T.C. YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

## KOMPOZİT YAPILARIN STATİK VE DİNAMİK ANALİZ YARDIMIYLA TASARIMI

**ERKİN ALTUNSARAY** 

DOKTORA TEZİ GEMİ İNŞAATI VE GEMİ MAKİNELERİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

> DANIŞMAN YRD. DOÇ. DR. İSMAİL BAYER

> > **İSTANBUL, 2011**

## T.C. YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

### KOMPOZİT YAPILARIN STATİK VE DİNAMİK ANALİZ YARDIMIYLA TASARIMI

Erkin ALTUNSARAY tarafından hazırlanan tez çalışması 01.11.2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

#### Tez Danışmanı

Yrd. Doç. Dr. İsmail BAYER Yıldız Teknik Üniversitesi

#### Jüri Üyeleri

Yrd. Doç. Dr. İsmail BAYER Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Uğur GÜVEN Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Ahmet ERGİN İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Aydoğan ÖZDAMAR Yıldız Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Ertekin BAYRAKTARKATAL İstanbul Teknik Üniversitesi Tez çalışmasının gerçekleşmesinde büyük emeği olan, zamanını ayırıp yardımlarını esirgemeyen danışmanım Yrd. Doç. Dr. İsmail BAYER'e, çalışmayı yönlendiren her zaman değerli görüşlerini aldığım tez izleme komitesi üyeleri Prof. Dr. Uğur GÜVEN'e (YTÜ) ve Prof. Dr. Ahmet ERGİN'e (İTÜ), desteklerinden ötürü YTÜ Gemi İnşaatı ve Denizcilik Fakültesi akademik ve idari personeline, Prof. Dr. Ahmet Dursun ALKAN'a, Doç. Dr. Nurten VARDAR'a, üzerimde emeği bulunan herkese ve hayatımın her döneminde destekleriyle yanımda olan aileme teşekkür ederim.

Ağustos, 2011

Erkin ALTUNSARAY

# İÇİNDEKİLER

2.2.1 Ağırlıklı Artıklar (Kalanlar) Yöntemleri	33			
2.2.1.1 Moment Yöntemi	34			
2.2.1.2 Kolokasyon Yöntemi	34			
2.2.1.3 Galerkin Yöntemi	34			
2.2.1.4 En Küçük Kareler Yöntemi	35			
2.2.2 Simetrik Katmanlı Kompozit Plakların Eğilmesi	35			
2.2.2.1 Galerkin Yöntemi'nin Uygulanması	36			
2.2.2.2 En Küçük Kareler Yöntemi'nin Uygulanması	38			
2.2.3 Simetrik Katmanlı Kompozit Plakların Serbest Titreşimi	39			
2.2.3.1 Galerkin Yöntemi'nin Uygulanması	39			
2.2.3.2 En Küçük Kareler Yöntemi'nin Uygulanması	41			
BÖLÜM 3	43			
STATİK VE DİNAMİK ANALİZ SONUÇLARI	43			
3.1 Parametrik Analizlerde İncelenen Plak Geometrisi. Malzeme Özellikler	i ve			
Tabakaların İstiflenme Sıralaması	43			
3.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) Cözümleme Yapan ANSYS Paket				
Yazılımının Kullanımı	47			
3.3 Statik Analiz Sonucları	50			
3.4 Dinamik Analiz Sonucları	71			
BÖLÜM 4	92			
	52			
SONUÇ VE ÖNERİLER	92			
4.1 Sonuclar	. 92			
4.2 Öneriler	97			
KAYNAKLAR	99			
ЕК-А	103			
	102			
ÖZGEÇMİŞ128				

### SİMGE LİSTESİ

- $\sigma_{ii}$  Gerilme tansörü bileşenleri
- $\varepsilon_{ii}$  Şekil değiştirme tansörü bileşenleri
- C<sub>iikl</sub> Elastik katılık (rijitlik) tansörü

S<sub>iikl</sub> Elastik esneklik tansörü

 $\sigma_{_{1}}(\sigma_{_{XX}})$  1 (x) yönündeki normal gerilme

 $\sigma_{_2}$  ( $\sigma_{_{
m YY}}$ ) 2 (y) yönündeki normal gerilme

 $\sigma_{_3}(\sigma_{zz})$  3 (z) yönündeki normal gerilme

 $au_{12}$  ( $au_{xy}$ ) Plağın 1–2 (x – y) düzleminde oluşan kayma gerilmesi

 $au_{_{23}}( au_{_{yz)}}$  Plağın 2–3 (y – z) düzleminde oluşan kayma gerilmesi

 $au_{13}$  ( $au_{xz}$ ) Plağın 1–3 ( x – z) düzleminde oluşan kayma gerilmesi

 $\mathcal{E}_1$  x ekseni yönündeki birim uzama şekil değişimi

 $\mathcal{E}_2$  y ekseni yönündeki birim uzama şekil değişimi

 $\mathcal{E}_3$  z ekseni yönündeki birim uzama şekil değişimi

 $\gamma_{12}$  1–2 (x – y) düzleminde oluşan birim kayma şekil değişimi

 $\gamma_{23}$  2–3 (y – z) düzleminde oluşan birim kayma şekil değişimi

 $\gamma_{_{31}}$  1–3( x – z) düzleminde oluşan birim kayma şekil değişimi

*E* Young (Elastisite) modülü

*E*<sub>11</sub> Boyuna Young (Elastisite) modülü

G Kayma modülü

v Poisson oranı

 $v_{12}$  Boyuna Poisson oranı

 $ho_0$  Birim hacim başına kütlesel yoğunluk

*a* Plağın x eksenindeki uzunluğu

*b* Plağın y eksenindeki uzunluğu

h Plak kalınlığı

 $N_{_{XX}}$  Levha düzlemine x kenarı boyunca etki eden normal kuvet

 $N_{yy}$  Levha düzlemine x kenarı boyunca etki eden normal kuvet

- $N_{xy}$  Levha x-y düzleminde etki eden kayma kuvveti
- *M*<sub>xx</sub> Plağın x ekseni yönünde oluşan moment
- M<sub>yy</sub> Plağın y ekseni yönünde oluşan moment
- $M_{xy}$  Plağın x y düzleminde oluşan moment
- $Q_n$  Düşey kuvvet

q(x, y), P(x, y) Yanal basınç yükü

- $I_0, I_1$ ,  $I_0$  Kütlesel atalet momentleri
- A<sub>ii</sub> Uzama katılık (rijitlik) matrisi
- *B<sub>ii</sub>* Eğilme-uzama birleşme katılık (rijitlik) matrisi
- D<sub>ii</sub> Eğilme katılık (rijitlik) matrisi
- Q<sub>ii</sub> İndirgenmiş katılık (rijitlik) matrisi
- $\overline{Q_{ii}}$  Dönüşüme uğramış indirgenmiş katılık (rijitlik) matrisi
- $\varepsilon_{R}$  Kalan (artık) değer
- $\varphi$  Ağırlık fonksiyonu
- $\phi_i$ ,  $\phi_j$  Deneme fonksiyonları (yaklaşım veya koordinat fonksiyonları)
- *c*<sub>*i*</sub> Sabit katsayılar
- *u* Problemin gerçek çözümü
- $u_{(n)}$  Problemin yaklaşık çözümü
- *w* Çökme fonksiyonu
- $w_0^*$  Boyutsuz maksimum çökme
- $\omega$ , f Doğal frekans
- $\omega_0$ ,  $f_0$  Asal doğal frekans
- $\omega_0^*$ ,  $f_0^*$  Boyutsuz asal doğal frekans

## KISALTMA LİSTESİ

- KLT Klasik Laminasyon Teorisi
- BMKDT Birinci Mertebeden Kayma Deformasyon Teorisi
- SEY Sonlu Elemanlar Yöntemi

# ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 1. 1	Karışık yapı sisteminde üretilmiş Sandown sınıfı tek cidarlı kompozit mayın
	tarama gemisi yapı elemanlarının perspektif ve orta kesit görünüşleri [4]2
Şekil 2. 1	Sonsuz küçük kübik elemandaki gerilmeler15
Şekil 2. 2	Ortotropik tek yönlü bir tabaka [39]21
Şekil 2. 3	Bileşik tabakalı kompozit plak [39]24
Şekil 2. 4	Bileşik tabakanın x-z düzlemindeki yer değişimleri [39]25
Şekil 2. 5	Bileşik tabakalarda plak kalınlığı boyunca gerilme ve şekil değişimi [39] 26
Şekil 2. 6	Plak üzerindeki eksenel ve düşey kuvvetlerle momentlerin gösterimi [39]. 29
Şekil 2. 7	Düzgün yayılı yanal yük (q) etkisindeki plak
Şekil 3. 1	Plak Geometrisi
Şekil 3. 2	LT1 kodlu $[-45_2/0_2/45_2/90_2]_s$ plağı içindeki tabakaların istiflenmesi
Şekil 3.3 S	GHELL181 kabuk elemanı [51]49
Şekil 3. 4	Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar
	ankastre mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler
	Yöntemi51
Şekil 3. 5	Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar
	ankastre mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler
	Yöntemi
Şekil 3. 6	Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar
	ankastre mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1,
	LT11, LT6, LT20
Şekil 3. 7	Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar
	ankastre mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1,
	LT11, LT6, LT20
Şekil 3. 8	Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar
	basit mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b)SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler
	Yöntemi
Şekil 3. 9	Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar basit
	mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi
Şekil 3. 10	Maksimum Çokme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar
	basit mesnetii; a) LI7, LI3, LI4, LI21, b) LI8, LI2, LI5, LI19, c) LT1, LT11,
	L16, L120

Şekil 3. 11	Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar basit mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1, LT11, LT6, LT20
Şekil 3. 12	Asal Doğal Frekans $\omega_0$ (Hz) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi
Şekil 3. 13	Asal Doğal Frekans $\omega_0$ (Hz) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi. 73
Şekil 3. 14	Asal Doğal Frekans $\omega_0$ (Hz) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1,LT11, LT6, LT20
Şekil 3. 15	Asal Doğal Frekans $\omega_0$ (Hz) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1,LT11, LT6, LT20
Şekil 3. 16	Asal Doğal Frekans $\omega_0$ (Hz) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar basit mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi 82
Şekil 3. 17	Asal Doğal Frekans $\omega_0$ (Hz) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar basit mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi 83
Şekil 3. 18	Asal Doğal Frekans $\omega_0$ (Hz) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar basit mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1, LT11, LT6, LT20
Şekil 3. 19	Asal Doğal Frekans $\omega_0$ (Hz) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar basit mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1, LT11, LT6, LT20
Şekil 4. 1	Galerkin Yöntemi kullanılarak hazırlanan bilgisayar programı (MATLAB) ve SEY (ANSYS) ile yapılan parametrik analizlerde, parametre sayısının çözüm süresine etkisi

# ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa
Çizelge 2.1 Kısaltılmış biçimde gerilme-şekil değiştirme notasyonları
Çizelge 3. 1 Parametrik analizlerde incelenen kenar oranları
Çizelge 3. 2 Malzeme özellikleri [52, 53]
Çizelge 3. 4 ANSYS yazılımında farklı kabuk eleman kullanımının sonuçlara etkisi 48 Çizelge 3. 5 ANSYS yazılımında sonlu elemanlar ağı için farklı boyutlarda eleman seçiminin, hesap sonuçlarına ve çözümleme sürelerine etkisi
Çizelge 3. 6 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı b55
Çizelge 3. 6 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)
Çizelge 3. 6 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)
Çizelge 3. 7 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı a
Çizelge 3. 7 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)59
Çizelge 3. 7 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)60
Çizelge 3.8 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı b65
Çizelge 3. 8 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)
Çizelge 3. 8 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)
Çizelge 3. 9 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a
Çizelge 3. 9 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)69
Çizelge 3. 9 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)70

Çizelge 3. 10 Asal Doğal Frekans $ arnownge_0 $ (Hz), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa
kenarı b76
Çizelge 3. 10 Asal Doğal Frekans $\omega_0$ (Hz), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı h (devamı)
Cizelge 3 10 Asal Doğal Erekans $\omega$ (Hz) dört kenar ankastre mesnetli nlak kısa kenarı
$\phi_0$ (Hz), which will all a set of the set
Cizelge 3 11 Asal Doğal Erekans $\omega$ (Hz) dört kenar ankastre mesnetli nlak kısa
$\omega_0$ (12), doit kenar ankastic meshetii, plak kisa
Cizelge 3 11 Asal Doğal Erekans () (Hz) dört kenar ankastre mesnetli nlak kısa
$\psi_0$ (12), doit kenar ankastre meshetii, plak kisa
Cizolgo 2, 11 Asal Doğal Erokans (W. (Hz), dört konar ankastro mosnotli, plak kısa
$\psi_0$ (Hz), usit kenali alikastie meshetii, plak kisa
Kenari a (devarii)
Çizelge S. 12 Asal Dogal Frekans $w_0$ (Hz), dört kenal basit meshetil, plak kisa kenari biso
Çizelge 3. 12 Asal Dogal Frekans $\omega_0$ (Hz), dort kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı b
(devamı)
Çizelge 3. 12 Asal Dogal Frekans $\omega_0$ (Hz), dort kenar basit mesnetli, plak kısa kenari b
(devamı)
Çizelge 3. 13 Asal Doğal Frekans $\omega_0$ (Hz), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a89
Çizelge 3. 13 Asal Doğal Frekans $arnothing_0$ (Hz), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a
(devamı)
Çizelge 3. 13 Asal Doğal Frekans $arphi_0$ (Hz), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a
(devamı)
Çizelge EK-A. 1 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^*$ , plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre
mesnetli, n=1104
Çizelge EK-A. 2 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^*$ , plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre
mesnetli, n=1105
Çizelge EK-A. 3 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^st$ , plak kısa kenarı b, dört kenar basit
mesnetli, n=1106
Çizelge EK-A. 4 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^st$ , plak kısa kenarı a, dört kenar basit
mesnetli, n=1107
Çizelge EK-A. 5 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^*$ , plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre
mesnetli, n=2108
Çizelge EK-A. 6 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^*$ , plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre
mesnetli,n=2109
Cizelge EK-A. 7 Boyutsuz Maksimum Cökme $w_0^*$ , plak kısa kenarı b, dört kenar basit
mesnetli. n=2
Cizelge EK-A. 8 Boyutsuz Maksimum Cökme $w_0^*$ , plak kısa kenarı a. dört kenar basit
mesnetli. n=2
Cizelge EK-A. 9 Boyutsuz Maksimum Cökme $w_{a}^{*}$ . plak kısa kenarı b. dört kenar ankastre
mesnetli, n=3

Çizelge EK-A. 10 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^*$ , plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre
mesnetli, n=3113
Çizelge EK-A. 11 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^st$ , plak kısa kenarı b, dört kenar basit
mesnetli, n=3114
Çizelge EK-A. 12 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^st$ , plak kısa kenarı a, dört kenar basit
mesnetli, n=3115
Çizelge EK-A. 13 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $ oldsymbol{arrho}_{0}^{*} $ , plak kısa kenarı b, dört kenar
ankastre mesnetli, n=1116
Çizelge EK-A. 14 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $oldsymbol{arrho}_0^*$ , plak kısa kenarı a, dört kenar
ankastre mesnetli, n=1117
Çizelge EK-A. 15 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $arnothing_0^st$ , plak kısa kenarı b, dört kenar basit
mesnetli, n=1118
Çizelge EK-A. 16 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $oldsymbol{arrho}_0^*$ , plak kısa kenarı a, dört kenar basit
mesnetli, n=1119
Çizelge EK-A. 17 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $ oldsymbol{arsigma_0^*}$ , plak kısa kenarı b, dört kenar
ankastre mesnetli, n=2120
Çizelge EK-A. 18 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $ oldsymbol{arrho}_{0}^{st} $ , plak kısa kenarı a, dört kenar
ankastre mesnetli, n=2121
Çizelge EK-A. 19 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $arrho_0^st$ , plak kısa kenarı b, dört kenar basit
mesnetli, n=2122
Çizelge EK-A. 20 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $oldsymbol{arrho}_0^*$ , plak kısa kenarı a, dört kenar basit
mesnetli, n=2123
Çizelge EK-A. 21 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $arrho_0^{}$ , plak kısa kenarı b, dört kenar
ankastre mesnetli, n=3124
Çizelge EK-A. 22 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $oldsymbol{arrho}_0^*$ , plak kısa kenarı a, dört kenar
ankastre mesnetli, n=3125
Çizelge EK-A. 23 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $oldsymbol{arrho}_0^*$ , plak kısa kenarı b, dört kenar basit
mesnetli, n=3126
Çizelge EK-A. 24 Boyutsuz Asal Doğal Frekans $arrho_0^st$ , plak kısa kenarı a, dört kenar basit
mesnetli, n=3127

### KOMPOZİT YAPILARIN STATİK VE DİNAMİK ANALİZ YARDIMIYLA TASARIMI

Erkin ALTUNSARAY

Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Tez Danışmanı: Yrd.Doç. Dr. İsmail BAYER

Malzeme ve üretim teknolojisindeki hızlı gelişmelerle birlikte, yüksek özgül dayanım, yüksek özgül katılık, çevresel etkilere direnç, bileşenlerinin ayarlanarak üretimde istenilen geometrik ve yapısal özelliklerde tasarım seçeneği sunması gibi üstün özellikleri nedeniyle, kompozitler artan bir ivmeyle gemi yapım malzemesi olarak kullanılmaktadır.

Kompozitlerin gemi yapım malzemesi olarak kullanımının diğer önemli nedeni, geminin farklı bölgeleri için istenilen mekanik özelliklerin, tabakaların (laminant) geometrisinin önceden belirlenerek elde edilebilmesidir. Destek elemanların farklı kullanımı, oluşacak sınır koşulları gibi çok sayıda parametreye bağlı yapısal tasarımda tabakaların dizilim geometrisi için sonsuz sayıda seçenek bulunmaktadır. Seçilen farklı yapıda plak tipi için testler yapılıp en uygun yapının araştırılması, üretim aşamasında zaman, emek ve maliyet kayıplarını getirmektedir.

Bu çalışmada düzgün yayılı yanal yük etkisindeki simetrik katmanlı dikdörtgen ince kompozit plakların statik eğilme ve serbest titreşim problemleri ankastre mesnet ve basit mesnet sınır koşulları için incelenmiştir. Farklı tabaka açısı dizilimi ve kenar oranına sahip simetrik katmanlı kompozit plakların maksimum çökme değeri ve doğal frekans değeri, Klasik Laminasyon Teorisi'nin (KLT) yönetici diferansiyel denklemlerine göre, Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri'nden; Galerkin ve En Küçük Kareler Yöntemleri'yle MATLAB yazılmında hazırlanan programla parametrik olarak hesaplanmıştır. Bulunan sonuçlar, Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözümleme yapan ANSYS paket yazılımı sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Güçlü bir Ağırlıklı Artıklar Yöntemi olarak bilinen Galerkin Yöntemi'nin SEY (ANSYS) ile yakın sonuçları çok daha hızlı biçimde verdiği belirlenmiştir. Tabaka açısının değişimiyle maksimum çökme ve doğal frekans değerlerinin kenar oranlarına da bağlı olarak değiştiği görülmüştür. Plak kısa kenarının farklı eksende seçilmesi durumunda aynı tabaka açısı dizilimindeki plağın farklı sonuçlar gibi Galerkin verdiği görülmüştür. Bu çalışmadaki Yöntemi kullanımıyla kompozit gerçekleştirilecek parametrik analizlerin tasarımına gemilerin uygulanabileceği öngörülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Simetrik katmanlı kompozit plaklar, statik analiz, serbest titreşim, Klasik Laminasyon Teorisi (KLT), Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri, Galerkin Yöntemi, En Küçük Kareler Yöntemi, parametrik analiz, gemi ön tasarımı

ABSTRACT

### DESIGN OF COMPOSITE STRUCTURES USING STATIC AND DYNAMIC ANALYSIS

#### Erkin ALTUNSARAY

Department of Naval Architecture and Marine Engineering

PhD. Thesis

Advisor: Assist. Prof. Dr. İsmail BAYER

With the rapid developments in material and production technology, composites are increasingly used in shipbuilding industry due to their outstanding features such as high specific strength, high specific rigidity, resistance to environmental effects and offering design alternatives for the desired geometrical and structural properties during manufacturing by adjusting the components.

Another important reason for the use of composites as a shipbuilding material is that the desired mechanical properties for different regions of a ship may be obtained by predetermining the geometry of laminates. There are nearly infinite number of possibilities for the geometrical arrangement of laminates depending on a number of parametres like the different configuration of supporting members and the resulting boundary conditions. Investigation of the best design among different type of plates by testing some selected alternatives will result in losses of time and labour, but in an increase in cost at the production stage.

The problems of statical bending and free vibrations of symmetrically laminated thin rectangular composite plates, which are uniformly lateral loaded, for the boundary conditions of clamped edge and simply supported edge are examined in this study. Maximum deflection and natural frequency of symmetrically laminated composite plates consisting of different type of orientation angle and aspect ratio are investigated

parametrically by the methods of Galerkin and the Least Squares, which are two wellknown weighted residual methods, with the aid of MATLAB software used for developing a computer code. The results are compared with those obtained by Finite Element Method (FEM) software package ANSYS. It is observed that the Galerkin Method yields reasonable results much more rapidly than FEM. It is also observed that the values of maximum deflection and natural frequency vary with the change of laminate orieantation angle, depending on the aspect ratio, too. In the case of choosing the short edge of the plate at the different axis, the results are different from each other even for the same lamination angle. It is proposed that parametrical analyses carried out by the use of Galerkin Method as in this study may be applied to the preliminary design of composite ships.

**Key words:** Symmetrically laminated composite plates, static analysis, free vibration, Classical Lamination Plate Theory (CLPT), Weighted Residual Methods, the Galerkin Method, the Least Square Method, parametrical analysis, preliminary design of ships

### YILDIZ TECHNICAL UNIVERSITY GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE

### BÖLÜM 1

#### GİRİŞ

Kompozitler, birbirinden biçimleri ve kimyasal bileşimleriyle ayrılmış ve esas olarak birbiri içinde çözünmeyen, iki veya daha çok mikro veya makro bileşenin karışımı ve birleşimiyle oluşan malzemelerdir [1]. Böylece bileşenlerinin özelliklerinden yararlanarak, bileşenlerinde bulunmayan daha üstün özellikte yapı elde edilmiş olur [2].

Kompozit malzemelerin mühendislik uygulamalarında kullanılma amacı, uygun bileşen malzemelerinin seçimiyle, yüksek "dayanım/ağırlık" oranı, yüksek "katılık/ağırlık" oranı, çevresel etkilere karşı yüksek direnç ve yüksek sıcaklık performansı gibi elde edilecek özellikleri yapısal tasarımda kullanmaktır.

Kompozit malzemeler denizcilik alanında, yukarıda belirtilen özelliklerinin yanında, kullanılan geleneksel malzemelere (çelik, alüminyum, ahşap) göre tasarımda istenilen formda üretim serbestliğini daha fazla sunması, seri üretime uygun olması, bileşenlerinin uygun biçimde ayarlanıp yapının farklı bölgelerindeki farklı zorlanma durumlarına cevap verebilecek uygun özellikteki tasarımı mümkün kılması gibi avantajları nedeniyle yaygın olarak kullanılmaktadır. Denizcilik alanında kullanımının tarihsel gelişimi içinde, 1940'lı yılların başlarında cam takviyeli plastik malzemeden üretilen balıkçı tekneleriyle başlandığı belirtilmektedir. Malzeme ve üretim teknolojilerinin gelişimiyle yatlarda, yüksek hızlı teknelerde, gezinti teknelerinde, yolcu teknelerinde, askeri gemilerde ve denizaltılarda kullanımı günümüze kadar belirgin biçimde artmıştır. Belirtilen özelliklerle birlikte manyetik iz bırakmama yeteneği nedeniyle 1970'lerden sonra mayın tarama gemilerinde ahşap malzemenin yerini aldığı görülmektedir [3-6].

Günümüz denizcilik endüstrisinde yaygın olarak, çok eksenli kıvrımsız elyaflarla termoset reçinelerin birleştirilmesiyle elde edilen bileşik tabakalı kompozit uygulaması yapılmaktadır. Kompozit teknelerin üretiminde, çok sayıda parametreye bağlı olarak değişecek durumlar için uygun tabaka (laminant) diziliminin belirlenmesi önemlidir.

#### 1.1 Literatür Özeti

Gemilerin yapısal tasarımında, geleneksel kural tabanlı yaklaşımlarla, 1970'li yıllardan sonra geliştirilen yapısal teorilere dayalı bilgisayar destekli yöntemlerle analizlerin yapıldığı yaklaşımlar bulunmaktadır. Kural tabanlı yaklaşımlar, çeşitli gemi klaslama kuruluşlarının uzun süren gözlemler ve deneyler sonucunda oluşturarak yayınladığı tasarım kurallarıdır. Kural tabanlı yaklaşımlarla birlikte bilgisayar destekli analizlerin Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) yapısal tasarımda kullanılması, tasarımcılara optimum yapıyı hızlı biçimde elde etme olanağı vermiştir [7].

Gemi yapısı, kalınlığı diğer boyutlarına göre küçük ince levhalar ve onları destekleyen elemanlardan oluşmaktadır [8]. Destek elemanlarının gemi eni veya boyu doğrultusunda yerleştirilmelerine bağlı olarak, yapı sistemi de enine veya boyuna olarak adlandırılmaktadır [9]. Kompozit malzemeden karışık yapı sisteminde tek cidarlı üretilmiş mayın tarama gemisinin kesit görünüşü Şekil 1. 1'de gösterilmiştir (bordada enine sistem, güverte ve dipte boyuna sistem) [4].



Şekil 1. 1 Karışık yapı sisteminde üretilmiş Sandown sınıfı tek cidarlı kompozit mayın tarama gemisi yapı elemanlarının perspektif ve orta kesit görünüşleri [4].

Bu yapı sistemi, aralarındaki bazı farklılıklarla birlikte gemi klaslama kuruluşlarının boyutlandırma kurallarıyla tasarlanırken, önce temel tasarım verileri (geminin kullanım amacı, ana boyutlar, hız, malzeme, tasarım yükleri) belirlenir. Ardından bu verilere bağlı olarak geminin farklı yerleri için panel kalınlıkları, levha paneli kenar oranı, efektif genişlik, yapıdaki destek elemanlarının yapıdaki yerleri ve büyüklükleri belirlenmiş güvenlik katsayıları kullanılarak tasarlanmaktadır. Kompozit tekneler, tabakaların birleştirilmesiyle tek cidarlı veya tabakaların arasına dolgu malzemesi eklenmesiyle sandviç tipte üretilebilmektedir. Tekne dip, dış kaplama, güverte, üst yapılar, perdeler, diğer yapısal elemanlarda bulunan takviye malzemesi (cam, aramid, karbon) oranları verilmektedir. Paneller için izin verilen sehim limitleri basit mesnet ve ankastre mesnet sınır koşulları için çeşitli formüllerle ifade edilmektedir. Makinalar, cihazlar ve geminin tekne yapısı titreşim zorlanmalarının etkisinde bulunduğu için; tasarım, yapım ve yerleştirme bu gerilmeler göz önünde bulundurularak rezonanstan kaçınılarak yapılmaktadır. Ana makine, yardımcı makinalar ve pervanelerin işletme koşulları için izin verilen titreşim limitleri verilmektedir. Kompozit tekne üretiminin kendine özgü doğasından kaynaklanan farklı malzeme seçimleriyle, farklı uygulamalarda yapının emniyetli değerleri sağlaması için, malzeme dayanım testleriyle tasarımın desteklenmesi beklenir [10-14].

Todd, gemi yapısındaki büyük yapısal elemanların (tekne kirişi, üst yapılar, makine temeller, direk vb.) ön titreşim analizinde, şaft ve pervanenin işletme koşullarındaki doğal frekans değerlerine yakın olmasından kaçınıldığını belirttiği çalışmasında, titreşim ölçümleri için hesaplama yöntemleri ve deneysel yaklaşımlar sunmuştur [15].

Bazı araştırmacılar da kompozit tekne üretimindeki deneylerle edindikleri tecrübelerini, cidar kalınlığı ve teknenin farklı yapı elemanlarının tasarımı için pratik hesaplama yöntemleriyle sunmuşlardır. Plessis, deplasman tipinde ve hızlı tekneler için, tekne hızıyla ana boyutlarına bağlı olarak borda kaplaması, dip kaplaması ve destek elemanlarının boyutlarının belirlendiği tablolar sunmuştur [16]. Scott, kompozit tekne tasarımındaki ilkeleri anlattığı çalışmasında 0<sup>0</sup> ve 90<sup>0</sup> açılarındaki kıvrımsız elyaflar ve dokuma elyaflarla oluşturulmuş, cam takviyeli plastik kompozit yapılardaki cam oranına bağlı, çeki, bası ve eğilme dayanımlarıyla, elastisite modüllerini tablolar halinde sunmuştur. Cam takviyeli plastik kompozitlerin düşük elastisite modüllerinin, bazı

3

durumlarda eş mukavemetteki çeliklerden daha fazla istenmeyen sehimlere neden olduğunu, haddinden fazla panel ve destek elemanı sehimlerinin, panel kenarları ile destek elemanları arasındaki bağlantılarda çeşitli sorunlara neden olduğuna değinmiştir. Güverteye gelen yayılı yükler, bordaya gelen hidrostatik yükler, bordaya gelen darbe yükleri, bölmelere gelen sıvı yükleri, makine temellerindeki ve üst yapıdaki tüm yükler için kompozit tekne üreticilerine sehim limitlerini göstermiştir. Teknenin yapı elemanlarının doğal frekansının, teknenin işletme koşullarında ana makine ve pervane kaynaklı frekanslarla rezonansa girmemesi için belirlenmesinin önemli olduğunu belirtmiştir [17]. Gerr, çalışmasında deplasman tipi kompozit teknenin ana boyutlarının seçilmesinden sonra bunlara bağlı olarak teknenin tüm yapı elemanlarının boyutlandırılmasını göstermiştir [18]. Green, çalışmasında kompozit tek cidarlı ve sandviç gemi panelleri için kritik burkulma yükünün belirlendiği formüller ve tablolar sunmuştur [19].

Chalmers, kompozit gemilerin üretimindeki yapısal tasarım ilkelerini sunduğu çalışmasında Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) hesaplama yapan paket yazılımlarının uygulanabileceğini belirtmiştir [20].

Ojeda vd. kompozit bir katamaran teknenin yapısal analizini Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözüm yapan ANSYS paket yazılımıyla incelemişlerdir. Çalışmalarında geminin dip kısmına gelen yükleri gemi klaslama kuruluşlarından Norveç Loydu (DNV) kurallarına göre belirleyip, geminin farklı bölgeleri için 0<sup>°</sup> ve 90<sup>°</sup> açılarında oluşan desteklenmiş üç farklı plak ile 0<sup>°</sup>, 45<sup>°</sup>, -45<sup>°</sup>, 90<sup>°</sup> açılarından oluşan bir kabuğun çökme değerlerini hesaplamışlardır [21].

Santos vd. kompozit malzemeden yapılmış hızlı devriye botunun, modal analizini sonlu elemanlar yöntemiyle çözümleme yapan ANSYS paket yazılımıyla gerçekleştirmişlerdir. İki boyutlu kiriş, üç boyutlu kiriş ve üç boyutlu modelleme durumlarında teknenin ilk dört mod şeklini belirlemişlerdir [22].

Gemi bünyesi ince levhaların birleştirilmesinden meydana gelen çok sayıda destek elemanlarla takviye edilmiş bir kabuk sistemdir. Bu kabuğun stifnerler arasında kalan kısmının eğriliği gayet az olduğundan ince dikdörtgen levha gibi inceleyen Savcı, izotropik dikdörtgen plakların eğilme ve burkulma problemlerinin, kenar oranlarına bağlı olarak basit mesnet ve ankastre mesnet sınır koşulları için çift Fourier serileriyle ve enerji yöntemleriyle çözümünü vermiştir [8]. Bayer, kalınlığı değişen izotropik eliptik levhaların burkulma ve serbest titreşimlerini, farklı kenar oranları için basit mesnet ve ankastre mesnet sınır koşullarında Rayleigh-Ritz ve Galerkin Yöntemleri'yle parametrik olarak incelemiş, çalışmanın gemi güvertelerine uygulanabileceğini belirtmiştir [23].

Plak kısa kenarının plak kalınlığına oranı (a/h) bakımından plaklar üç grupta incelenmektedir. Kalınlıkları diğer ölçüleri yanında ihmal edilemeyecek kadar büyük kalın plaklarda, iç gerilme üç boyutlu davranışta olmaktadır. Kalın plaklarda bu oran a/h  $\leq 8...10$  olarak değerlendirilmektedir. İkinci gruptaki ince plaklar dış yüklemeleri; eğilme, burulma momentleri, eksenel ve kayma kuvvetleri ile taşımaktadır. Bu oran ince plaklarda 8...10  $\leq$  a/h  $\leq$  80...100 aralığındadır. Üçüncü gruptaki membran plaklar ise eğilme rijitliğine sahip değildir, yanal yükleri eksenel ve kayma yükleri ile taşırlar. Membran plaklarda oran 80...100  $\leq$  a/h olarak değerlendirilmektedir [24, 25].

Kompozit gemi yapımında, bileşik tabakaların birlikte kullanıldığı tek cidarlı yapı sistemi ince plak uygulaması olarak değerlendirilebilir. Bu durumda kompozit ince plaklar için geliştirilmiş Klasik Laminasyon Teorisi'ne (KLT) göre inceleme yapmak yeterlidir. Bileşik tabakaların arasında dolgu malzemesi kullanımıyla sandviç sistemde yapılması durumunda veya plak kalınlığının fazla olduğu özel uygulamalarda, yapıların bunlara uygun olarak geliştirilmiş Sandviç Plak Teorisi (SPT) veya Yüksek Mertebeden Kayma Deformasyon Teorileri'ne (YMKDT) göre incelenmesi doğru olur.

Kompozit ince plaklar için geliştirilmiş teoriler arasında ince plaklardaki kayma gerilmeleri etkilerini ihmal eden Klasik İnce Plak Teorisi'nin (KPT) bileşik tabakalı kompozitlere uyarlanmış Klasik Laminasyon Teorisi (KLT) Lekhnitskii'nin çalışmalarında verilmiştir [26, 27]. Ambartsumyan, özel ortotropik plakların eğilme, serbest titreşim ve burkulma problemlerini kayma deformasyon etkilerini dahil ederek incelemiştir [28]. Whitney ve Leissa basit mesnet sınır koşullarındaki özel ortotropik plakların eğilme problemlerini Fourier serileriyle incelemiştir [29]. Whitney, ankastre mesnetli anizotropik plakların eğilme, burkulma ve titreşim problemlerini Fourier serileri kullanarak incelemiştir [30]. Tsay ve Reddy, izotropik ve ortotropik plakların eğilme, serbest titreşim ve burkulması için, Reissner'in varyasyonal prensibine dayanan karma

5

sonlu eleman formülasyonunu sunmuşlardır [31]. Leissa ve Narita simetrik katmanlı dikdörtgen kompozit plakların serbest titreşimini Rayleigh-Ritz yöntemiyle incelemişlerdir [32].

Mohan ve Kingsburyy, kare geometrideki basit mesnetli ve konsol kiriş durumundaki, eş eksenli (0<sup>°</sup>, 22.5<sup>°</sup>, 45<sup>°</sup>, 67.5<sup>°</sup>) boron/epoksi malzemedeki ortotropik plakların doğal frekans değerlerini Galerkin Yöntemi'yle hesaplamışlar, doğal frekans değerlerinin tabaka açısı değişiminden belirgin biçimde etkilendiğini belirlemişlerdir [33].

Kompozit plakların statik eğilme problemini, çözüm denklemini diferansiyel denklem formunda kullanarak Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri'yle inceleyen Soni ve Iyengar, ankastre mesnet sınır koşulları için araştırdıkları problemde, tabakalı antisimetrik ve simetrik çapraz katmanlı (±45<sup>°</sup>), 0<sup>°</sup> ve 90<sup>°</sup> açılarından oluşan özel ortotropik dikdörtgen plaklarda, tabaka açısı değişimi ve kenar oranı değişiminin (a/b=1, 1.5 ve 2) maksimum çökme ve doğal frekans değerlerine etkisini Galerkin Yöntemi'yle inceleyerek, hızlı bir çözümleme yöntemi olduğunu belirlemişlerdir [34]. Iyengar ve Umaretiya, karşılıklı iki kenarı ankastre diğer kenarları basit mesnetli, kevlar/epoksi, boron/epoksi ve hibrid malzemeli, dikdörtgen ve çalık plakların, tabaka açısı (0<sup>°</sup>, 15<sup>°</sup>, 30<sup>°</sup>, 45<sup>°</sup>, 60<sup>°</sup>, 75<sup>°</sup>, 90<sup>°</sup>) ve kenar oranı (a/b=0.5, 1 ve 1.5) değişiminin maksimum çökme değerine etkisini, Klasik Laminasyon Teorisi'ne (KLT) göre, Galerkin Yöntemi'yle incelemişlerdir [35].

Hosokawa vd. simetrik katmanlı kompozitlerin serbest titreşimini inceledikleri çalışmalarında eş eksenli tek tabakalı (30<sup>°</sup>) cam/epoksi ve simetrik katmanlı üç tabakalı (30<sup>°</sup>/-30<sup>°</sup>/30<sup>°</sup>) grafit/epoksi kompozit plakların doğal frekans değerlerini Galerkin Yöntemi'yle hesaplamışlardır. Uygun yaklaşım fonksiyonu seçimiyle analizlerin kişisel (masaüstü) bilgisayarlarda hızlı biçimde elde edilebileceğine vurgu yapmışlardır [36].

Deneysel çalışmaların arasında, Mottram ve Selby'nin dokuz farklı tabaka dizilimdeki ince kompozit plakların eğilme problemlerinin deneysel olarak ve Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle incelemeleri sayılabilir [37].

Chen ve Lui, tabakalı kompozit plakların maksimum çökme ve doğal frekans değerlerini Levy tipi seri çözümüyle belirlemişlerdir [38].

Literatürde kompozit plakların statik ve dinamik analizleriyle ilgili önemli sayıda çalışması bulunan Reddy, bu alanda temel eserlerden sayılan çalışmasında kompozit

plakların teorilerini anlatmış, Varyasyonel Yöntemler'den Rayleigh-Ritz ve Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri'nden, Galerkin, En Küçük Kareler ve Kolokasyon yöntemlerini tanıtmıştır. Farklı açıdaki tabakalardan oluşan simetrik ve antisimetrik özel ortotropik ve çapraz katamanlı plakların (0/90, 0/90/0, 0/90/90/0, 0/90/0/90 ve 45/-45) eğilme, burkulma ve serbest titreşim problemlerini Klasik Laminasyon Teorisi (KLT), Birinci Mertebeden Kayma Deformasyon Teorisi (BMKDT) ve Üçüncü Mertebeden Kayma Deformasyon Teorisi'ne (ÜMKDT) göre incelemiştir. Plak kenarının plak kalınlığına oranına (a/h) ve kenarların oranına (a/b) bağlı olarak, basit mesnetli durum için Navier Yöntemi'yle (çift Fourier serileri), farklı sınır koşulları için Levy Yöntemi (tek Fourier serileri), Varyasyonel Yöntemler (Rayleigh-Ritz) ve Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) hesaplamıştır. Plak kısa kenarının plak kalınlığına oranı 50'den büyük değerler için üç plak teorisinin sonuçlarının yakın çıktığını belirlemiştir. Çözüm için aynı yönetici denklemi, varyasyonal formda kullanan Ritz Yöntemi'nin sonuçlarıyla, diferansiyel formda kullanan Galerkin Yöntemi sonuçlarının yakın çıkacağını belirtmiştir [39].

Literatürde bulunan bileşik tabakalı kompozit plaklar, kabuklar ve sandviç plaklar üzerine geliştirilen teoriler ve bilgisayarlı hesaplama uygulamaları çeşitli araştırmacıların derleme makalelerinde sunulmuştur [40, 41, 42, 43]. Kreja, güncel derleme makalesinde bileşik tabakalı kompozit plaklar, kabuklar ve sandviç paneller üzerine yapılmış teorilerle bilgisayarlı hesaplama uygulamalarını içeren çalışmaları karşılaştırmalı olarak sunmuştur [44]. Bileşik tabakalı ince kompozit plakların statik eğilme ve serbest titreşim analizleri üzerine yapılan çalışmaların ağırlığını, özel ortotropik yapıdaki tabakalı plakların, farklı teori ve yöntemlerle incelenmesinin oluşturduğu görülmektedir.

