıfı eleman		$f_C = C \, de_C/dt$	
	Endüktans sınıfı eleman		$e_L = L \, df_L/dt$	
İki Kapılı	Trafo Sınıfı Eleman		$\begin{bmatrix} e_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n \\ n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$	
	Jirator sınıfı eleman		$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$	
	Tek yönlü eleman		$\begin{bmatrix} f_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$	
Seri ve	Seri Kapısı		$P_1 + P_2 + P_3 = 0$ $f_1 = f_2 = f_3$ $e_1 + e_2 + e_3 = 0$	
Paralel Kapısı	Paralel Kapısı		$P_1 + P_2 + P_3 = 0$ $e_1 = e_2 = e_3$ $f_1 + f_2 + f_3 = 0$	

2.1.3. Fiziksel Sistemden Bond Graf Modeline Geçiş

Verilen fiziksel sistemden bond graf modeline geçmek için, fiziksel elemanların birbirlerine bağlantı tarzlarının bilinmesi gerekir. Fiziksel sistemden bond graf modeline geçişte bir çok farklı yöntem mevcuttur. Verilen fiziksel sisteme hangi yöntem daha kolay uygulanabiliyorsa o yöntemi takip etmekte yarar vardır.

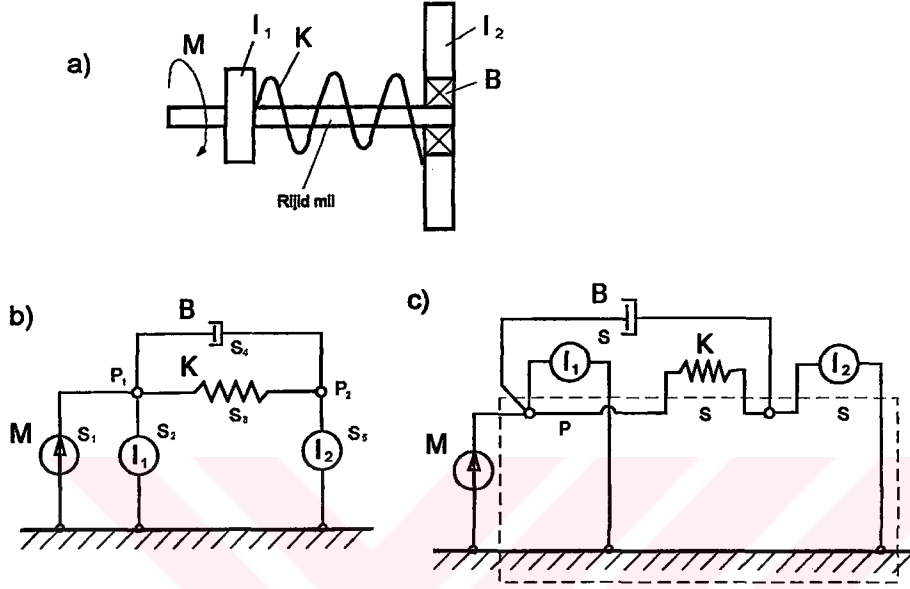
Metod 1 :

Fiziksel sistemin bond graf modelinin oluşturulmasında bu metodun uygulanabilmesi için, sistemi oluşturan elemanların birbirleriyle olan bağlantı tarzlarının bilinmesi gerekir. Bu amaçla öncelikle ele alınan sistemin elemanlarının birbirleriyle bağlantı şeklini gösteren bir fiziksel model oluşturulur. Fiziksel modeli oluşturan elemanlar kümesinden, tek kapılı elemanlar küme dışına çekilir. Küme içinde ise bu elemanların bağlantı noktalarını oluşturan enerji kapıları (S ve P) ile enerji aktarıcı elemanlar kalır. Fiziksel modeldeki elemanların yerlerine bond graf elemanları karşılıkları konularak sistemin bond graf modeli elde edilir. Ek.1’de anlatılan basitleştirme işlemi uygulanarak sistemin bond graf modeline son şekli verilir. Şekil 2.9’da bu yöntemi açıklamak üzere bir fiziksel sistem verilmiştir. I_1 ataletine sahip disk rijit mil ile sıkı olarak bağlanmıştır. I_2 ataletli disk elemanı ise mil üzerine serbest olarak yataklanmıştır. 1 ve 2 nolu disk birbirlerine K yaylanma sabitine sahip bir yayla bağlanmıştır. Mil ile 2 nolu disk arasında bir sürtünme olduğu kabul edilmiştir.

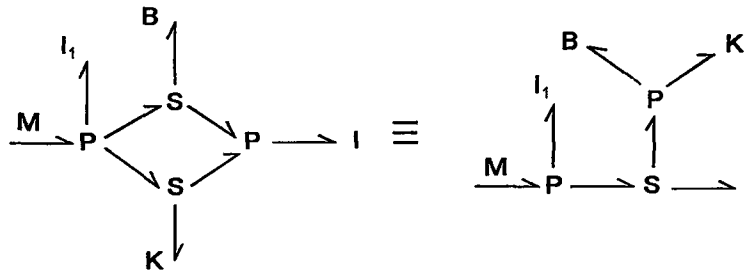
Metod 2 :

Verilen sistemin fiziksel modelindeki sistem elemanlarının bağlı bulundukları düğümler P kapısı ile, her elemanın bağlı bulunduğu kollar S kapısı ile işaretlenir. Ayrıca seçilen bir referans düğüm de P_{ref} kapısı olarak işaretlenir. Mekanik sistemlerde yer hızı, hidrolik sistemlerde atmosfer basıncı ve termik sistemlerde mutlak sıcaklık düğümleri referans düğüm olarak seçilir. Elektrik sistemlerde ise herhangi bir düğüm referans

düğümü olarak seçilebilir. Bu yöntemi açıklamak üzere tekrar Şekil 2.9'a dönelim. Şekil 2.9.b'de S ve P kapıları işaretlenmiş fiziksel modelin, bond graf modeli aşağıda Şekil 2.11'deki gibi elde edilir.

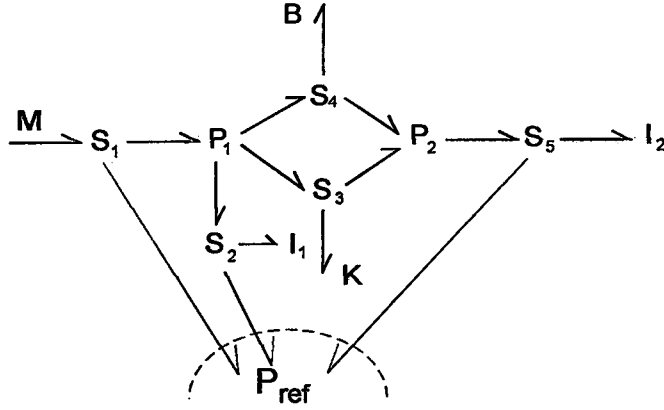


Şekil 2.9. a) Fiziksel sistem b) Fiziksel model c) Sistem kümesinden tek kapılı elemanların dışarı çekilmesi

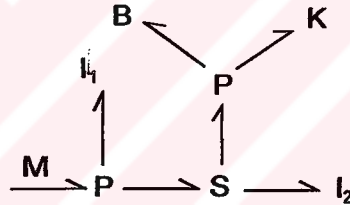


Şekil 2.10. Şekil 9.c'deki fiziksel modelin bond graf modeli

Referans kapısına (p_{ref}) bağlı enerji kapıları yok edilir ve gerekli basitleştirmeler yapılırsa Şekil 2.12'de sistemin bond graf modeli son şeklini alır.



Şekil 2.11. Şekil 9.b'deki fiziksel modelin bond graf modeli



Şekil 2.12. Şekil 9.b'deki fiziksel modelden elde edilen bond graf modelinin son hali

Metod 3 :

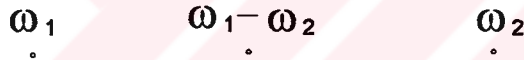
Verilen fiziksel sistemin mutlak ve relatif uç değişkenleri belirlenir. Belirlenen bu uç değişkenlerin her biri bir P kapısı oluşturur. Sistemdeki kapasite sınıfı elemanların her biri bir bond graf elemanı olarak kendisiyle ilgili mutlak uç değişkenin oluşturduğu kapıya bağlanır. Daha sonra L, R sınıfı elemanlar ile kaynaklar yine kendi uç değişkenlerinin oluşturduğu P kapılarına bağlanırlar. Bir sonraki adımda ise sistemdeki uç değişkenlerin aralarındaki bağıntılardan yararlanarak P kapıları arasındaki TF, JR ile

S kapıları belirlenir. Son olarak sistemdeki tüm kapılar arasındaki enerji bağları güç akış yönlerini de gösterecek şekilde çizilerek sistemin bond graf modeli tamamlanır. Metodu açıklamak üzere Şekil 2.9.a'daki fiziksel sistem göz önüne alınacaktır. Sistem mekanik bir sistem olmasından dolayı sistemdeki uç değişkenleri, mutlak ve relatif hızlar oluşturacaktır. Sistemdeki mutlak hızlar I_1 ve I_2 atalet elemanlarına ait ω_1 ve ω_2 açısal hızlarıdır. Sistemdeki relatif hızlar K ve B elemanlarının uçları arasındaki hız farkları olup ω_K ve ω_B şeklinde tanımlanırsa ;

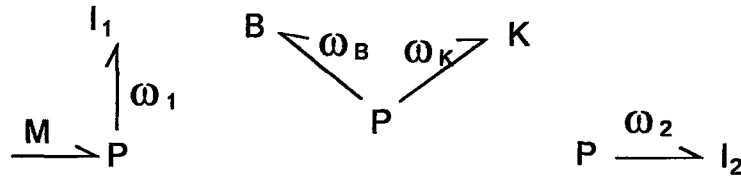
$$\omega_K = \omega_B = \omega_1 - \omega_2 \quad (2.9)$$

olduğu görülür. Son olarak yer hızı referans hızı olarak alınmış olup $V_{ref} = 0$ dır. Yukarıda tanımlanan metodun oluşturduğu kademeler Şekil 2.13'de görüldüğü gibidir.

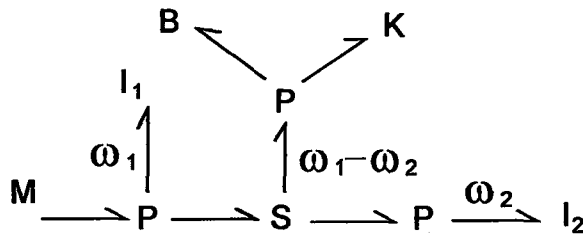
1. adım



2. adım



3. adım

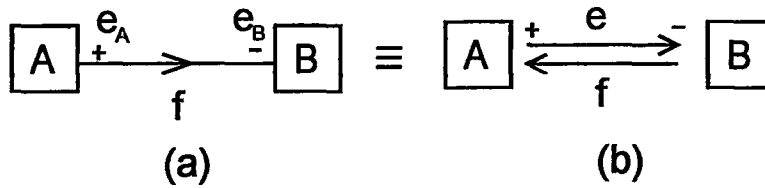


Şekil 2.13. Şekil 2.9.a'da görülen mekanik sistemin bond graf modeli

2.1.4. Sistem Değişkenlerinin Tanımlanması

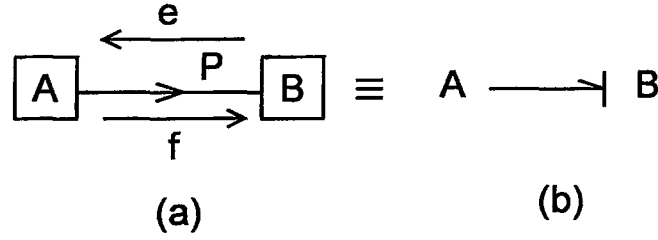
Bir enerji kapısında güç akışını temin eden iki temel değişkenin olduğu daha önceki bölümlerde belirtilmişti. Bunlar uç değişken (e) ve iç değişken (f) dir. Bu değişkenlerin çarpımlarının gücü vermesi dolayısıyla güç değişkenleri olarak da adlandırılırlar. Fiziksel sistem elemanlarında, sistem değişkenlerinin referans yönlerinin gösterilmesi çok önemli bir husustur. A ve B gibi iki enerji kapısı arasında, iç değişkenin pozitif yönünü gösteren ok, uç değişkenin pozitif polaritesinden ayrılacak şekildedir. Şekil 2.14'de görüldüğü gibi iç değişken (f) için pozitif yön, A kapısından B kapısına doğrudur.

Uç değişkenin yönü, A kapısının pozitif (+), B kapısının negatif (-) olarak işaretlenmesiyle belirtilir. Buna göre uç değişken $e = e(A) - e(B)$ olur. Sonuç olarak bir enerji kapısında sistem değişkenlerinin her birinin pozitif yönünü göstermek üzere Şekil.2.14.b'deki gibi oklu birer çizgi kullanılabilir. Bunların yönleri daima birbirlerine zıttır. Her bir sistem değişkeninin pozitif yönünün bir oklu çizgi ile gösterilmesi bond graf modelinde karmaşıklık oluşturacağından, sistem değişkenlerinin yönlerini göstermek üzere nokta ve çizgi tanımlamaları yapılmıştır.



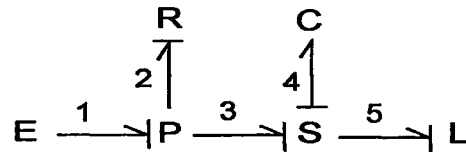
Şekil 2.14. Bond graf yönteminde iç ve uç değişkenlerin pozitif yönlerinin belirlenmesi

Sistem değişkenlerinden uç değişkenin pozitif yönünü göstermek üzere enerji bağının ucuna dik bir çizgi çizilir. İç değişkenin pozitif yönü ise enerji bağının çizgisiz olan diğer ucu olacaktır. Bu uca nokta denilir. Gücün veya enerjinin yönü, iç ve uç değişkenlerin yönlerinden bağımsızdır. Güç akışının yönünü gösteren yarım ok, çizgi veya noktada olabilir. Bu tamamıyla elemanın aktif veya pasif olmasına bağlıdır. Şematik olarak Şekil.2.15.a'da görülen A ve B gibi iki enerji kapısı arasında gücün ve sistem değişkenlerinin yönünü gösteren bond graf modeli Şekil.2.15.b'deki gibidir.



Şekil 2.15. Sistem değişkenlerinin yönünün şematik ve bond graf modeli olarak gösterilmesi

Enerji kapılarında güç alışverişini sağlayan enerji bağlarının, bu fonksiyonlarını sistem değişkenleri vasıtasıyla yerine getirdiği belirtilmişti. Enerji bağının taşıdığı sistem değişkenlerinden (iç ve uç değişken) biri enerji kapısına girerken, diğeri enerji kapısından ayrılır. Dış enerji bağından enerji kapısına (S veya P) giren değişken bağımsız değişken adını alır. Kapıdan ayrılan değişkene ise bağımlı değişken denir. İç enerji bağının her iki ucu enerji kapısında olduğu için durum biraz daha farklıdır. A ve B gibi iki enerji kapısını birbirine bağlayan bir enerji bağının uç değişkeni, bir kapıda bağımsız iken diğer kapıda bağımlıdır. İç değişken ise, uç değişkenin bağımlı olduğu kapıda bağımsız, diğer kapıda bağımlıdır. Şekil 2.16'de sistemin bağımlı ve bağımsız değişkenlerini açıklamak üzere bir örnek verilmiştir. Şekil 2.16'de görüldüğü gibi dış bağlar için bağımsız değişkenler; e_1 , e_4 , f_2 , ve f_5 tir. Bağımlı değişkenler ise; f_1 , f_4 , e_2 ve e_5 tir. 3 nolu enerji bağı için P kapısında f_3 bağımsız ve e_3 bağımlı değişken iken, S kapısında e_3 bağımsız ve f_3 bağımlı değişkendir. Burada iç bağ için uç ve iç değişken bir kez bağımsız bir kez bağımlı olmaktadır. Ancak sistemin matematik modeli kurulurken iç bağ değişkenleri yok edilerek, matematiksel model sadece dış bağların bağımsız değişkenleri cinsinden ifade edilir.



Şekil 2.16. Bond graf modelinde bağımlı ve bağımsız değişkenlerin gösterilmesi

Fiziksel sitemin matematiksel modelini durum denklemleri şeklinde bulmak üzere bond graf modelinde nokta ve çizgi seçimi için geliştirilen kurallar aşağıdaki gibidir.

- Uç değişken kaynağı enerji kapısına mutlaka çizgi şeklinde girer.
- İç değişken kaynağı enerji kapısına mutlaka nokta şeklinde girer.
- Kapasite sınıfı elemanlar enerji kapısına mümkün olduğu kadar çizgi girmelidir. C sınıfı elemanın enerji kapısına girmesi durumunda elemanın uç değişkeni (e_C) durum değişkeni olur.
- Endüktans sınıfı elemanlar enerji kapısına mümkün olduğu kadar nokta girmelidir. L sınıfı elemanların enerji kapısına nokta girmesi durumunda bu elemanın iç değişkeni (f_L) durum değişkeni olur.
- Enerji tüketen elemanlar enerji kapısına nokta veya çizgi olarak girilebilir. Elemanın nokta veya çizgi olarak seçilmesi bağlı bulunduğu enerji kapısına giren diğer elemanların durumuna bağlıdır.
- Kapasite sınıfı elemanlar için maksimum çizgi, endüktans sınıfı elemanlar için maksimum nokta seçildikten sonra iki kapılı elemanın uygun uç denklemleri yazılır.
- Trafo sınıfı elemanın sol tarafındaki enerji bağının taşıdığı değişkenlerden uç değişken, yazılan denklemin sol tarafında yer alıyorsa sol taraftaki enerji kapısına çizgi, sağ taraftaki enerji kapısına nokta girmelidir. Eğer sol taraftaki enerji bağının iç değişkeni denklemin sol tarafında yer alıyorsa kapıdaki işaretler tam tersi olur.
- Jirator sınıfı elemanın sol ve sağ tarafındaki enerji bağlarının taşıdığı değişkenlerden uç değişkenler, yazılan denklemin sol tarafında yer alıyorsa, elemanın her iki tarafındaki kapıya çizgi olarak girer. Denklemin sol tarafında iç değişkenler yer alıyorsa eleman her iki kapıda nokta olarak girer.
- S kapısına ancak bir tek nokta girebilir. Çünkü S kapısı çevrelere karşılıktır. Çevrelerde iç değişken ortaktır.
- P kapısına ancak bir tek çizgi girebilir. Çünkü P kapısı fiziksel düğümlere karşılıktır. Düğümlerde de uç değişken ortaktır.

2.1.5. Durum Denklemleri

Fiziksel sistemin matematiksel durum modelinde durum değişkenleri, enerji biriktiren kapasite sınıfı elemanlara ilişkin uç değişkenler ve endüktans sınıfı elemanlara ilişkin iç değişkenler arasından seçilir. Sistemin matematiksel durum modelini elde etmek için aşağıdaki işlem sırası takip edilir.

- Fiziksel sistemin bond graf modeli çıkarılır. Elemanların enerji karakteristikleri göz önüne alınarak enerji bağlarındaki güç akış yönleri (yarım ok) tespit edilir.
- Bond graf modelinde sistem değişkenlerinin akış yönlerini gösteren nokta çizgi işaretlerinin seçimi yapılır.
- Enerji kapısına çizgi olarak giren kapasite sınıfı elemanların uç değişkenleri ve nokta olarak giren elemanların iç değişkenleri durum değişkenleri olarak tespit edilir.
- Durum değişkenli elemanlardan başlamak üzere, sistemdeki bağımlı değişkenler, bağımsız değişkenler cinsinden ifade edilir. Enerji kapılarındaki süreklilik ve uygunluk denklemleri yazılarak sistemin durum denklemleri elde edilir.

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + b_{12}u_2 + \dots + b_{1r}u_r \\
 x_2(t) &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + b_{22}u_2 + \dots + b_{2r}u_r \\
 &\vdots \\
 x_n(t) &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + b_{n2}u_2 + \dots + b_{nr}u_r
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned}
 y_1(t) &= c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1k}x_k + d_{11}u_1 + d_{12}u_2 + \dots + d_{1r}u_r \\
 y_2(t) &= c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{2k}x_k + d_{21}u_1 + d_{22}u_2 + \dots + d_{2r}u_r \\
 &\vdots \\
 y_k(t) &= c_{k1}x_1 + c_{k2}x_2 + \dots + c_{kk}x_k + d_{k1}u_1 + d_{k2}u_2 + \dots + d_{kr}u_r
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

(2.6) denklem sistemi, sistemin durum denklemlerini, (2.7) denklem sistemi ise sistemin cevabını oluşturur. Her iki denklem takımına birden sistemin matematiksel durum modeli adı verilir.

Yukarıda elde edilen matematiksel durum modeline ilişkin denklemler düzenlemek matris formunda yazılırsa;

$$\dot{\underline{X}} = [A] \cdot \underline{X} + [B] \cdot \underline{u} \quad (2.8)$$

$$\underline{Y} = [C] \cdot \underline{X} + D \cdot \underline{u} \quad (2.9)$$

denklem sistemleri elde edilir. (2.8) ve (2.9) nolu matematiksel durum modellerini oluşturan denklem sistemlerinde;

$\underline{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ olmak üzere durum değişkenleri vektörünü,

$\dot{\underline{X}} = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n]^T$ olmak üzere durum değişkenlerinin türevlerini içeren vektörü,

$\underline{U} = [u_1, u_2, \dots, u_r]^T$ olmak üzere kaynak vektörünü,

$\underline{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_k]^T$ olmak üzere sistem cevabı vektörünü oluşturmaktadır.

(2.8) nolu denklem sisteminde,

$[A] = a_{ij}$ ($i, j = 1, \dots, n$) olmak üzere durum değişkenleri vektörü katsayılar matrisini,

$[B] = b_{ij}$ ($i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, r$) kaynak vektörü katsayılar matrisini göstermektedir.

(2.9) denklem sisteminde,

$[C] = c_{ij}$ ($i, j = 1, \dots, k$) durum değişkenleri katsayılar matrisi

$[D] = d_{ij}$ ($i = 1, \dots, k, j = 1, \dots, r$) kaynak vektörü katsayılar matrisi şeklindedir.

a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} ve d_{ij} katsayıları çoğunlukla sabit olmakla beraber, bazı durumlarda zamanın bir fonksiyonu olarak değişken olabilirler.

Burada dikkat edilecek bir konu, eğer zorunlu olarak kapasite sınıfı elemanlardan bazıları için nokta ve endüktans sınıfı elemanlardan bazıları için çizgi seçilmiş ise bunların değişkenleri durum değişkeni olamazlar. Bunlar sistemin gerçek durum değişkenlerine lineer bağımlıdır. Ancak bu durumda, durum modelinde kaynakları türevleri ortaya çıkabilir ve matematiksel durum denklemleri,

$$\dot{\underline{X}} = [A] \cdot \underline{x} + [B] \cdot \underline{u} + [B_1] \cdot \underline{u}' \quad (2.10)$$

$$\underline{Y} = [C] \cdot \underline{x} + D \cdot \underline{u} + [D_1] \cdot \underline{u}' \quad (2.11)$$

Eğer sistem nonlineer ise bu durumda sistemin matematiksel durum modeli aşağıdaki gibi olacaktır.

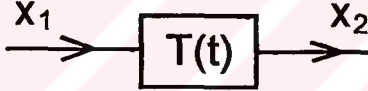
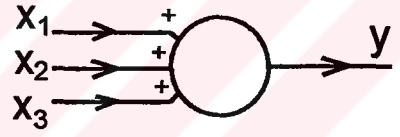
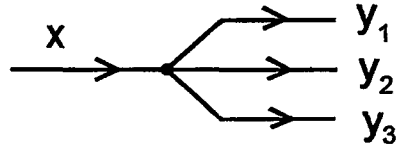
$$\begin{aligned} x_1(t) &= \Phi_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r) \\ x_2(t) &= \Phi_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r) \\ &\vdots \\ x_n(t) &= \Phi_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} y_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r) \\ y_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r) \\ &\vdots \\ y_n(t) &= f_k(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r) \end{aligned} \quad (2.13)$$

2.1.6. Blok Diyagramları ve Bond Graf Modelinden Blok Diyagramlarına Geçiş

Blok diyagramları dinamik sistemlerin durum denklemlerinin grafiksel gösterimidir. Bir sistemin blok diyagramını oluşturabilmek için temel olarak üç elemana ihtiyaç vardır. Bunlar, transfer fonksiyonu bloğu, toplama elemanı ve düğüm elemanıdır. Her bir blok diyagramı elemanı, yönlendirilmiş doğru parçası ile diyagramdaki diğer elemanlara bağlıdır. Blok diyagramlarındaki yönlendirilmiş doğru parçalarının her biri bir değişken (moment, hız, kuvvet, basınç, debi, gerilim, akım vs..) taşır. Herdir transfer bloğu ise giriş ve çıkış değişkenleri arasındaki ilişkiyi belirler. Blok diyagramı elemanları ve fonksiyonları Tablo 2.8’de görülmektedir.

Tablo 2.8. Blok diyagramı elemanları

Blok diyagramı elemanları		
Eleman	Sembolü	Matematiksel Denklem
Transfer Bloğu		$x_2 = T(t) x_1$
Toplama Elemanı		$y = x_1 + x_2 + x_3$
Düğüm Elemanı		$y_1 = x$ $y_2 = x$ $y_3 = x$

Sistemin bond graf modelinden durum denklemleri çıkarılarak denklemlerin blok diyagramları oluşturulabileceği gibi, bond graf modelinden direk blok diyagramlarına geçiş yapılabilir. Bu özellik bond grafın önemli avantajlarından biridir. Böylece durum denklemleri yazılırken yapılabilecek hatalardan kurtulmuş olunur. Bond graf modelinden direk olarak sistemin blok diyagramlarına geçiş yapabilmek için fiziksel sistem elemanlarının blok diyagramı karşılıklarının oluşturulması gerekir. Tablo 2.9’da fiziksel sistem elemanlarının bond graf modeli ve blok diyagramı karşılıkları görülmektedir.

Tablo 2.9. Bond graf elemanlarının blok diyagramları

Fiziksel sistem elemanları	Bond graf modeli	Uç denklemi	Blok diyagramı
Uç değişken kaynağı	$S_e \xrightarrow{e}$	$S_e = e(t)$	$S_e \xrightarrow{e}$
İç değişken kaynağı	$S_f \xrightarrow{f}$	$S_f = f(t)$	$S_f \xrightarrow{f}$
Kapasite sınıfı eleman	$\xrightarrow{e} \xleftarrow{f} C$	$e = (1/C) \int e \cdot dt$	$f \rightarrow \boxed{1/s} \rightarrow \boxed{1/C} \rightarrow e$
Endüktans sınıfı eleman	$\xrightarrow{e} \xleftarrow{f} L$	$f = (1/L) \int f \cdot dt$	$e \rightarrow \boxed{1/s} \rightarrow \boxed{1/L} \rightarrow f$
Direnç sınıfı eleman	$\xrightarrow{e} \xleftarrow{f} R$	$e = R f$	$f \rightarrow \boxed{R} \rightarrow e$
	$\xrightarrow{e} \xleftarrow{f} R$	$f = (1/R) e$	$e \rightarrow \boxed{1/R} \rightarrow f$
Trafo sınıfı eleman	$\xrightarrow{e_1} \xleftarrow{f_1} \text{TR} \xrightarrow{e_2} \xleftarrow{f_2}$	$f_1 = n f_2$ $e_2 = n e_1$	$f_1 \leftarrow \boxed{n} \leftarrow f_2$ $e_1 \rightarrow \boxed{n} \rightarrow e_2$
	$\xrightarrow{e_1} \xleftarrow{f_1} \text{TR} \xrightarrow{e_2} \xleftarrow{f_2}$	$f_2 = (1/n) f_1$ $e_1 = (1/n) e_2$	$f_1 \rightarrow \boxed{1/n} \rightarrow f_2$ $e_1 \leftarrow \boxed{1/n} \leftarrow e_2$
Jirator sınıfı eleman	$\xrightarrow{e_1} \xleftarrow{f_1} \text{JR} \xrightarrow{e_2} \xleftarrow{f_2}$	$f_1 = k e_2$ $f_2 = k e_1$	$f_1 \leftarrow \boxed{n} \leftarrow f_2$ $e_1 \rightarrow \boxed{n} \rightarrow e_2$
	$\xrightarrow{e_1} \xleftarrow{f_1} \text{JR} \xrightarrow{e_2} \xleftarrow{f_2}$	$e_1 = (1/k) f_2$ $e_2 = (1/k) f_1$	$f_1 \rightarrow \boxed{1/k} \rightarrow f_2$ $e_1 \leftarrow \boxed{1/k} \leftarrow e_2$
Seri kapısı	$\xrightarrow{e_1} \xleftarrow{f_1} \text{S} \xrightarrow{e_2} \xleftarrow{f_2}$	$e_1 - e_2 = e_3$ $f_1 = f_2 = f_3$	$f_2 \leftarrow \text{---} \leftarrow f_3$ $e_2 \rightarrow \text{---} \rightarrow e_3$ $f_1 \leftarrow \text{---} \leftarrow e_1$
Paralel kapısı	$\xrightarrow{e_1} \xleftarrow{f_1} \text{P} \xrightarrow{e_2} \xleftarrow{f_2}$	$f_1 - f_2 = f_3$ $e_1 = e_2 = e_3$	$f_1 \rightarrow \text{---} \rightarrow f_3$ $e_1 \leftarrow \text{---} \leftarrow e_3$ $f_2 \leftarrow \text{---} \leftarrow e_2$

2.2. Dişli Mekanizmaların Bond Graf Tekniği İle Modellenmesi

Dişli mekanizma sisteminin giriş ve çıkış hızları arasında oluşturulan hız transformasyon matrisi yardımıyla mekanizmanın bond graf modeli çıkartılır. Bu şekilde elde edilen sistem modeli, mekanizmanın kinematik modelini oluşturur. Böylece elde edilen kinematik yapı üzerine, dişli mekanizma sistemine bağlı bulunan diğer sistem elemanları ilave edilebilir. Mekanizmanın içinde bulunan dönen elemanların ataleti ve sistemin dışından sisteme indirgenen atalet etkileri rahatlıkla modellenebilir. Aynı şekilde sistemde bulunan elemanların elastikiyeti ve sürtünme (malzeme iç sönümü veya diğer sürtünme kayıpları) etkileri de modele ilave edilebilir. Bu sayede sistemin dinamik yapısını içeren bir model elde edilmiş olur. Fakat bu şekilde oluşturulan bond graf modeli, simülasyon yapmak için bazı olumsuz etkiler gösterebilir. Ayrıca bond graf tekniğinin ortaya koyduğu kurallara uyulması gerektiği için bu son model üzerinde bazı değişiklikler yapılır ve bilgisayar simülasyonuna uygun hale getirilir. Bu düzeltmeler gerçekleştirildikten sonra sistemin bond graf modelinin en son hali elde edilmiş olur.

n kinematik hıza ve m serbestlik derecesine sahip bir dişli mekanizmasının kinematik ifadesi, güç dengesine göre, transmisyon hızlarının oranı şeklinde yazılabilir.

$$\underline{\omega}_B = \underline{T} \cdot \underline{\omega}_S \quad (2.14)$$

Burada $\underline{\omega}_S$ bağımsız açısal hızların vektörü, $\underline{\omega}_B$ bağımlı açısal hızların vektörü ve $\underline{T}$ sabit bir matristir. Kayıpsız ideal bir kinematik zincir olarak bir dişli mekanizması Şekil 2.17'deki n kapılı bir bond graf ile gösterilebilir. n kapılarının herbirinde, dişli mekanizması içindeki kayıplar veya atalet etkileri ile dış sistem elemanları (tahrik sistemi ve iş makinası gibi) yer alabilir. Her bir bond graf, güç akışını ifade ettiği için, moment ve açısal hızı birlikte kapsar. Güç akışının pozitif yönü yarım ok ile gösterilir. Sistem denklemleri bond graftan elde edildiğinde, denklem terimlerinin işareti gösterilen yöne göre belirlenir. Her bir bond graf için belirtilen nokta ve çizgi işaretleri,

her bir kapıdaki giriş ve çıkış değişkenlerini tayin eder. Çizgi, uç değişkenin (burada açısal hız) pozitif yönünü ve nokta, iç değişkenin (burada moment) pozitif yönünü belirtir.

Güç dengesine göre, Şekil 2.17'deki ifadenin sol tarafındaki güç akışı ile sağ tarafındaki güç akışı eşit olmalıdır.

$$\underline{M}_S^t \cdot \underline{\omega}_B = \underline{M}_B^t \cdot \underline{\omega}_S \quad (2.15)$$

Burada, $\underline{M}_S$ bağımsız moment, $\underline{M}_B$ bağımlı moment ve $()^t$ - matrisin transpozudur. Sonuçta, (2.14) denklemi (2.15) denkleminde yerine konursa $\underline{M}_B$, $\underline{M}_S$ cinsinden elde edilir.

$$\underline{M}_B = \underline{T}^t \cdot \underline{M}_S \quad (2.16)$$

Şekil.2.17'de (2.14) ve (2.15) denklemlerinin matris şeklinde kinematik denklemleri görülmektedir. Bu ifade şekli, kinematik ve dinamik analiz için çok kullanışlıdır. Bond grafın bu tarzda ifade edilmesi halinde, makina dinamiğinde çok kullanılan elastik etkiler ve boşluk etkilerinin modellenmesi mümkündür. Bir mekanizmada kinematik denklem yapısının bond grafi, her bir bağlantı noktasındaki hızın tanımlanmasıyla elde edilir. Hızlar daima temel hat üzerindeki hızlara göre belirlenir.



Şekil 3.1. n - kapılı ve m - serbestlik dereceli dişli mekanizmalarının kinematik yapısı

2.2.1 Tek Kademeli Dişli Mekanizmaları

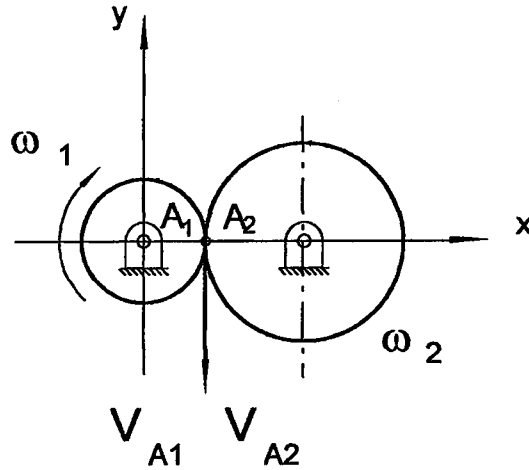
Dişli mekanizmalarına yukarıdaki kinematik yapıyı uygulamak mümkündür. Şekil 2.18'de gösterilen dişli çark çifti, x eksenini üzerinde O_1 ve O_2 merkezlerinden yataklanmıştır. Bu iki dişli çarkın A_1 ve A_2 noktalarındaki teğetsel çevre hızları,

$$V_{A1} = \omega_1 \cdot r_1 \quad \text{ve} \quad V_{A2} = \omega_2 \cdot r_2 \quad (2.17)$$

dir. Burada r dişli çarkların bölünm dairesi yarıçapıdır. Rijit ve boşluksuz bir alın dişli çark çiftinde, kayma olmadan hız dengesinin sağlanabilmesi için çevre hızları;

$$V_{A1} = V_{A2} \quad (2.18)$$

eşit olması gerekir. Şekil 2.19.a'daki bond graf ifadesinde iki adet (TR) trafo elemanı ve bir (S) seri kapı kullanılmıştır. S kapısında hız toplamı sıfır ve çevre kuvvetleri eşittir. Burada (2.18) denklemi aynen geçerlidir. Kullanılan trafo elemanları, açısal hızdan çevre hıza ve çevre hızdan açısal hıza kayıpsız olarak dönüşüm sağlar. Sağ taraftaki trafo elemanında, $v_{A2} = \omega_2 \cdot r_2$ ifadesi ile açısal hızdan doğrusal çevre hıza dönüşüm sağlanır. Sol taraftaki trafo elemanında, $\omega_1 = -v_{A1} / r_1$ ifadesi ile doğrusal çevre hızından açısal hıza geçilir.



Şekil 2.18. Tek kademeli dişli mekanizması

S kapısında $v_{A1} = v_{A2}$ eşitliği söz konusu olduğu için, Şekil 2.19.b'deki gibi tek bir trafo elemanı ile gösterilebilir. Buradaki trafo elemanı, ω_1 ve ω_2 açısal hızları arasında dönüşüm sağlamaktadır. $T_{12} = -r_2 / r_1$ dönüşüm oranı, çevrim oranı olarak tanımlanır. Bu durumda hız ve moment ifadeleri aşağıdaki gibidir.

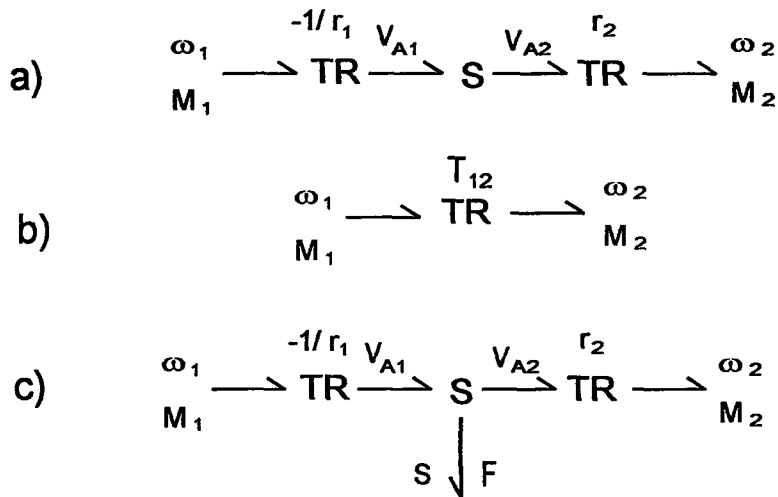
$$\omega_2 = - (r_2 / r_1) \cdot \omega_1 = T_{12} \cdot \omega_1 \quad (2.19a)$$

$$M_1 = T_{12} \cdot M_2 \quad (2.19b)$$

Kayma, boşluk ve dişli çarkın diş elastikliği modele ilave edilmek istenirse, Şekil 2.19.c'deki bond graf ifadesi kullanılabilir. S kapısına ilave edilen eleman, (2.18) denkleminde yeni bir hız terimi,

$$v_{A1} - v_{A2} - s = 0 \quad (2.20)$$

kazandırır. Buradaki s hızı ile, elastiklik ve boşluğun fonksiyonu olan bir kuvvet hesaplanabilir. Bu kuvvet hızın ve zamanın bir fonksiyonudur.



Şekil 2.19. Tek kademeli dişli mekanizmasının bond graf gösterilişi

2.2.2. Çok Kademeli Dişli Mekanizmaları

Tek serbestlik derecesine sahip çok kademeli bir dişli mekanizma sistemi, her bir kademe için iki kapılı TR (trafo) elemanları ile modellenenir. Şekil 2.20'deki çok kademeli dişli mekanizma sisteminin bond graf modeli Şekil 2.21'de gösterilmiştir. TR elemanları arasındaki P kapılarında açısal hızlar aynı, momentlerin toplamı sıfırdır. Burada da yukarıdaki kinematik yapıyı uygulamak mümkündür. Bütün kinematik hızlar sistem dışında toplanmıştır. Hangi açısal hızın giriş hızı olacağını belirlemek ile bond graf modelindeki nokta ve çizgi kavramları tayin edilir. Böylece sistemin kinematik denklemleri giriş ve çıkış hızlarına göre inşa edilir. Şekil 2.21'de ω_1 giriş hızı olarak seçilmiştir. Burada bağımlı ve bağımsız hız ve moment ifadeleri,

$$\omega_s = [\omega_1], \quad \omega_B = \begin{bmatrix} \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \end{bmatrix}, \quad M_s = \begin{bmatrix} M_2 \\ M_3 \\ M_4 \\ M_5 \end{bmatrix}, \quad M_B = [M_1] \quad (2.21)$$

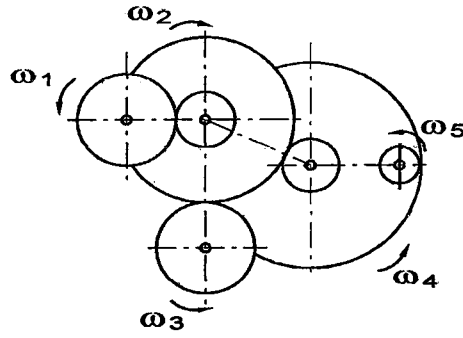
yazılabilir. Sistemin T (transformasyon) matrisi ω_1 ve ω_j ($j = 2, 3, 4, 5$) hızlar arasındaki her bir kademedeki trafo elemanları ile belirlenir.

$$T = \begin{bmatrix} T_{12} \\ T_{12} \cdot T_{23} \\ T_{12} \cdot T_{24} \\ T_{12} \cdot T_{24} \cdot T_{45} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

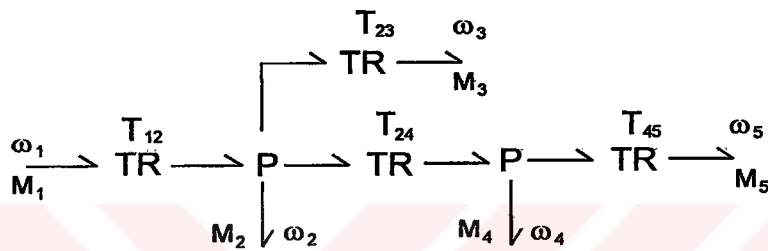
(2.16), (2.21), (2.22) denklemleri yardımıyla moment bağıntısı,

$$M_1 = T_{12} [M_2 + T_{23} \cdot M_3 + T_{24} (M_4 + T_{45} \cdot M_5)] \quad (2.23)$$

elde edilir.



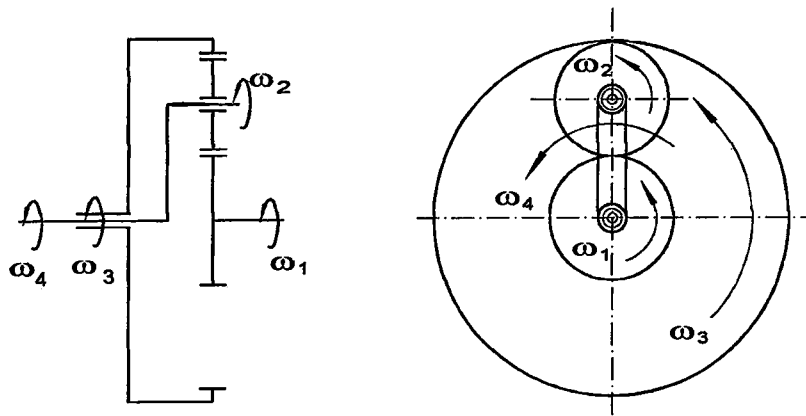
Şekil 2.20. Çok kademeli dişli mekanizmasının şematik gösterilişi



Şekil 2.21. Çok kademeli dişli mekanizmasının bond graf modeli

2.2.3. Planet Dişli Mekanizmaları

İki serbestlik dereceli bir planet dişli mekanizması Şekil 2.22'da gösterilmiştir. Bu mekanizma için dişlilerin bölüm dairesindeki teğetsel çevre hızların eşitliğinden hız oranları belirlenir.



