

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BULANIK ŞARTLAR ALTINDA ÇOK ÜRÜNLÜ VE ÇOK
KISITLI BİR ÜRETİM ENVANTER MODELİNİN
GELİŞTİRİLMESİ VE MODELİN ÇÖZÜMÜNÜN
GERÇEKLEŞTİRİLMESİ**

Endüstri Yük. Müh. Doğan HASAN

**F.B.E Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı Endüstri Mühendisliği Programında
Hazırlanan**

DOKTORA TEZİ

Tez Savunma Tarihi : 02 Aralık 2008
Tez Danışmanı : Y. Doç. Dr. Tufan DEMİREL (YTÜ)
Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Cengiz KAHRAMAN (İTÜ)
: Doç. Dr. Tijen ERTAY (İTÜ)
: Y. Doç. Dr. Hayri BARAÇLI (YTÜ)
: Y. Doç. Dr. Ali Fuat GÜNERİ (YTÜ)

İSTANBUL, 2008

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ŞEKİL LİSTESİ	iv
ÇİZELGE LİSTESİ.....	v
ÖNSÖZ.....	vi
ÖZET.....	vii
ABSTRACT	viii
1 GİRİŞ.....	1
1.1 Tezin Amacı ve Önemi.....	1
1.2 Tezin Organizasyonu.....	2
2 ENVANTER TEORİSİ ÜZERİNE LİTERATÜR ARAŞTIRMASI.....	5
2.1 Envanter Modelleri ile İlgili Akademik Çalışmalar	5
2.2 Literatür Çalışmalarının Değerlendirilmesi.....	21
3 LAGRANGE ÇARPANLARI VE OPTİMİZASYON PROBLEMLERİNE UYGULANABİLİRLİĞİ.....	26
3.1 Lagrange Çarpanlarına Giriş	26
3.2 Lagrange Çarpanları	26
3.3 Lagrange Çarpanları, Newton-Raphson Metodu.....	27
3.4 Lagrange Çarpanları Ve Optimizasyon Problemleri	29
3.5 Maksimizasyon ve Minimizasyon Problemlerinin Çözümü İçin Lagrange Çarpanları	31
3.5.1 Bir Değişken ve Bir Kısıt Olması Halinde Lagrange Çarpanlarının Uygulanması.....	33
3.5.2 İki Değişkenden Daha Fazla Olması Halinde Lagrange Çarpanlarının Uygulanması.....	33
3.5.3 İki Kısıttan Fazla Olması Halinde Lagrange Çarpanlarının Uygulanması.....	34
4 ÇOK ÜRÜNLÜ ÇOK KISITLI BİR ÜRETİM ENVANTER MODELİ	37
4.1 Envanter Problemi Ve Modelleri	37
4.2 Klasik Üretim Modeli.....	39
4.3 Geliştirilen Çok Ürünlü ve Çok Kısıtlı Üretim Envanter Modelinin Genel Özellikleri.....	41
4.4 Geliştirilen Modelin Varsayımları.....	42
4.5 Geliştirilen Modelin Notasyonu	43

4.6	Geliştirilen Çok Ürünlü ve Çok Kısıtlı Üretim Envanter Modeli	44
4.7	Geliştirilen Modelin Lagrange Çarpanları Yöntemi ile Çözümü	46
4.8	Geliştirilen Model ile Yapılan Bir Sayısal Uygulama	49
4.9	Geliştirilen Modelin Deneysel Çözümü	50
4.9.1	Geliştirilen Modelin Bir Ürün İçin Çözümü	50
4.9.2	Geliştirilen Modelin Üç Ürün İçin Çözümü	52
4.10	Geliştirilen Modelin Matlab İle Programlanması ve Çözümü	56
4.10.1	Geliştirilen Modelin Matlab Programı	57
4.10.2	Geliştirilen Modelin Matlab Çözümü	58
4.11	Matlab ve Deneysel Çözümün Karşılaştırmalı Değerlendirmesi Ve Sonuçların Yorumlanması	60
5	GELİŞTİRİLEN MODELİN BULANIK ŞARTLAR ALTINDA YENİDEN OLUŞTURULMASI	65
5.1	Bulanıklaştırma Amacı	65
5.2	Bulanık Kümeler	65
5.3	Bulanık Sayılar	66
5.4	Bulanık Şartlar Altında Model	69
5.4.1	Depo Kısıtının Bulanıklaştırılması	69
5.4.2	Kapasite Kısıtının Bulanıklaştırılması	70
5.4.3	Bütçe Kısıtının Bulanıklaştırılması	70
5.4.4	Toplam Maliyetin Bulanıklaştırılması	70
5.5	Zimmermann Yöntemi	71
5.6	Bulanık Model ve Çözümü	77
6	SONUÇ VE GENEL DEĞERLENDİRMELER	89
6.1	Çözümlerin Değerlendirilmesi	89
5.2	Tezin Bilime Katkısı	89
5.3	Gelecekteki Araştırmalar İçin Öneriler	90
	EKLER	91
	Ek 1 Matlab Çözüm Kümesi	91
	Ek 2 Bulanık Model Matlab Çözüm Kümesi	95
	KAYNAKÇA	99
	ÖZGEÇMİŞ	102

SEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1	F ve G fonksiyonları temsili gösterimi	26
Şekil 4.1	Toplam maliyet eğrisi	39
Şekil 4.2	Klasik üretim envanter modeli	40
Şekil 4.3	Bir ürün için deneysel olarak çözüm kümesine ulaşılması	51
Şekil 4.4	Üç ürün için çözüm kümesine ulaşılması	53
Şekil 4.5	Üç ürün için çözüm kümesine ulaşılması	54
Şekil 4.6	Üç ürün için çözüm kümesine ulaşılması	55
Şekil 4.7	Matlab çözüm kümesi	60
Şekil 4.8	Bütçe kısıtının 1. ürün için uygulandığı hal ve toplam maliyet	61
Şekil 4.9	Bütçe kısıtının 2. ürün için uygulandığı hal ve toplam maliyet	62
Şekil 4.10	Bütçe kısıtının 3. ürün için uygulandığı hal ve toplam maliyet	63
Şekil 4.11	Kısıt değerlerinin karşılaştırılması	64
Şekil 5.1	Üçgensel bir bulanık sayı	67
Şekil 5.2	$c^T x \geq b_0$ eşitsizliğinin üyelik fonksiyonu	73
Şekil 5.3	$-c^T x \leq -b_0$ eşitsizliğinin üyelik fonksiyonu	74
Şekil 5.4	$(Ax)_i \leq b_i$ eşitsizliğinin üyelik fonksiyonu	74
Şekil 5.5	Bir ürün için bulanık model çözümünün Matlab gösterimi	80
Şekil 5.6	Bulanık model için sipariş büyüklükleri – toplam maliyet	86
Şekil 5.7	Bulanık model için sipariş büyüklükleri – depo kullanımı	86
Şekil 5.8	Bulanık model için sipariş büyüklükleri – kapasite kullanımı	87
Şekil 5.9	Bulanık model için sipariş büyüklükleri – bütçe kullanımı	87

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 2.1	Literatür araştırması tablosu	22
Çizelge 4.1	Modelin Matlab çözüm kümesi	57
Çizelge 4.2	Kısıt değerlerinin karşılaştırması	64
Çizelge 5.1	Bulanık model Matlab çözüm kümesi	84
Çizelge 5.2	Bulanık modelin optimum çözümü	88

ÖNSÖZ

2002 senesinde başladığım doktora çalışmamın son 4 senesinde üzerinde çalıştığım bu teze başlarken ve yaparken hayatımda pek çok değişiklik oldu. Hayatımın bu zorlu 4 senesinde bu tezi Sayın Hocam Yrd. Doç. Dr. Tufan Demirel ile birlikte ortaya çıkartırken amacım halihazırda içinde bulunduğum imalat sanayinde faydası olabilecek, işletmelerin de kullanabileceği kadar etkin bir araç ortaya çıkarmaktı.

Bu tez çalışmasıyla bu amaca tam olarak ulaşmada bir yol katedildiğine inanıyorum. İşletmelerin ihtiyacı olan kısa sürede ulaşılacak sonuçlardır. Kısa sürmeyen ama çok gelişmiş yapıları ile en doğru sonucu veren sistemler ve süreçler işletmeler için başka bir maliyet kapısı oluşturduğu için çoğunlukla tercih edilmemektedirler.

Bu tez çalışmamı yapmam konusunda bana destek ve yardımcı olan, hoşgörü gösteren Sayın Hocam Yrd. Doç. Dr. Tufan Demirel'e ve beni her zaman motive eden ve destekleyen babama ve kardeşlerime teşekkür ediyor ve bu çalışmamı rahmetli anneme armağan ediyorum.

İstanbul, 2008

Endüstri Yük. Müh. Doğan HASAN

ÖZET

Bu tez çalışmasında çok ürünlü çok kısıtlı bir üretim envanter modeli oluşturulmuş ve imalat sanayinde sıkça yaşanan maliyet minimizasyonu problemine farklı bir bakış açısı ile çözüm aranmıştır.

Kısıtsız optimizasyon problemine kısıt olarak depo hacmi, kapasite ve bütçe kısıtları eklenmiş ve böylece toplam maliyetin bu kısıtlar altında minimize edilmesi için çözüm aranmıştır.

Kısıtlar seçilirken üretim firmalarının öncelikleri dikkate alınmıştır ve bu sebeple modele bu kısıtlar entegre edilmiştir.

Problemın çözümü için firmalara da kolaylık sağlayabilecek bir yöntem aranmıştır. Bu arayış içerisinde literatürde optimizasyon problemlerinde seyrek olarak kullanılan ama etkin bir araç ve yöntem olan Lagrange çarpanları yöntemi üzerinde karar kılınmıştır.

Lagrange çarpanları yöntemi ile model deneysel olarak çözülmüş ve daha sonra Matlab programı yardımıyla paralelde çözüm elde edilmiştir.

Bu sayede görülmüştür ki Lagrange çarpanları yöntemi optimizasyon problemlerinde etkin olarak kullanılabilir.

Daha sonra katı model amaç fonksiyonunun ve kısıtların bulanıklaştırılması ile bulanık model haline getirilmiştir. Bu model bir Matlab programı vasıtasıyla çözülmüş ve optimum çözüme ulaşılmıştır.

En sonda katı model ile bulanık modelin sonuçları değerlendirilmiştir.

Bu tez çalışması ile akademik alanda bir yenilik getirilmiş, yeni bir ekonomik sipariş miktarı modeli ortaya konulmuştur.

Anahtar kelimeler: Üretim Envanter Modeli, Bulanık Mantık, Lagrange, Zimmermann, Optimizasyon, Ekonomik Sipariş Miktarı

ABSTRACT

In this thesis a fuzzy production inventory model with multiple products and multiple fuzzy constraints has been created and it is aimed to seek a solution for cost minimization problems in production industry.

Additional to unconstrained optimization problem, some constraints have been added. These constraints are warehouse capacity, production capacity and budget. Total production cost is calculated to minimize under these constraints.

The constraints are chosen by considering the priorities of production companies and thus integrated to the model.

For the solution of the problem a method has been evaluated which will provide ease and efficiency to companies. With this evaluation it has been decided to use Lagrange multipliers which is rarely applied to optimization problems, but which is also an efficient tool and method.

The model has been solved with Lagrange multipliers method and then in parallel the solution has been reached by a Matlab program.

In this way, it has been seen that Lagrange multipliers can also be applied efficiently to optimization problems.

After finding the solution for the crisp model, the model has been converted to a fuzzy model by fuzzifying the total cost formula and the constraints. This fuzzy model has been solved by a Matlab program and thus the optimal solution has been reached.

The results of the crisp and fuzzy models have been evaluated at the end.

With this thesis, a new economic order quantity model has been developed and thus a new approach has been presented in the academic area.

Anahtar kelimeler: Production Inventory Model, Fuzzy Logic, Lagrange, Zimmermann, Optimization, Economic Order Quantity

.

1. GİRİŞ

Bu tez çalışmasında hem akademik, hem sanayiye yönelik değeri olması hedeflenen yeni bir üretim envanter modelinin geliştirilmesi üzerine uğraş sarf edilmiştir. Üretim firmalarının çoğunlukla çok ürünlü yapılarının olması sebebiyle modelin yapısında çok ürünlülük özelliğinin olması, üretim ortamının doğası sebebi ile bu yapıda öncelikli tüm kısıtların olması ve yine ortam şartları sebebi ile bu kısıtların ve de toplam maliyetin bulanık olarak alınması çıkış noktası olmuştur. Hem akademik açıdan yenilik getirmek, hem de sanayi sorunlarına çözüm bulmak amacı ile böylece çok ürünlü ve çok kısıtlı bulanık bir envanter modeli geliştirmek ve çözümü gerçekleştirmek üzere harekete geçilmiştir.

1.1 Tezin Amacı ve Önemi

Firmalar arası rekabetin en uç noktalara ulaştığı günümüzde, bu rekabetçil ortamda ayakta kalmak için mücadele eden firmalar, mümkün olan tüm maliyet kalemlerinde tasarrufa gitmek ile karşı karşıyadır. Bu maliyet kalemlerinden en büyüğü ve içinde de en fazla iyileştirme potansiyeli barındırması sebebiyle firma yönetimleri tarafından sürekli düşürülmesi beklenen maliyet kalemi, envanter maliyetidir.

Envanter maliyetini oluşturan alt maliyet kalemleri ise, üretim maliyeti, hazırlık maliyeti, elde bulundurma maliyeti, elde bulundurmama maliyeti gibi kontrol edilebilir maliyetlerdir.

Bu maliyetler her ne kadar kontrol edilebilir olsalar da, ortam şartları, kısıtlamalar ve belirsizlikler bu kontrol sürecini zorlaştırmaktadır. Firmaların altyapısı veya organizasyonu gereği oluşan kısıtlar bu maliyet kalemlerini bağımsız bir şekilde düşürmeyi engellerken, ortamdaki belirsizlikler, talep dalgalanmaları, nakit akışı sorunları, kapasitif belirsizlikler ve depolama alanlarındaki değişkenlikler benzer şekilde bu kontrolü ve müdahaleyi zorlaştırmaktadır.

Ülkemizdeki firmalar açısından konuya bakacak olursak; yurtdışına ihracat yapan firmaların tercih edilmelerindeki en büyük sebeplerden birisi fiyat avantajının yanı sıra esneklik olmaktadır. Fiyat avantajı rekabetçil ortamdan ve de işçilik ücretinin ülkemizde de sürekli artmasından dolayı bir süre sonra kaybolacak olan bir avantajdır. Bu sebeple esnekliğin korunması zaruridir. Normal şartlarda esnekliğini yüksek tutmaya çalışan bir firma maliyetlerini de dolaylı olarak yükseltmektedir. Esneklik esas itibarıyla belirsizlik

hallerinde bile, yüksek değişkenlik arz eden durumlarda bile, sevk edebilir olmaktan başka birşey değildir.

İşte önemli olan, bu ortam şartlarında mümkün olan en düşük maliyetli yapıyı ortaya çıkarmaktır. Üretim, doğasında türlü belirsizlikleri ve sorunları barındırdığı için firmalar için bu maliyet minimizasyonu süreci her zaman başarılı olamamakta ve minimum maliyete ulaşmakta zorluklar yaşanmaktadır. Görülmektedir ki, tüm uğraşılara rağmen firmaların stoklarında bazı malzemelerden ihtiyaç olmadığı halde büyük miktarda bulunabilmekte, ihtiyaç olan malzemedan düşük miktarda olabilmekte ve stokun geneline bakıldığında ise çevrim hızının düşük olduğu görülebilmektedir.

Literatürde bulanık üretim envanter problemlerine yönelik yapılan araştırmalar kısıtlıdır, mevcut araştırmalar pratikte yaşanan sorunlar için tam bir çözüm sunamamaktadır. Bunun sebebi de, üretim ortamının tabiatından kaynaklanmaktadır. Ortamda çok fazla kısıt, çok fazla parametre ve değişken olması sebebi ile firmaların yaşadığı sorunlara çözüm üretmek de bir o kadar zor ve karmaşık olmaktadır.

Bu tez çalışması ile amaçlanan, firmaların sürekli yaşamakta olduğu ve her sene stratejik hedeflerin içinde olan envanter sorununa farklı bir yaklaşımla çözüm getirmekle birlikte üretim envanter modellerine farklı bir bakış açısı ile akademik bir yenilik de sağlamaktır.

1.2 Tezin Organizasyonu

Tez konusunun genel yapısının belirlenmesi ile birlikte bu konuda geçmişte yapılan araştırmaların incelenmesine başlanmıştır. 2. bölümde bu yapılan incelemeler anlatılmaktadır. Bu literatür araştırması envanter modelleri, üretim envanter modelleri ve uygulanan çözüm yöntemleri üzerine yoğunlaşmıştır. Bu konularda yayınlanmış olan çalışmalar incelenmiş ve böylece çıkış noktası ve yapının ana hatları belirlenmiştir.

3. bölümde, mevcut çözüm yöntemlerinin incelenmesinin ardından, çözüm alternatifi olarak değerlendirilen Lagrange çarpanları yöntemi ile ilgili literatür araştırması ortaya konulmaktadır. Burada görülmektedir ki, Lagrange çarpanlarının tez konusu olan optimizasyon probleminin çözümünü sağlamak üzere potansiyeli vardır. Bu konuda kısıtlı uygulama olmakla birlikte, bu inceleme sonucunda tez konusu optimizasyon probleminin çözümünün gerçekleştirilmesi için Lagrange çarpanları yöntemine karar verilmiştir.

Bu ana yapının belirlenmesinin ardından 4. bölümde, modeli geliştirmek amacı ile gerçek üretim sorunları üzerinde durulmuştur. Üretim firmaları envanterlerini ve maliyetlerini

optimize etmek için çaba sarf ederken bazı kısıtlarla karşı karşıya kalırlar. Bunlardan bazıları, kapasite kısıtı, bütçesel kısıtlar, depolama alanı/hacmi ile ilgili kısıtlar, müşteri ile anlaşılan sevk terminleri kısıtı, makine-personel dengesi ile ilgili kısıtlar, bozulabilir hammadde sebebiyle oluşan kısıtlar, sipariş düzenindeki dengesizlikler sebebiyle oluşan kısıtlar gibi üretim sipariş büyüklüğünü ve periyotunun optimizasyonunu ve stok seviyesinin minimizasyonunu zorlaştıran kısıtlardır.

Bu tez çalışmasında kısıt olarak kapasite kısıtı, bütçe kısıtı ve depolama hacmi kısıtı kullanılmıştır. Bu kısıtlar işletmeler için genellikle en belirleyici kısıtlardır ve doğaları gereği de bu kısıtlar bulanık olarak alınmışlardır. Elde bulundurmama yok sayılmıştır. Elde bulundurma maliyeti, üretim maliyeti ve hazırlık maliyeti toplam maliyeti oluşturan kalemler olmuştur.

Kapasite kısıtı, birim ürünün üretim ve hazırlık süreleri ile ve haliyle sipariş büyüklüğüyle bağlantılıdır. Sipariş büyüklüğü düştükçe aynı miktarda ürünün üretimi için daha fazla kapasite ihtiyacı oluşacak, yüksek sipariş büyüklükleri için ise daha düşük kapasite ihtiyacı oluşacaktır. Kapasite zaruri hallerde fazla mesai ile arttırılabildiği için bulanık olarak alınmıştır.

Depolama kısıtı, birim ürünün depoda kapladığı yer ve sipariş büyüklüğü ile bağlantılıdır. Sipariş büyüklüğü arttıkça hem maksimum hem de ortalama depolama yeri ihtiyacı artmaktadır. Depolama hacmi yine zaruri hallerde fabrika içi yolların veya fabrika bahçesinin kullanılması ile arttırılabilecek bir kısıt olduğu için bulanık olarak alınmıştır.

Bütçe kısıtı, hazırlık zamanı, üretim zamanı, işçilik saat ücreti ve sipariş büyüklüğü ile bağlantılıdır. Sipariş büyüklükleri arttıkça bir sipariş için bağlanacak işçilik ücreti bütçesi de artmaktadır. Zıt olarak da sipariş büyüklükleri düştükçe, o siparişler için gerekli olan bütçe de düşmektedir. Bütçe kısıtı da benzer şekilde yönetim kurulu tarafından belirlenmiş bir tutar olabilir ve özel izinlerle bu tutar da arttırılabileceği için bu kısıt da bulanık olarak alınmıştır.

Oluşturulan bu modelin çözümü için yukarıda bahsedildiği gibi Lagrange çarpanları yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem, birden fazla değişkenli ve birden fazla kısıtlı modellerde başarı ile kolayca uygulanabilmektedir. Lagrange çarpanları yönteminin uygulanması ile kısıtlar ile amaç fonksiyonu λ katsayıları ile tek bir fonksiyon haline getirilmiştir. Bu tek fonksiyonun türevlerinin 0'a eşitlenmesi sonucu elde edilen

fonksiyondan Q , sipariş büyüklüğü değişkeni çekilebilmiş ve bu sayede, yöntemde olduğu gibi λ katsayılarının hareket ettirilmesi ile çözümlere ulaşılabilmektedir.

Daha sonra model, Matlab’da yazılan bir program vasıtası ile çözülmüş ve optimum sonuç ve bu sonucu sağlayan sipariş büyüklükleri elde edilmiştir. Program her ürünün her sipariş büyüklüğü için kısıtların uygunluğunu kontrol etmekte ve daha sonra bu şartları sağlayan sipariş büyüklükleri için toplam maliyetleri hesaplamaktadır. Bu ortaya çıkan toplam maliyet alternatifleri çözüm kümesini oluşturmaktadır. Bu çözüm kümesinin içinde minimum maliyetli olan değer ve bu değeri sağlayan sipariş büyüklükleri sonucu teşkil etmektedir.

5. bölümde bu oluşturulan model, kısıtların ve toplam maliyetin bulanık olarak ifade edilmeleri ile bulanık hale getirilmiş ve Zimmermann yöntemi ile problemin bu hali için çözüm aranmıştır. λ olgunluk katsayısını kullanarak optimum sipariş büyüklüklerini bulmak üzere düzenlenen model Matlab programı vasıtası ile çözülmüş ve bu şekilde optimum sonuç veren Q sipariş büyüklüklerine ulaşılabilmektedir. Burada görülmüştür ki, bulanık modelin çözümü ile elde edilen toplam maliyet katı modelde elde edilen toplam maliyetten biraz daha düşüktür. Gerçek ortam şartlarına uydurmak amacıyla bulanıklaştırdığımız model ile böylece daha iyi bir sonuç elde ederek yapılan bu çalışmanın da avantajı ortaya konulmuştur.

Son olarak 6. bölümde, katı modelin üç ürün için deneysel olarak ve Matlab programı aracılığıyla çözümlere ulaşıldığı ve böylece çok ürünlü ve çok kısıtlı modellerde Lagrange çarpanları yönteminin başarı ile kullanılabildiği vurgulanmaktadır. Bununla birlikte bulanık modelin de Zimmermann yöntemi ile formüle edilmesi sayesinde yine Matlab programı yardımı ile çözülebildiği ve böylece optimum çözümlere ulaşılabildiği ortaya konulmaktadır. Son olarak katı model ve bulanık model ve bu iki modelin çözümü ile elde edilenler karşılaştırılmaktadır ve gelecekte yapılabilecek çalışmalarla ilgili öneriler getirilmektedir.

2. ENVANTER TEORİSİ ÜZERİNE LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Çok ürünlü çok kısıtlı bir bulanık üretim envanter modeli oluşturmada önce üretim envanter modelleri üzerine yapılan literatür çalışmaları incelenmiştir. Böylece mevcut durum tespiti yapılmış, literatürde gelinen nokta belirlenmiş ve yapılması amaçlanan çalışmaya ışık tutacak çalışmalar belirlenmiştir. Bu çalışmaların incelenmesi sonucunda modelin ana hatları belirlenmiştir. Bu inceleme sonucunda üretim envanter modelleri üzerine kısıtlı sayıda çalışma olduğu tespit edilmiş ve yapılan çalışmaların da gerçek sanayi problemlerine çözüm olmada yetersiz kalabilecekleri görülmüştür. Aşağıda çıkış noktası olarak kullanılan envanter modelleri üzerine yapılan çalışmalar mevcuttur.

2.1 Envanter Modelleri ile İlgili Akademik Çalışmalar

Kao ve Hsu (2000), bulanık talep ortamında tek periyotlu envanter modellerini incelemişlerdir. Tek periyotlu envanter modelleri gerçek dünyada karar vericiye optimum sipariş miktarını tespit etme konusunda destek vermek üzere yaygın bir şekilde uygulanmaktadırlar. Geçmiş verilerin eksikliğinden dolayı talepler çoğu durumda subjektif olarak tespit edilirler. Bu çalışmada bulanık talep ortamı için tek periyotlu envanter modeli geliştirilmiştir. İncelenen maliyetler, satın alma maliyeti, gecikme maliyeti ve elde bulundurma maliyetidir. Farklı sipariş miktarlarından ortaya çıkan farklı bulanık toplam maliyetler için, optimum sipariş miktarını bulmaya yönelik olarak bulanık sayıları derecelendirmek için bir metot uygulanmıştır. Bir parçanın satılması ile elde edilen gelir, bir diğer parçanın satılamamasından kaynaklanan zarardan az (fazla) ise, optimum sipariş büyüklüğünün bulanık talebin sol şekil (sağ şekil) fonksiyonu için tanımlanmış menzilde olduğu söylenebilir. Eğer parça geliri zarara denk ise, o zaman üyelik derecesi 1 olan tüm miktarlar sipariş edilmek üzere optimumdurlar. Bu çalışmadaki metodoloji, bulanık talepli başka envanter modellerinin geliştirilmesi için kullanılabilir ve çoğu tek periyotlu envanter problemlerinin optimum sipariş büyüklüğünü hesaplamak için gerekli olasılık dağılım fonksiyonunu oluşturmada kullanılacak geçmiş verilerinin eksik olması sebebiyle bu çalışmada ortaya konan model gerçek dünya problemlerinin çözümüne yardımcı olabilecektir.

Chang (2003), kalitesiz ürünlü ekonomik sipariş miktarı modeli için bir bulanık mantık teorisi uygulaması yapmıştır. Bu çalışma, sipariş edilen partinin gelmesinin ardından yapılan %100' lük görüntüleme prosesi sonucunda hatalı ürün olarak ayrılan parçaların bir sonraki sevkiyatla ıskontolu olarak satıldığı durum için olan envanter problemini incelemektedir. Burada, bu problem için iki farklı bulanık model sunulmuştur. Bunlardan

birincisi, iyi ürün oranının (veya hatalı ürün) bulanık bir sayı ile gösterildiği ve senelik ihtiyacın sabit sayı olarak öngörüldüğü modeldir. İkinci modelde, sadece iyi ürün oranı değil, senelik talep de bulanık sayı ile ifade edilmiştir. Amaç, toplam karı maksimize etmek için optimum sipariş büyüklüğünün tespit edilmesidir. Bazı durumlarda sunulan bulanık modellerin katı modele indirgenebileceği ve bulanık mantık içindeki optimum sipariş büyüklüğünün klasik optimum sipariş büyüklüğü formülüne indirgenebileceği sunulmuştur. Sunulan modellerin durumlarının incelenmesi için iki sayısal örnek ele alınmıştır ve sonuçlar sabit modelden elde edilenlerle karşılaştırılmıştır. Her iki bulanık model için de yönlü mesafe adında durulaştırma metodu, bulanık mantık içinde parça zamanı başına toplam kar tahminini bulmak için uygulanmıştır ve daha sonra ilgili optimum sipariş büyüklüğü, toplam karı maksimize etmek için buradan türetilmiştir. Chang (2003), bu çalışma ile bu gibi problemlerin bu yöntem ile daha kolay çözüldüğünü ortaya koymuştur.

Lee ve Yao (1997), karşılanamayanı olmayan durum için bulanık mantıkla ekonomik sipariş miktarını incelemiştir. Bu çalışma, karşılanamayan olmaksızın envanterin bulanık değerli ekonomik sipariş miktarını bulmak için bir grup hesap şemalarını incelemektedir. Bulanık sipariş miktarı normal üçgen bulanık sayı olarak ifade edilmiştir ve daha sonra söz konusu optimizasyon problemi çözülmüştür. Durulaştırma işleminden sonra görülür ki, toplam maliyet sabit modeldekinden biraz daha fazladır. Bununla beraber siparişlerdeki, sevkiyatlardaki ve satışlardaki değişiklikler ile ortaya çıkan ekonomik bulanık miktarların daha iyi kullanılmasını sağlamaktadır.

Lee ve Yao (1997) ayrıca trapez bulanık sayılı bulanık sipariş miktarı için karşılanamayanlı/sız bulanık envanter üzerine bir incelemede bulunmuşlardır. Bu çalışmanın amacı, karşılanamayanlı/sız envanterin bulanık değerli ekonomik sipariş miktarı için bir grup hesaplama şemasını incelemektir. Bulanık sipariş miktarı normal trapez bulanık sayı olarak (q_1, q_2, q_3, q_4) olarak ifade edilmiştir ve daha sonra söz konusu optimizasyon problemi çözülmektedir. Durulaştırma işleminden sonra görülmektedir ki toplam maliyet katı modelden biraz daha yüksek olmaktadır, bununla beraber, siparişlerdeki ve sevkiyatlardaki değişikliklerle ortaya çıkan ekonomik bulanık miktarların daha iyi kullanımını sağlamaktadır.

Lee ve Yao (1997), karşılanamayanlı ve karşılanamayansız bu iki envanter modeli için sipariş ve sevk periyotlarının değişkenliği düşük ise, problemin hem bulanık hem de katı

model ile çözüm hallerinde sonuçların birbirine çok yakın olduğunu göstermekte ve böylece katı durumun bulanık mantık ile güvenilirliğine işaret etmektedirler.

Urban (2003), envanter miktarına bağımlı envanter modellerine kapsamlı bir gözden geçirme ve birleştiren bir teori ortaya koymuştur. Bu çalışmada envanter seviyesine bağlı iki envanter modeli incelenmiştir. Pazar araştırmaları ve uygulamalara dayanarak pek çok ürüne olan talebin o ürünün envanter seviyesi ile doğrudan orantılı belirtilmektedir. Son olarak bu ilişkiyi gösteren iki farklı envanter kontrol modeli incelenmiştir. Bu modellerden birinde talep hızı başlangıç envanter seviyesinin bir fonksiyonudur ve diğerinde ise anlık envanter seviyesine bağlıdır. Bu konunun kapsamlı bir gözden geçirmesi yapılmış ve de basit periyodik gözden geçirme modeli kullanarak bu iki modelin denkliği gösterilmiştir. Envanter seviyesi bağımlı talebi olan envanter modelleri için alternatif bir duyarlılık analizi de bu çalışmada sunulmuştur.

Kao ve Hsu (2001), bulanık talepli sipariş büyüklüğü-yeniden sipariş noktası envanter modelini incelemişlerdir. Diğer çalışmalardan farklı olarak karşılanamayanlar oluşan maliyet ile geriye atılmaktadır. Bulanık talebin α kesimi her envanter politikası için (Q,r) bulanık toplam envanter maliyetini belirlemek için kullanılmıştır. Burada Q sipariş büyüklüğü ve r de yeniden sipariş noktasıdır. Yager'in bulanık sayılar için derecelendirme yöntemi bulanık toplam maliyet için en iyi envanter politikasını bulmak için kullanılmıştır. Bulanık talebin 5 farklı menzilineki r için optimum Q ve r 'in lineer olmayan beş çift simültane denklemi için uğraşmıştır. Talep trapez bulanık sayı olduğunda her çift simültane denklem bir kapalı form denklem setine indirgenmiş olur. Bunların optimum sonuçlara ulaştığı ispat edilmiştir. Bu çalışmada geliştirilen metodoloji en iyi envanter politikasını bulmak için diğer tip envanter problemlerine de uygulanabilmektedir.

Mandal ve diğerleri (2004) üç kısıtlı çok amaçlı bir bulanık envanter modeline geometrik programlama yaklaşımı uygulamışlardır. Bu çalışmada, depolama alanı, toplam sipariş miktarı ve üretim maliyeti kısıtları olan ve bunun yanı sıra elde bulundurmamaya izin veren ve talebe bağlı parça maliyeti olan çok parçalı ve çok amaçlı bir envanter modeli oluşturulmuştur.

Bu çalışmada, pek çok gerçek dünya olayında karar verici için maliyet parametrelerinin, amaç fonksiyonlarının ve kısıtların doğaları gereği belirsizlik taşıdıkları belirtilmektedir. Kısıtlar esnek olmaları ve karar vericinin bu kısıtlarla ilgili toleranslarının olması sebebi ile bulanık olarak alınmışlardır. Buna bağımlı olarak da amaç fonksiyonları da bulanık olmaktadır.

Bu model geometrik programlama yöntemi ile çözülmüştür. Elde bulundurmamaya izin verilmeyen modelin sonuçları da ayrıca tekil bir olay olarak elde edilmiştir. Maliyet parametrelerinin değiştirilmesi durumu için duyarlılık analizi üzerinde tartışılmıştır.

Bu modeller sayısal örneklerle gösterilmiştir. Uygulamanın yapıldığı işletme iyimserlik katsayısını değiştirerek hedefine ulaşabilmektedir.

Mandal ve diğerlerinin (2004) bu çalışmasında kullanılan yöntemin genel bir yöntem olduğu ve gerçek hayatta sanayide karşılaşılan envanter problemlerinin çözümünde kullanılabileceği vurgulanmaktadır.

Mondal ve Maiti (2002), genetik algoritma kullanarak çok parçalı bulanık ekonomik sipariş miktarı modellerini incelemişlerdir. Bu çalışmada, amaç fonksiyonunda bulanık parametrelili ve parametresiz, bulanık hedef ve kaynaklar altında lineer olmayan programlama problemlerini çözmek için bir yazılım yaklaşımı sunulmuştur. Bu çalışmada genetik algoritmanın envanter modellerine uygulamasını göstermek için iki basit ekonomik sipariş büyüklüğü modeli kullanılmıştır. Kullanılan metodolojiler maliyet minimizasyonu bulanık amacı ve depo hacmi, katı/bulanık envanter maliyetli üretim şarj sayısı bulanık kısıtlar altında uygulanmıştır. Bazı durumlarda genetik algoritmanın konvansiyonel yöntemlerden daha iyi sonuçlar verdiği belirtilmektedir. Bulanık metotta tek bir optimum sonuç elde edilirken, genetik algoritmanın optimum sonuçla birlikte bir dizi çözüm alternatifini de karar vericiye sunduğu ortaya konmaktadır. Bu metodolojinin bazı modifikasyonların uygulanmasıyla katı, bulanık veya bulanık-stokastik kompleks envanter modellerine genişletilebileceği belirtilmektedir.