Orta simetri düzleminin her iki tarafındaki tabakaların, orta simetri düzlemine eşit uzaklıkta ve aynı dizilim açısında olması durumunda yapı simetrik katmanlı olarak adlandırılır. Simetrik katmanlı kompozit plakların sertleşme işlemini izleyen soğuma sırasında ısıl gerilmelerden dolayı bir burkulma göstermedikleri için kompozit yapı uygulamalarında yapının simetrik katmanlı olmasının tercih edildiğine çeşitli araştırmacılar dikkat çekmişlerdir [45-48]. NASA'da (National Aeronautics and Space Administration) kullanılan kompozit hava araçlarında az sayıda istisna dışında, üç veya daha fazla sayıda aynı malzemedeki tabakaların plak içinde aynı miktarlarda dağılımıyla

7

oluşan kuazi-izotropik yapının uygulandığı belirtilmektedir [49]. Quazi-izotropik plaklarda elyaf açıları ( $\theta$ )  $\theta = i\Pi/I$  olarak tanımlıdır. Burada i = 1,2,...I ve I elyafların dizilim açılarının toplam adedidir ( $I \ge 3$ ). Plak içindeki aynı açıdaki tabakaların adedi, malzemesi ve kalınlığı aynıdır. Günümüzde kompozit gemi yapımında deniz ortamının çevresel etkilerinde yüksek dayanım performansı sağlamak için kıvrımsız, dikilmiş, çok eksenli elyafların (lamina) termoset matrislerle birleştirilmesiyle oluşan yapı sistemi kullanılmaktadır. Malzeme üretimindeki kısıtlamalara bağlı olarak yapıda yaygın olarak kulanılan elyaflar 0<sup>0</sup>, -45<sup>0</sup>, 90<sup>0</sup> ve 45<sup>0</sup> açılarındadır.

#### 1.2 Tezin Amacı

Kompozitlerin gemi yapısında uygulamalarında, uygun tabaka dizilim açısının araştırılmasının yanında, destek elemanlarının yerleştirilmesine bağlı olarak oluşacak farklı kenar oranlarının (a/b ve b/a) ve sınır koşullarının etkilerini incelemek, bilgisayar destekli parametrik çalışma yapılmasını gerektirmektedir.

Yapılan literatür araştırmasında kompozit gemilerin yapısal tasarımında Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle çözümleme yapılan programların kullanıldığı görülmektedir [19]. Katamaran kompozit tekneyle ve hızlı devriye botunun statik ve dinamik analizlerinin Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) inceleyen çalışmaların, aynı ana boyutlara, plak kalınlığına ve elyaf dizilimine sahip gemilerin yapısal davranışı için önemli bilgiler verdiği görülmektedir [21, 22]. Geminin farklı boyutlarda üretilmesi ve farklı açıda tabaka kullanılmasıyla, yapının plak boyutlarıyla, kalınlıklarının ve yükleme durumlarının değişip yapının yükleme durumuna daha uygun cevap verecek üretimin mümkün olabileceği düşünülmektedir.

Günümüz denizcilik endüstrisinde yaygın olarak kıvrımsız çok eksenli 0<sup>°</sup>, -45<sup>°</sup>, 90<sup>°</sup>, 45<sup>°</sup> açılarındaki elyafların kullanıldığı belirtilmektedir. Araştırmacıların üçten fazla tabakanın yapıda eş dağılımda kullanıldığı ve simetrik katmanlı yapıların önemine vurgu yaptıkları görülmektedir [45-49]. Plak ve kabukların kiriş vb. elemanlarla desteklendiği yapı sistemi olarak ele alınarak karmaşık gemi yapısının statik ve dinamik analizi basite indirgenerek yapılan çalışmalar bulunmaktadır [8]. Eğilme ve serbest titreşim analizlerini inceleyen çalışmaların içinde, günümüz denizcilik endüstrisinde yaygın olarak kullanılan kıvrımsız çok eksenli 0<sup>°</sup>, -45<sup>°</sup>, 90<sup>°</sup> ve 45<sup>°</sup> açılarındaki elyafların, simetrik katmanlı kompozit plak içinde aynı ağırlık oranında ve farklı açılarda sıralandığı kombinasyonları için; gemilerde destek elemanlarının enine veya boyuna yerleştirilmesine bağlı oluşacak farklı kenar oranlarıyla (a/ b ve b/a) farklı sınır koşullarında, Galerkin Yöntemi ve En Küçük Kareler Yöntemi kullanılarak parametrik olarak inceleyen bir çalışma görülmemiştir.

Bu çalışmada düzgün yayılı yanal yük etkisi altında 0<sup>°</sup>, -45<sup>°</sup>, 90<sup>°</sup> ve 45<sup>°</sup> açılarındaki tabakaların farklı açılarda dizilimiyle oluşturulmuş 24 farklı simetrik katmanlı dikdörtgen kompozit plağın eğilmesi ve serbest titreşimi incelenmiştir. Plakların orta noktasındaki maksimum çökme değeri ve asal doğal frekans değeri, yapıdaki tabakaların farklı açılarda (0<sup>°</sup>, -45<sup>°</sup>, 90<sup>°</sup> ve 45<sup>°</sup>) sıralanmasına, enine ve boyuna yapı sistemleri için farklı plak kenar oranlarına (a/b ve b/a'nin 11 farklı değeri) ve farklı sınır koşullarına (ankastre mesnet ve basit mesnet) bağlı olarak incelenmiştir. Parametrik hesaplamalar Klasik Laminasyon Teori'sinin (KLT) yönetici diferansiyel denklemleri kullanılarak, Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri'nden Galerkin Yöntemi ve En Küçük Kareler Yöntemi'yle MATLAB [50] programlama dilinde hazırlanan bilgisayar programıyla gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözümleme yapan ANSYS [51] paket yazılımıyla bulunan sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Kompozit gemilerin üretiminde çok sayıda parametreye bağlı oluşacak farklı durumlar için sonsuz sayıda seçenek söz konusudur. Bu çalışmadaki gibi Galerkin Yöntemi kullanımıyla gerçekleştirilecek parametrik analizlerin kompozit gemilerin yapısal ön tasarımına uygulanabileceği düşünülmüştür. Yöntemin kullanımıyla, teknenin farklı bölgelerinde istenen yapısal davranışa uygun cevap verecek bileşik tabakalı kompozit plakların hızlı biçimde belirleneceği, bu sayede üretimde zaman, emek, malzeme tasarrufu sağlanabileceği ve deney maliyetlerinin azaltılacağı öngörülmüştür.

Bölüm 2'deki Materyal ve Yöntem'de; anizotropik malzemelerin makromekaniği kısmında, gerilme ve şekil değiştirme ilişkileri, ortotropik tabakalarda düzlem gerilme durumu, Klasik Laminasyon Teorisi (KLT)'nin yönetici diferansiyel denklemleri verilmiştir. İkinci kısımda yaklaşık çözüm yöntemlerinden Ağırlıklı Artıklar (Kalanlar)

9

Yöntemleri tanıtılmış, çalışmada kullanılan Galerkin Yöntemi ve En Küçük Kareler Yöntemi'nin, simetrik katmanlı kompozit plakların eğilme ve serbest titreşim problemlerine uygulanması gösterilmiştir.

Bölüm 3'teki Statik ve Dinamik Analiz Sonuçları'nda; ilk kısımda parametrik analizlerde incelenen plak geometrisi, kenar oranları, malzeme özellikleri, plak içindeki tabakaların dizilim sıralamaları verilmiştir. İkinci kısımda Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözümleme yapan ANSYS paket yazılımımın kullanımındaki kabuller; seçilen eleman tipi ve oluşturulan ağ yapısındaki eleman büyüklüğü gösterilmiştir. Son kısımda, seçilen parametreler için simetrik katmanlı kompozit plakların eğilme ve serbest titreşim problemlerinin Galerkin Yöntemi, En Küçük Kareler Yöntemi ve Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözümleme yapan ANSYS paket yazılımıyla bulunan sonuçları verilmiştir.

Bölüm 4'teki, Sonuçlar ve Öneriler'de; çalışmadaki parametrik analizlerle bulunan statik ve dinamik analiz sonuçları değerlendirilmiş, öneriler sunulmuştur.

#### 1.3 Bulgular

Bu çalışmada incelen simetrik katmanlı kompozit plakların eğilme ve serbest titreşim problemleri Klasik Laminasyon Teorisi'nin (KLT) yönetici diferansiyel denklemleri kullanılarak, Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri'nden Galerkin Yöntemi ve En Küçük Kareler Yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. Sonuçlar Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle hesaplama yapan ANSYS paket programı ile karşılaştırılmıştır. Galerkin Yöntemi'nin sonuçları ANSYS ile daha uyumlu çıkmıştır. Bu çalışmada Galerkin Yöntemi'yle gerçekleştirilen parametrik analizlerde, literatürdeki araştırmacıların [34, 35, 36] Galerkin Yöntemi'yle hızlı sonuç alınmasına vurgu yapmalarına benzer biçimde parametrelerin sayısına bağlı olarak Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözümleme yapan ANSYS paket yazılımından çok daha hızlı çözüm elde edilmiştir.

Aynı malzemeden, aynı kalınlıkta üretilmiş simetrik katmanlı kompozit plakların tabaka dizilim açılarının değişmesiyle, maksimum çökme ve asal doğal frekans değerlerinin kenar oranlarıyla sınır koşullarına da bağlı olarak büyük oranda değiştiği gözlenmiştir.

10

Kompozit teknelerin yapımında çok sayıda parametrenin birlikte değerlendirilmesi gerekir. Yapısal ön tasarımda, geminin kullanım amacına, hızına, ana boyutlarına ve uygulanacak yapı sistemlerine bağlı değişen sınır koşullarıyla yapının farklı bölgelerinde oluşacak farklı yükleme durumlarına uygun cevap verebilecek tabaka diziliminin belirlenmesi gerekmektedir.

Bu çalışmadakine benzer parametrik analizlerle Galerkin Yöntemi'nin uygulanmasının, kompozit teknelerin yapısal ön tasarımında uygun verilerin elde edilmesiyle, üretimdeki zaman, malzeme, emek ve deney masraflarından tasarruf edilmesini sağlayacağı düşünülmüştür.

### **BÖLÜM 2**

### MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde anizotropik malzemelerin makromekaniği kısmında, gerilme ve şekil değiştirme ilişkileri, ortotropik tabakalarda düzlem gerilme durumu ve Klasik Laminasyon Teorisi'ne (KLT) göre hesaplamalarda kullanılan simetrik katmanlı kompozit malzemelerin genel diferansiyel denklemlerinin elde edilişi gösterilmiştir. İkinci kısımda yaklaşık çözüm yöntemlerinden Ağırlıklı Artıklar (Kalanlar) Yöntemleri tanıtılmış, çalışmada kullanılan Galerkin ve En Küçük Kareler Yöntemi'nin, simetrik katmanlı kompozit plakların eğilme ve serbest titreşim problemlerine uygulanması gösterilmiştir.

#### 2.1 Anizotropik Malzemelerin Makromekaniği

#### 2.1.1 Gerilme ve Şekil Değiştirme İlişkisi

Anizotrop malzemelerin mekanik özellikleri yönlere bağlı olarak değişmektedir. Elastik özellikler, genelleştirilmiş Hooke Kanunu'nda gerilme ve şekil değiştirme tansörleri ilişkisi ile aşağıdaki biçimde tanımlanır [39]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl}$$

$$S_{ijkl} = (C_{ijkl})^{-1}$$
(2.1)

Burada

#### $\sigma_{\scriptscriptstyle ij}$ : Gerilme tansörü bileşenleri

 $\boldsymbol{\mathcal{E}_{ij}}$ : Şekil değiştirme tansörü bileşenleri

### $C_{\scriptscriptstyle ijkl}\,$ : Elastik katılık (rijitlik) tansörü

 $S_{ijkl}$ : Elastik esneklik tansörü

Dördüncü dereceden tansörlerin açık olarak yazılmasından 81 bağımsız sabit ortaya çıkar. Kütle kuvvetlerinin olmaması durumunda, gerilme ve şekil değiştirme tansörleri simetriktir ( $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  ve  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ ). Bu durumda sabit sayısı 36'ya düşmektedir. Elastik özellikler, katılık ve esneklik tansörlerinin ikinci dereceden olduğu kısaltılmış notasyonla, gerilme ve şekil değiştirme büyüklükleri cinsinden aşağıdaki biçimde tanımlanır:

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j$$

 $\varepsilon_i = S_{ij}\sigma_j$ 

$$S_{ij} = (C_{ij})^{-1}$$
 (i, j = 1... 6) (2.2)

Burada

 $\sigma_i$  = Gerilme bileşeni

- $\boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{j}}$  = Şekil değiştirme bileşeni
- $C_{ii}$  = Elastik katılık tansörü
- $S_{ii}$  = Elastik esneklik tansörü.

Yukarıda tansörel biçimde verilen ifade (2.2), matris biçiminde kısaltılmış notasyonla aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \sigma_{4} \\ \sigma_{5} \\ \sigma_{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \varepsilon_{4} \\ \varepsilon_{5} \\ \varepsilon_{6} \end{bmatrix}$$
(2.3)

Gerilme şekil değiştirme notasyonları kısaltılmış biçimde Çizelge 2. 1'de gösterilmiştir.

Gerilme		Şekil Değiştirme	
Tansör Notasyonu	Kısaltılmış Notasyon	Tansör Notasyonu	Kısaltılmış Notasyon
$\sigma_{_{11}}(\sigma_{_1})$	$\sigma_{_{1}}$	$\mathcal{E}_{11}$	$\mathcal{E}_1$
$\sigma_{\scriptscriptstyle 22}(\sigma_{\scriptscriptstyle 2})$	$\sigma_{_2}$	${oldsymbol{\mathcal{E}}}_{22}$	$\mathcal{E}_2$
$\sigma_{\scriptscriptstyle 33}(\sigma_{\scriptscriptstyle 3})$	$\sigma_{_3}$	${oldsymbol{\mathcal{E}}}_{33}$	$oldsymbol{arepsilon}_3$
$\tau_{23} = \sigma_{23} = \sigma_{32}$	$\sigma_{_4}$	$\gamma_{23}=\gamma_{32}=2 \varepsilon_{23}$	${\cal E}_4$
$\tau_{31} = \sigma_{31} = \sigma_{13}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle 5}$	$\gamma_{13}=\gamma_{31}=2\ \varepsilon_{13}$	$\mathcal{E}_5$
$\tau_{12} = \sigma_{12} = \sigma_{21}$	$\sigma_{_6}$	$\gamma_{12} = \gamma_{21} = 2 \varepsilon_{12}$	${\cal E}_6$

Çizelge 2. 1 Kısaltılmış biçimde gerilme-şekil değiştirme notasyonları

Sonsuz küçük kübik elemanın üzerinde oluşacak gerilmeler Şekil 2.1'de gösterilmiştir [39].



Şekil 2. 1 Sonsuz küçük kübik elemandaki gerilmeler

Burada  $\sigma_1, \sigma_2$  ve  $\sigma_3$  yüzeylere dik yöndeki normal gerilme bileşenlerini ,  $\tau_{23}$ ,  $\tau_{31}$  ve  $\tau_{12}$  kayma gerilme bileşenlerini ifade eder. Birim hacim için üç boyutlu gerilme şekil değişimi ifadeleri aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}$$
,  $\varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y}$  ve  $\varepsilon_3 = \frac{\partial w}{\partial z}$ 

$$\gamma_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{23} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad \text{ve} \quad \gamma_{31} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$
 (2.4)

 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  ve  $\varepsilon_3$  birim uzama şekil değişimi bileşenlerini  $\gamma_{23}, \gamma_{31}$  ve  $\gamma_{12}$  ise birim kayma şekil değişimi bileşenlerini ifade eder. Burada u, v, w sırasıyla 1, 2, 3 veya x, y, z yönlerindeki uzamaları göstermektedir.

Şekil değişimi enerjisi yardımıyla, elastik katılık matrisindeki bağımsız değişken sayısının 36'dan az olduğu gösterilebilir. Elastik malzemeler  $\sigma_i$  gerilmesi altında  $d\varepsilon_i$  elastik şekil değişimine uğradığında, birim hacim başına elastik enerji artışı,

$$dW = \sigma_i d\varepsilon_i \tag{2.5}$$

biçiminde gösterilir. Bu eşitlik gerilme şekil değiştirme (2.2) bağıntısına bağlı olarak

$$dW = C_{ij}\varepsilon_j d\varepsilon_i \tag{2.6}$$

olarak yazılabilir. Bu denklemin de integrali alınırsa, birim hacimdeki iş,

$$W = \frac{1}{2} (C_{ij} \varepsilon_j \varepsilon_i)$$
(2.7)

olarak bulunur. Benzer biçimde  $\sigma_j$  gerilmesi altında  $d\varepsilon_j$  elastik şekil değişimi için hesaplandığında,

$$W = \frac{1}{2} (C_{ji} \varepsilon_i \varepsilon_j)$$
(2.8)

bulunur. Bu iki denklemin  $\mathcal{E}_i$  ve  $\mathcal{E}_i$ 'ye göre ayrı ayrı iki kez türevlerini aldığımızda

$$\frac{\partial W}{\partial \varepsilon_i} = C_{ij}\varepsilon_j , \quad \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} = C_{ij}, \quad \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_j} = C_{ji}\varepsilon_i, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_j \partial \varepsilon_i} = C_{ji}$$
(2.9)

eşitlikleri bulunur. Buradan türev alma sırasının türevin değerini değiştirmediği dolayısıyla

$$C_{ij} = C_{ji}$$
,  $S_{ij} = S_{ji}$  (2.10)

olduğu görülür. Bu durumda elastik esneklik ve elastik katılık matrisleri simetriktir ve elastik katılık matrisindeki bağımsız sabit sayısı 21'e düşmüş olur. Elastik katılık matrisi aşağıdaki biçimde yazılır:

\_

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix}$$
(2.11)

Bu durumda malzeme özellikleri bakımından hiçbir simetri düzlemi olmayan **anizotropik** malzeme için, en genel haldeki gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi tansör notasyonu ile matris biçimde aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$
(2.12)

Anizotropik (triklinik) malzemelerin bazı özel durumları; malzemede simetri düzlemi bulunması durumunda, düzlemin niteliğine göre monoklinik, ortotropik, enine izotropik ve izotropik malzeme olarak sınıflandırılabilir.

Malzeme bir simetri düzlemine (z=0) sahipse **monoklinik** malzemedir. Bu malzemelerde elastik katılık matrisi 13 adet bağımsız sabit içerir. **Monokilinik** malzeme için, en genel haldeki gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi tansör notasyonu ile matris biçimde aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ 0 & 0 & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ 0 & 0 & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$
(2.13)

Malzeme üç simetri düzlemine (ortogonal düzlemler) sahipse **ortotropik** malzemedir. Bu malzemelerde elastik katılık matrisi 9 adet bağımsız sabit içerir. **Ortotropik** malzeme için, en genel haldeki gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi tansör notasyonu ile matris biçimde aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$
(2.14)

Malzeme üç simetri düzlemine ek olarak mekanik özelliklerin tüm doğrultularda eşit olduğu bir düzleme sahipse **enine izotropik** malzemedir. Bu malzemelerde elastik

katılık matrisi 5 adet bağımsız sabit içerir. **Enine izotropik** malzemelerin özel izotropi düzlemi 1-2 düzlemi olduğunda en genel haldeki gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi tansör notasyonu ile matris biçimde aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$
(2.15)

Malzeme sonsuz simetri düzlemine sahipse, **izotropik** malzemedir. Bu malzemelerde elastik katılık matrisi 2 adet bağımsız sabit içerir. **İzotropik** malzeme için, en genel haldeki gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi tansör notasyonu ile matris biçimde aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$
(2.16)

#### 2.1.2 Ortotropik Malzemelerin Mühendislik Sabitleri İle İfadesi

Ortotropik malzemelerin esneklik matrisini çeşitli deneylerle belirlemek, katılık matrisini belirlemeye göre daha kolaydır. Esneklik matrisi, (2.14) ifadesi (2.1) ifadesinde yerine yazılarak aşağıdaki gibi gösterilir.

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix}$$
(2.17)

Esneklik matrisi (2.17), tek eksenli çekme ve kayma deneyleri yardımıyla belirlenen malzemelerin mühendislik sabitleri (E, G ve  $\nu$ ) cinsinden aşağıdaki gibi gösterilir.

$$[S] = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -v_{12}/E_1 & -v_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0\\ -v_{12}/E_1 & 1/E_2 & -v_{23}/E_3 & 0 & 0 & 0\\ -v_{13}/E_1 & -v_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{31} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix}$$
(2.18)

Esneklik matrisinin elemanları aşağıdaki biçimde gösterilir.

$$S_{11} = 1/E_1, \quad S_{12} = -V_{12}/E_1, \quad S_{13} = -V_{13}/E_3, \quad S_{22} = 1/E_2,$$
  

$$S_{23} = -V_{23}/E_3, \quad S_{33} = 1/E_3, \quad S_{44} = 1/G_{23}, \quad S_{55} = 1/G_{31}, \quad S_{66} = 1/G_{12}$$
(2.19)

Burada  $E_1, E_2$  ve  $E_3$  elastisite modülleri  $v_{12}, v_{13}$  ve  $v_{23}$  Poisson oranları ( $v_{ij} = -\varepsilon_j / \varepsilon_i$ ), ve  $G_{23}$ ,  $G_{31}$  ve  $G_{12}$  kayma katılık modülleridir.

Buradan katılık matrisinin elemanları (2.2) ifadesi yardımıyla bulunarak mühendislik sabitleri cinsinden aşağıdaki gibi gösterilir.

$$C_{11} = \frac{1 - v_{23}v_{32}}{E_2 E_3 \Delta}, C_{12} = \frac{v_{12} + v_{32}v_{13}}{E_1 E_3 \Delta} = \frac{v_{21} + v_{31}v_{23}}{E_2 E_3 \Delta}, C_{13} = \frac{v_{13} + v_{12}v_{23}}{E_1 E_2 \Delta} = \frac{v_{31} + v_{21}v_{32}}{E_2 E_3 \Delta},$$

$$C_{22} = \frac{1 - v_{13}v_{31}}{E_1 E_3 \Delta}, C_{23} = \frac{v_{23} + v_{21}v_{13}}{E_1 E_2 \Delta} = \frac{v_{32} + v_{12}v_{31}}{E_1 E_3 \Delta}, C_{33} = \frac{1 - v_{12}v_{21}}{E_1 E_2 \Delta},$$

$$C_{44} = G_{23}, C_{55} = G_{31}, C_{66} = G_{12}, \Delta = \frac{1 - v_{12}v_{21} - v_{23}v_{32} - v_{31}v_{13} - 2v_{12}v_{32}v_{13}}{E_1 E_2 E_3}$$
(2.20)

#### 2.1.3 Ortotropik Tabakalarda Düzlem Gerilme Durumu

Makro düzeyde tüm elyafları birbirine paralel olduğu varsayılan tek yönlü elyaf takviyeli kompozit tabakalar ortotropik malzeme sınıfına girer. Ortotropik tek yönlü bir tabaka Şekil 2. 2'de gösterilmiştir. Elyaf takviyeli tabakalar genellikle ince olduklarından düzleme dik yönde gerilmelerin ( $\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{13} = 0$ ) olmadığı kabul edilir. Bu durumda  $\varepsilon_i = S_{ij}\sigma_j$  formunda (2.2)'de verilen ifade kullanılarak şekil değiştirme ve gerilme ilişkisi azalan sabitlerle birlikte aşağıdaki gibi gösterilir.
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$
(2.21)

Yukarıda (2.21)'de gösterilen şekil değiştirme ve gerilme ilişkisi, gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi cinsinden aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$
(2.22)

Burada  $Q_{ij}$  terimleri indirgenmiş katılık matrisi elemanlarıdır. İndirgenmiş katılık matrisi ile esneklik matrisi arasındaki ilişki aşağıdaki gibi gösterilir.

$$[Q] = [S]^{-1} \tag{2.23}$$

Bu durumda [Q] indirgenmiş katılık matrisi elemanları aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$Q_{11} = E_1 / (1 - v_{12} v_{21}), \quad Q_{12} = v_{12} E_2 / (1 - v_{12} v_{21}), \quad Q_{22} = E_2 / (1 - v_{12} v_{21}), \quad Q_{66} = G_{12}$$
 (2.24)

# 2.1.4 Ortotropik Tabakalarda Asal Eksenler Dışındaki Gerilme ve Şekil Değiştirme İlişkisi

Ortotropik tek yönlü bir tabakadaki elyafların doğrultusu genel eksen sistemi ile farklı yönde olabilir. Elyaflara paralel yöndeki 1 ve dik yöndeki 2 doğrultuları lokal eksen sistemini (1-2) oluşturur. Elyaflarla genel eksen sistemi (x-y) arasında  $\theta$  açısı kadar fark bulunması durumunda tabakadaki birim şekil değişimleri, lokal eksen sistemi (1-2) ile genel eksen sistemi (x-y) arasında arasında bir (T) dönüşüm matrisi kullanılarak genel eksen sisteminde ifade edilmelidir. (T) dönüşüm matrisi aşağıda (2.25) ifadesinde gösterilmiştir [39].



Şekil 2. 2 Ortotropik tek yönlü bir tabaka [39]

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^{2}(\theta) & \sin^{2}(\theta) & 2\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin^{2}(\theta) & \cos^{2}(\theta) & -2\sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^{2}(\theta) - \sin^{2}(\theta) \end{bmatrix}$$
(2.25)

Genel ve lokal eksen sitemlerindeki gerilme ifadeleri arasındaki ilişki aşağıda gösterilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$
(2.26)

Lokal eksendeki gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi (2.22) kullanılarak, gerilme bileşenleri genel eksen sisteminde aşağıdaki biçimde gösterilir.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{x} \\ \boldsymbol{\sigma}_{y} \\ \boldsymbol{\tau}_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{1} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{2} \\ \boldsymbol{\gamma}_{12} \end{bmatrix}$$
(2.27)

Benzer olarak şekil değiştirme ifadelerinin lokal ve genel eksen sistemleri arasındaki ilişkisi aşağıdaki biçimde gösterilir.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{bmatrix}$$
(2.28)

Birim şekil değişimlerindeki (1/2) çarpanlarını yok edip ifadeleri daha basit hale getirmek için Reuter( (R) ) matrisi kullanılır.

$$\begin{bmatrix} R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$
(2.29)

Bu durumda genel eksenle lokal eksen arasındaki gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot [R] \cdot [T] \cdot [R]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$
(2.30)

Yukarıdaki (2.30) ifadesinden faydalanarak

$$\left[\overline{Q}\right] = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot [R] \cdot [T] \cdot [R]^{-1}$$
 (2.31)

yazılır. Burada  $\left[\overline{Q}\right]$  dönüşüme uğramış indirgenmiş katılık matrisidir. Gerilme şekil değiştirme ilişkisi genel eksen sisteminde matris formunda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$
(2.32)

 $\begin{bmatrix} \overline{Q} \end{bmatrix} \text{dönüşüme uğramış indirgenmiş katılık matrisinin elemanları aşağıda gösterilmiştir.}$  $\overline{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4(\theta) + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + Q_{22} \sin^4(\theta)$  $\overline{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + Q_{12} (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta))$  $\overline{Q}_{22} = Q_{11} \sin^4(\theta) + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + Q_{22} \cos^4(\theta)$  $\overline{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin(\theta) \cos^3(\theta) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3(\theta) \cos(\theta)$  $\overline{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3(\theta) \cos(\theta) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin(\theta) \cos^3(\theta)$  $\overline{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + Q_{66} (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta))$ (2.33)

#### 2.1.5 Klasik Laminasyon Teorisi (KLT)

Ortotropik yapıdaki n adet tabakanın farklı doğrultularda birleştirilmesiyle oluşturulan bileşik tabakalı kompozit plaklar, Klasik Laminasyon Teorisi'ne (KLT) göre incelenmektedir. Klasik Laminasyon Teorisi, Kircchoff-Love kabuk teorisinin hipotezine göre çeşitli kabullere dayanır [39]:

- Deformasyondan önce orta yüzeye dik olan düz hatlar (örneğin; enine normaller) deformasyondan sonra da düz kalır. Enine yer değiştirmeler kalınlık koordinat sisteminden bağımsızdır.
- Tabakalar arasındaki bağlar mükemmeldir, yapıştırma tabakası çok incedir ve tabaka kayma etkisiyle şekil değiştirmez. Levha tek bir tabaka gibi bütün olarak davranır.
- Enine normal uzama sıfırdır.

$$\varepsilon_z = 0 \tag{2.34}$$

 Levhanın orta düzlemine dik düzlemlerde (enine normaller) kayma yoktur.
 Deformasyondan önce orta düzleme dik düzlemler deformasyondan sonra da orta düzleme dik kalacak biçimde döner.

$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \tag{2.35}$$

## 2.1.5.1 Yer değiştirme ve Şekil Değiştirme İlişkisi

N adet tabakadan oluşan h kalınlığında bileşik tabakalı kompozit plak geometrisi Şekil 2. 3'te gösterilmiştir. Orta düzlem OXY referans düzlemi olarak gösterilmiştir OZ artan tabaka numaraları yönündedir. Her tabaka z koordinatı ile gösterilir. Tabakalar alt yüzden üst yüze doğru numaralanır. Bileşik tabakalı kompozit plaklar incelenirken, belirli kısıtlar dikkate alınır [39].

- Malzemenin heterojen yapısı nedeniyle eşdeğer homojen malzemenin etkin elastisite modulü dikkate alınır.
- Levha kalınlığı diğer boyutları yanında çok küçüktür.

- Tabakalar arasında kayma gerilmeleri oluşmaz. Tabakanın alt ve üst yüzeylerindeki kayma gerilmeleri sıfırdır.
- Her bir tabaka Hooke kanuna uyar, doğrusal elastik yapıdadır, sabit kalınlıktadır ve 3 simetri eksenine sahiptir.
- Şekil değişimleri ve yer değişimleri levha kalınlığı yanında çok küçüktür.



Şekil 2. 3 Bileşik tabakalı kompozit plak [39]

Kircchoff hipotezine göre levha düzlemi üzerindeki yer değiştirmeler (u,v) z'nin lineer bir fonksiyonudur. Deformasyondan önce (x,y,z) koordinatlarında olan bir nokta, deformasyondan sonra (x-u,y+v,z+w) noktasına hareket eder. Bileşik tabakanın x-z düzlemindeki yer değişimleri Şekil 2. 4'te gösterilmiştir. Referans düzlemi z=0 orta düzlem olarak adlandırılır. Kirrchoff hipotezine göre küçük yer değişimleri kartezyen koordinatlarda aşağıdaki gibi gösterilir [39].

$$u(x, y, z, t) = u_{\circ}(x, y, t) - z \frac{\partial w_{0}}{\partial x}$$

$$v(x, y, z, t) = v_{\circ}(x, y, t) - z \frac{\partial w_{0}}{\partial y}$$

$$w(x, y, z, t) = w_{\circ}(x, y, t)$$
(2.36)



Şekil 2. 4 Bileşik tabakanın x-z düzlemindeki yer değişimleri [39]

Burada von-Kármán'a göre şekil değişimleri aşağıdaki gibi gösterilir (enine uzamalar Klasik Laminasyon Teori'sinde (KLT) sıfırdır  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zz} = 0$ ) [39].

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{xx} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \end{cases} = \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{xx}^{(0)} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yy}^{(0)} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy}^{(0)} \end{cases} + z \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{xx}^{(1)} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yy}^{(1)} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy}^{(1)} \end{cases}$$
(2.37)

Burada  $\varepsilon_{xx}^{(0)}$ ,  $\varepsilon_{yy}^{(0)}$  ve  $\gamma_{xy}^{(0)}$  membran şekil değişimlerini ,  $\varepsilon_{xx}^{(1)}$ ,  $\varepsilon_{yy}^{(1)}$  ve  $\gamma_{xy}^{(1)}$  ise eğilme şekil değişimlerini ifade etmektedir ve aşağıda gösterildiği biçimde yazılır.

$$\left\{ \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \right\} = \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{xx}^{(0)} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yy}^{(0)} \\ \boldsymbol{\gamma}_{yy}^{(0)} \end{cases} = \begin{cases} \frac{\partial u_{0}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_{0}}{\partial x} \right)^{2} \\ \frac{\partial v_{0}}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_{0}}{\partial y} \right)^{2} \\ \frac{\partial u_{0}}{\partial y} + \frac{\partial v_{0}}{\partial x} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x} \frac{\partial w_{0}}{\partial y} \end{cases} , \quad \left\{ \boldsymbol{\varepsilon}^{1} \right\} = \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{xx}^{(1)} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yy}^{(1)} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy}^{(1)} \end{cases} = \begin{cases} -\frac{\partial^{2} w_{0}}{\partial x^{2}} \\ -\frac{\partial^{2} w_{0}}{\partial y^{2}} \\ -2\frac{\partial^{2} w_{0}}{\partial x \partial y} \end{cases}$$
(2.38)

Bileşik tabakalarda plak kalınlığı yönündeki gerilme ve şekil değişimi Şekil 2. 5'te verilmiştir.



Şekil 2. 5 Bileşik tabakalarda plak kalınlığı boyunca gerilme ve şekil değişimi [39]

# 2.1.5.2 Denge Denklemlerinin Belirlenmesi

Klasik Laminasyon Teoris'inin (KLT) yönetici denklemleri virtüel yer değiştirme prensiplerinden elde edilir. Bu kısımda, malzemenin sıcaklık değişiminden ve elektrik alan etkisinden bağımsız olduğu kabul edilerek ( $\delta T = 0$ ,  $\delta \varepsilon = 0$ ), Hamilton prensibine göre denge denklemlerinin çıkarılışı gösterilmiştir [39].

Hamilton'un dinamik sistemler için genelleştirdiği virtüel iş prensibi en genel halde aşağıda gösterilmiştir [39].

$$\int_{0}^{T} (\delta U + \delta V - \delta K) dt = 0$$
(2.39)

Burada  $\delta U$  virtüel şekil değiştirme enerjisini,  $\delta V$  dış kuvvetlerin yaptığı virtüel işi ve  $\delta K$  virtüel kinetik enerjiyi göstermektedir. Bunlar sırasıyla açık halde aşağıdaki gibi gösterilir.

Virtüel şekil değiştirme enerjisi ( $\delta U$ ) açık halde aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\delta U = \int_{\Omega_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \delta \varepsilon_{yy} + 2\sigma_{xy} \delta \varepsilon_{xy}) dz dx dy$$
$$= \int_{\Omega_0} \left\{ \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[ \sigma_{xx} (\delta \varepsilon_{xx}^{(0)} + z \delta \varepsilon_{xx}^{(1)}) + \sigma_{yy} (\delta \varepsilon_{yy}^{(0)} + z \delta \varepsilon_{yy}^{(1)}) + \sigma_{xy} (\delta \gamma_{xy}^{(0)} + z \delta \gamma_{xy}^{(1)}) \right] dz \right\} dx dy \qquad (2.40)$$

Burada Ω plağın orta düzlemini ifade etmektedir.

Dış kuvvetlerin yaptığı virtüel iş (  $\delta V$  ) açık halde aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\delta V = -\int_{\Omega_0} \left[ q_b(x, y) \delta w(x, y, \frac{h}{2}) + q_t(x, y) \delta w(x, y, -\frac{h}{2}) \right] dx dy$$
$$-\int_{\Gamma_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[ \hat{\sigma}_{nn} \delta u_n + \hat{\sigma}_{ns} \delta u_s + \hat{\sigma}_{nz} \delta w \right] dz ds$$
$$= -\int_{\Omega_0} \left\{ \left[ q_b(x, y) + q_t(x, y) \right] \delta w_0(x, y) \right\} dx dy$$
$$-\int_{\Gamma_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[ \hat{\sigma}_{nn} \left( \delta u_{0n} - z \frac{\partial \delta w_0}{\partial n} \right) + \hat{\sigma}_{ns} \left( \delta u_{0s} - z \frac{\partial \delta w_0}{\partial s} \right) + \hat{\sigma}_{nz} \delta w_0 \right] dz ds$$
(2.41)

Burada  $q_b$  tabakanın alt yüzeyindeki yükü (z=h/2),  $q_t$  tabakanın üst yüzeyindeki yükü (z=-h/2),  $\hat{\sigma}_{nn}$ ,  $\hat{\sigma}_{ns}$  ve  $\hat{\sigma}_{nz}$  sınır  $\Gamma$ 'nin  $\Gamma_0$  bölümü üzerinde belirlenmiş gerilme bileşenlerini  $\delta u_n$  ve  $\delta u_s$  normal ve tanjant doğrultularındaki virtüel yer değiştirmelerini ( $\Gamma$  sınırı üzerindeki) göstermektedir.

Virtüel kinetik enerji ( $\delta K$ ) açık halde aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\delta K = \int_{\Omega_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho_0 \left[ \left( \dot{u}_0 - z \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \right) \left( \delta \dot{u}_0 - z \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial x} \right) + \left( \dot{v}_0 - z \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \right) \left( \delta \ddot{v}_0 - z \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial y} \right) + \dot{w}_0 \delta \ddot{w}_0 \right] dz dx dy$$
(2.42)

Burada  $\rho_0$  plak malzemesinin yoğunluğunu, üst indis nokta ise zamana bağlı değişimi ifade etmektedir (Örneğin;  $\dot{u}_0 = \frac{\partial \dot{u}_0}{\partial t}$ ).

Yukarıda (2.40), (2.41) ve (2.42)'de verilen ifadeler virtüel iş denkleminde (2.39) yerine konulup kalınlık boyunca integre edilirse aşağıdaki ifade elde edilir.

$$0 = \int_{0}^{T} \left\{ \int_{\Omega_{0}} \left[ N_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^{(0)} + M_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^{(1)} + N_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^{(0)} + M_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^{(1)} + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^{(0)} \right. \\ \left. + M_{xy} \delta \gamma_{xy}^{(1)} - q \, \delta w_{0} - I_{0} \left( \dot{u}_{0} \delta \dot{u}_{0} + \dot{v}_{0} \delta \dot{v}_{0} + \dot{w}_{0} \delta \dot{w}_{0} \right) \right. \\ \left. + I_{1} \left( \frac{\partial \delta \dot{v}_{0}}{\partial x} \dot{u}_{0} + \frac{\partial \dot{w}_{0}}{\partial x} \delta \dot{u}_{0} + \frac{\partial \delta \dot{v}_{0}}{\partial y} \dot{v}_{0} + \frac{\partial \dot{w}_{0}}{\partial y} \delta \ddot{v}_{0} \right) \right] \\ \left. - I_{2} \left( \frac{\partial \dot{w}_{0}}{\partial x} \frac{\partial \delta \dot{w}_{0}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_{0}}{\partial y} \frac{\partial \delta \dot{v}_{0}}{\partial y} \right) \right] dx dy \\ \left. - I_{2} \left( \frac{\partial \dot{w}_{0}}{\partial x} \frac{\partial \delta \dot{w}_{0}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_{0}}{\partial y} \frac{\partial \delta \dot{v}_{0}}{\partial y} \right) \right] dx dy \\ \left. - \int_{\Gamma_{0}} \left( \hat{N}_{mn} \delta u_{0n} + \hat{N}_{ns} \delta u_{0s} - \hat{M}_{nn} \frac{\partial \delta w_{0}}{\partial n} - \hat{M}_{ns} \frac{\partial \delta w_{0}}{\partial s} + \hat{Q}_{n} \delta w_{0} \right) ds \right\} dt$$

$$(2.43)$$

Yukarıda verilen (2.43) ifadesindeki  $N_{xx}, N_{yy}$  ve  $N_{xy}$  düzlemsel kuvvetler,  $M_{xx}, M_{yy}$  ve  $M_{xy}$  momentler,  $Q_n$  düşey kuvveti ve  $I_0, I_1$  ve  $I_0$  kütlesel atalet momentleri aşağıdaki (2.44), (2.45) ve (2.46) ifadelerinde gösterilmiştir.

$$\begin{cases}
N_{xx} \\
N_{yy} \\
N_{xy}
\end{cases} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix}
\sigma_{xx} \\
\sigma_{yy} \\
\sigma_{xy}
\end{bmatrix} dz, \quad
\begin{cases}
M_{xx} \\
M_{yy} \\
M_{xy}
\end{cases} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix}
\sigma_{xx} \\
\sigma_{yy} \\
\sigma_{xy}
\end{bmatrix} z dz$$
(2.44)

$$\begin{cases} \hat{N}_{nn} \\ \hat{N}_{ns} \end{cases} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \hat{\sigma}_{nn} \\ \hat{\sigma}_{ns} \end{cases} dz , \quad \begin{cases} \hat{M}_{nn} \\ \hat{M}_{ns} \end{cases} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \hat{\sigma}_{nn} \\ \hat{\sigma}_{ns} \end{cases} z dz$$
 (2.45)

$$\begin{cases} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{cases} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{cases} 1 \\ z \\ z^2 \end{cases} \rho_0 dz , \quad \hat{Q}_n = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \hat{\sigma}_{nz} dz$$
 (2.46)

Yukarıda (2.44)'te verilen düzlemsel kuvvetler, momentler ve düşey kuvvetler Şekil 2.6'da plak üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 2. 6 Plak üzerindeki eksenel ve düşey kuvvetlerle momentlerin gösterimi [39] Yukarıda verilen ifadenin (2.43) çözümüyle elde edilen Klasik Laminasyon Teorisi'nin (KLT) denge denklemleri (Euler-Lagrange eşitlikleri) aşağıdaki (2.47), (2.48), (2.49) ifadelerinde gösterilmiştir [39].