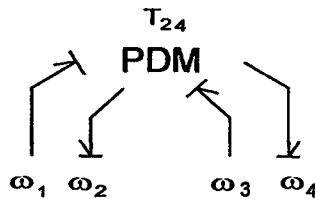
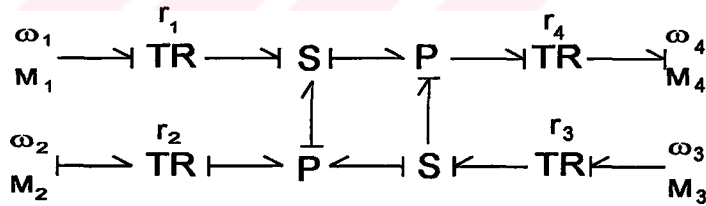
Şekil 2.22. Planet dişli mekanizmasının şematik gösterilişi

$$r_1 \cdot \omega_1 + r_2 \cdot \omega_2 - r_4 \cdot \omega_4 = 0 \quad (2.24.a)$$

$$r_3 \cdot \omega_3 - r_2 \cdot \omega_2 - r_4 \cdot \omega_4 = 0 \quad (2.24.b)$$

Burada r_1 güneş dişli çarkın, r_2 planet dişli çarkın, r_3 çember dişli çarkın ve r_4 planet taşıyıcı kolunun yarı çapıdır. Şekil 2.23'deki bond graf ifadesinde, (2.24.a) ve (2.24.b) denklemlerindeki hız toplamaları S kapısında oluşur ve ortak hızlar ise P kapısında birleşir. Burada gösterilen ve diğer bütün basit planet mekanizmaları için, herhangi iki açısal hız girişinin belirlenmesi ile diğer bütün hızlar $\underline{T}$ transformasyon matrisi ile bulunabilir. $\underline{T}$ matrisi r_1 , r_2 , r_3 ve r_4 'ün fonksiyonudur. Şekil 2.23'deki planet dişli mekanizması (PDM), $\underline{T}_{24}$ matrisi ile dört kapılı bir eleman şeklinde gösterilmiştir. Şekil 2.22'deki planet mekanizması için $\underline{T}_{24}$ matrisi şu şekildedir.

$$\underline{T}_{24} = \begin{bmatrix} \frac{-r_1}{2r_2} & \frac{r_2}{2r_2} \\ \frac{r_1}{2r_4} & \frac{r_3}{2r_4} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$



Şekil 2.23. Planet dişli mekanizmasının bond graf ifadesi (açık ve kapalı gösterilişi)

2.2.4. Sürtünme Etkileri

Bond graftaki direnç elemanları sürtünme etkisi olarak modellenir. Moment ve açısal hızlar arasında; lineer, nonlineer veya zamana bağlı olarak direkt bir bağlantı sağlanır. Şekil 2.18'deki dişli mekanizmasına sürtünme etkilerinin ilave edilmesi, Şekil 2.24.a'daki her bir P kapısına R sürtünme (direnç) elemanının eklenmesiyle sağlanır. Sürtünme etkileri ω_1 ve ω_2 mutlak açısal hızlarına bağlıdır. $M_1 \cdot \omega_1$ giriş gücünün bir kısmının R_1 ve R_2 'ye gittiği yarım okların yönü ile belirtilir. Sisteme ω_1 hızı (çizgi) girecek olursa R_1 ve R_2 'ye ω_1 ve ω_2 hızları (çizgi) girer ve R_1 ve R_2 'den M_{R1} ve M_{R2} momentleri (nokta) çıkar. Viskoz sürtünme için, giriş değişkeni hız olan tek kapılı R elemanının uç denklemi,

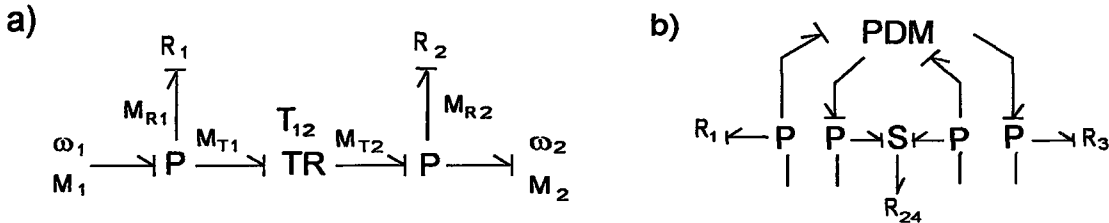
$$M_R = R \cdot \omega \quad (2.26)$$

dır. Bu dişli mekanizmasının giriş ve çıkış momentleri M_1 ve M_2 dir. P kapısındaki moment toplamaları ise,

$$M_1 - M_{R1} - M_{T1} = 0 \quad (2.27)$$

$$M_{T2} - M_{R2} - M_2 = 0$$

dır. Şekil 2.22'deki bir planet mekanizmasına yatak sürtünmelerinin ilave edilmesi Şekil 2.24.b'de gösterilmiştir. R_1, R_2, R_4 sürtünme etkileri ω_1, ω_2 ve ω_4 mutlak açısal hızlarına bağlıdır. R_{24} sürtünme etkisi, planet mili ile planet taşıyıcı kol mili arasındaki $(\omega_2 - \omega_4)$ relatif açısal hıza bağlıdır.



Şekil 2.24. Sürtünme etkilerinin (a) dişli ve (b) planet dişli mekanizmasına ilave edilmesi

2.2.5. Atalet Etkileri

Dinamik sistemlerdeki kinetik enerji depolaması ve atalet etkileri, bond grafta kapasite elemanı ile gösterilir. Atalet elemanlarına daima moment girmeli ve kapı tarafında açısal hız (çizgi) bulunmalıdır. Bu durumda ataletin açısal hız değişkeni durum değişkeni olmaktadır. Şekil 2.18'deki dişli sisteminde kütle atalet momentleri J_1 ve J_3 tür. Mekanik sistemlerde ataletin bir ucu referansta olması gerektiğinden Şekil 2.15.a'daki bond graf ifadesinde olduğu gibi, atalet elemanları P kapısına ilave edilmiştir. Sol taraftaki P kapısındaki moment toplamı,

$$M_1 - M_{T1} - M_{J1} = 0 \quad (2.28)$$

dır. Atalet elemanın uç denklemi,

$$\omega_1 = \frac{1}{J_1} \int^t M_{J1} \cdot dt \quad (2.29)$$

olmaktadır. Burada ω_1 durum değişkenidir. ω_2 bağımlı değişken olduğu için, bağımsız değişkenler cinsinden ifade edilmesi gerekmektedir. Bunun için (2.29) denkleminin türevi alınır ve (2.28) denkleminde M_{J1} çekilerek yerine konursa,

$$\dot{\omega}_1 = \frac{1}{J_1} (M_1 - M_{T1}) \quad (2.30)$$

elde edilir. Sol taraftaki P kapısında,

$$M_{T2} - M_2 - M_{J2} = 0 \quad (2.31)$$

ve atalet elemanın uç denklemi,

$$M_{J2} = J_2 \cdot \dot{\omega}_2 \quad (2.32)$$

dır. T_{12} sabiti kullanılırsa, $\dot{\omega}_2 = T_{12} \cdot \dot{\omega}_1$ ve (2.19), (2.31), (2.32) denklemlerinden,

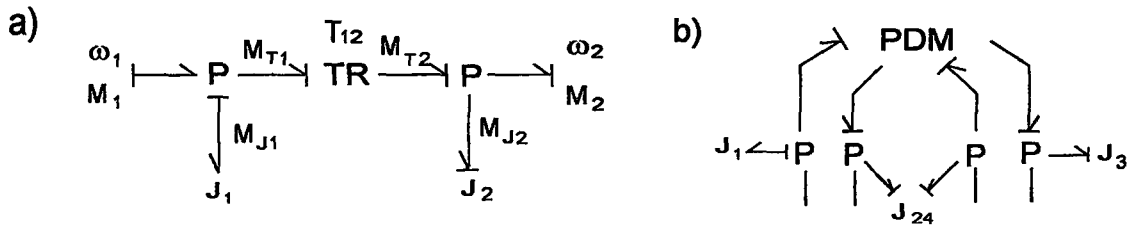
$$M_{T1} = T_{12}(M_2 + J_2 T_{12} \dot{\omega}_1) \quad (2.33)$$

elde edilir. Sonuçta (2.33) denklemi (2.30)'te yerine konulup integre edilirse,

$$\omega_1 = \frac{1}{J_1 + T_{12}^2 \cdot J_2} \int^t (M_1 - T_{12} \cdot M_2) dt \quad (2.34)$$

ifadesi bulunur. Burada $T_{12}^2 \cdot J_2$ ikinci dişlinin ω_1 kapısına aktarılan ataletidir ve bir eşdeğer atalet $J_{ep} = J_1 + T_{12}^2 \cdot J_2$ şeklinde gösterilebilir.

Şekil 2.22'deki planet mekanizmasının atalet etkileri Şekil 2.25.b'de gösterilmiştir. Kendi eksenine göre güneş ve çevre dişlilerinin ataletleri J_1 ve J_3 tür. ω_2 ve ω_4 hızlarına sahip millerin atalet etkileri iki kapılı J_{24} elemanı ile ifade edilir. Her biri m kütleli n tane planet dişli alınır, planet ve taşıyıcı kolun atalet karakteristikleri bir atalet matrisi J_{24} şeklinde gösterilir.



Şekil 2.25. Atalet etkilerinin (a) dişli ve (b) planet dişli mekanizmasına ilave edilmesi

$$\begin{bmatrix} M_2 \\ M_4 \end{bmatrix} = J_{24} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \cdot J_2 & 0 \\ 0 & J_4 + n \cdot r_4^2 \cdot m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_4 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

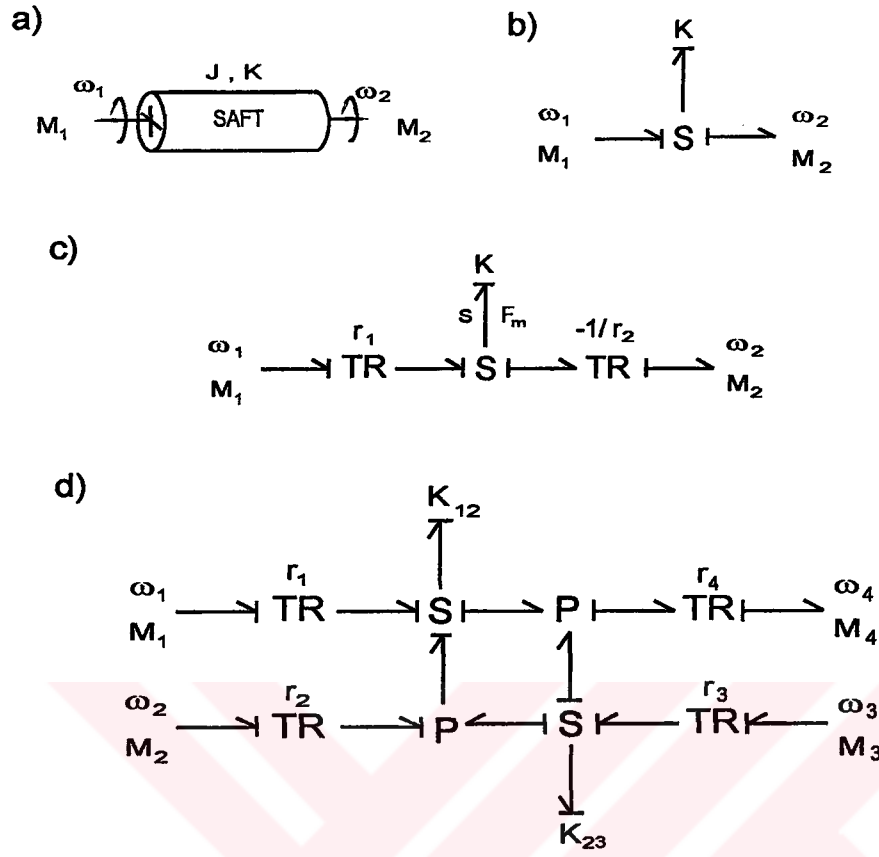
Burada J_2 planet dişlinin kendi eksenine göre kütle atalet momenti ve J_4 taşıyıcı kolun kendi eksenine göre kütle atalet momentidir. m_2 planet dişli çarkın kütlesidir.

2.2.5. Elastik Etkiler

Tahrik şaftı ve dişli çark dişlerinin elastikliği bond grafta endüktans elmanı ile gösterilir. Mekanik sistemlerde bu eleman, elastik deformasyon enerjisini depolar. Şekil 2.26.a'da kütle atalet momenti J ve burulma rijitliği K olan bir tahrik şaftı gösterilmiştir. Tahrik şaftının elastikliği, Şekil 2.26.b'deki tek bir K elemanı ile modellenmiştir. Lineer deformasyon için,

$$M_K = M_1 = M_2 = K \int^t (\omega_1 - \omega_2) dt = K \cdot \theta \quad (2.36)$$

denklemleri ile gösterilir. $(\omega_1 - \omega_2)$ hız farkı, S kapısındaki hız toplamından meydana gelir. M_K durum değişkenidir. Şekil 2.18.a'daki dişli çark çiftine ve Şekil 2.19.a'daki planet dişli mekanizmasına diş elastikliğinin eklenmesi, Şekil 2.26.c ve Şekil 2.26.d'deki bond graflarda gösterilmiştir. Burada diş boşluğu ve diş elastikliği birlikte ele alınmıştır. Sadece diş boşluğu alınacak olursa, θ_1 , 2 dişlisi sabit tutulduğunda 1 dişlisinin dönme açısı olmak üzere $S = r_1 \cdot \theta_1$ olmaktadır.



Şekil 2.26. Elastik etkilerinin (a-b) tahrik mili, (c) dişli ve (d) planet dişli mekanizmasına ilave edilmesi

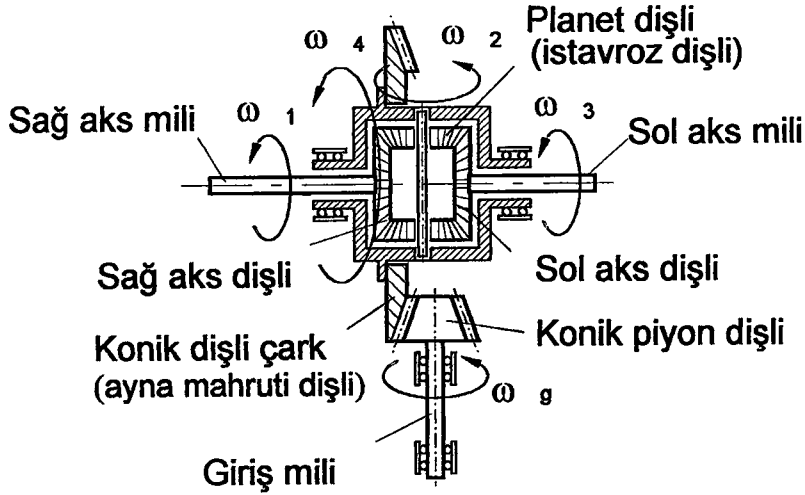
BÖLÜM 3

TAŞIT DİFERANSİYEL DİŞLİ MEKANİZMASININ MODELLENMESİ ve SİMÜLASYONU

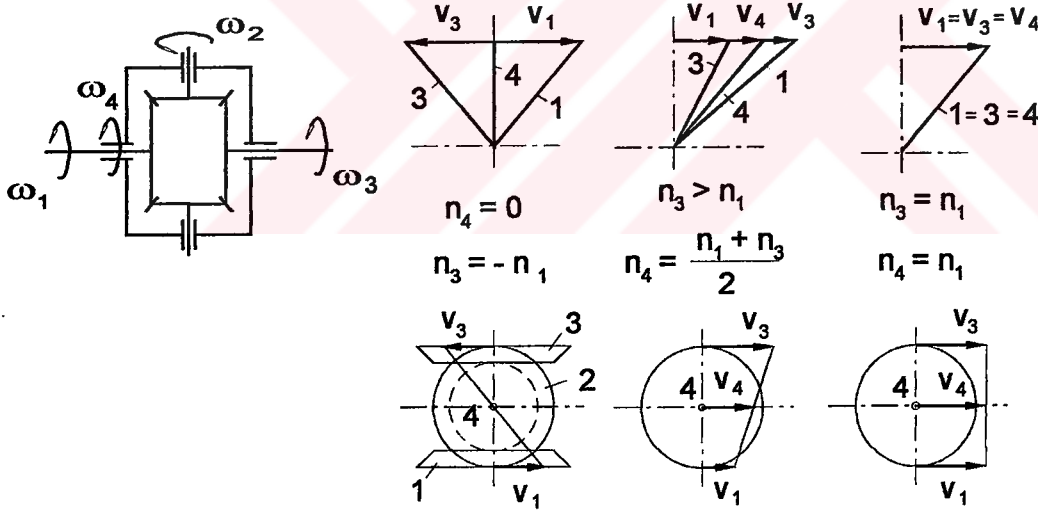
3.1. Taşıt Diferansiyel Dişli Mekanizması

Taşıt diferansiyel dişli mekanizması, mekanik aktarma organlarına sahip bütün kara taşıtlarında bulunur ve tahrik momentini, tekerlere dağıtmakta kullanılır. Şekil 3.1’de şematik olarak bir taşıt diferansiyel mekanizması gösterilmiştir. Ayrıca diferansiyel dişli mekanizma, arazi ve askeri amaçlı 4×4 çekişli taşıtlarda motor momentini, sistem içindeki diğer tahrik şaftlarına (ön ve arka şaft) dağıtımında kullanılır. Aslında mekanizma, kinematik olarak iki hız serbestliğine sahip konik dişli çarklı bir planet dişli sistemidir. Sisteme güç, tek bir koldan girmekte ve iki koldan çıkmaktadır. Sistemin çıkış kollarının hız ve momenti diğer kolun hızına ve momentine bağlıdır. Özellikle araç viraja girdiğinde tekerlerde oluşacak hız farkının, sistemin sahip olduğu kinematik serbestlik ile sağlanması mümkündür. Şekil 3.2’de diferansiyel dişli mekanizmasının kinematik olarak sahip olduğu devir sayıları ve çevre hızlarının grafiği üç ayrı durum için gösterilmiştir. Fakat buzlu ve çamurlu zeminde tekerlerin bir tanesinde patinaj sebebiyle moment azalacak olursa diğer tekerde de moment azalacaktır. Arazi ve askeri amaçlı taşıtlarda bu istenmeyen durumu ortadan kaldırmak için mekanizmanın çıkış kolları arasındaki serbestliği kısıtlayan mekanik veya hidrolik diferansiyel kilit sistemleri kullanılır (Kuralay, 1988), (Nunney,1991), (ZF,1992), (Gani, 1993).

Taşıt diferansiyel dişli mekanizması, arkadan çekişli taşıtlarda arka aks grubunda, önden çekişli taşıtlarda vites kutusu içinde yer almaktadır. Arazi ve askeri amaçlı 4×4 çekişli taşıtlarda, ön ve arka aks grubunda bulunmaktadır. Bazı 4×4 çekişli araçlarda vites kutusu çıkışında merkezi diferansiyel olarak kullanılmaktadır.



Şekil 3.1. Taşıt diferansiyel mekanizmasının şematik gösterilişi



Şekil 3.2. Diferansiyel dişli mekanizma sisteminde $n_4 = 0$, $n_3 > n_1$ ve $n_3 = n_1$ hali için dişli çarkların çevre hızı grafiği

Ele alınan taşıt diferansiyel mekanizmasına moment kardan mili vasıtasıyla iletilmektedir. Genellikle spiral veya hipoid konik dişli çifti olan ayna ve mahrutu dişlileri, belli bir çevrim oranı ile giriş momentini diferansiyel dişli sistemindeki planet taşıyıcısına aktarır. Konik planet dişlileri (istavroz dişlisi) sol ve sağ konik güneş

dişlileri (aks dişlisi) ile birlikte eş çalışmaktadır. Planet taşıyıcısına yataklanmış istavroz dişlileri, üzerindeki momenti bir terazi kolu gibi, eşit olarak sağ ve sol aks dişlilerine dağıtır. Burada sağ ve sol aks dişlilerinin diş sayıları eşit ve istavroz dişlileri ile arasındaki açı 90° dir. Eğer diş sayıları, biri diğerinden ve aralarındaki açı 90° den farklı olursa istavroz dişlileri üzerindeki moment sağ ve sol aks dişlilerine belli oran ile dağıtılır. Bu moment dağılımı, genellikle 4×4 çekişli taşıtlarda n ve arka şaft arasında kullanılan merkez diferansiyel dişli mekanizmasında tercih edilir.



Resim 3.1. K.K.K. 1013. Ordu Donatım Ana Tamir Fabrikasında retilen T-Model askeri jipin arka diferansiyel dişli mekanizmasındaki ayna, istavroz ve aks dişlileri

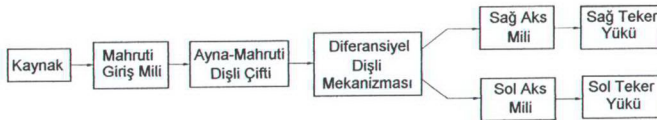
Bu tez çalışmasında, Kara Kuvvetleri Komutanlığı 1013. Ordu Donatım Ana Tamir Fabrikasında retilen T-Model askeri jipin arka diferansiyel dişli mekanizması ele alınmıştır. Yıldız Teknik niversitesi ve K.K.K. 1013. Ordu Donatım Ana Tamir Fabrikası arasındaki teknik işbirliği çerçevesinde, T-Model askeri araçtaki diferansiyel dişli mekanizma esas alınarak sistemin modeli oluşturulmuştur. Yapılan modelleme ve simülasyon çalışmalarında bu diferansiyel dişli mekanizmasının konstrüksiyon değerleri kullanılmıştır. Resim 3.1’de T-Model askeri aracın arka köprü olarak isimlendirilen arka aks grubundaki diferansiyel dişli mekanizmasının iç yapısı görülmektedir.

3.2. Taşıt Diferansiyel Dişli Mekanizmasının Bond Graf Tekniği ile Modellenmesi

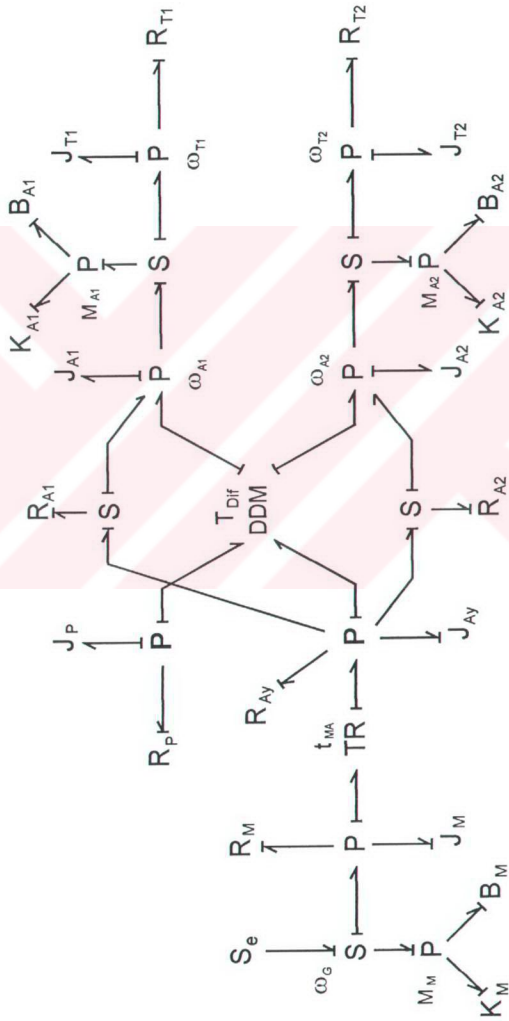
Diferansiyel dişli mekanizmasının bağlı bulunduğu sistem hattı üzerindeki diğer yapı elemanlarının esnekliği, ataleti ve yatak sürtünmeleri işin içine katılacak olursa, zaten kinematik yapısı hayli karışık olan sistemin dinamik yapısı daha çok karışacaktır. Böyle bir karışık yapının bilinen metotlarla modellenmesi oldukça güçtür. Bu sebeple bu tür mekanizmaların matematiksel modelinin elde edilmesinde, Bölüm 2’de anlatılan ve diğer metotlara göre çok daha kullanışlı ve pratik bir metot olan bond graf tekniği kullanılmıştır.

Yaptığımız modellemede ilk olarak, diferansiyel dişli mekanizma sisteminin bağlı bulunduğu mahruti mili ve aks milleri esnek olarak tanımlanmıştır. Dişli çiftlerinin kütle atalet momentleri ve yatak sürtünmeleri modele dahil edilmiştir. Fakat bu ilk aşamada mekanizmadaki dişli çiftleri, rijit ve boşluksuz olarak tanımlanmıştır.

Ele alınan taşıt diferansiyel dişli mekanizmasında güç, Şekil 3.3’de görüldüğü gibi giriş mili, konik dişli çark çifti, diferansiyel dişli mekanizması, sağ ve sol aks milleri üzerinden sağ ve sol tekerleklere iletilmektedir. Şekil 3.3’deki akış semasına ve yukarıdaki kabullere göre sistemin bond graf modeli elde edilir. Elde edilen taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının bond graf modeli Şekil 3.4’de gösterilmiştir.



Şekil 3.3. Taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının güç akış şeması



Şekil 3.4. Taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının bond graf modeli

Şekil 3.4'deki bond graf modelinde Bölüm 2'de anlatıldığı gibi, ayna mahrutu dişlileri için $t_{MA} = r_{Ay}/r_M$ oranına sahip bir trafo (TR) elemanı ve diferansiyel dişli mekanizması için T_{Dif} trafo matrisine sahip bir dört kapılı trafo (DDM) elemanı kullanılmıştır. Aslında (DDM) diferansiyel dişli mekanizması, konik dişli çarklardan meydana gelmiş bir (PDM) planet dişli mekanizmasıdır. Bölüm 2'deki planet dişli mekanizmasında çevre hızlarına bağlı olarak çıkartılan (2.24.a) ve (2.24.b) denklemleri aynen geçerlidir. Burada (2.24.a) ve (2.24.b) denklemlerindeki r_1 güneş dişli çark, r_3 çember dişli çark ve r_4 planet taşıyıcı kolunun yarı çapı konik dişli çark kullanıldığı için,

$$r_1 = r_3 = r_4 \quad (3.1)$$

olmaktadır. 3.1 eşitliği (2.24.a) ve (2.24.b) denklemlerinde yerine konur ve $_1$ için A_1 , $_2$ için p , $_3$ için A_2 ve $_4$ için A_y indis değişikliği yapılırsa,

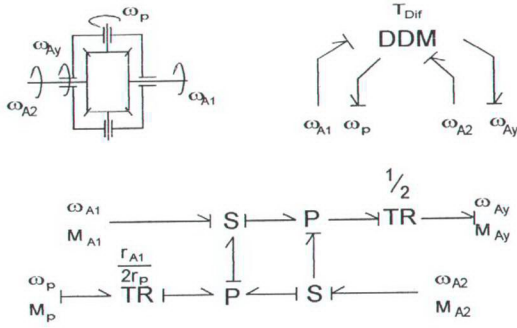
$$\omega_{A1} + \omega_{A2} - 2\omega_{Ay} = 0 \quad (3.2.a)$$

$$(\omega_{A1} - \omega_{A2}) - \frac{2r_p}{r_{A1}} \omega_p = 0 \quad (3.2.b)$$

denklemleri elde edilir. Şekil 3.5'deki bond graf ifadesinde, (3.2.a) ve (3.2.b) denklemlerindeki hız toplamaları S kapısında oluşur ve ortak hızlar ise P kapısında birleşir. Şekil 3.4 ve Şekil 3.5'deki diferansiyel dişli mekanizması (DDM), T_{Dif} matrisi ile dört kapılı bir eleman şeklinde gösterilmiştir. T_{Dif} matrisi,

$$T_{Dif} = \begin{bmatrix} \frac{r_{A1}}{2r_p} & -\frac{r_{A1}}{2r_p} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

şeklinde dir.



Şekil 3.5. Diferansiyel dişli mekanizmasının bond graf ifadesi

Şekil 3.4'deki bond graf modelinde tanımlanan diğer elemanlar;

S_e	hız kaynağı,
K_M	giriş milinin elastikiyeti,
B_M	giriş milinin malzeme iç sönümü,
J_M	konik pinyon dişlinin kütle atalet momenti,
R_M	konik pinyon dişlinin yatak sürtünme direnci,
t_{MA}	konik dişli çarkın çevrim oranı,
J_{Ay}	diferansiyel kovanın kütle atalet momenti,
R_{Ay}	diferansiyel kovanın yatak sürtünme direnci,
J_p	planet (istavroz) dişlisinin kütle atalet momenti,
R_p	planet (istavroz) dişlisinin yatak sürtünme direnci,
T_{dif}	diferansiyel dişli mekanizmasının çevrim oranı,
J_{A1}	sağ aks dişlisinin kütle atalet momenti,
R_{A1}	sağ aks dişlisinin yatak sürtünme direnci,
J_{A2}	sol aks dişlisinin kütle atalet momenti,
R_{A2}	sol aks dişlisinin yatak sürtünme direnci,
K_{A1}	sağ aks milinin elastikiyeti,

B_{A1}	sağ aks milinin malzeme iç sönümü,
K_{A2}	sol aks milinin elastikiyeti,
B_{A2}	sol aks milinin malzeme iç sönümü,
J_{T1}	sağ taşıt tekerleğinin kütle atalet momenti,
R_{A1}	sağ taşıt tekerleğinin yatak sürtünme direnci,
J_{T2}	sol taşıt tekerleğinin kütle atalet momenti,
R_{A2}	sol taşıt tekerleğinin yatak sürtünme direncidir.

Bölüm 2’de anlatılan çizgi ve nokta seçim kurallarına göre Şekil 3.4’deki bond graf modelinde 7 adet bağımsız değişkeni bulunmaktadır. Bu bağımsız değişkenler;

1. M_M giriş milindeki moment,
2. ω_{A1} sağ aks dişlisinin açısal hızı,
3. ω_{A2} sol aks dişlisinin açısal hızı,
4. M_{A1} sağ aks milindeki moment,
5. M_{A2} sol aks milindeki moment,
6. ω_{T1} sağ tekerleğin açısal hızı,
7. ω_{T2} sol tekerleğin açısal hızıdır.

Şekil 3.4’deki bond graf modelinde işaretlenen çizgi ve nokta, bu haliyle uç denklemlerde türev bağıntısı içermektedir. Bölüm 2’de anlatılan yöntemle uygun olarak, bağımlı hız kapılarındaki atalet elemanları, bağımsız hız kapılarına indirgenerek bu problem ortadan kaldırılır. Bu amaçla ilk önce mahruti dişlinin J_M kütle atalet momenti, J_{Ay} kütle atalet momenti ile birleştirilirse,

$$J_{Ay(eq)} = J_{Ay} + t_{MA}^2 \cdot J_M \quad (3.4)$$

elde edilir. Ayna dişlisinin $J_{Ay(eq)}$ indirgenmiş kütle atalet momenti ve planet dişlilerin J_p kütle atalet momentleri, Allen (1979), kullandığı virtüel atalet bağıntısından faydalanarak, aks dişlilerinin J_{A1} ve J_{A2} kütle atalet momentleri ile birleştirilirse,

$$J_{\Lambda(es)} = \begin{bmatrix} J_{\Lambda 1} & 0 \\ 0 & J_{\Lambda 2} \end{bmatrix} + T_{Dif}^t \cdot \begin{bmatrix} n \cdot J_p & 0 \\ 0 & J_{\Lambda y(es)} + n \cdot r_p^2 \cdot m_p \end{bmatrix} \cdot T_{Dif} \quad (3.5)$$

elde edilir. Elde edilen virtüel atalet elemanı, iki kapılı bir atalet elemanıdır. Elemanın uç denklemi;

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{\Lambda 1} \\ \dot{\omega}_{\Lambda 2} \end{bmatrix} = J_{\Lambda(es)}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} M_{\Lambda 1} \\ M_{\Lambda 2} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

şeklinde dir. Bağımlı hız kapılarındaki atalet elemanlarının hız kapılarına indirgenmesiyle elde edilen bond graf modeli Şekil 3.6'da görülmektedir.

3.3. Sistemin Durum Denklemlerinin Elde Edilmesi

Sistemin durum denklemleri, Şekil 3.6'daki bond graf modelinden, bond graf elemanların uç denklemleri ve enerji kapılarındaki güç dengesinden elde edilir. S_1 enerji kapısındaki açısal hızların toplamı,

$$\omega_1 - \omega_5 - \omega_2 = 0 \quad (3.7)$$

dır. Burada,

$$\omega_1 = \omega_G(t) \quad (3.8)$$

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{1}{K_M} \frac{dM_M}{dt} \quad (3.9)$$

$$\omega_5 = \omega_7 = t_{MA} \omega_8 = \frac{t_{MA}}{2} \omega_{A1} + \frac{t_{MA}}{2} \omega_{A2} \quad (3.10)$$

şeklindedir. (3.8), (3.9) ve (3.10) denklemleri, (3.7) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{dM_M}{dt} = -\frac{t_{MA}}{2} K_M \omega_{A1} - \frac{t_{MA}}{2} K_M \omega_{A2} + K_M \omega_G(t) \quad (3.11)$$

şeklinde sistemin 1. Durum denklemleri, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. P_5 ve P_6 kapılarına bağlı olan $J_{A(es)}$ atalet elemanının (3.6)'daki uç denkleminde,

$$\frac{d\omega_{A1}}{dt} = \bar{J}_{A(es)1,1}^{-1} M_{22} + \bar{J}_{A(es)1,2}^{-1} M_{21} \quad (3.12)$$

$$\frac{d\omega_{A1}}{dt} = \bar{J}_{A(es)2,1}^{-1} M_{22} + \bar{J}_{A(es)2,2}^{-1} M_{21} \quad (3.13)$$

şeklindedir. (3.12) ve (3.13) denklemlerinde M_{22} , P_5 enerji kapılarındaki toplamdan,

$$M_{22} = M_{17} + M_{16} - M_{24} \quad (3.14)$$

Elde edilir. Burada,

$$M_{17} = \frac{r_1}{2r_2} M_{13} + \frac{1}{2} M_{11} \quad (3.15)$$

$$M_{16} = M_{15} = R_{A1} \omega_{15} = \frac{R_{A1}}{2} \omega_{A1} + \frac{R_{A2}}{2} \omega_{A2} - R_{A1} \omega_{A1} \quad (3.16)$$

$$M_{24} = M_{25} = M_{26} + M_{27} = M_{A1} + B_{A1}\omega_{A1} - B_{A1}\omega_{T1} \quad (3.17)$$

şeklindedir. (3.12) ve (3.13) denklemlerinde M_{21} , P_6 enerji kapılarındaki toplamdan,

$$M_{21} = M_{20} + M_{19} - M_{23} \quad (3.18)$$

elde edilir. Burada,

$$M_{20} = -\frac{r_1}{2r_2}M_{13} + \frac{1}{2}M_{11} \quad (3.19)$$

$$M_{19} = M_{18} = R_{A2}\omega_{18} = \frac{R_{A2}}{2}\omega_{A1} + \frac{R_{A2}}{2}\omega_{A2} - R_{A2}\omega_{A2} \quad (3.20)$$

$$M_{23} = M_{28} = M_{29} + M_{30} = M_{A2} + B_{A2}\omega_{A2} - B_{A2}\omega_{T2} \quad (3.21)$$

şeklindedir. (3.15) ve (3.19) denklemlerinde M_{13} , M_{11} ,

$$M_{13} = \frac{r_1}{2r_2}R_p\omega_{A1} + \frac{r_1}{2r_2}R_F\omega_{A2} \quad (3.22)$$

$$M_{11} = M_8 - M_9 - M_{10} - M_{12} \quad (3.23)$$

şeklindedir. (3.23) denkleminde,

$$M_8 = t_{MA}M_7 = t_{MA}(M_5 - M_6) = t_{MA}(M_M + B_M\omega_4 - R_M\omega_6) \quad (3.24)$$

$$M_8 = t_{MA}M_M + t_{MA}B_M\omega_G(t) - \frac{t_{MA}^2}{2}(B_M + R_M)\omega_{A1} - \frac{t_{MA}^2}{2}(B_M + R_M)\omega_{A2} \quad (3.25)$$

$$M_9 = R_{Ay}\omega_9 = -\frac{R_{Ay}}{2}\omega_{A1} + \frac{R_{Ay}}{2}\omega_{A2} \quad (3.26)$$

$$M_{10} = M_{18} = R_{A2}\omega_{18} = \frac{R_{A2}}{2}\omega_{A1} + \frac{R_{A2}}{2}\omega_{A2} - R_{A2}\omega_{A2} \quad (3.27)$$

$$M_{12} = M_{15} = R_{A1}\omega_{15} = \frac{R_{A1}}{2}\omega_{A1} + \frac{R_{A1}}{2}\omega_{A2} - R_{A1}\omega_{A1} \quad (3.28)$$

şeklinde dir. (3.14) ve (3.18) denklemleri, (3.12) ve (3.13) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_{A1}}{dt} = & (\bar{J}_{A(ey)1,1}^{-1} + \bar{J}_{A(ey)1,2}^{-1}) \frac{t_{MA}}{2} M_M + (\bar{J}_{A(ey)1,1}^{-1} A + \bar{J}_{A(ey)1,2}^{-1} C) \omega_{A1} + (\bar{J}_{A(ey)1,1}^{-1} B + \bar{J}_{A(ey)1,2}^{-1} D) \omega_{A2} \\ & - \bar{J}_{A(ey)1,1}^{-1} M_{A1} - \bar{J}_{A(ey)1,2}^{-1} M_{A2} + \bar{J}_{A(ey)1,1}^{-1} B_{A1} \omega_{T1} + \bar{J}_{A(ey)1,2}^{-1} B_{A2} \omega_{T2} \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_{A2}}{dt} = & (\bar{J}_{A(ey)2,1}^{-1} + \bar{J}_{A(ey)2,2}^{-1}) \frac{t_{MA}}{2} M_M + (\bar{J}_{A(ey)2,1}^{-1} A + \bar{J}_{A(ey)2,2}^{-1} C) \omega_{A1} + (\bar{J}_{A(ey)2,1}^{-1} B + \bar{J}_{A(ey)2,2}^{-1} D) \omega_{A2} \\ & - \bar{J}_{A(ey)2,1}^{-1} M_{A1} - \bar{J}_{A(ey)2,2}^{-1} M_{A2} + \bar{J}_{A(ey)2,1}^{-1} B_{A1} \omega_{T1} + \bar{J}_{A(ey)2,2}^{-1} B_{A2} \omega_{T2} \end{aligned} \quad (3.30)$$

şeklinde sistemin 2. Ve 3. durum denklemleri, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. Burada,

$$A = -\frac{t_{MA}^2}{4} (B_M + R_M) - \frac{R_{Ay}}{4} - \frac{R_{A1}}{4} - \frac{R_{A2}}{4} - \left(\frac{r_1}{2r_2} \right)^2 R_p + B_{A1} \quad (3.31)$$

$$B = -\frac{t_{MA}^2}{4} (B_M + R_M) - \frac{R_{Ay}}{4} + \frac{R_{A1}}{4} + \frac{R_{A2}}{4} + \left(\frac{r_1}{2r_2} \right)^2 R_p \quad (3.32)$$

$$C = -\frac{t_{MA}^2}{4} (B_M + R_M) - \frac{R_{Ay}}{4} + \frac{R_{A1}}{4} + \frac{R_{A2}}{4} + \left(\frac{r_1}{2r_2} \right)^2 R_p \quad (3.33)$$

$$D = -\frac{t_{MA}^2}{4} (B_M + R_M) - \frac{R_{Ay}}{4} - \frac{R_{A1}}{4} - \frac{R_{A2}}{4} - \left(\frac{r_1}{2r_2} \right)^2 R_p + B_{A2} \quad (3.34)$$

şeklindedir. S_4 enerji kapısındaki açısal hızların toplamı,

$$\omega_{25} - \omega_{24} + \omega_{34} = 0 \quad (3.35)$$

şeklindedir. Burada,

$$\omega_{25} = \omega_{26} = \frac{1}{K_{A1}} \frac{dM_{A1}}{dt} \quad (3.36)$$

$$\omega_{24} = \omega_{A1} \quad (3.37)$$

$$\omega_{34} = \omega_{T1} \quad (3.38)$$

şeklindedir. (3.36), (3.37) ve (3.38) denklemleri, (3.35) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{dM_{A1}}{dt} = K_{A1}\omega_{A1} - K_{A1}\omega_{T1} \quad (3.39)$$

şeklinde sistemin 4. Durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. S_5 enerji kapısındaki açısal hızların toplamı,

$$\omega_{28} - \omega_{23} + \omega_{31} = 0 \quad (3.40)$$

şeklindedir. Burada,

$$\omega_{28} = \omega_{29} = \frac{1}{K_{A2}} \frac{dM_{A1}}{dt} \quad (3.41)$$

$$\omega_{23} = \omega_{A2} \quad (3.42)$$

$$\omega_{31} = \omega_{T2} \quad (3.43)$$

şeklindedir. (3.41), (3.42) ve (3.43) denklemleri, (3.40) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{dM_{A2}}{dt} = K_{A2}\omega_{A2} - K_{A2}\omega_{T2} \quad (3.44)$$

şeklinde sistemin 5. Durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. P_9 enerji kapısındaki moment toplamı,

$$M_{35} - M_{34} + M_{36} = 0 \quad (3.45)$$

dır. Burada,

$$M_{35} = J_{T1} \frac{d\omega_{T1}}{dt} \quad (3.46)$$

$$M_{34} = M_{25} = M_{26} + M_{27} = M_{A1} + B_{A1}(\omega_{A1} - \omega_{T1}) \quad (3.47)$$

$$M_{36} = R_{T1}\omega_{36} = R_{T1}\omega_{T1} \quad (3.48)$$

şeklindedir. (3.46), (3.47) ve (3.48) denklemleri, (3.45) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{d\omega_{T1}}{dt} = \frac{B_{A1}}{J_{T1}}\omega_{A1} + \frac{1}{J_{T1}}M_{A1} - \frac{(B_{A1} + R_{T1})}{J_{T1}}\omega_{T1} \quad (3.49)$$

şeklinde sistemin 6. Durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. P_{10} enerji kapısındaki moment toplamı,

$$M_{32} - M_{31} + M_{33} = 0 \quad (3.50)$$

dır. Burada,

$$M_{32} = J_{T2} \frac{d\omega_{T2}}{dt} \quad (3.51)$$

$$M_{31} = M_{28} = M_{29} + M_{30} = M_{A2} + B_{A2}(\omega_{A2} - \omega_{T2}) \quad (3.52)$$

$$M_{33} = R_{T2}\omega_{33} = R_{T2}\omega_{T2} \quad (3.53)$$

şeklindeir. (3.51), (3.52) ve (3.23) denklemleri, (3.50) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{d\omega_{T2}}{dt} = \frac{B_{A2}}{J_{T2}} \omega_{A2} + \frac{1}{J_{T2}} M_{A2} - \frac{(B_{A2} + R_{T2})}{J_{T2}} \omega_{T2} \quad (3.54)$$

şeklinde sistemin 7. durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. Elde edilen durum denklemleri,

$$\frac{d}{dt} \underline{x} = [A] \cdot \underline{x} + [B] \cdot \underline{u} \quad (3.55)$$

formunda yazılabilir. (3.55) denkleminde,

$$\underline{x} = [M_M \quad \omega_{A1} \quad \omega_{A2} \quad M_{A1} \quad M_{A2} \quad \omega_{T1} \quad \omega_{T2}]^T \quad (3.56)$$

$$\underline{u} = [\omega_G(t)]^T \quad (3.57)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-t_{MA}}{2} K_M & \frac{-t_{MA}}{2} K_M & & \\ (\bar{J}_{A(es)1,1}^{-1} + \bar{J}_{A(es)1,2}^{-1}) \frac{t_{MA}}{2} & \bar{J}_{A(es)1,1}^{-1} A + \bar{J}_{A(es)1,2}^{-1} C & \bar{J}_{A(es)1,1}^{-1} B + \bar{J}_{A(es)1,2}^{-1} D & & \\ (\bar{J}_{A(es)2,1}^{-1} + \bar{J}_{A(es)2,2}^{-1}) \frac{t_{MA}}{2} & \bar{J}_{A(es)2,1}^{-1} A + \bar{J}_{A(es)2,2}^{-1} C & \bar{J}_{A(es)2,1}^{-1} B + \bar{J}_{A(es)2,2}^{-1} D & & \\ 0 & K_{A1} & 0 & \dots & \\ 0 & 0 & K_{A2} & & \\ 0 & \frac{B_{A1}}{J_{T1}} & 0 & & \\ 0 & 0 & \frac{B_{A2}}{J_{T2}} & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{J}_{A(es)1,1}^{-1} & -\bar{J}_{A(es)1,2}^{-1} & -\bar{J}_{A(es)1,1}^{-1} B_{A1} & -\bar{J}_{A(es)1,2}^{-1} B_{A2} \\ -\bar{J}_{A(es)2,1}^{-1} & -\bar{J}_{A(es)2,2}^{-1} & -\bar{J}_{A(es)2,1}^{-1} B_{A1} & -\bar{J}_{A(es)2,2}^{-1} B_{A2} \\ \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{A1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{A2} \\ \frac{1}{J_{T1}} & 0 & \frac{(B_{A1} + B_{T1})}{J_{T1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{T2}} & 0 & \frac{(B_{A1} + B_{T1})}{J_{T2}} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} K_M \\ (\bar{J}_{A(es)1,1}^{-1} + \bar{J}_{A(es)1,2}^{-1}) \frac{t_{MA}}{2} B_M \\ (\bar{J}_{A(es)2,1}^{-1} + \bar{J}_{A(es)2,2}^{-1}) \frac{t_{MA}}{2} B_M \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Şeklinde olup,

$\underline{x}$: Durum değişkenleri vektörü,

$\underline{u}$: Kaynak vektörü,

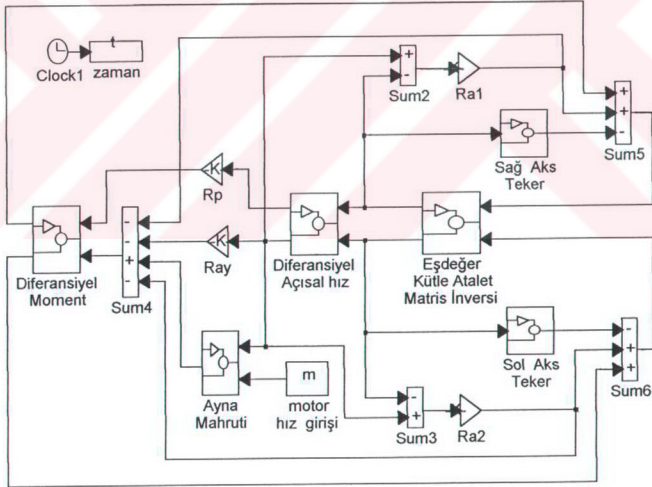
$[A]$: Durum değişkenleri vektörü katsayılar matrisi,

$[B]$: Kaynak vektörü katsayılar matrisini,

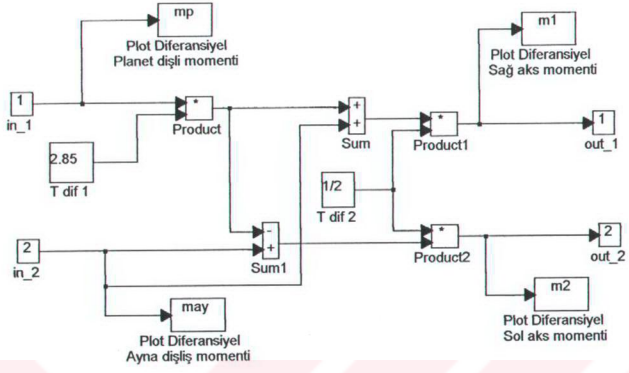
göstermektedir.