Das ve diğerleri (2004), iki kısıt altında çok parçalı stokastik ve bulanık stokastik envanter modellerini incelemişlerdir. Bu çalışmada, toplam bütçe ve hacim kısıtları altında çok parçalı stokastik ve bulanık stokastik envanter modelleri formüle edilmiştir. Burada envanter maliyetleri doğrudan ilgili miktarlarla orantılıdır ve parça satın alma/üretim maliyetleri ters olarak talebe bağlıdır ve yenileme/üretim hızı doğrudan talebe göre değiştiği varsayılır. Elde bulundurmamaya izin verilmektedir ama bu eksikler tamamen rezerve edilmektedir. Stokastik problem önce birbirine eş tekil amaçlarına veya şans kısıtı metodunu takip eden çoklu amaçlar problemlerine küçültülmektedir. Tek amaçlı problem gradyan tabanlı teknik ile çözülürken, çok amaçlı olana bulanık teknik uygulanmaktadır. Bulanık stokastik programlama problemi de önce ilgili eş bulanık lineer olmayan programlama problemine küçültülmekte ve bulanık lineer olmayan programlama tekniği ile çözülmektedir. Modeller sayısal olarak ifade edilmekte ve farklı modellerin sonuçları

karşılaştırılmaktadır. Bu çalışmada kullanılan tekniklerin diğer gerçek envanter problemlerine de uygulanabileceği belirtilmektedir.

Hsieh (2002), bulanık imalat envanter modellerinin optimizasyonunu incelemiştir. Bu çalışmada, bulanık ve de katı üretim miktarları için bulanık parametrelili iki bulanık üretim envanter modeli sunulmuştur. Çalışmanın amacı derecelendirilmiş ortalama entegrasyon temsil metodunun bulanık toplam üretim envanter maliyetinin durulaştırılması için kullanılmasıyla ve eşit olmayan kısıt probleminin çözümü için Lagrange metodunun genişletilmiş halinin kullanılmasıyla bu modeller için optimum sonuçları bulmaktır. Çalışmanın sonunda sonuçların sabit gerçek sayılar olduğu gösterilmektedir. İlave olarak bulanık parametreler (bulanık envanter maliyeti, bulanık talep, bulanık hazırlık maliyeti, bulanık talep hızı ve bulanık üretim hızı) sabit gerçek sayılardır ve sunulan modelin optimum sonuçları klasik üretim envanter modellerini karşılaması için özelleştirilebilmektedir.

Beyer ve diğerleri (2001), kısıtlı depo alanı olan stokastik çok ürünli envanter modellerini incelemiştir. Sonuçlar sonlu ve sonsuz ufuklu ıskonto maliyetli problemler için türetilmiştir. Optimum geri besleme politikalarının varlığı oldukça genel kabuller altında oluşturulmuştur. Bunun yanı sıra optimum politikalar sipariş maliyetinin lineer ve elde bulundurmama maliyetinin konveks olduğu durum için analiz edilmiştir. Optimum politikalar tek ürün halleri için temel stok politikalarını genellemektedir. Sonuç olarak, istasyonel sonsuz ufuk durumunda, ürün taleplerinin bağımsız ve maliyet fonksiyonlarının ayrıştırılabilir olması halinde miyopik politika optimum olmaktadır. Çalışma sonunda açık kalan konular belirtilmiştir. Her ürün için başlangıç artık seviyenin temel stok seviyesinin altında olmaması halinde politikanın daha ileri düzeyde işlenmesi ve karakterize edilmesi açık konulardan biridir. Pozitif sabit sipariş maliyetlerine izin verilebilecek şekilde mevcut modelin genişletilmesi bir diğer açık konudur. Farklı ürünlerin temin sürelerinin aynı ve farklı olmaları halleri için sevkiyat gecikmelerine izin vermek üzere modellerin genişletilmesi ise belirtilen bir başka açık konudur.

Giannoccaro ve diğerleri (2002), tedarik zincirinin envanter yönetimi için bir bulanık ekolon yaklaşımı ortaya koymuşlardır. Bu çalışma bulanık mantık teorisine ve ekolon stok konseptine dayalı olan bir tedarik zinciri envanter yönetimi politikası tanımlamak için bir metodoloji sunmaktadır. Bulanık mantık ile pazar talebinin ve envanter maliyetinin (elde bulundurma ve karşılamama maliyeti) belirsizliğinin düzgün bir şekilde modellendiği bu çalışmada ekolon stok, tedarik zinciri envanterini entegre bir şekilde yönetmek için

uyarlanmıştır. Bulanık mantığın pazar talebinin ve envanter maliyetlerinin belirsizliği ile çalışırken özellikle karmaşık yapılarda stokastik tekniklere göre daha uygunluk sağladığı belirtilmiştir. Metodoloji uygulama kolaylığını göstermek için 3 aşamalı bir tedarik zincirinde uygulanmıştır. Son olarak simülasyonun uyarlanmasıyla 3 aşamalı tedarik zincirinin performansı değerlendirilmiş ve görülmüştür ki bu durum lokal bir envanter yönetimi politikasının uyarlanmasından daha üstündür.

Dey ve diğerleri (2004), bulanık teslim süreli ve dinamik talepli envanter kontrolü için karşılıklı etkileşimli bir yöntem üzerinde çalışmışlardır. Bu çalışma, talebin yükselen bir oranda arttığı, zamana bağlı bulanık talep oranlı envanter modeli için bir çözüm prosedürü önermektedir. Burada, eksikliklere izin verilmekte ve kısmi olarak takozlanmaktadır. Talep fonksiyonunun parametreleri, envanter maliyeti parametreleri ve teslim-süresi, belirsiz sayılar olarak alınmıştır. Bulanık sayılar, doğrusal/doğrusal-olmayan tipte üyelik fonksiyonları olarak açıklanmaktadır. Bulanık sayılara, daha sonra bir aralık sayısında yaklaşık değer verilir. Bundan sonra problem, sol limitle temsil edilen amaç fonksiyonların; sağ limitin ve aralık fonksiyonlarının merkezlerinin en aza indirildiği çok amaçlı envanter problemine dönüşür. Deterministik çok amaçlı envanter probleminin çözümünü elde etmek için, karşılıklı etkileşimli bulanık çözümleme prosedürü kullanılmıştır. Bu prosedürün avantajı, karar alıcının en kötü durumu kolaylıkla minimize edebilmesidir. Model oluşturmada, sonraki parti için sipariş verme zamanına bağlı olarak farklı senaryolar ele alınmıştır. Teklif edilen talebin geniş bir uygulama alanı bulunmaktadır. Gerçek yaşamda, pazardaki herhangi ürünün süresi üç aşamayı içerdiği belirtilmiştir. Bunlar, gelişme aşaması, olgunluk aşaması ve düşüş aşamasıdır. Gelişme aşamasında, ürüne olan talep zaman içerisinde artmalıdır, çünkü müşteriler zaman geçtikçe ürünün cazibesine daha da fazla kapılmaktadırlar. Ancak, bu genişleyen pazar sınırsız değildir ve kademeli olarak olgunluğa yaklaşır. Bu, gelişme aşamasında ürüne olan talebin azalan bir oranda artması gerektiğini belirtmektedir. Bu tür talep televizyon, buzdolapları ve çamaşır makineleri, v.s. gibi tüm yeni tür ürünler için geçerlidir. Modelin oluşturulması ve burada sunulan çözümleme prosedürü oldukça geneldir. Her ne kadar problem, katı ve bulanık bir ortamda sunulmuşsa da, aynı zamanda bulanık-stokastik bir ortamda oluşturulabilmektedir. Mevcut modelde, bozulma, sabit zaman ufuğu, v.s. gibi envanter özellikleri de kolaylıkla dahil edilebilir. Dey ve diğerlerinin (2004) bu çalışmasında ana hatları verilen çözümleme prosedürünün, aynı zamanda yapısal analiz, v.s. gibi model oluşumunda bulanık parametre içeren diğer alanlardaki problemleri çözmek için de uygulanabileceği belirtilmektedir.

Tibben ve Bassok (2003), gecikmeli kişiselleştirme için bir envanter modeline karma bir yaklaşım ortaya koymuşlardır. Bu çalışmada, birkaç farklı alanda uygulanabilecek bir kişiselleştirme modeli sunulmuştur ve makul düzeyde büyük problemlerde bu problemlerin nispeten hızlı bir biçimde çözümlenebileceği gösterilmiştir. Sadece başlangıçtaki ürünü ya da sadece sonlandırılmış ürünleri taşımanın optimal olduğu birkaç şart sunulmuştur. Modelin genişletilebileceği birkaç yol sunulmuştur. İlk olarak, incelenmeye değer başka kişiselleştirme yapıları, özellikle nihai ürünlerin birtakım ihtimallerle birbirinin yerine geçebileceği yapılar belirtilmiştir. İkinci olarak, farklı teslim süreli çoklu dönemleri ve ürünleri ele alacak şekilde modeli genişletmek modelin uygulanabilirliğini genişleteceği belirtilmiştir. Son olarak, yaşam döngüsünde artan ve azalan taleplerle sonlu bir ürün ömrünü dahil etmenin, özellikle yüksek-teknoloji alanındaki karar alıcılara daha da yardımcı olacağı belirtilmektedir.

Al-Araimi ve Samantha (2003), uyarlayıcı nero-bulanık çıkarsama sisteminin envanter kontrolünde uygulanması üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, uyarlayıcı nero-bulanık çıkarma kullanılarak bir envanter denetimi modeli teklif edilmiştir. Model, tipik bir paketleme kuruluşunda sonlandırılmış ürünün envanter denetim süresinin simülasyonunu yapmak üzere kullanılmıştır. Talepteki büyük değişimlere rağmen envanter, istenen düzeyde oldukça makul biçimde iyi tutulmaktadır. Mevcut model, envanter durumunu gözetlemede ve arz talep senaryosunu tahmin etmede karar destek sistemi olarak yararlı olmaktadır. Model biraz geneldir, yaklaşık model parametreleriyle diğer benzeri kuruluşlar için de kullanılabilir. Ancak, katı yapının basit veri takımları ve bulanık denetleyicileri kullanılarak prosedür sergilenmiştir. Mevcut prosedürün, daha genel çıktı verilerini ve bulanık denetleyici yapısının otomasyonlu seçimiyle daha uzun simülasyon sürelerini ele almak üzere genişletilmesi, üyelik fonksiyonlarının ayarlanması ve belirsizlik kurallarının çıkarılması sonraki çalışmaların kapsamında olabileceği belirtilmiştir. Teklif edilen prosedürün, bilginin mevcut envanter durumunda ve istenen değerinde uygun bir zaman ölçeğinde online işlenmesi yoluyla “otomasyonlu” envanter denetim sistemine genişletilme potansiyeli olduğu belirtilmiştir.

Chu ve diğerleri (2005), hizmet düzeyli ve teslim süreli geliştirilmiş envanter modellerini incelemişlerdir. Bu çalışmada, iyi envanter yönetiminin, sıklıkla iyi-işletilen bir kurumun işareti olduğu belirtilmektedir. Envanter düzeylerinin, iyi müşteri hizmetleri maliyetlerini ve makul düzeylerini dengelemek üzere dikkatlice planlanmalarının gerektiği belirtilmektedir. Teslim süresinin uygun biçimde denetlenmesi ve optimal sipariş

miktarının alınması, minimum toplam tahmini yıllık maliyeti elde etmede çok önemli olmaktadır. Bu çalışmadaki tartışmalarda, Ouyang ve Wu'nun makalesindeki iki sorgulanabilir prosedüre işaret edilmiştir. Ouyang ve Wu'nun algoritmalarının yerine geçmek üzere iki basitleştirilmiş algoritma teklif edilmiştir. Onların yöntemleri, çok karmaşıktır ve hesaplama prosedürünün denetimini kaybetmektedir. Chu ve diğerlerinin (2005) çalışmasındaki yeniden düzeltilmiş algoritmaların kullanımının kolay ve matematiksel olarak sağlam oldukları belirtilmektedir.

Yang ve diğerleri (2003), değişken teslim süreli ve mevcut değerli envanter modelleri üzerine incelemede bulunmuşlardır. Yaptıkları çalışmada mevcut değerle deterministik değişken teslim süreli stokastik bir envanter modeli geliştirilmiştir. Yeniden sipariş noktasının tek bir çözümünün olduğunu temin etmek için bir kriter oluşturulmuştur. Kriter sayısal örneklerle desteklenmektedir, bu nedenle pratik bakış açısından kriterin geçerli olduğu belirtilmiştir. Teslim süresini kısaltmak suretiyle şirketler, iş dünyasında rekabetçi avantaj elde etmek için emniyet stokunu azaltmakta, elde bulundurmama kaybını azaltmakta ve pazar talebini karşılamaktadır. Bu durumda firma, özellikle zaman değerinin etkisinde daha yüksek elde bulundurmama cezası ödemek durumunda kalmaktadır. Bu nedenle, maliyetlerin öngörülen mevcut değerini en aza indirmek için zamanı ve maliyetleri dengelemek ve optimal yenileme politikası elde etmek üzere çalışma yapılmıştır. Yeniden sipariş noktası, maliyetlerin optimal öngörülen değerini elde etmek için yeni bir karar değişkeni olarak ele alınmıştır.

Ioannou ve diğerleri (2004), çoklu ürün tedarik zincirlerinde envanter konumlandırması üzerine inceleme yapmışlardır. Bu çalışmada, satış noktalarından normal olarak dağıtılan talebin öne çıkardığı çoklu ürün tedarik zincirleri ele alınmıştır. İncelenen problem, literatürde sık sık ortaya çıkan ertelemenin bir versiyonudur, fakat başlıca niceliksel yöntemlerle ele alınmıştır. Envanter elde tutma maliyetlerini hizmet düzeyleri kısıtlamalarının altında en aza indirmek amacıyla envanterlerin tutulması gereken tedarik zinciri düğümünü belirlemek için yeni, analitik ve basit bir yaklaşım önerilmiştir. Envanter değerinin, yukarı akıntı tedarik zinciri düğümlerinde gerçekleştirilen işlem tutarının artan bir fonksiyonu olduğu varsayılırken ulaşılan doldurma-oranları, envanterle müşteri yerleşimleri arasındaki mesafe-zamanın bir fonksiyonu olarak ele alınmıştır. Yaklaşımın mekanikleri, basit bir örnekle gösterilmiştir. Model ve çözümleme yaklaşımı, fiili tedarik zinciri tasarım uygulamaları için önemli içe bakışlar sunabilmektedir. Envanter bulundurma konumunun belirlenmesi, gelir-oluşturmayan envantere en az yatırımla kabul

edilebilir doldurma oranları elde etmek için karar alıcıların tedarik zincirindeki depoların yerlerini belirlemelerine yardım edebilir. Yine de modeli ve çözümleme yönteminin, gerçek-yaşam tedarik zincirlerinin çoğunluğu olan çoklu-dönem ve çoklu-basamak sistemlerine genişletmek için daha fazla araştırmaya gerek olduğu belirtilmektedir.

Minner (2003), tedarik zinciri yönetiminde çoklu tedarikçi envanter modelleri üzerine bir gözden geçirme yapmıştır. Bu çalışma, çoklu tedarik seçenekli envanter modellerini gözden geçirmekte ve bunların tedarik zinciri yönetimine katkısını tartışmaktadır. Küresel kaynak sağlamada tedarikçi rekabetinin stratejik yönlerini ve operasyonel esnekliğin rolü tartışıldıktan sonra, kıtlık durumlarından kaçınmak ya da bunların etkilerini azaltmak için birkaç tedarikçiyi kullanan envanter modellerinin ana hatları çizilmektedir. Bunun ötesinde, ters lojistik alanlarından ve çoklu-basamak sistemlerinden ilgili envanter problemleri sunulmaktadır. Son olarak, ileri düzeyde araştırma konuları ve mevcut tedarik zinciri yönetimiyle çoklu tedarikçi envanter modellerinin sentezi tartışılmaktadır. Gözden geçirilen çoklu kaynak envanter modelleri, tedarik sözleşmelerini tasarlamada ve görüşmede birkaç yönün yapım bloğu ve yardımcı araç olarak hizmet edebilir. Özellikle birkaç potansiyel tedarikçi arasında rekabet altında, birkaç tedarik seçeneğinin bulunması ve hatta kaynakları birleştirme ihtimali, alıcının görüşme gücünü arttırmaktadır. Sunulan modeller, birkaç teklifin değerlendirilmesinde yardımcı olabilir. Optimal yenileme politikası için, potansiyel bir tedarikçinin her bir teklifi tek başına değerlendirilemeyeceği fakat diğer tekliflerle birlikte değerlendirilmesi gerektiği belirtilmektedir.

Bhattacharya (2003), çok ürünlü envanter üzerine bir çalışma yapmıştır. Bu çalışma, doğrusal stok-bağımlı talep oranlı bozulan unsurlar için iki-ürünlü envanter modeline yönelik yeni bir yaklaşım sunmaktadır. Aslında ilk defa olarak, diğerinin bulunmasından ötürü tek bir ürüne talepteki karşılıklı artışı gösteren karşılıklı etkileşimli terimler modelde uzlaştırılmıştır. Yine, doğrusal talep oranından, envanter ne kadar fazlaysa talep o kadar fazladır anlamı çıkarılabilmektedir. Bu nedenle, bir kontrol parametresi sunulmaktadır ve envantere sürekli arzı temin etmektedir. Sonrasında, tüm muhtemel karlar ve tüm muhtemel kayıplar itibarıyla net karı hesaplamak üzere bir amaç fonksiyonu oluşturulur. Bhattacharya (2003)'ün bu çalışması, envanterin olağan diferansiyel denklemlerince verilen kısıtlamalara tabi tutulan amaç fonksiyonunu optimize etmek için sabit durum optimal denetim probleminde gerekli kriterleri elde etmektedir. Aynı zamanda parametrelerin özel bir seçimini ele alarak yukarıdaki gerekli şartları karşılamaktadır. Bu seçenek altında, kontrol parametrelerinin optimal değerleri hesaplanmaktadır; aynı

zamanda envanterlerin optimal tutarı bulunmaktadır. Nihai olarak, kontrol parametrelerinin optimal değerleri ve optimal envanterlerinki itibarıyla, amaç fonksiyonunun optimal değeri belirlenmektedir. Sonra, yukarıda bahsedilen gerekli şartların uygulanmadığı başka bir parametreler seçimi ele alınmaktadır, bu durumda sabit durum çözümü optimal değildir. Böyle bir durumda, daha karlı envantere karşılık gelen alt-optimal problem ele alınmaktadır. Alt-optimal sabit durum çözümlemesinin bu durumda mevcut olmadığı gösterilmiştir.

Khouja (2002), çok aşamalı çok ürünlü tedarik zincirinde envanter kararlarının optimizasyonu üzerine bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada, bir firmanın iki ya da daha fazla müşteriye tedarikte bulunabileceği üç-aşamalı, çok-müşterili, dizili-olmayan tedarik zinciri modeli oluşturulmuştur. Zincirin üyeleri arasında üç envanter koordinasyon mekanizması analiz edilmiştir. İlk mekanizmada, tedarik zinciri boyunca aynı döngü süresi kullanılmıştır. İkinci mekanizmada, zincirin her aşamasında döngü süresi, bileşik aşağı akım aşamasının döngü süresinin tam sayı katıdır. Üçüncü mekanizmada, her bir firmanın döngü süresi, temel bir döngü süresinin iki katının tam sayı kuvvetidir. Koordinasyon mekanizması modellerinin her birini çözümlmek için kapalı form ifadeler ya da basit algoritmalar geliştirilmiştir. Analizler, tam sayı çarpan mekanizmasının eşit döngü zaman mekanizmasına göre daha düşük toplam maliyetinin olduğunu, ve iki çarpan mekanizmasının tam sayı kuvvetlerinin tam sayı çarpanlar mekanizmasına göre daha düşük maliyetinin olduğunu göstermektedir. Bir tedarik zincirinin eşit-döngü süresi mekanizmasından tam sayı çarpanları mekanizmasına geçerken gerçekleştirdiği toplam maliyetteki tasarruflar ciddi ölçüde olabilse de, tam sayı çarpanları mekanizmasından iki çarpan mekanizması tam sayı kuvvetlerine geçerken ki tasarrufun daha az önemli olduğu belirtilmektedir. Modeller, her bir firmanın kendi malzemelerini sadece tek bir tedarikçiden elde etmesi anlamında sınırlıdır. Buna ek olarak, her bir firmanın talebi deterministik ve tek tip olarak varsayılmaktadır. Bu sınırlamalar, daha fazla araştırma sorularını ortaya atmaktadır.

Chuang ve diğerleri (2002), denetlenebilir hazırlık maliyetli ve teslim süreli periyodik gözden geçirme envanter modeline dair bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, envanter işletim maliyetini azaltmak üzere teslim süresini ve kurulum maliyetini eşzamanlı olarak kontrol ederek dönemsel gözden geçirme modellerini geçmiş siparişler ve kaybedilmiş satışlar karışımı birlikte araştırılmıştır. Koruma aralığının ihtimal dağılımının, yani gözden geçirme süresi artı teslim süresi, talebin bilinmediği varsayılmaktadır fakat ilk iki anı

verilmektedir, bu problemi çözmek için minimaks serbest prosedürü uygulanmıştır. Optimal çözümleri bulmak için bir algoritma geliştirilmiştir. Özellikle sayısal örnek sonuçlarından, teslim süresinin ve kurulum maliyetinin azaltılması yoluyla ciddi tasarruflar yapılabileceği gösterilmektedir.

Mahadevan ve diğerleri (2002), itme envanter politikaları, yeniden imalat için periyodik gözden geçirme üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, yeniden imalatlı ve imalatlı envanter sistemi analiz edilmiştir. Simülasyon kullanarak sistemin modelinin çıkarılması suretiyle, karar değişkenindeki dışbükeyimsilik gözlemlenmiştir ve teslim süreleri arttığında azalan maliyetler gibi birtakım nadir davranışlar görülmüştür. Döküm belgesinde kolaylıkla hesaplanabilecek geleneksel yaklaşık envanter modellerine dayalı bağlar ve keşif araçları geliştirilmiştir. Her biri geleneksel modelin parametrelerine basit, sezgisel ayarlamalara dayalıdır. İlk iki yaklaşım, imalat ve yeniden imalat kaynaklarının tek bir toplam kanalla yaklaşık değerinin alınmasına dayanmaktadır. Üçüncü yaklaşım, her iki kanalın etkisini ayrı ayrı açıkça ele almaktadır. Her üç keşfettiricinin performansı, sırasıyla %3.27, %5.96 ve %0.44 ortalama toplam maliyet hatasıyla ortalamada oldukça iyidir. Eğer her iki tedarik kanalı benzeri hacimler tedarik etmekteyse ve partiler, gözden geçirme süresi esnasında eşit aralıklı olarak gelmekteyse ilk iki keşfedici için maksimum hata anlamlı olabilir. Bu durumda, her iki kanalı ayrı ayrı modellemenin, daha iyi performans sağlayacağı belirtilmiştir. Gelecekteki araştırmalarda sunulan analizi denenmesi ve diğer yeniden imal edilebilir envanter modellerine genişletilmesi önerilmektedir. Özellikle, yeniden imalat-çekiş modellerini ele almak önerilmektedir. Çekme modeli, sadece hizmet verilebilir envanterin belli bir eşiğin altında kalması halinde yeniden imalat partisini başlatır. Bu çalışmada incelenen itme politikasının aksine, çekme politikası fazladan gövdeleri tek gözden geçirme süresinin ötesinde stokta tutarak yeniden imalat faaliyetlerini erteleyebilir. İlave araştırmaların, aynı zamanda ürünün bütün yaşam döngüsü boyunca, çok az kazancı olan yeni ürün aşamasından kazançların talebi geride bıraktığı ömrün-sonu aşamasına kadar politika çerçevesi oluşturmaya da odaklanması önerilmektedir. İkinci durumda envanter politikasının, iade edilen birimlerin imha edilmesini, dolayısıyla ilave parametre eklenmesini de ele alması önerilmektedir.

Chang (2004), değişken teslim süreli envanter modelleri için doğrusallaştırma yaklaşımı üzerine bir çalışma yapmıştır. Bu çalışma, Ben-daya ve Raouf (1994), Ouyang et al. (1996) ve Harrige ve Ben-Raouf (1999) tarafından teklif edilenler gibi literatürdeki mevcut yöntemlerle çözümlenemeyen kaynak kısıtlarına bağlı olarak değişken teslim süreli

envanter modelini çözmek için yaklaşık bir küresel optimal yaklaşım önermektedir. Bunun yanı sıra, envanter karar alıcısının teklif edilen modele ilave kısıtlama eklemesine izin vermek, gerçek-dünya durumlarına daha çok uymaktadır. Ancak, teklif edilen modelin kesinliği büyük ölçüde parçalı doğrusal fonksiyonlar için uygun ara noktaların seçilmesine bağlıdır. Dışbükey fonksiyondaki (ya da içbükey fonksiyondaki) ara noktaların sayısı arttıkça, yaklaşık değer verme programındaki 0-1 değişken sayısı da artar. Bu sorunu çözmek için, parçalı doğrusallaştırma sürecindeki ara noktaların asgari seçimini elde etmek üzere bir çözüm prosedürü de dahil edilmiştir. Buna ek olarak, sipariş miktarının bir fonksiyonu olarak çarpışma maliyeti de tartışılmaktadır. Ümit verici sonuçlar, envanter modellerindeki geri siparişe, kayıp satışlara ve mevsimsel değişken talebe dair daha fazla araştırma gereksinimini harekete geçirmektedir.

Urban (2003), seri korelasyonlu, envanter-düzey-bağımlı talepli periyodik gözden geçirme üzerine bir çalışma yapmıştır. Bu makalede, seri korelasyonun etkilerinin yanı sıra envanterde talep bağımlılığının etkilerini içine alan dönemsel bir gözden geçirme modeli sunulmaktadır. Kritik bir kesime dayalı olarak uyum sağlayıcı bir taban-stok politikası teklif edilmektedir; ancak talep üzerindeki envanter etkisinden ötürü bu oranın birlikteliğın üzerine çıkması teorik olarak mümkündür. Dolayısıyla, probleme çözüm belirlemek üzere bir algoritma geliştirilmiştir. Bu talep modelinin sistemde gereken güvenlik stoku üzerindeki etkisi araştırılmakta ve oto-korelasyon düzeyi arttıkça ve daha az ölçüde envantere talep bağımlılığının etkisi arttıkça teslim süresinin güvenlik stoku üzerindeki etkisinin büyük ölçüde genişletildiği gösterilmektedir.

Pan ve Yang (2001), denetlenebilir teslim süreli entegre envanter üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, herhangi envanter yönetim sisteminde teslim süresinin önemli bir unsur olduğu belirtilmektedir. Teslim süresini kısaltmakla, güvenlik stokunu azaltılabilir, stok dışı kalmanın neden olduğu kaybı düşürülebilir, müşteri hizmet düzeyi geliştirilebilir ve işletmedeki rekabet becerisi arttırılabilir (Ouyang ve Wu 1997). Birçok pratik durumda, ek bir maliyetiyle teslim süresi azaltılabilir. Yani, teslim süresi denetlenebilirdir sonucu çıkarılmaktadır. Bu çalışmada, toplam sipariş maliyeti, elde bulundurma maliyeti ve çarpışma maliyetini minimize etmek için bütünleşik bir envanter modeli sunulmaktadır. Teslim süresi için ihtimal dağılımı normalken, optimal sipariş miktarını, teslim süresini ve sevkiyat sayısını bulmak için bir prosedür sunulmuştur. Banerjee (1986) ve Goyal'in (1988) üretim varsayımlarının doğaları itibarıyla kısıtlayıcı olduğu belirtilmiştir. Bu çalışmada, denetlenebilir teslim süreli bütünleşik envanter modeli

önerilmektedir ve Banerjee (1986) ve Goyal'in (1988) modelleriyle karşılaştırıldığında daha düşük toplam maliyetinin ve daha kısa teslim süresinin olduğu gösterilmektedir.

Kumar ve diğerleri (2003), tedarik zincirinde satıcı seçimi probleminde bulanık hedef programlama yaklaşımı üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, satıcı seçimi problemini çoklu hedeflerle çözümlmek için parametrelerden bazılarının doğası itibarıyla bulanık olduğu, bulanık hedef programlama yaklaşımı uygulanmaktadır. Bulanık karışık tam sayı hedef programlama satıcı seçimi problemi olarak üç ana hedef içeren bir satıcı seçimi problemi oluşturulmuştur: alıcının talebiyle, satıcıların kapasitesiyle, satıcıların kota esnekliğiyle, ürünlerin satın alma değeriyle, her bir satıcıya bütçe tahsisiyle v.s ile. ilgili olarak gerçekçi kısıtlamalara bağlı olarak net maliyeti en aza indirmek, net retleri en aza indirmek ve net gecikmeli teslimatları en aza indirmek şeklinde bu problem tarif edilebilir. Teklif edilen modelin etkinliğini sergilemek üzere gerçekçi bir durumdan veri setli bir gösterim modeli dahil edilmiştir. Teklif edilen yaklaşımın, gerçekçi durumları bulanık bir ortamda ele alma kapasitesi bulunmakta ve tedarik zincirindeki satıcı seçim kararında daha iyi karar aracı sağlamaktadır.

Agrawal ve diğerleri (2003), tedarik zincirlerinde envanterin dinamik dengelenmesi üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, envanterlerin aralarındaki dengesizlikleri düzeltmek için bir dizi perakendeciye klasik envanter tahsisi probleminin dinamik versiyonu ele alınmıştır. Çoğu araştırma, önceden belirlenmiş sevkiyat zamanlı (statik politika) farklı tahsis stratejilerini analiz etmeye yoğunlaşırken, burada perakende ağındaki sevkiyatları yeniden dengelemeyi programlamak için gerçek zamanlı talep (envanter) bilgilendirmesini kullanmanın yararları incelenmiştir. Dinamik program olarak sevkiyatları dengelemenin zamanı ve perakendecilerdeki yeni stoklama düzeylerinin belirlenmesi şeklinde iki kararı olan dinamik yeniden dengeleme problemi modellenmiştir. Optimal tahsis, yeniden dengeleme ve zamanlama stratejileri için yapısal özellikler elde edilmiştir. Aynı zamanda bir perakendeciden bir diğerine ne kadar sevkiyatın optimal olduğuna karar vermede hõristik şartları sunulmuştur. Sevkiyatların optimal zamanlamasının ve miktarının belirlenmesi dinamik programının çok geniş bir durum alanı vardır. Bu dinamik programlama etkinliğini çözmek için bir algoritma sunulmuştur. Aynı zamanda optimale çok yakın uygulama gerçekleştiren dinamik probleme hõristik bir çözümlme prosedürü sunulmuştur. Sayısal sonuçlar, dinamik tahsis politikalarının özellikle perakendecilerdeki başlangıç envanterlerinin dengelendiği sistemlerde ya da yüksek hizmet düzeyleri gerektiğinde ciddi yararlar açabileceğini göstermektedir.

Daya ve diğerleri (2006), deterministik talepli entegre envanter denetim ve kontrol politikaları üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, kontrol sırasında keşfedilen uyumsuz parçaların değiştirilmesiyle birlikte ve bunlar olmadan bütünleşik envanter kontrol modelleri geliştirilmiştir. Kontrol politikaları, sıfır kontrol, örnekleme kontrolü ve %100 kontrolü içermez. Uyumsuz kesimin beta dağılımını izleyen tesadüfi bir değişken olduğu varsayılır. Hem sipariş miktarı hem de kontrol politikası karar değişkenleridir. Kontrol politikası, her iki taraf için adil bir plan elde etmek amacıyla örnek alma plan parametrelerinin, alıcı kısıtlamalarının ve imalatçı risklerinin belirlenmesini içerir. Kabul edilen politika, en düşük genel maliyete yol verendir. Sipariş miktarını, örnekleme büyüklüğünü ve kabul numarasını içeren envanter ve inceleme amaçlı işletme politikalarının belirlenmesi için bir çözümleme prosedürü teklif edilmiştir. Önemli model parametreleri için duyarlılık analizi gerçekleştirmek ve geliştirilmiş modeller hakkında önemli konuları göstermek üzere sayısal örnekler sunulmaktadır. Özellikle, risk kısıtlamalarının olmadığı durumda, makul bir maliyet artışıyla risk kısıtlamaları konularak adil bir planın oluşturulabileceği adil olmayan örnekleme alma planları oluşturulabilmektedir. Bazı durumlarda hiçbir kontrol olmaması yada %100 inceleme, tüm muhtemel inceleme alternatiflerini göz önüne almayı haklı çıkaran en iyi seçeneklerdir. Tahmini talebi içeren ve sürekli gözden geçirme envanter politikasını kullanan benzer modeller geliştirilmiştir. Gelecekteki araştırmalarda diğer muhtemel alanlar, çift numune alma planları gibi başka numune alma politikalarını içermektedir.

Thomas ve Zhang (2001), envanter değişiklikleri ve gelecekteki dönüşleri üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada envanter değişikliğinin Sloan (1996) tarafından kullanılan, bir sonraki yılın anormal dönüşleriyle en güçlü biçimde ilişkili toplu ölçümün bileşeni olduğu bulunmuştur. Aynı zamanda envanter artışı (azalışı) firmaların önceki 5 yıl içerisinde daha yüksek (daha düşük) karlılık düzeyleri, büyüme ve anormal dönüşler geçirdiği ve envanter değişikliğinden sonra bu eğilimlerin derhal tersine döndüğü de görülmektedir. Envanter değişikliklerinin karlılık dönüşümleriyle ilişkili olduğu ve borsanın askıdaki karlılık kaymalarını niye tanımadığı, kesin cevaplar verilemeyen iki önemli sorudur. Ancak, bu çalışmadaki sonuca dönük birtakım açıklamalar da reddedilebilmektedir. Bunun yanı sıra aşırı envanter değişiklikleriyle bağlantılı olduğu şekilde birkaç ilginç deneysel düzenlemeler belgelenebilmektedir. Bu sonuçlar gözlemlenmiş olmakla, talep kaymalarına dayalı bir açıklama oluşturulmaktadır. Talep kaymalarının hem karlılık ters dönüşümlerine hem de envanter değişikliklerine neden olduğu varsayılmakta ve karlılık kayması etkisinin eşzamanlı bildirilen karlılıkta niye

maskelendiğine dair iki muhtemel gerekçe önerilmektedir. Envanter değişiklikleri, normalde talep kaymalarıyla ilişkilidir ve her iki ihtimal de envanterlere has özelliklere dayanmaktadır. Sunulan açıklayıcı kanıtların ve talep açıklamasının, gelecekteki araştırmalarda sıçrama noktası görevi yapacağı ümit edilmektedir.