$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - I_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)$$
(2.47)

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} = I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - I_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)$$
(2.48)

$$\frac{\partial M_{xx}}{\partial x^2} + 2\frac{\partial M_{xy}}{\partial y\partial x} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + \mathcal{N}(w_0) + q = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + I_1(\frac{\partial^3 u_0}{\partial x\partial t^2} + \frac{\partial^3 v_0}{\partial y\partial t^2}) - I_2(\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^2 \partial t^2}) (2.49)$$

Burada  $\mathcal{N}(w_0)$  ifadesi eksenel yükler arasındaki ilişki cinsinden aşağıda verilmiştir. Lineer analiz durumda sıfır alınır [39].

$$\mathcal{N}(w_0) = \frac{\partial}{\partial x} \left( N_{xx} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{yy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)$$
(2.50)

# 2.1.5.3 Bileşik Tabakanın Katılık Matrisleri ve Yönetici Diferansiyel Denklemlerinin Belirlenmesi

(2.44) ifadesinde verilen kuvvet ve moment ifadeleriyle tek bir tabaka için gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi ifadesi (2.31) ve membran ve eğilme şekil değişimleri ilişkisi ifadesi (2.37) kullanılarak, bileşik tabakanın şekil değişimi ve yer değişimi ilişkisi belirlenir. Bu durumda bileşik tabakanın kuvvet şekil değiştirme ilişkisi (2.51)'de, moment şekil değiştirme ilişkisi (2.52)'de gösterilmiştir [39].

$$\begin{cases} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^{N} \int_{z_{k}}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^{N} \int_{z_{k}}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} + z\varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} + z\varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} + z\gamma_{xy}^{(1)} \end{bmatrix} dz$$

$$\begin{cases} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{yy}^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{N} \int_{z_{k}}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^{N} \int_{z_{k}}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} + z\varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} + z\varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} + z\varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{yy}^{(0)} + z\gamma_{xy}^{(1)} \end{bmatrix} z dz$$

$$\begin{cases} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xy}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{yy}^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xy}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{yy}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$(2.52)$$

Yukarıdaki (2.51) ve (2.52) ifadelerinde N toplam tabaka sayısıdır.  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  ve  $D_{ij}$  ise sırasıyla uzama, eğilme-uzama birleşme ve eğilme katılık matrisleri olarak tanımlanır. Dönüşüme uğramış indirgenmiş katılık matrisi cinsinden yazımları aşağıda gösterilmiştir.

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \overline{Q}_{ij} (1, z, z^2) dz = \sum_{k=1}^{N} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \overline{Q}_{ij}^{(k)} (1, z, z^2) dz$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \overline{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1} - z_k), B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} \overline{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^2 - z_k^2), D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{N} \overline{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^3 - z_k^3)$$

 $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  ve  $D_{ij}$  matrisleri (x,y)'nin fonksiyonları olduğundan, yukarıdaki (2.51) ve (2.52) ifadeleri birarada daha sade halde aşağıda gösterilmiştir.

$$\begin{cases} \{N\} \\ \{M\} \end{cases} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{cases} \{\varepsilon^0\} \\ \{\varepsilon^1\} \end{bmatrix}$$
(2.54)

(2.38) ifadesi (2.51) ve (2.52)'de yerine konularak kuvvet-şekil değişimi ve momentşekil değişimi ilişkileri, yer değişimlerine bağlı olarak aşağıdaki (2.55) ve (2.56) ifadelerindeki gibi yazılır.

$$\begin{cases}
N_{xx} \\
N_{yy} \\
N_{xy}
\end{cases} = \begin{bmatrix}
A_{11} & A_{12} & A_{16} \\
A_{12} & A_{22} & A_{26} \\
A_{16} & A_{26} & A_{66}
\end{bmatrix}
\begin{cases}
\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)^2 \\
\frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)^2 \\
\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y}
\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}
B_{11} & B_{12} & B_{16} \\
B_{12} & B_{22} & B_{26} \\
B_{16} & B_{26} & B_{66}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\
\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\
\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}
\end{bmatrix}$$
(2.55)

$$\begin{cases}
 M_{xx} \\
 M_{yy} \\
 M_{xy}
 \end{cases} = \begin{bmatrix}
 B_{11} & B_{12} & B_{16} \\
 B_{12} & B_{22} & B_{26} \\
 B_{16} & B_{26} & B_{66}
 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
 \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)^2 \\
 \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)^2 \\
 \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y}
 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix}
 D_{11} & D_{12} & D_{16} \\
 D_{12} & D_{22} & D_{26} \\
 D_{16} & D_{26} & D_{66}
 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\
 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\
 2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}
 \end{bmatrix}$$
(2.56)

Bundan sonra (2.55)'te verilen kuvvet ve (2.56)'da verilen moment değerlerinin kısmi türevleri alınıp, (2.47), (2.48) ve (2.49)'da verilen denge denklemlerinde yerine yazılmasıyla elde edilen Klasik Laminasyon Teorisi'nin (KLT) genel diferansiyel denklemleri (2.57), (2.58) ve (2.59) aşağıdaki gibi gösterilir [39].

$$A_{11}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\right) + A_{12}\left(\frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial w_{0}}{\partial y}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\right) + A_{16}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\right) + A_{16}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\right) + A_{16}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial w_{0}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\right) + A_{16}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}}\right) + A_{16}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}}\right) + A_{16}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}}\right) + A_{16}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}}\right) + A_{16}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}}\right) + A_{16}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}}\right) + A_{16}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial x^{2}}\frac{\partial w_{0}}{\partial y^{2}}\right) + A_{16}\left(\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial x^{2}} - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial x^{2}\partial y}\right) - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}} - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}} - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}} - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}}\right) + B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}} - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}} - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}} - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}} - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}} - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}} - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}} - B_{16}\frac{\partial^{2}w_{0}}}{\partial y^{2}} - B_{$$

$$A_{16}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x^{2}}+\frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\right)+A_{26}\left(\frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial w_{0}}{\partial y}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\right)+A_{66}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial w_{0}}{\partial y}+\frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\right)$$
$$-B_{16}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{3}}-B_{26}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x\partial y^{2}}-2B_{66}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{2}\partial y}-B_{12}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{2}\partial y}-B_{22}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial y^{3}}-2B_{26}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x\partial y^{2}}-\left(\frac{\partial N_{xy}^{T}}{\partial x}+\frac{\partial N_{yy}^{T}}{\partial y}\right)$$
$$+A_{12}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\right)+A_{22}\left(\frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial y^{2}}+\frac{\partial w_{0}}{\partial y}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}}\right)+A_{26}\left(\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial y^{2}}+\frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\frac{\partial w_{0}}{\partial y}+\frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}}\right)$$
$$=I_{0}\frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial t^{2}}-I_{1}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y\partial t^{2}}$$
(2.58)

$$B_{11}\left(\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{3}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{3}}\right) + B_{12}\left(\frac{\partial^{3}u_{0}}{\partial x\partial y^{2}}\frac{\partial^{3}v_{0}}{\partial x^{2}\partial y} + 2\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x\partial y^{2}} + \frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial y}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{2}\partial y}\right) \\ + B_{16}\left(3\frac{\partial^{3}u_{0}}{\partial x^{2}\partial y} + \frac{\partial^{3}v_{0}}{\partial x^{3}} + \frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{3}}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + 4\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y\partial y} + 3\frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{2}\partial y}\right) + B_{22}\left(\frac{\partial^{3}v_{0}}{\partial y^{3}} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{2}\partial y}\right) \\ + B_{26}\left(\frac{\partial^{3}u_{0}}{\partial y^{3}} + 3\frac{\partial^{3}v_{0}}{\partial x\partial y^{2}} + 4\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial y^{3}} + \frac{\partial w_{0}}{\partial y}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x\partial y^{2}} + \frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{2}\partial y^{2}}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{3}} + \frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial y}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial y^{3}} + \frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial y}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{2}\partial y^{2}} + \frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x\partial y^{2}}\frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial y}\right) \\ + 2B_{66}\left(\frac{\partial^{3}u_{0}}{\partial x\partial y^{2}} + \frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x^{2}\partial y}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{3}w_{0}}{\partial x\partial y^{2}}\frac{\partial w_{0}}{\partial y}\right) \\ - D_{11}\frac{\partial^{4}w_{0}}{\partial x^{4}} - 2D_{12}\frac{\partial^{4}w_{0}}{\partial x^{2}\partial y^{2}} - 4D_{16}\frac{\partial^{4}w_{0}}{\partial x^{3}\partial y} - D_{22}\frac{\partial^{4}w_{0}}{\partial y^{4}} - 4D_{26}\frac{\partial^{4}w_{0}}{\partial x\partial y^{3}} - 4D_{66}\frac{\partial^{4}w_{0}}{\partial x^{2}\partial y^{2}} \\ - \left(\frac{\partial^{2}M_{xx}}{\partial x^{2}} + 2\frac{\partial^{2}M_{yy}}{\partial y\partial x} + \frac{\partial^{2}M_{yy}}{\partial y^{2}}\right) + \mathcal{N}(w_{0}) + q = I_{0}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}} + I_{1}(\frac{\partial^{3}u_{0}}{\partial x\partial^{2}} + \frac{\partial^{3}v_{0}}{\partial y\partial^{2}}) - I_{2}(\frac{\partial^{4}w_{0}}{\partial x^{2}\partial z^{2}} + \frac{\partial^{4}w_{0}}{\partial y^{2}\partial^{2}})$$

$$(2.59)$$

### 2.1.5.4 Simetrik Katmanlı Kompozit Plaklar

Simetrik katmanlı kompozit plaklar orta simetri düzlemi etrafında geometri ve malzeme özellikleri bakımından simetriktir. Orta simetri düzleminin (referans düzlemi) her iki tarafındaki tabakalar, orta simetri düzlemine eşit uzaklıkta, aynı kalınlıkta, ayn dizilim açısında ve aynı malzeme özelliklerine sahiptir. Bu yapıda tabakaların dönüşüme uğramış indirgenmiş katılık matrisleri  $(\overline{Q_{ij}})_k$  ve kalınlıkların simetrisinden ötürü tüm eğilme-uzama birleşme katılık matrisi elemanları sıfır olur ( $B_{ij} = 0$ ). Bu durum hesaplamalarda önemli bir kolaylık sağlar. Bu tip yapıların bir diğer önemli özelliği sertleşme işlemini izleyen soğuma sırasında ısıl gerilmelerden dolayı bir burkulma göstermezler. Bu nedenle özel koşullar simetrik olmayan bir durum gerektirmedikçe, simetrik katmanlı plaklar kullanılır [46]. Simetrik tabakalı yapının kuvvet ve moment denklemleri aşağıda gösterilmiştir [39].

$$\begin{cases} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{cases} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{cases}$$
(2.60)

$$\begin{cases} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}$$
(2.61)

## 2.2 Simetrik Katmanlı Kompozit Plakların Statik ve Dinamik Analizi

Simetrik katmanlı kompozit plakların statik ve dinamik analizinde Navier tipi gerçek analitik çözümler sadece basit mesnet sınır koşulları ve belirli tipteki kompozit plaklar için mümkün olmaktadır. Seçilen farklı sınır koşullarında ve farklı açılarda sıralanmış tabakalardan oluşan kompozit plaklar için hesaplama yapmak için Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri (Moment, Galerkin, En Küçük Kareler ve Kolokasyon yöntemleri), Varyasyonel Yöntemler (Rayleigh-Ritz yöntemi), Sonlu Farklar Yöntemi, Sonlu Elemanlar Yöntemi vb. yaklaşık çözüm yöntemlerinin kullanımı zorunlu olmaktadır [39].

Bu kısımda önce Ağırlıklı Artıklar (Kalanlar) yöntemleri tanıtılmıştır. Ardından, bu çalışmadaki parametrik analizlerde kullanılan Galerkin Yöntemi ve En Küçük Kareler Yöntemi'nin simetrik katmanlı kompozit plakların eğilme ve serbest titreşim problemlerine uygulanması gösterilmiştir.

## 2.2.1 Ağırlıklı Artıklar (Kalanlar) Yöntemleri

Diferansiyel denklem formunda verilmiş bir matematiksel modelde, yaklaşık çözümü elde edebilmek için seçilen yaklaşım fonksiyonunun diferansiyel denklemde yerine konulmasıyla sıfırdan farklı bir değer elde edilecektir. Bu değer kalan ya da artık değer ( $\varepsilon_R$ ) olarak tanımlanır. Hata fonksiyonu olarak da tanımlanabilecek bu artık değerin belli ağırlık fonksiyonlarıyla ( $\varphi$ ) çarpımının bölge üzerinde en aza indirilmesi için yapılan işlemlere ağırlıklı artıklar (kalanlar) yöntemi denir [39].

$$\int_{\Omega} \varepsilon_R \, \varphi \, d\Omega = 0 \tag{2.62}$$

Problemin gerçek çözümü (*u*), ana denklemi her noktada (*x*, *y*, *z*, *t*) sağlar. Ana denklemi veya sınır koşullarını sağlayan  $\phi_i$  deneme fonksiyonları (yaklaşım veya koordinat fonksiyonları) ile belirlenecek sabit katsayıların ( $c_i$ ) çarpımıyla elde edilen problemin yaklaşık çözümü ( $u_{(n)}$ ) aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$u_{(n)} = \sum_{i=1}^{N} c_i \phi_i ; \ u_{(n)} \to u \quad n \to \infty \text{ (limit hali)}$$
(2.63)

$$\varepsilon_R(x, y, z, t) \neq 0 \tag{2.64}$$

#### 2.2.1.1 Moment Yöntemi

Moment yönteminde, hata fonksiyonu ( $\mathcal{E}_R$ ) ve momentlerinin bölge üzerinde toplamı en aza indirilmeye çalışılır.

$$\int_{\Omega} \varepsilon_R x^n \, d\Omega = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$
(2.65)

### 2.2.1.2 Kolokasyon Yöntemi

Diğer ağırlıklı artıklar yöntemlerinden farklı olarak Kolokasyan Yöntemi'nde, çözüm bölgesinde seçilen n adet  $x_i \equiv (x_i, y_i)$  noktasında hata fonksiyonunun ( $\mathcal{E}_R$ ) sıfırlanması yöntemidir. Nokta sayısı arttıkça sonucun hassasiyeti artar. Seçilen noktaların yeri iyi bir çözüm elde etmek için önemlidir.

$$\mathcal{E}_{R}(x_{i}, y_{i}, z_{i}, t) = 0, \qquad i = 1, 2, ..., n$$
 (2.66)

# 2.2.1.3 Galerkin Yöntemi

Galerkin yönteminde hata fonksiyonunu ( $\mathcal{E}_R$ ) problemin temel diferansiyel denklemindeki önceden seçilen yaklaşım fonksiyonu terimleri  $\phi_i$ 'ler ile çarpıp bölge

üzerinde integrali sıfıra eşitlenerek çözüm yapılır. Ağırlıklı artıklar yöntemleri içinde çok güçlü bir yöntem olarak bilinir.

$$\int_{\Omega} \varepsilon_R \phi_i \, d\Omega = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{2.67}$$

### 2.2.1.4 En Küçük Kareler Yöntemi

Hata fonksiyonunun karesini bölge üzerinde integre ettikten sonra katsayılara göre minimize etmeye çalışan yönteme en küçük kareler yöntemi denir.

$$\frac{\partial}{\partial c_i} \int_{\Omega} (\varepsilon_R)^2 \, d\Omega = 0 \text{ veya } \int_{\Omega} \frac{\partial \varepsilon_R}{\partial c_i} \varepsilon_R \, d\Omega = 0 \tag{2.68}$$

# 2.2.2 Simetrik Katmanlı Kompozit Plakların Eğilmesi

Mühendislikte matematiksel modelleme, doğadaki mühendislik problemlerinin matematiksel olarak ifade edilip; belirlenen denklem takımlarıyla (bölge denklemleri, başlangıç ve sınır koşulları) yardımıyla çözülmesidir. Bu çalışmadaki statik analiz kısmında düzgün yayılı yanal yük (q) etkisindeki simetrik katmanlı kompozit plakların eğilmesi incelenmiştir. Düzgün yayılı yanal yük (q) etkisindeki dikdörtgen geometrideki plak Şekil 2.7'de gösterilmiştir.



Şekil 2. 7 Düzgün yayılı yanal yük (q) etkisindeki plak

#### 2.2.2.1 Galerkin Yöntemi'nin Uygulanması

Kompozit plakların Klasik Laminasyon Teorisi'ne (KLT) göre yönetici diferansiyel denklemi kartezyen formda (2.59) denkleminde verilmiştir. Simetrik katmanlı kompozit plakların eğilmesinde, eğilme-uzama birleşme matrisi  $B_{ij}$  sıfır olduğundan (2.61) ifadesinden faydalanarak, en genel haldeki diferansiyel denklemde (2.59) lineer olmayan terimler, eğilme-uzama terimleri, eğilme-burulma terimleri, eksenel yönlerdeki yükler ve kütlesel atalet momenti terimleri sadeleştirildiğinde elde edilen diferansiyel denklem aşağıdaki gibi yazılır.

$$(D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16}\frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26}\frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}) + q(x, y) = 0$$
(2.69)

Yukarıdaki ifadede w çökme fonksiyonudur.  $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ,  $D_{16}$ ,  $D_{22}$ ,  $D_{26}$  ve  $D_{66}$  eğilme katılık matrisi elemanları (2.53) ifadesinde gösterildiği gibi hesaplanır.

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{N} \overline{Q}_{ij}^{(k)} \left( z_{k+1}^3 - z_k^3 \right)$$
(2.70)

Yukarıdaki ifadede yer alan  $\overline{Q}_{ij}$  dönüşüme uğramış indirgenmiş katılık matrisinin elemanları, (2.32) ifadesinde gösterildiği gibi, her tabakanın genel eksenle yaptığı  $\theta$ açısı ve  $Q_{ij}$  indirgenmiş katılık matrisi elemanlarından faydalanarak her tabaka için ayrı ayrı hesaplanır.

$$\overline{Q}_{11} = Q_{11}\cos^{4}(\theta) + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^{2}(\theta)\cos^{2}(\theta) + Q_{22}\sin^{4}(\theta)$$

$$\overline{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\sin^{2}(\theta)\cos^{2}(\theta) + Q_{12}(\sin^{4}(\theta) + \cos^{4}(\theta))$$

$$\overline{Q}_{22} = Q_{11}\sin^{4}(\theta) + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^{2}(\theta)\cos^{2}(\theta) + Q_{22}\cos^{4}(\theta)$$

$$\overline{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin(\theta)\cos^{3}(\theta) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin^{3}(\theta)\cos(\theta)$$

$$\overline{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^{3}(\theta)\cos(\theta) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin(\theta)\cos^{3}(\theta)$$

$$\overline{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\sin^{2}(\theta)\cos^{2}(\theta) + Q_{66}(\sin^{4}(\theta) + \cos^{4}(\theta))$$
(2.71)

Yukarıdaki ifadedeki  $Q_{ij}$  indirgenmiş katılık matrisi elemanlarının ortotropik malzemeler için mühendislik sabitleri cinsinden yazımı (2.24)'te gösterilmişti. Mühendislik sabitleri (E,G ve v) (2.24) ifadesinde, (2.24) ifadesi ve tabakaların açıları (2.71) ifadesinde, (2.71) ifadesi ve her bir tabakanın referans düzleminden uzaklığı da (2.70) ifadesinde yazılarak  $D_{ij}$  eğilme katılık matrisi elemanları belirlenmiş olur.

Plak kenarlarındaki ankastre mesnet ve basit mesnet sınır koşulları aşağıdaki gibi ifade edilir.

Ankastre mesnet durumunda levha kenarları boyunca çökme ve eğim sıfırdır.

$$w = 0$$
 ve  $\frac{\partial w}{\partial x} = 0$   $x = 0$ , *a* için  
 $w = 0$  ve  $\frac{\partial w}{\partial y} = 0$   $y = 0$ , *b* için (2.72)

Basit mesnet durumunda levha kenarları boyunca çökme ve eğilme momenti sıfırdır.

$$w(x,0) = 0 , w(x,b) = 0 , w(0,y) = 0 , w(a,y) = 0$$
  
$$M_{xx}(0,y) = 0 , M_{xx}(a,y) = 0 , M_{yy}(x,0) = 0 , M_{yy}(x,b) = 0$$
 (2.73)

Diferansiyel denklemdeki yaklaşık çökme foksiyonu en genel halde seçilen  $c_i$  katsayılarının yaklaşım fonksiyonu ile çarpımı olarak yazılabilir.

$$w_0 = c_i \phi_i \phi_j \tag{2.74}$$

Plak kenarlarındaki sınır koşullarını sağlayacak biçimde seçilen şekil fonksiyonları Çizelge 2. 2'de verilmiştir. Seçilen şekil fonksiyonlarında ilk üç terim alınmıştır.

Galerkin Yöntemi'yle  $c_i$  sabitlerini belirlemek için diferansiyel formdaki bölge denklemi seçilen yaklaşım fonksiyonu ile çarpılıp bölge üzerinde integre edilip sıfıra eşitlenir.

$$\int_{0}^{b} \int_{0}^{a} \left( \left( D_{11} \frac{\partial^{4} w_{o}}{\partial x^{4}} + 4D_{16} \frac{\partial^{4} w_{o}}{\partial x^{3} \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^{4} w_{o}}{\partial x^{2} \partial y^{2}} + 4D_{26} \frac{\partial^{4} w_{o}}{\partial x \partial y^{3}} + D_{22} \frac{\partial^{4} w_{o}}{\partial y^{4}} - q(x, y) \right) \phi_{i} \phi_{j} d_{x} d_{y} = 0$$
(2.75)

Denklemin çözümünden elde edilen  $c_i$  sabitleri ile yaklaşım fonksiyonu çarpılarak bölgenin aranan noktası için yaklaşık çökme değeri bulunur.

Sınır Koşulları	Şekil Fonksiyonları	
Dört kenar ankastre mesnetli	$\phi_i \phi_j = x^{2i} (a - x)^{2i} y^{2j} (b - y)^{2j}$	(2.76)
Dört kenar basit mesnetli	$\phi_i \phi_j = \left(Sin(\frac{i\pi x}{a})\right) \left(Sin(\frac{j\pi y}{b})\right)$	(2.77)

Çizelge 2. 2 Sınır koşulları için seçilen şekil fonksiyonları (i = 1,...,m ; j = 1,..,n)

#### 2.2.2.2 En Küçük Kareler Yöntemi'nin Uygulanması

Düzgün yayılı yanal yük (q) etkisindeki simetrik katmanlı kompozit plakların eğilmesinde elde edilen diferansiyel denklem (2.69)'da verilmiştir.

$$(D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16}\frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26}\frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}) + q(x, y) = 0$$
 (2.78)

Burada w çökme fonksiyonunu ifade etmektedir. D<sub>11</sub>, D<sub>12</sub>, D<sub>16</sub>, D<sub>22</sub>, D<sub>26</sub> ve D<sub>66</sub> eğilme katılık matrisi elemanları Galerkin Yöntemi eğilme problemine uygulanırken bulunmuştur. Sınır koşulları için (2.72) ve (2.73) ifadelerinden yararlanılır.

Diferansiyel denklemdeki yaklaşık çökme foksiyonu en genel halde  $c_i$  katsayılarının seçilen yaklaşım fonksiyonu ile çarpımı olarak yazılabilir.

$$w_0 = c_i \phi_i \phi_j \tag{2.79}$$

Plak kenarlarındaki sınır koşullarını sağlayacak şekilde seçilen şekil fonksiyonları Çizelge 2.2' de verilmiştir.

 $c_i$  sabitlerini belirlemek için önce diferansiyel formdaki bölge denkleminin karesi bölge üzerinde integre edilir.

Doğal frekans değerini ( $\omega$ ) belirlemek için diferansiyel formdaki bölge denkleminin karesi bölge üzerinde integre edildikten sonra ifadenin sabitlere göre ( $c_i$ ) türevleri sıfıra eşitlenir.

$$\frac{\partial}{\partial c_i} \int_0^b \int_0^a \left( D_{11} \frac{\partial^4 w_{mn}}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w_{mn}}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_{mn}}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w_{mn}}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w_{mn}}{\partial y^4} + I_0 w_{mn} \right)^2 d_x d_y = 0$$
(2.80)

Denklemin çözümünden elde edilen  $c_i$  sabitleri ile yaklaşım fonksiyonu çarpılarak bölgenin aranan noktası için yaklaşık çökme değeri bulunur.

# 2.2.3 Simetrik Katmanlı Kompozit Plakların Serbest Titreşimi

### 2.2.3.1 Galerkin Yöntemi'nin Uygulanması

Simetrik katmanlı kompozit plakların serbest titreşiminde (2.61) ifadesinden faydalanarak, KLPT'deki en genel haldeki (2.59) denklemindeki doğrusal olmayan terimler, eğilme-uzama terimleri, eğilme-burulma terimleri, yanal ve eksenel yönlerdeki yüklemeler sadeleştirildiğinde elde edilen diferansiyel denklem aşağıdaki gibi yazılır.

$$(D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16}\frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26}\frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4})$$
$$+ I_0 \ddot{w} - I_2 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2}\right) = 0$$
(2.81)

Burada w çökme fonksiyonunu ifade etmektedir. D<sub>11</sub>, D<sub>12</sub>, D<sub>16</sub>, D<sub>22</sub>, D<sub>26</sub> ve D<sub>66</sub> eğilme katılık matrisi elemanları bir önceki kısımda eğilme probleminin çözümünde gösterilmişti.

Burada  $I_0$  ve  $I_2$  kütlesel atalet momentleri (2.46) ifadesinden faydalanarak aşağıdaki gibi gösterilir.

$$I_0 = \sum_{k=1}^{L} \rho_0^{(k)} (z_{k+1} - z_k), \quad I_2 = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{L} \rho_0^{(k)} (z_{k+1}^3 - z_k^3)$$
(2.82)

Burada  $\rho_0$  plak malzemesinin yoğunluğunu ifade etmektedir.  $I_0$  değeri (2.82) ifadesine göre hesaplanır.  $I_2$  değeri  $I_0$ 'ın yanında ihmal edilecek kadar küçük olduğu için dikkate alınmaz [39]. Bu durumda diferansiyel denklem aşağıda verildiği gibidir.

$$(D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16}\frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26}\frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}) + I_0 \ddot{w} = 0$$
(2.83)

Sınır koşulları için (2.72) ve (2.73) ifadelerinden yararlanılır.

Diferansiyel denklemdeki yaklaşık çökme foksiyonu en genel halde  $c_i$  katsayılarının seçilen yaklaşım fonksiyonu ile çarpımı olarak yazılabilir.

$$w_0 = c_i \phi_i \phi_j \tag{2.84}$$

Sınır koşullarını sağlayan yaklaşım fonksiyonları Çizelge 2.2'de gösterilmiştir. Seçilen şekil fonksiyonlarında ilk üç terim alınmıştır.

Serbest titreşim probleminde basit harmonik hareket kabul edilmektedir [39].

$$w_{mn}(t) = w_{mn}^0 e^{i\omega t}$$
(2.85)

Burada  $\omega$  doğal frekans,  $w_{mn}^0$  titreşim modunun genliği, m ve n ise mod şekilleri olarak tanımlanır.

Doğal frekans değerini ( $\omega$ ) belirlemek için diferansiyel formdaki bölge denklemi seçilen yaklaşım fonksiyonu ile çarpılıp integrali sıfıra eşitlenir.

$$\int_{0}^{b} \int_{0}^{a} \left( \left( D_{11} \frac{\partial^{4} w_{mn}}{\partial x^{4}} + 4D_{16} \frac{\partial^{4} w_{mn}}{\partial x^{3} \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^{4} w_{mn}}{\partial x^{2} \partial y^{2}} + 4D_{26} \frac{\partial^{4} w_{mn}}{\partial x \partial y^{3}} + D_{22} \frac{\partial^{4} w_{mn}}{\partial y^{4}} + I_{0} w_{mn} \right) \phi_{i} \phi \right) d_{x} d_{y} = 0$$
(2.86)

(2.86) ifadesinden elde edilen genelleştirilmiş özdeğer probleminde çözümün sıfırdan farklı olması için katsayılar matrisinin determinantı sıfıra eşitlenir. Bulunan en küçük pozitif kök asal doğal frekanstır  $\omega_0$  ( $f_0$ ).

#### 2.2.3.2 En Küçük Kareler Yöntemi'nin Uygulanması

Simetrik katmanlı kompozit plakların serbest titreşiminde elde edilen diferansiyel denklem (2.83)'te verilmiştir.

$$(D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16}\frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26}\frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}) + I_0 \ddot{w} = 0 \quad (2.83)$$

Burada w çökme fonksiyonunu,  $I_0$  kütlesel atalet momentini, ifade etmektedir. D<sub>11</sub>, D<sub>12</sub>, D<sub>16</sub>, D<sub>22</sub>, D<sub>26</sub> ve D<sub>66</sub> eğilme katılık matrisi elemanlarının bulunuşu Galerkin Yöntemi'nin eğilme problemine uygulanmasında gösterilmiştir. (2.83) ifadesindeki  $I_0$  kütlesel atalet momenti Galerkin yönteminin serbest titreşim problemine uygulanışı kısmında gösterildiği biçimde bulunur.

Sınır koşulları için (2.72) ve (2.73) ifadelerinden yararlanılır.

Diferansiyel denklemdeki yaklaşık çökme foksiyonu en genel halde seçilen  $c_i$  katsayılarının yaklaşım fonksiyonu ile çarpımı olarak yazılabilir.

$$w_0 = c_i \phi_i \phi_j \tag{2.87}$$

Plak kenarlarındaki sınır koşullarını sağlayacak şekilde seçilen polinom ve trigonometrik formdaki şekil fonksiyonları Çizelge 2.2'de verilmiştir.

Serbest titreşim probleminde basit harmonik hareket kabul edilmektedir [39].

$$w_{mn}(t) = w_{mn}^0 e^{i\omega t}$$
(2.88)

Burada  $\omega$  doğal frekans,  $w_{mn}^0$  titreşim modunun genliği, m ve n ise mod şekilleri olarak tanımlanır.

Doğal frekans değerini ( $\omega$ ) belirlemek için diferansiyel formdaki bölge denkleminin karesi bölge üzerinde integre edildikten sonra ifadenin sabitlere ( $c_i$ ) göre türevleri sıfıra eşitlenir.

$$\frac{\partial}{\partial c_{i}} \int_{0}^{b} \int_{0}^{a} \left( D_{11} \frac{\partial^{4} w_{mn}}{\partial x^{4}} + 4D_{16} \frac{\partial^{4} w_{mn}}{\partial x^{3} \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^{4} w_{mn}}{\partial x^{2} \partial y^{2}} + 4D_{26} \frac{\partial^{4} w_{mn}}{\partial x \partial y^{3}} + D_{22} \frac{\partial^{4} w_{mn}}{\partial y^{4}} + I_{0} w_{mn} \right)^{2} d_{x} d_{y} = 0$$
(2.89)

Elde edilen genelleştirilmiş özdeğer probleminde çözümün sıfırdan farklı olması için katsayılar matrisinin determinantı sıfıra eşitlenir. Bulunan en küçük pozitif kök asal doğal frekanstır  $\omega_0$  ( $f_0$ ).

# BÖLÜM 3

# STATİK VE DİNAMİK ANALİZ SONUÇLARI

Bu bölümde ilk kısımda parametrik analizlerde incelenen parametreler; plak geometrisi, seçilen kenar oranları, malzeme özellikleri ve plak içindeki tabakaların dizilim sıralamaları gösterilmiştir. İkinci kısımda Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözümleme yapan ANSYS paket yazılımının kullanımında yapılan kabuller; seçilen eleman tipi ve eleman büyüklüğü gösterilmiştir. Son kısımda ise önceki kısımlarda seçilen parametreler için, ankastre mesnet ve basit mesnet sınır koşullarındaki simetrik katmanlı kompozit plakların eğilme ve serbest titreşim problemlerinin, Galerkin Yöntemi, En Küçük Kareler Yöntemi ve Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözümleme yapan ANSYS paket yazılımıyla bulunan sonuçları gösterilmiştir.

# 3.1 Parametrik Analizlerde İncelenen Plak Geometrisi, Malzeme Özellikleri ve Tabakaların İstiflenme Sıralaması

Dikdörtgen plak geometrisi Şekil 3.1'de gösterildiği gibidir. Plağın a kenarı x doğrultusunda, b kenarı ise y doğrultusunda yer almaktadır.



Şekil 3. 1 Plak Geometrisi

Kenarlarından basit mesnetlenmiş, düzgün yayılı yanal yük etkisindeki simetrik plağın yaklaşık çökme değeri Galerkin katmanlı kompozit Yöntemi'yle Bölüm 2'de gösterilmişti. Tek terim için  $w_0=c1.Sin(\pi.x/a).Sin(\pi.y/b)$  biçiminde ifade edilir. Bölüm 2'de gösterilen hesaplamalar sonucunda sabit değer  $c1=(16.a^4.b^4.g)/((b^4.D11+2.a^2.b^2.D12+a^4.D22+4.a^2.b^2.D66).\pi^6)$  olarak bulunur. Plak kare olduğunda (a=b) farklı kenar oranları (a/b ve b/a) için bulunan sabit "c1" değeri ve yaklaşık çökme değeri eşittir. a ve b değerlerinin birbirinden farklı olması durumunda c1 ifadesinde görüldüğü gibi  $a^4$ 'lü terimin carpanı D22,  $b^4$ 'lü terimin carpanı D11'dir, dolayısıyla maksimum çökme değerleri farklı çıkmaktadır. Bu durum eğilme problemindeki ankastre mesnet sınır koşulunda ve serbest titreşim probleminde de ankastre mesnet ve basit mesnet sınır koşullarında benzer olarak görülmektedir. Enine ve boyuna yapı sistemlerini temsil etmesi düşünülerek a/b ve b/a kenar oranları 11 farklı değer için incelenmiştir. Parametrik analizlerde incelenen kenar oranları Çizelge 3.1'de gösterilmiştir. ANSYS paket yazılımıyla yapılan karşılaştırmalarda plak kısa kenarı 0.2 m alınmıştır.

Kenar Oranları											
a/b	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.6	1.8	2	2.5	3	4
b/a	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.6	1.8	2	2.5	3	4

Çizelge 3. 1 Parametrik analizlerde incelenen kenar oranları

Gemilerin enine ve boyuna sistemde yapılmasına göre levha kenarında oluşabilecek farklı durumları araştırmak amacıyla ankastre mesnet ve basit mesnet sınır koşulları için incelenmiştir. ANSYS paket yazılımıyla yapılan karşılaştırmalarda eğilme probleminde düzgün yayılı yanal yük 10000 N/m<sup>2</sup> alınmıştır.

Günümüzde inşa edilen kompozit teknelerde genellikle, takviye çeşidi olarak cam, aramid veya karbon elyaf ile matris malzemesi olarak ise termoset reçine çeşitlerinden polyester, vinilester veya epoksi kullanılmaktadır. Bu çalışmada tabaka malzemesi olarak T300-934 kodlu karbon elyaf takviyeli epoksi seçilmiştir. Bu malzemenin özellikleri Çizelge 3.2'de verilmiştir. ANSYS paket yazılımıyla yapılan karşılaştırmalarda her tabakanın kalınlığı t=0.0002 m. alınmıştır.

Boyuna Young(Elastisite) modülü (E <sub>11</sub> )	148 . 10 <sup>9</sup> (N/m <sup>2</sup> )
Enine Young(Elastisite) modülü (E <sub>22</sub> )	9,65 . 10 <sup>9</sup> (N/m <sup>2</sup> )
Boyuna kayma modülü (G <sub>12</sub> )	4,55 . 10 <sup>9</sup> (N/m <sup>2</sup> )
Boyuna Poisson oranı ( $v_{12}$ )	0.30
Yoğunluk ( $ ho_{_0}$ )	1,5 . 10 <sup>3</sup> (kg/m <sup>3</sup> )
Tabaka kalınlığı (t)	0.000185 – 0.000213 (m)

Çizelge 3. 2 Malzeme özellikleri [52, 53]

45°, 0°, 90<sup>°</sup> ve -45<sup>°</sup> açılarındaki tabakaların plak içindeki istiflenme kombinasyonlarından oluşan 24 tipte simetrik katmanlı kompozit plak Çizelge 3. 3'te gösterilmektedir. Burada LT ifadesi grafik ve tablolarda gösterim tekniği kolaylığı sağlaması için seçilmiş olan tabaka tiplerinin kısaltılmış gösterimidir. Tabakalardaki alt indis "n", o tabakadan n (n = 1, 2, 3...) adet bulunduğunu, alt indis "s" ise yapının orta simetri yüzeyine göre simetrik olduğunu ifade etmektedir. Örneğin; n değeri 2 seçildiğinde; kodlu LT1 simetrik katmanlı kompozit plak  $[-45_2/0_2/45_2/90_2]_s$ veya [-45/-45/0/0/45/45/90/90/90/90/45/45/0/0/-45/-45] biçiminde gösterilebilir. LT1 kodlu plak içindeki tabakaların dizilimi Şekil 3. 2'de görülmektedir. ANSYS paket yazılımıyla yapılan karşılaştırmalarda n değeri 2 seçilmiştir. Bu durumda 16 tabakadan oluşan plakların kalınlığı h=0.0032 m., "plak kısa kenarı/plak kalınlığı" oranı 62.5 olmaktadır.

LT1	[-45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>	LT13	[45 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>
LT2	[-45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /90 <sub>2</sub> /45 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub>	LT14	[45 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>
LT3	[-45 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>	LT15	[45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>
LT4	[-45 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>	LT16	[45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>
LT5	[-45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>	LT17	[45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>
LT6	[-45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>	LT18	[45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>
LT7	[0 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>	LT19	[90 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>
LT8	[0 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>	LT20	[90 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>
LT9	[0 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>	LT21	[90 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>
LT10	[0 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>	LT22	[90 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>
LT11	[0 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>	LT23	[90 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>
LT12	[0 <sub>n</sub> /90 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>	LT24	[90 <sub>n</sub> /45 <sub>n</sub> /0 <sub>n</sub> /-45 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub>

Çizelge 3. 3 Tabakaları farklı açılarda istiflenmiş simetrik katmanlı kompozit plak tipleri



Şekil 3. 2 LT1 kodlu  $[-45_2/0_2/45_2/90_2]_s$  plağı içindeki tabakaların istiflenmesi

# 3.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) Çözümleme Yapan ANSYS Paket Yazılımının Kullanımı

1940'lı yılların başlarından [54] günümüze kadar daha çok mühendislerin yapısal analizler için kullanıp geliştirdiği Sonlu Elemanlar Yöntemi'nde yapının davranışı daha önceden belirlenmiş çok sayıda elemana bölünüp, bu elemanların düğüm noktalarıyla birleştirilmesiyle elde edilen çok sayıda denklem takımının çözümü yapılır. Bu denklem takımındaki bilinmeyen ve hesaplanması istenen düğüm noktalarındaki değerlerin çözümü bilgisayar kullanımını gerektirmektedir [55].

Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle çözümleme yapan ANSYS paket yazılımı, bu çalışmada kullanılan yaklaşık çözüm yöntemleri Galerkin ve En Küçük Kareler Yöntemleri'yle bulunan sonuçlarla karşılaştırma yapmak için kullanılmıştır.

ANSYS yazılımında oluşturulacak sonlu elemanlar ağ yapısı için özel eleman tipleri bulunmaktadır. Yazılımda ince ve kalın tabakalı kompozit yapılarla, sandviç yapılar için dört farklı kabuk eleman tipi bulunmaktadır. Analizin çeşidine (doğrusal veya doğrusal olmayan) göre kabuk elemanlar SHELL99, SHELL 91, SHELL181 ve SHELL281 şeklinde değişiklik göstermektedir.

Plak kısa kenarı b=0.2 m, her tabakanın kalınlığı 0.0002 m, dört kenarı ankastre mesnetli 10000 N/m<sup>2</sup> düzgün yayılı yanal yük etkisindeki,  $[0_2/45_2/90_2/-45_2]_s$  dizilimli plağın (LT10), orta noktasındaki maksimum çökme değeri 11 farklı kenar oranı için, dört ayrı kabuk eleman kullanılarak hesaplanmıştır. Plak orta noktasındaki maksimum çökme değerlerinin (w) birbirine yakın sonuçlar verdiği Çizelge 3. 4'te görülmektedir.

Plak orta noktasındaki maksimum çökme değeri w(mm)								
a /h	SHELL99	SHEL91	SHELL181	SHELL281				
a/b	w (mm)	w (mm)	W (mm)	w(mm)				
1	0,1226	0,1227	0,1226	0,1226				
1,1	0,1589	0,1587	0,1589	0,1588				
1,2	0,1960	0,1957	0,1960	0,1959				
1,3	0,2322	0,2318	0,2322	0,2322				
1,4	0,2660	0,2656	0,2660	0,2662				
1,6	0,3235	0,3233	0,3235	0,3243				
1,8	0,3661	0,3663	0,3661	0,3675				
2	0,3955	0,3960	0,3955	0,3975				
2,5	0,4292	0,4307	0,4292	0,4325				
3	0,4345	0,4367	0,4345	0,4386				
4	0,4279	0,4304	0,4279	0,4322				

Çizelge 3. 4 ANSYS yazılımında farklı kabuk eleman kullanımının sonuçlara etkisi

Sonlu Elemanlar Yöntemi'ni (SEY) kullanan yazılımlar ile analizler gerçekleştirilirken uygun eleman tipi seçimi ile doğru sonuçlar elde edildiği gibi, çözüm süreleri de kısalmaktadır. Bu çalışmadaki parametrik analizlerde, zamandan bağımsız doğrusal bir çözüm yapıldığından ve incelenen geometri dörtgen olduğundan dolayı oluşturulan sonlu eleman ağ yapısı için uygun çözüm veren SHELL181 elemanı kullanılmıştır. Bu elemanla en çok 250 tabakalı yapı oluşturulabilmektedir. Eleman, Birinci Mertebeden Kayma Deformasyon Plak Teorisi (BMKDT)'ne göre yer değiştirmektedir. Dört düğüm noktasından (I, J, K, L) oluşan SHELL181 elemanı Şekil 3. 3'te görülmektedir.