3.4. Sistemin Blok Diyagramları

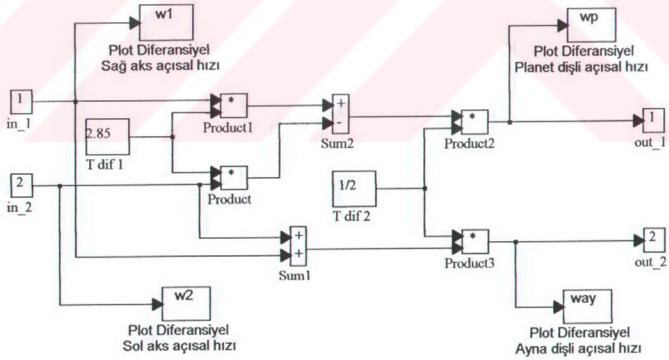
Sistemin bond graf modelinden blok diyagramlarına geçilmektedir. Bölüm 2’de bond graf modelinden blok diyagramlarına nasıl geçildiği anlatılmıştır. Bölüm 2’de verilen bilgiler ışığında ve Şekil 3.6’daki en son düzenlenen sistemin durum denklemlerinin çıkartıldığı bond graf modeli kullanılarak blok diyagramları elde edilir. Bu sistem için elde edilen blok diyagramı Şekil 3.7’de gösterilmiştir. Şekil 3.7’deki blok diyagramında kullanılan kapalı blokların iç yapısı Şekil 3.8, 3.9, 3.10, 3.11, 3.12 ve 3.13’de görülmektedir.



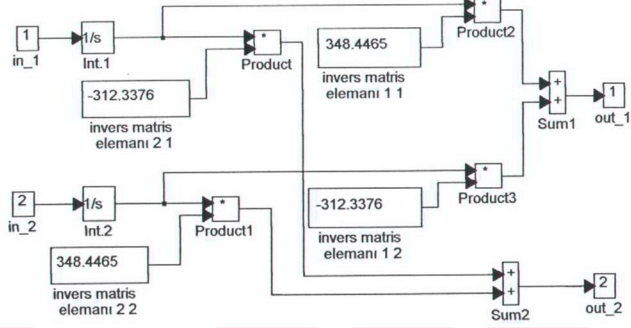
Şekil 3.7. Şekil 3.6’daki bond graf modelinin blok diyagramı



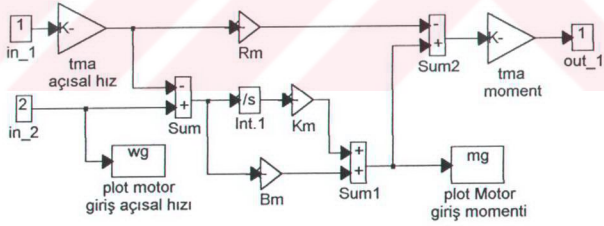
Şekil 3.8. Diferansiyel Moment bloğunun iç yapısı



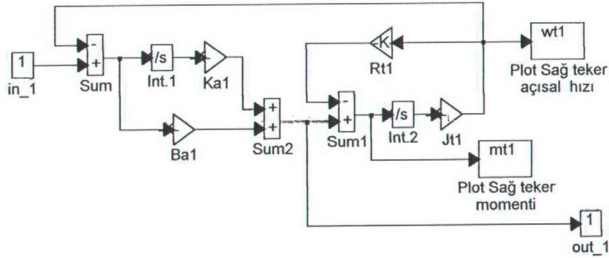
Şekil 3.9. Diferansiyel Açısal Hız bloğunun iç yapısı



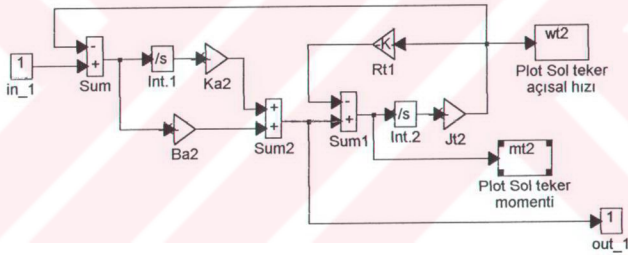
Şekil 3.10. Eşdeğer Kütle Atalet Matris İnvers bloğunun iç yapısı



Şekil 3.11. Ayna Mahruti bloğunun iç yapısı



Şekil 3.12. Sağ Aks Teker bloğunun iç yapısı



Şekil 3.13. Sol Aks Teker bloğunun iç yapısı

Şekil 3.7 ile 3.13 arasında gösterilen blok diyagramları, bu tez çalışmasında simülasyon çalışmalarının yapıldığı Simulink bilgisayar programında oluşturulmuştur. Bu diyagramlar bir program yazılımı gibi düşünülebilir. Çünkü, bu diyagramların karşılığında diferansiyel denklemlerin çözümünün yapıldığı bir yazılım mevcuttur. Simulink bilgisayar programının sağladığı bu kolaylık sayesinde, sistemin durum denklemlerinin çıkarılmasına gerek kalmadan blok diyagramları ile simülasyon yapılabilir.

3.5. Taşıt Diferansiyel Dişli Mekanizmasının Simülasyonu

Taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının simülasyon çalışmaları, yukarıda bond graf modelinden elde edilen blok diyagramları vasıtasıyla, Matlab ana programı altında çalışan Simulink bilgisayar programı ile yapılmıştır. Kullandığımız bilgisayar programı, sistemin diferansiyel denklemlerinin, blok diyagramları şeklinde modellenmesine imkan tanımaktadır. Lineer ve non-lineer sistemlerin modellenmesi ve kontrol işlevleri rahatlıkla gerçekleştirebilecek bir kapasiteye sahiptir.

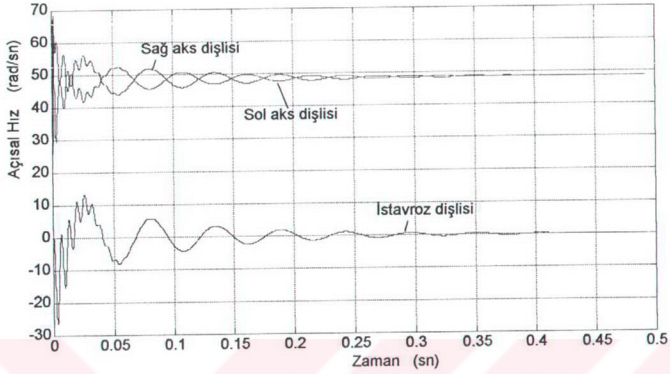
Program Runge-Kutta 3, Runge-Kutta 5, Adams, Gear, Adams-Gear, Linsim, Euler integrasyon yöntemlerine sahiptir. Simülasyon çalışması sırasında, modellenen sisteme uygun integrasyon yöntemlerinden biri seçilir. Runge-Kutta 3 ve Runge Kutta 5, yüksek non-lineerlik ve süreksizlik içeren sistemlerde diğer yöntemlere nazaran çok daha üstün bir performansa sahiptir. Bu yöntemler karmaşık sistemlerin çözümünde iyi bir performansa sahiptirler. Eğer sistem, hızlı ve yavaş dinamik hareketleri bir arada içeriyorsa bu yöntemler iyi sonuç vermez. Bu durumda Linsim veya Gear yöntemlerinden biri seçilirse iyi sonuç elde edilir. Sistem non-lineer ve düzgün ise Gear yönteminin kullanılması tavsiye edilir. Bu yöntem daha ziyade rijit sistemler için uygun olup, elastik sistemlerde diğer yöntemlere nazaran daha az etkilidir. Adams yöntemi ise düzgün ve non-lineer sitemlerin çözümünde iyi sonuç vermesine rağmen, bir hayli geniş aralıkta değişen zaman sabitine sahip sistemlerde iyi sonuç vermez. Euler yönteminin ise sadece sonuçların kontrol edilmesinde kullanılması tavsiye olunur (Simulink User's Guide, 1993).

Bu tez çalışmasında yapılan bilgisayar simülasyonlarında Linsim integrasyon yöntemi kullanılmıştır. Adım aralığı $h = 0.0001$ alınmıştır. Bilgisayar simülasyonunda kullanılan sistem parametreleri Tablo 3.1'de liste halinde verilmiştir. Bu listedeki parametrelere göre yapılan bilgisayar simülasyonunda elde edilen sonuçlar Şekil 3.14 ile 3.17 arasında görülmektedir.

Tablo 3.1. Bilgisayar Simülasyonunda Kullanılan Parametre Listesi

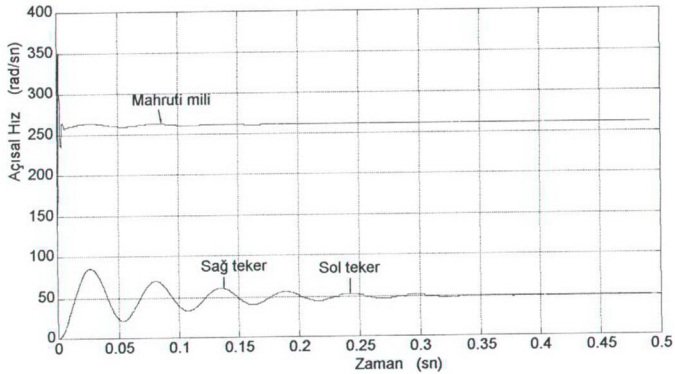
Parametre	Parametre Adı	Sayısal Değer	Birim
S_e	Hız kaynağı	261	rad/s
K_M	Mahruti milinin yay sabiti	79250	Nm/rad
B_M	Mahruti milini malzeme iç sönümü	0.5	Nms/rad
J_M	Mahruti dişlinin kütle atalet momenti	0.01	Nms ²
R_M	Mahruti dişlinin yatak sürtünme direnci	0.1	Nms/rad
J_{Ay}	Ayna dişlisinin kütle atalet momenti	0.05453	Nms ²
R_{Ay}	Ayna dişlisinin yatak sürtünme direnci	0.1	Nms/rad
J_P	Planet dişlinin kütle atalet momenti	$2.669 \cdot 10^{-4}$	Nms ²
R_P	Planet dişlinin yatak sürtünme direnci	0.01	Nms/rad
$J_{A1} - J_{A2}$	Sağ ve sol aks dişlinin kütle atalet momentleri	$4.29 \cdot 10^{-4}$	Nms ²
$R_{A1} - R_{A2}$	Sağ ve sol aks dişlinin yatak sürtünme dirençleri	0.1	Nms/rad
K_{A1}	Sağ aks milinin yay sabiti	16370	Nm/rad
K_{A2}	Sol aks milinin yay sabiti	12030	Nm/rad
$B_{A1} - B_{A2}$	Sağ ve sol aks millerinin malzeme iç sönümü	0.1	Nms/rad
$J_{T1} - J_{T2}$	Sağ ve sol taşıt tekerlerinin kütle atalet momenti	0.1	Nms ²
$R_{T1} - R_{T2}$	Sağ ve sol taşıt tekerlerinin yatak sürtünme direnci	2.17	Nms/rad

Şekil 3.14’de diferansiyel dişli mekanizmadaki aks ve istavroz dişlilerinin açısal hızları görülmektedir. Aks milleri farklı uzunluğa ve yay sabitine sahip olduğu için, ilk önce farklı değerlerde salınım yapmakta ve gerçek değerlerine ulaşmaktadır. Planet dişlisinin açısal hızı sıfır olması gerekirken, aks dişlilerindeki hız farkı sebebiyle sistemdeki titreşimler sönümleninceye kadar planet dişlinin açısal hızında salınımlar görülmektedir.



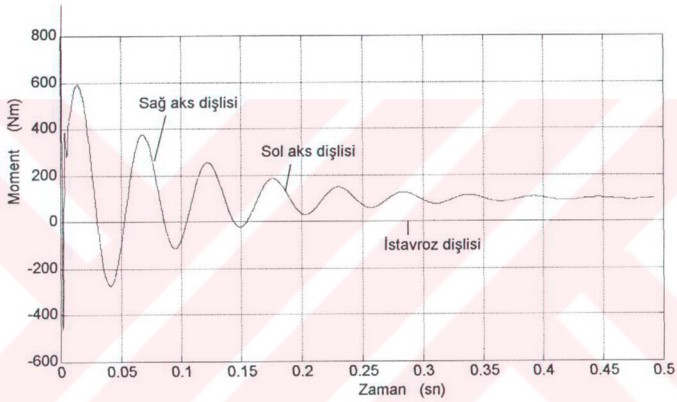
Şekil 3.14. Sağ ve sol aks dişlileri ile istavroz dişlisinin açısal hızları

Şekil 3.15’de ise sağ ve sol tekerler ile mahruti milinin açısal hızları bulunmaktadır. Sistem girişi mahruti milinden olduğu için mahruti milinin açısal hızı sistem giriş hızına ulaşmaktadır. Burada kullanılan sönüm ve sürtünme değerlerine bağlı olarak salınımlar hemen sönümlenmektedir. Teker hızları ayna mahruti çevrim oranına bağlı olarak azalmaktadır. Tekerlerde kullanılan sürtünme ve kütle ataletleri aynı olduğu için salınımları da aynı olmaktadır.



Şekil 3.15. Sağ ve sol tekerler ile Mahruti milinin açısal hızları

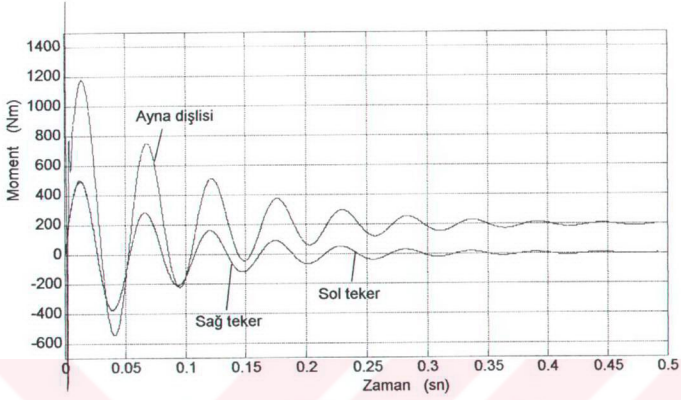
Şekil 3.16'da diferansiyel dişli mekanizmasındaki sağ ve sol aks ile istavroz dişlilerinin momentleri görülmektedir. Aks dişlilerinin moment değerleri ve salınımları aynıdır. Sistemde kullanılan yatak sürtünme ve kütle ataletlerine bağlı olarak değişir. Kütle ataletleri yenildikten sonra belli bir değere ulaşır. İstavroz dişlisinin yatak sürtünme direncinin değeri küçük olduğu için çok kısa bir zamanda moment değeri sıfır olmaktadır.



Şekil 3.16. Sağ ve sol aks dişlileri ile istavroz dişlisinin momentleri

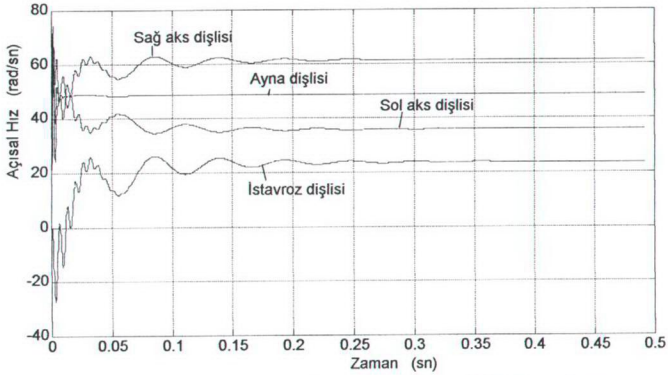
Şekil 3.17'de ayna dişlisi ile sağ ve sol tekerlerin momenti görülmektedir. Teker momentlerinin salınımları aynıdır. Sistemde yük bulunmadığı için tekerleklerdeki kütle ataletleri yenildikten sonra moment değeri sıfır olmaktadır. Ayna dişlisinin momenti, Şekil 3.16'daki aks dişlilerinin moment salınımlarına benzemektedir. Ayna dişlisinin moment değeri, sistemde kullanılan sürtünmeye bağlıdır ve bu moment değeri Şekil 3.16'daki aks dişlilerinin moment değerinin iki katına ulaşmaktadır.

Şekil 3.18'den itibaren sistemin simülasyon parametrelerinde değişiklik yapılmıştır. Şekil 3.18 ile 3.21 arasındaki gösterilen simülasyon sonuçlarında sol teker sürtünme direnci, sağ teker sürtünme direncinin 1.75 katı kadar artırılmıştır.



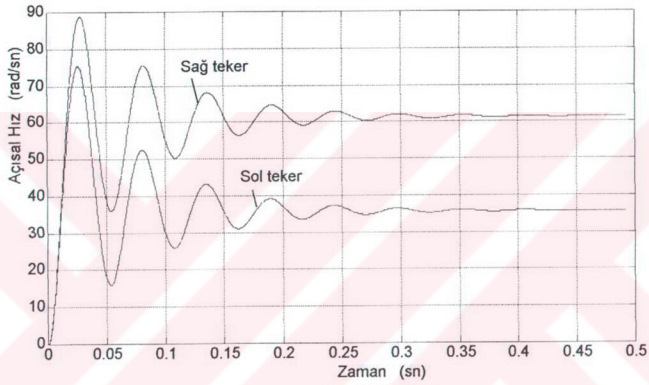
Şekil 3.17. Ayna dişlisi ile sağ ve sol teker momentleri

Şekil 3.18’de sağ ve sol aks dişlileri, ayna dişlisi ve istavroz dişlisinin açısal hızları görülmektedir. Burada sol teker sürtünme direnci artırıldığı için sol aks dişlisinin hızı salınım yaptıktan sonra azalmakta ve sağ aks dişlisinin hızı salınım yaptıktan sonra aynı oranda artmaktadır. Ayna dişlisinin hızında bir değişiklik olmamıştır. İstavroz dişlisinin hızı salınım yaptıktan sonra sıfırdan farklı bir değere ulaşmaktadır. Bunun sebebi, sağ ve sol aks dişlilerinin hızlarının birbirinden farklı olmasıdır.



Şekil 3.18. Sağ ve sol aks dişlileri, ayna dişlisi ve istavroz dişlisinin açısal hızları

Şekil 3.19'da sağ ve sol teker açısal hızları görülmektedir. Sol tekere uygulanan aşırı sürtünme, teker hızları arasındaki hız farkının arasını açmaktadır. Bu durum taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının viraj veya çamurlu zemindeki patinaj durumuna örnek teşkil edebilir.

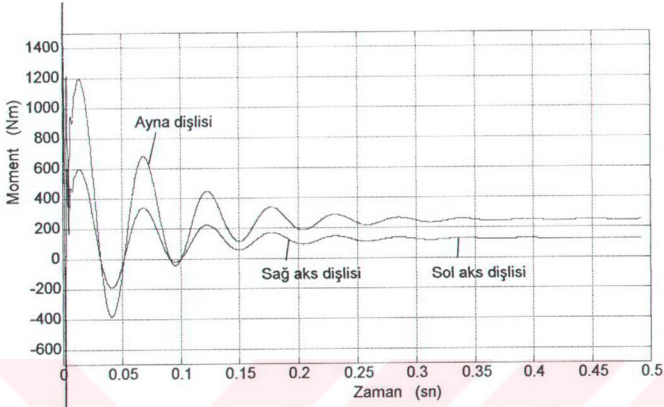


Şekil 3.19. Sağ ve sol tekerlerin açısal hızları

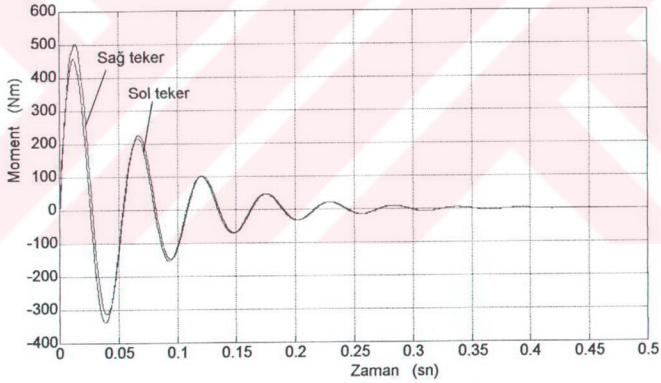
Şekil 3.20'de sağ ve sol aks dişlileri ile ayna dişlisinin momentleri görülmektedir. Sol tekere uygulanan aşırı sürtünme, aks dişlilerinin momentleri arasında bir fark oluşturmamaktadır. Ayna dişlisinin momenti, aks dişlilerinin salınımlarına benzer bir salınım yapmakta ve aks dişlilerinin momentinin iki katına ulaşmaktadır.

Şekil 3.21'de sağ ve sol teker momentleri görülmektedir. Sol teker uygulanan aşırı sürtünme, salınımlarda çok az bir fark meydana getirmektedir. Sistemde yük olmadığı için her iki teker momenti salınım yaptıktan sonra sıfır olmaktadır.

Şekil 3.22 ile 3.25 arasındaki gösterilen simülasyon sonuçlarında sol teker kütle atalet moment değeri, sağ teker kütle atalet moment değerinin 100 katı kadar azaltılmıştır.

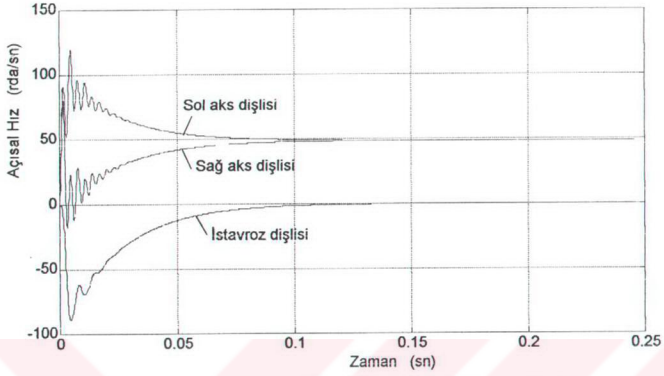


Şekil 3.20. Sağ ve sol aks dişlileri ile ayna dişlisinin momentleri



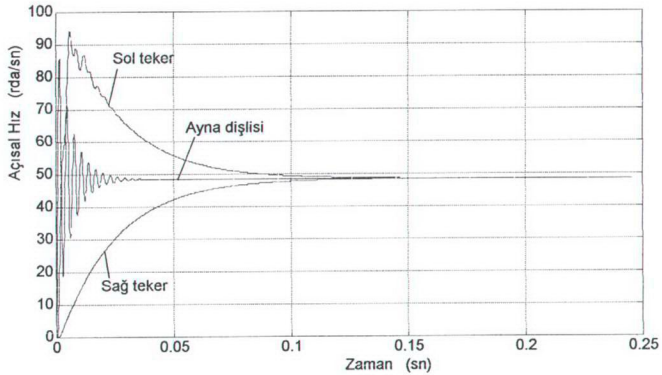
Şekil 3.21. Sağ ve sol tekerlerin momentleri

Şekil 3.22’de sağ ve sol aks dişlileri ile istavroz dişlisinin açılmal hızları görülmektedir. Burada sol teker kütle ataleti azaltıldığı için, sol aks dişlisinin hız salınımları sağ aks dişlisinin salınımlarına göre daha yüksek değerlere ulaşmaktadır. Fakat teker sürtünmeleri arasında bir farklılık olmadığı için sağ ve sol aks dişlilerinin hızları aynı değere ulaşmaktadır. İstavroz dişlisinin hız salınımı, aks dişlilerinin salınımlarına bağlı olarak bir farklılık gösterse bile salınımları sönümlendikten sonra sifıra ulaşmaktadır.



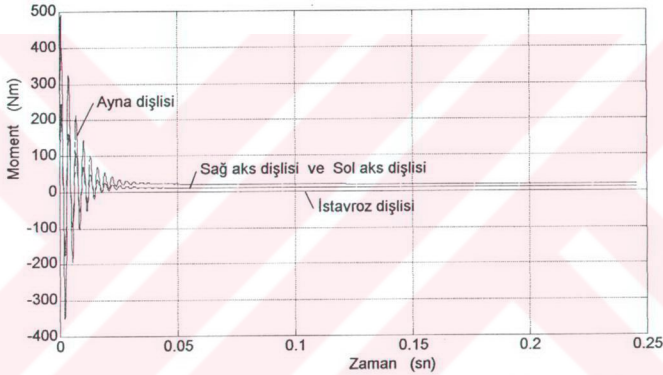
Şekil 3.22. Sağ ve sol aks dişlileri ile istavroz dişlisinin açısal hızları

Şekil 3.23’de sağ ve sol teker ile ayna dişlisinin açısal hızları görülmektedir. Ayna dişlisinin hız salınımı sönümlendikten sonra kendi hız değerine kavuşmaktadır. Sol teker kütle ataleti azaltıldığı için, teker hız salınımları arasında farklılık görülmektedir. Sol teker hız salınımı sağ tekere göre daha yüksek değerlere ulaşmaktadır. Sistem simülasyon değerlerinde başka bir farklılık olmadığı için teker hızları ile ayna dişlisinin hız değeri aynı olmaktadır.



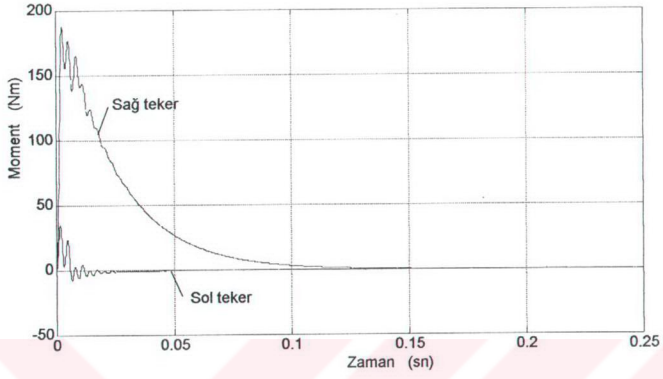
Şekil 3.23. Sağ ve sol teker ile Ayna dişlisinin açısal hızları

Şekil 3.24’de sağ ve sol aks dişlileri, ayna dişlisi ve istavroz dişlisinin momentleri görülmektedir. Sol teker kütle ataletinin azaltılması aks dişlilerinin momenti üzerinde bir değişiklik meydana getirmemektedir. Ayna dişlisi moment salınımı ile aks dişlilerinin moment salınımları birbirine benzemektedir ve ayna dişlisinin momenti aks dişlilerinin momentinin iki katıdır. Şekil 3.16’da olduğu gibi, burada da istavroz dişlisinin momenti sıfırdır.



Şekil 3.24. Sağ ve sol aks dişlileri, ayna dişlisi ve istavroz dişlisinin momentleri

Şekil 3.25’de sağ ve sol teker momentleri gösterilmiştir. Sol teker kütle ataleti azaltıldığı için teker moment salınımlarında farklılık görülmektedir. Sağ teker momenti, sol teker momentine göre daha yüksek değerlerde salınım göstermektedir. Sistemde yük olmadığı için Şekil 3.17’deki gibi teker moment salınımları sönümlendikten sonra sıfır olmaktadır.



Şekil 3.25. Sağ ve sol teker momentleri

BÖLÜM 4

TAŞIT DİFERANSİYEL DİŞLİ MEKANİZMASININ DENEYSEL OLARAK TİTREŞİM ANALİZİ

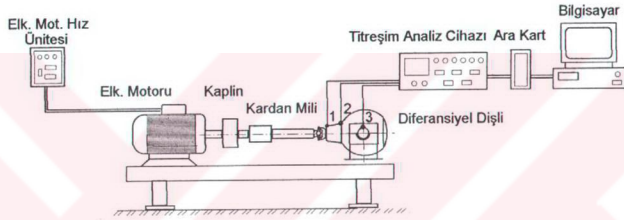
4.1. Deney Ünitesi

Dişlilerin çalışması esnasında dinamik yükün oluşmasına sebep olan faktörler; profil hatası, adım hatası, eksen kaçıklığı gibi imalat hataları ile dinamik yükler altındaki elastik diş deformasyonları ve montaj hatalarıdır. Bir dişli mekanizma sisteminde bulunan elemanlar, standartlara uygun imal edilse bile kutu içerisine yerleştirilip çalışmaya başladıktan sonra sistemde oluşan bileşke hataya bağlı olarak, dinamik problemler ortaya çıkmaktadır. Bunun yanında, dişli üzerindeki dinamik yük ya da titreşimler, dişli sisteminin diğer karakteristiklerinden (şaftlar, yataklar, dişli kutusu vs.) de büyük ölçüde etkilemektedir (Kubo et al, 1980). Dişli sistemlerinde oluşan dinamik etkilerin modellenmesi ve bu modelin gerçeğe yakınlığı bu dinamik etkilerin azaltılması için önemli bir adım teşkil etmektedir. Taşıt diferansiyel dişli mekanizma sisteminin çalışması esnasında oluşacak dinamik etkilerin deneysel olarak ortaya konulması için, sistem üzerinde titreşim analizinin yapılabildiği bir deney ünitesi gerekmektedir.

Dişli sistemlerinde titreşim ve gürültü seviyesinin tespiti ve buna bağlı olarak sistem performansının incelenmesi ve artırılması için Kara Kuvvetleri Komutanlığı 1013. Ordu Donatım Ana Tamir Jip Fabrikası ve Yıldız Teknik Üniversitesi işbirliği ile daha önce bilgisayar destekli bir deney seti kurulmuştur. Motor ve vites kutusunu içine alan bilgisayar destekli bu deney setinin amacı, fabrikada imal edilen CJ 3B ve GT-Model araçların vites kutularındaki titreşim ve gürültülerinin azaltılmasıdır (Güçlü, 1996).

Dişli sistemlerinde titreşim ve gürültü problemlerinin azaltılması amacıyla, askeri fabrikada üretilen T- Model Jiplerinin diferansiyel dişli mekanizmalarının üzerinde

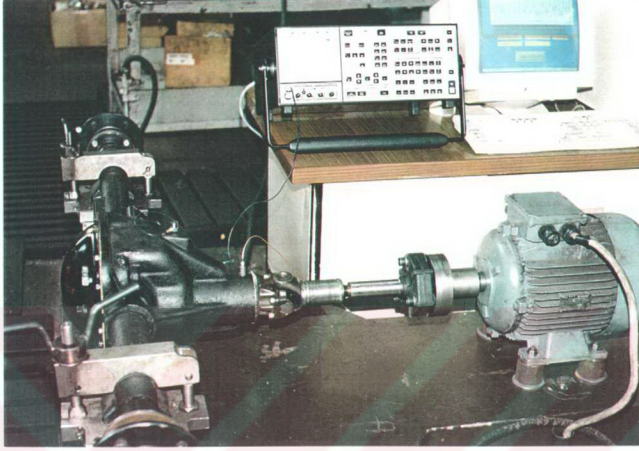
titreşim deneylerinin yapılabilmesi için tarafımızdan bir deney ünitesi adı geçen fabrikada kurulmuştur. Bu tez çalışması için yaptığımız titreşim ölçümlerinde ise, askeri fabrikadaki deney ünitesi üzerinde Yıldız Teknik Üniversitesi Araştırma Fonu tarafından desteklenen 94-B-06-01-01 sayılı ve “Taşıtlarda Diferansiyel Mekanizma Sisteminin Dinamik Analizi” adlı proje kapsamında yer alan Titreşim Analiz Cihazı ve Dijital-Analog Kart kullanılmıştır. Kurulan deney ünitesi Şekil 4.1 ve Resim 4.1 ile 4.2’de gösterilmiştir.



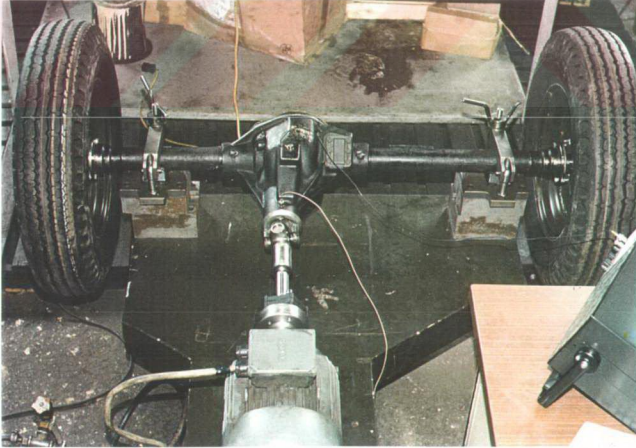
Şekil 4.1. Diferansiyel Dişli Mekanizmasının Deney Seti

Deneyisel çalışmaları için kurulan Şekil 4.1’deki deney seti;

- Elektrik Motoru (AC),
- Hız Kontrol Ünitesi (inverter),
- Kaplın,
- Kardan Mili,
- Diferansiyel Dişli Mekanizma ve Arka Köprü,
- Titreşim Algılayıcı (Transduser),
- Titreşim Analiz Cihazı,
- Dijital-Analog Çevirici,
- Bilgisayar



Resim 4.1. Diferansiyel Dişli Mekanizmasının Deney Seti ve Titreşim Analiz Cihazı



Resim 4.2. Diferansiyel Dişli Mekanizması Deney Seti

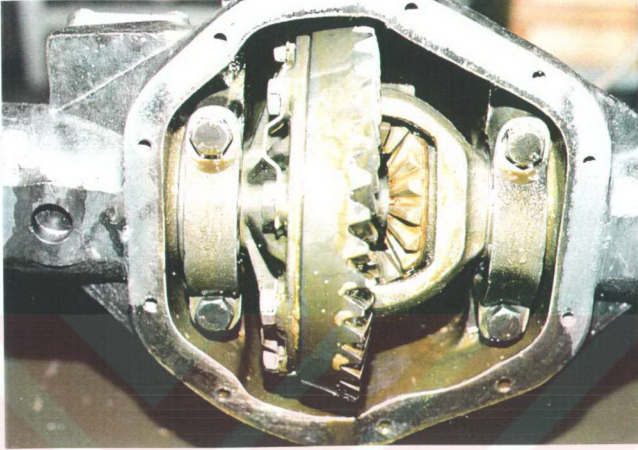
olmak üzere 9 elemandan oluşmaktadır. Devir sayısı inverter tarafından ayarlanabilen bir elektrik motoru (AC), diferansiyel mekanizmayı değişik devirlerde tahrik etmektedir. Arka köprü üzerinde diferansiyel dişli mekanizmanın ayna, mahruti ve aks dişlilerinin oluşturduğu titreşimin dikey bileşenleri, transduser vasıtasıyla titreşim analiz cihazına iletilir. Titreşim analiz cihazından zaman ve frekans modunda titreşimin ivme, hız ve deplasman değerleri grafik halinde görülebilmektedir. Ölçülen titreşimlerin grafikleri hafızaya kayıt edilebilmektedir. Fakat titreşim analiz cihazının hafızası sınırlıdır. Cihazın hafızası dolduktan sonra yeni grafik alabilmek için eski grafiklerin silinmesi gerekmektedir. Bu sebeple Titreşim analiz cihazındaki değerler bilgisayara aktarılmaktadır. Titreşim analiz cihazı analog sinyal, bilgisayar ise dijital sinyal kullandıkları için, bilgisayara aktarım işleminde bir analog dijital çevirici kullanılmıştır.

Yukarıda bahsedildiği gibi yapılan bu araştırma, Yıldız Teknik Üniversitesi Araştırma Fonu ve K.K.K. 1013. Ordu Donatım Ana Tamir Fabrikası tarafından desteklenmiş ve deney setinin oluşturulması için gerekli finansman, bu iki kuruluş tarafından temin edilmiştir. Deney ünitesinde kullanılan elemanların teknik özellikleri aşağıda sunulmaktadır.

4.1.1. Elektrik Motoru (AC)

Diferansiyel dişli mekanizmasını tahrik eden elektrik motorunun özellikleri aşağıdaki gibidir;

Tip	: AGM 132 S 2B
Bağlantı	: Üçgen
Güç	: 7.5 kW
Cosφ	: 0.88 (Güç Faktörü)
Hız	: 2880 d/d
Frekans	: 50 Hz
Akım	: 15.4 A
Gerilim	: 380 V 3 ~ (Faz)



Resim 4.3. Diferansiyel Dişli Mekanizmasının Ayna ve Aks Dişlileri



Resim 4.4. Titreşim Analiz Cihazı ve Dijital Analog Kartın Bulunduğu Bilgisayar

4.1.2. Hız Kontrol Ünitesi (İnverter)

Elektrik motorunun devir sayısını kontrol etmek amacıyla aşağıdaki özellikleri belirtilen hız kontrol ünitesi kullanılmıştır.

Giriş Gerilimi	: 220 V $\pm$ %15 - 380 V $\pm$ %20
Giriş Frekansı	: 50 Hz $\pm$ %5
Güç Faktörü	: 0.95
Çıkış Gerilimi	: 0...UnPWM (Pulse Width Modulation)
Çıkış Frekansı	: 4...90 Hz
Çıkış Max. Akımı	: 1. In (1 dk. için nominal yükün 1.3 katına çıkabilir)
Çalışma Ortam Sıcaklığı	: 1 ÷ 45°
Verim	: 0.95
Min. Frekans	: 0...35 Hz
Max. Frkans	: 35...90 Hz
İvmelenme	: 0.7...20 Hz/s
Yavaşlama	: 0.7...20 Hz/s

4.1.3. Arka Köprü

Askeri fabrikada üretimi yapılmakta olan T-Model askeri jipin arka diferansiyel dişli mekanizması ve arka aks milleri, arka köprü diye isimlendirilen kovan içinde bulunmaktadır. 43/8 ve 47/11 çevrim oranlarına sahip iki farklı ayna mahrutu dişli çifti kullanılmaktadır. Diferansiyel dişli mekanizmasındaki aks dişlileri diş sayıları birbirine eşittir. Aks dişlilerinin arasında yataklanmış bulunan planet dişlilerinden iki adet kullanılmıştır. Diferansiyel dişli mekanizması köprünün sağ tarafına yakındır. Bu yüzden aks millerinin boyları farklıdır.

Mahruti, ayna ve aks dişlilerinin yataklama noktalarındaki z eksenini doğrultusunda köprü üzerine transdüserler sabitlenerek titreşim ölçümleri yapılmıştır. Ölçülen titreşim değerleri, toplam titreşimin dikey doğrultudaki (z) bileşenleridir. Diferansiyel dişli mekanizmasının ayna ve aks dişlileri Resim 4.3’de görülmektedir.

4.1.4. Titreşim Analiz Cihazı ve Analog - Dijital Kart

Titreşim analizi için “Brüel & Kjaer Vibration Analyzer Type 2515” cihazı kullanılmıştır. Bu cihazda titreşimin deplasman, hız ve ivme değeri hem zaman modunda hem de frekans modunda ölçülebilmektedir. Frekans modunda,

İvme (m/s^2) için	0.3 Hz	ile	20 kHz
Hız (mm/s) için	0.3 Hz	ile	20 kHz
Deplasman (μm) için	1.0 Hz	ile	1 kHz

arasında ölçüm yapılabilmektedir. Bu cihaz ile birlikte “IEEE NI-488.2 GPIB-PCII Mode Kart (For MS-DOS / WINDOWS) ve Tip X2 Double-Shielded GBIB Kablo” kullanılarak ölçülen titreşim değerleri bilgisayara aktarılmıştır. Resim 4.4’de Titreşim analiz cihazı ve analog dijital kartın içinde bulunduğu bilgisayar görülmektedir.