Halim ve diğerleri (2008), stokastik talepli, kısmi karşılanamayanlı ve bulanık bozulma oranlı kolay bozulabilen ürünler için bir bulanık ekonomi sipariş miktarı modeli üzerinde çalışmışlardır. Buna göre; literatürdeki pek çok bozulabilir envanter modelleri bozulma hızının bilinen bir sabit olduğunu kabul eder. Ancak pek çok gerçek durumda bu bozulma hızı önceden bilinmemektedir. Bu bozulma hızı belirli bir aralık arasında hareket eder ve bu sebeple de bulanık olarak alınabilir. Bu çalışmanın amacı, stokastik talebi, kısmi karşılayamamayı ve bulanık bozulma hızını göz önüne alarak bulanık mantıkla bir ekonomi sipariş miktarı modelini geliştirmek ve incelemektir. Sunulan model daha sonra kısmi karşılayamama faktörünün bulanıklaştırıldığı bir duruma geliştirilmiştir. Minimum maliyet ve optimum sipariş miktarı toplam maliyetin atanmış mesafe yöntemi ile durulaştırılması ile elde edilir. Geliştirilen modeli göstermek ve optimum sonuçları katı model ile kıyaslamak için sayısal örnekler alınmıştır.

Mahapatra ve diğerleri (2007), sabit üretim ve talep hızı olan tek alıcı-satıcı sisteminde bozulabilen ürünler için üretim envanter modeli geliştirmişlerdir. Alıcıdaki gecikmeler (eğer izin verilirse) zamana bağlıdır. Modeller hem entegre hem de entegre olmayan yaklaşımlarla maliyet minimizasyonu problemi olarak formüle edilmişlerdir ve bu modeller tek ve çok amaçlı üretim envanter problemlerini çözmek üzere geliştirilen genetik algoritmalar ile çözülmüştür. Modeller sayısal olarak gösterilmiş ve üretim, talep ve bozulma hızlarına yönelik olarak duyarlılık analizleri yapılmıştır.

Kumar ve Raju (2008), sabit ve stoka bağlı talepleri olan ve karşılamama haline izin verilen bozulabilir ürünler için çok ürünlü ve çok amaçlı bir üretim envanter modelini sonlu bir zaman dilimi göz önüne alarak bulanık ve bulanık olmayan şartlar altında geliştirmişlerdir. Toplam elde bulundurma ve elde bulundurmama maliyetleri sınırlıdır ve üretim hızı sonlu ve uniformdur. Amaç karı maksimize etmek ve fireyi minimize etmektir. Bulanık modelde bu amaçlar doğaları gereği bulanıktır. İzin verilen elde bulundurmama maliyeti ve elde bulundurma maliyeti de belirsiz olarak kabul edilmektedir. Amaçlardaki ve kısıtlardaki bu belirsizlik bulanık lineer üyelik fonksiyonları olarak ifade edilmiştir. Burada, katı ve bulanık modeller ağırlıklı bulanık non-lineer programlama, Bulanık eklemeli hedef programlama ve entegre hedef ulaşma ve bulanık non-lineer programlama

tekniki ile geliştirilmiş ve çözülmüşlerdir. Modeller sayısal örneklerle gösterilmiş ve farklı tekniklerin sonuçları karşılaştırılmıştır.

Yao Lo (2008), firmaların zaman değişkenli taleple karşı karşıya oldukları ve rasgele tedarikle karşı karşıya olan tek bir tedarikçiden ürün aldıkları durumlarda ortaya çıkan problemlerle baş edebilmeleri için bir çalışma yapmıştır. Tedarikçinin hazır bulunurluğu doğal afetler, grevler, üretim hataları, makine arızaları ve buna benzer diğer olaylardan dolayı etkilenebilir. Bu çalışmada dinamik üretim envanter ortamını göz önüne alan bir model sunulmaktadır: kesintinin üssel dağılımı ve talep zaman bağımlı olabilir. Modelde ortalama toplam maliyeti minimize etmek ve üretim çevrimlerini farklı sipariş politikaları altında tespit etmek için geliştirilen genetik algoritmalar kullanılmıştır. Sunulan algoritmanın performansını değerlendirmek için, sipariş politikalarını farklı talepler için karşılaştırabilmek üzere sayısal çalışma da gerçekleştirilmiştir. Programlama sonuçlarına göre optimum sipariş politikaları sadece koruma ile kesintiler esnasında stoksuz kalma arasında bir dengeyi hedef almamalı, bitmiş ürünlerin ve hammaddelerin stok seviyelerini düşük seviyede korumak üzere de belirlenmelidir.

Chen (2007), çalışmasında hem talep hem üretim açısından zamana göre değişken ve elde bulundurmamaya izin verilen ve bu elde bulundurulmayanların tamamen geri atıldığı bir üretim envanter modeli kurmak için genetik algoritma kullanmıştır. Bu çalışmanın amacı, envanterin ortalama toplam maliyetini minimize etmek üzere sınırlı bir zaman dilimi içinde optimum üretim çevrim sayısının ne olması gerektiğini belirlemektir. Bu maksatla sayısal inceleme yapılmıştır ve etkinliği arttırmak için bu algoritmayı kullanmaya yönelik öneriler yapılmıştır.

Panda ve diğerleri (2007), bozulma süresinin Weibull dağılımına uyduğu genel rampa tipi talepli envanter modeli üzerine çalışma yapmışlardır. Envanterde elde bulundurmamaya izin verilmektedir ve tamamen geriye atılmaktadırlar. Toplam maliyet hazırlık, elde bulundurma, bozulma ve elde bulundurmama maliyetlerinden oluşmaktadır. Sonlu bir zaman periyodu içinde birim parça zamanı için toplam maliyetin minimize edilmesiyle tek bir periyot için optimum yenileme politikası belirlenmektedir. Sayısal bir örnek verilmiştir ve duyarlılık analizi de yapılmıştır.

Hsieh (2008), çalışmasında bulanık toplam üretim maliyetli iki doğal üretim envanter modeli üzerine bir çalışma yapmıştır. Bunlardan biri katı üretim miktarlı doğal üretim envanter modeli, diğeri de bulanık üretim miktarlı doğal üretim envanter modelidir. Her iki doğal üretim envanter modelinin bulanık toplam üretim maliyetini hesaplamak için

Fonksiyon Prensibi kullanılmıştır. Karar vericinin önceliklerine göre bulanık toplam üretim envanter maliyetini durulaştırmak için dereceli k-tercihli entegrasyon temsili yöntemi üzerinde tartışılmıştır. Ayrıca genişletilmiş Lagrange yöntemi kısıtlardaki eşitsizliği çözmek için kullanılmıştır.

Chen ve Chang (2008), tamiri mümkün olmayan bozuk imalatın olduğu bir bulanık ekonomik üretim miktarı modeli üzerine çalışma yapmışlardır. Geleneksel üretim envanter modelini bulanık ortama genişletmek için katı ve bulanık üretim miktarlar altında bulanık fırsat maliyetleri ve trapez bulanık maliyetler göz önüne alınmıştır. Aritmetik işlemler için Fonksiyon Prensibi kullanılmıştır ve çözüm yöntemi olarak da Dereceli Ortalama Entegrasyon Temsili yöntemi bulanık toplam üretim ve envanter maliyetini durulaştırmak için kullanılmıştır. Daha sonra bulanık üretim envanter modelinin optimum ekonomik üretim miktarını bulmak için Kuhn-Tucker metodu kullanılmıştır.

2.2 Literatür Çalışmalarının Değerlendirilmesi

Tüm bu literatür incelemesi sonucunda görülmektedir ki, üretim envanter modelleri üzerine çalışmalar çok seyreklik arz etmektedir. Bulanık üretim envanter modelleri üzerine çalışmalar ise bunun içerisinde daha da düşük bir oranda yer almaktadır. Çalışmaların bir kısmı akademik yönü olan envanter modeli çalışmaları olmakta, bir kısmı akademik, kuramsal ve teorik çalışmalar ve incelemeler olarak karşımıza çıkmakta ve çok nadiren pratikte uygulanabilir üretim envanter problemlerinin çözümüne yönelik olmaktadır.

Çizelge 2.1’de görüldüğü üzere envanter modelleri içerisinde bulanık üretim envanter modelleri seyreklik arz etmekle birlikte çözüm yöntemi olarak Lagrange çarpanları yöntemi kullanımına rastlanılamamaktadır. Bununla birlikte mevcut çalışmalarda kullanılan kısıtların da gerçek sanayi problemlerine çözüm bulmakta yetersiz olduğu görülmektedir. Bulanık envanter modelleri üzerine çalışmalar çok az sayıda olduğu gibi bu çalışmaların sanayiye uygulanabilirliğinden bahsetmek çok zordur. Bu literatür araştırmasının sonucunda bu alanda bir boşluk olduğu tespiti yapılmıştır ve çalışmanın yönü böylece geliştirilecek katı üretim envanter modelinin Lagrange çarpanları yöntemi ile çözülebilirliğine doğru dönmeye başlamıştır.

Çizelge 2.1 Literatür araştırması tablosu			
Eserin Adı	Eserin Yazarı	Yılı	Çözüm Metodolojisi
Economic order quantity in fuzzy sense for inventory without backorder model	Huey-Ming Lee, Jing-Shing Yao	1997	Nelder-Mead metodu
Fuzzy inventory with or without backorder for fuzzy order quantity with trapezoid fuzzy number	Jing-Shing Yao, Huey-Ming Lee	1997	Nelder-Mead metodu
A Single-Period Inventory Model with Fuzzy Demand	Chang Kao, Wen-Kai Hsu	2000	Yager metodu
Lot Size-Reorder Point Inventory Model with Fuzzy Demands	Chang Kao, Wen-Kai Hsu	2001	Yager metodu
Inventory Changes and Future Returns	Jacob k. Thomas, Hua Zhang	2001	Zach metodu
A study of an integrated inventory with controllable lead time	Jason Chao-Hsien Pan, Jin-Shan Yang	2001	Entegre envanter modeli çözüm prosedürü
Stochastic Multiproduct Inventory Models with Limited Storage	D. Beyer, s. P. Sethi, R. Sridhar	2001	Dinamik Programlama
A fuzzy echolon approach for inventory management in supply chains	Ilaria Giannoccaro, Pierpaolo Pontrandolfo, Barbara Scozzi	2002	Bulanık ekolon yaklaşımı metodu
Multi-item fuzzy EOQ models using genetic algorithm	S. Mondal, M. Maiti	2002	Zimmermann'ın bulanık non-lineer programlaması ve Genetik algoritma

Eserin Adı	Eserin Yazarı	Yılı	Çözüm Metodolojisi
Optimizing inventory decisions in a multi-stage multi-customer supply chain	Moutaz Khouja	2002	Kompleks tedarik zinciri entegrasyonu
Periodic review, push inventory policies for remanufacturing	B. Mahadevan, David F. Pyke, Moritz Fleischmann	2002	Promodel
A note on periodic review inventory model with controllable setup cost and lead time	Bor-Ren Chuang, Liang-Yuh Ouyang, Kai-Wayne Chuang	2002	Minimax dağılım serbestliği prosedürü
Optimization of fuzzy production inventory models	Chih Hsun Hsieh	2002	Derecelendirilmiş ortalama entegrasyon temsili ve Lagrange genişlemesi
An application of fuzzy sets theory to the EOQ model with imperfect quality items	Hung-Chi Chang	2003	Yao ve Wu derecelendirme metodu
Inventory models with inventory-level-dependent demand: A comprehensive review and unifying theory	Timothy L. Urban	2003	Periyodik gözden geçirme metodu
An inventory model for delayed customization: A hybrid approach	Ronald S. Tibben-Lembke, Yehuda Bassok	2003	Karma bir yaklaşım
Application of an Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System in Inventory Control	B. Samanta, Saeed A. Al-Araimi	2003	Nero Bulanık Çıkarsama Metodu
Multiple-supplier inventory models in supply chain management: A review	Stefan Minner	2003	Gözden geçirme

Eserin Adı	Eserin Yazarı	Yılı	Çözüm Metodolojisi
A fuzzy goal programming approach for vendor selection problem in a supply chain	Manoj Kumar, Prem Vrat, R. Shankar	2003	Hedef programlama
Dynamic balancing of inventory in supply chains	Vipul Agrawal, Xinli Chao, Sridhar Seshadri	2003	Dinamik Programlama
A periodic-review model with serially-correlated, inventory-level-dependent demand	Timothy L. Urban	2003	Uyarlanmış temel stok politikası
On multi-item inventory	D.K. Bhattacharya	2003	Pontryagin'in maksimum yaklaşımı
Inventory models with variable lead time and present value	Gino Yang, Robert J. Ronald, Peter Chu	2003	Harcama ve Ben-Daya yöntemi
Multi-item stochastic and fuzzy-stochastic inventory models under two restrictions	K. Dasa, T.K. Roy, M. Maiti	2004	Zimmermann'ın bulanık non-lineer programlaması
Multi-objective fuzzy inventory model with three constraints: a geometric programming approach	Nirmal Kumar Mandal, Tapan Kumar Roy, Manoranjan Maiti	2004	Geometrik programlama metodu
A linearization approach for inventory models with variable lead time	Ching-Ter Chang	2004	Hedef programlama
An interactive method for inventory control with fuzzy lead-time and dynamic demand	Jayanta Kumar Dey, Samarjit Kar, Manoranjan Maiti	2004	Karşılıklı etkileşimli bulanık karar verme prosedürü
Inventory Positioning in Multiple Product Supply Chains	George Ioannou, Gregory Prastacos, Georgia Skintzi	2004	Analitik yaklaşım

Eserin Adı	Eserin Yazarı	Yılı	Çözüm Metodolojisi
Improved inventory models with service level and lead time	Peter Chua, Kuo-Lung Yang, Patrick S. Chen	2005	Geliştirilmiş Quayang ve Wu metodu
Integrated inventory control and inspection policies with deterministic demand	M. Ben-Dayaa, S.M. Noman, M. Hanga	2006	Envanter ve kontrol operasyon politikaları için çözüm prosedürü
Production inventory policy for a deteriorating item with a single vendor-buyer system	N. K. Mahapatra, K. Das, M. Maiti	2007	Genetik algoritma
Fuzzy Economic Order Quantity model for perishable items with stochastic demand, partial backlogging and fuzzy deterioration rate	K. A. Halim, B. C. Giri, K. S. Chaudhuri	2008	Atanmış mesafe yöntemi
Fuzzy Multi-Objective Production Inventory Model of Deteriorating Items With Shortage and Various Types of Demands	R. Kumar, A. Solai Raju	2008	WFNLP, FAGP, GAFNLP
Advance of Dynamic Production-Inventory Strategy for Multiple Policies Using Genetic Algorithm	Chih-Yao Lo	2008	Genetik algoritma
Using Genetic Algorithms to Solve a Production-Inventory Model	Jianzhong Chen	2007	Genetik Algoritma
An EOQ Model with Generalized Ramp-Type Demand and Weibull Distribution Deterioration	S. Panda, S. Saha, M. Basu	2007	
Heuristic Optimization Of Natural Production Inventory Models With The Preference Of A Decision Maker	Chih Hsun Hsieh	2008	Dereceli k-Tercihli Entegrasyon Temsili Genişletilmiş Lagrange Yöntemi
Optimization of fuzzy production inventory model with unrepairable defective products	Shan Huo Chen and Shu Man Chang	2008	Dereceli Ortalama Entegrasyon Temsili Kuhn-Tucker

3. LAGRANGE ÇARPANLARI VE OPTİMİZASYON PROBLEMLERİNE UYGULANABİLİRLİĞİ

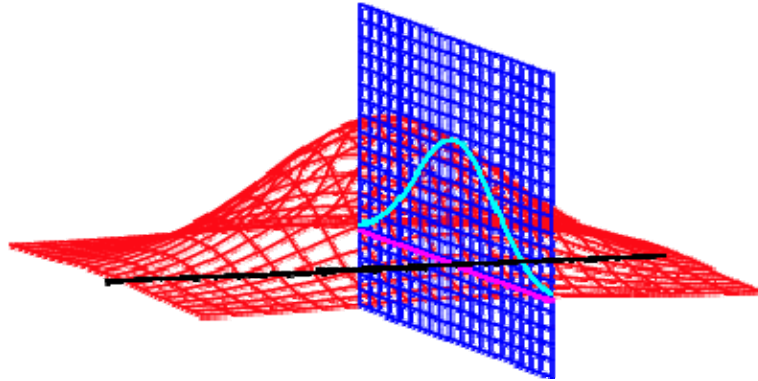
Envanter teorisi üzerine yapılan çalışmalar incelendikten sonra bu tez konusu olan modelin çözümü için Lagrange çarpanları yöntemi incelenmiştir. Lagrange çarpanları yöntemi matematiksel çözümlere ulaşmada kolaylık sağlayan bir yöntem olmakla beraber optimizasyon problemlerinde ender kullanılan bir yöntem olmaktadır. Aşağıdaki yayınların incelenmesi sonucunda bu tespit yapılabilmiş ve bu tez konusu modelin çözümü için Lagrange çarpanları yöntemine karar verilmiştir.

3.1 Lagrange Çarpanlarına Giriş

Jensen (2004)'e göre hesaplamadaki en yaygın problemlerden biri maksimum ve minimum (genel olarak “ekstrem”) değerleri bulmadadır, fakat ekstremleştirilen fonksiyon için kapalı bir biçim bulmak genellikle zordur. Bu gibi zorluklar, genellikle sabit harici şartlara yada kısıtlara bağlı olarak bir fonksiyon maksimize yada minimize edilmek istendiğinde ortaya çıkar. Lagrange çarpanları yöntemi, şartları açıkça çözümüleme ve bunları fazladan değişkenleri gidermek için kullanma gereksinimi olmadan bu tür problemleri çözmede güçlü bir araçtır.

3.2 Lagrange Çarpanları

Gluss ve Weisstein'in (1999) internet ortamındaki yayınında belirtildiği üzere, aynı zamanda Langrangian çarpanları (Arfken 1985) olarak da adlandırılan Lagrange çarpanları, f ve g 'nin açık kümede eğrinin herhangi noktasında (V , gradyan iken) $g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$, ve $\nabla g \neq 0$ eğrisini içeren sürekli birinci kısmi türevli fonksiyonlar olduğu $g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ kısıtlamasına bağlı olarak çok değişkenli bir fonksiyonun $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ekstremlerini bulmak üzere kullanılabilir.



Şekil 3.1 F ve G fonksiyonları temsili gösterimi

F ekstremlerinin g'de bulunması için, g gradyanı ile aynı hizada olmalıdır. Şekil 3.1'de (Gluss ve Weisstein 1999), f kırmızı, g mavi ve f ile g'nin kesişimi açık mavi olarak gösterilmiştir. Gradyan, fonksiyonun arttığı doğrultuyu gösteren yatay bir vektördür (yani, hiçbir z-bileşeni yoktur); g için eğriye dikeydir, bu durumda da düz bir çizgidir. Optimal noktada hem f'nin hem de g'nin gradyanının doğrultusunu temsil eden kırmızı bir ok bulunmaktadır. Eğer bu iki gradyan, aynı doğrultudaysa, biri diğzerinin katıdır $(-\lambda)$, dolayısıyla

$$\nabla f = -\lambda \nabla g \quad (3.1)$$

Olmaktadır. İki vektör eşittir, bu nedenle bileşenleri de eşittir, bu da 3.2 denklemini verir.

$$\frac{\partial f}{\partial x_k} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x_k} = 0 \quad (3.2)$$

Tüm $k=1, \dots, n$ için, sabit λ Lagrange çarpanı olarak adlandırılır.

Ekstremler, $n+1$ bilinmeyende $n+1$ denklemleri çözülerek bulunur, bu da g'yi dönüştürmeden yapılır, Lagrange çarpanının neden bu kadar yararlı olduğu görülmektedir.

Çoklu kısıtlamalar için, $g_1=0, g_2=0, \dots$

$$\nabla f + \lambda_1 \nabla g_1 + \lambda_2 \nabla g_2 + \dots = 0 \quad (3.3)$$

3.3 Lagrange Çarpanları, Newton-Raphson Metodu

Bock (1998)' un internet ortamında yaptığı yayında Lagrange çarpanları yöntemi ve Newton-Raphson metodu üzerinde durulmaktadır. $f = f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ n değişkenin $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ bir fonksiyonu olsun. Eğer n değişken bağımsızsa, n denklemleri çözülünerek f'nin yerel minimumu bulunabilir.

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \dots = \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 \quad (3.4)$$

Genelde, bu denklemler f'nin (minimum, maksimum yada oturma noktası) ekstremlerini tanımlar.

Eğer n değişken, bağımsız değilse, fakat m kısıtlama denklemlerini karşılamaktaysa

$$c_1(x) = \dots = c_m(x) = 0 \quad (3.5)$$

f 'nin gradyanının ekstremde yok olmasına gerek yoktur, sadece kısıtlama denklemleriyle açıklanan $(n-m)$ -boyutsal yüzeye ortogonal olması gerekir. Yani,

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} = \sum_{a=1}^m \lambda_a \frac{\partial c_a}{\partial x_j} \quad j = 1, \dots, n \text{ için} \quad (3.6)$$

Ya da matriks açılımda $\nabla f = \lambda^T \nabla c$, katsayılar ise $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ Lagrange çarpanları olarak adlandırılır. Yukarıdaki denklemler bir arada denklem 3.7'deki gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_1} = \dots = \frac{\partial F}{\partial \lambda_m} = \frac{\partial F}{\partial x_1} = \dots = \frac{\partial F}{\partial x_n} = 0 \quad (3.7)$$

burada,

$$F = F(\lambda_1, \dots, \lambda_m, x_1, \dots, x_n) \quad (3.8)$$

$$= f(x_1, \dots, x_n) - \sum_a \lambda_a c_a(x_1, \dots, x_n) \quad (3.9)$$

$$= f(x_1, \dots, x_n) - \lambda^T c(x_1, \dots, x_n) \quad (3.10)$$

Denklemleri çözmede yararlı bir yöntem, Newton-Raphson yöntemidir. Matriks açılımına bağlı kalınması ile 3.11 denklemini elde edilir.

$$a_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}, \quad A_{jk} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_k}, \quad B_{aj} = \frac{\partial c_a}{\partial x_j}, \quad (3.11)$$

yani, $a = (\nabla f)^T$, A f 'nin Hessian'ı ve $B = \nabla c$ (Jacobi Matrisi) olmaktadır. x 'in gerekli çözüme yaklaşık bir değer olduğunu varsayarsak daha iyi bir yaklaşık değer olarak $x + \Delta x$ hesaplanır. Bu prosedür, birtakım birleşme kriterleri yerine getirilinceye kadar, örn. denklemler belirli bir hassasiyette yerine getirilinceye kadar ya da Δx adımı “yeterince küçük” oluncaya kadar tekrar edilir.

Kısıtsız minimizasyon probleminde, Newton-Raphson formülü denklem 3.12'de olduğu gibidir.

$$\Delta x^u = -A^{-1}a \quad (3.12)$$

Kısıtlı problemde Newton-Raphson formülü 3.13'te olduğu gibi olur.

$$\Delta x^c = \Delta x^u - A^{-1}B^T(BA^{-1}B^T)^{-1}(c + B\Delta x^u) \quad (3.13)$$

‘u’ yada ‘c’ üs değerleri “kısıtsız” yada “kısıtlı” karşılığı olarak durmaktadırlar.

Δx , formülündeki ek terimin yanı sıra, prosedürde başka bir değişiklik yoktur.

Çözüm için ilk tahminin de kısıtlama denklemlerini ihlal edebileceği göz önüne alınmalıdır, zira bu denklemler tekrarlama prosedürü esnasında çözülür.

Eğer etkinlik temel önemdeyse, Δx^u ve Δx^c ’nin söz konusu matrislerin açık çevrimleri olmadan hesaplanabileceği de göz önüne alınmalıdır. Örneğin, $n \times m$ matrisi $D = A^{-1}B^T$ doğrusal denklem $AD = B^T$ ’in çözülmesiyle hesaplanmalıdır, A^{-1} ’in hesaplanmasıyla yapılmamalıdır.

Burada Δx^u ve Δx^c için verilen formüller sadece A matrisinin tersinin olması halinde geçerlidir. Eğer A tekilse, aşağıdaki doğrusal denklemler çözülmemelidir

$$A\Delta x^c - B^T \lambda = -a \quad (3.14)$$

$$B\Delta x^c = -c \quad (3.15)$$

Δx^c ve λ için birlikte çözülmemelidir.

Bock (1998)’e göre, Lagrange çarpanı yönteminin kullanılması genel olarak çok kolaydır. Ancak, yuvarlama hatalarına karşı daha duyarlı ve aynı zamanda kısıtlama denklemlerinin açık olarak çözümlendiği eleme yöntemine göre daha fazla zaman alıcı olabilir.

3.4 Lagrange Çarpanları ve Optimizasyon Problemleri

MIT üniversitesinin ders notlarında Lagrange çarpanları yönteminin optimizasyon problemlerine uygulanması ile ilgili bilgi yer almaktadır. Burada, w tahmin edilmesi istenen skalar bir parametre olmaktadır. x de sabit skalar bir parametre olmaktadır. Denklem 3.16’da yer alan basit optimizasyon problemini çözmek üzere hareket edilmektedir.

$$\min. \frac{1}{2} w^2 \quad \text{s.k.g.} \quad wx - 1 \geq 0 \quad (3.16)$$

Bunun zorluğu kısıttan gelmektedir. Kısıtsız haliyle problemin çözülmesi kolaydır ama bu optimizasyon probleminde denklemde yer alan kısıtın göz önüne alınması gerekmektedir. Bu, kısıtı amaç fonksiyonun içine katıp, kısıtı tatmin edecek şekilde çözüm üzerinde oynayarak yapılabilir. Bunun için de kısıtın ne kadar öne çıkartılması gerektiğinin bilinmesi gerekir ve Lagrange çarpanları da bunu yapmaktadır. Bu örnekte Lagrange

çarpanı olarak α sabit olarak kullanılmıştır. Böylece yeni bir minimizasyon problemi elde edilir ve bu problemde bu sefer kısıt da lineer bir ifade olarak yer almaktadır.

$$J(w; \alpha) = \frac{1}{2} w^2 - \alpha(wx - 1) \quad (3.17)$$

α burada bir parametredir. İlk bakışta bu yeni amaç fonksiyonuna şüphe ile bakılabilir, çünkü artık ne tip bir kısıtımızın olduğu belli değildir. Bir eşitsizlik kısıtı mı vardır ve hangi yöndedir yoksa bir eşitlik kısıtı mı vardır sorusu ilk bakışta net değildir. Bu, Langrange çarpanlarının değerlerinin sınırlandırılması ile sağlanmaktadır

$$wx - 1 \geq 0 \quad \alpha \geq 0 \quad (3.18)$$

$$wx - 1 \leq 0 \quad \alpha \leq 0 \quad (3.19)$$

$$wx - 1 = 0 \quad \alpha \text{ sınırsız} \quad (3.20)$$

Kısıtın $wx - 1 \geq 0$ olması halinde α 'nın büyük pozitif değerleri w 'nin tercihini ön plana çıkaracaktır ve bu da $wx - 1$ 'in büyük pozitif sayıları ile sonuçlanacaktır. Bunun sebebi yukarıdaki $J(w; \alpha)$ amaç fonksiyonunda $-\alpha(wx - 1)$, $w^2/2$ 'ye ilave olarak minimize edilmek istenmektedir. $-\alpha(wx - 1)$ minimizasyonu $\alpha(wx - 1)$ minimizasyonu ile veya α pozitif olduğu sürece $wx - 1$ minimizasyonu ile aynı şeydir. $x=1$ olduğu varsayılırsa yeni amaç fonksiyonunu α 'nın farklı değerleri için w 'nin bir fonksiyonu olarak tanımlanabilmektedir. α 'nın büyük değerleri, çözümü bariz şekilde $w - 1 \geq 0$ kısıtını tatmin etme yönünde değiştirirler (burada $x=1$ kabul edilmiştir.).

Burada etkin olarak yapılan şey çok sayıda optimizasyon probleminin her α Lagrange çarpanı için çözülmesidir. Böylece w minimizasyon problemini α 'nın parametrik bir fonksiyonu olarak ifade etmek mümkün olmaktadır.

$$\frac{\partial}{\partial w} J(w; \alpha) = w - \alpha x = 0 \quad (3.21)$$

Buradan çıkan sonuç da $w_\alpha^* = \alpha x$ olduğudur. $w_\alpha^* x - 1 \geq 0$ kısıtını tatmin eden α seti artık bulunabilir. Bu soruna cevap birden fazladır çünkü çok sayıda α değeri bu kısıtı iyi şekilde tatmin edecektir. Kısıtı tatmin eden ve negatif olmayan en küçük α değerinin bulunması doğru sonucu verecektir (orijinal problemde minimum değişikliğe karşılık gelen).

w_α^* çözümü tekrar amaç fonksiyonuna yerleştirilecek olursa denklem 3.22 elde edilir.

$$J(w_{\alpha}^*; \alpha) = \frac{1}{2}(w_{\alpha}^*)^2 - \alpha(w_{\alpha}^*x - 1) = \frac{1}{2}(\alpha x)^2 - \alpha(\alpha x^2 - 1) = \alpha - \frac{1}{2}(\alpha x)^2 \quad (3.22)$$

$J(\alpha)$ olarak tanımladığımız çözüm, α Lagrange çarpanının bir fonksiyonudur. $A=1$ doğru sonucunun $J(\alpha)$ 'nın maksimumuna yaklaşması çok iyi bir özelliktir. Bunu formal olarak $w_{\alpha}^* = \alpha x$ sonucunu son olarak kullandığımız $J(\alpha)$ 'nın maksimumunu bularak teyit edelim:

$$J(\alpha) = \alpha - \frac{1}{2}(\alpha x)^2 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} J(\alpha) = 1 - \alpha x^2 = 1 - w_{\alpha}^* x = 0 \quad (3.24)$$

Böylece kısıt $J(\alpha)$ 'nın maksimumunda eşitlik ile tatmin edilmiş olur. $\alpha > 0$ 'dan hareket edildiği için maksimum ya $\alpha=0$ 'da ya da $1 - w_{\alpha}^* x = 0$ olduğu noktada elde edilmektedir. Bu kısaca şöyle ifade edilebilmektedir: $\alpha(w_{\alpha}^* x - 1) = 0$ optimumunda ürünlerin tükeneyeceğini söylenebilmektedir. Bu genellikle doğrudur, yani ya Lagrange çarpanı kullanılmamıştır ve $\alpha=0$ 'dır (kısıt herhangi bir modifikasyon olmaksızın sağlanmıştır) ya da Lagrange çarpanı pozitifdir ve kısıt eşitlik ile sağlanmıştır. Geriye kalan soru aşağıdaki ifadenin neden başlangıç ifadesinden daha iyi olduğudur.

$$\text{maks. } \alpha - \frac{1}{2}(\alpha x)^2 \quad \text{ş.k.g. } \alpha \geq 0 \quad (3.25)$$

Bu sorunun en kısa cevabı buradaki kısıtların negatif olmayan çok basit kısıtlar olması ve bunların optimizasyon problemi içerisinde çözümlenmelerinin basit olmasıdır.

3.5 Maksimizasyon ve Minimizasyon Problemlerinin Çözümü İçin Lagrange Çarpanları

Newmann'ın (2002) internet ortamında bu konu üzerine yayınladığı makalede Lagrange çarpanları yönteminin optimizasyon problemlerine uygulama şekli ve çoklu değişken hallerinde yapılması gerekenler üzerinde durulmuştur. Bu çalışmada hareket noktası $f(x,y)$ şeklindeki bir maksimizasyon veya minimizasyon fonksiyonunu çözmektir. Bu fonksiyonu çözmek için normalde

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad (3.26)$$

Denklem 3.26'daki eşitlik halleri çözülür ve iş bitmiş olur. Ama x ve y 'nin sadece belirli değerler alabildiği yani bir kısıtın olduğu durumda fonksiyonun maksimize veya minimize edilmesi istenen durumda x ve y değerler setinden hem kısıtı tatmin eden hem de fonksiyonun maksimum veya minimum değerini veren değerler aranır.

Mümkün olan tüm kısıtlar $g(x,y)=0$ olarak düzenlenebilir. Örnek olarak $x^2y = 3$ ifadesi $x^2y - 3 = 0$ olarak yazılabilir. $g(x,y)$ fonksiyonu, xy düzleminde bir doğru veya eğri verir. Bu çizgi üzerinde hareket ederek $f(x,y)$ fonksiyonunun maksimum değeri aranır. Maksimum değeri bulunduğunda bilinir ki çizgi üzerinde devam edilecek olursa $f(x,y)$ sabit olacaktır. Bu maksimumun anlamıdır. Bu aynı zamanda ∇f 'in gradyanının kısıtın çizgisine bu noktada dik olduğunu gösterir, çünkü gradyan kontüre (f sabitinin çizgisi) her zaman diktir.

Ama bilinen bir başka şey daha vardır. Kısıt da çizgi boyunca sabittir. $g(x,y)=0$ yapısı gereği sıfır değerindedir ve 0 da bir sabittir. Yani kısıtın da ∇g şeklinde bir gradyanı vardır ve bu da çizgiye diktir. Bu iki gradyan eşit değildir ama ikisi de aynı yönü işaret etmektedir. Yani birbirlerine karşı bir oransallıkları vardır: $\nabla f = \lambda \nabla g$. Burada λ henüz değeri bilinmeyen bir sayıdır. λ Lagrange çarpanı olarak adlandırılır. Tekrar düzenleme sonrasında denklem 3.27 ve 3.28 elde edilir.

$$\nabla f - \lambda \nabla g = 0 \quad \text{veya,} \quad (3.27)$$

$$\nabla F = 0, \quad \text{ve} \quad F(x, y) = f(x, y) - \lambda g(x, y) \quad (3.28)$$

Ancak eğer $\nabla F = 0$ olursa F 'in tüm türevleri de 0 olmaktadır.

Bu maksimumumu bulmak için bir yöntem sunmaktadır. Bunun için basitçe $F(x,y)$ fonksiyonu yukarıda olduğu gibi yapılandırılır, g , λ sabitiyle çarpılır ve daha sonra F 'in tüm kısmi türevleri 0'a eşitlenir ve elde edilen simultane eşitlikler çözülür. Bu F 'in maksimumu için bir çözüm verir.