Sekil 3. 3 SHELL181 kabuk elemanı [51]

Sonlu elemanlar yönteminde, sonlu sayıda elemanla oluşturulan ağ yapısındaki eleman sayısının arttırılması çözüm hassasiyetini arttırmaktadır. Ancak bu çalışmadaki gibi çok sayıda parametrenin incelendiği analizlerde işlem süreleri oldukça artarak yüksek işlemci kapasiteli bilgisayar kullanımı gerekir. ANSYS yazılımında SHELL181 ile uygun büyüklükte eleman ile sonlu eleman ağ yapısını oluşturmak için  $[0_2/45_2/90_2/-45_2]_s$ dizilimli plağın (LT10) ankastre mesnetli durumdaki eğilme problemi incelenmiştir. Eleman kenar uzunluğunun plak kısa kenarına oranı 1/2 alınarak hesaplamalara başlanmış ardından bu değer azaltılarak sonuçlara etkisi araştırılmıştır. Oranın 1/20'den sonra sonuçlara etkisi çok küçük mertebede olurken işlem süresini oldukça arttırdığı görülmektedir (Çizelge 3. 5). Bu çalışmadaki hesaplamaları için eleman kenar uzunluğunun plak kısa kenarına oranı 1/20 olan kare geometrideki ağ yapısı kullanılmıştır.

Plak orta noktasındaki maksimum çökme değeri w (mm)											
		Plak kısa kenarı / SHELL181 elemanı kenar uzunluğu									
	2	2 4 8 10 20 40 50									
a/b	w (mm) W (mm) w (mm) W (mm) W (mm) w (mm) w										
1	<b>1</b> 0,3763 0,1222 0,1226 0,1225 0,1226 0										
4	0,0075 0,3317 0,4078 0,4171 0,4279 0,4327										
Çözüm süresi (t: birim zaman)	3 t	3,5 t	5 t	6 t	13 t	35 t	55 t				

Çizelge 3. 5 ANSYS yazılımında sonlu elemanlar ağı için farklı boyutlarda eleman seçiminin, hesap sonuçlarına ve çözümleme sürelerine etkisi

### 3.3 Statik Analiz Sonuçları

Bu bölümde, Bölüm 3. 1 ve 3. 2'deki verilen parametrelerin kullanımıyla, düzgün yayılı lateral yük etkisindeki 24 farklı simetrik katmanlı kompozit plak tipinin maksimum çökme değerleri Galerkin Yöntemi, En Küçük Kareler Yöntemi ve SEY (ANSYS) ile bulunan sonuçları; ankastre mesnet sınır koşulu için Şekil 3. 4, 3. 7 ve Çizelge 3. 6, 3. 7'de ve basit mesnet sınır koşulu için ise Şekil 3. 8, 3. 11 ve Çizelge 3. 8, 3. 9'da sunulmaktadır.

Ankastre mesnet sınır koşullarında; Şekil 3. 4'te plak kısa kenarının b kenarı seçilmesi durumunda ve Şekil 3. 5'te plak kısa kenarının a kenarı seçilmesi durumunda üç yöntemle bulunan sonuçlar ayrı grafiklerle gösterilmektedir.

Şekil 3. 6'da plak kısa kenarının b kenarı seçilmesi durumunda ve Şekil 3. 7'de plak kısa kenarının a kenarı seçilmesi durumunda 12 farklı plak tipi üç yöntemle bulunan sonuçlar gösterilmektedir.

Basit mesnet sınır koşullarında; Şekil 3. 8'de plak kısa kenarının b kenarı seçilmesi durumunda ve Şekil 3. 9'da plak kısa kenarının a kenarı seçilmesi durumunda üç yöntemle bulunan sonuçlar ayrı grafiklerle gösterilmektedir.

Şekil 3. 10'da plak kısa kenarının b kenarı seçilmesi durumunda ve Şekil 3. 11'de plak kısa kenarının a kenarı seçilmesi durumunda 12 farklı plak tipi üç yöntemle bulunan sonuçlar gösterilmektedir.



Şekil 3. 4 Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi



(a)







(c)

Şekil 3. 5 Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi











(c)

Şekil 3. 6 Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1, LT11, LT6, LT20











(c)

Şekil 3. 7 Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1, LT11, LT6, LT20

a/b	YÖNTEM	LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT6	LT7	LT8
		w (mm)							
	Galerkin	0,1192	0,1190	0,1207	0,1207	0,1190	0,1192	0,1164	0,1168
	En Küçük Kareler	0,0499	0,0489	0,0465	0,0465	0,0490	0,0500	0,1010	0,1001
1,00	SEY (ANSYS)	0,1296	0,1333	0,1270	0,1270	0,1333	0,1296	0,1208	0,1226
	Galerkin	0,1497	0,1467	0,1467	0,1419	0,1373	0,1355	0,1539	0,1514
1 10	En Küçük Kareler	0,0588	0,0583	0,0559	0,0574	0,0603	0,0623	0,1255	0,1239
1,10	SEY (ANSYS)	0,1629	0,1646	0,1539	0,1488	0,1524	0,1461	0,1593	0,1589
	Galerkin	0,1801	0,1733	0,1716	0,1611	0,1530	0,1492	0,1939	0,1869
1 20	En Küçük Kareler	0,0687	0,0687	0,0672	0,0704	0,0728	0,0758	0,1509	0,1481
1,20	SEY (ANSYS)	0,1959	0,1941	0,1794	0,1683	0,1681	0,1596	0,2005	0,1960
	Galerkin	0,2094	0,1979	0,1949	0,1782	0,1661	0,1605	0,2350	0,2216
1 30	En Küçük Kareler	0,0800	0,0803	0,0804	0,0851	0,0861	0,0901	0,1770	0,1724
1,50	SEY (ANSYS)	0,2274	0,2208	0,2030	0,1855	0,1805	0,1704	0,2426	0,2322
	Galerkin	0,2367	0,2199	0,2160	0,1931	0,1767	0,1697	0,2755	0,2541
1 /0	En Küçük Kareler	0,0926	0,0929	0,0955	0,1013	0,0996	0,1045	0,2041	0,1966
1,40	SEY (ANSYS)	0,2565	0,2442	0,2243	0,2003	0,1901	0,1788	0,2841	0,2660
	Galerkin	0,2842	0,2558	0,2518	0,2169	0,1919	0,1830	0,3506	0,3102
1 60	En Küçük Kareler	0,1215	0,1205	0,1304	0,1360	0,1257	0,1317	0,2609	0,2439
1,00	SEY (ANSYS)	0,3058	0,2805	0,2597	0,2235	0,2029	0,1904	0,3603	0,3235
	Galerkin	0,3214	0,2819	0,2793	0,2341	0,2014	0,1915	0,4135	0,3527
1 80	En Küçük Kareler	0,1541	0,1495	0,1689	0,1705	0,1486	0,1547	0,3194	0,2875
1,00	SEY (ANSYS)	0,3430	0,3047	0,2864	0,2397	0,2098	0,1971	0,4236	0,3661
	Galerkin	0,3496	0,3001	0,3000	0,2463	0,2071	0,1968	0,4630	0,3829
2 00	En Küçük Kareler	0,1882	0,1779	0,2075	0,2014	0,1672	0,1725	0,3761	0,3254
2,00	SEY (ANSYS)	0,3697	0,3198	0,3059	0,2509	0,2131	0,2009	0,4728	0,3955
	Galerkin	0,3917	0,3238	0,3315	0,2639	0,2135	0,2035	0,5385	0,4211
2 50	En Küçük Kareler	0,2677	0,2373	0,2883	0,2547	0,1956	0,1972	0,4926	0,3910
2,30	SEY (ANSYS)	0,4050	0,3347	0,3339	0,2654	0,2151	0,2043	0,5452	0,4292
	Galerkin	0,4107	0,3326	0,3468	0,2721	0,2162	0,2068	0,5706	0,4316
3 00	En Küçük Kareler	0,3271	0,2763	0,3367	0,2779	0,2061	0,2035	0,5622	0,4212
3,00	SEY (ANSYS)	0,4166	0,3362	0,3456	0,2708	0,2148	0,2048	0,5729	0,4345
	Galerkin	0,4254	0,3396	0,3603	0,2802	0,2208	0,2116	0,5878	0,4338
4.00	En Küçük Kareler	0,3863	0,3093	0,3643	0,2783	0,2045	0,1963	0,6005	0,4250
4,00	SEY (ANSYS)	0,4196	0,3340	0,3523	0,2734	0,2144	0,2049	0,5807	0,4279

Çizelge 3. 6 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı b
a/b	YÖNTEM	LT9	LT10	LT11	LT12	LT13	LT14	LT15	LT16
		w (mm)							
	Galerkin	0,1164	0,1168	0,1170	0,1170	0,1207	0,1207	0,1192	0,1190
	En Küçük Kareler	0,1010	0,1001	0,1378	0,1378	0,0465	0,0465	0,0499	0,0489
1,00	SEY (ANSYS)	0,1208	0,1226	0,1203	0,1203	0,1270	0,1270	0,1296	0,1333
	Galerkin	0,1539	0,1514	0,1462	0,1462	0,1467	0,1419	0,1497	0,1467
1 10	En Küçük Kareler	0,1255	0,1239	0,1723	0,1723	0,0559	0,0574	0,0588	0,0583
1,10	SEY (ANSYS)	0,1593	0,1589	0,1499	0,1499	0,1539	0,1488	0,1629	0,1646
	Galerkin	0,1939	0,1869	0,1737	0,1737	0,1716	0,1611	0,1801	0,1733
1 20	En Küçük Kareler	0,1509	0,1481	0,2041	0,2041	0,0672	0,0704	0,0687	0,0687
1,20	SEY (ANSYS)	0,2005	0,1960	0,1777	0,1777	0,1794	0,1683	0,1959	0,1941
	Galerkin	0,2350	0,2216	0,1982	0,1982	0,1949	0,1782	0,2094	0,1979
1 30	En Küçük Kareler	0,1770	0,1724	0,2316	0,2316	0,0804	0,0851	0,0800	0,0803
1,50	SEY (ANSYS)	0,2426	0,2322	0,2025	0,2025	0,2030	0,1855	0,2274	0,2208
	Galerkin	0,2755	0,2541	0,2193	0,2193	0,2160	0,1931	0,2367	0,2199
1 40	En Küçük Kareler	0,2041	0,1966	0,2544	0,2544	0,0955	0,1013	0,0926	0,0929
1,40	SEY (ANSYS)	0,2841	0,2660	0,2237	0,2237	0,2243	0,2003	0,2565	0,2442
	Galerkin	0,3506	0,3102	0,2510	0,2510	0,2518	0,2169	0,2842	0,2558
1 60	En Küçük Kareler	0,2609	0,2439	0,2867	0,2867	0,1304	0,1360	0,1215	0,1205
1,00	SEY (ANSYS)	0,3603	0,3235	0,2553	0,2553	0,2597	0,2235	0,3058	0,2805
	Galerkin	0,4135	0,3527	0,2707	0,2707	0,2793	0,2341	0,3214	0,2819
1.90	En Küçük Kareler	0,3194	0,2875	0,3052	0,3052	0,1689	0,1705	0,1541	0,1495
1,00	SEY (ANSYS)	0,4236	0,3661	0,2747	0,2747	0,2864	0,2397	0,3430	0,3047
	Galerkin	0,4630	0,3829	0,2816	0,2816	0,3000	0,2463	0,3496	0,3001
2.00	En Küçük Kareler	0,3761	0,3254	0,3143	0,3143	0,2075	0,2014	0,1882	0,1779
2,00	SEY (ANSYS)	0,4728	0,3955	0,2851	0,2851	0,3059	0,2509	0,3697	0,3198
	Galerkin	0,5385	0,4211	0,2882	0,2882	0,3315	0,2639	0,3917	0,3238
2 50	En Küçük Kareler	0,4926	0,3910	0,3124	0,3124	0,2883	0,2547	0,2677	0,2373
2,50	SEY (ANSYS)	0,5452	0,4292	0,2901	0,2901	0,3339	0,2654	0,4050	0,3347
	Galerkin	0,5706	0,4316	0,2852	0,2852	0,3468	0,2721	0,4107	0,3326
2 00	En Küçük Kareler	0,5622	0,4212	0,2941	0,2941	0,3367	0,2779	0,3271	0,2763
3,00	SEY (ANSYS)	0,5729	0,4345	0,2849	0,2849	0,3456	0,2708	0,4166	0,3362
	Galerkin	0,5878	0,4338	0,2838	0,2838	0,3603	0,2802	0,4254	0,3396
4.00	En Küçük Kareler	0,6005	0,4250	0,2582	0,2582	0,3643	0,2783	0,3863	0,3093
4,00	SEY (ANSYS)	0,5807	0,4279	0,2779	0,2779	0,3523	0,2734	0,4196	0,3340

Çizelge 3. 6 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)

a/b	YÖNTEM	LT17	LT18	LT19	LT20	LT21	LT22	LT23	LT24
		w (mm)							
	Galerkin	0,1192	0,1190	0,1168	0,1164	0,1170	0,1170	0,1164	0,1168
	En Küçük Kareler	0,0500	0,0490	0,0993	0,1001	0,1370	0,1370	0,1001	0,0993
1,00	SEY (ANSYS)	0,1296	0,1333	0,1226	0,1208	0,1203	0,1203	0,1208	0,1226
	Galerkin	0,1355	0,1373	0,1284	0,1260	0,1326	0,1326	0,1260	0,1284
1 10	En Küçük Kareler	0,0623	0,0603	0,1144	0,1149	0,1539	0,1539	0,1149	0,1144
1,10	SEY (ANSYS)	0,1461	0,1524	0,1339	0,1302	0,1361	0,1361	0,1302	0,1339
	Galerkin	0,1492	0,1530	0,1370	0,1330	0,1447	0,1447	0,1330	0,1370
1 20	En Küçük Kareler	0,0758	0,0728	0,1273	0,1275	0,1663	0,1663	0,1275	0,1273
1,20	SEY (ANSYS)	0,1596	0,1681	0,1422	0,1370	0,1482	0,1482	0,1370	0,1422
	Galerkin	0,1605	0,1661	0,1432	0,1381	0,1536	0,1536	0,1381	0,1432
1 20	En Küçük Kareler	0,0901	0,0861	0,1379	0,1376	0,1751	0,1751	0,1376	0,1379
1,50	SEY (ANSYS)	0,1704	0,1805	0,1479	0,1417	0,1571	0,1571	0,1417	0,1479
	Galerkin	0,1697	0,1767	0,1475	0,1416	0,1599	0,1599	0,1416	0,1475
1 40	En Küçük Kareler	0,1045	0,0996	0,1462	0,1454	0,1809	0,1809	0,1454	0,1462
1,40	SEY (ANSYS)	0,1788	0,1901	0,1517	0,1448	0,1633	0,1633	0,1448	0,1517
	Galerkin	0,1830	0,1919	0,1522	0,1457	0,1668	0,1668	0,1457	0,1522
1 60	En Küçük Kareler	0,1317	0,1257	0,1568	0,1549	0,1862	0,1862	0,1549	0,1568
1,00	SEY (ANSYS)	0,1904	0,2029	0,1553	0,1481	0,1698	0,1698	0,1481	0,1553
	Galerkin	0,1915	0,2014	0,1540	0,1476	0,1690	0,1690	0,1476	0,1540
1 90	En Küçük Kareler	0,1547	0,1486	0,1614	0,1585	0,1858	0,1858	0,1585	0,1614
1,80	SEY (ANSYS)	0,1971	0,2098	0,1561	0,1492	0,1715	0,1715	0,1492	0,1561
	Galerkin	0,1968	0,2071	0,1545	0,1486	0,1688	0,1688	0,1486	0,1545
2 00	En Küçük Kareler	0,1725	0,1672	0,1619	0,1581	0,1819	0,1819	0,1581	0,1619
2,00	SEY (ANSYS)	0,2009	0,2131	0,1557	0,1493	0,1707	0,1707	0,1493	0,1557
	Galerkin	0,2035	0,2135	0,1549	0,1502	0,1664	0,1664	0,1502	0,1549
2 50	En Küçük Kareler	0,1972	0,1956	0,1547	0,1493	0,1662	0,1662	0,1493	0,1547
2,50	SEY (ANSYS)	0,2043	0,2151	0,1540	0,1487	0,1664	0,1664	0,1487	0,1540
	Galerkin	0,2068	0,2162	0,1564	0,1521	0,1663	0,1663	0,1521	0,1564
2 00	En Küçük Kareler	0,2035	0,2061	0,1452	0,1393	0,1527	0,1527	0,1393	0,1452
3,00	SEY (ANSYS)	0,2048	0,2148	0,1532	0,1484	0,1641	0,1641	0,1484	0,1532
	Galerkin	0,2116	0,2208	0,1606	0,1560	0,1707	0,1707	0,1560	0,1606
4.00	En Küçük Kareler	0,1963	0,2045	0,1333	0,1276	0,1395	0,1395	0,1276	0,1333
4,00	SEY (ANSYS)	0,2049	0,2144	0,1531	0,1483	0,1636	0,1636	0,1483	0,1531

Çizelge 3. 6 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)

b/a	YÖNTEM	LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT6	LT7	LT8
		w (mm)							
	Galerkin	0,1192	0,1190	0,1207	0,1207	0,1190	0,1192	0,1164	0,1168
	En Küçük Kareler	0,0499	0,0489	0,0465	0,0465	0,0490	0,0500	0,1010	0,1001
1,00	SEY (ANSYS)	0,1296	0,1333	0,1270	0,1270	0,1333	0,1296	0,1208	0,1226
	Galerkin	0,1355	0,1373	0,1419	0,1467	0,1467	0,1497	0,1260	0,1284
1 10	En Küçük Kareler	0,0623	0,0604	0,0574	0,0559	0,0584	0,0589	0,1165	0,1158
1,10	SEY (ANSYS)	0,1461	0,1524	0,1488	0,1539	0,1646	0,1629	0,1302	0,1339
	Galerkin	0,1492	0,1530	0,1611	0,1716	0,1733	0,1801	0,1330	0,1370
1 20	En Küçük Kareler	0,0761	0,0731	0,0704	0,0672	0,0689	0,0689	0,1301	0,1296
1,20	SEY (ANSYS)	0,1596	0,1681	0,1683	0,1794	0,1941	0,1959	0,1370	0,1422
	Galerkin	0,1605	0,1661	0,1782	0,1949	0,1979	0,2094	0,1381	0,1432
1 30	En Küçük Kareler	0,0906	0,0867	0,0853	0,0805	0,0807	0,0802	0,1414	0,1413
1,50	SEY (ANSYS)	0,1704	0,1805	0,1855	0,2030	0,2208	0,2274	0,1417	0,1479
	Galerkin	0,1697	0,1767	0,1931	0,2160	0,2199	0,2367	0,1416	0,1475
1 40	En Küçük Kareler	0,1055	0,1006	0,1016	0,0957	0,0935	0,0929	0,1507	0,1510
1,40	SEY (ANSYS)	0,1788	0,1901	0,2003	0,2243	0,2442	0,2565	0,1448	0,1517
	Galerkin	0,1830	0,1919	0,2169	0,2518	0,2558	0,2842	0,1457	0,1522
1 60	En Küçük Kareler	0,1341	0,1281	0,1371	0,1309	0,1219	0,1223	0,1641	0,1652
1,00	SEY (ANSYS)	0,1904	0,2029	0,2235	0,2597	0,2805	0,3058	0,1481	0,1553
	Galerkin	0,1915	0,2014	0,2341	0,2793	0,2819	0,3214	0,1476	0,1540
1 80	En Küçük Kareler	0,1592	0,1530	0,1728	0,1702	0,1521	0,1558	0,1726	0,1745
1,00	SEY (ANSYS)	0,1971	0,2098	0,2397	0,2864	0,3047	0,3430	0,1492	0,1561
	Galerkin	0,1968	0,2071	0,2463	0,3000	0,3001	0,3496	0,1486	0,1545
2 00	En Küçük Kareler	0,1797	0,1741	0,2055	0,2102	0,1822	0,1912	0,1781	0,1806
2,00	SEY (ANSYS)	0,2009	0,2131	0,2509	0,3059	0,3198	0,3697	0,1493	0,1557
	Galerkin	0,2035	0,2135	0,2639	0,3315	0,3238	0,3917	0,1502	0,1549
2 50	En Küçük Kareler	0,2138	0,2112	0,2667	0,2972	0,2482	0,2765	0,1849	0,1887
2,30	SEY (ANSYS)	0,2043	0,2151	0,2654	0,3339	0,3347	0,4050	0,1487	0,1540
	Galerkin	0,2068	0,2162	0,2721	0,3468	0,3326	0,4107	0,1521	0,1564
3 00	En Küçük Kareler	0,2321	0,2327	0,3017	0,3559	0,2967	0,3448	0,1877	0,1922
3,00	SEY (ANSYS)	0,2048	0,2148	0,2708	0,3456	0,3362	0,4166	0,1484	0,1532
	Galerkin	0,2116	0,2208	0,2802	0,3603	0,3396	0,4254	0,1560	0,1606
4 00	En Küçük Kareler	0,2485	0,2535	0,3321	0,4136	0,3536	0,4295	0,1897	0,1950
7,00	SEY (ANSYS)	0,2049	0,2144	0,2734	0,3523	0,3340	0,4196	0,1483	0,1531

Çizelge 3. 7 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı a

b/a	YÖNTEM	LT9	LT10	LT11	LT12	LT13	LT14	LT15	LT16
		w (mm)							
	Galerkin	0,1164	0,1168	0,1170	0,1170	0,1207	0,1207	0,1192	0,1190
	En Küçük Kareler	0,1010	0,1001	0,1378	0,1378	0,0465	0,0465	0,0499	0,0489
1,00	SEY (ANSYS)	0,1208	0,1226	0,1203	0,1203	0,1270	0,1270	0,1296	0,1333
	Galerkin	0,1260	0,1284	0,1326	0,1326	0,1419	0,1467	0,1355	0,1373
1 10	En Küçük Kareler	0,1165	0,1158	0,1555	0,1555	0,0574	0,0559	0,0623	0,0604
1,10	SEY (ANSYS)	0,1302	0,1339	0,1361	0,1361	0,1488	0,1539	0,1461	0,1524
	Galerkin	0,1330	0,1370	0,1447	0,1447	0,1611	0,1716	0,1492	0,1530
1 20	En Küçük Kareler	0,1301	0,1296	0,1689	0,1689	0,0704	0,0672	0,0761	0,0731
1,20	SEY (ANSYS)	0,1370	0,1422	0,1482	0,1482	0,1683	0,1794	0,1596	0,1681
	Galerkin	0,1381	0,1432	0,1536	0,1536	0,1782	0,1949	0,1605	0,1661
1 30	En Küçük Kareler	0,1414	0,1413	0,1789	0,1789	0,0853	0,0805	0,0906	0,0867
1,50	SEY (ANSYS)	0,1417	0,1479	0,1571	0,1571	0,1855	0,2030	0,1704	0,1805
	Galerkin	0,1416	0,1475	0,1599	0,1599	0,1931	0,2160	0,1697	0,1767
1 /0	En Küçük Kareler	0,1507	0,1510	0,1863	0,1863	0,1016	0,0957	0,1055	0,1006
1,40	SEY (ANSYS)	0,1448	0,1517	0,1633	0,1633	0,2003	0,2243	0,1788	0,1901
	Galerkin	0,1457	0,1522	0,1668	0,1668	0,2169	0,2518	0,1830	0,1919
1 60	En Küçük Kareler	0,1641	0,1652	0,1959	0,1959	0,1371	0,1309	0,1341	0,1281
1,00	SEY (ANSYS)	0,1481	0,1553	0,1698	0,1698	0,2235	0,2597	0,1904	0,2029
	Galerkin	0,1476	0,1540	0,1690	0,1690	0,2341	0,2793	0,1915	0,2014
1 80	En Küçük Kareler	0,1726	0,1745	0,2013	0,2013	0,1728	0,1702	0,1592	0,1530
1,80	SEY (ANSYS)	0,1492	0,1561	0,1715	0,1715	0,2397	0,2864	0,1971	0,2098
	Galerkin	0,1486	0,1545	0,1688	0,1688	0,2463	0,3000	0,1968	0,2071
2 00	En Küçük Kareler	0,1781	0,1806	0,2046	0,2046	0,2055	0,2102	0,1797	0,1741
2,00	SEY (ANSYS)	0,1493	0,1557	0,1707	0,1707	0,2509	0,3059	0,2009	0,2131
	Galerkin	0,1502	0,1549	0,1664	0,1664	0,2639	0,3315	0,2035	0,2135
2 50	En Küçük Kareler	0,1849	0,1887	0,2085	0,2085	0,2667	0,2972	0,2138	0,2112
2,50	SEY (ANSYS)	0,1487	0,1540	0,1664	0,1664	0,2654	0,3339	0,2043	0,2151
	Galerkin	0,1521	0,1564	0,1663	0,1663	0,2721	0,3468	0,2068	0,2162
2 00	En Küçük Kareler	0,1877	0,1922	0,2099	0,2099	0,3017	0,3559	0,2321	0,2327
3,00	SEY (ANSYS)	0,1484	0,1532	0,1641	0,1641	0,2708	0,3456	0,2048	0,2148
	Galerkin	0,1560	0,1606	0,1707	0,1707	0,2802	0,3603	0,2116	0,2208
4.00	En Küçük Kareler	0,1897	0,1950	0,2109	0,2109	0,3321	0,4136	0,2485	0,2535
4,00	SEY (ANSYS)	0,1483	0,1531	0,1636	0,1636	0,2734	0,3523	0,2049	0,2144

Çizelge 3. 7 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)

b/a	YÖNTEM	LT17	LT18	LT19	LT20	LT21	LT22	LT23	LT24
		w (mm)							
	Galerkin	0,1192	0,1190	0,1168	0,1164	0,1170	0,1170	0,1164	0,1168
	En Küçük Kareler	0,0500	0,0490	0,0993	0,1001	0,1370	0,1370	0,1001	0,0993
1,00	SEY (ANSYS)	0,1296	0,1333	0,1226	0,1208	0,1203	0,1203	0,1208	0,1226
	Galerkin	0,1497	0,1467	0,1514	0,1539	0,1462	0,1462	0,1539	0,1514
1 10	En Küçük Kareler	0,0589	0,0584	0,1235	0,1248	0,1720	0,1720	0,1248	0,1235
1,10	SEY (ANSYS)	0,1629	0,1646	0,1589	0,1593	0,1499	0,1499	0,1593	0,1589
	Galerkin	0,1801	0,1733	0,1869	0,1939	0,1737	0,1737	0,1939	0,1869
1 20	En Küçük Kareler	0,0689	0,0689	0,1480	0,1504	0,2045	0,2045	0,1504	0,1480
1,20	SEY (ANSYS)	0,1959	0,1941	0,1960	0,2005	0,1777	0,1777	0,2005	0,1960
	Galerkin	0,2094	0,1979	0,2216	0,2350	0,1982	0,1982	0,2350	0,2216
1 30	En Küçük Kareler	0,0802	0,0807	0,1727	0,1769	0,2329	0,2329	0,1769	0,1727
1,50	SEY (ANSYS)	0,2274	0,2208	0,2322	0,2426	0,2025	0,2025	0,2426	0,2322
	Galerkin	0,2367	0,2199	0,2541	0,2755	0,2193	0,2193	0,2755	0,2541
1 40	En Küçük Kareler	0,0929	0,0935	0,1975	0,2043	0,2567	0,2567	0,2043	0,1975
1,40	SEY (ANSYS)	0,2565	0,2442	0,2660	0,2841	0,2237	0,2237	0,2841	0,2660
	Galerkin	0,2842	0,2558	0,3102	0,3506	0,2510	0,2510	0,3506	0,3102
1 60	En Küçük Kareler	0,1223	0,1219	0,2462	0,2620	0,2916	0,2916	0,2620	0,2462
1,00	SEY (ANSYS)	0,3058	0,2805	0,3235	0,3603	0,2553	0,2553	0,3603	0,3235
	Galerkin	0,3214	0,2819	0,3527	0,4135	0,2707	0,2707	0,4135	0,3527
1 90	En Küçük Kareler	0,1558	0,1521	0,2919	0,3220	0,3139	0,3139	0,3220	0,2919
1,60	SEY (ANSYS)	0,3430	0,3047	0,3661	0,4236	0,2747	0,2747	0,4236	0,3661
	Galerkin	0,3496	0,3001	0,3829	0,4630	0,2816	0,2816	0,4630	0,3829
2 00	En Küçük Kareler	0,1912	0,1822	0,3327	0,3810	0,3281	0,3281	0,3810	0,3327
2,00	SEY (ANSYS)	0,3697	0,3198	0,3955	0,4728	0,2851	0,2851	0,4728	0,3955
	Galerkin	0,3917	0,3238	0,4211	0,5385	0,2882	0,2882	0,5385	0,4211
2 50	En Küçük Kareler	0,2765	0,2482	0,4097	0,5068	0,3457	0,3457	0,5068	0,4097
2,50	SEY (ANSYS)	0,4050	0,3347	0,4292	0,5452	0,2901	0,2901	0,5452	0,4292
	Galerkin	0,4107	0,3326	0,4316	0,5706	0,2852	0,2852	0,5706	0,4316
2 00	En Küçük Kareler	0,3448	0,2967	0,4569	0,5919	0,3527	0,3527	0,5919	0,4569
5,00	SEY (ANSYS)	0,4166	0,3362	0,4345	0,5729	0,2849	0,2849	0,5729	0,4345
	Galerkin	0,4254	0,3396	0,4338	0,5878	0,2838	0,2838	0,5878	0,4338
4.00	En Küçük Kareler	0,4295	0,3536	0,5035	0,6775	0,3576	0,3576	0,6775	0,5035
4,00	SEY (ANSYS)	0,4196	0,3340	0,4279	0,5807	0,2779	0,2779	0,5807	0,4279

Çizelge 3. 7 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)



Şekil 3. 8 Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar basit mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b)SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi









(c)

Şekil 3. 9 Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar basit mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi











(c)

Şekil 3. 10 Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar basit mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1, LT11, LT6, LT20











(c)

Şekil 3. 11 Maksimum Çökme Değeri w (mm) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar basit mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1, LT11, LT6, LT20

a/b	YÖNTEM	LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT6	LT7	LT8
		w (mm)							
	Galerkin	0,3471	0,3649	0,3185	0,3194	0,3668	0,3500	0,4006	0,4253
	En Küçük Kareler	0,2833	0,2688	0,2983	0,2991	0,2699	0,2854	0,3825	0,3793
1,00	SEY (ANSYS)	0,3916	0,4352	0,3393	0,3393	0,4352	0,3916	0,4155	0,4513
	Galerkin	0,4296	0,4475	0,3871	0,3817	0,4327	0,4099	0,5141	0,5405
1 10	En Küçük Kareler	0,3474	0,3268	0,3622	0,3579	0,3222	0,3378	0,4879	0,4764
1,10	SEY (ANSYS)	0,4858	0,5347	0,4107	0,4029	0,5066	0,4531	0,5334	0,5750
	Galerkin	0,5154	0,5313	0,4577	0,4444	0,4961	0,4676	0,6357	0,6604
1 20	En Küçük Kareler	0,4138	0,3864	0,4280	0,4173	0,3744	0,3896	0,6000	0,5770
1,20	SEY (ANSYS)	0,5829	0,6341	0,4813	0,4640	0,5725	0,5106	0,6594	0,7010
	Galerkin	0,6029	0,6147	0,5291	0,5065	0,5562	0,5226	0,7623	0,7816
1 30	En Küçük Kareler	0,4815	0,4466	0,4947	0,4763	0,4258	0,4401	0,7164	0,6786
1,50	SEY (ANSYS)	0,6810	0,7307	0,5538	0,5254	0,6324	0,5637	0,7902	0,8297
	Galerkin	0,6906	0,6963	0,6004	0,5673	0,6126	0,5743	0,8915	0,9012
1 / 0	En Küçük Kareler	0,5498	0,5068	0,5616	0,5344	0,4757	0,4886	0,8348	0,7794
1,40	SEY (ANSYS)	0,7782	0,8228	0,6254	0,5848	0,6860	0,6122	0,9230	0,9541
	Galerkin	0,8631	0,8510	0,7403	0,6833	0,7135	0,6678	1,1491	1,1278
1 60	En Küçük Kareler	0,6857	0,6251	0,6931	0,6460	0,5696	0,5789	1,0709	0,9738
1,00	SEY (ANSYS)	0,9649	0,9892	0,7664	0,6983	0,7758	0,6958	1,1852	1,1932
	Galerkin	1,0268	0,9911	0,8730	0,7897	0,7991	0,7479	1,3954	1,3304
1 80	En Küçük Kareler	0,8179	0,7385	0,8190	0,7494	0,6543	0,6593	1,2980	1,1533
1,00	SEY (ANSYS)	1,1357	1,1244	0,8904	0,7935	0,8416	0,7631	1,4316	1,3951
	Galerkin	1,1785	1,1154	0,9964	0,8857	0,8710	0,8160	1,6234	1,5060
2 00	En Küçük Kareler	0,9442	0,8453	0,9370	0,8436	0,7295	0,7298	1,5103	1,3152
2,00	SEY (ANSYS)	1,2871	1,2364	1,0061	0,8797	0,8929	0,8166	1,6547	1,5623
	Galerkin	1,4991	1,3618	1,2592	1,0812	1,0039	0,9437	2,0987	1,8390
2 50	En Küçük Kareler	1,2284	1,0794	1,1930	1,0389	0,8794	0,8685	1,9638	1,6437
2,50	SEY (ANSYS)	1,5807	1,4331	1,2406	1,0454	0,9765	0,9055	2,0971	1,8485
	Galerkin	1,7420	1,5350	1,4608	1,2237	1,0907	1,0287	2,4494	2,0589
3 00	En Küçük Kareler	1,4650	1,2673	1,3946	1,1845	0,9859	0,9655	2,3120	1,8809
3,00	SEY (ANSYS)	1,7726	1,5349	1,4057	1,1555	1,0141	0,9535	2,3935	2,0009
	Galerkin	2,0603	1,7462	1,7286	1,4037	1,1899	1,1274	2,8929	2,3096
1 00	En Küçük Kareler	1,8142	1,5315	1,6718	1,3733	1,1175	1,0839	2,7753	2,1769
4,00	SEY (ANSYS)	1,9680	1,6217	1,5980	1,2714	1,0454	0,9930	2,7010	2,1073

Çizelge 3. 8 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı b

a/b	YÖNTEM	LT9	LT10	LT11	LT12	LT13	LT14	LT15	LT16
		w (mm)							
	Galerkin	0,4006	0,4253	0,4823	0,4823	0,3185	0,3194	0,3471	0,3649
	En Küçük Kareler	0,3825	0,3793	0,4743	0,4743	0,2983	0,2991	0,2833	0,2688
1,00	SEY (ANSYS)	0,4155	0,4513	0,4878	0,4878	0,3393	0,3393	0,3916	0,4352
	Galerkin	0,5141	0,5405	0,5992	0,5992	0,3871	0,3817	0,4296	0,4475
1 10	En Küçük Kareler	0,4879	0,4764	0,5888	0,5888	0,3622	0,3579	0,3474	0,3268
1,10	SEY (ANSYS)	0,5334	0,5750	0,6050	0,6050	0,4107	0,4029	0,4858	0,5347
	Galerkin	0,6357	0,6604	0,7133	0,7133	0,4577	0,4444	0,5154	0,5313
1 20	En Küçük Kareler	0,6000	0,5770	0,7006	0,7006	0,4280	0,4173	0,4138	0,3864
1,20	SEY (ANSYS)	0,6594	0,7010	0,7184	0,7184	0,4813	0,4640	0,5829	0,6341
	Galerkin	0,7623	0,7816	0,8206	0,8206	0,5291	0,5065	0,6029	0,6147
1 30	En Küçük Kareler	0,7164	0,6786	0,8061	0,8061	0,4947	0,4763	0,4815	0,4466
1,50	SEY (ANSYS)	0,7902	0,8297	0,8242	0,8242	0,5538	0,5254	0,6810	0,7307
	Galerkin	0,8915	0,9012	0,9189	0,9189	0,6004	0,5673	0,6906	0,6963
1 /0	En Küçük Kareler	0,8348	0,7794	0,9031	0,9031	0,5616	0,5344	0,5498	0,5068
1,40	SEY (ANSYS)	0,9230	0,9541	0,9199	0,9199	0,6254	0,5848	0,7782	0,8228
	Galerkin	1,1491	1,1278	1,0857	1,0857	0,7403	0,6833	0,8631	0,8510
1 60	En Küçük Kareler	1,0709	0,9738	1,0689	1,0689	0,6931	0,6460	0,6857	0,6251
1,00	SEY (ANSYS)	1,1852	1,1932	1,0788	1,0788	0,7664	0,6983	0,9649	0,9892
	Galerkin	1,3954	1,3304	1,2153	1,2153	0,8730	0,7897	1,0268	0,9911
1 80	En Küçük Kareler	1,2980	1,1533	1,1990	1,1990	0,8190	0,7494	0,8179	0,7385
1,00	SEY (ANSYS)	1,4316	1,3951	1,1967	1,1967	0,8904	0,7935	1,1357	1,1244
	Galerkin	1,6234	1,5060	1,3146	1,3146	0,9964	0,8857	1,1785	1,1154
2 00	En Küçük Kareler	1,5103	1,3152	1,2993	1,2993	0,9370	0,8436	0,9442	0,8453
2,00	SEY (ANSYS)	1,6547	1,5623	1,2810	1,2810	1,0061	0,8797	1,2871	1,2364
	Galerkin	2,0987	1,8390	1,4737	1,4737	1,2592	1,0812	1,4991	1,3618
2 50	En Küçük Kareler	1,9638	1,6437	1,4620	1,4620	1,1930	1,0389	1,2284	1,0794
2,30	SEY (ANSYS)	2,0971	1,8485	1,3915	1,3915	1,2406	1,0454	1,5807	1,4331
	Galerkin	2,4494	2,0589	1,5609	1,5609	1,4608	1,2237	1,7420	1,5350
3 00	En Küçük Kareler	2,3120	1,8809	1,5523	1,5523	1,3946	1,1845	1,4650	1,2673
3,00	SEY (ANSYS)	2,3935	2,0009	1,4219	1,4219	1,4057	1,1555	1,7726	1,5349
	Galerkin	2,8929	2,3096	1,6457	1,6457	1,7286	1,4037	2,0603	1,7462
4 00	En Küçük Kareler	2,7753	2,1769	1,6410	1,6410	1,6718	1,3733	1,8142	1,5315
7,00	SEY (ANSYS)	2,7010	2,1073	1,4055	1,4055	1,5980	1,2714	1,9680	1,6217

Çizelge 3. 8 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)

a/b	YÖNTEM	LT17	LT18	LT19	LT20	LT21	LT22	LT23	LT24
		w (mm)							
	Galerkin	0,3500	0,3668	0,4302	0,4073	0,4847	0,4847	0,4073	0,4302
	En Küçük Kareler	0,2854	0,2699	0,3835	0,3886	0,4768	0,4768	0,3886	0,3835
1,00	SEY (ANSYS)	0,3916	0,4352	0,4513	0,4155	0,4878	0,4878	0,4155	0,4513
	Galerkin	0,4099	0,4327	0,4884	0,4596	0,5584	0,5584	0,4596	0,4884
1 10	En Küçük Kareler	0,3378	0,3222	0,4409	0,4410	0,5501	0,5501	0,4410	0,4409
1,10	SEY (ANSYS)	0,4531	0,5066	0,5065	0,4644	0,5594	0,5594	0,4644	0,5065
	Galerkin	0,4676	0,4961	0,5398	0,5063	0,6222	0,6222	0,5063	0,5398
1 20	En Küçük Kareler	0,3896	0,3744	0,4930	0,4883	0,6139	0,6139	0,4883	0,4930
1,20	SEY (ANSYS)	0,5106	0,5725	0,5515	0,5068	0,6201	0,6201	0,5068	0,5515
	Galerkin	0,5226	0,5562	0,5848	0,5478	0,6763	0,6763	0,5478	0,5848
1 30	En Küçük Kareler	0,4401	0,4258	0,5397	0,5306	0,6683	0,6683	0,5306	0,5397
1,50	SEY (ANSYS)	0,5637	0,6324	0,5929	0,5432	0,6702	0,6702	0,5432	0,5929
	Galerkin	0,5743	0,6126	0,6240	0,5844	0,7219	0,7219	0,5844	0,6240
1 40	En Küçük Kareler	0,4886	0,4757	0,5811	0,5682	0,7144	0,7144	0,5682	0,5811
1,40	SEY (ANSYS)	0,6122	0,6860	0,6222	0,5741	0,7109	0,7109	0,5741	0,6222
	Galerkin	0,6678	0,7135	0,6877	0,6451	0,7923	0,7923	0,6451	0,6877
1 60	En Küçük Kareler	0,5789	0,5696	0,6500	0,6310	0,7860	0,7860	0,6310	0,6500
1,00	SEY (ANSYS)	0,6958	0,7758	0,6742	0,6222	0,7691	0,7691	0,6222	0,6742
	Galerkin	0,7479	0,7991	0,7361	0,6924	0,8423	0,8423	0,6924	0,7361
1 80	En Küçük Kareler	0,6593	0,6543	0,7035	0,6802	0,8370	0,8370	0,6802	0,7035
1,00	SEY (ANSYS)	0,7631	0,8416	0,7063	0,6560	0,8043	0,8043	0,6560	0,7063
	Galerkin	0,8160	0,8710	0,7732	0,7295	0,8783	0,8783	0,7295	0,7732
2 00	En Küçük Kareler	0,7298	0,7295	0,7451	0,7190	0,8740	0,8740	0,7190	0,7451
2,00	SEY (ANSYS)	0,8166	0,8929	0,7240	0,6795	0,8238	0,8238	0,6795	0,7240
	Galerkin	0,9437	1,0039	0,8344	0,7925	0,9333	0,9333	0,7925	0,8344
2 50	En Küçük Kareler	0,8685	0,8794	0,8149	0,7852	0,9307	0,9307	0,7852	0,8149
2,30	SEY (ANSYS)	0,9055	0,9765	0,7497	0,7108	0,8352	0,8352	0,7108	0,7497
	Galerkin	1,0287	1,0907	0,8700	0,8301	0,9625	0,9625	0,8301	0,8700
3 00	En Küçük Kareler	0,9655	0,9859	0,8560	0,8249	0,9609	0,9609	0,8249	0,8560
3,00	SEY (ANSYS)	0,9535	1,0141	0,7548	0,7227	0,8266	0,8266	0,7227	0,7548
	Galerkin	1,1274	1,1899	0,9071	0,8703	0,9908	0,9908	0,8703	0,9071
4 00	En Küçük Kareler	1,0839	1,1175	0,8991	0,8674	0,9901	0,9901	0,8674	0,8991
7,00	SEY (ANSYS)	0,9930	1,0454	0,7544	0,7286	0,8106	0,8106	0,7286	0,7544