4.1.5. Bilgisayar

IBM uyumlu 66 Mhz CPU (Center Processing Unit) clock hızında, 486DX2 işlemci, 4 MB hafızaya sahip bir bilgisayardır. İçerisinde A/D kartın girebileceği 16 bitlik soketler mevcuttur. Titreşim analiz cihazının üreticisi tarafından hazırlanan bir program bulunmaktadır. Bu program ile cihazdaki ölçülen değerler, bilgisayara dosyalar halinde kaydedilir. Bu dosyalardaki nümerik değerler, Microsoft Windows altında Excel programında grafik haline dönüştürülmüştür.

4.2. Deneysel Olarak Titreşim Analizi

Titreşim analizi için, dişli üzerinden direkt ölçüm yapmak çok avantajlı olmasına rağmen, titreşim algılayıcı cihazların yerleştirilmesi ve ölçümün yapılması açısından oldukça zordur. Direkt ölçüm değerleri yerine genellikle dişli kutularındaki veya yataklarındaki dış titreşim ivme değerleri kullanılarak, kutu içerisindeki dişli

titreşimlerinin yaklaşık değerleri elde edilir (Umezewa et al 1988). Bu bölümde yapılan çalışmada, yukarıda bahsedilen deney setinde diferansiyel dişli mekanizmasının dış titreşim ivmelerini ölçerek, kutu içindeki dişli titreşim değerleri hakkında bilgi sahibi olmamız amaçlanmıştır. Dışarıdan alınan titreşim değerleri, kutu içerisindeki hangi elemandan kaynaklandığını (dişli çarklar veya yataklar gibi) titreşim analizi yoluyla tespit edilmektedir.

Titreşim analizi yapılarak dişlilerdeki hataların tespit edilmesiyle ilgili Randall (1975, 1982, 1984), Mc Fadden (1985) deneysel yaklaşımda bulunmuş, bazı araştırmacılar ise matematik model ve simülasyona dayalı araştırmalar yapmışlardır (Remmers, 1978), (Mark, 1978). Bu teoriyi baz alarak, sayısal bir metot ile dişli mekanizmasının dinamik modeli çıkartılıp hem dişlilerin ve diğer elemanların üreteceği burulma, radyal ve aksiyal titreşimlerin hem de dişli kutusunun üreteceği xyz eksenleri boyunca olan titreşimleri hesaplanabilir. Hesaplanan bu titreşimlerden özellikle dişli kutsu gövdesindeki değerler (xyz eksenleri boyunca) alınarak frekans analizi yapıp, her bir elemanın ne kadar titreşim ürettiği hesaplanabilir. Daha sonra hesaplanan bu değerler, ölçüm değerleri ile karşılaştırılıp yapılan analizin sağlıklı olup olmadığı saptanabilir (Güçlü, 1996).

Pratik uygulamalarda, titreşim kaynağı olan dişli ve diğer elemanların ölçülen titreşim değerleri ile dişli kutusu üzerinden ölçülen değerler arasında direkt bir ilişki olduğu Umezawa (et al, 1988), Kubo (et al, 1988) ve Güçlü (1996) tarafından tespit edilmiştir. Bu ilişki kutu üzerinden yapılan ölçümlerden faydalanarak, titreşim kaynağına inebilmeyi de mümkün kılmıştır. Diğer taraftan bölüm içerisinde de anlatılacağı üzere toplam titreşimin frekans analizi yapıldıktan sonra bir kısmının gövdenin tabii frekansına karşılık geldiği ve sistemin etkileşiminden kaynaklandığı ortaya çıkmıştır (Kaya 1990).

4.3. Deney Ünitesindeki Elemanların Çalışma Frekansları

Diferansiyel dişli mekanizması üzerinden ölçülen titreşim değerlerinin analizi yapılabilmesi için sistem içerisindeki elemanların (mil, dişli ve yatak) frekans değerlerinin bilinmesi gerekmektedir. Bu elemanların çalışma frekansları aşağıdaki formüllerle hesaplanabilir.

Dönme frekans için,

$$f_n = \frac{n}{60} \quad (\text{Hz}) \quad (4.1)$$

ve diş kavrama frekansı için,

$$f_z = \frac{n \cdot z}{60} \quad (\text{Hz}) \quad (4.2)$$

kullanılır. Burada n , devir sayısı (d/d), z ise dişli çarkın diş sayısıdır.

Konik masuralı bir rulmanın iç bilezik, dış bilezik ve masuralar için üç ayrı frekans değeri bulunmaktadır (Brüel Kjaer, 1987). İç bilezik için,

$$f_d = \frac{n}{2} f_r \left(1 - \frac{d}{D} \cos \beta \right) \quad (\text{Hz}) \quad (4.3)$$

Dış bilezik için,

$$f_i = \frac{n}{2} f_r \left(1 + \frac{d}{D} \cos \beta \right) \quad (\text{Hz}) \quad (4.4)$$

Masura için,

$$f_m = \frac{D}{d} f_r \left(1 - \left(\frac{d}{D} \cos \beta \right)^2 \right) \quad (\text{Hz}) \quad (4.5)$$

kullanılır. Burada;

- n : masura sayısı,
- f_r : iç ve dış bilezik arasındaki relatif devir sayısı (d/d),
- β : değme açısı,
- d : masura çapı,
- D : bölüm dairesidir.

4.4. Gövde Titreşimlerinin Ölçülmesi ve Değerlendirilmesi

Yukarıda anlatılan deney ünitesinde, sistem gövdesi üzerindeki titreşim ivme değerleri, titreşim analiz cihazıyla ölçülmüştür. Deney ünitesindeki tahrik motoru, inverter sayesinde farklı devir sayılarında dönebilmektedir. Taşıt yol durumuna göre farklı hızlarda yol aldığı için deney setindeki diferansiyel dişli mekanizması da farklı devir sayılarında tahrik edilmiştir.

Gövde üzerinden titreşim analizinin yapılabilmesi için, sistemde çalışan elemanların çalışma frekanslarının bilinmesi gerekmektedir. Bu amaçla, (4.1), (4.2), (4.3), (4.4) ve (4.5) denklemleri ile hesaplanan sistem elemanlarının çalışma frekans aralıkları Tablo 4.1’de verilmiştir.

Yapılan titreşim ölçümlerinde, düşük hızlarda titreşim değerleri belli sınırlar dahilindedir. Fakat hız yükseldikçe belli bir oran dahilinde titreşimin ölçülen değerlerinde artış gözlenmektedir. Yaptığımız çalışmada, giriş devir sayısı 2500 d/d civarında sistemdeki titreşim değerleri belirgin hale gelmektedir. Bu devir sayısında, hem frekans hem de zaman modunda elde ettiğimiz titreşim ivme değerleri Şekil 4.2’den Şekil 4.13’e kadar gösterilmiştir.

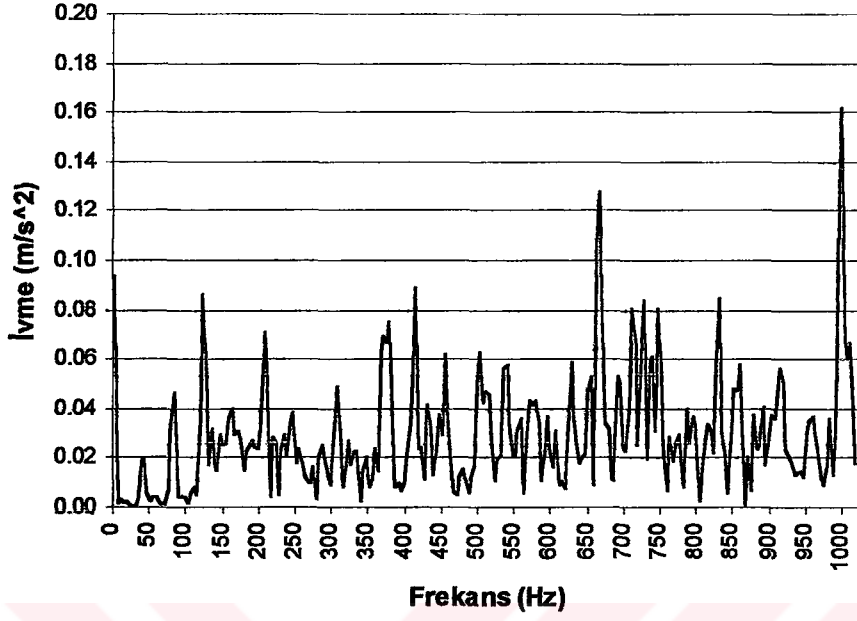
Tablo 4.1. Diferansiyel dişli mekanizmasının çalışma frekansları

Elemanlar	Çalışma Aralığı Frekans (Hz)	Deney Devrindeki Frekans (Hz)
Mahruti mili	25 - 83	42
Aks milleri Aks dişlileri	4.5 - 15.5	8
Ayna Mahruti dişlileri	200 - 660	333
Bir aks sabit durumda Aks mili	9 - 31	15.5
Bir aks sabit durumda Aks dişlisi	130 - 434	217
Yataklar	73 - 125	96

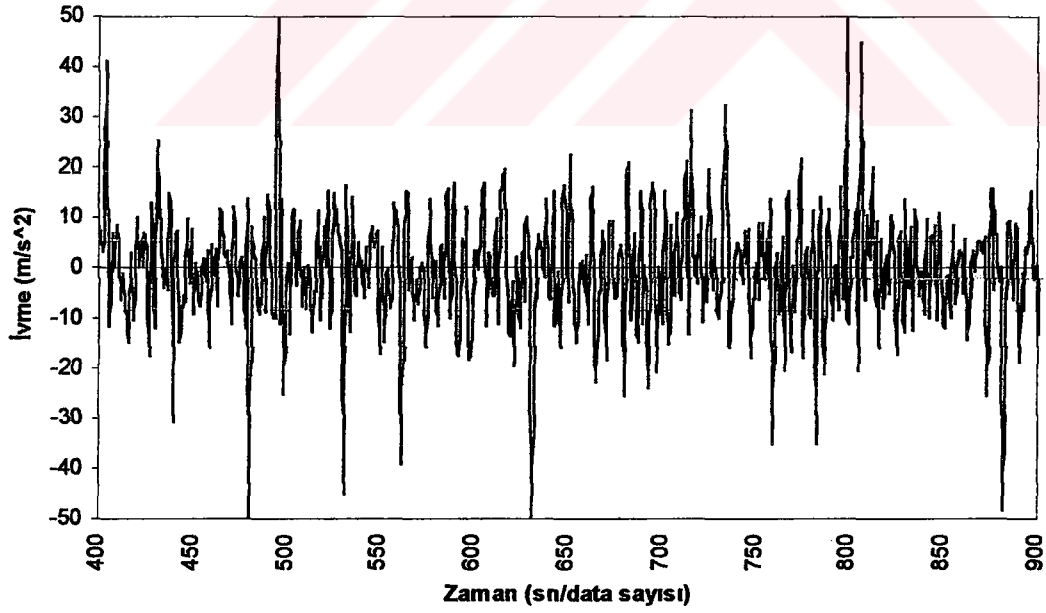
Şekil 4.2 ve 4.3’de görülen grafiklerde, Şekil 4.1’de diferansiyel dişli mekanizma gövdesi üzerindeki 1 noktasından alınan frekans ve zaman modundaki dikey titreşimin ivme değerleri gösterilmiştir. Burada kullanılan dişliler, diş yüzeylerinde aşınma meydana gelmiş kullanılmış ve %10’luk bir boşluk verilerek dişli kutusuna takılmış dişlilerdir.

Şekil 4.4 ve 4.5’de görülen grafiklerde, Şekil 4.1’de diferansiyel dişli mekanizma gövdesi üzerindeki 1 noktasından alınan frekans ve zaman modundaki dikey titreşimin ivme değerleri gösterilmiştir. Burada kullanılan dişliler, kullanılmamış yeni ve kutu içerisine boşluksuz olarak takılmıştır. Ayrıca sistem içerisinde kullanılan rulmanlı yataklar da kullanılmamış yeni ve boşluksuzdur. Bu iki durum arasındaki fark, şekillerdeki titreşim ivme grafiklerinden izlenebilir.

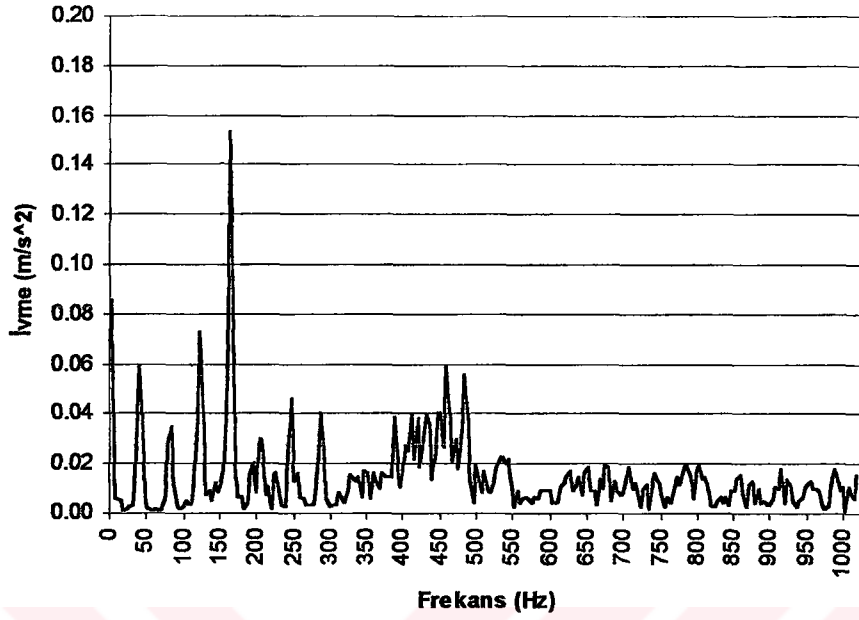
Diferansiyel dişli mekanizmasında kullanılan aks boyları farklıdır. Taşıtın patinaj ve viraj gibi durumlarda aks milleri farklı devir sayılarına sahiptir. Bu amaçla deney ünitesinde ilk önce sağ ve sonra sol aks mili sabitlenmiş ve 1 noktasındaki frekans ve zaman modundaki dikey titreşimin ivme değerleri ölçülmüştür. Bu durumlar Şekil 4.6 ile 4.9 arasında gösterilmiştir. Burada elde edilen ölçüm değerleri arasında küçük farklılıklar olsa bile, ölçüm sonuçları arasında benzerlik göstermektedir.



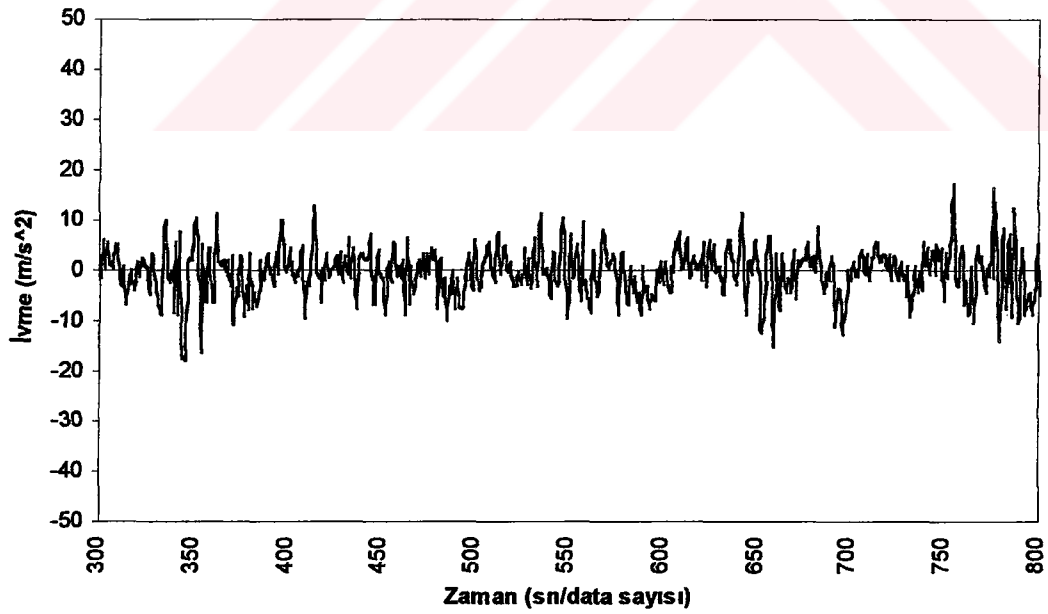
Şekil 4.2. Frekans modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri (Şekil 4.1'deki 1 noktasında, teker hızları eşit, kullanılmış dişli ve %10 boşluklu montaj)



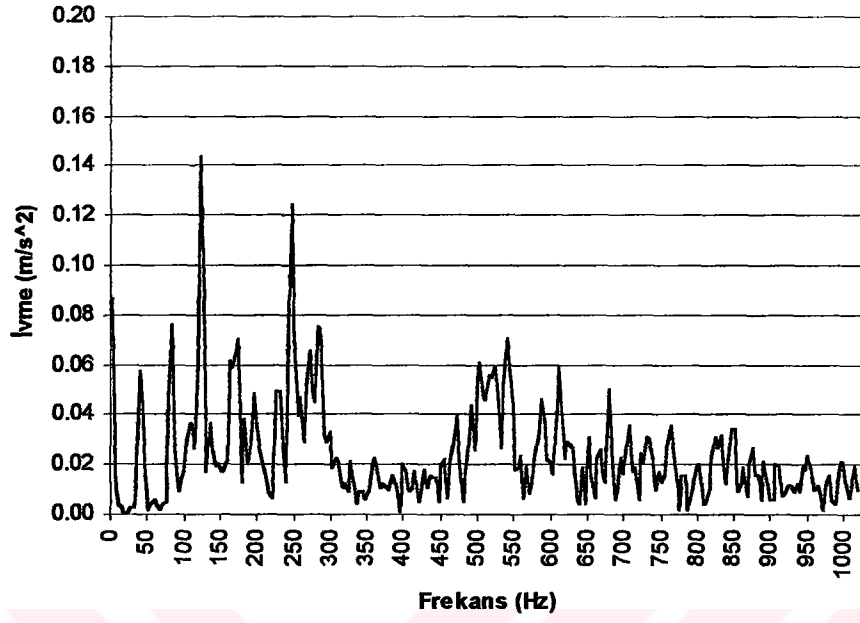
Şekil 4.3. Zaman modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri (Şekil 4.1'deki 1 noktasında, teker hızları eşit, kullanılmış dişli ve %10 boşluklu montaj, $RMS = 11.624 \text{ m/s}^2$)



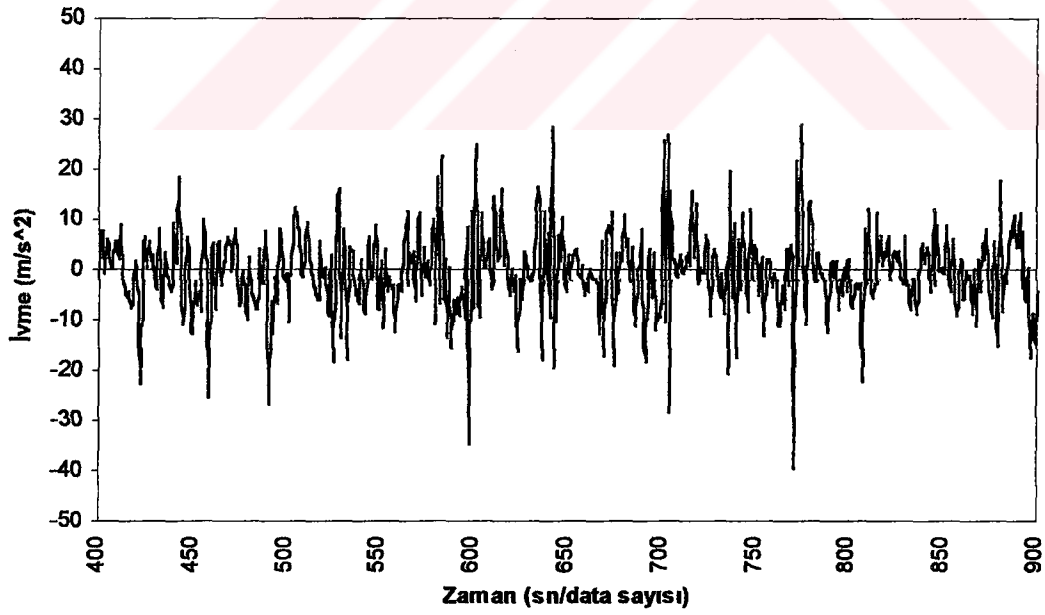
Şekil 4.4. Frekans modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 1 noktasında, teker hızları eşit, yeni dişli ve boşluksuz montaj)



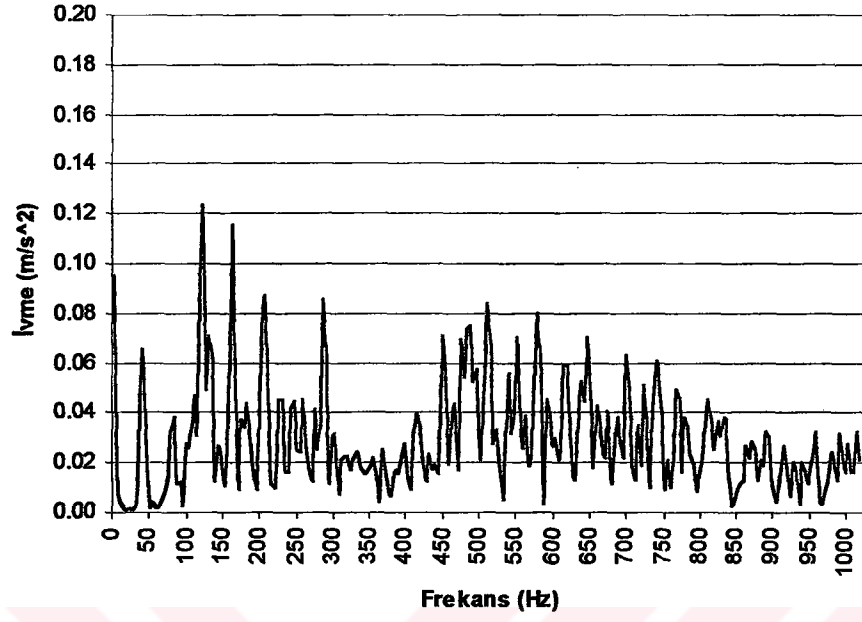
Şekil 4.5. Zaman modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 1 noktasında, teker hızları eşit, yeni dişli ve boşluksuz montaj, RMS = 5.612 m/s²)



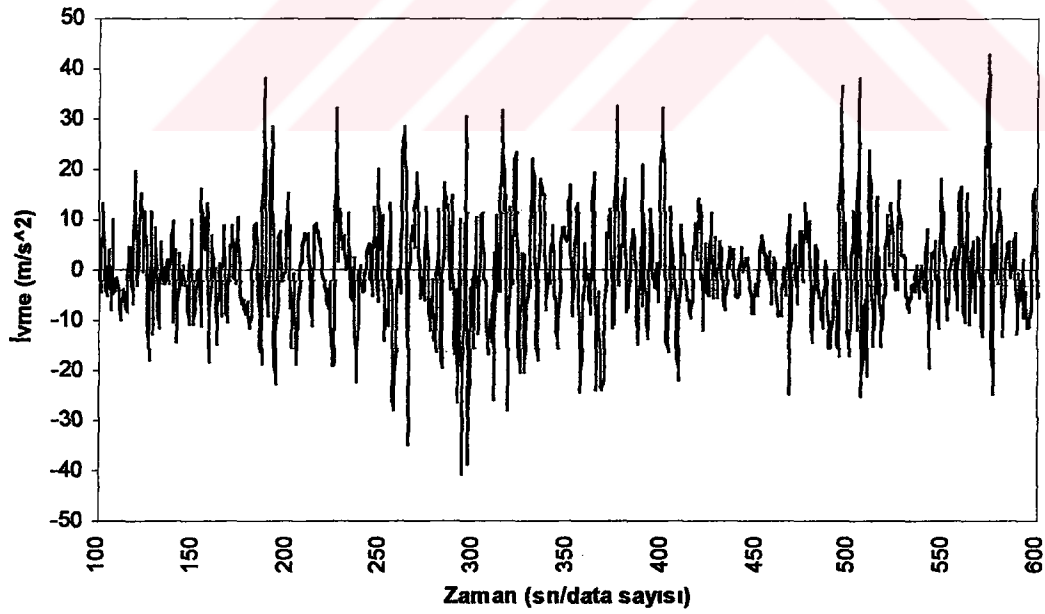
Şekil 4.6. Frekans modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 1 noktasında, sağ aks sabit, yeni dişli ve boşluksuz montaj)



Şekil 4.7. Zaman modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 1 noktasında, sağ aks sabit, yeni dişli ve boşluksuz montaj, RMS = 7.567 m/s²)

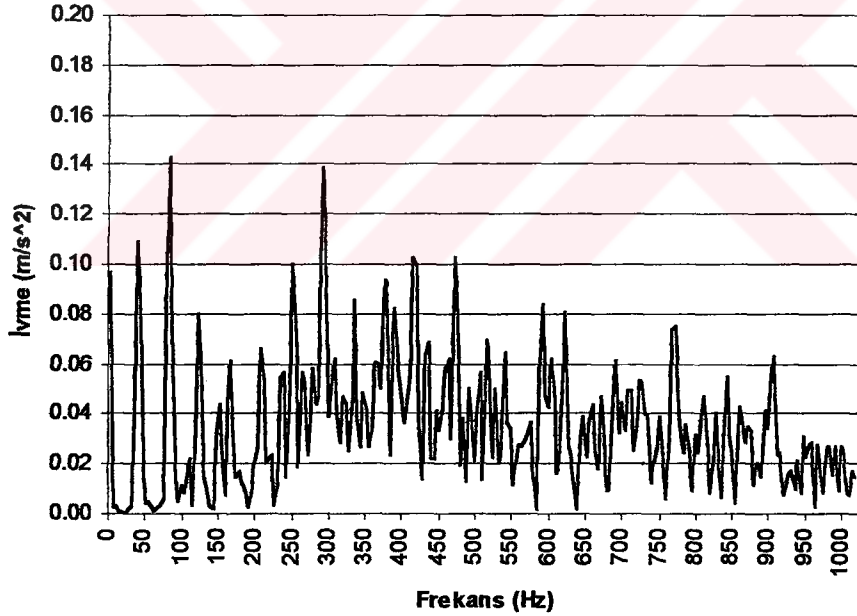


Şekil 4.8. Frekans modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 1 noktasında, sol aks sabit, yeni dişli ve boşluksuz montaj)

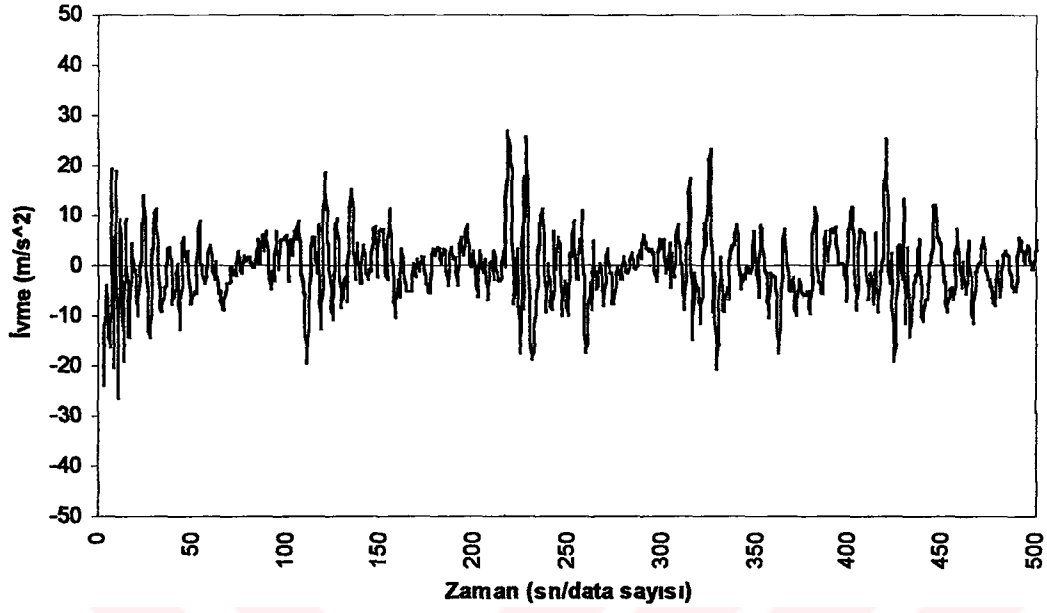


Şekil 4.9. Zaman modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 1 noktasında, sol aks sabit, yeni dişli ve boşluksuz montaj, RMS = 11.277 m/s²)

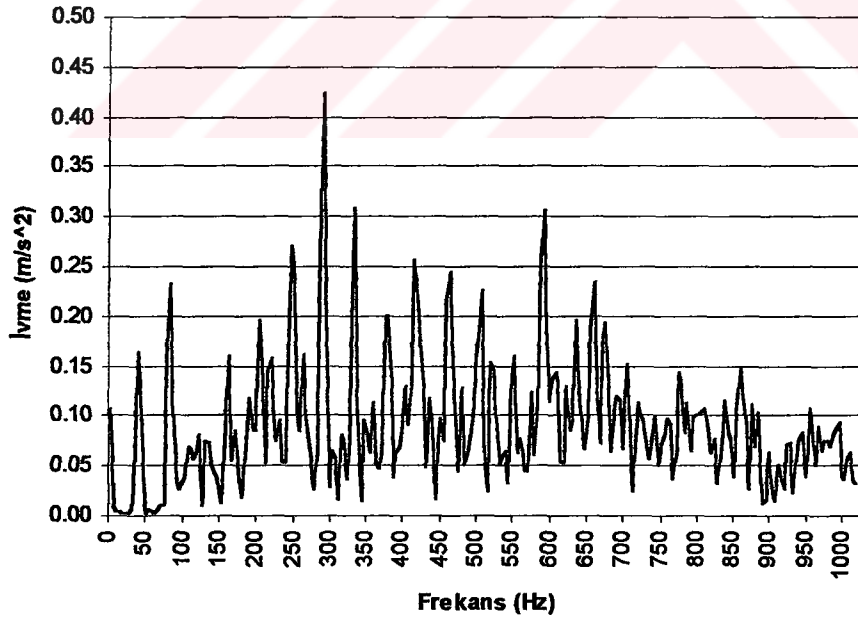
Şimdiye kadar gösterilen ölçüm sonuçları, diferansiyel dişli mekanizma gövdesi üzerinde, ayna dişlisi ve diferansiyel dişli kovanının yatakları üzerine gelen bölge (Şekil 4.1'deki 1 noktası) ele alınmıştır. Aynı zamanda sistemdeki mahruti mili ve dişlisinin yatakları (Şekil 4.1'deki 2 ve 3 noktaları) üzerinden de ölçüm yapılmıştır. Aynı devir sayısında ve yeni dişli kullanılan durumda, mahruti dişli ve mili yatağı üzerinden alınan, frekans ve zaman modundaki dikey titreşimin ivme değerleri Şekil 4.10 ile 4.13 arasında görülen grafiklerde gösterilmiştir. 2 ve 3 noktaları, giriş miline yakın noktalar oldukları için dış titreşimlerden etkilenmektedirler. Şekillerdeki grafiklerde görüldüğü gibi, diferansiyel dişli mekanizmasının giriş noktasına daha yakın olan 3 noktasında, titreşim ivme değerleri belirgin bir şekilde artmaktadır.



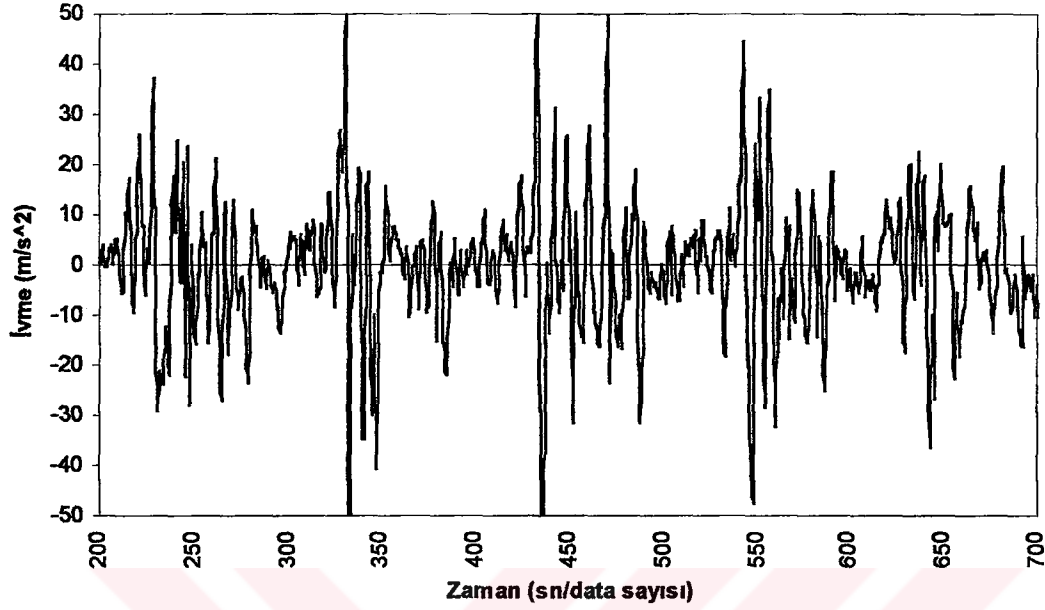
Şekil 4.10. Frekans modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 2 noktasında, teker hızları eşit, yeni dişli ve boşluksuz montaj)



Şekil 4.11. Zaman modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 2 noktasında, teker hızları eşit, yeni dişli ve boşluksuz montaj, $RMS = 7.25 \text{ m/s}^2$)



Şekil 4.12. Frekans modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 3 noktasında, teker hızları eşit, yeni dişli ve boşluksuz montaj)



Şekil 4.13. Zaman modunda diferansiyel gövdesi üzerindeki radyal titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 3 noktasında, teker hızları eşit, yeni dişli ve boşluksuz montaj, RMS = 13.138 m/s²)

4.5. Gövde ile Dişli Arasındaki Titreşim Transfer Katsayısının Bulunması

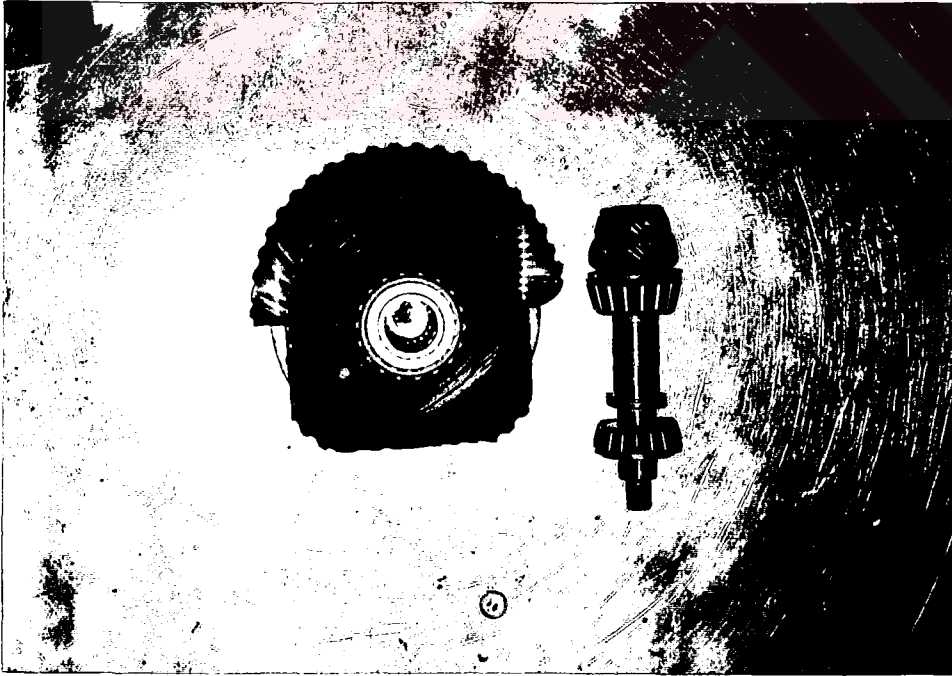
Titreşim analizinde, direkt olarak dişli üzerinden ölçüm yapmak en uygun metot olmakla birlikte, titreşim algılayıcıların dişli çarkın dişi üzerine yerleştirilmesi ve ölçüm yapılması oldukça zordur. Bu sebeple, direkt dişli titreşim ölçüm değerleri yerine, genelde dişli kutusundaki veya yataklardaki titreşim değerleri kullanılarak, bir transfer katsayısı yardımıyla dişli titreşimlerinin yaklaşık değerleri elde edilir (Umezawa et al, 1988).

Umezawa (et al, 1988) yaptığı çalışmada, dişlerin döndüğü normal çalışma esnasında oluşan titreşim değerlerini kullanarak, dişli ve kutu arasında bir transfer fonksiyonu bulmuştur. Dişli sistemi dönmeksizin dişli çark üzerine aksel doğrultuda bir ani çekiç darbesi uygulanarak ve bunun sonucunda oluşan titreşim değerlerini kullanarak, aynı şekilde dişli ve kutu arasında bir transfer fonksiyonu elde etmiştir. Sonuçta, normal çalışmadan elde edilen transfer fonksiyonu ile ani darbe ile elde edilen transfer

fonksiyonunun genelde uyuytuğunu ispatlamıştır. Özellikle de burulma titreşimleri ile kutu z eksenini doğrultusundaki titreşimler arasında kuvvetli bir ilişki olduğu vurgulanmıştır. Bu ilişki, bir transfer katsayısı,

$$X = \text{Dişli titreşimi} / \text{Gövde titreşimi} \quad (4.6)$$

şeklinde verilmektedir. Ayrıca, dişli sistemini değişik devir sayılarında çalıştırarak, her devir sayısı için transfer fonksiyonu bulmuş fakat sonuçta, transfer fonksiyonunun devir sayısına bağlı olarak değişmediğini ve tüm fonksiyonların birbiriyle çakıştığını ispatlamıştır. Aynı şekilde, değişik moment yükleri altında deneyi tekrar gerçekleştirmiş ve burada da, transfer fonksiyonunun yüke bağlı olarak değişmediğini ve tüm fonksiyonların birbiriyle çakıştığını bulmuştur. Sonuç olarak, transfer fonksiyonu iletilen devir sayısı ve momentten bağımsız olup, bunlara göre değişmemektedir. Bütün bu sonuçlardan görülmektedir ki, kutu üzerinden yapılan bir ölçüm ve deneysel olarak tespit edilen titreşim transfer katsayısı yardımıyla, sistem içindeki dişli titreşimlerini tahmin etmek mümkündür.



Resim 4.5. Titreşim transfer katsayısının tespitinde kullanılan ayna ve mahruti dişlileri

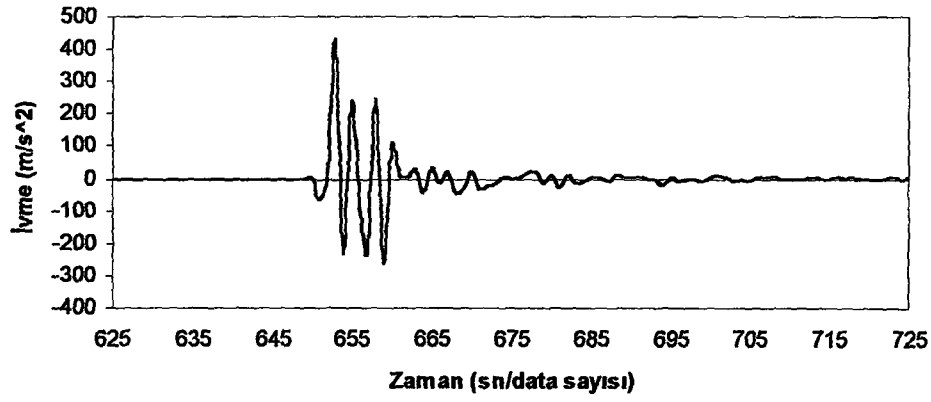
Bu amaçla dişli titreşimleri ve gövde titreşimleri arasında bir titreşim transfer katsayısı belirlemek için öncelikle, Resim 4.1’de görülen ve deney setinde kullanılacak ayna dişlisi üzerinde değişiklik yapılmıştır. Ayna dişlisinin çevresinde, dişlinin z eksenine dik doğrultuda üst ve yan kısımlarında düzlem oluşturulmuştur. Hazırlanan dişli sisteme monte edilip, Resim 4.5’deki ayna dişlisinin üst tarafındaki düzlüğe dişli radyal titreşimi için, yan tarafındaki düzlüğe dişli çevresel titreşimi için ve Şekil 4.1’de görülen 1, 2, ve 3 noktalarına titreşim algılayıcılar bağlanmıştır. Burada, dişli üzerindeki çevresel ve radyal titreşimler ile diferansiyel dişli mekanizma gövdesinin z eksenini üzerindeki dikey titreşim değerleri ölçülebilmektedir. Sistemde dönme olmaksızın, pirinç çekiç ile ayna dişlisine uygulanan ani darbeler, titreşim analiz cihazıyla her bir nokta için kaydedilmiştir.

Yapılan deneysel çalışma sonucu elde edilen grafiklerden bazıları aşağıda verilmiştir. Diferansiyel dişli mekanizmasının gövdesi üzerinde 1 noktasından alınan z eksenini doğrultusunda ölçülen dikey titreşim değerlerinden iki örnek Şekil 4.14 ve Şekil 4.15’de görülmektedir. Ayna dişlisi üzerinde oluşturulan iki farklı bölgede yapılan ölçümlerden elde edilen titreşim değerleri, çevresel titreşim değerleri için iki örnek Şekil 4.16 ve Şekil 4.17’de, radyal titreşim değerleri için iki örnek Şekil 4.18 ve Şekil 4.19’da gösterilmiştir.

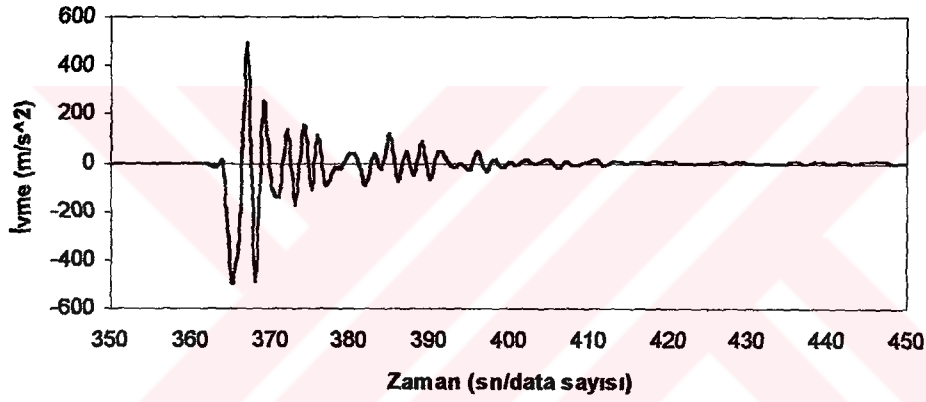
Ani darbe sonucu oluşan, z eksenindeki gövde dikey titreşimleri ile ayna dişlisinin çevresel titreşimleri arasındaki oran (4.6) eşitliğinden,

$$X = \text{Ayna Dişli Çevresel Titreşimi} / \text{Gövde Dikey Titreşimi} = 0.48$$

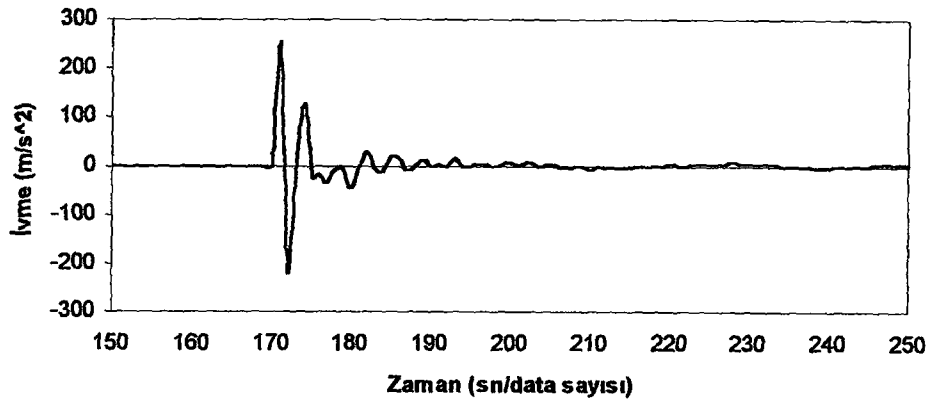
olarak bulunmuştur. Yani, gövde titreşimlerinden dişli çevresel titreşimlerine geçişte kullanılacak titreşim transfer katsayısı $X = 0.48$ dir. Burada en az 10 adet ölçüm sonucunda elde edilmiş ortalama değerler kullanılmıştır. Şekillerde ise maksimum ve minimuma yakın değerler gösterilmiştir.