Sorun bu çözümün hala daha λ sabitini içeriyor olmasıdır ve bu λ değeri bilinmemektedir. Ancak bu durumda problem kolaylıkla çözülebilir. Halen daha bir denklem daha vardır, o da kısıtın kendisidir. x ve y için çözümlere kısıt ilave edilecek olursa λ değeri çözülebilir ve o zaman işlem bitmiş olur.

3.5.1 Bir Değişken ve Bir Kısıt Olması Halinde Lagrange Çarpanlarının Uygulanması

Bu örnekte bir maksimizasyon problemi göz önüne alınmıştır. Amaç fonksiyonuna ilave olarak bir kısıt mevcuttur ve bu kısıt altında problem çözülecektir.

$1 - x^2 - 2y^2$ fonksiyonun maksimumu $x + y = 1$ kısıtı altında çözülecektir.

Temel fonksiyonlar denklem 3.29'da verilmiştir.

$$f(x, y) = 1 - x^2 - 2y^2 \text{ ve } g(x, y) = x + y - 1 \quad (3.29)$$

Kısıt böylece $g(x, y) = 0$ olacak şekilde yeniden yapılandırılmış olur. Böylece Lagrange fonksiyonu $F(x, y)$ denklem 3.30'daki gibi olmaktadır:

$$F(x, y) = f(x, y) - \lambda g(x, y) = 1 - x^2 - 2y^2 - \lambda(x + y - 1) \quad (3.30)$$

Çözüm için simultane denklemler de 3.31'de verilmiştir.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0 = -2x - \lambda \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 0 = -4y - \lambda \quad (3.31)$$

Böylece $f(x, y)$ 'nin maksimumu $x = -\frac{1}{2}\lambda$, $y = -\frac{1}{4}\lambda$ 'da elde edilmektedir.

Çözümü tamamlamak için λ değerinin ne olduğunu bulmaya ihtiyaç vardır. Bunun için x ve y değerleri kısıta yerleştirilir. Böylece,

$$x + y - 1 = -\frac{1}{2}\lambda - \frac{1}{4}\lambda - 1 = 0 \text{ ve sonrasında } \lambda = -\frac{4}{3} \text{ elde edilir.} \quad (3.32)$$

Hepsi bir araya getirildiğinde;

$$x = -\frac{\lambda}{2} = \frac{2}{3}, \quad y = -\frac{\lambda}{4} = \frac{1}{3} \quad \text{elde edilir.} \quad (3.33)$$

3.5.2 İki Değişkenden Daha Fazla Olması Halinde Lagrange Çarpanlarının Uygulanması

Bu metodun iki değişkenden ve bir kısıtta daha fazla olması halleri için de geçerli olduğunu göstermek kolaydır. Eğer $\{x_i\}, i = 1 \dots n$ sayıda değişken ve $g_j(\{x_i\}), j = 1 \dots m$ sayıda kısıt varsa fonksiyon 3.34'teki gibi olmaktadır.

$$F(\{x_i\}) = f(\{x_i\}) - \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(\{x_i\}), \quad (3.34)$$

Burada $\{\lambda_j\}$ m sayıda bilinmeyen Lagrange çarpanının kümesidir. Daha sonra x_i 'leri λ_j olarak elde etmek için n sayıdaki simültane denklem çözülür ve çözüm m sayıdaki kısıta yerleştirilir ve m sayıda daha denklem elde edilmiş olunur ve bu sayede de λ_j çözülür.

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = 0, \quad (3.35)$$

Kısıtların soruda verildiği gibi olduğu ve x_i değişkenlerinin farklı durumlar için p(s) olduğu entropiyi çözmek için yapılması gereken bundan ibarettir. Bu durumda Lagrange çarpanlarını değerlendirmek karmaşık ifadeler verebilir ancak bu çarpanların orada olması gereklidir, bu doğrudur. Dönüştürme suretiyle ifadeler çarpanların kendisi ile yazılır. Böylesi daha uygun olmaktadır.

Görüldüğü üzere Lagrange çarpanları yöntemi optimizasyon problemlerinde başarı ile kullanılabilmesine rağmen envanter optimizasyon problemlerinde dikkate alınmamış ve kullanımı görülemeyen bir yöntemdir. Bu sebeple de bu tez çalışmasında oluşturulacak modelin çözümünde Lagrange çarpanları yöntemi öngörülmüştür.

3.5.3 İki Kısıttan Fazla Olması Halinde Lagrange Çarpanlarının Uygulanması

Dawkins'in (2003) internette yer verdiği örnekte amaç fonksiyonuna ilave olarak iki tane de kısıt mevcuttur ve problem bu kısıtlar altında çözülecektir.

$$f(x, y, z) = 4y - 2z \quad (3.36)$$

3.36'daki fonksiyonun maksimumu ve minimumu bulunacaktır. Kısıtlar 3.37'de verilmiştir.

$$2x - y - z = 2 \quad x^2 + y^2 = 1$$

Model bu durumda 3.37, 3.38 ve 3.39'daki gibi olmaktadır.

$$0 = 2\lambda + 2\mu_x \quad (f_x = \lambda g_x + \mu h_x) \quad (3.37)$$

$$4 = -\lambda + 2\mu_y \quad (f_y = \lambda g_y + \mu h_y) \quad (3.38)$$

$$-2 = -\lambda \quad (f_z = \lambda g_z + \mu h_z) \quad (3.39)$$

$$2x - y - z = 2 \quad (3.40)$$

$$x^2 + y^2 = 1 \quad (3.41)$$

3.39 denkleminde görülmektedir ki, $\lambda=2$ olmaktadır. Bunun 3.37 ve 3.38'e yazılması sonucunda 3.42 ve 3.43 elde edilir.

$$0 = 4 + 2\mu x \quad x = -\frac{2}{\mu} \quad (3.42)$$

$$4 = -2 + 2\mu y \quad y = \frac{3}{\mu} \quad (3.43)$$

Bunların 3.41'e yazılması sonucunda 3.44 elde edilir.

$$\frac{4}{\mu^2} + \frac{9}{\mu^2} = \frac{13}{\mu^2} = 1 \quad \mu = \pm\sqrt{13} \quad (3.44)$$

Böylece incelenmesi gereken iki durumu mevcuttur. İlk olarak $\mu = \sqrt{13}$ olarak alınacaktır. Bu durumda denklem 3.45 elde edilir.

$$x = -\frac{2}{\sqrt{13}} \quad y = \frac{3}{\sqrt{13}} \quad (3.45)$$

3.45'in 3.40'a yazılması ile 3.46 elde edilir.

$$-\frac{4}{\sqrt{13}} - \frac{3}{\sqrt{13}} - z = 2 \quad z = -2 - \frac{7}{\sqrt{13}} \quad (3.46)$$

Böylece bir çözüm elde edilir. $\mu = -\sqrt{13}$ kullanılması sonucunda 3.47'ye ulaşılır.

$$x = \frac{2}{\sqrt{13}} \quad y = -\frac{3}{\sqrt{13}} \quad (3.47)$$

3.47'nin 3.40'a yazılması sonucunda 3.48 elde edilir.

$$\frac{4}{\sqrt{13}} + \frac{3}{\sqrt{13}} - z = 2 \quad z = -2 + \frac{7}{\sqrt{13}} \quad (3.48)$$

Böylece ikinci sonuç da elde edilmiş olur. Bundan sonra yapılması gereken, elde edilen iki sonucun fonksiyona yazılarak hangisinin maksimum ve hangisinin minimum olduğunu bulmaktır.

$$f\left(-\frac{2}{13}, \frac{3}{\sqrt{13}}, -2 - \frac{7}{\sqrt{13}}\right) = 4 + \frac{26}{\sqrt{13}} = 11,2111 \quad (3.49)$$

$$f\left(\frac{2}{13}, -\frac{3}{\sqrt{13}}, -2 + \frac{7}{\sqrt{13}}\right) = 4 - \frac{26}{\sqrt{13}} = -3,2111 \quad (3.50)$$

Böylece $\left(-\frac{2}{13}, \frac{3}{\sqrt{13}}, -2 - \frac{7}{\sqrt{13}}\right)$ 'da bir maksimum ve $\left(\frac{2}{13}, -\frac{3}{\sqrt{13}}, -2 + \frac{7}{\sqrt{13}}\right)$ 'da bir minimum olduğu tespit edilmektedir.

4. ÇOK ÜRÜNLÜ VE ÇOK KISITLI BİR ÜRETİM ENVANTER MODELİNİN GELİŞTİRİLMESİ

Envanter modelleri ve çözüm yöntemleri üzerine yapılan araştırmalardan sonra artık modeli geliştirmek için elde yeterli done mevcut olmaktadır. Bu incelemeler sonucunda literatürde eksik kalan alan tespiti yapılabilmiş ve bununla birlikte sanayide yaşanan gerçek sorunların da gözönüne alınması ile modelin geliştirilmesine başlanmıştır. Modelin geliştirilmesi aşamalarına geçmeden evvel envanter ve modelleri ile ilgili kısa açıklama yapmakta fayda vardır.

4.1 Envanter Problemi ve Modelleri

Sanayi ve ticaret firmalarının faaliyetlerini sürdürürken günümüz rekabetçil şartlarda varlıklarını sürdürebilmeleri, doğru malı, doğru zamanda, doğru kalitede ve istenen miktarda müşterilerine sunabilmelerine bağlıdır. Rekabetçil ortamda artık hemen her firmanın ürettiği ürünün bir muadilinin rakip firmalarda olabilmesinden ve müşteri tarafından ihtiyaç olunan malın kolaylıkla bir başka mal tarafından ikame edilebilir olmasından dolayı firmalar, müşterilerine ürettikleri veya ticaretini yaptıkları ürünleri sunuş esnasında maliyetlerini minimumda tutmaya çalışırken aynı zamanda da ihtiyaçları olan malı verme konusunda maksimum esnekliğe sahip olmaya çalışmaktadırlar.

Bu çelişki ile birlikte envanter problemi ortaya çıkmaktadır. Maliyetleri minimize etmek temelde, sipariş büyüklüklerini mümkün olduğu kadar yüksek seviyede tutarak hazırlık maliyeti etkisini azaltmak veya ıskonto elde etmek, gözlemlenen periyot boyunca mümkün olduğu kadar az sipariş vererek sipariş maliyetini azaltmak, stokta mümkün olan en az stoğu tutarak stok maliyetlerini düşürmek ancak bununla birlikte de müşteriye sevk edememe hali sebebiyle de bir ceza maliyetine sebebiyet vermemeye bağlıdır.

Envanter problemleri talebin yapısına bağlı olarak başlıca iki tanıma ayrılırlar. Bunlardan bir tanesi, talebin deterministik yani incelenen periyot boyunca kesin olarak bilindiği ve hızının sabit olduğu, diğeri ise talebin bir olasılık dağılımına bağlı olduğu hallerdir.

Bu tanımlanan envanter probleminin modelleştirilmesi sonucu aşağıdaki formulasyon elde edilir. Envanter probleminin çözümü ile amaçlanan, hangi sıklıkla, yani ne zaman, ne kadar miktarda ürünün sipariş edilmesi veya üretilmesi gerektiğinin cevabının bulunmasıdır. Bunu yapmak için de aşağıda tanımlanan envanter modelini yani toplam maliyeti minimum yapan sipariş/üretim büyüklüğünün bulunmasıdır.

Toplam stok mal. = Satınalma mal. + Sipariş mal. + Elde bulundurma mal. + Elde bulundurmama mal.

Bu maliyet modeli tanımlı bir periyot için incelenir ve tüm maliyet kalemleri, parametreler ve değişkenler aynı zaman birimi ile hesaba katılırlar.

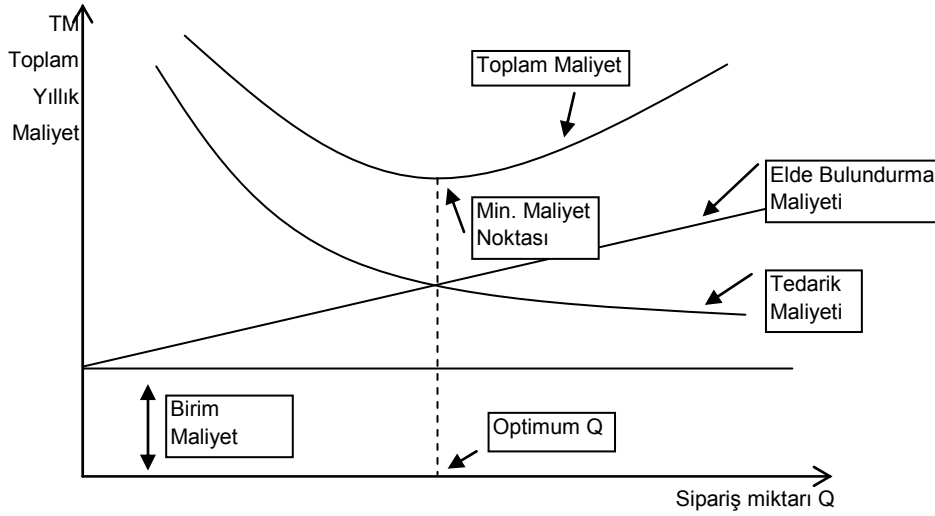
Bu modeli oluşturan maliyet kalemlerinin tanımları ve içerikleri aşağıdadır:

1. Satınalma maliyeti, ürünün birim satın alma fiyatı ile incelenen periyot boyunca alınacak ürün sayısının çarpımı ile elde edilir. Böylece müşteri ihtiyaçlarını karşılamak için alınacak ürünlere ne kadar para ödeneceği, bu sebeple ne kadar maliyet oluşacağı tespit edilmiş olur.
2. Sipariş maliyeti, bir siparişin açılması esnasında ortaya çıkan sabit bir maliyettir. Siparişin açılması ile ilgili şirket içi faaliyetlerden oluşan bir maliyettir. Dönem içerisinde açılan sipariş sayısı ile bu birim sipariş maliyetinin çarpımı toplam sipariş maliyetini verir. Sipariş maliyeti sipariş miktarından etkilenmez.
3. Elde bulundurma maliyeti, satın alınan malların firma içine girmesinden satılana kadar stokta kalması sebebi ile oluşan maliyettir. Bu maliyet birim ürün için yapılan depolama, taşıma gibi operatif faaliyetlerden oluşan maliyetin yanı sıra o ürünün depoda tutulması ile paranın bağlanması ile oluşan faizi de içermektedir.
4. Elde bulundurmama maliyeti, stokta mal olmaması ve bu sebeple bir taahhüdün yerine gelmemesi sebebi ile oluşan ceza maliyetidir. Günümüzde bu ceza, firmaların yan sanayi konumunda sevk yaptıkları firmalarda üretimin durması sebebiyle oluşan katma değersiz işçilik maliyeti veya bir projenin gecikmesi ile ödenmesi gereken bir tutar şeklinde oluşabilir.

Envanter probleminin çözümü ile elde edilmesi gereken ikinci husus olan sipariş sıklığı çalışılan stok sistemine bağlıdır. Burada iki alternatif vardır. Periyodik gözden geçirme modelinde siparişin firmanın eline geçmesi ile bir sonraki dönem başlar. Sürekli gözden geçirme modelinde ise siparişler yeniden sipariş verme noktası olarak adlandırılan belirli bir seviyenin altına düştüğünde açılır. Bu seviye önceden belirlenmiş bir seviyedir.

Stok modelleri ayrıca statik ve dinamik olmak üzere iki bölüme de ayrılmaktadır. Statik modeller zaman boyunca sabit talebi olan modellerdir, dinamik modellerde ise talep zaman içerisinde değişkenlik göstermektedir.

Şekil 4.1’de (Halaç 1983) envanter modelinin toplam maliyet eğrisi görülmektedir.



Şekil 4.1 Toplam maliyet eğrisi

4.2 Klasik Üretim Modeli

Klasik üretim modeli de yukarıda bahsedilen envanter modelinden türemiştir. Bu modelde de benzer maliyet kalemleri vardır.

Sipariş maliyetinin yerini üretim maliyeti alır. Üretim maliyeti, birim parça üretim maliyeti ile dönem içerisinde üretilecek parça sayısının çarpımı ile elde edilir.

Sipariş maliyeti aynı şekilde mevcuttur. Burada tek fark açılacak olan satın alma siparişi değil, üretim siparişidir. Maliyet bu üretim siparişinin açılması ile ilgili oluşan faaliyetler sonucunda ortaya çıkar ve dönem içerisinde açılacak sipariş sayısı ile çarpılması sonucunda toplam sipariş maliyeti elde edilir.

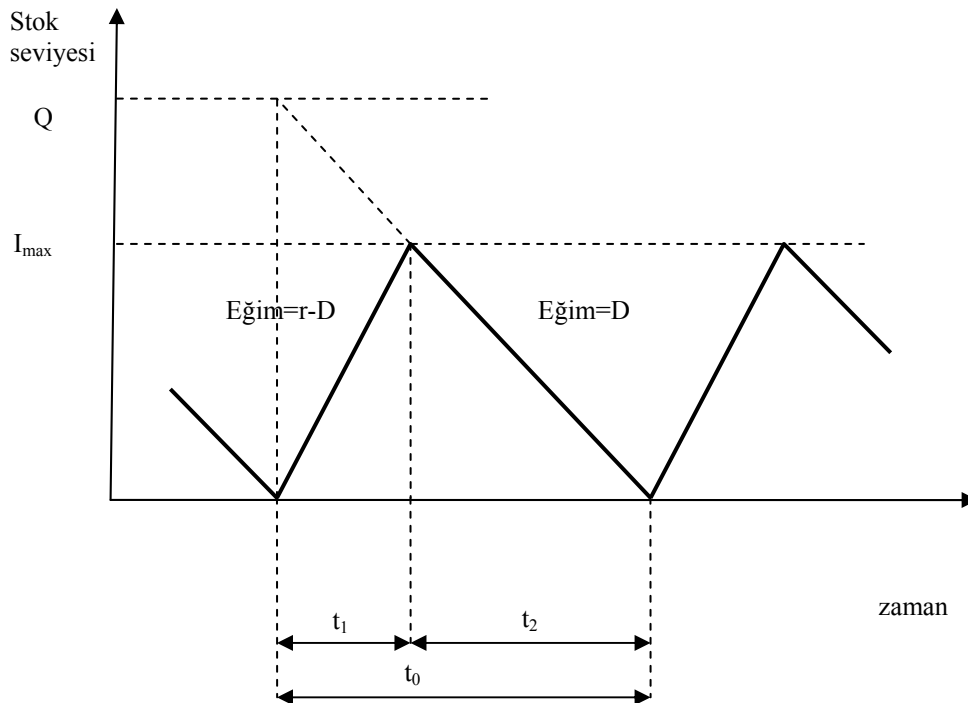
Elde bulundurma maliyetinde de farklılık ortalama stokun hesaplanmasındadır. Stok sipariş sisteme girmesi ile birlikte sonsuz bir hızda anlık olarak artmamakta, üretimin devam ettiği süre boyunca “üretim hızı-talep hızı” oranında artmaktadır. Maksimum stok bu sebeple sipariş büyüklüğü kadar olmamakta, bundan daha düşük bir miktar olmaktadır.

Elde bulundurmama maliyeti klasik üretim maliyet modeli içerisinde yer almaz ancak ilave olarak dikkate alınabilecek bir unsurdur.

Klasik üretim modelinin başlangıç varsayımları şunlardır:

- 1- Talep kesin olarak bilinmektedir.
- 2- Üretim hızı kesin olarak bilinmektedir ve sonludur.
- 3- Stoklama ile tüketim aynı anda gerçekleşmektedir.
- 4- Elde bulundurmama hali söz konusu değildir.
- 5- Sipariş miktarı Q , bütün periyotlarda aynıdır.
- 6- Birim maliyet sabittir.
- 7- Bir tek mal için tek basamakta stok yapılır.
- 8- Planlama dönemi sonsuzdur.
- 9- Talep D , üretim hızı ve maliyetler (birim maliyet, sipariş maliyeti, elde bulundurma maliyetleri) zamana göre sabittir.

Bu varsayımlar sonucunda aşağıdaki envanter modeli ortaya çıkar:



Şekil 4.2 Klasik üretim envanter modeli

Şekil 4.2'de de görüldüğü üzere t_0 başlangıcında stok seviyesi sıfıra düşmüşken üretim fazı başlamaktadır ve t_1 dönemi boyunca hem üretim hem tüketim beraber gerçekleşmektedir. t_1

dönemi tamamlandığında ve tanımlanan sipariş büyüklüğü üretildiğinde sadece tüketim fazı başlar ve bu faz t_2 süresince devam eder. Maksimum stok üretim devam ederken tüketimin de olması sebebiyle $I_{\max}$ olarak gerçekleşir. Üretim fazında eğrinin eğimi $r-D$, tüketim fazında ise D olmaktadır. Böylece model şu şekilde olmaktadır.

Toplam maliyet = Üretim maliyeti + Sipariş maliyeti + Elde bulundurma maliyeti

4.3 Geliştirilen Çok Ürünlü ve Çok Kısıtlı Üretim Envanter Modelinin Genel Özellikleri

Bu tez çalışmasında incelenen model çok ürünlü ve çok kısıtlı bir yapıya sahiptir. Gerçek olaylarda da halihazırda karşımıza çıkan problemler bu yapıya sahiptir. Pek çok işletmenin ürün paletinde birden fazla ürün bulunmaktadır ve günlük, taktik ve stratejik bazda birden fazla kısıtla uğraşmakta ve bu ortam şartları içerisinde en yüksek kar ve dolayısıyla en düşük maliyet ile üretim yapmaya çalışmaktadırlar.

Üretim firmaları için maliyet optimizasyonunda önemli faktör oynayan unsurlar ve kısıtlar bu tez çalışmasının modelinde göz önüne alınmış ve yapı bu şekilde oluşturulmuştur.

Firmaların rekabetçil özelliklerini koruyabilmeleri ve pazar payı kaybetmemeleri, ellerindeki işi başka rakip firmalara kaptırmamaları için elde bulundurmama hali göz önüne alınmamıştır. Günümüzdeki rekabetçil şartlardan dolayı elde bulundurmama hali pek çok firma için büyük bir darbe, müşteri ilişkilerini kökten sarsabilecek büyük bir hata olarak görülmektedir. Bu gibi elde bulundurmama hallerinde artık müşteri firmalar tedarikçilerine ceza uygulamakta ve kendi imalatlarındaki aksama sebebiyle oluşan tüm ek masrafları elde bulundurmamayan tedarikçi firmalarına yansıtabilmektedir. Bunun haricinde son kullanıcının bir ürünü elde edememesi sonucunda rakip bir ürüne kayması ve daha sonradan tercihini bu ürün için kullanması da kesinlikle istenmeyen bir ihtimaldir.

Maliyet yapısının temel unsurlarından üretim maliyeti ve sipariş maliyeti modelde hesaba katılmıştır.

Bu maliyet yapısını minimize etmeye çalışırken üretim firmaları için belirli öncelikli kısıtlar vardır. Bunlar genelde şirket yönetimi tarafından ortaya konulmaktadır, çünkü firmanın kar-zarar ilişkisinde doğrudan rol oynayan unsurlar olmaktadır.

Elde bulundurma maliyeti haricinde firmalar için artık çok önemli bir unsur depolama alanı/hacmidir. İşletmelerin üzerinde kuruldukları araziler her geçen gün pahalılandığı için eldeki mevcut alanı en iyi şekilde kullanmak önemlidir. Böylece ilave depolama alanı

ihtiyacının oluşmaması ile ilave kira maliyetleri gibi maliyetler de önlenebilmektedir. Bunun haricinde depo alanının/hacminin optimum kullanılması sonucunda malzeme izlenebilirliği artmakta, malzeme akışı planlandığı gibi gerçekleştirilebilmekte ve kontrol edilmesi güç olan ve firmanın genel giderlerini arttıran transport hareketleri de minimize edilmektedir.

Firmalar için günümüzde nakit akışı çok önemlidir. Eldeki nakitin değerlendirilme şekli, minimum bütçe ile maksimum işin çıkarılması her bütçe döneminde firma sahipleri veya yönetim kurulları tarafından ortaya konulan bir hedef ve beklentidir. Bu sebeple her siparişe bağlanacak olan para yani bütçe firmalar için çok önemlidir. Sonuçta üretilen ürünün satılıp tekrar paraya dönmesi için bir zaman gerekeceği için bu hedeflenen bütçe miktarının dışına çıkılmaması pek çok firmanın hedefleri arasında yer alabilmektedir. Bu sebeple her sipariş için bir bütçe öngörülmüş ve böylece maliyet minimizasyonu bir bütçe kısıtına bağlanmıştır.

Diğer tüm kısıtların yanında kapasite kısıtı da firmalar için çok önemli bir kriterdir. Her firma kapasitesini en iyi şekilde kullanmak ve mümkün olduğu sürece tam yük ile çalışmak ister. Yükün azalması sonucu iş planlarının dışına sapılması ve böylece kontrol mekanizmasının zorlaşması ve de farkedilemeyen ilave kayıpların oluşması kapasitenin tam yük ile kullanılması sonucunda aşılabilecek bir sorundur. Bunun yanı sıra fazla mesai firmalar için çok önemli ve büyük bir maliyet kalemi olmaktadır. İşgücü daha fazla para kazanmak için fazla mesai isterken ve bunun olmasını sağlayacak taleplerde bulunabilirken firma yönetimi ise fazla mesaiyi mümkün olukça engellemeye çalışmalıdır. Bu sebeple önemli olan kapasiteyi tam olarak yüklemenin yanı sıra mevcut kapasiteyi aşmamak ve böylece fazla mesaiye de sebep vermemektir. Bu nedenle de modelde kapasite kısıtı da göz önüne alınmıştır.

4.4 Geliştirilen Modelin Varsayımları

- Birden fazla ürün vardır.
- Her ürün için ayrı bir üretim süresi ve hazırlık süresi vardır.
- Her ürün için ayrı bir işçilik birim saat maliyeti vardır.
- Her ürün için ayrı bir yıllık talep söz konusudur, sabittir ve tam olarak bilinmektedir.
- Her ürün depolaması için ihtiyaç olan birim depolama alanı farklıdır.

- Her ürün için aynı birim elde bulundurma maliyeti söz konusudur.
- Her ürünün üretim hızı birbirinden farklıdır.
- Her ürün siparişi için ayrılan bütçe bellidir.
- Toplam üretim kapasitesi bellidir ve sonludur.
- Toplam depolama alanı/hacmi bellidir.

4.5 Geliştirilen Modelin Notasyonu

Modelde kullanılan notasyon aşağıda görüldüğü gibidir.

Q_i = i. ürün için sipariş büyüklüğü (adet/sipariş)

D_i = i. ürün için talep miktarı (adet/yıl)

t_0 = Toplam çevrim süresi (saat)

t_1 = Üretim+tüketim fazı (saat)

t_2 = Tüketim fazı (Tedarik süresi) (saat)

C_{1i} = i. ürün için birim üretim maliyeti (para/adet)

C_{2i} = i. ürün için birim üretim siparişi hazırlık maliyeti (para/sipariş)

C_{3i} = i. ürün için birim elde bulundurma maliyeti (para*yıl/adet)

a_i = i. ürün için birim işçilik saati maliyeti (para*adet/saat)

I_{max} = Maksimum stok seviyesi (adet)

W_i = i. ürün için gerekli depolama hacmi (m^3)

ST_i = i. ürün için birim üretim siparişi hazırlık süresi (saat/sipariş)

PT_i = i. ürün için birim parça üretim süresi (saat/adet)

$PC(Q_i)$ = i. ürün toplam sipariş üretim maliyeti (para/sipariş)

r_i = i. ürün için üretim hızı (adet/yıl)

TC = Toplam kapasite (saat/yıl)

U = Birim üretim siparişi için bütçelenmiş tutar (para/sipariş)

W^* = Depo hacmi hedefi (m^3)

4.6 Geliştirilen Çok Ürünlü ve Çok Kısıtlı Üretim Envanter Modeli

Klasik üretim envanter modelinin yapısının incelenmesi sonucunda bu tez konusu modelin yapısını da Şekil 4.2 ile göstermek mümkündür. Şekil 4.2’de görülen yapıdaki bir üretim envanter modelinde pek çok parametre ve değişken yer almaktadır.

Q sipariş büyüklüğü modelin karar değişkeni olmaktadır. Toplam maliyet sipariş büyüklüğüne bağlıdır. Kısıtların da sağlanması Q değişkenine bağlı olarak düzenlenmiştir. Modelde t_1 hem üretim hem de tüketim fazını göstermektedir. Bu süre içerisinde hem üretim yapılmaktadır hem de tüketim gerçekleşmektedir. t_1 fazı tamamlandığında Q_i sipariş büyüklüğü üretilmiş ve stok miktarı olarak da I_{max} ‘a ulaşılmış olmaktadır. Bundan sonraki t_2 fazında sadece tüketim gerçekleşmektedir. Bu fazın da tamamlanması ile tekrar yeniden sipariş noktasına gelinmiş olur ve t_0 çevrim süresi tamamlanmış olur. Bundan sonra tekrar üretim fazı başlamaktadır. Modelde yıllık talep miktarı D_i olmaktadır.

Bu tez çalışmasında toplam maliyet kalemlerini oluşturan unsurlar üretim maliyeti, hazırlık maliyeti ve elde bulundurma maliyeti olmaktadır. Üretim maliyetini oluşturan parametrelerden biri C_{1i} birim üretim maliyetidir. Bu her bir ürünün üretimi için oluşan maliyettir. Yıllık toplam talep ile birim üretim süresi ve birim işçilik maliyetinin çarpımı ve hazırlık zamanı ile işçilik süresi ve yıllık toplam sipariş sayısının çarpımının toplamı, toplam üretim maliyetini vermektedir. Birim üretim maliyeti a birim işçilik saati maliyeti, PT_i birim üretim süresi, ST_i sipariş başına hazırlık süresi ve D_i toplam yıllık talepten oluşmaktadır.

$$\frac{\text{üretim_maliyeti}}{\text{yıl}} = \frac{\text{üretim_maliyeti}}{\text{birim}} * \frac{\text{üretilen_birimler}}{\text{yıl}} = C_{1i} * D_i \quad (4.1)$$

$$\frac{\text{üretim_maliyeti}}{\text{yıl}} = \left(ST_i * a_i * \frac{1}{Q_i} + PT_i * a \right) * D_i \quad (4.2)$$

$$\frac{\text{üretim_maliyeti}}{\text{yıl}} = ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i} + PT_i * D_i * a$$

C_{2i} sipariş başına oluşan hazırlık maliyetidir. Toplam yılda açılan sipariş sayısı ile bu hazırlık maliyetinin çarpımı toplam hazırlık maliyetini vermektedir.

$$\frac{\text{siparis_maliyeti}}{\text{yil}} = \left(\frac{\text{siparis_maliyeti}}{\text{birim}} \right) * \left(\frac{\text{toplam_siparisler}}{\text{yil}} \right) = C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} \quad (4.3)$$

C_{3i} ise birim ürün için oluşan stok maliyeti, yani elde bulundurma maliyetidir. Toplam elde bulundurma, üretim hızı, tüketim hızı ve sipariş büyüklüğünün etkileşiminden elde edilmektedir.

$$\frac{\text{stok_maliyeti}}{\text{yil}} = \left(\frac{\text{stok_maliyeti}}{\text{cevrin}} \right) * \left(\frac{\text{toplam_cevrimler}}{\text{yil}} \right) = \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \quad (4.4)$$

Bu tez çalışmasında 3 kısıt dikkate alınmıştır. Bunlar depolama hacmi kısıtı, üretim kapasitesi kısıtı ve bütçe kısıtıdır.

Depolama hacmi kısıtı bitmiş ürünleri depolamak için firmanın ayırdığı alanı ifade etmektedir. Kullanılan depolama hacminin bu ayrılan yerden daha büyük olmaması hedeflenmektedir. Ortalama stokun birim ürün için gerekli olan hacim ve sipariş büyüklüğü ile çarpımı gerekli olan depolama hacmini vermektedir.

Üretim kapasitesi kısıtı, üretim miktarının yani yükün belli bir periyot içerisinde mevcut teçhizatlar ile elde bulunan kapasiteyi geçmemesi şartını ifade eder. Bu tez çalışmasında periyot yıl olarak alınmıştır. Toplam yük yıllık talep ile üretim süresi çarpımının toplam sipariş sayısı ile hazırlık süresinin çarpımının toplamı ile elde edilir. Bu yük mevcut teknik kapasiteyi geçmemelidir.

Bütçe kısıtı, her bir sipariş maliyetinin, firmanın sipariş başına ayırdığı bütçeyi geçmemesi şartını ifade eder. Hazırlık süresi ve birim işçilik saati ücreti çarpımı ile üretim süresi, birim işçilik saati ücreti ve sipariş büyüklüğünün çarpımının toplamı toplam sipariş maliyetini vermektedir. Bu maliyet firmanın sipariş başına ayırdığı bütçeyi aşmamalıdır.