Çizelge 3. 8 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)

b/a	YÖNTEM	LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT6	LT7	LT8
		w (mm)							
	Galerkin	0,3471	0,3649	0,3185	0,3194	0,3668	0,3500	0,4006	0,4253
	En Küçük Kareler	0,2833	0,2688	0,2983	0,2991	0,2699	0,2854	0,3825	0,3793
1,00	SEY (ANSYS)	0,3916	0,4352	0,3393	0,3393	0,4352	0,3916	0,4155	0,4513
	Galerkin	0,4045	0,4285	0,3788	0,3866	0,4478	0,4314	0,4493	0,4802
1 10	En Küçük Kareler	0,3339	0,3194	0,3553	0,3617	0,3268	0,3484	0,4315	0,4338
1,10	SEY (ANSYS)	0,4531	0,5066	0,4029	0,4107	0,5347	0,4858	0,4644	0,5065
	Galerkin	0,4593	0,4892	0,4391	0,4552	0,5296	0,5154	0,4918	0,5277
1 20	En Küçük Kareler	0,3834	0,3696	0,4124	0,4256	0,3848	0,4133	0,4750	0,4825
1,20	SEY (ANSYS)	0,5106	0,5725	0,4640	0,4813	0,6341	0,5829	0,5068	0,5515
	Galerkin	0,5108	0,5460	0,4984	0,5241	0,6105	0,6007	0,5285	0,5681
1 20	En Küçük Kareler	0,4312	0,4186	0,4689	0,4901	0,4430	0,4792	0,5128	0,5253
1,50	SEY (ANSYS)	0,5637	0,6299	0,5254	0,5538	0,7278	0,6810	0,5432	0,5907
	Galerkin	0,5587	0,5986	0,5561	0,5926	0,6891	0,6857	0,5598	0,6021
1 40	En Küçük Kareler	0,4767	0,4658	0,5240	0,5542	0,5009	0,5452	0,5455	0,5623
1,40	SEY (ANSYS)	0,6122	0,6833	0,5848	0,6254	0,8195	0,7782	0,5741	0,6222
	Galerkin	0,6431	0,6904	0,6644	0,7255	0,8362	0,8512	0,6084	0,6535
1 60	En Küçük Kareler	0,5600	0,5532	0,6285	0,6792	0,6135	0,6754	0,5971	0,6208
1,00	SEY (ANSYS)	0,6958	0,7758	0,6983	0,7664	0,9892	0,9649	0,6222	0,6742
	Galerkin	0,7127	0,7651	0,7618	0,8496	0,9666	1,0060	0,6423	0,6877
1 90	En Küçük Kareler	0,6322	0,6303	0,7236	0,7971	0,7196	0,8002	0,6338	0,6622
1,60	SEY (ANSYS)	0,7631	0,8403	0,7922	0,8888	1,1225	1,1357	0,6560	0,7025
	Galerkin	0,7692	0,8247	0,8475	0,9630	1,0792	1,1469	0,6652	0,7094
2 00	En Küçük Kareler	0,6935	0,6969	0,8082	0,9058	0,8180	0,9178	0,6592	0,6905
2,00	SEY (ANSYS)	0,8166	0,8929	0,8782	1,0042	1,2364	1,2871	0,6795	0,7269
	Galerkin	0,8647	0,9227	1,0132	1,1954	1,2895	1,4333	0,6922	0,7307
2 50	En Küçük Kareler	0,8059	0,8216	0,9756	1,1335	1,0264	1,1747	0,6907	0,7247
2,30	SEY (ANSYS)	0,9055	0,9765	1,0454	1,2406	1,4331	1,5807	0,7108	0,7436
	Galerkin	0,9157	0,9723	1,1223	1,3614	1,4196	1,6343	0,6970	0,7293
2 00	En Küçük Kareler	0,8742	0,8999	1,0899	1,3020	1,1840	1,3786	0,6980	0,7309
5,00	SEY (ANSYS)	0,9535	1,0160	1,1519	1,4029	1,5380	1,7726	0,7227	0,7505
	Galerkin	0,9510	1,0019	1,2331	1,5508	1,5382	1,8573	0,6861	0,7103
4.00	En Küçük Kareler	0,9354	0,9739	1,2130	1,5061	1,3822	1,6541	0,6888	0,7171
4,00	SEY (ANSYS)	0,9930	1,0454	1,2714	1,5980	1,6217	1,9680	0,7286	0,7544

Çizelge 3. 9 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a

b/a	YÖNTEM	LT9	LT10	LT11	LT12	LT13	LT14	LT15	LT16
		w (mm)							
	Galerkin	0,4006	0,4253	0,4823	0,4823	0,3185	0,3194	0,3471	0,3649
	En Küçük Kareler	0,3825	0,3793	0,4743	0,4743	0,2983	0,2991	0,2833	0,2688
1,00	SEY (ANSYS)	0,4155	0,4513	0,4878	0,4878	0,3393	0,3393	0,3916	0,4352
	Galerkin	0,4493	0,4802	0,5533	0,5533	0,3788	0,3866	0,4045	0,4285
1 10	En Küçük Kareler	0,4315	0,4338	0,5450	0,5450	0,3553	0,3617	0,3339	0,3194
1,10	SEY (ANSYS)	0,4644	0,5065	0,5594	0,5594	0,4029	0,4107	0,4531	0,5066
	Galerkin	0,4918	0,5277	0,6136	0,6136	0,4391	0,4552	0,4593	0,4892
1 20	En Küçük Kareler	0,4750	0,4825	0,6054	0,6054	0,4124	0,4256	0,3834	0,3696
1,20	SEY (ANSYS)	0,5068	0,5515	0,6201	0,6201	0,4640	0,4813	0,5106	0,5725
	Galerkin	0,5285	0,5681	0,6636	0,6636	0,4984	0,5241	0,5108	0,5460
1 20	En Küçük Kareler	0,5128	0,5253	0,6558	0,6558	0,4689	0,4901	0,4312	0,4186
1,50	SEY (ANSYS)	0,5432	0,5907	0,6702	0,6702	0,5254	0,5538	0,5637	0,6299
	Galerkin	0,5598	0,6021	0,7043	0,7043	0,5561	0,5926	0,5587	0,5986
1 40	En Küçük Kareler	0,5455	0,5623	0,6970	0,6970	0,5240	0,5542	0,4767	0,4658
1,40	SEY (ANSYS)	0,5741	0,6222	0,7109	0,7109	0,5848	0,6254	0,6122	0,6833
	Galerkin	0,6084	0,6535	0,7624	0,7624	0,6644	0,7255	0,6431	0,6904
1 60	En Küçük Kareler	0,5971	0,6208	0,7565	0,7565	0,6285	0,6792	0,5600	0,5532
1,00	SEY (ANSYS)	0,6222	0,6742	0,7691	0,7691	0,6983	0,7664	0,6958	0,7758
	Galerkin	0,6423	0,6877	0,7972	0,7972	0,7618	0,8496	0,7127	0,7651
1 90	En Küçük Kareler	0,6338	0,6622	0,7927	0,7927	0,7236	0,7971	0,6322	0,6303
1,00	SEY (ANSYS)	0,6560	0,7025	0,8043	0,8043	0,7922	0,8888	0,7631	0,8403
	Galerkin	0,6652	0,7094	0,8157	0,8157	0,8475	0,9630	0,7692	0,8247
2 00	En Küçük Kareler	0,6592	0,6905	0,8125	0,8125	0,8082	0,9058	0,6935	0,6969
2,00	SEY (ANSYS)	0,6795	0,7269	0,8238	0,8238	0,8782	1,0042	0,8166	0,8929
	Galerkin	0,6922	0,7307	0,8218	0,8218	1,0132	1,1954	0,8647	0,9227
2 50	En Küçük Kareler	0,6907	0,7247	0,8212	0,8212	0,9756	1,1335	0,8059	0,8216
2,30	SEY (ANSYS)	0,7108	0,7436	0,8352	0,8352	1,0454	1,2406	0,9055	0,9765
	Galerkin	0,6970	0,7293	0,8038	0,8038	1,1223	1,3614	0,9157	0,9723
2 00	En Küçük Kareler	0,6980	0,7309	0,8048	0,8048	1,0899	1,3020	0,8742	0,8999
5,00	SEY (ANSYS)	0,7227	0,7505	0,8266	0,8266	1,1519	1,4029	0,9535	1,0160
	Galerkin	0,6861	0,7103	0,7628	0,7628	1,2331	1,5508	0,9510	1,0019
4.00	En Küçük Kareler	0,6888	0,7171	0,7647	0,7647	1,2130	1,5061	0,9354	0,9739
4,00	SEY (ANSYS)	0,7286	0,7544	0,8106	0,8106	1,2714	1,5980	0,9930	1,0454

Çizelge 3. 9 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)

b/a	YÖNTEM	LT17	LT18	LT19	LT20	LT21	LT22	LT23	LT24
		w (mm)							
	Galerkin	0,3500	0,3668	0,4302	0,4073	0,4847	0,4847	0,4073	0,4302
	En Küçük Kareler	0,2854	0,2699	0,3835	0,3886	0,4768	0,4768	0,3886	0,3835
1,00	SEY (ANSYS)	0,3916	0,4352	0,4513	0,4155	0,4878	0,4878	0,4155	0,4513
	Galerkin	0,4314	0,4478	0,5442	0,5200	0,6001	0,6001	0,5200	0,5442
1 10	En Küçük Kareler	0,3484	0,3268	0,4796	0,4932	0,5896	0,5896	0,4932	0,4796
1,10	SEY (ANSYS)	0,4858	0,5347	0,5750	0,5334	0,6050	0,6050	0,5334	0,5750
	Galerkin	0,5154	0,5296	0,6625	0,6402	0,7120	0,7120	0,6402	0,6625
1 20	En Küçük Kareler	0,4133	0,3848	0,5786	0,6041	0,6993	0,6993	0,6041	0,5786
1,20	SEY (ANSYS)	0,5829	0,6341	0,7010	0,6594	0,7184	0,7184	0,6594	0,7010
	Galerkin	0,6007	0,6105	0,7815	0,7650	0,8165	0,8165	0,7650	0,7815
1 20	En Küçük Kareler	0,4792	0,4430	0,6781	0,7187	0,8021	0,8021	0,7187	0,6781
1,50	SEY (ANSYS)	0,6810	0,7278	0,8297	0,7902	0,8242	0,8242	0,7902	0,8297
	Galerkin	0,6857	0,6891	0,8983	0,8918	0,9114	0,9114	0,8918	0,8983
1 40	En Küçük Kareler	0,5452	0,5009	0,7764	0,8348	0,8957	0,8957	0,8348	0,7764
1,40	SEY (ANSYS)	0,7782	0,8195	0,9541	0,9230	0,9199	0,9199	0,9230	0,9541
	Galerkin	0,8512	0,8362	1,1175	1,1427	1,0694	1,0694	1,1427	1,1175
1 60	En Küçük Kareler	0,6754	0,6135	0,9638	1,0645	1,0528	1,0528	1,0645	0,9638
1,00	SEY (ANSYS)	0,9649	0,9892	1,1932	1,1852	1,0788	1,0788	1,1852	1,1932
	Galerkin	1,0060	0,9666	1,3099	1,3799	1,1871	1,1871	1,3799	1,3099
1 90	En Küçük Kareler	0,8002	0,7196	1,1340	1,2827	1,1710	1,1710	1,2827	1,1340
1,00	SEY (ANSYS)	1,1357	1,1225	1,3876	1,4316	1,1967	1,1967	1,4316	1,3876
	Galerkin	1,1469	1,0792	1,4728	1,5962	1,2713	1,2713	1,5962	1,4728
2 00	En Küçük Kareler	0,9178	0,8180	1,2843	1,4837	1,2565	1,2565	1,4837	1,2843
2,00	SEY (ANSYS)	1,2871	1,2364	1,5559	1,6547	1,2810	1,2810	1,6547	1,5559
	Galerkin	1,4333	1,2895	1,7623	2,0309	1,3801	1,3801	2,0309	1,7623
2 50	En Küçük Kareler	1,1747	1,0264	1,5743	1,8987	1,3698	1,3698	1,8987	1,5743
2,30	SEY (ANSYS)	1,5807	1,4331	1,8338	2,0971	1,3915	1,3915	2,0971	1,8338
	Galerkin	1,6343	1,4196	1,9251	2,3269	1,4051	1,4051	2,3269	1,9251
2 00	En Küçük Kareler	1,3786	1,1840	1,7625	2,1956	1,3992	1,3992	2,1956	1,7625
5,00	SEY (ANSYS)	1,7726	1,5380	2,0009	2,3935	1,4219	1,4219	2,3935	2,0009
	Galerkin	1,8573	1,5382	2,0434	2,6353	1,3659	1,3659	2,6353	2,0434
4 00	En Küçük Kareler	1,6541	1,3822	1,9473	2,5342	1,3661	1,3661	2,5342	1,9473
4,00	SEY (ANSYS)	1,9680	1,6217	2,1073	2,7010	1,4055	1,4055	2,7010	2,1073

Çizelge 3. 9 Maksimum Çökme Değeri w (mm), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)

## 3.4 Dinamik Analiz Sonuçları

Bu bölümde, Bölüm 3. 1 ve 3. 2'deki verilen parametrelerin kullanımıyla, 24 farklı simetrik katmanlı kompozit plak tipinin asal doğal frekansı Galerkin Yöntemi, En Küçük Kareler Yöntemi ve SEY (ANSYS) ile bulunan sonuçları; ankastre mesnet sınır koşulu için Şekil 3. 12, 3. 15 ve Çizelge 3. 10, 3. 11'de ve basit mesnet sınır koşulu için ise Şekil 3. 16, 3. 19 ve Çizelge 3. 12, 3. 13'te sunulmaktadır.

Ankastre mesnet sınır koşullarında; Şekil 3. 12'de plak kısa kenarının b kenarı seçilmesi durumunda ve Şekil 3. 13'te plak kısa kenarının a kenarı seçilmesi durumunda üç yöntemle bulunan sonuçlar ayrı grafiklerle gösterilmektedir.

Şekil 3. 14'te plak kısa kenarının b kenarı seçilmesi durumunda ve Şekil 3. 15'te plak kısa kenarının a kenarı seçilmesi durumunda 12 farklı plak tipi üç yöntemle bulunan sonuçlar gösterilmektedir.

Basit mesnet sınır koşullarında; Şekil 3. 16'da plak kısa kenarının b kenarı seçilmesi durumunda ve Şekil 3. 17'de plak kısa kenarının a kenarı seçilmesi durumunda üç yöntemle bulunan sonuçlar ayrı grafiklerle gösterilmektedir.

Şekil 3. 18'te plak kısa kenarının b kenarı seçilmesi durumunda ve Şekil 3. 19'da plak kısa kenarının a kenarı seçilmesi durumunda 12 farklı plak tipi üç yöntemle bulunan sonuçlar gösterilmektedir.



Şekil 3. 12 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi







(c)

Şekil 3. 13 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi









(c)

Şekil 3. 14 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1,LT11, LT6, LT20







Şekil 3. 15 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1,LT11, LT6, LT20

a/b	YÖNTEM	LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT6	LT7	LT8
		$\omega_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\omega_{\!_0}$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\omega_{\!_0}$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)
	Galerkin	849,13	851,53	844,30	844,30	851,53	849,13	856,32	858,71
	En Küçük Kareler	964,03	976,26	954,70	954,70	976,26	964,03	895,49	903,56
1,00	SEY (ANSYS)	815,79	807,37	823,32	823,32	807,37	815,79	842,52	840,90
	Galerkin	758,55	767,20	765,87	778,03	791,29	794,81	747,45	756,22
1 10	En Küçük Kareler	867,31	883,21	866,91	875,48	900,65	893,65	785,17	798,68
1,10	SEY (ANSYS)	728,70	727,13	747,92	759,55	752,86	765,68	736,33	740,77
	Galerkin	691,75	705,71	707,69	729,03	747,90	755,32	667,12	681,58
1 20	En Küçük Kareler	793,70	812,94	799,06	814,36	843,94	840,55	703,50	721,97
1,20	SEY (ANSYS)	664,66	669,19	692,00	712,48	714,16	729,53	657,85	667,83
	Galerkin	641,41	659,89	663,53	691,93	715,84	725,86	606,70	626,21
1 30	En Küçük Kareler	736,30	758,63	745,48	766,34	800,58	799,81	641,60	664,61
1,50	SEY (ANSYS)	616,62	626,52	649,58	676,88	685,97	702,75	598,76	613,77
	Galerkin	602,76	625,09	629,35	663,24	691,63	703,38	560,51	584,46
1 40	En Küçük Kareler	690,65	715,84	702,48	728,10	766,89	768,11	593,73	620,91
1,40	SEY (ANSYS)	579,94	594,55	616,75	649,40	664,93	682,45	553,54	573,09
	Galerkin	548,67	577,10	580,86	622,56	658,35	672,01	496,48	527,73
1 60	En Küçük Kareler	623,59	653,85	638,85	672,32	719,25	723,28	526,08	560,50
1,00	SEY (ANSYS)	529,09	551,33	570,26	610,53	636,44	654,33	490,87	518,07
	Galerkin	513,83	546,73	548,99	595,80	637,25	651,74	456,03	492,81
1 00	En Küçük Kareler	577,76	612,26	595,31	635,04	688,42	694,38	482,09	522,40
1,60	SEY (ANSYS)	496,84	524,76	539,79	585,06	618,68	636,33	451,30	484,45
	Galerkin	490,28	526,51	527,02	577,30	623,10	637,92	429,32	470,27
2 00	En Küçük Kareler	545,32	583,29	564,75	609,49	667,69	675,06	452,37	497,33
2,00	SEY (ANSYS)	475,40	507,54	518,86	567,54	606,95	624,16	425,23	462,95
	Galerkin	456,83	498,30	494,86	550,09	603,09	617,91	392,93	440,46
2 50	En Küçük Kareler	497,05	541,02	520,48	573,66	638,81	648,44	411,11	463,54
2,50	SEY (ANSYS)	445,73	484,43	488,46	541,98	590,65	606,75	389,85	434,92
	Galerkin	440,24	484,59	478,30	535,97	593,14	607,69	375,99	427,06
2 00	En Küçük Kareler	472,49	519,84	499,13	556,91	625,05	635,96	392,05	448,27
3,00	SEY (ANSYS)	431,58	473,74	473,01	528,91	582,73	598,02	373,51	422,59
	Galerkin	425,03	472,21	462,56	522,45	583,92	598,02	361,48	415,94
1.00	En Küçük Kareler	450,26	500,71	481,11	542,96	613,04	625,23	376,52	435,79
4,00	SEY (ANSYS)	419,14	464,57	458,60	516,62	575,58	589,92	359,70	412,60

Çizelge 3. 10 Asal Doğal Frekans  $\omega_{_0}$  (Hz), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı b

a/b	YÖNTEM	LT9	LT10	LT11	LT12	LT13	LT14	LT15	LT16
		$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)
	Galerkin	856,32	858,71	863,46	863,46	844,30	844,30	849,13	851,53
	En Küçük Kareler	895,49	903,56	878,73	878,73	954,70	954,70	964,03	976,26
1,00	SEY (ANSYS)	842,52	840,90	854,39	854,39	823,32	823,32	815,79	807,37
	Galerkin	747,45	756,22	773,48	773,48	765,87	778,03	758,55	767,20
1 10	En Küçük Kareler	785,17	798,68	786,34	786,34	866,91	875,48	867,31	883,21
1,10	SEY (ANSYS)	736,33	740,77	766,13	766,13	747,92	759,55	728,70	727,13
	Galerkin	667,12	681,59	709,63	709,63	707,69	729,03	691,75	705,71
1 20	En Küçük Kareler	703,50	721,97	721,56	721,56	799,06	814,36	793,70	812,94
1,20	SEY (ANSYS)	657,85	667,83	703,41	703,41	692,00	712,48	664,66	669,19
	Galerkin	606,70	626,21	663,51	663,51	663,53	691,93	641,41	659,89
1 20	En Küçük Kareler	641,60	664,61	675,39	675,38	745,48	766,34	736,30	758,63
1,50	SEY (ANSYS)	598,76	613,77	658,06	658,06	649,58	676,88	616,62	626,52
	Galerkin	560,51	584,46	629,64	629,64	629,35	663,24	602,76	625,09
1,40	En Küçük Kareler	593,73	620,91	641,97	641,97	702,48	728,10	690,65	715,84
	SEY (ANSYS)	553,54	573,09	624,72	624,72	616,75	649,40	579,94	594,55
	Galerkin	496,48	527,74	585,25	585,25	580,86	622,56	548,67	577,10
1 60	En Küçük Kareler	526,08	560,50	599,09	599,09	638,85	672,32	623,59	653,85
1,00	SEY (ANSYS)	490,87	518,07	581,01	581,01	570,26	610,53	529,09	551,33
	Galerkin	456,03	492,81	559,15	559,15	548,99	595,80	513,83	546,73
1 80	En Küçük Kareler	482,09	522,40	574,59	574,59	595,31	635,04	577,76	612,26
1,00	SEY (ANSYS)	451,30	484,45	555,28	555,28	539,79	585,06	496,84	524,76
	Galerkin	429,32	470,27	542,98	542,98	527,02	577,30	490,28	526,51
2 00	En Küçük Kareler	452,37	497,33	559,80	559,80	564,75	609,49	545,32	583,29
2,00	SEY (ANSYS)	425,23	462,95	539,33	539,33	518,86	567,54	475,40	507,54
	Galerkin	392,93	440,46	522,71	522,71	494,86	550,09	456,83	498,30
2 50	En Küçük Kareler	411,11	463,54	541,95	541,95	520,48	573,66	497,05	541,02
2,30	SEY (ANSYS)	389,85	434,92	519,32	519,32	488,46	541,98	445,73	484,43
	Galerkin	375,99	427,06	514,20	514,20	478,30	535,97	440,24	484,59
3,00 -	En Küçük Kareler	392,05	448,27	534,85	534,85	499,13	556,91	472,49	519,84
	SEY (ANSYS)	373,51	422,59	510,92	510,92	473,01	528,91	431,58	473,74
	Galerkin	361,48	415,94	507,62	507,62	462,56	522,45	425,03	472,21
4,00	En Küçük Kareler	376,52	435,79	529,70	529,70	481,11	542,96	450,26	500,71
	SEY (ANSYS)	359,70	412,60	504,43	504,43	458,60	516,62	419,14	464,57

Çizelge 3. 10 Asal Doğal Frekans  $\omega_{_0}$  (Hz), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)

a/b	YÖNTEM	LT17	LT18	LT19	LT20	LT21	LT22	LT23	LT24
		$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\omega_{\!_0}$ (Hz)	$\omega_{\!_0}$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)
	Galerkin	849,13	851,53	858,71	856,32	863,46	863,46	856,32	858,71
	En Küçük Kareler	964,03	976,26	903,56	895,49	878,73	878,73	895,49	903,56
1,00	SEY (ANSYS)	815,79	807,37	840,90	842,52	854,39	854,39	842,52	840,90
	Galerkin	794,81	791,29	815,93	819,34	809,07	809,07	819,34	815,93
1 10	En Küçük Kareler	893,65	900,65	855,42	853,29	825,11	825,11	853,29	855,42
1,10	SEY (ANSYS)	765,68	752,86	800,19	806,62	800,83	800,83	806,62	800,19
	Galerkin	755,32	747,90	786,05	793,11	771,73	771,73	793,11	786,05
1 20	En Küçük Kareler	840,55	843,94	821,73	823,49	789,02	789,02	823,49	821,72
1,20	SEY (ANSYS)	729,53	714,16	771,89	781,21	764,04	764,04	781,21	771,89
	Galerkin	725,86	715,84	764,58	773,96	745,46	745,46	773,96	764,58
1 20	En Küçük Kareler	799,81	800,58	797,62	802,01	764,13	764,13	802,01	797,62
1,50	SEY (ANSYS)	702,75	685,97	751,61	762,68	738,15	738,15	762,68	751,61
	Galerkin	703,38	691,63	748,75	759,61	726,54	726,54	759,62	748,75
1,40	En Küçük Kareler	768,11	766,89	780,03	786,24	746,54	746,54	786,24	780,03
	SEY (ANSYS)	682,45	664,93	736,71	748,82	719,50	719,50	748,82	736,71
	Galerkin	672,01	658,35	727,63	740,02	702,20	702,20	740,02	727,63
1 60	En Küçük Kareler	723,28	719,25	757,03	765,45	724,47	724,47	765,45	757,03
1,00	SEY (ANSYS)	654,33	636,44	716,88	729,92	695,49	695,49	729,92	716,88
	Galerkin	651,74	637,25	714,68	727,64	688,04	688,04	727,64	714,68
1 80	En Küçük Kareler	694,38	688,42	743,42	753,05	712,06	712,06	753,05	743,42
1,00	SEY (ANSYS)	636,33	618,68	704,77	718,02	681,53	681,53	718,02	704,77
	Galerkin	637,92	623,10	706,24	719,34	679,26	679,26	719,34	706,24
2 00	En Küçük Kareler	675,06	667,68	734,87	745,19	704,60	704,60	745,19	734,87
2,00	SEY (ANSYS)	624,16	606,95	696,89	710,07	672,87	672,87	710,07	696,89
	Galerkin	617,91	603,09	694,66	707,56	668,09	668,09	707,56	694,66
2 50	En Küçük Kareler	648,44	638,81	723,82	734,93	695,53	695,53	734,93	723,82
2,30	SEY (ANSYS)	606,75	590,65	686,15	698,85	661,86	661,86	698,85	686,15
	Galerkin	607,69	593,14	689,09	701,66	663,24	663,24	701,66	689,09
3,00	En Küçük Kareler	635,96	625,05	718,91	730,32	691,83	691,83	730,32	718,91
	SEY (ANSYS)	598,02	582,73	681,04	693,30	657,08	657,08	693,30	681,04
	Galerkin	598,02	583,92	684,08	696,15	659,28	659,28	696,15	684,08
4 00	En Küçük Kareler	625,23	613,04	714,83	726,43	689,04	689,04	726,43	714,83
4,00	SEY (ANSYS)	589,92	575,58	676,50	688,20	653,20	653,20	688,20	676,50

Çizelge 3. 10 Asal Doğal Frekans  $\omega_{_0}$  (Hz), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)

b/a	YONTEM	LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT6	LT7	LT8
		$\omega_0$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\omega_0$ (Hz)	$\omega_0^{}$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\omega_0^{}$ (Hz)	$\omega_0$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)
	Galerkin	849,13	851,53	844,30	844,30	851,53	849,13	856,32	858,71
	En Küçük Kareler	964,03	976,26	954,70	954,70	976,26	964,03	895,49	903,56
1,00	SEY (ANSYS)	815,79	807,37	823,32	823,32	807,37	815,79	842,52	840,90
	Galerkin	794,81	791,29	778,02	765,87	767,20	758,55	819,34	815,93
1.10	En Küçük Kareler	893,65	900,65	875,48	866,91	883,21	867,31	853,29	855,42
1)10	SEY (ANSYS)	765,68	752,86	759,55	747,92	727,13	728,70	806,62	800,19
	Galerkin	755,32	747,90	729,03	707,69	705,71	691,75	793,11	786,05
1 20	En Küçük Kareler	840,55	843,94	814,36	799,06	812,94	793,70	823,49	821,73
1,20	SEY (ANSYS)	729,53	714,16	712,48	692,00	669,19	664,66	781,21	771,89
	Galerkin	725,86	715,84	691,93	663,53	659,89	641,41	773,96	764,58
1 20	En Küçük Kareler	799,81	800,58	766,34	745,48	758,63	736,30	802,01	797,62
1,50	SEY (ANSYS)	702,75	685,97	676,88	649,58	626,52	616,62	762,68	751,61
	Galerkin	703,38	691,63	663,24	629,35	625,09	602,76	759,61	748,75
1,40	En Küçük Kareler	768,11	766,89	728,10	702,48	715,84	690,65	786,24	780,03
	SEY (ANSYS)	682,45	664,93	649,40	616,75	594,55	579,94	748,82	736,71
	Galerkin	672,01	658,34	622,56	580,86	577,10	548,67	740,01	727,63
1 60	En Küçük Kareler	723,28	719,25	672,32	638,85	653,85	623,59	765,45	757,03
1,00	SEY (ANSYS)	654,33	636,44	610,53	570,26	551,33	529,09	729,92	716,88
	Galerkin	651,74	637,24	595,80	548,99	546,73	513,83	727,64	714,68
1 80	En Küçük Kareler	694,38	688,42	635,04	595,31	612,26	577,76	753,05	743,42
1,00	SEY (ANSYS)	636,33	618,68	585,06	539,79	524,76	496,84	718,02	704,77
	Galerkin	637,92	623,10	577,30	527,02	526,51	490,28	719,34	706,23
2 00	En Küçük Kareler	675,06	667,69	609,49	564,75	583,29	545,32	745,19	734,87
2,00	SEY (ANSYS)	624,16	606,95	567,54	518,86	507,54	475,40	710,07	696,89
	Galerkin	617,91	603,09	550,09	494,86	498,30	456,83	707,56	694,65
2 50	En Küçük Kareler	648,44	638,81	573,66	520,48	541,02	497,05	734,93	723,82
2,50	SEY (ANSYS)	606,75	590,65	541,98	488,46	484,43	445,73	698,85	686,15
	Galerkin	607,69	593,14	535,97	478,30	484,59	440,24	701,66	689,09
2.00	En Küçük Kareler	635,96	625,05	556,91	499,13	519,84	472,49	730,32	718,91
3,00	SEY (ANSYS)	598,02	582,73	528,91	473,01	473,74	431,58	693,30	681,04
	Galerkin	598,02	583,92	522,45	462,56	472,21	425,03	696,15	684,08
4,00	En Küçük Kareler	625,23	613,04	542,96	481,11	500,71	450,26	726,43	714,83
	SEY (ANSYS)	589,92	575,58	516,62	458,60	464,57	419,14	688,20	676,50

Çizelge 3. 11 Asal Doğal Frekans  $\, arnownget_{0} \,$  (Hz), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa

kenarı a

b/a	YÖNTEM	LT9	LT10	LT11	LT12	LT13	LT14	LT15	LT16
		$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)
	Galerkin	856,32	858,71	863,46	863,46	844,30	844,30	849,13	851,53
	En Küçük Kareler	895,49	903,56	878,73	878,73	954,70	954,70	964,03	976,26
1,00	SEY (ANSYS)	842,52	840,90	854,39	854,39	823,32	823,32	815,79	807,37
	Galerkin	819,34	815,93	809,07	809,07	778,03	765,87	794,81	791,29
1 10	En Küçük Kareler	853,29	855,42	825,11	825,11	875,48	866,91	893,65	900,65
1,10	SEY (ANSYS)	806,62	800,19	800,83	800,83	759,55	747,92	765,68	752,86
	Galerkin	793,11	786,05	771,73	771,73	729,03	707,69	755,32	747,90
1 20	En Küçük Kareler	823,49	821,73	789,02	789,02	814,36	799,06	840,55	843,94
1,20	SEY (ANSYS)	781,21	771,89	764,04	764,04	712,48	692,00	729,53	714,16
	Galerkin	773,96	764,58	745,46	745,46	691,93	663,53	725,86	715,84
1 20	En Küçük Kareler	802,01	797,62	764,13	764,13	766,34	745,48	799,81	800,58
1,50	SEY (ANSYS)	762,68	751,61	738,15	738,15	676,88	649,58	702,75	685,97
	Galerkin	759,61	748,75	726,54	726,54	663,24	629,35	703,38	691,63
1 40	En Küçük Kareler	786,24	780,03	746,54	746,54	728,10	702,48	768,11	766,89
1,40	SEY (ANSYS)	748,82	736,71	719,50	719,50	649,40	616,75	682,45	664,93
	Galerkin	740,01	727,63	702,20	702,20	622,56	580,86	672,01	658,35
1 60	En Küçük Kareler	765,45	757,03	724,47	724,47	672,32	638,85	723,28	719,25
1,00	SEY (ANSYS)	729,92	716,88	695,49	695,49	610,53	570,26	654,33	636,44
	Galerkin	727,64	714,68	688,04	688,04	595,80	548,99	651,74	637,25
1 80	En Küçük Kareler	753,05	743,42	712,06	712,06	635,04	595,31	694,38	688,42
1,00	SEY (ANSYS)	718,02	704,77	681,53	681,53	585,06	539,79	636,33	618,69
	Galerkin	719,34	706,23	679,26	679,26	577,30	527,02	637,92	623,10
2 00	En Küçük Kareler	745,19	734,87	704,60	704,60	609,49	564,75	675,06	667,69
2,00	SEY (ANSYS)	710,07	696,89	672,87	672,87	567,54	518,86	624,16	606,95
	Galerkin	707,56	694,65	668,09	668,09	550,09	494,86	617,91	603,09
2 50	En Küçük Kareler	734,93	723,82	695,53	695,53	573,66	520,48	648,44	638,81
2,30	SEY (ANSYS)	698,85	686,15	661,86	661,86	541,98	488,46	606,75	590,65
	Galerkin	701,66	689,09	663,24	663,24	535,97	478,30	607,69	593,14
3,00	En Küçük Kareler	730,32	718,91	691,83	691,83	556,91	499,13	635,96	625,05
	SEY (ANSYS)	693,30	681,04	657,08	657,08	528,91	473,01	598,02	582,73
	Galerkin	696,15	684,08	659,28	659,28	522,45	462,56	598,02	583,92
4 00	En Küçük Kareler	726,43	714,83	689,04	689,04	542,96	481,11	625,23	613,04
4,00	SEY (ANSYS)	688,20	676,50	653,20	653,20	516,62	458,60	589,92	575,58

Çizelge 3. 11 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)

b/a	YÖNTEM	LT17	LT18	LT19	LT20	LT21	LT22	LT23	LT24
		$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)
	Galerkin	849,13	851,53	858,71	856,32	863,46	863,46	856,32	858,71
	En Küçük Kareler	964,03	976,26	903,56	895,49	878,73	878,73	895,49	903,56
1,00	SEY (ANSYS)	815,79	807,37	840,90	842,52	854,39	854,39	842,52	840,90
	Galerkin	758,55	767,20	756,22	747,45	773,48	773,48	747,45	756,22
1 10	En Küçük Kareler	867,31	883,21	798,68	785,17	786,34	786,34	785,17	798,68
1,10	SEY (ANSYS)	728,70	727,13	740,77	736,33	766,13	766,13	736,33	740,77
	Galerkin	691,75	705,71	681,59	667,12	709,63	709,63	667,12	681,59
1 20	En Küçük Kareler	793,70	812,94	721,97	703,50	721,56	721,56	703,50	721,97
1,20	SEY (ANSYS)	664,66	669,19	667,83	657,85	703,41	703,41	657,85	667,83
	Galerkin	641,41	659,89	626,21	606,70	663,51	663,51	606,70	626,21
1 20	En Küçük Kareler	736,30	758,63	664,61	641,60	675,39	675,39	641,60	664,61
1,50	SEY (ANSYS)	616,62	626,52	613,77	598,76	658,06	658,06	598,76	613,77
	Galerkin	602,76	625,09	584,46	560,51	629,64	629,64	560,51	584,46
1 40	En Küçük Kareler	690,65	715,84	620,91	593,73	641,97	641,97	593,73	620,91
1,40	SEY (ANSYS)	579,94	594,55	573,09	553,54	624,72	624,72	553,54	573,09
	Galerkin	548,67	577,10	527,73	496,48	585,25	585,25	496,48	527,73
1 60	En Küçük Kareler	623,59	653,85	560,50	526,08	599,09	599,09	526,08	560,50
1,00	SEY (ANSYS)	529,09	551,33	518,07	490,87	581,01	581,01	490,87	518,07
	Galerkin	513,83	546,73	492,80	456,03	559,15	559,15	456,03	492,81
1 80	En Küçük Kareler	577,76	612,26	522,40	482,09	574,59	574,59	482,09	522,40
1,00	SEY (ANSYS)	496,84	524,76	484,45	451,30	555,28	555,28	451,30	484,45
	Galerkin	490,28	526,51	470,27	429,32	542,98	542,98	429,32	470,27
2 00	En Küçük Kareler	545,32	583,29	497,33	452,37	559,80	559,80	452,37	497,33
2,00	SEY (ANSYS)	475,40	507,54	462,95	425,23	539,33	539,33	425,23	462,95
	Galerkin	456,83	498,30	440,46	392,93	522,71	522,71	392,93	440,46
2 50	En Küçük Kareler	497,05	541,02	463,54	411,11	541,95	541,95	411,11	463,54
2,30	SEY (ANSYS)	445,73	484,43	434,92	389,85	519,32	519,32	389,85	434,92
	Galerkin	440,24	484,59	427,06	375,99	514,20	514,20	375,99	427,06
3 00	En Küçük Kareler	472,49	519,84	448,27	392,05	534,85	534,85	392,05	448,27
3,00	SEY (ANSYS)	431,58	473,74	422,59	373,51	510,92	510,92	373,51	422,59
	Galerkin	425,03	472,21	415,94	361,48	507,62	507,62	361,48	415,94
1 00	En Küçük Kareler	450,26	500,71	435,79	376,52	529,70	529,70	376,52	435,79
4,00	SEY (ANSYS)	419,14	464,57	412,60	359,70	504,43	504,43	359,70	412,60

Çizelge 3. 11 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz), dört kenar ankastre mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)









Şekil 3. 16 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar basit mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi







(c)

Şekil 3. 17 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar basit mesnetli; a) Galerkin Yöntemi, b) SEY (ANSYS), c) En Küçük Kareler Yöntemi











(c)

Şekil 3. 18 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz) grafiği, plak kısa kenarı b, dört kenar basit mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1, LT11, LT6, LT20











(c)

Şekil 3. 19 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz) grafiği, plak kısa kenarı a, dört kenar basit mesnetli; a) LT7, LT3, LT4, LT21, b) LT8, LT2, LT5, LT19, c) LT1, LT11, LT6, LT20

a/b	YÖNTEM	LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT6	LT7	LT8
		$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)
	Galerkin	483,59	467,97	510,90	510,90	467,97	483,59	454,71	440,21
	En Küçük Kareler	504,22	499,21	517,58	517,58	499,21	504,22	458,96	450,44
1,00	SEY (ANSYS)	461,25	438,74	494,90	494,90	438,74	461,25	447,61	430,70
	Galerkin	434,90	422,78	463,89	467,82	431,68	447,61	402,06	390,83
1 10	En Küçük Kareler	454,36	451,86	470,04	473,83	459,27	465,62	406,28	400,86
1,10	SEY (ANSYS)	414,43	396,00	449,82	453,93	406,10	428,24	395,63	382,01
	Galerkin	397,24	388,20	427,01	433,95	403,87	419,67	362,02	353,75
1 20	En Küçük Kareler	415,65	415,31	432,71	439,40	428,39	435,55	366,19	363,50
1,20	SEY (ANSYS)	378,44	363,65	414,52	421,78	381,39	402,75	356,16	345,58
	Galerkin	367,46	361,13	397,43	406,76	382,07	397,50	330,86	325,31
1 20	En Küçük Kareler	384,91	386,44	402,75	411,74	403,99	411,62	334,96	334,70
1,50	SEY (ANSYS)	350,13	338,62	386,28	396,02	362,22	382,63	325,50	317,73
	Galerkin	343,45	339,54	373,29	384,56	364,66	379,60	306,14	303,06
1 40	En Küçük Kareler	360,02	363,20	378,27	389,13	384,36	392,24	310,16	312,07
1,40	SEY (ANSYS)	327,45	318,88	363,27	375,01	347,04	366,45	301,23	296,05
	Galerkin	307,48	307,65	336,51	350,75	338,89	352,76	269,90	271,12
1 60	En Küçük Kareler	322,45	328,39	340,93	354,66	355,03	363,07	273,70	279,28
1,00	SEY (ANSYS)	293,73	290,20	328,30	343,06	324,82	342,29	265,74	265,12
	Galerkin	282,16	285,62	310,10	326,51	321,04	333,87	245,08	249,86
1 80	En Küçük Kareler	295,73	303,88	314,06	329,91	334,48	342,44	248,63	257,17
1,00	SEY (ANSYS)	270,27	270,79	303,26	320,21	309,60	325,38	241,53	244,73
	Galerkin	263,64	269,77	290,45	308,51	308,17	320,08	227,35	235,07
2 00	En Küçük Kareler	275,97	285,92	294,01	311,49	319,51	327,32	230,64	241,58
2,00	SEY (ANSYS)	253,28	257,09	284,67	303,26	298,71	313,07	224,30	230,66
	Galerkin	234,38	245,29	258,70	279,55	288,20	298,38	200,21	213,23
2 50	En Küçük Kareler	244,15	257,38	261,48	281,77	296,00	303,36	202,86	218,09
2,30	SEY (ANSYS)	226,87	236,43	254,74	276,06	281,98	293,77	198,07	210,16
	Galerkin	217,99	231,92	240,41	262,99	277,24	286,28	185,52	201,92
3,00	En Küçük Kareler	225,82	241,21	242,63	264,70	282,90	289,90	187,65	205,59
	SEY (ANSYS)	212,37	225,47	237,58	260,53	272,87	283,04	183,98	199,71
	Galerkin	201,28	218,60	221,30	245,81	266,25	273,99	170,98	191,14
4,00	En Küçük Kareler	206,50	224,46	222,77	246,88	269,59	276,13	172,39	193,40
	SEY (ANSYS)	197,89	214,81	219,71	244,44	263,78	272,16	170,14	189,91