Şekil 4.14. Diferansiyel gövdesi üzerinden zaman modunda ölçülen dikey titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 1 noktasında, ilk örnek, $RMS = 27.306 \text{ m/s}^2$)



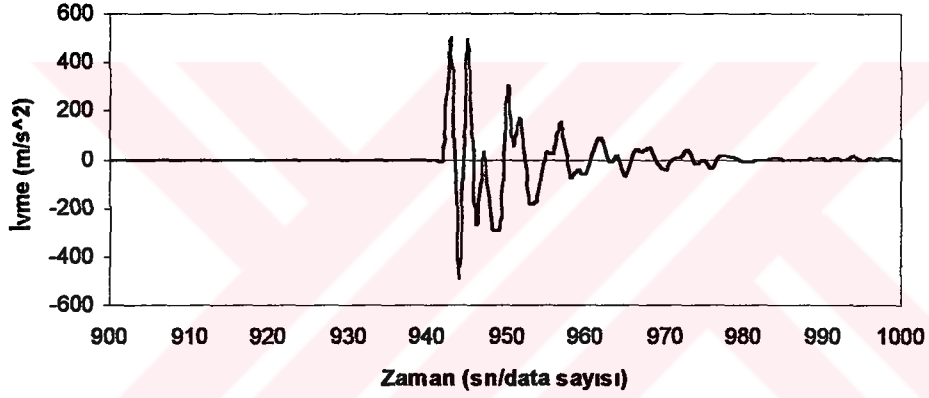
Şekil 4.15. Diferansiyel gövdesi üzerinden zaman modunda ölçülen dikey titreşimin ivme değeri
(Şekil 4.1'deki 1 noktasında, ikinci örnek, $RMS = 39.76 \text{ m/s}^2$)



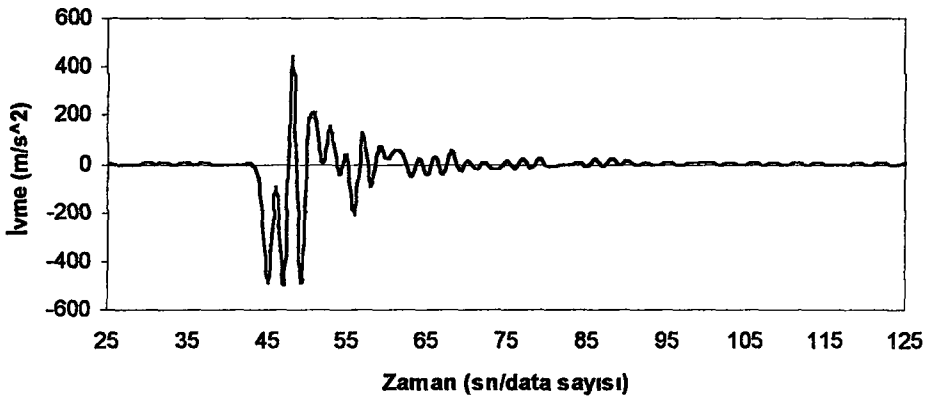
Şekil 4.16. Ayna dişlisi üzerinden zaman modunda ölçülen çevresel titreşimin ivme değeri
(Resim 4.5'deki ayna dişlisinin yan tarafında, ilk örnek, $RMS = 14.189 \text{ m/s}^2$)



Şekil 4.17. Ayna dişlisi üzerinden zaman modunda ölçülen çevresel titreşimin ivme değeri
(Resim 4.5'deki ayna dişlisinin yan tarafında, ikinci örnek, $RMS = 17.668 \text{ m/s}^2$)



Şekil 4.18. Ayna dişlisi üzerinden zaman modunda ölçülen radyal titreşimin ivme değeri
(Resim 4.5'deki ayna dişlisinin üst tarafında, ilk örnek, $RMS = 28.562 \text{ m/s}^2$)



Şekil 4.19. Ayna dişlisi üzerinden zaman modunda ölçülen radyal titreşimin ivme değeri
(Resim 4.5'deki ayna dişlisinin üst tarafından, ikinci örnek, $RMS = 40.935 \text{ m/s}^2$)

Benzer şekilde, z eksenindeki gövde dikey titreşimleri ile ayna dişlisinin radyal titreşimleri arasındaki oran (4.6) eşitliğinden,

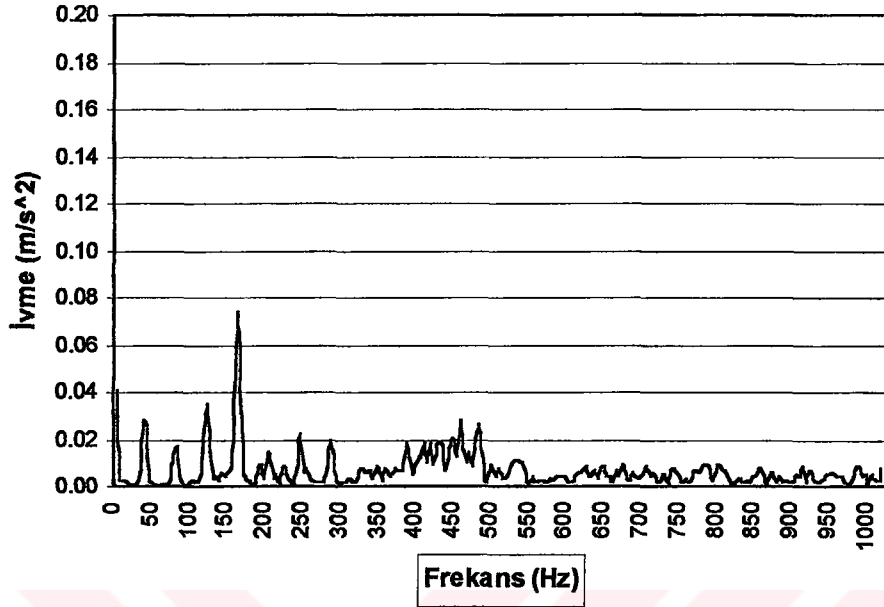
$$X = \text{Ayna Dişli Radyal Titreşimi} / \text{Gövde Dikey Titreşimi} = 1.24$$

olarak bulunmuştur. Yani, gövde titreşimlerinden dişli radyal titreşimlerine geçişte kullanılacak titreşim transfer katsayısı $X = 1.24$ tür.

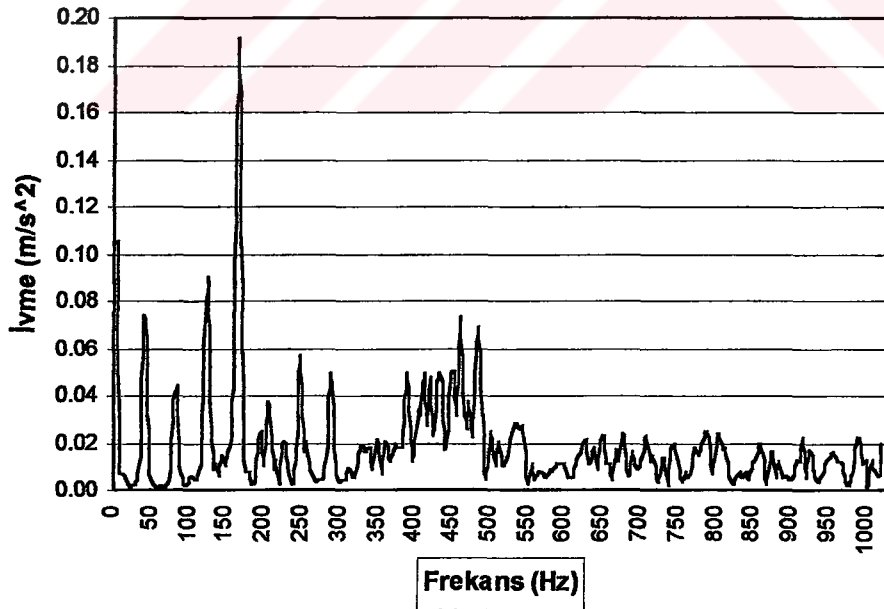
Yukarıda bulunan titreşim transfer katsayıları, her farklı deney seti ve konstrüksiyon değerlerine sahip diferansiyel dişli mekanizma için ayrı bir titreşim transfer katsayısı bulunması gerekmektedir.

Burada bulunan titreşim transfer katsayıları, adı geçen askeri fabrikada üretilen T-Model jiplerdeki 43/8 ayna mahruti arasındaki çevrim oranına sahip arka diferansiyel dişli mekanizmasına aittir. Bu bulunan titreşim transfer katsayıları göz önüne alınarak, gövde üzerinden ölçülen dikey titreşim değerlerine uygulanırsa, ayna dişlisinin çevresel ve radyal titreşim değerleri elde edilir. Böylece gövde titreşimlerinden dişli titreşimlerine geçilmiş olur.

Şekil 4.1'deki 1 noktasında, yeni dişli ve boşluksuz montaj durumunda, diferansiyel gövdesi üzerindeki frekans modundaki dikey titreşimin ivme değeri Şekil 4.4'de gösterilmiştir. Şekil 4.4'deki ölçüm değerlerine burada tespit edilen titreşim transfer katsayıları kullanılarak elde edilen ayna dişlisinin çevresel ve radyal titreşimleri Şekil 4.20 ve Şekil 4.21'de gösterilmiştir.



Şekil 4.20. Şekil 4.4’de frekans modunda ölçülen gövde dikey titreşimlerine, titreşim transfer katsayısı ($X = 0.48$) kullanılması ile elde edilen ayna dişlisi çevresel titreşimleri



Şekil 4.21. Şekil 4.4’de frekans modunda ölçülen gövde dikey titreşimlerine, titreşim transfer katsayısı ($X = 1.24$) kullanılması ile elde edilen ayna dişlisi radyal titreşimleri

BÖLÜM 5

TEORİK VE DENEYSEL ÇALIŞMALARIN KARŞILAŞTIRILMASI VE KONSTRÜKSİYON DEĞERLENDİRMELERİ

5.1. Deney Ünitesinin Modellenmesi ve Simülasyonu

Bu tez çalışmasında, Bölüm 4’de anlatılan K.K.K. 1013 Ordu Donatım Ana Tamir Fabrikası’nda kurulan diferansiyel dişli mekanizma deney ünitesinin Bölüm 3’deki gibi bond graf tekniği ile sistem modeli oluşturulmuştur. Taşıt diferansiyel dişli mekanizma modeline, deney ünitesinde kullanılan diğer elemanlar ve sistemdeki dişli çark çiftlerinin diş elastikiyeti modele ilave edilmiştir.

Bölüm 4’deki Şekil 4.1, Resim 4.1 ve 4.2’de görüldüğü gibi deney ünitesinde sistemi tahrik eden elektrik motoru taşıt diferansiyel dişli mekanizmasına bir elastik kavrama ve çift tarafı oynak kızaklı kısa bir kardan mili ile bağlanmıştır. Burada elektrik motorundan gelecek titreşimlerin sisteme aktarılmaması için bir elastik kavrama tercih edilmiştir. Aynı zamanda taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının deney ünitesine bağlanıp sökülmesi sırasında oluşacak eksen kaçıklıkları ve diğer bağlantı montaj hatalarının giderilmesi için çift tarafı oynak kızaklı kısa bir kardan mili kullanılmıştır.

Deney ünitesi modelinin elde edilmesi için Bölüm 3’de Şekil 3.6’daki taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının bond graf modeline deney ünitesindeki elastik kavrama ve kardan milinin ilave edilmesi gerekir. Burada elastik kavrama, kardan mili ve taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının mahrutu mili peş peşe rijit bağlı ve aynı ekseninde bulundukları için bu elemanların kütle atalet momentleri, bir eşdeğer toplam kütle atalet momenti ve elemanların elastikiyeti, bir eşdeğer toplam elastikiyet olarak tanımlanabilir. Eşdeğer toplam kütle atalet momenti;

$$J_{Meş} = J_{Kav} + J_{KM} + J_M \quad (5.1)$$

olarak tanımlanır. Burada,

- J_{Kav} elastik kavramanın kütle atalet momenti,
 J_{KM} kardan milinin kütle atalet momenti,
 J_M konik pinyon dişlinin kütle atalet momentidir.

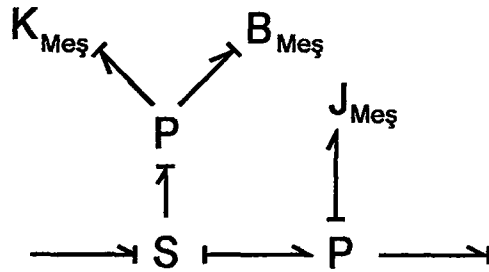
Aynı şekilde eşdeğer toplam elastikiyet;

$$\frac{1}{K_{Meş}} = \frac{1}{K_{Kav}} + \frac{1}{K_{KM}} + \frac{1}{K_M} \quad (5.2)$$

olarak tanımlanır. Burada,

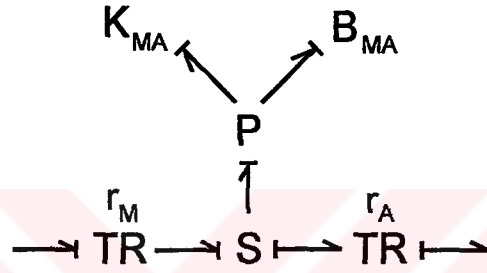
- K_{Kav} elastik kavramanın elastikiyeti,
 K_{KM} kardan milinin elastikiyeti,
 K_M giriş milinin elastikiyetidir.

Elde edilen eşdeğer toplam kütle atalet momenti ve eşdeğer toplam elastikiyetin bond graf ile modellenmesi Şekil 5.1’de gösterilmiştir.



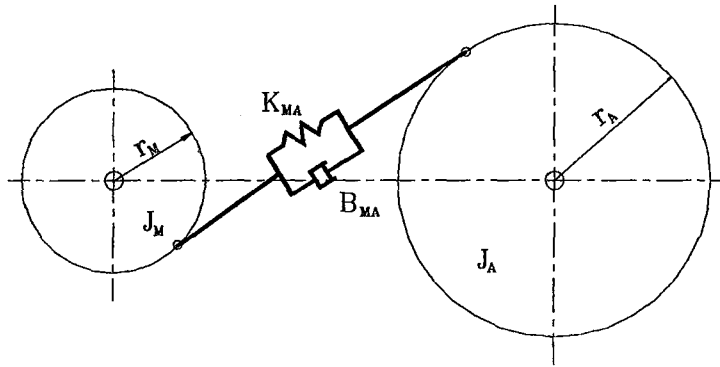
Şekil 5.1. Eşdeğer toplam kütle atalet momenti ve eşdeğer toplam elastikiyetin bond graf modeli

Sistem modelinin daha gerçekçi olması amacıyla daha önce rijit ve boşluksuz olarak tanımlanan sistem içindeki dişli çark çiftleri burada elastik olarak tanımlanmıştır. Bölüm 2’de anlatıldığı gibi dişli çarkların diş elastikiyeti Şekil 5.2’deki bond graf modeli ile tanımlanabilir. Şekil 5.2’de ayna ve mahruti dişlilerin yuvarlanma daireleri yarı çapı r_M ve r_A bağlı iki trafo elemanı kullanılmıştır. Dişlinin dönme eksenindeki açısal hız ve döndürme momentinden dişli çevre hızı ve dişli çevre kuvvetine geçilmiştir.



Şekil 5.2. Ayna mahruti dişli çiftinin diş elastikiyetinin bond graf modeli

Burada dişlerin birer dişinin temasta olduğu kabul edilmiş ve temas halindeki dişlerin toplam elastikiyeti alınmıştır. Dişin üzerine gelen toplam diş kuvvetinin dişe tesir ettiği nokta da sabit kabul edilmiştir. Bu durum Şekil 5.3’de şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 5.3. Dişli çark çiftlerinin dinamik modeli

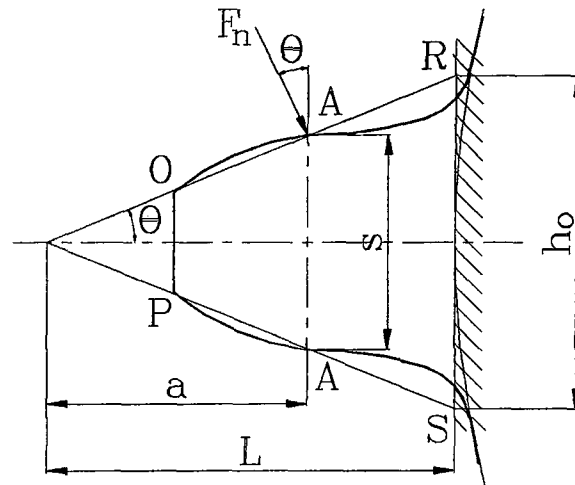
Şekil 5.2’de kullanılan K_{MA} dişlinin diş elastikiyeti ve B_{MA} iç sönüm değerinin tespit edilmesi oldukça zorluklar vardır. Çünkü, diş yüzeyi bir eğri (evolvent) şeklinde olduğundan, diş teması boyunca kavramadaki elastikiyet ve sönüm değerleri zamana bağlı olarak değişmektedir. Bu yüzden, diş elastikiyetini hesaplamak için diş geometrisine bağlı olarak bazı ampirik formüller geliştirilmiştir.

Diş elastikiyetinin hesaplanmasında diş genellikle, tek taraftan ankastre bir kiriş olarak düşünülmüş ve Şekil 5.4’deki gibi dişin geometrik boyutuna bağlı olarak formüle edilmiştir. Bu ampirik formüllerin en önemlilerinden olan, Timoshenko’nun geliştirmiş olduğu formül;

$$\frac{1}{K} = \frac{4L^3}{Eb} \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{a}{2L} \right) \left(\frac{a}{L} - 1 \right) + \log_e \frac{L}{a} \right] + \frac{4h_f(I + \mu)}{Eb(s + h_0)} \quad (5.3)$$

olarak verilmiştir. Burada,

- h_f diş dibi yüksekliği ($L - a$),
- s diş kalınlığı,
- b diş genişliği,



Şekil 5.4. Dişli çark çiftlerindeki dişin ankastre kiriş modeli

- E elastiklik modülü,
 I kesit kütle atalet momenti ($b \cdot s^3 / 12$),
 μ Poisson sayısıdır.

Yine aynı modeli kullanarak, Kozesnik'in vermiş olduğu formülde (Shigley, 1977);

$$\frac{1}{K} = \frac{h_f}{0.833GA} + \frac{h_f^3}{3EI} \quad (5.4)$$

şeklinde verilmektedir. Burada,

- G kayma elastiklik modülü,
 A kesit alanı ($b \cdot s$) dır.

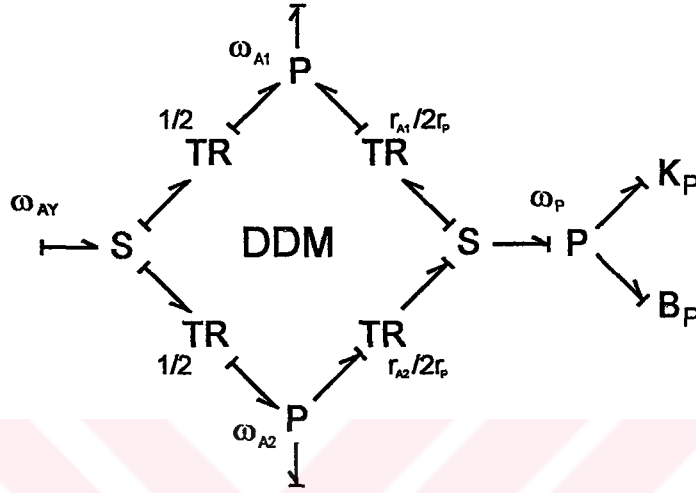
Ayrıca, Schiebel (1963)'de vermiş olduğu basit ampirik formülde;

$$K = \frac{b \cdot E}{6} \quad (5.5)$$

olarak ifade etmiştir. Burada verilen formüller kullanılarak, dişli çark çiftlerinde temas halinde bulunan iki diş için ayrı ayrı hesaplanmış ve eşdeğer toplam elastikiyet (K_{MA}) simülasyon parametre tablosunda verilmiştir.

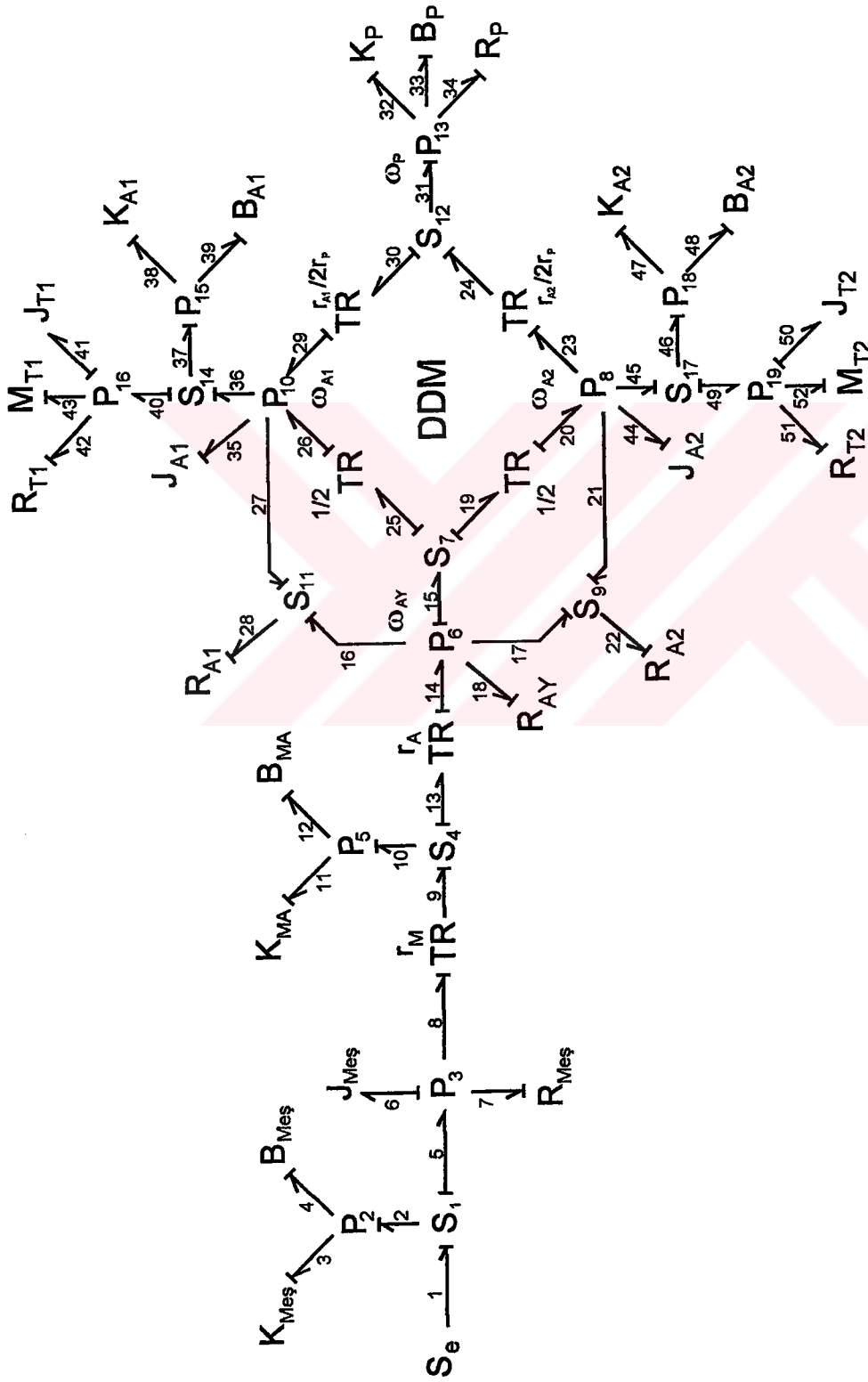
Taşıt diferansiyel dişli mekanizmasında sağ ve sol aks dişlileri istavroz dişlileri ile eş çalışmaktadır. Buradaki dişli çiftlerinin elastikliği modellenenebilmesi için Şekil 3.4'deki taşıt diferansiyel mekanizması modelindeki DDM elemanının bond graf ifadesi açık olarak gösterilmesi gerekir. Bu amaçla Şekil 3.5'te gösterilen diferansiyel dişli mekanizmasının bond graf modelinin açık gösterimi kullanılmaktadır. Diferansiyel dişli mekanizmasındaki dişlilerin çevre hızlarından elde edilen (3.2.a) ve (3.2.b) denklemleri sistemin temel hız bağıntısıdır. Bu hız bağıntısının sağlandığı açık gösterimli bond graf

modeli Şekil 5.5’de gösterilmiştir. Burada istavroz dişlinin bağlı bulunduğu S kapısına, sağ ve sol aks dişlileri ile eş çalışan istavroz dişlisinin eşdeğer toplam elastikiyeti (K_P) bağlanmıştır.



Şekil 5.5. Diferansiyel dişli mekanizmasının (DDM) açık gösterimi

Bölüm 3’de elde edilen Şekil 3.6’daki taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının bond graf modeline, Şekil 5.1’de gösterilen deney ünitesindeki elemanların ve Şekil 5.2 ve 5.5’de gösterilen dişli çarkların diş elastikiyetinin sisteme ilave edilmesi ile deney ünitesinin bond graf ifadesi elde edilir. Elde edilen bond graf modeli Şekil 5.6’da gösterilmiştir. Bu modellemeye, ayna dişlisi kütle atalet momenti J_{Ay} görülmemektedir. Çünkü bağımlı hız kapılarındaki atalet elemanlarının bağımsız hız kapılarına indirgenmesi gerekmektedir. Şekil 5.6’a gösterilmeyen J_{Ay} , (4.2) denkleminde olduğu gibi burada kullanılan trafo oranlarının karesi ile orantılı olarak $J_{Meş}$ indirgenmiştir. Simülasyon parametre listesine ilave edilmiştir. İstavroz dişlisi kütle atalet momenti J_P , kendi ekseninde dönme az yaşandığı için ve kütlesi diğer dişlilere göre daha küçük olduğundan ihmal edilmiştir. Ayrıca taşıt tekerlerinde bulunan kütle atalet momentleri ve yatak sürtünme dirençlerinin yanında dışarıdan taşıt tekerlerine iletilen moment değerleri ilave edilmiştir.



Şekil 5.6. Deney ünitesinde kullanılan taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının bond graf modeli

Şekil 5.6'daki bond graf modelinde tanımlanan elemanlar;

S_e	hız kaynağı,
$K_{Meş}$	giriş milindeki eşdeğer toplam elastikiyet,
$B_{Meş}$	giriş milindeki toplam sönüm,
$J_{Meş}$	giriş miline indirgenmiş eşdeğer toplam kütle atalet momenti,
R_M	giriş milindeki toplam sürtünme direnci,
r_M	konik pinyon dişli yuvarlanma dairesi yarı çapı,
r_A	konik dişli çark (ayna dişli) yuvarlanma dairesi yarı çapı,
K_{MA}	konik dişli çark (ayna mahruti) diş elastikiyeti,
B_{MA}	konik dişli çark (ayna mahruti) diş sönümü,
R_{Ay}	diferansiyel kovanın yatak sürtünme direnci,
R_{A1}	sağ aks dişlisinin yatak sürtünme direnci,
R_{A2}	sol aks dişlisinin yatak sürtünme direnci,
K_p	planet (istavroz) dişlisinin elastikiyeti,
B_p	planet (istavroz) dişlisinin sönümü,
R_p	planet (istavroz) dişlisinin yatak sürtünme direnci,
t_p	r_{A1} / r_p aks - planet (istavroz) dişli yuvarlanma dairesi yarı çap oranı,
J_{A1}	sağ aks dişlisinin kütle atalet momenti,
J_{A2}	sol aks dişlisinin kütle atalet momenti,
K_{A1}	sağ aks milinin elastikiyeti,
B_{A1}	sağ aks milinin sönümü,
K_{A2}	sol aks milinin elastikiyeti,
B_{A2}	sol aks milinin sönümü,
J_{T1}	sağ taşıt tekerleğinin kütle atalet momenti,
R_{A1}	sağ taşıt tekerlerinin yatak sürtünme direnci,
M_{T1}	sağ taşıt tekerleğinin momenti,
J_{T2}	sol taşıt tekerleğinin kütle atalet momenti,
R_{A2}	sol taşıt tekerleğinin yatak sürtünme direncidir.
M_{T2}	sol taşıt tekerleğinin momentidir.

Bölüm 2’de anlatılan çizgi ve nokta seçim kurallarına göre Şekil 5.6’daki bond graf modelinde 10 adet bağımsız değişken bulunmaktadır. Bu bağımsız değişkenler;

1. M_M giriş milinin momenti,
2. ω_M konik pinyon dişlinin açısal hızı,
3. F_{MA} konik dişli çarkın (ayna mahrutu dişli) çevre kuvveti,
4. ω_{A1} sağ aks dişlisinin açısal hızı,
5. ω_{A2} sol aks dişlisinin açısal hızı,
6. F_P planet (istavroz) dişlisinin çevre kuvveti,
7. M_{A1} sağ aks milindeki moment,
8. M_{A2} sol aks milindeki moment,
9. ω_{T1} sağ tekerleğin açısal hızı,
10. ω_{T2} sol tekerleğin açısal hızıdır.

5.1.1. Sistemin Durum Denklemlerinin Elde Edilmesi

Sistemin durum denklemleri, Şekil 5.6’daki bond graf modelinden, bond graf elemanların uç denklemleri ve enerji kapılarındaki güç dengesinden elde edilir. S_1 enerji kapısındaki açısal hızların toplamı,

$$\omega_1 - \omega_5 - \omega_2 = 0 \quad (5.6)$$

dır. Burada,

$$\omega_1 = \omega_G(t) \quad (5.7)$$

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{1}{K_M} \frac{dM_M}{dt} \quad (5.8)$$

$$\omega_5 = \omega_M \quad (5.9)$$

şeklindedir. (5.7), (5.8) ve (5.9) denklemleri, (5.6) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{dM_M}{dt} = -K_M \omega_M + K_M \omega_G(t) \quad (5.10)$$

şeklinde sistemin 1. durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. P_3 enerji kapısındaki moment toplamı,

$$M_5 - M_7 - M_8 + M_6 = 0 \quad (5.11)$$

dır. Burada,

$$M_6 = J_M \frac{d\omega_M}{dt} \quad (5.12)$$

$$M_5 = M_2 = M_3 + M_4 = M_M + B_M(\omega_G(t) - \omega_M) \quad (5.13)$$

$$M_7 = R_M \omega_7 = R_M \omega_M \quad (5.14)$$

$$M_8 = r_M F_{MA} + B_{MA} r_M^2 \omega_M - B_{MA} r_M \left(\frac{r_A}{2} \omega_{A1} + \frac{r_A}{2} \omega_{A2} \right) \quad (5.15)$$

şeklindedir. (5.12), (5.13) ve (5.14) denklemleri, (5.15) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{d\omega_M}{dt} = \frac{1}{J_M} M_M - \frac{(B_M + R_M + B_{MA} r_M^2)}{J_M} \omega_M - \frac{r_M}{J_M} F_{MA} + \frac{B_{MA} r_M r_A}{2J_M} \omega_{A1} + \frac{B_{MA} r_M r_A}{2J_M} \omega_{A2} \quad (5.16)$$

şeklinde sistemin 2. durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. S_4 enerji kapısındaki açısal hızların toplamı,

$$v_9 - v_{10} - v_{13} = 0 \quad (5.17)$$

dır. Burada,

$$v_9 = r_M \omega_8 = r_M \omega_M \quad (5.18)$$

$$v_{10} = v_{11} = \frac{1}{K_{MA}} \frac{dF_{MA}}{dt} \quad (5.19)$$

$$v_{13} = r_A \omega_{14} = \frac{r_A}{2} \omega_{A1} + \frac{r_A}{2} \omega_{A2} \quad (5.20)$$

şeklindedir. (5.18), (5.19) ve (5.20) denklemleri, (5.17) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{dF_{MA}}{dt} = K_{MA} r_A \omega_M + K_{MA} \frac{r_A}{2} \omega_{A1} + K_{MA} \frac{r_A}{2} \omega_{A2} \quad (5.21)$$

şeklinde sistemin 3. durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. P_{10} enerji kapısındaki moment toplamı,

$$M_{26} + M_{29} - M_{36} - M_{27} - M_{35} = 0 \quad (5.22)$$

dır. Burada,

$$M_{35} = J_{A1} \frac{d\omega_{A1}}{dt} \quad (5.23)$$

$$M_{29} = \frac{t_P}{2} M_P - (B_P + R_P) \frac{t_P^2}{4} \omega_{A1} + (B_P + R_P) \frac{t_P^2}{4} \omega_{A2} \quad (5.24)$$

$$M_{36} = M_{A1} + B_{A1} \omega_{A1} - B_{A1} \omega_{T1} \quad (5.25)$$

$$M_{27} = \frac{3R_{A1}}{2} \omega_{A1} + \frac{R_{A1}}{2} \omega_{A2} \quad (5.26)$$

$$M_{26} = \frac{1}{2} M_{25} = \frac{1}{2} M_{15} = \frac{1}{2} (M_{14} - M_{16} - M_{17} - M_{18}) \quad (5.27)$$

dır. Burada,

$$M_{14} = r_A F_{MA} + B_{MA} r_A r_M \omega_M - B_{MA} \frac{r_A^2}{2} \omega_{A1} - B_{MA} \frac{r_A^2}{2} \omega_{A2} \quad (5.28)$$

$$M_{16} = \frac{3R_{A1}}{2} \omega_{A1} + \frac{R_{A1}}{2} \omega_{A2} \quad (5.29)$$

$$M_{17} = \frac{R_{A2}}{2} \omega_{A1} + \frac{3R_{A2}}{2} \omega_{A2} \quad (5.30)$$

$$M_{18} = \frac{R_{AY}}{2} \omega_{A1} + \frac{R_{AY}}{2} \omega_{A2} \quad (5.31)$$

şeklindedir. (5.28), (5.29), (5.30) ve (5.31) denklemleri, (5.27) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\begin{aligned} M_{26} = & \frac{r_A}{2} F_{MA} + \frac{B_{MA} r_A r_M}{2} \omega_M - \frac{B_{MA} r_A^2}{4} (\omega_{A1} + \omega_{A2}) - \frac{3R_{A1}}{4} \omega_{A1} - \frac{R_{A1}}{4} \omega_{A2} - \frac{3R_{A2}}{4} \omega_{A2} \\ & - \frac{R_{A2}}{4} \omega_{A1} - \frac{R_{AY}}{4} \omega_{A1} - \frac{R_{AY}}{4} \omega_{A2} \end{aligned} \quad (5.32)$$

şeklindedir. (5.23), (5.24), (5.25) (5.26) ve (5.32) denklemleri, (5.22) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{d\omega_{A1}}{dt} = \frac{B_{MA} r_A r_M}{2J_{A1}} \omega_M + \frac{r_A}{2J_{A1}} F_{MA} - \frac{A}{4J_{A1}} \omega_{A1} - \frac{B}{4J_{A1}} \omega_{A2} + \frac{t_P}{2J_{A1}} M_P - \frac{1}{J_{A1}} M_{M1} + \frac{B_{A1}}{J_{A1}} \omega_{T1} \quad (5.33)$$

şeklinde sistemin 4. durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. P_8 enerji kapısındaki moment toplamı,

$$M_{20} - M_{21} - M_{45} - M_{23} - M_{44} = 0 \quad (5.34)$$

dır. Burada,

$$M_{44} = J_{A2} \frac{d\omega_{A2}}{dt} \quad (5.35)$$

$$M_{23} = \frac{t_P}{2} M_P - (B_P + R_P) \frac{t_P^2}{4} \omega_{A1} + (B_P + R_P) \frac{t_P^2}{4} \omega_{A2} \quad (5.36)$$

$$M_{45} = M_{A2} + B_{A2} \omega_{A2} - B_{A2} \omega_{T2} \quad (5.37)$$

$$M_{21} = \frac{R_{A2}}{2} \omega_{A1} + \frac{3R_{A2}}{2} \omega_{A2} \quad (5.38)$$

$$M_{20} = \frac{1}{2} M_{19} = \frac{1}{2} M_{15} = \frac{1}{2} (M_{14} - M_{16} - M_{17} - M_{18}) \quad (5.39)$$

dır. Burada (5.28), (5.29), (5.30) ve (5.31) denklemleri, (5.39) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\begin{aligned} M_{20} = & \frac{r_A}{2} F_{MA} + \frac{B_{MA} r_A r_M}{2} \omega_M - \frac{B_{MA} r_A^2}{4} (\omega_{A1} + \omega_{A2}) - \frac{3R_{A1}}{4} \omega_{A1} - \frac{R_{A1}}{4} \omega_{A2} - \frac{3R_{A2}}{4} \omega_{A2} \\ & - \frac{R_{A2}}{4} \omega_{A1} - \frac{R_{AY}}{4} \omega_{A1} - \frac{R_{AY}}{4} \omega_{A2} \end{aligned} \quad (5.40)$$

şeklinde dir. (5.35), (5.37), (5.37) (5.38) ve (5.40) denklemleri, (5.34) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{d\omega_{A2}}{dt} = \frac{B_{MA}r_Ar_M}{2J_{A2}}\omega_M + \frac{r_A}{2J_{A2}}F_{MA} - \frac{B}{4J_{A2}}\omega_{A1} - \frac{A}{4J_{A2}}\omega_{A2} - \frac{t_P}{2J_{A2}}M_P - \frac{1}{J_{A2}}M_{M2} + \frac{B_{A2}}{J_{A2}}\omega_{T2} \quad (5.41)$$

şeklinde sistemin 5. durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. (5.33) ve (5.41) denkleminde,

$$A = B_{MA}r_A^2 + 9R_{A1} + R_{A2} + R_{AY} + 4B_{A1} + B_Pt_P^2 + R_Pt_P^2 \quad (5.42)$$

$$B = B_{MA}r_A^2 + 3R_{A1} + 3R_{A2} + R_{AY} - B_Pt_P^2 - R_Pt_P^2 \quad (5.43)$$

olmaktadır. S_{12} enerji kapısındaki açısal hızların toplamı,

$$\omega_{24} - \omega_{30} - \omega_{31} = 0 \quad (5.44)$$

şeklindedir. Burada,

$$\omega_{31} = \omega_{32} = \frac{1}{K_P} \frac{dM_P}{dt} \quad (5.45)$$

$$\omega_{30} = \frac{t_P}{2} \omega_{29} = \frac{t_P}{2} \omega_{A1} \quad (5.46)$$

$$\omega_{24} = \frac{t_P}{2} \omega_{23} = \frac{t_P}{2} \omega_{A2} \quad (5.47)$$

şeklindedir. (5.45), (5.46) ve (5.47) denklemleri, (5.44) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{dM_P}{dt} = -\frac{K_P t_P}{2} \omega_{A1} + \frac{K_P t_P}{2} \omega_{A2} \quad (5.48)$$

şeklinde sistemin 6. durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. S_{14} enerji kapısındaki açısal hızların toplamı,

$$\omega_{36} - \omega_{40} - \omega_{37} = 0 \quad (5.49)$$

şeklindedir. Burada,

$$\omega_{37} = \omega_{38} = \frac{1}{K_{A1}} \frac{dM_{A1}}{dt} \quad (5.50)$$

$$\omega_{36} = \omega_{A1} \quad (5.51)$$

$$\omega_{40} = \omega_{T1} \quad (5.52)$$

şeklindedir. (5.50), (5.51) ve (5.52) denklemleri, (5.49) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{dM_{A1}}{dt} = K_{A1}\omega_{A1} + K_{A1}\omega_{T1} \quad (5.53)$$

şeklinde sistemin 7. durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. S_{17} enerji kapısındaki açısal hızların toplamı,

$$\omega_{45} - \omega_{49} - \omega_{46} = 0 \quad (5.54)$$

şeklindedir. Burada,

$$\omega_{46} = \omega_{47} = \frac{1}{K_{A2}} \frac{dM_{A2}}{dt} \quad (5.55)$$

$$\omega_{45} = \omega_{A2} \quad (5.56)$$

$$\omega_{49} = \omega_{T2} \quad (5.57)$$

şeklindedir. (5.55), (5.56) ve (5.57) denklemleri, (5.54) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{dM_{A2}}{dt} = K_{A2}\omega_{A2} + K_{A2}\omega_{T2} \quad (5.58)$$

şeklinde sistemin 8. durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. P_{16} enerji kapısındaki moment toplamı,

$$M_{40} - M_{43} - M_{42} - M_{41} = 0 \quad (5.59)$$

dır. Burada,

$$M_{41} = J_{T1} \frac{d\omega_{T1}}{dt} \quad (5.60)$$

$$M_{40} = M_{37} = M_{38} + M_{39} = M_{A1} + B_{A1}\omega_{A1} - B_{A1}\omega_{T1} \quad (5.61)$$

$$M_{43} = M_{T1} \quad (5.62)$$

$$M_{42} = R_{T1}\omega_{42} = R_{T1}\omega_{T1} \quad (5.63)$$

şeklindedir. (5.60), (5.61) (5.62) ve (5.63) denklemleri, (5.59) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{d\omega_{T1}}{dt} = \frac{B_{A1}}{J_{T1}}\omega_{A1} + \frac{1}{J_{T1}}M_{A1} - \frac{B_{A1} + R_{T1}}{J_{T1}}\omega_{T1} - \frac{1}{J_{T1}}\omega_{T1} \quad (5.64)$$

şeklinde sistemin 9. durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. P_{19} enerji kapısındaki moment toplamı,

$$M_{49} - M_{52} - M_{51} - M_{50} = 0 \quad (5.65)$$

dır. Burada,

$$M_{50} = J_{T2} \frac{d\omega_{T2}}{dt} \quad (5.66)$$

$$M_{49} = M_{46} = M_{47} + M_{48} = M_{A2} + B_{A2}\omega_{A2} - B_{A2}\omega_{T2} \quad (5.67)$$

$$M_{52} = M_{T2} \quad (5.68)$$

$$M_{51} = R_{T2}\omega_{51} = R_{T2}\omega_{T2} \quad (5.69)$$

şeklindedir. (5.66), (5.67) (5.68) ve (5.69) denklemleri, (5.65) denkleminde yerine konur ve düzenlenirse,

$$\frac{d\omega_{T2}}{dt} = \frac{B_{A2}}{J_{T2}}\omega_{A2} + \frac{1}{J_{T2}}M_{A2} - \frac{B_{A2} + R_{T2}}{J_{T2}}\omega_{T2} - \frac{1}{J_{T2}}\omega_{T2} \quad (5.70)$$