Bu bilgiler ışığında toplam maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$\text{Top.mal.} = \sum_{i=1}^n \left[C_{1i} * D_i + C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] \quad (4.5)$$

Fonksiyonun sadeleştirilmesi ve C_{1i} ifadesinin yerine yazılması ile fonksiyon şu hali alır:

$$\text{Top.mal.} = \sum_{i=1}^n \left[ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i} + PT_i * D_i * a_i + C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] \quad (4.6)$$

Yukarıda bahsedilen kısıtlar ise formüle edilecek olursa; depolama kısıtı şu şekilde olmaktadır:

$$\sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] \leq W^* \quad (4.7)$$

Kapasite kısıtı ise şu şekilde olmaktadır:

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i}{Q_i} * ST_i + D_i * PT_i \right] \leq TC \quad (4.8)$$

Son olarak bütçe kısıtı da şu formulasyon ile ifade edilir:

$$PC(Q) = ST_i * a_i + PT_i * Q_i * a_i \leq u \quad (4.9)$$

Ayrıca sipariş büyüklükleri pozitif miktarlar olmak zorundadır.

$$Q_i > 0 \quad (4.10)$$

Modelimizi bir bütün olarak ifade etmemiz gerekirse 4.11 ortaya çıkar.

$$Top.mal. = \sum_{i=1}^n \left[ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i} + PT_i * D_i * a_i + C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right]$$

ş.k.a.:

$$\sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] \leq W^*$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i}{Q_i} * ST_i + D_i * PT_i \right] \leq TC$$

$$PC(Q) = ST_i * a_i + PT_i * Q_i * a_i \leq u$$

$$Q_i > 0 \quad (4.11)$$

4.7 Geliştirilen Modelin Lagrange Çarpanları Yöntemi ile Çözümü

Lagrange çarpanları yöntemi bu gibi optimizasyon problemlerinin çözümünde başarı ile kullanılmaktadır. Bu modelde olduğu gibi çok kısıtlı optimizasyon problemlerinde de etkin

bir şekilde uygulanabilmekte ve kolaylıkla çözüme ulaşılabilmektedir. Mevcut fonksiyonu ve kısıtları Lagrange çarpanları yöntemi ile ifade ettiğimizde 4.12 ortaya çıkmaktadır.

$$\begin{aligned}
L(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, Q_1, Q_2, Q_3) = & \sum_{i=1}^n \left[ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i} + PT_i * D_i * a_i + C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] \\
& - \lambda_1 * \left[\sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] - W^* \right] - \lambda_2 * \left[\sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i}{Q_i} * ST_i + D_i * PT_i \right] - TC \right] \\
& - \lambda_3 * \left[ST_i * a_i + PT_i * Q_i * a_i \right] - u \quad Q_i > 0 \quad (4.12)
\end{aligned}$$

Elde edilen fonksiyonun Lagrange çarpanları yönteminde olduğu gibi Q ve λ 'ya göre kısmi türevlerinin alınması gereklidir:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta}{\delta Q} f(Q_i, \lambda_i) = & \sum_{i=1}^n \left[-ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i^2} - C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i^2} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) \right] - \lambda_1 * \sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) \right] + \lambda_2 * \sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i}{Q_i^2} * ST_i \right] - \lambda_3 * \sum_{i=1}^n PT_i * a_i = 0 \\
\frac{\delta}{\delta \lambda_1} f(Q_i, \lambda_i) = & - \left[\sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] - W^* \right] = 0 \\
\frac{\delta}{\delta \lambda_2} f(Q_i, \lambda_i) = & - \left[\sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i}{Q_i} * ST_i + D_i * PT_i \right] - TC \right] = 0 \\
\frac{\delta}{\delta \lambda_3} f(Q_i, \lambda_i) = & - \left[ST_i * a_i + PT_i * Q_i * a_i \right] - u = 0 \quad (4.13)
\end{aligned}$$

Bu fonksiyonların türevlerinin 0'a eşitlenmeleri sonucu elde edilen denklemlerin çözümü ile optimum çözümler elde edilir. Amaç fonksiyonunun türevinin 0'a eşitlenmiş hali aşağıdadır:

$$\sum_{i=1}^n \left[ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i^2} - C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i^2} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) \right] - \lambda_1 * \sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) \right] + \lambda_2 * \sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i}{Q_i^2} * ST_i \right] - \lambda_3 * \sum_{i=1}^n PT_i * a_i = 0 \quad (4.14)$$

Buradan Q değişkeninin çekilmesi ile Q, 3 farklı λ cinsinden ifade edilmiş olur. Böylece λ değerlerinin hareket ettirilmesi ile optimum Q değerine ulaşmak mümkün olabilecektir.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2ST * a * D + 2C_2 * D - 2\lambda_2 * D * ST}{C_3 * \left(1 - \frac{D}{r}\right) - 2W * \lambda_1 * \left(1 - \frac{D}{r}\right) - 2\lambda_3 * PT * a}} \quad (4.15)$$

λ değerinin negatif yönde hareket ettirilmesi ile deneysel olarak çözüm kümesi ve optimum çözüm bulmak mümkündür. Taha (1982), Yöneylem araştırması isimli eserinde λ değerinin deneme yanılma yoluyla çözülebileceğini belirtmiştir.

Kurulan bu model aşağıdaki olay için uygulanmış ve bu olaya ait problem için çözüm üretilmiştir. Aşağıda bu olaya ait bilgiler vardır.

$D_1=1200$;	1. ürün için yıllık talep miktarı
$C_{21}=20$;	1. ürün için birim üretim siparişi hazırlık maliyeti
$PT_1=0.8$;	1. ürün için üretim süresi (saat)
$ST_1=3$;	1. ürün için ayar süresi (saat)
$a_1=20$;	1. ürün için saatlik işçilik ücreti
$C_{31}=20$;	1. ürün için birim elde bulundurma maliyeti
$r_1=4800$;	1. ürün için üretim hızı
$W_1=1$;	1. ürün için gerekli birim depolama hacmi ihtiyacı
$D_2=400$;	2. ürün için yıllık talep miktarı
$C_{22}=15$;	2. ürün için birim üretim siparişi hazırlık maliyeti
$PT_2=0.6$;	2. ürün için üretim süresi (saat)
$ST_2=2$;	2. ürün için ayar süresi (saat)
$a_2=15$;	2. ürün için saatlik işçilik ücreti
$C_{32}=20$;	2. ürün için birim elde bulundurma maliyeti

$r_2=800$;	2. ürün için üretim hızı
$W_2=2$;	2. ürün için gerekli birim depolama hacmi ihtiyacı
$D_3=900$;	3. ürün için yıllık talep miktarı
$C_{23}=20$;	3. ürün için birim üretim siparişi hazırlık maliyeti
$PT_3=0.7$;	3. ürün için üretim süresi (saat)
$ST_3=2$;	3. ürün için ayar süresi (saat)
$a_3=20$;	3. . ürün için saatlik işçilik ücreti
$C_{33}=20$;	3. ürün için birim elde bulundurma maliyeti
$r_3=3600$;	3. ürün için üretim hızı
$W_3=1$;	3. ürün için gerekli birim depolama hacmi ihtiyacı
$W_s=100$;	Depolama alanı hedefi, sınırı
$TC=2100$;	Kapasite sınırı
$u=500$;	Bütçe sınırı

4.8 Geliştirilen Model ile Yapılan Bir Sayısal Uygulama

Uygulama kontaktör magnet grubu olarak adlandırılan ve aynı imalat hattı üzerinde pek çok istasyonda farklı işlemler görerek sevke hazır hale gelen ürünlere ait süreç düşünülerek gerçekleştirilmiştir. Bu imalat hattında farklı boyda magnetler üretilmektedir. Her ürün için farklı istasyonlarda farklı aparat ve kalıp ayar işlemleri gerekli olmaktadır. Her ürün için farklı bir üretim süresi söz konusudur. Her ürünün büyüklüğü farklı olduğu için birim ürünün kapladığı depolama alanı farklı olmaktadır. Pahalı hammaddeden üretilmesi sebebi ile ve kalkülatif birim maliyetinin yüksek olması sebebi ile sipariş maliyeti için üst limit getirilmiştir. Kullanılan imalat hattı oldukça yenidir ve toplam kapasitesi bu sebeple yüksektir. Üretim merkez fabrika için yapılması sebebi ile çerçeve anlaşması mevcuttur ve bu sebeple de yıllık talep sabittir ve talep dalgalanması söz konusu değildir.

Bu çıkış noktasından hareketle modelin uygulaması gerçekleştirilmiştir.

4.9 Geliştirilen Modelin Deneysel Çözümü

Modelin başlangıç halinde, λ değerlerinin 0 olması halinde çözüme ulaşamadığı için λ değerlerini negatif yönde hareket ettirmek gerekmektedir. λ 'nın 0 halinde çözüme ulaşılsaydı, bu bir klasik üretim envanter modeli olacaktı. Ancak durum bu olmadığı için λ değerleri hareket ettirilerek çözüm kümesine ulaşılmaktadır. Bu deneysel çözüm Microsoft Excel programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

4.9.1 Geliştirilen Modelin Bir Ürün İçin Çözümü

Modelin çözümünün deneysel olarak 1 ürünlü yapı için uygulanması sonucu Şekil 4.4'teki durum ortaya çıkar. Çoklu ürün için modeli denemeden önce tek ürünlü hal için deneme yapılması ile çalışma esnasında modelde pek çok düzeltme yapılmış ve bu son hale ulaşılmıştır.

Burada λ değerleri hareket ettirilerek çözüm kümesinin içinde yer alan bir sipariş büyüklüğüne ulaşılmıştır. Bu sipariş büyüklüğünün optimum olup olmadığının sınanması için çok sayıda iterasyon ve deneme yapılması gereklidir.

Ancak bu şekilde bir deneysel çözüme ulaşılmaması Lagrange çarpanları yöntemi ile modelin çözümünün olduğunu tespit etme açısından önemlidir. Bu tespitin aynı şekilde çoklu ürün yapısındaki model için de yapılması gereklidir.

4.9.2 Geliştirilen Modelin Üç Ürün İçin Çözümü

Bu denemenin 3 ürün için de yapılması ve yine çözüm kümesine ulaşılmaması gereklidir. Bütçe kısıtı her bir ürün için ayrı ayrı geçerli olduğu için ilk ürün için ulaşılan bir sonucun diğer iki ürün için de geçerli olması gereklidir. Bu sebeple aynı deneme aynı λ değerleri için 3 ürün için de ayrı ayrı tekrarlanmıştır.

Birinci ürün için yapılan deneme sonucunda Şekil 4.5'teki λ ve Q değerleri elde edilir.

$$Q = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i} + PT_i * D_i * a_i + C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right]}{2ST * a * D + 2C_2 * D - 2\lambda_2 * D * ST}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2ST * a * D + 2C_2 * D - 2\lambda_2 * D * ST}{C_3 * \left(1 - \frac{D}{r} \right) - 2W * \lambda_1 * \left(1 - \frac{D}{r} \right) - 2\lambda_3 * PT * a}}$$

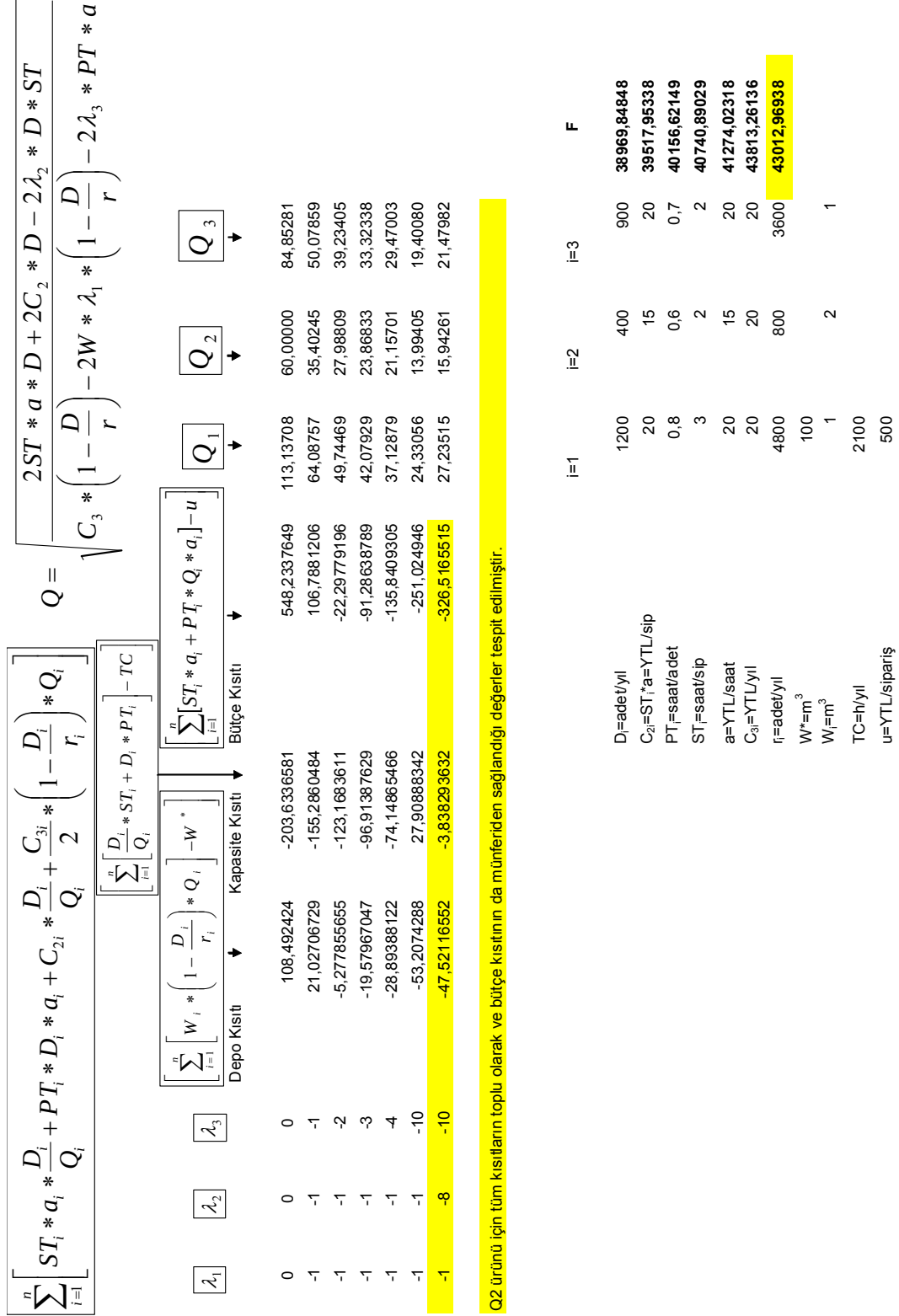
λ_1	λ_2	λ_3	$\left[\sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i - W^* \right] \right]$	$\left[\sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i * ST_i + D_i * PT_i}{Q_i} - TC \right] \right]$	$\left[\sum_{i=1}^n [ST_i * a_i + PT_i * Q_i * a_i] - u \right]$	Q_1	Q_2	Q_3
			Depo Kısıtı	Kapasite Kısıtı	Bütçe Kısıtı			
0	0	0	108,492424	-203,6336581	1370,19336	113,13708	60,00000	84,85281
-1	-1	-1	21,02706729	-155,2860484	585,4011033	64,08757	35,40245	50,07859
-1	-1	-2	-5,277855655	-123,1683611	355,9150365	49,74469	27,98809	39,23405
-1	-1	-3	-19,57967047	-96,91387629	233,2686438	42,07929	23,86833	33,32338
-1	-1	-4	-28,89388122	-74,14865466	154,060568	37,12879	21,15701	29,47003
-1	-1	-10	-53,2074288	27,90888342	-50,71101503	24,33056	13,99405	19,40080
-1	-8	-10	-47,52116552	-3,838293632	-4,237615358	27,23515	15,94261	21,47982

Q1 ürünü için tüm kısıtların toplu olarak ve bütçe kısıtının da münferiden sağlandığı değerler tespit edilmiştir.

	i=1	i=2	i=3	F
D _i =adet/yıl	1200	400	900	38969,84848
C _{2i} =ST _i *a=YTL/sip	20	15	20	39517,95338
PT _i =saat/adet	0,8	0,6	0,7	40156,62149
ST _i =saat/sip	3	2	2	40740,89029
a=YTL/saat	20	15	20	41274,02318
C _{3i} =YTL/yıl	20	20	20	43813,26136
r _i =adet/yıl	4800	800	3600	43012,96938
W [*] =m ³	100			
W _i =m ³	1	2	1	
TC=h/yıl	2100			
u=YTL/sipariş	500			

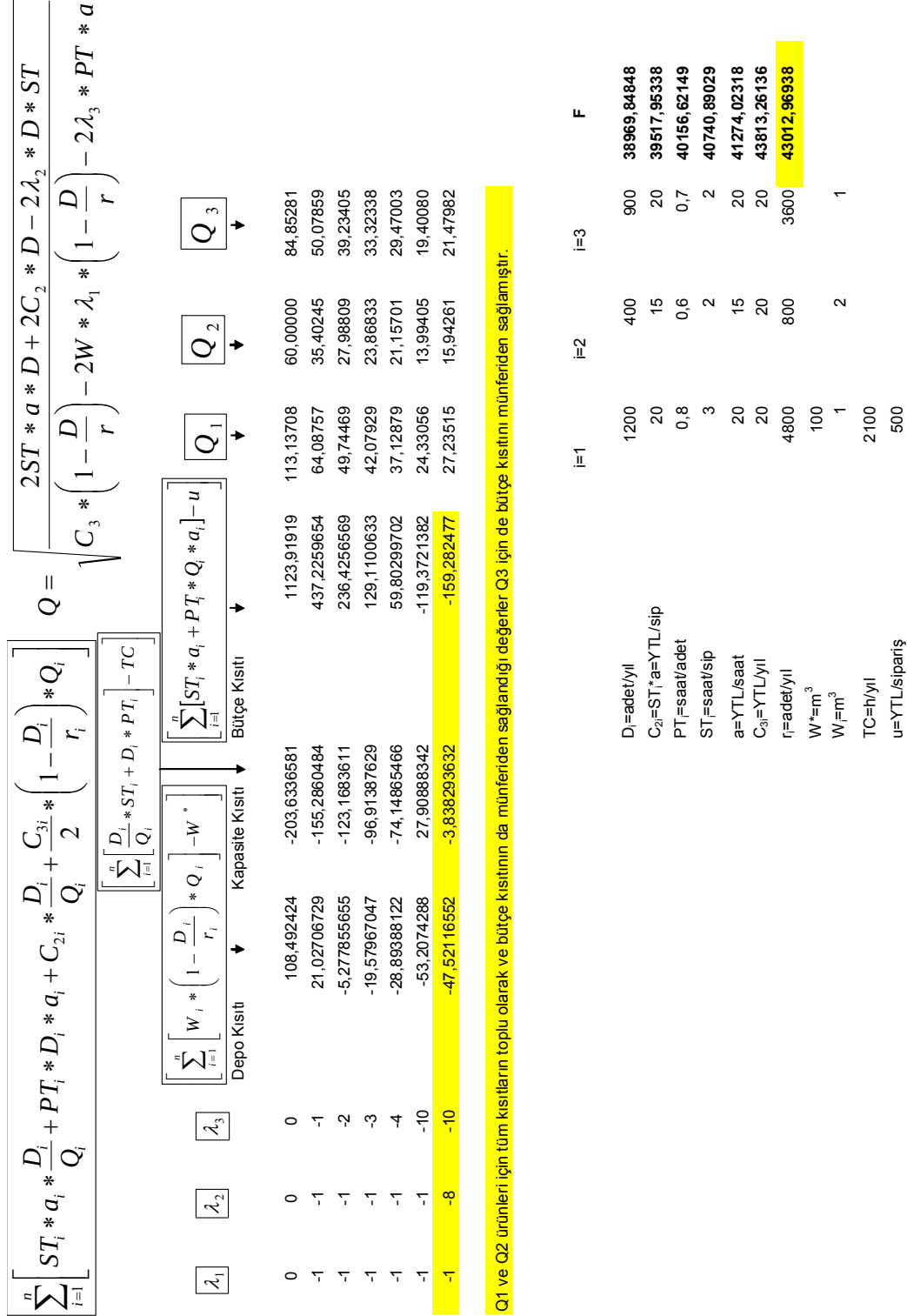
Şekil 4.4 Üç ürün için çözüm kümesine ulaşılması

Burada yapılan deneme sonucunda tüm kısıtları ve bütçe kısıtını münferiden sağlayan λ değerlerine ulaşılmıştır. Aynı λ değerleri için 2. ürün için de bütçe kısıtının sağlandığının tespit edilmesi gereklidir. Böylece Şekil 4.6 elde edilir.



Şekil 4.5 Üç ürün için çözüm kümesine ulaşılması

Burada da görülmüştür ki Q_1 ürünü çözüm kümesinin içinde yer alan sipariş büyüklükleri ve bunu sağlayan λ değerleri ile Q_2 ürünü için de tüm kısıtlarla birlikte bütçe kısıtı da münferiden sağlanmaktadır. Son olarak aynı λ değerleri için Q_3 ürünü için de bütçe kısıtının ayrıca sağlandığının görülmesi gereklidir. Bu durumda da Şekil 4.7 elde edilir.



Şekil 4.6 Üç ürün için çözüm kümesine ulaşılması

Görülmektedir ki, ulaşılan λ değerleri ile tüm kısıtlar ve her ürün için münferiden bütçe kısıtı sağlanmaktadır. Bu değerler çözüm kümesinin içinde yer almaktadır, optimum olup olmadıkları hakkında bir yorum yapmak şu halleri ile mümkün olmamakla beraber uygulanabilirlerdir. Optimum çözüme deneysel yolla ulaşmak için çok sayıda iterasyon ve deneme yapmak gereklidir.

Tüm bu denemeler sonunda görülmüştür ki, Lagrange çarpanları yöntemi bu tez konusu model için uygulanabilmektedir ve bu yöntem bu modelde olduğu gibi çok kısıtlı durumlarda da bir çözüm sunmaktadır.

4.10 Geliştirilen Modelin Matlab İle Programlanması ve Çözümü

Deneysel olarak çözüme ulaşıldıktan sonra Matlab programında model oluşturulmuş ve optimum çözüme ulaşmak amacı ile program çözülmüştür.

Program yapı olarak öncelikle problemle ilgili parametreleri içermektedir. Tez modelinin tariflendiği bölümde belirtilen olaya ait parametreler Matlab programına veri olarak girilmektedir.

Daha sonra her ürün için ayrı ayrı toplam maliyet, depo hacmi ihtiyacı, kapasite ihtiyacı ve bütçe ihtiyacı 1 adetlik sipariş büyüklüğünden 100 adetlik sipariş büyüklüğüne kadar ayrı ayrı hesaplatılır. Bu her ürün için programda 100 adetlik bir çevrim olarak ifade edilmektedir.

Her ürün için ayrı ayrı tüm sipariş büyüklükleri için toplam maliyet ve kısıt değerleri hesaplandıktan sonra ayrı bir döngü daha oluşturulmuştur. Bu döngüde ise 3 ürün birlikte ele alınmış ve her sipariş büyüklüğü kombinasyonu için toplam depolama hacmi ihtiyacı, toplam kapasite ihtiyacı ve her ürün için ayrı ayrı bütçe ihtiyacı birlikte karşılaştırılıp depo sınırı, kapasite sınırı ve bütçe sınırına göre durumları belirlenmiştir. Bu belirleme ile kısıt, toplam depolama ihtiyacının, toplam kapasite ihtiyacının ve bütçe ihtiyaçlarının sınırların altında kaldığı her durum için yani kısıtların sağlandığı ve modelin çözüm kümesi içinde yer alan her durum için bu değerler hesaplatılmaktadır.

Daha sonra kısıtların sağlandığı bu sipariş büyüklükleri için toplam maliyet hesaplanmaktadır ve tablo halinde bu sipariş büyüklükleri kombinasyonlarına karşılık gelen toplam maliyetler bu sipariş büyüklükleri ile birlikte yani tüm çözüm kümesi yazdırılmaktadır.

4.10.1 Geliştirilen Modelin Matlab Programı

Model, Matlab 7.0.4 versiyonunda yazılmıştır. Yukarıda belirtilen amaç ve kısıtlar programa yansıtılmış, parametreler girdi olarak verilmiş ve böylece aşağıdaki program elde edilmiştir.

```

D1=1200;
C21=20;
PT1=0.8;
ST1=3;
a1=20;
C31=20;
r1=4800;
W1=1;
D2=400;
C22=15;
PT2=0.6;
ST2=2;
a2=15;
C32=20;
r2=800;
W2=2;
D3=900;
C23=20;
PT3=0.7;
ST3=2;
a3=20;
C33=20;
r3=3600;
W3=1;
Ws=100;
TC=2100;
u=500;
for Q1=1:100
F1(Q1)=(ST1*a1*(D1/Q1))+(PT1*D1*a1)+(C21*(D1/Q1)+(C31/2)*(1-(D1/r1))*Q1);
%%%%toplam maliyet
Dk1(Q1)=(W1*(1-(D1/r1))*Q1); %%%depo kısıtı
Kk1(Q1)=((D1/Q1)*ST1)+(D1*PT1); %%%kapasite kısıtı
Bk1(Q1)=(ST1*a1)+(PT1*Q1*a1); %%%bütçe kısıtı
end
for Q2=1:100
F2(Q2)=(ST2*a2*(D2/Q2))+(PT2*D2*a2)+(C22*(D2/Q2)+(C32/2)*(1-(D2/r2))*Q2);
%%%%toplam maliyet
Dk2(Q2)=(W2*(1-(D2/r2))*Q2); %%%depo kısıtı
Kk2(Q2)=((D2/Q2)*ST2)+(D2*PT2); %%%kapasite kısıtı
Bk2(Q2)=(ST2*a2)+(PT2*Q2*a2); %%%bütçe kısıtı
end
for Q3=1:100
F3(Q3)=(ST3*a3*(D3/Q3))+(PT3*D3*a3)+(C23*(D3/Q3)+(C33/2)*(1-(D3/r3))*Q3);
%%%%toplam maliyet

```

```

Dk3(Q3)=(W3*(1-(D3/r3))*Q3);
Kk3(Q3)=((D3/Q3)*ST3)+(D3*PT3);
Bk3(Q3)=(ST3*a3)+(PT3*Q3*a3);
end
Ftotal(1:100,1:100,1:100)=0;
ma=1;
for Q1=1:100
    for Q2=1:100
        for Q3=1:100
            Dktotal(Q1,Q2,Q3)=Dk1(Q1)+Dk2(Q2)+Dk3(Q3)-Ws;
            Kktotal(Q1,Q2,Q3)=Kk1(Q1)+Kk2(Q2)+Kk3(Q3)-TC;
            Bk1total(Q1)=Bk1(Q1)-u;
            Bk2total(Q2)=Bk2(Q2)-u;
            Bk3total(Q3)=Bk3(Q3)-u;
            if (Kktotal(Q1,Q2,Q3)<=0) & (Dktotal(Q1,Q2,Q3)<=0) & (Bk1total(Q1)<=0) &
(Bk2total(Q2)<=0) & (Bk3total(Q3)<=0)
                Ftotal(Q1,Q2,Q3)=F1(Q1)+F2(Q2)+F3(Q3);
                Y(ma,1:4)=[Q1,Q2,Q3,Ftotal(Q1,Q2,Q3)];
                ma=ma+1;
            end
        end
    end
end
end

```

%%%depo kısıtı
 %%%kapasite kısıtı
 %%%bütçe kısıtı

4.10.2 Geliştirilen Modelin Matlab Çözümü

Geliştirilen modelin Matlab’da çalıştırılması sonucunda Ek 1’deki çözüm kümesi elde edilmiştir. Bu çözüm kümesinin örnek olarak ilk 2 sayfası aşağıdadır. Bu çözüm kümesi programın çalıştırılmasından birkaç saniye sonra elde edilebilmektedir. Program sonuç olarak ekonomik sipariş miktarlarını ve toplam maliyetleri vermektedir.

Çizelge 4.1 Modelin Matlab çözüm kümesi

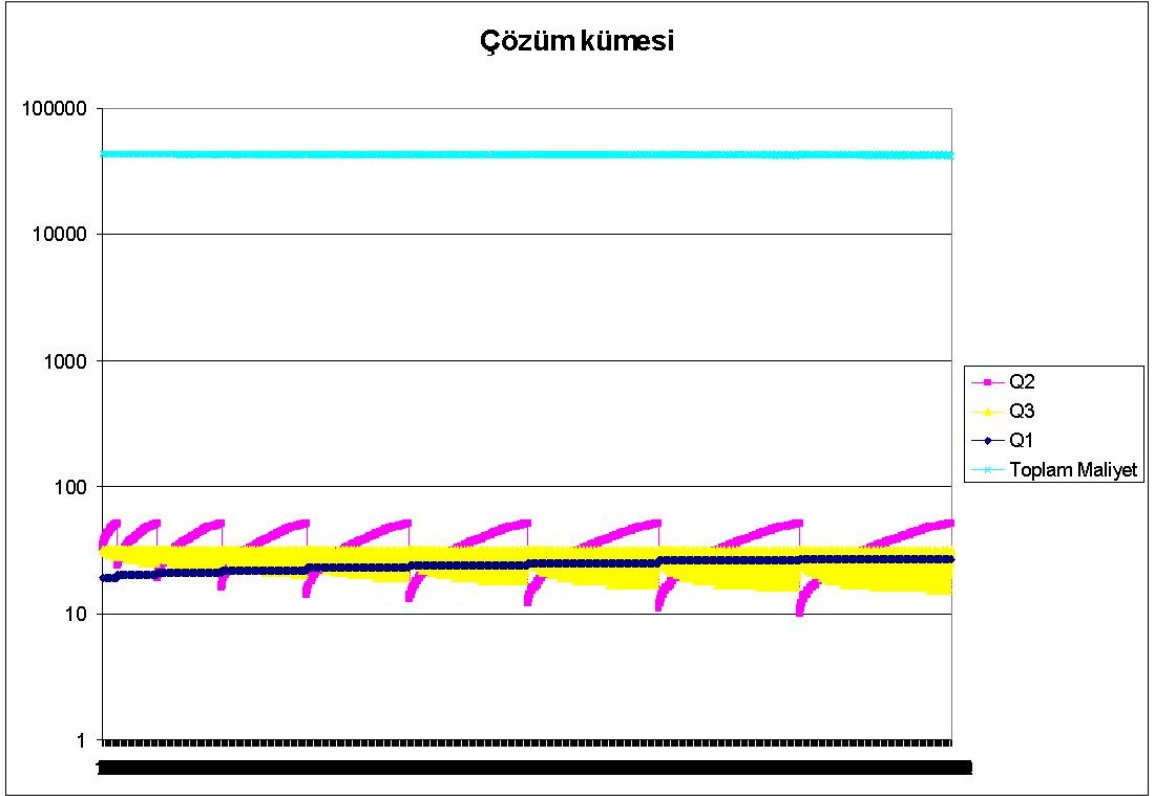
Q1	Q2	Q3	Toplam Maliyet
19	33	32	43233
19	34	32	43222
19	35	32	43212
19	36	31	43250
19	36	32	43203
19	37	31	43241
19	37	32	43194
19	38	31	43233
19	38	32	43186
19	39	30	43277
19	39	31	43226
19	39	32	43179
19	40	30	43270
19	40	31	43220
19	40	32	43173

19	41	30	43264
19	41	31	43214
19	41	32	43167
19	42	30	43259
19	42	31	43208
19	42	32	43161
19	43	30	43254
19	43	31	43203
19	43	32	43156
19	44	29	43304
19	44	30	43249
19	44	31	43199

Bu çözüm kümesinin içinden optimum sipariş büyüklükleri ve toplam maliyet aşağıdadır.

Q1	Q2	Q3	Toplam Maliyet
27	52	32	41692

Bu çözüm kümesinin grafiksel gösterimi aşağıdadır. Her bir çevrim x ekseninde yer almaktadır ve y ekseninde de her çevrime ait sipariş büyüklükleri her ürün için farklı renkte ve en yukarıda da toplam maliyet görülmektedir.



Şekil 4.7 Matlab çözüm kümesi

Matlab ile elde edilen bu optimum sipariş büyüklüklerini deneysel çözümde uygulamamız halinde tüm kısıtların sağlanması ve aynı toplam maliyete ulaşmamız gereklidir.

4.11 Matlab Ve Deneysel Çözümün Karşılaştırmalı Değerlendirmesi Ve Sonuçların Yorumlanması

Elde edilen bu optimum sonuç değerlerinin deneysel çözüme girilmesi ile aynı sonuçlar elde edilmelidir ve böylece programın doğru çalıştığı da ispat edilmiş olacaktır. Bütçe kısıtının her 3 ürün için de uygulanması sonucu aşağıdaki üç sonuç elde edilir. Bunlar Şekil 4.9, 4.10, 4.11’de verilmiştir.

Burada görülmektedir ki, Matlab programı ile elde edilen optimum çözümün deneysel çözüme girilmesi ile aynı toplam maliyet elde edilmektedir. Bu optimum sipariş büyüklüklerinin her biri için ayrı ayrı bütçenin sağlandığı da deneysel çözüm de görülebilmektedir. Bunun haricinde deneysel çözümde kısıtların hangi değerleri aldığı da görülebilmektedir. Böylece atıl kapasite, kalan boş depolama yeri ve bütçe fazlası tespit edilebilmektedir. Bu sayede bu kaynaklar başka amaçlar için de kullanılabilir ve atıl kalmaktan kurtarılabilirler.