Çizelge 3. 12 Asal Doğal Frekans  $\omega_{_0}$  (Hz), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı b

a/b	YÖNTEM	LT9	LT10	LT11	LT12	LT13	LT14	LT15	LT16
		$\omega_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)
	Galerkin	454,71	440,21	417,78	417,78	510,90	510,90	483,59	467,97
	En Küçük Kareler	458,96	450,44	419,17	419,17	517,58	517,58	504,22	499,21
1,00	SEY (ANSYS)	447,61	430,70	415,61	415,61	494,90	494,90	461,25	438,74
	Galerkin	402,06	390,83	375,20	375,20	463,89	467,82	434,90	422,78
1 10	En Küçük Kareler	406,28	400,86	376,52	376,52	470,04	473,83	454,36	451,86
1,10	SEY (ANSYS)	395,63	382,01	373,31	373,31	449,82	453,93	414,43	396,00
	Galerkin	362,02	353,75	344,17	344,17	427,01	433,95	397,24	388,20
1 20	En Küçük Kareler	366,19	363,50	345,40	345,40	432,71	439,40	415,65	415,31
1,20	SEY (ANSYS)	356,16	345,58	342,52	342,52	414,52	421,78	378,44	363,65
	Galerkin	330,86	325,31	321,07	321,07	397,43	406,76	367,46	361,13
1 20	En Küçük Kareler	334,96	334,70	322,21	322,21	402,75	411,74	384,91	386,44
1,30	SEY (ANSYS)	325,50	317,73	319,63	319,63	386,28	396,02	350,13	338,62
	Galerkin	306,14	303,06	303,54	303,54	373,29	384,56	343,45	339,54
1,40	En Küçük Kareler	310,16	312,07	304,59	304,59	378,27	389,13	360,02	363,20
	SEY (ANSYS)	301,23	296,05	302,29	302,29	363,27	375,01	327,45	318,88
	Galerkin	269,90	271,12	279,43	279,43	336,51	350,75	307,48	307,65
1 60	En Küçük Kareler	273,70	279,28	280,30	280,30	340,93	354,66	322,45	328,39
1,00	SEY (ANSYS)	265,74	265,12	278,47	278,47	328,30	343,06	293,73	290,20
	Galerkin	245,08	249,86	264,22	264,22	310,10	326,51	282,16	285,62
1 80	En Küçük Kareler	248,63	257,17	264,95	264,95	314,06	329,91	295,73	303,88
1,00	SEY (ANSYS)	241,53	244,73	263,49	263,49	303,26	320,21	270,27	270,79
	Galerkin	227,35	235,07	254,14	254,14	290,45	308,51	263,64	269,77
2 00	En Küçük Kareler	230,64	241,58	254,74	254,74	294,01	311,49	275,97	285,92
2,00	SEY (ANSYS)	224,30	230,66	253,58	253,58	284,67	303,26	253,28	257,09
	Galerkin	200,21	213,23	240,16	240,16	258,70	279,55	234,38	245,29
2 50	En Küçük Kareler	202,86	218,09	240,55	240,55	261,48	281,77	244,15	257,38
2,30	SEY (ANSYS)	198,07	210,16	239,87	239,87	254,74	276,06	226,87	236,43
	Galerkin	185,52	201,92	233,42	233,42	240,41	262,99	217,99	231,92
3 00	En Küçük Kareler	187,65	205,59	233,69	233,69	242,63	264,70	225,82	241,21
5,00	SEY (ANSYS)	183,98	199,71	233,29	233,29	237,58	260,53	212,37	225,47
	Galerkin	170,98	191,14	227,38	227,38	221,30	245,81	201,28	218,60
1 00	En Küçük Kareler	172,39	193,40	227,54	227,54	222,77	246,88	206,50	224,46
4,00	SEY (ANSYS)	170,14	189,91	227,41	227,41	219,71	244,44	197,89	214,81

Çizelge 3. 12 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)

a/b	YÖNTEM	LT17	LT18	LT19	LT20	LT21	LT22	LT23	LT24
		$\omega_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)
	Galerkin	483,59	467,97	440,21	454,71	417,78	417,78	454,71	440,21
	En Küçük Kareler	504,22	499,21	450,44	458,96	419,17	419,17	458,96	450,44
1,00	SEY (ANSYS)	461,25	438,74	430,70	447,61	415,61	415,61	447,61	430,70
	Galerkin	447,61	431,68	413,75	428,45	389,47	389,47	428,45	413,75
1 10	En Küçük Kareler	465,62	459,27	422,29	431,95	390,65	390,65	431,95	422,29
1,10	SEY (ANSYS)	428,24	406,10	405,66	422,43	387,62	387,62	422,43	405,66
	Galerkin	419,67	403,87	394,02	408,47	369,15	369,15	408,47	394,02
1 20	En Küçük Kareler	435,55	428,39	401,21	411,40	370,15	370,15	411,40	401,21
1,20	SEY (ANSYS)	402,75	381,39	387,10	403,32	367,56	367,56	403,32	387,10
	Galerkin	397,50	382,07	378,94	392,91	354,18	354,18	392,91	378,94
1 20	En Küçük Kareler	411,62	403,99	385,04	395,40	355,04	355,04	395,40	385,04
1,30	SEY (ANSYS)	382,63	362,22	372,98	388,48	352,82	352,82	388,48	372,98
	Galerkin	379,60	364,66	367,16	380,57	342,91	342,91	380,57	367,16
1,40	En Küçük Kareler	392,24	384,36	372,38	382,69	343,64	343,64	382,69	372,38
	SEY (ANSYS)	366,45	347,04	361,98	376,72	341,73	341,73	376,72	361,98
	Galerkin	352,76	338,89	350,21	362,45	327,45	327,45	362,45	350,21
1 60	En Küçük Kareler	363,07	355,03	354,14	364,05	328,00	328,00	364,05	354,14
1,00	SEY (ANSYS)	342,29	324,82	346,23	359,49	326,57	326,57	359,49	346,23
	Galerkin	333,87	321,04	338,84	350,03	317,68	317,68	350,03	338,84
1 80	En Küçük Kareler	342,44	334,48	341,90	351,27	318,10	318,10	351,27	341,90
1,00	SEY (ANSYS)	325,38	309,60	335,71	347,68	317,01	317,01	347,68	335,71
	Galerkin	320,08	308,17	330,85	341,13	311,15	311,15	341,13	330,85
2 00	En Küçük Kareler	327,32	319,51	333,28	342,13	311,48	311,48	342,13	333,28
2,00	SEY (ANSYS)	313,07	298,71	328,33	339,24	310,62	310,62	339,24	328,33
	Galerkin	298,38	288,20	318,82	327,48	301,93	301,93	327,48	318,82
2 50	En Küçük Kareler	303,36	296,00	320,33	328,10	302,12	302,12	328,10	320,33
2,30	SEY (ANSYS)	293,77	281,98	317,25	326,28	301,63	301,63	326,28	317,25
	Galerkin	286,28	277,24	312,42	320,05	297,35	297,35	320,05	312,42
2 00	En Küçük Kareler	289,90	282,90	313,44	320,48	297,48	297,48	320,48	313,44
3,00	SEY (ANSYS)	283,04	272,87	311,36	319,24	297,18	297,18	319,24	311,36
	Galerkin	273,99	266,25	306,15	312,67	293,12	293,12	312,67	306,15
1 00	En Küçük Kareler	276,13	269,59	306,72	312,90	293,19	293,19	312,90	306,72
4,00	SEY (ANSYS)	272,16	263,78	305,59	312,23	293,07	293,07	312,23	305,59

Çizelge 3. 12 Asal Doğal Frekans  $\omega_0$  (Hz), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı b (devamı)

b/a	YÖNTEM	LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT6	LT7	LT8
		$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\omega_{\!_0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\omega_{\!_0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_{\!0}$ (Hz)	$\pmb{\omega}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)
	Galerkin	483,59	467,97	510,90	510,90	467,97	483,59	454,71	440,21
	En Küçük Kareler	504,22	499,21	517,58	517,58	499,21	504,22	458,96	450,44
1,00	SEY (ANSYS)	461,25	438,74	494,90	494,90	438,74	461,25	447,61	430,70
	Galerkin	447,61	431,68	467,82	463,89	422,78	434,90	428,45	413,75
1 10	En Küçük Kareler	465,62	459,27	473,08	469,29	451,86	454,36	431,95	422,29
1,10	SEY (ANSYS)	428,24	406,10	453,93	449,82	396,00	414,43	422,43	405,66
	Galerkin	419,67	403,87	433,95	427,01	388,20	397,24	408,47	394,02
1 20	En Küçük Kareler	435,55	428,39	439,40	432,71	415,31	415,65	411,40	401,21
1,20	SEY (ANSYS)	402,75	381,39	421,78	414,52	363,65	378,44	403,32	387,10
	Galerkin	397,50	382,07	406,76	397,43	361,13	367,46	392,91	378,94
1 20	En Küçük Kareler	411,62	403,99	411,74	402,75	386,44	384,91	395,40	385,04
1,50	SEY (ANSYS)	382,63	362,22	396,02	386,28	338,62	350,13	388,48	372,98
	Galerkin	379,60	364,66	384,56	373,29	339,54	343,45	380,57	367,16
1 40	En Küçük Kareler	392,24	384,36	389,13	378,27	363,20	360,02	382,69	372,38
1,40	SEY (ANSYS)	366,45	347,04	375,01	363,27	318,88	327,45	376,72	361,98
	Galerkin	352,76	338,89	350,75	336,51	307,65	307,48	362,45	350,21
1 60	En Küçük Kareler	363,07	355,03	354,66	340,93	328,39	322,45	364,05	354,14
1,00	SEY (ANSYS)	342,29	324,82	343,06	328,30	290,20	293,73	359,49	346,23
	Galerkin	333,87	321,04	326,51	310,10	285,62	282,16	350,03	338,84
1 80	En Küçük Kareler	342,44	334,48	329,91	314,06	303,88	295,73	351,27	341,90
1,80	SEY (ANSYS)	325,38	309,60	320,21	303,26	270,79	270,27	347,68	335,71
	Galerkin	320,08	308,17	308,51	290,45	269,77	263,64	341,13	330,85
2 00	En Küçük Kareler	327,32	319,51	311,49	294,01	285,92	275,97	342,13	333,28
2,00	SEY (ANSYS)	313,07	298,71	303,26	284,67	257,09	253,28	339,24	328,33
	Galerkin	298,38	288,20	279,55	258,70	245,29	234,38	327,48	318,82
2 50	En Küçük Kareler	303,36	296,00	281,77	261,48	257,38	244,15	328,10	320,33
2,50	SEY (ANSYS)	293,77	281,98	276,06	254,74	236,43	226,87	326,28	317,25
	Galerkin	286,28	277,24	262,99	240,41	231,92	217,99	320,05	312,42
3,00 -	En Küçük Kareler	289,90	282,90	264,70	242,63	241,21	225,82	320,48	313,44
	SEY (ANSYS)	283,04	272,87	260,53	237,58	225,47	212,37	319,24	311,36
	Galerkin	273,99	266,25	245,81	221,30	218,60	201,28	312,67	306,15
4,00	En Küçük Kareler	276,13	269,59	246,88	222,77	224,46	206,50	312,90	306,72
	SEY (ANSYS)	272,16	263,78	244,44	219,71	214,81	197,89	312,23	305,59

Çizelge 3. 13 Asal Doğal Frekans  $\, arnowngeta_{0} \,$  (Hz), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a

b/a	YÖNTEM	LT9	LT10	LT11	LT12	LT13	LT14	LT15	LT16
		$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)
	Galerkin	454,71	440,21	417,78	417,78	510,90	510,90	483,59	467,97
1 00	En Küçük Kareler	458,96	450,44	419,17	419,17	517,58	517,58	504,22	499,21
1,00	SEY (ANSYS)	447,61	430,70	415,61	415,61	494,90	494,90	461,25	438,74
	Galerkin	428,45	413,75	389,47	389,47	467,82	463,89	447,61	431,68
1 10	En Küçük Kareler	431,95	421,46	390,65	390,65	472,86	469,07	463,40	456,54
1,10	SEY (ANSYS)	422,43	405,66	387,62	387,62	453,93	449,82	428,24	406,10
	Galerkin	408,47	394,02	369,15	369,15	433,95	427,01	419,67	403,87
1 20	En Küçük Kareler	411,40	401,21	370,15	370,15	439,40	432,71	435,55	428,39
1,20	SEY (ANSYS)	403,32	387,10	367,56	367,56	421,78	414,52	402,75	381,39
	Galerkin	392,91	378,94	354,18	354,18	406,76	397,43	397,50	382,07
1 20	En Küçük Kareler	395,40	385,04	355,04	355,04	411,74	402,75	411,62	403,99
1,50	SEY (ANSYS)	388,48	372,98	352,82	352,82	396,02	386,28	382,63	362,22
	Galerkin	380,57	367,16	342,91	342,91	384,56	373,29	379,60	364,66
1,40	En Küçük Kareler	382,69	372,38	343,64	343,64	389,13	378,27	392,24	384,36
	SEY (ANSYS)	376,72	361,98	341,73	341,73	375,01	363,27	366,45	347,04
	Galerkin	362,45	350,21	327,45	327,45	350,75	336,51	352,76	338,89
1 60	En Küçük Kareler	364,05	354,14	328,00	328,00	354,66	340,93	363,07	355,03
1,00	SEY (ANSYS)	359,49	346,23	326,57	326,57	343,06	328,30	342,29	324,82
	Galerkin	350,03	338,84	317,68	317,68	326,51	310,10	333,87	321,04
1 80	En Küçük Kareler	351,27	341,90	318,10	318,10	329,91	314,06	342,44	334,48
1,00	SEY (ANSYS)	347,68	335,71	317,01	317,01	320,21	303,26	325,38	309,60
	Galerkin	341,13	330,85	311,15	311,15	308,51	290,45	320,08	308,17
2 00	En Küçük Kareler	342,13	333,28	311,48	311,48	311,49	294,01	327,32	319,51
2,00	SEY (ANSYS)	339,24	328,33	310,62	310,62	303,26	284,67	313,07	298,71
	Galerkin	327,48	318,82	301,93	301,93	279,55	258,70	298,38	288,20
2 50	En Küçük Kareler	328,10	320,33	302,12	302,12	281,77	261,48	303,36	296,00
2,50	SEY (ANSYS)	326,28	317,25	301,63	301,63	276,06	254,74	293,77	281,98
	Galerkin	320,05	312,42	297,35	297,35	262,99	240,41	286,28	277,24
3 00	En Küçük Kareler	320,48	313,44	297,48	297,48	264,70	242,63	289,90	282,90
3,00	SEY (ANSYS)	319,24	311,36	297,18	297,18	260,53	237,58	283,04	272,87
	Galerkin	312,67	306,15	293,12	293,12	245,81	221,30	273,99	266,25
4 00	En Küçük Kareler	312,90	306,72	293,19	293,19	246,88	222,77	276,13	269,59
4,00	SEY (ANSYS)	312,23	305,59	293,07	293,07	244,44	219,71	272,16	263,78

Çizelge 3. 13 Asal Doğal Frekans  $\omega_{_0}$  (Hz), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)

b/a	YÖNTEM	LT17	LT18	LT19	LT20	LT21	LT22	LT23	LT24
		$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\omega_{\!_0}$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\omega_{ m 0}$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)	$\omega_{ m _0}$ (Hz)	$\mathcal{O}_0$ (Hz)
-	Galerkin	483,59	467,97	440,21	454,71	417,78	417,78	454,71	440,21
	En Küçük Kareler	504,22	499,21	450,44	458,96	419,17	419,17	458,96	450,44
1,00	SEY (ANSYS)	461,25	438,74	430,70	447,61	415,61	415,61	447,61	430,70
-	Galerkin	434,90	422,78	390,83	402,06	375,20	375,20	402,06	390,83
1 10	En Küçük Kareler	452,09	449,11	400,86	406,28	376,52	376,52	406,28	399,98
1,10	SEY (ANSYS)	414,43	396,00	382,01	395,63	373,31	373,31	395,63	382,01
-	Galerkin	397,24	388,20	353,75	362,02	344,17	344,17	362,02	353,75
1 20	En Küçük Kareler	415,65	415,31	363,50	366,19	345,40	345,40	366,19	363,50
1,20	SEY (ANSYS)	378,44	363,65	345,58	356,16	342,52	342,52	356,16	345,58
	Galerkin	367,46	361,13	325,31	330,86	321,07	321,07	330,86	325,31
1 20	En Küçük Kareler	384,91	386,44	334,70	334,96	322,21	322,21	334,96	334,70
1,30	SEY (ANSYS)	350,13	338,62	317,73	325,50	319,63	319,63	325,50	317,73
	Galerkin	343,45	339,54	303,06	306,14	303,54	303,54	306,14	303,06
1 40	En Küçük Kareler	360,02	363,20	312,07	310,16	304,59	304,59	310,16	312,07
1,40	SEY (ANSYS)	327,45	318,88	296,05	301,23	302,29	302,29	301,23	296,05
	Galerkin	307,48	307,65	271,12	269,90	279,43	279,43	269,90	271,12
1 60	En Küçük Kareler	322,45	328,39	279,28	273,70	280,30	280,30	273,70	279,28
1,00	SEY (ANSYS)	293,73	290,20	265,12	265,74	278,47	278,47	265,74	265,12
	Galerkin	282,16	285,62	249,86	245,08	264,22	264,22	245,08	249,86
1 90	En Küçük Kareler	295,73	303,88	257,17	248,63	264,95	264,95	248,63	257,17
1,80	SEY (ANSYS)	270,27	270,79	244,73	241,53	263,49	263,49	241,53	244,73
	Galerkin	263,64	269,77	235,07	227,35	254,14	254,14	227,35	235,07
2 00	En Küçük Kareler	275,97	285,92	241,58	230,64	254,74	254,74	230,64	241,58
2,00	SEY (ANSYS)	253,28	257,09	230,66	224,30	253,58	253,58	224,30	230,66
	Galerkin	234,38	245,29	213,23	200,21	240,16	240,16	200,21	213,23
2 50	En Küçük Kareler	244,15	257,38	218,09	202,86	240,55	240,55	202,86	218,09
2,30	SEY (ANSYS)	226,87	236,43	210,16	198,07	239,87	239,87	198,07	210,16
	Galerkin	217,99	231,92	201,92	185,52	233,42	233,42	185,52	201,92
3,00 -	En Küçük Kareler	225,82	241,21	205,59	187,65	233,69	233,69	187,65	205,59
	SEY (ANSYS)	212,37	225,47	199,71	183,98	233,29	233,29	183,98	199,71
	Galerkin	201,28	218,60	191,14	170,98	227,38	227,38	170,98	191,14
1 00	En Küçük Kareler	206,50	224,46	193,40	172,39	227,54	227,54	172,39	193,40
4,00	SEY (ANSYS)	197,89	214,81	189,91	170,14	227,41	227,41	170,14	189,91

Çizelge 3. 13 Asal Doğal Frekans  $\omega_{_0}$  (Hz), dört kenar basit mesnetli, plak kısa kenarı a (devamı)
# **BÖLÜM 4**

## SONUÇ VE ÖNERİLER

#### 4.1 Sonuçlar

Bu çalışmada düzgün yayılı yanal yük etkisindeki simetrik katmanlı kompozit plakların eğilmesi ve serbest titreşimi incelenmiştir. Plağın kenarlarından ankastre mesnetli veya basit mesnetli olduğu sınır koşullarında, tabaka istiflenme açısının ve kenar oranı değişiminin, plak orta noktasındaki maksimum çökme değeri ve asal doğal frekansına etkisi, Klasik Laminasyon Teorisi'nin (KLT) yönetici diferansiyel denklemleri kullanılarak Galerkin Yöntemi ve En Küçük Kareler Yöntemi ile hesaplanmıştır. Sonuçlar, Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözümleme yapan ANSYS paket yazılımıyla bulunan sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Simetrik katmanlı kompozit plak içindeki ağırlık dağılımı aynı olan tabakaların, farklı açılarda (-45<sup>0</sup>,0<sup>0</sup>, 45<sup>0</sup>, 90<sup>0</sup>) istiflenmesiyle oluşan 24 farklı plak çeşidi (LT1, ..., LT24) için plak kısa kenarının farklı eksenlerde (y ve x) seçimiyle oluşan 22 farklı kenar oranı (a/b ve b/a) ve farklı sınır koşullarında (ankastre mesnet ve basit mesnet) plak ortasındaki maksimum çökme değeri ve asal doğal frekansının, kullanılan yöntemlerle bulunan sonuçları Bölüm 3.3 ve 3.4'te sunulmuştur (Şekil 3.4, 3.19 ve Çizelge 3.6, 3.13).

Statik ve dinamik analiz sonuçlarında; aynı şekil fonksiyonları (Çizelge 2.2) kullanılarak yapılan hesaplamalarda, incelenen iki sınır koşulunda da Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri'nden güçlü bir yöntem olarak bilinen Galerkin Yöntemi'nin, En Küçük Kareler Yöntemi'ne göre Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözümleme yapan ANSYS paket yazılımıyla yakın sonuçlar verdiği görülmektedir (Şekil 3.4, 3.19 ve Çizelge 3.6, 3.13).

Statik analiz sonuçlarındaki ankastre mesnet sınır koşulunda, plak kısa kenarının (b kenarı) y ekseninde seçildiği durumda, tabakaların farklı açılarda istiflenmesinden oluşan 24 farklı kombinasyondaki plağın arasında, plakların ikişer ikişer aynı maksimum çökme değerini verdikleri görülmektedir. Bu durum, tabakaları farklı açılarda sıralanan plakların dönüşüme uğramış indirgenmiş katılık matrisi elemanlarıyla, eğilme rijitlik matrisi (Dij) elemanlarının yaklaşık çökme ifadesinde aynı ağırlıkta yer almasından kaynaklanmaktadır. Örneğin grafiklerdeki en alttaki eğri kenar oranının (a/b) bir, en üstteki eğri ise kenar oranın dört olduğu durumu göstermektedir. Eğrilerin eğilimlerinden kenar oranının (a/b) artmasıyla, maksimum çökme değerlerinin arttığı görülmektedir (Şekil 3.4). Plak kısa kenarının (b kenarı) y ekseninde seçildiği durumda, 24 farklı plak tipinin maksimum çökme değerlerinin değiştiği görülmektedir (Şekil 3.5).

Statik analiz sonuçlarındaki basit mesnet sınır koşulunda, plak kısa kenarının y ve x ekseninde seçildiği durumlarda, 24 farklı plak tipinin maksimum çökme değerlerinin kendi aralarında, ankastre mesnet sınır koşulundaki durumlara benzer biçimde sıralandığı görülmektedir (Şekil 3. 8, 3.9).

Dinamik analiz sonuçlarındaki ankastre mesnet sınır koşulunda, plak kısa kenarının (b kenarı) y ekseninde seçildiği durumda, tabakaların farklı açılarda istiflenmesinden oluşan 24 farklı kombinasyondaki plağın arasında, plakların ikişer ikişer aynı asal doğal frekans değerini verdikleri görülmektedir. Bu durum, statik analiz sonuçlarına benzer biçimde, tabakaları farklı açılarda sıralanmış plakların dönüşüme uğramış indirgenmiş katılık matrisi elemanlarıyla, (Dij) eğilme rijitlik matrisi elemanlarının doğal frekans ifadelerinde aynı ağırlıkta yer almasından kaynaklanmaktadır. Grafiklerdeki en alttaki eğri kenar oranının (a/b) dört, en üstteki eğri ise kenar oranının bir olduğu durumu göstermektedir. Eğrilerin eğilimlerinden kenar oranının (a/b) artmasıyla, asal serbest titreşim frekansı değerlerinin azaldığı görülmektedir (Şekil 3.12). Plak kısa kenarının (b kenarı) y ekseninde seçildiği durumda, 24 farklı plak tipinin asal doğal frekans değerlerinin değiştiği görülmektedir (Şekil 3.13).

Dinamik analiz sonuçlarındaki basit mesnet sınır koşulunda, plak kısa kenarının y ve x ekseninde seçildiği durumlarda, 24 farklı plak tipinin asal doğal frekans değerlerinin

93

kendi aralarında, ankastre mesnet sınır koşulundaki durumlara benzer biçimde sıralandığı görülmektedir (Şekil 3. 16, 3.17).

Statik ve dinamik analiz sonuçlarında, 24 farklı tipteki plağın kendi aralarındaki maksimum çökme ve asal doğal frekans sıralamasının farklı kenar oranlarında değiştiği görülmektedir (Çizelge 3. 6, 3. 13). Örneğin; statik analiz sonuçlarında; ankastre mesnet sınır koşulunda, kenar oranının (b/a) "bir" olduğu durumda, en düşük maksimum çökme değerini LT11, LT12, LT21 ve LT22 plaklarının, kenar oranının (b/a) "dört" olduğu durumda ise en düşük maksimum çökme değerini LT7 ve LT9 plaklarının verdiği SEY (ANSYS) sonuçlarında, kenar oranının (a/b) "bir" olduğu durumda, en düşük asal doğal frekans değerini LT11, LT12, LT21 ve LT22 plaklarının, kenar oranının (a/b) "dört" olduğu durumda ise en düşük maksimum çökme değerini LT7 ve LT9 plaklarının verdiği SEY (ANSYS) sonuçlarından görülmektedir (Çizelge 3. 7). Dinamik analiz sonuçlarında; basit mesnet sınır koşulunda, kenar oranının (a/b) "bir" olduğu durumda, en düşük asal doğal frekans değerini LT11, LT12, LT21 ve LT22 plaklarının, kenar oranının (a/b) "dört" olduğu durumda ise en düşük asal doğal frekans değerini LT20 ve LT23 plaklarının verdiği SEY (ANSYS) sonuçlarından görülmektedir (Çizelge 3. 12).

Bu çalışmada Galerkin Yöntemi ve En Küçük Kareler Yöntemi'ndeki integral denklemleri MATLAB programlama dilinin sembollere bağlı çözüm tekniği kullanılarak boyutsuz olarak hesaplandıktan sonra, elde edilen sonuç denklemleri hazırlanan bilgisayar programında kullanılarak parametrik analiz yapılmıştır. En Küçük Kareler Yöntemi'nde, hata fonksiyonunun karesi bölge üzerinde integre edilerek çözüm yapıldığından, Galerkin Yöntemi'ne göre çok daha uzun sürede sonuç alınabilmiştir. Literatürdeki araştırmacıların [34, 35, 36] Galerkin Yöntemi'yle hızlı sonuç alınmasına vurgu yaptıklarına benzer biçimde bu çalışmada da Galerkin Yöntemi'yle, Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözüm yapan ANSYS paket programına göre çok hızlı sonuç alınmıştır.

Bu durum Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) hassas sonuç alabilmek için ANSYS paket yazılımında, geometrinin sonlu sayıda elemandan oluşan ağ yapısı biçiminde düzenlenip elde edilen denklemlerin ayrı ayrı çözülmesinden kaynaklanmaktadır. Yazılımın çözüm hiyerarşisi gereği incelenen her sınır koşulunda, bütün plak tipleri ve kenar oranları için ayrı ayrı ağ yapısı oluşturulup problemlerin ayrı ayrı çözülmesi işlem süresini arttırmaktadır. Bunun yanında çalışmada kullanılan Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri'nde, plak tipi ve kenar oranı gibi istenilen sayıda parametre MATLAB

94

programlama dilinde sembollere bağlı olarak tanımlanıp problemler boyutsuz biçimde çözüldükten sonra, elde edilen boyutsuz denklem hazırlanan bilgisayar programında veri olarak kullanılıp istenen tüm parametreler için sonuçlar çok hızlı biçimde alınabilmektedir.

Çalışmada incelenen her sınır koşulundaki kısa kenar seçiminde (a ve b) 24 farklı simetrik katmanlı kompozit plak tipi 11 farklı kenar oranı için hesaplanmıştır. Parametre sayısına bağlı olarak çözüm süresi artmaktadır. Bu durum Şekil 4. 1'de gösterilmektedir. Galerkin Yöntemi'nde bir sınır koşulu incelenirken, öncelikle çalışmadaki parametreler sembollere bağlı olarak tanımlanıp boyutsuz çözüm denklemi MATLAB programlama dilinde 300 t zamanda elde edilmiştir. Ardından MATLAB programlama dilinde hazırlanan bilgisayar programı içinde kullanılan bu boyutsuz denklemle 264 parametre (24 farklı simetrik katmanlı kompozit plak tipi ve kısa kenar b için 11 farklı kenar oranı) için çözüm t zamanda elde edilmiştir. ANSYS ile 264 parametre için çözümü 1200 t zamanda elde edilebilmiştir. Kısa kenarın a kenarı olduğu durum incelenirken, ANSYS ile yine 1200 t sürede sonuç alınırken; Galerkin Yöntemi'nde çözüm denklemi bir kez bulunduğu için sonuç 302 t sürede elde edilebilmektedir. Aynı anda çok sayıda paremetrenin inceleneceği bu tür parametrik analizlerde Galerkin Yöntemi'nin, hassas çözüm vermek için yapıyı çok sayıda elemana bölüp çözüm arayan Sonlu Elemanlar Yöntemi'nden (SEY) çözüm süresi yönünden daha üstün olduğu düşünülmüştür. Galerkin Yöntemi'yle bulunan detaylı boyutsuz sonuçlar tabaka kullanım adedi "n" 1, 2 ve 3 için EK-A'da verilmiştir.





Bu çalışmada, düzgün yayılı yanal yük etkisindeki, simetrik katmanlı kompozit plakların, tabaka açılarının değiştirilip, plak kısa kenarının ve boyutlarının farklı seçilmesi durumunda ankastre ve basit mesnet sınır koşullarında, maksimum çökme ve asal doğal frekans değerlerinin belirgin olarak değiştiği belirlenmiştir. Kompozit tekne üretiminde, farklı tekne ana boyutları, enine veya boyuna farklı yapı sistemleri, farklı panel boyutları, farklı panel kalınlıkları, yapının farklı bölgelerinde değişen yükleme ve sınır koşulları gibi çok sayıda parametreye bağlı oluşabilecek durumlar söz konusudur. Kompozit teknelerin ön tasarımında, hızlı çözümleme yapan Galerkin Yöntemi'nin kullanımıyla yapılacak parametrik çalışmaların uygulanmasının, teknenin farklı bölgelerinde istenen yapısal davranışa uygun cevap verecek bileşik tabakalı kompozit plakların belirlenmesinde faydalı olacağı düşünülmüştür. Galerkin Yöntemi kullanımıyla hazırlanan EK-A'da sunulmuş boyutsuz çökme ve asal doğal frekans değerlerinin verildiği çizelgelerde, yapıların farklı bölgelerindeki farklı yükleme durumları için en uygun plaklar belirlenebilecektir. Günümüzde denizcilik alanındaki bileşik tabakalı kompozit yapı uygulamalarında yaygın olarak kullanılan termosetlerin (polyester, epoksi, vinilester vd.) üretimdeki tersinmez reaksiyonları sonucu, geri dönüşümü olmayan malzemeler elde edilmiş olmaktadır [56]. Ön tasarımda yapılacak parametrik analizlerle en uygun yapının belirlenmesiyle, üretimdeki zaman, malzeme ve emek kayıplarının yanında, üretimden kaynaklanan çevresel etkiler de azaltılmış olacaktır.

#### 4.2 Öneriler

Konuyla ilgilenen araştırmacılara aşağıdaki öneriler sunulmuştur:

- Bu çalışmadaki Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri kullanımıyla yapılan sayısal uygulamalarda Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözümleme yapan ANSYS paket yazılımı ile yakın sonuçlar bulunmuştur. Daha yakın sonuçlar bulmak isteyen araştırmacılar, seçilen şekil fonksiyonlarındaki terim sayılarını arttırarak çözüm arayabilir.
- Hesaplamaların yanında gerçek sonuçlara ulaşmak için deneysel çalışmalar yapılıp hesaplamalarla karşılaştırılabilir.
- Statik ve dinamik analiz sonuçlarında; En Küçük Kareler Yöntemi'nin basit mesnet sınır koşulunda, ankastre mesnet sınır koşulundaki durumlara göre SEY ile daha yakın sonuçlar verdiği görülmektedir (Şekil 3.4, 3.19 ve Çizelge 3.6, 3.13). Bu durum seçilen şekil fonksiyonlarının, basit mesnet sınır koşulunda bulunan sonuçları etkilediğini göstermektedir. En Küçük Kareler Yöntemi'ye yapılan sayısal uygulamalarda literatürde verilen [39] farklı şekil fonksiyonları kullanılarak çözüm aranabilir.
- Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri'yle yapılan sayısal uygulamalarda, "plak kısa kenarı/plak kalınlığı" oranı 62.5 olduğu durum için, kayma deformasyonlarının dikkate alınmadığı, Klasik Laminasyon Teorisi (KLT)'nin yönetici diferansiyel denklemleri kullanılmıştır. Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle (SEY) çözümleme yapan ANSYS paket yazılımıyla yapılan hesaplamalarda kullanılan SHELL181 kabuk elemanı Birinci Mertebeden Kayma Deformasyon Teorisi'ne (BMKDT) göre şekil değiştirmektedir. "Plak kısa kenarı/plak kalınlığı" oranının farklı olduğu durumlar

için yapılacak sayısal uygulamalarla, Ağırlıklı Artıklar Yöntemleri ve SEY sonuçları birlikte araştırılabilir.

- Bu çalışmada incelenen ankastre mesnet ve basit mesnet sınır koşulları alt ve üst limitler olarak tanımlanabilecek ideal durumları temsil etmektedir. Gemi yapısındaki plakları destekleyen destek elemanlarının durumlarına bağlı olarak, gerçeğe daha uygun elastik mesnet sınır koşulları için problemler incelenebilir.
- Gemi bordalarındaki eğilme ve serbest titreşim problemleri incelenebilir. Bu durumda eğilme probleminde bordaya gelen yük hidrostatik basınç yükü alınarak, titreşim probleminde ise sönüm etkileri dikkate alınarak çözüm aranabilir.
- Düzlemsel kuvvetlerin etkisindeki levhaların burkulması incelenebilir. Levhaların geometrik olarak kusurlu olması durumunda sonuçlara etkisi incelenebilir.
- Eğrisel geometri için hesaplamalar yapılabilir.
- Sıcaklık ve nem etkisi incelenebilir.
- Hasar analizi yapılabilir.
- Bu çalışmadaki parametrik analizlerde P4- 2GHz işlemci ve 3 GB RAM özelliklerindeki masaüstü bilgisayarıyla, Galerkin Yöntemi'nde üç terimli yaklaşım fonksiyonları kullanılarak, Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle yakın sonuçlar çok daha kısa sürede elde edilmiştir. Analizlerde parametre sayılarını arttırarak uygun sürelerde sonuç elde etmek isteyen araştırmacılar, yüksek kapasiteli bilgisayar kullanımıyla çözüm arayabilir.

### KAYNAKLAR

- [1] Smith, W.F. ve Hashemi, J., (2006). "Foundations of Materials Science and Engineering", Fourth Edition, McGraw-Hill International Edition.
- [2] Askeland, D.R. ve P.P.Phule, (2006). "The Science and Engineering of Materials", Thomson Pub. 5th Edition.
- [3] Reuben, R.L., (1994). "Materials in Marine Technology", Springer-Verlag London Limited, UK.
- [4] Shenoi, R.A., ve Wellicome, J.F., (1993). "Composite Materials in Maritime Structures, Volume-I (Fundamental Aspects)", Cambridge University Pres, NY.
- [5] Shenoi, R.A., ve Wellicome, J.F., (1993). "Composite Materials in Maritime Structures, Volume-II (Practical Considerations),"Cambridge University Pres, NY.
- [6] Mouritz, A.P., Gellert, E., Burchill, P. ve Challis K., (2001), "Review of Advanced Composite Structures for Naval Ships and Submarines", Composite Structures, 53:21-41.
- [7] Bai, Y., , (2003). "Marine Structural Design", Elsevier Science Ltd., UK.
- [8] Savcı, M., (1987). "Gemi Yapısında Levhalar ve Silindirik Kabuklar", İ.T.Ü. Gemi İnş. Ve Deniz Bil. Fak, İstanbul.
- [9] Özalp, T., (1977). "Gemi Yapısı ve Elemanları", Özarkadaş Matbaası, İstanbul.
- [10] Türk Loydu, (2004). "Cilt A Kısım 2 Malzeme Kuralları". <u>http://www.turkloydu.org/turkloydu/Plan-Kontrol-ve-Arast%c4%b1rma-Hizmetleri/Turk-Loydu-Kurallari/Kurallara-Erisim.aspx.</u> 24 Ağustos 2011.
- [11] Türk Loydu, (2005)."Cilt C Kısım 7 Yüksek Hızlı Tekneler". <u>http://www.turkloydu.org/turkloydu/Plan-Kontrol-ve-Arast%c4%b1rma-</u> <u>Hizmetleri/Turk-Loydu-Kurallari/Kurallara-Erisim.aspx.</u>24 Ağustos 2011.
- [12] Türk Loydu, (2004). "Cilt C Kısım 9 Yatların Yapımı ve Klaslanmasına İlişkin Kurallar".<u>http://www.turkloydu.org/turkloydu/Plan-Kontrol-ve-</u> <u>Arast%c4%b1rma-Hizmetleri/Turk-Loydu-Kurallari/Kurallara-Erisim.aspx.</u>

24 Ağustos 2011.

- [13] Türk Loydu, (2011). "Cilt B-Kısım 4 Makina Kuralları".<u>http://www.turkloydu.org/turkloydu/Plan-Kontrol-ve-</u> <u>Arast%c4%b1rma-Hizmetleri/Turk-Loydu-Kurallari/Kurallara-Erisim.aspx.</u>
  24 Ağustos 2011.
- [14] DNV (Det Norske Veritas), (2011). "DNV Rules for Classification of High Speed, Light Craft and Naval Surface Craft", Det Norske Veritas rules. <u>http://www.dnv.com/resources/rules\_standards.</u> 24 Ağustos 2011.
- [15] Todd, F.H., (1961) "Ship Hull Vibration" Edward Arnold (Publishers) Ltd., London.
- [16] Plessis, H.D., (1996). "Fiberglass Boats", 3rd Edition, Adlard Coles Nautical, London.
- [17] Scott, R.J., (1996). "Fiberglass Boat Design and Construction", Second Edition, The Society of Naval Architects and Marine Engineers, New Jersey.
- [18] Gerr, D., (2000). "The Elements of Boat Strength: For Builders, Designers, and Owners", International Marine/McGraw-Hill, USA.
- [19] Eric Green Associates, (1999). "Marine Composites", Second Edition, Eric Green Associates Inc., Maryland.
- [20] Chalmers, D.W., (1991). "Experience in design and production of FRP marine structure", Marine Structures, 4: 93-115.
- [21] Ojeda R., Prusty B.G. ve Salas M., (2004). "Finite element investigation on THA static response of a composite catamaran under slamming loads", Ocean Engineering 31: 901-929.
- [22] Santos, F.M., Temarel, P. ve Soares, C.G. (2009) "Modal analysis of a fast patrol boat made of composite material", Ocean Engineering 36: 179-192.
- [23] Bayer, İ., (2002). Değişken kalınlıklı eliptik levhaların burkulması ve titreşimleri, Doktora Tezi, Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi, İTÜ.
- [24] Szilard, R., (1974). "Theory and Analysis of Plates", Prentice-Hall Inc., New Jersey.
- [25] Ventsel, E ve Krauthammer, T. (2001). "Thin Plates and Shells, Theory, Analysis, and Applications" Marcel Dekker Inc., NY.
- [26] Lekhnitskii, S.G., (1963). "Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body", Holden-Day, San Francisco.
- [27] Lekhnitskii, S.G., (1968). "Anisotropic Plates", Gordon and Breach, NewYork.
- [28] Ambartsumyan, S.A, (1970). "Theory of Anisotropic Plates", Technomic Publishing, Co., Wesport Conn.
- [29] Whitney, J.M. ve Leissa A.W., (1970). "Analysis of simply supported laminated anisotropic rectangular plates", AEII Journal, 8: 28-33.
- [30] Whitney, J.M., (1971). "Fourier analysis of clamped anisotropic rectangular plates", ASME Journal of Applied Mechanics, 38: 530-2.