şeklinde sistemin 10. durum denklemi, durum değişkenleri cinsinden elde edilir. Elde edilen durum denklemleri,

$$\frac{d}{dt}\underline{x} = [A] \cdot \underline{x} + [B] \cdot \underline{u} \quad (5.71)$$

formunda yazılabilir. (5.71) denkleminde,

$$\underline{x} = [M_M \quad \omega_M \quad F_{MA} \quad \omega_{A1} \quad \omega_{A2} \quad M_P \quad M_{A1} \quad M_{A2} \quad \omega_{T1} \quad \omega_{T2}]^T \quad (5.72)$$

$$\underline{u} = [\omega_G(t) \quad M_{T1} \quad M_{T2}]^T \quad (5.73)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & -K_M & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{B_M + R_M + B_{MA}r_M^2}{J_M} & \frac{r_M}{J_M} & \frac{B_{MA}r_Mr_A}{2J_M} & \frac{B_{MA}r_Mr_A}{2J_M} \\ 0 & K_{MA} & 0 & -\frac{K_{MA}r_A}{2} & -\frac{K_{MA}r_A}{2} \\ 0 & \frac{B_{MA}r_Mr_A}{2J_{A1}} & \frac{r_A}{J_{A1}} & -\frac{A}{4J_{A1}} & -\frac{B}{4J_{A1}} \\ 0 & \frac{B_{MA}r_Mr_A}{2J_{A2}} & \frac{r_A}{J_{A2}} & -\frac{B}{4J_{A2}} & -\frac{A}{4J_{A2}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_P t_P}{2} & \frac{K_P t_P}{2} \\ 0 & 0 & 0 & K_{A1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{A2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{B_{A1}}{J_{T1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{B_{A2}}{J_{T2}} \end{bmatrix} \dots$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{t_P}{2J_{A1}} & -\frac{1}{J_{A1}} & 0 & \frac{B_{A1}}{J_{A1}} & 0 \\ -\frac{t_P}{2J_{A2}} & 0 & -\frac{1}{J_{A2}} & 0 & \frac{B_{A2}}{J_{A2}} \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{A1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{A2} \\ 0 & \frac{1}{J_{T1}} & 0 & \frac{B_{A1} + R_{T1}}{J_{T1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_{T2}} & 0 & \frac{B_{A2} + R_{T2}}{J_{T2}} \end{bmatrix} \quad (5.74)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} K_M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_{T1}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J_{T2}} \end{bmatrix} \quad (5.75)$$

Şeklinde olup,

$\underline{x}$: Durum değişkenleri vektörü,

$\underline{u}$: Kaynak vektörü,

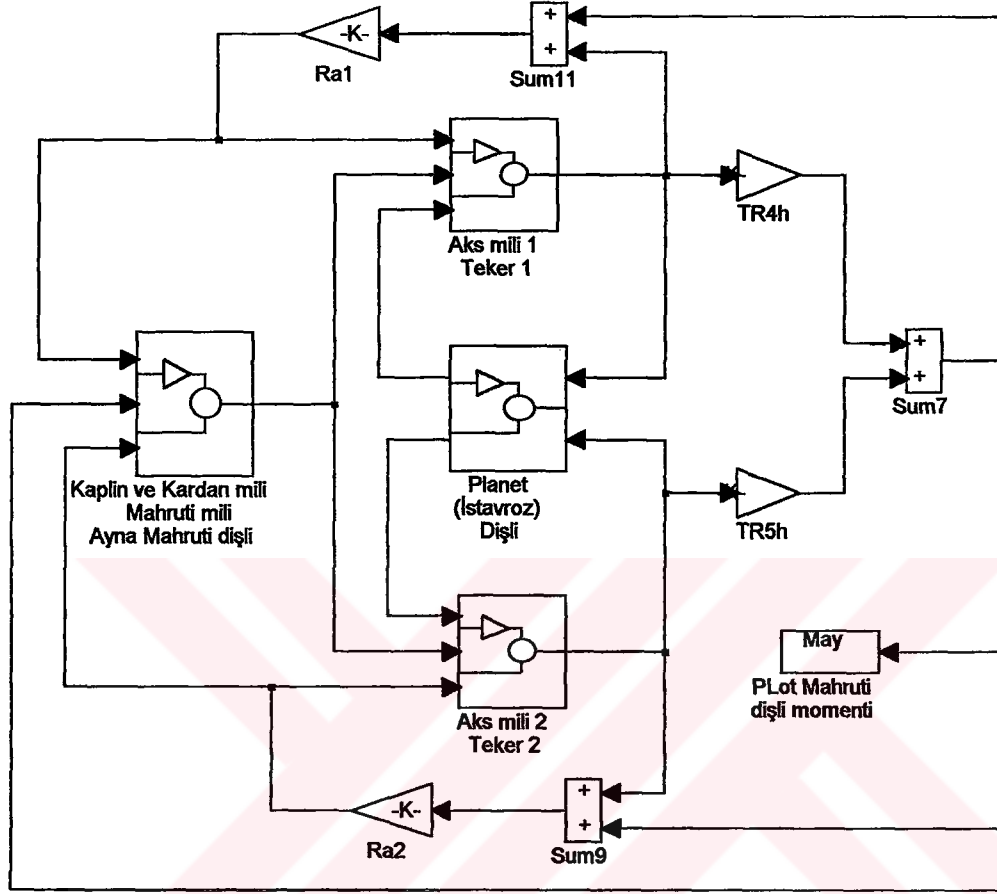
$[A]$: Durum değişkenleri vektörü katsayılar matrisi,

$[B]$: Kaynak vektörü katsayılar matrisini,

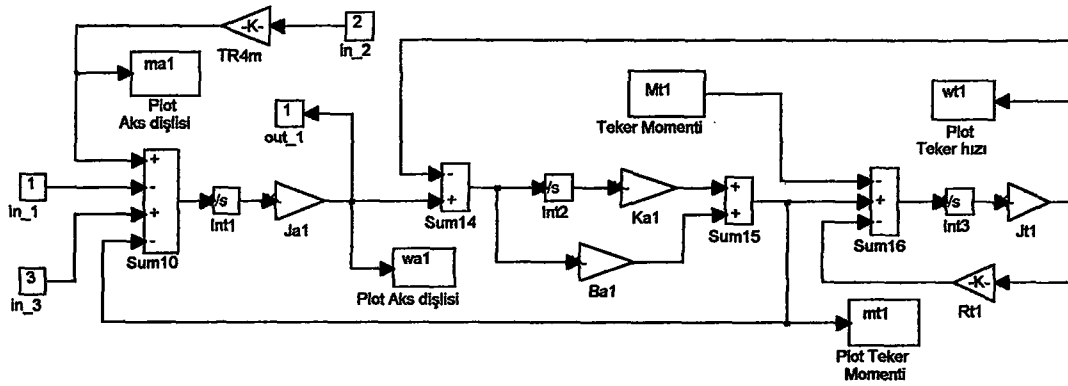
göstermektedir.

5.1.2. Sistemin Blok Diyagramları

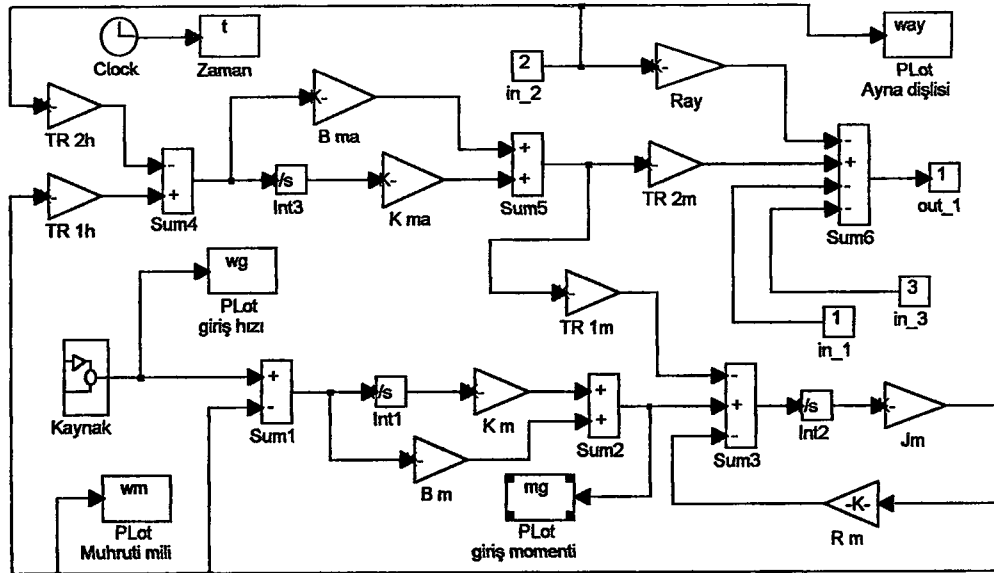
Sistemin bond graf modelinden blok diyagramlarına geçilmiştir. Bölüm 2’de verilen bilgiler ışığında ve Şekil 5.6’daki en son düzenlenen sistemin durum denklemlerinin çıkartıldığı bond graf modeli kullanılarak blok diyagramları elde edilir. Bu sistem için elde edilen blok diyagramı Şekil 5.7’de gösterilmiştir. Şekil 5.7’deki blok diyagramında kullanılan kapalı blokların iç yapısı Şekil 5.8, 5.9, 5.10 ve 5.11’de görülmektedir.



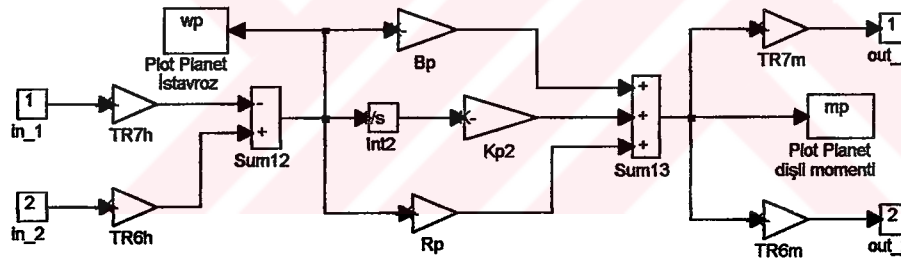
Şekil 5.7. Şekil 5.6'daki bond graf modelinin blok diyagramı



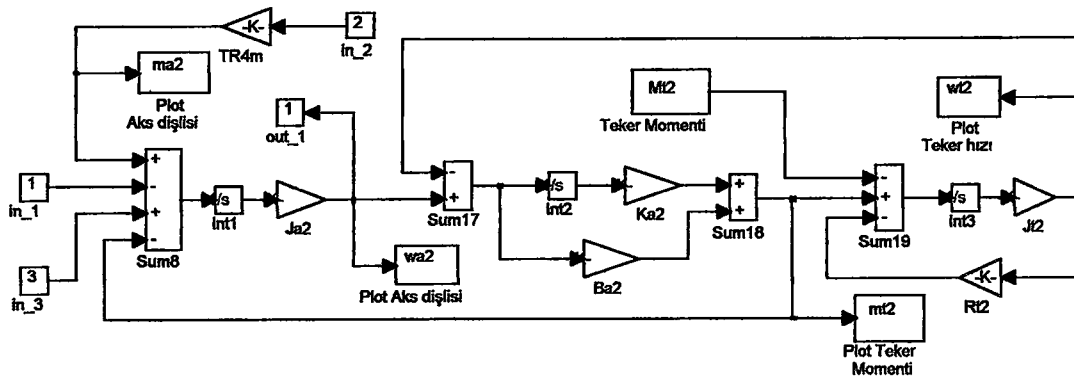
Şekil 5.8. Şekil 5.7'deki Aks mili 1, Teker 1 bloğunun iç yapısı



Şekil 5.9. Şekil 5.7’deki Kaplin ve Kardan mili, Mahruti mili, Ayna Mahruti dişli bloğunun iç yapısı

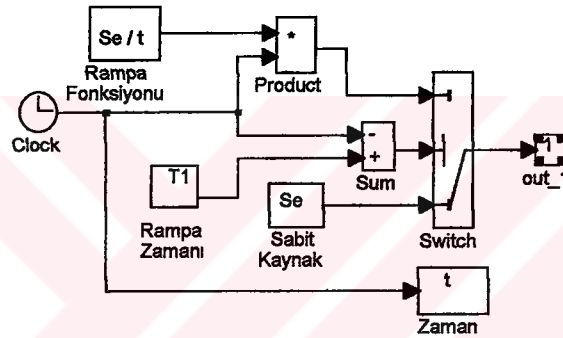


Şekil 5.10. Şekil 5.7'deki Planet (İstavroz) Dişli bloğunun iç yapısı

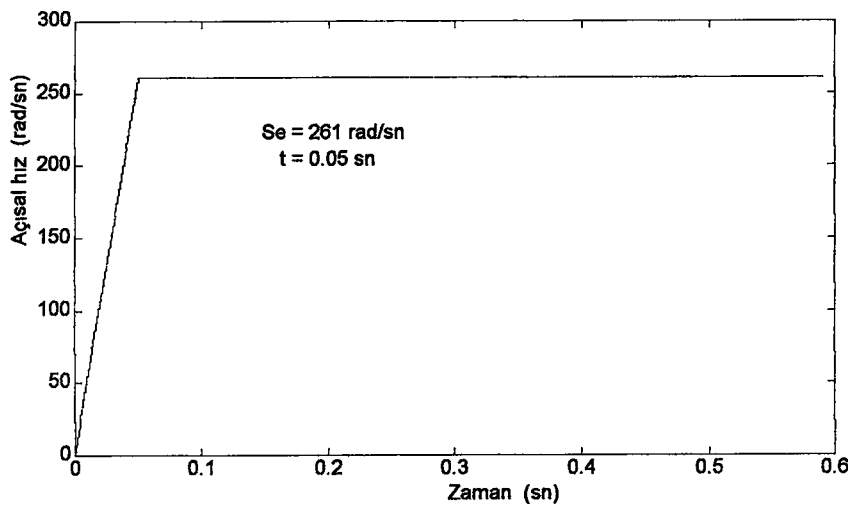


5.1.3. Sistemin Simülasyon Parametreleri

Bölüm 4’de anlatılan deney ünitesinde, sistem bir elektrik motoru (AC) tarafından tahrik edilmiştir. Modellemede sisteme giriş hızı ani darbe teşkil etmemesi için elektrik motorunu kalkışına orantılı bir rampa fonksiyonu ile tahrik edilmesi düşünülmüştür. Bunun için S_e açısal hız değerine t_1 zaman zarfında lineer artan bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır. Şekil 5.12’de, tanımlanan fonksiyonun blok diyagramı gösterilmiştir. Şekil 5.12’deki sistem giriş hızının grafiği Şekil 5.13’de görülebilir.

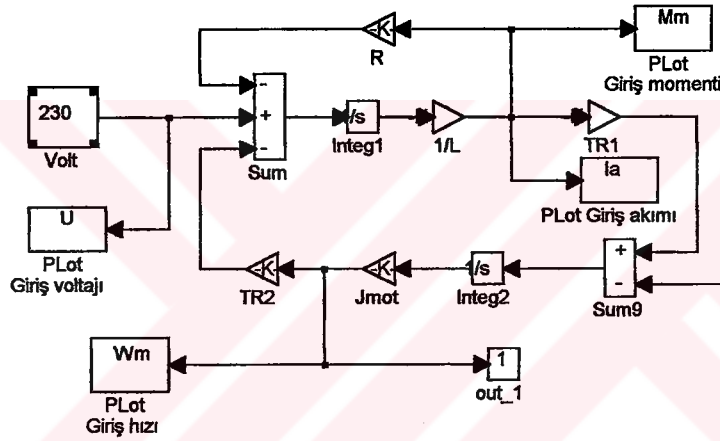


Şekil 5.12. Şekil 5.9’deki Kaynağın lineer artan fonksiyon olarak tanımlanmış blok diyagramı

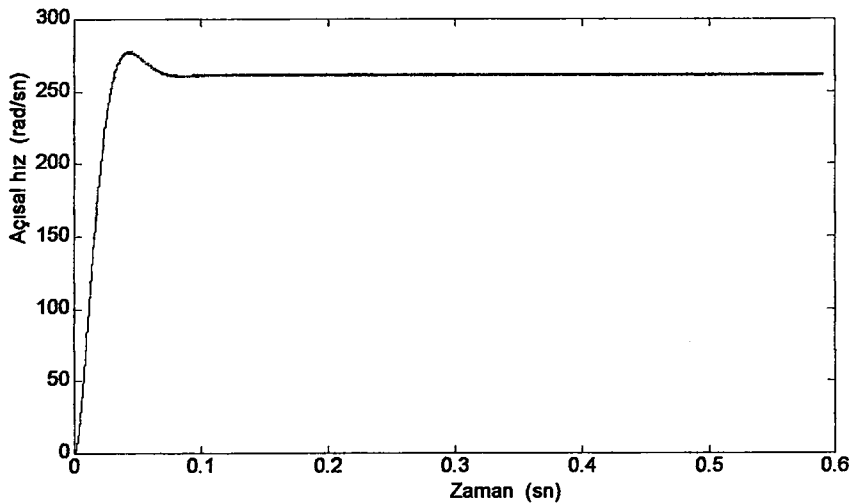


Şekil 5.13. Hız giriş fonksiyonunun zaman grafiği

Giriş hızı, deney ünitesinde kullanılan elektrik motorunun davranışına daha uyumlu olması için sistem kaynağı basit bir tek fazlı DC motor olarak modellenmiştir. Şekil 5.14’de modellenen DC motorun blok diyagramları gösterilmiştir. Burada 230 Volt sabit olarak sisteme girilmiştir. DC motorun endüktans değeri $L = 0.0023$ H, direnci $R = 0.301$ Ohm ve motor kütle atalet momentini $J_{Mot} = 0.00305$ Nms² olarak alınmıştır. Bu motor $n = 2500$ d/d dönmektedir. Motorun açısal hızı $\omega = 261$ rad/s dir. Şekil 5.14’de kullanılan TR1 ve TR2 trafo oranları $u / \omega = 0.8785$ olarak alınmıştır. Şekil 5.15’de zamana göre motorun açısal hız grafiği görülmektedir.



Şekil 5.14. Şekil 5.9’deki Kaynağın DC motor olarak tanımlanmış blok diyagramı



Şekil 5.15. DC motorun zamana göre açısal hız grafiği

Burada anlatılan iki ayrı hız kaynağı aşağıdaki simülasyonlar da kullanılacaktır. Sistemin diğer simülasyon parametreleri ise Tablo 5.1’de verilmiştir.

Tablo 5.1. Bilgisayar Simülasyonunda Kullanılan Parametre Listesi

Parametre	Parametre Adı	Sayısal Değer	Birim
S_e	Hız kaynağı	261	rad/s
$K_{Meş}$	Mahruti milindeki toplam eşdeğer yay sabiti	$6.4 \cdot 10^4$	Nm/rad
$B_{Meş}$	Toplam eşdeğer sönüm	0.1	Nms/rad
$J_{Meş}$	Mahruti milinde toplam eşdeğer kütle atalet momenti	0.025	Nms ²
$R_{Meş}$	Mahruti milinde toplam sürtünme direnci	0.01	Nms/rad
r_A	TR1 trafo oranı	0.023	m
K_{MA}	Ayna mahruti dişli diş yay sabiti	$5 \cdot 10^7$	N/m
B_{MA}	Toplam eşdeğer sönüm	975	Ns/m
r_M	TR2 trafo oranı	0.123625	m
R_{Ay}	Ayna dişlisinin yatak sürtünme direnci	0.01	Nms/rad
$R_{A1} - R_{A2}$	Sağ ve sol aks dişlinin yatak sürtünme dirençleri	0.01	Nms/rad
t_p	TR6 ve TR7 trafo oranı	0.35	-
K_P	İstavroz dişli diş yay sabiti	$6 \cdot 10^3$	Nm/rad
B_P	Toplam eşdeğer sönüm	0.795	Nms/rad
R_P	İstavroz dişlisinin yatak sürtünme direnci	0.01	Nms/rad
$J_{A1} - J_{A2}$	Sağ ve sol aks dişlinin kütle atalet momentleri	$4.29 \cdot 10^{-4}$	Nms ²
K_{A1}	Sağ aks milinin yay sabiti	1637	Nm/rad
K_{A2}	Sol aks milinin yay sabiti	1203	Nm/rad
$B_{A1} - B_{A2}$	Sağ ve sol aks millerinin sönümü	0.021	Nms/rad
$J_{T1} - J_{T2}$	Sağ ve sol taşıt tekerlerinin kütle atalet momenti	0.01	Nms ²
$M_{T1} - M_{T2}$	Sağ ve sol taşıt tekerlerinin momenti	100	Nm
$R_{T1} - R_{T2}$	Sağ ve sol taşıt tekerlerinin yatak sürtünme direnci	0.12	Nms/rad

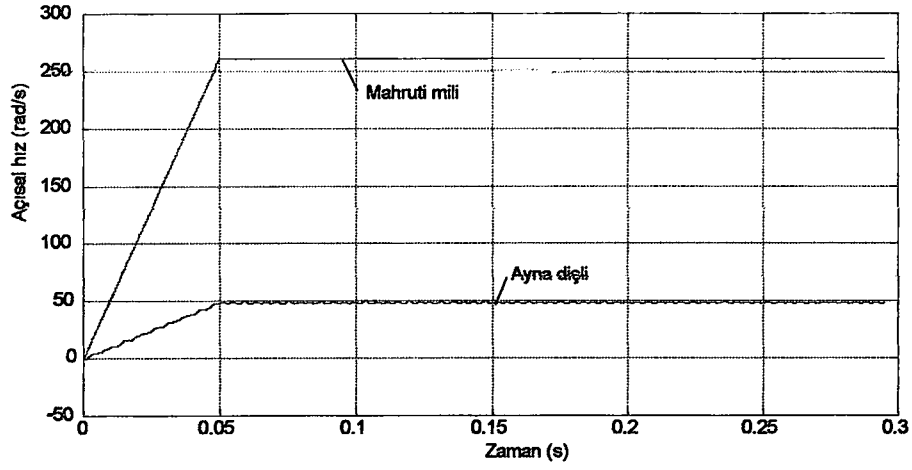
5.1.4. Sistemin Simülasyon Sonuçları

Deney ünitesindeki taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının simülasyon çalışmaları, Bölüm 3’de olduğu gibi bond graf modelinden elde edilen blok diyagramları vasıtasıyla, Matlab ana programı altında çalışan Simulink bilgisayar programı ile yapılmıştır. Simülasyonlar çalışmalarında Linsim integrasyon yöntemi kullanılmıştır. Adım aralığı $h = 0.0001$ alınmıştır.

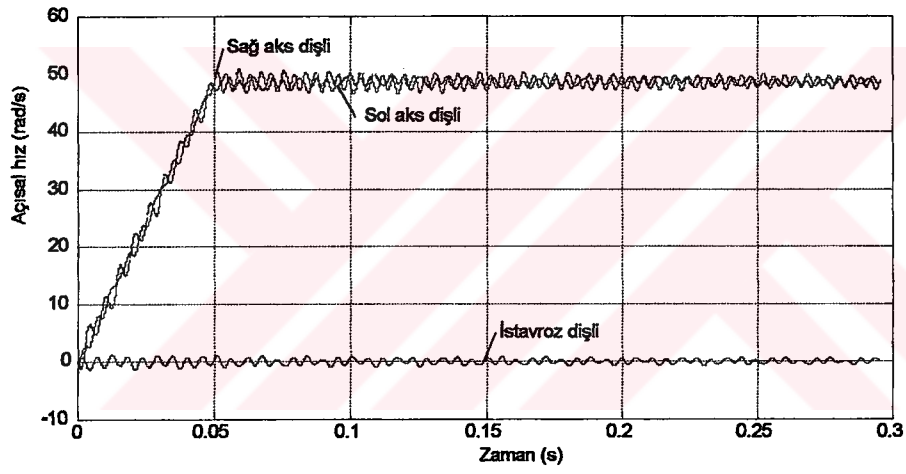
Tablo 5.1’de liste halinde verilen sistem parametrelerine göre yapılan bilgisayar simülasyonunda elde edilen sonuçlar Şekil 5.16 ile 5.21 arasında görülmektedir. Burada ilk olarak Şekil 5.13’teki hız kaynağı ve daha sonra Şekil 5.15’teki hız kaynağı kullanılmıştır. Giriş hız kaynağının artan fonksiyon ve DC motor hızı olarak tanımlanması ile oluşan farklılıklar grafiklerden izlenebilir.

Şekil 5.16’da mahruti mili hızı t_1 zaman aralığında lineer artış gösterir. Daha sonra sabit olarak devam etmektedir. Bu sebeple Şekil 5.17’de aks dişlileri ve 5.18’de teker açısai hızlarındaki salınım amplitütleri Şekil 5.20 ve 5.21’e göre daha yüksektir. Şekil 5.19’daki mahruti milinin açısai hızı DC motor hız karakterine sahip olmaktadır. Sistem modelindeki atalet ve sürtünme değerlerine bağlı olarak salınımları sönümlenmektedir.

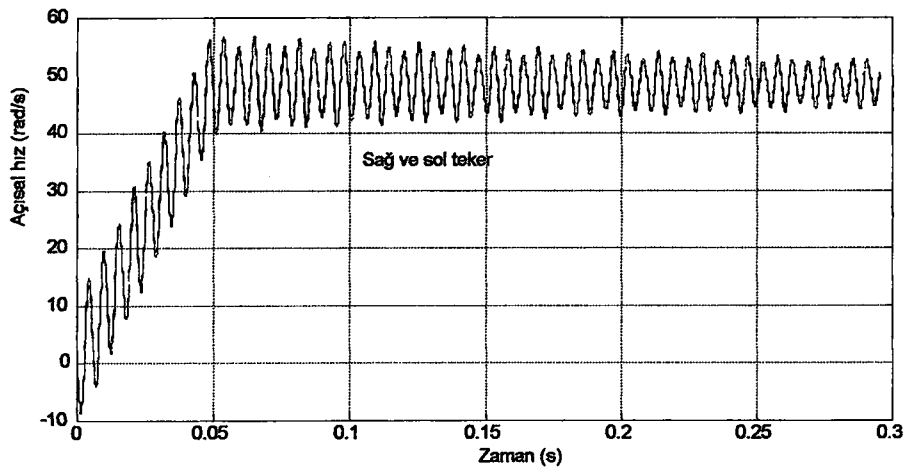
Sağ ve sol aks millerinin boyları ve yay sabitlerinin farklı olduğu için aks dişlilerinin açısai hızlarında farklılık görülmektedir. Tekerlerin üzerinde eşit moment akışı söz konusu olduğu için tekerlerin açısai hızlarındaki farklılıklar belirgin olmamaktadır. Burada elde edilen simülasyon sonuçları ile Bölüm 3’deki Şekil 3.14 ve 3.15’de elde edilen taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının simülasyon sonuçları arasında benzerlik görülmektedir. Burada modele ilave edilen diş elastikiyeti ve deney ünitesindeki elemanların kütle atalet momentleri ve sürtünme dirençleri ile hız kaynağının farklı olması salınım genliklerinin azalmasına sebep olmuştur.



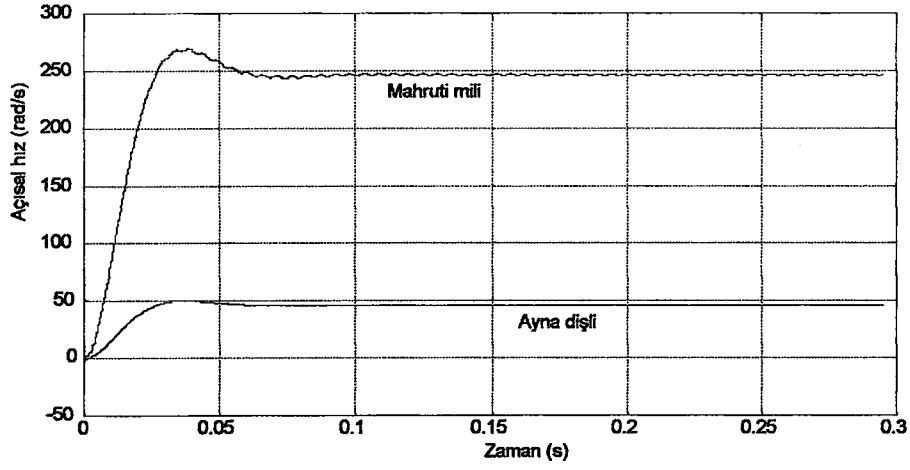
Şekil 5.16. Mahruti mili ve ayna dişli açısal hızı



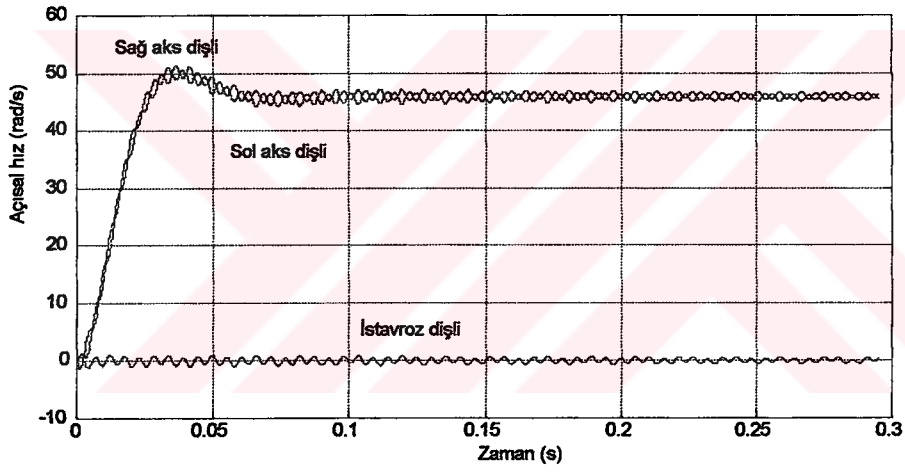
Şekil 5.17. Sağ ve sol aks dişli ve istavroz dişli açısal hızı



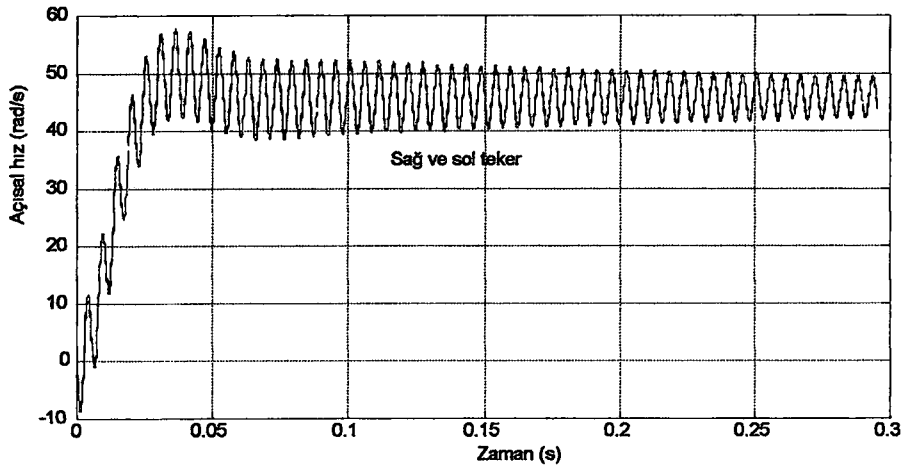
Şekil 5.18. Sağ ve sol teker açısal hızı



Şekil 5.19. Mahruți mili ve ayna dişli açısal hızı



Şekil 5.20. Sağ ve sol aks dişli ve istavroz dişli açısal hızı



Şekil 5.21. Sağ ve sol teker açısal hızı

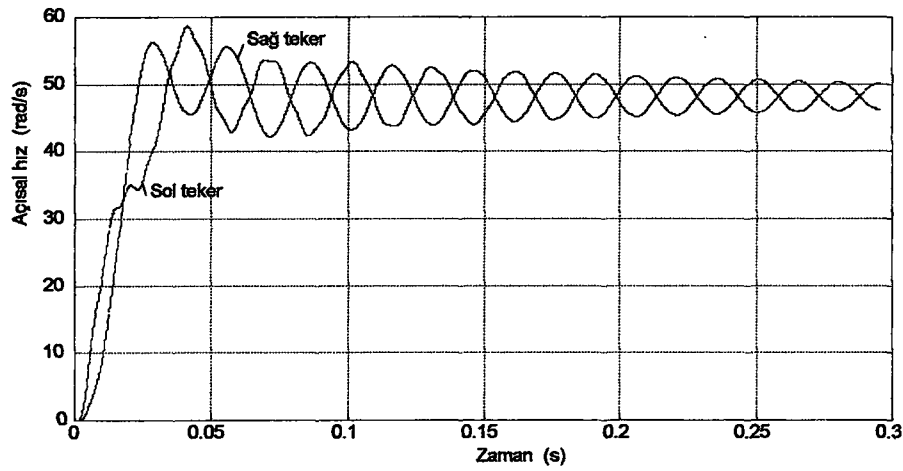
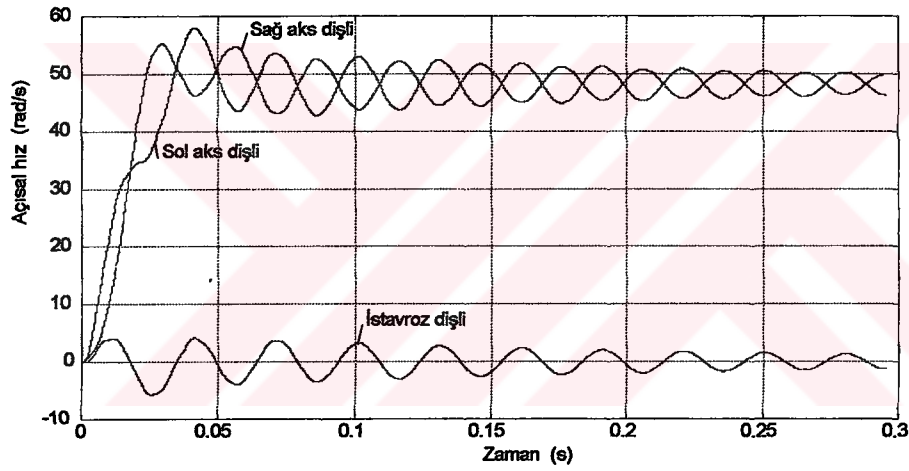
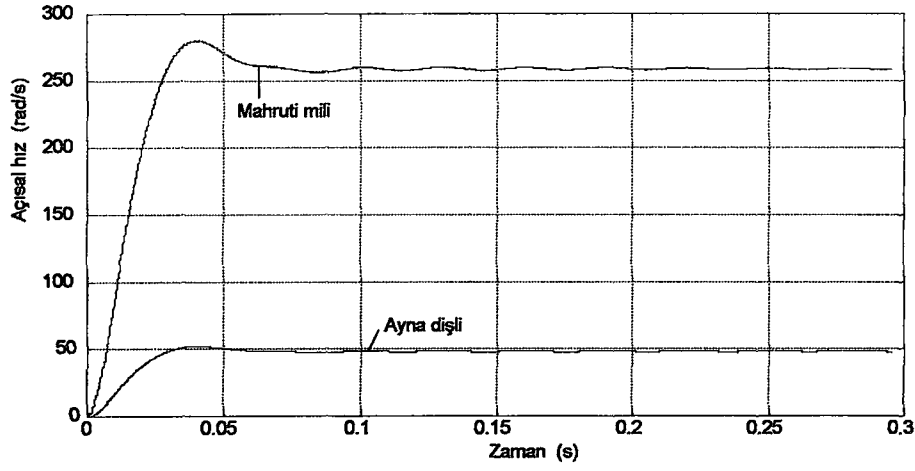
Şekil 5.22 ile 5.27 arasında elde edilen simülasyon sonuçlarında Tablo 5.1’de verilen parametrelerde değişiklik yapılmıştır. Sağ teker kütle atalet momenti J_{T1} , sol teker kütle atalet momentinin beş katına çıkartılmıştır. M_{T1} ve M_{T2} teker moment değeri sıfır, R_{T1} ve R_{T2} teker yatak sürtünme direnci 0.215 Nms/rad ve hız kaynağı olarak DC motor alınmıştır.

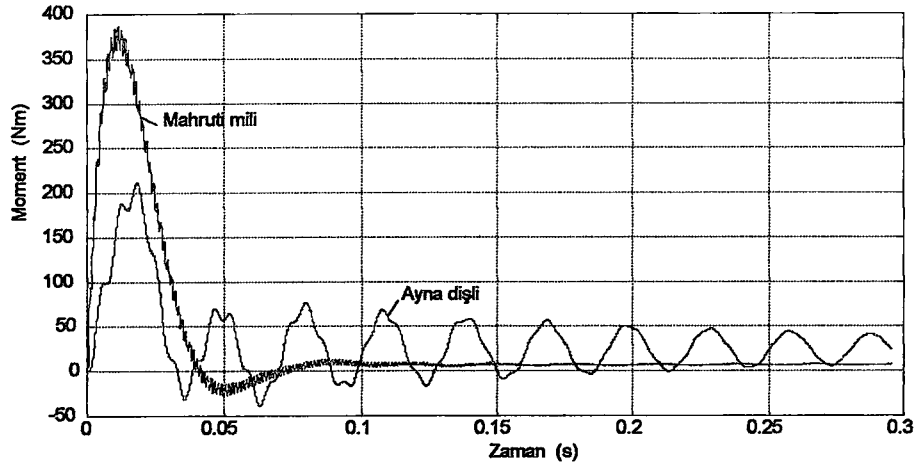
Şekil 5.22’de mahruti mili ve ayna dişli açısal hızının zamana göre değişimi gösterilmiştir. Sistem parametrelerine bağlı olarak salınımlar kısa zamanda sönümlenmiştir.

Şekil 5.23’de sağ ve sol aks dişlilerinin açısal hız salınımlarında teker kütle atalet momentinden dolayı farklılık görülmektedir. Zaman içinde salınımlar sönümlendikçe aks dişlilerinin açısal hızları eşitlenir. İstavroz dişlilerinin açısal hızı, aks dişlilerinin açısal hız farkından doğmaktadır. Aynı şekilde zaman içinde sönümlenmektedir. Şekil 5.24’de de aynı durum söz konusudur. Burada sol teker açısal hızındaki ilk salınım aks dişlisinin açısal hız salınımına göre farklılık gösterir. Bunun sebebi ise sistemdeki aks boylarının ve teker kütle atalet momentlerinin farklı olmasıdır.

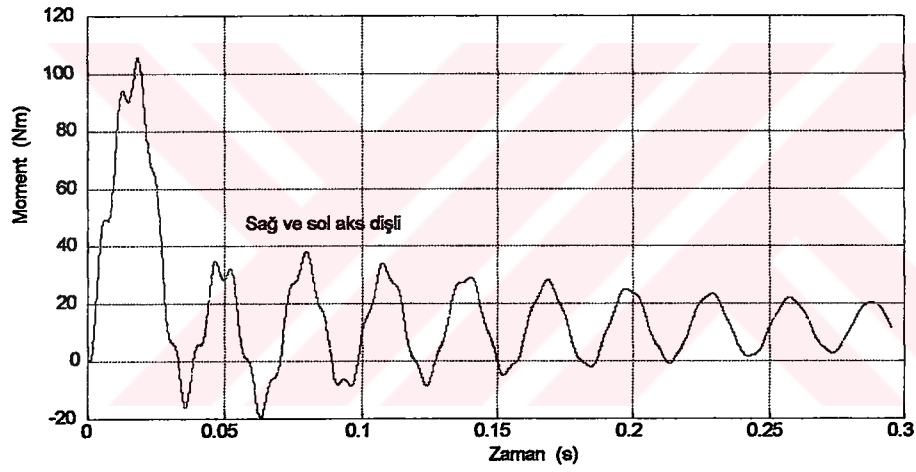
Şekil 5.25, 5.26 ve 5.27’de sistemdeki moment salınımları gösterilmiştir. Sistem içindeki ataletler yenildikten sonra moment salınımları sönümlenmektedir. İlk olarak mahruti mili momentinin salınımları sönümlenmekte ve sistem içindeki sürtünme dirençlerini yenilebildiği değere ulaşmaktadır. Mahruti milindeki moment salınımı içindeki titreşimler, dişlilerin elastikiyetinden meydana gelmektedir.

Şekil 5.26’da sağ ve sol aks dişlilerinin momentleri aynıdır. Aks dişlilerinin moment salınımı Şekil 5.25’deki ayna dişlisi moment salınımı ile aynı karakteristiktir. Fakat ayna dişlisinin moment değeri olarak aks dişlilerinin iki katıdır. Şekil 5.27’deki sağ ve sol teker üzerinde oluşan moment değerlerinde farklılık görülmektedir. Bu farklılık tamamen teker kütle atalet momentlerinden kaynaklanmaktadır.