$Q = \sqrt{\frac{2ST * a * D + 2C_2 * D - 2\lambda_2 * D * ST}{C_3 * \left(1 - \frac{D}{r}\right) - 2W * \lambda_1 * \left(1 - \frac{D}{r}\right) - 2\lambda_3 * PT * a}}$									
$Q = \sqrt{\frac{2ST * a * D + 2C_2 * D - 2\lambda_2 * D * ST}{C_3 * \left(1 - \frac{D}{r}\right) - 2W * \lambda_1 * \left(1 - \frac{D}{r}\right) - 2\lambda_3 * PT * a}}$									
λ_1	λ_2	λ_3	$\sum_{i=1}^n \left[ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i} + PT_i * D_i * a_i + C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i}\right) * Q_i \right]$	$\sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i * ST_i + D_i * PT_i}{Q_i} - TC \right]$	$\sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i}\right) * Q_i - W^* \right]$	$\sum_{i=1}^n [ST_i * a_i + PT_i * Q_i * a_i] - u$	Q_1	Q_2	Q_3
Depo Kısıtı			Kapasite Kısıtı			Bütçe Kısıtı			
0	0	0	108,492424	-203,6336581	1370,19336	113,13708	60,00000	84,85281	
-1	-1	-1	21,02706729	-155,2860484	585,4011033	64,08757	35,40245	50,07859	
-1	-1	-2	-5,277855655	-123,1683611	355,9150365	49,74469	27,98809	39,23405	
-1	-1	-3	-19,57967047	-96,91387629	233,2686438	42,07929	23,86833	33,32338	
-1	-1	-4	-28,89388122	-74,14865466	154,060568	37,12879	21,15701	29,47003	
-1	-1	-10	-53,2074288	27,90888342	-50,71101503	24,33056	13,99405	19,40080	
-1	-8	-10	-47,52116552	-3,838293632	-4,237615358	27,23515	15,94261	21,47982	
-1	-8	-10	-3,75	-65,03205128	-8	27,00000	52,00000	32,00000	
Q1 ürünü için tüm kısıtların toplu olarak ve bütçe kısıtlarının da münferiden sağlandığı değerler tespit edilmiştir.									

$$Q = \sqrt{\frac{2ST * a * D + 2C_2 * D - 2\lambda_2 * D * ST}{C_3 * \left(1 - \frac{D}{r}\right) - 2W * \lambda_1 * \left(1 - \frac{D}{r}\right) - 2\lambda_3 * PT * a}}$$

λ_1	λ_2	λ_3	Depo Kısıtı	Kapasite Kısıtı	Bütçe Kısıtı	Q_1	Q_2	Q_3
0	0	0	108,492424	-203,6336581	548,2337649	113,13708	60,00000	84,85281
-1	-1	-1	21,02706729	-155,2860484	106,7881206	64,08757	35,40245	50,07859
-1	-1	-2	-5,277855655	-123,1683611	-22,29779196	49,74469	27,98809	39,23405
-1	-1	-3	-19,57967047	-96,91387629	-91,28638789	42,07929	23,86833	33,32338
-1	-1	-4	-28,89388122	-74,14865466	-135,8409305	37,12879	21,15701	29,47003
-1	-1	-10	-53,2074288	27,90888342	-251,024946	24,33056	13,99405	19,40080
-1	-8	-10	-47,52116552	-3,838293632	-326,5165515	27,23515	15,94261	21,47982
-1	-8	-10	-3,75	-65,03205128	-2	27,00000	52,00000	32,00000

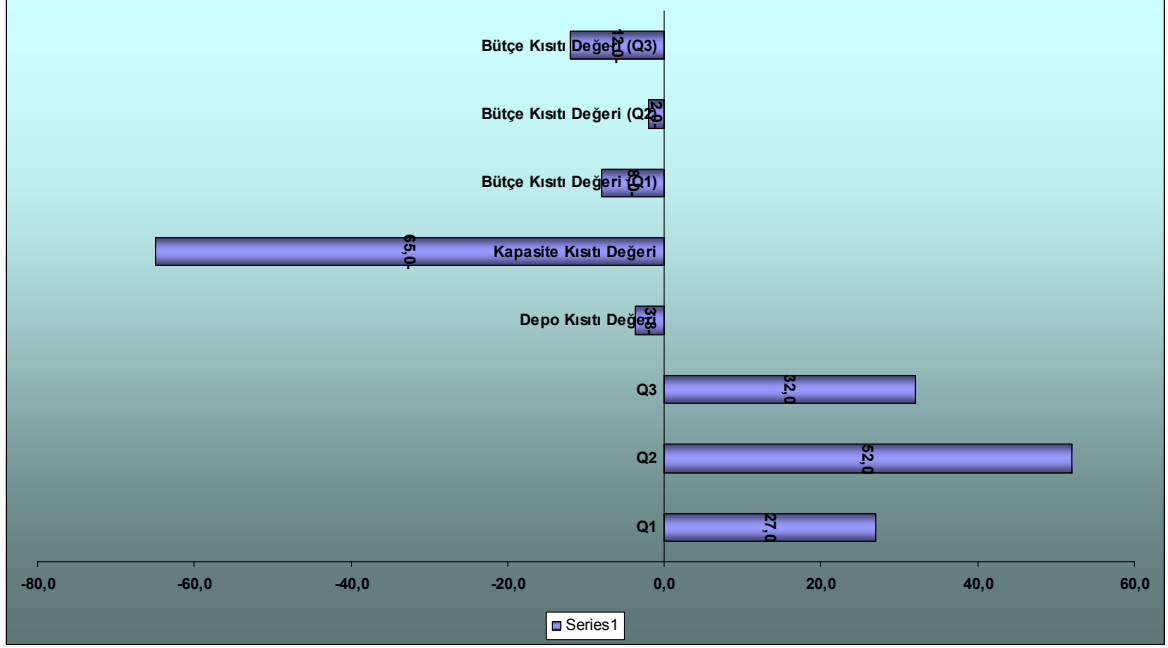
Q2 ürünü için tüm kısıtların toplu olarak ve bütçe kısıtının da münferiden sağlandığı değerler tespit edilmiştir.

	i=1	i=2	i=3	F
D_i =adet/yıl	1200	400	900	38969,84848
C_{2i} =ST _i *a=YTL/sip	20	15	20	39517,95338
PT _i =saat/adet	0,8	0,6	0,7	40156,62149
ST _i =saat/sip	3	2	2	40740,89029
a=YTL/saat	20	15	20	41274,02318
C_{3i} =YTL/yıl	20	20	20	43813,26136
r_i =adet/yıl	4800	800	3600	43012,96938
$W^*=m^3$	100			41691,7094
$W_i=m^3$	1	2	1	
TC=h/yıl	2100			
u=YTL/sipariş	500			

Şekil 4.9 Bütçe kısıtının 2. ürün için uygulandığı hal ve toplam maliyet

Çizelge 4.2 Kısıt değerlerinin karşılaştırması

Q1	Q2	Q3	Depo Kısıtı Değeri	Kapasite Kısıtı Değeri	Bütçe Kısıtı Değeri (Q1)	Bütçe Kısıtı Değeri (Q2)	Bütçe Kısıtı Değeri (Q3)	Toplam maliyet
27,0	52,0	32,0	-3,8	-65,0	-8,0	-2,0	-12,0	41691,7



Şekil 4.11 Kısıt değerlerinin karşılaştırılması

Bu karşılaştırmadan görülmektedir ki, sırayla 27, 52 ve 32 adetlik sipariş büyüklükleri için 41.691,7 toplam minimum maliyet elde edilirken depo hacmi, kapasite ve bütçe de en iyi şekilde kullanılmaktadırlar.

Bu sipariş büyüklükleri ile üretim yapılması halinde 403,8 m3 depo hacminde bir boşluk kalmakta, 65 saatlik bir kapasite boşluğu oluşmakta ve Q₁ ürünü siparişinde 8 birim para bütçe fazlası, Q₂ ürünü siparişinde 2 birim para bütçe fazlası ve Q₃ ürünü siparişinde de 12 birim para bütçe fazlası oluşmaktadır. Bu şartlar altında da 41.691,7 birim paralık toplam maliyet oluşmaktadır.

Böylece görülmektedir ki Matlab ile elde edilen optimum sipariş büyüklükleri ve minimum toplam maliyete Lagrange çarpanları yöntemi oluşturulan deneysel çözümle de ulaşılabilmektedir. Burada tüm kısıtların optimum olarak sağlandığı ve en düşük maliyetli sipariş büyüklüklerine ulaşıldığı da ispatlanabilmektedir.

5. BULANIK ÇOK ÜRÜNLÜ ÇOK KISITLI ÜRETİM ENVANTER MODELİ ÖNERİSİ

4. bölümde katı model Lagrange çarpanları yöntemi ile çözüldükten ve bu haliye başarılı sonuca ulaşıldıktan sonra yapılması gereken modelin bulanık olarak ifade edilmesi ve bu hal için çözüm üretilmesi ve benzer başarıya ulaşılmasıdır.

5.1 Bulanıklaştırma Amacı

Daha evvelki bölümlerde de bahsedildiği gibi modelin bulanıklaştırılmasındaki amaçlardan biri, gerçek sanayi sorunlarına daha iyi bir çözüm üretmektir. Gerçek sanayi şartlarındaki belirsizleri modele yansıtmak için bulanıklaştırma yöntemi tercih edilmiştir. Böylece katı modelin bu dezavantajının bertaraf edilmesine çalışılmıştır. İkinci bir amaç ise modelin bulanıklaştırılması ile literatürde de bir yenilik ortaya çıkarmaktır. Literatürde bu haliyle bir bulanık üretim envanter probleminin çözümü üzerine bir çalışma olmadığı için, bu alanda da bir yenilik ortaya konulması amaçlanmıştır.

5.2 Bulanık Kümeler

Nesneler hakkındaki bilgileri düzenlemeye, özetlemeye ve genelleştirme gerektiği durumlarda küme kavramı kullanılmaktadır. Burada söz konusu bilgi, küme terimiyle sistematik bir şekilde bir araya getirilir. İyi tanımlı nesneler topluluğuna veya sınıfına küme, bir kümeyi oluşturan nesnelerin her birine kümenin elemanları ve üzerinde çalıştığımız kümelerin her birini alt küme olarak kabul eden en geniş kümeye evrensel küme denir. Geleneksel bir küme, evrensel bir kümedeki nesnelerin ortak özelliklerine göre bir araya getirilme işlemi olarak da tanımlanabilir. Evrensel kümede yer alan nesneler, belirlenen özellikleri karşılayanlar (küme üyesi olanlar) ve karşılamayanlar (üye olmayanlar) şeklinde sınıflandırılır. Diğer bir deyişle, geleneksel bir kümenin elemanları, mantıkta yer alan ikiye bölme kuralına (1 veya 0, doğru veya yanlış, evet veya hayır vb.) dayanarak belirlenir.

Geleneksel kümeler, listeleme, ortak özellik belirleme ve üyelik fonksiyonu yöntemleriyle gösterilebilir. Geleneksel ve bulanık kümeler sınır koşulu ve üyelik derecesi anlamında karşılaştırılır. Bir kümenin sınırları lastik bir bant olarak kabul edilecek olursa, geleneksel küme durumunda lastik bantta herhangi bir esnemeye izin verilmez ve bant sabit olarak kabul edilir. Bu nedenle, evrensel kümenin her bir elemanı lastik bantın ya içinde ya da dışında yer alır. Bununla birlikte bulanık küme durumunda lastik bantın dışında yer alan nesneleri kümenin elemanı yapabilmek için bantın esnetilmesine yani, küme üyeliğini

belirleyen sınır koşulunun gevşetilmesine izin verilir. Bu esnemenin boyutu yeni noktanın konumuna bağlıdır. Bant esnetilmeden önce bantın oluşturduğu sınırın içinde bulunan noktalar 1 üyelik derecesi ile kümenin elemanıdır. Bant esnetildikçe kümeye üye olan veya bantın içine girmeye başlayan noktalara, 0 ve 1 arasındaki üyelik dereceleri verilir. Herhangi bir noktanın üyelik derecesi, lastik bantı esnetmek için gerekli olan güçle ters orantılı olarak açıklanabilir. Yani, bantın esneme oranı arttıkça ilgili elemanın üyelik derecesi azalır. Bu nedenle, bantın oluşturduğu sınırın içinde bulunan elemanlardan, sınırın dışında kalan elemanlara doğru esnek ve dereceli bir geçişe izin verilir. Bant kopma noktasına kadar esnetilmesine rağmen, halen dışarıda kalan noktalara ise 0 üyelik derecesi verilir.

5.3 Bulanık Sayılar

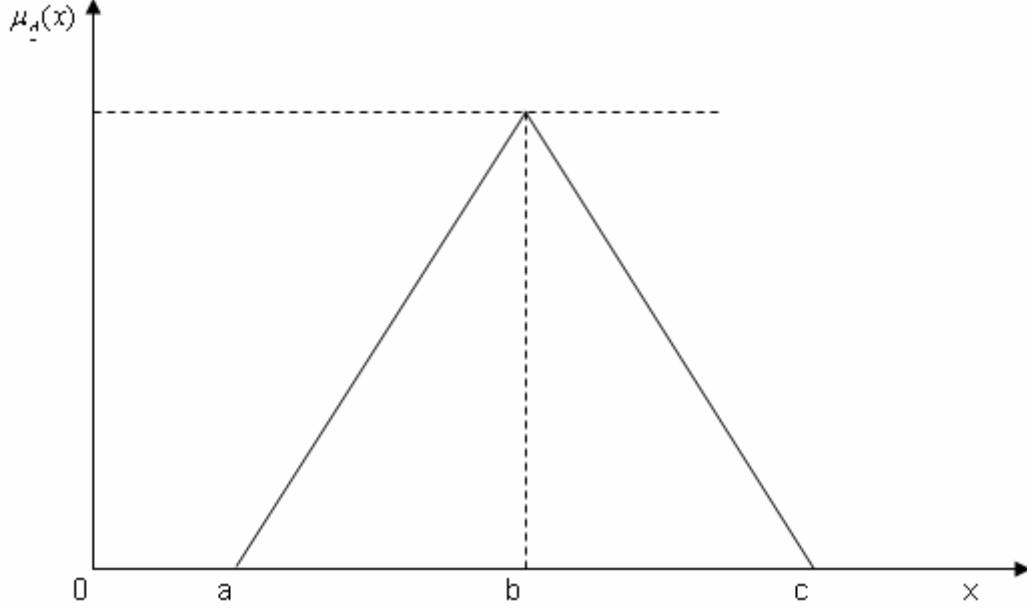
Bulanık sayıların tanımlı olduğu evrensel küme, gerçel sayılar kümesi, tamsayılar kümesi veya doğal sayılar kümesidir. Her bulanık sayı bulanık bir küme olmasına rağmen, her bulanık küme bulanık bir sayı değildir. Bulanık bir kümenin bulanık bir sayı olabilmesi için, aşağıda verilen özelliklerin karşılanması gereklidir.

- Bulanık küme, normal bir bulanık küme olmalıdır.
- Bulanık küme, dışbükey bir bulanık küme olmalıdır.
- Bulanık kümenin destek kümesi sınırlı olmalıdır.
- Bulanık kümenin her bir α -kesimi, gerçel sayı doğrusunun kapalı bir aralığında tanımlı olmalıdır.

Bulanık sayıların iki özel türü olan üçgensel ve yamuksal bulanık sayılar uygulamada sıkça kullanılmaktadır. Bu sayılar, isimlerini üyelik fonksiyonlarının biçimlerinden alır. Gerçel sayı doğrusunda tanımlı olan üçgensel bir bulanık sayı, Şekil 5.1'deki üyelik fonksiyonuyla parametrik olarak ifade edilir.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x; a, b, c) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & ; a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & ; b \leq x \leq c \\ 0 & ; x \geq c \text{ veya } x \leq a \end{cases} \quad (5.1)$$

Burada, b parametresi üyelik derecesinin 1'e eşit olduğu noktayı verir ve mod değeri olarak yorumlanır. a ve c parametreleri ise, üçgensel bulanık bir sayının kanat açıklıklarını veya üyelik derecesinin 0 olduğu noktaları gösterir. Üçgensel bir bulanık sayı şekil 5.1'de verilmiştir.



Şekil 5.1 Üçgensel bir bulanık sayı

Bulanık sayılarla hesap yapmanın kökleri aralık analizine dayanır. Aralık analizi, bulanık sayılarda bir tür tolerans veya güven aralığı olarak algılanabilir. Örneğin, bir ürünün gelecek aya ilişkin talebinin 100 birim olacağı bilgisi yerine, söz konusu talep miktarının 80 ile 120 birim arasında değişebileceği bilgisi daha anlamlı olabilir. Böyle bir durumda, kesin bir sayı olan 100 yerine $[80,120]$ şeklinde ifade edilen kapalı bir aralık, talep miktarını niteleyebilir. Dolayısıyla, kesin olarak belirlenemeyen sayısal bir değer, gerçel sayı doğrusu üzerindeki kapalı bir aralık içine yerleştirilmesi mümkündür. x değişkeni ile nitelenen söz konusu talep miktarı için, $x \in [80,120]$ ifadesinin $80 \leq x \leq 120$ anlamına geldiği açıktır. Burada, 80 ve 120 değerleri sırasıyla x 'in alt ve üst sınırlarını tanımlar. Matematiksel sürekliliği sağlayabilmek için, geleneksel anlamdaki kesin bir sayı da aralık şeklinde sunulabilir. Aralıklarla ilgili dört olası durum vardır. Bunlar $a \leq x \leq b$ 'yi gösteren kapalı aralık $[a,b]$, $a \leq x < b$ 'yi gösteren soldan kapalı sağdan açık aralık $[a,b)$, $a < x \leq b$ 'yi gösteren soldan açık sağdan kapalı aralık $(a,b]$ ve $a < x < b$ 'yi gösteren açık aralık (a,b) 'dir. Bulanık sayılar α -kesimlerinin gerçel sayı doğrusunun kapalı bir aralığında bulunmaktadır. Aralıklar halinde ifade edilen sayılar için temel cebirsel işlemler aşağıda verilmiştir.

Toplama:

$$[a,b]+[c,d]=[a+c,b+d] \quad (5.2)$$

Çıkarma:

$$[a,b]-[c,d]=[a-d,b-c] \quad (5.3)$$

Çarpma:

$$[a,b] \times [c,d] = [\min(axc, axd, bxc, bxd), \max(axc, axd, bxc, bxd)] \quad (5.4)$$

Bölme:

$$[a,b] \div [c,d] = [\min(a \div c, a \div d, b \div c, b \div d), \max(a \div c, a \div d, b \div c, b \div d)] \quad (5.5)$$

Eğer incelenen aralıklar negatif olmayan gerçel sayı doğrusu üzerinde tanımlıysalar, çarpma ve bölme işlemleri şu şekilde ifade edilir.

$$[a,b] \times [c,d] = [axc, bxd] \quad (5.6)$$

$$[a,b] \div [c,d] = [a \div d, b \div c]; c \neq 0, d \neq 0 \quad (5.7)$$

Ters alma:

$$[a,b]^{-1} = [\min(1 \div a, 1 \div b), \max(1 \div a, 1 \div b)]; a \neq 0, b \neq 0 \quad (5.8)$$

Skalar sayı k ile çarpım:

$$K \times [a,b] = [k,k] \times [a,b] = [kxa, kxb]; k > 0 \quad (5.9)$$

Maksimum (v):

$$[a,b] \vee [c,d] = [\max(ava), \max(bvd)] \quad (5.10)$$

Minimum (^):

$$[a,b] \wedge [c,d] = [\min(a^c), \min(b^d)] \quad (5.11)$$

Bulanık sayılarla yapılan cebirsel işlemler için literatürde α -kesim yöntemi ve genişleme kuralı yaygın olarak kullanılmaktadır. Sürekli evrensel bir kümede tanımlı olan bulanık sayıların α -kesim kümeleri parametrik olarak ifade edilebilir. Bulanık bir sayının α -kesim kümesi hesaplanırken, bulanık sayıya ilişkin üyelik fonksiyonunun verilen α değerine eşitlenmesi yeterlidir. Buradan oluşan denklemin çözülmesi ile bir üst dilimde (α -kesim kümesinde) yer almayan elemanlar, yani söz konusu α -kesim kümesinin alt ve üst sınırları

belirlenir. Bulanık bir sayı aynı zamanda dış bükey bulanık bir küme olduğu için, verilen α değerinden daha büyük olan elemanlar, söz konusu çözüm değerlerinin arasında yer alacaktır.

5.4 Bulanık Şartlar Altında Model

Tez modelinin bulanıklaştırılması için modeli oluşturan kısıtlar ve toplam maliyet fonksiyonunun üyelik fonksiyonlarının yazılması gerekmektedir. Burada her kısıt ve toplam maliyet için sınır değer in esneme değeri kullanılmaktadır. Modelin bulanıklaştırılması aşamasında bu sınırlar in esneme değeri aşağıdaki gibi alınmıştır.

$$\text{Depo sınırı} = (100 + 50) \text{ m}^3$$

Burada kastedilen örnek olarak depo sınır hacmi 100 m^3 iken atölye yollarının da kullanılması ile elde bulunan hacmin 150 m^3 'e kadar çıkarılabileceğidir.

$$\text{Kapasite sınırı} = (2100 + 600) \text{ saat}$$

Burada kastedilen örnek olarak kapasite sınırı 2100 saat iken, fazla mesai kullanmak sureti ile kapasitenin 2700 saate kadar arttırılabilecek olmasıdır.

$$\text{Bütçe sınırı} = (500 + 50) \text{ birim para}$$

Burada kastedilen örnek olarak her sipariş için tanınan bütçe 500 birim para iken önemli siparişlerin geri çevrilmemesi için pay sahiplerinin bütçe artırımına gidebilecek olmasıdır.

$$\text{Toplam maliyet} = (45000 + 10000) \text{ birim para}$$

Burada kastedilen örnek olarak yönetim olarak toplam maliyete bir hedef ve bu hedefe bir tolerans konulması halidir. Yönetim toplam maliyetin belirli bir aralıkta kalması halinde yani, dolayısıyla da karın belli bir aralık içinde kalması halinde şirket sonuçlarını başarılı olarak addedebilir.

5.4.1 Depo Kısıtının Bulanıklaştırılması

Depo kısıtı sınır değeri olarak verilen 100 m^3 üzerine 50 m^3 daha ilave olarak kullanılması halinde üyelik fonksiyonu 5.12'de ifade edilmektedir.

$$\mu_{\tilde{W}}(x) = \begin{cases} 0 & ; \sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] \geq 150 \\ \frac{\sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] - 100}{50} & ; 100 \leq \sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] \leq 150 \\ 1 & ; \sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] \leq 100 \end{cases}$$

$$Q_i \geq 0 \quad (5.12)$$

5.4.2 Kapasite Kısıtının Bulanıklaştırılması

Kapasite sınır değeri olarak verilen 2100 saat üzerine 600 saat daha fazla mesai yapılabilmesi halinde üyelik fonksiyonu 5.13'te ifade edilmektedir.

$$\mu_{\tilde{TC}}(x) = \begin{cases} 0 & ; \sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i}{Q_i} * ST_i + D_i * PT_i \right] \geq 2700 \\ \frac{\sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i}{Q_i} * ST_i + D_i * PT_i \right] - 2100}{600} & ; 2100 \leq \sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i}{Q_i} * ST_i + D_i * PT_i \right] \leq 2700 \\ 1 & ; \sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i}{Q_i} * ST_i + D_i * PT_i \right] \leq 2100 \end{cases}$$

$$Q_i \geq 0 \quad (5.13)$$

5.4.3 Bütçe Kısıtının Bulanıklaştırılması

Bütçe sınır değeri olarak verilen 500 birim para üzerine 50 birim para daha ödenek ayrılması halinde üyelik fonksiyonu 5.14'te ifade edilmektedir.

$$\mu_{\tilde{PC}}(x) = \begin{cases} 0 & ; (ST_i * a_i + PT_i * Q_i * a_i) \geq 550 \\ \frac{(ST_i * a_i + PT_i * Q_i * a_i) - 500}{50} & ; 500 \leq (ST_i * a_i + PT_i * Q_i * a_i) \leq 550 \\ 1 & ; (ST_i * a_i + PT_i * Q_i * a_i) \leq 500 \end{cases}$$

$$Q_i \geq 0 \quad (5.14)$$

5.4.4 Toplam Maliyetin Bulanıklaştırılması

Toplam maliyet için; 45000 birim paranın altında olması hedefin tam sağlanması, 45000 ile 55000 birim para arasında olması halinin hedeflerinin içerisinde kalınması ve

55000'den fazla olması halinin hedeflerin sağlanamaması olarak ifadesi kullanılacak olursa üyelik fonksiyonu 5.15'te olduğu gibi olmaktadır.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 \\ -\sum_{i=1}^n \left[ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i} + PT_i * D_i * a_i + C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i}\right) * Q_i + C_{3i} \right] + 45000 \\ 10000 \\ 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \left[ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i} + PT_i * D_i * a_i + C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i}\right) * Q_i + C_{3i} \right] \geq 55000 \\ 45000 \leq \sum_{i=1}^n \left[ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i} + PT_i * D_i * a_i + C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i}\right) * Q_i + C_{3i} \right] \leq 55000 \\ \sum_{i=1}^n \left[ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i} + PT_i * D_i * a_i + C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i}\right) * Q_i + C_{3i} \right] \leq 45000 \end{cases}$$

$$Q_i \geq 0 \quad (5.15)$$

5.5 Zimmermann Yöntemi

Öztürk (2003) Bulanık Hedef Programlama isimli eserinde Zimmermann yöntemi ile ilgili detaylı bilgi vermiştir. Buna göre Zimmermann, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcı doğrusal programlama problemleri için simetrik bir yaklaşım önermiştir. Zimmermann'a göre, bulanık amaç fonksiyonu karar vericiden sağlanan bulanık bir erişim düzeyi ile bulanık bir kısıtlayıcı olarak ifade edilebilir. Bu durumda, bulanık karar kümesi belirlenirken bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar birbirlerinden farksız olarak ele alınırlar. 5.16 nolu model ile gösterilen bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcı bir doğrusal programlama problemi, aşağıda verilen kısıtlayıcı kümesinden çözüm vektörü x 'in bulunması şeklinde ifade edilir.

$$c^T x \gtrsim b_0$$

$$(Ax)_i \lesssim b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5.16)$$

$$x \geq 0$$

Burada $\leq$ işareti, $\lesssim$ işaretinin bulanıklaştırılmış halidir. $\leq$ işareti, “ $(Ax)_i$ kısıtlayıcısı b_i civarında veya daha azdır” şeklinde yorumlanır. Benzer olarak $\geq$ işareti de $\gtrsim$ işaretinin

bulanıklaştırılmış halidir. $\geq$ işareti “ $c^T x$ amacı b_0 civarında veya daha fazladır” şeklinde yorumlanır. Bulanık amaç fonksiyonunun her iki tarafı da (-1) ile çarpılırsa, bulanık doğrusal programlama problemi aşağıda verildiği gibi tamamen simetrik olarak ifade edilir.

$$-c^T x \leq -b_0$$

$$(Ax)_i \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5.17)$$

$$x \geq 0$$

Burada, $B = \begin{bmatrix} -c^T \\ A_i \end{bmatrix}$ ve $e = \begin{bmatrix} -b_0 \\ b_i \end{bmatrix}$ sütun vektörleri tanımlanırsa, bulanık doğrusal programlama problemi 5.18'deki gibi düzenlenir.

$$B_x \leq e$$

$$x \geq 0 \quad (5.18)$$

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar seçenekler kümesindeki bulanık kümeler olarak tanımlandığı için, bunlara ilişkin üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi gerekir. 5.18 modelinin i'ninci satırı için, üyelik fonksiyonunun tekdüze olarak artmayan bir yapıda olması gerekir. Yani, i'ninci bulanık eşitsizlik tamamen doyuruluyorsa, üyelik derecesi 1 olmalı; i'ninci bulanık eşitsizlik tamamen doyurulmuyorsa, üyelik derecesi 0 olmalı ve $[b_i, b_i + d_i]$ aralığında üyelik derecesi 1'den 0'a doğru tekdüze olarak azalmalıdır. Burada, $e_i = b_i$ ($i=0, 1, 2, \dots, m$) terimi i'ninci bulanık eşitsizlik için karar vericinin ulaşmak istediği erişim düzeyini, d_i terimi ise i'ninci erişim düzeyi için karar vericinin belirlediği maksimum tolerans miktarını gösterir. Diğer bir ifadeyle, d_i 'ler amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılardaki kabul edilebilir toleransları gösteren ve karar verici tarafından belirlenen sabitlerdir. Bu durumda, i'ninci bulanık eşitsizliğin üyelik fonksiyonu matematiksel olarak 5.19'daki gibi ifade edilir.

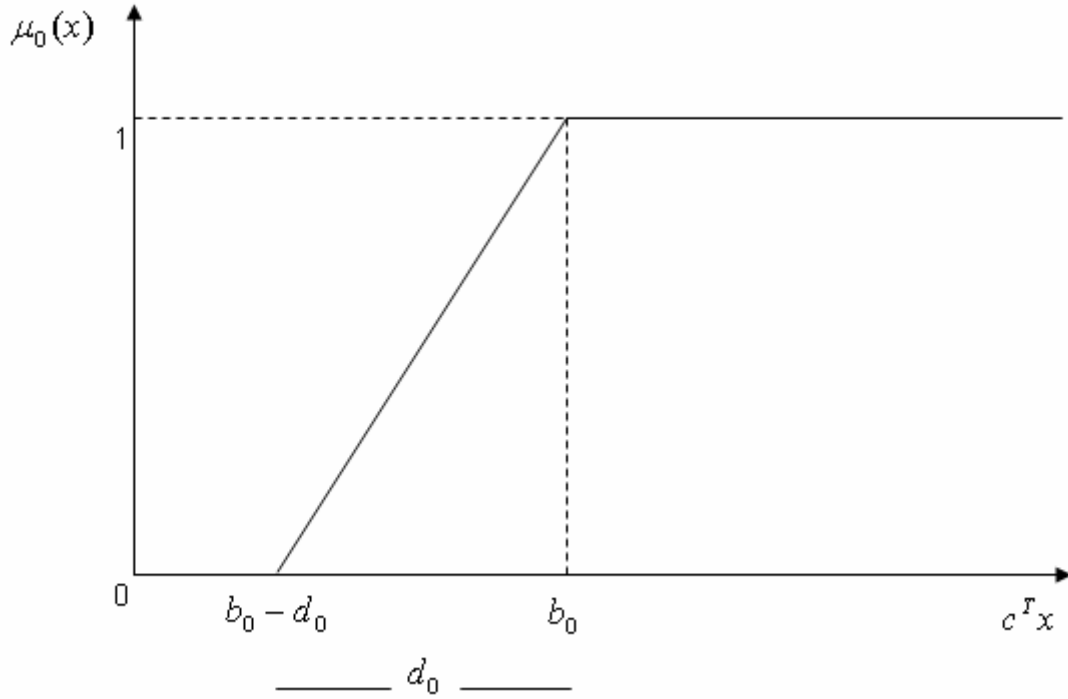
$$\mu_i[(Bx)_i] = \begin{cases} 0 & ; (Bx)_i \geq b_i + d_i \\ \in [0, 1] & ; b_i \leq (Bx)_i \leq b_i + d_i \\ 1 & ; (Bx)_i \leq b_i \end{cases} \quad (5.19)$$

Buradan hareketle, bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlayıcıların parçalı doğrusal üyelik fonksiyonları sırasıyla 5.20 ve 5.21’de verildiği gibi tanımlanır.

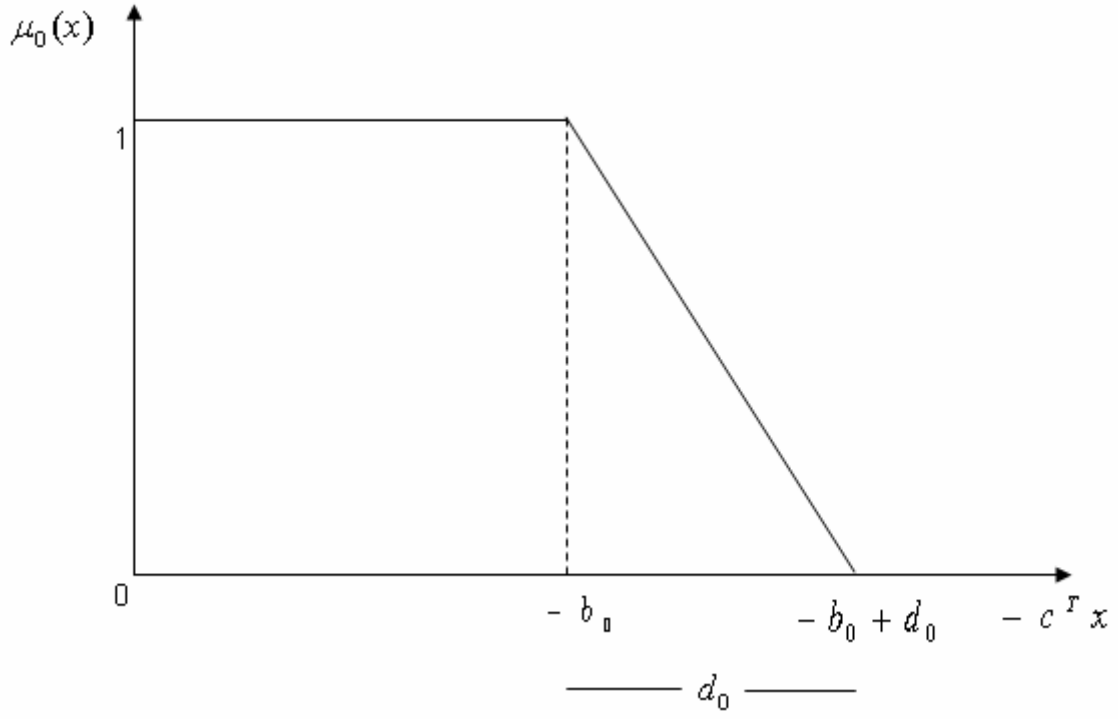
$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ; c^T x \leq b_0 - d_0 \\ 1 - \frac{b_0 - c^T x}{d_0} & ; b_0 - d_0 \leq c^T x \leq b_0 \\ 1 & ; c^T x \geq b_0 \end{cases} \quad (5.20)$$

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; (Ax)_i \geq b_i + d_i \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} & ; b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ 1 & ; (Ax)_i \leq b_i \end{cases} \quad (5.21)$$

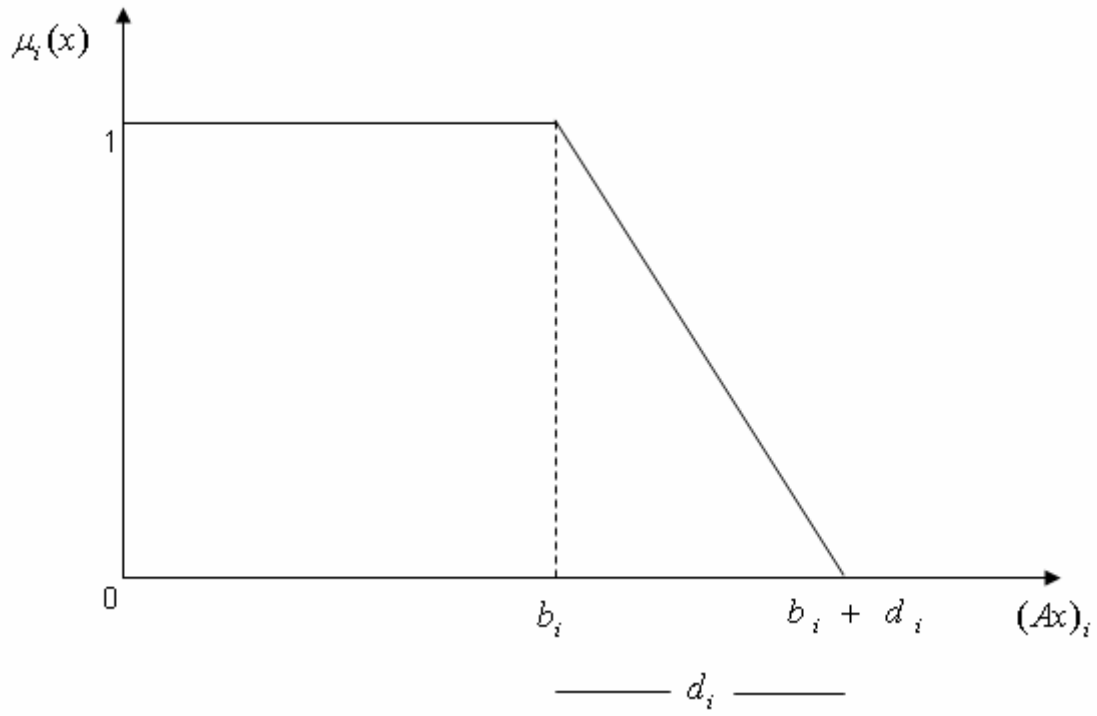
Burada, örneğin $\mu_0(x)$ üyelik fonksiyonu, çözüm vektörü x ’in bulanık eşitsizlik $c^T x \geq b_0$ ’i doyurma derecesi olarak yorumlanır. Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları Şekil 5.2,3 ve 4’te gösterilmiştir.