- [31] Tsay, C.S. ve Reddy, J.N., (1978). "Bending, stability and free vibration of thin orthotropic plates by simplified mixed finite elements", Journal of Sound and Vibration, 59: 307-11.
- [32] Leissa, A.W. ve Narita, Y., (1989). "Vibration studies for simply supported symmetrically laminated rectangular plates", Composite Structures 12: 113-132.
- [33] Mohan, D., ve Kingsbury, H.B., (1971). "Free vibrations of generally orthotropic plates", J. Acoust. Soc.Am., 50: 266-9.
- [34] Soni P.J. ve Iyengar, N.G.R., (1983). "Optimal design of clamped laminated composite plates", Fiber Sci. & Tech., 19: 281-96.
- [35] Iyengar, N.G.R. ve Umeriyata, J.R., (1986). "Deflection Analysis of Hybrid Laminated Composite Plates", Composite Structures, 5, 15-32.
- [36] Hosokawa, K., Yada, T. ve Sakata, (1993) T. "Free Vibrations of Symmetrically Laminated Composite Plates", The Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.36, No.3.
- [37] Mottram, J.T. ve Selby, A.R., (1987). "Bending of thin laminated plates", Computers and Structures, V.25, No.2: 271-280.
- [38] Chen, W.C., ve Lui, W.H., (1990). "Deflections and free vibrations of laminated plates-Levy type solutions", International Journal of Mechanical Sciences, 3 (9): 779-793.
- [39] Reddy, J. N., (1997). "Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis", CRC Press, Boca Raton, FL.
- [40] Noor, A.K. ve Burton W.S., (1989). "Assessment of shear deformation theories for multilayered composite plates", Appl Mech Rev. 42 (1).
- [41] Noor, A.K. ve Burton W.S., (1990). "Assesment of computational model for multilayered composite plates", Appl Mech Rev., 43 (4): 67-97.
- [42] Mallikarjuna ve Kant, T., (1993). "A critical review and some results of recently developed refined theories of fiber-reinforced laminated composites and sandwiches", Composite Structures, 23: 293-312.
- [43] Reddy, J.N. ve Robbins Jr.D.H., (1994). "Theories and computational models for composite laminates", Appl Mech Rev. 47 (6): 147-69.
- [44] Kreja, I., (2011). "A literature review on computational models for laminated composite and sandwich panels", Cent. Eur. J. Eng., 1 (1): 59-80.
- [45] ASM Handbook, (2001). Volume 21, Composites, ASM International.
- [46] Aran, A., (1990). Elyaf Takviyeli Karma Malzemeler, İTÜ.
- [47] Powell, P.C., (1994). "Engineering with fibre-polymer laminates", Chapman & Hall, London, UK.
- [48] Mallick P. K., (1997). "Composites engineering handbook", Marcel Dekker Inc., NY.

- [49] Harper, C.A., (1994). "Handbook of plastics, elastomers, and composites", McGraw-Hill, NY, 2002. P.C., Engineering with fibre-polymer laminates, Chapman & Hall, London, UK.
- [50] Matlab R2011b, Symbolic Math Toolbox, MathWorks, YTÜ, (2011).
- [51] Release 9.0, Documentation for ANSYS, YTÜ, (2009).
- [52] About.com Composites/Plastics <u>http://composite.about.com</u>, 24 Ağustos 2011.
- [53] ides The Plastic Web, <u>http://www.ides.com</u>, 24 Ağustos 2011.
- [54] Hrennikoff A., (1941). "Solution of Problems in Elasticity by the Framework method", Journal of Applied Mechanics, A8: 169-175.
- [55] Sonlu Elemanlar Metodu ve Gemi İnşaatı Sektöründeki Uygulamaları, Ergin A., Bayraktarkatal E., Ünsan Y., (2000). Yapım Matbaacılık Ltd., İstanbul.
- [56] CTP Teknolojisi, Cam Elyaf Sanayii A.Ş., <u>http://www.camelyaf.com.tr/images/pdf/CTPcamelyaf.pdf</u>, 24 Ağustos 2011.

#### DETAYLI BOYUTSUZ SONUÇLAR

Bu bölümde, tez çalışmasında incelenen 24 farklı simetrik katmanlı kompozit plağın, tabaka kullanım adedi "n"nin 1, 2 ve 3 değerleri için, yapılan statik ve dinamik analizlerinin Galerkin Yöntemi ile bulunmuş detaylı boyutsuz sonuçları sunulmuştur (Çizelge EK-A. 1, EK-A. 24).

Statik analizde, düzgün yayılı yanal yük etkisindeki bileşik katmanlı kompozit plakların orta noktasındaki maksimum çökme değerleri plak kısa kenarının, yükün ve tabaka kalınlığının fonksiyonu olarak  $w_0^* = w \frac{t^3 10^{20}}{qb^4}$  ve  $w_0^* = w \frac{t^3 10^{20}}{qa^4}$  biçiminde boyutsuz olarak verilmiştir (Çizelge EK-A. 1, EK-A..12).

Dinamik analizde, bileşik katmanlı kompozit plakların asal serbest titreşim frekansları plak kısa kenarının ve tabaka kalınlığının fonksiyonu olarak  $\omega_0^* = \omega_0 \frac{b^2 \pi}{t}$  ve  $\omega_0^* = \omega_0 \frac{a^2 \pi}{t}$  biçiminde boyutsuz olarak verilmiştir (Çizelge EK-A. 13, EK-A. 24).

					$_{ab}$						
					×	enar Oranı	(a/b)				
-	-	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	e	4
Plak Tipi	×°0×	*°0	×°°	*°%	*0×	×°°	×°0	*0×	*0^*	×°0×	*°^
LT1	47678	59884	72057	83763	94700	113666	128577	139855	156677	164299	170166
LT2	47588	58697	69339	79160	87963	102344	112766	120033	129522	133033	135844
LT3	48270	58678	68656	77948	86412	100711	111722	120011	132599	138733	144133
LT4	48270	56750	64456	71293	77253	86770	93638	98538	105544	108866	112100
LT5	47588	54936	61212	66425	70669	76769	80542	82824	85383	86490	88326
LT6	47678	54195	59688	64217	67897	73218	76589	78723	81407	82733	84635
LT7	46575	61546	77577	94001	110222	140233	165388	185211	215411	228233	235144
LT8	46731	60569	74754	88621	101666	124077	141088	153177	168455	172655	173533
LT9	46575	61546	77577	94001	110222	140233	165388	185211	215411	228233	235144
LT10	46731	60569	74754	88621	101666	124077	141088	153177	168455	172655	173533
LT11	46814	58477	69463	79293	87733	100400	108277	112644	115300	114099	113511
LT12	46814	58477	69463	79293	87733	100400	108277	112644	115300	114099	113511
LT13	48270	58678	68656	77948	86412	100711	111722	120011	132599	138733	144133
LT14	48270	56750	64456	71293	77253	86770	93638	98538	105544	108866	112100
LT15	47678	59884	72057	83763	94700	113666	128577	139855	156677	164299	170166
LT16	47588	58697	69339	79160	87963	102344	112766	120033	129522	133033	135844
LT17	47678	54195	59688	64217	67897	73218	76589	78723	81407	82733	84635
LT18	47588	54936	61212	66425	70669	76769	80542	82824	85383	86490	88326
LT19	46731	51352	54792	57265	58985	60881	61589	61783	61955	62559	64252
LT20	46575	50405	53220	55237	56654	58293	59046	59424	60071	60853	62406
LT21	46814	53045	57869	61438	63965	66733	67595	67524	66566	66509	68296
LT22	46814	53045	57869	61438	63965	66733	67595	67524	66566	66509	68296
LT23	46575	50405	53220	55237	56654	58293	59046	59424	60071	60853	62406
LT24	46731	51352	54792	57265	58985	60881	61589	61783	61955	62559	64252

Çizelge EK-A. 1 Boyutsuz Maksimum Çökme  $w_0^* = w \frac{t^3 10^{20}}{\omega_0 t^4}$ , plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre mesnetli, n=1

Çizelge EK-A. 2 Boyutsuz Maksimum Çökme  $w_0^* = w \frac{t^3 10^{20}}{aa^4}$ , plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre mesnetli, n=1

					27 7	10010 1000	1 - 1 - 1				
n = 1					<	enar Uranı	( DI d )				
	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	3	4
Plak Tipi	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$
LT1	47678	54195	59688	64217	67897	73218	76589	78723	81407	82733	84635
LT2	47588	54936	61212	66425	70669	76769	80542	82824	85383	86490	88326
LT3	48270	56750	64456	71293	77253	86770	93638	98538	105544	108866	112100
LT4	48270	58678	68656	77948	86412	100711	111722	120011	132599	138733	144133
LT5	47588	58697	69339	79160	87963	102344	112766	120033	129522	133033	135844
LT6	47678	59884	72057	83763	94700	113666	128577	139855	156677	164299	170166
ГТ7	46575	50405	53220	55237	56654	58293	59046	59424	60071	60853	62406
LT8	46731	51352	54792	57265	58985	60881	61589	61783	61955	62559	64252
LT9	46575	50405	53220	55237	56654	58293	59046	59424	60071	60853	62406
LT10	46731	51352	54792	57265	58985	60881	61589	61783	61955	62559	64252
LT11	46814	53045	57869	61438	63965	66733	67595	67524	66566	66509	68296
LT12	46814	53045	57869	61438	63965	66733	67595	67524	66566	66509	68296
LT13	48270	56750	64456	71293	77253	86770	93638	98538	105544	108866	112100
LT14	48270	58678	68656	77948	86412	100711	111722	120011	132599	138733	144133
LT15	47678	54195	59688	64217	67897	73218	76589	78723	81407	82733	84635
LT16	47588	54936	61212	66425	70669	76769	80542	82824	85383	86490	88326
LT17	47678	59884	72057	83763	94700	113666	128577	139855	156677	164299	170166
LT18	47588	58697	69339	79160	87963	102344	112766	120033	129522	133033	135844
LT19	46731	60569	74754	88621	101666	124077	141088	153177	168455	172655	173533
LT20	46575	61546	77577	94001	110222	140233	165388	185211	215411	228233	235144
LT21	46814	58477	69463	79293	87733	100400	108277	112644	115300	114099	113511
LT22	46814	58477	69463	79293	87733	100400	108277	112644	115300	114099	113511
LT23	46575	61546	77577	94001	110222	140233	165388	185211	215411	228233	235144
LT24	46731	60569	74754	88621	101666	124077	141088	153177	168455	172655	173533

ökme $w_0^* = w \frac{t^3 10^{20}}{qb^4}$ , plak kısa kenarı b , dört kenar basit mesnetli, n=1
z Maksimum Çökme $w_0^* = w \frac{t^3 10^{20}}{qb^4}$ , plak kısa kenar
Çizelge EK-A. 3 Boyutsuz

					 - 	000	14141				
n = 1					< -		( a / b /	,			
	<del></del>	1,1	1,2	1,3 (	1,4	1,6	1,8	2	2,5	ю	4
Plak Tipi	w0*	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	w0*	wo*	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	wo.*	$w_0^*$
LT1	138822	171866	206188	241155	276266	345233	410722	471400	599633	696822	824100
LT2	145977	179000	212522	245877	278533	340400	396455	446166	544711	614011	698477
LT3	127388	154844	183066	211633	240177	296100	349211	398577	503699	584322	691433
LT4	127788	152700	177766	202600	226933	273322	315899	354277	432477	489477	561500
LT5	146711	173066	198433	222499	245055	285422	319655	348411	401577	436266	475944
LT6	140000	163955	187044	209033	229744	267100	299166	326399	377500	411477	450966
LT7	160255	205666	254266	304922	356600	459622	558188	649377	839488	979766	1157220
LT8	170133	216200	264177	312655	360500	451144	532144	602411	735611	823577	923833
LT9	160255	205666	254266	304922	356600	459622	558188	649377	839488	979766	1157220
LT10	170133	216200	264177	312655	360500	451144	532144	602411	735611	823577	923833
LT11	192911	239700	285311	328233	367544	434288	486144	525833	589466	624355	658300
LT12	192911	239700	285311	328233	367544	434288	486144	525833	589466	624355	658300
LT13	127388	154844	183066	211633	240177	296100	349211	398577	503699	584322	691433
LT14	127788	152700	177766	202600	226933	273322	315899	354277	432477	489477	561500
LT15	138822	171866	206188	241155	276266	345233	410722	471400	599633	696822	824100
LT16	145977	179000	212522	245877	278533	340400	396455	446166	544711	614011	698477
LT17	140000	163955	187044	209033	229744	267100	299166	326399	377500	411477	450966
LT18	146711	173066	198433	222499	245055	285422	319655	348411	401577	436266	475944
LT19	172099	195366	215922	233933	249611	275099	294433	309266	333788	348011	362844
LT20	162933	183833	202522	219100	233755	258055	276966	291799	316988	332066	348144
LT21	193900	223377	248877	270533	288788	316944	336900	351333	373333	385022	396311
LT22	193900	223377	248877	270533	288788	316944	336900	351333	373333	385022	396311
LT23	162933	183833	202522	219100	233755	258055	276966	291799	316988	332066	348144
LT24	172099	195366	215922	233933	249611	275099	294433	309266	333788	348011	362844

Çizelge EK-A. 4 Boyutsuz Maksimum Çökme  $w_0^* = w \frac{t^3 \mathbf{10}^{20}}{qa^4}$ , plak kısa kenarı a, dört kenar basit mesnetli, n=1

					-		1 - 1 - 1				
5 I I I					×	enar uranı	(b/a)	-	-	-	
-	-	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	з	4
Plak Tipi	$W_0^*$	w0*	$w_0^*$	w0*	wo*	$w_0^*$	$w_0^*$	*°0*	$w_0^*$	w0*	$w_0^*$
LT1	138822	161788	183700	204322	223477	257233	285099	307677	345888	366300	380400
LT2	145977	171422	195677	218411	239433	276155	306055	329900	369100	388922	400744
LT3	127388	151544	175666	199377	222422	265766	304722	338999	405299	448922	493244
LT4	127788	154633	182066	209666	237066	290199	339855	385199	478188	544555	620344
LT5	146711	179133	211855	244200	275644	334477	386633	431700	515799	567855	615299
LT6	140000	172544	206188	240266	274288	340499	402400	458766	573333	653744	742933
LT7	160255	179711	196722	211399	223900	243377	256911	266066	276888	278800	274455
LT8	170133	192099	211099	227266	240833	261411	275088	283766	292288	291733	284111
LT9	160255	179711	196722	211399	223900	243377	256911	266066	276888	278800	274455
LT10	170133	192099	211099	227266	240833	261411	275088	283766	292288	291733	284111
LT11	192911	221300	245444	265444	281711	304977	318877	326299	328711	321544	305133
LT12	192911	221300	245444	265444	281711	304977	318877	326299	328711	321544	305133
LT13	127388	151544	175666	199377	222422	265766	304722	338999	405299	448922	493244
LT14	127788	154633	182066	209666	237066	290199	339855	385199	478188	544555	620344
LT15	138822	161788	183700	204322	223477	257233	285099	307677	345888	366300	380400
LT16	145977	171422	195677	218411	239433	276155	306055	329900	369100	388922	400744
LT17	140000	172544	206188	240266	274288	340499	402400	458766	573333	653744	742933
LT18	146711	179133	211855	244200	275644	334477	386633	431700	515799	567855	615299
LT19	172099	217700	265000	312599	359322	446999	523988	589122	704911	770033	817355
LT20	162933	208011	256099	306000	356711	457088	551977	638477	812344	930766	1054110
LT21	193900	240044	284799	326611	364588	427777	474855	508522	552044	562044	546344
LT22	193900	240044	284799	326611	364588	427777	474855	508522	552044	562044	546344
LT23	162933	208011	256099	306000	356711	457088	551977	638477	812344	930766	1054110
LT24	172099	217700	265000	312599	359322	446999	523988	589122	704911	770033	817355

	arı b, dört kenar ankastre mesnetli, n=2	~
$f^{3}10^{20}$	5 Bovutsuz Maksimum Cökme $w_n^* = w \underbrace{1}_{n-1}^{\infty}$ , plak kısa kenar	$qb^{+}$
	Cizelge EK-A. 5	) •

					צן י	nov O vono	14141				
n = 2							( 1 1 )				,
	-	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	ю	4
Plak Tipi	*00*	w0*	w0*	w0*	*0^*	*°0	*0*	$w_0^*$	*°0*	*°0*	*0^*
LT1	5959,8	7485,5	9007,1	10470,0	11837,0	14208,0	16071,0	17481,0	19584,0	20537,0	21270,0
LT2	5948,5	7337,1	8667,4	9894,9	10995,0	12792,0	14095,0	15004,0	16190,0	16629,0	16980,0
LT3	6033,7	7334,7	8582,0	9743,5	10802,0	12588,0	13965,0	15001,0	16574,0	17342,0	18017,0
LT4	6033,7	7093,8	8057,1	8911,6	9656,6	10846,0	11705,0	12317,0	13193,0	13607,0	14012,0
LT5	5948,5	6867,0	7651,5	8303,1	8833,6	9596,1	10068,0	10353,0	10673,0	10811,0	11041,0
LT6	5959,8	6774,4	7461,0	8027,2	8487,1	9152,3	9573,7	9840,4	10176,0	10342,0	10579,0
LT7	5821,9	7693,3	9697,1	11750,0	13777,0	17528,0	20673,0	23151,0	26926,0	28529,0	29392,0
LT8	5841,4	7571,1	9344,3	11078,0	12707,0	15509,0	17635,0	19146,0	21056,0	21581,0	21692,0
LT9	5821,9	7693,3	9697,1	11750,0	13777,0	17528,0	20673,0	23151,0	26926,0	28529,0	29392,0
LT10	5841,4	7571,1	9344,3	11078,0	12707,0	15509,0	17635,0	19146,0	21056,0	21581,0	21692,0
LT11	5851,7	7309,6	8682,9	9911,6	10967,0	12550,0	13533,0	14080,0	14412,0	14261,0	14189,0
LT12	5851,7	7309,6	8682,9	9911,6	10967,0	12550,0	13533,0	14080,0	14412,0	14261,0	14189,0
LT13	6033,7	7334,7	8582,0	9743,5	10802,0	12588,0	13965,0	15001,0	16574,0	17342,0	18017,0
LT14	6033,7	7093,8	8057,1	8911,6	9656,6	10846,0	11705,0	12317,0	13193,0	13607,0	14012,0
LT15	5959,8	7485,5	9007,1	10470,0	11837,0	14208,0	16071,0	17481,0	19584,0	20537,0	21270,0
LT16	5948,5	7337,1	8667,4	9894,9	10995,0	12792,0	14095,0	15004,0	16190,0	16629,0	16980,0
LT17	5959,8	6774,4	7461,0	8027,2	8487,1	9152,3	9573,7	9840,4	10176,0	10342,0	10579,0
LT18	5948,5	6867,0	7651,5	8303,1	8833,6	9596,1	10068,0	10353,0	10673,0	10811,0	11041,0
LT19	5841,4	6419,0	6849,0	7158,2	7373,2	7610,1	7698,6	7722,9	7744,3	7819,9	8031,6
LT20	5821,9	6300,6	6652,4	6904,7	7081,7	7286,6	7380,8	7428,0	7508,9	7606,6	7800,7
LT21	5851,7	6630,6	7233,6	7679,7	7995,6	8341,6	8449,4	8440,5	8320,7	8313,6	8537,0
LT22	5851,7	6630,6	7233,6	7679,7	7995,6	8341,6	8449,4	8440,5	8320,7	8313,6	8537,0
LT23	5821,9	6300,6	6652,4	6904,7	7081,7	7286,6	7380,8	7428,0	7508,9	7606,6	7800,7
LT24	5841,4	6419,0	6849,0	7158,2	7373,2	7610,1	7698,6	7722,9	7744,3	7819,9	8031,6

-	k kisa kenari a, dort kenar ankastre mesnetli, n=2
•	, pia
$t^{3}$	. O Boyutsuz Maksimum Çokine $w_0 = w \frac{1}{qa^4}$ , J
-	Çizelge E.K

					צן י	Iner Oren	16141				
n = 2	<del>.</del>	<del>,</del>	1 2	13	14	16	18	6	25	6	4
Plak Tipi	- *º×	×°*	₹ *º	2 *0	, *º	2 *.0 *.0	×.	• *º	×0 *0	×°	*°N
LT1	5959,8	6774,4	7461,0	8027,2	8487,1	9152,3	9573,7	9840,4	10176,0	10342,0	10579,0
LT2	5948,5	6867,0	7651,5	8303,1	8833,6	9596,1	10068,0	10353,0	10673,0	10811,0	11041,0
LT3	6033,7	7093,8	8057,1	8911,6	9656,6	10846,0	11705,0	12317,0	13193,0	13607,0	14012,0
LT4	6033,7	7334,7	8582,0	9743,5	10802,0	12588,0	13965,0	15001,0	16574,0	17342,0	18017,0
LT5	5948,5	7337,1	8667,4	9894,9	10995,0	12792,0	14095,0	15004,0	16190,0	16629,0	16980,0
LT6	5959,8	7485,5	9007,1	10470,0	11837,0	14208,0	16071,0	17481,0	19584,0	20537,0	21270,0
ГТ7	5821,9	6300,6	6652,4	6904,7	7081,7	7286,6	7380,8	7428,0	7508,9	7606,6	7800,7
LT8	5841,4	6419,0	6849,0	7158,2	7373,2	7610,1	7698,6	7722,9	7744,3	7819,9	8031,6
LT9	5821,9	6300,6	6652,4	6904,7	7081,7	7286,6	7380,8	7428,0	7508,9	7606,6	7800,7
LT10	5841,4	6419,0	6849,0	7158,2	7373,2	7610,1	7698,6	7722,9	7744,3	7819,9	8031,6
LT11	5851,7	6630,6	7233,6	7679,7	7995,6	8341,6	8449,4	8440,5	8320,7	8313,6	8537,0
LT12	5851,7	6630,6	7233,6	7679,7	7995,6	8341,6	8449,4	8440,5	8320,7	8313,6	8537,0
LT13	6033,7	7093,8	8057,1	8911,6	9656,6	10846,0	11705,0	12317,0	13193,0	13607,0	14012,0
LT14	6033,7	7334,7	8582,0	9743,5	10802,0	12588,0	13965,0	15001,0	16574,0	17342,0	18017,0
LT15	5959,8	6774,4	7461,0	8027,2	8487,1	9152,3	9573,7	9840,4	10176,0	10342,0	10579,0
LT16	5948,5	6867,0	7651,5	8303,1	8833,6	9596,1	10068,0	10353,0	10673,0	10811,0	11041,0
LT17	5959,8	7485,5	9007,1	10470,0	11837,0	14208,0	16071,0	17481,0	19584,0	20537,0	21270,0
LT18	5948,5	7337,1	8667,4	9894,9	10995,0	12792,0	14095,0	15004,0	16190,0	16629,0	16980,0
LT19	5841,4	7571,1	9344,3	11078,0	12707,0	15509,0	17635,0	19146,0	21056,0	21581,0	21692,0
LT20	5821,9	7693,3	9697,1	11750,0	13777,0	17528,0	20673,0	23151,0	26926,0	28529,0	29392,0
LT21	5851,7	7309,6	8682,9	9911,6	10967,0	12550,0	13533,0	14080,0	14412,0	14261,0	14189,0
LT22	5851,7	7309,6	8682,9	9911,6	10967,0	12550,0	13533,0	14080,0	14412,0	14261,0	14189,0
LT23	5821,9	7693,3	9697,1	11750,0	13777,0	17528,0	20673,0	23151,0	26926,0	28529,0	29392,0
LT24	5841,4	7571,1	9344,3	11078,0	12707,0	15509,0	17635,0	19146,0	21056,0	21581,0	21692,0

Çizelge EK-A. 7 Boyutsuz Maksimum Çökme  $w_0^* = w \frac{t^3 10^{20}}{ab^4}$ , plak kısa kenarı b<br/>, dört kenar basit mesnetli, n=2

					צ  י	anar Orani	( 4 / e /				
n = 2	<del>.</del>		12	13	14	16	18	2	2.5	ę	4
Plak Tipi	×°^	×°×	×°^	×°*	×°°	×°^	×°0	×°^	×°^	×°^	w <sub>o</sub> *
LT1	17353,0	21482,0	25772,0	30144,0	34532,0	43154,0	51339,0	58924,0	74954,0	87102,0	103011,0
LT2	18247,0	22375,0	26565,0	30734,0	34816,0	42551,0	49556,0	55770,0	68089,0	76752,0	87309,0
LT3	15923,0	19355,0	22883,0	26453,0	30021,0	37013,0	43651,0	49821,0	62961,0	73040,0	86428,0
LT4	15972,0	19087,0	22220,0	25324,0	28366,0	34165,0	39486,0	44283,0	54059,0	61183,0	70187,0
LT5	18339,0	21633,0	24804,0	27812,0	30631,0	35677,0	39956,0	43552,0	50196,0	54533,0	59493,0
LT6	17500,0	20493,0	23380,0	26128,0	28717,0	33388,0	37395,0	40798,0	47187,0	51434,0	56370,0
LT7	20031,0	25707,0	31783,0	38115,0	44575,0	57453,0	69772,0	81171,0	104933,0	122477,0	144655,0
LT8	21266,0	27025,0	33021,0	39081,0	45062,0	56392,0	66518,0	75301,0	91951,0	102955,0	115488,0
LT9	20031,0	25707,0	31783,0	38115,0	44575,0	57453,0	69772,0	81171,0	104933,0	122477,0	144655,0
LT10	21266,0	27025,0	33021,0	39081,0	45062,0	56392,0	66518,0	75301,0	91951,0	102955,0	115488,0
LT11	24113,0	29962,0	35664,0	41028,0	45943,0	54286,0	60767,0	65729,0	73683,0	78044,0	82287,0
LT12	24113,0	29962,0	35664,0	41028,0	45943,0	54286,0	60767,0	65729,0	73683,0	78044,0	82287,0
LT13	15923,0	19355,0	22883,0	26453,0	30021,0	37013,0	43651,0	49821,0	62961,0	73040,0	86428,0
LT14	15972,0	19087,0	22220,0	25324,0	28366,0	34165,0	39486,0	44283,0	54059,0	61183,0	70187,0
LT15	17353,0	21482,0	25772,0	30144,0	34532,0	43154,0	51339,0	58924,0	74954,0	87102,0	103011,0
LT16	18247,0	22375,0	26565,0	30734,0	34816,0	42551,0	49556,0	55770,0	68089,0	76752,0	87309,0
LT17	17500,0	20493,0	23380,0	26128,0	28717,0	33388,0	37395,0	40798,0	47187,0	51434,0	56370,0
LT18	18339,0	21633,0	24804,0	27812,0	30631,0	35677,0	39956,0	43552,0	50196,0	54533,0	59493,0
LT19	21512,0	24419,0	26991,0	29241,0	31201,0	34386,0	36803,0	38658,0	41722,0	43502,0	45355,0
LT20	20367,0	22978,0	25315,0	27388,0	29219,0	32256,0	34620,0	36474,0	39623,0	41507,0	43517,0
LT21	24237,0	27922,0	31109,0	33817,0	36097,0	39617,0	42113,0	43916,0	46666,0	48127,0	49539,0
LT22	24237,0	27922,0	31109,0	33817,0	36097,0	39617,0	42113,0	43916,0	46666,0	48127,0	49539,0
LT23	20367,0	22978,0	25315,0	27388,0	29219,0	32256,0	34620,0	36474,0	39623,0	41507,0	43517,0
LT24	21512,0	24419,0	26991,0	29241,0	31201,0	34386,0	36803,0	38658,0	41722,0	43502,0	45355,0

4 المحسمية المحسم المحسم المحسم المحسم المحسم المحسم المحسم المحسم المحسم المحسم المحسم المحسم المحسم ال	II KEHAI DASH IIJESHEUI, II=2
$t^3 10^{20}$ and $t_{1.1.1}^{-1.1.1}$ the last $t_{2.1.1}^{-1.1.1}$	$\frac{1}{qa^4}$ , plak kisa kelian a, uo
	usuz maksiiinuii Çokule w <sub>0</sub> = w
	Çizeige EN-A. o Doy

					к 	anar Orani	16141				
n = 2	-	<del>,</del>	۰ ۲	4 0			10141	c	30	•	
1-1-10 1-1-10	-	1,1	<u>ب</u> *	<u>,</u>	<b>1</b> .	<u>,</u>	<u>,</u>	v *	C,7	o "	4
гак пр	Ň	W <sub>0</sub>	Ň	Ň	Ŵ	Ň	N0	M0	M <sub>0</sub>	Ň	W <sub>0</sub>
LT1	17353,0	20223,0	22963,0	25540,0	27934,0	32153,0	35636,0	38458,0	43234,0	45787,0	47550,0
LT2	18247,0	21427,0	24459,0	27301,0	29929,0	34519,0	38256,0	41237,0	46137,0	48615,0	50093,0
LT3	15923,0	18942,0	21957,0	24922,0	27803,0	33220,0	38090,0	42373,0	50661,0	56115,0	61656,0
LT4	15972,0	19328,0	22758,0	26207,0	29632,0	36274,0	42482,0	48149,0	59772,0	68069,0	77542,0
LT5	18339,0	22391,0	26482,0	30525,0	34456,0	41808,0	48329,0	53962,0	64473,0	70981,0	76911,0
LT6	17500,0	21568,0	25772,0	30033,0	34285,0	42561,0	50300,0	57346,0	71666,0	81717,0	92866,0
LT7	20031,0	22464,0	24591,0	26424,0	27988,0	30421,0	32114,0	33258,0	34610,0	34850,0	34306,0
LT8	21266,0	24012,0	26387,0	28407,0	30104,0	32676,0	34385,0	35470,0	36534,0	36467,0	35514,0
LT9	20031,0	22464,0	24591,0	26424,0	27988,0	30421,0	32114,0	33258,0	34610,0	34850,0	34306,0
LT10	21266,0	24012,0	26387,0	28407,0	30104,0	32676,0	34385,0	35470,0	36534,0	36467,0	35514,0
LT11	24113,0	27663,0	30680,0	33180,0	35213,0	38121,0	39859,0	40786,0	41089,0	40192,0	38142,0
LT12	24113,0	27663,0	30680,0	33180,0	35213,0	38121,0	39859,0	40786,0	41089,0	40192,0	38142,0
LT13	15923,0	18942,0	21957,0	24922,0	27803,0	33220,0	38090,0	42373,0	50661,0	56115,0	61656,0
LT14	15972,0	19328,0	22758,0	26207,0	29632,0	36274,0	42482,0	48149,0	59772,0	68069,0	77542,0
LT15	17353,0	20223,0	22963,0	25540,0	27934,0	32153,0	35636,0	38458,0	43234,0	45787,0	47550,0
LT16	18247,0	21427,0	24459,0	27301,0	29929,0	34519,0	38256,0	41237,0	46137,0	48615,0	50093,0
LT17	17500,0	21568,0	25772,0	30033,0	34285,0	42561,0	50300,0	57346,0	71666,0	81717,0	92866,0
LT18	18339,0	22391,0	26482,0	30525,0	34456,0	41808,0	48329,0	53962,0	64473,0	70981,0	76911,0
LT19	21512,0	27212,0	33124,0	39073,0	44915,0	55874,0	65497,0	73640,0	88114,0	96254,0	102177,0
LT20	20367,0	26002,0	32011,0	38251,0	44589,0	57135,0	68997,0	79808,0	101544,0	116355,0	131766,0
LT21	24237,0	30005,0	35599,0	40826,0	45572,0	53471,0	59357,0	63565,0	69005,0	70255,0	68293,0
LT22	24237,0	30005,0	35599,0	40826,0	45572,0	53471,0	59357,0	63565,0	69005,0	70255,0	68293,0
LT23	20367,0	26002,0	32011,0	38251,0	44589,0	57135,0	68997,0	79808,0	101544,0	116355,0	131766,0
LT24	21512,0	27212,0	33124,0	39073,0	44915,0	55874,0	65497,0	73640,0	88114,0	96254,0	102177,0

Çizelge EK-A. 9 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^*=w\frac{t^3 10^{20}}{gb^4}$ , plak kısa kenarı b, dört	kenar ankastre mesnetli, n=3
Çizelge EK-A. 9 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^* = w \frac{t^3 10^{20}}{qb^4}$ , plak kısa kenarı b	, dört
Çizelge EK-A. 9 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^*=w\frac{t^3 10^{\ 20}}{qb^4},$	plak kısa kenarı b
Çizelge EK-A. 9 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^{\ast}$	$= w \frac{t^3 10^{20}}{qb^4},$
Çizelge EK-A. 9 Boyutsuz Maksimum (	çökme w <sub>0</sub>
Çizelge EK-A. 9	Boyutsuz Maksimum (
	Çizelge EK-A. 9

					Y T	enar Orani	( 4 / P )				
n=3	<del>.    </del>	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	e	4
Plak Tipi	*°^	*°0	*°^	*°^	*°^	*°^	*°^	*°^	*°^	*°^	*°%
LT1	1766,3	2233,0	2701,7	3154,9	3580,0	4319,3	4900,8	5339,5	5985,9	6269,0	6475,7
LT2	1761,9	2175,9	2570,7	2932,4	3253,9	3770,7	4136,0	4382,9	4683,3	4778,6	4854,8
LT3	1786,1	2180,9	2560,9	2915,6	3239,1	3785,5	4205,4	4520,0	4992,5	5218,2	5413,5
LT4	1786,1	2089,6	2362,1	2600,9	2806,8	3130,0	3358,2	3517,6	3739,3	3842,4	3947,8
LT5	1761,9	2029,3	2254,5	2438,6	2585,8	2791,1	2911,5	2979,6	3047,0	3076,1	3139,7
LT6	1766,3	1994,3	2182,9	2335,6	2457,4	2628,7	2733,0	2796,6	2874,2	2915,2	2981,6
LT7	1739,2	2263,0	2810,9	3359,9	3891,1	4849,1	5629,9	6232,2	7129,3	7506,1	7728,7
LT8	1743,0	2213,9	2680,4	3121,7	3524,2	4189,0	4669,6	4996,8	5382,2	5475,9	5510,1
LT9	1739,2	2263,0	2810,9	3359,9	3891,1	4849,1	5629,9	6232,2	7129,3	7506,1	7728,7
LT10	1743,0	2213,9	2680,4	3121,7	3524,2	4189,0	4669,6	4996,8	5382,2	5475,9	5510,1
LT11	1738,8	2126,5	2478,3	2782,4	3035,3	3398,9	3611,1	3719,8	3766,4	3729,1	3740,3
LT12	1738,8	2126,5	2478,3	2782,4	3035,3	3398,9	3611,1	3719,8	3766,4	3729,1	3740,3
LT13	1786,1	2180,9	2560,9	2915,6	3239,1	3785,5	4205,4	4520,0	4992,5	5218,2	5413,5
LT14	1786,1	2089,6	2362,1	2600,9	2806,8	3130,0	3358,2	3517,6	3739,3	3842,4	3947,8
LT15	1766,3	2233,0	2701,7	3154,9	3580,0	4319,3	4900,8	5339,5	5985,9	6269,0	6475,7
LT16	1761,9	2175,9	2570,7	2932,4	3253,9	3770,7	4136,0	4382,9	4683,3	4778,6	4854,8
LT17	1766,3	1994,3	2182,9	2335,6	2457,4	2628,7	2733,0	2796,6	2874,2	2915,2	2981,6
LT18	1761,9	2029,3	2254,5	2438,6	2585,8	2791,1	2911,5	2979,6	3047,0	3076,1	3139,7
LT19	1743,0	1951,5	2114,3	2237,4	2327,9	2437,8	2488,0	2507,7	2519,4	2537,5	2600,3
LT20	1739,2	1909,5	2040,2	2138,5	2211,0	2301,8	2348,7	2373,5	2406,1	2435,4	2495,0
LT21	1738,8	2011,0	2232,4	2404,6	2533,8	2691,6	2759,2	2776,6	2750,1	2737,2	2794,9
LT22	1738,8	2011,0	2232,4	2404,6	2533,8	2691,6	2759,2	2776,6	2750,1	2737,2	2794,9
LT23	1739,2	1909,5	2040,2	2138,5	2211,0	2301,8	2348,7	2373,5	2406,1	2435,4	2495,0
LT24	1743,0	1951,5	2114,3	2237,4	2327,9	2437,8	2488,0	2507.7	2519,4	2537,5	2600,3

0 Boyutsuz Maksimum Çökme $w_0^* = w \frac{t^3 10^{20}}{qa^4}$ , plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre mesnetli, n=3	
Çizelge EK-A. 10 Boyutsuz M	

					н С	Incr Orona	14141				
n=3	,						1014)	•		•	
	<del>.</del>	1,1	1,2	1,3 ,	1,4	1,6	1,8	2	2,5	m	4
Plak Tipi	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	w <sub>0</sub> *	$w_0^*$	w <sub>0</sub> *	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$
LT1	1766,3	1994,3	2182,9	2335,6	2457,4	2628,7	2733,0	2796,6	2874,2	2915,2	2981,6
LT2	1761,9	2029,3	2254,5	2438,6	2585,8	2791,1	2911,5	2979,6	3047,0	3076,1	3139,7
LT3	1786,1	2089,6	2362,1	2600,9	2806,8	3130,0	3358,2	3517,6	3739,3	3842,4	3947,8
LT4	1786,1	2180,9	2560,9	2915,6	3239,1	3785,5	4205,4	4520,0	4992,5	5218,2	5413,5
LT5	1761,9	2175,9	2570,7	2932,4	3253,9	3770,7	4136,0	4382,9	4683,3	4778,6	4854,8
LT6	1766,3	2233,0	2701,7	3154,9	3580,0	4319,3	4900,8	5339,5	5985,9	6269,0	6475,7
LT7	1739,2	1909,5	2040,2	2138,5	2211,0	2301,8	2348,7	2373,5	2406,1	2435,4	2495,0
LT8	1743,0	1951,5	2114,3	2237,4	2327,9	2437,8	2488,0	2507,7	2519,4	2537,5	2600,3
LT9	1739,2	1909,5	2040,2	2138,5	2211,0	2301,8	2348,7	2373,5	2406,1	2435,4	2495,0
LT10	1743,0	1951,5	2114,3	2237,4	2327,9	2437,8	2488,0	2507,7	2519,4	2537,5	2600,3
LT11	1738,8	2011,0	2232,4	2404,6	2533,8	2691,6	2759,2	2776,6	2750,1	2737,2	2794,9
LT12	1738,8	2011,0	2232,4	2404,6	2533,8	2691,6	2759,2	2776,6	2750,1	2737,2	2794,9
LT13	1786,1	2089,6	2362,1	2600,9	2806,8	3130,0	3358,2	3517,6	3739,3	3842,4	3947,8
LT14	1786,1	2180,9	2560,9	2915,6	3239,1	3785,5	4205,4	4520,0	4992,5	5218,2	5413,5
LT15	1766,3	1994,3	2182,9	2335,6	2457,4	2628,7	2733,0	2796,6	2874,2	2915,2	2981,6
LT16	1761,9	2029,3	2254,5	2438,6	2585,8	2791,1	2911,5	2979,6	3047,0	3076,1	3139,7
LT17	1766,3	2233,0	2701,7	3154,9	3580,0	4319,3	4900,8	5339,5	5985,9	6269,0	6475,7
LT18	1761,9	2175,9	2570,7	2932,4	3253,9	3770,7	4136,0	4382,9	4683,3	4778,6	4854,8
LT19	1743,0	2213,9	2680,4	3121,7	3524,2	4189,0	4669,6	4996,8	5382,2	5475,9	5510,1
LT20	1739,2	2263,0	2810,9	3359,9	3891,1	4849,1	5629,9	6232,2	7129,3	7506,1	7728,7
LT21	1738,8	2126,5	2478,3	2782,4	3035,3	3398,9	3611,1	3719,8	3766,4	3729,1	3740,3
LT22	1738,8	2126,5	2478,3	2782,4	3035,3	3398,9	3611,1	3719,8	3766,4	3729,1	3740,3
LT23	1739,2	2263,0	2810,9	3359,9	3891,1	4849,1	5629,9	6232,2	7129,3	7506,1	7728,7
LT24	1743,0	2213,9	2680,4	3121,7	3524,2	4189,0	4669,6	4996,8	5382,2	5475,9	5510,1

	~
	- , plak kısa kenarı b, dört kenar basıt mesnetli, n≕
$t^{3}10^{20}$	$qb^4$
×	#
*	Je ₩
	Çökn
	unu
	aksin
	M ZUS
	oyuts
	11 B
	К-А.
İ	lge E
	Çizel