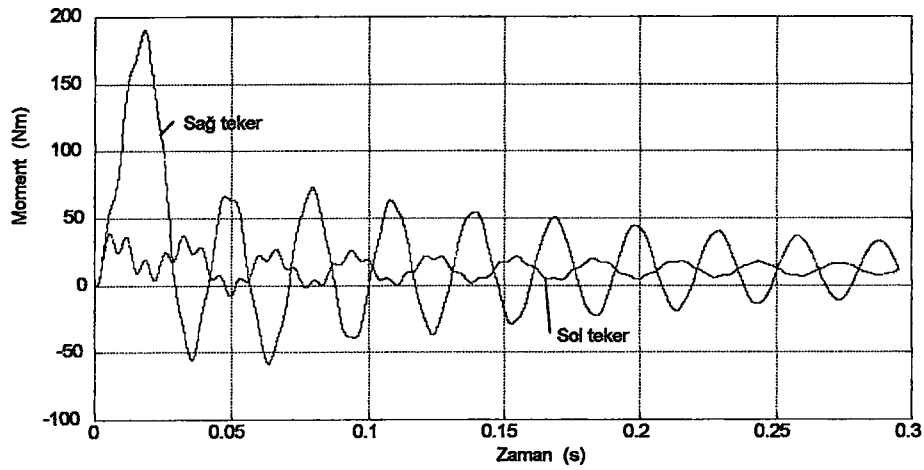




Şekil 5.25. Mahruhi mili ve ayna dişli momenti



Şekil 5.26. Sağ ve sol aks dişli momenti



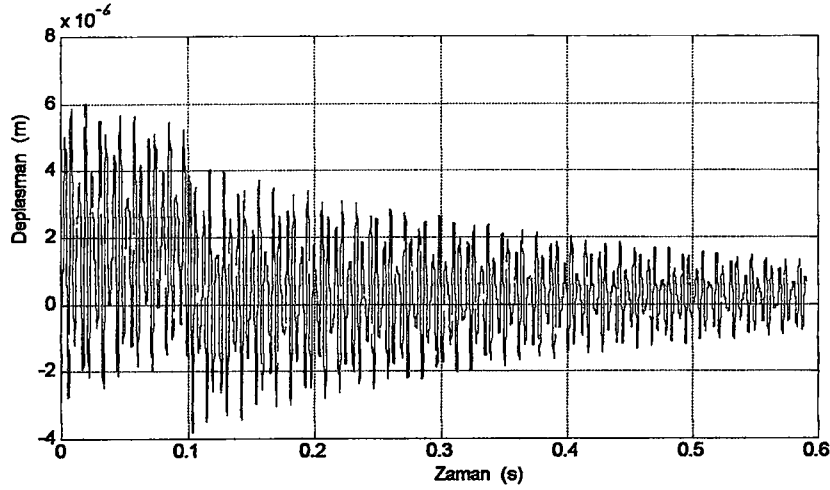
Şekil 5.27. Sağ ve sol teker momenti

5.2. Teorik ve Deneysel Çalışmaların Mukayesesi

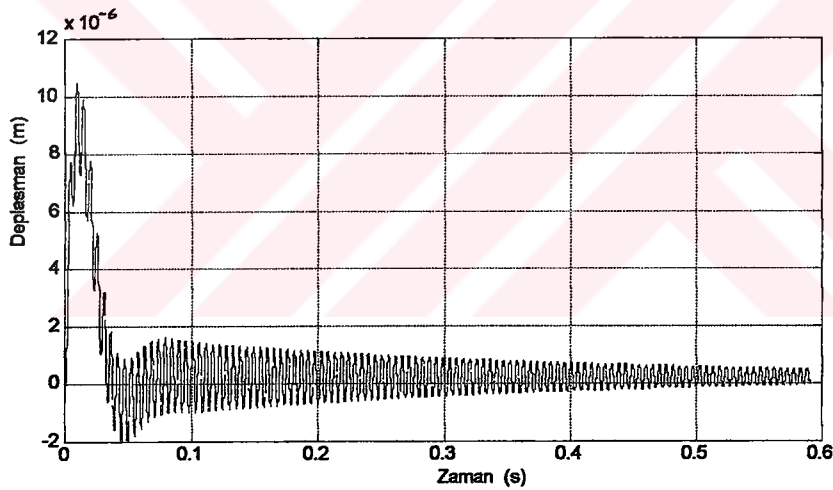
Yukarıda yapılan modelleme çalışmasında, ayna ve mahruti dişlileri elastik olarak tanımlanmıştır. Şekil 5.2’de gösterilen bond graf ifadesinde, r_A oranına sahip bir TR trafo elemanı ile sistemin güç akışındaki açısal hız ve moment ifadelerinden çevre hızı ve çevre kuvvetine geçilmektedir. Bölüm 2’de de izah edildiği gibi ayna mahruti dişlilerinin diş elastikiyeti bu şekilde modellenenebilir. Şekil 5.6’daki sistemin bond graf ifadesinde S_4 kapısında dişli çarkların çevre hızı toplamı ve çevre kuvveti mevcuttur. Buradaki çevre hızının toplamının zaman modunda integrali alınacak olur ise bu noktadaki deplasman yani ayna dişlisi üzerindeki titreşim deplasmanı elde edilir.

Şekil 5.9’daki blok diyagramında Sum4 bloğunun çıkışı, Şekil 5.6’daki bond graf ifadesinde S_4 kapısındaki ayna ve mahruti dişlilerinin çevre hızları toplamını vermektedir. Şekil 5.9’daki blok diyagramında Int3 bloğunun çıkışı da ayna dişlisi üzerindeki titreşim deplasmanını göstermektedir. Simulink bilgisayar programının sağladığı bu imkan ile ayna dişlisi üzerindeki deplasmanı elde edilir. Elde edilen ayna dişlisi titreşim deplasmanı Şekil 5.28 ve 5.29’da gösterilmiştir.

Burada Tablo 5.1’deki sistemin simülasyon parametreleri kullanılmıştır. Fakat M_{T1} ve M_{T2} teker yük momenti sıfır olarak alınmıştır. Çünkü deney ünitesinde teker yükü mevcut değildir. Sistem giriş hızı parametresi, Şekil 5.28’de $t = 0.01$ saniye zarfında artan fonksiyon ve Şekil 5.29’da DC motor şeklinde girilmiştir. Her iki durumda da ataletler yenilinceye kadar titreşim genlikleri yüksek seviyede seyretmektedir. Sistem giriş hızı fonksiyonunun ayna dişlisi üzerinde meydana getirdiği titreşim deplasman cevabındaki farklılıklar şekillerdeki grafiklerde görülmektedir. Burada titreşim deplasmanı 10^{-6} m mertebesindedir. Giriş hızı DC motor olarak tanımlandığında sistemde oluşan deplasman cevabı düzenli bir seyir izlemektedir. Bunun sebebi ise DC motor modelinde sistem tepkisine göre giriş hızı değişmektedir. Artan fonksiyonda ise t zaman zarfında lineer bir artış gösterir ve sistem hızı sabit olarak kalmaktadır. Sistem davranışına göre değişmemektedir.



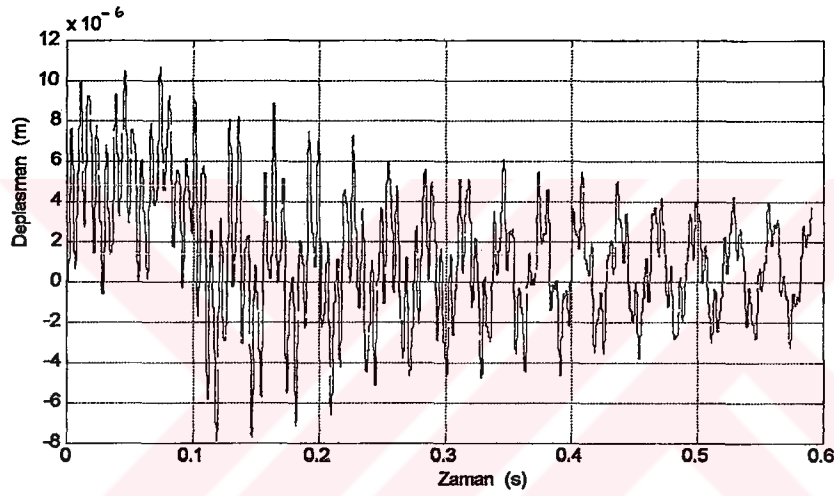
Şekil 5.28. Tablo 5.1'deki sistem parametrelerine göre ayna dişlisinin titreşim deplasmanı (rampa fonksiyonu)



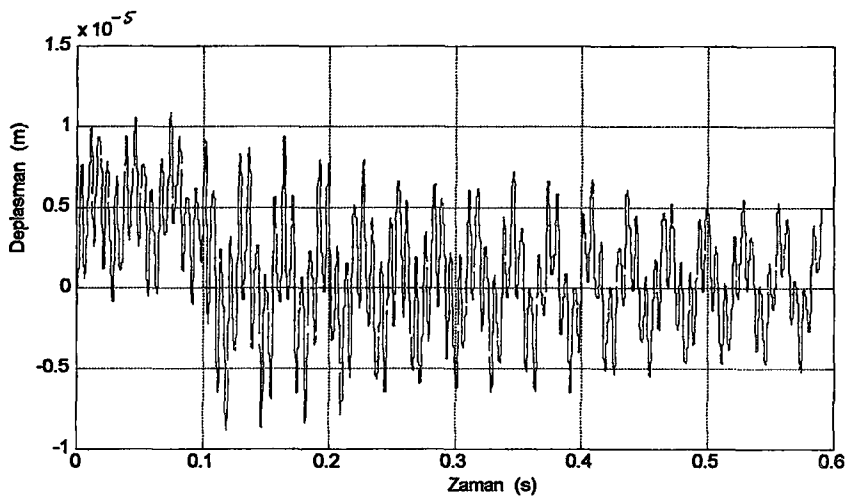
Şekil 5.29. Tablo 5.1'deki sistem parametrelerine göre ayna dişlisinin titreşim deplasmanı (DC motor)

Yukarıda kullanılan parametre listesinde bazı parametre değerleri değiştirilerek sistem cevabındaki farklılıklar gözlenmiştir. Özellikle sistem cevabı üzerinde etkili olan ayna mahruti dişli diş yay sabiti ve sönümü için farklı değerler kullanılmıştır. Sistem modeli üzerindeki teker kütle atalet momentleri ve yatak sürtünme dirençleri değiştirilmiştir. Yapılan bu değişiklikler tanımlanan her iki sistem giriş hızı için kullanılmıştır. Bu şekilde elde edilen sistemin simülasyon sonuçları Şekil 5.30 ile Şekil 5.43 arasında gösterilmiştir.

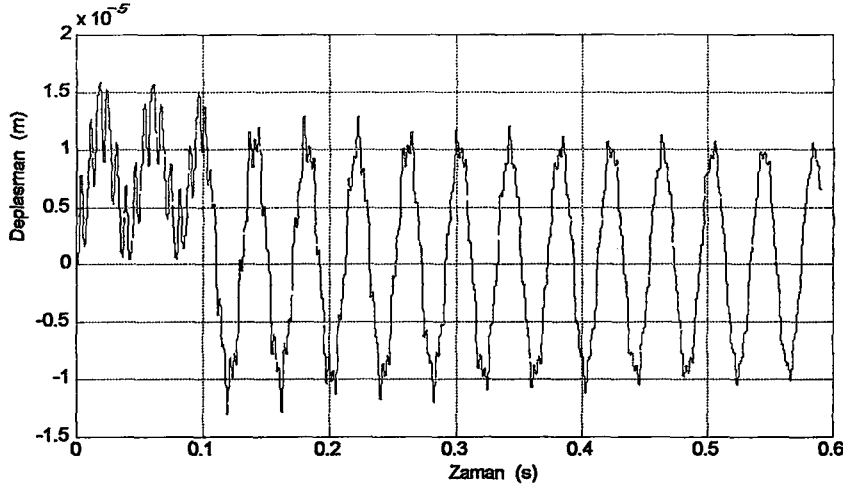
Şekil 5.30'da sağ teker kütle ataleti beş kat ve sol teker sürtünmesi beş kat artırılmıştır. Yani bir tekerde aşırı atalet ve diğer tekerde aşırı sürtünme olduğu durum incelenmiştir. Aynı zamanda ayna mahruti dişli diş sönüm değeri azaltılmıştır. Bu durumda sistemin davranışı gözlenmiştir. Şekil 5.31'de sol teker sürtünmesi kaldırılmıştır. Bu durumda ayna dişlisinin titreşim deplasmanı 10^{-5} m mertebesine yükselmiştir. Şekil 5.32'de ise sağ teker kütle atalet momenti biraz daha yükseltilmiştir.



Şekil 5.30. Parametre listesinde $J_{T1} = 0.05 \text{ Nms}^2$, $R_{T2} = 0.6 \text{ Nms/rad}$, $B_{MA} = 370 \text{ Ns/m}$ olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı

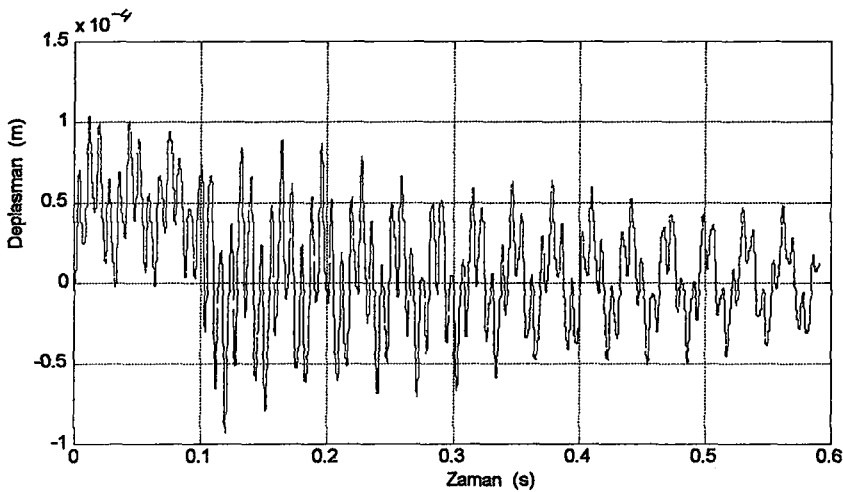


Şekil 5.31. Parametre listesinde $J_{T1} = 0.05 \text{ Nms}^2$, $B_{MA} = 370 \text{ Ns/m}$ olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı

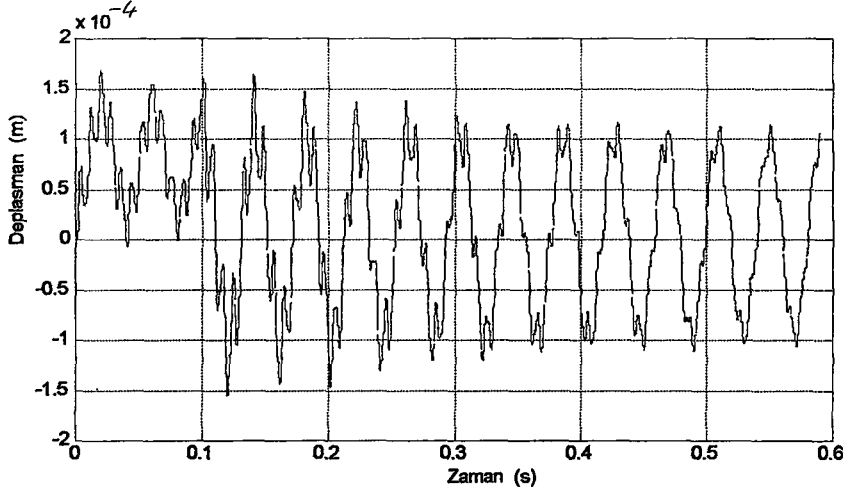


Şekil 5.32. Parametre listesinde $J_{T1} = 0.09 \text{ Nms}^2$ olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı

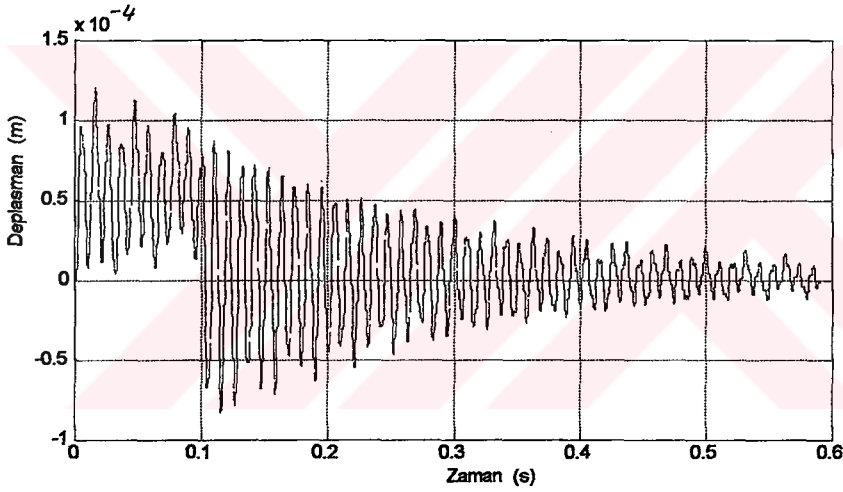
Şekil 5.33'de ayna mahruti dişli diş yay sabiti değiştirilmiştir. Şekil 5.31'deki teker sürtünme ve kütle atalet değerleri aynı şekilde alınmıştır. Aynı zamanda ayna mahruti dişli diş sönüm değeri de azaltılmıştır. Bu durumda ayna dişlisinin titreşim deplasmanı 10^{-4} m mertebesine yükselmiştir. Şekil 5.34'de sağ teker kütle atalet momenti biraz daha yükseltilmiştir. Şekil 5.35'de sağ ve sol teker kütle atalet momentlerinin her ikisi de yükseltilmiştir. Ayna mahruti dişli diş sönümü burada arttırılmıştır. Bu durumda sistemin davranışı gözlenmiştir.



Şekil 5.33. Parametre listesinde $K_{MA} = 5 \cdot 10^6 \text{ N/m}$, $B_{MA} = 97 \text{ Ns/m}$, $J_{T1} = 0.05 \text{ Nms}^2$, $R_{T1} = 0.6 \text{ Nms/rad}$ olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı



Şekil 5.34. Parametre listesinde $K_{MA} = 5 \cdot 10^6$ N/m, $B_{MA} = 97$ Ns/m, $J_{T1} = 0.09$ Nms² olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı

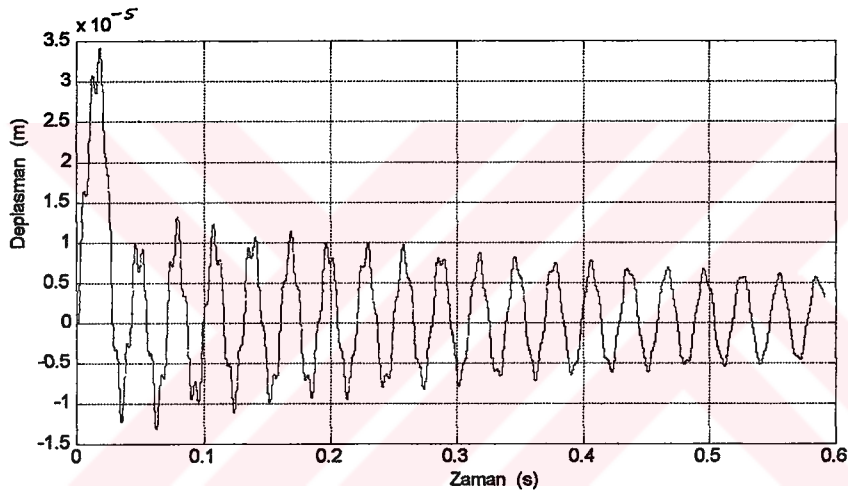


Şekil 5.35. Parametre listesinde $K_{MA} = 5 \cdot 10^6$ N/m, $B_{MA} = 470$ Ns/m, $J_{T1} = 0.05$ Nms², $J_{T2} = 0.02$ Nms² olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı

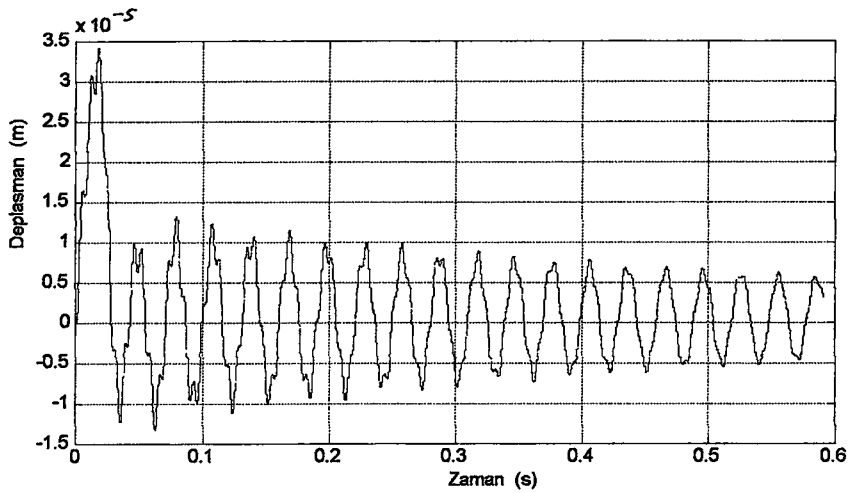
Buraya kadar yapılan simülasyon çalışmalarında sistem giriş hızı artan fonksiyon olarak alınmıştır. Şekil 5.36'dan itibaren sistem giriş hızı DC motor olarak alınmaktadır. Burada ilk olarak teker kütle atalet momentleri ve sürtünme değerleri değiştirilmiştir. Şekil 5.36'da sağ teker kütle ataleti beş kat ve sol teker sürtünmesi beş kat artırılmıştır. Yani bir tekerde aşırı atalet ve diğer tekerde aşırı sürtünme olduğu durum incelenmiştir. Bu durumda sistemin davranışı gözlenmiştir. Şekil 5.37'de bunlara ilave olarak ayna mahruti dişli diş sönüm değeri azaltılmıştır. Burada ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı 10^{-5} m mertebesine yükselmiştir. Ayna mahruti dişli diş sönüm değerinin azaltılması sistem cevabında önemli bir değişiklik meydana getirmemiştir. Şekil

5.38’de sol teker sürtünmesi kaldırılmıştır. Bu durumda ayna dişlisinin titreşim deplasmanı yine 10^{-5} m mertebesindedir. Şekil 5.39’da ise sağ teker kütle atalet momenti biraz daha yükseltilmiştir.

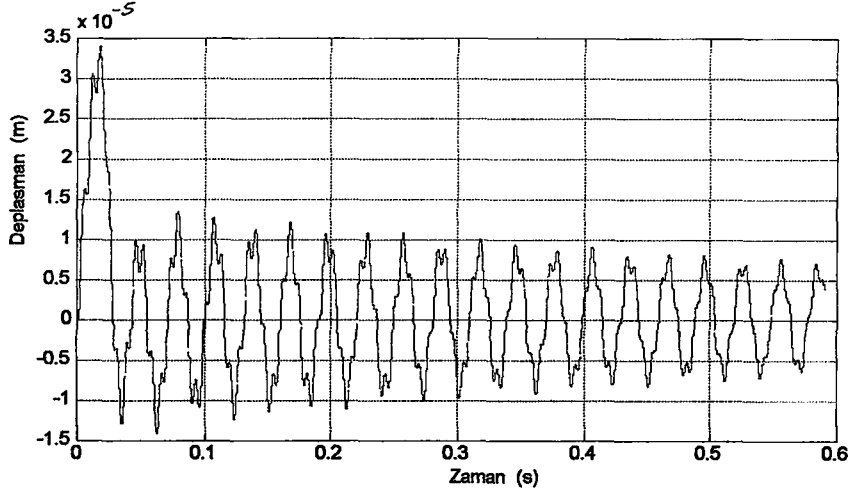
Şekil 5.40’da ayna mahruti dişli diş yay sabiti değiştirilmiştir. Şekil 5.36’deki teker sürtünme ve kütle atalet değerleri aynı şekilde alınmıştır. Aynı zamanda ayna mahruti dişli diş sönüm değeri de azaltılmıştır. Bu durumda ayna dişlisinin titreşim deplasmanı 10^{-4} m mertebesine yükselmiştir.



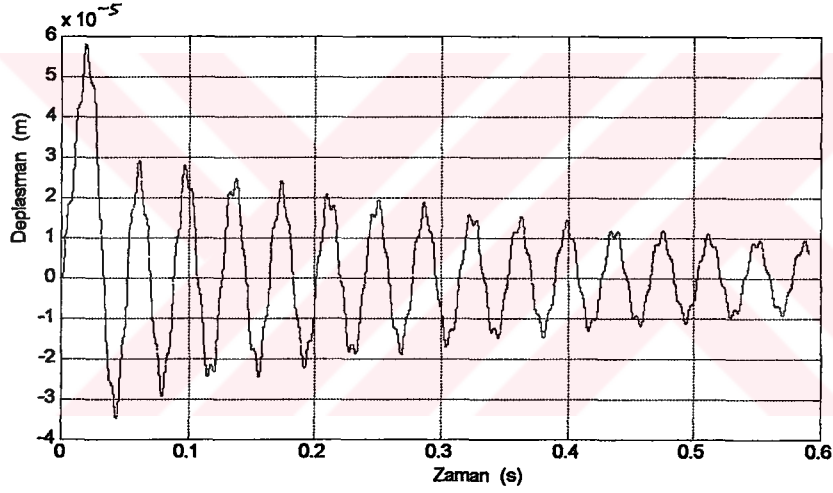
Şekil 5.36. Parametre listesinde $J_{T1} = 0.05 \text{ Nms}^2$, $R_{T2} = 0.6 \text{ Nms/rad}$ olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı



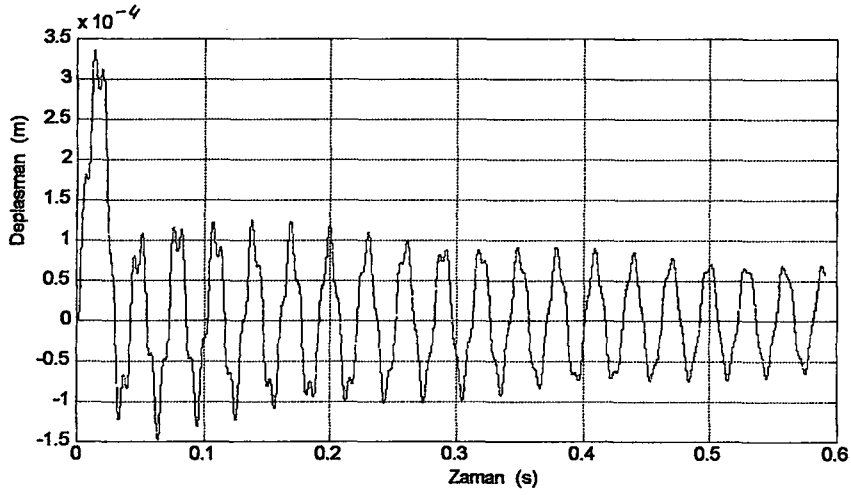
Şekil 5.37. Parametre listesinde $J_{T1} = 0.05 \text{ Nms}^2$, $R_{T2} = 0.6 \text{ Nms/rad}$, $B_{MA} = 370 \text{ Ns/m}$ olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı



Şekil 5.38. Parametre listesinde $J_{T1} = 0.05 \text{ Nms}^2$ olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı

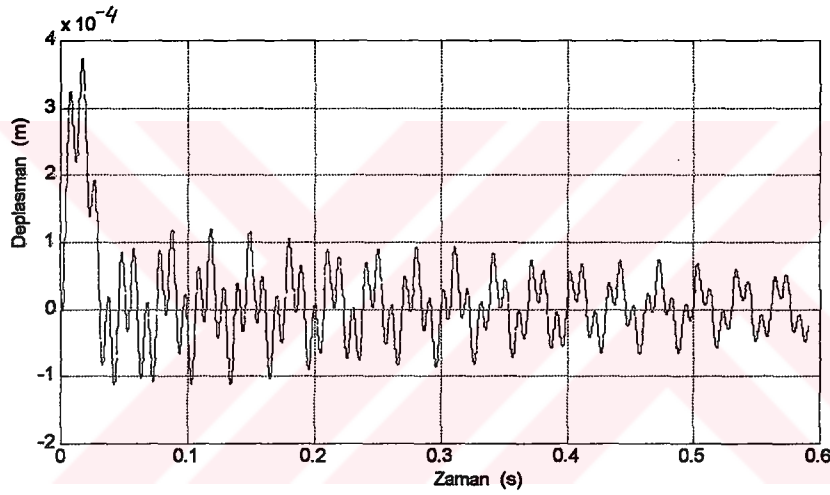


Şekil 5.39. Parametre listesinde $J_{T1} = 0.09 \text{ Nms}^2$ olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı

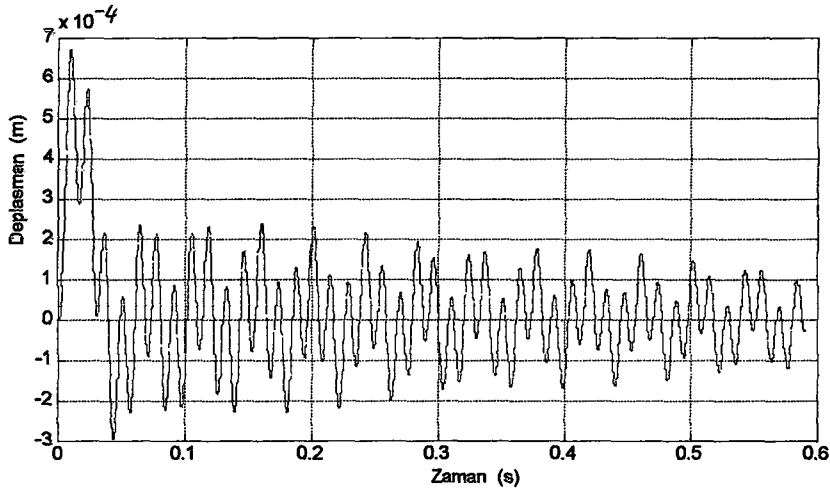


Şekil 5.40. Parametre listesinde $K_{MA} = 5 \cdot 10^6 \text{ N/m}$, $B_{MA} = 97 \text{ Ns/m}$, $J_{T1} = 0.05 \text{ Nms}^2$ olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı

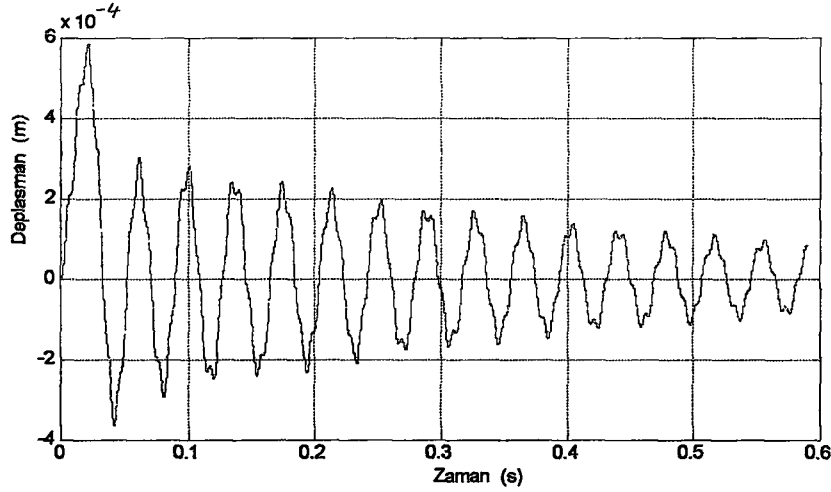
Şekil 5.41’de sağ ve sol teker kütle atalet momentlerinin her ikisi de yükseltilmiştir. Teker kütle ataletleri birbirinden farklı değerdedir. Sol teker kütle ataleti az olduğu için buradaki sürtünme artırılmıştır. Bu durumda sistemin davranışı gözlenmiştir. Şekil 5.42’de teker kütle atalet momentleri değiştirilmiş ve sürtünmeler tabloda verilen değerde bırakılmıştır. Şekil 5.43’de sağ teker kütle atalet değeri ve ayna mahruti dişli diş sönüm değeri değiştirilmiştir. Bu durumda ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı 10^{-4} m mertebesine yükselmiştir.



Şekil 5.41. Parametre listesinde $K_{MA} = 5 \cdot 10^6$ N/m, $B_{MA} = 97$ Ns/m, $J_{T1} = 0.05$ Nms², $J_{T2} = 0.02$ Nms², $R_{T2} = 0.36$ Nms/rad olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı



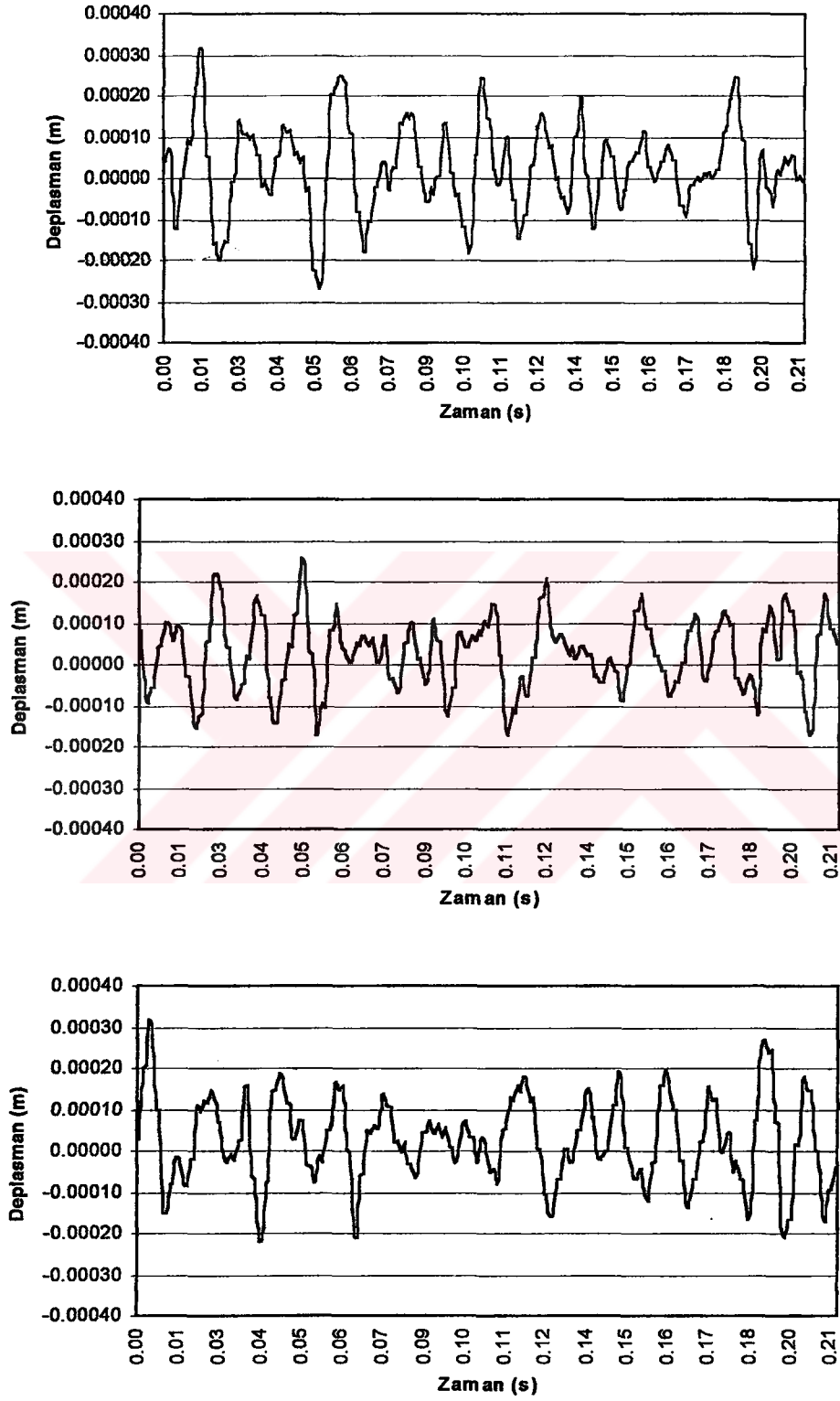
Şekil 5.42. Parametre listesinde $K_{MA} = 5 \cdot 10^6$ N/m, $B_{MA} = 97$ Ns/m, $J_{T1} = 0.09$ Nms², $J_{T2} = 0.04$ Nms² olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı



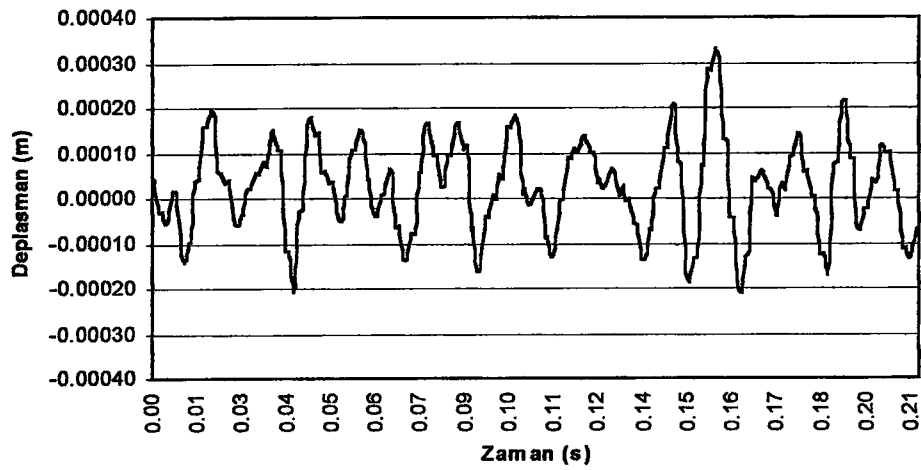
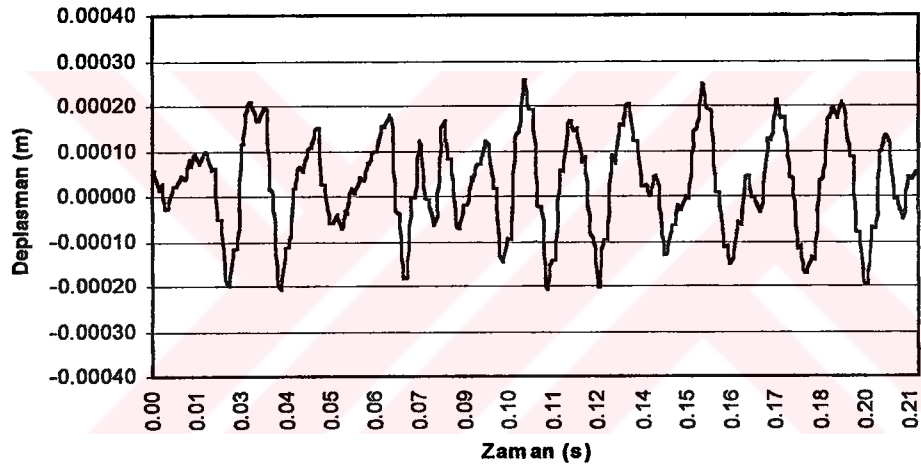
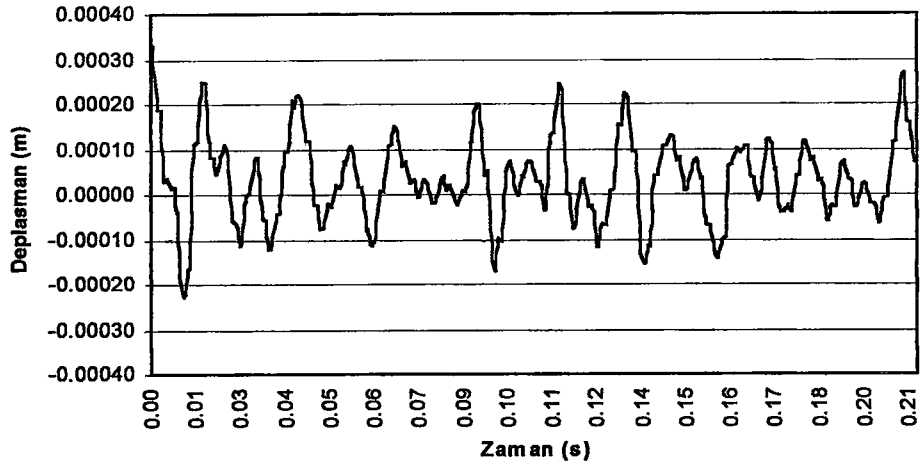
Şekil 5.43. Parametre listesinde $K_{MA} = 5 \cdot 10^6$ N/m, $B_{MA} = 27$ Ns/m, $J_{T1} = 0.09$ Nms² olarak alındığında ayna dişlisinin radyal titreşim deplasmanı

Bu tez çalışmasında, deney ünitesi üzerinde birçok taşıt diferansiyel dişli mekanizması için zaman ve frekans modundaki titreşim deplasman, hız ve ivme değerleri titreşim analiz cihazı ile elde edilmiştir. Bölüm 4'te zaman ve frekans modundaki titreşim ivme değerleri kullanılmıştır. Burada teorik model ile mukayese yapabilmek için zaman modundaki titreşim deplasmanları kullanılmıştır. Yapılan ölçümlerde elde edilen mekanizma gövdesinin radyal titreşim deplasmanları Şekil 5.44 ve 5.47 arasında gösterilmiştir. Deneysel çalışmada kullanılan taşıt diferansiyel dişli mekanizmalarından elde edilen grafiklerden her bölge için üç adet örnek grafik gösterilmiştir. Şekil 5.44'de 1 noktasında, Şekil 5.45'de 2 noktasında ve Şekil 5.46'da 3 noktasında titreşim analiz cihazı ile elde edilen zaman modundaki radyal titreşim deplasmanı mevcuttur.

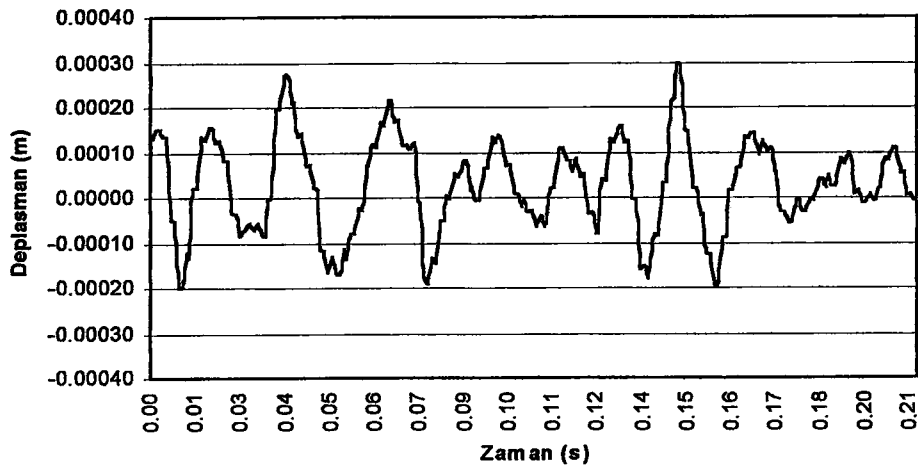
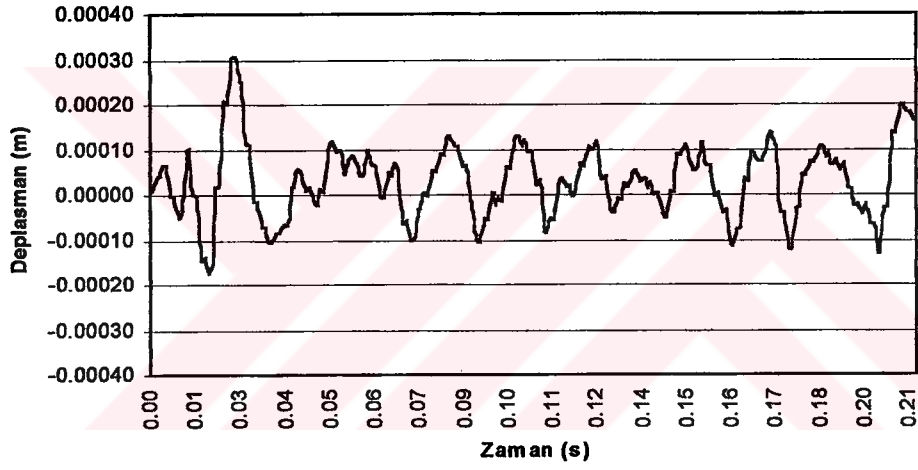
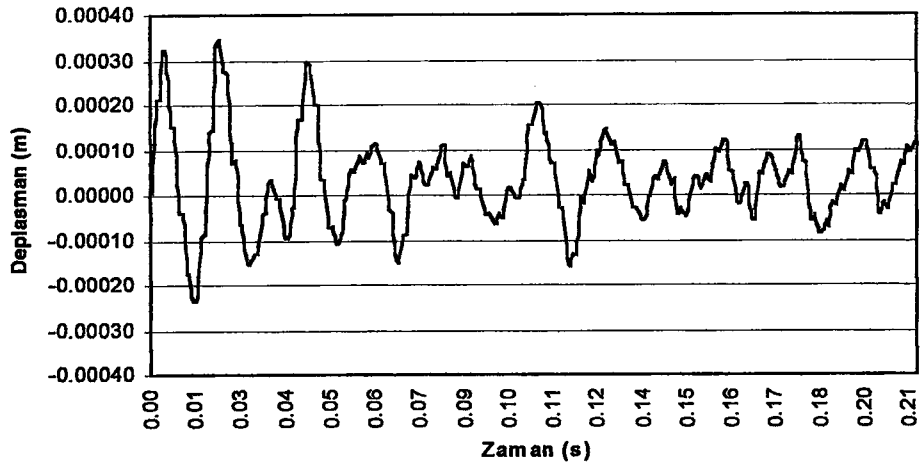
Diferansiyel dişli mekanizmasında teker hızları aynı olduğu zaman istavroz dişli hızı sıfır olmaktadır. Mekanizma bünyesinde istavroz dişlisinin dönmesinden dolayı ortaya çıkabilecek titreşimlerin tespit edilebilmesi için sağ teker hızı düşürülmüştür. Deney ünitesinde teker hızını belli bir değerde tutabilecek bir mekanizma bulunmadığı için teker hızları tespit edilememektedir. Bu sebeple bir teker sabit tutularak diğer teker hızı çevrim oranı ile tespit edilmiştir. Bu durumda titreşim analiz cihazı ile elde edilen zaman modundaki radyal titreşim deplasmanı Şekil 5.47'de gösterilmiştir.