Şekil 5.2 $c^T x \geq b_0$ eşitsizliğinin üyelik fonksiyonu



Şekil 5.3 $-c^T x \leq -b_0$ eşitsizliğinin üyelik fonksiyonu



Şekil 5.4 $(Ax)_i \leq b_i$ eşitsizliğinin üyelik fonksiyonu

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları belirlendiği için bulanık karar kümesi 5.22’de verilen ifadeden oluşturulabilir.

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min[\mu_0(x), \mu_i(x)] \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5.22)$$

Bulanık karar kümesinin en yüksek dereceli elemanı ise,

$$\mu_{\tilde{D}}(x^M) = \max_{x \geq 0}(\min[\mu_0(x), \mu_i(x)]) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5.23)$$

Veya,

$$\mu_{\tilde{D}}(x^M) = \max_{x \geq 0} \left(\min \left[\left(1 - \frac{b_0 - c^T x}{d_0} \right), \left(1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \right) \right] \right) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5.24)$$

Eşitliklerinden belirlenir.

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar için tolerans betimlemesi kullanıldığı zaman, bir maksimizasyon kararı olan $\mu_{\tilde{D}}(x)$, geleneksel bir doğrusal programlama modelinin kurulması ile belirlenebilir. Diğer bir ifadeyle, simetrik bulanık doğrusal programlama problemleri, ek bir değişken olan λ ’nın kullanılması ile geleneksel bir doğrusal programlama modeli olarak ifade edilebilir. Bunun için, bulanık karar kümesinin λ değişkeni ile gösterilmesi gerekir.

$$\min_i [\mu_0(x), \mu_i(x)] = \mu_0(x) \wedge \mu_i(x) = \lambda \quad (5.25)$$

Burada λ değişkeni, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların çözüm vektörü x tarafından eşanlı olarak doyurulma derecesini gösterir. λ değişkeni, $\lambda \in [0,1]$ aralığında tanımlanır. Bu durumda, bulanık karar kümesinin 5.22 eşitliği ile verilen tanımı, 5.26’daki tanıma denk gelir.

$$\begin{aligned} \mu_0(x) &\geq \lambda \\ \mu_i(x) &\geq \lambda \end{aligned} \quad (5.26)$$

Buradan, $\mu_{\tilde{D}}(x)$ ’i belirleme problemi geleneksel bir doğrusal programlama problemi olarak 5.27’de olduğu gibi ifade edilir.

Max λ

Kısıtlayıcılar

$$\mu_0(x) \geq \lambda$$

$$\mu_i(x) \geq \lambda$$

$$\lambda \in [0,1] \quad (5.27)$$

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları 5.27’de yerlerine konulduğu zaman, 5.28’deki doğrusal programlama modeli elde edilir.

Max λ

Kısıtlayıcılar

$$1 - \frac{b_0 - c^T x}{d_0} \geq \lambda$$

$$1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \geq \lambda \quad ; \forall i$$

$$\lambda \in [0,1]$$

$$x \geq 0$$

Bu model, $c^T x$ ve $(Ax)_i$ terimlerine göre düzenlendiğinde,

Max λ

Max λ

Kısıtlayıcılar

Kısıtlayıcılar

$$\left. \begin{array}{l} c^T x \geq b_0 - (1 - \lambda)d_0 \\ (Ax)_i \leq b_i + (1 + \lambda)d_i; \forall i \\ \lambda \in [0,1] \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} c^T x - \lambda d_0 \geq b_0 - d_0 \\ (Ax)_i - \lambda d_i \leq b_i + d_i; \forall i \\ \lambda \in [0,1] \\ x \geq 0 \end{array} \right. \quad (5.28)$$

Modeli elde edilir. Burada parametrelerin problemin çözümünden önce karar verici tarafından belirlenmesi gerekir.

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıli doğrusal programlama modellerinde bazı kısıtlayıcılar bulanıklık içermeyebilir. Bu durumda, ilgili kısıtlayıcıların maksimum

toleransları sıfır olarak kabul edilir. Diğer bir ifadeyle, bulanık olmayan kısıtlayıcılar herhangi bir dönüşüm işlemi yapılmadan, ilgili modele ilave edilir. Bulanık doğrusal programlama modellerinin çözümü için Zimmermann'ın sunduğu yöntemin az sayıda varsayım ve işlemsel kolaylık sağlama gibi avantajları vardır. Bununla birlikte, Zimmermann'ın sunduğu yaklaşım literatürde genel olarak iki açıdan eleştirilmektedir. Bunlardan ilki, amaç fonksiyonunun erişim düzeyi ile maksimum tolerans miktarının karar vericiden başlangıçta istenmesidir. Bu durumda, karar verici söz konusu değerleri doğru olarak belirleyemeyebilir veya karar vericinin bu değerler hakkında herhangi bir bilgisi olmayabilir. Ayrıca amaç fonksiyonunun erişim düzeyi olan b_0 çok büyük verilirse, bulanık doğrusal programlama probleminin çözümü belirlenemeyebilir. Diğer taraftan, d_0 çok büyük verilirse, bu durumda üyelik fonksiyonu anlamını yitirir. Bulanık doğrusal programlama modellerinin geleneksel bir çözümünün araştırılması, Zimmermann yaklaşımına getirilen ikinci bir eleştiridir. Çünkü, Zimmermann yaklaşımı ile bulanık karar kümesi tamamen belirlenmemektedir. Bunun yerine, bulanık karar kümesinin en büyük üyelik dereceli elemanı belirlenmektedir.

5.6 Bulanık Model ve Çözümü

Zimmermann yöntemi her ne kadar doğrusal programlama modellerine uygulanmış olsa da, bu tez çalışmasında yöntem tez konusu modele uygulanacak, ve çözüme ulaşılmasına çalışılacaktır.

Bundan sonra yapılması gereken bu üyelik fonksiyonlarının Zimmermann yöntemi ile bütünleştirilmesi ve λ doyurulma derecesi ile ifade edilmeleridir. Bu yöntemin uygulanması ile üyelik fonksiyonlarının alması gereken hal 5.29'da verilmiştir.

Max λ

$$\mu_0(x) \geq \lambda$$

$$\mu_w(x) \geq \lambda$$

$$\mu_{TC}(x) \geq \lambda$$

$$\mu_{PC}(x) \geq \lambda \tag{5.29}$$

Modelimizin üyelik fonksiyonlarının içlerine yazılması sonucunda 5.30 elde edilmektedir.

Max λ

$$1 - \frac{\sum_{i=1}^n \left[ST_i * a_i * \frac{D_i}{Q_i} + PT_i * D_i * a_i + C_{2i} * \frac{D_i}{Q_i} + \frac{C_{3i}}{2} * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i + C_{3i} \right] + 45000}{10000} \geq \lambda$$

$$1 - \frac{\sum_{i=1}^n \left[W_i * \left(1 - \frac{D_i}{r_i} \right) * Q_i \right] - 100}{50} \geq \lambda \quad \forall i$$

$$1 - \frac{\sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i}{Q_i} * ST_i + D_i * PT_i \right] - 2100}{600} \geq \lambda \quad \lambda \in [0,1]$$

$$1 - \frac{(ST_i * a_i + PT_i * Q_i * a_i) - 500}{50} \geq \lambda \quad Q_i \geq 0 \quad (5.30)$$

5.30’da ifade edilen formülasyonun çözümü için Matlab programının kullanılması gerekmektedir. Bulanık hale getirilmiş olan model Matlab programında kodlanarak çözüme ulaşılmasına çalışılmıştır.

Öncelikle modelin bu haliyle 1 ürün için çalışıp çalışmadığı incelenmiştir. Bunun için yazılan Matlab programı aşağıda verilmiştir.

```
D1=1200;
C21=20;
PT1=0.8;
ST1=3;
a1=20;
C31=20;
r1=4800;
W1=1;
Ws=100;
TC=2100;
u=500;
```

```

bound=100;
Ftotal(1:bound)=0;

X(1:bound)=0;
Y(1:bound)=0;
Z(1:bound)=0;
T(1:bound)=0;
F1(1:bound)=0;

Q1(1:bound)=1:bound;

for i=1:bound

formla1(i)=(((ST1*a1*D1)/Q1(i))+(PT1*D1*a1)+(C21*D1/Q1(i))+((C31/2)*Q1(i)*(1-
(D1/r1)))+C31);
Lambda1(i)=1-((-formla1(i))+45000)/10000);

if Lambda1(i)>=0
X(i)=1;
end

formla2(i)=(W1*(1-(D1/r1))*Q1(i));
Lambda2(i)=1-((formla2(i)-100)/50);

if Lambda2(i)>=0
Y(i)=1;
end

formla3(i)=((D1/Q1(i))*ST1)+(D1*PT1);
Lambda3(i)=1-((formla3(i)-2100)/400);

if Lambda3(i)>=0
Z(i)=1;
end

formla4(i)=(ST1*a1)+(PT1*Q1(i)*a1);
Lambda4(i)=1-((formla4(i)-100)/50);

if Lambda4(i)>=0
T(i)=1;
end

if X(i)==Y(i)
if Y(i)==Z(i)
if Z(i)==T(i)
AA(i)=X(i);

F1(i)=(ST1*a1*(D1/Q1(i)))+(PT1*D1*a1)+(C21*(D1/Q1(i)))+(C31/2)*(1-(D1/r1))*Q1(i));
%%%toplam maliyet

```

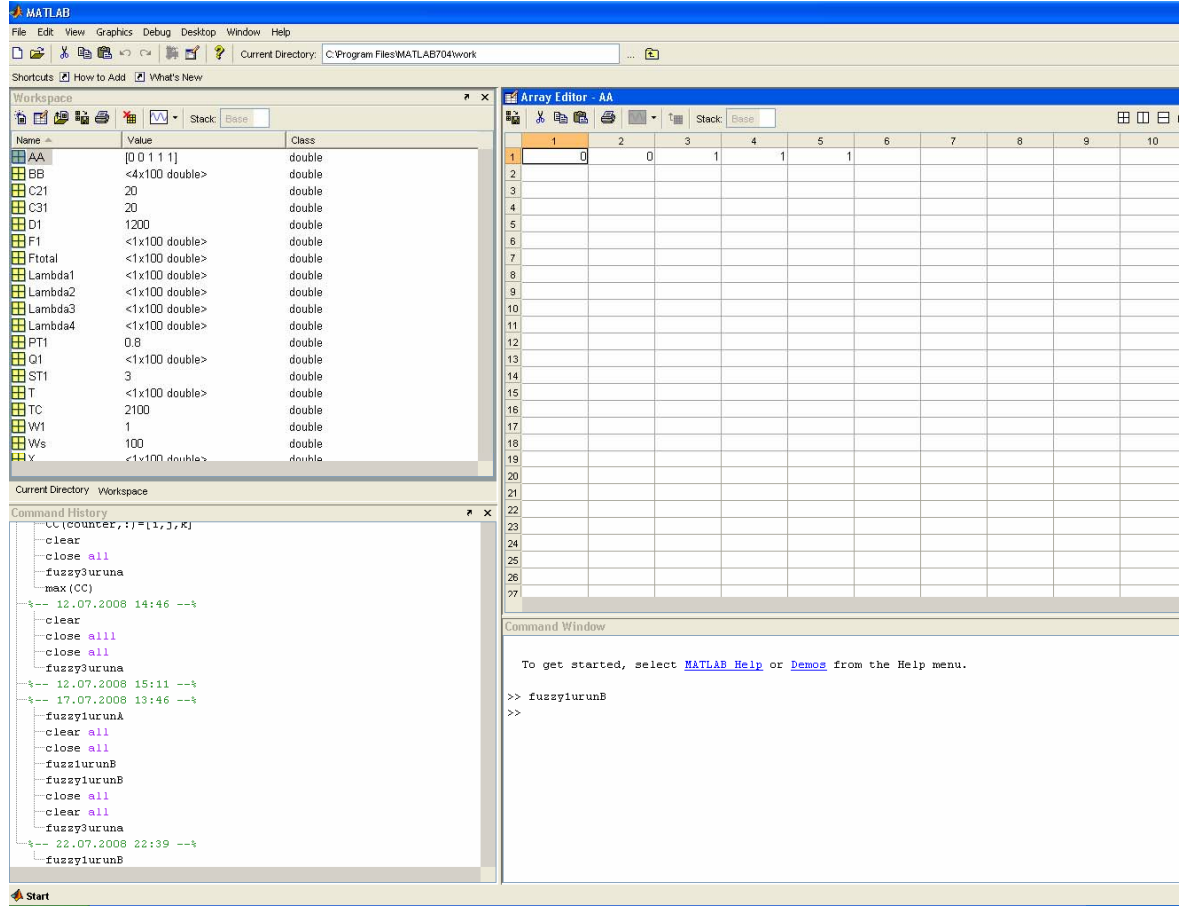
```

end
end
end
end

```

```
BB=[X;Y;Z;T];
```

Bu programın çalıştırılmasıyla Şekil 5.5'deki Matlab gösterimi elde edilmektedir.



Şekil 5.5 Bir ürün için bulanık model çözümünün Matlab gösterimi

Bu gösterimden anlaşılan programa girilen parametreler ile Q değerinin 3, 4 ve 5 olması halinde bir çözüm kümesinin olduğudur. Diğer değerler için model sağlanamadığı için program herhangi bir sonuç da vermemiştir.

Modelin 1 ürün için çalıştırılması, bulanık modelin Matlab programı yardımıyla çözülüp çözülemeyeceğinin görülmesi açısından önemlidir. Şekil 5.5'deki sonucun elde edilmesi ile bu yöntemin başarılı olacağını söylemek mümkün hale gelmiştir.

Bundan sonra yapılması gereken modelin Matlab ile birden fazla sayıda ürün için çalıştırılması olmaktadır. Bunun için program 3 ürün için yazılmış ve çalıştırılmıştır.

Modelin 3 ürün için yazılan Matlab programı aşağıda verilmiştir.

```

D1=1200;
C21=20;
PT1=0.8;
ST1=3;
a1=20;
C31=20;
r1=4800;
W1=1;
D2=400;
C22=15;
PT2=0.6;
ST2=2;
a2=15;
C32=20;
r2=800;
W2=2;
D3=900;
C23=20;
PT3=0.7;
ST3=2;
a3=20;
C33=20;
r3=3600;
W3=1;
Ws=100;
TC=2100;
u=500;

ST=[ST1,ST2,ST3];
PT=[PT1,PT2,PT3];
a=[a1,a2,a3];
D=[D1,D2,D3];
W=[W1,W2,W3];
r=[r1,r2,r3];
C2=[C21,C22,C23];
C3=[C31,C32,C33];

bound=100;
Ftotal(1:bound)=0;

X(1:bound,1:bound,1:bound)=0;
Y(1:bound,1:bound,1:bound)=0;
Z(1:bound,1:bound,1:bound)=0;
T(1:bound,1:bound,1:bound)=0;
F1(1:bound)=0;

```

```

Q1(1:bound)=1:bound;
Q2(1:bound)=1:bound;
Q3(1:bound)=1:bound;

```

```

counter=0;

```

```

for i=1:bound
    for j=1:bound
        for k=1:bound

```

```

        formula1a=((((ST(1)*a(1)*D(1))/Q1(i)))+(PT(1)*D(1)*a(1)))+(C2(1)*D(1)/Q1(i))+((C3(1)/2)
        *Q1(i)*(1-(D(1)/r(1))))+C3(1));

```

```

        formula1b=((((ST(2)*a(2)*D(2))/Q2(j)))+(PT(2)*D(2)*a(2)))+(C2(2)*D(2)/Q2(j))+((C3(2)/2)
        *Q2(j)*(1-(D(2)/r(2))))+C3(2));

```

```

        formula1c=((((ST(3)*a(3)*D(3))/Q3(k)))+(PT(3)*D(3)*a(3)))+(C2(3)*D(3)/Q3(k))+((C3(3)/2)
        *Q3(k)*(1-(D(3)/r(3))))+C3(3));

```

```

        formula1(i,j,k)=formula1a+formula1b+formula1c;
        Lambda1(i,j,k)=1-(((formula1(i,j,k))+45000)/10000);

```

```

        if Lambda1(i,j,k)>=0
            X(i,j,k)=1;
        end

```

```

        formula2a=(W(1)*(1-(D(1)/r(1))))*Q1(i);

```

```

        formula2b=(W(2)*(1-(D(2)/r(2))))*Q2(j);

```

```

        formula2c=(W(3)*(1-(D(3)/r(3))))*Q3(k);

```

```

        formula2(i,j,k)=formula2a+formula2b+formula2c;

```

```

        Lambda2(i,j,k)=1-(((formula2(i,j,k))-100)/50);

```

```

        if Lambda2(i,j,k)>=0
            Y(i,j,k)=1;
        end

```

```

        formula3a=((D(1)/Q1(i))*ST(1))+(D(1)*PT(1));

```

```

        formula3b=((D(2)/Q2(j))*ST(2))+(D(2)*PT(2));

```

```

        formula3c=((D(3)/Q3(k))*ST(3))+(D(3)*PT(3));

```

```

        formula3(i,j,k)=formula3a+formula3b+formula3c;

```

```

Lambda3(i,j,k)=1-((formla3(i,j,k)-2100)/600);

if Lambda3(i,j,k)>=0
Z(i,j,k)=1;
end

formla4a(i)=(ST(1)*a(1))+(PT(1)*Q1(i)*a(1));

formla4b(j)=(ST(2)*a(2))+(PT(2)*Q2(j)*a(2));

formla4c(k)=(ST(3)*a(3))+(PT(3)*Q3(k)*a(3));

%      formla4(i,j,k)=formla4a+formla4b+formla4c;

Lambda4a(i)=1-((formla4a(i)-500)/50);
Lambda4b(j)=1-((formla4b(j)-500)/50);
Lambda4c(k)=1-((formla4c(k)-500)/50);

if Lambda4a(i)>=0
    if Lambda4b(j)>=0
        if Lambda4c(k)>=0
            T(i,j,k)=1;
        end
    end
end

if X(i,j,k)==Y(i,j,k)
    if Y(i,j,k)==Z(i,j,k)
        if Z(i,j,k)==T(i,j,k)
            AA(i,j,k)=X(i,j,k);
            if AA(i,j,k)==1
                counter=counter+1;
                CC(counter,:)= [i,j,k,0,0,0,0,0,0];
                CC(counter,4:6)= [formla1(i,j,k),formla2(i,j,k),formla3(i,j,k)];
                CC(counter,7:9)= [formla4a(i),formla4b(j),formla4c(k)];
            end
        end
    end
end

%
%      F1(i)=(ST1*a1*(D1/Q1(i)))+(PT1*D1*a1)+(C21*(D1/Q1(i)))+(C31/2)*(1-
(D1/r1))*Q1(i));  %%%toplamlaliye
%
end
end
end
end

end
end
BB=[X;Y;Z;T];

```

Bu programın çalıştırılması sonucunda modeli sağlayan tüm ürünlerin sipariş büyüklükleri, bu değerler için toplam maliyetler, depo kısıt değerleri, kapasite kısıt değerleri ve bütçe kısıt değerleri elde edilmektedir. Bu programın çalıştırılması ile 47.169 farklı sonuç elde edilmektedir. Ancak bunlardan sadece biri optimum sonucu vermektedir. Tüm sonuçların bir kısmını temsil etmek üzere izelge 5.1 aşağıda verilmiştir. Ek 2’de çözüm kümesinin daha büyük bir kısmı verilmiştir.

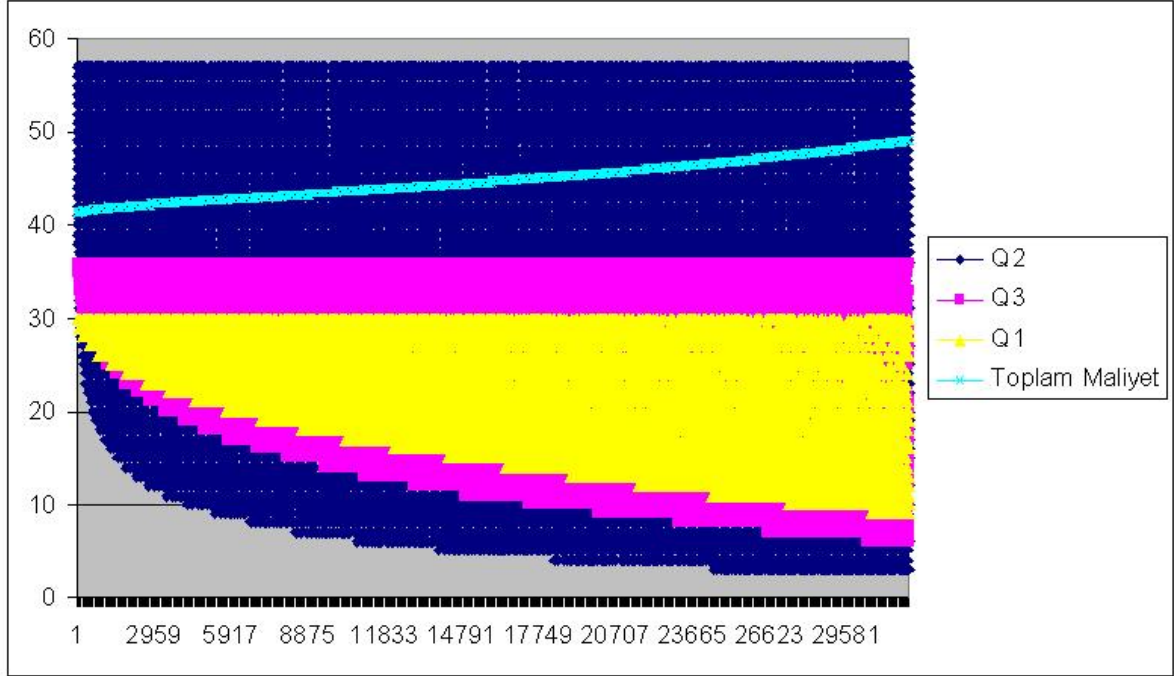
Çizelge 5.1 Bulanık model Matlab zm kümesi

Q1	Q2	Q3	Toplam Maliyet	Depo Kullanım	Kapasite Kullanım	Bütçe Q1	Bütçe Q2	Bütçe Q3
30	56	36	41,256	105,5	2014,3	540	534	544
30	57	36	41,256	106,5	2014	540	543	544
30	55	36	41,257	104,5	2014,5	540	525	544
30	54	36	41,258	103,5	2014,8	540	516	544
30	53	36	41,26	102,5	2015,1	540	507	544
30	52	36	41,261	101,5	2015,4	540	498	544
30	51	36	41,263	100,5	2015,7	540	489	544
30	50	36	41,265	99,5	2016	540	480	544
30	49	36	41,267	98,5	2016,3	540	471	544
30	48	36	41,27	97,5	2016,7	540	462	544
30	47	36	41,273	96,5	2017	540	453	544
30	46	36	41,276	95,5	2017,4	540	444	544
30	45	36	41,28	94,5	2017,8	540	435	544
30	44	36	41,284	93,5	2018,2	540	426	544
30	43	36	41,289	92,5	2018,6	540	417	544
30	57	35	41,291	105,75	2015,5	540	543	530
30	56	35	41,292	104,75	2015,7	540	534	530
30	55	35	41,293	103,75	2016	540	525	530
30	42	36	41,294	91,5	2019	540	408	544
30	54	35	41,294	102,75	2016,2	540	516	530
30	53	35	41,295	101,75	2016,5	540	507	530
30	52	35	41,297	100,75	2016,8	540	498	530
30	51	35	41,298	99,75	2017,1	540	489	530
30	41	36	41,299	90,5	2019,5	540	399	544
30	50	35	41,3	98,75	2017,4	540	480	530
30	49	35	41,303	97,75	2017,8	540	471	530
30	40	36	41,305	89,5	2020	540	390	544
30	48	35	41,305	96,75	2018,1	540	462	530
30	47	35	41,308	95,75	2018,4	540	453	530
30	39	36	41,312	88,5	2020,5	540	381	544
30	46	35	41,312	94,75	2018,8	540	444	530
30	45	35	41,315	93,75	2019,2	540	435	530
30	38	36	41,319	87,5	2021,1	540	372	544
30	44	35	41,319	92,75	2019,6	540	426	530
30	43	35	41,324	91,75	2020	540	417	530

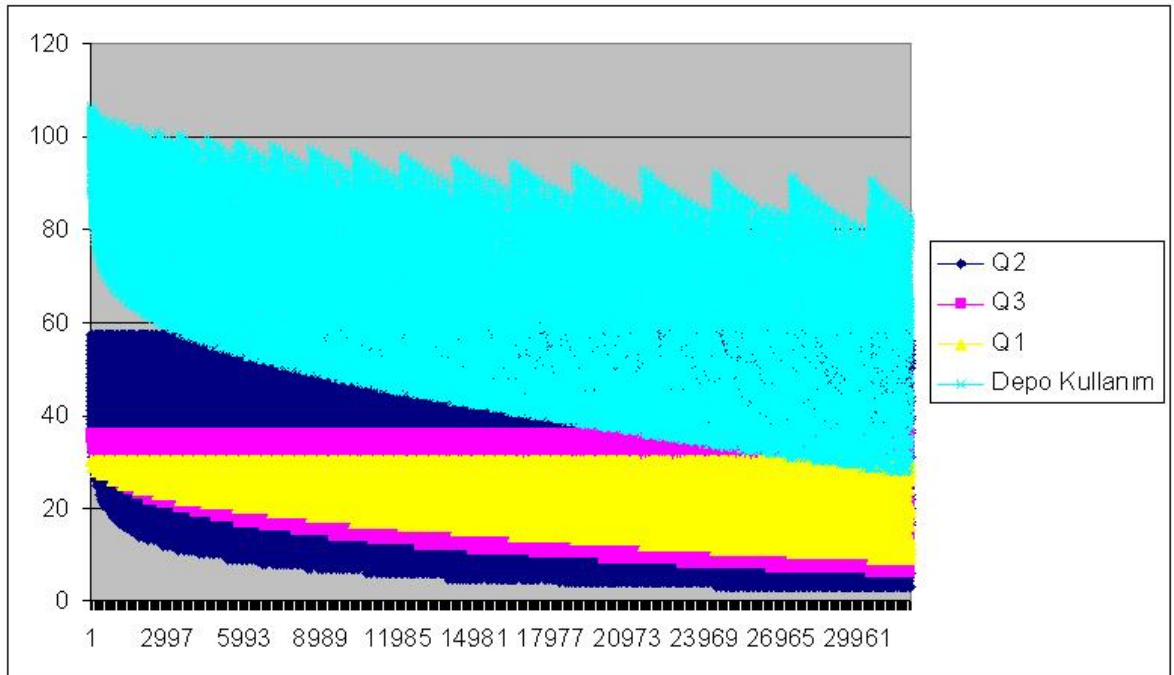
30	37	36	41,326	86,5	2021,6	540	363	544
30	42	35	41,329	90,75	2020,5	540	408	530
30	57	34	41,329	105	2017	540	543	516
30	56	34	41,33	104	2017,2	540	534	516
30	55	34	41,331	103	2017,5	540	525	516
30	54	34	41,332	102	2017,8	540	516	516
30	53	34	41,333	101	2018	540	507	516
30	41	35	41,334	89,75	2020,9	540	399	530
30	52	34	41,334	100	2018,3	540	498	516
30	36	36	41,335	85,5	2022,2	540	354	544
30	51	34	41,336	99	2018,6	540	489	516
30	50	34	41,338	98	2018,9	540	480	516
30	40	35	41,34	88,75	2021,4	540	390	530
30	49	34	41,341	97	2019,3	540	471	516
30	48	34	41,343	96	2019,6	540	462	516
30	35	36	41,344	84,5	2022,9	540	345	544
30	47	34	41,346	95	2020	540	453	516
30	39	35	41,347	87,75	2021,9	540	381	530
30	46	34	41,35	94	2020,3	540	444	516
30	45	34	41,353	93	2020,7	540	435	516
30	34	36	41,354	83,5	2023,5	540	336	544
30	38	35	41,354	86,75	2022,5	540	372	530
30	44	34	41,357	92	2021,1	540	426	516
29	56	36	41,359	104,75	2018,4	524	534	544
29	57	36	41,359	105,75	2018,2	524	543	544
29	55	36	41,36	103,75	2018,7	524	525	544
29	54	36	41,361	102,75	2019	524	516	544
29	53	36	41,362	101,75	2019,2	524	507	544
30	37	35	41,362	85,75	2023,1	540	363	530
30	43	34	41,362	91	2021,5	540	417	516
29	52	36	41,364	100,75	2019,5	524	498	544
30	33	36	41,365	82,5	2024,2	540	327	544
29	51	36	41,366	99,75	2019,8	524	489	544
30	42	34	41,367	90	2022	540	408	516
29	50	36	41,368	98,75	2020,1	524	480	544
29	49	36	41,37	97,75	2020,5	524	471	544

Burada her ne kadar ilk iki satır aynı toplam maliyet değerine yani, 41.256 birim para değerine sahip olsa da, ikinci satır kısıt değerleri birinci satıra göre daha kötü olduğu için optimum değer olarak birinci satır karşımıza çıkmaktadır. Sonuç olarak; Q_1 'in 30, Q_2 'nin 56, Q_3 'ün 36 olduğu durumda minimum maliyet olan 41.256 birim paraya ulaşılmakta ve bu maliyet 105,5m³ depo hacmi kullanımı, 2014,3 saat kapasite kullanımı ve Q_1 için 540, Q_2 için 534 ve Q_3 için 544 birim para bütçe kullanımı ile elde edilmektedir.

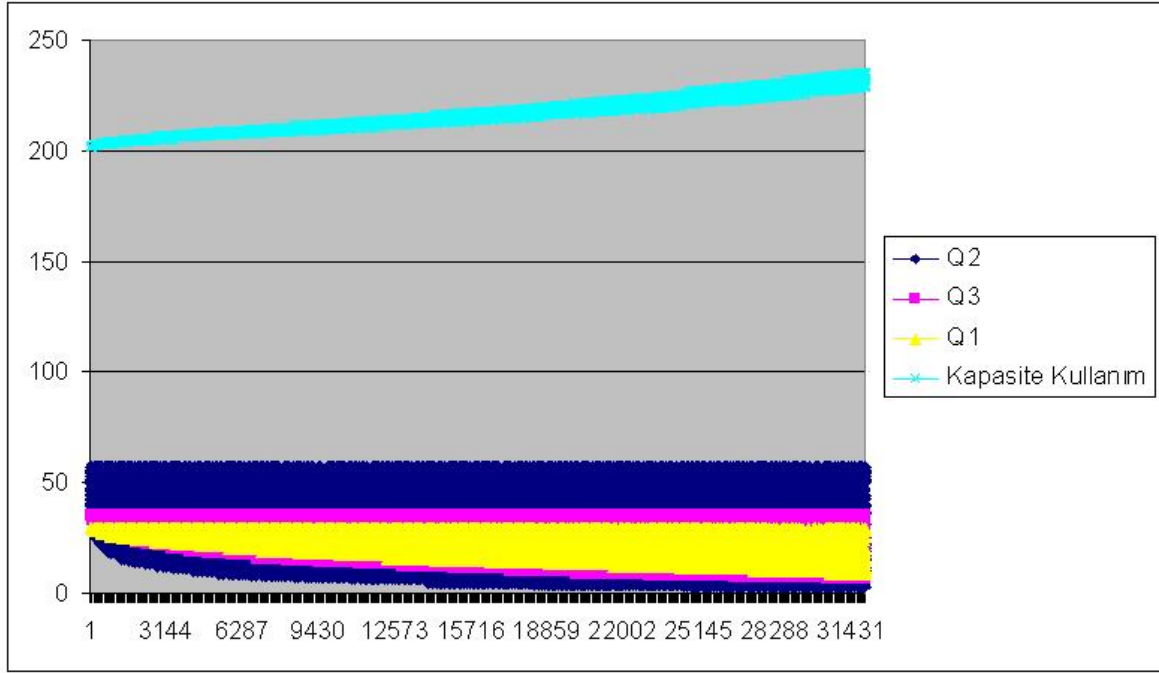
Çizelge 5.1’de bir kısmı verilen çözüm kümesi grafikler olarak da ifade etmek mümkündür. Gösterim kolaylığı olması açısından sipariş büyüklükleri, toplam maliyet ve kısıtlarla ayrı ayrı grafiklendirilmiştir. Bu grafikler Şekil 5.6, Şekil 5.7, Şekil 5.8 ve Şekil 5.9’te verilmiştir.



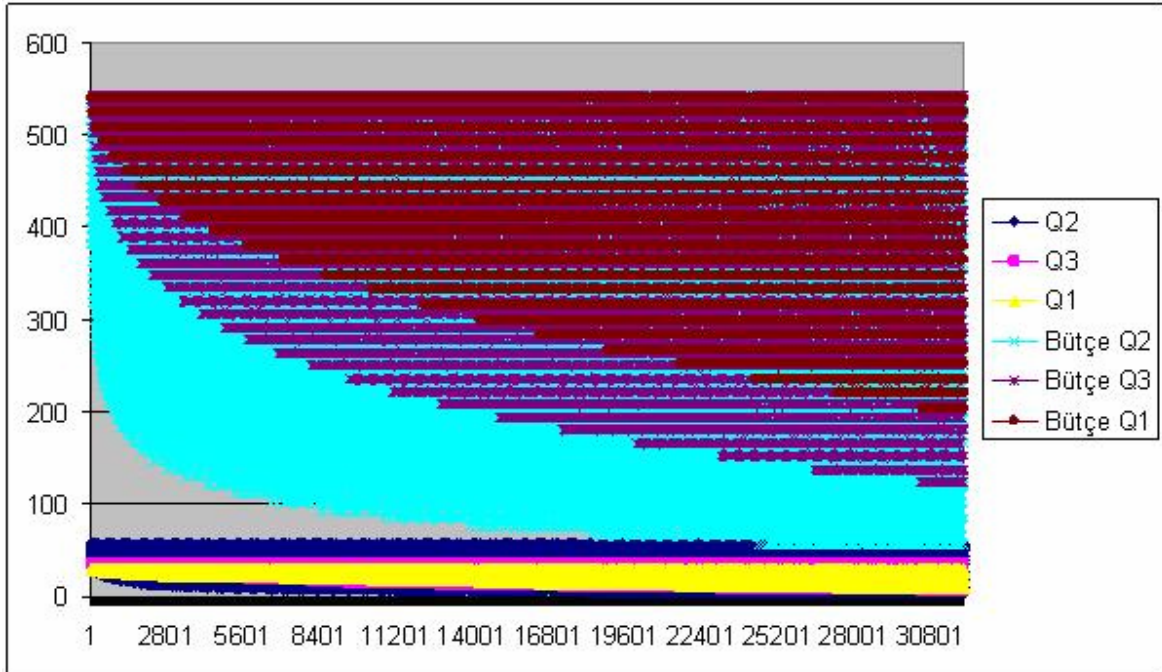
Şekil 5.6 Bulanık model için sipariş büyüklükleri – toplam maliyet



Şekil 5.7 Bulanık model için sipariş büyüklükleri – depo kullanımı



Şekil 5.8 Bulanık model için sipariş büyüklükleri – kapasite kullanımı



Şekil 5.9 Bulanık model için sipariş büyüklükleri – bütçe kullanımı

Optimum çözümü bir kez daha belirtecek olursak bu değerler Çizelge 5.2’de olduğu gibi ortaya çıkmaktadır.