Çizelge EK-A. 1.	l Boyutsu	z Maksin	aum Çök	me $w_0^* = $ .	$w \frac{t^3 10^{20}}{q b^4}, 1$	plak kısa k	enarı b, dö	rt kenar ba	sit mesnetl	i, n=3	
с 1 2					×	enar Oranı	(a/b)				
	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	3	4
Plak Tipi	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	w <sub>0</sub> *	$w_0^*$	$w_0^*$	w <sub>0</sub> *	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$
LT1	5296,7	6585,2	7925,8	9292,7	10664,0	13353,0	15897,0	18244,0	23164,0	26853,0	31631,0
LT2	5653,4	6940,7	8239,1	9520,4	10764,0	13085,0	15146,0	16939,0	20395,0	22746,0	25524,0
LT3	4807,4	5857,4	6936,8	8028,6	9118,8	11251,0	13271,0	15141,0	19106,0	22128,0	26116,0
LT4	4826,0	5751,0	6674,7	7584,1	8469,1	10140,0	11654,0	13004,0	15712,0	17649,0	20054,0
LT5	5681,7	6684,4	7637,7	8529,7	9355,2	10805,0	12008,0	12998,0	14780,0	15911,0	17173,0
LT6	5346,6	6230,8	7074,2	7868,3	8608,6	9925,5	11036,0	11966,0	13679,0	14794,0	16067,0
LT7	5718,1	7252,3	8875,1	10550,0	12245,0	15594,0	18775,0	21707,0	27809,0	32322,0	38062,0
LT8	6159,8	7714,0	9301,9	10880,0	12415,0	15273,0	17782,0	19931,0	23955,0	26588,0	29578,0
LT9	5718,1	7252,3	8875,1	10550,0	12245,0	15594,0	18775,0	21707,0	27809,0	32322,0	38062,0
LT10	6159,8	7714,0	9301,9	10880,0	12415,0	15273,0	17782,0	19931,0	23955,0	26588,0	29578,0
LT11	6980,2	8529,9	10008,0	11375,0	12610,0	14680,0	16273,0	17490,0	19450,0	20539,0	21615,0
LT12	6980,2	8529,9	10008,0	11375,0	12610,0	14680,0	16273,0	17490,0	19450,0	20539,0	21615,0
LT13	4807,4	5857,4	6936,8	8028,6	9118,8	11251,0	13271,0	15141,0	19106,0	22128,0	26116,0
LT14	4826,0	5751,0	6674,7	7584,1	8469,1	10140,0	11654,0	13004,0	15712,0	17649,0	20054,0
LT15	5296,7	6585,2	7925,8	9292,7	10664,0	13353,0	15897,0	18244,0	23164,0	26853,0	31631,0
LT16	5653,4	6940,7	8239,1	9520,4	10764,0	13085,0	15146,0	16939,0	20395,0	22746,0	25524,0
LT17	5346,6	6230,8	7074,2	7868,3	8608,6	9925,5	11036,0	11966,0	13679,0	14794,0	16067,0
LT18	5681,7	6684,4	7637,7	8529,7	9355,2	10805,0	12008,0	12998,0	14780,0	15911,0	17173,0
LT19	6212,3	7151,3	8001,2	8760,4	9433,1	10550,0	11417,0	12093,0	13233,0	13908,0	14621,0
LT20	5797,9	6617,7	7367,6	8046,5	8657,0	9692,7	10519,0	11181,0	12332,0	13038,0	13806,0
LT21	7000,6	8200,5	9271,8	10208,0	11016,0	12299,0	13237,0	13930,0	15013,0	15602,0	16181,0
LT22	7000,6	8200,5	9271,8	10208,0	11016,0	12299,0	13237,0	13930,0	15013,0	15602,0	16181,0
LT23	5797,9	6617,7	7367,6	8046,5	8657,0	9692,7	10519,0	11181,0	12332,0	13038,0	13806,0
LT24	6212,3	7151,3	8001,2	8760,4	9433,1	10550,0	11417,0	12093,0	13233,0	13908,0	14621,0

Çizelge EK-A. 12 Boyutsuz Maksimum Çökme  $w_0^* = w \frac{t^3 10^{20}}{aa^4}$ , plak kısa kenarı a, dört kenar basit mesnetli, n=3

					-		1 - 1 - 1				
n = 3				-	≤	enar urani	( b / a )		-		
	-	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	в	4
Plak Tipi	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	w0*	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	$w_0^*$	w0*	$w_0^*$
LT1	5296,7	6142,5	6940,0	7680,6	8360,5	9537,1	10486,0	11236,0	12457,0	13064,0	13411,0
LT2	5653,4	6621,5	7532,0	8373,1	9139,4	10448,0	11481,0	12279,0	13516,0	14072,0	14290,0
LT3	4807,4	5702,8	6590,3	7456,7	8292,4	9846,5	11223,0	12417,0	14675,0	16112,0	17497,0
LT4	4826,0	5853,9	6904,4	7960,6	9008,4	11036,0	12926,0	14645,0	18149,0	20627,0	23417,0
LT5	5681,7	6946,2	8214,2	9457,4	10655,0	12859,0	14771,0	16384,0	19274,0	20950,0	22297,0
LT6	5346,6	6617,3	7932,8	9267,1	10598,0	13184,0	15594,0	17776,0	22171,0	25209,0	28499,0
LT7	5718,1	6490,7	7184,8	7799,5	8338,0	9209,4	9850,6	10312,0	10942,0	11148,0	11095,0
LT8	6159,8	7056,8	7855,2	8553,3	9155,7	10105,0	10776,0	11233,0	11782,0	11882,0	11667,0
LT9	5718,1	6490,7	7184,8	7799,5	8338,0	9209,4	9850,6	10312,0	10942,0	11148,0	11095,0
LT10	6159,8	7056,8	7855,2	8553,3	9155,7	10105,0	10776,0	11233,0	11782,0	11882,0	11667,0
LT11	6980,2	8144,7	9171,2	10052,0	10794,0	11912,0	12642,0	13090,0	13459,0	13317,0	12731,0
LT12	6980,2	8144,7	9171,2	10052,0	10794,0	11912,0	12642,0	13090,0	13459,0	13317,0	12731,0
LT13	4807,4	5702,8	6590,3	7456,7	8292,4	9846,5	11223,0	12417,0	14675,0	16112,0	17497,0
LT14	4826,0	5853,9	6904,4	7960,6	9008,4	11036,0	12926,0	14645,0	18149,0	20627,0	23417,0
LT15	5296,7	6142,5	6940,0	7680,6	8360,5	9537,1	10486,0	11236,0	12457,0	13064,0	13411,0
LT16	5653,4	6621,5	7532,0	8373,1	9139,4	10448,0	11481,0	12279,0	13516,0	14072,0	14290,0
LT17	5346,6	6617,3	7932,8	9267,1	10598,0	13184,0	15594,0	17776,0	22171,0	25209,0	28499,0
LT18	5681,7	6946,2	8214,2	9457,4	10655,0	12859,0	14771,0	16384,0	19274,0	20950,0	22297,0
LT19	6212,3	7746,5	9306,9	10849,0	12341,0	15084,0	17440,0	19399,0	22794,0	24635,0	25877,0
LT20	5797,9	7317,9	8919,0	10564,0	12221,0	15470,0	18515,0	21276,0	26802,0	30561,0	34499,0
LT21	7000,6	8523,9	9967,6	11291,0	12473,0	14404,0	15816,0	16808,0	18043,0	18277,0	17746,0
LT22	7000,6	8523,9	9967,6	11291,0	12473,0	14404,0	15816,0	16808,0	18043,0	18277,0	17746,0
LT23	5797,9	7317,9	8919,0	10564,0	12221,0	15470,0	18515,0	21276,0	26802,0	30561,0	34499,0
LT24	6212,3	7746,5	9306,9	10849,0	12341,0	15084,0	17440,0	19399,0	22794,0	24635,0	25877,0

					ſ						
- - 2					X	enar Oranı	(a/b)				
-	-	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	3	4
Plak Tipi	°°,	w <sub>o</sub> *	ω°*	κ <sub>0</sub> *	ε0°*	κ <sub>0</sub> *	κ <sub>0</sub> *	ω°*	ω°*	ω°*	ε°,
LT1	266766	238311	217322	201500	189366	172377	161422	154033	143522	138311	133533
LT2	267522	241022	221700	207311	196388	181300	171766	165411	156544	152244	148355
LT3	265244	240600	222333	208466	197722	182488	172477	165577	155477	150266	145322
LT4	265244	244422	229033	217388	208366	195588	187188	181366	172811	168388	164133
LT5	267522	248599	234966	224899	217288	206833	200200	195755	189477	186344	183455
LT6	266766	249700	237299	228033	220977	211122	204755	200411	194122	190911	187877
LT7	269022	234822	209588	190600	176099	155988	143277	134888	123444	118122	113566
LT8	269777	237577	214133	196733	183611	165799	154822	147744	138377	134177	130677
LT9	269022	234822	209588	190600	176099	155988	143277	134888	123444	118122	113566
LT10	269777	237577	214133	196733	183611	165799	154822	147744	138377	134177	130677
LT11	271266	243000	222944	208455	197811	183866	175666	170588	164211	161544	159477
LT12	271266	243000	222944	208455	197811	183866	175666	170588	164211	161544	159477
LT13	265244	240600	222333	208466	197722	182488	172477	165577	155477	150266	145322
LT14	265244	244422	229033	217388	208366	195588	187188	181366	172811	168388	164133
LT15	266766	238311	217322	201500	189366	172377	161422	154033	143522	138311	133533
LT16	267522	241022	221700	207311	196388	181300	171766	165411	156544	152244	148355
LT17	266766	249700	237299	228033	220977	211122	204755	200411	194122	190911	187877
LT18	267522	248599	234966	224899	217288	206833	200200	195755	189477	186344	183455
LT19	269777	256333	246955	240200	235233	228599	224522	221877	218233	216488	214911
LT20	269022	257400	249166	243155	238644	232488	228599	225999	222299	220433	218700
LT21	271266	254188	242455	234199	228255	220600	216155	213400	209899	208366	207122
LT22	271266	254188	242455	234199	228255	220600	216155	213400	209899	208366	207122
LT23	269022	257400	249166	243155	238644	232488	228599	225999	222299	220433	218700
LT24	269777	256333	246955	240200	235233	228599	224522	221877	218233	216488	214911

Çizelge EK-A. 13 Boyutsuz Asal Doğal Frekans  $\omega_b^* = \omega_b \frac{b^2 \pi}{\epsilon}$ , plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre mesnetli, n=1

		Τ
netli, n=1		e
ıkastre mes		56
ört kenar an		~
cenarı a, de	ıı (b/a)	18
plak kısa k	<enar oran<="" td=""><td>16</td></enar>	16
$= \omega_0 \frac{a^2 \pi}{t},$	-	14
cans $\omega^*_{0}$		13
)oğal Frek		12
ız Asal I		
Boyutsu		÷
Çizelge EK-A. 14	, 1 2	-

					,   _	0	1 - 1 - 1				
5			-	-	×	enar Urani	( b / a )	-	-	-	
-	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	3	4
Plak Tipi	×°°	×°°	*°3	*°°	*°3	*°°	×°α	×°°	×°°	×°α	*°°
LT1	266766	249700	237299	228033	220977	211122	204755	200411	194122	190911	187877
LT2	267522	248599	234966	224899	217288	206833	200200	195755	189477	186344	183444
LT3	265244	244422	229033	217388	208366	195588	187188	181366	172811	168388	164133
LT4	265244	240600	222333	208466	197722	182488	172477	165577	155466	150266	145322
LT5	267522	241022	221700	207311	196388	181300	171766	165411	156544	152244	148355
LT6	266766	238311	217322	201500	189366	172377	161422	154033	143522	138311	133533
LT7	269022	257400	249166	243155	238644	232488	228599	225999	222299	220433	218700
LT8	269777	256333	246944	240200	235233	228599	224522	221877	218233	216488	214911
LT9	269022	257400	249166	243155	238644	232488	228599	225999	222299	220433	218700
LT10	269777	256333	246944	240200	235233	228599	224522	221877	218233	216488	214911
LT11	271266	254188	242455	234199	228255	220600	216155	213400	209899	208366	207122
LT12	271266	254188	242455	234199	228255	220600	216155	213400	209899	208366	207122
LT13	265244	244422	229033	217388	208366	195588	187188	181366	172811	168388	164133
LT14	265244	240600	222333	208466	197722	182488	172477	165577	155466	150266	145322
LT15	266766	249700	237299	228033	220977	211122	204755	200411	194122	190911	187877
LT16	267522	248599	234966	224899	217288	206833	200200	195755	189477	186344	183455
LT17	266766	238311	217322	201500	189366	172377	161422	154033	143522	138311	133533
LT18	267522	241022	221700	207311	196388	181300	171766	165411	156544	152244	148355
LT19	269777	237577	214133	196733	183611	165799	154822	147744	138377	134166	130677
LT20	269022	234822	209588	190600	176099	155988	143266	134888	123444	118122	113566
LT21	271266	243000	222944	208455	197811	183866	175666	170588	164211	161544	159477
LT22	271266	243000	222944	208455	197811	183866	175666	170588	164211	161544	159477
LT23	269022	234822	209588	190600	176099	155988	143277	134888	123444	118122	113566
LT24	269777	237577	214133	196733	183611	165799	154822	147744	138377	134166	130677

					د.						
, 1					K	enar Oranı	(a/b)				
-	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	3	4
Plak Tipi	κ <sub>0</sub> *	ε°,	κ <sub>0</sub> *	ε <sup>°</sup>	ε <sup>°</sup>	*°°	×°α	ε <sup>*</sup>	ε <sup>°</sup>	*°°	ε°*
LT1	151927	136622	124797	115441	107899	96598	88643	82824	73634	68484	63235
LT2	147014	132814	121955	113452	106670	96652	89730	84750	77059	72861	68675
LT3	160498	145732	134146	124856	117272	105718	97422	91248	81272	75528	69525
LT4	160498	146976	136333	127787	120813	110191	102574	96921	87824	82623	77223
LT5	147014	135616	126883	120031	114561	106466	100859	96814	90542	87099	83644
LT6	151927	140618	131846	124878	119255	110822	104889	100557	93739	89936	86076
LT7	142855	126305	113731	103943	96177	84793	76995	71425	62897	58283	53714
LT8	138293	122781	111134	102197	95209	85176	78497	73849	66989	63435	60048
LT9	142855	126305	113731	103943	96177	84793	76995	71425	62897	58283	53714
LT10	138293	122781	111134	102197	95209	85176	78497	73849	66989	63435	60048
LT11	131256	117874	108124	100866	95360	87784	83008	79840	75447	73331	71435
LT12	131256	117874	108124	100866	95360	87784	83008	79840	75447	73331	71435
LT13	160498	145732	134146	124856	117272	105718	97422	91248	81272	75528	69525
LT14	160498	146976	136333	127787	120813	110191	102574	96921	87824	82623	77223
LT15	151927	136622	124797	115441	107899	96598	88643	82824	73634	68484	63235
LT16	147014	132814	121955	113452	106670	96652	89730	84750	77059	72861	68675
LT17	151927	140618	131846	124878	119255	110822	104889	100557	93739	89936	86076
LT18	147014	135616	126883	120031	114561	106466	100859	96814	90542	87099	83644
LT19	138293	129987	123785	119046	115345	110021	106450	103939	100162	98150	96182
LT20	142855	134598	128328	123437	119559	113868	109965	107170	102880	100549	98228
LT21	131256	122356	115971	111270	107728	102872	99803	97751	94852	93415	92085
LT22	131256	122356	115971	111270	107728	102872	99803	97751	94852	93415	92085
LT23	142855	134598	128328	123437	119559	113868	109965	107170	102880	100549	98228
LT24	138293	129987	123785	119046	115345	110021	106450	103939	100162	98150	96182

Çizelge EK-A. 15 Boyutsuz Asal Doğal Frekans  $\omega_b^* = \omega_b \frac{b^2 \pi}{\epsilon}$ , plak kısa kenarı b, dört kenar basit mesnetli, n=1

					X	enar Orani	(h/a)				
n = 1	-	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	e	4
Plak Tipi	*°°	×°n	κ °	×°0 α	*°3	×°°	×°°	×°0 α	*°0	* <sup>0</sup> 3	κ <sup>°</sup>
LT1	151927	140618	131846	124878	119255	110822	104889	100557	93739	89936	86076
LT2	147014	135616	126883	120031	114561	106466	100859	96814	90542	87099	83644
LT3	160498	146976	136333	127787	120813	110191	102574	96921	87824	82623	77223
LT4	160498	145732	134146	124856	117272	105718	97422	91248	81272	75528	69525
LT5	147014	132814	121955	113452	106670	96652	89730	84750	77059	72861	68675
LT6	151927	136622	124797	115441	107899	96598	88643	82824	73634	68484	63235
LT7	142855	134598	128328	123437	119559	113868	109965	107170	102880	100549	98228
LT8	138293	129987	123785	119046	115345	110021	106450	103939	100162	98150	96182
LT9	142855	134598	128328	123437	119559	113868	109965	107170	102880	100549	98228
LT10	138293	129987	123785	119046	115345	110021	106450	103939	100162	98150	96182
LT11	131256	122356	115971	111270	107728	102872	99803	97751	94852	93415	92085
LT12	131256	122356	115971	111270	107728	102872	99803	97751	94852	93415	92085
LT13	160498	146976	136333	127787	120813	110191	102574	96921	87824	82623	77223
LT14	160498	145732	134146	124856	117272	105718	97422	91248	81272	75528	69525
LT15	151927	140618	131846	124878	119255	110822	104889	100557	93739	89936	86076
LT16	147014	135616	126883	120031	114561	106466	100859	96814	90542	87099	83644
LT17	151927	136622	124797	115441	107899	96598	88643	82824	73634	68484	63235
LT18	147014	132814	121955	113452	106670	96652	89730	84750	77059	72861	68675
LT19	138293	122781	111134	102197	95209	85176	78497	73849	66989	63435	60048
LT20	142855	126305	113731	103943	96177	84793	76995	71425	62897	58283	53714
LT21	131256	117874	108124	100866	95360	87784	83008	79840	75447	73331	71435
LT22	131256	117874	108124	100866	95360	87784	83008	79840	75447	73331	71435
LT23	142855	126305	113731	103943	96177	84793	76995	71425	62897	58283	53714
LT24	138293	122781	111134	102197	95209	85176	78497	73849	66989	63435	60048

					2						
2 2					×	enar Orani	(a/b)				
7 - 11	-	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	e	4
Plak Tipi	×°α	×°α	eu,*	×°°	*°α	×°α	°°*	*°0*	*°0*	*°°	×°α
LT1	533522	476611	434644	403011	378722	344744	322855	308055	287033	276611	267055
LT2	535033	482055	443411	414622	392766	362600	343522	330822	313099	304477	296700
LT3	530499	481211	444655	416911	395433	364966	344944	331144	310933	300533	290644
LT4	530499	488855	458066	434755	416733	391177	374355	362733	345633	336766	328277
LT5	535033	497188	469922	449788	434577	413655	400399	391511	378933	372688	366899
LT6	533522	499399	474588	456077	441944	422244	409500	400822	388255	381833	375755
LT7	538044	469633	419166	381200	352188	311955	286533	269755	246899	236244	227133
LT8	539544	475155	428255	393466	367233	331599	309644	295488	276755	268333	261344
LT9	538044	469633	419166	381200	352188	311955	286533	269755	246899	236244	227133
LT10	539544	475155	428255	393466	367233	331599	309644	295488	276755	268333	261344
LT11	542533	485999	445877	416899	395611	367722	351322	341166	328433	323088	318944
LT12	542533	485999	445877	416899	395611	367722	351322	341166	328433	323088	318944
LT13	530499	481211	444655	416911	395433	364966	344944	331144	310933	300533	290644
LT14	530499	488855	458066	434755	416733	391177	374355	362733	345633	336766	328277
LT15	533522	476611	434644	403011	378722	344744	322855	308055	287033	276611	267055
LT16	535033	482055	443411	414622	392766	362600	343522	330822	313099	304477	296700
LT17	533522	499399	474588	456077	441944	422244	409500	400822	388255	381833	375755
LT18	535033	497188	469922	449788	434577	413655	400399	391511	378933	372688	366899
LT19	539544	512666	493899	480400	470466	457188	449055	443744	436466	432977	429822
LT20	538044	514811	498333	486300	477288	464977	457199	451988	444577	440877	437411
LT21	542533	508355	484899	468399	456500	441200	432311	426799	419788	416733	414244
LT22	542533	508355	484899	468399	456500	441200	432311	426799	419788	416733	414244
LT23	538044	514811	498333	486300	477288	464977	457199	451988	444577	440877	437411
LT24	539544	512666	493899	480400	470466	457188	449055	443744	436466	432977	479877

Çizelge EK-A. 17 Boyutsuz Asal Doğal Frekans  $\omega_0^* = \omega_0 \frac{b^2 \pi}{\epsilon}$ , plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre mesnetli, n=2

					ſ						
с – ч					X	enar Oranı	(p/a)				
7 - 11	÷	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	m	4
Plak Tipi	κ <sub>0</sub> *	$\omega_{0}^{*}$	ω°*	°°,	ε0°*	κ <sub>0</sub> *	κ <sub>0</sub> *	ω°*	κ <sub>0</sub> *	×°0	ε°,
LT1	533522	499399	474588	456077	441944	422244	409500	400822	388244	381822	375755
LT2	535033	497188	469922	449788	434577	413655	400399	391511	378933	372688	366899
LT3	530499	488855	458066	434755	416733	391177	374355	362733	345633	336766	328277
LT4	530499	481211	444655	416911	395433	364966	344944	331144	310933	300533	290644
LT5	535033	482055	443411	414622	392766	362600	343522	330822	313099	304477	296700
LT6	533522	476611	434644	403011	378722	344744	322855	308055	287033	276611	267055
LT7	538044	514800	498333	486300	477288	464966	457199	451988	444577	440877	437411
LT8	539544	512666	493899	480400	470455	457188	449055	443744	436466	432977	429822
LT9	538044	514811	498333	486300	477288	464966	457199	451988	444577	440877	437411
LT10	539544	512666	493899	480400	470466	457188	449055	443744	436466	432977	429822
LT11	542533	508355	484899	468388	456500	441200	432311	426799	419777	416722	414244
LT12	542533	508355	484899	468388	456500	441200	432311	426799	419777	416722	414244
LT13	530499	488855	458066	434755	416733	391177	374355	362733	345633	336766	328277
LT14	530499	481211	444655	416911	395433	364966	344944	331144	310933	300533	290644
LT15	533522	499399	474588	456077	441944	422244	409500	400822	388255	381822	375755
LT16	535033	497188	469922	449788	434577	413655	400399	391511	378933	372688	366899
LT17	533522	476611	434644	403011	378722	344744	322855	308055	287033	276611	267055
LT18	535033	482055	443411	414622	392766	362600	343522	330822	313099	304477	296700
LT19	539544	475155	428255	393466	367233	331599	309644	295488	276755	268333	261344
LT20	538044	469633	419166	381200	352188	311955	286533	269755	246888	236244	227133
LT21	542533	485999	445877	416899	395611	367722	351322	341166	328433	323088	318944
LT22	542533	485999	445877	416899	395611	367722	351322	341166	328433	323088	318944
LT23	538044	469633	419166	381200	352188	311955	286533	269755	246899	236244	227133
LT24	539544	475155	428255	393466	367233	331599	309644	295488	276755	268333	261344

- , plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre mesnetli, n≕	
$\frac{a^2\pi}{4}$	
ଞ "	
*e	
Çizelge EK-A. 18 Boyutsuz Asal Doğal Frekans	

l, n=2	<b>1</b> =2	etli, n=2
--------	-------------	-----------

د ۲					×	enar Oranı	(a/b)				
7 - 11	-	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	3	4
Plak Tipi	*°°	w <sub>0</sub> *	ε0°*	*°α	κ <sup>°</sup>	×°0	×°α	×°α	κ <sub>0</sub> *	ω <sub>°*</sub>	ω°*
LT1	303855	273256	249593	230882	215802	193195	177286	165650	147265	136973	126468
LT2	294028	265641	243913	226898	213339	193308	179460	169495	154114	145720	137350
LT3	321008	291477	268292	249706	234539	211442	194842	182501	162546	151060	139047
LT4	321008	293940	272665	255575	241626	220376	205146	193836	175653	165248	154441
LT5	294028	271233	253753	240068	229123	212937	201715	193623	181081	174195	167284
LT6	303855	281235	263680	249757	238510	221646	209783	201112	187478	179875	172147
	285709	252622	227464	207885	192353	169583	153988	142855	125789	116564	107427
LT8	276586	245559	222274	204392	190418	170350	156992	147693	133983	126870	120098
LT9	285709	252622	227464	207885	192353	169583	153988	142855	125789	116564	107427
LT10	276586	245559	222274	204392	190418	170350	156992	147693	133983	126870	120098
LT11	262499	235745	216242	201728	190720	175565	166014	159681	150897	146662	142867
LT12	262499	235745	216242	201728	190720	175565	166014	159681	150897	146662	142867
LT13	321008	291477	268292	249706	234539	211442	194842	182501	162546	151060	139047
LT14	321008	293940	272665	255575	241626	220376	205146	193836	175653	165248	154441
LT15	303855	273256	249593	230882	215802	193195	177286	165650	147265	136973	126468
LT16	294028	265641	243913	226898	213339	193308	179460	169495	154114	145720	137350
LT17	303855	281235	263680	249757	238510	221646	209783	201112	187478	179875	172147
LT18	294028	271233	253753	240068	229123	212937	201715	193623	181081	174195	167284
LT19	276586	259961	247570	238095	230693	220037	212899	207873	200321	196299	192366
LT20	285709	269197	256643	246879	239113	227740	219924	214345	205762	201100	196450
LT21	262499	244718	231938	222538	215450	205749	199604	195508	189702	186824	184173
LT22	262499	244718	231938	222538	215450	205749	199604	195508	189702	186824	184173
LT23	285709	269197	256643	246879	239113	227740	219924	214345	205762	201100	196450
LT24	276586	259961	247570	238095	230693	220037	212899	207873	200321	196299	192366

				,	č ť						
2					А	enar Oranı	(p/a)				
7 - 11	<del>.</del>	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	3	4
Plak Tipi	*°°	*°0	κ <sub>0</sub> *	ε°*	κ <sub>0</sub> *	ε <sup>*</sup>	×°α	°°*	۳ <sup>°*</sup>	۳ <sup>°*</sup>	×°α
LT1	303855	281235	263680	249757	238510	221646	209783	201112	187478	179875	172147
LT2	294028	271233	253753	240068	229123	212937	201715	193623	181081	174195	167284
LT3	321008	293940	272665	255575	241626	220376	205146	193836	175653	165248	154441
LT4	321008	291477	268292	249706	234539	211442	194842	182501	162546	151060	139047
LT5	294028	265641	243913	226898	213339	193308	179460	169495	154114	145720	137350
LT6	303855	273256	249593	230882	215802	193195	177286	165650	147265	136973	126468
LT7	285709	269197	256643	246879	239113	227740	219924	214345	205762	201100	196450
LT8	276586	259961	247570	238095	230693	220037	212899	207873	200321	196299	192366
LT9	285709	269197	256643	246879	239113	227740	219924	214345	205762	201100	196450
LT10	276586	259961	247570	238095	230693	220037	212899	207873	200321	196299	192366
LT11	262499	244718	231938	222538	215450	205749	199604	195508	189702	186824	184173
LT12	262499	244718	231938	222538	215450	205749	199604	195508	189702	186824	184173
LT13	321008	293940	272665	255575	241626	220376	205146	193836	175653	165248	154441
LT14	321008	291477	268292	249706	234539	211442	194842	182501	162546	151060	139047
LT15	303855	281235	263680	249757	238510	221646	209783	201112	187478	179875	172147
LT16	294028	271233	253753	240068	229123	212937	201715	193623	181081	174195	167284
LT17	303855	273256	249593	230882	215802	193195	177286	165650	147265	136973	126468
LT18	294028	265641	243913	226898	213339	193308	179460	169495	154114	145720	137350
LT19	276586	245559	222274	204392	190418	170350	156992	147693	133983	126870	120098
LT20	285709	252622	227464	207885	192353	169583	153988	142855	125789	116564	107427
LT21	262499	235745	216242	201728	190720	175565	166014	159681	150897	146662	142867
LT22	262499	235745	216242	201728	190720	175565	166014	159681	150897	146662	142867
LT23	285709	252622	227464	207885	192353	169583	153988	142855	125789	116564	107427
LT24	276586	245559	222274	204392	190418	170350	156992	147693	133983	126870	120098

Çizelge EK-A. 20 Boyutsuz Asal Doğal Frekans  $\omega_{\rm b}^* = \omega_{\rm b} \frac{a^2 \pi}{2}$ , plak kısa kenarı a, dört kenar basit mesnetli, n=2

					2						
2 1 2					X	enar Orani	(a/b)				
- -	-	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	e	4
Plak Tipi	ω°*	ω°*	ε°,	×°°	*°0	e,*	w₀*	ω°*	κ <sup>°</sup>	×°0	κ <sub>0</sub> *
LT1	800122	712633	648200	599744	562622	510877	477733	455455	424099	408711	800122
LT2	803299	723344	665333	622344	589899	545511	517755	499466	474333	462344	803299
LT3	796144	720677	664800	622499	589822	543644	513444	492700	462544	447133	796144
LT4	796144	735344	690544	656733	630666	593844	569722	553111	528788	516211	796144
LT5	803299	747244	707166	677788	655744	625744	606955	594500	577100	568588	803299
LT6	800122	751233	715877	689600	669644	641922	624111	612033	594611	585777	800122
LT7	805033	707599	635822	581911	540711	483600	447433	423466	390488	374888	805033
LT8	807711	717933	652866	604800	568688	519777	489699	470266	444399	432622	807711
LT9	805033	707599	635822	581911	540711	483600	447433	423466	390488	374888	805033
LT10	807711	717933	652877	604800	568688	519777	489699	470266	444399	432622	807711
LT11	812911	735377	680666	641311	612499	574800	552611	538800	521322	513855	812911
LT12	812911	735377	680666	641311	612499	574800	552611	538811	521322	513855	812911
LT13	796144	720677	664800	622499	589822	543644	513444	492700	462544	447133	796144
LT14	796144	735344	690544	656733	630666	593844	569722	553111	528788	516211	796144
LT15	800122	712633	648200	599744	562622	510877	477733	455455	424099	408711	800122
LT16	803299	723344	665333	622344	589899	545511	517755	499466	474333	462344	803299
LT17	800122	751233	715877	689600	669644	641922	624111	612033	594611	585777	800122
LT18	803299	747244	707166	677788	655744	625744	606955	594500	577100	568588	803299
LT19	807711	761088	728344	704722	687266	663911	649588	640233	627433	621300	807711
LT20	805033	765422	737155	716411	700811	679400	665822	656699	643677	637133	805033
LT21	812911	754611	714233	685600	664866	637999	622255	612455	599922	594444	812911
LT22	812911	754611	714233	685600	664866	637999	622255	612455	599922	594444	812911
LT23	805033	765422	737155	716411	700811	679400	665822	656699	643677	637133	805033
LT24	807711	761088	728344	704722	687266	663911	649588	640233	627433	621300	807711

Çizelge EK-A. 21 Boyutsuz Asal Doğal Frekans  $\omega_0^* = \omega_0 \frac{b^2 \pi}{4}$ , plak kısa kenarı b, dört kenar ankastre mesnetli, n=3

			)	Þ	+ 					<u>`</u>	
					X	enar Oranı	(þ/a)				
° -	÷	1,1	1,2	1,3 L	1,4	1,6	1,8	7	2,5	m	4
Plak Tipi	×°0 α	ω°*	ε, «	ε°*	*0°	κ <sub>0</sub> *	κ <sub>0</sub> *	×°°	*°°	*°0 M	*°0
LT1	800122	751233	715877	689600	669644	641922	624111	612022	594611	585777	800122
LT2	803299	747244	707166	677788	655744	625744	606955	594499	577100	568588	803299
LT3	796144	735344	690544	656733	630666	593844	569722	553111	528788	516211	796144
LT4	796144	720677	664800	622499	589822	543644	513444	492700	462544	447133	796144
LT5	803299	723344	665333	622344	589899	545511	517744	499466	474322	462344	803299
LT6	800122	712633	648200	599744	562622	510877	477733	455455	424088	408711	800122
ΓT7	805033	765422	737155	716411	700811	679400	665822	656699	643677	637133	805033
LT8	807711	761088	728344	704722	687266	663900	649588	640233	627433	621300	807711
LT9	805033	765422	737155	716411	700811	679400	665822	656699	643677	637133	805033
LT10	807711	761088	728344	704722	687266	663900	649588	640233	627433	621300	807711
LT11	812911	754611	714233	685600	664866	637999	622255	612455	599922	594444	812911
LT12	812911	754611	714233	685600	664866	637999	622255	612455	599922	594444	812911
LT13	796144	735344	690544	656733	630666	593844	569722	553111	528788	516211	796144
LT14	796144	720677	664800	622499	589822	543644	513444	492700	462544	447133	796144
LT15	800122	751233	715877	689600	669644	641922	624111	612033	594611	585777	800122
LT16	803299	747244	707166	677788	655744	625744	606955	594499	577100	568588	803299
LT17	800122	712633	648200	599744	562622	510877	477733	455455	424099	408711	800122
LT18	803299	723344	665333	622344	589899	545511	517755	499466	474322	462344	803299
LT19	807711	717933	652866	604800	568688	519766	489699	470266	444399	432622	807711
LT20	805033	707599	635822	581911	540711	483600	447433	423466	390488	374888	805033
LT21	812911	735377	680666	641311	612499	574800	552611	538800	521322	513855	812911
LT22	812911	735377	680666	641311	612499	574800	552611	538800	521322	513855	812911
LT23	805033	707599	635822	581911	540711	483600	447433	423466	390488	374888	805033
LT24	807711	717933	652877	604800	568688	519777	489699	470266	444399	432622	807711

Çizelge EK-A. 22 Boyutsuz Asal Doğal Frekans  $\omega_{\rm b}^* = \omega_{\rm b} \frac{a^2 \pi}{2}$ , plak kısa kenarı a, dört kenar ankastre mesnetli, n=3

	, dört kenar basıt mesnetlı, n=3
$2\pi$	🖵 , plak kısa kenarı b,
*	ekans $\omega_{\rm c} = \omega_{\rm c}$
	23 Boyutsuz Asal Doğal Fre
	Çizelge EK-A. 2

					×	anar Orani	14101				
n=3	-		c ,				10	c	5	ſ	
i	-	1,1	7,L	- بر	1,4	<b>0</b> ,	χ,	, , ,	¢,2	<b>n</b> ,	4
гак прі	ູ້ ອິ	š	ς α	ູ ຈິ	ູ້ ອິ	ς <sub>0</sub> α	, β	, S	ς β	ς°3	ς°3
LT1	451711	405479	369853	341755	319173	285470	261845	244617	217536	202407	187013
LT2	433779	391706	359725	334856	315152	286312	266596	252534	231058	219472	208024
LT3	478477	433967	399146	371286	348591	314109	289416	271082	241538	224574	206868
LT4	478477	438717	407527	382545	362175	331250	309158	292796	266570	251629	236185
LT5	433779	400603	375383	355754	340184	317351	301693	290484	273268	263906	254595
LT6	451711	418975	393654	373636	357513	333436	316572	304307	285093	274424	263630
LT7	436983	388602	351657	322792	299808	265917	242518	225679	199629	185354	171053
LT8	419290	374943	341617	316032	295988	267148	247872	234388	214357	203877	193799
LT9	436983	388602	351657	322792	299808	265917	242518	225679	199629	185354	171053
LT10	419290	374943	341617	316032	295988	267148	247872	234388	214357	203877	193799
LT11	398329	360680	333210	312714	297132	275581	261871	252685	239754	233395	227590
LT12	398329	360680	333210	312714	297132	275581	261871	252685	239754	233395	227590
LT13	478477	433967	399146	371286	348591	314109	289416	271082	241538	224574	206868
LT14	478477	438717	407527	382545	362175	331250	309158	292796	266570	251629	236185
LT15	451711	405479	369853	341755	319173	285470	261845	244617	217536	202407	187013
LT16	433779	391706	359725	334856	315152	286312	266596	252534	231058	219472	208024
LT17	451711	418975	393654	373636	357513	333436	316572	304307	285093	274424	263630
LT18	433779	400603	375383	355754	340184	317351	301693	290484	273268	263906	254595
LT19	419290	391354	370469	354447	341918	323835	311671	303101	290183	283284	276536
LT20	436983	409362	388238	371713	358531	339078	325645	315994	301078	292910	284754
LT21	398329	368308	346568	330433	318206	301316	290547	283309	273017	267865	263090
LT22	398329	368308	346568	330433	318206	301316	290547	283309	273017	267865	263090
LT23	436983	409362	388238	371713	358531	339078	325645	315994	301078	292910	284754
LT24	419290	391354	370469	354447	341918	323835	311671	303101	290183	283284	276536

,	ПЩ	
	mesneth,	
	Dasit	
	kenar	
	dort	
	é	
	ı kenarı	
	ak kisa	
	<u>c</u>	
Ħ	Ê	
G		
	ے۔	
	පි	
×	ଟି = ଟି	
*	Frekans $\omega_{0} = \omega_{0}$ .	
*	Dogal Frekans $\omega_0 = \omega_0$ .	
*	As al Dogal Frekans $\omega_0 = \omega_0$	
*	oyutsuz Asal Dogal Frekans $\omega_0 = \omega_0$	
*	24 Boyutsuz Asal Dogal Frekans $\omega_0 = \omega_0$	
*	K-A. 24 Boyutsuz Asal Dogal Frekans $\omega_0 = \omega_0$	
	lge EK-A. 24 Boyutsuz Asal Dogal Frekans $\omega_0 = \omega_0$	

Çizelge EK-A. 2 <sup>,</sup>	4 Boyutsu	ız Asal D	oğal Frek	cans $\omega_0^* =$	$\omega_0 \frac{a^2 \pi}{t}, ]$	plak kısa k	enarı a, döı	t kenar bas	sit mesnetli	, n=3	
1					×	(enar Orani	(p/a)				
ς Π	-	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2	2,5	e	4
Plak Tipi	ω°*	ω°*	ω°*	*°°	*°0	κ <sub>0</sub> *	w <sub>0</sub> *	ω°*	*°°	ω°*	ω°*
LT1	451711	418975	393654	373636	357513	333436	316572	304307	285093	274424	263630
LT2	433779	400603	375383	355754	340184	317351	301693	290484	273268	263906	254595
LT3	478477	438717	407527	382545	362175	331250	309158	292796	266570	251629	236185
LT4	478477	433967	399146	371286	348591	314109	289416	271082	241538	224574	206868
LT5	433779	391706	359725	334856	315152	286312	266596	252534	231058	219472	208024
LT6	451711	405479	369853	341755	319173	285470	261845	244617	217536	202407	187013
LT7	436983	409362	388238	371713	358531	339078	325645	315994	301078	292910	284754
LT8	419290	391354	370469	354447	341918	323835	311671	303101	290183	283284	276536
LT9	436983	409362	388238	371713	358531	339078	325645	315994	301078	292910	284754
LT10	419290	391354	370469	354447	341918	323835	311671	303101	290183	283284	276536
LT11	398329	368308	346568	330433	318206	301316	290547	283309	273017	267865	263090
LT12	398329	368308	346568	330433	318206	301316	290547	283309	273017	267865	263090
LT13	478477	438717	407527	382545	362175	331250	309158	292796	266570	251629	236185
LT14	478477	433967	399146	371286	348591	314109	289416	271082	241538	224574	206868
LT15	451711	418975	393654	373636	357513	333436	316572	304307	285093	274424	263630
LT16	433779	400603	375383	355754	340184	317351	301693	290484	273268	263906	254595
LT17	451711	405479	369853	341755	319173	285470	261845	244617	217536	202407	187013
LT18	433779	391706	359725	334856	315152	286312	266596	252534	231058	219472	208024
LT19	419290	374943	341617	316032	295988	267148	247872	234388	214357	203877	193799
LT20	436983	388602	351657	322792	299808	265917	242518	225679	199629	185354	171053
LT21	398329	360680	333210	312714	297132	275581	261871	252685	239754	233395	227590
LT22	398329	360680	333210	312714	297132	275581	261871	252685	239754	233395	227590
LT23	436983	388602	351657	322792	299808	265917	242518	225679	199629	185354	171053
LT24	419290	374943	341617	316032	295988	267148	247872	234388	214357	203877	193799
## ÖZGEÇMİŞ

## KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı	:Erkin ALTUNSARAY
Doğum Tarihi ve Yeri	:23.01.1977 – Adana
Yabancı Dili	:İngilizce
E-posta	:erkina@yildiz.edu.tr

## ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Y. Lisans	Deniz Bil.ve Deniz Tekn. A.B.D./Gemi İnş. Programı	Dokuz Eylül Üniversitesi	2005
Lisans	Gemi İnş. ve Gemi Mak. Müh. Bölümü	Yıldız Teknik Üniversitesi	2000
Lise	Fen	Kayseri Fen Lisesi	1994

## İŞ TECRÜBESİ

Yıl	Firma/Kurum	Görevi
2005-halen	Yıldız Teknik Üniversitesi	Araş.Gör. (2547,35-b md.)
2004-halen	Dokuz Eylül Üniversitesi	Araş.Gör.
2000-2001	ARKAS Denizcilik-M/V Diane-A Gemisi	Uzakyol Yrd.Vard.Mühendisi