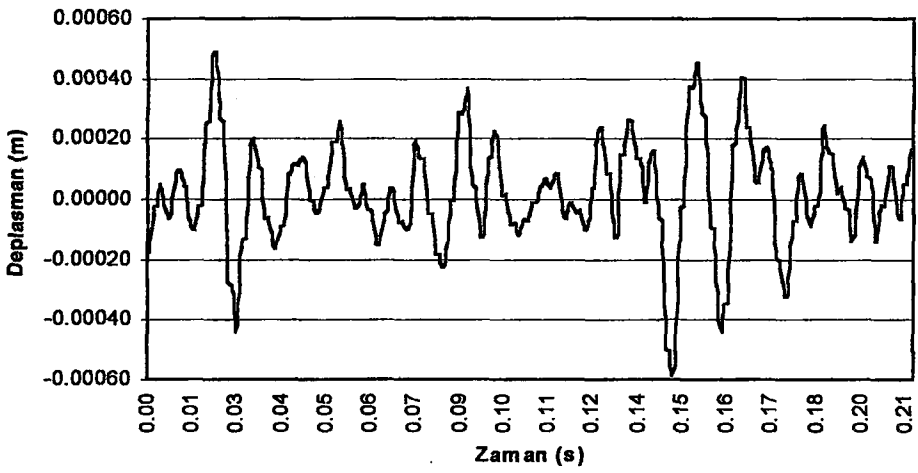
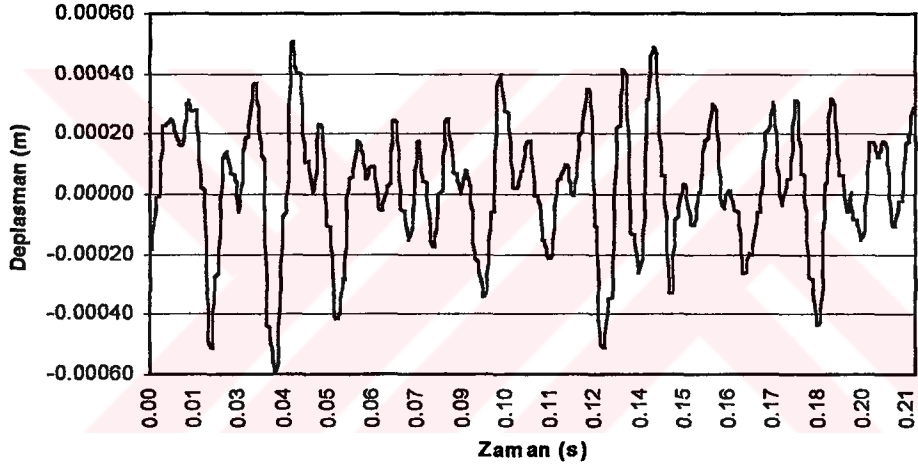
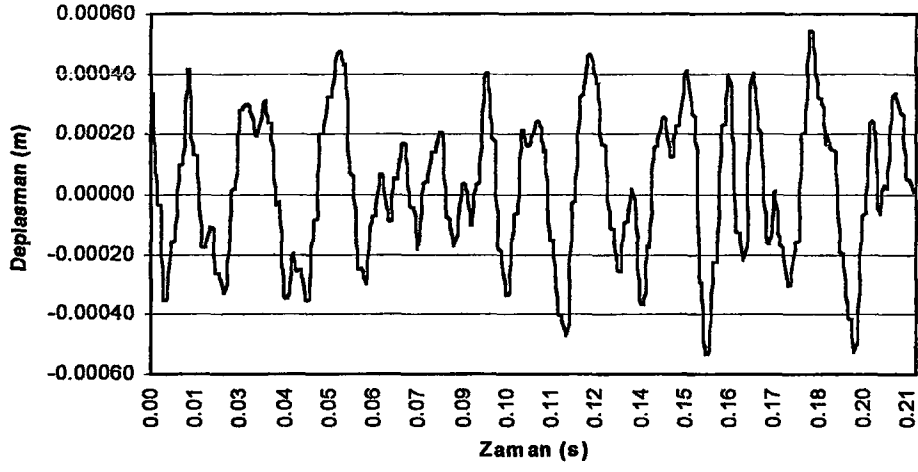
Şekil 5.44. Deney ünitesinde 1'nolu bölgeden ölçülen gövde radyal titreşim deplasmanı



Şekil 5.45. Deney ünitesinde 2'nolu bölgeden ölçülen gövde radyal titreşim deplasmanı



Şekil 5.46. Deney ünitesinde 3'nolu bölgeden ölçülen gövde radyal titreşim deplasmanı



Şekil 5.47. Deney ünitesinde sol aks sabit durumda 3'nolu bölgeden ölçülen gövde radyal titreşim deplasmanı

5.3. Sistemin Konstrüksiyon Değerlendirmesi

Deneysel çalışma ile elde edilen gövde radyal titreşim deplasmanlarının salınımları ile teorik olarak elde edilen dişli radyal titreşim deplasmanları arasında bir şekil benzerliği bulunmaktadır. Teorik olarak elde edilen simülasyon sonuçlarında titreşim deplasmanlarının salınımları lineer bir davranış sergilemektedir. Sistemin simülasyon parametrelerinde kullanılan sönüm ve sürtünme değerlerine bağlı olarak salınımlarda bir azalma görülmektedir. Deneysel olarak elde edilen gövde radyal titreşim deplasmanının salınımlarında bir lineer davranış yakalamak oldukça zordur. Gerçek bir sistem olduğu için hesaba katılmayan veya bizim ihmal ettiğimiz faktörler mevcuttur. Bu faktörlerin davranış karakteristiklerinin lineer olması da mümkün değildir. İşte burada tanımlanmayan ve tanımlanamayan bütün faktörler sebebiyle deneysel ölçüm sonucu elde edilen gövde titreşim deplasmanlarının lineer olması mümkün değildir.

Sistem, titreşim deplasman değerleri yönünden incelenebilir. Deneysel olarak gövde üzerinden alınan titreşim deplasman değeri 10^{-4} m mertebesinde dir. Teorik olarak elde edilen ilk simülasyon sonuçlarında dişli titreşim deplasman değeri 10^{-6} m mertebesinde dir. Fakat sistem simülasyon parametrelerinde yapılan değişikliklerle 10^{-5} m ve 10^{-4} m mertebelerinde sonuçlar elde edilmiştir. Titreşim deplasmanının mertebesi bize sistem simülasyon parametrelerinin tespitinde yol göstermektedir.

Sistem modelinde tek bir tekere uygulanan aşırı atalet ve aşırı sürtünme sistem cevabı üzerinde etkili olmaktadır. Yukarıdaki simülasyon sonuçlarında bu durum rahatlıkla izlenebilir. Deneysel çalışmalarda da tek bir tekerin dönmesi ve diğer tekerin tutulması halinde gövde radyal titreşim deplasman değerinde bir artış izlenmektedir. Bu artış, istavroz dişlisinin kendi eksenini etrafında dönmelerinden kaynaklanmaktadır. İstavroz dişlisinin kendi eksenini etrafında dönmesi, istavroz dişli yatağı ve aks dişlileri ile eş çalışmasında diş temasından dolayı oluşacak ilave titreşimler gövde titreşim deplasmanını artırmaktadır.

Taşıt diferansiyel dişli mekanizması konik dişli çarklı bir planet dişli mekanizması olduğu için sistem daima iki serbestlik derecesine sahiptir. Burada planet kollarından bir tanesi rijit olarak bağlanmadıkça sistem serbestliği düşürülemez. Özellikle arazi ve askeri araçlarda, kısmen bazı 4×4 çekişli otomobillerde kullanılan diferansiyel kilitlerinde planet kollarından bir tanesini gövdeye rijit olarak bağlamaktadır. Rijit bağlantı sisteminin konstrüksiyonu çeşitli şekilde yapılabilir. Bu diferansiyel kilit sistemlerinde çoğunlukla tek bir aks dişlisi gövdeye bağlanır. Aynı zamanda planet hareketi yapan istavroz dişlinin gövdeye rijit olarak bağlanması da sistem serbestliğini düşürmektedir. Bu tür kullanılan diferansiyel kilitlerinde hidrolik, pnomatik ve mekanik tahrikli sistem konstrüksiyonları kullanılır. Bu tahrik sistemleri elektronik veya mekanik olarak kumanda edilebilir.

Burada anlatılan rijit bağlantılı kilit sistemleri sistem serbestlik derecesini düşürür. Fakat yol şartları düzeldiği, taşıt düz yola çıktığı zaman rijit bağlantının çözülmesi eski konumuma geri getirilmesi gerekmektedir. Bu diferansiyel kilit sistemleri uzun süre kilitli kullanılamaz. Bunun dışında sınırlı kaymalı diferansiyel kilitleri de kullanılabilir. Bu tür mekanizmalarda sistem serbestliği değişmemektedir. Sadece aks dişlilerinin farklı devir sayılarında dönmesi halinde aşırı sürtünme uygulanmaktadır. Burada yol şartlarına göre otomatik olarak kumanda edilen sürtünmeli kavramalar kullanılır. Bu sistemler günümüz taşıtlarında mekanik veya elektronik kontrol sistemleri ile kumanda edilmektedir. Yukarıda yapılan simülasyon çalışmalarında bu durum aşırı sürtünme ile ifade edilmiştir.

Taşıt düz yolda giderken teker hızları aynı olması halinde planet dişli, yani istavroz dişli hızı sıfır olmaktadır. Bu durumda sistemi tek kademeli bir sisteme eşdeğer olarak kabul etmek mümkün değildir. Çünkü istavroz dişlisi üzerindeki moment, her iki aks dişlisine bir terazi kolu gibi eşit olarak, özel durumlarda bir oran dahilinde dağıtılmaktadır. Tekerlerdeki moment farklılıkları sistem davranışını etkilemektedir. Bu planet dişli konstrüksiyonunun bir özeliğidir. Bu tez çalışmasında yapılan modellemelerde planet dişli konstrüksiyonunun bu özelliği aynen korunmuştur. Bölüm 3’de bu yapı tarzının

modellenmesi gösterilmiştir. Simülasyon çalışmalarında yukarıda anlatılan planet dişli konstrüksiyon yapısına uygun sonuçlar elde edilmiştir.

Taşıt diferansiyel dişli mekanizmasında kullanılan ayna mahruti dişli, tek serbestlik derecesine sahip tek kademeli bir konik dişli sistemidir. Motordan gelen tahrik momentini sahip olduğu çevrim oranına bağlı olarak diferansiyel mekanizmadaki planet taşıcısına yani, istavroz taşıyıcı kutusuna iletir. Konik dişli çarkların konstrüksiyonu gereği montaj sırasında çok küçük bir eksenel kayma, konik dişli çarkın koni tepesinde eksenlerin kesişme noktasında sapmalar meydana getirebilir. Bunun sonucu olarak diş yüzeyinin tek taraflı yüklenmesi, gürültü ve titreşim meydana gelmektedir. Aynı zamanda dişlerin sıkışması da ihtimal dahilindedir. Askeri fabrikada yapılan deneysel çalışmalarda, bu tür montaj hataları ve hatalı montaj sonucu aşınmış dişliler ile yapılan titreşim ölçümlerinde gürültü ve titreşim seviyeleri arttığı izlenmiştir. Bölüm 5’de ayna mahruti dişlilerinin %10 boşluklu olarak monte edildiği bir taşıt diferansiyel dişli mekanizmasının titreşimleri gösterilmiştir.

Taşıt diferansiyel dişli mekanizma içinde kullanılan planet yani istavroz dişli ile aks dişlileri de konik dişli çarktır. Yukarıda ayna dişlisi için ortaya konulan montaj hassasiyeti burada da geçerlidir. Genellikle düz konik dişli tercih edilmektedir. İstavroz dişlileri, yüksek hızlarda çalışmadıkları ve taşıt düz yol ve normal zemin şartlarında kullanıldığında kendi eksenini etrafında dönmediği için ayna mahruti dişli çarklar kadar hassas imal edilmemektedir. Yapılan deneysel çalışmalarda, bir tekerin tutulması ve bu sayede istavroz dişlisinin yüksek hızlarda dönmesi halinde gürültü ve titreşim seviyesinin yükseldiği gözlenmiştir.

Ayna mahruti dişliler yüksek hızlarda çalıştıkları için spiral veya diş yüzeyleri bombeli imal edilir. Bu sayede gürültü ve titreşim değerleri azaltılır. Bunun yanında eksenleri kesişmeyen hipoid dişli çark mekanizmaları da çok kullanılmaktadır. Mahruti dişli eksenini ayna dişlisi ekseninden a mesafesi kadar kaydırılmıştır. Bu sayede yük taşıma kabiliyeti artmakta ve sessiz çalışma sağlanmaktadır. Fakat dişlerdeki kayma yüzeyi

artmakta ve ısınma neticesinde verim azalmaktadır. Bu yüzden a eksen kaçıklığı mümkün olduğu kadar küçük tutulmalıdır. Kullanılan özel yağlar ile bu negatiflik giderilmeye çalışılmaktadır. Eksen kaçıklığı sayesinde mahruti milinin taşıt içerisine yerleştirilmesinde konstrüksiyon açısından avantaj sağlanmaktadır.

Kullanılan bütün konik dişli çarkların imalatı, kontrolü, yataklaması ve montajı sırasında özel bir itina gösterilmesi gerekir. Çünkü dişlilerin eşleşmesi sırasında meydana gelen diş temasında oluşan yağ filmi tabakasının kaybolmaması ve düzgün bir yaslanma teşekkül etmesi sessiz çalışma için gereklidir. Genellikle taşıtlarda kullanılan ayna mahruti dişlileri imalat safhasında eşleştirilmektedir. Montaj sırasında eşleşmiş dişli çiftlerin kullanılması, diş yüzeyindeki temasta meydana gelen yaslanmanın diş genişliği boyunca tam olması için gerekli eksenel hareketin sağlanması ve yataklardaki boşlukların alınması gerekmektedir.

BÖLÜM 6

SONUÇ

Mühendislik sistemlerinin tasarımı ve analizinde, teorik çalışmalar önemli bir yere sahiptir. Problemlerin çözümünde yeni teorik yaklaşımların geliştirilmesi ve son zamanlarda bilgisayar yazılım ve donanımlarındaki hızlı gelişmeler, teorik modellerle yapılan benzetim çalışmalarının kolaylıkla yürütülmesine zemin oluşturmaktadır. Ancak, teorik çalışmalardan elde edilen sonuçların gerçeğe uygunluğu öncelikle kurulan modelin doğruluğuyla mümkündür. Bu nedenle teorik modelin doğruluğu deneysel çalışmalarla desteklenmelidir. Modelin doğruluğu ise, modelleme çalışmasında yapılan kabuller ve modelleme tekniği ile yakından ilişkilidir.

Bu çalışmada modelleme yöntemi olarak “bond graf” tekniği kullanılmıştır. Bu yöntem, sistem modellemesi ve simülasyon çalışmaları açısından diğer modelleme yöntemlerine göre birçok avantaja sahiptir. Gözlem yoluyla fiziksel modelden direkt bond graf modelinin oluşturulabilmesi ve sistem denklemlerinin yazılmasına gerek kalmadan bond graf modelinden blok diyagramlarına geçiş yapılabilmesi, yöntemin önemli avantajlarından biridir. Farklı enerji domenlerini içeren sistemlerin bir arada kolaylıkla modellenmesi ve sistem denklemlerinin direkt durum uzayı formunda ifade edilebilmesi yöntemin diğer önemli avantajlarından biridir.

Bu yöntemle elde edilen sistem modeli, sistem kontrolünde özellikle durum uzayı formundaki denklem sistemlerini kullanan modern kontrol yöntemleri uygulamalarına iyi bir temel teşkil eder. Fiziksel sistemden direkt bond graf modeline geçişin mümkün olmadığı durumlarda, sistemin kinematik denklemlerinin çıkarılması gerekmektedir.

Bu çalışmanın ana konusunu, taşıtlarda kullanılan diferansiyel dişli mekanizmasının modellenmesi ve dinamik davranışlarının analizidir. Bu konuda yapılan çalışmalarda kullanılan modelleme tekniklerinin dışında farklı bir modelleme tekniğinin kullanılması, çalışmanın orijinallliğini oluşturmaktadır. Yapılan çalışmanın sadece

taşıtlarda kullanılan dişli mekanizmaları ile sınırlı kalmamaktadır. Tezin içerisinde, genel olarak dişli mekanizmaları için bond graf tekniğinin ve bu teknik ile çözülebilecek durumların ortaya konulması, dişli dinamiği açısından önem taşımaktadır. Literatürde bu konuyla ilgili olarak yapılan yayın ve araştırmalar sayılıdır. Mekanik sistemlerde ve özellikle dişli mekanizmalarında yapılacak modelleme ve simülasyon çalışmalarına yön göstermektedir.

Bu çalışma, ülkemizde üniversite sanayi işbirliğine örnek teşkil edecek bir şekilde, hem Yıldız Teknik Üniversitesi Araştırma Fonu tarafından 94-B-06-01-01 sayılı ve “Taşıtlarda Diferansiyel Mekanizma Sisteminin Dinamik Analizi (Titreşim ve Gürültülerin Giderilmesi)” adlı proje kapsamında hem de Kara Kuvvetleri Komutanlığı 1013 Ordu Donatın Ana Tamir Fabrikası ile kurulan işbirliği kapsamında askeri fabrika yönetimince desteklenmiştir. Kurulan deney ünitesi askeri fabrikada kalıcı bir ünite olarak hizmet görmektedir.

Yapılan bu çalışmada modelleme ve simülasyonların gerçeğe yakınlığın tespiti için deneysel olarak sistemin titreşim analizi yapılmıştır. Buradaki amacımız, teorik olarak elde edilen sistem modeli ile deneysel olarak elde edilen sonuçların karşılaştırılmasıdır. Bu amaç doğrultusunda, literatürde karşımıza çıkan deneysel ve teorik araştırmalardan faydalanılarak, dişli mekanizmasının gövdesi üzerinden elde edilen titreşim değerlerin yardımıyla dişli üzerindeki titreşimlerin araştırılmıştır. Direkt olarak dişli üzerinden ölçüm yapılması oldukça güçtür. Çünkü sistem elemanları çalışma esnasında dönmektedir.

Bu konuda bundan sonra yapılması gereken çalışmalar, sistemdeki dişli çarkların diş elastikiyetinin diş profiline ve dişli çarkın devir sayısına göre değişken alınması ve boşluk etkilerinin modellemeye katılmasıdır. Kurulan deney ünitesinden elde edilen sonuçlar ile sistemin modeli arasında kurulan benzerlikler yardımıyla bir transfer katsayısı veya transfer fonksiyonu bulunmasıdır.

KAYNAKLAR

1. Akkurt, M., 1980. Makine Elemanları, Cilt III., Bursa Üniversitesi Basımevi
2. Allen, R.R., Dubowsky, S., 1977. "Mechanisms as Components of Dynamic System: A Bond Graph Approach", Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME February, pp. 104-111
3. Allen, R.R., 1979. "Multiport Representation of Inertia Properties of Kinematic Mechanism", Journal of Franklin Institute, Vol. 308, No. 3, pp. 235-253
4. Allen, R.R., 1979. "Multiport Models for the Kinematic and Dynamic Analysis of Gear Power Transmissions", ASME Journal of Mechanical Design, Vol.101, pp.258-267
5. Allen, R.R., 1981. "Dynamics of Mechanism and Machine Systems in Accelerating Reference Frames.", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 103, pp. 395-403
6. Auslander, D.M., Tsai, N.T., and Farazian, F., 1975. "Bond Graph Models for Torsional Energy Transmission", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 97, No. 2, pp. 53-59
7. Arslan, F., 1985. Dinamik Sistemlerin Analizinde Yeni Bir Yaklaşımla Bond Graf Tekniğini Kullanarak Matematiksel Modellerin Elde Edilmesi, Doktora Tezi, Y.Ü.
8. Bahgat, B.M., Osman, M.O.M., Sankar, T.S., 1983. "On the Spur-Gear Dynamic Tooth-Load Under Consideration of System Elasticity and Tooth Involute Profile", Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Transactions of the ASME, Vol. 105, pp. 302-309
9. Bos, A.M., Breedveld, P.C., 1985. "1885 Update of the BondGraph Bibliography", Journal of Franklin Institute, Vol. 319, No. 1/2, pp. 269-286
10. Bos, A.M., Tiernego, M.J.L., 1985. "Formula Manipulating in the Bond Graph Modelling and Simulation of Large Mechanical Systems", Journal of Franklin Institute, Vol. 319, No. 1/2, pp. 51-55
11. Breedveld, P.C., 1982. "The Thermodynamic Bond Graph Concept Applied to a Flapper-Nozzle Valve", Bond Graph Modelling and Interactive Simulation'82 10th Imacs Congress Montreal and Ifac/Ifip Madrid

12. Breedveld, P.C., Rosenberg, R.C., Zhou, T., 1991. "Bibliography of Bond Graph Theory and Application", Journal of the Franklin Institute, Vol. 328, pp. 1067-1109
13. Bruel Kjaer, 1987. Vibration Monitoring of Machines, Technical Review
14. Cheng-Ho Hsu, 1992. "A Grapf Notation for the Kinematic Analysis of Differential Gear Trains", Journal of the Franklin Institute, Vol. 329, No 5, pp. 859-867
15. Cornell, R.W., Westervelt, W.W., 1981. "Dynamic Tooth Loads and Stressing for High Contact Ratio Spur Gears", Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 100, pp. 69-76
16. Çakır, A., 1989. Dişli Çark Kinematiği, İ.T.Ü. Yayınları
17. Çakmak, M.S., 1980. Dişli Çarklar, Arpaz Matbaacılık
18. Delgado, J.M.F.M., Brie, C., Pynter, H.M., 1991. "A Survey of Bond Graph: Theory, Application and Programs", Journal of the Franklin Institute, Vol. 328, pp. 565-606
19. Demirsoy, M., 1988. Motorlu Araçlar, Dokuz Eylül Üniv., Cilt 1, Denizli
20. Dixhoorn, J.J.V., 1980. "Bond Graph Modelling and Simulation", Simulation 80 Conference, Interlaken Schweiz
21. Dixhoorn, J.J.V., 1982. "Physical Modelling on Thermodynamic Basic Using the Bond Graph Consept", Bond Graph Modelling and Interactive Simulation'82 10th Imacs Congress Montreal and Ifac/Ifip Madrid
22. Dransfield, P., 1975. "Power Bond Graphs-Powerful New Tool for Hydraulic System Design", Machine Design, Vol. 16, pp. 134-139
23. Eicher, N., Stühler, W., 1980. "Schwingungserscheinungen in Evolentenverzahnten Stirnradgetrieben", VDI-Berichte, No. 381, s. 67-76
24. Gani, S., Sağırılı, A., Dikmen, F., 1995. "Dişli Mekanizmaların Bond Graf Metoduyla Modellenmesi", 7. Ulusal Makina Sempozyumu, Y.T.Ü., İstanbul, Cilt 1, s. 350-359
25. Gani, S., Tahralı, N., 1996. "Taşıt Diferansiyel Mekanizmalarının Dinamik Davranışının Modellenmesi ve Simülasyonu", II. Ulusal Hesaplamalı Mekanik Konferansı, Trabzon, s. 526-535
26. Gani, S., Tahralı, N., 1997. "T-Model Askeri Jipte Kullanılan Diferansiyel Mekanizmanın Dinamik Analizi", Savunma Sanayiindeki Teknolojik Gelişmeler Sempozyumu, Kara Harp Okulu, Ankara, s. 747-754

27. Gediktaş, M., Savcı M., 1985. Dişli Çarklar, İ.T.Ü. Yayınları
28. Gosh, A.K., Mukherjee, A., Farugi, M.A., 1991. "Computation of Driving Efforts for Mechanisms and Robots Using Bond Graphs", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 113, pp. 744-748
29. Güçlü R., Ekrekli, A., Tahralı, N., 1996. "Experimental Detection of The Faults in a Gearbox", 1. Mühendislik ve Fen Bilimlerinde Matematik ve Bilgisayar Uygulamaları Sempozyumu, Celal Bayar Üniversitesi, Manisa
30. Güçlü, R., 1996. Dişli Sistemlerin Dinamik Analizi, Doktora Tezi, Y.T.Ü.
31. Hrovat, D., Tobler, W.E., 1991. "Bond Graph Modeling of Automotive Power Trains", Journal of the Franklin Institute, Vol. 328, No. 5/6, pp. 623-662
32. Hrovat, D., Tobler, W.E., 1985. "Bond Graph Modeling and Computer Simulation of Automotive Torque Converters", Journal of the Franklin Institute, Vol. 319, No. 1/2, pp. 93-114
33. Ichimaru, K., Hirono, F., Mayıs 1974. "Dynamic Behavior of Heavy-Loaded Spur Gears", Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, pp. 373-381
34. Kalidindi, S.R., Perera, W.G., 1990. "MSR Acoustic Vibrations Due to the HP and LP Tube Bundle and Cavity Interactions Using Bond Graph Model", Applied Acoustics, Vol. 30, pp. 303-320
35. Karnopp, D.C., Rosenberg, R.C., 1968. "Power Bond Graphs: A New Control Language", Control Engng., pp. 79-82
36. Karnopp, D.C., Rosenberg, R.C., 1975. System Dynamics: A Unified Approach, Wiley, New York
37. Karnopp, D.C. 1979. "Bond Graph in Control: Physical State Variables and Observers", Journal of the Franklin Institute, Vol. 308, pp. 219-234
38. Karnopp, D.C., Rosenberg, R.C., 1983. Introduction to Physical System Dynamics, Wiley, New York
39. Kasuba, R., Evans, J.W., 1981. "An Extended Model for Determining Dynamic Loads in Spur Gearing", Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 103, pp. 398-409
40. Kaya, F., 1990. Titreşim Mühendisliği, Nesil Matbaacılık

41. Kubo, A., 1978. "Stress Condition, Vibrational Exciting Force and Contact Pattern of Helical Gears with Manufacturing and Alignment Errors", J. of Mech. Design, Trans. ASME, Vol. 100, pp. 77-84
42. Kubo, A., Kiyono, S., 1980. "Vibrational Excitation of Cylindrical Involute Gears Due to Tooth Form Error", Bull. JSME, Vol. 23, pp. 1536-1543
43. Kubo, A., Nakano, J. ve Chong, T.H., 1988. "A Method of Vibration Estimation of Gears with Unknown Gears Accuracy", Bull. JSME, Vol. 31, pp. 416-422
44. Kuralay, N.S., 1988. "Tekerleklerin Patinaj Yapmalarına Karşı Kilitleme Mekanizmalı Diferansiyeller", Mühendis ve Makina, Cilt 29, s. 336
45. Margolis, D.L., Karnopp, D.C., 1979. "Bond Graph for Flexible Multibody Systems", Journal of Dynamic Systems, Vol. 101, pp. 50-57
46. Mark, W.D., 1978. "Analysis of the Vibratory Excitation of Gear System : Basic Theory", Journal of Acoustical Society of America, Vol. 63, No 5
47. Martin, J.L., Tiernego, 1981. "New Systematic Bond Graph Modelling Procedure for 3-D Mechanics", Bond Graph Modelling and Interactive Simulation'82 to be presented at 10th Imacs Congress, Montreal and at Ifac/Ifip Madrid
48. Niemann, G., 1960. Makina Elemanları, Güven Kitabevi
49. Nunney, M.J., 1991. Light and Heavy Vehicle Technology, Second Edition, Newnes
50. Özgüven, H.N., Houser, D.R., 1988. "Dynamic Analysis of High Speed Gears by Using Loaded Static Transmission Error", Journal of Sound and Vibration, Vol. 125, pp. 71-83
51. Pacejka, H.B., 1985. "Modelling Complex Vehicle Systems Using Bond Graphs", Journal of the Franklin Institute, Vol. 319, No 1/2, pp. 67-81
52. Pasin, F., 1984. Makine Dinamiği, İ.T.Ü. Matbaası
53. Paynter, H.M., 1961. "Analysis and Design of Engineering Systems", M.I.T. Press, Cambridge
54. Randal, R.B., 1975. Gearbox Fault Diagnosis Cepstrum Analysis, Int. Mech. Eng., pp. 169-174
55. Randal, R.B., 1982. "A New Method of Modelling Gear Faults", ASME, Journal of Mech. Des., Vol. 104, pp. 259-267

56. Randal, R.B., 1984. "Seperating Excitation and Structural Response Effects in Gearboxes", Int. Mechanical Engineering, VOL. 305/84, pp. 101-107
57. Remmers, E.P., 1978. "Gear Meah Excitation Spectra for Arbitrary Tooth Spacing Errors, Load and Design Contract Ratio", Journal of Mech. Design, Vol. 100, pp.715-722
58. Rosenberg. R.C., 1971. "State-pace Formulation for Graph Models of Multiport Systems", Trans. ASME, journal Dyn. Sys. Meas. Control, pp. 35-40
59. Rosenberg. R.C., 1975. "The Bond Graph as a Unified Data Base for Engineering System Design", Trans. ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 115, pp. 242-251
60. Rosenberg. R.C., 1993. "Reflections on Engineering Systems and Bond Graphs", Trans. ASME, Journal Engng Ind., Vol. 97, No 4, pp. 1333-1337
61. Sağırılı, A., 1996. Bond Graf Yöntemiyle Döner Vinçlerin Modellenmesi ve Dinamik Davranışlarının Analizi, Doktora Tezi, Y.T.Ü.
62. Schiebel, A., 1974. Dişli Çarklar, Birinci Kısım, Arpaz Matbaacılık
63. Shigley, J.E., 1977. Mechanical Engineering Desing, Mc Graw-Hill International Book Company
64. Simulink User's Guide for Microsoft Windows, 1993. The Math Works Inc.
65. Şen, N., 1975. "Bağlaç Diyagramları ve uygulamaları", Elk. Müh. Dergisi, Sayı 255, s. 415-425
66. Şen, N., 1977. "Bağlaç diyagramları ile Dinamik Sistemlerin Model ve Simülasyonu", Elk. Müh. Dergisi
67. Tahralı. N., 1988. "Dişli Titreşimleri Ve Diş Kuvvetler", 3. Ulusal Makina Tasarımı ve İmalat Kongresi, ODTÜ, Ankara, s. 79-88
68. Tahralı, N., Güçlü, R. ve Zengin, T., 1993. "T Model Gelişiyor (Şanzumanda Gürültü ve Titreşim)", Silahlı Kuvvetler Dergisi, Sayı 336, s. 75-80
69. Tahralı, N., Gani, S., 1993. "Taşıtlarda Diferansiyel ve Diferansiyel Kilit Mekanizmaları", Metal Makina, Sayı 54, s. 50-56
70. Tahralı, N., Akgül, H., Güçlü, R., Gani, S. ve Ömürlü, E., 1995. "T Model Araç Gelişiyor -2 (Araç Aktarma Organlarının Dinamik Analizleri)", Silahlı Kuvvetler Dergisi, Sayı 114, No 345, s. 45-49

71. Tahralı, N., Güçlü, R., Gani, S., Ömürlü, E., 1995. "1013 Ordu Donatım Ana Tamir Fabrikasında Üretilen T Model Jipin Aktarma Organlarının Dinamik Analizi", I. Sistem Mühendisliği ve Savunma Uygulamaları Sempozyumu, Ankara, Cilt II, s. 935-950
72. Terauchi, Y., Mori, H., 1974. "Compasion Theories and Experimental Results for Surface Temperature of Spur Gear Teeth", Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, February, pp. 41-50
73. Thoma, J.U., 1971. "Bond Graph for Thermal Energy Transport and Entropy Flow", Journal Fraklin Institute, August, pp. 109-120
74. Thoma, J.U., 1975. Introduction to Bond Graph and Their Applications, Pergamon Press, Oxford
75. Thoma, J.U., 1990. Simulation By Bond Graphs, Springer-Verlag, Berlin
76. Tochtermann, W., Bodenstein, F., 1979. Konstruktionselemente des Maschinenbaues, Teil 2, Springer-Ferlag Berlin
77. Tokad, Y., 1975. Devre Analizi Dersleri, Kısım I, Çağlar Kitabevi
78. Tokad, Y., 1985. Mühendislik Sistemlerinin Analizi, Kısım II, Yıldız Üniv. Yayınları, Sayı 181
79. Tokuz, L.C., Jones, J.R., 1994. "A Representation for Hybrid Machines Bond Graph", 6th Int. Machine Design and Production Conference, METU, Ankara, pp. 199-208
80. Tuplin, W.A., 1962. Gear Load Capacity, Sir Isaac Pitman & Sons Ltd.
81. Umezawa, K., Ato, T. and Kohno, K., 1984. "Influence of Gear Errors on Rotational Vibration of Power Transmission Spur Gears, 1) Pressure Angle Error and Normal Pitch Error", Bull. JSME, Vol. 27, No 225, pp. 569-575
82. Umezawa, K., Houjoh, H. and Maki, H., 1988. "Estimation of the Vibration of In-Service Gears by Monitoring the Exterior Vibration", Bull. JSME, Vol. 31, pp. 588-592
83. Wang, K.L., 1981. "A Numerical Solution to the Dynamic Loads, Film Thickness, and Surface Temperatures in Spur Gears", Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 103, pp. 177-194
84. Yağız, N., 1993. Bond Graf Metodu ile Taşıt Süspansiyon Sistemlerinin Modellenme ve Simülasyonu, Doktora Tezi, İ.Ü.

Ek 2

Bond Graf Tekniğinin Mekanik Sistemlere Uygulanışı

Fiziksel modeli verilen bir mekanik sistemin bond graf modelinin elde edilmesi için aşağıdaki prosedür uygulanır.

1. Verilen mekanik sisteme ait bond graf modeli elde edilir ve elemanın güç yönü (yarım ok) işaretlenir. Mekanik sistemlerde kütle veya atalet elemanının bir ucu daima referans (yer hızı) düğümündedir. Bu yüzden bu elemanlar bond graf modelinde daima P kapısına girmelidir.
2. Çizgi ve nokta seçimi;
 - Hız veya açısal hız kaynakları çizgide,
 - Kuvvet veya moment kaynakları noktada,
 - En çok kütle veya atalet elemanı çizgide,
 - En çok yay elemanı noktada,
 - İki kapılı elemanlara giriş çizgide ise çıkış noktada veya tersi olacak şekilde seçilir,
 - Yukarıdaki işlemler tamamlandıktan sonra sönüm elemanlarına ilişkin nokta ve çizgi seçimi S ve P kapılarındaki uygulaması gereken kurallar göz önüne alınarak yapılır.

Şekil 2.18.a'daki fiziksel model ele alınarak, sistemin bond graf modeli elde edilmiştir. Bu fiziksel modelin bond graf modeli ve blok diyagramı Şekil 2.18.b ve c'de görülmektedir. Sistemin durum değişkenleri;

1. m_1 kütlelerine ait v_2 hızı,
2. m_2 kütlelerine ait v_8 hızı,
3. K_1 yayına ait f_6 kuvveti,
4. K_2 yayına ait f_9 kuvvetidir.

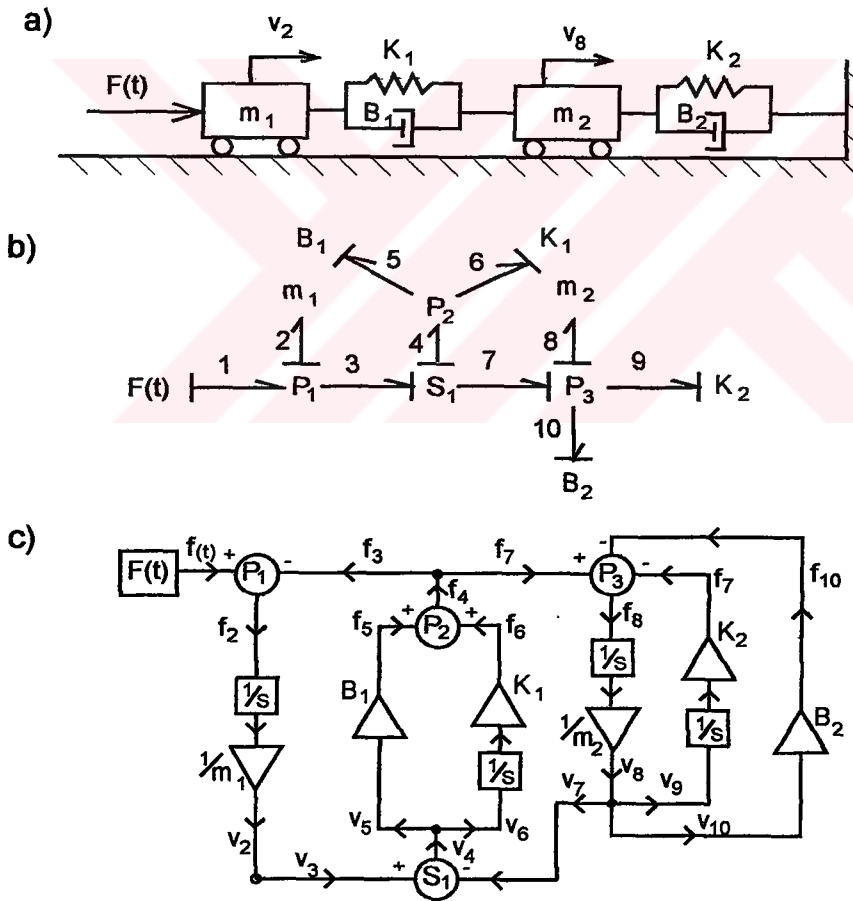
Bu durumda sistemin durum değişkenleri vektörü;

$$\underline{X} = [v_2, f_6, v_8, f_9]^T$$

şeklindedir. Durum değişkenlerinin türevlerine ilişkin vektör ise;

$$\dot{\underline{X}} = [\dot{v}_2, \dot{f}_6, \dot{v}_8, \dot{f}_9]^T$$

şeklindedir. Kaynak vektörü, $u(t) = F(t)$ dir.



Şekil Ek.2. a) Fiziksel model, b) Bond graf modeli, c) Sistemin blok diyagramı

A ve B katsayılar matrisinin oluşturulması için, durum değişkenli elemanlar ve sönüm elemanlarına ait enerji kapılarındaki süreklilik ve uygunluk denklemlerinin yazılması gerekir. Durum değişkenli elemanlara ilişkin uç denklemler;

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} v_2 &= \frac{1}{m_1} f_2 \\
 \frac{d}{dt} f_6 &= K_1 v_6 \\
 \frac{d}{dt} v_8 &= \frac{1}{m_2} f_8 \\
 \frac{d}{dt} f_9 &= K_2 v_9
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Sönüm elemanlarına ilişkin uç denklemler;

$$\begin{aligned}
 f_5 &= B_1 v_5 \\
 f_{10} &= B_2 v_{10}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Enerji kapılarındaki uygunluk ve süreklilik denklemleri;

P_1 kapısında,	$v_1 = v_2 = v_3$	$F(t) = f_2 + f_3$	
P_2 kapısında,	$v_4 = v_5 = v_6$	$f_4 = f_5 + f_6$	(2.16)
S_1 kapısında,	$v_3 = v_4 + v_7$	$f_3 = f_4 = f_7$	
P_3 kapısında,	$v_7 = v_8 = v_9 = v_{10}$	$f_7 = f_8 + f_9 + f_{10}$	

(2.13) numaralı denklem sisteminde f_2 , v_6 , f_8 ve v_9 durum değişkenleri cinsinden ifade edilirse;

$$\begin{aligned}
 f_2 &= F(t) - B_1(v_2 - v_8) - f_6 \\
 v_6 &= v_2 - v_8 \\
 f_8 &= B_1 v_2 - (B_1 + B_2) v_8 - f_6 \\
 v_9 &= v_8
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

(2.17) denklem sistemi (2.14) denklem sisteminde yerine konulup;

$\dot{\underline{X}} = [A] \cdot \underline{X} + [B] \cdot \underline{u}$ formunda ifade edilirse;

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_2 \\ f_6 \\ v_8 \\ f_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-B_1}{m_1} & \frac{1}{m_1} & \frac{B_1}{m_1} & 0 \\ K_1 & 0 & -K_1 & 0 \\ \frac{B_1}{m_2} & \frac{1}{m_2} & \frac{-(B_1+B_2)}{m_2} & \frac{1}{m_2} \\ 0 & 0 & K_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_2 \\ f_6 \\ v_8 \\ f_9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F(t) \quad (2.18)$$

şeklinde elde edilir.

ÖZGEÇMİŞ

Seyyid GANİ : Mak. Yük. Mühendisi
(1990 Yıldız Teknik Üniversitesi)

Doğum Yeri ve Tarihi : İstanbul, 06.10.1966

Öğrenim : İLKOKUL Fatih Atikali İlkokulu, 1972-1977
ORTAOKUL Ahmet Rasim Ortaokulu, 1977-1980
LİSE Fatih Vatan Lisesi, 1980-1983
LİSANS Yıldız Teknik Üniversitesi, 1983-1987
Makine Mühendisliği Bölümü
Y. LİSANS Yıldız Teknik Üniversitesi, 1988-1990
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine, Konstrüsyon Programı

1989-199... Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü,
Konstrüsyon Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi

Çalıştığı Projeler :

1. 1994-1998 K.K.K. 1013. Ordu Donatım Ana Tamir (Tuzla Jip) Fabrika
Müdürlüğü ve Yıldız Teknik Üniversitesi arasında başlatılan işbirliği programı
çerçevesinde ortak yürütülen “T-Model Jeepte Diferansiyel Sisteminin Dinamik
Analizinin Yapılması (Deneysel ve Teorik)” adlı projede yer almıştır.
2. 1995-1997 Yıldız Teknik Üniversitesi Araştırma Fonu 94-B-06-01-01 nolu ve
“Taşıtlarda Diferansiyel Mekanizma Sisteminin Dinamik Analizi” adlı projede
yer almıştır.

Yayınları :

1. **Gani, S., Sağır, A., Dikmen, F.,** 1995, “Dişli Mekanizmaların Bond Graf
Metoduyla Modellenmesi”, 7. Ulusal Makina Sempozyumu, Y.T.Ü., İstanbul,
Cilt 1, s. 350-359
2. **Gani, S., Tahralı, N.,** 1996, “Taşıt Diferansiyel Mekanizmalarının Dinamik
Davranışının Modellenmesi ve Simülasyonu”, II. Ulusal Hesaplamalı Mekanik
Konferansı, Trabzon, s. 526-535
3. **Gani, S., Tahralı, N.,** 1997, “T-Model Askeri Jipte Kullanılan Diferansiyel
Mekanizmanın Dinamik Analizi”, Savunma Sanayiindeki Teknolojik
Gelişmeler Sempozyumu, Kara Harp Okulu, Ankara, s. 747-754

Diğer : MEDENİ HALİ Evli, 1 Çocuklu
YABANCI DİL İngilizce