Çizleğe 5.2 Bulanık modelin optimum sonucu

Q1	Q2	Q3	Toplam Maliyet	Depo Kullanım	Kapasite Kullanım	Bütçe Q1	Bütçe Q2	Bütçe Q3
30	56	36	41,256	105,5	2014,3	540	534	544

6. SONUÇ VE GENEL DEĞERLENDİRMELER

Bu tez çalışmasında çok ürünlü çok kısıtlı bir bulanık üretim envanter modeli oluşturulmuş ve imalat sanayinde sıkça yaşanan maliyet minimizasyonu problemine farklı bir bakış açısı ile çözüm aranmıştır.

6.1 Çözümlerin Değerlendirilmesi

Çözümlerin değerlendirmesinde esas olarak karşılaştırılması gereken iki çizelge vardır. Bunlar Çizelge 4.2 ve Çizelge 5.2'dir. Katı modele ait sonuçlar ile bulanık modele ait sonuçları karşılaştırdığımızda bulanık modelde Q_1 'in 3 birim, Q_2 'nin 4 birim ve Q_3 'ün de 4 birim katı modelden daha fazla olması halinde optimum sonuçlara ulaşıldığı görülmektedir. Bu değerlerle toplam maliyetin %1 oranında düştüğünü, depo kullanımının $96,2m^3$ 'ten, $105,5 m^3$ 'e çıktığını, kapasite kullanımının 20,7 saat azaldığını ve bütçe kullanımının 1. ürün için 48, 2. ürün için 36 ve 3. ürün için 46 birim para arttığını görmekteyiz.

Buradan çıkan sonuç da problemin gerçekliğinin artırılması ve bunun için bulanıklaştırılması ile ortalamada daha fazla kaynak kullanımı ve yüksek sipariş büyüklükleri ile çalışma sonucunda daha düşük bir toplam maliyete ulaşılabilir. Bu ulaşılan sonuç gerçek sanayi durumları göz önüne alındığında da tutarlı olmaktadır.

6.2 Tezin Bilime Katkısı

Kısıtsız optimizasyon problemine kısıt olarak depo hacmi, kapasite ve bütçe kısıtları eklenmiş ve böylece toplam maliyetin bu kısıtlar altında minimize edilmesi için çözüm aranmıştır.

Kısıtlar seçilirken üretim firmalarının öncelikleri dikkate alınmıştır. Üretim firmalarının fabrika binalarının kira olması halinde depo alanının büyük olması yüksek maliyetlere sebep olabilmektedir. Fabrikanın işletmenin kendisine ait olması halinde ise arsaya ve binaya yapılan yatırım maliyetinin yüksekliğinden dolayı bu alanın produktif olarak kullanılması birinci öncelik olmaktadır. Bu sebeple de ihtiyaç olan depo alanının düşük olması her zaman avantajlıdır. İşçilik maliyetleri dünyanın her yerinde günden güne artmaktadır ve bu sebeple de en düşük işçilik maliyeti ile üretim yapılması beklenmektedir. Bunun için de fazla mesailerin minimum seviyede tutulması, kapasitenin en iyi şekilde kullanılması gereklidir. Firmaların mali yapısının da güçlü olması beklenmektedir. Bunun için de işletme kapitalinin hammadde, yarı mamul ve mamule bağlanmaması beklenir,

hedeflenir. Bunun için de bütçe dahilinde üretim yapılması, paranın likitte kalması tercih edilir. Bu sayılan sebeplerle modele bu kısıtlar entegre edilmiştir.

Problemin çözümü için firmalara da kolaylık sağlayabilecek bir yöntem aranmıştır. Burada önemli olan, seçilecek yöntemin uygulama kolaylığının olması, işletmelerin günlük yoğunluk içerisinde minimum süre ile sonuca ulaşmasını sağlayacak bir yöntem bulunmasıdır. Bu arayış içerisinde literatürde optimizasyon problemlerinde seyrek olarak kullanılan ama etkin bir araç ve yöntem olan Lagrange çarpanları yöntemi üzerinde karar kılınmıştır.

Lagrange çarpanları yöntemi ile model deneysel olarak çözülmüş ve daha sonra Matlab programı yardımıyla model çalıştırılmış ve optimum sonuçlar elde edilmiştir.

Bu sayede görülmüştür ki Lagrange çarpanları yöntemi optimizasyon problemlerinde etkin olarak kullanılabilir.

Modelde ele alınan bu kısıtlar doğal üretim ortamında belirsiz, bulanık olmaları sebebi ile daha sonra bulanık olarak ifade edilmişler ve böylece model bulanık bir üretim envanter modeli haline dönüştürülmüştür. Bulanık hale dönüştürülen model Zimmermann yöntemi ile katı model haline dönüştürülmüş ve sonrasında da Matlab programı yardımıyla çözülerek optimum sonuçlara bulanık şartlar altında da ulaşılmıştır.

Bu tez ile literatürde eksikliği bulunan bir alanda çalışma yapılmıştır. Çok ürünlü çok kısıtlı bir bulanık üretim envanter modeli geliştirilmiş, yenilik olarak kapasite kısıtı, bütçe kısıtı ve depolama yeri kısıtı bir arada gözönüne alınmıştır. Buna ilave olarak çözüm yöntemi olarak Lagrange çarpanlarının kullanılması ile ilave bir yenilik sağlanmıştır. Aynı modelin bulanık hali için de çözüm üretilmesi literatür açısından ayrı bir yenilik olmuştur.

6.3 Gelecekteki Araştırmalar İçin Öneriler

Gelecekte bu çalışmanın devamı olarak kısıt sayısı artırılabilir. Ayrıca talebin de bulanıklaştırılması ile de daha etkin bir model elde edilebilir. Kısıt sayısının artırılması ise sanayide uygulamanın daha gerçekçi ve daha etkin olmasını sağlayacaktır. Sonuç olarak üretim ile ilgili bir karar ortaya çıkarken gözden geçirilen pek çok kısıt vardır ve bu tez çalışmasında bunlardan en öncelikli 3 adedi göz önüne alınmıştır. Diğer rol oynayan kısıtların da eklenmesi ile daha gerçekçi ve etkin bir model oluşturulabilir.

EKLER**Ek 1 Katı Model Matlab Çözüm Kümesi (kısmi olarak)**

Q1	Q2	Q3	Toplam Maliyet
19	33	32	43233
19	34	32	43222
19	35	32	43212
19	36	31	43250
19	36	32	43203
19	37	31	43241
19	37	32	43194
19	38	31	43233
19	38	32	43186
19	39	30	43277
19	39	31	43226
19	39	32	43179
19	40	30	43270
19	40	31	43220
19	40	32	43173
19	41	30	43264
19	41	31	43214
19	41	32	43167
19	42	30	43259
19	42	31	43208
19	42	32	43161
19	43	30	43254
19	43	31	43203
19	43	32	43156
19	44	29	43304
19	44	30	43249
19	44	31	43199
19	44	32	43152
19	45	29	43300
19	45	30	43245
19	45	31	43195
19	45	32	43148
19	46	29	43296
19	46	30	43241
19	46	31	43191
19	46	32	43144
19	47	29	43293
19	47	30	43238
19	47	31	43188
19	47	32	43141
19	48	29	43290

Ek 1 Katı Model Matlab Çözüm Kümesi (kısmi olarak) (devam)

19	48	30	43235
19	48	31	43185
19	48	32	43138
19	49	29	43287
19	49	30	43232
19	49	31	43182
19	49	32	43135
19	50	28	43344
19	50	29	43285
19	50	30	43230
19	50	31	43180
19	50	32	43133
19	51	28	43342
19	51	29	43283
19	51	30	43228
19	51	31	43178
19	51	32	43131
19	52	28	43340
19	52	29	43281
19	52	30	43226
19	52	31	43176
19	52	32	43129
20	24	32	43148
20	25	32	43123
20	26	31	43147
20	26	32	43100
20	27	30	43177
20	27	31	43126
20	27	32	43079
20	28	30	43158
20	28	31	43107
20	28	32	43060
20	29	29	43195
20	29	30	43141
20	29	31	43090
20	29	32	43043
20	30	29	43180
20	30	30	43125
20	30	31	43074
20	30	32	43028
20	31	29	43165
20	31	30	43111
20	31	31	43060
20	31	32	43013
20	32	28	43211
20	32	29	43152
20	32	30	43098

Ek 1 Katı Model Matlab Çözüm Kümesi (kısmi olarak) (devam)

20	32	32	43000
20	33	28	43199
20	33	29	43140
20	33	30	43085
20	33	31	43035
20	33	32	42988
20	34	28	43188
20	34	29	43129
20	34	30	43074
20	34	31	43024
20	34	32	42977
20	35	27	43242
20	35	28	43178
20	35	29	43119
20	35	30	43064
20	35	31	43014
20	35	32	42967
20	36	27	43233
20	36	28	43169
20	36	29	43110
20	36	30	43055
20	36	31	43004
20	36	32	42958
20	37	27	43224
20	37	28	43160
20	37	29	43101
20	37	30	43046
20	37	31	42996
20	37	32	42949
20	38	27	43216
20	38	28	43152
20	38	29	43093
20	38	30	43039
20	38	31	42988
20	38	32	42941
20	39	26	43278
20	39	27	43209
20	39	28	43145
20	39	29	43086
20	39	30	43032

Ek 1 Katı Model Matlab Çözüm Kümesi (kısmi olarak) (devam)

20	39	32	42934
20	40	26	43272
20	40	27	43203
20	40	28	43139
20	40	29	43080
20	40	30	43025
20	40	31	42974
20	40	32	42928
20	41	26	43266
20	41	27	43197
20	41	28	43133
20	41	29	43074
20	41	30	43019
20	41	31	42968
20	41	32	42922
20	42	26	43260
20	42	27	43191
20	42	28	43127
20	42	29	43068
20	42	30	43014
20	42	31	42963
20	42	32	42916
20	43	26	43256
20	43	27	43186
20	43	28	43122
20	43	29	43063
20	43	30	43009
20	43	31	42958
20	43	32	42911
20	44	26	43251
20	44	27	43182
20	44	28	43118
20	44	29	43059
20	44	30	43004
20	44	31	42954
20	44	32	42907
20	45	25	43323
20	45	26	43247
20	45	27	43178
20	45	28	43114
20	45	29	43055
20	45	30	43000
20	45	31	42949
20	45	32	42903

Ek 2 Bulanık Model Matlab Çözüm Kümesi (kısmi olarak)

Q1	Q2	Q3	Toplam Maliyet	Depo Kullanım	Kapasite Kullanım	Bütçe Q1	Bütçe Q2	Bütçe Q3
30	56	36	41,256	105,5	2014,3	540	534	544
30	57	36	41,256	106,5	2014	540	543	544
30	55	36	41,257	104,5	2014,5	540	525	544
30	54	36	41,258	103,5	2014,8	540	516	544
30	53	36	41,26	102,5	2015,1	540	507	544
30	52	36	41,261	101,5	2015,4	540	498	544
30	51	36	41,263	100,5	2015,7	540	489	544
30	50	36	41,265	99,5	2016	540	480	544
30	49	36	41,267	98,5	2016,3	540	471	544
30	48	36	41,27	97,5	2016,7	540	462	544
30	47	36	41,273	96,5	2017	540	453	544
30	46	36	41,276	95,5	2017,4	540	444	544
30	45	36	41,28	94,5	2017,8	540	435	544
30	44	36	41,284	93,5	2018,2	540	426	544
30	43	36	41,289	92,5	2018,6	540	417	544
30	57	35	41,291	105,75	2015,5	540	543	530
30	56	35	41,292	104,75	2015,7	540	534	530
30	55	35	41,293	103,75	2016	540	525	530
30	42	36	41,294	91,5	2019	540	408	544
30	54	35	41,294	102,75	2016,2	540	516	530
30	53	35	41,295	101,75	2016,5	540	507	530
30	52	35	41,297	100,75	2016,8	540	498	530
30	51	35	41,298	99,75	2017,1	540	489	530
30	41	36	41,299	90,5	2019,5	540	399	544
30	50	35	41,3	98,75	2017,4	540	480	530
30	49	35	41,303	97,75	2017,8	540	471	530
30	40	36	41,305	89,5	2020	540	390	544
30	48	35	41,305	96,75	2018,1	540	462	530
30	47	35	41,308	95,75	2018,4	540	453	530
30	39	36	41,312	88,5	2020,5	540	381	544
30	46	35	41,312	94,75	2018,8	540	444	530
30	45	35	41,315	93,75	2019,2	540	435	530
30	38	36	41,319	87,5	2021,1	540	372	544
30	44	35	41,319	92,75	2019,6	540	426	530
30	43	35	41,324	91,75	2020	540	417	530
30	37	36	41,326	86,5	2021,6	540	363	544
30	42	35	41,329	90,75	2020,5	540	408	530
30	57	34	41,329	105	2017	540	543	516
30	56	34	41,33	104	2017,2	540	534	516
30	55	34	41,331	103	2017,5	540	525	516
30	54	34	41,332	102	2017,8	540	516	516
30	53	34	41,333	101	2018	540	507	516
30	41	35	41,334	89,75	2020,9	540	399	530
30	52	34	41,334	100	2018,3	540	498	516

Ek 2 Bulanık Model Matlab Çözüm Kümesi (kısmi olarak) (devam)

30	36	36	41,335	85,5	2022,2	540	354	544
30	51	34	41,336	99	2018,6	540	489	516
30	50	34	41,338	98	2018,9	540	480	516
30	40	35	41,34	88,75	2021,4	540	390	530
30	49	34	41,341	97	2019,3	540	471	516
30	48	34	41,343	96	2019,6	540	462	516
30	35	36	41,344	84,5	2022,9	540	345	544
30	47	34	41,346	95	2020	540	453	516
30	39	35	41,347	87,75	2021,9	540	381	530
30	46	34	41,35	94	2020,3	540	444	516
30	45	34	41,353	93	2020,7	540	435	516
30	34	36	41,354	83,5	2023,5	540	336	544
30	38	35	41,354	86,75	2022,5	540	372	530
30	44	34	41,357	92	2021,1	540	426	516
29	56	36	41,359	104,75	2018,4	524	534	544
29	57	36	41,359	105,75	2018,2	524	543	544
29	55	36	41,36	103,75	2018,7	524	525	544
29	54	36	41,361	102,75	2019	524	516	544
29	53	36	41,362	101,75	2019,2	524	507	544
30	37	35	41,362	85,75	2023,1	540	363	530
30	43	34	41,362	91	2021,5	540	417	516
29	52	36	41,364	100,75	2019,5	524	498	544
30	33	36	41,365	82,5	2024,2	540	327	544
29	51	36	41,366	99,75	2019,8	524	489	544
30	42	34	41,367	90	2022	540	408	516
29	50	36	41,368	98,75	2020,1	524	480	544
29	49	36	41,37	97,75	2020,5	524	471	544
30	36	35	41,37	84,75	2023,7	540	354	530
30	56	33	41,37	103,25	2018,8	540	534	502
30	57	33	41,37	104,25	2018,6	540	543	502
30	55	33	41,371	102,25	2019,1	540	525	502
30	41	34	41,372	89	2022,5	540	399	516
30	54	33	41,372	101,25	2019,4	540	516	502
29	48	36	41,373	96,75	2020,8	524	462	544
30	53	33	41,373	100,25	2019,6	540	507	502
30	52	33	41,375	99,25	2019,9	540	498	502
29	47	36	41,376	95,75	2021,2	524	453	544
30	51	33	41,377	98,25	2020,2	540	489	502
30	32	36	41,378	81,5	2025	540	318	544
30	40	34	41,378	88	2022,9	540	390	516
29	46	36	41,379	94,75	2021,5	524	444	544
30	50	33	41,379	97,25	2020,5	540	480	502
30	35	35	41,38	83,75	2024,3	540	345	530
30	49	33	41,381	96,25	2020,9	540	471	502
29	45	36	41,383	93,75	2021,9	524	435	544
30	48	33	41,384	95,25	2021,2	540	462	502

Ek 2 Bulanık Model Matlab Çözüm Kümesi (kısmi olarak) (devam)

30	39	34	41,385	87	2023,5	540	381	516
29	44	36	41,387	92,75	2022,3	524	426	544
30	47	33	41,387	94,25	2021,6	540	453	502
30	34	35	41,39	82,75	2025	540	336	530
30	46	33	41,39	93,25	2021,9	540	444	502
29	43	36	41,391	91,75	2022,7	524	417	544
30	31	36	41,391	80,5	2025,8	540	309	544
30	38	34	41,392	86	2024	540	372	516
29	57	35	41,394	105	2019,6	524	543	530
30	45	33	41,394	92,25	2022,3	540	435	502
29	55	35	41,395	103	2020,1	524	525	530
29	56	35	41,395	104	2019,9	524	534	530
29	42	36	41,396	90,75	2023,2	524	408	544
29	54	35	41,397	102	2020,4	524	516	530
29	53	35	41,398	101	2020,7	524	507	530
30	44	33	41,398	91,25	2022,7	540	426	502
29	52	35	41,399	100	2021	524	498	530
30	37	34	41,4	85	2024,6	540	363	516
29	51	35	41,401	99	2021,3	524	489	530
30	33	35	41,401	81,75	2025,7	540	327	530
29	41	36	41,402	89,75	2023,7	524	399	544
30	43	33	41,402	90,25	2023,2	540	417	502
29	50	35	41,403	98	2021,6	524	480	530
30	30	36	41,405	79,5	2026,7	540	300	544
29	49	35	41,406	97	2021,9	524	471	530
30	42	33	41,407	89,25	2023,6	540	408	502
29	40	36	41,408	88,75	2024,1	524	390	544
29	48	35	41,408	96	2022,2	524	462	530
30	36	34	41,408	84	2025,2	540	354	516
29	47	35	41,411	95	2022,6	524	453	530
30	32	35	41,413	80,75	2026,4	540	318	530
30	41	33	41,413	88,25	2024,1	540	399	502
30	57	32	41,413	103,5	2020,3	540	543	488
29	39	36	41,414	87,75	2024,7	524	381	544
30	56	32	41,414	102,5	2020,5	540	534	488
29	46	35	41,415	94	2023	524	444	530
30	55	32	41,415	101,5	2020,8	540	525	488
30	54	32	41,416	100,5	2021,1	540	516	488
30	53	32	41,417	99,5	2021,3	540	507	488
29	45	35	41,418	93	2023,3	524	435	530
30	35	34	41,418	83	2025,8	540	345	516
30	40	33	41,419	87,25	2024,5	540	390	502
30	52	32	41,419	98,5	2021,6	540	498	488
30	51	32	41,42	97,5	2021,9	540	489	488
30	29	36	41,421	78,5	2027,6	540	291	544
29	38	36	41,422	86,75	2025,2	524	372	544

Ek 2 Bulanık Model Matlab Çözüm Kümesi (kısmi olarak) (devam)

29	44	35	41,422	92	2023,7	524	426	530
30	50	32	41,423	96,5	2022,3	540	480	488
30	39	33	41,425	86,25	2025,1	540	381	502
30	49	32	41,425	95,5	2022,6	540	471	488
30	31	35	41,426	79,75	2027,2	540	309	530
29	43	35	41,427	91	2024,2	524	417	530
30	34	34	41,428	82	2026,5	540	336	516
30	48	32	41,428	94,5	2022,9	540	462	488
29	37	36	41,429	85,75	2025,8	524	363	544
30	47	32	41,43	93,5	2023,3	540	453	488
29	42	35	41,432	90	2024,6	524	408	530
29	57	34	41,432	104,25	2021,1	524	543	516
29	55	34	41,433	102,25	2021,6	524	525	516
29	56	34	41,433	103,25	2021,4	524	534	516
30	38	33	41,433	85,25	2025,6	540	372	502
29	54	34	41,434	101,25	2021,9	524	516	516
30	46	32	41,434	92,5	2023,6	540	444	488
29	53	34	41,436	100,25	2022,2	524	507	516
29	41	35	41,437	89	2025,1	524	399	530
29	52	34	41,437	99,25	2022,5	524	498	516
29	36	36	41,438	84,75	2026,4	524	354	544
30	28	36	41,438	77,5	2028,6	540	282	544
30	45	32	41,438	91,5	2024	540	435	488
29	51	34	41,439	98,25	2022,8	524	489	516

KAYNAKÇA

Agrawal, Vipul. Chao, Xiuli. Seshadri, Sridhar. (2003) "Dynamic balancing of inventory in supply chains", European Journal of Operational Research. 23 Ekim 2003, New York, 296-317.

Al-Araimi, Saeed A. Samanta, B. (2003) "Application of an Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System in Inventory Control", International Journal of Smart Engineering System Design. 4 Ekim 2003, Muscat, 547 – 553.

Daya, M. Ben. Noman, S.M. Hariga, M. (2006) "Integrated inventory control and inspection policies with deterministic demand", Computers & Operations Research. Haziran 2006, Dhahran, 1625 – 1638.

Beyer, D. Sethi, S.P. Sridhar, R. (2001) "Stochastic Multiproduct Inventory Models with Limited Storage", Journal of Optimization Theory and Applications. 3 Aralık 2001, ABD, 553-588.

Bhattacharya, D.K. (2003) "On multi-item inventory", European Journal of Operational Research. 24 Şubat 2003, Calcutta, 786-791.

Bock, Rudolf K. (1998) "Lagrange Multipliers". http://ikpe1101.ikp.kfa-juelich.de/briefbook_data_analysis/node147.html

Chang, Ching-Ter. (2004) "A linearization approach for inventory models with variable lead time", Int. J. Production Economics. 12 Mayıs 2004, Taiwan, 263-272.

Chang, Hung-Chi., (2003) "An Application Of Fuzzy Sets Theory To The EOQ Model With Imperfect Items", Computers & Operations Research. 29 Mayıs 2003, Taiwan, 2079-2092.

Chu, Peter. Yang, Kuo-Lung. Chen, Patrick S. (2005) "Improved inventory models with service level and lead time", Computers & Operations Research. Şubat 2005, Taiwan, 285 – 296.

Chuang, Bor-Ben. Ouyang, Liang Yuh. Chuang, Kai-Wayne. (2002) "A note on periodic review inventory model with controllable setup cost and lead time", Computers & Operations Research. Nisan 2004, Taiwan, 549 – 561.

Dawkins, Paul. (2003) "Paul's Online Math Notes". <http://tutorial.math.lamar.edu/Classes/CalcIII/LagrangeMultipliers.aspx>

Das, K. Roy, T.K. Maiti, M. (2004) "Multi-Item Stochastic Inventory Models Under Two Restrictions", Computers & Operations Research. Ekim 2004, Midnapore, 1793 - 1806

Dey, Jayanta Kumar. Kar, Samarjit. Maiti, Manoranjan. (2004) "An interactive method for inventory control with fuzzy lead-time and dynamic demand", European Journal of Operational Research. 22 Mart 2004, Midnapore, 381-397

Giannoccaro, Ilaria. Pontrandolfo, Pieroaolo. Scozzi, Barbara. (2002) "A fuzzy echolon approach for inventory management in supply chains". European Journal of Operational Research. 16 Ağustos 2003, Bari, 185-196

Gluss, David. Weisstein, Eric W. "Lagrange Multiplier." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/LagrangeMultiplier.html>.

- Halaç Osman. (1983) “Kantitatif Karar Verme Teknikleri” Alfa Basım, İstanbul
- Hsieh, Chih Hsun. (2002) “Optimization of fuzzy production inventory models”, Information Sciences. Ekim 2002, Taiwan, 29-40
- Ioannou, George. Prastacos, Gregory. Skintzi, Georgia. (2004) “Inventory Positioning in Multiple Product Supply Chains”, Annals of Operations Research. 20 Kasım 2004, Magdeburg, 265-279
- Jensen, Steuard. (2004) “An Introduction to Lagrange Multipliers”, <http://www.slimy.com/~steuard/teaching/tutorials/Lagrange.html>
- Kao, Chiang. Hsu, Wen-Kai. (2000) “A Single-Period Inventory Model With Fuzzy Demand”, Computers and Mathematics with Applications. Mart 2000, Kharagpur, 841-848.
- Kao Chiang, Hsu Wen-Kai. (2001) “Lot Size-Reorder Point Inventory Model With Fuzzy Demands”, Computers and Mathematics with Applications. 4 Haziran 2001, Taiwan, 1291-1302
- Khouja, Moutaz. (2002) “Optimizing inventory decisions in a multi-stage multi-customer supply chain”, Transportation Research. Mayıs 2002, Charlotte, 193-208
- Kumar, Manoj. Vrat, Prem. Shankar, R. (2003) “A fuzzy goal programming approach for vendor selection problem in a supply chain”, Computers & Industrial Engineering. 19 Eylül 2003, Hindistan, 69 - 85
- Newmann, Mark. (2002), Lagrange multipliers, <http://www-personal.umich.edu/~mejn/courses/2002/p406/lagrange>.
- Lagrange multipliers and optimization problems, www.ai.mit.edu/courses/6.867-f02/lectures/lagrange.ps.
- Lee, Huey-Ming. Yao, Jing-Shing. (1997) “Economic Order Quantity In Fuzzy Sense For Inventory Without Backorder”, Fuzzy Sets and Systems. Eylül 1997, Çin, 935-962
- Lee, Huey-Ming. Yao, Jing-Shing. (1997) “Fuzzy Inventory With Or Without Backorder For Fuzzy Order Quantity With Trapezoid Fuzzy Number”, Fuzzy Sets and Systems. 1 Ağustos 1997, Taiwan, 311-337
- Mahadevan, B. Pyke, David F. Fleishmann Moritz. (2002) “Periodic review, push inventory policies for remanufacturing”, European Journal of Operational Research. 16 Aralık 2002, Hanover, 536-551
- Mandal, Nirmal Kumar. Roy, Tapan Kumar. Manoranjan, Maiti. (2004) “Multi-Objective Fuzzy Inventory Model With Three Constraints: A geometric Programming Approach”, Fuzzy Sets and Systems. 26 Temmuz 2004, Hindistan, 87-106
- Minner, Stefan. (2003) “Multiple-supplier inventory models in supply chain management: A review”. Int. J. Production Economics. 11 Ocak 2003, Magdeburg, 265-279
- Mondal, S. Maiti, M. (2002) “Multi-item fuzzy EOQ models using genetic algorithm”, Computers & Industrial Engineering. Aralık 2002, Hindistan, 105 - 117
- Öztürk, Ahmet (2003), Bulanık Hedef Programlama, Ekin Kitabevi, Bursa
- Pan, Jason Chao-Hsien. Yang, Jin-Shan. (2001) “A study of an integrated inventory with

controllable lead time”, *Int. j. Prod. Res.* 20 Mart 2001, Çin, 1263-1273

Spiegel, Murray R. Çeviri: Hacısalıhoğlu, H. Hilmi (1997) “İleri Matematik”, Nobel Yayın, Ankara

Taha, Hamdy A. (1982), *Operations Research*, MacMillan Publishing, New York

Thomas, Jacob K. Zhang, Huai. (2001) “Inventory Changes and Future Returns”, *Review of Accounting Studies*. Aralık 2001, Chicago, 163-187

Tibben-Lembke, Ronald S. Bassok, Yehuda. (2003) “An inventory model for delayed customization: A hybrid approach”, *European Journal of Operational Research*. 29 Eylül 2003, ABD, 748-764

Urban, Timoty L. (2003) “A periodic-review model with serially-correlated, inventory-level-dependent demand”, *Int. J. Production Economics*. 23 Kasım 2003, ABD, 287-295

Urban, Timoty L. (2003) “Inventory Models With Inventory-Level-Dependent Demand: A Comprehensive Review and Unifying Theory”, *European Journal of Operational Research*. 22 Ağustos 2003, ABD, 792-804

Wayne, L. Winston. (1994) “Operations Research Applications and Algorithms”, Duxbury Press, California.

Yang, Gino. Ronald, Robert J. Chu, Peter. (2003) “Inventory models with variable lead time and present value”, *European Journal of Operational Research*. 3 Eylül 2003, Taiwan, 358-366

N. K. Mahapatra, K. Das, M. Maiti (2007) “Production-inventory policy for a deteriorating item with a single vendor-buyer system”, *Optimization and Engineering*. Aralık 2007, Hindistan, 431-448

K.A. Halim, B.C. Giri, K.S. Chaudhuri (2008) “Fuzzy Economic Order Quantity model for perishable items with stochastic demand, partial backlogging and fuzzy deterioration rate”, *International Journal of Operational Research*. 2008, Hindistan, 77-96

R. Kumar, A. Solai Raju (2008) “Fuzzy Multi-Objective Production Inventory Model of Deteriorating Items With Shortage and Various Types of Demands”, *Research Journal of Applied Sciences*. 2008, Hindistan, 113-122

Chih-Yao Lo (2008) “Advance of Dynamic Production-Inventory Strategy for Multiple Policies Using Genetic Algorithm”, *Information Technology Journal*. 2008, Çin, 647-653

Jianzhong Chen (2007) “Using Genetic Algorithms to Solve a Production-Inventory Model”, *International Journal of Business and Management*. 2007, Çin, 39-42

S. Panda, S. Saha, M. Basu (2007) “An EOQ Model with Generalized Ramp-Type Demand and Weibull Distribution Deterioration”, *Asia-Pacific Journal of Operational Research*. 2007, Hindistan, 93-109

Chih Hsun Hsieh (2008), “Heuristic Optimization Of Natural Production Inventory Models With The Preference Of A Decision Maker”, *New Mathematics and Natural Computation*. 2008, Çin, 251-265

Shan Huo Chen and Shu Man Chang (2008), “Optimization of fuzzy production inventory model with unrepairable defective products”, *International Journal of Production Economics*. 2008, Taiwan, 887-894


Dogan HASAN

Fatma Kadin sok. Yayla apt. No:6 D:5 81110 Suadiye Istanbul

Tel (Home): +90216 416 90 45 Tel (Cell.): +90533 693 55 90

Tel (Business): +90216 459 38 50 Fax (Home): +90216 362 59 36

e-mail (Business): dogan.hasan@siemens.com

Personal Information

Born on 23/05/1974

Military service completed in Jan. 1998

Divorced

Citizen of T.C.

Job Experience

Dec. 2005 – Today

Siemens Tic. ve San. A.S.

Preproduction Group Manager

Job Description:

Head of team existing of 7 engineers, 4 supervisors, 2 writers, 120 workers

Responsibilities:

- 1- Coordinating and managing of all activities of four workshops (thermoplastic, thermoset, metal and coating) due to company targets
- 2- Manufacturing and delivering to assembly division and directly to Siemens Germany, India and China
- 3- Managing of 11 cooperating firms manufacturing thermoplastic and thermoset parts, technical support
- 4- Investment planning
- 5- Material and capacity planning
- 6- Technical planning
- 7- Increasing productivity, process optimization
- 8- Implementing TPM, APQP, SMED, Kaizen,
- 9- Work studies
- 10- Occupational Health and Safety
- 11- Budget responsibility for all relevant expenses

Jul. 2004 – Nov. 2005

Webasto Termo Sistemleri A.S.

Assistant General Manager

Dec. 2000 – Nov. 2005

Webasto Termo Sistemleri A.S.

Production Manager

Job Description:

Head of team existing of 3 engineers, 1 writer, 3 foremen, 60 workers

Responsibilities:

	1- Coordination and leading other top management members due to company targets and tasks from General Manager
	2- Manufacturing and delivering (JIT) of air conditioners, frontboxes and heaters inc. their copper pipelines and wiring harnesses for Mercedes-Benz Türk, MAN, Temsa and for Webasto plants in Germany and France.
	3- Investment and capacity planning
	4- Budget responsibility for all relevant expenses
	5- First degree signatory (authorization to sign alone up to 50.000€ and all financial and administrative matters)
	6-Project management
	7- Implementing of systems to improve productivity and efficiency
	8- Taking actions to achieve zero defects
	9- Calculation of prices for new products
	10- Intensive customer contacts due to JIT delivery
	11- Maintenance
	12- Occupational Health and Safety
(Dec. 2000 – Dec. 2003)	13- Material Planning
	14- Warehouse
(Dec. 2000 – Jul. 2002)	15- Quality assurance
(Dec. 2000 – Nov. 2001)	16- Procurement
May 1998 – Dec. 2000	Siemens A&D/Controls&Distribution Technical Planning Specialist
	<u>Job Description:</u> Technical responsibility for contactors, overload relays, routings, bill of material, SAP coordinator, 8-D coordinator, TPM team leader, work studies etc.
Oct. 1997 – May 1998	Siemens Industrial Electronics (Technical Planning)
Summer 1997	Siemens 6 weeks (internship)
Summer 1995	AEG ETI 6 weeks (internship)
Summer 1994	IETT Maintenance Department 6 weeks (internship)

Trainings

4 Workshops for leading and management	each 3 days
Total Productive Maintenance (TPM)	16h
ISO 14000	2h
FMEA	8h
Self Assessment	

Time Management	12h
Internal Quality System Auditor (Kal-Der)	24h
Microsoft Excel (Advanced)	20h
SAP-MRP	9h
Microsoft Project	17,5h
Siemens Internal Quality System Lead Auditor	15h
SAP-Finance/Controlling	9h
International Management Seminar	16h
ISO/TS 16949	4h
APQP	16h
Project Management	8h
Mfg-Pro	8h
Occupational Health and Safety	16h
NLP	16h

Educational Information

2002-	Yildiz Technical University – Industrial Engineering (PhD) (Thesis left to graduate)
1998-2001	Yildiz Technical University - Industrial Engineering (MS) Thesis: Total Productive Maintenance
1993-1997	Yildiz Technical University - Industrial Engineering (BS) Thesis: Zero Defects, Quality Function Deployment, Increasing Productivity
1985-1993	Private German School

Other Qualifications

Full command of both English and German, very good in human relations, analytic, Kaizen mentality, very familiar with MS Office for Windows applications and ERP Software (SAP, Mfg-Pro)